



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



EFEITO DE MÚLTIPLAS ENTRADAS NO DESEMPENHO DO HIDROCICLONE HGOT1

Grégori Ullmann

Uberlândia – MG

2020



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



EFEITO DE MÚLTIPLAS ENTRADAS NO DESEMPENHO DO HIDROCICLONE HGOT1

Grégori Ullmann

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientador (a): Luiz Gustavo Martins Vieira

Coorientador (a): Danylo de Oliveira Silva

Uberlândia – MG

2020

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

U42 2020	Ullmann, Grégori, 1993- Efeito de múltiplas entradas no desempenho do hidrociclone HGOT1 [recurso eletrônico] / Grégori Ullmann. - 2020. Orientador: Luiz Gustavo Martins Vieira. Coorientador: Danylo de Oliveira Silva. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Química. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.di.2020.91 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações. 1. Engenharia química. I. Vieira, Luiz Gustavo Martins,1976-, (Orient.). II. Silva, Danylo de Oliveira,1981-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Química. IV. Título. CDU: 66.0
-------------	--

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Química				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado, 05/2020, PPGEQ				
Data:	07 de fevereiro de 2020	Hora de início:	08:30	Hora de encerramento:	10:45
Matrícula do Discente:	11812EQU009				
Nome do Discente:	Grégori Ullmann				
Título do Trabalho:	Efeito de múltiplas entradas no desempenho do hidrociclone HGOT1				
Área de concentração:	Desenvolvimento de processos químicos				
Linha de pesquisa:	Processos de Separação				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Estudo experimental e de simulação em hidrociclones não convencionais				

Reuniu-se na sala 1K228, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, assim composta: Professores Doutores: Diego Alves de Moro Martins - CEFET-MG/Araxá; Suélen Mara Gonçalves - PNPd/PPGEQ/UFU; Ricardo Correa de Santana - PPGEA/UFU; Marcos Antonio de Souza Barrozo - PPGEQ/UFU; Danylo de Oliveira Silva - PPGEA/UFU, coorientador e Luiz Gustavo Martins Vieira - PPGEQ/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir, o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado, considerando o candidato:

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente

ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Luiz Gustavo Martins Vieira, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/02/2020, às 10:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Danylo de Oliveira Silva, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/02/2020, às 10:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Correa de Santana, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/02/2020, às 10:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antonio de Souza Barrozo, Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/02/2020, às 10:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Suélen Mara Gonçalves, Usuário Externo**, em 07/02/2020, às 10:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Diego Alves de Moro Martins, Usuário Externo**, em 07/02/2020, às 10:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1852280** e o código CRC **1E449AF3**.

AGRADECIMENTOS

Aos meus familiares, em especial aos meus pais, Mara e Ruben, que sempre confiaram em minhas decisões, incentivando meus estudos e lutando para que eu pudesse percorrer este caminho, e à minha querida irmã Silvia, por nunca medir esforços em me ajudar sempre que precisei. À Camila, por todo carinho, paciência e apoio incondicional, incentivando-me diariamente a trabalhar no que acredito e confiando sempre em meu potencial nos momentos em que mais precisei.

Aos meus orientadores Luiz Gustavo Martins Vieira e Danylo de Oliveira Silva, por toda a dedicação, incentivo, oportunidades e ensinamentos passados. Obrigado pela confiança depositada em mim e pelo companheirismo que, sem dúvida, foram fundamentais para o desenvolvimento deste e de outros trabalhos que acrescentaram substancialmente em minha formação.

Aos membros da banca examinadora, Diego Alves de Moro Martins, Marcos Antonio de Souza Barrozo, Ricardo Corrêa de Santana e Suélen Mara Gonçalves pelas contribuições relevantes concedidas a este trabalho.

À Universidade Federal de Uberlândia, em especial à Faculdade de Engenharia Química, por ter aberto suas portas para mim e fornecido oportunidades únicas, as quais nunca imaginei poder alcançar. Obrigado à todos os professores, servidores e amigos que estiveram ao meu lado nesses anos contribuindo para o desenvolvimento deste trabalho. Em especial agradeço a todos os colegas e amigos do Laboratório de Separação e Energias Renováveis e do Laboratório de Sistemas Particulados por me ajudarem em diversos momentos e por tornarem a rotina diária agradável e mais alegre.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química pela estrutura e recursos disponibilizados e à CAPES pelo financiamento.

*“Tornamos nosso mundo significativo pela coragem
de nossas perguntas e pela profundidade de
nossas respostas”.*

Carl Sagan

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE SÍMBOLOS	iv
RESUMO.....	vii
ABSTRACT	viii
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Objetivos.....	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1 Princípios de funcionamento e fenômenos do escoamento em hidrociclones.....	4
2.2 Dimensões geométricas de hidrociclones	7
2.3 Respostas analisadas em processos de separação com hidrociclones	8
2.3.1 Divisão de fluxo e razão de líquido	8
2.3.2 Consumo energético	9
2.3.3 Eficiência total e eficiência reduzida.....	9
2.3.4 Eficiência granulométrica e eficiência granulométrica reduzida.....	10
2.3.5 Diâmetro de corte e diâmetro de corte reduzido.....	10
2.4 Fluidodinâmica computacional.....	11
2.4.1 O método dos volumes finitos (MVF).....	12
2.4.2 Equações de transporte e a modelagem da turbulência em hidrociclones.....	13
2.4.2.1 Modelo dos tensores de Reynolds (<i>Reynolds Stress Model – RSM</i>).....	14
2.4.2.2 Simulação de grandes escalas (<i>Large Eddy Simulation – LES</i>).....	15
2.4.3 Modelagem de Escoamentos Multifásicos	17
2.4.3.1 Modelo VOF (<i>Volume of Fluid</i>).....	18
2.4.3.2 Modelo de mistura.....	19
2.5 Trabalhos correlatos na literatura	20
2.5.1 Alterações na forma e dimensão do duto de alimentação.....	20
2.5.2 Alterações na dimensão da área transversal e na quantidade de alimentações.....	23

2.6	Histórico de pesquisas com hidrociclones na FEQUI/UFU	27
3	MATERIAIS E MÉTODOS	31
3.1	Geometrias e malhas computacionais.....	31
3.2	Índice de convergência da malha (<i>GCI</i>)	34
3.2.1	Tamanho representativo da malha (λ).....	35
3.2.2	Escolha dos graus de refino da malha.....	36
3.2.3	Ordem aparente do método (ζ)	37
3.2.4	Resposta extrapolada (f_{ext})	38
3.2.5	Estimativa dos erros.....	38
3.2.6	Intervalo de resposta assintótica	39
3.3	Infraestrutura computacional e <i>software</i> utilizados.....	39
3.4	Condições de contorno e estratégias de simulação.....	40
3.4.1	Simulações com uma fase.....	40
3.4.2	Simulações com modelo multifásico	41
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	46
4.1	Resultados do teste GCI.....	46
4.2	Resultados das simulações com a fase fluida	48
4.3	Simulações multifásicas.....	60
4.3.1	Verificação dos modelos multifásicos	60
4.3.2	Simulações com rocha fosfática	65
5	CONCLUSÕES	70
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	71
	REFERÊNCIAS	72

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Diferentes geometrias para hidrociclones: a) cônica b) cilíndrica. Adaptada de Chiné e Concha (2000).	2
Figura 2.1 – Representação esquemática do escoamento helicoidal em hidrociclones e suas principais partes. Adaptada de Bradley (1965).	5
Figura 2.2 – (a) Formação de fluxo caótico e curto-circuito no interior de hidrociclones (b) Formação de <i>air core</i> estável no eixo axial de um hidrociclone, com destaque para os locais de velocidade vertical zero (LZVV). Adaptada de Bradley (1965).	6
Figura 2.3 – Dimensões características de um hidrociclone convencional. Adaptado de Silva (2012).	7
Figura 2.4 – Malhas das geometrias estudadas por Rocha. Da esquerda para a direita: STQ (7x7); STR (8x6); STR (9x5,3); 2STR (8x3). Adaptado de Rocha (2019).	20
Figura 2.5 – Esquema dos acessórios na alimentação implementados pelos autores. Adaptado de Yoshida <i>et al.</i> (2004).	21
Figura 2.6 – Malha computacional do hidrociclone com alimentação em espiral de Arquimedes. Adaptado de Zhang <i>et al.</i> (2013).	22
Figura 2.7 - Geometrias propostas por Hwang <i>et al.</i> (2013). Da esquerda para a direita: inclinação da parede superior cônica igual a 30°, 45° e 60°, ângulo do prolongamento interno de alimentação igual a 180° e 270°. Adaptado de Hwang <i>et al.</i> (2013).	23
Figura 2.8 – Ciclones estudados por Zhao <i>et al.</i> (2006). a) convencional b) alimentação dupla em espiral.....	24
Figura 2.9 – Hidrociclones com duas alimentações propostos por Yoshida <i>et al.</i> (2008). Adaptado de Yoshida <i>et al.</i> (2008).	25
Figura 2.10 – Vistas superiores das geometrias original e com múltiplas alimentações propostas por Hwang <i>et al.</i> (2013). Adaptado de Hwang <i>et al.</i> (2013).	26
Figura 3.1 – Disposição Geométrica das alimentações múltiplas no hidrociclone HGOT1 (padrão).....	33
Figura 3.2 - (a) malha concebida para hidrociclone HGOT1-2A e (b) detalhe da malha na região de alimentação	34
Figura 4.1 – Perfis de velocidade tangencial traçados na altura média da seção cônica do hidrociclone HGOT1-2A.....	47
Figura 4.2 – Evolução temporal da pressão estática nas alimentações dos hidrociclones HGOT1, HGOT1-2A e HGOT1-3AE durante a simulação.	49

Figura 4.3 – Evolução temporal da razão de líquido dos hidrociclones HGOT1, HGOT1-2A e HGOT-3AE durante a simulação.	49
Figura 4.4 – Razões de líquido simuladas em função do tipo de arranjo e quantidade de dutos de alimentação em comparação ao hidrociclone HGOT1.	50
Figura 4.5 – Números de Euler simulados em função do tipo de arranjo e quantidade de dutos de alimentação em comparação ao hidrociclone HGOT1.	51
Figura 4.6 – Contornos de pressão estática a) HGOT1 b) HGOT1-2A c) HGOT1-2AE d) HGOT1-2AU e) HGOT1-3A f) HGOT1-3AE g) HGOT1-3AU.....	53
Figura 4.7 – Contornos de velocidade axial descendente a) HGOT1 b) HGOT1-2A c) HGOT1-2AE d) HGOT1-2AU e) HGOT1-3A f) HGOT1-3AE g) HGOT1-3AU.....	54
Figura 4.8 – Perfis de velocidade axial dos hidrociclones na posição axial de 85 mm.....	55
Figura 4.9 – a) Locais de velocidade vertical zero (LZVV) dos hidrociclones estudados b) LZVV dos hidrociclones HGOT1-2A e HGOT1-2AU em destaque.	56
Figura 4.10 – Contornos de velocidade tangencial a) HGOT1 b) HGOT1-2A c) HGOT1-2AE d) HGOT1-2AU e) HGOT1-3A f) HGOT1-3AE g) HGOT1-3AU.	57
Figura 4.11 – Perfis de velocidade tangencial dos hidrociclones na posição axial de 85 mm.	58
Figura 4.12 – Curvas de eficiência granulométrica simuladas e experimental para o hidrociclone HGOT1.	61
Figura 4.13 – Contornos de fração volumétrica dos diferentes diâmetros inseridos na simulação a) 0,5 μm b) 2,0 μm c) 5,0 μm d) 10,0 μm e) 15,0 μm f) 20,0 μm	63
Figura 4.14 – Contornos de pressão estática e velocidade tangencial no plano xz do hidrociclone HGOT1 a) Simulação RSM + Mistura b) Simulação LES + Mistura.	64
Figura 4.15 – Curvas de eficiência granulométrica simuladas para os hidrociclones utilizados no estudo.....	65
Figura 4.16 - Curvas de eficiência granulométrica reduzida simuladas para os hidrociclones HGOT1 e HGOT1-2A.....	67
Figura 4.17 – Contornos de velocidade relativa das fases: a) partículas de 2,0 μm b) partículas de 5,0 μm	68
Figura 4.18 – Contornos de pressão estática dos hidrociclones simulados com rocha fosfática: a) HGOT1 b) HGOT1-2A.	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Diâmetros das alimentações dos hidrociclones propostos.....	31
Tabela 3.2 – Dimensões geométricas do hidrociclone HGOT1 (KYRIAKIDIS, 2018).	32
Tabela 3.3 – Tamanhos das malhas da configuração HGOT1-2A utilizadas no teste GCI	36
Tabela 3.4 - Condições de contorno e modelagem matemática para as simulações com uma fase contínua.	41
Tabela 3.5 – Vazões mássicas de sólidos alimentadas nas simulações multifásicas.....	43
Tabela 3.6 – Parâmetros e modelos adotados nas simulações multifásicas.	44
Tabela 3.7 – Modelos e parâmetros utilizados nas fases granulares do modelo de mistura. ...	45
Tabela 3.8 – Modelos e parâmetros utilizados na interação entre as fases contínua e dispersa.	45
Tabela 4.1 – Resultados do teste GCI aplicado às malhas do hidrociclone HGOT1.	47
Tabela 4.2 – Resolução das malhas computacionais utilizadas na simulação de cada <i>layout</i> de duto de alimentação.	48
Tabela 4.3 – Velocidades tangenciais médias na seção cilíndrica.	59
Tabela 4.4 – Eficiências de coleta individuais e respectivos erros relativos calculados.	61
Tabela 4.5 – Resultados das principais respostas avaliadas em hidrociclones e respectivos erros relativos.	62

LISTA DE SÍMBOLOS

C_{VA}	Concentração volumétrica da alimentação, $[M^0L^0T^0]$
C_{Vi}	Concentração volumétrica de uma corrente genérica i , $[M^0L^0T^0]$
C_{VU}	Concentração volumétrica do <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
C_{WA}	Concentração mássica da alimentação, $[M^0L^0T^0]$
C_{wi}	Concentração mássica de uma corrente genérica i , $[M^0L^0T^0]$
C_{WU}	Concentração mássica do <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
d_{50}	Diâmetro de corte, $[M^0L^1T^0]$
d'_{50}	Diâmetro de corte reduzido, $[M^0L^1T^0]$
D_c	Diâmetro da seção cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
D_i	Diâmetro da alimentação do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
D_o	Diâmetro de <i>overflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
d_p	Diâmetro de partícula, $[M^0L^1T^0]$
D_u	Diâmetro de <i>underflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$e_a^{k+1,k}$	Erro relativo entre as malhas $k+1$ e k , $[M^0L^0T^0]$
$e_{ext}^{k+1,k}$	Erro relativo extrapolado entre as malhas $k+1$ e k , $[M^0L^0T^0]$
Eu	Adimensional de Euler, $[M^0L^0T^0]$
$f_{ext}^{k+1,k}$	Resposta extrapolada em relação à malhas $k+1$ e k , $[M^0L^1T^{-1}]$
f_k	Resposta da malha k (velocidade tangencial), $[M^0L^1T^{-1}]$
F_s	Fator de segurança do método GCI, $[M^0L^0T^0]$
g	Aceleração gravitacional, $[M^0L^1T^{-2}]$

G	Eficiência granulométrica, $[M^0L^0T^0]$
G'	Eficiência granulométrica reduzida, $[M^0L^0T^0]$
GCI	<i>Grid Convergence Index</i> , $[M^0L^0T^0]$
GCI_{12}	Erro de discretização referente à malha 1, $[M^0L^0T^0]$
GCI_{23}	Erro de discretização referente à malha 2, $[M^0L^0T^0]$
GCI_3	Erro de discretização referente à malha 3, $[M^0L^0T^0]$
h	Comprimento da seção cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
H	Comprimento da seção cônica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
ℓ	Comprimento do duto <i>vortex finder</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
L	Comprimento total do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
Q_U	Vazão volumétrica na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^3T^{-1}]$
Q_O	Vazão volumétrica na corrente de <i>overflow</i> , $[M^0L^3T^{-1}]$
r_{21}	Grau de refino da malha 2 em relação à malha 1, $[M^0L^0T^0]$
r_{32}	Grau de refino da malha 3 em relação à malha 2, $[M^0L^0T^0]$
$r_{k+1,k}$	Grau de refino da malha $k+1$ em relação à malha k , $[M^0L^0T^0]$
R_L	Razão de Líquido, $[M^0L^0T^0]$
s	Função sinal, $[M^0L^0T^0]$
T	Divisão de fluxo, $[M^0L^0T^0]$
v_c	Velocidade na seção cilíndrica, $[M^0L^1T^{-1}]$
W_U	Vazão mássica no <i>underflow</i> , $[M^1L^0T^{-1}]$
W_A	Vazão mássica na alimentação, $[M^1L^0T^{-1}]$
X	Fração mássica de partículas iguais ou menores que d_p , $[M^0L^0T^0]$

X_A	Fração mássica de partículas iguais ou menores que d_p na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
X_U	Fração mássica de partículas iguais ou menores que d_p na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$

Símbolos Gregos

$-\Delta P$	Queda de pressão, $[M^1L^{-1}T^{-2}]$
η	Eficiência total, $[M^0L^0T^0]$
η'	Eficiência total reduzida, $[M^0L^0T^0]$
θ	Ângulo da seção cônica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
λ_k	Tamanho representativo da malha genérica k , $[M^0L^1T^0]$
ξ	Ordem aparente do método, $[M^0L^0T^0]$
ρ	Densidade do fluido de trabalho, $[M^1L^{-3}T^0]$
ρ_i	Densidade de uma corrente genérica i , $[M^1L^{-3}T^0]$
ρ_s	Densidade dos sólidos em suspensão, $[M^1L^{-3}T^0]$
ϕ	Parâmetro para resposta assintótica, $[M^0L^0T^0]$

RESUMO

Hidrociclones são equipamentos que promovem a separação de suspensões por meio de ação de força centrífuga e estão largamente inseridos na indústria. Apesar de suas características geométricas simples, o escoamento helicoidal no interior dos hidrociclones é altamente complexo, de forma que o uso de ferramentas como a fluidodinâmica computacional (CFD) é fundamental na sua análise. No âmbito de pesquisas da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU) diversos trabalhos com hidrociclones têm sido realizados e, dentre os equipamentos produzidos pelos pesquisadores, destaca-se o HGOT1, otimizado para elevada eficiência de separação a razoável custo energético. Analogamente, na literatura diversos trabalhos sobre modificações geométricas em hidrociclones têm sido conduzidos, entre eles alterações na forma e quantidade das alimentações do equipamento. Dessa forma, o objetivo do presente trabalho foi avaliar numericamente o efeito da inserção de múltiplas alimentações no escoamento e na separação de partículas do HGOT1. Seis diferentes geometrias foram criadas variando-se a quantidade de alimentações (2 e 3) e sua disposição ao longo da seção cilíndrica do HGOT1 (alimentações dispostas em uma mesma altura, HGOT1-2A e HGOT1-3A, em espiral, HGOT1-2AE e HGOT1-3AE e unilaterais, HGOT1-2AU e HGOT1-3AU). As simulações numéricas foram conduzidas no *software Fluent®* e para se determinar as resoluções adequadas de malhas computacionais, foi utilizado o teste *GCI*. Foram realizadas simulações monofásicas para a avaliação de variáveis hidrodinâmicas inerentes à separação e em seguida foi utilizado um modelo multifásico, verificado com dados experimentais de Kyriakidis (2018), para predição da coleta de partículas de 0,5; 2,0; 5,0; 10,0; 15,0 e 20,0 μm . Nos resultados foram observados aumentos na razão de líquido e no número de Euler em todas as geometrias propostas, entretanto mostrou-se haver uma relação entre a proximidade das alimentações e a queda de pressão nos equipamentos. As simulações também indicaram que os aumentos mais pronunciados de velocidade de escoamento ocorreram em sua componente tangencial, tanto na seção cilíndrica quanto na seção cônica. Apesar do aumento no consumo energético, os altos valores de velocidade tangencial associados à maior simetria em seu escoamento indicaram o HGOT1-2A como uma das geometrias propostas mais promissoras para uma maior eficiência de separação. Os resultados das simulações multifásicas indicaram uma capacidade satisfatória de predição da separação com a associação dos modelos *LES+mistura* (erros relativos entre 1,1 e 9,1%). A eficiência do HGOT1 na separação de rocha fosfática foi maior do que na separação de quartzo, devido à diferença entre as densidades dos materiais. Além disso, a utilização de duas alimentações na configuração HGOT1-2A propiciou acréscimos na separação, sendo os aumentos mais pronunciados observados na separação de partículas de 5 e 10 μm (10,95 e 12,02%, respectivamente) em função da intensificação do campo centrífugo. Portanto, diante dos resultados numéricos expostos foi possível concluir que a utilização de múltiplas alimentações, dispostas em uma mesma altura da seção cilíndrica, promoveu a intensificação da velocidade tangencial do escoamento que, por sua vez, produziu um campo centrífugo mais forte, separando mais partículas.

Palavras-chave: hidrociclones, múltiplas alimentações, CFD, escoamento multifásico.

ABSTRACT

Hydrocyclones are equipment that promotes separation of suspensions by centrifugal force action and are widely used in the industry. Despite its simple geometric features, the swirling flow inside hydrocyclones is highly complex so the use of tools such as computational fluid dynamics (CFD) is fundamental in its analysis. In the scope of research of FEQUI / UFU several works with hydrocyclones have been performed and, among the equipment produced by the researchers the HGOT1 stands out as a device optimized for high separation efficiency at reasonable energy cost. Similarly, in the literature, several works on geometric modifications of hydrocyclones have been conducted, including changes in the shape and quantity of inlets. Thus, the objective of the present work was to numerically evaluate the effect of the insertion of multiple inlets on the flow and particle separation of HGOT1. Six different geometries were created by varying the number of inlets (2 and 3) and their positions along the cylindrical section of the HGOT1 (inlets positioned at the same height, HGOT1-2A and HGOT1-3A, in spiral setting, HGOT1-2AE and HGOT1-3AE and one-sided setting, HGOT1-2AU and HGOT1-3AU). The numerical simulations were conducted in Fluent® software and to determine the appropriate computational mesh resolutions the GCI test was used. Single-phase simulations were performed to evaluate the hydrodynamic variables inherent to separation and then a multiphase model, verified with experimental data from Kyriakidis (2018), was used to predict particle collection efficiencies of 0.5, 2.0, 5.0, 10.0, 15.0 and 20.0 μm particles. In the results, there were observed increases in the liquid ratio and in the Euler number for all the proposed geometries; however, it was shown that there is a relationship between the proximity of the feeds and the pressure drop in the equipment. Simulations also indicated that the most pronounced increases in flow velocity occurred in its tangential component for both cylindrical and conical sections. Despite the increase in energy consumption, the high tangential velocity values associated with higher flow symmetry indicated HGOT1-2A as one of the most promising proposed geometries regarding greater separation efficiency. The results of multiphase simulations indicated a satisfactory prediction of separation with the association of LES + mixture models (relative errors between 1.1 and 9.1%). The separation efficiency performed by HGOT1 using phosphate rock was higher than using quartzite due to the difference between the densities of these materials. In addition, the use of two inlets in the HGOT1-2A geometry provided separation increases and the most pronounced increases in particle separation were observed in 5 and 10 μm particles (10.95 and 12.02%, respectively) due to the centrifugal field intensification. Therefore, in the light of the numerical results it was possible to conclude that the use of multiple inlets, positioned in the same region of the cylindrical section promoted the intensification of the tangential velocity of the flow, which produced a stronger centrifugal field and separated more particles.

Keywords: hydrocyclones, multiple inlets, CFD, multiphase flow.

1 INTRODUÇÃO

Os processos de separação possuem um papel fundamental no setor industrial, encontrando-se tanto na fabricação de alimentos e *commodities* quanto de produtos químicos. Estima-se que, desde a metade da década de 90, aproximadamente metade do capital de investimento e de operação de processos industriais tenha sido empregada em processos de separação. A tendência ao longo do século XXI é que a importância dos processos de separação cresça ainda mais, existindo três principais razões que justificam esse crescimento, sendo elas: aumento da demanda de pureza em produtos farmacêuticos, biotecnológicos e alimentícios, a redução gradual da do teor da matéria-prima principal no processamento de minerais e a crescente necessidade de adequação às normas ambientais no que concerne à disposição de rejeitos industriais (SVAROVSKY, 2000; ZHEN-BO; YI; YOU-HAI, 2011).

Dentre os diversos processos de separação existentes, destacam-se os destinados a separar partículas sólidas de fluidos via sedimentação centrífuga. Neste processo as partículas são submetidas a uma aceleração centrífuga que faz com que elas se separem do fluido. Este tipo de processo está presente em vários segmentos industriais desde insumos alimentícios até a exploração e beneficiamento de minérios na forma de equipamentos como centrífugas, ciclones e hidrociclones. Ciclones e hidrociclones, quando comparados aos demais separadores centrífugos, apresentam grandes vantagens em termos de custo e versatilidade. Devido à ausência de partes móveis, por exemplo, hidrociclones apresentam menores custos de manutenção e instalação do que centrífugas e, a depender de suas dimensões geométricas, podem ser utilizados com objetivo de concentrar correntes de suspensão ou realizar a classificação de partículas.

A primeira patente de um hidrociclone cônico foi registrada em 1891 por Bretney e naquela época diferentes formas de hidrociclone foram propostas, entretanto as que mais se destacaram no âmbito industrial foram as formas cônicas e cilíndricas e, dentre esses modelos, o cônico foi o mais difundido (CHINÉ; CONCHA, 2000). Ilustram-se na Figura 1.1 duas geometrias que exemplificam os hidrociclones citados.

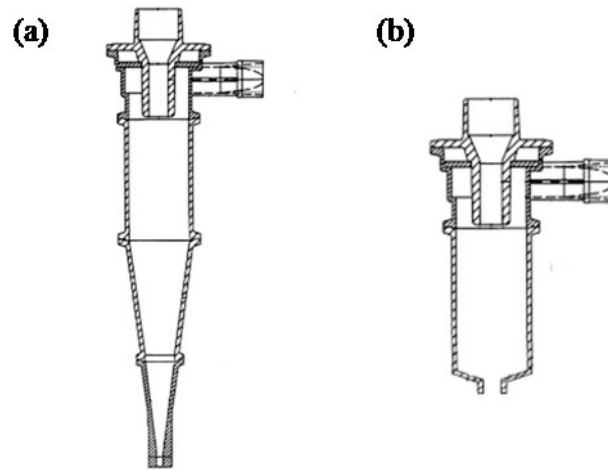


Figura 1.1 – Diferentes geometrias para hidrociclones: a) cônica b) cilíndrica.
Adaptada de Chiné e Concha (2000).

O desempenho de um hidrociclone está associado às condições geométricas e operacionais do equipamento. A razão entre as dimensões geométricas e o diâmetro de sua parte cilíndrica é característica de uma configuração denominada *família*, de modo que cada *família* é indicada para um determinado tipo de operação (concentração de correntes ou classificação de partículas). Na literatura, algumas *famílias* tradicionais de hidrociclones são amplamente estudadas. Entretanto, ao longo das últimas décadas, a comunidade científica tem se dedicado a criar novas e melhores configurações geométricas de hidrociclones, bem como otimizar as já existentes, com o intuito de aprimorar os processos de separação (redução dos custos de bombeamento e aumento da eficiência de coleta). Neste sentido e com base em um extenso banco de dados sobre hidrociclones estudados ao longo de mais de duas décadas na Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU), Kyriakidis (2018) realizou um estudo de otimização e obteve três geometrias otimizadas, entre elas o HGOT1, equipamento com a mais alta eficiência de coleta dentre todos os hidrociclones estudados pela autora e com alta capacidade de processamento, o qual é o objeto do presente trabalho.

Vale mencionar que uma ferramenta muito utilizada na concepção de novos equipamentos de separação consiste no uso de Técnicas de Fluidodinâmica Computacional (CFD). Nessa abordagem, equações de conservação de massa, energia e balanço da quantidade de movimento são implementadas em algoritmos numéricos capazes de prever diferentes tipos de escoamento, os quais são de difícil verificação experimental. Neste aspecto, estudos de Fluidodinâmica Computacional são importantes e podem ser perfeitamente aplicados a hidrociclones, a fim de prever detalhes complexos sobre o escoamento no interior do separador.

Logo, mesmo que por simulação, o conhecimento prévio de certas características fluidodinâmicas do escoamento interno dos hidrociclones é hábil para subsidiar os usuários na tomada de decisões acerca do efeito (benéfico ou prejudicial) provocado por alguma mudança geométrica ou operacional introduzida no sistema.

1.1 Objetivos

Diante do que foi previamente exposto, o presente trabalho teve como objetivo estudar, por meio das técnicas de Fluidodinâmica Computacional, o efeito da utilização de múltiplas alimentações de suspensões no escoamento interno do hidrociclone HGOT1 (Kyriakidis, 2018), posicionadas em seis diferentes configurações ao longo de sua seção cilíndrica.

Assim, os objetivos específicos desta dissertação foram:

- I - analisar, por meio de simulações em CFD, a influência do número e disposição espacial das alimentações sobre o número de Euler e a Razão de Líquido;
- II - avaliar numericamente o efeito da quantidade e disposição espacial das alimentações nas principais características do escoamento associadas à separação hidrociclônica (queda de pressão, velocidade axial e velocidade tangencial);
- III - verificar a combinação de um modelo de turbulência com um modelo multifásico que descreva adequadamente a separação de partículas, tendo como referência o desempenho experimental do hidrociclone HGOT1 com apenas uma entrada tangencial (Kyriakidis, 2018);
- IV - selecionar um equipamento, dentre as seis opções propostas, que apresente as características fluidodinâmicas mais propícias à intensificação da separação de partículas e prever a respectiva curva de eficiência granulométrica, com base no modelo multifásico verificado no item III;
- V - comparar o desempenho numérico do hidrociclone de múltiplas entradas (a ser selecionado em IV) com o hidrociclone padrão (HGOT1 com apenas uma alimentação tangencial – Kyriakidis (2018)).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são abordados conceitos fundamentais ao entendimento do processo de separação por hidrociclones, explicitando o seu princípio de funcionamento, variáveis resposta importantes na quantificação dos resultados e configurações geométricas consolidadas. Em seguida, uma revisão sobre o método dos volumes finitos é realizada, abordando-se modelos de turbulência e multifásicos comumente utilizados em simulações computacionais de hidrociclones. Após isso, são abordados trabalhos presentes na comunidade acadêmica que visam a melhoria da performance de separação de hidrociclones por meio de alterações das dimensões e formas geométricas da alimentação nos equipamentos. Por fim, é realizada uma revisão em ordem cronológica dos estudos desenvolvidos ao longo de mais de 20 anos na Faculdade de Engenharia Química que são relevantes para este trabalho.

2.1 Princípios de funcionamento e fenômenos do escoamento em hidrociclones

A separação de partículas que ocorre em um hidrociclone é baseada no princípio de separação por aceleração centrífuga. Nesse mecanismo, a suspensão injetada tangencialmente à parede do equipamento percorre uma trajetória helicoidal descendente, sob a qual adquire aceleração centrífuga. A força centrífuga desenvolvida faz com que as partículas sejam selecionadas de acordo com seu tamanho e densidade, e então direcionadas às paredes do equipamento. Dessa forma ocorre a separação de partículas maiores que um determinado tamanho e mais densas que a fase contínua. Este processo necessita operar sob pressão para que o fluido entre no equipamento com alta velocidade, o que contribui para a formação do campo centrífugo e consequente aumento nas componentes da velocidade dentro do equipamento, podendo esta atingir até valores entre 50 e 100% da velocidade da alimentação (WANG; YU, 2008; SILVA, 2012; KYRIAKIDIS, 2018).

Dentro do hidrociclone a suspensão continua seu trajeto helicoidal descendente, até atingir a região cônica do equipamento. A redução de área disponível ao escoamento leva a um aumento da velocidade do fluido, intensificando a separação. O fluido percorre seu caminho até o orifício inferior do equipamento, denominado *underflow*, onde as partículas maiores são descarregadas para fora do equipamento enquanto o restante da suspensão, que contém partículas menores, sofre uma inversão no movimento e inicia um trajeto em espiral ascendente. Essa inversão de movimento é causada pela restrição ao escoamento imposta pelo *underflow*.

À medida que o fluido retorna à região cilíndrica do equipamento ele se aproxima do tubo *vortex finder*, estrutura responsável por guiar a corrente ascendente para o orifício superior do equipamento, denominado *overflow*. Além desta função, o *vortex finder* exerce um importante papel na eficiência de um hidrociclone, possibilitando melhorias na separação e consumo energético do processo (ALMEIDA, 2008; WANG; YU, 2008). Na Figura 2.1 apresentam-se os escoamentos helicoidais ascendente e descendente, bem como as estruturas percorridas anteriormente.

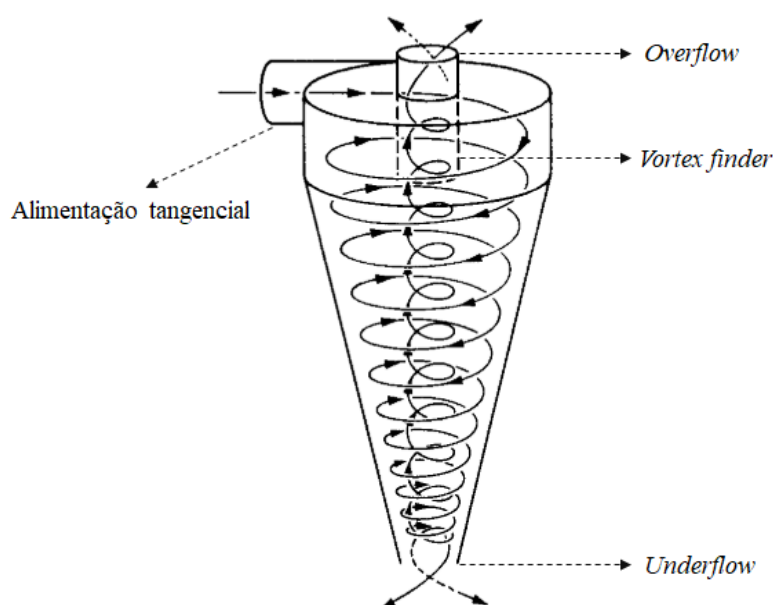


Figura 2.1 – Representação esquemática do escoamento helicoidal em hidrociclones e suas principais partes. Adaptada de Bradley (1965).

A depender de seu comprimento e espessura, o *vortex finder* permite que partículas que adentram o equipamento na alimentação se direcionem diretamente ao *overflow*, o que resulta em uma intensificação do fenômeno chamado de curto-circuito e consequente redução da eficiência do equipamento. A ocorrência do fenômeno de curto-circuito justifica-se devido à formação de regiões de baixa pressão nas proximidades da parede superior, no teto da região cilíndrica, e no cerne do equipamento, como pode ser observado na Figura 2.2a. Esse caminho criado é percorrido por uma porção do líquido que passa diretamente para o orifício do *vortex finder* e sai em seguida pelo *overflow*, sem sofrer ação da força centrífuga e, consequentemente, sem ocorrer separação da fase discreta. Dessa forma, a escolha de uma correta dimensão de *vortex finder* é crucial para o adequado funcionamento de um hidrociclone (BRADLEY, 1965).

Outro fenômeno que pode ocorrer no funcionamento de hidrociclones é a formação de um fluxo de recirculação caótico, causado pela dificuldade de todo o fluido da corrente

ascendente adentrar o *vortex finder*. Dessa forma, correntes ascendente e descendente se encontram, causando uma espécie de redemoinho, como também pode ser observado na Figura 2.2a. Esses fluxos caóticos se localizam próximo às regiões chamadas de local de velocidade vertical zero, LZVV (*locus of zero vertical velocities*, em inglês). Nessas regiões ocorre a inversão do sentido de velocidade axial, componente relacionada ao movimento de subida ou descida do fluido, e essas regiões seguem o formato do hidrociclone conforme pode ser observado na Figura 2.2b (BRADLEY, 1965; SVAROVSKY, 2000).

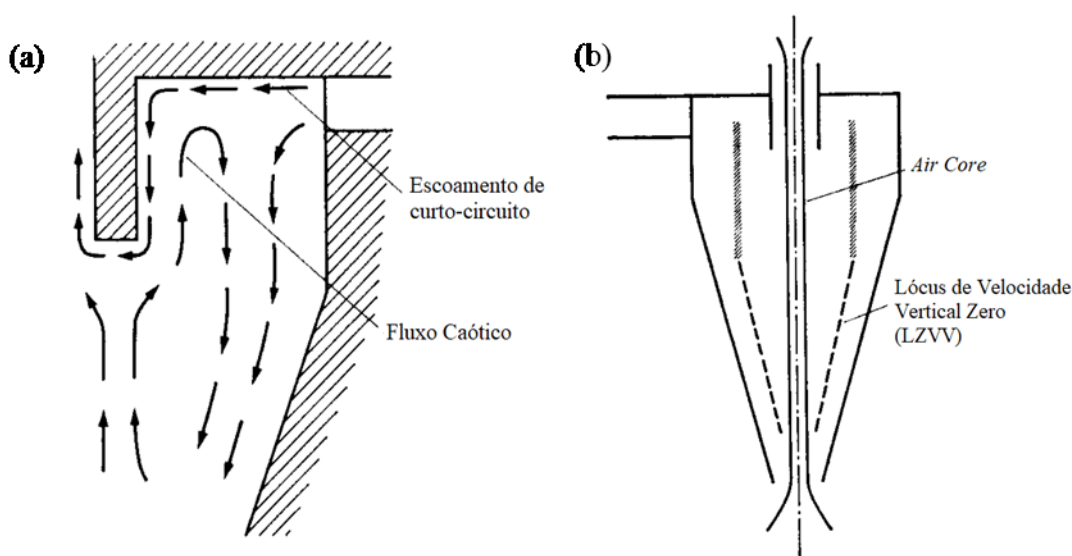


Figura 2.2 – (a) Formação de fluxo caótico e curto-circuito no interior de hidrociclones (b) Formação de *air core* estável no eixo axial de um hidrociclone, com destaque para os locais de velocidade vertical zero (LZVV). Adaptada de Bradley (1965).

Por último, mas não menos importante, pode-se citar a formação de uma corrente de gás, denominada *air core*, também ilustrada na Figura 2.2b. Essa corrente ascendente de ar surge devido à criação de uma região de baixa pressão no centro do hidrociclone, uma vez que o intenso campo centrífugo provoca uma diferença considerável de pressão entre as paredes e o cerne do equipamento. Esse fenômeno é muitas vezes a causa de baixas eficiências e tende a surgir em situações em que há comunicação direta entre *underflow* e *overflow* com a atmosfera. Portanto, é possível suprimir esse fenômeno evitando-se contato do ar atmosférico com as saídas do equipamento ou trabalhando-se com um sistema pressurizado. Existem situações, entretanto, que mesmo em um sistema fechado observa-se a formação de *air core*. Nesses casos, a depender do fluido com o qual se opera, ocorre a formação de vapores e gases dissolvidos no líquido (SVAROVSKY, 2000; XU *et al.*, 2013).

2.2 Dimensões geométricas de hidrociclones

Na Figura 2.3 mostra-se o esquema de um hidrociclone com as suas principais dimensões, sendo D_c , D_i , D_o , D_u , h , H , L , ℓ e θ , os diâmetros da parte cilíndrica, do duto de alimentação, do tubo de *overflow* e do orifício de *underflow*, comprimentos da parte cilíndrica, da parte cônica, total, *vortex finder* e ângulo da seção cônica, respectivamente.

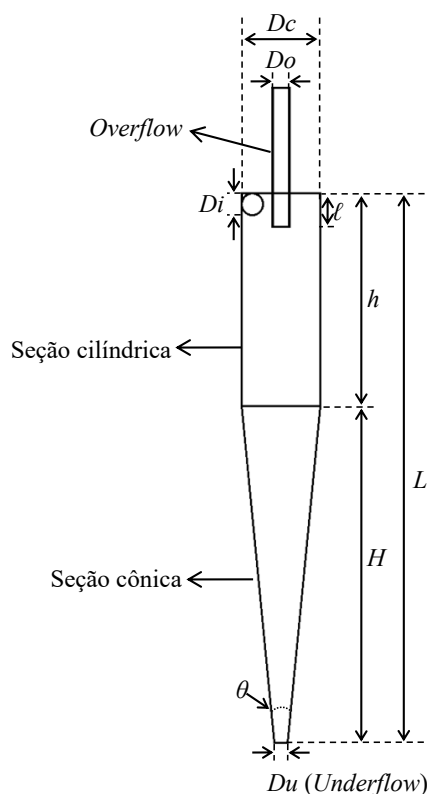


Figura 2.3 – Dimensões características de um hidrociclone convencional. Adaptado de Silva (2012).

A performance dos hidrociclones é altamente influenciada pela geometria do equipamento. Assim, as relações entre as dimensões de suas diferentes partes são importantes variáveis ao projetar-se o hidrociclone que será utilizado em uma dada aplicação. Razões fixas dessas relações geométricas caracterizam os hidrociclones em grupos denominados famílias. A escolha de um tipo de geometria de hidrociclone para um processo de separação depende da finalidade da separação: classificação de partículas ou concentração de correntes. Em se tratando de classificação de partículas, equipamentos com menores ângulos da seção cônica e menores áreas de alimentação apresentam maiores eficiências de separação apesar do alto gasto energético associado. Já equipamentos com maior comprimento de seção cilíndrica apresentam

tipicamente maior capacidade de processamento e são mais utilizados para concentrar correntes (GONÇALVES, 2016).

2.3 Respostas analisadas em processos de separação com hidrociclones

2.3.1 Divisão de fluxo e razão de líquido

Inerente aos processos de separação de partículas por hidrociclones há o chamado “efeito T”, em que ocorre uma divisão da corrente principal, sendo que parte dela segue para o *underflow* e a outra parte para o *overflow*. Se operado com baixas pressões, não há a formação de campo centrífugo e o único efeito observado é o de divisão de correntes. Apesar disso, é importante salientar que o “efeito T” por si só já realiza a separação de algumas partículas, pois estas são carregadas juntamente com as correntes ascendentes e descendentes no interior do equipamento. A divisão de fluxo, portanto, possui uma parcela de contribuição na separação de partículas, atuando na direção da velocidade axial do escoamento. Segundo CHU *et al.* (2000) o efeito de divisão de fluxo é quantificado de acordo com a Equação 2.1.

$$T = \frac{Q_U}{Q_O} \quad (2.1)$$

Em que Q_U é a vazão volumétrica na corrente *underflow* e Q_O a vazão volumétrica da corrente de *overflow*.

Uma variável estudada para fins de avaliação da performance de um hidrociclone é a chamada razão de líquido (R_L). Sua definição baseia-se no “efeito T”, pois trata-se da razão entre a vazão de líquido descarregada no *underflow* e a vazão de líquido alimentada no equipamento, como é possível observar na Equação 2.2.

$$R_L = \frac{Q_U(1 - C_{VU})}{Q_A(1 - C_{VA})} \quad (2.2)$$

Dessa forma, uma maior razão de líquido implica em uma maior vazão no *underflow*, o que leva por sua vez a um aumento da eficiência de separação quando se objetiva a classificação de partículas. Entretanto, uma maior razão de líquido resulta em uma maior fração de fluido no produto de *underflow*, fato indesejado em casos de utilização de hidrociclones visando a concentração de correntes.

2.3.2 Consumo energético

Com o intuito de se quantificar o gasto energético na operação de hidrociclones, torna-se necessário relacionar a energia em forma de pressão e a energia cinética do escoamento. Nesse sentido, surge a Equação 2.3 para obtenção do adimensional de Euler (Eu), que é a razão entre a queda de pressão ($-\Delta P$) e a energia cinética, calculada utilizando-se a densidade do fluido de trabalho (ρ) e a velocidade na seção cilíndrica (v_c). Esta, por sua vez, advém da Equação 2.4, que relaciona vazão volumétrica na alimentação (Q_A) com a área de escoamento da seção cilíndrica.

$$Eu = \frac{-\Delta P}{\frac{\rho v_c^2}{2}} \quad (2.3)$$

$$v_c = \frac{4Q_A}{\pi D_C^2} \quad (2.4)$$

Dessa maneira, o adimensional de Euler proporciona a quantificação do consumo energético em hidrociclones e, por esta razão, é uma variável de resposta importante na operação destes equipamentos. Quanto maior o número de Euler, mais energia será gasta para se processar a mesma quantidade de fluido que em um equipamento com menor valor deste adimensional.

2.3.3 Eficiência total e eficiência reduzida

A resposta que relaciona a vazão mássica de sólidos coletada no *underflow* pela vazão mássica de sólidos alimentada é chamada de eficiência total (η). Esse parâmetro leva em conta todos os mecanismos de separação existentes na dinâmica do escoamento no equipamento e é apresentado na Equação 2.5, em que C_{WU} , C_{WA} , W_U e W_A equivalem, respectivamente a concentração mássica de sólidos no *underflow* e na alimentação e vazões mássicas de sólidos no *underflow* e na alimentação.

$$\eta = \frac{C_{WU}W_U}{C_{WA}W_A} \quad (2.5)$$

A eficiência total reduzida (η'), por sua vez, desconsidera a ação do efeito T, ou seja, a contribuição da razão de líquido (R_L), na separação das partículas. Dessa forma, apenas as forças centrífugas são responsáveis pela contabilização dessa resposta, como é apresentado na Equação 2.6.

$$\eta' = \frac{\eta - R_L}{1 - R_L} \quad (2.6)$$

2.3.4 Eficiência granulométrica e eficiência granulométrica reduzida

Para representar a probabilidade de uma partícula, com determinado tamanho, ser coletada na corrente de *underflow* surge o conceito de eficiência granulométrica. A curva de eficiência granulométrica relaciona o percentual de partículas coletadas no *underflow* pelos diâmetros da distribuição granulométrica e, dessa forma, também é chamada de curva de distribuição de probabilidade, sendo G a probabilidade de partículas de determinado tamanho serem enviadas para a corrente de *underflow*. Mostra-se na Equação 2.7 a relação entre a eficiência total e a distribuição granulométrica das correntes de *underflow* (dX_U) e alimentação (dX_A).

$$G = \eta \frac{dX_U}{dX_A} \quad (2.7)$$

De forma análoga à eficiência total reduzida, a eficiência granulométrica reduzida (G') representa o percentual de partículas de determinado tamanho coletadas no *underflow*, desconsiderando-se o efeito da razão de líquido na separação. Portanto, em seu cálculo desconta-se a razão de líquido observada no equipamento, conforme é observado na Equação 2.8.

$$G' = \frac{G - R_L}{1 - R_L} \quad (2.8)$$

2.3.5 Diâmetro de corte e diâmetro de corte reduzido

Para determinar-se o poder de classificação de um hidrociclone uma variável importante é o diâmetro de corte (d_{50}). A partir da curva de eficiência granulométrica total, busca-se o tamanho de partícula relacionado à eficiência de 50%. Dessa forma, as partículas com diâmetro

maior que este são coletadas com uma eficiência granulométrica superior a 50%, enquanto as partículas menores, por sua vez, são coletadas com valores inferiores a esta marca. Quanto menor o diâmetro de corte, maior é o poder classificador de um hidrociclone.

De forma similar às respostas reduzidas citadas anteriormente, o diâmetro de corte reduzido (d'_{50}) é o diâmetro de partículas separadas com 50% de eficiência, desconsiderando-se o efeito T. Baixos valores de d'_{50} indicam uma alta contribuição do campo centrífugo na separação das partículas.

2.4 Fluidodinâmica computacional

Com o advento de novas tecnologias computacionais, a análise de sistemas envolvendo escoamento de fluidos e transferência de calor e massa foi impulsionada pelo desenvolvimento de simulações assistidas por computadores. Nesse contexto situa-se a fluidodinâmica computacional (*Computational Fluid Dynamics* – CFD, em inglês), área do conhecimento baseada em um conjunto de métodos numéricos computacionais, em que se resolvem numericamente equações fenomenológicas que ditam a natureza dos processos em estudo. Trata-se de uma técnica muito poderosa e que possui vasta aplicação em áreas industriais e da ciência. Entre as várias aplicações, Versteeg e Malalasekera (2007) destacam:

- estudo aerodinâmico de aeronaves e veículos para a análise das forças de sustentação e arraste;
- análise do ambiente externo e interno de edificações como o estudo da carga de vento em arquiteturas não-convencionais, e do aquecimento e ventilação necessários para prover conforto térmico;
- simulação do escoamento do sangue através de artérias e veias para determinação de novos procedimentos cirúrgicos na cardiologia;
- estudo da mistura e separação em processos de engenharia química.

Além disso, o uso de técnicas de CFD para a predição da fluidodinâmica de equipamentos industriais como flotores, filtros, trocadores de calor, tubulações, etc., é cada vez mais comum em projetos, tanto na área acadêmica quanto industrial (MARTINS *et al.*, 2014; QIAN *et al.*, 2014; AMBEKAR *et al.*, 2016; BASAVARAJAPPA; MISKOVIC, 2019).

O que torna o uso dessa metodologia tão atrativo são as vantagens em relação às abordagens experimentais. Entre elas podem-se destacar: a redução no custo e no tempo gasto para testes preliminares de novos protótipos; a possibilidade de estudo de sistemas com elevada

difículdade experimental; a viabilidade de simulações de condições extremas em estudos de segurança, por exemplo. Além disso, quando bem desempenhados, estudos de CFD fornecem uma alta gama de resultados e com amplo nível de detalhamento, a depender da necessidade do usuário (ANDERSON, 1995).

Entretanto, o uso da metodologia numérica não elimina completamente os métodos analíticos e experimentais, uma vez que esse método depende da correta modelagem dos fenômenos envolvidos e do uso de ferramentas de resolução adequadas. O estudo numérico, quando aplicado a novas geometrias, processos ou fenômenos, deve ser verificado e validado por meio de experimentos, sempre que possível. Uma vez validados, os modelos utilizados podem então ser aplicados em estudos puramente numéricos, eliminando, portanto, a necessidade de excessivos procedimentos experimentais. Além disso, diversos modelos empiricamente obtidos são utilizados em simulações computacionais. Dessa forma, é necessário frisar que o uso de técnicas de CFD não elimina completamente a necessidade de testes experimentais, mas contribui expressivamente na sua compreensão e execução (MALISKA, 2010).

2.4.1 O método dos volumes finitos (MVF)

São muitos os métodos de resolução numérica de equações diferenciais e, entre eles, os mais difundidos e aplicados em problemas de engenharia são o método das diferenças finitas (MDF), o método de elementos finitos (MEF) e o método dos volumes finitos (MVF). Essas abordagens têm em comum o fato de fazerem uso de funções aproximadas para encontrar as soluções numéricas de equações diferenciais mais próximas das analíticas (RAPP, 2017). O MDF, historicamente, possuiu aplicações em problemas de mecânica dos fluidos de geometrias simples, enquanto que, para aplicações em análises estruturais o método mais aplicado é o MEF, devido à sua capacidade de lidar com geometrias complexas, também sendo aplicado com êxito em problemas de fluidodinâmica computacional (CHUNG, 2010). Valendo-se do balanço de equações de conservação nos volumes elementares o MVF, por sua vez, proveu resultados conservativos em nível discreto, o que facilitou a associação da interpretação física aos cálculos e o tornou amplamente difundido em problemas de engenharia que envolvem escoamento de fluidos e transferência de calor e massa. Atualmente, tanto o MEF quanto o MVF possuem a capacidade de contabilizar os termos advectivos, entretanto, devido a sua robustez e características conservativas, o MVF ainda é o mais empregado em pacotes comerciais de fluidodinâmica computacional que têm direcionamento industrial (MALISKA, 2010).

Baseado na formulação do volume de controle da fluidodinâmica analítica, o MVF consiste basicamente no fracionamento do domínio, criando assim, um determinado número de pequenos volumes de controle, os quais têm em seus centroides as variáveis de interesse do problema. Após isso, as formas diferenciais das equações governantes são integradas em cada volume de controle e interpolações são resolvidas para descrever a variação entre os valores de centro das células computacionais. Dessa forma, as equações que descrevem os fenômenos são convertidas em equações discretizadas e resolvidas para cada volume de controle que compõe o todo, resultando na conservação das quantidades de massa, energia, momento e espécies, em cada célula, bem como em todo domínio computacional.

2.4.2 Equações de transporte e a modelagem da turbulência em hidrociclones

A operação de hidrociclones em altas vazões de alimentação causa turbulência no escoamento, caracterizada por comportamentos aleatórios e caóticos de variáveis do fluido como velocidade e pressão. O resultado disso é que o movimento do fluido, dentro de um determinado domínio, torna-se inerentemente instável mesmo com condições de contorno estáveis. Essas características anisotrópicas do escoamento fazem com que a resolução de equações de transporte instantâneas de Navier-Stokes seja de difícil execução, fazendo-se necessário, portanto, o uso de modelos que representem matematicamente o comportamento da turbulência. Dessa forma, as equações de Navier-Stokes em regime transiente, incluindo a equação da continuidade (Equação 2.9) e a equação de momento para um escoamento incompressível (Equação 2.10) são apresentadas a seguir, com a velocidade instantânea (u_i) expressa em termos da soma da velocidade média ($\bar{u}_i$) e a velocidade flutuante (u'_i), e do tempo médio.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial (\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \rho g_i - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (2.10)$$

O termo $-\rho \overline{u_i' u_j'}$ na Equação 2.12 é chamado de tensor de Reynolds e precisa ser modelado para possibilitar a resolução das equações. Além disso, P , g_i e μ são, respectivamente, a pressão do escoamento, a aceleração gravitacional e a viscosidade absoluta do fluido.

De acordo com Silva (2012), a escolha de modelos de turbulência adequados depende da característica do escoamento, do nível de precisão desejado, da disponibilidade de recursos computacionais, do tempo disponível para a resolução do problema, dentre outros fatores. Portanto, antes de se iniciar estudos numéricos para resolução de problemas físicos de engenharia, é fundamental o entendimento correto da natureza fenomenológica do caso e da determinação dos objetivos da simulação.

Em se tratando de hidrociclones, os modelos de turbulência mais consolidados e utilizados na última década têm sido o *Reynolds Stress Model* (RSM) e o *Large Eddy Simulation* (LES) com o modelo sub-malha Smagorinsky (ZHEN-BO; YI; YOU-HAI, 2011; DAVAILLES *et al.*, 2012; KUANG *et al.*, 2012; XU *et al.*, 2013, 2016; MARTHINUSSEN *et al.*, 2014; YANG *et al.*, 2015; BANERJEE; CLIMENT; MAJUMDER, 2016; WU *et al.*, 2017; CILLIERS, 2018). O primeiro não depende da viscosidade turbulenta¹ e apresenta seis equações de transporte para se calcular diretamente cada uma das componentes dos tensores de Reynolds, levando em conta os efeitos direcionais dos tensores e as interações complexas em escoamentos turbulentos. Já o segundo, por sua vez, não faz uso de equações adicionais para a viscosidade turbulenta resolvendo diretamente as equações de Navier-Stokes apenas para as escalas energéticas do escoamento, e produz resultados mais acurados do que o modelo RSM, demandando, entretanto, maior esforço computacional devido à necessidade de maior resolução da malha. As equações dos modelos descritos são detalhadas a seguir.

2.4.2.1 Modelo dos tensores de Reynolds (*Reynolds Stress Model – RSM*)

O modelo dos tensores de Reynolds (RSM) é um dos modelos de turbulência do tipo RANS (*Reynolds-averaged Navier-Stokes equations*) mais elaborados existentes. Nesse modelo, a hipótese de viscosidade turbulenta devido às estruturas turbulentas formadas é abandonada e equações de transporte para os tensores de Reynolds são resolvidas juntamente com uma equação de taxa de dissipação. Portanto, em escoamentos tridimensionais, sete

¹ O conceito de viscosidade turbulenta, proposto por Joseph Boussinesq em 1877 (BOUSSINESQ, 1878), considera que a transferência de momento causada pelos vórtices poderia ser modelada com uma viscosidade turbulenta.

equações de transporte adicionais são resolvidas juntamente com as equações de Navier-Stokes (ANSYS, 2013).

Esse modelo contabiliza os efeitos da curvatura da trajetória do escoamento, dos vórtices, da rotação e das mudanças rápidas na taxa de deformação de maneira muito mais precisa do que modelos de turbulência a uma e duas equações como os modelos de Spalart-Allmaras e $k-\varepsilon$ ou $k-\omega$, respectivamente, principalmente porque tais modelos foram desenvolvidos considerando escoamentos homogêneos e isotrópicos. Dessa forma, o modelo RSM possui grande potencial para proporcionar predições adequadas de escoamentos complexos, principalmente quando as características do escoamento em estudo são resultado da anisotropia nos tensores de Reynolds. Esses atributos do modelo RSM fazem com que ele seja aplicado em uma vasta gama de situações, como: escoamentos em ciclones, escoamentos rotacionais em combustores e escoamentos secundários induzidos por tensão em dutos (ANSYS, 2013).

A forma exata das equações de transporte dos tensores de Reynolds, $\overline{\rho u_i' u_j'}$ pode ser escrita, de forma resumida, conforme a Equação 2.11.

$$\frac{\partial (\overline{\rho u_i' u_j'})}{\partial t} + C_{ij} = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + G_{ij} + \varphi_{ij} + \varepsilon_{ij} + F_{ij} + S \quad (2.11)$$

Os termos C_{ij} , $D_{T,ij}$, $D_{L,ij}$, P_{ij} , G_{ij} , φ_{ij} , ε_{ij} , F_{ij} e S representam, respectivamente, a convecção, a difusão turbulenta, a difusão molecular, a produção de tensão, a produção de flutuações, a tensão causada pela contribuição da pressão, a dissipação, a produção devido à rotação do sistema e o termo fonte definido para o problema. Na Equação 2.11 os termos $D_{T,ij}$, G_{ij} , φ_{ij} e ε_{ij} precisam ser modelados para que o grau de liberdade das equações seja fechado. Maiores detalhes acerca do modelo RSM podem ser encontrados na literatura e no guia teórico de pacotes de fluidodinâmica computacional (HANJALIĆ; LAUNDER, 2011; POPE *et al.*, 2000; ANSYS, 2013).

2.4.2.2 Simulação de grandes escalas (*Large Eddy Simulation – LES*)

Escoamentos turbulentos são caracterizados pela presença de vórtices de variados tamanhos e durações. Os vórtices maiores são normalmente comparados ao comprimento característico do escoamento principal, enquanto os menores vórtices são responsáveis pela dissipação da energia cinética turbulenta. No modelo LES, as maiores escalas são resolvidas

diretamente, de forma similar ao modelo DNS (*Direct Numerical Simulation*), enquanto as pequenas escalas são modeladas por um modelo algébrico simples denominado modelo sub-malha (SOUZA *et al.*, 2011). Essa característica do modelo permite a utilização de malhas mais grosseiras e maiores tamanhos de *time-step* (incremento de tempo no qual são resolvidas as equações) do que no modelo DNS.

Apesar de seus atributos positivos em relação ao modelo DNS, o modelo LES continua requerendo malhas mais refinadas do que as utilizadas nos cálculos com modelos RANS e necessita de um tempo de simulação suficientemente longo para a estabilização das respostas analisadas. Apesar do maior esforço computacional demandado, o modelo LES é uma alternativa interessante no cálculo de escoamentos turbulentos complexos que demandam alta precisão, posicionando-se entre os modelos RANS e DNS como um modelo com elevada precisão e razoável custo computacional. As equações transientes de movimento para uma mistura via LES são resolvidas com as equações 2.12 e 2.13 (ANSYS, 2013).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{p} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ij} - \tau_{ij}) \quad (2.13)$$

Em que σ_{ij} é o tensor de tensão viscosa e τ_{ij} , o tensor sub-malha.

Já os tensores da escala sub-malha (τ_{ij}) podem ser resolvidos utilizando-se diversos modelos sub-malha, dentre eles o modelo de Smagorinsky (*sub grid scale model*, SGS) (SMAGORINSKY, 1963), o qual sugere que a viscosidade turbulenta (μ_{sgs}) é relacionada com o espaçamento médio local da malha (l_s) e a taxa de deformação média (S_{ij}), conforme as equações 2.14 e 2.15, respectivamente.

$$\tau_{t,ij} = -\mu_{sgs} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.14)$$

$$\mu_{sgs} = \rho l_s^2 \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (2.15)$$

2.4.3 Modelagem de Escoamentos Multifásicos

Hidrociclones são equipamentos separadores centrífugos e, portanto, a modelagem de escoamentos com duas ou mais fases distintas é fundamental na tentativa de prever a eficiência de separação e outras variáveis resposta. Os escoamentos multifásicos podem ser entre fases contínuas (ar-água, água-óleo, etc.) ou entre uma fase contínua e outra discreta (água-partículas), sendo que para sua modelagem duas abordagens são amplamente estudadas e aplicadas: Euler-Euler e Euler-Lagrange. A primeira considera, de forma matemática, a interpenetração entre as fases do escoamento, sendo a fração volumétrica de cada fase o resultado da restrição de ocupação de um mesmo volume por duas fases distintas. Já na segunda abordagem, a fase dispersa é resolvida rastreando-se um número considerável de partículas, bolhas ou gotículas (a depender do caso em estudo) através do campo calculado para o escoamento da fase contínua que representa o fluido, sendo trocadas informações de momento, massa e energia entre as fases dispersa e contínua (ANSYS, 2013).

Entre os modelos disponíveis para modelagem via abordagem Euler-Euler destacam-se:

- **Modelo Euleriano:** o mais complexo dentre os modelos multifásicos encontrados em pacotes comerciais. Nesse modelo um conjunto de n -equações de momento e continuidade para cada fase é resolvido, sendo o acoplamento atingido por meio da pressão e de coeficientes de transferência entre fases. A forma como o acoplamento é realizado depende do tipo de fases envolvidas, de forma que os escoamentos granulares (sólido-fluido) são abordados diferentemente dos escoamentos não-granulares (fluido-fluido), com as propriedades sendo obtidas pela aplicação da teoria cinética no primeiro caso. Entre aplicações do modelo Euleriano destacam-se colunas de bolhas, *risers*, suspensões de partículas e leitos fluidizados (GUPTA; ROY, 2013; LOHA; CHATTOPADHYAY; CHATTERJEE, 2013; SHAH *et al.*, 2015).
- **Volume of Fluid (VOF) model:** desenvolvido para sistemas com dois ou mais fluidos imiscíveis nos quais deseja-se determinar a posição da interface entre as fases. Nesse modelo, um conjunto de equações de momento é compartilhado pelos fluidos e a fração volumétrica de cada uma das fases é monitorada através do domínio computacional. Em hidrociclones o modelo VOF é normalmente utilizado para estudos de formação de *air-core* quando se observa a formação de zonas de baixa pressão no centro do equipamento (BRENNAN, 2006;

DELGADILLO; RAJAMANI, 2009; KARIMI *et al.*, 2012; SRIPRIYA *et al.*, 2013; JI *et al.*, 2018; ULLMANN *et al.*, 2019).

- Modelo de mistura (*Mixture Model*): aplicado em sistemas com duas ou mais fases, podendo ser elas contínua ou dispersa. De forma análoga ao modelo Euleriano, quando trabalhado em um sistema com fase dispersa sólida em um fluido o modelo denomina-se multifásico granular, ao passo que quando trabalhadas apenas fases contínuas o modelo assemelha-se ao modelo VOF. No modelo de mistura a equação de momento da mistura é resolvida e a fase dispersa é descrita através das velocidades relativas entre as fases. Destaca-se ainda que ambos os modelos de mistura e VOF são formas simplificadas do modelo Euleriano. Em se tratando de processos de separação, o modelo de mistura tem sido muito utilizado em estudos de simulações de flotação, sedimentação e separadores ciclônicos, em especial hidrociclones (BRENNAN, 2007; NARASIMHA; BRENNAN; HOLTHAM, 2012; CUI; WANG; LI, 2015; VAKAMALLA *et al.*, 2017; PADHI *et al.*, 2019).

2.4.3.1 Modelo VOF (*Volume of Fluid*)

No modelo VOF a soma das frações volumétricas de todas as fases fluidas presentes em um volume de controle completa a unidade. Portanto, os campos de todas as variáveis e propriedades são compartilhados pelas fases e representam valores médios por volume, uma vez que a fração volumétrica de cada fase é conhecida em cada local. Dessa forma, as variáveis e propriedades em qualquer célula são ambas puramente representativas de uma das fases, ou representativas de uma mistura das fases dependendo dos valores de fração volumétrica. O rastreamento da interface entre as fases é atingido pela solução da equação da continuidade para a fração volumétrica de uma ou mais fases. Para uma fase q essa equação assume a forma da Equação 2.16 (ANSYS, 2013; KARIMI *et al.*, 2012; XU *et al.*, 2013).

$$\frac{1}{\rho_q} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \mathbf{u}_q) \right] = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (2.16)$$

Em que $\dot{m}_{qp}$ e $\dot{m}_{pq}$ são, respectivamente, a transferência de massa entre as fases q e p e vice-versa e S_{α_q} representa o termo fonte de massa para cada fase. A soma das frações

volumétricas (α) das fases presentes no problema deve obedecer a restrição dada pela Equação 2.17.

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (2.17)$$

2.4.3.2 Modelo de mistura

O modelo de mistura é uma simplificação da abordagem Euleriana para a modelagem da fase discreta em escoamentos multifásicos na qual as equações de momento são resolvidas apenas para a mistura. Para tanto, o modelo assume que a fase primária é a contínua enquanto as equações de transporte para as fases dispersas presentes na mistura são resolvidas com as suas respectivas frações volumétricas, conforme a Equação 2.18. A segregação das fases, por sua vez, é contabilizada na Equação 2.19 pela velocidade de deriva (em inglês, *drift velocity*) da fase q em relação à mistura ($u_{qm,i}$), que é calculada usando-se as velocidades de deslizamento ($u_{qc,i}$), ou seja, as velocidades das fases dispersas em relação à fase contínua, conforme a Equação 2.20.

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_q + \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_q u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_q u_{qm,i}) = 0 \quad (2.18)$$

$$u_{qm,i} = u_{qi} - u_i \quad (2.19)$$

$$u_{qm,i} = u_{qc,i} - \sum_{l=1}^n \frac{\alpha_q \rho_q}{\rho_m} u_{lc,i} \quad (2.20)$$

Por meio do uso da formulação algébrica de deslizamento, a suposição básica dessa abordagem é que, para prescrever uma relação algébrica para a velocidade relativa deve existir um equilíbrio local entre as fases em uma curta escala de comprimento. Dessa forma, as velocidades de deslizamento podem ser calculadas sem a necessidade de se resolver as equações de momento das fases dispersas, conforme foi apresentado por Manninen *et al.* (1996) em seu trabalho.

2.5 Trabalhos correlatos na literatura

É bem conhecido que a forma da alimentação tem uma contribuição primordial na eficiência de hidrociclones. Nesse sentido, diversos trabalhos relacionados na literatura tratam do desenvolvimento de novas geometrias baseadas na modificação das formas e dimensões das partes que compõem hidrociclones e ciclones. Esses trabalhos foram aqui relacionados em duas categorias: alterações na forma do duto de alimentação e alterações nas dimensões da área transversal e na quantidade de alimentações.

2.5.1 Alterações na forma e dimensão do duto de alimentação

Rocha (2019) realizou um estudo para avaliar o efeito de modificações promovidas em um hidrociclone de geometria otimizada, alterando-se a seção transversal circular do duto de alimentação para seções quadradas e retangulares de igual área. Essas geometrias estão apresentadas na Figura 2.4. A partir dos dados de simulação obtidos, a autora constatou que as alterações propostas proporcionaram perfis de velocidades tangencial e axial mais intensos no interior do equipamento e, através de resultados experimentais, observou-se que houve uma expressiva redução do diâmetro de corte e um relativo aumento da razão de líquido, proporcionando assim, um aumento na eficiência de coleta do hidrociclone. Além disso, notou-se que as alterações no formato da seção transversal culminaram num aumento do número de Euler, gerando um aumento no gasto energético.

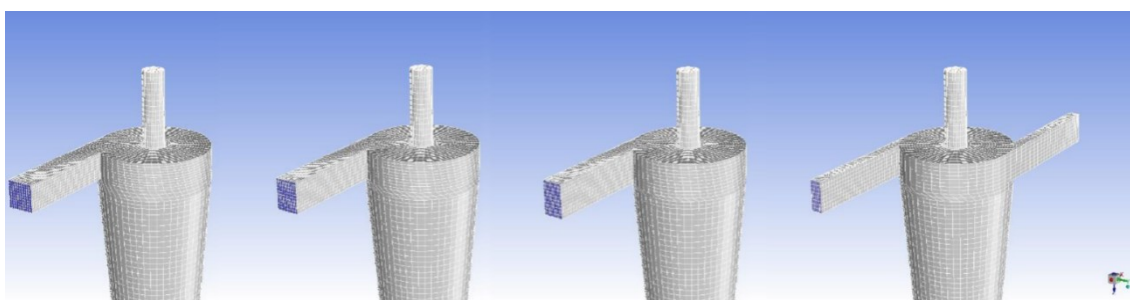


Figura 2.4 – Malhas das geometrias estudadas por Rocha. Da esquerda para a direita: STQ (7x7); STR (8x6); STR (9x5,3); 2STR (8x3). Adaptado de Rocha (2019).

Chu *et al.* (2000), estudando o efeito de quatro tipos de configurações não-convencionais, entre elas tubo inclinado, entrada em voluta, entrada em arco e entrada do tipo espiral, descobriram que a alimentação com entrada em espiral e seção transversal retangular

possibilita um menor diâmetro de corte, e portanto, uma maior eficiência de coleta dentre os tipos estudados.

Yoshida *et al.* (2004), por sua vez, estudaram o efeito de alimentações tangencial e espiral com a inserção de uma parede e uma placa guia, conforme a representação esquemática da Figura 2.5, além do efeito da temperatura da suspensão alimentada no desempenho da separação dos hidrociclones. Para avaliar o efeito da placa, os autores monitoraram o diâmetro de corte para diferentes valores de razão entre a largura da alimentação com e sem a placa. As funções dessas partes inseridas eram, simultaneamente, aumentar a velocidade do escoamento na seção de alimentação, encurtar a distância do trajeto das partículas até a parede externa do equipamento e reduzir a produção de turbulência nessa região. Em seus resultados os autores observaram que a alimentação em espiral apresentou melhorias significativas na separação em relação à tangencial, proporcionando menor diâmetro de corte e que o aumento na temperatura da suspensão favoreceu também a redução do diâmetro de corte devido à redução da viscosidade do fluido.

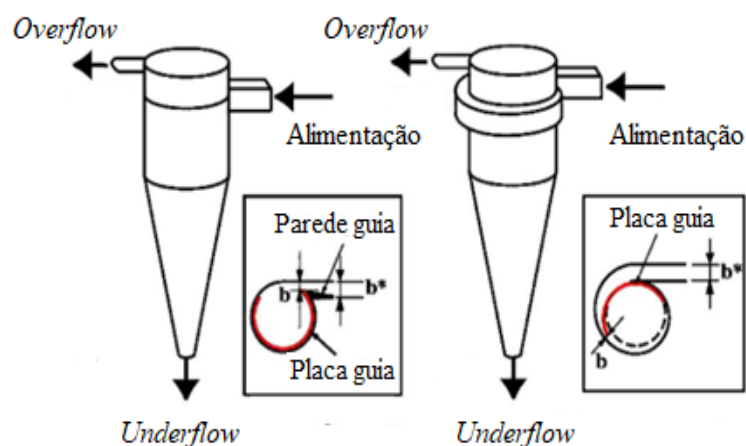


Figura 2.5 – Esquema dos acessórios na alimentação implementados pelos autores. Adaptado de Yoshida *et al.* (2004).

Zhang *et al.* (2013) estudaram o efeito da utilização de uma alimentação em formato de uma espiral de Arquimedes, que consiste em uma curva plana conhecida por ter distância de separação constante entre as voltas que a compõem. A geometria construída pelos autores para simulação computacional está representada na Figura 2.6. A partir dos resultados obtidos os autores concluíram que a distribuição de pressão no interior do hidrociclone proposto era similar ao de hidrociclones convencionais, porém o formato de sua alimentação guiou e acelerou o escoamento de entrada sem produzir turbulência considerável, possuindo, dessa

forma, uma maior estabilidade. Além disso, concluiu-se que a ocorrência de curto-circuito foi menor no equipamento proposto.

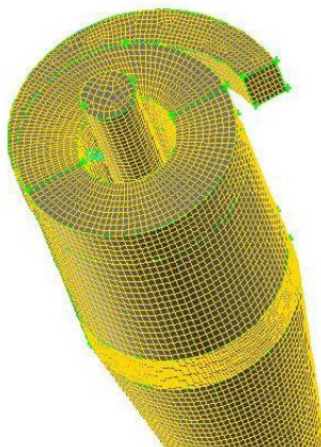


Figura 2.6 – Malha computacional do hidrociclone com alimentação em espiral de Arquimedes. Adaptado de Zhang *et al.* (2013).

Em um estudo similar, Zhang *et al.* (2017) investigaram o efeito do raio de curvatura de uma alimentação posicionada de acordo com um círculo tangente ao círculo da seção cilíndrica. Os resultados experimentais e de simulação foram analisados pelos autores e descobriu-se que menores raios de curvatura produzem aumentos na velocidade tangencial e nos gradientes de pressão, além de reduzir a energia cinética turbulenta no duto e na região da alimentação, gerando menor turbulência no escoamento.

Hwang *et al.* (2013) propuseram alterações na parede superior da seção cilíndrica e na forma com que o duto de alimentação se prolongava dentro do hidrociclone. Em seu trabalho, os autores exploraram a variação de ângulos correspondentes a essas modificações, como pode ser observado na Figura 2.7. Os resultados obtidos pelos autores indicaram que a utilização de uma parede superior em formato cônico reduziu a recirculação de partículas finas na região próxima do bocal do *vortex finder*, aumentando assim a eficiência de separação. Os autores também concluíram que a instalação de um prolongamento interno de alimentação, com o objetivo de guiar o escoamento, aumentou a separação de partículas menores que 3 μm , entretanto, para partículas maiores que esse valor ocorreu uma redução da eficiência de separação. Portanto, a instalação de um canal guia interno ao hidrociclone não seria uma alternativa atrativa para distribuições granulométricas amplas.

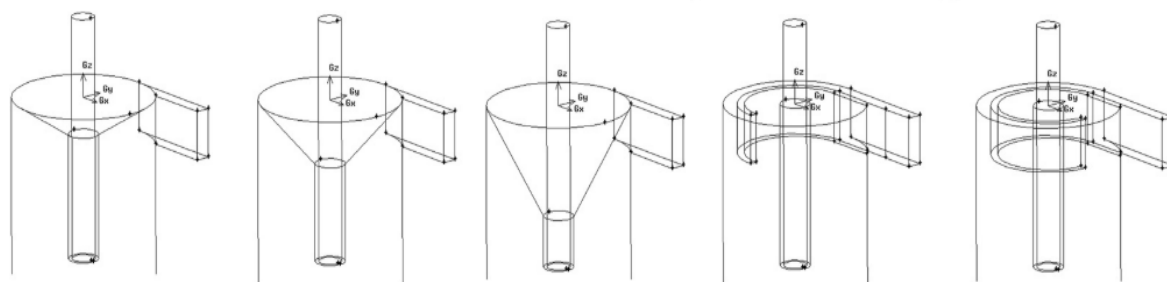


Figura 2.7 - Geometrias propostas por Hwang *et al.* (2013). Da esquerda para a direita: inclinação da parede superior cônica igual a 30° , 45° e 60° , ângulo do prolongamento interno de alimentação igual a 180° e 270° . Adaptado de Hwang *et al.* (2013).

Fan *et al.* (2015) estudaram, por meio de análise de velocimetria de imagem de partícula (PIV – sigla em inglês para *Particle Image Velocimetry*, método que permite a visualização e análise do movimento de partículas em fluidos) e de fluidodinâmica computacional, a influência do ângulo de inclinação do duto de alimentação em hidrociclones. Seus resultados indicaram que o ângulo de alimentação pode melhorar de forma significativa a separação de partículas numa faixa de 4 a 7 μm , para a geometria estudada. Além disso, os autores concluíram que a separação é melhor quando o ângulo de alimentação for de 30° , mas acima desse valor o perfil de escoamento no equipamento sofre alterações consideráveis, causando uma pobre eficiência de separação.

2.5.2 Alterações na dimensão da área transversal e na quantidade de alimentações

Statie *et al.* (2001) desenvolveram um estudo para analisar a influência da configuração geométrica de um hidrociclone na separação e classificação de fibras de madeira. Os autores estudaram todas as tradicionais variáveis presentes na geometria do hidrociclone convencional, sendo a alimentação composta de uma seção circular tangencial à seção cilíndrica. Em seu trabalho concluiu-se que pequenos diâmetros de alimentação podem melhorar significativamente a separação e o fracionamento das partículas, e o diâmetro ótimo encontrou-se na metade do valor da distância entre paredes da seção cilíndrica e a parede externa do *vortex finder*.

Yan *et al.* (2013) estudaram o efeito da proporção entre largura e altura da seção transversal da alimentação em um hidrociclone, de forma que a área fosse mantida em todas as geometrias. Os autores estudaram os seguintes valores para a relação largura $\times$ altura: 1:1, 1:2, 1:3 e 2:3. Em seus resultados, ficou identificado que à medida que se aumenta a vazão de alimentação e se reduz a relação largura $\times$ altura, a eficiência de separação é aumentada.

Tang *et al.* (2017) estudaram o efeito do diâmetro de alimentação e da velocidade do escoamento na alimentação por meio de técnicas computacionais e experimentais. Em seus resultados, os autores descobriram que a classificação de partículas foi afetada negativamente pelo efeito combinado do escoamento caótico e o forte gradiente de pressão em volta do *vortex finder*, o que culminou em um intenso curto-circuito.

Além dos estudos de múltiplas alimentações em hidrociclones, pesquisas com a inserção de mais entradas foram conduzidas para separadores ciclônicos. Zhao *et al.* (2006) compararam, por meio de técnicas de simulação computacional, as eficiências de um ciclone convencional e outro com duas alimentações, sendo estas com formato em espiral (Figura 2.8). O equipamento com duas alimentações teve a área de sua seção transversal dobrada, e os resultados obtidos apresentaram uma melhoria na eficiência de coleta do equipamento em relação ao original. De acordo com os autores, a maior eficiência é justificada pela formação de um perfil de escoamento mais simétrico e pela pré-separação de partículas antes de entrar no corpo principal do ciclone.

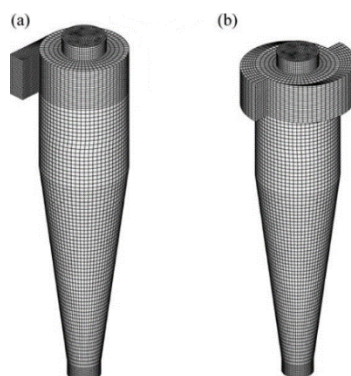


Figura 2.8 – Ciclones estudados por Zhao *et al.* (2006). a) convencional b) alimentação dupla em espiral

Yoshida *et al.* (2008) estudaram o efeito de alimentações múltiplas na performance de classificação de hidrociclones, com o objetivo de controlar o diâmetro de corte para obter um alto poder de classificação. Em seu trabalho, foram criados dois novos equipamentos: um com duas alimentações de mesmas dimensões e área transversal do separador original, e outro com uma alimentação principal e outra adicional com menores dimensões, de forma a proporcionar uma maior velocidade nesse canal. Esses equipamentos são mostrados na Figura 2.9.

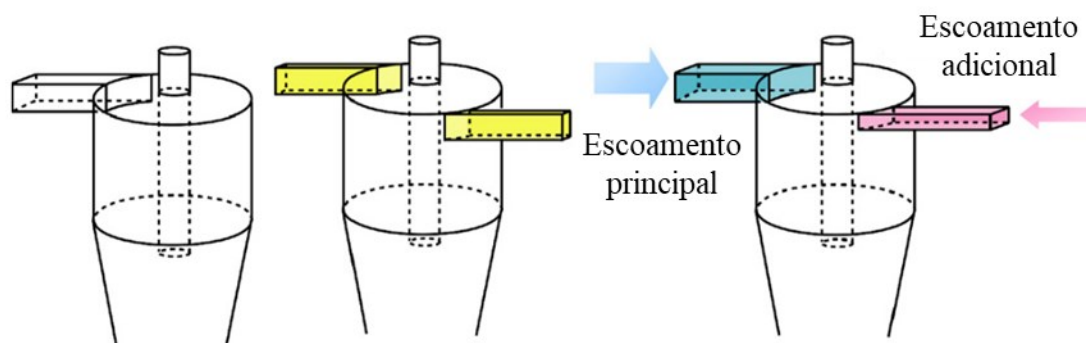


Figura 2.9 – Hidrociclones com duas alimentações propostos por Yoshida *et al.* (2008).
Adaptado de Yoshida *et al.* (2008).

Os autores observaram que ambos os equipamentos desenvolvidos obtiveram maior eficiência de coleta e menor diâmetro de corte que o hidrociclone convencional operando nas mesmas condições. Esse comportamento justifica-se pela formação de um perfil de velocidade rotacional mais homogêneo nos equipamentos com duas alimentações. Além disso, através de simulações computacionais, os autores concluíram que próximo à região de alimentação a velocidade de rotação foi mantida alta para os hidrociclones com duas alimentações, ao passo que em regiões abaixo desta, os perfis de velocidade assemelharam-se para todos os equipamentos, devido ao efeito da viscosidade do fluido. Outra análise realizada no trabalho de Yoshida *et al.* (2008) foi a influência da razão entre a vazão da alimentação adicional e a vazão total de alimentação. Os autores descobriram que o diâmetro de corte diminui à medida que a razão entre as vazões aumenta e, além disso, o valor mínimo para esta razão produzir efeito significativo na separação é de 0,25. O efeito da adição de uma corrente de alimentação, combinado ao aumento da vazão nessa entrada, provocou um aumento na separação de partículas devido ao aumento na velocidade tangencial de escoamento no equipamento.

Tue *et al.* (2009) estudaram a aplicação do modelo *time of flight* (ROSIN *et al.*, 1932) modificado para um hidrociclone com duas alimentações de mesma área transversal, e para um hidrociclone de mesmas dimensões e convencional. Foi observado que o modelo apresentou resultados satisfatórios na predição do diâmetro de corte do hidrociclone proposto, entretanto apenas em baixa vazão. Em seus testes experimentais, os autores exploraram o funcionamento de ambos hidrociclones sob mesma diferença de pressão e mesma vazão volumétrica, e concluíram que a presença de uma segunda alimentação, de igual dimensão da primeira, resulta em um aumento do componente tangencial da velocidade no escoamento interno, provocando assim uma maior eficiência de separação. Sob mesma pressão, a diferença entre as eficiências

foi considerada baixa quando comparada à diferença resultante da operação sob iguais vazões de entrada.

Hwang *et al.* (2013) propuseram alterações geométricas em hidrociclones para a separação de sílica de suspensões. Os autores compararam a performance de três hidrociclones com múltiplas alimentações retangulares em relação a um convencional. As dimensões das alimentações das geometrias desenvolvidas eram: duas alimentações com área total transversal igual à do equipamento original; duas alimentações com área total transversal igual ao dobro da original; e quatro alimentações com área total igual à do original. Em todos os equipamentos estudados as entradas possuíam medidas iguais, ou seja, não havia razão de vazão entre elas. Os esquemas das geometrias estudadas pelos autores são apresentados na Figura 2.10.

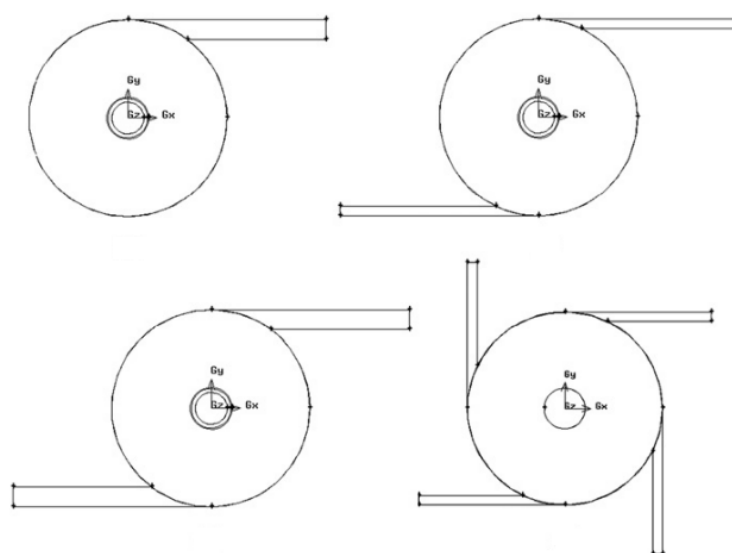


Figura 2.10 – Vistas superiores das geometrias original e com múltiplas alimentações propostas por Hwang *et al.* (2013). Adaptado de Hwang *et al.* (2013).

Uma vez que as comparações realizadas Hwang *et al.* (2013) tinham como base a mesma capacidade de alimentação total, a velocidade da entrada nos dois últimos dispositivos era metade da velocidade dos demais. Após testes experimentais e computacionais, os autores observaram que no hidrociclone original ocorreu uma drástica redução de velocidade do escoamento na região cilíndrica, entretanto, a adição de alimentações de menores dimensões reteve as altas energias cinéticas nessa região e aumentou a separação de partículas. A explicação para esse fato deve-se à maior intensidade da componente tangencial em detrimento da axial, responsável pelo movimento descendente do fluido. Dessa forma, o campo centrífugo foi consideravelmente afetado pelo aumento da velocidade tangencial. Além disso, os autores

constatarem que o consumo energético no equipamento com quatro alimentações foi próximo ao do hidrociclone original, enquanto para a geometria com duas alimentações pequenas foi de aproximadamente o dobro do equipamento original.

A combinação de fluidodinâmica computacional e redes neurais artificiais foi aplicada no trabalho de Singh e Elsayed (2017) para analisar e otimizar separadores ciclônicos com múltiplas alimentações. Em seu artigo, os autores utilizaram os resultados obtidos em simulações computacionais para treinar a rede neural artificial visando a otimização do número de Euler, diâmetro de corte e eficiência total. As variáveis significativas encontradas foram a razão entre as vazões de alimentação secundária e principal e a razão entre as áreas das entradas secundária e principal. Os autores observaram aumentos no número de Euler com o incremento da velocidade do escoamento na vazão secundária, constatando que essa variável e as dimensões geométricas da alimentação secundária são parâmetros sensíveis para a queda de pressão. Já para o diâmetro de corte, o aumento da razão entre alimentações possui efeito positivo, reduzindo o valor da resposta e, consequentemente, aumentando a eficiência total.

2.6 Histórico de pesquisas com hidrociclones na FEQUI/UFU

A Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU) desenvolve pesquisas em processos de hidrociclonagem há mais de vinte anos, buscando melhorar o desempenho dessa operação por meio da obtenção de hidrociclones com formas e dimensões variadas. Dentre os diversos trabalhos realizados, destacam-se os com hidrociclones filtrantes, com paredes cilíndrico-cônicas feitas de material permeável para potencializar a remoção de fluido na separação, e os trabalhos com hidrociclones convencionais com dimensões geométricas otimizadas.

O primeiro trabalho realizado com hidrociclones filtrantes foi desenvolvido por Lanna *et al.* (1992) no qual os autores adaptaram a região cônica de um hidrociclone da família Bradley, substituindo seu material maciço por um tecido de nylon, com o objetivo de avaliar a eficiência de separação do novo dispositivo concebido. Em seguida, Vieira (1997) e Souza (1999) estudaram o efeito de outros materiais filtrantes, como polipropileno e bronze sinterizado, respectivamente, alterando assim, a permeabilidade da parede cônica. Foi observado nesses estudos que o adimensional de Euler, relacionado ao consumo energético, teve sua intensidade reduzida, o que elevou a capacidade de processamento dos equipamentos, ao passo que a concentração da suspensão na saída do *underflow* aumentou. Esse comportamento foi parecido entre os três tipos de material, entretanto, o que apresentou maior

estabilidade e intensidade na produção das respostas foi o bronze sinterizado, o qual foi utilizado nos trabalhos subsequentes do núcleo de pesquisa.

Em trabalhos seguintes, Vieira (2001), Arruda *et al.* (2002) e Arruda (2003) estudaram o efeito de paredes filtrantes nos hidrociclones das *famílias* Rietema, Krebs e Demco, respectivamente. Foi constatado em seus trabalhos que hidrociclones de diferentes *famílias* produziam respostas diferentes para a substituição da parede maciça pela filtrante, sendo as *famílias* Krebs e Demco pouco sensíveis a esta modificação enquanto as *famílias* Rietema e Bradley as mais influenciadas pela parede filtrante.

Buscando estudar os efeitos do diâmetro da alimentação (D_i), diâmetro do *overflow* (D_o), do ângulo do tronco de cone (θ) e do comprimento total (L) na operação de hidrociclones filtrantes e convencionais, Vieira (2006), desenvolveu estudos numéricos e um Planejamento Composto Central (PCC), constituído de 25 novas geometrias, entre filtrantes e convencionais. Dentre essas geometrias, foi identificada uma que apresentou alta eficiência e alta capacidade de processamento, ou seja, consumo energético reduzido, e a esta foi dado o nome de H11, correspondente à 11ª linha do planejamento desenvolvido pelo autor. Além disso, técnicas de fluidodinâmica computacional foram aplicadas em um estudo bidimensional da geometria dos hidrociclones filtrantes, de forma que sua associação com os resultados experimentais do autor possibilitou melhor entendimento acerca da performance dos equipamentos. Devido a suas promissoras características esse equipamento continuou a ser estudado por Almeida (2008), que investigou, de forma experimental e numérica com uma fase contínua, a influência do comprimento do *vortex finder* (ℓ) e do diâmetro de *underflow* (D_u) na operação do H11. Nesse trabalho foi constatado que as dimensões ideais dessas variáveis dependiam do objetivo de utilização do hidrociclone, ou seja, da aplicação em processos de classificação ou concentração de correntes.

Façanha (2012), dando continuidade aos estudos com hidrociclones filtrantes, propôs a inserção de uma seção cilíndrica filtrante no H11, e esta nova configuração denominada cilíndrico-filtrante (HCiF) foi comparada aos hidrociclones cônico-filtrante (HCoF) e convencional (HC), evidenciando benefícios no aumento da capacidade de processamento de hidrociclones mediante a utilização de paredes filtrantes, apesar da redução de sua eficiência total. Inspirada por esse trabalho, Salvador (2013) acoplou a parte cilíndrica filtrante à parte cônica filtrante, criando assim, um hidrociclone totalmente filtrante. Esse equipamento foi estudado variando-se a permeabilidade do material das paredes e o diâmetro de *underflow*, cujos resultados apresentaram uma redução expressiva no número de Euler para o equipamento de menor permeabilidade, enquanto a eficiência total não foi influenciada significativamente pela

geometria totalmente filtrante. Dessa forma, contabilizou-se o efeito de separação de partículas principalmente devido às dimensões geométricas do equipamento.

Silva (2012), inspirado pelos estudos de Vieira (2006), utilizou os dados experimentais obtidos pelo seu antecessor para realizar estudos de otimização por meio de um Algoritmo de Evolução Diferencial (AED), buscando variáveis ótimas para hidrociclones convencionais com paredes maciças. O autor otimizou as variáveis diâmetro de alimentação, diâmetro de *overflow*, ângulo do tronco de cone e comprimento total, obtendo assim, três diferentes geometrias: HCOT1, HCOT2 e HCOT3. A primeira foi otimizada para apresentar altos valores de eficiência total, enquanto que nas demais eram buscados valores mínimos de razão de líquido e número de Euler, respectivamente. O autor realizou simulações de fluidodinâmica computacional com uma fase contínua para observar o comportamento de variáveis como pressão total, velocidade tangencial e velocidade axial em seus equipamentos otimizados. Em seguida, selecionando os promissores hidrociclones HCOT1 e HCOT3, Kyriakidis (2014) estudou o efeito das variáveis comprimento de *vortex finder* e diâmetro de *underflow*. A autora observou que existiam níveis ótimos dessas variáveis que intensificavam a classificação de partículas no HCOT1 e que dimensões ótimas de diâmetro de *underflow* proporcionavam aumentos no poder concentrador do HCOT3 sem prejudicar, no entanto, eficiência total e consumo energético.

Silva (2014), por sua vez, valendo-se do uso de técnicas de Superfície de Resposta e um Algoritmo de Evolução Diferencial (AED), desenvolveu um estudo de otimização com as variáveis diâmetro de alimentação, diâmetro de *overflow*, ângulo de tronco de cone e comprimento total em hidrociclones cônico-filtrantes. Desse estudo, três diferentes geometrias foram obtidas para diferentes objetivos, sendo eles: o HFOT1, buscando maximizar a eficiência total; o HFOT2, para poder minimizar a razão de líquido; e o HFOT3, buscando reduzir o consumo energético (minimizar o número de Euler). Este último foi escolhido por Gonçalves (2016) para ser estudado com diferentes diâmetros de *underflow* e concentrações de alimentação. Este trabalho foi pioneiro na FEQUI/UFU ao se inserir a variável concentração de alimentação na investigação do comportamento de separação em hidrociclones. A autora observou que a redução do diâmetro de *underflow* contribuiu para o aumento da concentração da suspensão que sai por esse orifício e que o aumento da concentração de sólidos na alimentação, além de reduzir a eficiência de separação, proporcionou menores números de Euler e, consequentemente, maior capacidade de processamento.

O trabalho de Vieira (2006) continuou influenciando outros pesquisadores e, nesse sentido, Salvador (2017) realizou um estudo com suas geometrias em quatro diferentes configurações, aplicando técnicas de evolução diferencial para a obtenção de três geometrias

otimizadas a partir dos planejamentos compostos centrais desenvolvidos para hidrociclones: com paredes completamente maciças, com tronco de cone permeável, com cilindro permeável e com cilindro e tronco de cone permeáveis. Mais tarde, Ascendino (2019) utilizou as geometrias otimizadas de hidrociclones cilíndrico-filtrantes de Salvador (2017) para quantificar os efeitos da variação da concentração da suspensão alimentada nesses equipamentos, e observou que o aumento da concentração acarretava em uma redução das eficiências dos equipamentos, bem como um aumento da razão de líquido. Além disso, o autor observou que o aumento da quantidade de sólidos na alimentação promoveu uma redução no gasto energético nos hidrociclones.

A partir da catalogação das características de mais de 64 hidrociclones estudados ao longo de duas décadas na instituição (1992-2015), por meio de técnicas de otimização multi-objetivo, Kyriakidis (2018) obteve três separadores com razões geométricas inéditas destinados à maximização da eficiência (OBJETIVO 1), à minimização da Razão de Líquido (OBJETIVO 2) e à minimização do número de Euler (OBJETIVO 3). Dentre as três novas opções de separadores, o hidrociclone oriundo do OBJETIVO 1 foi denominado de HGOT1 (**H**idrociclone **G**eometricamente **O**timizado do **O**bjetivo **1**). Sob patamares razoáveis de número de Euler, o hidrociclone HGOT1 destacou-se por apresentar a mais alta eficiência de coleta dentre todos os separadores até então estudados na FEQUI/UFU. Destaca-se ainda que a autora realizou simulações de fluidodinâmica computacional com uma fase contínua, a fim de observar o comportamento hidrodinâmico do escoamento no interior dos hidrociclones obtidos.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

O processo de obtenção de respostas numéricas via fluidodinâmica computacional divide-se basicamente em três etapas: pré-processamento, solução e pós-processamento. A etapa de pré-processamento consiste na definição da geometria equivalente ao domínio computacional, geração das subdivisões desse domínio por meio de *softwares* de criação de malhas computacionais e definição das condições de contorno, propriedades do fluido e modelos físicos, matemáticos e computacionais adequados. Na etapa da solução, escolhe-se o método numérico utilizado em um algoritmo apropriado, o qual deve realizar a integração das equações em todos os volumes de controle da malha, discretizar as equações resultantes em um sistema algébrico e resolvê-lo por meio de métodos iterativos, caracterizando, assim, a etapa de solução conforme descrito na revisão bibliográfica. Por fim, a etapa de pós-processamento consiste no tratamento dos dados obtidos na simulação mediante análises gráficas e outras ferramentas de visualização (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

3.1 Geometrias e malhas computacionais

As geometrias e malhas computacionais equivalentes aos volumes de controle dos hidrociclones propostos foram criadas com o auxílio do *software* comercial *Gambit*® 2.3.16. Esses equipamentos foram concebidos somente com a alteração dos diâmetros das alimentações e respectivas localizações ao longo da seção cilíndrica. Por outro lado, vale mencionar que todas as demais dimensões características dos hidrociclones investigados mantiveram-se idênticas entre si e iguais àquelas otimizadas para o hidrociclone HGOT1 (KYRIAKIDIS, 2018), conforme as tabelas 3.1 e 3.2. Dessa forma, a área transversal da alimentação do hidrociclone HGOT1 (59,4 mm²) foi dividida proporcionalmente à quantidade de alimentações (2 ou 3) nos hidrociclones propostos.

Tabela 3.1 – Diâmetros das alimentações dos hidrociclones propostos.

Diâmetros das alimentações [mm]	
Hidrociclone com 1 alimentação	8,7
Hidrociclones com 2 alimentações	6,2
Hidrociclones com 3 alimentações	5,0

Tabela 3.2 – Dimensões geométricas do hidrociclone HGOT1 (KYRIAKIDIS, 2018).

Dimensões Geométricas do Hidrociclone Padrão (HGOT1)	
Diâmetro da Seção Cilíndrica (D_c) [mm]	30,0
Diâmetro de alimentação (D_i) [mm]	8,7
Diâmetro de <i>overflow</i> (D_o) [mm]	4,8
Diâmetro de <i>underflow</i> (D_u) [mm]	5,0
Comprimento total (L) [mm]	228,0
Comprimento da seção cilíndrica (h) [mm]	69,0
Comprimento da seção cônica (H) [mm]	169,0
Comprimento de <i>vortex finder</i> (l) [mm]	55,2
θ	9°

Foram escolhidos três tipos de disposição geométrica para as alimentações listadas na Tabela 3.1, seguindo a seguinte nomenclatura:

- múltiplas alimentações em uma mesma Altura (HGOT1-2A, HGOT1-3A);
- múltiplas alimentações em Espiral (HGOT1-2AE, HGOT1-3AE);
- múltiplas alimentações Unilaterais (HGOT1-2AU, HGOT1-3AU).

Entre os equipamentos com múltiplas alimentações unilaterais, foi inserida uma distância de 10 mm entre os dutos visando a possibilitar a etapa posterior de construção dos equipamentos, haja vista que a altura do cilindro é fixa e limitada. Além disso, os ângulos formados entre as alimentações dos hidrociclones configurados em Espiral e do HGOT1-3A foram de 90°. As geometrias concebidas estão representadas na Figura 3.1.

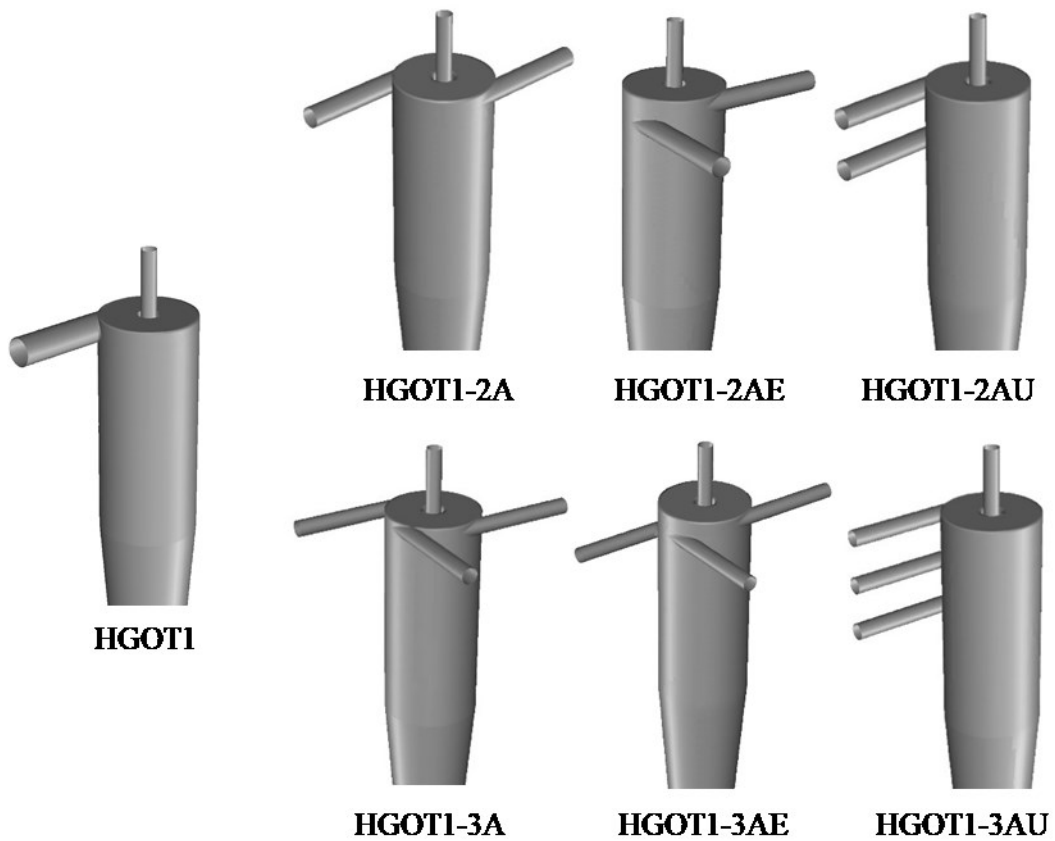


Figura 3.1 – Disposição Geométrica das alimentações múltiplas no hidrociclone HGOT1 (padrão)

O domínio computacional de cada hidrociclone foi subdividido em elementos hexaédricos que foram alinhados à direção do escoamento para reduzirem a difusão numérica e proporcionarem uma maior precisão na previsão do escoamento (KUMAR SHUKLA; SHUKLA; GHOSH, 2011). Os parâmetros de qualidade da malha, tais como o *aspect ratio* (razão entre a maior e menor aresta da célula) e a *skewness* (desvio entre o centro do volume da célula vizinha e o centro da face da célula em análise), foram verificados automaticamente durante a construção das malhas. Além disso, as malhas foram construídas tomando-se por referência o eixo $z=0$ com localização na parte superior da seção cilíndrica, como é indicado na Figura 3.2. Para as análises de pós-processamento das simulações, foi criado um plano xz que cortava os hidrociclones em toda sua extensão, de modo que nesse plano eram plotados iso-valores e linhas, em variadas alturas, para acompanhar as variáveis inerentes ao escoamento (pressão, componentes de velocidade e fração de fases).

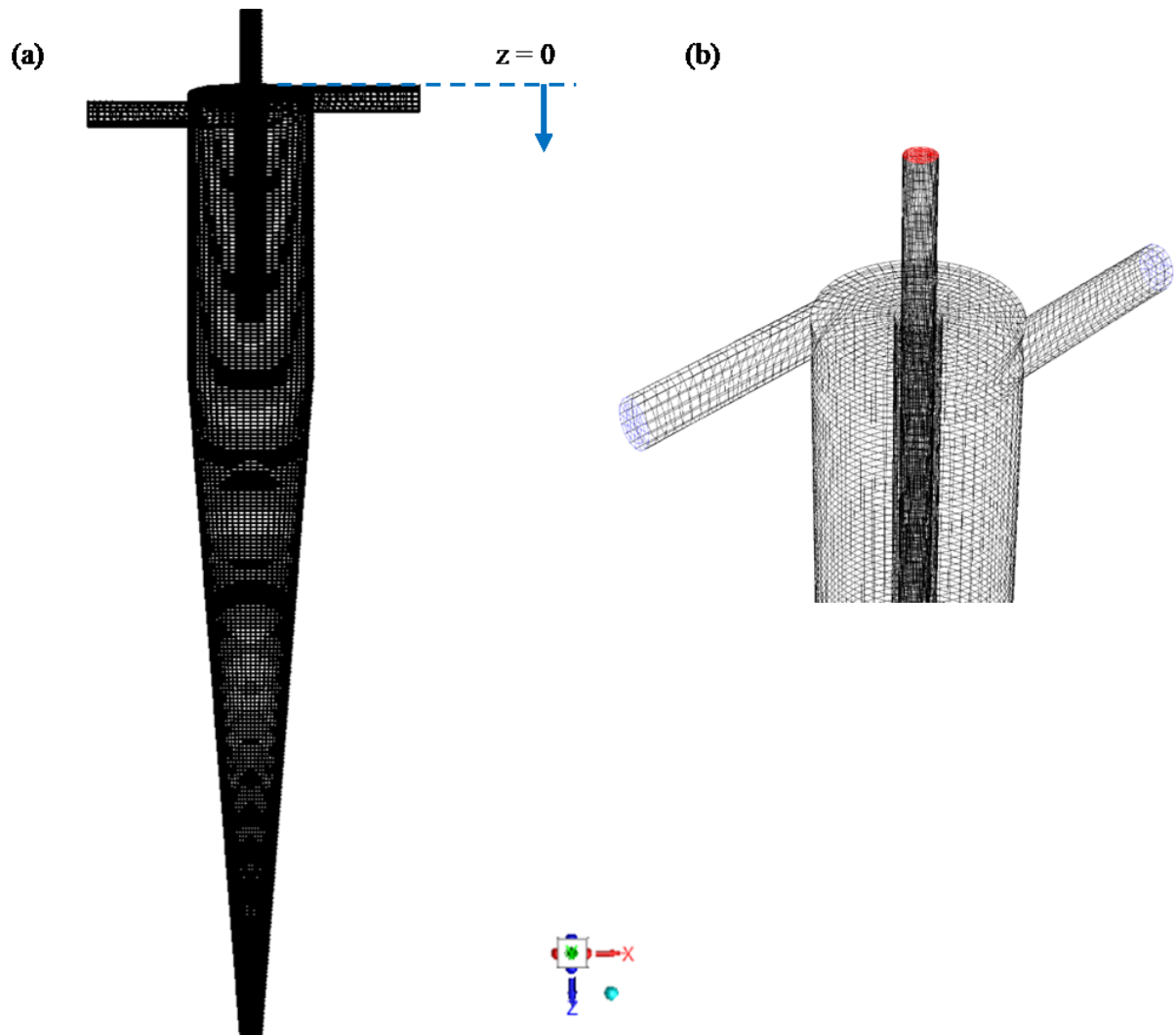


Figura 3.2 - (a) malha concebida para hidrociclone HGOT1-2A e (b) detalhe da malha na região de alimentação

3.2 Índice de convergência da malha (*GCI*)

Um problema relevante em simulações computacionais é a resolução apropriada para uma malha, ou seja, qual o seu grau de refino. Esse fator está associado às condições do escoamento, geometria, tipo de análise e outras variáveis. Logo, uma condição essencial para a qualidade das simulações desenvolvidas com modelos de turbulência que consideram as variáveis médias do escoamento é que os resultados obtidos sejam independentes do tamanho da malha utilizada, isto é, independentes da quantidade de elementos que a constituem. À medida que a malha se torna refinada, ou seja, as células se tornam menores e consequentemente aumentam em quantidade, e o passo temporal (*time step*) é reduzido, os erros

de discretização espacial e temporal, respectivamente, tendem a se aproximar de forma assintótica de zero. Entretanto, o uso de malhas extremamente refinadas e pequenos intervalos de tempo inviabilizam a realização de estudos numéricos devido ao alto custo computacional e tempo de processamento demandados. Dessa forma, a depender dos modelos utilizados, a utilização de malhas grosseiras torna-se interessante desde que seja realizado um teste para determinar o erro relativo e garantir, dessa forma, que o resultado obtido não seja dependente do tamanho da malha utilizada.

Nesse sentido, Roache (1994) propôs um Índice de Convergência de Malha [*Grid Convergence Index (GCI)*] para reportar resultados de estudos de independência de malha e sua faixa de erro quanto à convergência da solução. Esse índice pode ser calculado utilizando-se dois tamanhos de malha, entretanto, para se estimar a ordem de convergência precisamente e conferir se as soluções estão na faixa assintótica de convergência, o uso de três tamanhos de malha é recomendado (SLATER; DUDEK; TATUM, 2000).

O GCI é baseado em um estimador de erro de refinamento de malhas derivado da teoria da extrapolação generalizada de Richardson (RICHARDSON, 1911, 1927). Esse índice é uma medida do percentual de desvio do valor computado em relação ao valor assintótico e indica o quanto uma solução pode mudar em um novo refinamento. Portanto, uma análise numérica consistente fornece uma resposta que se aproxima da solução de uma malha cuja resolução é próxima de zero, isto é, os resultados das equações discretizadas aproximam-se dos resultados das equações originais se estas fossem resolvidas diretamente. Celik *et al.* (2008) descreveram o método em cinco etapas, as quais são descritas a seguir.

3.2.1 Tamanho representativo da malha (λ)

Inicialmente determinou-se o tamanho representativo da malha (λ) o qual, para malhas tridimensionais é equivalente à aresta de uma célula cúbica considerando-se todas as células do domínio computacional regulares e uniformes, ou seja, iguais à célula escolhida. O cálculo do tamanho representativo foi realizado utilizando-se a Equação 3.1.

$$\lambda_k = \left[\frac{1}{N_k} \sum_{k=1}^N (\Delta V_k) \right]^{1/3} \quad (3.1)$$

Em que N_k e ΔV_k equivalem à quantidade total de elementos da malha k e ao volume individual de cada célula computacional, respectivamente.

3.2.2 Escolha dos graus de refino da malha

Em seguida, escolheu-se um tamanho de malha considerado refinado, representado pelo índice 1. A confecção das malhas média e grosseira, índices 2 e 3 respectivamente, baseou-se no cálculo do fator de refino que é definido pela razão entre os tamanhos representativos de uma malha grosseira e uma malha mais refinada, conforme a Equação 3.2. Dessa forma, com os fatores de refino calculados pelas equações 3.3 e 3.4, foram obtidos os tamanhos de malha para a geometria HGOT1-2A, apresentados na Tabela 3.3. CELIK *et al.* (2008) recomendaram, baseados em sua experiência, valores acima de 1,3 para o fator de refino. Os fatores usados para a confecção das malhas dos hidrociclones foram 1,32 e 1,33 para o r_{21} e r_{32} , respectivamente.

$$r_{k+1,k} = \frac{\lambda_{k+1}}{\lambda_k} \quad (3.2)$$

$$r_{21} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (3.3)$$

$$r_{32} = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \quad (3.4)$$

Tabela 3.3 – Tamanhos das malhas da configuração HGOT1-2A utilizadas no teste GCI

Malha	Número de elementos	λ [mm]
1- Refinada	502886	0,573
2- Média	216230	0,759
3- Grosseira	91580	1,010

A escolha da configuração HGOT1-2A para a realização do teste de independência de malha foi realizada de forma aleatória, uma vez que todos os hidrociclones propostos apresentam o mesmo volume total e dimensões das seções cilíndrica e cônica iguais, diferindo apenas na forma das alimentações. Esse fato permitiu, portanto, a realização do teste com apenas uma configuração que pudesse representar as demais, visando a redução do esforço computacional.

Além da concepção das malhas, foi escolhida uma variável resposta (f) para ser monitorada no teste e utilizada no cálculo dos erros relativos. A resposta escolhida nesse trabalho foi a velocidade tangencial devido sua importância no processo de separação centrífuga

em hidrociclones. Devido às características anisotrópicas e turbulentas do escoamento, as variáveis inerentes a ele devem ser avaliadas pontualmente em um determinado instante, e não em um intervalo de tempo. Dessa forma, essa resposta foi analisada em cada simulação com as três malhas no tempo de 2 s, plotando-se os valores de velocidade tangencial em função da posição radial em uma linha média da seção cônica da geometria. O tempo escolhido foi superior ao tempo de residência médio do fluido nos equipamentos estudados (1,56 s), quando as respostas nas fronteiras do volume de controle (R_L e $-AP$), começavam a variar com menor intensidade e atingiam um regime estatisticamente estabelecido.

3.2.3 Ordem aparente do método (ξ)

Após a realização das simulações com as malhas propostas e a obtenção dos valores para as respostas analisadas, calculou-se a ordem aparente do método (ξ), utilizando-se as equações 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8, de forma iterativa, sendo a estimativa inicial igual ao primeiro termo da Equação 3.5.

$$\xi = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left| \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right| + q(\xi) \right| \quad (3.5)$$

$$q(\xi) = \ln \left(\frac{r_{21}^{\xi} - s}{r_{32}^{\xi} - s} \right) \quad (3.6)$$

$$s = 1 \cdot \text{sin} \left(\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right) \quad (3.7)$$

$$\text{sin}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Em que, $\varepsilon_{32} = f_3 - f_2$ e $\varepsilon_{21} = f_2 - f_1$ são as diferenças entre as respostas obtidas.

A correspondência do valor calculado para a ordem aparente com a ordem utilizada na solução pode ser considerada como um bom indicador de que as malhas em estudo se encontram dentro do intervalo assintótico, apesar de que um resultado inverso não precisa ser

necessariamente tomado como um sinal de cálculos insatisfatórios. Além do mais, deve-se observar que, se as diferenças entre as repostas obtidas estiverem muito próximas de zero, o cálculo não é passível de execução, significando uma eventual ocorrência de convergência oscilatória ou obtenção da solução exata (CELIK *et al.*, 2008).

3.2.4 Resposta extrapolada (f_{ext})

Após o cálculo da ordem aparente do método, calculou-se os valores para repostas extrapoladas pela Equação 3.9. A resposta extrapolada representa o valor da variável selecionada, o qual seria atingido quando λ tendesse a zero, ou seja, a resposta obtida por uma malha composta por infinitos elementos. Essa definição fundamenta-se na extrapolação generalizada de Richardson.

$$f_{ext}^{k+1,k} = \frac{r_{k+1,k}^{\xi} f_k - f_{k+1}}{r_{k+1,k}^{\xi} - 1} \quad (3.9)$$

3.2.5 Estimativa dos erros

Em seguida, calculou-se inicialmente os valores dos erros relativos e dos erros relativos extrapolados entre as repostas observadas para cada malha, por meio das equações 3.10 e 3.11, respectivamente.

$$e_a^{k+1,k} = \left| \frac{f_k - f_{k+1}}{f_k} \right| \quad (3.10)$$

$$e_{ext}^{k+1,k} = \left| \frac{f_{ext}^{k+1,k} - f_k}{f_{ext}^{k+1,k}} \right| \quad (3.11)$$

Os resultados encontrados para os erros relativos foram utilizados no cálculo dos índices de convergência da malha (GCI), relacionando-se, assim, as malhas por meio da Equação 3.12. Além disso, o erro de discretização da malha grosseira pode ser calculado pela Equação 3.13 (ROACHE, 1994).

$$GCI_{k+1,k} = F_S \frac{e_a^{k+1,k}}{r_{k+1,k}^\xi - 1} \quad (3.12)$$

$$GCI_3 = r_{32}^\xi GCI_{32} \quad (3.13)$$

Em que F_S é um fator de segurança que quando aplicado para testes com três malhas assume o valor igual a 1,25 e, quando aplicado para duas malhas, assume valor igual a 3,00 (SLATER; DUDEK; TATUM, 2000). Dessa forma, as respostas encontradas em cada malha k , apresentam erros relativos de $\pm GCI_k$.

3.2.6 Intervalo de resposta assintótica

Para verificar se as respostas obtidas estão próximas do valor assintótico, ou seja, próximas do valor esperado para um refinamento tendendo a zero no qual se assume independência de malha, foi computado o parâmetro ϕ . Quanto mais próximo ϕ estiver de 1, mais próxima estará a resposta encontrada da resposta assintótica. Este parâmetro é calculado segundo a Equação 3.14.

$$\phi = \frac{r_{32}^\xi GCI_{12}}{GCI_{23}} \quad (3.14)$$

3.3 Infraestrutura computacional e *software* utilizados

As simulações computacionais foram conduzidas utilizando-se o *software Ansys Fluent 18.0* nos computadores com as seguintes especificações:

- Sistema operacional Windows 10 Pro – 64 bits com processador Intel® Xeon® CPU E5-2620v4, 2 processadores 2.10 GHz e memória RAM de 32 GB.
- Sistema operacional Windows 10 Pro – 64 bits com processador Intel® Core™ CPU, 3.20 GHz e memória RAM de 12 GB.

3.4 Condições de contorno e estratégias de simulação

3.4.1 Simulações com uma fase

A condição de contorno usada na alimentação foi uma vazão mássica de $0,2914 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ de água líquida à temperatura ambiente, equivalente à condição de maior eficiência do HGOT1 estudada por Kyriakidis (2018), a qual corresponde à uma queda de pressão de 177 kPa e vazão volumétrica de $292 \text{ cm}^3\cdot\text{s}^{-1}$. Essa vazão mássica foi então distribuída igualmente entre as múltiplas alimentações dos equipamentos propostos sendo a velocidade de alimentação em cada entrada igual a $4,91 \text{ ms}^{-1}$. A condição de pressão atmosférica foi aplicada nas saídas do equipamento (*overflow* e *underflow*), ao passo que nas paredes a condição aplicada foi de não deslizamento (*no-slip*).

Devido às características turbulentas e anisotrópicas do escoamento internos, as simulações foram realizadas sob um regime transiente de escoamento. Os resultados foram analisados no tempo de 2 s (*flow-time*), após a estabilização da pressão estática na alimentação e da razão de líquido (R_L). Com o objetivo de se acompanhar essas respostas, arquivos de texto foram gerados a cada 500 passos no tempo (*time-steps*), cujas informações numéricas eram tratadas até que se observasse uma variação menor que 3% nos resultados, caracterizando, assim, a estabilização das respostas.

As simulações foram iniciadas mediante métodos de discretização espacial e temporal de 1ª ordem até atingirem o tempo de 1 s, a fim de obter a convergência inicial da solução numérica. Em seguida, foram habilitados métodos de discretização de 2ª ordem para a obtenção de resultados mais aprimorados. O valor do passo no tempo (*time-step*) utilizado inicialmente foi de $1\cdot 10^{-10}$ s e após 5000 passos esse valor era aumentado sucessivamente até atingir $1\cdot 10^{-5}$ s. Essa estratégia foi utilizada para garantir a estabilização dos resíduos e convergência dos resultados, respeitando-se um critério de convergência de $1\cdot 10^{-5}$ para as variáveis do modelo. Essas e outras informações acerca das simulações realizadas estão resumidas na Tabela 3.4.

Destaca-se ainda que as configurações descritas foram escolhidas com base no trabalho de Kyriakidis (2018), uma vez que os resultados obtidos pela autora apresentaram satisfatória proximidade dos resultados experimentais para queda de pressão e razão de líquido, além de corroborarem com os desempenhos de separação observados experimentalmente, por meio dos iso-valores gerados para velocidade tangencial, axial e pressão absoluta.

Tabela 3.4 - Condições de contorno e modelagem matemática para as simulações com uma fase contínua.

Informação	Condição aplicada
Condições de contorno	Entrada de água: $Mass\ flow-rate = 0,2914\ kg\cdot s^{-1}$
	<i>Underflow</i> e <i>Overflow</i> : $Pressure\ outlet = 101325\ Pa$
	Paredes: Não deslizamento (<i>no-slip</i>)
Aceleração gravitacional	$9,81\ m\cdot s^{-2}$
Tipo de malha adotada	Hexaédrico
Modelo de Turbulência	<i>Reynolds Stress Model</i> (RSM)
Acoplamento Pressão-Velocidade	SIMPLE
Discretização Espacial	Gradiente: <i>Least Squares Cell Based</i>
	Pressão: <i>PRESTO!</i>
	Momento: <i>QUICK</i>
	Energia cinética turbulenta: <i>Second Order Upwind</i>
	Taxa de dissipação turbulenta: <i>Second OrderUpwind</i>
	Tensores de Reynolds: <i>Second Order Upwind</i>
Formulação Transiente	Implícita de 2ª ordem
Critério de convergência	$1\cdot 10^{-5}$
Tempo simulado (<i>Flow time</i>)	2 s
Tamanho do passo (<i>Time-step size</i>)	$1\cdot 10^{-5}\ s$

3.4.2 Simulações com modelo multifásico

Com o objetivo de prever as eficiências de separação do hidrociclone que apresentou características promissoras de escoamento foram realizadas simulações com o modelo de mistura granular, com uma fase contínua (água líquida) e seis fases granulares correspondentes a seis diâmetros de partícula presentes na suspensão de material particulado (0,5 μm ; 2 μm ; 5

μm ; 10 μm ; 15 μm ; 20 μm). Devido à ausência de formação de *air core* no hidrociclone HGOT1 (KYRIAKIDIS, 2018), não houve a necessidade de se realizar a simulação da interação ar-água anteriormente à simulação com as fases granulares. Além disso, a suposição inicial de que os hidrociclones propostos também não formariam *air core* se deu com base no fato de que a razão entre diâmetro de *overflow* e diâmetro de *underflow* de todos os equipamentos era igual a 0,96, bastante inferior ao valor estabelecido por Xu *et al.* (2013) para a formação e estabilização da coluna de ar no interior do equipamento (1,6).

A escolha do modelo de mistura foi baseada numa extensa revisão da literatura conforme apresentado previamente na Seção 2.4.3. Além do modelo RSM, o modelo de turbulência LES também foi avaliado para simular o escoamento multifásico nos hidrociclones, haja vista proporcionar bons resultados nas simulações de sistemas multifásicos, apesar de seu alto custo computacional em comparação aos demais modelos de turbulência (NARASIMHA *et al.*, 2012).

Inicialmente, com o intuito de se verificar a melhor combinação de modelos de turbulência e mistura para as simulações com partículas de rocha fosfática, foi realizada uma simulação do HGOT1 com quartzito, o mesmo material particulado usado por Kyriakidis (2018) com vazão volumétrica de suspensão de $292 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ à concentração volumétrica de 1% ($289,08 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ de água e $2,92 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ de sólidos). Para retratar a distribuição granulométrica utilizada por Kyriakidis (2018) em seus experimentos foram usados seis diâmetros de partícula representativos: 0,5 μm , 2,0 μm , 5,0 μm , 10,0 μm , 15,0 μm e 20,0 μm . Esses tamanhos de partícula foram escolhidos devido uma análise prévia da eficiência granulométrica do HGOT1, com dados experimentais de Kyriakidis (2018), indicar que partículas acima dessa faixa são coletadas em sua totalidade no *underflow*. Cada diâmetro foi utilizado com suas respectivas frações mássicas acumuladas conforme o ajuste para o modelo RRB (*Rosin-Rammler-Bennet*) correspondentes a 0,0292; 0,0988; 0,1947; 0,2817; 0,2233 e 0,1723. Ressalta-se que a densidade real das partículas de quartzito era igual a $2740 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, cuja determinação já se tinha dado por Kyriakidis (2018) por meio de picnometria a gás hélio.

Já nas simulações com rocha fosfática, as frações mássicas calculadas para as partículas de 0,5 μm , 2,0 μm , 5,0 μm , 10,0 μm , 15,0 μm e 20,0 μm foram de 0,0770; 0,1552; 0,2213; 0,2516; 0,1717 e 0,1232, respectivamente. Esses valores foram calculados com base na distribuição granulométrica de uma amostra de 6 kg de rocha fosfática obtida após 16 h de cominuição em um moinho de bolas da FEQUI/UFU.

Sobre a moagem do material particulado, registra-se que o moinho era constituído de um vaso cerâmico com 20 cm de diâmetro interno e 30 cm de altura. Nele havia um total de 75

bolas de cerâmica com diâmetros nominais de 4 cm para cominuir as partículas sob uma rotação de 23 rpm. A análise granulométrica da amostra foi realizada no *Mastersizer Microplus* da *Malvern*, sendo os dados obtidos tratados no *software Statistica®* e um modelo RRB ajustado, apresentado na Equação 3.15. Além disso, a densidade da rocha fosfática foi aferida com o densímetro *AaccuPyc1330* da *Micromeritics®*, cujo valor encontrado foi equivalente a $3147,8 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Ressalta-se ainda que, tanto a escolha da rocha fosfática quanto a moagem e análise granulométrica deste material foram realizados visando a futuros trabalhos experimentais para a verificação dos resultados simulados aqui encontrados.

$$X = 1 - \exp \left[- \left(\frac{d_p}{15,23} \right)^{0,84} \right] \quad (3.15)$$

Dessa forma, as vazões mássicas das seis fases utilizadas nas simulações multifásicas são apresentadas na Tabela 3.5, tanto para quartzito quanto para rocha fosfática.

Tabela 3.5 – Vazões mássicas de sólidos alimentadas nas simulações multifásicas.

d_p (μm)	Vazão mássica de sólidos alimentada ($\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$)	
	Quartzito	Rocha Fosfática
0,5	$2,340\cdot 10^{-4}$	$7,080\cdot 10^{-3}$
2,0	$7,900\cdot 10^{-4}$	$1,426\cdot 10^{-3}$
5,0	$1,557\cdot 10^{-3}$	$2,034\cdot 10^{-3}$
10,0	$2,254\cdot 10^{-3}$	$2,313\cdot 10^{-3}$
15,0	$1,787\cdot 10^{-3}$	$1,578\cdot 10^{-3}$
20,0	$1,378\cdot 10^{-3}$	$1,132\cdot 10^{-3}$
Total	$8\cdot 10^{-3}$	$9\cdot 10^{-3}$

Primeiramente, foram realizadas simulações apenas com água até 2 s para a estabilização das respostas como queda de pressão e razão de líquido e, após isso, o modelo de mistura era habilitado para a inserção das 6 fases granulares. As simulações foram então

conduzidas até 5 s, quando as médias das eficiências individuais de coleta das partículas atingiram estabilidade. As condições das simulações com o modelo de turbulência RSM e LES combinados ao modelo de mistura granular são apresentadas na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Parâmetros e modelos adotados nas simulações multifásicas.

Informação	RSM + Mistura	LES + Mistura
Vazão mássica na entrada	0,2965 kg·s ⁻¹ (Quartzito) e 0,2975 kg·s ⁻¹ (Rocha Fosfática)	
Pressão nas saídas	101325 Pa	101325 Pa
Condição nas paredes	Não deslizamento (<i>no-slip</i>)	Não deslizamento (<i>no-slip</i>)
Acoplamento Pressão-Velocidade	SIMPLE	SIMPLE
Discretização Espacial: Gradiente	<i>Least Squares Cell Based</i>	<i>Least Squares Cell Based</i>
Pressão	PRESTO!	PRESTO!
Momento	<i>First Order Upwind</i>	QUICK
Fração Volumétrica	<i>First Order Upwind</i>	<i>First Order Upwind</i>
Energia cinética turbulenta	<i>First Order Upwind</i>	-
Taxa de dissipação turbulenta	<i>First Order Upwind</i>	-
Tensores de Reynolds	<i>First Order Upwind</i>	-
Formulação transiente	<i>First Order Implicit</i>	<i>Bounded Second Order Implicit</i>
Critério de convergência	1·10 ⁻⁴	1·10 ⁻⁴
Tamanho do passo (<i>time step size</i>)	1·10 ⁻⁵ s	1·10 ⁻⁵ s

Em escoamentos multifásicos, um fator chave para a obtenção de resultados numéricos precisos é a utilização de modelos que descrevam corretamente as propriedades das fases e a interação existente entre elas. Nesse sentido, na Tabela 3.7 e na Tabela 3.8 foram listados os seguintes modelos e parâmetros definidos para as fases e para a interação entre elas no modelo de mistura, respectivamente. Devido à simulação multifásica ser destinada à predição da separação de uma suspensão diluída o modelo Syamlal-Obrien, *default* do Fluent® para a viscosidade granular (viscosidade da suspensão), foi utilizado. Além disso, novamente devido ao sistema ser diluído, o modelo Wen-Yu foi utilizado para se computar o coeficiente de arraste da fase dispersa, considerando-se também um coeficiente de restituição de 0,8 (WAN *et al.*, 2008).

Tabela 3.7 – Modelos e parâmetros utilizados nas fases granulares do modelo de mistura.

Informação	Modelo / parâmetro
Viscosidade Granular	Syamlal-Obrien (SYAMLAL <i>et al.</i> , 1993)
Pressão de Sólidos	Lun <i>et al.</i> (1984)
Distribuição Radial	Lun <i>et al.</i> (1984)
Limite de Empacotamento	0,63

Tabela 3.8 – Modelos e parâmetros utilizados na interação entre as fases contínua e dispersa.

Informação	Modelo / parâmetro
Coeficiente de Arraste	Wen-Yu (WEN; YU, 1966)
Velocidade de Deslizamento	Manninen <i>et al.</i> (1996)
Coeficiente de Restituição (entre partículas)	0,8
Área Interfacial	ia-symmetric

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Resultados do teste GCI

Como mencionado anteriormente na Seção 3.2.2, foram construídas três malhas de diferentes resoluções para a realização do teste GCI, o qual permite calcular os erros relativos entre as malhas utilizadas, visando à escolha da malha mais conveniente para o desenvolvimento das simulações computacionais. Nesse sentido, para a realização do teste foi escolhida arbitrariamente a geometria equivalente ao hidrociclone HGOT1-2A, sendo esta representativa das demais, uma vez que a única diferença entre os hidrociclones era a quantidade e posição das alimentações, haja vista o volume interno ser mantido sempre constante ($94,32 \text{ cm}^3$). A velocidade tangencial foi a variável resposta escolhida para o teste de independência de malha. Para tanto, foi criada uma linha na altura média da seção cônica correspondente a 148,5 mm, escolhida aleatoriamente uma vez que, atingida a independência de malha, a resposta analisada em determinado ponto de uma das malhas deve possuir um valor próximo do correspondente ao mesmo local em outra malha do teste. Nessa linha foram traçados os perfis de velocidade tangencial ao longo do diâmetro da seção correspondente. Os respectivos perfis de velocidade tangencial das malhas são apresentados na Figura 4.1, na qual se pode observar um comportamento similar da distribuição de velocidades ao longo da posição radial, com os valores correspondentes à malha média se aproximando dos valores referentes à malha refinada.

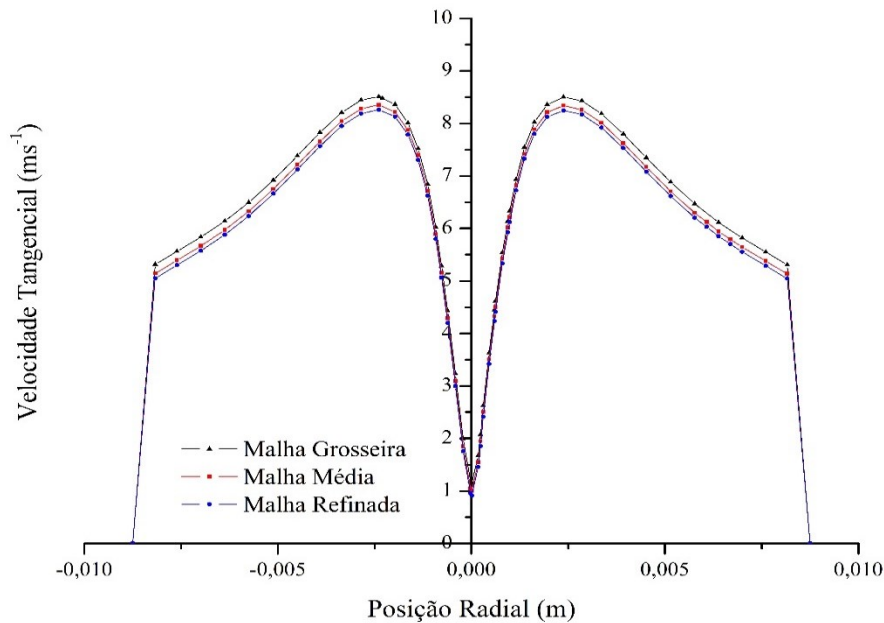


Figura 4.1 – Perfis de velocidade tangencial traçados na altura média da seção cônica do hidrociclone HGOT1-2A.

Para elucidar a proximidade dos valores das respostas da malha média com os valores da malha refinada foram calculadas as velocidades tangenciais médias, as quais correspondem às áreas abaixo das curvas apresentadas na Figura 4.1. Em seguida, foi realizado o teste GCI a partir dessas velocidades para verificar a independência da malha na obtenção das respostas. Dessa forma, os valores obtidos de velocidade tangencial média para as três diferentes malhas criadas, bem como seus respectivos tempos de simulação, valores de GCI calculados e parâmetro ϕ , referente ao intervalo de resposta assintótica, são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Resultados do teste GCI aplicado às malhas do hidrociclone HGOT1.

Malha	Velocidade Tangencial ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Tempo de Simulação (h)	GCI (%)	ϕ
1-Refinada	5,7640	504,1	1,48	1,026
2-Média	5,7965	336,5	2,14	
3-Grosseira	5,8446	120,9	3,18	

Por meio da análise da Tabela 4.1, pode-se observar que os valores calculados para os GCI de cada malha são inferiores a 5%, o que resulta, por sua vez, em baixos erros referentes aos refinamentos. Esses resultados associados a um parâmetro ϕ próximo da unidade (1,026) significam que as respostas se encontram na faixa assintótica de convergência. Apesar do tempo de simulação reduzido com o uso de malhas grosseiras, optou-se por trabalhar com malhas de

tamanho médio nas simulações dos demais hidrociclones estudados, pois essas malhas, além de possuírem um GCI de aproximadamente 2%, valor considerado relativamente baixo, apresentam valores de velocidade tangencial próximas da malha refinada (RODRIGUES, 2018). Além disso, trabalhos da literatura com modelos LES sugerem que o uso de malhas com resolução entre 150 000 e 220 000 nós fornece boas predições das variáveis do escoamento em um hidrociclone convencional com D_c de 75 mm (HSIEH, 1988), valor este maior que o dobro do D_c dos hidrociclones estudados neste trabalho (BRENNAN, 2006; DELGADILLO e RAJAMANI, 2005; VAKAMALLA *et al.*, 2014). Dessa forma, na Tabela 4.2 são apresentados os tamanhos de malha média utilizados para cada geometria estudada no presente trabalho. Foram construídas malhas com quantidade de células entre 216 230 e 229 352, sendo a maior diferença percentual entre os tamanhos igual a 6%.

Tabela 4.2 – Resolução das malhas computacionais utilizadas na simulação de cada *layout* de duto de alimentação.

Geometria	Número de células da malha média	Geometria	Número de células da malha média
HGOT1	217638	HGOT1-3A	229056
HGOT1-2A	216230	HGOT1-3AE	229352
HGOT1-2AE	224027	HGOT1-3AU	221394
HGOT1-2AU	220028		

4.2 Resultados das simulações com a fase fluida

Para avaliar o efeito da inserção de alimentações adicionais sob o número de Euler e na razão de líquido do hidrociclone padrão (HGOT1), foi realizada uma média dos valores das respostas queda de pressão ($-ΔP$) e razão de líquido (R_L) entre 1,5 s e 2,0 s de tempo simulado. Para isso, foram monitoradas a pressão estática na alimentação e a vazão mássica do fluido no *underflow*. Como já discorrido na Seção 3.4.1, a escolha desse tempo justifica-se pelo intervalo necessário para a estabilização das respostas. A título de exemplo, as Figuras 4.2 e 4.3 apresentam, respectivamente, a evolução da queda de pressão e da razão de líquido durante a simulação de três hidrociclones, o original de Kyriakidis (2018) e dois dentre os propostos: HGOT1, HGOT1-2A e HGOT1-3AE. Para computar o valor de queda de pressão nos hidrociclones com mais de uma alimentação foi realizada em cada intervalo de tempo uma média entre as pressões estáticas das alimentações, cujos valores eram muito próximos entre si.

As maiores flutuações nas respostas observadas nos primeiros instantes ocorreram nas simulações de hidrociclones com múltiplas alimentações. Apesar disso, observou-se a estabilização das duas respostas simultaneamente a partir de 1 s em todos os *layouts*. Ressalta-se ainda que o tempo simulado necessário para se produzir respostas estáveis em simulações depende do tamanho do equipamento e da malha utilizada, do modelo de turbulência escolhido e dos métodos de resolução aplicados no problema.

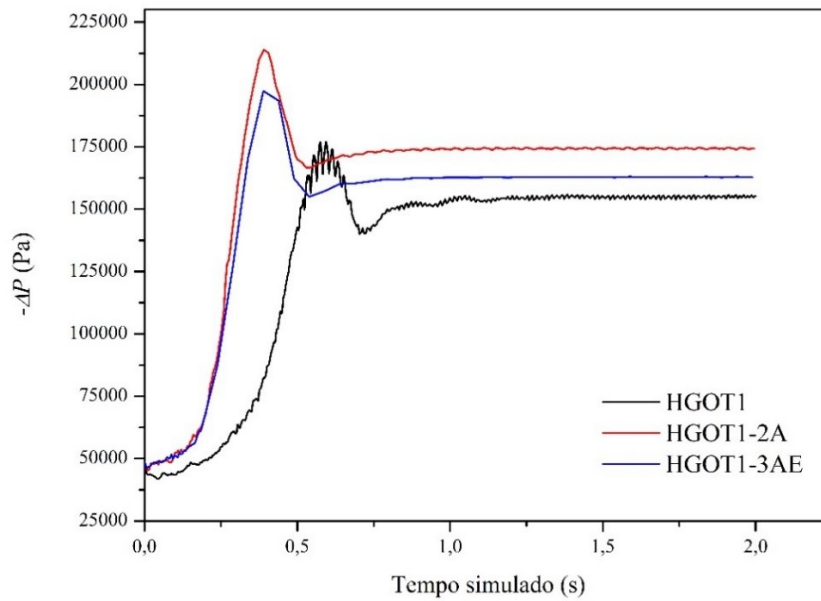


Figura 4.2 – Evolução temporal da pressão estática nas alimentações dos hidrociclones HGOT1, HGOT1-2A e HGOT1-3AE durante a simulação.

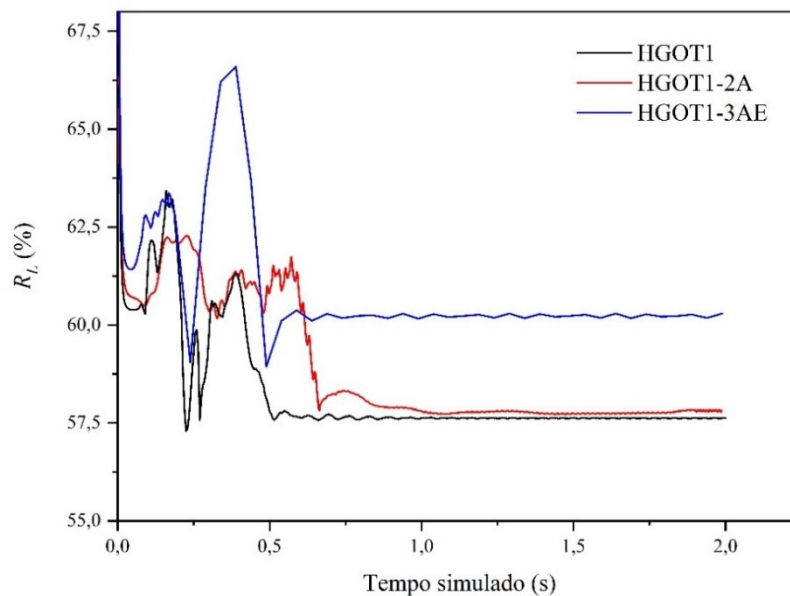


Figura 4.3 – Evolução temporal da razão de líquido dos hidrociclones HGOT1, HGOT1-2A e HGOT1-3AE durante a simulação.

Em seguida, os resultados obtidos no tempo de 2s para as razões de líquido simuladas foram relacionados na Figura 4.4.

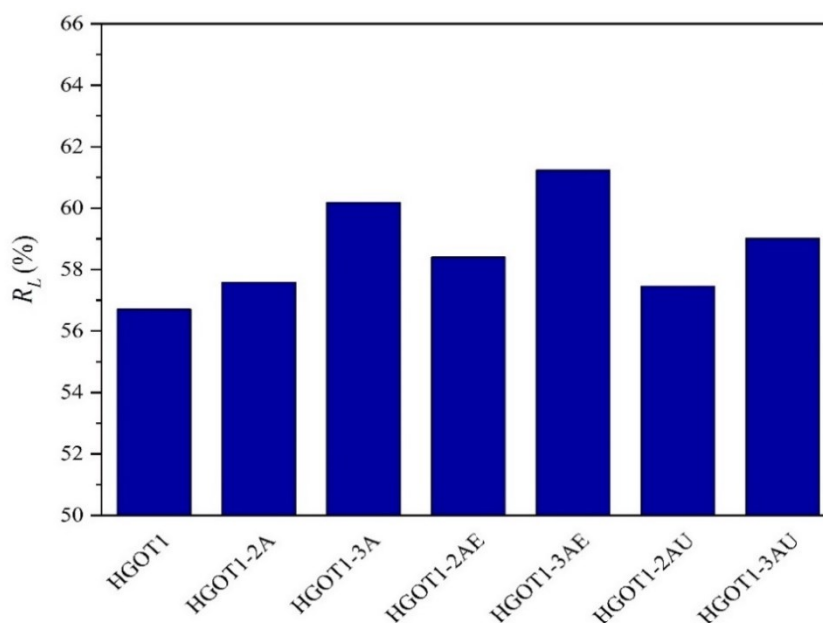


Figura 4.4 – Razões de líquido simuladas em função do tipo de arranjo e quantidade de dutos de alimentação em comparação ao hidrociclone HGOT1.

De acordo com as informações da Figura 4.4, pode-se notar que o tipo de arranjo e a quantidade de dutos de alimentação influenciaram a magnitude das razões de líquido. Constatou-se que todos os hidrociclones modificados sofreram incrementos nas respectivas razões de líquido em comparação ao equipamento padrão (HGOT1). Os incrementos causados pelos diferentes arranjos sobre a razão de líquido foram de 1,53%, 2,98%, 1,32%, 6,11%, 7,98% e 4,05% para os hidrociclones HGOT1-2A, HGOT1-2AE, HGOT1-2AU, HGOT1-3A, HGOT1-3AE e HGOT1-3AU, respectivamente. Estes incrementos apesar de aparentemente transparecerem pequenos, estão em plena concordância com o efeito ordinariamente desempenhado por dutos de alimentação sobre a razão de líquido de hidrociclones. Além disso, com relação às oscilações das respostas ao longo do tempo, o maior desvio padrão relativo observado foi de 0,261% para a simulação do HGOT1-3AU.

Vieira (2006) já tinha relatado que a razão de líquido é muito impactada pelo diâmetro de *overflow* (D_o) (o qual permaneceu constante neste presente trabalho) uma vez que restrições em sua dimensão levam a um maior deslocamento do fluido para o *underflow*, enquanto que a variação do comprimento total (L), ângulo do cone (θ) e diâmetro de alimentação (D_i), geralmente, exercem pouca ou nenhuma influência significativa no comportamento dessa resposta. Ressalta-se ainda que a área total de alimentação permaneceu a mesma do

hidrociclone original, o que indica que a configuração das alimentações ao longo da região cilíndrica, de fato, influenciou preponderantemente a razão de líquido.

Para hidrociclones com características classificadoras, incrementos na razão de líquido são bons indicadores no sentido de beneficiar a separação de material particulado, pois maximizam o arraste axial de partículas para a corrente de *underflow*. Nessa óptica, é possível supor que os hidrociclones com 3 alimentações sejam os mais privilegiados, com destaque especial ao hidrociclone com arranjo em espiral (HGOT1-3AE).

Com as quedas de pressão simuladas, os respectivos números de Euler simulados foram calculados para os hidrociclones e são apresentados na Figura 4.5. Nela é possível observar que o número de Euler aumentou à medida que se adicionaram novas alimentações no hidrociclone HGOT1, com exceção apenas da geometria HGOT1-3AU, a qual apresentou patamares equivalentes ao equipamento original. Os valores de número de Euler encontrados para o HGOT1, HGOT1-2A, HGOT1-2AE, HGOT1-2AU, HGOT1-3A, HGOT1-3AE e HGOT1-3AU foram de 1824, 2048, 1904, 1907, 2086, 1919 e 1825, respectivamente, com o maior desvio padrão relativo igual a 0,27% observado na simulação do HGOT1. Destaca-se que os hidrociclones que apresentaram os maiores incrementos no consumo energético em relação ao equipamento original HGOT1 foram o HGOT1-2A e HGOT1-3A, com aumentos relativos de 12,33% e 14,41%, respectivamente. No mesmo sentido, porém em uma menor intensidade, os hidrociclones, HGOT1-2AE, HGOT1-2AU e HGOT1-3AE apresentaram aumentos de 4,36%; 4,52% e 5,20%.

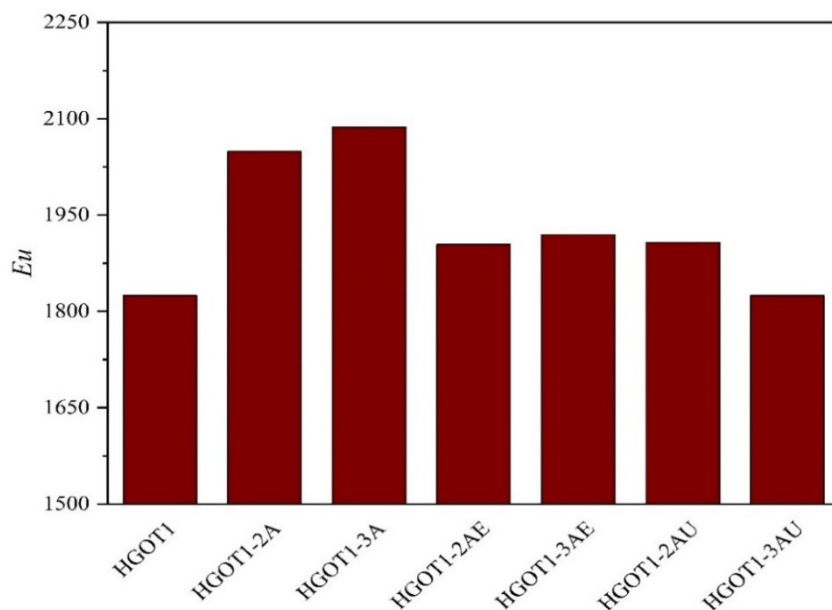


Figura 4.5 – Números de Euler simulados em função do tipo de arranjo e quantidade de dutos de alimentação em comparação ao hidrociclone HGOT1.

Segundo Vieira (2006), uma redução da área transversal disponível para o fluido adentrar no equipamento causa maior resistência ao escoamento, elevando a pressão na entrada do separador. No entanto, no caso dos hidrociclones HGOT1 modificados neste presente trabalho, além da área de alimentação ter sido dividida igualmente entre o número de entradas, a vazão mássica também era dividida em igual proporção, mantendo-se, dessa forma, área e vazão de alimentação constantes. Isso sugere que a proximidade entre os dutos de alimentações foi um fator chave para o aumento do número de Euler, podendo-se observar na Figura 4.5 que, à medida que a última alimentação se distancia da primeira, posicionada no topo da seção cilíndrica, os aumentos observados no número de Euler se tornam cada vez menores, a ponto do valor do adimensional para o hidrociclone HGOT1-3AU se equiparar ao valor do equipamento original.

Ressalta-se que, se por um lado incrementos no número de Euler representam um maior custo energético com a operação de bombeamento (aspecto negativo), eles podem significar também um aspecto benéfico para a separação. Ainda de acordo com Vieira (2006), incrementos na queda de pressão em hidrociclones são um forte indicativo de que o campo centrífugo dentro do hidrociclone foi potencializado (incremento das eficiências granulométricas). Nesta óptica, os hidrociclones HGOT1-2A e HGOT1-3A são fortes candidatos a se destacarem no que tange à separação de material particulado.

Independentemente dos incrementos nos números de Euler e seus possíveis reflexos sobre o binômio energia-separação dos hidrociclones HGOT1 modificados, algumas observações interessantes sobre a fluidodinâmica desses separadores podem ainda ser feitas. Para tanto, são apresentados os contornos de pressão estática na Figura 4.6.

Pode-se observar na Figura 4.6 a ausência de pressões negativas no centro do equipamento. As zonas de pressão negativa resumem-se ao interior do duto de *vortex finder* e próxima ao *underflow*, o que é característico desse tipo de escoamento. Entretanto, observa-se que essas zonas não se conectam, evitando, assim, a formação de *air core* no caso de uma operação com esses equipamentos abertos à pressão atmosférica. Considerando que os hidrociclones HGOT1 modificados tinham razão D_o/D_U igual a 0,96, essa característica corroborou com as observações de Xu *et al.* (2013) para a formação e estabilização de *air core* em hidrociclones que somente ocorrem com a razão D_o/D_U igual ou superior a 1,6.

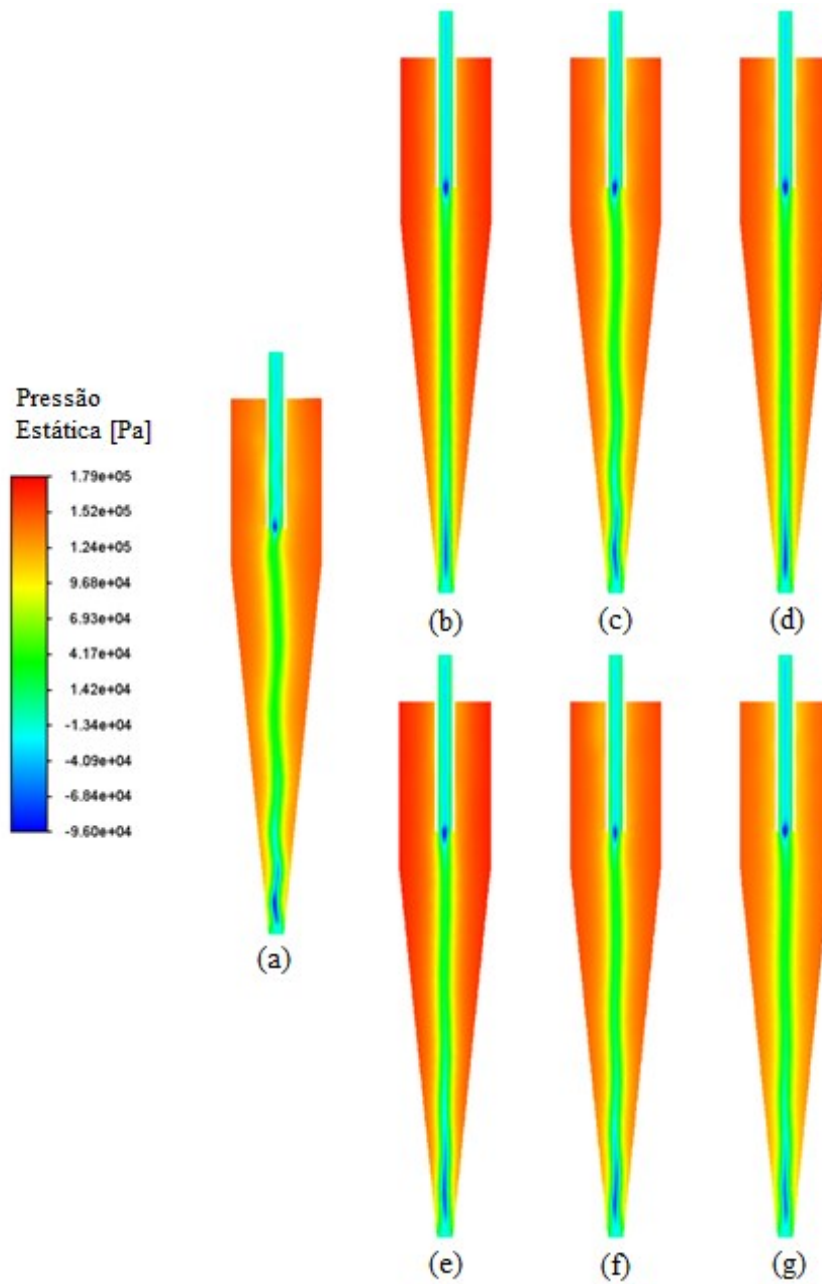


Figura 4.6 – Contornos de pressão estática a) HGOT1 b) HGOT1-2A c) HGOT1-2AE d) HGOT1-2AU e) HGOT1-3A f) HGOT1-3AE g) HGOT1-3AU.

Complementando as informações já prestadas acerca das razões de líquido dos hidrociclones HGOT1 modificados, são apresentadas algumas observações sobre a velocidade axial no interior dos equipamentos. A velocidade axial é a componente do vetor velocidade associada ao movimento de descida ou subida do fluido no escoamento dentro do equipamento ou seja, no sentido do *underflow* e *overflow*, respectivamente. Maiores valores de velocidade axial descendente, por exemplo, na maioria das vezes sugerem aumentos na razão de líquido e, portanto, na eficiência de separação. Na Figura 4.7 são apresentados os contornos de velocidade axial descendente para o hidrociclone HGOT1 e as demais configurações.

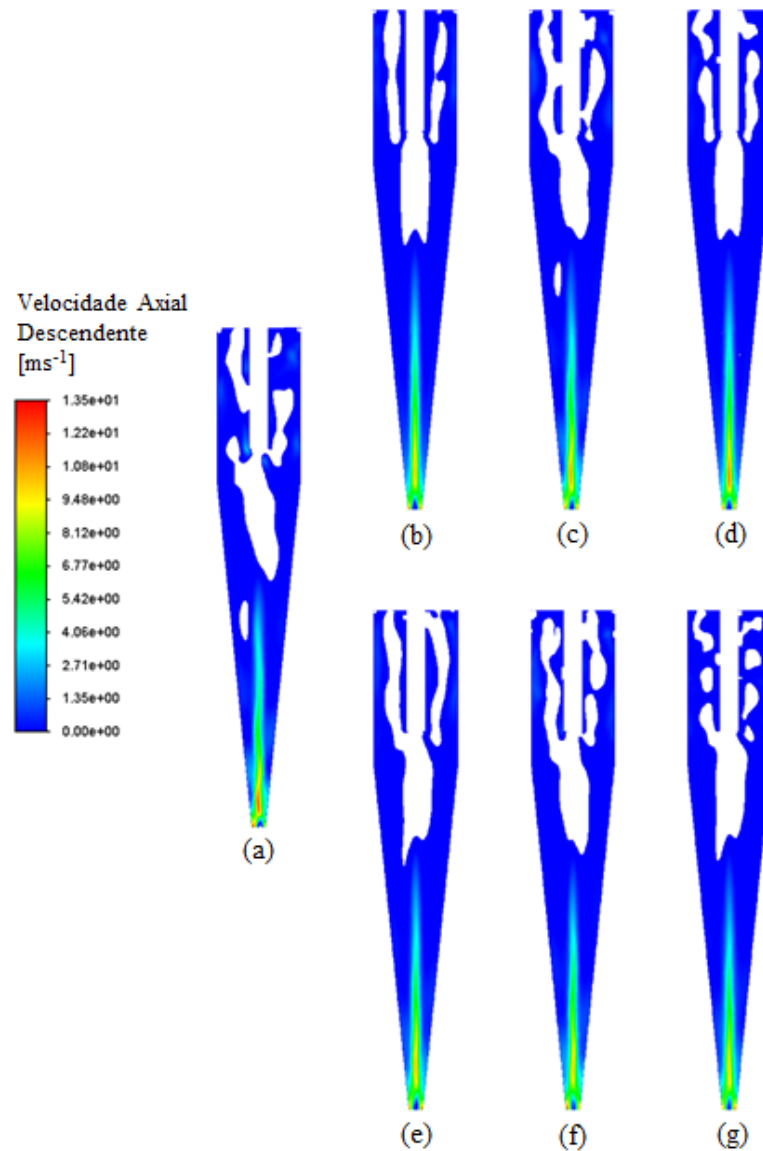


Figura 4.7 – Contornos de velocidade axial descendente a) HGOT1 b) HGOT1-2A c) HGOT1-2AE d) HGOT1-2AU e) HGOT1-3A f) HGOT1-3AE g) HGOT1-3AU.

De forma geral, todos os equipamentos com múltiplas alimentações apresentaram contornos de velocidade axial semelhantes ao do HGOT1, apresentando uma região de fluido no sentido do *underflow* com proporções e intensidades muito parecidas, mas com formatos ligeiramente distintos. Na Figura 4.8 são apresentados os valores de velocidade axial para os hidrociclones em uma linha criada na posição axial igual 85 mm, escolhida por estar situada em uma região da seção cônica onde há velocidades axiais descendentes e ascendentes. Nela, pode-se observar intervalos de aumento e de redução da velocidade axial nos hidrociclones propostos em comparação com o HGOT1, de acordo com a posição no eixo radial analisada.

Esse comportamento corrobora com a faixa de incremento verificada (1,53 a 7,98%) para a razão de líquido nos equipamentos com múltiplas alimentações.

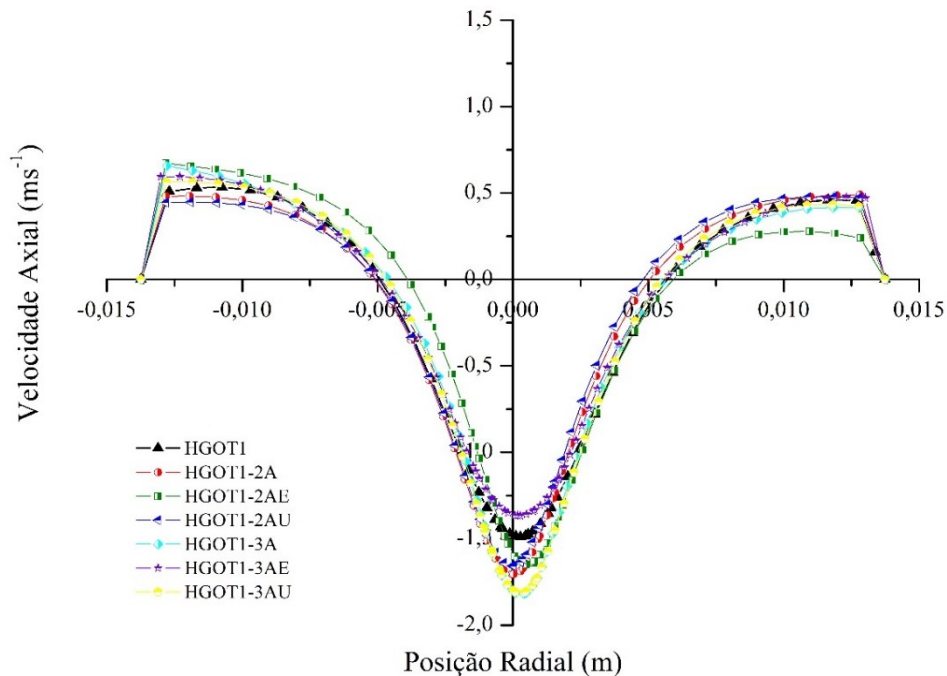


Figura 4.8 – Perfis de velocidade axial dos hidrociclones na posição axial de 85 mm.

Conforme citado anteriormente na Seção 2.1, os locais de velocidade vertical zero (LZVV) são regiões no escoamento do hidrociclone onde há o encontro da corrente do escoamento descendente com a corrente ascendente, ou seja, onde existe a inversão do sentido da velocidade axial (limiar entre as áreas brancas e azuis da Figura 4.7). Uma partícula nessa posição possui iguais chances de ir tanto para o *overflow* quanto para o *underflow*, uma vez que encontra-se submetida a forças de arraste e centrífuga de iguais proporções, sendo a primeira responsável por arrastar a partícula para o vórtice interior e a segunda por direcioná-la às paredes externas do equipamento. Na Figura 4.8 são apresentados os LZVV dos hidrociclones simulados. Nela percebe-se uma maior simetria dos locais de velocidade vertical zero (LZVV) dos hidrociclones HGOT1-2A, HGOT1-2AU em relação ao eixo axial. Já o posicionamento dos LZVV nos hidrociclones HGOT1-2AE e HGOT1-3AE comporta-se de forma similar ao HGOT1, sendo apenas deslocado ao longo da posição radial. Destaca-se ainda, que os pontos utilizados na criação do diagrama da Figura 4.9 foram selecionados entre as linhas que correspondem a posição de 69 mm (fronteira entre as seções cilíndrica e cônica) e 100 mm, pois abaixo desta última, todo o fluido apresenta apenas velocidade axial descendente, conforme se observou anteriormente na Figura 4.7.

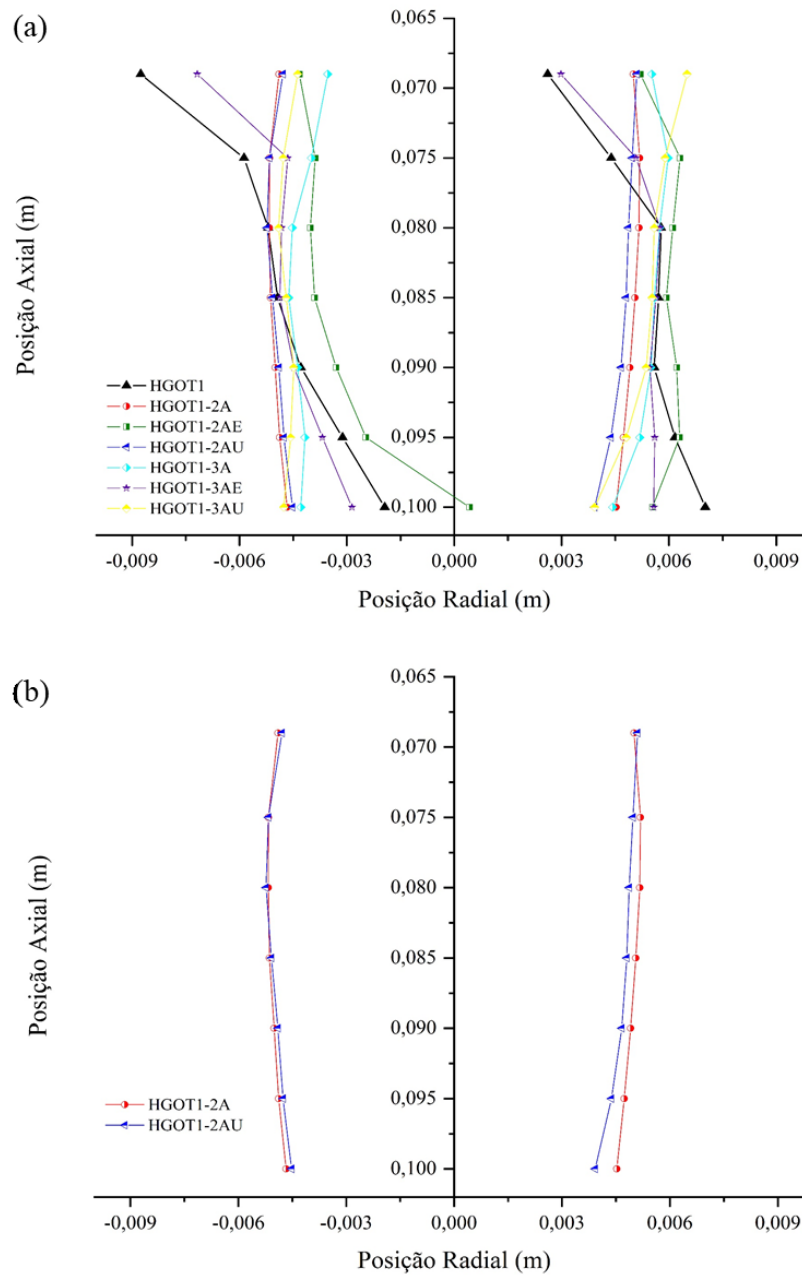


Figura 4.9 – a) Locais de velocidade vertical zero (LZVV) dos hidrociclones estudados b) LZVV dos hidrociclones HGOT1-2A e HGOT1-2AU em destaque.

Geralmente partículas finas possuem uma órbita de escoamento menor que a posição dos LZVV, enquanto as partículas maiores possuem uma órbita de escoamento maior que essas zonas (VAKAMALLA *et al.*, 2017). Portanto, quanto mais próximos os LZVV estiverem do centro axial do hidrociclone, maiores eficiências de coleta de partículas finas e grandes tendem a ser atingidas. Sob essa óptica, a simetria apresentada na distribuição de LZVV dos hidrociclones HGOT1-2A e HGOT1-2AU é um fator que indica maior estabilidade do seu escoamento e, conseqüentemente, maior eficiência de coleta, pois as partículas têm maior probabilidade de passar por essas regiões durante o escoamento helicoidal.

Outra variável importante na fluidodinâmica dos hidrociclones é a velocidade tangencial. Esta é a componente de velocidade do escoamento em hidrociclones com maior contribuição na separação das partículas, devido à criação do campo centrífugo que classifica as partículas maiores, enviando-as para as paredes das regiões cilíndricas e cônicas. Nesse sentido, para observar a intensidade de velocidade tangencial nos hidrociclones propostos, e compará-los com o HGOT1, foram criados os contornos da Figura 4.10.

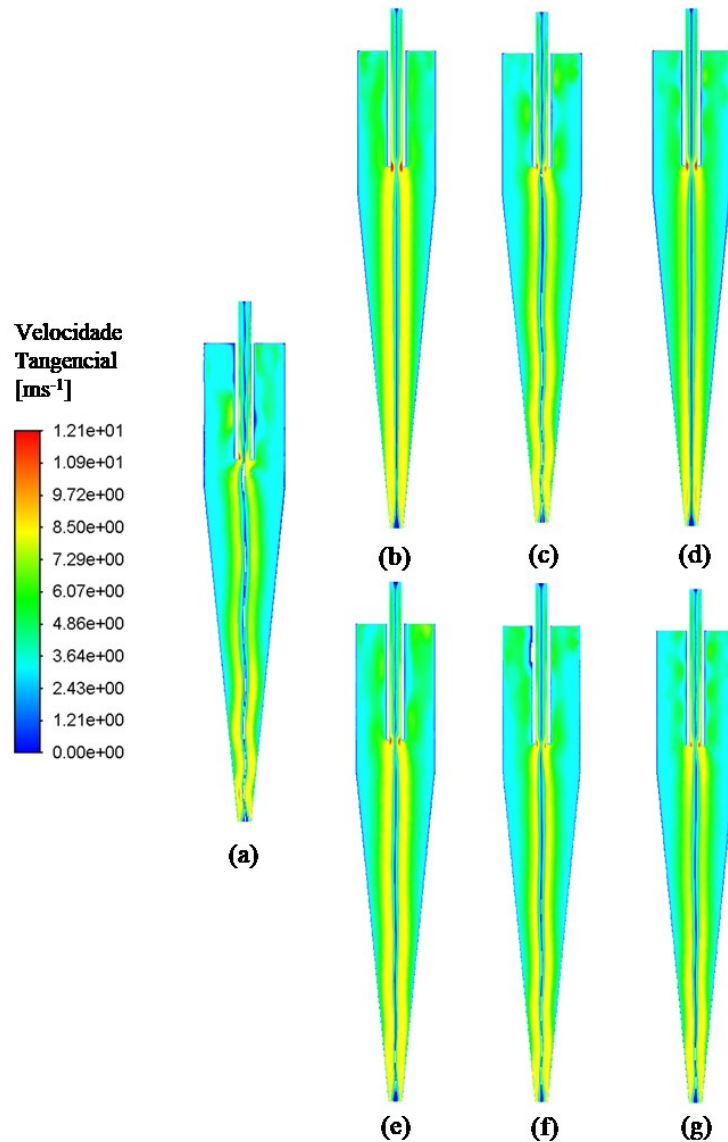


Figura 4.10 – Contornos de velocidade tangencial a) HGOT1 b) HGOT1-2A c) HGOT1-2AE d) HGOT1-2AU e) HGOT1-3A f) HGOT1-3AE g) HGOT1-3AU.

Por meio da análise da Figura 4.10 é possível notar que a velocidade aumenta com a redução da posição radial, ou seja, distanciando-se das paredes, e que existem regiões intermediárias nos hidrociclones em que a velocidade tangencial é mais intensa. Além disso,

os hidrociclones que apresentaram maiores valores de velocidade tangencial nessas regiões foram aqueles que também apresentaram os maiores números de Euler, HGOT1-2A e HGOT1-3A.

Com o intuito de se observar melhor esse comportamento, na Figura 4.11 foram traçados os perfis de velocidade tangencial na linha correspondente à altura de 85 mm, a mesma utilizada na análise da velocidade axial descendente. Nela é possível observar que os hidrociclones HGOT1-2A e HGOT1-3A obtiveram, não apenas nas regiões intermediárias mas em todas as posições radiais dessa altura, maiores velocidades tangenciais que o HGOT1, seguidos dos hidrociclones com alimentações em espiral e unilateral que também apresentaram valores maiores que o hidrociclone original, porém menos expressivos.

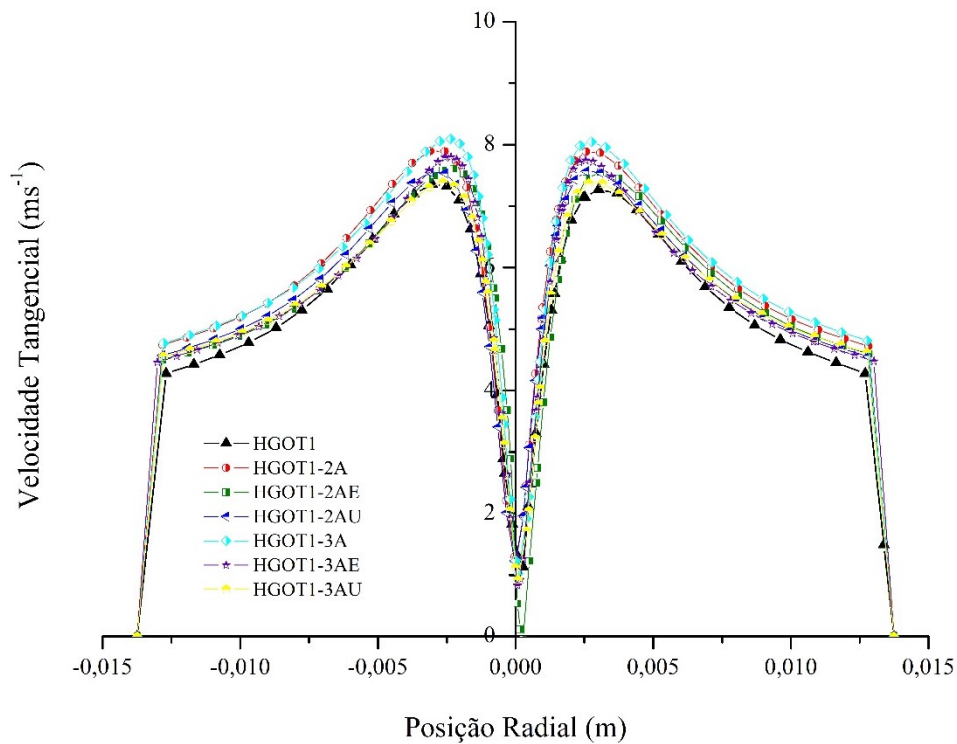


Figura 4.11 – Perfis de velocidade tangencial dos hidrociclones na posição axial de 85 mm.

Para avaliar e quantificar o efeito da utilização de múltiplas alimentações no HGOT1 na velocidade tangencial na seção cilíndrica, o plano xz foi seccionado, isolando-se apenas os planos constituintes da seção cilíndrica. Nesses planos foram calculadas as velocidades tangenciais médias, as quais são apresentadas na Tabela 4.3 a seguir.

Tabela 4.3 – Velocidades tangenciais médias na seção cilíndrica.

Hidrociclone	Velocidade Tangencial Média ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Aumento Relativo (%)
HGOT1	4,91	-
HGOT1-2A	5,45	11,12
HGOT1-2AE	5,26	7,20
HGOT1-2AU	5,23	6,56
HGOT1-3A	5,53	12,65
HGOT1-3AE	5,15	4,98
HGOT1-3AU	5,18	5,52

Na Tabela 4.3 é possível observar que, de forma análoga à seção cônica, os maiores aumentos na velocidade tangencial média na seção cilíndrica foram identificados nos hidrociclones HGOT1-2A e HGOT1-3A. Além disso, a variação no posicionamento das alimentações ao longo do eixo axial não produziu diferenças significativas na velocidade tangencial entre os equipamentos com múltiplas alimentações, mas continuou aumentando sua intensidade quando comparados ao HGOT1. Portanto, conclui-se que a adição de alimentações extras em hidrociclones aumenta não apenas a velocidade da seção cônica, como também da seção cilíndrica.

Devido à redução da área disponível ao escoamento, na seção cônica a velocidade sofre consideráveis incrementos sendo essa, portanto, uma região importante no contexto da separação centrífuga de um hidrociclone. Todavia, o aumento observado da velocidade tangencial na seção cilíndrica de equipamentos dotados de múltiplas alimentações configura-se como uma interessante estratégia para aumentar a classificação de partículas, fazendo com que essa parte dos hidrociclones também adquira características favoráveis à separação.

Dentre os hidrociclones estudado, considerou-se que o que apresentou as características mais promissoras que influenciam na separação de partículas foi o hidrociclone HGOT1-2A. Apesar do incremento observado no consumo energético, as altas velocidades tangenciais aliadas à formação de um campo centrífugo estável (sugerido pela simetria dos LZVV), podem sobrepujar esse aumento sugerindo que o hidrociclone HGOT1-2A possua eficiência de separação superior ao HGOT1. A geometria HGOT1-3A também poderia ser considerada para a realização das simulações multifásicas, entretanto, a distribuição pouco simétrica e deslocada dos seus LZVV e a pequena diferença entre suas respostas e as do HGOT1-2A, tornaram a escolha deste último preferencial para esse trabalho. Ressalta-se ainda que o aumento observado

na razão de líquido para o HGOT1-3A pode ser um diferencial desse equipamento, tornando um estudo futuro com essa configuração bastante interessante. Dessa forma, foram executadas simulações multifásicas com essa geometria para se estudar numericamente a sua performance separadora frente ao hidrociclone de Kyriakidis (2018).

4.3 Simulações multifásicas

4.3.1 Verificação dos modelos multifásicos

Com o objetivo de se avaliar a eficiência de separação do hidrociclone HGOT1-2A foi realizada inicialmente uma verificação do modelo de mistura com informações experimentais de Kyriakidis (2018) na condição de máxima eficiência do hidrociclone HGOT1. As informações experimentais utilizadas do trabalho da autora foram a eficiência total e os parâmetros da distribuição granulométrica da alimentação e do *underflow*. Essas informações experimentais foram aplicadas à Equação 2.9 para cada tamanho de partícula presente na granulometria utilizada, gerando, assim, a curva de eficiência granulométrica experimental do separador HGOT1.

Inicialmente buscou-se comparar os resultados obtidos na combinação do modelo de mistura com dois modelos de turbulência distintos (RSM e LES) com os resultados experimentais de Kyriakidis (2018). Para realizar essa avaliação foram calculadas as eficiências individuais dos diâmetros de partículas de quartzito inseridos na simulação, monitorando-se a vazão mássica de cada tamanho de partícula no *underflow* e calculando a média dos valores entre 4,5 s e 5,0 s. Os resultados de eficiência granulométrica obtidos na verificação dos dois modelos de turbulência associados ao de mistura são apresentados na Figura 4.12 e Tabela 4.4, assim como as eficiências granulométricas obtidas dos dados experimentais de Kyriakidis (2018).

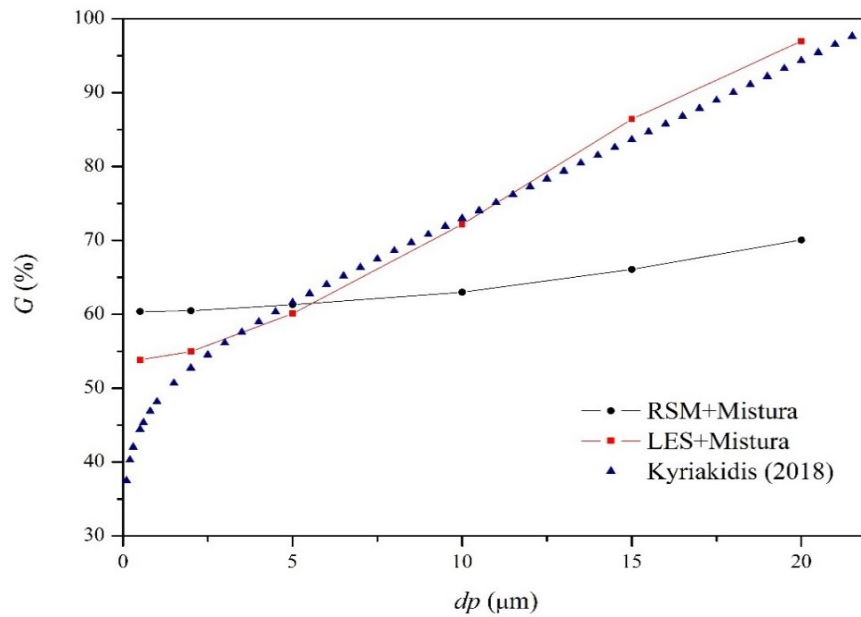


Figura 4.12 – Curvas de eficiência granulométrica simuladas e experimental para o hidrociclone HGOT1.

Tabela 4.4 – Eficiências de coleta individuais e respectivos erros relativos calculados.

Kyriakidis (2018)		RSM + Mistura		LES + Mistura	
d_p (μm)	G (%)	G (%)	Erro relativo (%)	G (%)	Erro relativo (%)
0,5	44,42	60,37	35,90	53,82	17,46
2,0	52,73	60,47	14,67	54,95	4,21
5,0	61,58	61,30	0,45	60,07	2,45
10,0	72,97	62,99	13,67	72,16	1,11
15,0	83,62	66,08	20,97	86,40	3,32
20,0	94,34	70,06	25,73	96,96	2,77

Observando a Figura 4.12 e a Tabela 4.4 é possível notar que a combinação do modelo de turbulência RSM com o modelo de mistura não produziu resultados satisfatórios, desviando consideravelmente das informações experimentais. Contrariamente, a combinação LES e modelo de mistura apresentou resultados satisfatórios, predizendo com elevado grau de precisão a separação das partículas no hidrociclone. O único desvio significativo foi observado na predição da eficiência de coleta de partículas finas entre 0,1 e 1 μm , para o qual buscou-se o entendimento com base na razão de líquido, como descrito na sequência.

A Tabela 4.5 mostra os resultados de razão de líquido (R_L), queda de pressão ($-\Delta P$), número de Euler (Eu) e eficiência total (η) experimentais de Kyriakidis (2018) e os resultados

numéricos obtidos na combinação do modelo de mistura com o modelo de turbulência RSM e com o modelo de turbulência LES.

Tabela 4.5 – Resultados das principais respostas avaliadas em hidrociclones e respectivos erros relativos.

	Kyriakidis (2018)			RSM + Mistura		LES + Mistura	
	Resposta	Resposta	Erro relativo (%)	Resposta	Erro relativo (%)	Resposta	Erro relativo (%)
R_L (%)	49,33	61,14	23,94	53,10	7,64		
$-ΔP$ (Pa)	177000	4596	74,03	189058	6,81		
Eu	2078	222	89,20	2177	4,76		

Analisando a Tabela 4.5 é possível observar que a razão de líquido calculada combinando o modelo de mistura com o modelo de turbulência LES foi de 53,10%, valor próximo ao da eficiência de coleta das partículas de 0,5 μm exibido na Tabela 4.4. A justificativa para esse comportamento encontra-se no fato de que, em hidrociclones, a razão de líquido é a menor eficiência possível de ser atingida, ou seja, se não houvesse efeito da ação centrífuga as partículas seriam separadas em proporção igual à razão de líquido (SVAROVSKY, 2000). Portanto, o valor calculado de eficiência de coleta de partículas de 0,5 μm encontra-se em concordância física, visto que partículas com menores massas e tamanhos sofrem menor efeito do campo centrífugo, sendo carregadas juntamente com o fluido e separadas basicamente pela divisão de correntes (FIRTH *et al.*, 1999; KUANG *et al.*, 2012).

Ressalta-se ainda que os valores de eficiência granulométrica baseados nas informações experimentais de Kyriakidis (2018), exibidos na Tabela 4.4, são valores obtidos indiretamente por meio do cálculo da Equação 2.9, o que permite afirmar que eficiências menores que a razão de líquido sejam obtidas para partículas finas, dependendo de seu diâmetro. Portanto, caso fosse considerada a eficiência de coleta das partículas de 0,5 μm dos resultados de Kyriakidis (2018) igual a 49,33%, valor equivalente à razão de líquido experimental observada pela autora, o erro relativo no resultado simulado utilizando-se o modelo LES seria menor, passando de 17,46% para 9,10%.

Além da eficiência granulométrica e razão de líquido, outras respostas obtidas com o modelo LES aproximaram-se dos resultados experimentais, como pode-se observar na Tabela 4.5. Valores como queda de pressão e número de Euler apresentaram baixos erros relativos, 6,81% e 4,76%, respectivamente.

Para verificar os comportamentos das fases no interior do equipamento que levam à separação observada foram gerados os contornos de frações volumétricas dos seis diâmetros de partículas utilizados na simulação com LES. Esses contornos são apresentados na Figura 4.13.

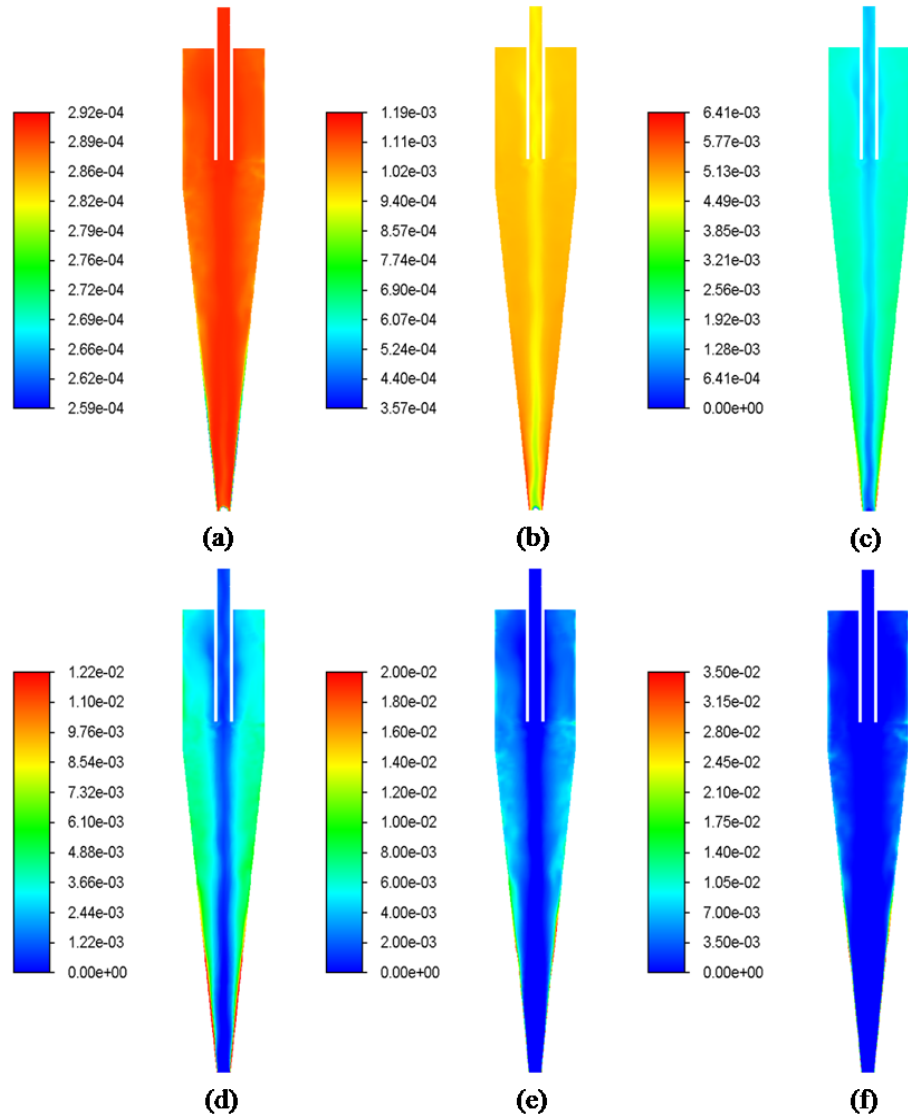


Figura 4.13 – Contornos de fração volumétrica dos diferentes diâmetros inseridos na simulação a) 0,5 μm b) 2,0 μm c) 5,0 μm d) 10,0 μm e) 15,0 μm f) 20,0 μm.

A partir da análise dos contornos na Figura 4.13, pode-se notar que, à medida que o diâmetro das partículas aumenta, sua fração volumétrica tende a ser maior nas paredes do equipamento, caracterizando a coleta das partículas. Esse comportamento é claramente observado nos contornos de fase das partículas de 10 μm, 15 μm e 20 μm e contribui para ratificar as altas eficiências granulométricas encontradas. Analogamente, observando-se os contornos das fases das partículas de 0,5 μm e 2,0 μm, pode-se notar uma distribuição mais homogênea da fração volumétrica, ou seja, as partículas com esses respectivos diâmetros encontram-se distribuídas ao longo da fase contínua, sendo carregadas pelo fluido.

Como observado anteriormente nas Tabelas 4.4 e 4.5, o uso do modelo de turbulência RSM associado ao modelo de mistura não produziu resultados satisfatórios. Esse comportamento distante do experimental pode ser justificado pela dificuldade em se obter uma predição satisfatória da pressão na alimentação do equipamento, gerando desvios nos valores de queda de pressão e componentes de velocidade do escoamento. Esses desvios impactaram negativamente na eficiência de separação, uma vez que a velocidade relativa entre as fases granulares e a fase contínua é afetada. Esse contraste observado na pressão e nas velocidades de escoamento entre os modelos de turbulência utilizados pode ser observado nos contornos traçados em um plano xz da geometria, exibidos na Figura 4.14, respectivamente.

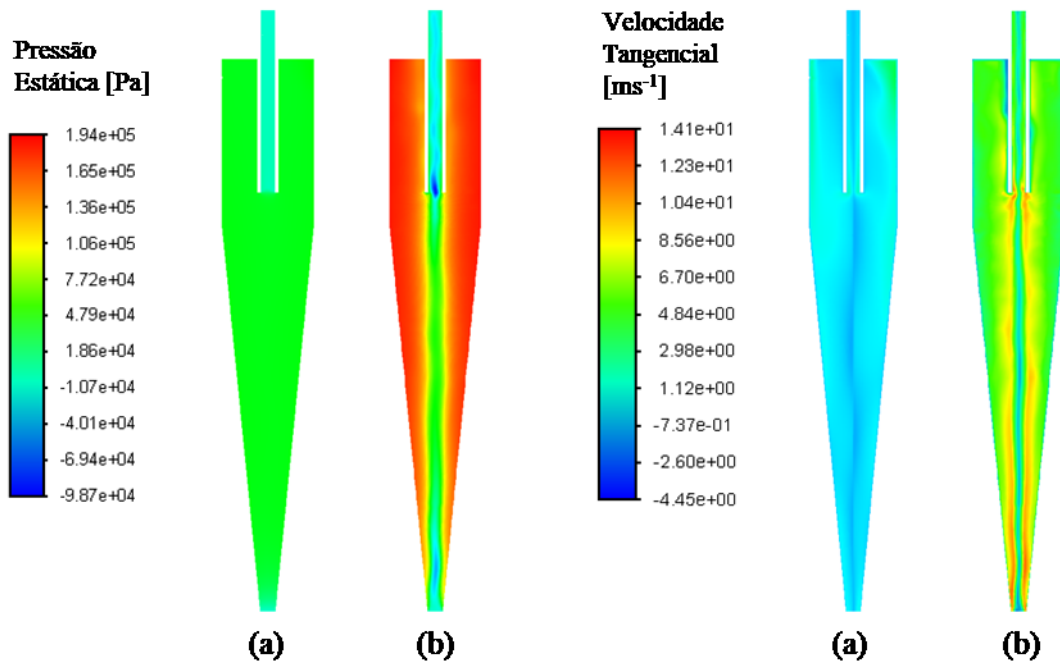


Figura 4.14 – Contornos de pressão estática e velocidade tangencial no plano xz do hidrociclone HGOT1 a) Simulação RSM + Mistura b) Simulação LES + Mistura.

A dificuldade em se obter resultados simulados satisfatórios utilizando o modelo de turbulência RSM associado ao de mistura pode ser possivelmente justificada pela necessidade de se realizar modificações no modelo relacionadas ao cálculo do tensor de pressão, utilizando por exemplo, a forma quadrática proposta por Speziale *et al.* (1991), e no cálculo da velocidade de deslizamento (NARASIMHA; BRENNAN; HOLTHAM, 2012; VAKAMALLA; MANGADODDY, 2017).

4.3.2 Simulações com rocha fosfática

Após a verificação do modelo de turbulência LES associado ao modelo de mistura, foram conduzidas simulações com essa combinação de modelos para o hidrociclone HGOT1 e HGOT1-2A utilizando-se rocha fosfática como material particulado. Essa alteração no material utilizado se fez necessária devido à disponibilidade de rocha fosfática moída presente no Laboratório de Separação e Energias Renováveis, visando assim, posteriores procedimentos experimentais com os equipamentos simulados. Além disso, foi realizada uma comparação entre a eficiência de separação do HGOT1 utilizando-se suspensões de quartzito e rocha fosfática, respectivamente. Na Figura 4.15 são apresentadas as curvas de eficiência granulométrica para o HGOT1 com suspensão de quartzito, rocha fosfática e para o HGOT1-2A com suspensão de rocha fosfática, respectivamente.

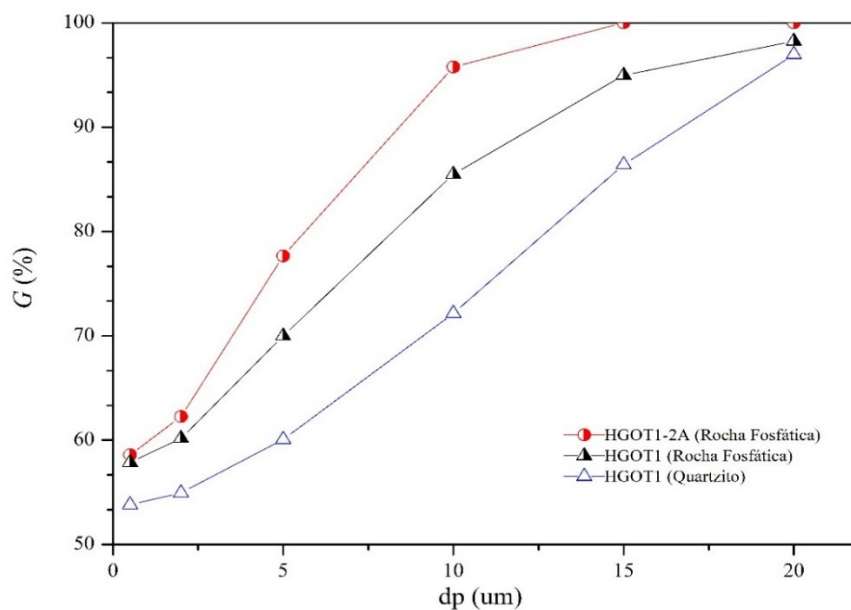


Figura 4.15 – Curvas de eficiência granulométrica simuladas para os hidrociclones utilizados no estudo.

Da análise da Figura 4.15 pode-se observar que a utilização do hidrociclone HGOT1 é ainda mais eficiente na separação de partículas de rocha fosfática que em quartzito. O aumento na eficiência granulométrica se dá de forma mais intensa em partículas de diâmetro intermediário, entre 5 e 15 μm , enquanto as partículas finas continuam sendo influenciadas predominantemente pela separação imposta pela razão de líquido, que no hidrociclone simulado com rocha fosfática é de 57,70%, cerca de 8,66% superior em relação à simulação com quartzito.

Esse comportamento se justifica devido à maior densidade da rocha fosfática ($3147,8 \text{ kg.m}^{-3}$) em relação ao quartzito ($2740,0 \text{ kg.m}^{-3}$), o que faz com que partículas de mesmo tamanho sejam arrastadas com maior intensidade pelo campo centrífugo em direção às paredes cilíndrico-cônicas do HGOT1. Portanto, dada sua maior curva de eficiência granulométrica, é possível supor que este equipamento atingirá uma eficiência total de separação superior a 91,04%, valor este obtido por Kyriakidis (2018) em procedimentos experimentais, sob as mesmas condições operacionais.

Ainda na Figura 4.15, observa-se que o hidrociclone HGOT1-2A proporcionou maiores eficiências granulométricas que o hidrociclone HGOT1, confirmando as suposições indicadas pelos resultados das análises hidrodinâmicas apresentados na Seção 4.2. Os maiores aumentos de eficiência granulométrica observados foram nos diâmetros de 5,0 e 10,0 μm , os quais apresentaram acréscimos relativos de 10,95% e 12,02%, respectivamente. Já na coleta das partículas de 15,0 μm , percebe-se que estas passaram a ser separadas com 100% de eficiência no HGOT1-2A e, portanto, partículas de diâmetro maior que este são totalmente coletadas nesse equipamento.

Por fim, avaliando a coleta das partículas finas (0,5 e 2,0 μm) de rocha fosfática nos hidrociclones HGOT1 e HGOT1-2A, nota-se que não houve variação significativa nos valores de eficiência granulométrica para os dois equipamentos. Esse comportamento pode ser explicado pelos valores de razão de líquido muito próximos observados nesses hidrociclones, sendo a razão de líquido calculada para o HGOT1-2A igual a 58,4% e do HGOT1 de 57,70%. Para evidenciar esse desempenho, na Figura 4.16 são apresentadas as curvas de eficiência granulométrica reduzida (G').

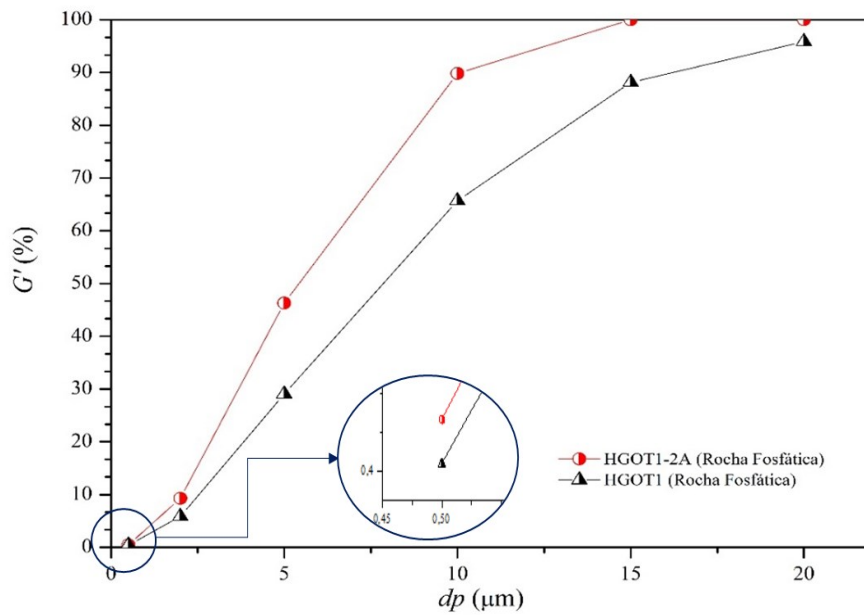


Figura 4.16 - Curvas de eficiência granulométrica reduzida simuladas para os hidrociclones HGOT1 e HGOT1-2A.

Como discutido anteriormente na Seção 2.3.5, a eficiência granulométrica reduzida avalia o quão eficiente é o campo centrífugo na separação das partículas, uma vez que desconta os efeitos da razão de líquido na separação. Dessa forma, pode-se concluir que a razão de líquido apresenta uma contribuição substancial na classificação de partículas finas (0,5 e 2,0 μm) realizada pelos hidrociclones HGOT1 e HGOT1-2A pois, quando apenas o efeito centrífugo é avaliado, as eficiências com que são coletadas são reduzidas para valores inferiores a 10%. Além disso, comparando-se os valores obtidos para eficiências granulométricas reduzidas no HGOT1-2A em relação ao HGOT1, são observados aumentos relativos de 18,27%, 58,51%, 59,27%, 36,73%, 13,47% e 4,31% nas coletas de partículas de 0,5; 2,0; 5,0; 10,0; 15,0 e 20,0 μm , respectivamente. Portanto, a utilização de duas alimentações em uma mesma altura no hidrociclone HGOT1-2A promoveu, de fato, um campo centrífugo mais intenso que contribuiu majoritariamente no aumento da eficiência de separação das partículas.

Para auxiliar no entendimento dos resultados de eficiências granulométricas dos hidrociclones simulados foram plotados os contornos de velocidade relativa das partículas que obtiveram os dois maiores aumentos relativos na eficiência de coleta devido à força centrífuga: 2,0 e 5,0 μm . Esses contornos são apresentados na Figura 4.17 e neles é possível observar a redução de ocorrência de regiões de baixa velocidade, em azul, no hidrociclone HGOT1-2A, principalmente na região da seção cilíndrica do equipamento.

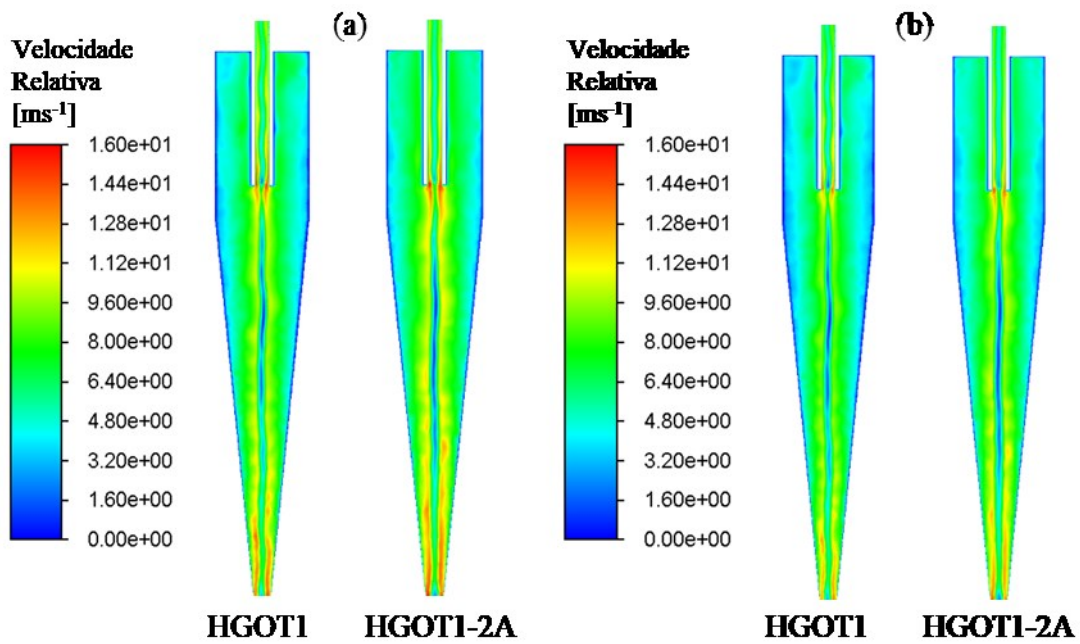


Figura 4.17 – Contornos de velocidade relativa das fases: a) partículas de 2,0 μm b) partículas de 5,0 μm .

Outra variável importante na simulação desses hidrociclones é a pressão estática no equipamento. A utilização de rocha fosfática aumentou a queda de pressão no equipamento com a mesma vazão volumétrica de sólidos, uma vez que a massa alimentada foi maior devido à maior densidade da rocha fosfática. Os números de Euler calculados para o hidrociclone HGOT1 e HGOT1-2A, nas simulações com rocha fosfática foram 2667 e 3017, respectivamente. Dessa forma, o acréscimo no consumo energético promovido pelo HGOT1-2A em relação ao equipamento original HGOT1 foi de aproximadamente 13,12% e esteve muito próximo ao valor predito pelas simulações com água (cerca de 12,33%), resultado este, que corrobora com as análises realizadas anteriormente na Seção 4.2. Esse aumento no consumo energético pode ser observado por meio dos contornos de pressão estática apresentados na Figura 4.18.

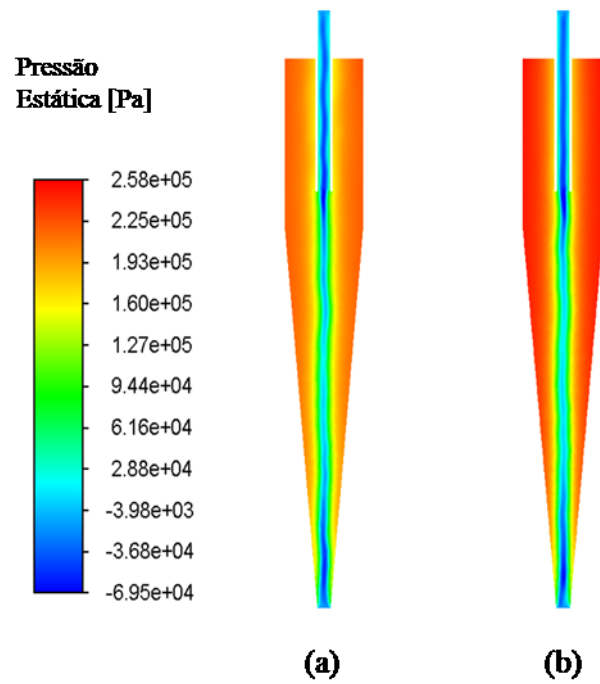


Figura 4.18 – Contornos de pressão estática dos hidrociclones simulados com rocha fosfática:
a) HGOT1 b) HGOT1-2A.

5 CONCLUSÕES

As conclusões do presente estudo numérico e sugestões de trabalhos futuros estão apresentadas neste capítulo.

O efeito da inserção de múltiplas alimentações no hidrociclone HGOT1 de Kyriakidis (2018) foi avaliado numericamente por meio de simulações de geometrias com duas e três alimentações, respectivamente, dispostas ao longo da seção cilíndrica em três diferentes configurações. Foi observado que a utilização de mais de uma alimentação no hidrociclone provoca alterações em sua fluidodinâmica e, conseqüentemente, em seu desempenho na separação de partículas. No desenvolvimento do estudo dois tipos de simulações foram desenvolvidos, simulações com uma única fase e simulações multifásicas.

O teste GCI foi aplicado com êxito e forneceu valores quantitativos que auxiliaram na escolha das melhores malhas computacionais que foram utilizadas no trabalho. As malhas de tamanho médio foram escolhidas devido à sua capacidade de fornecer resultados próximos aos das malhas refinadas e por permitirem estudos com modelos de turbulência mais robustos como o LES.

As simulações com água forneceram boas predições de variáveis do escoamento inerentes à operação de separação em hidrociclones, nesse sentido destaca-se que a utilização de múltiplas alimentações, dividindo-se área e vazão totais de alimentação de forma proporcional ao número de entradas, provocou pequenas alterações na razão de líquido e demonstrou que a queda de pressão no equipamento, nessas condições, aparenta depender da distância entre as alimentações na seção cilíndrica, sendo as geometrias de maior consumo energético aquelas com alimentações posicionadas na mesma altura: HGOT1-2A e HGOT1-3A. Já o hidrociclone HGOT1-3AU apresentou o menor Euler dentre as geometrias propostas, sugerindo que deva haver uma distância entre as alimentações na qual os aumentos na queda de pressão não sejam tão significativos.

Apesar do relativo aumento no consumo energético, o HGOT1-2A foi o hidrociclone com duas alimentações que apresentou maiores velocidades tangenciais no escoamento com água, além de apresentar o escoamento helicoidal descendente mais estável dentre as geometrias propostas, evidenciado pelo perfil de LZVV simétrico obtido. Por esses motivos, este equipamento foi escolhido para ser simulado com o modelo de mistura granular.

Os modelos de turbulência RSM e LES associados ao modelo de mistura foram verificados utilizando-se os dados de eficiência granulométrica de Kyriakidis (2018) para separação de uma suspensão com quartzito. Observou-se que o modelo LES foi o que produziu

os melhores resultados na predição das eficiências de coleta das partículas. Esse modelo foi então utilizado em simulações com rocha fosfática comparando-se HGOT1 com o HGOT1-2A.

O hidrociclone HGOT1 apresentou uma maior eficiência nas simulações com rocha fosfática do que com quartzito devido à maior densidade da rocha fosfática que faz com que as partículas sejam arrastadas com mais intensidade pela força centrífuga. Além disso, foi verificado no HGOT1-2A um campo centrífugo mais intenso que o HGOT1, o qual proporcionou aumentos consideráveis principalmente na separação de partículas de 5,0 e 10,0 μm .

Portanto, a partir dos resultados numéricos obtidos, pode-se supor que a divisão de uma alimentação principal de um hidrociclone em múltiplas alimentações é uma estratégia interessante para aumentar a intensidade do campo centrífugo nas seções cilíndricas e cônicas desses equipamentos. Além disso, as geometrias com alimentações posicionadas em uma mesma altura axial tendem a provir maiores eficiências de separação apesar do relativo aumento no consumo energético.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

O presente trabalho, baseado nos resultados objetivos, levanta as seguintes sugestões para futuros trabalhos:

- Realizar simulações com modelo LES, associado ao modelo de mistura, das demais geometrias propostas no presente trabalho e realizar ensaios experimentais, a fim de verificar os resultados numéricos obtidos;
- Desenvolver planejamentos experimentais para avaliar estatisticamente o efeito da distância e da posição das entradas nos hidrociclones com múltiplas alimentações, com o objetivo de se obter configurações otimizadas para essas variáveis;
- Realizar um estudo mais aprofundado a respeito do uso do modelo RSM em simulações multifásicas para obtenção de resultados mais aprimorados.

ALMEIDA, C. A. K. **Comportamento do hidrociclone filtrante frente às modificações no diâmetro de underflow e no tubo de vortex finder**. Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG, 2008.

AMBEKAR, A. S. *et al.* CFD simulation study of shell and tube heat exchangers with different baffle segment configurations. **Applied Thermal Engineering**, v. 108, p. 999–1007, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.08.013>>.

ANDERSON, J. **Computational Fluid Dynamics**. [s.l.] McGraw-Hill Education, 1995.

ANSYS FLUENT 13 USER’S GUIDE. Ansys Fluent Theory Guide. **ANSYS Inc., USA**, v. 15317, n. November, p. 724–746, 2013.

ARRUDA, E. B. *et al.* **Avaliação do comportamento de hidrociclones filtrantes de Krebs**. In: XXX Encontro nacional sobre escoamentos em meios porosos, São Carlos, 2002.

ARRUDA, E. B. **Performance de hidrociclones filtrantes na geometria Demco.**, 185p., Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG, 2003.

ASCENDINO, G. G. **Caracterização de Hidrociclones Cilíndrico-Filtrantes Otimizados.**, 148p., Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG., 2019.

BANERJEE, C.; CLIMENT, E.; MAJUMDER, A. K. Mechanistic modelling of water partitioning behaviour in hydrocyclone. **Chemical Engineering Science**, v. 152, p. 724–735, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ces.2016.06.037>>.

BASAVARAJAPPA, M.; MISKOVIC, S. CFD simulation of single-phase flow in flotation cells: Effect of impeller blade shape, clearance, and Reynolds number. **International Journal of Mining Science and Technology**, v. 29, n. 5, p. 657–669, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2019.05.001>>.

BOUSSINESQ, J. Complément à une Étude intitulée “Essai sur la théorie des eaux courantes” (publiée dans les tomes XXIII, XXIV du Recueil des Savants étrangers) et à un Mémoire “Sur l’influence des frottements dans les mouvements réguliers des fluides” (inséré au tome XII. **JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES**, v. 4, n. 3, p. 335–376, 1878.

BRADLEY, D. **The Hydrocyclone**. 1. ed. [s.l.] Pegamon Press Ltd., 1965. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-010399-0.50006-5>

BRENNAN, M. CFD Simulations of Hydrocyclones with an Air Core: Comparison Between Large Eddy Simulations and a Second Moment Closure. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 84, n. 6, p. 495–505, 1 jun. 2006. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263876206729252>>. Acesso em: 21 nov. 2019. <https://doi.org/10.1205/cherd.05111>

BRENNAN, M. S. Multiphase modelling of hydrocyclones – prediction of cut-size. v. 20, p. 395–406, 2007. <https://doi.org/10.1205/cherd.05111>

CELIK, I. B. *et al.* Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications. **Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME**, v. 130, n. 7, p. 0780011–0780014, 2008. <https://doi.org/10.1115/1.2960953>

CHINÉ, B.; CONCHA, F. Flow patterns in conical and cylindrical hydrocyclones. **Chemical engineering journal**, v. 80, n. 1–3, p. 267–273, 2000. [https://doi.org/10.1016/S1383-5866\(00\)00101-5](https://doi.org/10.1016/S1383-5866(00)00101-5)

CHU, L. Y.; CHEN, W. M.; LEE, X. Z. Effect of structural modification on hydrocyclone performance. **Separation and Purification Technology**, v. 21, n. 1–2, p. 71–86, 2000. [https://doi.org/10.1016/S1383-5866\(00\)00192-1](https://doi.org/10.1016/S1383-5866(00)00192-1)

CHUNG, T. J. **Computational Fluid Dynamics**. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 2010.

CILLIERS, J. J. Optimising small hydrocyclone design using 3D printing and CFD simulations. **Chemical Engineering Journal**, v. 350, n. April, p. 653–659, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cej.2018.06.016>>.

CUI, R.; WANG, G. H.; LI, M. L. Size dependent flow behaviors of particles in hydrocyclone based on multiphase simulation. **Transactions of Nonferrous Metals Society of China (English Edition)**, v. 25, n. 7, p. 2422–2428, 2015. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S1003-6326\(15\)63858-4](http://dx.doi.org/10.1016/S1003-6326(15)63858-4)>.

DAVAILLES, A. *et al.* Analysis of swirling flow in hydrocyclones operating under dense regime. **Minerals Engineering**, v. 31, p. 32–41, 2012.

<https://doi.org/10.1016/j.mineng.2012.01.012>

DELGADILLO, J. A.; RAJAMANI, R. K. A comparative study of three turbulence-closure models for the hydrocyclone problem. **International Journal of Mineral Processing**, v.77, n. 4, p. 217-230, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2005.06.007>

DELGADILLO, J. A.; RAJAMANI, R. K. Computational fluid dynamics prediction of the air-core in hydrocyclones. **International Journal of Computational Fluid Dynamics**, v. 23, n. 2, p. 189–197, 1 fev. 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/10618560902724893>>.

FAÇANHA, J. M. F. **Incorporação de um cilindro filtrante na separação sólido-líquido em hidrociclones.**, 83p. Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG, 2012.

FAN, Y. *et al.* Experimental investigation of various inlet section angles in mini-hydrocyclones using particle imaging velocimetry. **Separation and Purification Technology**, v. 149, p. 156–164, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.seppur.2015.04.047>>.

FIRTH, B. *et al.* **Fine coal classification.** [s.l: s.n.].

GONÇALVES, S. M. **Efeito da Concentração de Sólidos e de Variáveis Operacionais no Desempenho de um Hidrociclone Concentrador.**, 91p., Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG, 2016

GUPTA, A.; ROY, S. Euler–Euler simulation of bubbly flow in a rectangular bubble column: Experimental validation with Radioactive Particle Tracking. **Chemical Engineering Journal**, v. 225, p. 818–836, 2013. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1385894712014106>>. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2012.11.012>

HANJALIĆ, K.; LAUNDER, B. **Modelling Turbulence in Engineering and the Environment: Second-Moment Routes to Closure.** [s.l.] Cambridge University Press, 2011. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139013314>

Hsieh, K.T. 1988. **Phenomenological Model of the Hydrocyclone.** PhD thesis, University of Utah. Salt Lake City, Utah, USA.

HWANG, K. J.; HWANG, Y. W.; YOSHIDA, H. Design of novel hydrocyclone for improving fine particle separation using computational fluid dynamics. **Chemical Engineering**

Science, v. 85, p. 62–68, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ces.2011.12.046>>.

Jl, L. *et al.* Modeling the Multiphase Flow in Hydrocyclones Using the Coarse- Grained Volume of Fluid □ Discrete Element Method and Mixture- Discrete Element Method Approaches. 2018. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.8b01699>

KARIMI, M., AKDOGAN, G., DEHGHANI, A., *et al.* Selection of Suitable Turbulence Models for Numerical Modelling of Hydrocyclones. *Chemical Product and Process Modeling*, 6 (1), 2011. <https://doi.org/10.2202/1934-2659.1622>

KUANG, S. B. *et al.* Numerical study of liquid – gas – solid flow in classifying hydrocyclones: Effect of feed solids concentration. v. 31, p. 17–31, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2012.01.003>

KUMAR SHUKLA, S.; SHUKLA, P.; GHOSH, P. Evaluation of Numerical Schemes for Dispersed Phase Modeling of Cyclone Separators. **Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics**, v. 5, n. 2, p. 235–246, 2011. <https://doi.org/10.1080/19942060.2011.11015367>

KYRIAKIDIS, Y. N. **Análise do Efeito de Variáveis Geométricas sobre o Desempenho de Hidrociclones Otimizados.**, 148p., Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG, 2014.

KYRIAKIDIS, Y. N. **Otimização Geométrica de Hidrociclones a Partir de um Histórico de Hidrociclonagem na FEQUI/UFU.** Tese (Doutorado) – UFU, Uberlândia, MG, 2018.

LANNA, A. E.; BARROZO, M. A. S.; DAMASCENO, J. J. R. Estudo de desempenho d eum hidrociclone filtrante. **Revista Ciência & Engenharia**, p. 175–186, 1992.

LOHA, C.; CHATTOPADHYAY, H.; CHATTERJEE, P. K. Euler-Euler CFD modeling of fluidized bed: Influence of specularly coefficient on hydrodynamic behavior. **Particuology**, v. 11, n. 6, p. 673–680, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2012.08.007>

LUN, C. K. K. *et al.* Kinetic Theories for Granular Flow: Inelastic Particles in Couette Flow and Slightly Inelastic Particles in a General Flow Field. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 140, p. 223–256, 1984. <https://doi.org/10.1017/S0022112084000586>

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional.** 2.

ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

MANNINEN, M.; TAIVASSALO, V.; KALLIO, S. On the mixture model for multiphase flow. **VTT Publications**, n. 288, p. 3–67, 1996.

MARTHINUSSEN, S. A. *et al.* Removal of particles from highly viscous liquids with hydrocyclones. **Chemical Engineering Science**, v. 108, p. 169–175, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ces.2014.01.008>>.

MARTINS, N. M. C. *et al.* Velocity-distribution in pressurized pipe flow using CFD: Accuracy and mesh analysis. **Computers and Fluids**, v. 105, p. 218–230, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2014.09.031>>.

NARASIMHA, M.; BRENNAN, M. S.; HOLTHAM, P. N. CFD modeling of hydrocyclones : Prediction of particle size segregation. **MINERALS ENGINEERING**, v. 39, p. 173–183, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.mineng.2012.05.010>>.

PADHI, M. *et al.* Study on multi-component particle behaviour in a hydrocyclone classifier using experimental and computational fluid dynamics techniques. **Separation and Purification Technology**, v. 229, n. June, p. 115698, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.seppur.2019.115698>>.

POPE, S. B. *et al.* **Turbulent Flows**. [s.l.] Cambridge University Press, 2000. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840531>

QIAN, F. *et al.* CFD-DEM simulation of the filtration performance for fibrous media based on the mimic structure. **Computers and Chemical Engineering**, v. 71, p. 478–488, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2014.09.018>>.

RAPP, B. E. Finite Difference Method. In: ELSEVIER (Ed.). **Microfluidics: Modelling, Mechanics and Mathematics**. [s.l.] Elsevier, 2017. p. 623–631. <https://doi.org/10.1016/B978-1-4557-3141-1.50030-7>

RICHARDSON, L. F. The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems including differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v. 210, p. 307–357, 1911. <https://doi.org/10.1098/rsta.1911.0009>

RICHARDSON, L. F. The deferred approach to the limit. **Philosophical Transactions**

of the Royal Society A., v. 226, p. 299–349, 1927. <https://doi.org/10.1098/rsta.1927.0008>

ROACHE, P. J. Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies. **Journal of Fluids Engineering**, v. 116, n. 3, p. 405–413, 1994. <https://doi.org/10.1115/1.2910291>

ROCHA, C. A. O. **Avaliação de alterações na seção transversal do duto de alimentação de um hidrociclone**. 61p., Dissertação (Mestrado) – UFU, Patos de Minas, MG, 2019.

RODRIGUES, J. P. **Avaliação de Modelos Matemáticos para a Simulação do Escoamento Água - Ar na Flotação por Ar Dissolvido Utilizando Fluidodinâmica Computacional.**, 98p., Dissertação (Mestrado) – UFSCAR, São Carlos, SP, 2018.

ROSIN, P.; RAMMLER, E.; INTELMAAN, W. Principles and Limits of Cyclones Dust Removal. **Zeit. Ver. Deutscher Ing.**, v. 76, p. 433, 1932.

SALVADOR, F. F. **Estudo Experimental do Comportamento de Um Hidrociclone com Cone e Cilindro Filtrantes**. 119 p., Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG, 2013.

SALVADOR, F. F. **Otimização Geométrica de Hidrociclones com Cilindros e Cones Permeáveis.**, 121p., Tese (Doutorado) – UFU, Uberlândia, MG, 2017.

SHAH, M. T. *et al.* Effect of closure models on Eulerian–Eulerian gas–solid flow predictions in riser. **Powder Technology**, v. 269, p. 247–258, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2014.08.064>

SILVA, D. O. **Otimização da Separação Sólido-Líquido em Hidrociclones Mediante Modificações Geométricas**. Tese (Doutorado) – UFU, Uberlândia, MG, 2012.

SILVA, N. K. G. **Estudo de Otimização da Configuração do Hidrociclone Filtrante.**, 102p., Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG, 2014.

SINGH, L.; ELSAYED, K. Analysis and optimization of multi-inlet gas cyclones using large eddy simulation and artificial neural network. **Powder Technology**, v. 311, p. 465–483, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2017.02.004>>.

SLATER, J. W.; DUDEK, J. C.; TATUM, K. E. The NPARC alliance verification and

validation archive. **American Society of Mechanical Engineers, Fluids Engineering Division (Publication) FED**, v. 251, n. April 2000, p. 1005–1012, 2000.

SMAGORINSKY, J. General Circulation Experiments With the Primitive Equations. **Monthly Weather Review**, v. 91, n. 3, p. 99–164, 1963. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1963\)091%3C0099:GCEWTP%3E2.3.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1963)091%3C0099:GCEWTP%3E2.3.CO;2)

SOUZA, F. J. **Análise da Influência do Meio Filtrante no Comportamento do Hidrociclone Filtrante**. Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG, 1999.

SOUZA, J. F. A. *et al.* Uma revisão sobre a turbulência e sua modelagem. **Revista Brasileira de Geofísica**, v. 29, n. 1, p. 21–41, 2011. <https://doi.org/10.1590/S0102-261X2011000100002>

SPEZIALE, C. G.; SARKAR, S.; GATSKI, T. B. Modelling the pressure–strain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 227, p. 245–272, 26 jun. 1991. <https://doi.org/10.1017/S0022112091000101>

SRIPRIYA, R. *et al.* Role of air core in particle separation in cyclones. **Mineral Processing and Extractive Metallurgy**, v. 122, n. 1, p. 25–35, 1 mar. 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1179/1743285510Y.00000000004>>.

STATIE, E. C.; SALCUDEAN, M. E.; GARTSHORE, I. S. The influence of hydrocyclone geometry on separation and fibre classification. **Filtration and Separation**, v. 38, n. 6, p. 36–41, 2001. [https://doi.org/10.1016/S0015-1882\(01\)80380-3](https://doi.org/10.1016/S0015-1882(01)80380-3)

SVAROVSKY, L. **Solid-liquid separation**. 4th. ed. Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP: Butterworth-Heinemann, 2000. v. 1

SYAMLAL, M.; ROGERS, W.; O'BRIEN, T. J. MFX Documentation: Volume1, Theory Guide. **National Technical Information Servic**, v. 1, 1993. <https://doi.org/10.2172/10145548>

TANG, B. *et al.* Effect of inlet configuration on hydrocyclone performance. **Transactions of Nonferrous Metals Society of China (English Edition)**, v. 27, n. 7, p. 1645–1655, 2017. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S1003-6326\(17\)60187-0](http://dx.doi.org/10.1016/S1003-6326(17)60187-0)>.

TUE NENU, R. K.; YOSHIDA, H. Comparison of separation performance between single and two inlets hydrocyclones. **Advanced Powder Technology**, v. 20, n. 2, p. 195–202,

2009. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.appt.2008.08.004>>.

ULLMANN, G. *et al.* **Simulação por fluidodinâmica computacional do escoamento em um hidrociclone concentrador de alto desempenho.** In: XXXIX Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, Belém, PA. 2019.

VAKAMALLA, T. R. *et al.* Development of novel hydrocyclone designs for improved fines classification using multiphase CFD model. **Separation and Purification Technology**, v. 175, p. 481–497, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.seppur.2016.10.026>>.

VAKAMALLA, T. R.; KUMBHAR, K. S.; GUJJULA, R.; MANGADODDY, N. Computational and experimental study of the effect of inclination on hydrocyclone performance. **Separation and Purification Technology**, v. 138, p.104-117, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2014.10.013>

VAKAMALLA, T. R.; MANGADODDY, N. Numerical simulation of industrial hydrocyclones performance: Role of turbulence modelling. **Separation and Purification Technology**, v. 176, p. 23–39, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.seppur.2016.11.049>>.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics.** 2. ed. Essex, England: Pearson Education Limited, 2007. v. 1

VIEIRA, L. G. M. **Análise da Separação Sólido-Líquido em Hidrociclone Filtrante.** 1997.

VIEIRA, L. G. M. **Estudo da Performance de Hidrociclones Filtrantes de Rietema.**, 141 p., Dissertação (Mestrado) – UFU, Uberlândia, MG, 2001.

VIEIRA, L. G. M. **Otimização dos Processos de Separação em Hidrociclones Filtrantes.**, 297 p., Tese (Doutorado) – UFU, Uberlândia, MG, 2006.

WAN, G. *et al.* Solids concentration simulation of different size particles in a cyclone separator. **Powder Technology**, v. 183, n. 1, p. 94–104, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2007.11.019>

WANG, B.; YU, A. B. Numerical study of the gas-liquid-solid flow in hydrocyclones with different configuration of vortex finder. **Chemical Engineering Journal**, v. 135, n. 1–2, p. 33–42, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2007.04.009>

WEN, C.-Y.; YU, Y. H. Mechanics of Fluidization. **Chem. Eng. Prog. Symp. Series**, v. 62, p. 100–111, 1966.

WU, S.-E. *et al.* Effectiveness of a hydrocyclone in separating particles suspended in power law fluids. **Powder Technology**, v. 320, p. 546–554, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.07.088>

XU, X. *et al.* Dissolved gas separation using the pressure drop and centrifugal characteristics of an inner cone hydrocyclone. **Separation and Purification Technology**, v. 161, p. 121–128, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.seppur.2016.01.006>>.

XU, Y. *et al.* Numerical investigation of the effect of the ratio of the vortex-finder diameter to the spigot diameter on the steady state of the air core in a hydrocyclone. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 52, n. 15, p. 5470–5478, 2013. <https://doi.org/10.1021/ie302081v>

YAN, C.; YANG, Q.; WANG, H. L. Simulation on the Flow Field of Mini-Hydrocyclones for Different Inlet Sizes. **Advanced Materials Research**, v. 864–867, p. 1183–1191, 2013. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.864-867.1183>

YANG, L. *et al.* Numerical analysis of non-Newtonian rheology effect on hydrocyclone flow field. **Petroleum**, v. 1, n. 1, p. 68–74, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.petlm.2015.05.001>

YOSHIDA, H. *et al.* Effect of inlet shape and slurry temperature on the classification performance of hydro-cyclones. **Powder Technology**, v. 140, n. 1–2, p. 1–9, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2003.12.006>

YOSHIDA, H. *et al.* Effect of multi-inlet flow on particle classification performance of hydro-cyclones and new estimating equation. **Journal of Chemical Engineering of Japan**, v. 41, n. 8, p. 756–765, 2008. <https://doi.org/10.1252/jcej.07WE212>

ZHANG, C. *et al.* Effects of curvature radius on separation behaviors of the hydrocyclone with a tangent-circle inlet. **Powder Technology**, v. 305, p. 156–165, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2016.10.002>>.

ZHANG, L. *et al.* CFD numerical simulation of Archimedes spiral inlet hydrocyclone. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 52, n. TOPIC 7, 2013. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/52/7/072021>

ZHAO, B.; SU, Y.; ZHANG, J. Simulation of gas flow pattern and separation efficiency in cyclone with conventional single and spiral double inlet configuration. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 84, n. 12 A, p. 1158–1165, 2006. <https://doi.org/10.1205/cherd06040>

ZHEN-BO, W.; YI, M.; YOU-HAI, J. Simulation and experiment of flow field in axial-flow hydrocyclone. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 89, n. 6, p. 603–610, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2010.09.004>