

GELCINO DE PAULA BRITO

**OTIMIZAÇÃO NUMÉRICO / COMPUTACIONAL
APLICADA AO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE
UM MECANISMO TIPO CURSOR, BIELA E MANIVELA –
ESTUDO DE CASO PARA IMPLEMENTAÇÃO DE UM
MOTOR STIRLING EM SUA CONFIGURAÇÃO BETA**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2013

GELCINO DE PAULA BRITO

**OTIMIZAÇÃO NUMÉRICO / COMPUTACIONAL
APLICADA AO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE
UM MECANISMO TIPO CURSOR, BIELA E MANIVELA –
ESTUDO DE CASO PARA IMPLEMENTAÇÃO DE UM
MOTOR STIRLING EM SUA CONFIGURAÇÃO BETA**

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-graduação em Engenharia
Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia,
como parte dos requisitos para a obtenção do título
de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica
dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Valder Steffen Júnior
Coorientador: Prof. Dr. José Antônio Ferreira Borges

Uberlândia-MG

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

B862o
2013

Brito, Gelcino de Paula, 1970 -

Otimização numérico / computacional aplicada ao comportamento dinâmico de um mecanismo tipo cursor, biela e manivela – estudo de caso para implementação de um motor stirling em sua configuração beta / Gelcino de Paula Brito. - 2013.

110 f. : il.

Orientador: Valder Steffen Junior.

Coorientador: José Antônio Ferreira Borges.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Motores de combustão interna - Teses. 3. Algoritmos genéticos - Teses. 4. Otimização matemática - Teses. I. Steffen Junior, Valder. II. Borges, José Antônio Ferreira. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

GELCINO DE PAULA BRITO

**OTIMIZAÇÃO NUMÉRICO / COMPUTACIONAL
APLICADA AO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE
UM MECANISMO TIPO CURSOR, BIELA E MANIVELA –
ESTUDO DE CASO PARA IMPLEMENTAÇÃO DE UM
MOTOR STIRLING EM SUA CONFIGURAÇÃO BETA**

Dissertação **APROVADA** pelo Programa de
Pós-graduação em Engenharia Mecânica
da Universidade Federal de Uberlândia.

Área de Concentração: Mecânica
dos Sólidos e Vibrações.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Valder Steffen Jr – Orientador
FEMEC – UFU

Prof. Dr. José Antônio Ferreira Borges – Co-Orientador
FEMEC – UFU

Prof. Dr. Romes Antônio Borges
UFG – Campus de Catalão

Prof. Dr. Marcos Moraes de Sousa
FEMEC – UFU

Uberlândia, 27 de Agosto de 2013.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todas as bênçãos concedidas, por me acompanhar durante toda minha vida e por proporcionar a força necessária para vencer os desafios.

Aos Profs. Valder Steffen Jr. e José Antônio Ferreira Borges, orientador e co-orientador, respectivamente, que demonstraram competência, equilíbrio e apoio, contribuindo de forma imensurável no meu desenvolvimento profissional e pessoal.

Aos Profs. Francisco Paulo Lépure Neto, Marcos Moraes de Sousa e Cleudmar Amaral de Araújo pelos exemplos de dedicação, competência e pela concessão de uso dos equipamentos de medição e da estrutura dos laboratórios para confecção do protótipo que foi otimizado computacionalmente.

Aos técnicos de laboratório da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU: Eurípedes Balsanulfo Alves, Lazaro Henrique Alves Vieira, Jonas Profeta Borges e Valdico de Faria, pela colaboração na confecção de algumas das peças do protótipo do motor Stirling e Edmar Andrade Ribeiro, técnico da oficina mecânica do Instituto de Física (INFIS) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

A todos os colegas que me incentivaram e colaboraram na realização de cada uma das etapas deste trabalho, em especial, aos amigos Fran Sérgio Lobato, Lucas Ramadan Paro, Luiz Carlos de Menezes Junior, Diandro Bailoni Fernandes e Thiago de Paula Sales.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar este trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

BRITO, G. P. **Otimização Numérico / Computacional Aplicada ao Comportamento Dinâmico de um Mecanismo Tipo Cursor, Biela e Manivela – Estudo de Caso para Implementação de um Motor Stirling em sua Configuração Beta.** 2013. 110 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG.

Resumo

Neste trabalho foi implementado um procedimento de otimização numérica aplicado a um mecanismo de quatro barras do tipo cursor, biela e manivela tendo como objetivo a sua posterior utilização no desenvolvimento de um protótipo de motor Stirling. O objetivo deste procedimento foi a obtenção de uma configuração geométrica que potencialize o aumento da eficiência associada aos aspectos termodinâmicos do protótipo, bem como a redução das perdas por bombeamento de ar e das forças de inércia. Nesta aplicação, os métodos dos algoritmos genéticos, NSGA II e SQP foram usados para promover a evolução do projeto do protótipo através do uso de funções multiobjetivo.

O motor Stirling é um dispositivo que tem potencial para uso em aplicações onde o objetivo é aproveitar a energia que esteja sendo desperdiçada na forma de uma fonte de calor. Pensando desta forma, a ideia que motiva este trabalho é desenvolver um protótipo capaz de aproveitar a energia contida nos gases de escape de um motor de combustão interna de aplicação automotiva. Nesta situação, a grande diferença de temperatura entre os gases de combustão que passam pelo coletor de escape e o ar do ambiente interno do cofre do motor tem potencial energético para que o trabalho realizado pelo motor Stirling seja usado para acionar um gerador elétrico. Para esta aplicação, o motor Stirling foi definido em sua configuração beta, de forma que o trabalho mecânico é realizado por meio de um pistão e um deslocador que operam em um mesmo cilindro que possui suas câmaras quente e fria em cada uma de suas extremidades.

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho foram testadas algumas alternativas tecnológicas para a implementação prática do protótipo que abrangeram desde a configuração clássica do motor Stirling beta com seu sistema de manivela dupla até uma variação onde o deslocador é acionado por meio de um dispositivo eletromagnético controlado por um micro controlador Arduino Uno.

Palavras-chave: Otimização multiobjetivo, algoritmo genético, NSGA II, SQP e motor Stirling.

BRITO, G. P. **Computational Numerical Optimization Applied to the Dynamic Behavior of a Cursor Crank Mechanism - Case Study for the Implementation of a Beta Configuration Stirling Engine**. 2013. 110 f. M. Sc. Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia – MG.

ABSTRACT

In this work a numerical optimization procedure applied to a four-bar mechanism of cursor type, connecting rod and crank, was implemented with the objective of further use in the development of a Stirling engine prototype. The purpose of this procedure was to obtain a geometrical configuration that potentiates the increase in efficiency associated with the thermodynamic aspects of the prototype, as well as reducing the air pumping losses and forces of inertia. In this application, the methods of genetic algorithms, NSGA II, and Sequential Quadratic Programing, SQP, were used to promote the development of the prototype design through the use of multi-objective functions.

The Stirling engine is a mechanical device that has the potential to be used in applications where the goal is to make use of energy that is being wasted, such as a heat source. In this way, the idea that motivates this work is to develop a prototype that is able to harvest the energy contained in the exhaust gas of an internal combustion engine for automotive application. In this configuration, the large temperature difference between the flue gases that pass through the exhaust manifold and the air inside the engine bay has the energetic potential to be used by the Stirling engine so that the work performed can drive an electrical generator. For this application, the Stirling engine has been set in its beta configuration, so that the mechanical work is performed by means of a piston and a displacer operating in the same cylinder which has its hot and cold chambers at each of its ends, respectively.

Throughout the development of this work some alternative techniques for the practical implementation of the prototype configuration, which ranged from classical Stirling beta engine with its system of double crank to a variation where the shifter is driven by means of an electromagnetic device controlled by an Arduino Uno microcontroller, were tested.

Keywords: Geometric optimization, genetic algorithm, NSGA II, SQP and Stirling engine.

Sumário

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Motor Stirling alpha	4
1.2. Motor Stirling beta	5
1.3. Motor Stirling gama	6
1.4. Vantagens do motor Stirling	6
1.5. Desvantagens do motor Stirling	7
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	9
2.1. O conceito de otimização numérica	9
2.2. Métodos de solução do problema de otimização	10
2.3. Métodos clássicos de otimização	11
2.3.1. Métodos de ordem zero	11
2.3.2. Método de Powell	11
2.3.3. Método da seção áurea.....	12
2.4. Métodos de primeira ordem	13
2.4.1 Método da máxima descida	13
2.4.2 Método da direção conjugada (Fletcher & Reeves)	14
2.5. Método da métrica variável	15
2.6. Consideração sobre espaço de projeto com restrições	16
2.7. Métodos de segunda ordem	17
2.7.1. Critérios de convergência	17
2.7.2. Método dos multiplicadores de Lagrange	18
2.8. Programação quadrática sequencial (SQP)	19
2.9. Métodos heurísticos de otimização	20
2.10. Métodos heurísticos algoritmos genéticos (GA)	21
2.10.1. Representação do cromossomo (Indivíduo)	22
2.10.2. Função de seleção	23
2.10.3. Seleção por roleta	24

2.10.4. Operadores genéticos	25
2.10.5. Inicialização, término e função de avaliação	27
2.11. Considerações sobre otimização multio-bjetivo ou multicritérios	28
2.12. Método NSGA II (non-dominated sorting genetic algorithm) – Classificação não dominada por algoritmo genético	29
2.12.1. Elitismo	29
2.12.2. Versão modificada NSGA II	30
2.12.3. Método crowding distance (distância de multidão)	31
2.12.4. Operador de seleção por torneio de multidão do NSGA II	32
2.12.5. Estrutura do algoritmo NSGA II	33
3. REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA – CONSTRUÇÃO DAS FUNÇÕES OBJETIVO	35
3.1. Mecanismo de quatro barras	35
3.2. Formulação do problema de otimização	37
3.2.1. Objetivos	37
3.3. Considerações sobre a parte térmica do problema	37
3.4. Considerações sobre a primeira função objetivo	39
3.5. Considerações sobre a segunda função objetivo	42
3.6. Considerações sobre a terceira função objetivo	44
3.7. Função multiobjetivo	45
4. OTIMIZAÇÃO	47
4.1. Método heurístico do algoritmo genético (GA)	47
4.2. Mapa do domínio da função FO em função do ângulo de fase	48
4.3. Função objetivo (F_1): Otimização associada ao rendimento termodinâmico considerando três variáveis de projeto	49
4.3.1. Método heurístico do algoritmo genético (GA)	49
4.3.2. Método programação sequencial quadrática (SQP)	51
4.4. Função objetivo (F_2): Trabalho realizado pelo deslocador	52
4.4.1. Método heurístico do algoritmo genético (GA)	52
4.4.2. Método programação sequencial quadrática (SQP)	54
4.5. Função objetivo (F_3) – Trabalho realizado pelo deslocador contra a força de arrasto	55

4.5.1. Método heurístico do algoritmo genético (GA)	55
4.5.2. Método programação sequencial quadrática (SQP)	57
5. FUNÇÃO MULTIOBJETIVO E A CURVA DE PARETO	58
5.1. Função multiobjetivo	58
5.2. Método programação sequencial quadrática (SQPM)	58
5.3. Otimização multiobjectivo utilizando o algoritmo genético (GAMULTIOBJ)	61
5.4. Função multiobjetivo utilizando o método SQP _{peso}	63
6. COMPARANDO OS RESULTADOS DAS DIFERENTES TÉCNICAS	65
6.1. Comparação entre o método heurístico dos algoritmos genéticos (GA) e o mapa do domínio da função F_1 simplificada para uma variável de projeto	65
6.2. Comparação entre os métodos GA e SQP para a função F_1	66
6.3. Comparação entre os métodos GA e SQP para a função F_2	66
6.4. Comparação entre os métodos GA e SQP para a função F_3	67
6.5. Comparação entre os métodos NSGA II, MHGA e SQP _{PESO} para a função multiobjetivo.....	67
7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES	69
ANEXO 1.	72
A.1. SOBRE A PRIMEIRA FUNÇÃO OBJETIVO	72
A.2. SOBRE A CONSTRUÇÃO DO PROTÓTIPO	73
A.2.1. Reaproveitamento do calor dos gases de combustão de um motor automotivo .	73
A.2.2. Execução do projeto	74
A.2.3. Primeira geração do protótipo.....	74
A.2.4. Ajustes realizados no sistema de vedação	76
A.2.5. Resultados obtidos com as diferentes opções de materiais de vedação	79
A.2.6. Aumentando a eficiência do protótipo	80
A.2.7. Segunda geração do protótipo	81
A.2.8. Execução do segundo protótipo.....	82
A.2.9. Teste de cilindridade no cilindro	83
A.2.10. Peças usinadas e adaptadas	89
A.2.11. Placa Duraboard 1600	95
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	96

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Sabe-se que há um consumo crescente de energia no mundo (http://www.energywatchgroup.org/fileadmin/global/pdf/EWG_Oilreport_10-2007.pdf). As organizações governamentais e civis estão cientes desta demanda e tem feito o possível para suprir esta necessidade. Além disto, a regeneração de energia e a redução do seu desperdício também têm sido foco de diversos estudos e desenvolvimentos (www.agencia.cnptia.embrapa.br/Repositorio/Biodigestores_000g76qdzev02wx5ok0wtedt3spdi71p.pdf).

Também, sabe-se que armazenar energia não é tarefa fácil, mas reaproveitar de alguma maneira a energia que esta sendo jogada fora na forma de calor em um dispositivo ou simplesmente melhorar a eficiência de um mecanismo já existente podem ser opções viáveis. Em conjunto, todas estas ações podem colaborar significativamente com o meio ambiente no que tange à sustentabilidade do planeta minimizando o consumo global de energia.

Dentro deste contexto, este trabalho teve como motivação o uso de técnicas de otimização numérica, implementadas computacionalmente, para promover a evolução do projeto cinemático e dinâmico de um mecanismo articulado do tipo cursor, biela e manivela a fim de torná-lo energeticamente mais eficiente. Durante este processo, a otimização foi orientada para que o mecanismo em questão tivesse sua aplicação voltada para a implementação de um motor Stirling em sua configuração beta. Na prática, isto significa que foram trabalhadas opções de função multiobjetivo, com características multidisciplinares, visando melhorar o comportamento dinâmico do mecanismo, levando em conta as características térmicas associadas à sua futura aplicação. Toda esta estratégia busca ao

mesmo tempo reduzir o gasto energético associado ao funcionamento de um mecanismo que terá como futura aplicação à geração de energia limpa e barata a partir do aproveitamento de energia térmica na forma de calor onde esta se encontrar sendo desperdiçada.

De forma geral, observou-se na última década um crescente interesse por parte dos pesquisadores em estudos de caso na área de otimização de projetos de engenharia com aplicação no meio industrial. Esta tendência pode ser justificada pela evolução das técnicas de otimização bem como pela contínua progressão da capacidade de processamento que reduziu drasticamente o tempo das análises e tornou possível a solução de problemas de real utilidade para a indústria.

Lobato, F.S (2007) descreve que os modelos de engenharia são inerentemente complexos, sendo muitas vezes constituídos por sistemas de equações diferenciais parciais (EDPs) ou equações algébrica-diferenciais parciais (EADPs) que representam balanços de massa, energia e quantidade de movimento, dentre outras características. Elas estão sujeitas a restrições de trajetória, de igualdade, de desigualdade, além de restrições de contorno. Na prática, estas restrições são oriundas de limitações físicas e de operação às quais os projetos ficam submetidos e que estão associadas a questões ambientais, de segurança e econômicas, dentre outras. Diante desta realidade, percebe-se que as técnicas de otimização numérica podem dar a sua contribuição, pois possuem formulações e características adequadas ao tratamento de problemas complicados, onde os modelos matemáticos são não lineares, numericamente mal comportados e multidisciplinares.

A sequência geral de desenvolvimento deste trabalho partiu de uma revisão bibliográfica dos métodos clássicos de otimização. Além dos métodos sequenciais, foi abordada uma classe diferente de algoritmos de otimização que são inspirados na natureza, ou seja, surgiram de observações de fenômenos naturais onde um objetivo ótimo é atingido através de diferentes estratégias.

Na sequência foram formuladas e avaliadas diversas opções de funções multiobjetivo na tentativa de representar diferentes aspectos acoplados do comportamento do mecanismo (cinemática e dinâmica, levando em conta aspectos térmicos da sua aplicação).

As várias opções de função multiobjetivo foram analisadas e validadas, sendo comparados os resultados de otimização obtidos pelos métodos clássicos de otimização e pelos algoritmos genéticos (GA).

Gen, Mitsuo e Runwei Cheng (2000) descrevem que o método (GA) é fundamentado na genética e na teoria da evolução de Darwin, pois utiliza o conceito de cromossomos, operadores de seleção, reprodução, mutação, cruzamento, dentre outros.

No sentido de garantir a evolução consistente do mecanismo, este foi submetido a otimização com o auxílio da curva de Pareto e utilizando o algoritmo NSGA II, que é uma extensão do algoritmo NSGA desenvolvido por (Deb et al., 2000).

Dentre as diversas soluções obtidas, foi selecionada uma opção cujos resultados fossem geometricamente compatíveis com componentes comerciais existentes no mercado e que pudessem ser utilizados para a construção de um protótipo. A geometria e a constituição desta proposta de protótipo tiveram como finalidade promover o aproveitamento da energia térmica desperdiçada na forma de calor dissipado para o ambiente no coletor de escape de um motor de automóvel.

Sabe-se que o motor Stirling possui seu princípio básico de funcionamento associado a um mecanismo articulado do tipo cursor, biela e manivela. Ele é considerado por muitos como uma alternativa segura ao motor a vapor, uma vez que não existe a possibilidade de explosão da caldeira, ao mesmo tempo em que permite a utilização de praticamente qualquer fonte de calor como fonte de energia. Em função desta versatilidade associada à fonte de energia, este tipo de motor apresenta potencial de aplicação onde à característica da sustentabilidade se apresentar destacada, permitindo seu uso a partir de combustíveis alternativos, energia solar e geotérmica.

O princípio básico de operação do motor Stirling se fundamenta na transferência cíclica de uma quantidade fixa de gás entre duas câmaras (funcionamento estanque) em temperaturas diferentes. Esta transferência provoca a troca de calor entre o gás e as paredes das câmaras (quente e fria) e conseqüentemente a expansão e contração do gás que neste processo realiza trabalho através do mecanismo cursor-biela-manivela.

Do ponto de vista termodinâmico, o motor Stirling funciona de acordo com um ciclo ideal de quatro etapas que são executadas em dois tempos (cursos) do pistão. Estas etapas são mostradas na Fig. 1.1 e são as seguintes:

- 1 para 2 → Uma fonte externa de calor aquece o gás enquanto este se expande a fim de que sua temperatura permaneça constante, ou seja, ocorre uma expansão isotérmica à medida que o gás recebe energia externa na forma de calor.
- 2 para 3 → O calor é retirado do gás mantido a volume constante, ou seja, ocorre um resfriamento isocórico.
- 3 para 4 → O gás é refrigerado enquanto seu volume diminui para que sua temperatura não aumente, ou seja, ocorre uma compressão isotérmica com rejeição de calor.
- 4 para 1 → O gás é novamente aquecido à temperatura inicial e o ciclo recomeça, ou seja, o gás sofre um aquecimento isocórico com calor sendo recebido por ele.

Cabe ressaltar que o ciclo real implementado nos protótipos de motores difere do ideal apresentado acima.

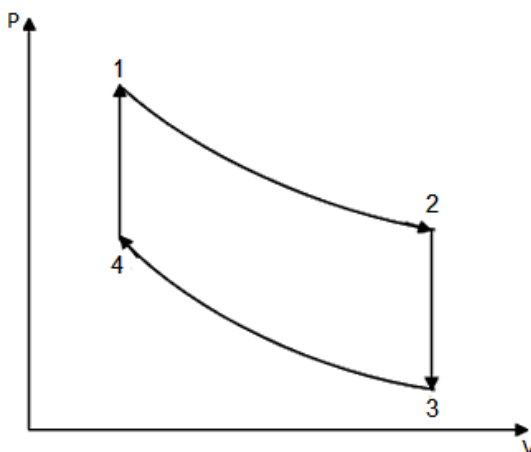


Figura 1.1 – Diagrama pressão em função do volume para o ciclo Stirling teórico.

Ao contrário dos motores de combustão interna, o fluido de trabalho nunca deixa o interior do motor, trata-se, portanto de uma máquina de ciclo fechado.

No motor Stirling pode-se usar o ar como fluido de trabalho, porém esta não é a opção que apresenta maior eficiência. Implementações de alta potência e rendimento utilizam gases como o hélio ou hidrogênio pressurizado. Em relação ao ar, estes gases possuem elevada condutividade térmica e baixa viscosidade, ou seja, transferem energia térmica (calor) mais rapidamente e tem menor resistência ao escoamento, potencializando o rendimento global da máquina.

As variações construtivas deste conceito permitem classificar os motores em três categorias, conforme mostrado nos itens a seguir.

1.1. Motor Stirling alpha

Nesta configuração, o motor Stirling é constituído por dois cursores ou pistões que operam em cilindros separados, conforme mostra a Fig. 1.2. Cada um dos cilindros está diretamente relacionado com uma das câmaras (quente ou fria) que ao receber o gás provoca a sua expansão ou contração.

Geralmente, na ligação entre as câmaras quente e fria é colocado um regenerador que funciona como um armazenador de energia. Quando da passagem do gás quente para a câmara fria, o regenerador absorve calor provocando um pré-resfriamento do gás. Quando da passagem do gás frio para a câmara quente, o regenerador cede a ele o calor

anteriormente armazenado provocando seu pré-aquecimento. Operando desta forma, o regenerador proporciona um sensível aumento na eficiência global do motor.

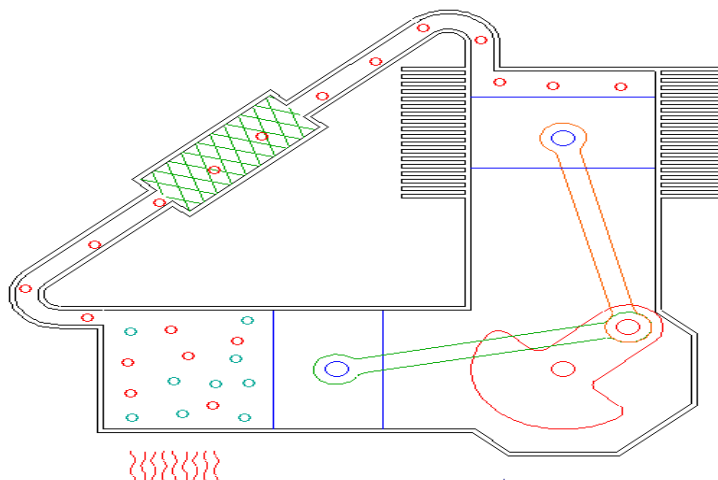


Figura 1.2 – Motor Stirling alpha (Retirado do site: Animated Engines).

1.2. Motor Stirling beta

Ao contrário da versão anterior, o motor Stirling beta tem um pistão de potência e um deslocador trabalhando simultaneamente em um mesmo cilindro, conforme mostra a Fig. 1.3.

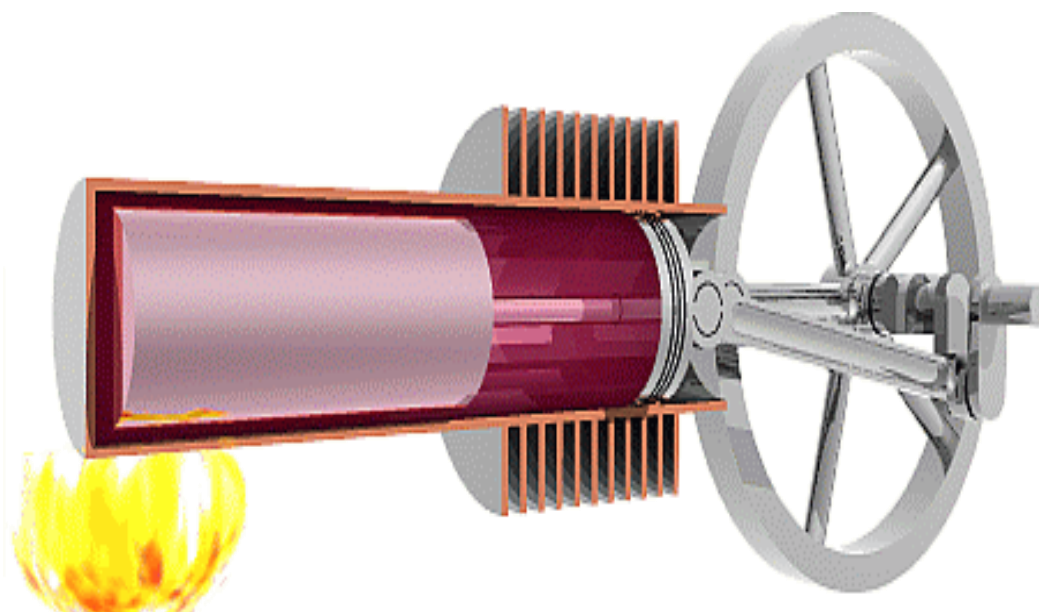


Figura 1.3 – Motor Stirling beta (Retirado do site: Animated Engines).

Na versão beta, as câmaras quente e fria estão definidas nas extremidades do cilindro único e o gás é transferido entre as câmaras a partir do movimento do deslocador. Este

deslocador se assemelha um pistão de grandes dimensões, porém o seu movimento por si só não provoca variação do volume do gás dentro do cilindro, sua função é simplesmente direcionar o gás à câmara adequada (quente ou fria) forçando sua passagem entre o deslocador e as paredes do cilindro.

1.3. Motor Stirling gama

Esta versão foi desenvolvida para situações onde a diferença de temperatura entre as câmaras quente e fria for pequena. Nela o pistão de potência e o deslocador trabalham em cilindros diferentes que apresentam uma grande diferença de tamanho, sendo o cilindro onde trabalha o deslocador bem maior que o cilindro onde opera o pistão.

As câmaras quente e fria são na verdade definidas nas extremidades do cilindro maior cujas paredes laterais são feitas de material isolante e a troca de calor é feita pelas tampas de material metálico. A Fig. 1.4 mostra um exemplo de motor Stirling gama.



Figura 1.4 – Motor Stirling gama (Ret. do site: www.olhio.edu/mechanical/stirling/engines).

1.4. Vantagens do motor Stirling

As principais vantagens do motor Stirling são:

- Tem potencial para ser menos poluente que seus concorrentes de combustão interna devido à sua combustão ser contínua.
- É silencioso e apresenta baixa vibração também em função da combustão ser contínua e externa ao motor.
- Pode utilizar qualquer fonte energética, desde que associada a uma diferença de temperatura entre as câmaras quente e fria.

1.5. Desvantagens do motor Stirling

Assim como quase todo sistema mecânico, o motor Stirling apresenta problemas tecnológicos que dificultam a sua aplicação em larga escala. As principais dificuldades associadas a este tipo de motor são:

- A dificuldade em dar a partida e de promover uma rápida e controlada variação em sua velocidade de rotação dificulta sobremaneira o seu emprego em aplicações automotivas.
- Por se tratar de uma máquina que opera segundo um ciclo fechado (funcionamento estanque) onde o fluido operante não se renova, o sistema de vedação representa uma barreira tecnológica importante. Criar um sistema de vedação que garanta a estanqueidade (principalmente quando o fluido operante é o gás hélio ou hidrogênio) sem implicar em atrito elevado representa um problema tecnológico a ser resolvido com o advento de novas tecnologias aplicadas.
- Os motores Stirling são caros, tanto para compra quanto para sua manutenção em função de ser uma tecnologia pouco difundida e cuja produção é feita em pequena escala.
- Alguns componentes apresentam desgaste elevado em função da alta temperatura de operação associada ao problema do atrito gerado pela necessidade de estanqueidade no funcionamento.

Além desta introdução, esta dissertação encontra-se dividida em mais seis capítulos, conforme descrito a seguir:

Capítulo 2: Este capítulo trata dos fundamentos teóricos das diferentes técnicas de otimização numérica.

Capítulo 3: Neste capítulo é apresentado o modelo matemático que representa o protótipo, bem como é feita a formulação do problema de otimização com o estabelecimento dos objetivos a serem alcançados. Todo o tratamento matemático dos diferentes aspectos do mecanismo analisado (cinemática, dinâmica e aspectos térmicos relacionados) é aqui apresentado.

Capítulo 4: Nesta parte é apresentada a aplicação do método heurístico dos algoritmos genéticos (MHGA) e a programação quadrática sequencial (SQP) conduzida com auxílio do software MATLAB®. Os métodos são aplicados separadamente a cada função objetivo com a finalidade de confrontação de resultados.

Capítulo 5: Neste capítulo é mostrada a utilização do método heurístico dos algoritmos genéticos (MHGA), programação quadrática sequencial peso (SQP_{peso}) e o algoritmo de classificação não dominada por algoritmo genético(NSGA II) para estimar os melhores valores das funções objetivo e suas variáveis de projeto conduzidas com auxílio do software MATLAB®.

Capítulo 6: Neste capítulo é feita a comparação entre os resultados obtidos através das diferentes abordagens exploradas nos capítulos anteriores.

Capítulo 7: Neste capítulo são apresentadas as conclusões e sugestões para continuidade deste trabalho.

Na parte final do texto encontram-se os anexos e as referências bibliográficas.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1. O conceito de otimização numérica

No contexto deste trabalho, o conceito de otimização pode ser entendido como sendo um conjunto de estratégias e métodos que buscam melhorar uma propriedade considerada importante em um sistema dinâmico.

No sentido matemático esta busca pode ser representada por uma função que, quando minimizada ou maximizada através de algoritmos numéricos, apresenta uma melhora significativa do desempenho do sistema dentro dos critérios estabelecidos para a sua aplicação. Para a engenharia, as técnicas de otimização representam uma classe de ferramentas capazes de provocar a evolução tecnológica dos sistemas mecânicos complexos existentes no mercado com um custo aceitável de desenvolvimento e dentro de um prazo compatível com a necessidade de renovação dos produtos.

Como auxílio das técnicas de otimização, os recursos disponíveis para o desenvolvimento de um produto podem ser utilizados de forma mais eficiente para a produção do novo ou para melhorar o que já existe, sempre objetivando a disponibilidade de produtos com melhor desempenho e contribuem para a melhora da qualidade de vida dos usuários.

Dentro deste contexto, a formulação de um problema de otimização Vanderplaats (2005) pode ser entendida matematicamente a partir dos seguintes conceitos:

- Função objetivo $F(\{x\})$ – é uma função matemática definida de forma a representar as características do sistema que se deseja aperfeiçoar;

- Vetor das variáveis de projeto $\{x_i\}$ – são os parâmetros (variáveis) usados para definir matematicamente a função objetivo;
- Restrições – são equações ou inequações que servem para delimitar regiões viáveis dentro do espaço de projeto (conjunto de todas as possíveis configurações de um sistema), bem como estabelecer uma faixa permitida de variação (valor mínimo e máximo) para todas as variáveis de projeto.

Butkewitsch (1998) comenta que um problema de engenharia pode aceitar diversas formulações de otimização, sendo que em algumas circunstâncias as restrições podem ser mais importantes do que a própria função objetivo. Nestas situações, a função objetivo passa a ser apenas uma referência para comparar o efeito do comportamento da otimização. Sendo assim, o sucesso de um procedimento de otimização depende muito de sua adequada formulação e conseqüentemente da definição dos métodos de solução mais adequados ao problema.

Na engenharia, as funções associadas ao comportamento (desempenho) de sistemas mecânicos são frequentemente não lineares e numericamente mal comportadas, sendo necessário conhecer profundamente as características e limitações do que se deseja melhorar ou desenvolver. Somado a isto, deve-se considerar que sistemas mecânicos complexos apresentam comportamentos acoplados que dificilmente são previstos pelo bom senso do engenheiro em uma análise tradicional. Esta característica faz com que a evolução de seu projeto se torne lenta e de custo elevado, destacando assim as vantagens de se usar as técnicas de otimização nestas aplicações.

2.2. Métodos de solução de problemas de otimização

De forma geral, os algoritmos numéricos de otimização executam uma busca no espaço de projeto visando obter a configuração ótima. Portanto, a solução do problema de otimização se resume na determinação de valores para as variáveis de projeto contidas em $\{x_i\}$ de forma que a função objetivo seja maximizada (ou minimizada), desde que sejam satisfeitas as restrições impostas.

Em função da diversidade das áreas de atuação da engenharia, vários métodos com diferentes características foram desenvolvidos para a solução dos problemas de otimização. Assim, a maior ou menor adequação de um método em relação aos outros depende do problema de otimização e da forma com que ele foi formulado.

De forma geral, os métodos de otimização podem ser divididos em dois grandes grupos, primeiramente aqueles baseados no cálculo de gradiente e os fundamentados em conceitos heurísticos.

2.3. Métodos clássicos de otimização

A minimização ou maximização de funções escalares de várias variáveis pode ser obtida através de diferentes métodos. Estes métodos podem ser classificados como sendo de ordem zero, de primeira ordem e de segunda ordem.

2.3.1. Métodos de ordem zero

O processo de otimização utilizando estes métodos requer uma grande quantidade de avaliações da função objetivo, uma vez que a busca não utiliza qualquer informação vinculada às derivadas da função objetivo. Sua aplicação é favorecida em situações onde o cálculo da função objetivo pode ser feito sem grande esforço computacional, em casos onde a função objetivo é discreta, apresenta irregularidades ou é descontínua.

2.3.2. Método de Powell

Este método se enquadra na classe de métodos de ordem zero por não fazer uso de derivadas da função objetivo e se destaca como o mais eficiente entre seus pares.

O método de Powell utiliza-se o conceito de direções conjugadas, ou seja, o método realiza inicialmente buscas unidirecionais na direção de cada variável de projeto de forma iterativa, definindo a partir daí a próxima direção de busca como uma combinação linear das direções anteriores Singiresu S. Rao (2009) conforme ilustrado na Fig. 2.1.

$$(S^i)^T H S^j = 0 \quad (2.1)$$

Onde:

$H \rightarrow$ Aproximação da matriz Hessiana

S^i e $S^j \rightarrow$ Direções conjugadas

$T \rightarrow$ Matriz transposta

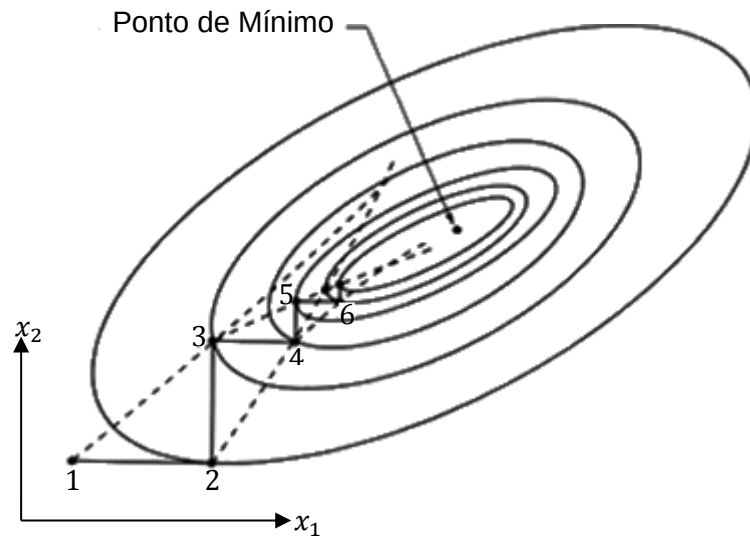


Figura 2.1 – Progresso do método de Powell (Reproduzido de Singiresu S. Rao, 2009).

O conceito básico do método de Powell é buscar primeiramente ao longo de n direções ortogonais S^i , $i = 1, \dots, n$, sendo estas as direções coordenadas, onde cada busca consiste em atualizar o vetor x , conforme mostra a Eq. (2.2).

$$x^q = x^{q-1} + \alpha^* S^{q-1} \quad (2.2)$$

Onde:

$x^q \rightarrow$ É o vetor de variáveis de projeto na iteração atual

$x^{q-1} \rightarrow$ É o vetor de variáveis de projeto na iteração anterior

$\alpha \rightarrow$ É um escalar que fornece o tamanho do passo ao longo da direção de busca, sendo sempre maior que zero ($\alpha > 0$)

$S^{q-1} \rightarrow$ É o vetor que define a direção de busca

Estas direções não são conjugadas, mas fornecem elementos para se construir tais direções. Após completar n buscas unidirecionais é criada uma nova direção de busca, conectando o primeiro e o último ponto.

2.3.3. Método da Seção Áurea

Este método é usado para procurar o extremo de uma função (máximo ou mínimo) ao longo de uma direção de busca (função de uma única variável) através da redução progressiva do intervalo de análise.

Esta técnica é bastante difundida, pois pode ser aplicada inclusive em casos especiais de funções multimodais, funções descontínuas ou que apresentem derivadas descontínuas Vanderplaats (2005).

2.4. Métodos de primeira ordem

Ao contrário dos métodos de ordem zero, os de primeira ordem fazem uso de informações relacionadas às primeiras derivadas da função objetivo para definir a direção de busca dentro do espaço de projeto. Como consequência, geralmente requerem menos avaliações da função objetivo e apresentam melhores características de convergência.

2.4.1. Método da máxima descida

A ideia por trás deste método é bastante simples e serve de base para os métodos mais sofisticados, porém o seu desempenho não é muito bom em função da baixa taxa de convergência. Esta característica está associada ao fato dele não levar em conta informações de buscas anteriores para a definição de uma nova direção de busca. Neste método, a direção de busca é sempre oposta à do gradiente da função objetivo no ponto avaliado, conforme mostra a Eq. (2.3).

$$S = -\nabla f(x) \quad (2.3)$$

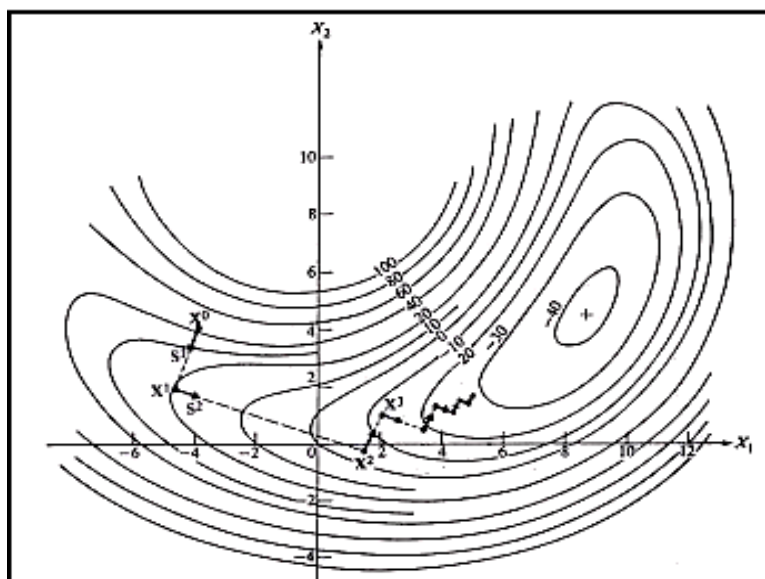


Figura 2.2 – Busca pelo ótimo usando o método da máxima descida (Vanderplaats, 2005).

A desvantagem desse método de acordo com Vanderplaats (2005) e Edgar et al. (2001) é a baixa taxa de convergência que pode ser explicada devido à redução das distâncias percorridas em cada iteração nas proximidades do ponto ótimo, exigindo assim a realização várias iterações sucessivas, até que o ponto ótimo seja alcançado, como mostra à Fig. 2.2.

2.4.2. Método da direção conjugada (Fletcher & Reeves)

Este método utiliza informações das iterações anteriores para determinar a iteração atual, fazendo com que alcance o ótimo em menos iterações. Este método apresenta também a característica de não perder eficiência de busca nas proximidades do ótimo (Vanderplaats, 2005).

A Fig. 2.3 ilustra que a diferença na eficiência deste algoritmo quando comparado ao da máxima descida.

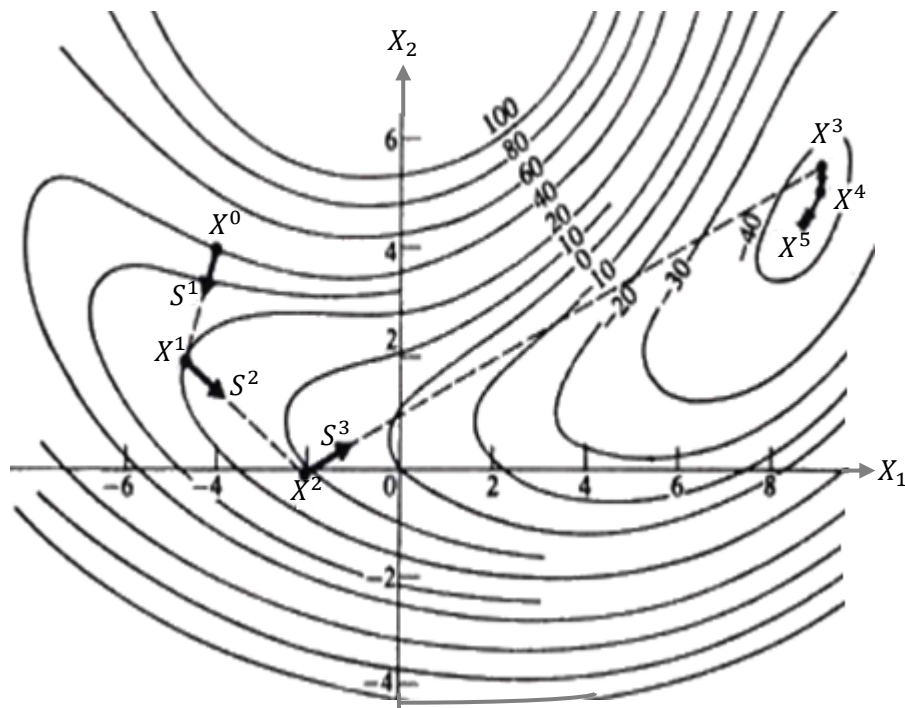


Figura 2.3 – Busca pelo ótimo usando o método das direções conjugadas. (Reproduzido de Vanderplaats, 2005).

A direção de busca usa o vetor oposto ao gradiente da função objetivo no início, nas iterações subsequentes, são usadas as direções conjugadas, conforme mostra a Eq. (2.4).

$$S^q = -\nabla F(X^q) + \beta^q S^{q-1} \quad (2.4)$$

Sendo β dado pela eq. (2.5)

$$\beta^q = \frac{|\nabla F(X^q)|^2}{|\nabla F(X^{q-1})|^2} \quad (2.5)$$

Sendo: $q \rightarrow$ ordem da iteração.

2.5. Métodos da métrica variável

Os métodos da métrica variável exploram uma ideia semelhante à do método das direções conjugadas. Porém, ao levar em conta as informações de direções de busca anteriores, eles o fazem através de métricas vetoriais sofisticadas que representam uma aproximação da inversa da matriz Hessiana e levam à convergência mais rapidamente. Para dar início ao processo, faz-se a matriz Hessiana igual à matriz Identidade. De acordo com esta estratégia, o procedimento de otimização apresenta comportamento parecido ao de um método de segunda ordem sem realizar efetivamente o cálculo da matriz Hessiana. Estes métodos são comumente denominados quase-Newton.

Os métodos de métrica variável mais utilizados são denominados Davidon-Fletcher-Powell (DFP) e Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS). A distinção entre ambos é motivada por uma diferença na equação de atualização da aproximação da inversa da matriz Hessiana utilizada nos algoritmos associados ao método. A expressão matemática do método da métrica variável na sua definição da direção de busca é dada pelas Eq. (2.6) à (2.11).

$$H^{q+1} = H^q + D^q \quad (2.6)$$

Sendo:

$$D^q = \frac{\sigma + \theta \tau}{\sigma^2} p p^T + \frac{\theta - 1}{\tau} H^q y (H^q y)^T - \frac{\theta}{\sigma} [H^q y p^T + p (H^q y)^T] \quad (2.7)$$

$$p = X^q - X^{(q-1)} \quad (2.8)$$

$$y = \nabla F(X^q) - \nabla F(X^{q-1}) \quad (2.9)$$

$$\sigma = p^T y \quad (2.10)$$

$$\tau = y^T H^q y \quad (2.11)$$

A escolha do parâmetro θ define o método utilizado. Se $\theta = 0$, tem-se o método da métrica variável DFP e caso $\theta = 1$, o método da métrica variável será BFGS. A apresentação detalhada dos métodos da métrica variável pode ser encontrada em Vanderplaats (2005).

2.6. Consideração sobre espaço de projeto com restrições

Os métodos já apresentados representam uma classe de métodos conhecidos como sequenciais, mas até aqui a influência das restrições não foi considerada na definição das direções de busca nem do passo de variação da busca unidirecional posterior.

Uma das maneiras de se inserir a influência das restrições no contexto da otimização sequencial é através da definição das chamadas funções pseudo-objetivo. Seguindo esta estratégia, a busca pelo ótimo no problema real de otimização com restrições pode ser implementada pela solução sequencial de outro problema sem restrições.

De forma geral, os problemas com restrição podem ser abordados a partir de algoritmos de otimização irrestrita pela introdução de funções pseudo-objetivo, que modificam a função objetivo original de forma a dar prioridade a configurações de projeto que se encontrem dentro do espaço de projetos viáveis. Geralmente as funções pseudo-objetivo são formuladas conforme mostrado na Eq.(2.12).

$$\Phi(x, r_p) = F(x) + r_p P(x) \quad (2.12)$$

Sendo:

$F(x) \rightarrow$ Função objetivo do problema de otimização irrestrita

$P(x) \rightarrow$ Função de penalidade

$r_p \rightarrow$ Parâmetro escalar

O parâmetro escalar definido acima determina a magnitude da penalidade a ser aplicada à função objetivo e pode ser mantido ou não constante durante o procedimento de

otimização. A apresentação detalhada deste parâmetro escalar pode ser encontrada em Vanderplaats (2005).

2.7. Métodos de segunda ordem

Os métodos de segunda ordem utilizam informações das primeiras e segundas derivadas da função objetivo na definição da direção de busca.

Em aplicações de Engenharia a função objetivo é, na maioria dos casos, uma função implícita das variáveis de projeto, de maneira que o cálculo analítico de todas as suas derivadas segundas se torna relativamente restrito ou até mesmo impossível. Além disso, o cálculo numérico das segundas derivadas apresenta um alto custo computacional, uma vez que muitas avaliações da função objetivo são necessárias para tal propósito.

Sendo assim, na prática, os métodos de segunda ordem tem aplicação restrita, pois as vantagens associadas à sua rápida convergência são geralmente eliminadas pelo elevado esforço computacional necessário à avaliação da matriz Hessiana.

2.7.1. Critérios de convergência

Considerando que os métodos baseados no cálculo de gradientes têm uma característica iterativa, surge a necessidade de que critérios de convergência sejam criados para finalizar o processo. Dentre os critérios mais importantes ressalta-se o conjunto de equações conhecido como condições de Kuhn-Tucker.

Estas condições são utilizadas na verificação periódica da convergência, sendo responsáveis por examinar os valores das restrições e da função objetivo, decidindo sobre a continuidade do procedimento de otimização.

Basicamente, as condições de Kuhn-Tucker estabelecem que a configuração ótima de projeto deva estar inserida em uma região viável do espaço de projeto, satisfazendo todas as restrições impostas.

Expressam também o equilíbrio entre os vetores gradiente das funções envolvidas na formulação do problema de otimização (função objetivo, restrições de igualdade e desigualdade), ou seja, satisfeita a equação, não existirá uma direção de busca preponderante pela qual o processo de otimização deva prosseguir, uma vez que todas as parcelas da equação se anulam.

O critério do número máximo de iterações, assim como o da diferença relativa ou absoluta na função objetivo são geralmente usados como critérios de parada conjuntamente

com as condições de Kuhn-Tucker, impedindo que os procedimentos de otimização se tornem excessivamente demorados. A Fig. 2.4 apresenta a interpretação geométrica das condições de Kuhn-Tucker.

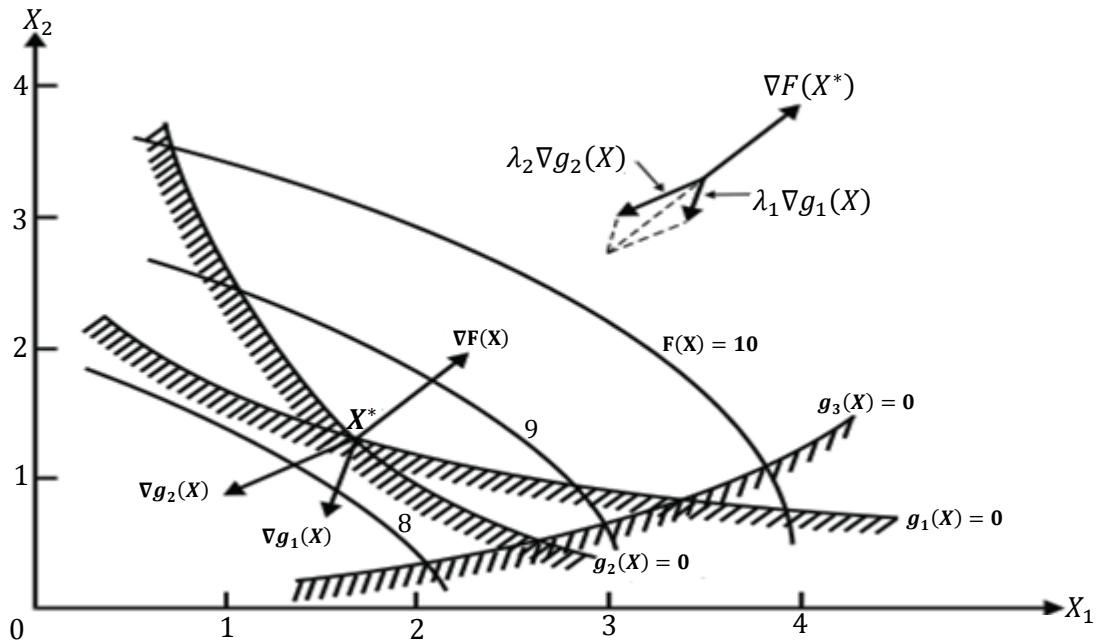


Figura 2.4 – Interpretação geométrica das condições de Kuhn-Tucker.

(Reproduzido de Vanderplaats, 2005).

2.7.2. Método dos multiplicadores de Lagrange

No caso do método os multiplicadores de Lagrange, a função pseudo-objetivo pode ser escrita conforme a Eq. (2.13).

$$A(x, \lambda, r_p) = F(x) + \sum_{j=1}^m (\lambda_j \psi_j + r_p \psi_j^2) + \sum_{k=1}^l \{\lambda_{k+m} h_k(x) + r_p [h_k(x)]^2\} \quad (2.13)$$

Onde: $\psi_j = \max \left[g_j(x), -\left(\frac{\lambda_j}{2r_p} \right) \right]$, com $j = 1, \dots, m$ e λ_{m+k} , com $k = 1, \dots, l$, são multiplicadores de Lagrange associados às condições de Kuhn-Tucker;

$g_j(x)$, com $j = 1, \dots, m$, são restrições de desigualdade;

$h_k(x)$, com $k = 1, \dots, l$, são restrições de igualdade.

Destaca-se que para a função pseudo-objetivo $A(x, \lambda, r_p)$, o somatório em j designa a contribuição de penalidade devido à violação de restrições de desigualdade. Estas últimas

são incorporadas de maneira a se eliminar um problema associado a um aumento do número das variáveis de projeto quando no caso de utilização de variáveis de folga para que as restrições de desigualdade tornem restrições de igualdade. O somatório em k , por sua vez, representa a contribuição de penalidade devido a violação das restrições de igualdade. Ambos os somatórios incluem termos dependentes dos multiplicadores de Lagrange e uma função de penalidade exterior.

2.8. Programação quadrática sequencial – SQP (*Sequential Quadratic Programming*)

O método da programação quadrática sequencial (SQP) resolve uma sequência de aproximações quadráticas do problema não linear original. De acordo com este método, as restrições não lineares são linearizadas em torno do ponto selecionado. O objetivo dessa metodologia é obter uma aproximação quadrática da função Lagrangeano e utilizar um dos métodos de penalidade para transformá-lo em um problema sem restrições.

A aproximação quadrática que determina a direção de busca é dada pelas Eq. (2.14) à (2.16).

Minimizar:

$$Q(S) = f(X) + \nabla f(X)^T S + \frac{1}{2} S^T B S \quad (2.14)$$

Sujeito a:

$$\nabla g_j(X)^T S + \delta_j g_j(X) \leq 0, \text{ para } j = 1, \dots, m \quad (2.15)$$

$$\nabla g_K(X)^T S + \delta_j g_K(X) \leq 0, \text{ para } k = 1, \dots, l \quad (2.16)$$

Sendo as variáveis de projeto componentes de S . A matriz B é positiva definida, a qual assume no início do processo iterativo o valor de matriz identidade, sendo atualizada em iterações subsequentes utilizando a matriz Hessiana da função Lagrangeano. Os parâmetros escalares δ_j e $\bar{\delta}$ são dependentes do problema e são utilizados para prevenir inconsistências entre as restrições linearizadas. De acordo com Vanderplaats (2005) estes parâmetros são definidos conforme as Eq. (2.17) e (2.18).

$$\bar{\delta}_j = \begin{cases} 1 & \text{se } g_j(x) < 0 \\ \bar{\delta} & \text{se } g_j(x) \geq 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Para

$$0 \leq \bar{\delta} \leq 1 \quad (2.18)$$

De acordo com Edgar et al. (2001) e Vanderplaats (2005), o parâmetro $\bar{\delta}$ é estimado em 0,9 ou 0,95.

O algoritmo SQP obtém informações de segunda ordem, o que implica em taxas de convergência muito próximas dos métodos clássicos também de segunda ordem (Vanderplaats, 2005). Porém, para problemas com mais de 1000 variáveis podem surgir problemas ligados ao armazenamento da matriz Hessiana (Edgar et al., 2001).

O algoritmo SQP é muito utilizado quando se trata de problemas de grande dimensão. Porém, ele gera pontos com grandes violações de restrições. A vantagem da utilização deste algoritmo é que ele requer poucas avaliações da função objetivo e as restrições de igualdade a cada iteração são quase que desprezadas. A desvantagem é que quase sempre viola as restrições não lineares até a convergência e muitas das vezes com valores extremamente grandes.

2.9. Métodos heurísticos de otimização

Estes métodos abrangem algumas das alternativas mais difundidas para implementar procedimentos de otimização. Dentre estas técnicas, destaca-se:

- **Algoritmos Genéticos:** Tem como base a genética e a teoria da evolução de Darwin, utiliza o conceito de cromossomos, operadores de seleção, reprodução, mutação, cruzamento, entre outros;
- **Colônia de Formigas:** Baseado na forma segundo a qual as formigas buscam alimento utilizando suas habilidades ou seguindo indivíduos antecessores que deixam para trás feromônios (substâncias químicas que são captadas por outras formigas) para orientar possíveis seguidores;
- **Enxame de Partículas:** Por exemplo, o comportamento dos pássaros, onde aparecem os efeitos de bando se comportando como um conjunto e também a influência de cada indivíduo em particular;

- **Evolução Diferencial:** É um algoritmo estrutural que tem como base a soma de vetores e multiplicação de um vetor por um escalar;
- **Recozimento Simulado:** Baseado no processo de resfriamento de metais, que se for feito de forma lenta permite um alto grau de ordenamento dos átomos (estrutura cristalina) e se for rápido tende a acarretar estruturas com defeitos ou de caracterização vítrea, que do ponto de vista da otimização podem ser associados a ótimos (mínimos) locais.

2.10. Método heurístico dos algoritmos genéticos (MHGA)

O método heurístico algoritmos genéticos (MHGA) pesquisa o espaço de solução de uma função por meio da utilização de evolução simulada, ou seja, como uma estratégia de sucesso para a sobrevivência. Em geral, a habilidade de sobreviver inerente aos indivíduos mais aptos de uma população faz com que eles também tenham sucesso em sua reprodução de forma que seus descendentes façam parte da próxima geração. Pensando desta forma, espera-se que na sequência do tempo haja uma seleção natural que melhore progressivamente as capacidades dos indivíduos das gerações sucessivas.

Nesta dissertação foi utilizado o método dos algoritmos genéticos (GA) visando otimizar funções objetivo relacionadas a um mecanismo de quatro barras do tipo cursor, biela e manivela que representa um motor Stirling. Também, a implementação do método foi feita usando o software comercial MATLAB®, em função de sua confiabilidade, eficiência, portabilidade, vasta biblioteca de recursos e funções. Também, tendo opção de implementar muitas funções auxiliares na otimização de uma função.

Algoritmos para otimização de funções geralmente tem sua eficiência limitada a funções convexas regulares. No entanto, a realidade da engenharia muitas vezes leva a funções multimodais e descontínuas. Nesta aplicação o GA foi escolhido como ferramenta em função de já ter sido amplamente testado pela comunidade científica em aplicações envolvendo funções não lineares, multimodais e problemas não convexas. De forma geral, os algoritmos genéticos foram utilizados para resolver problemas complicados com funções objetivo que não possuem "boas propriedades", (Holland, 1975; Davis, 1991; Michalewicz, 1999; Goldberg, 1989).

Sabe-se que as técnicas tradicionais de busca utilizam-se das características do problema para determinar o ponto de amostragem seguinte (gradientes, matriz Hessiana, linearidade, continuidade, etc.). Técnicas de busca estocástica não fazem estas suposições.

Ao invés disto, o próximo ponto amostrado é determinado com base em amostragem aleatória baseada em uma regra de decisão.

Estes algoritmos podem manter e manipular uma família ou população de soluções e implementar uma regra de “sobrevivência do mais forte ou do mais apto” na busca por melhores soluções.

A exploração simultânea das diversas áreas promissoras do espaço de solução acontece devido aos paralelismos implícito e explícito. Os algoritmos genéticos têm sido eficientes para resolver problemas lineares e não lineares, explorando todas as regiões do espaço de estado, inclusive suas áreas promissoras através de mutação, crossover e as operações de seleção aplicadas aos indivíduos da população (Michalewicz, 1999).

Uma discussão mais completa e detalhada a respeito dos algoritmos genéticos, incluindo extensões e assuntos relacionados, pode ser encontrada em Holland (1975), Goldberg (1989), Davis (1991) e Michalewicz (1999). A sequência geral de implementação de um algoritmo genético encontra-se apresentada na Fig.2.5.

O uso do GA requer a determinação de seis itens fundamentais associados ao princípio que norteia sua formulação. Estes itens encontram-se discutidos a seguir.

2.10.1. Representação do cromossomo (indivíduo)

Em qualquer implementação do GA é necessária uma representação do cromossomo para descrever cada indivíduo da população de interesse. O esquema de representação determina como o problema está estruturado e também determina os operadores genéticos a serem utilizados.

Cada indivíduo ou cromossomo é constituído de uma sequência de genes a partir de um alfabeto. Este alfabeto poderia consistir em dígitos binários (0 e 1), números de ponto flutuante, símbolos (ou seja, A, B, C, D,...), matrizes ou outras formas de representar este alfabeto.

No projeto original de Holland, o alfabeto foi limitado a dígitos binários. A partir daí, a representação do problema tornou-se objeto de muita investigação. Após vários estudos realizados, constatou-se que a representação mais natural e simples é também a mais eficiente e que produz soluções melhores (Michalewicz, 1999).

Outra representação útil para um indivíduo ou cromossomo visando à otimização de uma função é aquela que envolve genes ou variáveis a partir de um alfabeto de números de ponto flutuante com valores dentro dos limites superiores e inferiores das variáveis (Michalewicz, 1999).

Após várias experimentações comparando implementações do GA usando representação de indivíduos através de binários e números reais mostrou que esta última se apresenta sempre mais eficiente em termos do tempo de processamento de dados. Além disto, a representação do indivíduo usando números reais oferece maior precisão e resultados mais consistentes em repetições (Michalewicz, 1999). A Fig. 2.5 é um exemplo de um algoritmo simples.

- (1) Fornecer uma população inicial (P_0) composta por N indivíduos (candidatos a ser solução do problema). Cada uma das soluções consiste de vetores $x_i \in (0, 1)$ para representação binária ou $x_i \in R$ para representação real;
- (2) Classificar cada solução x_i , $i = 1, \dots, N$ com relação ao cálculo da função de adaptação;
- (3) Selecionar os indivíduos mais aptos (P'_1) de acordo com uma estratégia de seleção ($p_i - 1$);
- (4) Aplicar o operador genético de cruzamento que utiliza a representação binária ou recombinação que é representada por pontos flutuantes (P'_1);
- (5) Aplicar operador genético de mutação p_i ;
- (6) Gerar uma nova população ($i \leftarrow i + 1$);
- (7) Repetir as etapas 2 a 6 até que um critério de convergência seja satisfeito;
- (8) Gravar a melhor solução encontrada.

Figura 2.5 – Exemplo de um algoritmo genético simples.

(Reproduzido de John Holland - Adaptation in natural and artificial systems.)

2.10.2. Função de seleção

A seleção dos indivíduos para produzir sucessivas gerações desempenha um papel extremamente importante no algoritmo genético.

A seleção probabilística é realizada com base na aptidão do indivíduo, de tal forma que os indivíduos melhor capacitados têm uma maior chance de serem selecionados.

De acordo com esta estratégia, um dado indivíduo da população pode ser selecionado mais de uma vez para se reproduzir para a próxima geração.

Existem diversas opções para a implementação do processo seletivo, dentre eles: seleção por roleta e suas extensões, técnicas de dimensionamento, torneios, modelos elitistas, e os métodos de classificação (Goldberg, 1989), (Michalewicz, 1999). Uma

abordagem comum de seleção é atribuir uma probabilidade de seleção, P_j para cada indivíduo j separadamente tendo como base o seu valor de aptidão. Uma série de números

aleatórios N são gerados e comparados com a probabilidade cumulativa, $C_i = \sum_{j=1}^i P_j$ da população.

O indivíduo apropriado, i , é selecionado e copiado para a nova população se $C_{i-1} < (0, 1) \leq C_i$.

Existem vários métodos para atribuir probabilidades aos indivíduos, dentre eles: roleta, ranking e geométrica linear.

2.10.3. Seleção por roleta

Este foi o primeiro método desenvolvido por Holland (1975). Segundo ele, a probabilidade P_i , associada a cada indivíduo é definida conforme mostra a Eq. (2.19).

$$P [\text{indivíduo } i \text{ é escolhido}] = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^{pop\ size} F_j} \quad (2.19)$$

Onde F_j é igual à aptidão do indivíduo i , e pop size é o tamanho da população.

A utilização de limites de seleção por roleta para o algoritmo genético de maximização da função de avaliação deve mapear as soluções para um conjunto totalmente ordenado de valores em R^+ . Extensões, como janelas e escala, têm sido propostas para permitir a minimização e negatividade.

Métodos de classificação requerem apenas a função de avaliação para mapear as soluções para um par ordenado parcialmente definido.

Métodos de posição para atribuir P_i com base na classificação da solução i quando todas as soluções são classificadas. Classificação geométrica normalizada (Houck, Joines and Kay, 1995), definir P_i para cada um individualmente conforme Eq. (2.20) e (2.21):

$$P [\text{selecionando o } h \text{ indivíduo}] = q'(1 - q)^{r-1} \quad (2.20)$$

Onde:

$q \rightarrow$ A probabilidade de selecionar o melhor indivíduo

$r \rightarrow$ A classificação do indivíduo, em que 1 é o melhor

$P \rightarrow$ Dimensão da população

$$q' = \frac{q}{1 - (1 - q)^p} \quad (2.21)$$

A seleção por torneio, assim como os métodos de classificação, requer apenas a função de avaliação para mapear soluções para um conjunto parcialmente ordenado. No entanto, este método não atribui probabilidades.

A seleção funciona, escolhendo indivíduos aleatoriamente, com reposição da população, e insere o melhor indivíduo do torneio para a nova população. Este procedimento é repetido até que os N indivíduos sejam selecionados.

2.10.4. Operadores genéticos

Os operadores genéticos fornecem o mecanismo de pesquisa básica do GA. Os operadores são utilizados para criar novas soluções baseada em indivíduos existentes na população. Existem dois tipos básicos de operadores: crossover e mutação.

No crossover dois indivíduos são usados para produzir dois novos indivíduos, enquanto que na mutação um único indivíduo é alterado para gerar uma nova solução. Estes dois operadores exercem influência no GA.

A aplicação destes dois tipos básicos de operadores e suas derivações depende da representação utilizada para o cromossomo.

Para exemplificar, considere que $\bar{X}$ e $\bar{Y}$ sejam dois vetores m -dimensionais que denotam indivíduos (pais) da população. Para $\bar{X}$ e $\bar{Y}$ binários, os operadores seguintes são definidos: mutação e crossover binário simples.

A mutação binária transforma cada bit de cada indivíduo da população com probabilidade P_m de acordo com a Eq. (2.22):

$$x'_i = \begin{cases} 1 - x_i, & \text{se } U(0, 1) < P_m \\ x_i, & \text{se } U(0, 1) \geq P_m \end{cases} \quad (2.22)$$

Cruzamento simples gera um número aleatório r a partir de uma distribuição uniforme de 1 a m e cria dois novos indivíduos ($\bar{X}'$ e $\bar{Y}'$) conforme as Eq. (2.23) e (2.24):

$$\bar{x}'_i = \begin{cases} x_i, & \text{se } i < r \\ y_i, & \text{se } i \geq r \end{cases} \quad (2.23)$$

$$\bar{y}'_i = \begin{cases} y_i, & \text{se } i < r \\ x_i, & \text{se } i \geq r \end{cases} \quad (2.24)$$

No caso de representações de operadores para valor real, ou seja, um alfabeto aleatório que foi desenvolvido por Michalewicz (1994) tem-se a seguinte situação. Para $\bar{X}$ e $\bar{Y}$ reais, pode-se definir os seguintes operadores: mutação uniforme, não uniforme, multi não uniforme, mutação limite, crossover simples, crossover aritmética e crossover heurístico.

Se considerarmos a_i e b_i serem os limites inferior e superior, respectivamente, para cada variável i , uma mutação uniforme seleciona aleatoriamente uma variável, j , e define-a como sendo igual a um número aleatório $U(a_i, b_i)$, de acordo com a Eq. (2.25):

$$x'_i = \begin{cases} U(a_i, b_i), & \text{se } i = j \\ x_i, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.25)$$

No caso da mutação limite, uma variável j é aleatoriamente selecionada e definida como seu valor limite inferior ou superior, em que $r = U(0,1)$, conforme mostra a Eq. (2.26).

$$x'_i = \begin{cases} a_i, & \text{se } i = j, r < 0,5 \\ b_i, & \text{se } i = j, r \geq 0,5 \\ x_i, & \text{nos demais casos} \end{cases} \quad (2.26)$$

No caso da mutação não uniforme uma variável j , é aleatoriamente selecionada e definida igual a um número não aleatório uniforme conforme mostram as Eq. (2.27) e (2.28).

$$x'_i = \begin{cases} x_i + (b_i - x_i)f(G), & \text{se } r_i < 0,5 \\ x_i - (x_i - a_i)f(G), & \text{se } r_i \geq 0,5 \\ x_i, & \text{nos demais casos} \end{cases} \quad (2.27)$$

onde:

$$f(G) = \left(r_2 \left(1 - \frac{G}{G_{max}} \right) \right)^b \quad (2.28)$$

sendo:

$r_1, r_2 \rightarrow$ Um número aleatório uniforme entre 0 e 1;

$G \rightarrow$ Geração atual;

$G_{max} \rightarrow$ Número máximo de gerações;

$b \rightarrow$ Um parâmetro de forma.

O operador de mutação multi-não uniforme aplica o operador não uniforme a todas as variáveis na matriz $\bar{X}$.

O cruzamento simples considerando a representação de valor real é idêntico à versão binária apresentada anteriormente nas Eq. (2.23) e (2.24).

No caso do cruzamento aritmético, ele produz duas combinações lineares complementares dos pais, onde $r = U(0,1)$, conforme as Eq. (2.29) e (2.30).

$$\bar{X}' = r(\bar{X}) + (1 - r)\bar{Y} \quad (2.29)$$

$$\bar{Y}' = (1 - r)\bar{X} + r(\bar{Y}) \quad (2.30)$$

No caso do cruzamento heurístico, ele produz uma extrapolação linear dos dois indivíduos, sendo este o único operador que utiliza informações da forma física.

Segundo este operador, um novo indivíduo, $\bar{X}_0$, é criado usando a Eq.(2.31), em que $r = U(0,1)$ e $\bar{X}$ é melhor do que $\bar{Y}$ em termos de forma física.

Se $\bar{X}_0$ é inviável, ou seja, de viabilidade igual à zero (0) como dado pela Eq.(2.33), um novo número aleatório r deve ser gerado e em seguida criar uma nova solução usando a Eq. (2.31), ou então, o processo deve ser interrompido. Para garantir a suspensão após falhas de t , os filhos devem ser iguais aos pais e o procedimento deve ser parado.

$$\bar{X}' = \bar{X} + r(\bar{X} - \bar{Y}) \quad (2.31)$$

$$\bar{Y}' = \bar{X} \quad (2.32)$$

$$\text{viabilidade} = \begin{cases} 1, & \text{se } x'_i > a_i, \ x'_i \leq b_i \forall i \\ 0, & \text{nos demais casos} \end{cases} \quad (2.33)$$

2.10.5. Inicialização, término e função de avaliação

Para dar início ao procedimento de otimização, a população inicial deve ser fornecida ao GA tal como indicado no passo 1 da Fig. 2.5. O método mais comum é o de gerar aleatoriamente soluções para toda a população. No entanto, já que o GA pode melhorar as soluções existentes iterativamente, a população inicial pode ser composta a partir de soluções potencialmente boas e o restante da população ser gerado a partir de soluções aleatórias.

O GA progride de geração em geração selecionando e reproduzindo os indivíduos até que um critério de parada seja atendido. O critério de parada mais utilizado é o que especifica um número máximo de gerações.

Outra estratégia envolve a terminação baseada na convergência de critérios populacionais. De um modo geral, o GA forçará a maior parte da população a convergir para uma única solução. Quando a soma dos desvios entre indivíduos se tornar menor do que um limite especificado, o algoritmo pode ser terminado.

O algoritmo pode também ser encerrado devido à falta de melhoria na solução sobre um número especificado de gerações. Alternativamente, um valor objetivo para a medida de avaliação pode ser estabelecido com base em alguns limites arbitrariamente "aceitáveis". Várias estratégias podem ser usadas em conjunto.

2.11. Considerações sobre otimização multiobjetivo ou multicritérios

O desenvolvimento de projetos reais de engenharia quase sempre envolve mais de uma função objetivo. Diante desta realidade, é necessário estabelecer um "peso" para cada uma dessas funções, propiciando igualdade da influência de cada um dos objetivos no sentido de alcançar um resultado global satisfatório.

A otimização simultânea destes objetivos pode ser usada, por exemplo, para reduzir o custo financeiro do projeto ou proporcionar um aumento na eficiência do que já existe. Seja na fabricação de um freezer, em que critérios como baixo consumo de energia elétrica e maior capacidade de retirar calor do seu interior é almejada, ou na aquisição de um sofá, em que critérios como o preço e conforto são desejáveis. Dentro deste contexto, as soluções de compromisso encontradas podem ser representadas de acordo com a Fig. 2.6.

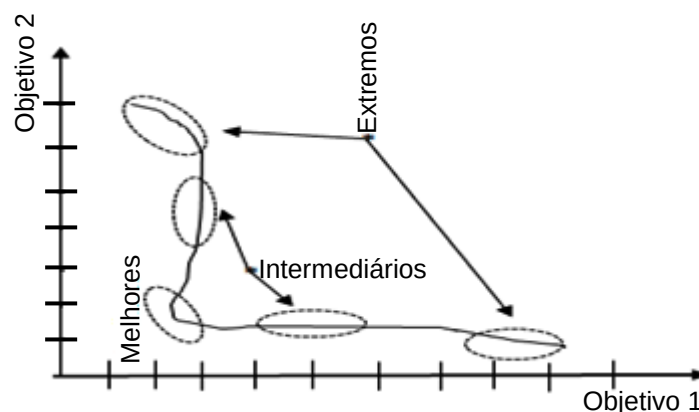


Figura 2.6 – Solução de compromisso entre os objetivos de um projeto.

O conceito de otimização multiobjetivo origina-se no trabalho de Pareto V., 1896. Ao tentar resolver problemas de economia nos quais vários objetivos deveriam ser alcançados simultaneamente.

Sendo assim, existem várias técnicas que permitem a construção de uma única função a ser minimizada sendo ela construída usando cada um dos elementos do vetor de funções objetivo.

Vanderplaats (2005) demonstra uma abordagem conhecida como – *compromise programming approach* – em que k funções objetivo $F_k(X)$ são agrupadas em uma única função $F(X)$ tomando-se como referência valores de ponderação ou pesos w_k , valores desejados (F^*) e valores considerados como ruins (F_k^{pior}) conforme mostrado na Eq.(2.34) a seguir.

$$F(X) = \left\{ \sum_{k=1}^m \left[\frac{w_k (F_k(X) - F_k^*(X))}{F_k^{pior}(X) - F_k^*(X)} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.34)$$

Lembrando que:

$w_k \rightarrow$ Fator de ponderação da k -ésima função objetivo

$F_k(X) \rightarrow$ K -ésima função objetivo

$F_k^*(X) \rightarrow$ K -ésima função objetivo alvo

$F_k^{pior}(X) \rightarrow$ Pior valor conhecido da k -ésima função objetivo

2.12. Método NSGA II (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm) – Classificação Não Dominada por Algoritmo Genético

O algoritmo NSGA II é uma extensão do NSGA desenvolvido por Deb et al. (2000). O NSGA é um algoritmo genético muito conhecido que tem como base a não dominação, sendo muito utilizado para otimizar funções multiobjetivo.

O algoritmo NSGA é muito eficiente, mas recebe algumas críticas devido à complexidade de sua implementação computacional, à falta de elitismo e por escolher o valor do parâmetro ideal para compartilhar.

2.12.1. Elitismo

O elitismo é um operador que mantém nas gerações posteriores as melhores soluções encontradas nas gerações anteriores, evitando assim que possíveis candidatos ao ponto ótimo sejam perdidos.

Uma forma de implementar o elitismo é copiar diretamente as $n\%$ melhores soluções da população atual na população seguinte. O restante das $(100 - n)\%$ soluções é gerada usando os operadores genéticos usuais (Castro, 2001).

Outra forma de elitismo consiste em criar a população seguinte a partir da população atual usando os operadores genéticos usuais e, em seguida, escolher as melhores N soluções de ambas as populações (Ticona, 2003).

2.12.2. Versão modificada NSGA II

A versão modificada NSGA II foi desenvolvida para realizar um ordenamento elitista por não dominância e nenhum parâmetro de partilha deve ser escolhido. Da mesma maneira que os GA convencionais (Lobato, 2007), o NSGA II trabalha com uma população pai P para gerar a população filha Q .

Na primeira geração, gera-se uma população P_0 ordenada por não dominância. Cada solução tem um valor de aptidão igual a seu nível de não dominância, sendo que 1 é o melhor nível, 2 é o segundo melhor nível e assim por diante. Aplicando os operadores de seleção por torneio, cruzamento e mutação, obtém-se a população filha Q_0 , de mesmo tamanho que P . Ambas as populações são reunidas em um conjunto R_0 . Para n gerações seguintes o algoritmo NSGA II trabalha com a população R_n .

Executa-se um ordenamento por não dominância sobre a t -ésima geração R_t , obtendo-se as fronteiras, $F_1, F_2, \dots, F_n$, que são inseridas na nova população P_{n+1} .

Assim, N soluções são inseridas e N soluções de R_n são descartadas mantendo a seguinte sequência: primeiramente inserir as soluções em F_1 , logo após F_2 , e assim por diante. A Fig. 2.7 exemplifica esse ordenamento.

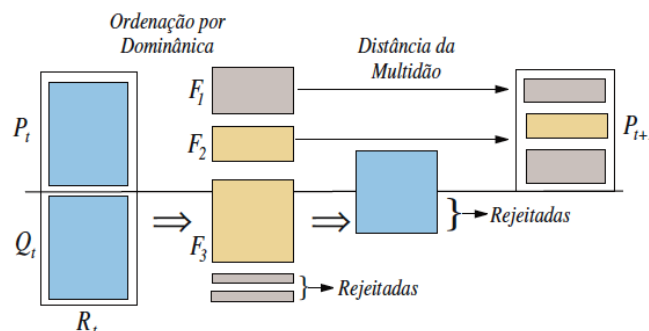


Figura 2.7 – Estrutura do NSGA II (Reproduzido de Deb, 2001).

Cada conjunto F_i deve ser na sua totalidade em P_{t+1} , o que acontece enquanto $P_{n+1} + |F_j| \leq N$. Ao inserir, F_j tal que $|F_j| > N - P_{n-1}$, o algoritmo NSGA II utiliza as soluções de F_j que estejam melhores espalhadas.

2.12.3. Método *crowding distance* (distância da multidão)

O método *crowding distance* (distância da multidão) é um dos recursos utilizados pelo algoritmo NSGA II após determinar as distâncias, ordenar os conjuntos F_1 na forma decrescente em relação as suas distâncias, transferindo as primeiras $N - |P_n + 1|$ soluções de F_1 para P_{n+1} . Então, gera-se $|Q_{n+1}|$ a partir de $|P_{n+1}|$ usando o operador de seleção de torneio por multidão, cruzamento e mutação.

A estimativa do perímetro é representada pela figura geométrica na forma de um cubo onde os vértices são os vizinhos mais próximos oriundos do operador de distância de multidão d_i de uma solução i . Os vizinhos de i dependem do tamanho do cuboide, ou seja, quanto maior o cuboide da solução de i , maior será o afastamento de i para com seus vizinhos.

Para as soluções nas extremidades em cada objetivo terão um cuboide infinito. A Fig. 2.8 ilustra a distância de multidão para a solução i .

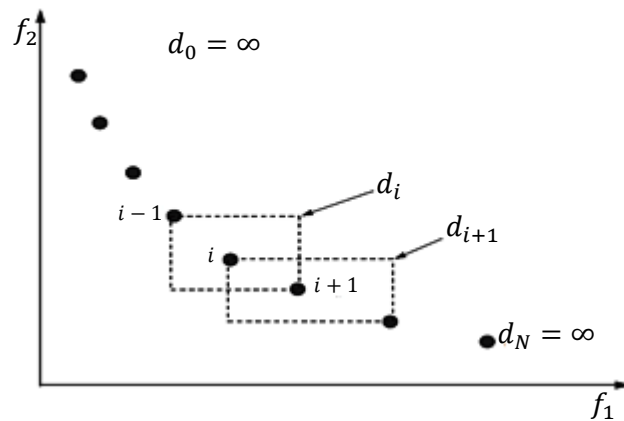


Figura 2.8 - Esquema geral do operador de distância da multidão - NSGA II.
(Reproduzido de Deb, 2001).

A Eq. (2.35) assegura que as soluções mais afastadas tenham d_i maiores. De maneira alternativa, pode-se utilizar o operador de compartilhamento para calcular o contador de nicho.

$$d_{I_1^m} = d_{I_1^m} + \frac{f_m^{I_{i+1}^m} - f_m^{I_{i-1}^m}}{f_m^{max} - f_m^{min}} \quad (2.35)$$

A Tab. 2.1 descreve o procedimento para encontrar a distância de multidão, onde I_1^m representa a i -ésima solução na lista ordenada pelo objetivo m . Sendo que I_1^m e I_l^m são os elementos da lista com menor e maior valor de um objetivo m . Os valores dos vizinhos de i na m -ésima função objetivo são $f_m^{I_{i+1}^m}$ e $f_m^{I_{i-1}^m}$. Os parâmetros dos limites máximo e mínimo em cada objetivo são f_m^{max} e f_m^{min} .

Tabela 2.1 - Cálculo da distância da multidão – NSGA II

Parâmetro de entrada	
F_1	Conjunto de soluções na fronteira i
l	Indica o número de soluções em F_1
$d_i = 0$	Será atribuído para cada solução em F_1
$m = 1, \dots, M$	Para cada função objetivo
$d_1 = 0$	Ordena-se de maneira decrescente as soluções por F_m
$d_{I_1^m} = \infty$	Cálculo da solução extrema (mínimo e máximo) para cada um dos M objetivos
$i = 1, \dots, l - 1$	Calcular $d_{I_1^m}$ utilizando a Eq. (2.35)

2.12.4. Operador de seleção por torneio de multidão do NSGA II

O operador de seleção por torneio de multidão (*crowded tournament selection operator*) do NSGA II incorpora uma pequena modificação no método de seleção por torneio. Fazendo uso do operador corporativo que leva em conta a multidão de uma solução (*crowded tournament selection operator*) $< c$ (cópias). Uma solução i é considerada vencedora em um torneio contra uma solução j , se (Deb, 2001):

A solução i possui um melhor nível de não dominância, $r_i < r_j$;

- Se ambas as soluções estão no mesmo nível, mas i tem uma distância da multidão maior, $d_i < d_j$.

A grande vantagem do NSGA II é manter a diversidade entre as soluções não dominadas. Também, a não incorporação do parâmetro σ_{share} da mesma maneira que no MOGA (Deb, 2001). Sua complexidade computacional é a soma de três situações:

- Para se ordenar R por não dominância é necessário comparar cada uma das $2N$ soluções contra $(2N - 1)$ soluções em cada um dos M objetivos.
- Para obter as distâncias da multidão no pior caso, quando todas as soluções de R estão em F_1 , é necessário ordenar F_1 para cada objetivo, obtendo uma ordem de $\mathcal{O}(M N \log N)$.
- Então, passar as N melhores soluções de F_1 a P_{n+1} , ordena-se conforme o operador $<$ c (cópias), resultando em $\mathcal{O}(M N \log N)$ comparações. Assim, a complexidade do algoritmo NSGA II é da ordem de $\mathcal{O}(MN^2)$ (Deb, 2001).

Quando o conjunto F_1 tem um tamanho maior que N soluções, ao utilizar a distância da multidão algumas soluções potenciais são perdidas, sendo um ponto negativo desse algoritmo. Uma situação que exemplifica este caso esta representada na Fig. 2.10. Nela o conjunto F_1 contém várias soluções ótimas de Pareto muito próximas e algumas soluções distantes e não ótimas de Pareto, mas não dominada no momento.

Sendo o cuboide da solução não dominada maior, esta solução será copiada em $|P_{n+1}|$ enquanto uma solução ótima de Pareto é eliminada. A Fig. 2.9(a) representa esta situação. Após, a aplicação o algoritmo de corte para NSGA II, demonstrado na Fig.2.9(b), elimina-se uma solução ótima de Pareto e mantém a solução não dominada (porém não ótima de Pareto). Esta situação faz com que o NSGA II possa cair em um ciclo e gerar soluções ótimas de Pareto e não ótimas de Pareto até convergir para um conjunto de soluções ótimas de Pareto (Deb, 2001).

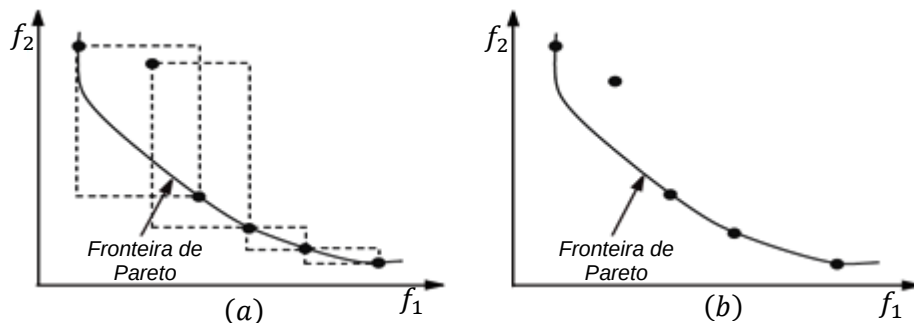


Figura 2.9 – Situação onde o NSGA II falha (Reproduzido de Deb, 2001).

2.12.5. Estrutura do algoritmo NSGA II

O algoritmo NSGA II apresenta a seguinte estrutura:

Parâmetros de entrada:

População pai (P), População filha (Q), Tamanho fixo para P e Q , *Conjunto de soluções na fronteira j* (F_j), Número máximo de gerações (n_{max}) e Número de geração atual (n).

(1) Gerar a população inicial P_0 e $Q_0 = \{\}$;

Usando $n = 0$

(2) Realizar a seleção, cruzamento e mutação para gerar a filha Q_0 . Usar $R_n = P_n \cup Q_n$;

(3) Realizar a ordenação por não dominância em R_n ;

(4) $P_{n+1} = \{\}$;

(5) $|P_{n+1} + F_j| \leq N$, copiar as soluções de F_j em P_{n+1} ;

(6) Calcular as distâncias da multidão em F_j , ordenar F_j conforme as distâncias d_j e copiando as primeiras $N - |P_{n+1}|$ soluções de F_j para P_{n+1} ;

(7) Aplicar seleção, cruzamento e mutação para a nova população Q_{n+1} ;

(8) Se $n > n_{max}$ então pare, caso contrário atribuir $n = n + 1$ e voltar ao segundo passo.

Saída: Soluções não dominadas.

(Reproduzido de Lobato, 2008).

A Fig. 2.10 ilustra o algoritmo relacionado ao NSGA II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm).

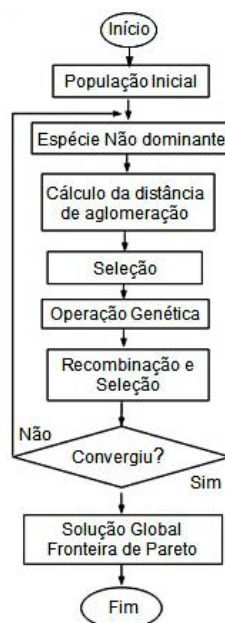


Figura 2.10 – Algoritmo NSGA II.

CAPÍTULO III

MODELAGEM MATEMÁTICA – CONSTRUÇÃO DAS FUNÇÕES OBJETIVO

3.1. Mecanismo de quatro barras

O mecanismo de quatro barras do tipo cursor, biela e manivela mostrado na Fig. 3.1 é simples, versátil e possui aplicação prática em vários sistemas mecânicos mais sofisticados como motores de combustão interna, compressores e máquinas operatrizes. Neste trabalho ele é usado como modelo básico para representar a geometria de um motor Stirling em sua configuração beta, a qual se acredita possuir melhores condições de ser implementada a partir de componentes comerciais.

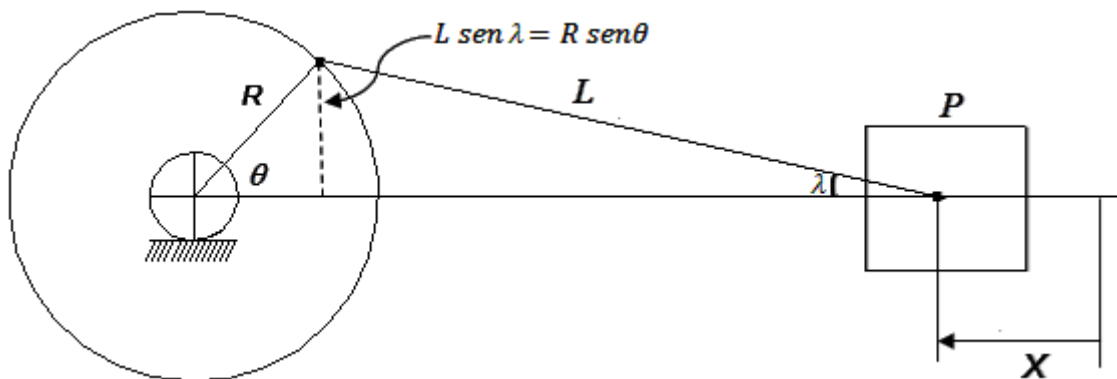


Figura 3.1 – Mecanismo de quatro barras do tipo cursor, biela e manivela.

Onde:

$R \rightarrow$ Comprimento da manivela = Metade do curso do pistão.

$L \rightarrow$ Comprimento da biela.

$\theta \rightarrow$ Posição angular da manivela.

$\lambda \rightarrow$ Ângulo entre a biela e a linha de centro do cilindro

$X \rightarrow$ Deslocamento do pistão a partir do PMS em direção ao PMI.

Este mecanismo de quatro barras é constituído de uma peça fixa, uma manivela de comprimento R , uma biela de comprimento L e o cursor P . Sobre o cursor atua a pressão dos gases, cuja força resultante é transmitida à manivela através da biela. Este mecanismo clássico apresenta dois pontos mortos correspondentes a cada uma das posições extremas do deslocamento do cursor, são eles:

- O ponto morto superior (PMS), que ocorre quando o pistão está em sua posição mais afastada do eixo da manivela.
- O ponto morto inferior (PMI), que ocorre quando o pistão está em sua posição mais próxima do eixo da manivela.

Para evitar a parada do mecanismo nesses pontos mortos e garantir a continuidade do movimento, é necessário o emprego de um volante de inércia solidário à manivela.

A Fig. 3.2 apresenta alguns aspectos geométricos e operacionais que representam a geometria do cilindro associada ao funcionamento do motor Stirling beta que se deseja estudar.

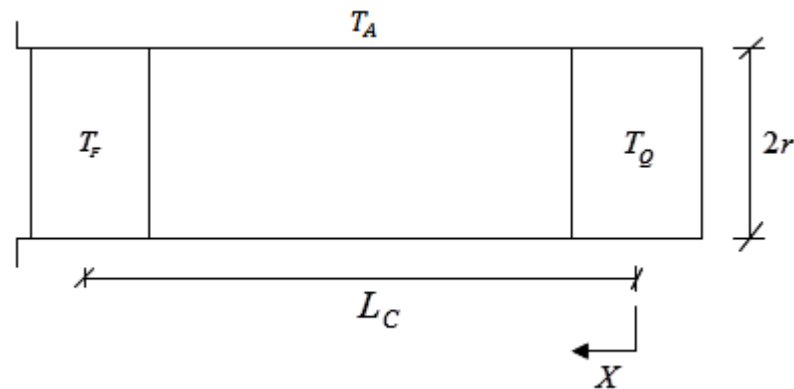


Figura 3.2 – Geometria do cilindro.

Onde:

$T_A \rightarrow$ Temperatura ambiente $\rightarrow$ Medida ou estabelecida.

$T_Q \rightarrow$ Temperatura na câmara quente do cilindro $\rightarrow$ Admitida constante e proveniente de uma fonte externa de calor.

$T_F \rightarrow$ Temperatura na câmara fria do cilindro $\rightarrow$ Admitida constante pela hipótese de que o cilindro como um todo se comporta como uma aleta cilíndrica em regime permanente. O T_F

é resultado do perfil de temperatura desenvolvido ao longo do comprimento do cilindro (aleta), sendo:

$L_c \rightarrow$ Distância que separa o centro das câmaras quente e fria do cilindro.

$X \rightarrow$ Deslocamento do pistão a partir do PMS em direção ao PMI.

$r \rightarrow$ Raio externo do cilindro.

3.2. Formulação do problema de otimização

3.2.1. Objetivos

Por se tratar de um problema complicado associado à expectativa de construção de um protótipo funcional de motor Stirling, os objetivos a serem atingidos são complexos e multidisciplinares. Desta forma, é conveniente apresentar em separado cada um dos objetivos a serem atingidos neste trabalho, são eles:

- Estabelecer aspectos geométricos de funcionamento do motor visando maximizar o seu potencial de realizar trabalho em um ciclo. Neste item, busca-se otimizar a geometria para, indiretamente, maximizar o rendimento termodinâmico;
- Minimizar o gasto energético com o movimento do deslocador;
- Minimizar o gasto energético com o deslocamento do ar entre as câmaras quente e fria.

3.3. Considerações sobre a parte térmica do problema

Considerando o cilindro como uma aleta cilíndrica, o perfil de temperatura que se desenvolve a partir da câmara quente e ao longo de seu comprimento (Incropera, 1999) é dado por:

$$\frac{T_F - T_A}{T_Q - T_A} = \frac{\cosh[m(L_c - X)]}{\cosh(m \cdot L_c)} \quad (3.1)$$

Sendo assim, para calcular a temperatura da câmara fria faz-se:

$$T_F = T(X), \text{ sendo } X = L_c.$$

Então, para o cálculo de T_F (Incropera, 1999):

$$\frac{T_F - T_A}{T_Q - T_A} = \frac{\cosh[m(L_C - X)]}{\cosh(m \cdot L_C)} \rightarrow \frac{T_F - T_A}{T_Q - T_A} = \frac{1}{\cosh(m \cdot L_C)} \quad (3.2)$$

$$T_F - T_A = \frac{T_Q - T_A}{\cosh(m \cdot L_C)} \rightarrow T_F = \frac{T_Q - T_A}{\cosh(m \cdot L_C)} + T_A \quad (3.3)$$

Sendo, (Incropera, 1999):

$$m = \sqrt{\frac{h p}{A k}} = \sqrt{\frac{2 h}{k r}} \quad (3.4)$$

Onde:

$h \rightarrow$ Coeficiente de transferência de calor por convecção

$p \rightarrow$ Perímetro externo da aleta (cilindro)

$A \rightarrow$ Área da seção transversal da aleta (cilindro)

$k \rightarrow$ Condutividade térmica do material do cilindro

$r \rightarrow$ Raio externo do cilindro

Neste ponto, é interessante fazer as seguintes observações a respeito do equacionamento apresentado, estabelecendo uma relação com os objetivos a serem atingidos com a otimização:

- Quanto maior for o comprimento do cilindro L_C que define a distância entre as câmaras quente e fria (e conseqüentemente o comprimento do deslocador), menor será T_F para um mesmo valor de T_Q e T_A , ou seja, melhor será o rendimento termodinâmico do ciclo teórico a ar, pois $T_F = f(T_Q, L_C, T_A)$ e o rendimento $\eta = f(T_F, T_Q)$.
- Quanto maior for L_C , mais comprido será o deslocador e com isto maior será a sua inércia. Como consequência disto, o gasto energético necessário para realizar o seu movimento aumentará também.
- Quanto maior for L_C , maior será também o trabalho realizado para promover o deslocamento do ar (bombeamento do fluido operante) entre as câmaras quente e fria em um ciclo. Isto ocorre devido a maior distância a ser percorrida pelo ar em um mesmo intervalo de tempo (velocidade média mais alta).

3.4. Considerações sobre a primeira função objetivo

Usando a equação do rendimento teórico do ciclo termodinâmico a ar de Carnot, $\eta = \left(1 - \frac{T_F}{T_Q}\right)$ como uma fronteira ideal para o máximo rendimento termodinâmico possível, percebe-se que este rendimento é tanto maior quanto mais distantes forem os valores de T_F e T_Q .

Com esta ideia em mente, buscou-se formular uma expressão que traduzisse este conceito físico na definição da geometria de um mecanismo cursor-biela-manivela no sentido de proporcionar, indiretamente, condições para que um rendimento otimizado seja obtido.

Uma vez que nos motores Stirling tipo beta o pistão e o deslocador operam no mesmo cilindro e na mesma árvore de manivelas, porém com um determinado ângulo de fase, busca-se formular uma função objetivo onde a otimização desta função (relacionada ao rendimento) leve em consideração este ângulo de fase ϕ , conforme mostra a Eq. (3.5).

$$F_1 = f(\eta) = f(T_F, T_Q, \phi) \quad (3.5)$$

Para:

$$T_F = f(T_Q, L_C, T_A) \quad (3.6)$$

A alternativa explorada para o estabelecimento desta função foi criar dois índices de desempenho relacionados à geometria do mecanismo e ao ângulo de fase entre o pistão e o deslocador e então multiplicar estes índices pelo rendimento teórico ideal.

Cada um destes índices de desempenho está relacionado com a aproximação ou o afastamento entre as condições de funcionamento proporcionadas pelo mecanismo em sua configuração atual e as condições que seriam necessárias para a implementação do ciclo ideal. Para melhor entender a formulação dos índices de desempenho, é necessário fazer uma análise cinemática do mecanismo cursor-biela-manivela.

Considerando o mecanismo mostrado na Fig. 3.1, o deslocamento do pistão a partir do seu PMS é dado pela Eq. (3.7), que após alguns cálculos algébricos permitiu chegar à Eq. (3.9).

$$X = R + L - R \cos\theta - L \cos\gamma \quad (3.7)$$

$$X = R(1 - \cos\theta) + L(1 - \cos\gamma) \quad (3.8)$$

$$X = R(1 - \cos\theta) + L\left[1 - \sqrt{1 - (R/L)^2 \sin^2\theta}\right] \quad (3.9)$$

O termo dentro da raiz na Eq. (3.9) pode ser aproximado através de uma expansão em série conforme mostra a Eq. (3.10).

$$(1 \pm B^2)^{0,5} = 1 \pm \frac{1}{2}B^2 - \frac{B^4}{2 \cdot 4} \pm \frac{1 \cdot 3 \cdot B^6}{2 \cdot 4 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot B^8}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \pm \dots \quad (3.10)$$

onde, $B = (R/L)\sin\theta$.

Considerando que a retenção de apenas os dois primeiros termos da série já proporciona precisão suficiente, tem-se:

$$\sqrt{1 - \left(\frac{R}{L}\right)^2 \sin^2\theta} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{L}\right)^2 \sin^2\theta \quad (3.11)$$

Então:

$$X = R(1 - \cos\theta) + \frac{R^2}{2L}\sin^2\theta \quad (3.12)$$

Sendo, $X_{min} = 0$ para $\theta = 0$ e $X_{max} = 2R$ para $\theta = \pi = 180^\circ$.

Considerando a velocidade de rotação constante, temos que:

$$\theta = \omega t, \text{ para } \omega = \dot{\theta} = \text{constante} \quad (3.13)$$

$$V = \frac{dx}{dt} = \dot{X} = R\omega \left(\sin\theta + \frac{R}{2L}\sin 2\theta \right) \quad (3.14)$$

Sendo ϕ o ângulo de fase entre as manivelas do pistão e do deslocador na configuração β do motor Stirling.

Para efeito do procedimento de otimização que será apresentado no capítulo posterior, foi imposta uma restrição lateral para a defasagem ϕ tal que $45^\circ \leq \phi \leq 135^\circ$.

Para obter o melhor rendimento potencial do motor Stirling durante a expansão (quando o pistão se desloca do PMS ao PMI, ou seja, $0 \leq \theta \leq 180^\circ$) é necessário que o fluido de trabalho permaneça inteiramente na câmara quente. Para atingir este objetivo, o deslocador deve permanecer junto do pistão durante esta parte do ciclo. Esta característica pode ser usada para definir o primeiro índice de desempenho conforme apresentado na Eq. (3.15).

Seu significado físico representa a porcentagem do volume de fluido de trabalho que se encontra na câmara quente em função da posição relativa do deslocador em relação ao pistão. Cabe destacar que esta posição relativa em cada posição da manivela é função do ângulo de fase entre a manivela do pistão e a do deslocador.

$$I_E = \sum_{\theta=0^\circ}^{180^\circ} 1 - \left(\frac{X_P - X_{DN}}{X_P} \right) \quad (3.15)$$

Sendo:

$\theta \rightarrow$ O ângulo da manivela;

$X_P \rightarrow$ A posição do pistão em função do ângulo da manivela;

$X_{DN} \rightarrow$ A posição do deslocador em função do ângulo da manivela.

Durante o procedimento de otimização, a interpretação do ângulo de fase como uma variável de projeto faz com que o índice de desempenho da Eq. (3.15) seja um parâmetro mecânico / geométrico associado de forma conveniente ao rendimento termodinâmico, cujo cálculo preciso para o ciclo real é de difícil realização. O somatório de sua avaliação para cada posição da manivela ($0 \leq \theta \leq 180^\circ$) traduz este efeito ao longo de toda a expansão.

Durante a compressão, quando o pistão se desloca do PMI para o PMS ($180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$), o melhor rendimento potencial do motor Stirling pode ser obtido se todo o fluido de trabalho permanecer na câmara fria, ou seja, se o deslocador permanecer longe do pistão. Idealmente isto aconteceria se $X_{DN} = constante = 0$ durante toda esta fase do ciclo.

Pensando desta forma, o índice de desempenho na compressão pode ser definido conforme mostra a Eq. (3.16).

$$I_C = \sum_{\theta=180^\circ}^{360^\circ} 1 - \left(\frac{X_{DN}}{X_P} \right) \quad (3.16)$$

Novamente, o significado físico deste índice (avaliado para cada posição angular θ da manivela) representa a porcentagem do volume de fluido de trabalho que se encontra na

câmara fria em função da posição do deslocador em relação ao pistão devido ao ângulo de fase ϕ .

De acordo com esta estratégia a primeira função objetivo, relacionada às condições mecânicas / geométricas que favorecem a melhora do rendimento termodinâmico pode ser definida conforme mostra a Eq. (3.17).

$$F_1 = f(n) = f(I_E + I_C) = \left(1 - \frac{T_F}{T_Q}\right)(I_E + I_C) \quad (3.17)$$

A otimização da função objetivo da Eq. (3.17) será apresentada no próximo capítulo, com todas as considerações a respeito das variáveis de projeto e restrições.

3.5. Considerações sobre a segunda função objetivo

A partir do item anterior ficou estabelecido que quanto maior for a distância entre as câmaras quente e fria (L_C), maior será a diferença de temperatura entre elas que proporcionará um melhor rendimento termodinâmico. Apesar disto, o aumento desta distância implica em um deslocador mais comprido e conseqüentemente acarretará em um maior gasto energético para promover o seu movimento. Portanto, foi definida uma segunda função objetivo F_2 , relacionada com o trabalho realizado para promover o movimento do deslocador. Esta função encontra-se idealizada na Eq. (3.18) e será explicitamente definida no equacionamento a seguir.

$$F_2 = f(m_d, a_d, 2R) \quad (3.18)$$

Sendo:

$$\begin{array}{l} m_d \rightarrow \text{Massa do deslocador} \\ a_d \rightarrow \text{Aceleração do deslocador} \end{array} \quad \boxed{} \rightarrow F_d \rightarrow \text{Força agindo sobre o deslocador}$$

Para calcular o trabalho associado ao movimento do deslocador durante um ciclo de funcionamento do motor, deve ser feita a integral do produto escalar entre a força que atua no deslocador e o seu vetor deslocamento ($\vec{F}_d \cdot \vec{d}_x$).

A massa do deslocador pode ser estimada a partir do seu volume e da densidade do material. Considerando que o deslocador seja de alumínio e construído a partir de um cilindro oco com espessura de parede igual a $2mm$. Esta massa do deslocador será explicitamente definida na Eq. (3.19).

$$m_d = \rho\pi\{[(0,9r)^2 s] - [(0,9r) - u]^2 (s - 2u)\} \quad (3.19)$$

sendo:

$u \rightarrow$ Parede do deslocador

$\rho \rightarrow$ Densidade do material do deslocador (alumínio);

$r \rightarrow$ Raio do cilindro;

$s \rightarrow$ Comprimento do deslocador (função do comprimento total do cilindro e da distância entre o centro das câmaras quente e fria).

Uma alternativa de aproximação para implementar esta função objetivo de forma mais conveniente é estimar a força que atua no deslocador pelo valor máximo da aceleração.

Partindo da Eq. (3.14), repetida em (3.20) pode-se determinar este valor máximo da aceleração do deslocador como se segue:

$$a_d = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{X} = R \cdot \omega^2 \left(\cos\theta + \frac{R}{L} \cdot \cos 2\theta \right) \quad (3.20)$$

$$\text{Para } a_{d_{max}} \rightarrow \frac{da_d}{d\theta} = 0$$

Então:

$$\frac{da_d}{d\theta} = -R \cdot \omega^2 \left(\sin\theta + \frac{2R}{L} \cdot \sin 2\theta \right) = 0 \quad (3.21)$$

Uma vez que $R = 0$ ou $\omega = 0$ implica no mecanismo não existir ou estar parado, isto não representa uma solução viável para o problema, então:

$$a_{max} \rightarrow \sin\theta + \frac{2R}{L} \cdot \sin 2\theta = 0 \quad (3.22)$$

A Eq. (3.22) tem solução para $\theta = 0$, portanto:

$$a_{max} = R \cdot \omega^2 \left(\cos\theta + \frac{R}{L} \cdot \cos\theta \right) \quad (3.23)$$

$$a_{max} = R \cdot \omega^2 \left(1 + \frac{R}{L} \right) \quad (3.24)$$

Então a aproximação da função objetivo F_2 , pode ser escrita como:

$$F_2 = m_d a_{max} 2R \quad (3.25)$$

3.6. Considerações sobre o objetivo 3:

Neste item busca-se estabelecer uma função objetivo F_3 relacionada com o trabalho realizado contra a força de arrasto aerodinâmico durante o movimento do deslocador. Para estabelecer a função objetivo deve-se lembrar mais uma vez que quanto maior for a distância entre as câmaras quente e fria (L_c), maior será a diferença de temperatura entre elas que proporcionará um melhor rendimento termodinâmico.

Porém, considerando uma dada velocidade de rotação fixa, quanto maior for esta distância maior será o arrasto associado ao deslocamento do fluido operante por uma distância maior no mesmo tempo.

Então, a terceira função objetivo pode ser definida conforme a Eq. (3.26) a seguir.

$$F_3 = f(c_d, L_c, V_d) \quad (3.26)$$

Sendo:

$c_d \rightarrow$ Coeficiente de arrasto aerodinâmico do deslocador ao se deslocar contra o fluido operante dentro do cilindro.

$L_c \rightarrow$ Distância entre as câmaras quente e fria;

$V_d \rightarrow$ Velocidade do deslocador.

Para calcular o trabalho realizado pela força de arrasto ao longo de um ciclo seria necessário calcular a integral do produto escalar entre esta força e o vetor deslocamento do deslocador ($\vec{F}_{ar} \cdot \vec{d}_x$).

Uma forma alternativa de encontrar uma função equivalente e que pode ser calculada de forma mais conveniente é estimar o coeficiente de arrasto aerodinâmico c_d (adimensional) e calcular a força de arrasto máxima, que ocorre quando a velocidade do deslocador é também máxima. Pode ser definida conforme a Eq. (3.28) a seguir.

$$V_d = R \cdot \omega \left(\sin\theta + \frac{R}{2L} \sin\theta \right), \text{ para } V_{max} \rightarrow \frac{dV_d}{d\theta} = 0 \quad (3.28)$$

Então:

$$\frac{dV_d}{d\theta} = R \cdot \omega \left(\cos\theta + \frac{R}{2L} \cdot \cos 2\theta \right) = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{dV_d}{d\theta} = R \cdot \omega \left(\cos\theta + \frac{R}{L} \cdot \cos 2\theta \right) = 0 \quad (3.30)$$

Uma vez que $R = 0$ ou $\omega = 0$ implica no mecanismo não existir ou estar parado, isto não representa uma solução viável, então:

$$V_{max} \rightarrow \cos\theta + \frac{R}{L} \cdot \cos 2\theta = 0 \quad (3.31)$$

$$\text{Mas, } \cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1 \quad (3.32)$$

Portanto:

$$\frac{R}{L} (2\cos^2\theta - 1) + \cos\theta = 0 \quad (3.33)$$

Então:

$$V_{max} \rightarrow \frac{2R}{L} \cos^2\theta + \cos\theta - \frac{R}{L} = 0 \rightarrow \text{Uma equação do 2º grau em } \cos\theta. \quad (3.34)$$

Estabelecidos R e L , resolve-se a Eq. (3.33) para descobrir o valor de θ em que V_{max} ocorre. Para calcular V_{max} é só substituir este valor de θ na equação (3.34).

Então, a aproximação da função objetivo F_3 pode ser definida conforme a Eq. (3.35).

$$F_3 = C_d(V_{max})^2 \cdot L_C \quad (3.35)$$

3.7. Função multiobjetivo

Ao final dos itens anteriores, a definição da função multiobjetivo pode ser feita pela realização de dois procedimentos:

- Normalização de F_1 , F_2 e F_3 visando unificar a ordem de grandeza de seus valores numéricos;

$$F = F_1 + F_2 + F_3 \rightarrow F_{1n} + F_{2n} + F_{3n} \quad (3.36)$$

- Atribuição de um “peso” relativo para cada uma das funções na composição da função multiobjetivo final.

$$F = C_1 F_{1n} + C_2 F_{2n} + C_3 F_{3n} \quad (3.37)$$

CAPÍTULO IV

OTIMIZAÇÃO

Os resultados de otimização desta dissertação foram obtidos pela utilização dos métodos dos algoritmos genéticos (GA e suas variações) e através da programação quadrática sequencial (SQP e suas variações) que já foram apresentados no capítulo 2.

A justificativa para a aplicação dos diferentes métodos é validar resultados obtidos e com isto obter confiabilidade, uma vez que não é possível encontrar uma solução analítica para o problema de otimização. Além disto, pode-se destacar que iniciar a concepção de um protótipo a partir de um modelo otimizado aumenta as chances de sucesso na implementação, diminui o tempo e reduz o custo de desenvolvimento.

4.1. Método heurístico do algoritmo genético (GA)

Nesta primeira abordagem, foram atribuídos valores para a geometria do mecanismo e a função objetivo (FO) foi uma versão simplificada de F_1 , definida em função apenas do ângulo de fase (ϕ). O fato de usar apenas uma variável de projeto permite uma melhor interpretação e verificação dos resultados visando garantir a eficiência e correção do método e dos códigos computacionais.

Os valores necessários para formatar o procedimento de otimização foram:

Limite inferior para a variável de projeto $\rightarrow \pi/4 = 45^\circ$

Limite superior para a variável de projeto $\rightarrow 3\pi/4 = 135^\circ$

Tamanho da população $\rightarrow 200$ indivíduos

Número de gerações → 200

A Fig. (4.1) mostra um conjunto de gráficos obtidos após o procedimento de otimização.

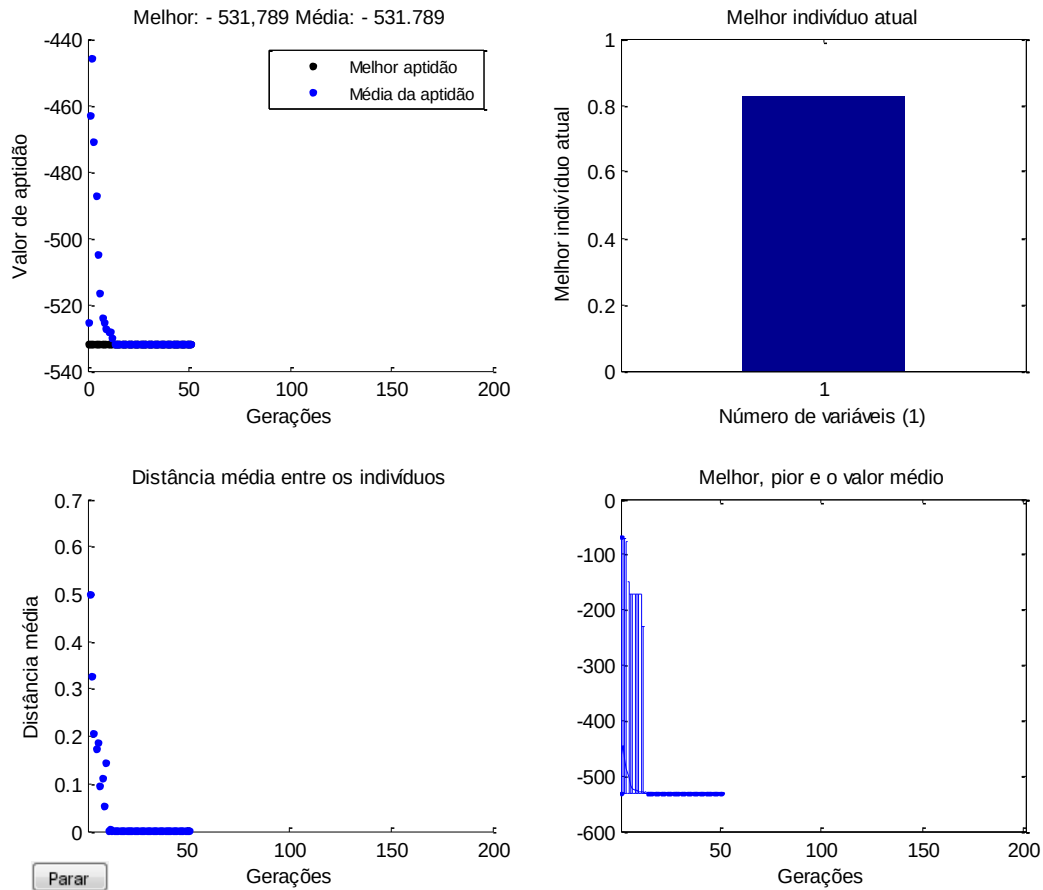


Figura 4.1 – Resultados preliminares de otimização considerando a função objetivo F_1 simplificada com apenas uma variável de projeto (ângulo de fase(ϕ)).

A Tab. 4.1 apresenta os resultados obtidos para a função objetivo e para a variável de projeto associada ao ângulo de fase (ϕ) após 51 iterações.

Tabela 4.1 – Resultado preliminar da otimização de F_1 considerando apenas o ângulo de fase como única variável de projeto.

Função objetivo	Valores obtidos
FO (mínimo)	- 531,79
Ponto de mínimo (ângulo de fase(ϕ))	$0,823 \text{ rad} = 47^{\circ}10'$

4.2. Mapa do domínio da função FO em função do ângulo de fase (ϕ)

No sentido de verificar a validade do resultado obtido pelo GA no item anterior, a função objetivo (função de uma única variável) foi plotada de forma a obter um mapa do domínio. A Fig. 4.2 apresenta o resultado deste cálculo para todo o domínio de validade da função objetivo e a busca pelo seu valor de mínimo mostra que o resultado, apresentado na Tab. 4.2, encontra-se compatível com aqueles obtidos pelo GA no item anterior e apresentados na Tab. 4.1.

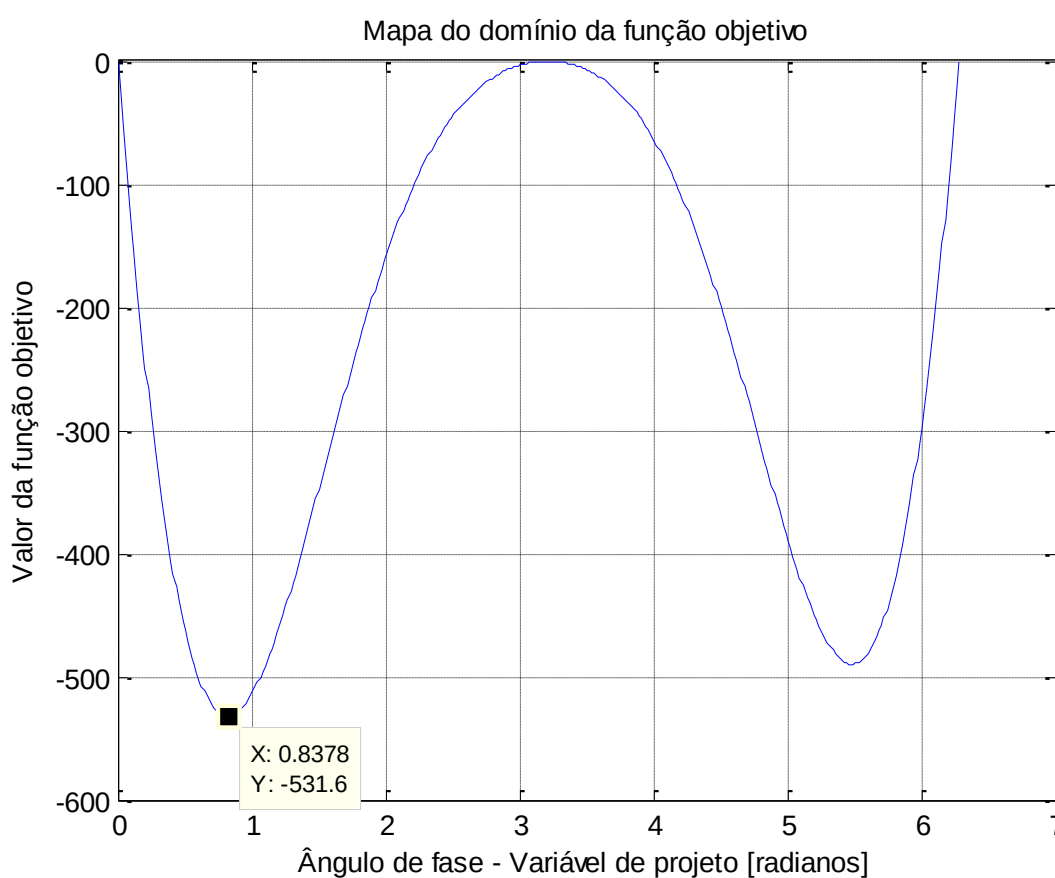


Figura 4.2 – Gráfico do mapa do domínio para a função objetivo F_1 simplificada com apenas uma variável de projeto (ângulo de fase).

Tabela 4.2 – Resultado obtido para o mínimo da função objetivo F_1 simplificada para uma variável de projeto obtido a partir do mapa de seu domínio.

Função objetivo	Valores obtidos
FO (mínimo)	- 531,6
Ponto de mínimo (ângulo de fase (ϕ))	0,8378 rad = 48°

4.3. Função objetivo (F_1): Otimização associada ao rendimento termodinâmico considerando três variáveis de projeto

4.3.1. Método heurístico do algoritmo genético (GA)

Neste item foi implementado o procedimento de otimização da função objetivo F_1 , relacionada às condições mecânicas / geométricas que favorecem a melhora do rendimento termodinâmico do motor Stirling beta.

A formulação do procedimento de otimização levou em consideração as seguintes variáveis de projeto:

$L \rightarrow$ Comprimento da biela do pistão em metro

$\phi \rightarrow$ Ângulo de fase em radianos

$R \rightarrow$ Comprimento da manivela = Metade do curso do pistão em metro

Os valores estabelecidos para as restrições laterais foram:

Limite inferior $\rightarrow [0,11 \quad \pi/4 \quad 0,04]$

Limite superior $\rightarrow [0,33 \quad 3\pi/4 \quad 0,15]$

Os parâmetros estabelecidos para o GA foram:

Tamanho da população $\rightarrow$ 200 indivíduos

Número de gerações $\rightarrow$ 200

Ao final do procedimento de otimização, os resultados mostrados na Tab. 4.3 foram obtidos após 51 iterações.

Tab. 4.3 – Resultados da otimização de F_1 usando o GA e 3 variáveis de projeto.

Função objetivo	L	ϕ	R
-360,11	330,00	1,476 rad ou $84^{\circ}32'33''$	40,00

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto L e R estão em milímetro (mm) na Tab.4.3.

A Fig. 4.3 ilustra a evolução do processo de otimização até a convergência para os resultados finais.

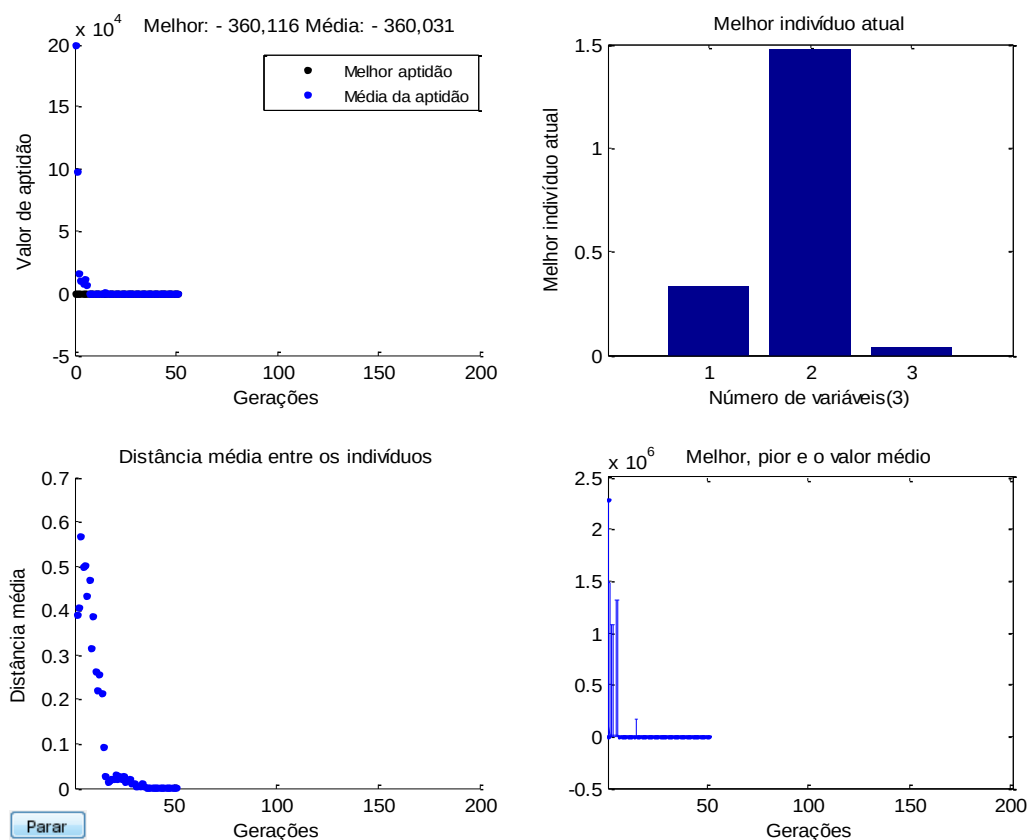


Figura 4.3 – Evolução dos resultados de otimização de F_1 no GA com 3 variáveis de projeto.

4.3.2. Método da programação quadrática sequencial (SQP)

No sentido de verificar e agregar confiabilidade aos resultados obtidos pelo GA no item anterior, foi utilizado o método de programação sequencial quadrática (SQP) para resolver o mesmo problema de otimização. As variáveis de projeto e as restrições laterais, bem como a formulação global do procedimento de otimização para o SQP foram às mesmas usadas no GA. O Tamanho da população inicial para o SQP foi: 1000 indivíduos.

Ao final de 168 iterações o procedimento de otimização convergiu, dando origem a uma população de 1000 resultados ótimos. Apesar da grande quantidade de resultados fornecidos pelo método, destaca-se o fato de todos eles serem bastante próximos. Isto significa que o método convergiu para uma região muito restrita do espaço de projeto onde provavelmente o ótimo global se encontra.

A Tab.4.4 apresenta o melhor resultado ótimo dentre os 1000 resultados obtidos usando o SQP.

Tabela 4.4 – Resultados da função objetivo e das variáveis de projeto para F_1 .

Função objetivo	L	ϕ	R
- 360,12	330,00	1,4758 <i>rad</i> ou 84°33'39"	40,00

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto L e R estão em milímetro (mm) na Tab.4.4.

Uma vez que os dois métodos utilizados nesta abordagem apresentam características aleatórias, cada execução dos procedimentos de otimização leva a resultados ligeiramente diferentes, porém localizados em uma mesma região do espaço de projeto.

Visando analisar os métodos GA e SQP durante o procedimento de otimização, foram realizadas 40 execuções do código computacional de cada um deles para calcular propriedades estatísticas, tais como: média, desvio padrão, variância e os limites inferior e superior para um intervalo de confiança. No caso do SQP, foi considerado o primeiro resultado obtido (dentre os 1000 disponíveis) em cada execução e no GA foi considerado o melhor projeto obtido (melhor indivíduo).

Quando na realização do procedimento de média, percebe-se que a aleatoriedade dos resultados tende a desaparecer à medida que o número de amostras computadas aumenta. Sendo assim, a média pode ser interpretada como uma espécie de filtro que elimina as dispersões devido à aleatoriedade presente nos resultados.

Uma vez que a quantidade de amostras é grande ($N = 40$), pode-se estabelecer os intervalos de confiança (95% de confiança) tanto para a função objetivo quanto para as variáveis de projeto. As Tabelas (4.5) e (4.6) apresentam os resultados obtidos na análise estatística das amostras tanto para o GA quanto para o SQP.

Tabela 4.5 – Análise estatística para um conjunto de 40 amostras de resultados de otimização usando o GA para a função objetivo F_1 considerando 3 variáveis de projeto.

Função e Variáveis	Estatística Descritiva (TERM_GA_ F_1)							
	Amostras	Média	Confiança - 95,000%	Confiança + 95,000%	Mínimo	Máximo	Variância	Desvio Padrão
F_1	40,0	-360,10	-360,11	-360,10	-360,04	-359,46	2,4E-4	1,5E-2
L	40,0	329,99	329,98	329,99	329,93	330,00	1,6E-10	1,3E-5
ϕ	40,0	1,47	1,47	1,47	1,47	1,47	4,2E-7	6,5E-4
R	40,0	40,10	40,00	40,01	40,00	40,01	4,7E-10	2,2E-5

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto L , R estão em milímetro (mm) e ϕ (em radianos) na Tab.4.5.

Tabela 4.6 – Análise estatística para um conjunto de 40 amostras de resultados de otimização usando o SQP para a função objetivo F_1 considerando 3 variáveis de projeto.

Função e Variáveis	Estatística Descritiva (TERM_SQP_ F_1)							
	Amostras	Média	Confiança - 95,000%	Confiança + 95,000%	Mínimo	Máximo	Variância	Desvio Padrão
F_1	40,0	-360,12	---	---	-360,12	-360,12	0,00	0,00
L	40,0	330,00	---	---	330,00	330,00	0,00	0,00
ϕ	40,0	1,476	1,476	1,476	1,476	1,476	0,00	4,10E-5
R	40,0	40,00	---	---	40,00	40,00	0,00	0,00

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto L e R estão em milímetro (mm) e ϕ (em radianos) na Tab.4.6.

A análise das tabelas (4.5) e (4.6) mostra que os dois métodos utilizados para a otimização da função objetivo F_1 se mostraram equivalentes e forneceram resultados bastante próximos. Isto pode ser interpretado como um indicativo da robustez da metodologia empregada na solução do problema de otimização.

4.4. Função objetivo (F_2) – Trabalho realizado pelo deslocador

4.4.1. Método heurístico do algoritmo genético (GA)

Neste item foi implementado o procedimento de otimização da função objetivo F_2 , relacionada com o trabalho realizado para promover o movimento do deslocador.

A formulação do procedimento de otimização levou em consideração as seguintes variáveis de projeto:

- $L \rightarrow$ Comprimento da biela em metro
- $R \rightarrow$ Comprimento da manivela em metro
- $Ltc \rightarrow$ Comprimento total do cilindro em metro
- $Lc \rightarrow$ Distância que separa o centro das câmaras quente e fria do cilindro em metro
- $r \rightarrow$ Raio externo do cilindro em metro

Observe que neste caso o ângulo de fase (ϕ) não é considerado variável de projeto na definição de F_2 .

Os valores estabelecidos para as restrições laterais foram:

- Limite inferior $\rightarrow [0,11 \ 0,04 \ 0,21 \ 0,11 \ 0,02]$
- Limite superior $\rightarrow [0,33 \ 0,15 \ 0,65 \ 0,55 \ 0,10]$

Os parâmetros estabelecidos para o GA foram:

- $\rho = 2,7 \rightarrow$ Densidade do alumínio
- $rot = 90 \text{ rpm} \rightarrow$ Rotação por minuto $[\text{rpm}]$
- $\omega = (rot/60)2\pi \rightarrow$ Transforma em radiano por segundo $[\text{rad/s}]$
- Tamanho da população $\rightarrow 200$
- Número de gerações $\rightarrow 200$

Ao final do procedimento de otimização, foram obtidos os resultados mostrados na Tab. 4.7. A Fig. 4.4 ilustra a evolução do processo de otimização até a convergência para os resultados finais. Após 51 iterações.

Tabela 4.7 – Resultados da função objetivo e das variáveis de projeto para F_2 .

F_2	L	R	L_{tc}	L_c	r
1,06e-5	179,51	40,42	220,61	183,83	20,05

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.4.7.

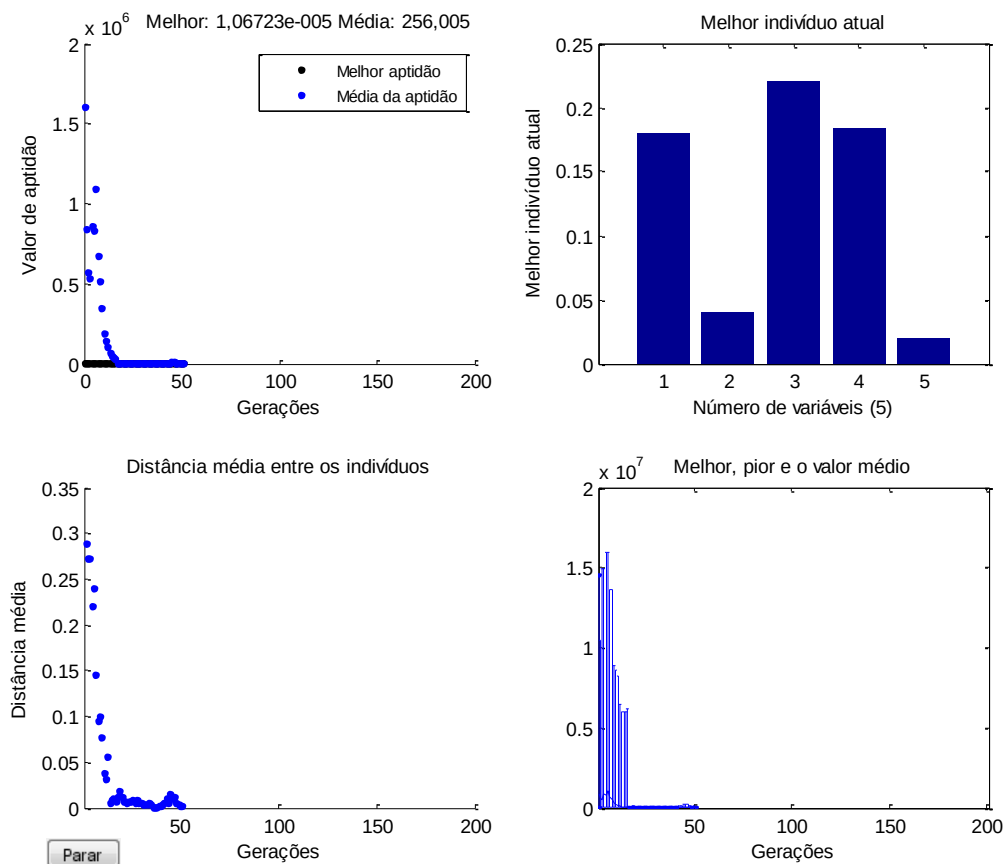


Figura 4. 4 – Evolução dos resultados de otimização de F_2 usando o GA e 5 variáveis.

Após executar o procedimento de otimização 40 vezes, foi possível realizar a análise estatística dos resultados obtidos, conforme mostra a Tab. 4.8.

Tabela 4.8 – Análise estatística para um conjunto de 40 amostras de resultados de otimização usando o GA para a função objetivo F_2 considerando 5 variáveis de projeto.

Função e Variáveis	Estatística Descritiva (trab_desloc_GA_ F_2)							
	Amostras	Média	Confiança - 95,000%	Confiança + 95,000%	Mínimo	Máximo	Variância	Desvio Padrão
F_2	40,0	1,35E-5	1,30E-5	1,11E-5	1,69E-5	2,04E-5	3,00E-12	1,72E-6
L	40,0	282,82	269,03	296,61	210,96	330,00	1,86E-3	4,31E-2
R	40,0	40,23	40,11	40,34	40,00	41,48	1,26E-7	3,55E-4
L_{tc}	40,0	329,56	312,71	346,40	251,11	448,16	2,77E-3	5,27E-2
L_c	40,0	274,57	260,54	288,60	209,28	373,33	1,92E-3	4,39E-2
r	40,0	20,30	20,13	20,47	20,00	22,25	2,88E-7	5,37E-4

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.4.8.

4.4.2. Método da programação quadrática sequencial (SQP)

As variáveis de projeto, as restrições laterais e os parâmetros para o método da programação quadrática sequencial (SQP) são os mesmos definidos para o GA.

Ao final de 233 iterações o procedimento de otimização convergiu, dando origem a uma população de 1000 resultados ótimos. Apesar da grande quantidade de resultados fornecidos pelo método, destaca-se o fato de todos eles serem bastante próximos. Isto significa que o método convergiu para uma região muito restrita do espaço de projeto onde provavelmente o ótimo global se encontra. A Tab.4.9 apresenta o melhor resultado ótimo dentre os 1000 resultados obtidos usando o SQP.

Tabela 4.9 – Resultados da função objetivo e das variáveis de projeto para F_2 .

Função objetivo	L	R	L_{tc}	L_c	r
1,04E-5	179,82	40,01	221,51	184,54	20,00

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.4.9.

Após executar o procedimento de otimização 40 vezes usando o SQP, foi possível realizar a análise estatística dos resultados obtidos, conforme mostra a Tab. 4.10.

Tabela 4.10 – Análise estatística para um conjunto de 40 amostras de resultados de otimização usando o SQP para a função objetivo F_2 considerando 5 variáveis de projeto.

Função e Variáveis	Estatística Descritiva (trab_desloc_GA_ F_2)							
	Amostras	Média	Confiança - 95,000%	Confiança + 95,000%	Mínimo	Máximo	Variância	Desvio Padrão
F_2	40,0	1,06E-5	1,05E-5	1,07E-5	1,02E-5	1,14E-5	6,83E-14	2,61E-7
L	40,0	177,44	172,21	182,66	139,91	216,91	2,67E-4	1,63E-2
R	40,0	40,06	40,03	40,10	40,00	40,41	2,47E-8	9,77E-5
L_{tc}	40,0	223,82	220,19	227,44	210,00	259,29	1,29E-4	1,13E-2
L_C	40,0	186,37	183,36	189,39	174,29	216,17	8,88E-5	9,42E-3
r	40,0	20,04	20,02	20,06	20,00	20,21	3,44E-9	5,86E-5

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.4.10.

4.5. Função objetivo (F_3) – Trabalho realizado pelo deslocador contra a força de arrasto

4.5.1. Método heurístico algoritmo genético (GA)

Neste item foi implementado o procedimento de otimização da função objetivo F_3 , relacionada com o trabalho realizado contra a força de arrasto aerodinâmico durante o movimento do deslocador.

A formulação do procedimento de otimização levou em consideração as seguintes variáveis de projeto:

- L → Comprimento da biela em metros
- R → Comprimento da manivela em metros
- L_C → Distância que separa o centro das câmaras quente e fria do cilindro em metros

Os valores estabelecidos para as restrições laterais foram:

- Limite Inferior → [0,11 0,04 0,11]
- Limite Inferior → [0,33 0,15 0,55]

Os parâmetros estabelecidos para o problema de otimização usando o GA foram:

- Tamanho da População → 200
- Gerações → 200

- Observe que as variáveis, ângulo de fase (ϕ), comprimento total do cilindro (L_{tc}) e o raio externo do cilindro (r) não são utilizadas na função objetivo F_3 .

Ao final do procedimento de otimização, foram obtidos os resultados mostrados na Tab. 4.11. A Fig. 4.5 ilustra a evolução do processo de otimização até a convergência para os resultados finais. Após 51 iterações.

Tabela 4.11 – Resultados da função objetivo e das variáveis de projeto para F_3 .

Função objetivo	L	R	L_c
1,40E-2	330,00	40,00	110,00

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.4.11.

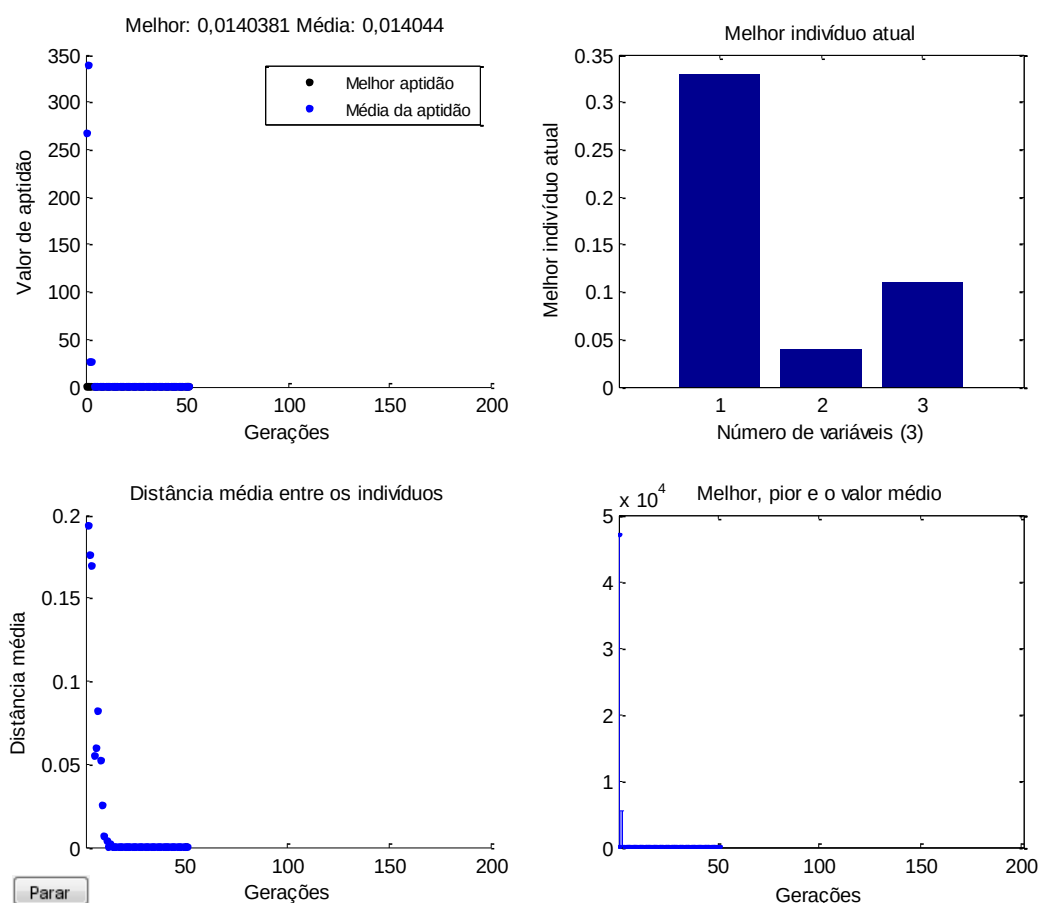


Figura 4.5 – Evolução dos resultados de otimização de F_3 usando o GA e 3 variáveis de projeto.

Após executar o procedimento de otimização 40 vezes, foi possível realizar a análise estatística dos resultados obtidos, conforme mostra a Tab. 4.12.

Tabela 4.12 – Resultados da função objetivo e das variáveis de projeto para F_3 .

Função e Variáveis	Estatística Descritiva (trab_arrast_GA_ F_3)							
	Amstras	Média	Confiança - 95,000%	Confiança + 95,000%	Mínimo	Máximo	Variância	Desvio Padrão
F_3	40,0	1,41E-2	1,40E-2	1,41E-2	1,40E-2	1,50E-5	2,72E-8	1,64E-4
L	40,0	329,99	329,98	329,99	329,92	330,00	2,06E-10	1,43E-5
R	40,0	40,05	39,97	40,12	40,00	41,45	5,35E-8	2,31E-4
L_C	40,0	110,04	110,01	110,06	110,00	110,43	6,56E-9	8,10E-5

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.4.12.

4.5.2. Método da programação quadrática sequencial (SQP)

As variáveis de projeto para o método da programação quadrática sequencial (SQP) são as mesmas definidas para o GA, além disto, foram mantidos também os intervalos que definem as restrições laterais para cada uma delas.

Ao final de 117 iterações o procedimento de otimização convergiu, dando origem a uma população de 1000 resultados ótimos. Apesar da grande quantidade de resultados fornecidos pelo método, destaca-se o fato de todos eles serem bastante próximos. Isto significa que o método convergiu para uma região muito restrita do espaço de projeto onde provavelmente o ótimo global se encontra. A Tab.4.13 apresenta o melhor resultado ótimo dentre os 1000 resultados obtidos para cada variável de projeto e a função objetivo usando o SQP.

Tabela 4.13 – Resultados da função objetivo e das variáveis de projeto para F_3 .

Função objetivo	L	R	L_C
$1,40E - 2$	329,99	40,00	110,00

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.4.13.

Após executar o procedimento de otimização 40 vezes usando o SQP, foi possível realizar a análise estatística dos resultados obtidos, conforme mostra a Tab. 4.14.

Tabela 4.14 – Análise estatística para um conjunto de 40 amostras de resultados de otimização usando o SQP para a função objetivo F_3 considerando três variáveis de projeto.

Função e Variáveis	Estatística Descritiva (trab_arrast_SQP_ F_3)							
	Amos tras	Média	Confiança - 95,000%	Confiança + 95,000%	Mínimo	Máximo	Variância	Desvio Padrão
F_3	40,0	1,40E-2	1,40E-2	1,40E-2	1,40E-2	1,40E-2	7,32E-12	2,71E-6
L	40,0	329,86	329,79	329,93	328,79	330,00	5,29E-8	2,30E-4
R	40,0	40,00	40,00	40,00	40,00	40,00	2,91E-12	1,70E-6
L_C	40,0	11,00	11,00	11,00	11,00	11,00	1,60E-9	1,27E-5

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.4.14.

CAPÍTULO V

FUNÇÃO MULTIOBJETIVO E A CURVA DE PARETO

5.1. Função multiobjetivo

Conforme citado no item 2.11, em problemas do mundo real da engenharia é comum à existência de mais de uma função objetivo a ser otimizada simultaneamente.

Problemas de otimização que envolve tratamento simultâneo de objetivos e critérios conflitantes são chamados de multiobjetivo ou multicritérios. Nestes casos, inexistente uma única solução, ou seja, existem várias soluções ótimas e isto leva à necessidade de utilizar o conceito “multi coletivo”, chamado ótimo de Pareto.

Portanto, utilizando a formulação de critérios múltiplos, este trabalho implementou um problema de otimização estrutural (levando em conta os aspectos térmicos) com três funções objetivo e seis variáveis de projeto.

No sentido de verificar e agregar confiabilidade aos resultados obtidos, nesta parte do trabalho foi utilizado os métodos NSGA II, GAMULTIOBJ e SQP.

5.2. Método de Classificação Não Dominada do Algoritmo Genético II (NSGA II)

Neste caso foi implementada uma função multiobjetivo que relaciona o aumento do rendimento termodinâmico, com a redução do gasto energético com a movimentação do deslocador e também com a redução das perdas por bombeamento de ar entre as câmaras

quente e fria do motor Stirling beta. Para atuar simultaneamente sobre os três objetivos foram estabelecidas seis variáveis de projeto, que são:

- $L \rightarrow$ Comprimento da biela em milímetros
- $\phi \rightarrow$ Ângulo de defasagem
- $R \rightarrow$ Comprimento da manivela em milímetros
- $Ltc \rightarrow$ Comprimento total do cilindro em milímetros
- $Lc \rightarrow$ Distância que separa o centro das câmaras quente e fria do cilindro em metros
- $r \rightarrow$ Raio externo do cilindro em milímetros

As restrições laterais estabelecidas para as variáveis de projeto foram:

- $X_{min} = [110 \quad \pi/4 \quad 40 \quad 210 \quad 110 \quad 20] \rightarrow$ Limite inferior das variáveis de projeto
- $X_{max} = [330 \quad 3\pi/4 \quad 150 \quad 650 \quad 550 \quad 100] \rightarrow$ Limite superior das variáveis de projeto

A partir destes parâmetros e do código computacional implementado em ambiente MATLAB®, foi possível a construção dos gráficos das Fig. 5.1 e 5.2. Nestas figuras pode-se ver o comportamento geométrico de $F_1 \times F_2$, $F_1 \times F_3$, $F_2 \times F_3$ e o comportamento geométrico tridimensional de F_1 , F_2 e F_3 utilizando os parâmetros encontrados pelo algoritmo NSGA II. Nesta implementação foram considerados 150 indivíduos e 2000 gerações.

Ao final da evolução da população, o primeiro dentre os 150 indivíduos ótimos foi selecionado como escolha para a definição geométrica do protótipo. A Tab. 5.1 mostra um destes resultados obtidos usando o NSGA II.

Tabela 5.1 – Solução encontrada para a otimização multiobjetivo utilizando o algoritmo NSGA II.

F_1	F_2	F_3	L	ϕ	R	Ltc	Lc	r
-360,12	5,36E-5	1,51e-2	330,00	1,47 rad ou 84°13'29"	40,00	393,60	118,57	20,07

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.5.1, exceto ϕ que esta em radianos.

Onde:

- Distância de multidão = 1,000
- Soluções de extremidade = infinito

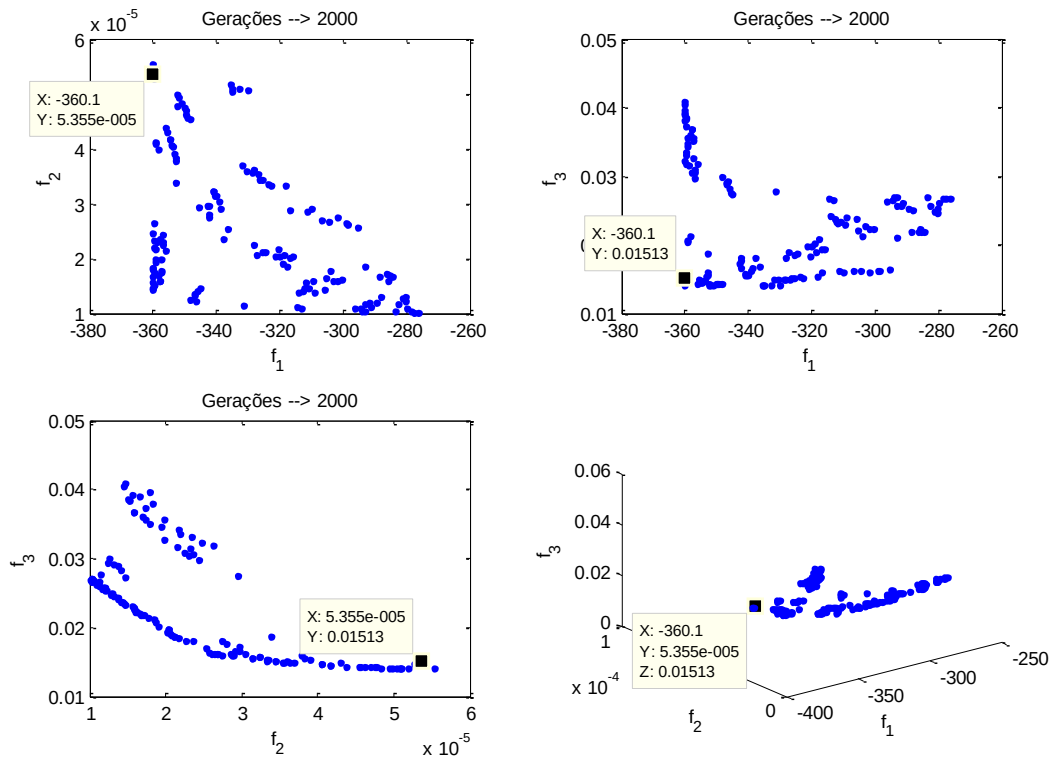


Figura 5.1 – Gráfico da $F_1 \times F_2$, $F_1 \times F_3$ e $F_2 \times F_3$.

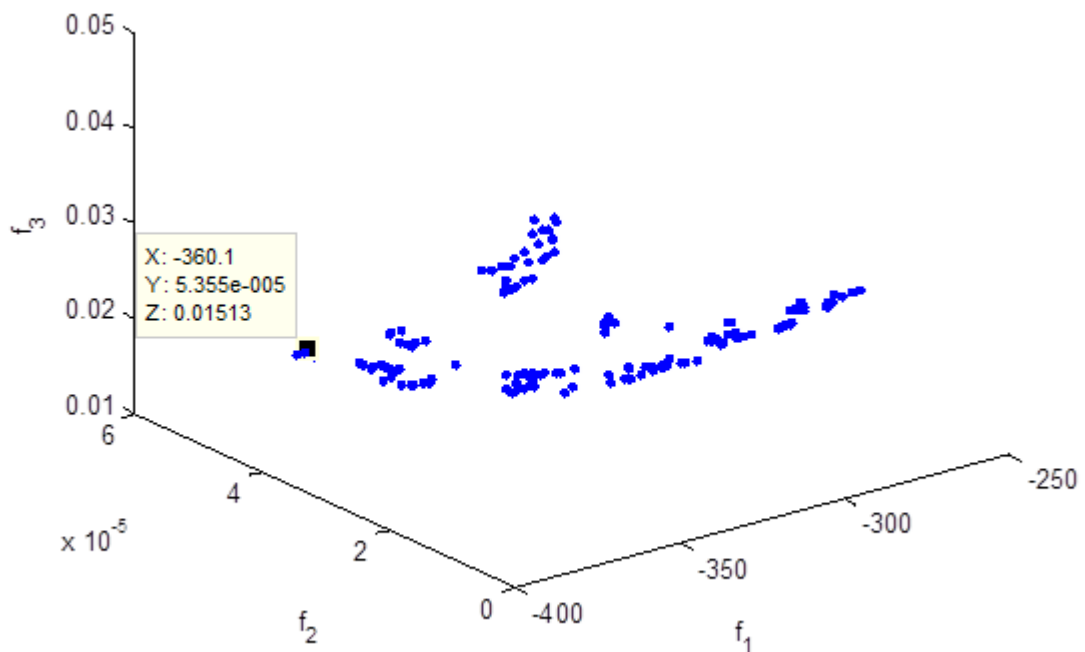


Figura 5.2 – Solução global fronteira de Pareto.

Também, foi realizado um pós-processamento que destaca a posição das funções ótimas F_1 , F_2 e F_3 para o comportamento geométrico bidimensional e tridimensional. O

código computacional foi implementado em ambiente MATLAB®, possibilitou a construção dos gráficos apresentado na Fig.5.3.

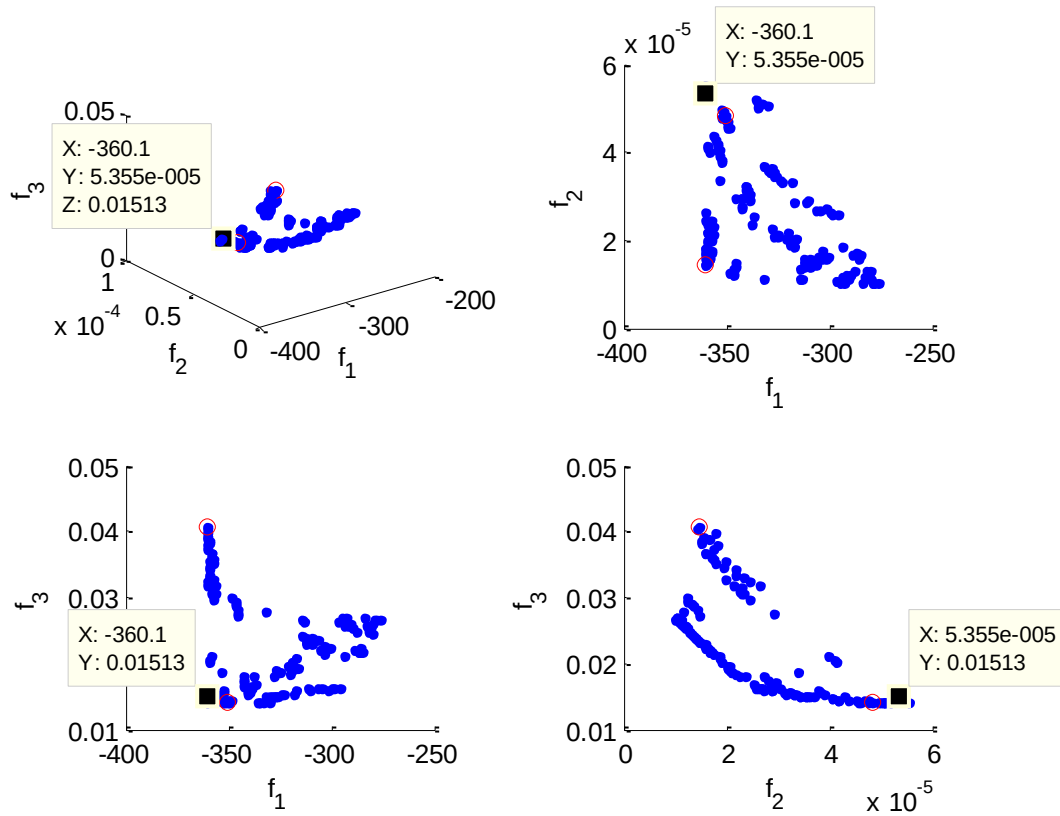


Figura 5.3 – Pós-processamento dos resultados.

A Tab.5.2 apresenta os valores numéricos utilizados para os pontos *A*, *B* e *C*, que representa F_1 , F_2 , F_3 , L , ϕ , R , Ltc , Lc e r , respectivamente. Dentre os 150 valores ótimos disponíveis, foram utilizados os pontos 1, 3 e 6 para realizar o pós-processamento.

Tabela 5.2 – Soluções ótimas para os pontos *A*, *B* e *C*, respectivamente.

F_1	F_2	F_3	L	ϕ	R	Ltc	Lc	r
-360,12	5,36E-5	1,51e-2	330,00	1,47 rad ou 84°13'29"	40,00	393,60	118,57	20,07
-360,12	1,46E-5	4,08e-2	330,00	1,47 rad ou 84°13'29"	40,00	383,96	319,69	20,00
-350,83	4,83E-5	1,41E-2	314,50	1,24 rad ou 71°02'48"	40,00	356,03	110,00	20,00

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (*mm*) na Tab.5.2, exceto ϕ que esta em radianos.

5.3. Otimização multiobjetivo utilizando o algoritmo genético (GAMULTIOBJ)

Neste caso a função multiobjetivo, as variáveis de projeto e suas restrições laterais foram às mesmas do item anterior. Nesta implementação foi considerada uma população de 200 indivíduos evoluindo ao longo de 1000 gerações.

A Fig. 5.4 mostra a evolução do processo de otimização multiobjetivo usando GAMULTIOBJ.

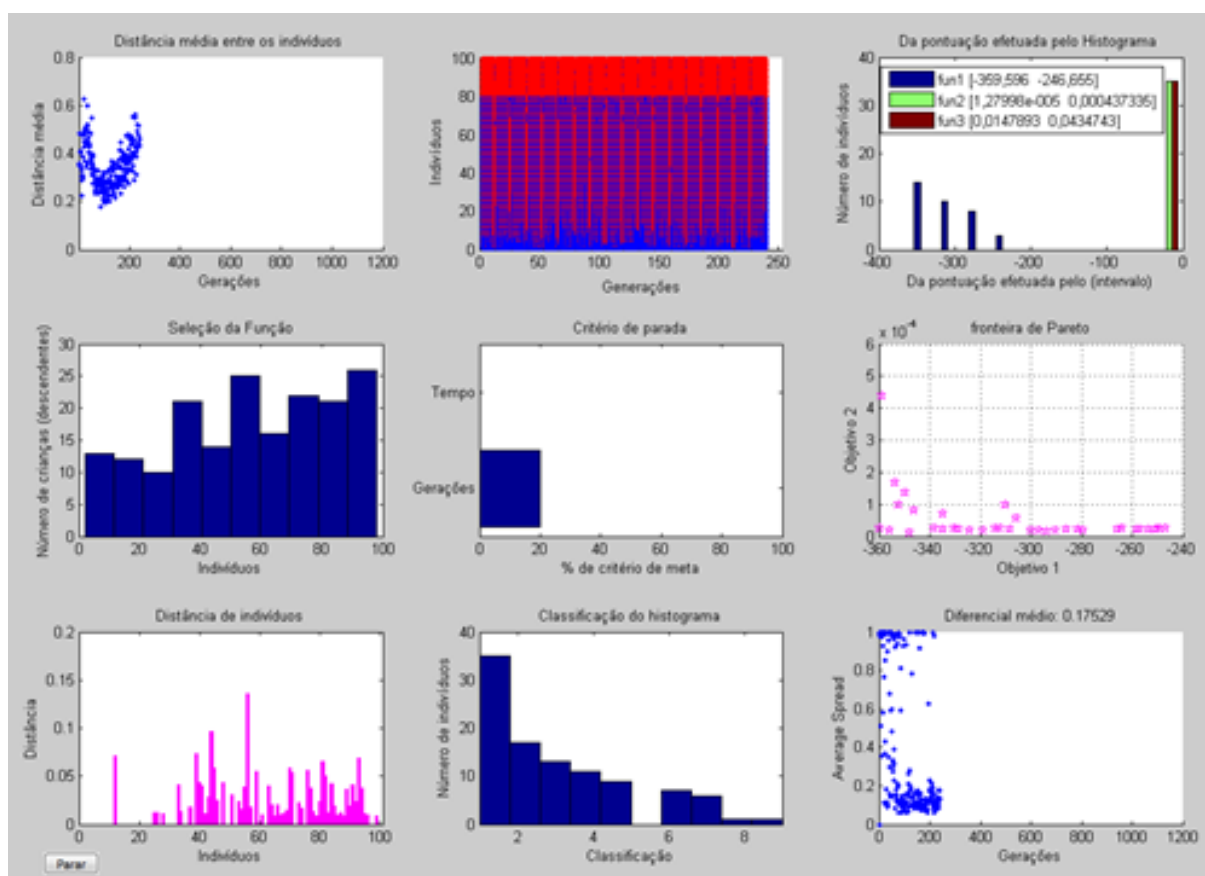


Figura 5.4 – Evolução dos resultados de otimização até a convergência de GAMULTIOBJ.

Após 269 iterações, o método convergiu e o resultado relativo ao primeiro valor da curva de Pareto pode ser visto na Tab. 5.3.

Tabela 5.3 – Resultados da 1ª solução ótima da curva de Pareto.

F_1	F_2	F_3	L	ϕ	R	Ltc	Lc	r
-357,85	2,67E-5	5,63E-2	318,76	1,48 ou 84°47'52"	41,82	481,67	401,16	25,77

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.5.3, exceto ϕ que esta em radianos.

Assim como no capítulo anterior, o procedimento de otimização multiobjetivo foi repetido 40 vezes, tornando possível realizar a análise estatística dos resultados obtidos, conforme mostra a Tab. 5.4.

Tabela 5.4 – Análise estatística para um conjunto de 40 amostras de resultados de otimização usando o GAMULTIOBJ para a função multiobjetivo considerando 6 variáveis de projeto.

Função e Variáveis	Estatística Descritiva (MYMULTI_GAMULTIOBJ)							
	Amostras	Média	Confiança - 95,000%	Confiança + 95,000%	Mínimo	Máximo	Variância	Desvio Padrão
F_1	40,0	-316,25	-329,64	-302,87	-360,11	-240,66	1751,79	41,85
F_2	40,0	2,64E-5	2,07E-5	3,23E-5	1,17E-5	8,90E-5	3,31E-10	1,82E-5
F_3	40,0	4,37E-2	3,80E-2	4,932E-2	1,14E-2	1,12E-1	3,09E-4	1,75E-2
L	40,0	273,46	257,42	289,50	170,94	330,00	2,52E-3	5,02E-2
ϕ	40,0	1,72	1,58	1,86	0,80	2,32	2,00E-1	4,47E-1
R	40,0	42,31	41,22	43,42	40,00	54,07	1,18E-5	3,44E-3
Ltc	40,0	373,77	344,50	403,04	230,73	614,68	8,380E-3	9,15E-2
Lc	40,0	286,12	257,56	314,68	110,00	509,24	7,97E-3	8,93E-2
r	40,0	22,76	21,01	24,51	2,00E-2	5,11E-2	2,99E-5	5,47E-3

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.5.4, exceto ϕ que esta em radianos.

5.4. Função multiobjetivo utilizando o método SQP_{peso}

O método SQP_{peso} consiste em inicialmente otimizar as funções objetivo separadamente para obter uma população de valores ótimos que será posteriormente utilizada como semente ou população inicial para a segunda parte do procedimento que otimiza a função multobjetivo.

Uma vez que cada função objetivo separadamente pode ser definida em termos de um número menor de variáveis de projeto em relação à função multiobjetivo global e as variáveis faltantes tem na população inicial da segunda etapa o seu valor estabelecido aleatoriamente entre os limites de suas restrições laterais.

Neste processo, pode-se atribuir um peso diferente para cada função objetivo individual na composição da função multiobjetivo. No caso deste trabalho, foram atribuídos valores iguais para o peso de cada uma das funções objetivo (F_1 , F_2 e F_3) na composição da função multiobjetivo.

No SQP_{peso} as variáveis de projeto e as restrições laterais são as mesmas que foram usadas no NSGAI e no GAMULTIOBJ. Após 1000 iterações o procedimento convergiu fornecendo os resultados apresentados na Fig. 5.5. As Tab. (5.5 e 5.6) mostram os melhores resultados obtidos pelo SQP_{peso} para a otimização da função multiobjetivo.

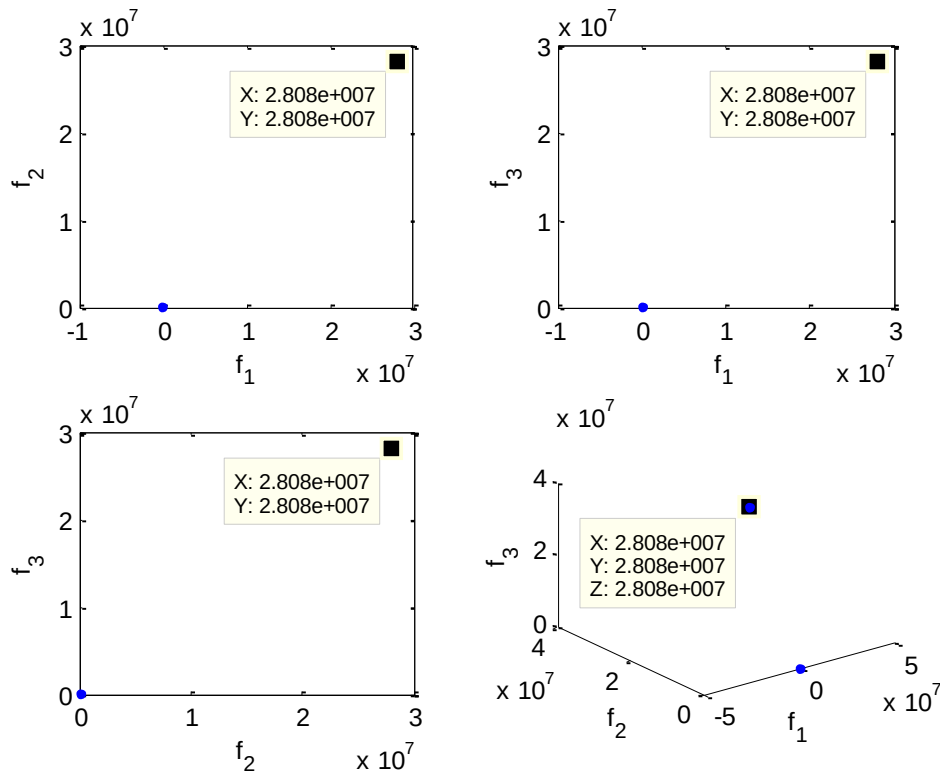


Figura 5.5 – Gráficos dos resultados da convergência da função multiobjetivo no SQP_{peso}.

Tabela 5.5 – Melhores resultados encontrados pelo SQP_{peso} para a função multiobjetivo.

Peso F_1	Peso F_2	Peso F_3	F_1	F_2	F_3
$7,14E - 2$	$1,43E - 1$	$7,86E - 1$	-341,97	$1,77E - 5$	$2,75E - 2$

Tabela 5.6 – Melhores resultados encontrados pelo SQP_{peso} para as variáveis de projeto da função multiobjetivo.

L	ϕ	R	Ltc	Lc	r
	$1,67rad$				
238,14	ou	40,00	278,81	201,08	20,00
	$95^{\circ}41'2''$				

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.5.6, exceto a variável ϕ que esta em radianos.

CAPÍTULO VI

COMPARANDO OS RESULTADOS DAS DIFERENTES TÉCNICAS

6.1. Comparação entre o método heurístico do algoritmo genético (GA) e o mapa do domínio da função F_1 simplificada para uma variável de projeto

A Tab. 6.1 mostra os resultados obtidos nos itens 4.1 e 4.2. Neste caso, a função objetivo F_1 (relacionada ao rendimento térmico do motor) foi simplificada para apenas uma variável de projeto (ângulo de fase entre as manivelas do pistão e do deslocador). O primeiro resultado foi obtido através de um procedimento de otimização usando como ferramenta computacional o GA. O outro resultado foi obtido pela simples varredura e observação do espaço de projeto definido pela única variável que foi retida na formulação.

A comparação dos resultados mostra que eles se encontram bastante próximos, indicando que o GA obteve sucesso na busca pelo valor ótimo.

Tabela 6.1 – Comparação de resultados obtidos pelo GA e pela varredura do domínio de F_1 .

	GA	Mapa do domínio	Diferença (%)
Valor da função objetivo	- 531,7889	- 531,6	0,03552
Valor do ponto de mínimo (ϕ)	0,8235 <i>rad</i>	0,8378 <i>rad</i>	1,7685

6.2. Comparação entre os métodos GA e SQP para a função F_1

A Tab. 6.2 mostra os resultados obtidos nos itens 4.3.1 e 4.3.2. Neste caso, a função objetivo F_1 (relacionada ao rendimento térmico do motor) foi definida em função de três variáveis de projeto (comprimento da biela do pistão (L), ângulo de fase entre as manivelas do pistão e do deslocador (ϕ) e comprimento da manivela (R)). Os resultados foram obtidos através de procedimentos de otimização usando como ferramentas computacionais o GA e o SQP.

Tabela 6.2 – Comparando erro das técnicas computacionais.

	MHGA	SQP	Diferença (%)
F_1	-360,11	- 360,12	0,003
L	330,00	330,00	0,00
ϕ	1,476 rad	1,4758 rad	0,014
R	40,00	40,00	0,00

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto L e R estão em milímetro (mm) na Tab.6.2.

A comparação dos resultados mostra que os dois métodos proporcionaram resultados bastante próximos na busca pelo valor ótimo.

6.3. Comparação entre os métodos GA e SQP para a função F_2

A Tab. 6.3 mostra os resultados obtidos nos itens 4.4.1 e 4.4.2. Neste caso, a função objetivo F_2 (relacionada ao trabalho necessário para promover o movimento do deslocador) foi definida em função de 5 variáveis de projeto, sendo elas: Comprimento da biela do pistão (L), comprimento da manivela (R), comprimento total do cilindro (L_{tc}), distância entre as câmaras quente e fria do cilindro (L_c) e o raio externo do cilindro (r). Os resultados foram obtidos através de procedimentos de otimização usando como ferramentas computacionais o GA e o SQP.

A comparação dos resultados mostra que os dois métodos proporcionaram resultados bastante próximos na busca pelo valor ótimo da função objetivo, porém a partir de configurações de projeto diferentes. Isto pode ser observado pela diferença entre os valores

das variáveis de projeto: distância entre as câmaras quente e fria do cilindro (L_C) e o raio externo do cilindro (r).

Tabela 6.3 – Comparação de resultados obtidos pelo GA e SQP para a função F_2 .

	GA	SQP	Diferença (%)
F_2	1,06E-5	1,04E-5	1,89
L	179,51	179,82	0,17
R	40,42	40,01	1,01
L_{tc}	220,61	221,51	0,41
L_C	183,83	184,54	0,38
r	20,05	20,00	0,25

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.6.3.

6.4. Comparação entre os métodos GA e SQP para a função F_3

A Tab. 6.4 mostra os resultados obtidos nos itens 4.5.1 e 4.5.2. Neste caso, a função objetivo F_3 (relacionada ao trabalho necessário para promover o deslocamento do ar entre as câmaras quente e fria do cilindro) foi definida em função de 3 variáveis de projeto, sendo elas: Comprimento da biela do pistão (L), comprimento da manivela (R) e distância entre as câmaras quente e fria do cilindro (L_C). Os resultados foram obtidos através de procedimentos de otimização usando como ferramentas computacionais o GA e o SQP.

Tabela 6.4 – Comparação de resultados obtidos pelo GA e SQP para a função F_3 .

	GA	SQP	Diferença (%)
F_3	1,40E - 2	1,40E - 2	0,00
L	330,00	329,99	0,003
R	40,00	40,00	0,00
L_C	110,00	110,00	0,00

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.6.4.

A comparação dos resultados mostra que os dois métodos chegaram a resultados bastante próximos na busca pelo valor ótimo.

6.5. Comparando os métodos NSGA II, MHGA e SQP_{PESO} para função multi objetivo

A Tab. 6.5 mostra os resultados obtidos nos itens 5.2, 5.3 e 5.4. Neste caso, a função objetivo multiobjetivo (combinação de F_1 , F_2 e F_3 abordadas nos itens anteriores) foi definida em função de todas as 6 variáveis de projeto, sendo elas: Comprimento da biela do pistão (L), ângulo de fase entre as manivelas do pistão e do deslocador ϕ , comprimento da manivela (R), comprimento total do cilindro (L_{tc}), distância entre as câmaras quente e fria do cilindro (L_C) e o raio externo do cilindro (r). Os resultados foram obtidos através de procedimentos de otimização usando como ferramentas computacionais o NSGA II, o GA e o SQP_{peso}.

A comparação dos resultados mostra que os três métodos chegaram a resultados bastante próximos na busca pelo valor ótimo.

Tabela 6.5 – Resultados das diferentes técnicas.

Função objetivo	MHGA	SQP _{peso}	NSGA II
F_1	-357,85	-341,97	-360,12
F_2	2,67E-5	1,77E-5	5,36E-5
F_3	5,63E-2	2,75E-2	1,51E-2
L	318,76	238,14	330,00
ϕ	1,48rad	1,67rad	1,47rad
R	41,82	40,00	40,00
L_{tc}	481,67	278,81	393,60
L_C	401,16	201,08	118,57
r	25,77	20,00	20,07

Observação: Para melhor precisão os resultados das variáveis de projeto estão em milímetro (mm) na Tab.6.5, exceto a variável ϕ que esta em radianos.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Baseado nos resultados obtidos e em todos os aspectos apresentados e desenvolvidos nesta dissertação pode-se concluir que:

Existe um grande anseio da comunidade científica em desenvolver novas tecnologias que visem o bem estar e a qualidade de vida da sociedade, porém com um pequeno impacto ambiental.

A produção de energia e o seu reaproveitamento de forma eficiente se enquadram nestes anseios, sendo o motor Stirling uma alternativa muito interessante e que pode ser utilizada onde houver uma fonte quente disponível, incluindo aí qualquer local onde energia esteja sendo desperdiçada na forma de dissipação de calor.

Por se tratar de um sistema dinâmico multidisciplinar, o desenvolvimento do projeto de um motor Stirling apresenta inúmeras dificuldades associadas a seus comportamentos não lineares e acoplados. Sendo assim, a complexidade do problema representa uma importante barreira para o engenheiro de projeto que muitas vezes não consegue inferir as intrincadas relações que existem entre as variáveis de projeto e o desempenho do sistema.

Dentro desta realidade, as técnicas de otimização se destacam como ferramentas imprescindíveis em um ambiente moderno de engenharia de produto. Os métodos clássicos têm sido aplicados com cada vez mais frequência a partir do aprimoramento das ferramentas computacionais e do crescente aumento da capacidade computacional instalada nas indústrias e centros de pesquisa.

Nesta dissertação foram utilizadas estratégias evolutivas de otimização porque elas possuem a capacidade de tratar problemas reais complexos, funções objetivo que descrevem comportamentos acoplados e não lineares, capacidade de lidar com restrições e,

principalmente, pela sua habilidade em escapar das soluções ótimas locais em um espaço de projeto multidisciplinar e numericamente mal condicionado. Este conjunto de qualidades permite a abordagem de problemas reais de engenharia como o proposto neste trabalho.

Neste trabalho foi tratado o problema de otimização de um mecanismo articulado do tipo cursor – biela – manivela associado a um motor Stirling em sua configuração beta. Esta otimização levou em conta aspectos práticos relativos à disponibilidade de componentes comerciais e pensando em uma futura aplicação no reaproveitamento da energia térmica desperdiçada através dos gases de escape em um motor de combustão interna.

Foram definidas com sucesso três funções objetivo relacionando aspectos geométricos e construtivos do mecanismo articulado com: o rendimento termodinâmico do motor Stirling, a energia necessária ao movimento dos seus componentes internos e com a energia necessária ao deslocamento do ar (fluido de trabalho) entre as câmaras quente e fria do motor Stirling.

As funções objetivo foram otimizadas separadamente utilizando os métodos GA e SQP e os resultados obtidos apresentaram valores muito próximos e coerentes. Foi feita uma análise estatística de forma a verificar a confiabilidade dos resultados obtidos.

No tratamento da função multiobjetivo foram utilizados os métodos GA, NSGA II e SQP_{PESO}, sendo obtidos resultados coerentes e também muito próximos.

A partir dos resultados de otimização, foram selecionados parâmetros de projeto que fossem ao mesmo tempo considerados ótimos e compatíveis com componentes comerciais disponíveis no mercado de autopeças.

Baseado no conteúdo apresentado no Anexo A2 pode-se concluir também que:

Foi construído um protótipo de motor Stirling beta na sua configuração clássica com duas manivelas defasadas entre si e um deslocador acionado por meio de uma haste que trespassa o pistão. Este protótipo permitiu enfrentar diversos problemas de ordem prática além de explorar e obter soluções tecnológicas para a vedação e redução do atrito.

Em uma etapa posterior deste trabalho, foi construído um protótipo de segunda geração do motor Stirling beta com um maior grau de sofisticação. Neste protótipo foram utilizadas peças de motores de combustão interna e foi explorada uma nova abordagem para efetuar o controle do movimento do deslocador. Neste caso o movimento do deslocador ficou a cargo de um sistema de controle eletrônico baseado em um micro controlador Arduino Uno que aciona um conjunto de bobinas através de uma placa de relés. Esta abordagem apresentou as vantagens de reduzir sensivelmente o problema do atrito pela eliminação da segunda manivela e seus acessórios (biela e haste) além de facilitar sobremaneira o enfrentamento do problema da vedação.

Considera-se que a construção dos dois protótipos baseados em resultados de otimização seja uma importante contribuição tecnológica a aqueles que pretendam dar continuidade a este ou outro trabalho relacionado ao desenvolvimento de um motor Stirling.

Os aspectos multidisciplinares, desafiador e aplicado deste trabalho contribuíram para a formação diferenciada de toda a equipe envolvida no seu desenvolvimento.

Por tudo que foi apresentado neste item, pode-se concluir que a abordagem utilizada neste trabalho se mostrou adequada aos objetivos propostos.

Como sugestões para continuação deste trabalho têm-se:

- Avaliar os métodos clássicos de otimização sob o ponto de vista do seu desempenho na abordagem da função multiobjetivo definida neste trabalho;
- Implementar nova função objetivo nos mesmos moldes da função F_2 deste trabalho, porém formulando o problema de otimização para minimizar a integral do trabalho elementar necessário para movimentar o deslocador ao longo de um ciclo completo (sem fazer a aproximação pelo valor máximo da aceleração do deslocador);
- Implementar nova função objetivo nos mesmos moldes da função F_3 deste trabalho, porém formulando o problema de otimização para minimizar a integral do trabalho elementar necessário para movimentar o ar (fluido de trabalho) ao longo da distância entre as câmaras quente e fria ao longo de um ciclo completo (sem fazer a aproximação pelo valor máximo da velocidade do deslocador);
- Dar continuidade ao desenvolvimento do protótipo de segunda geração, resolvendo seus problemas tecnológicos e visando obter uma configuração realmente funcional;
- Explorar melhor as estratégias de controle do movimento do deslocador.

ANEXO I

A.1. ANEXO SOBRE A PRIMEIRA FUNÇÃO OBJETIVO

Para expansão.

- Traçar $X_p = f(\theta)$ para θ variando de 1° entre 0° e 360° (armazenar o vetor).
- Traçar $X_D = f(\theta + \varnothing)$ para θ variando de 1° entre 0° e 360° (armazenar o vetor).
- $X_D < X_p \forall \theta (0^\circ \text{ à } 360^\circ)$, caso contrário, $X_D > X_p$ significa que o deslocador colidiu com o pistão (ou o ultrapassou) o que não pode acontecer.
- Calcular o vetor $\Delta X = X_D - X_p$.
- Determinar o maior valor positivo para $\Delta X = \Delta X_{Máx}$.
- Calcular o novo vetor $X_{DN} (1^\circ \text{ à } 360^\circ) = X_D - \Delta X_{Máx}$.
- Calcular o índice de desempenho na expansão no intervalo de $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ como sendo:

Apenas para visualização dessa correção, admite-se que $R = 0.0416$ e $L = 0.0834$. Pois, não são conhecidos os valores de R e L . O gráfico associado ao mesmo é mostrado na Fig. A.1.

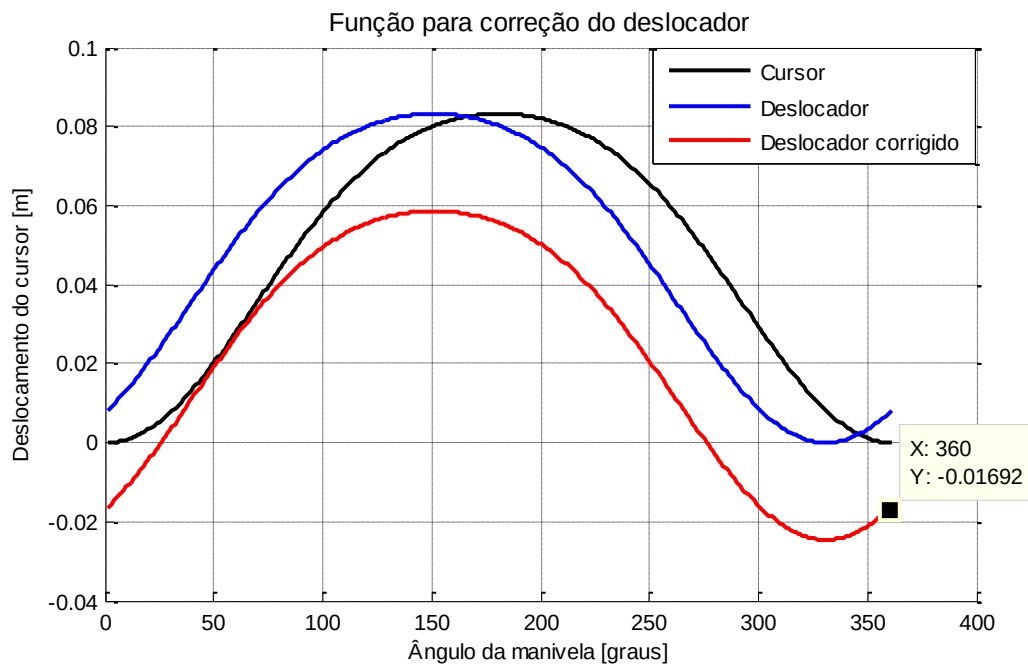


Figura A.1. – Posições de θ .

A.2. ANEXO SOBRE A CONSTRUÇÃO DO PROTÓTIPO

A.2.1. Reaproveitamento do calor dos gases de combustão de um motor automotivo

Conforme citado na introdução, o motor Stirling é um dispositivo que apresenta grande potencial de utilização em aplicações onde se busca fazer o aproveitamento de energia que de alguma forma está sendo perdida em um sistema mecânico.

Pensando desta forma, foi projetado e construído um protótipo de motor Stirling com a finalidade de aproveitar a energia contida nos gases resultantes da combustão de um motor automotivo usando como fonte quente o seu coletor de escape e como fonte fria o ar ambiente. Em função da grande diferença de temperatura entre as câmaras (da ordem de 600°C), torna-se viável transformar o trabalho realizado pelo dispositivo em energia elétrica a ser armazenada em uma bateria auxiliar para posterior uso no acionamento dos acessórios do veículo.

Nesta aplicação, o motor Stirling foi implementado em sua configuração beta. Assim, o trabalho mecânico é realizado por meio de um pistão ao mesmo tempo em que um deslocador trabalhando no mesmo cilindro movimenta o fluido operante entre as câmaras quente e fria que aquecem e arrefecem um gás (neste caso o ar) de forma alternada, provocando expansões e contrações cíclicas.

Ao contrário dos motores de combustão interna, o fluido de trabalho nunca deixa o interior do motor trata-se, portanto, de uma máquina de ciclo fechado. Então, a ideia de construir o protótipo surgiu devido à necessidade de conhecer melhor o mecanismo que estava sendo otimizado e vivenciar as dificuldades práticas citadas em artigos e livros, tais como: desgaste prematuro das peças devido ao atrito e o vazamento do fluido operante (ar) devido ao material utilizado na vedação.

A.2.2. Primeira geração do protótipo

O primeiro protótipo do motor Stirling na configuração beta (PMSCB) foi construído a partir de peças existentes no mercado automotivo e de refrigeração e que foram ajustadas para esta aplicação (pistão, rolamentos, biela, virabrequim e carcaça de motor de freezer). A Fig. 2.1 mostra a primeira versão do PMSCB que foi projetado e construído no Laboratório de Veículos da Universidade Federal de Uberlândia.

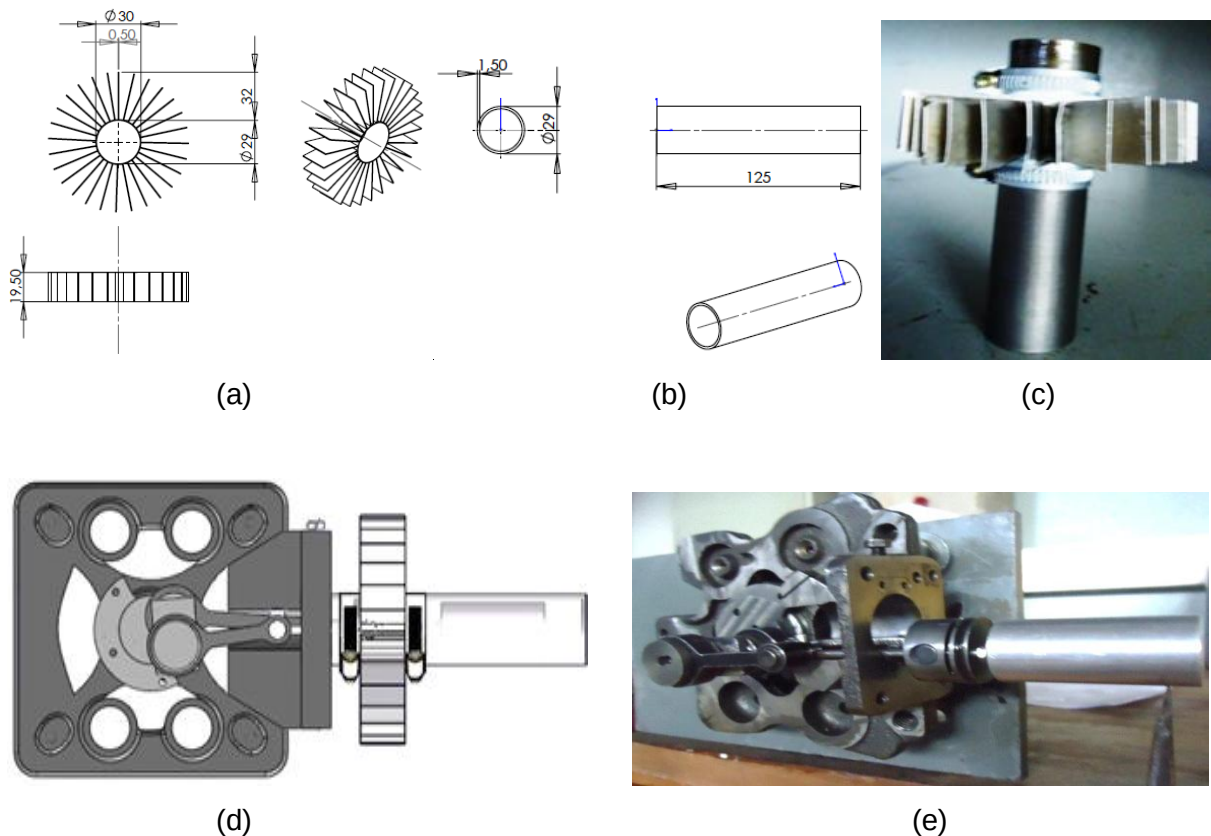


Figura A.2.1 – Primeira versão do PMSCB: (a) Dimensões da aleta; (b) Dimensões do cilindro; (c) Aleta montada no cilindro; (d) Concepção do protótipo do PMSCB; (e) PMSCB montado sem o cilindro aletado.

Na Fig. A.2.2 é apresentada uma vista explodida do protótipo que permite um melhor entendimento de sua configuração física. A Tab. A.2.1 mostra uma lista das peças conforme numeração da Fig. A.2.2.

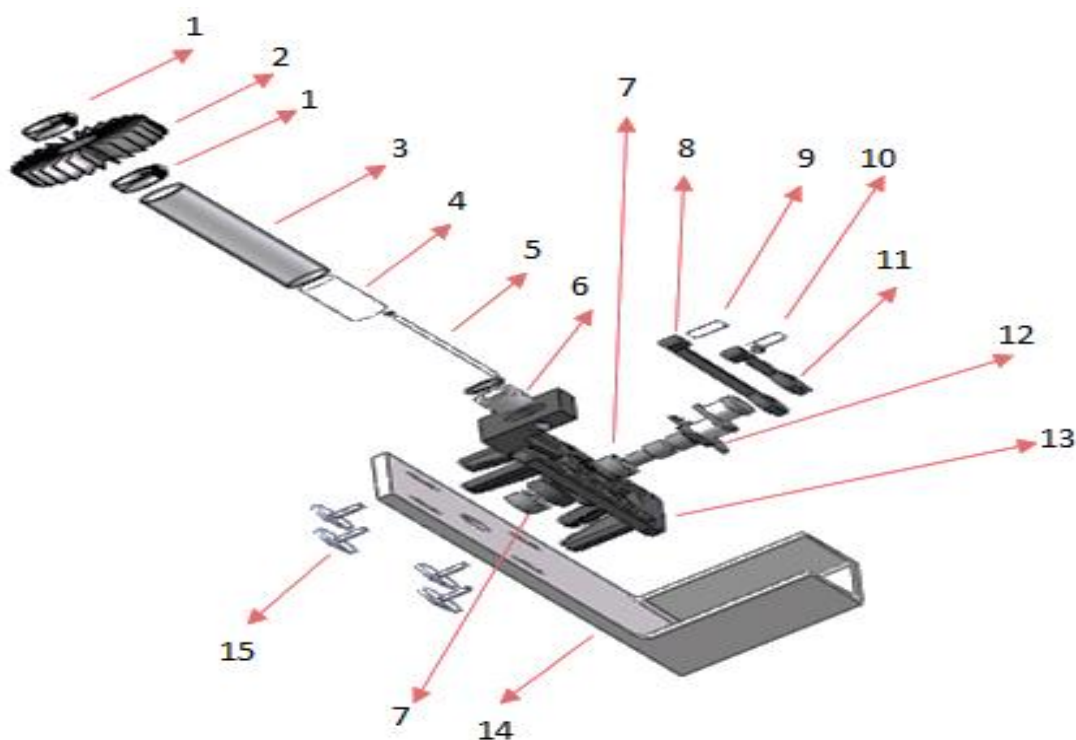


Figura A.2.2 – Vista explodida da primeira versão do protótipo.

Tabela A.2.1 – Lista de componentes da primeira versão do protótipo.

Componentes	
1	Abraçadeira de metal
2	Aleta de alumínio (responsável pelo resfriamento do fluido operante)
3	Cilindro de ferro fundido (aloja o pistão, o deslocador e o fluido operante)
4	Deslocador de alumínio
5	Vareta de aço inox (responsável pela ligação do deslocador ao pino da biela)
6	Pistão (retirado de um compressor de freezer vertical)
7	Rolamento de agulha
8	Biela do pistão
9	Pino da biela do pistão
10	Pino da biela do deslocador
11	Biela do deslocador
12	Virabrequim com volante (retirado de um compressor de freezer vertical)

13	Carcaça (retirada de um compressor de freezer vertical)
14	Suporte para fixar o protótipo
15	Parafusos para fixação do protótipo no suporte

A.2.3. Ajustes realizados no sistema de vedação

Para abordar o problema da vedação entre o pistão e o cilindro, foram experimentados diferentes materiais, conforme descrito a seguir:

O-ring: Este componente é uma junta em formato de anel geralmente composta por elastômeros que pode possuir diversos perfis adequados às suas diferentes aplicações. Esta junta foi desenvolvida para proporcionar vedação e flexibilidade onde seja necessário impedir que haja vazão de líquidos ou gases e pode suportar temperaturas de até 150°C.

Um elastômero é um polímero que apresenta propriedades "elásticas", obtidas depois da reticulação. O termo borracha é um sinônimo usual de elastômero. A Fig. A.2.3 ilustra alguns tipos de O-ring.

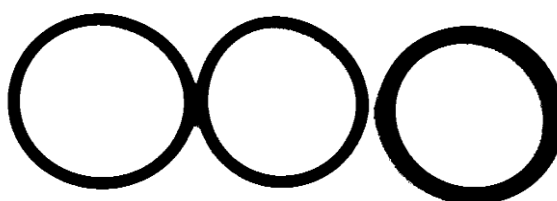


Figura A.2.3 – O-ring (Juntas seladoras flexíveis).

O-ring Viton®: O Viton® é um elastômero sintético que apresenta excelente resistência a altas temperaturas (até 204°C), a ataques químicos e ótimas propriedades mecânicas.

A marcante resistência do Viton® ao calor e aos ataques químicos, associada às excelentes propriedades mecânicas, fazem com que suas vedações apresentem desempenho superior a qualquer outro tipo, desde que aplicado sob as mesmas condições de trabalho. A Fig. A.2.4 apresenta um O-ring Viton® existente no mercado de autopeças.



Figura A.2.4 – O-ring Viton®.

Teflon: Este é um material que também apresenta excelente resistência química, sendo de fácil usinagem e com múltiplas possibilidades de aplicação. O teflon se destaca por sua resistência a altas temperaturas, que podem atingir até 260°C / 310°C. A Fig. A.2.5 ilustra um anel de vedação confeccionado em Teflon.



Figura A.2.5 – Anel de vedação em Teflon.

Tecnil Grafitado: Este material é um tipo específico de poliamida (mesma família do Nylon) aditivado com grafite. Destaca-se pela sua elevada resistência mecânica e baixo coeficiente de atrito. A Fig. A.2.6 ilustra o tecnil grafitado.

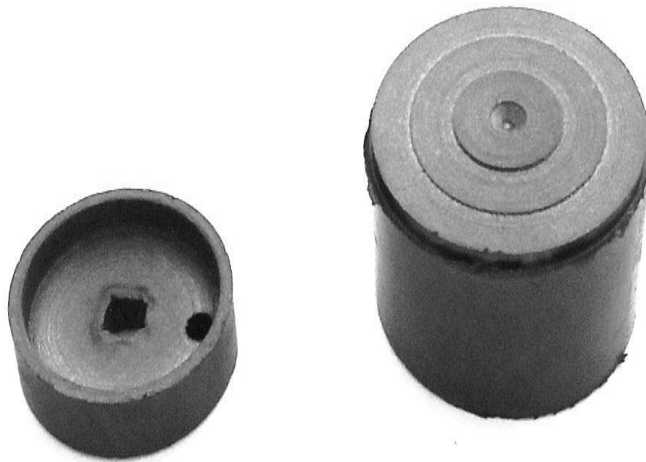


Figura A.2.6 – Tecnil grafitado.

Grafite puro prensado e usinado: Nesta opção, o anel de vedação foi obtido a partir de grafite puro flexível utilizado na confecção de gaxetas de vedação e selos mecânicos. Nesta forma de apresentação o material é fornecido na forma de uma fita flexível que deve ser prensada para adquirir as formas e dimensões adequadas à aplicação. No caso deste trabalho o material foi prensado em uma prensa embutidora que além de aplicar a pressão de conformação fazia o aquecimento do material visando retirar a umidade. Após a conformação do grafite em discos compactos, o material foi usinado por torneamento para

ajuste de suas dimensões. A Fig. A.2.7 mostra o grafite em sua configuração original, a Fig. A.2.8 mostra o material prensado e usinado e a Fig. A.2.9 mostra a prensa embutidora.

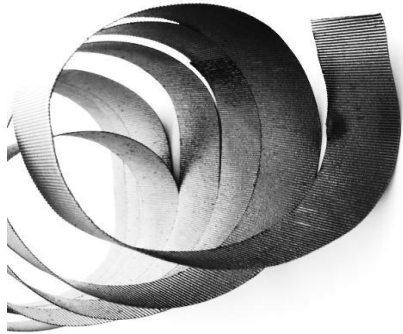


Figura A.2.7 – Grafite puro flexível.

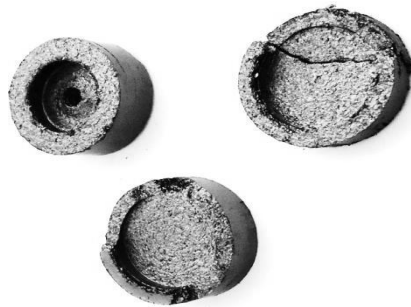


Figura A.2.8 – Grafite prensado e usinado.



Figura A.2.9 – Prensa embutidora da marca Fortel com diâmetro de 30 mm.

Grafite de alta performance: Como última alternativa, foi adquirido um tarugo de grafite de alta performance (grau 1000) usado para confecção de selos mecânicos de alta qualidade. Este material encontra-se ilustrado na Fig. A.2.10.

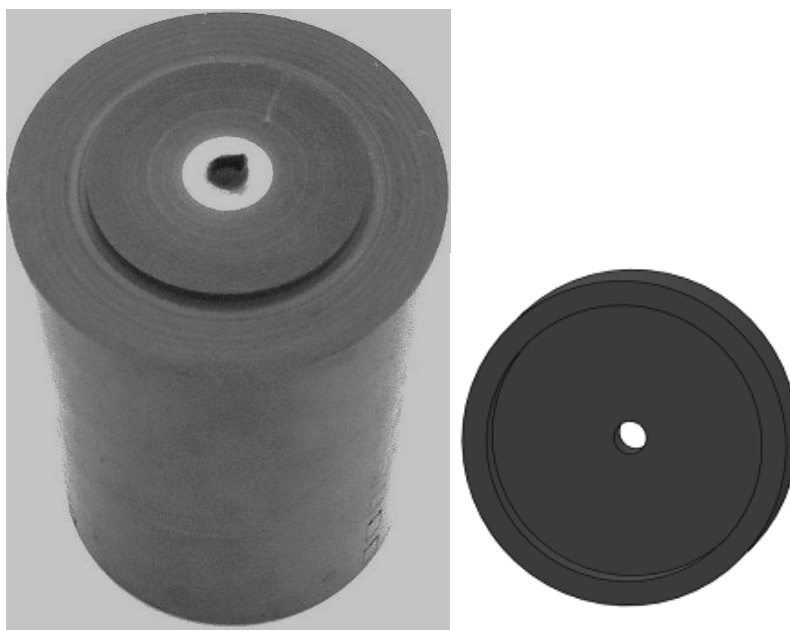


Figura A.2.10 – Grafite de alta performance.

O anel de vedação utilizado no protótipo teve seu formato definido conforme apresentado na Fig. A.2.11. A análise do desenho permite observar que o anel vai montado sobre a cabeça do pistão que apresenta um rebaixo para estabelecer o correto acoplamento. Além disto, existe no anel um furo passante referente à haste que aciona o deslocador. Cabe destacar que a necessidade de vedação ocorre entre o anel e as paredes do cilindro e também entre o anel e a haste passante do deslocador.

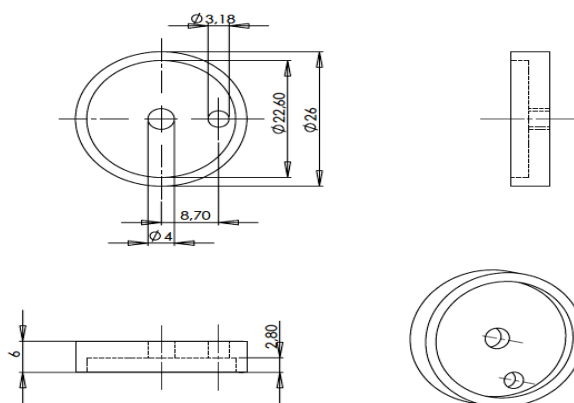


Figura A.2.11 – Selo de vedação.

A.2.3.1. Resultados obtidos com as diferentes opções de materiais de vedação

A análise dos resultados obtidos com os diferentes materiais de vedação permitiu observar os aspectos a seguir:

- ✓ Todos os materiais utilizados proporcionaram a adequada vedação quando na temperatura ambiente.
- ✓ Todos os materiais foram testados com auxílio de óleo lubrificante visando a redução do atrito, a exceção desta regra foram as opções com grafite onde este procedimento se mostrou desnecessário.
- **O-ring:** Os testes realizados mostraram que este material não proporcionou a adequada vedação quando o protótipo foi submetido à temperatura de trabalho.
- **O-ring viton®:** Os realizados mostraram que a sua resistência à temperatura é limitada. Este material também levou a sérios problemas de vedação.
- **Teflon:** Este material proporcionou a adequada vedação, porém o atrito resultante foi tão alto que inviabilizou o funcionamento do protótipo.
- **Tecnil grafitado:** Este material foi o que apresentou o pior resultado dentre todas as opções analisadas. Além dele não suportar temperaturas acima de 140°C, sofreu deformação parcial que inviabilizou completamente a vedação.
- **Grafite puro flexível prensado e usinado:** Este material não alcançou êxito em sua aplicação devido à compactação não ter sido suficiente. Após a prensagem, o material ainda se apresentava com vazios internos e altamente quebradiço. Desta forma, o simples fato de posicionar a peça na placa do torno para usinagem era suficiente para a sua destruição.
- **Grafite de alta performance:** Este material permitiu a usinagem do tarugo até a obtenção de uma peça com as adequadas dimensões. A vedação obtida foi adequada, bem como o baixo atrito de deslizamento entre as superfícies. Sua resistência à temperatura é bastante elevada, sendo estimada pelo fabricante como sendo da ordem de 1600°C.

A.2.3.2. Aumentando a eficiência do protótipo

Após analisar os resultados relativos ao material de vedação, o deslocador sofreu modificações visando aumentar a eficiência do protótipo e ampliar as chances de seu funcionamento.

Inicialmente, o deslocador foi definido como uma peça cilíndrica maciça confeccionada em Alumínio. Nesta etapa a massa do deslocador foi reduzida em aproximadamente 65% pela usinagem do material em seu interior. A Fig. A.2.12 apresenta as alterações

geométricas implementadas no deslocador visando reduzir a sua massa e aumentar as chances de funcionamento do protótipo.

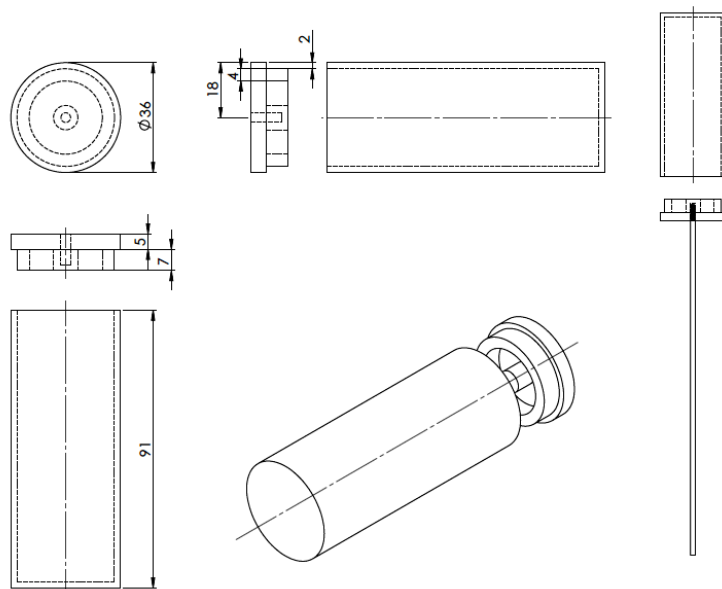


Figura A.2.12 – Nova configuração geométrica do deslocador.

A.2.4. Segunda geração do protótipo

Após a implementação dos procedimentos de otimização, foi desenvolvida uma segunda geração do protótipo. Nesta geração foram escolhidos componentes comerciais com dimensões próximas daquelas obtidas nos resultados dos procedimentos de otimização.

Baseado na ideia desenvolvida na primeira função objetivo (F1), foi também incorporada ao protótipo uma mudança fundamental no controle do movimento do deslocador. Ao invés de usar uma segunda manivela defasada em relação à manivela do pistão, foi adotado um mecanismo de acionamento eletromagnético com acionamento independente. Esta alternativa evita uma série de importantes problemas observados no primeiro protótipo com relação à vedação e o atrito nas peças móveis, principalmente associados à vareta que liga o deslocador à sua biela e que tem de trespassar o pistão.

Além de reduzir os problemas de vedação e atrito, o acionamento do deslocador feito desta forma permite criar as condições ideais para o seu posicionamento visando aumentar o rendimento termodinâmico. O acionamento eletromagnético desvinculado do movimento da manivela permite manter o deslocador na sua posição ótima durante todo o funcionamento do motor, ou seja:

- Manter o deslocador encostado no pistão e todo o fluido operante na câmara quente durante a expansão (enquanto o pistão se desloca do PMS em direção ao PMI).
- Manter o deslocador encostado no cabeçote e todo o fluido operante na câmara fria durante a compressão (enquanto o pistão se desloca do PMI em direção ao PMS).

O controle do sistema de acionamento eletromagnético do deslocador foi implementado a partir de um micro controlador Arduino Uno, um conjunto de sensores óticos e um conjunto de relés.

A.2.4.1. Execução do segundo protótipo

O protótipo de motor Stirling beta de segunda geração também foi construído a partir de componentes comerciais automotivos. Neste caso específico, o principal conjunto fornecedor de peças foi um motor de dois tempos de origem chinesa, normalmente utilizado para a montagem de bicicletas motorizadas.

Nesta implementação, foram utilizados o conjunto da carcaça, bloco, cárter, virabrequim, biela e pistão. O cilindro original do motor com suas aletas (em alumínio) foi montado na carcaça de forma invertida e com suas janelas e canais de transferência obstruídos para definir a câmara fria do motor Stirling.

Acoplado ao cilindro aletado, foi usinado outro cilindro que comporta o deslocador e a câmara quente. Esta peça foi confeccionada em aço em função da alta temperatura de operação da câmara quente.

O material escolhido para a confecção do cilindro principal e câmara quente foi o aço inoxidável austenítico 304. Sabe-se que nos aços inoxidáveis austeníticos a redução das propriedades mecânicas em altas temperaturas é menos significativa que nos demais aços, além disto, eles são superiores em termos da resistência à oxidação em alta temperatura. Outra característica importante deste material é o fato dele não ser magnético. Isto elimina a possibilidade de interferência no controle e acionamento do dispositivo eletromagnético que promove a movimentação do deslocador.

O conjunto do cilindro principal foi construído a partir de um tarugo de aço inoxidável 304, sendo dividido em três partes como mostra a Fig. A.2.13. A peça A é responsável pela sustentação da haste do deslocador e aloja o grafite que faz a vedação entre esta haste e o cilindro. A peça B define o cilindro principal montado na base C sob interferência e em seguida soldada pelo processo MIG.

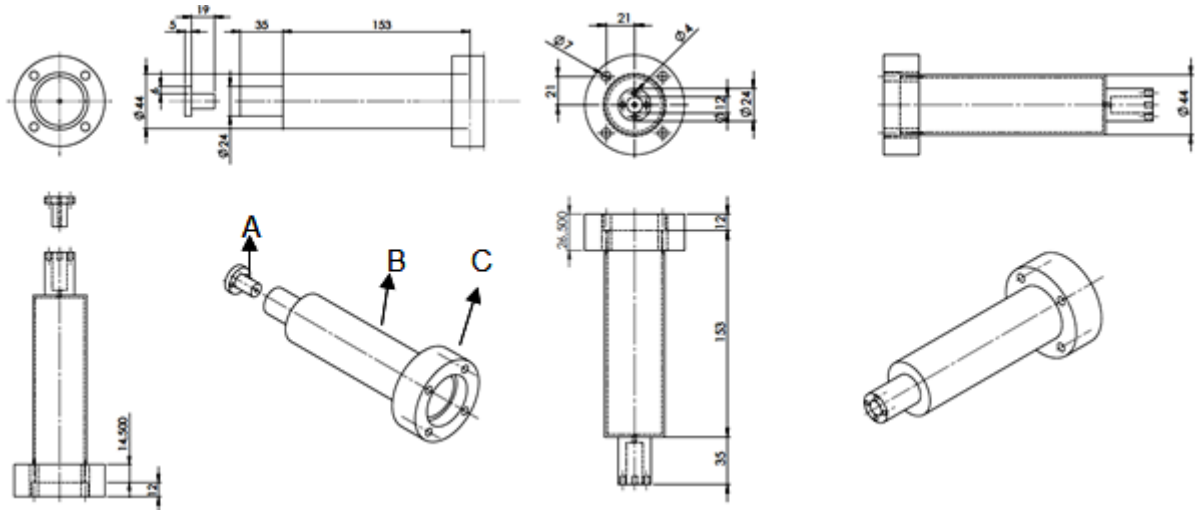


Figura A.2.13 – Cilindro principal que aloja o deslocador.

A.2.4.2. Teste de cilindridade no cilindro

Normalmente os pistões utilizados em motores de combustão interna não são cilíndricos. Quando à temperatura ambiente eles costumam ser cônicos para que, ao atingir a temperatura normal de funcionamento do motor, o gradiente de temperatura entre a cabeça e a saia faça com que o formato se torne cilíndrico em função da dilatação térmica diferenciada. Em uma vista superior, os pistões costumam ser ovalados, de forma que na direção do pino existe sempre uma maior concentração de massa e consequentemente uma maior dificuldade de dissipação do calor. O formato original ovalado permite então que ao atingir o regime de funcionamento, o pistão se torne circular em função das diferentes temperaturas que se desenvolvem nas suas partes.

Uma vez que as novas condições de operação do cilindro (agora funcionando basicamente como câmara fria do motor Stirling) são bem diferentes daquelas para as quais ele foi projetado (motor de combustão interna de dois tempos), foi realizado um teste de cilindridade em um equipamento específico para medir desvio de forma (Talyrond 131). Este equipamento pode ser visto na Fig. A.2.14.

O equipamento de medição utiliza uma ponta apalpadora única feita a partir de uma esfera de rubi sintético com 2 mm de diâmetro. As Fig. A.2.15 à A.2.23 ilustram as medições realizadas. Cabe destacar que as medições foram feitas nos dois sentidos do cilindro.

Uma vez que o pistão sofreu uma operação na sua cabeça para a montagem do anel de vedação de grafite, o resultado das medições do desvio de forma serviram como base para estabelecer as melhores dimensões do grafite e com isto proporcionar o adequado desempenho em termos da vedação e do baixo atrito.

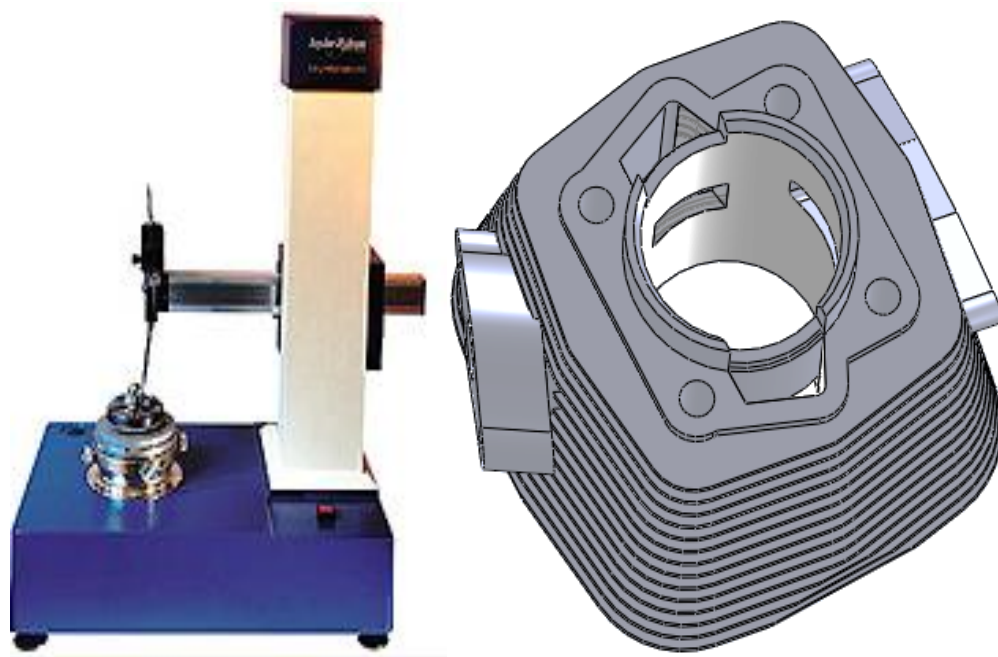


Figura A.2.14 – Equipamento para medir desvio de forma (Talyrond 131) e o cilindro analisado.

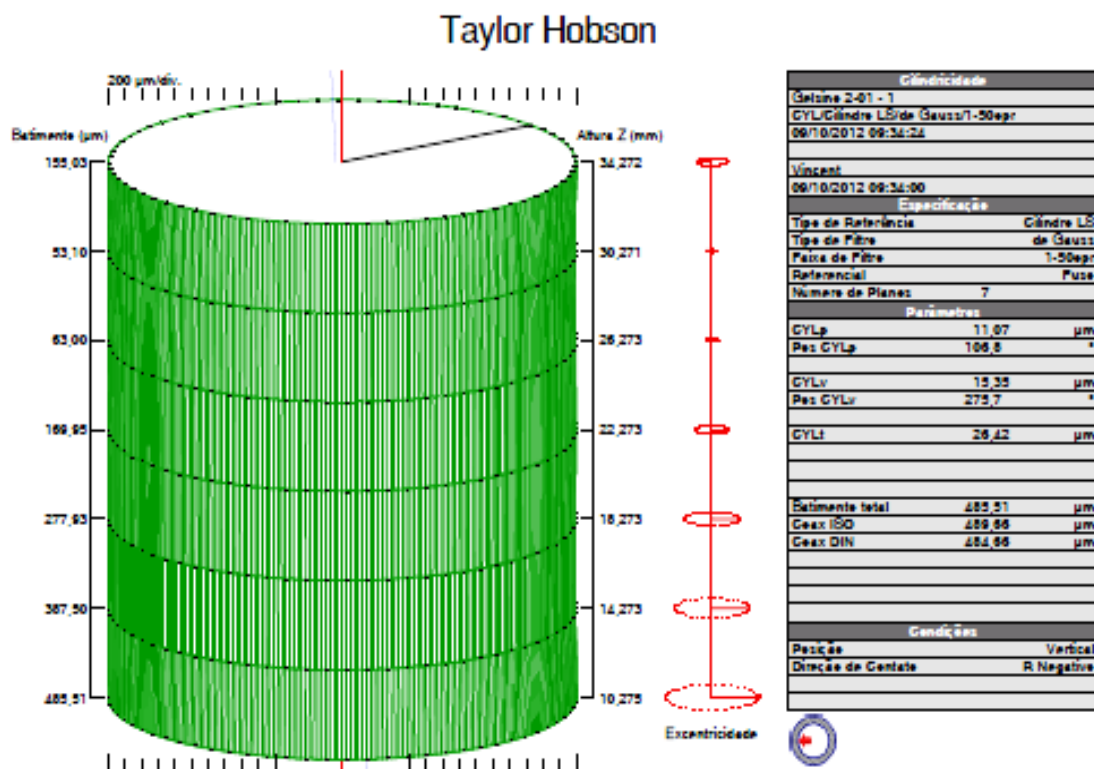
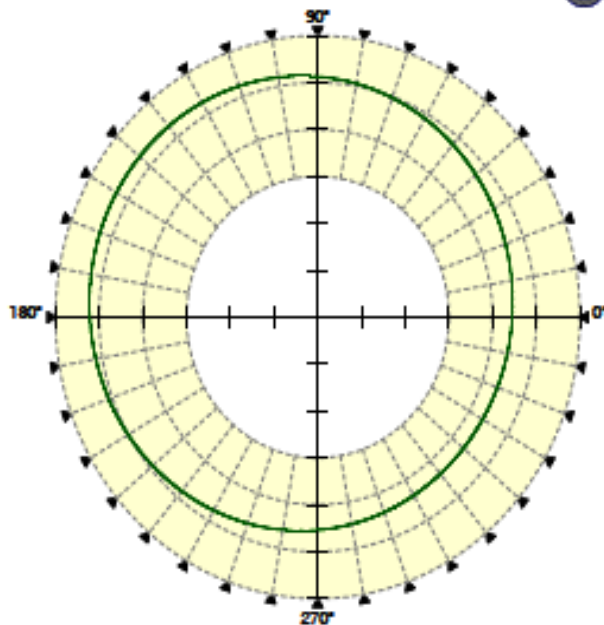


Figura A.2.15 – Medição do desvio de forma do cilindro dividida em sete planos.

Taylor Hobson

Escala 0,5mm/div.

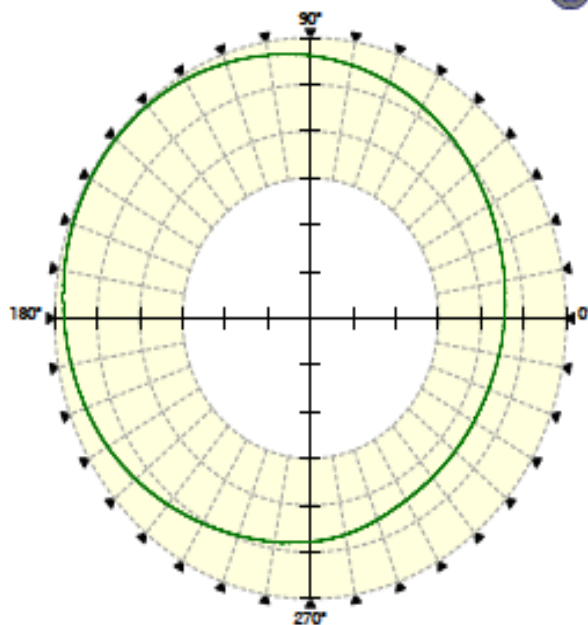


Medição de Circularidade		
Gelsino 2-01		
3607/Marcio/Tallyrond 2012		
09/10/2012 09:30:25		
Especificação		
Direção da Medição	Sentido horário	
Velocidade da Medição	6	rpm
Condições		
Posição R	-5,482	mm
Posição Z	10,275	mm
Posição	Vertical	
Direção de Contato	R Negativo	

Figura A.2.16 – Desvio de forma relativo à medição do 1º plano do cilindro.

Taylor Hobson

Escala 50µm/div.

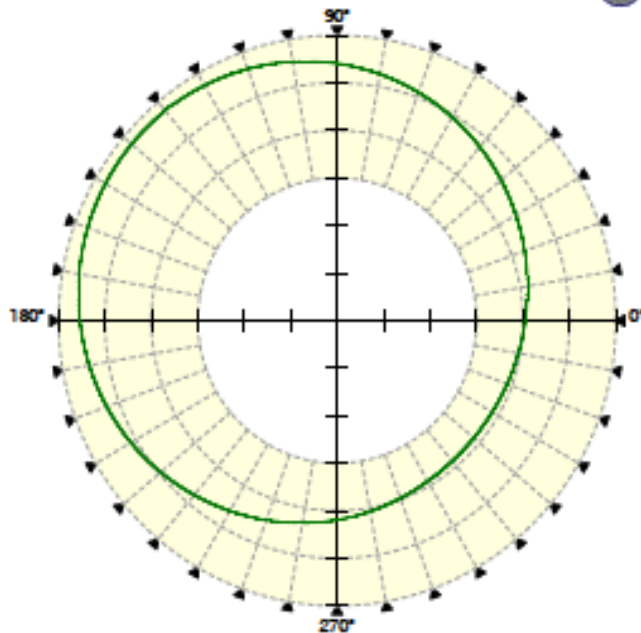


Medição de Circularidade		
Gelsino 2-02		
3607/Marcio/Tallyrond 2012		
09/10/2012 09:27:06		
Especificação		
Direção da Medição	Sentido horário	
Velocidade da Medição	6	rpm
Condições		
Posição R	-5,610	mm
Posição Z	27,557	mm
Posição	Vertical	
Direção de Contato	R Negativo	

Figura A.2.17 – Desvio de forma relativo à medição 2º plano do cilindro.

Taylor Hobson

Escala 0,2mm/div.

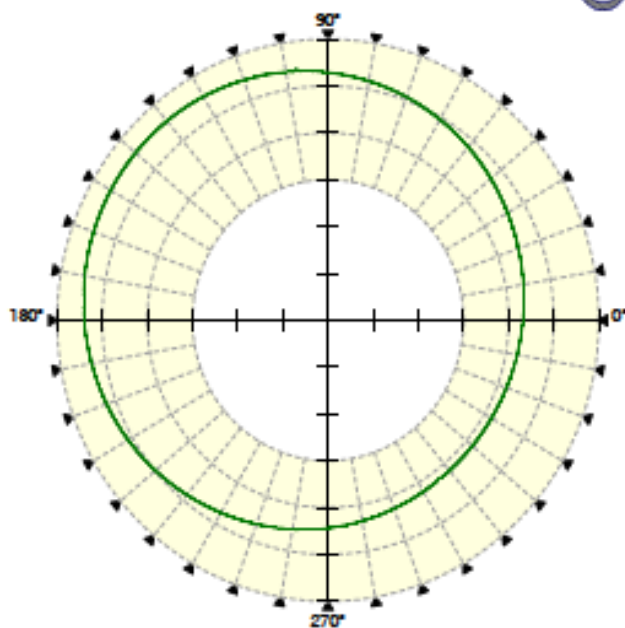


Medição de Circularidade		
Gelsino 2-03		
3607/Marcio/Talyrond 2012		
09/10/2012 09:31:15		
Especificação		
Direção da Medição	Sentido horário	
Velocidade da Medição	6	rpm
Condições		
Posição R	-5,580	mm
Posição Z	14,273	mm
Posição	Vertical	
Direção de Contato	R Negativo	

Figura A.2.18 – Desvio de forma relativo à medição do 3º plano do cilindro.

Taylor Hobson

Escala 0,2mm/div.

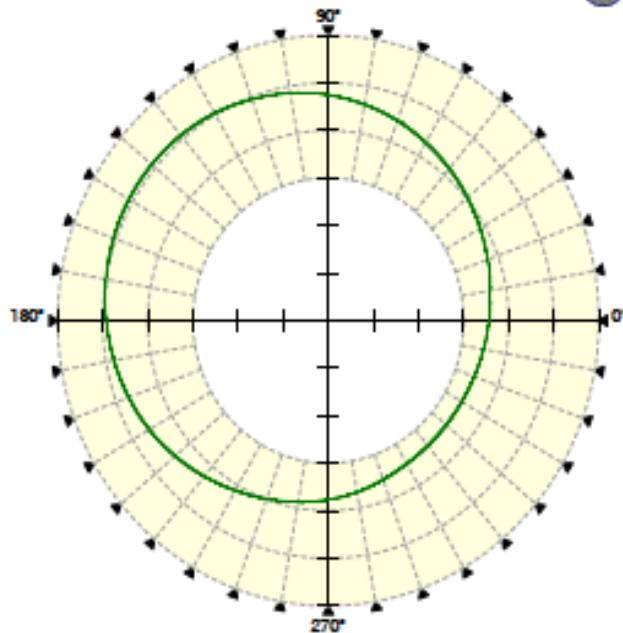


Medição de Circularidade		
Gelsino 2-04		
3607/Marcio/Talyrond 2012		
09/10/2012 09:31:52		
Especificação		
Direção da Medição	Sentido horário	
Velocidade da Medição	6	rpm
Condições		
Posição R	-5,568	mm
Posição Z	18,273	mm
Posição	Vertical	
Direção de Contato	R Negativo	

Figura A.2.19 – Desvio de forma relativo à medição do 4º plano do cilindro.

Taylor Hobson

Escala 0,1mm/div.

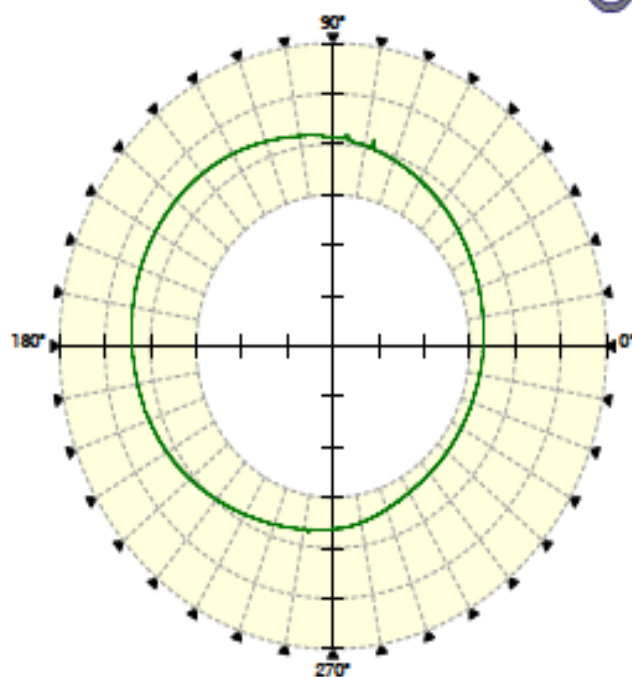


Medição de Circularidade		
Gelsino 2-05		
3607/Marcio/Talyrond 2012		
09/10/2012 09:32:23		
Especificação		
Direção da Medição	Sentido horário	
Velocidade da Medição	6	rpm
Condições		
Posição R	-5,668	mm
Posição Z	22,273	mm
Posição	Vertical	
Direção de Contato	R Negativo	

Figura A.2.20 – Desvio de forma relativo à medição do 5º plano do cilindro.

Taylor Hobson

Escala 50µm/div.



Medição de Circularidade		
Gelsino 2-06		
3607/Marcio/Talyrond 2012		
09/10/2012 09:33:01		
Especificação		
Direção da Medição	Sentido horário	
Velocidade da Medição	6	rpm
Condições		
Posição R	-5,672	mm
Posição Z	26,273	mm
Posição	Vertical	
Direção de Contato	R Negativo	

Figura A.2.21 – Desvio de forma relativo à medição do 6º plano do cilindro.

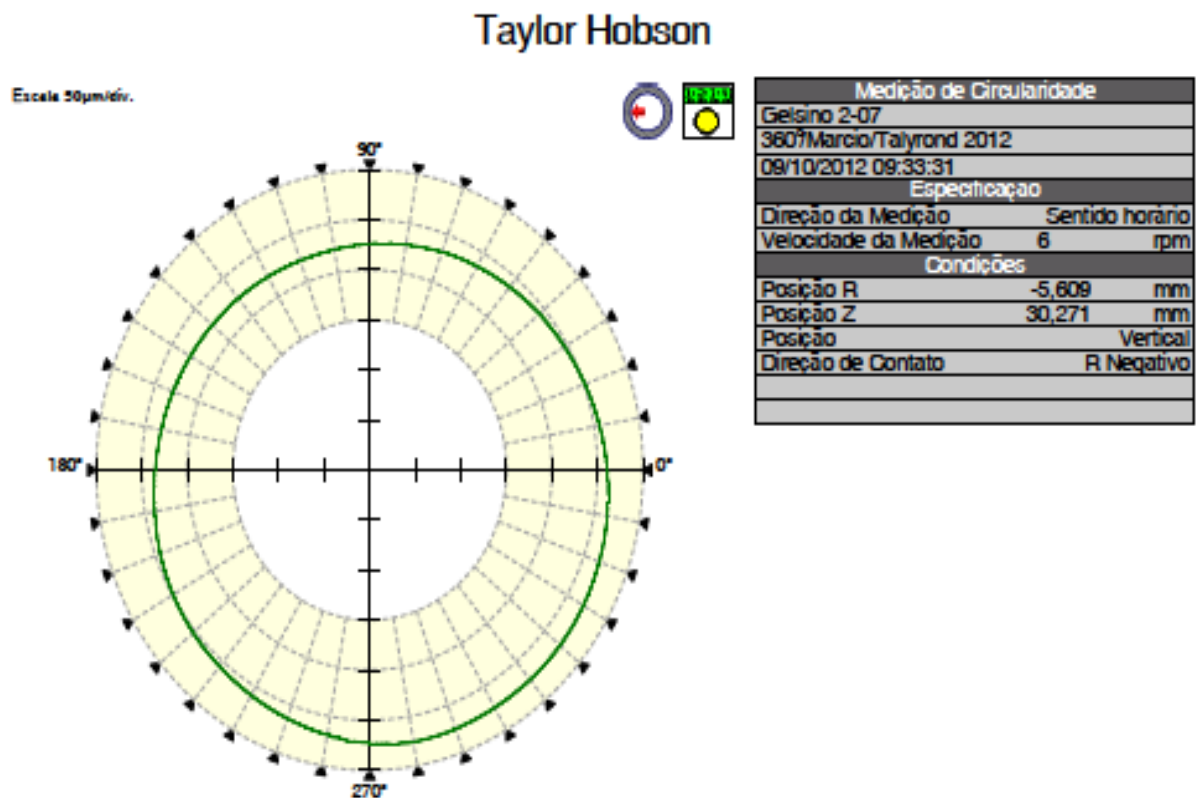


Figura A.2.22 – Desvio de forma relativo à medição do 7º plano do cilindro.

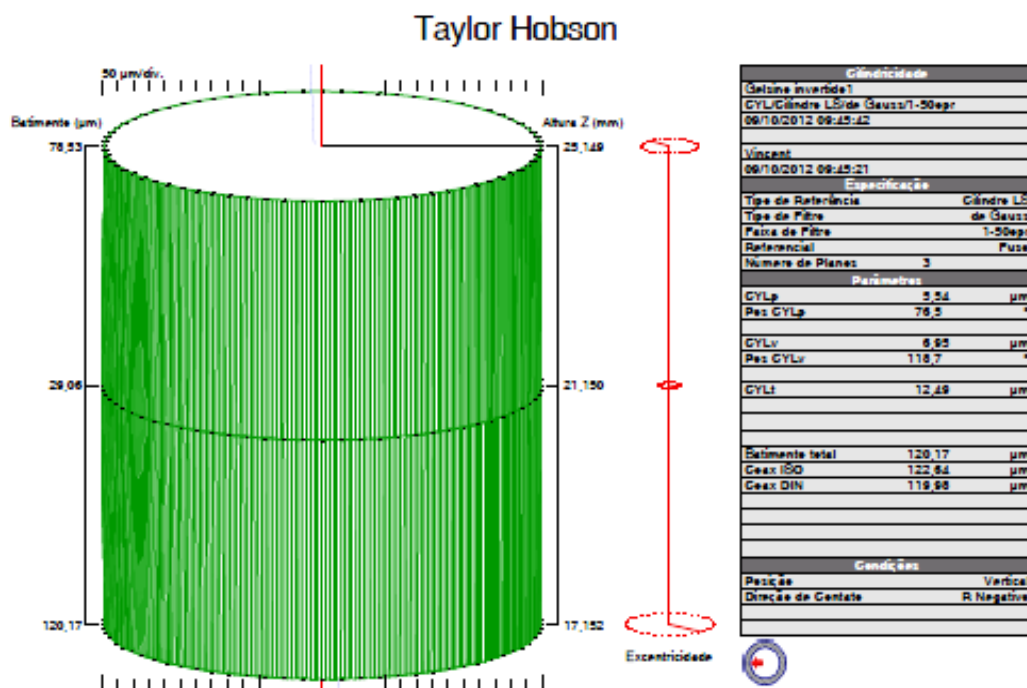


Figura A.2.23 – Medição do desvio de forma do cilindro realizada no sentido contrário ao da Fig. A.2.15.

A medição da Fig. A.2.23 foi realizada devido às janelas do cilindro que impossibilitava a análise, pois havia uma grande chance de quebrar a ponta do equipamento que mede o desvio de forma do cilindro analisado.

A.2.4.3. Peças usinadas e adaptadas

A Fig. A.2.24 apresenta as modificações que foram introduzidas no pistão para efeito de sua adaptação à nova aplicação. Primeiramente todos os anéis de vedação do pistão foram retirados e o mesmo sofreu uma operação de usinagem na parte superior da sua cabeça até a altura da canaleta do primeiro anel de compressão. Feito isto, o anel de vedação de grafite foi usinado na dimensão correta para a montagem de forma a proporcionar a vedação sem que houvesse a sua quebra.

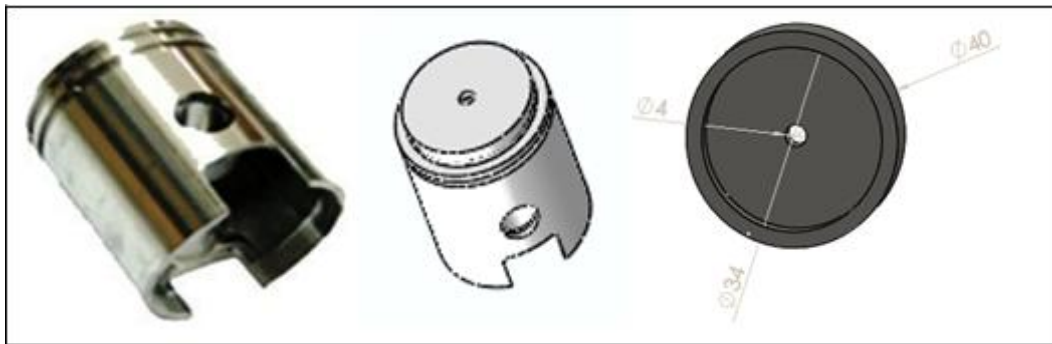


Figura A.2.24 – Pistão e o seu anel de vedação usinado em grafite.

Na Fig. A.2.25 mostra as dimensões finais das peças, bem como sua nomenclatura de referência e condições de montagem.

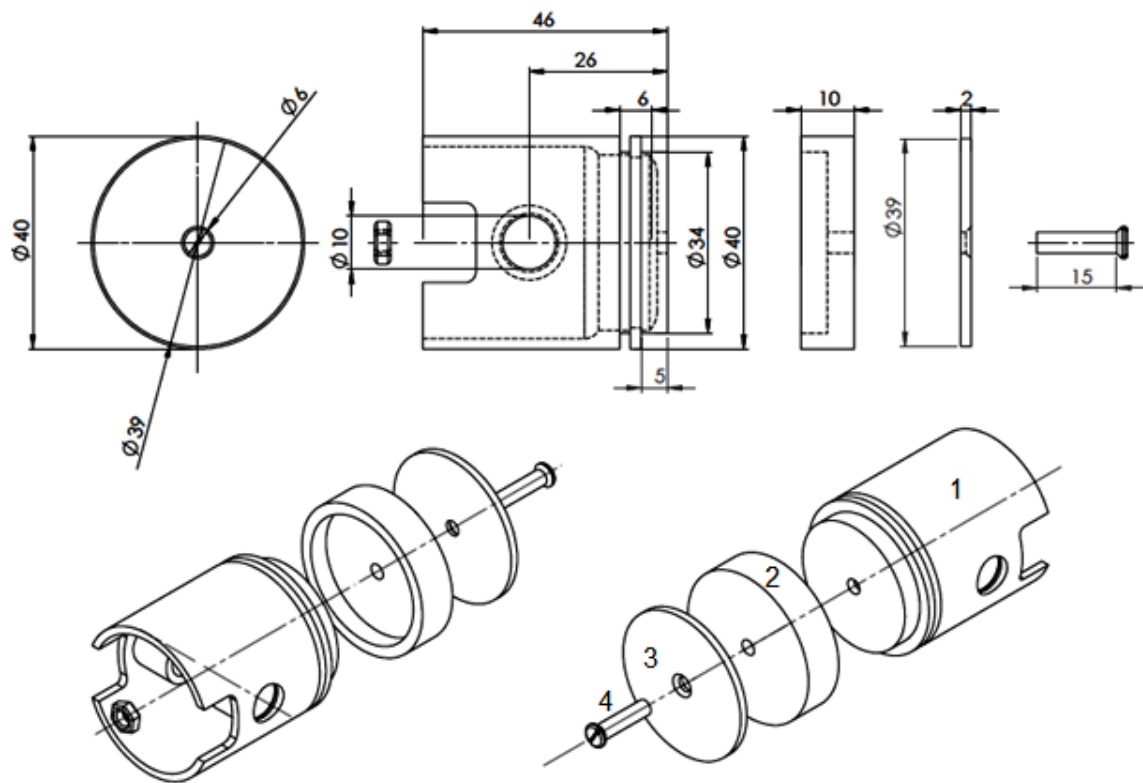


Figura A.2.25 – Geometria do pistão e montagem do anel de vedação de grafite: (1) Pistão sem os anéis e com a cabeça usinada até a primeira canaleta; (2) Anel de vedação em grafite usinado; (3) Arruela metálica que protege o anel de grafite dos impactos com o deslocador; (4) Parafuso de fixação do conjunto arruela / anel de grafite / pistão.

A Fig. A.2.26 ilustra o dispositivo eletromagnético que promove o movimento do deslocador. Ele é composto de uma haste fina de aço inoxidável que se acopla ao deslocador de alumínio. Na outra extremidade, a haste fina se acopla a um tarugo de aço inoxidável 430 (ferromagnético) que será a peça acionada pelo sistema de bobinas. Todo este conjunto é montado no interior de um tubo de aço inoxidável 304 (não ferro magnético) com um rasgo na sua parte superior que limita o curso do dispositivo em 108 mm a partir de um pino que funciona como batente de fim de curso.

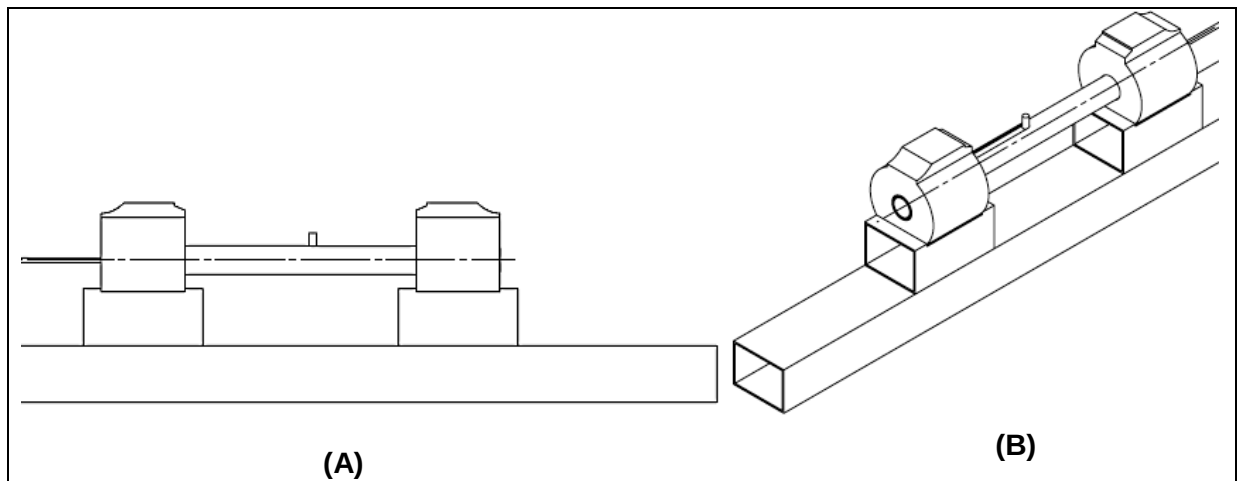


Figura A.2.26 – Ilustração do dispositivo eletromagnético responsável pelo acionamento do deslocador.

A Fig. A.2.27 mostra um desenho de conjunto da configuração final do protótipo de segunda geração. Conforme pode ser observado nesta ilustração, o acionamento do deslocador se dá pelo cabeçote, o que simplifica sobremaneira o problema da vedação (elimina a necessidade de trespassar o pistão) e da redução do atrito pela ausência de um segundo conjunto biela - manivela.

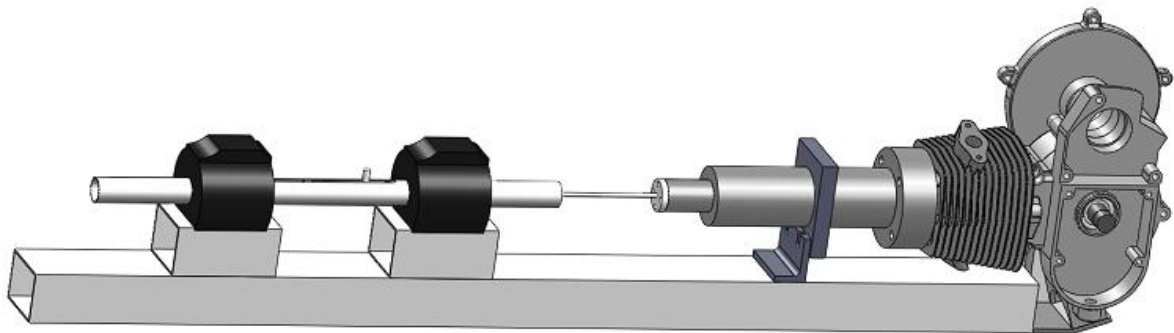


Figura A.2.27 – Desenho de conjunto do protótipo de motor Stirling beta em sua segunda geração.

Para implementar o controle de movimento do deslocador, foi utilizado um micro controlador Arduino Uno, conforme mostrado na Fig. A.2.28. O dispositivo de controle consiste de um conjunto de sensores óticos que detecta a posição angular do virabrequim a partir de uma peça que gira solidária a este e que possui um rasgo radial, conforme mostra a Fig. A.2.29. O rasgo fica posicionado de forma a indicar a direção da manivela do pistão. Ao passar por cada um dos sensores óticos, o controlador identifica se o pistão está em seu PMS ou PMI e a partir disto faz o acionamento sincronizado de um conjunto de relés que

energiza suas respectivas bobinas. Feito isto, a haste do deslocador se movimenta de acordo com a lógica descrita no item referente à função objetivo F_1 que tem como objetivo estabelecer as condições mecânicas que potencializam o rendimento termodinâmico.

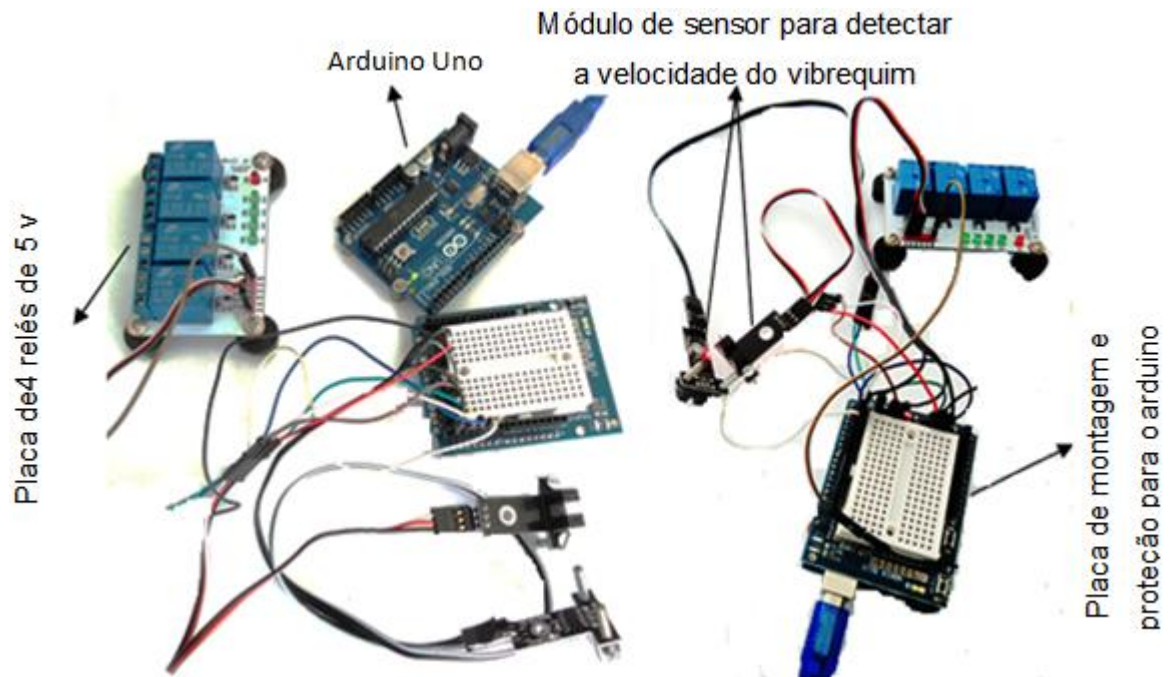
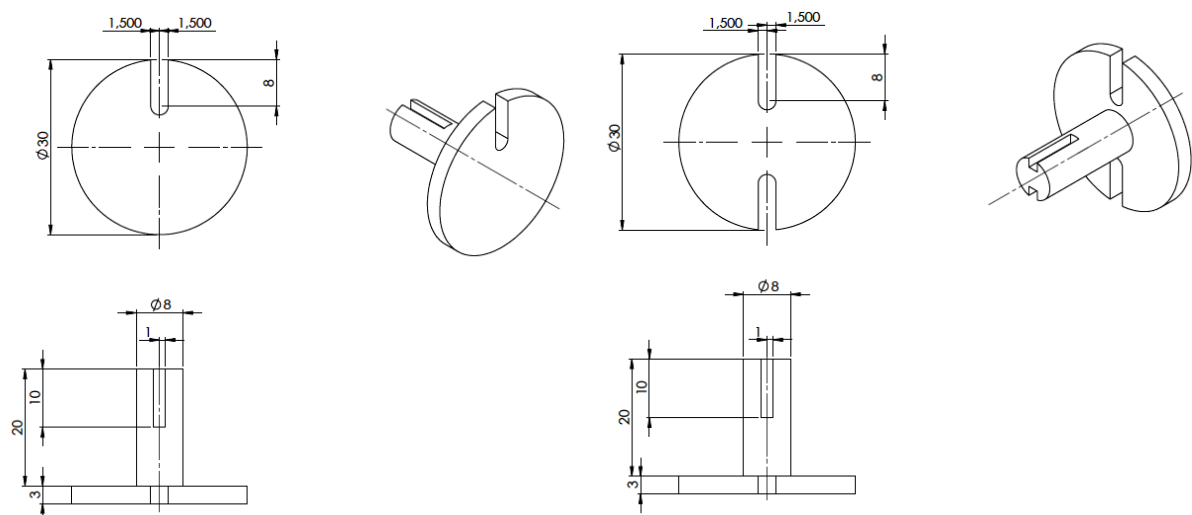


Figura A.2.28 – Conjunto eletrônico referente ao micro controlador Arduino Uno, sensores óticos, conjunto de relés e placas de conexão.



A – Disco para dois sensores óticos.

B – Disco para um sensor ótico.

Figura A.2.29 – Peças responsáveis pelo estabelecimento do controle e sincronismo dos movimentos do pistão e do deslocador.

Após várias tentativas de obter o funcionamento adequado do sistema de controle do movimento do deslocador, concluiu-se que havia um problema crônico relacionado com o curso proporcionado pelas bobinas. O curso obtido com duas bobinas foi insuficiente para garantir o correto posicionamento do deslocador, que atingia o fim de curso por inércia e retornava para uma posição inadequada.

Para eliminar este problema o sistema sofreu uma atualização e passou a utilizar três bobinas acionadas em sequência. Com esta nova estratégia de controle, foi possível obter o curso desejado para o deslocador, bem como evitar o seu retorno indesejado.

As Fig. A.2.30, A.2.31 e A.2.32 ilustram a atualização do sistema de controle para o uso de três bobinas.

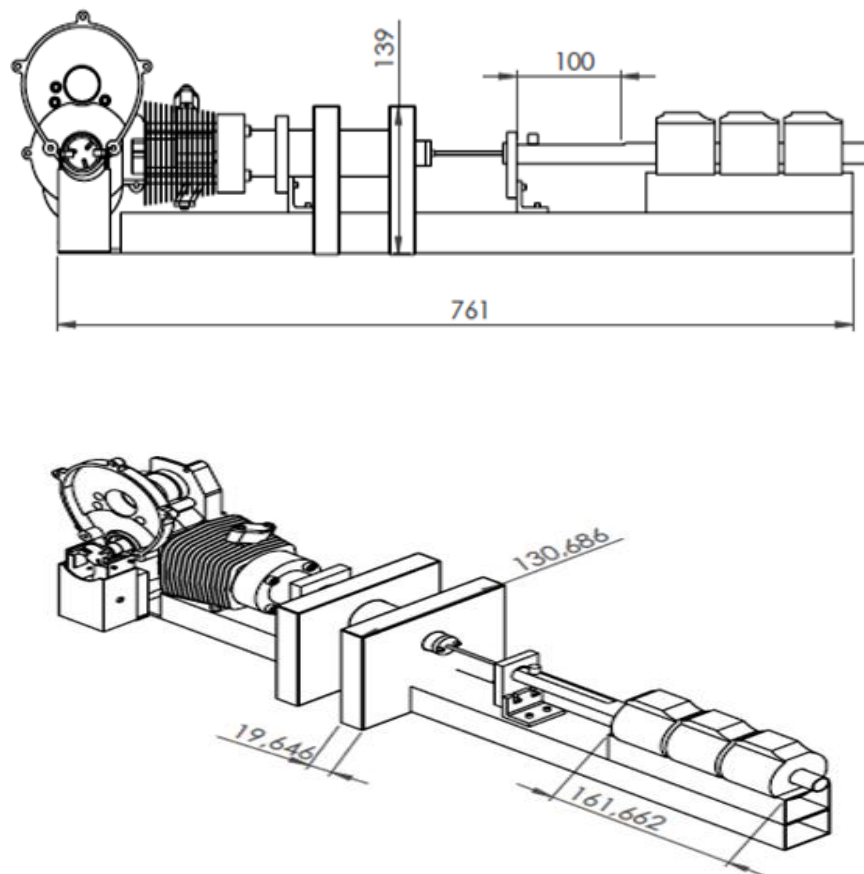


Figura A.2.30 – Atualização do protótipo de segunda geração para o uso de três bobinas.

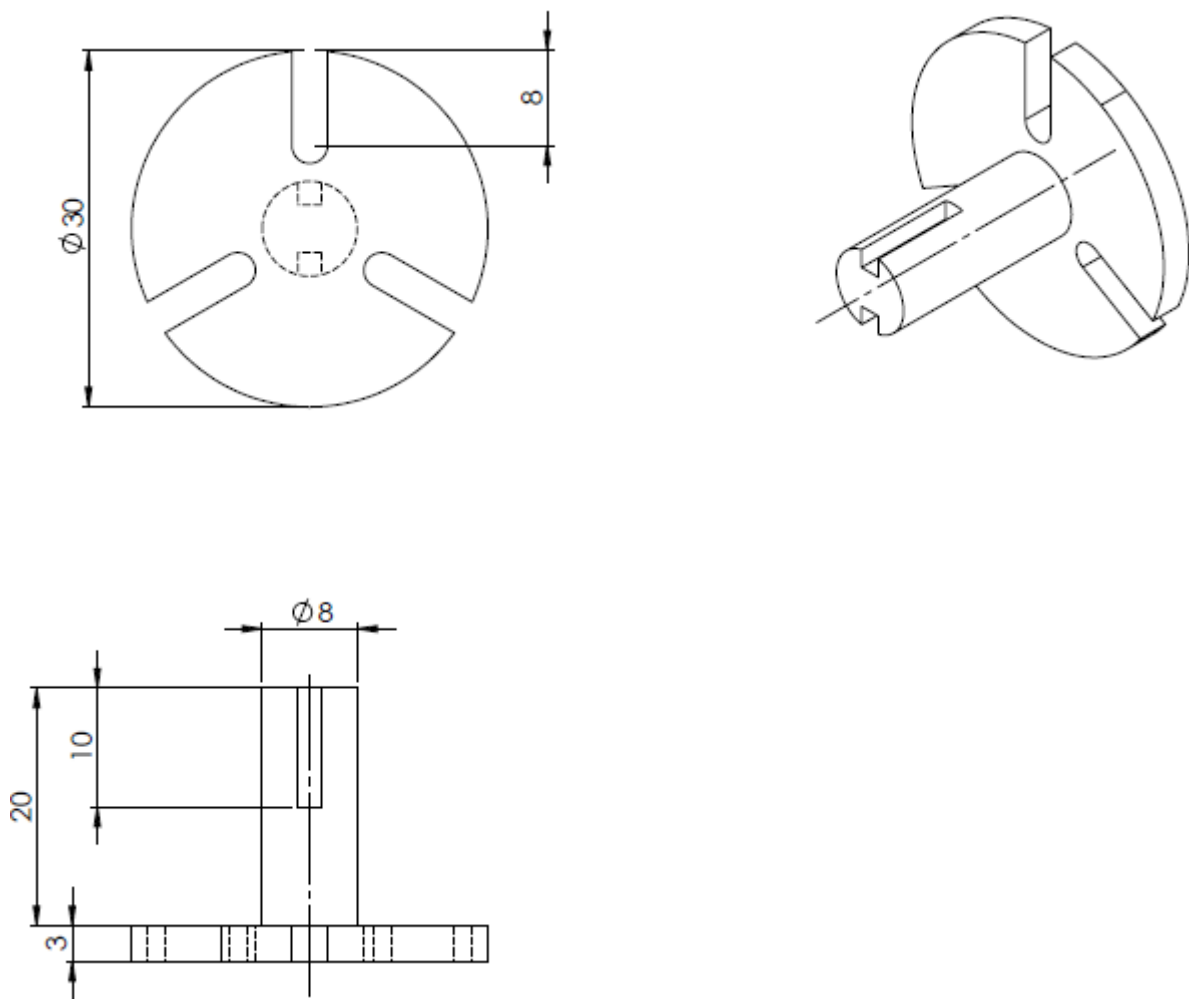


Figura A.2.31 – Peça responsável pelo sincronismo entre a posição do pistão e o acionamento do sistema de três bobinas.

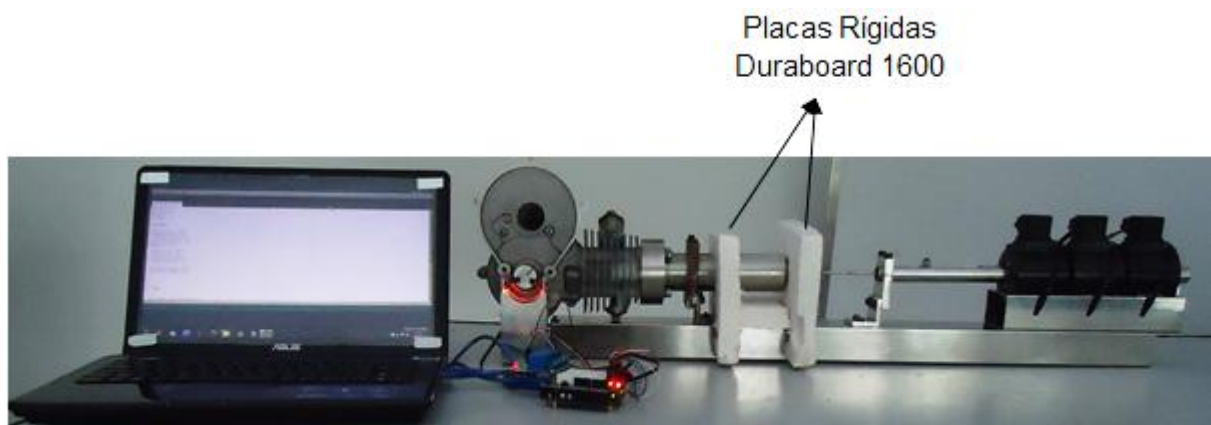


Figura A.2.32 – Imagem real do protótipo de segunda geração com seu sistema de controle de movimento do deslocador a partir de três bobinas.

A.2.4.4. Placa Duraboard 1600

A imagem da Fig. A.2.32 mostra que as câmaras quente e fria do protótipo de segunda geração ficam relativamente próximas. Em função desta proximidade, foram colocadas placas rígidas Duraboard para proporcionar o isolamento térmico a altas temperaturas. Sua função é evitar que a alta temperatura desenvolvida no entorno da câmara quente chegue à câmara fria por radiação ou convecção. Fazendo isto, o cilindro principal se comportará aproximadamente como uma aleta cilíndrica, conforme hipótese formulada quando da definição da função objetivo F_1 .

As placas Duraboard 1600 são feitas a partir de fibras Fiberfrax® e fibras polícríscas Fiberfrax® que proporcionam as seguintes características:

- Encolhimento extremamente pequeno a temperaturas elevadas;
- Densidade uniforme;
- Baixa condutividade térmica;
- Estabilidade em alta temperatura;
- Excelente resistência ao choque térmico e ao ataque químico.
- Grande resistência mecânica e alto módulo de ruptura.

O conjunto destas propriedades mostra ser o produto adequado à aplicação pretendida, onde a câmara quente do motor Stirling terá seu exterior submetido à ação dos gases de escape de um motor de combustão interna e estará sujeita à ação de gases quentes em alta velocidade e com grande capacidade de provocar erosão.

CAPÍTULO IX

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] BUTKEWISTSCH, S. Otimização de Sistemas Mecânicos: Ferramenta de Engenharia de concepção. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica de Uberlândia, Uberlândia-MG., 1998.

[2] CASTRO, R. E. Otimização de Estruturas com Multi-Objetivos via Algoritmo Genéticos. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Civil – COPPE/UFRJ, 2001.

[3] Cheng Gen, Mitsuo and Runwei Cheng; Genetic Algorithms & Engineering Optimization; Copyright © 2000 John Wiley & Sons, inc.

[4] Davis, L. D. Handbook of Genetic Algorithms. (Ed.) New York: Van Nostrand Reinhold, 1991 ISBN 0-442-00173-8, 385pp., £32.50.

[5] DEB K., PRATAP A., AGARWAL S., MEYARIVAN T. A Fast and Elitist Multi-Objective Genetic Algorithm: NSGA-II. KanGAL – Kanpur Genetic Algorithms Laboratory. KanGAL Report Number 2000001. 2000.

[6] EDGAR, T.F.; HIMMELBLAU, D.M.; LADSON, L.S. Optimization of Chemical Process. Second edition. New York: McGraw – Hill Chemical Engineering Series, 2001.

[7] GOLDBERG, D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. First edition. USA: Adison – Wesley, 1989.

- [8] HOLLAND, J. H. adaptation in Natural and Artificial Systems. First edition. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975.
- [9] HOU, C. R.; JOINES, J. A.; KAY, G. A. A Genetic Algorithm for Function Optimization: a Matlab Implementation. Technical Report: NCSU-IE-TR-95-09, North Carolina State University, Raleigh, 1995.
- [10] INCROPERA, F. P.; DE WITT, D. P.; Fundamentos de Transferência de Calor, 4ª ed. School of Mechanical Engineering – Purdue University, 1999 México. P 115 - 118. Traduzido do Inglês: Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 4 th ed. Copyright © 1996 John Wiley & Sons, inc.
- [11] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., and Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. Science, 220(4598):671–680.
- [12] Leighton E. Sissom, Donald R. Pitts; FENÔMENOS DE TRANSPORTE; Editora Guanabara S. A. Rio de Janeiro-RJ 1988.
- [13] LOBATO, F.S. (2007) Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica de Uberlândia, Uberlândia-MG., 2007.
- [14] Luz, E. F. P., Becceneri, J. C., and Campos Velho, H. F. (2008). A new multi-particle collision algorithm for optimization in a high-performance environment. Journal of Computational Interdisciplinary Sciences, 1:1–7.
- [15] M. Arana-Jiménez; G. Ruiz-Garzón; R. Osuna-Gómez; B. Hernández-Jiménez. Duality and a Characterization of Pseudoinvexity for Pareto and Weak Pareto Solutions in Nondifferentiable Multiobjective Programming. Received: 6 September 2011 / Accepted: 13 July 2012 / Published online: 31 July 2012. © Springer Science+Business Media, LLC 2012.
- [16] Mabie, Hamilton H. [e] Fred W. Ocvirk; MECANISMOS; Tradução: Edival Ponciano de Carvalho - 2ª edição- Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1980.
- [17] MICHALEWICZ, Z.; DEB, K.; SCHMIDT, M.; STIDENT, T. Evolutionary Algorithms for Engineering Applications. First edition. Evolutionary Algorithms in Engineering and

Computer Science, Edited by Miettinen, k.; Neittaanmaki, P.; Makela, M. M. e Periaux, J.; John Wiley & Sons, 1999.

[18] Muniz, W. B. (1999). Um problema inverso em condução do calor utilizando métodos de regularização. Dissertação de mestrado, Instituto de Informática, UFRGS.

[19] Muniz, W. B., Campos Velho, H. F., and Ramos, F. M. (1999). A Comparison of Some Inverse Methods for Estimating the Initial Condition of the Heat Equation. Journal of Computational and Applied Mathematics, 103:145–163.

[20] PARETO, V. Cours D' Economie Politique. First edition. França: Vol I and II, F. Rouge, Lausanne, 1896.

[21] Singiresu S. Rao. Engineering Optimization: Theory and Practice, Fourth Edition Copyright © 2009 by John Wiley & Sons, Inc.

[22] TICONA, W. G.C. Aplicação de Algoritmo Genéticos Multi-Objetivo para Alinhamento de Sequências Biológicas. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Ciência Matemática e de Computação – ICMC-USP, São Carlos – SP, 2003.

[23] Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y. (1977). Solution of Ill-Posed Problems. Winston and Sons, New York.

[24] Van Wylen, Gordon John [e] Richard E. Sonntag; FUNDAMENTOS DA TERMODINÂMICA CLÁSSICA; Tradutores: Eitaro yamane [e outros] 2ª edição _ 6ª Reimpressão 1987. São Paulo-SP.

[25] Vanderplaats Garret N.; NUMERICAL OPTIMIZATION TECHNIQUES FOR ENGINEERING DESIGN; Forth Edition, First Printing – Copyright© 2005.

[26] Yang, X. S. (2008). Nature – Inspired Meta heuristic Algorithms. Luniver Press, Cambridge.