



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**COMPARAÇÃO DE ALETAS DE GERATRIZES NÃO-LINEARES COM ALETAS
PINIFORMES**

LUÍS CRUZ GIMENES DE OLIVEIRA

COMPARAÇÃO DE ALETAS DE GERATRIZES NÃO-LINEARES COM ALETAS PINIFORMES

Monografia submetida à Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para conclusão da disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Química.

Luís Cruz Gimenes de Oliveira

Orientador: Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA MONOGRAFIA *ALTERAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE UMA ALETA GERADA A PARTIR DE UMA GERATRIZ NÃO LINEAR QUANDO COMPARADA A UMA ALETA PINIFORME* DE LUÍS CRUZ GIMENES DE OLIVEIRA, APRESENTADA À FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA.

Uberlândia, 2 de julho de 2019

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira
Orientador – FEQUI/UFU

MSc. Dayana D’Arc de Fátima Palhares
Doutoranda PPGEQ/UFU

Prof. Dr. Ricardo Amâncio Malagoni
FEQUI/UFU

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus e todas as forças divinas que, mesmo que por caminhos tortuosos, trouxeram-me até aqui e me deram força de vontade, competência e perseverança para atingir todos meus objetivos. Além disso, agradeço a meus pais e todos familiares e vos digo que, sem o apoio de cada um de vocês, seria impensável chegar aonde cheguei. A todos os amigos que, mesmo distantes, fizeram-se presentes para multiplicar risos e dividir angústias. E um agradecimento especial à Letícia por, não importando a tempestade que se aproximara, sempre esteve ali para enfrentá-la comigo.

De minha mãe, trago sua competência, seriedade e valores que, mesmo em dias escuros e controversos me mantiveram no caminho correto. Seu pensamento racional e focado me instruiu a buscar as alturas, porém mantendo os pés no chão. Enquanto isso, espelhei de meu pai seu jeito extrovertido e calmo, o que me fez transpassar os intemperes da vida com um grande sorriso no rosto. Com ele aprendi que a amizade é algo muito importante e que devemos colecionar amigos por onde quer que passemos. Agradeço também à minha irmã, Gabriela por desbravar o desconhecido mundo além do nosso lar e voltar para me passar o caminho das pedras.

Agradecimentos não faltam à minha companheira Letícia que esteve comigo durante todos os anos da minha graduação e esteve ali sempre me incentivando quando precisava que eu fosse firme e me acalmando quando tudo parecia perdido.

Como agradecer todos os amigos de maneira enfática? Amigos de infância como Mateus Benedini, Leandro Oliveira, Matheus Máglis e Aluísio Taveira que cresceram comigo e são parte do que me tornei. Amigos como Victor Hugo Morales que me acolheu no início de minha jornada fora de casa e que, com toda paciência do mundo, ensinou-me tudo sobre esse novo mundo. Como agradecer novos amigos como Murilo Rocioli, Getúlio Andrade, José Alexandre Guaraldo e Tácio Santos que entraram em minha vida e hoje tornam todos os problemas apenas pequenos pedregulhos em meu caminho? A todos vocês, grandes amigos, muito obrigado.

Por fim, quero agradecer ao professor Luiz Gustavo que, com sua didática e conhecimento foi, de longe, o professor que mais me ensinou durante a graduação e se tornou, então, meu orientador. Agradeço a você, Luiz, pela sugestão desse tema e por me auxiliar na formação desse trabalho que exigiu muito de mim e que trouxe resultados tão importantes para toda a Engenharia Química e a transferência de calor através de aletas.

SUMÁRIO

RESUMO	5
ABSTRACT	6
LISTA DE FIGURAS	7
LISTA DE TABELAS	8
1. NOMENCLATURA.....	9
2. INTRODUÇÃO	10
3. FUNDAMENTOS DA TROCA DE CALOR.....	12
3.1. Aletas.....	13
4. METODOLOGIA	14
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	19
5.1. Geratrizes Lineares	20
5.2. Geratrizes Quadráticas	21
5.3. Aletas Cúbicas.....	22
5.4. Aletas Exponenciais	23
5.5. Aletas Hiperbólicas	24
5.6. Aletas Senoidais	25
5.7. Dissipação de Calor e Volume das Aletas	26
7. CONCLUSÃO	27
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	29

RESUMO

As superfícies estendidas, também conhecidas como aletas, são objetos muito importantes e deveras utilizados na indústria em processos nos quais a dissipação de calor e a troca térmica são necessárias. Esses aparatos são empregados em diversos equipamentos como trocadores de calor, caldeiras, tubulações e vários outros equipamentos típicos da indústria química e de alimentos. Todavia, como os cálculos de dissipação de calor através das aletas envolvem múltiplas equações diferenciais, acaba-se por empregar as formas de aletas mais convencionais e mais fáceis de serem projetadas como as piniformes, areolares e planas. Por essas limitações matemáticas, os equipamentos industriais perdem uma gama gigantesca de geometrias que poderiam ser mais eficientes que as aletas de geometrias convencionais.

Deste modo, o objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um estudo detalhado que forneça os dados de dissipação de calor em qualquer ponto da aleta para aletas de diversas formas geométricas, comparando esses dados de dissipação com aqueles obtidos pelas aletas piniformes. Assim, é possível identificar as formas que mais atendem determinadas particularidades de cada processo através da comparação das respostas obtidas e, desta forma, encontrar alternativas que permitam um melhor aproveitamento em termos energéticos e que, por consequência, diminuam os custos operacionais das empresas.

A aleta que a mais se destacou pelo aumento da dissipação de calor foi a aleta senoidal de área da seção reta crescente, aumentando a dissipação de calor em 52,8% quando comparada à dissipação alcançada pela aleta piniforme. No entanto, destaca-se um incremento de 333.6% no volume ao compará-la à aleta piniforme, o que resultaria em um aumento relevante nos custos de sua produção.

Em contrapartida, destaca-se a aleta quadrática de seção reta crescente que aumentou a dissipação em 34% comparada à dissipação de calor da aleta piniforme, também comparada à aleta piniforme, teve um acréscimo de apenas 14,1% no volume. Portanto seu custo de produção não se distanciaria tanto do custo da aleta piniforme.

PALAVRAS-CHAVE: Aletas, dissipação de calor, troca térmica, superfície estendida, equação diferencial.

ABSTRACT

Extended surfaces, as known as fins, are very important objects for industries during heat transfer and thermal exchange processes. These devices are used in various equipment such as heat exchangers, boilers, pipes and various other typical equipment of the chemical and food industry. However, as heat dissipation through fins calculus involve multiples differential equations, it's better used conventional-form fins that are easier to project like piniform, areolar and flat one. Because of those mathematical difficulties, industrial equipment loses a lot of geometries that can be more effective than conventional-geometry fins.

For that reason, this work's objective is to develop a detailed study that provides heat dissipation data for any point of fins that have many geometric forms, comparing these data to those obtained with piniform fins. In this way it's possible to prove which form of fin is the best for each process in particular by comparing obtained answers and we can find capable alternatives to minimize operational costs of companies.

The most notable fin due to the increase in heat dissipation was the sinusoidal fin of the increasing straight section area, increasing the heat dissipation by 52.8% when compared to the dissipation achieved by the piniform fin. However, there is a 333.6% increase in volume when compared to the piniform fin, which would result in a significant increase in production costs.

In contrast, the quadratic fin with increasing straight section, which increased the dissipation by 34% compared to the heat dissipation of the piniform fin, also compared to the piniform fin, had an increase of only 14.1% in volume. Therefore, its production costs are far away from the cost of piniform fin.

KEYWORDS: Fins, heat dissipation, thermal exchange, extended surfaces, differential equations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Representação esquemática das aletas lineares	14
Figura 2: Representação esquemática das aletas quadráticas	15
Figura 3: Representação esquemática das aletas cúbicas.....	16
Figura 4: Representação esquemática das aletas exponenciais.....	16
Figura 5: Representação esquemática das aletas hiperbólicas	17
Figura 6: Representação esquemática das aletas senoidais.....	18
Figura 7: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas lineares	21
Figura 8: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas quadráticas.....	22
Figura 9: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas cúbicas.....	23
Figura 10: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas exponenciais	24
Figura 11: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas hiperbólicas	25
Figura 12: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas senoidais	26

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros das geratrizes lineares.....	14
Tabela 2: Parâmetros das geratrizes quadráticas.....	15
Tabela 3: Parâmetros das geratrizes cúbicas	15
Tabela 4: Parâmetros das geratrizes exponenciais	16
Tabela 5: Parâmetros das geratrizes hiperbólicas.....	17
Tabela 6: Parâmetros das geratrizes senoidais	17
Tabela 7: Equações de área para as diferentes geratrizes.....	19
Tabela 8: Equações de volume e dissipação de calor para as diferentes geratrizes	20
Tabela 9: Dados de dissipação de calor e volume das diversas aletas	27

1. NOMENCLATURA

A_c - área da seção reta de uma aleta (m^2)

A_s - área lateral de uma aleta (m^2)

c_p - calor específico do sólido que compõe a aleta ($J/kg^\circ C$)

D - diâmetro da base da aleta (m)

G - taxa de geração ou consumo de calor do sólido (W/m^3)

h - coeficiente convectivo de transferência de calor ($W/m^2^\circ C$)

k - condutividade térmica do sólido que compõe a aleta ($W/m^\circ C$)

L - comprimento da aleta (m)

t - tempo (s)

T - temperatura ao longo da posição axial da aleta ($^\circ C$)

T_o - temperatura da base da aleta ($^\circ C$)

T_∞ - Temperatura do fluido no qual a aleta está inserida ($^\circ C$)

q - taxa de calor dissipada pela aleta (W)

V - Volume da aleta (m^3)

ρ - densidade do sólido que compõe a aleta (kg/m^3)

Θ - temperatura ao longo da posição axial da aleta subtraída da Temperatura do fluido no qual a aleta está inserida ($T - T_\infty$)

2. INTRODUÇÃO

As aletas, também chamadas superfícies estendidas, são uma extensão de uma superfície que tem o objetivo de aumentar a área da mesma e, com isto, aumentar a taxa de transferência de calor por convecção entre a superfície e um fluido que escoar sobre ela.

Tal fenômeno é explicado pela Lei de Resfriamento de Newton, a qual mostra que, se as demais variáveis não forem alteradas, o aumento da área de contato entre a superfície e o sólido resulta em uma maior transferência de calor por convecção (BERGMAN, 2000).

No entanto, é necessário saber o quanto a taxa de transferência de calor é alterada com o aumento da área superficial gerado pela introdução de aletas na superfície. Para tal, deve-se compreender de que forma a transferência ocorre através da aleta e desta para o meio que a circunda.

Como a aleta está presa à superfície por sua base, todo o calor transferido pela mesma por convecção é recebido por sua base através da condução. Assim, segundo a Lei de Fourier (CHIWIACOWSKY, 2002), é necessário conhecer o gradiente de temperatura ao longo da aleta, tornando possível descrever a taxa de transferência de calor na mesma. Pensando em um balanço de energia na aleta como um todo e considerando a conservação de energia, o calor dissipado pela aleta deve ser igual ao calor recebido por ela através de sua base, ou seja, deve ser igual ao calor transferido pela superfície na qual a aleta está fixada. Essa superfície pode ser uma tubulação com vapor superaquecido, placas de trocadores de calor, paredes de caldeiras e muitas outras superfícies existentes nas indústrias químicas.

Essas extensões superficiais têm inúmeras aplicações cotidianas e na própria engenharia, estando presentes em transformadores, compressores, motores de combustão interna, em motores elétricos, em automóveis e em vários outros equipamentos (CORDOBA, 2016). Além disso, a indústria de alimentos também é grande utilizadora das aletas.

Embora bastante úteis, o uso das aletas se torna restrito a algumas formas já conhecidas e comumente empregadas na indústria, pois, para projetar novas aletas, utilizam-se equações muito complexas e de difícil resolução (SANTOS, 2001). Devido a tal complexidade, é mais comum a utilização de aletas cujas formas resultam em uma transferência de calor uni ou bidimensional, excluindo do radar dos pesquisadores e das indústrias toda uma gama de possibilidades e de novas formas para essas superfícies.

No interior de uma superfície estendida, se nenhuma providência técnica for tomada, a condução de calor é bidimensional (ARAÚJO, 1978), ocorrendo geralmente no sentido axial e radial. O tratamento físico-matemático de problemas bidimensionais deve ser feito necessariamente pela Equação da Difusão de Calor, representada pela Equação (1). Essa equação, com as devidas

simplificações (materiais isotrópicos, transporte de calor em estado estacionário e sem taxa de geração ou consumo de calor), pode ser vislumbrada na Equação Diferencial Parcial (EDP) representada pela Equação (2)

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (kr \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\kappa \frac{\partial T}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial z} (\kappa \frac{\partial T}{\partial z}) + G \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial T}{\partial r}) = 0 \quad (2)$$

Contudo, ao se empregar bons condutores térmicos com pequenas espessuras longitudinais nas superfícies estendidas, têm-se as aletas propriamente ditas, cuja principal característica é prover uma condução térmica unidimensional ao longo da posição axial. Como a condução é unidimensional axial, é possível obter a descrição físico-matemática dessa estrutura através de um Balanço de Energia que origina uma Equação Diferencial Ordinária (EDO) de Segunda Ordem (BENNET, 2003), mostrada pela Equação (3) e que apresenta solução mais simples em comparação àquela da EDP (Equação 2), sem, contudo, comprometer a confiabilidade dos resultados (BIRD, 2004).

$$\frac{d^2 T}{dz^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dz} \right) \frac{dT}{dz} + \left(\frac{h}{k} \frac{1}{A_c} \frac{dA_s}{dz} \right) (T - T_\infty) \quad (3)$$

As Equações (4) e (5) consistem nas condições de contorno para a Equação (3), representando, respectivamente, a temperatura na qual a base da aleta se encontra (equivalente à temperatura da superfície que se deseja estender) e a equivalência de fluxos (condutivo e convectivo) na extremidade da aleta.

$$T(0) = T_0 \quad (4)$$

$$-\kappa \frac{dT}{dz} \Big|_{z=L} = h(T_L - T_\infty) \quad (5)$$

Denominam-se aletas piniformes as superfícies cilíndricas empregadas para estender outras superfícies. Estas são fáceis de serem moldadas, além de apresentarem área disponível à condução de

calor sempre constante, o que facilita muito a resolução das equações anteriores. A sua geometria pode ser visualizada a partir da revolução de uma reta com coeficiente angular nulo ao redor de seu eixo axial. Visto que a área à condução é constante ao longo de toda a dimensão axial da aleta piniforme, a solução da EDO da Equação (3) é simplificada. Se ao longo da posição axial houver variações da área disponível à condução de calor, poder-se-á obter condições mais favoráveis à dissipação de calor pela estrutura, o que representa uma vantagem técnica almejada por muitos processos térmicos. Neste caso, apesar da vantagem térmica mencionada e, mesmo se tratando de uma EDO, haverá, indubitavelmente, um aumento na complexidade numérica para prover as respectivas previsões das distribuições térmicas e das taxas de calor dissipadas ao longo da aleta de área da seção reta variável. Por fim, vale mencionar que tais aletas são geometricamente geradas pela revolução de uma função matemática $f(z)$ ao redor dos respectivos eixos axiais (eixo z), formando, portanto, uma estrutura tridimensional.

Isto posto, esse trabalho visou a compreender o comportamento térmico de aletas de seção reta variável (crescente e decrescente) frente ao padrão ordinariamente utilizado nos processos térmicos, isto é, as aletas piniformes. Buscou-se, especificamente, realizar uma avaliação comparativa das distribuições térmicas, das taxas de dissipação de calor e do custo com material entre a aleta piniforme e suas variações formadas por várias $f(z)$ distintas.

Desta forma, o objetivo desse trabalho é trazer um estudo compacto e capaz de observar os resultados da aplicação de diversas formas de aletas com seção reta variável, comparando os resultados com o padrão de aletas empregadas em processos térmicos (aletas piniformes). Assim, expandir-se-á o horizonte de formatos possíveis dessas superfícies, permitindo o surgimento de novas extruturas mais eficientes na troca térmica e com custos mais baratos. Ou seja, buscou-se conhecer e trazer à tona novas possibilidades de superfícies que se mostraram mais eficientes na troca térmica.

Na próxima seção, revisar-se-á os fundamentos e as bases da troca de calor. Nela, um breve reconhecimento sobre as principais unidades de medidas utilizadas no estudo da troca de calor será e feito, bem como um resumo sobre as principais características e utilizações das aletas.

3. FUNDAMENTOS DA TROCA DE CALOR

A energia é definida como a capacidade de se gerar trabalho (CENGEL, 2009) e é dividida em duas formas: potencial e cinética. Uma grandeza natural e bem conhecida por todos é a temperatura, a qual é definida como o grau de agitação das moléculas de um corpo.

Essas duas definições são de suma importância para entender o conceito de calor, pois o mesmo depende de ambas. Calor é energia, mas não um tipo qualquer de energia. O calor é definido

como energia em trânsito que vai do corpo mais quente (maior temperatura) para o corpo de menor temperatura (DA SILVA, 2008).

A unidade de medida para o calor pode variar, sendo mais comum as três seguintes:

- Caloria (cal);
- Joule (J);
- British Thermal Unit (BTU).

Saber a quantidade de energia transferida de um corpo para o outro pode ser relativamente fácil de encontrar, porém, na maioria dos casos, deseja-se saber qual a taxa dessa transferência. Por exemplo, muitas vezes é mais interessante saber quanto tempo um corpo demora para esfriar/resfriar 10°C do que quanto de energia é trocada nesse processo.

Em termos de engenharia, a transferência de calor é empregada em quase todos processos químicos. Equipamentos como trocadores de calor, caldeiras, fornos, condensadores, radiadores, aquecedores entre outros utilizam como base de seu funcionamento a troca térmica.

Sabe-se que a transferência de calor é aumentada conforme a área disponível para a mesma (INCROPERA, 1999). Portanto, a maioria dos processos buscam aumentar a área disponível para a transferência de calor, porém de forma tal que o espaço ocupado pelos equipamentos não seja demasiadamente aumentado. Uma solução já bastante conhecida para isso é o emprego das aletas que servem exatamente para aumentar a área superficial disponível para a troca térmica.

3.1. Aletas

As aletas, ou superfícies estendidas, são empregadas para aumentar a área disponível para a troca de calor entre a parede de um equipamento e um fluido que, na maioria das vezes, é o ar (BIRD, 2004). Essas formas, também chamadas de superfícies estendidas, podem ser de vários tipos e formas. Basicamente, as aletas são pequenas superfícies constituídas de materiais altamente condutores de energia como o cobre.

Em termos práticos, elas são acopladas a equipamentos onde é necessário alta troca de calor. A base da aleta conectada à superfície da estrutura recebe calor da mesma e através dela esse calor flui e é dissipado para o fluido que a circunda (KIWAN, 2001).

Como as aletas podem apresentar diversos formatos, a dissipação do calor por ela pode ser deveras complexa. Devido a isso, acostumou-se a utilizar aletas, cujo formato permita a dissipação uni ou bidimensional do calor através da mesma, facilitando, assim, a resolução das equações para o projeto dessas superfícies. Hoje, as aletas mais empregadas industrialmente são as piniforme, anular ou retangular, sendo que o primeiro tipo é, de longe, a mais comumente encontrada.

4. METODOLOGIA

Utilizou-se neste estudo três tipos de aletas lineares: uma com a seção reta constante e outras duas com seção reta variável crescente e decrescente, originadas a partir de uma função geratriz. A função geratriz é, neste caso, a equação de uma reta e origina a aleta ao rotacionar em torno de seu eixo axial (z). Os parâmetros dessas aletas podem ser vistos na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros das geratrizes lineares

$f_M(z) = a + b.z$		
M	a (m)	b
1	0,0025	0
2	0,0025	0,05
3	0,0025	-0,025

Tais aletas podem ser representadas da forma trazida abaixo pela Figura 1.

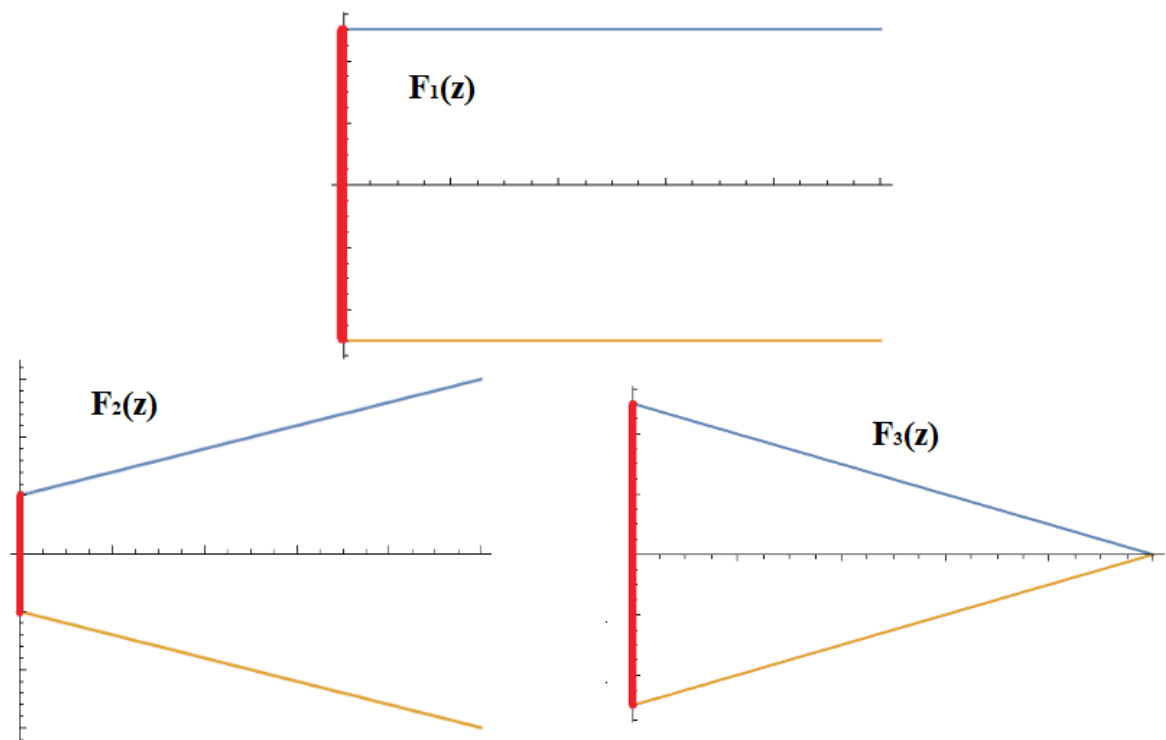


Figura 1: Representação esquemática das aletas lineares

Em seguida, estudou-se também aletas crescentes e decrescentes com geratrizes representadas por funções quadráticas. A Tabela 2 traz os parâmetros de tais geratrizes.

Tabela 2: Parâmetros das geratrizes quadráticas

$f_M(z)=a+bz^2$		
M	a (m)	b (m ⁻¹)
4	0,0025	0,05
5	0,0025	-0,25

A representação esquemática dessas aletas é mostrada na Figura 2.

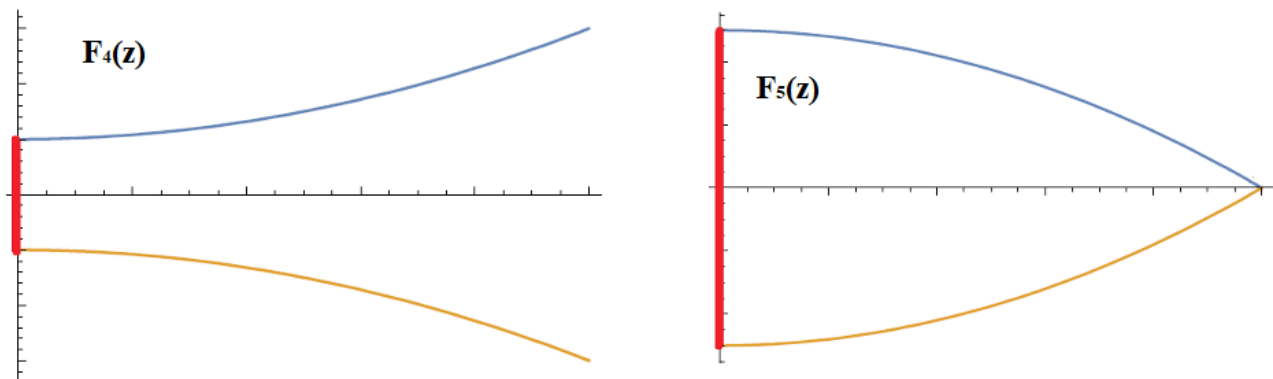


Figura 2: Representação esquemática das aletas quadráticas

Prosseguindo com o estudo, analisou-se, então, geratrizes cúbicas crescentes e decrescentes cujos parâmetros são trazidos em seguida na Tabela 3.

Tabela 3: Parâmetros das geratrizes cúbicas

$f_M(z)=a+bz^3$		
M	a (m)	b (m ⁻²)
6	0,0025	5
7	0,0025	-2,5

Pode-se observar a esquematização dessas aletas na Figura 3.

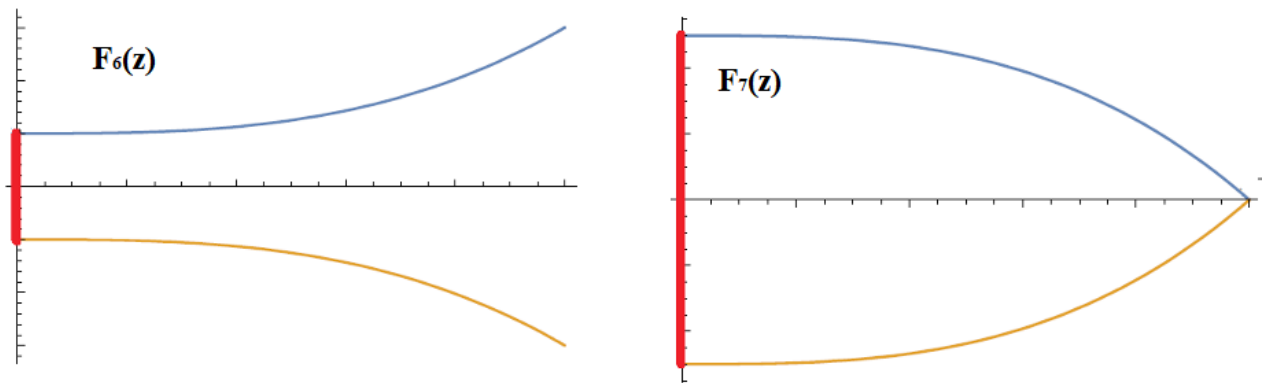


Figura 3: Representação esquemática das aletas cúbicas

Duas geratrizes exponenciais também crescentes e decrescentes foram estudadas e seus parâmetros são encontrados na Tabela 4.

Tabela 4: Parâmetros das geratrizes exponenciais

$f_M(z) = a + b.e^z$		
M	a (m)	b (m)
8	-0,04504	0,04754
9	0,0262	-0,02377

A Figura 4 mostra a esquematização das aletas formadas pelas geratrizes cujos parâmetros encontram-se na Tabela 4.

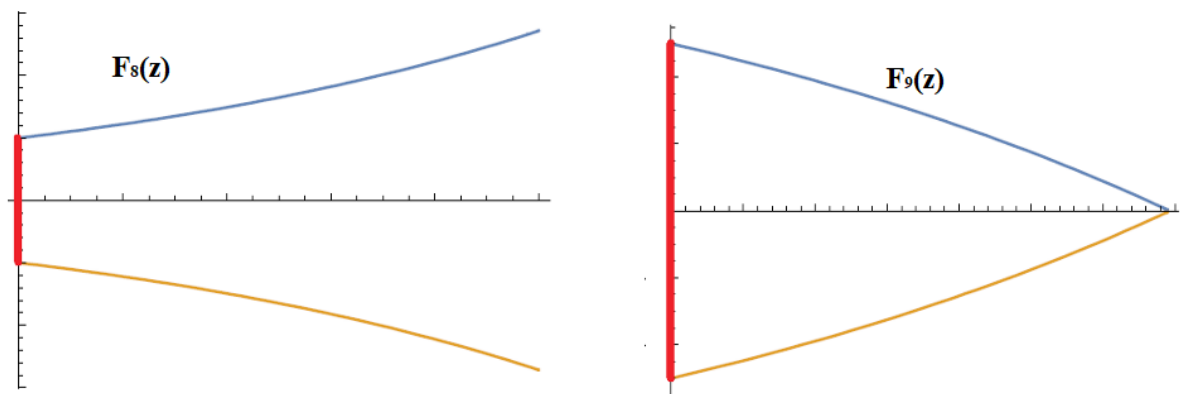


Figura 4: Representação esquemática das aletas exponenciais

Em seguida, analisou-se, ainda, duas geratrizes hiperbólicas com parâmetros descritos na Tabela 5, sendo que as representações esquemáticas das aletas oriundas de tais geratrizes são mostradas na Figura 5.

Tabela 5: Parâmetros das geratrizes hiperbólicas

$f_M(z) = a+b.cosh(z)$		
M	a (m)	b (m)
10	-0,9967	0,9992
11	0,5021	-0,4996

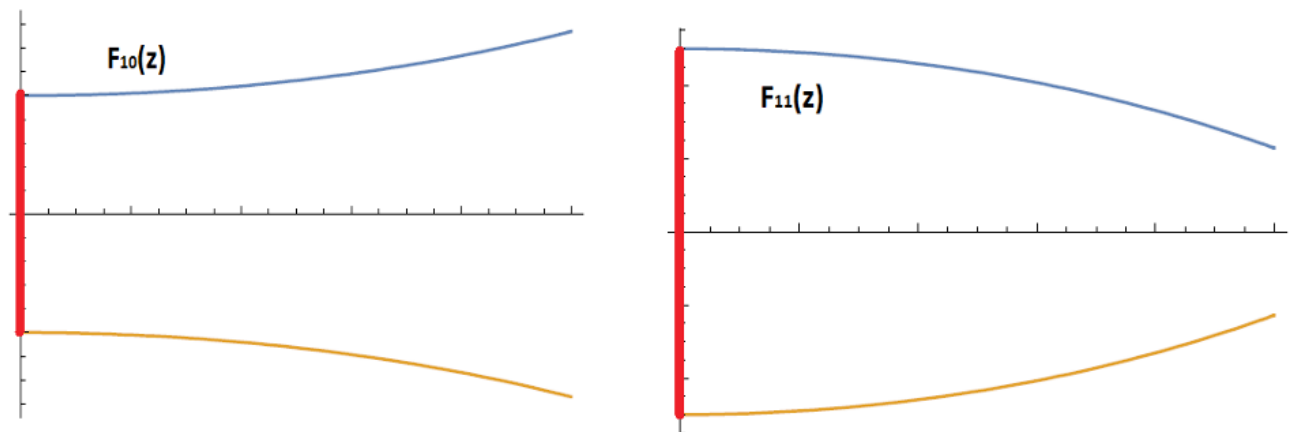


Figura 5: Representação esquemática das aletas hiperbólicas

Para finalizar os estudos especificados, utilizou-se geratrizes senoidais crescentes e decrescentes para gerar aletas a partir da revolução das mesmas em seu eixo axial. A Tabela 6 traz seus parâmetros.

Tabela 6: Parâmetros das geratrizes senoidais

$f_M(z) = a+b.sen(z)$		
M	a (m)	b (m)
12	0,0025	0,05008
13	0,0025	-0,02504

Na Figura 6, pode-se ver a representação esquemática das aletas formadas a partir das geratrizes descritas na Tabela 6.

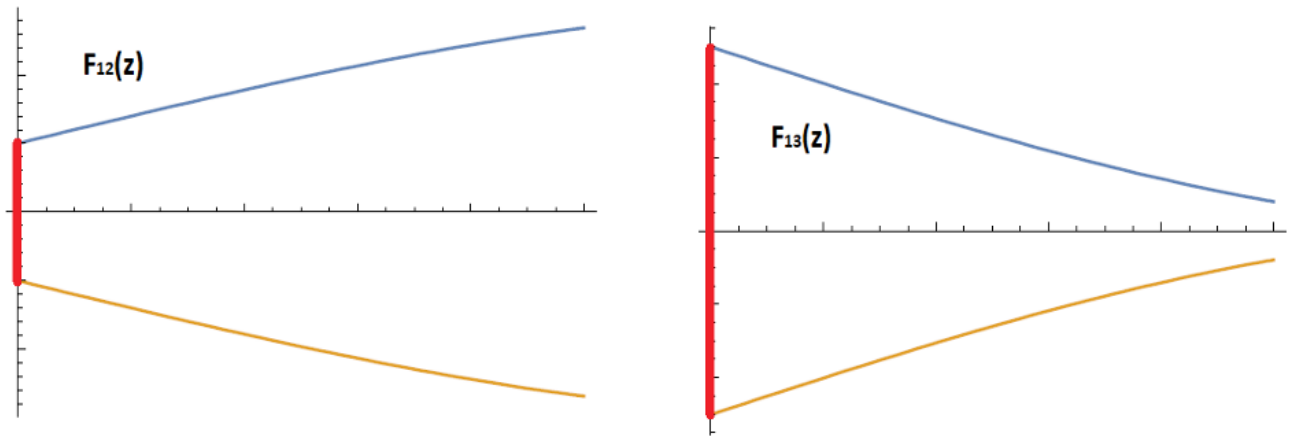


Figura 6: Representação esquemática das aletas senoidais

Independentemente do formato das aletas, para que as comparações fossem eficazes, fixou-se o mesmo comprimento para todas ($L = 0,100$ m), bem como o diâmetro da base ($D = 0,005$ m), as condutividades térmicas ($k = 14$ W/mK) e os coeficientes convectivos de transferência de calor ($h = 5$ W/m²K). Assim, garantiu-se que as vantagens (ou desvantagens) de uma aleta sobre a outra advinham única e exclusivamente do formato da mesma. Nos cálculos, estabeleceu-se ainda 150°C como a temperatura à qual as bases de todas as aletas estavam submetidas (T_0) e 20°C (temperatura ambiente), como a temperatura do ar que circundava as superfícies laterais das aletas (T_∞).

Com os dados até aqui em mãos, tornou-se possível encontrar expressões para a área da seção reta da aleta (A_c) e para sua área lateral dada uma distância “ z ” da base da mesma. Essas expressões são representadas, respectivamente, pelas Equações (6) e (7).

$$A_c = \pi \cdot [f(z)]^2 \quad (6)$$

$$A_s = 2\pi \int_0^L f(z) \sqrt{1 + [f'(z)]^2} dz \quad (7)$$

Já o volume da aleta para uma distância “ z ” de sua base e a taxa de dissipação de calor ao longo da mesma são dados pelas Equações (8) e (9), respectivamente.

$$V = \int_0^z [f(z)]^2 dz \quad (8)$$

$$q = -\kappa[A_c \frac{dT}{dz}]_{z=0} \quad (9)$$

Portanto, é possível calcular o volume e a taxa de dissipação de calor para todas as aletas estudadas. Os resultados obtidos serão analisados e discutidos nos próximos tópicos.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para cada tipo de geratriz, ter-se-á equações distintas de $f_M(z)$ e, portanto, também as equações que descrevem a área da seção reta da aleta e as derivadas tanto da área da seção reta quanto da área lateral da aleta serão diferentes. A Tabela 7 mostra essas expressões.

Tabela 7: Equações de área para as diferentes geratrizes

M	A_c	$\frac{dA_c}{dz}$	$\frac{dA_s}{dz}$
1	$\pi. a^2$	0	$2\pi. a$
2 e 3	$\pi. (a + b. z)^2$	$2\pi. b(a + b. z)$	$2\pi\sqrt{1 + b^2}(a + bz)$
4 e 5	$\pi(a + bz^2)^2$	$4\pi bz(a + bz^2)$	$2\pi(a + bz^2)\sqrt{1 + (2bz)^2}$
6 e 7	$\pi(a + bz^3)^2$	$6\pi bz^2(a + bz^3)$	$2\pi(a + bz^3)\sqrt{1 + (3bz^2)^2}$
8 e 9	$\pi(a + be^z)^2$	$2\pi be^z(a + b. e^z)$	$2\pi(a + be^z)\sqrt{1 + (be^z)^2}$
10 e 11	$\pi(a + b. \cosh(z))^2$	$2\pi b. \sinh(z). (a + b. \cosh(z))$	$2\pi(a + b. \cosh(z))\sqrt{1 + (b. \sinh(z))^2}$
12 e 13	$\pi(a + b. \sin(z))^2$	$2\pi b. \cos(z)(a + b\sin(z))$	$2\pi(a + b. \sin(z))\sqrt{1 + (b. \cos(z))^2}$

Como visto anteriormente, a partir das expressões da Tabela 7, pode-se encontrar as equações de volume e da taxa de dissipação de calor, o que é mostrado na Tabela 8. As equações expostas nas Tabelas 7 e 8 serão utilizadas em seguida para se apresentar um perfil de temperatura ao longo de “z” e para se comparar as diferentes aletas nos quesitos dissipação de calor e volume. Com esses dados será possível identificar se há opções não convencionais de aletas que superam a aleta piniforme na dissipação de calor.

Tabela 8: Equações de volume e dissipação de calor para as diferentes geratrizes

M	V	q
1	$\int_0^z a^2 dz$	$-\kappa \left[\pi \cdot a^2 \frac{dT}{dz} \right]_{z=0}$
2 e 3	$\int_0^z (a + b \cdot z)^2 dz$	$-\kappa \left[\pi \cdot (a + b \cdot z)^2 \frac{dT}{dz} \right]_{z=0}$
4 e 5	$\int_0^z (a + bz^2)^2 dz$	$-\kappa \left[\pi (a + bz^2)^2 \frac{dT}{dz} \right]_{z=0}$
6 e 7	$\int_0^z (a + bz^3)^2 dz$	$-\kappa \left[(a + bz^3)^2 \frac{dT}{dz} \right]_{z=0}$
8 e 9	$\int_0^z (a + be^z)^2 dz$	$-\kappa \left[\pi \cdot (a + be^z)^2 \frac{dT}{dz} \right]_{z=0}$
10 e 11	$\int_0^z (a + b \cdot \cosh(z))^2 dz$	$-\kappa \left[\pi \cdot (a + b \cdot \cosh(z))^2 \frac{dT}{dz} \right]_{z=0}$
12 e 13	$\int_0^z (a + b \cdot \sen(z))^2 dz$	$-\kappa \left[\pi \cdot (a + b \cdot \sen(z))^2 \frac{dT}{dz} \right]_{z=0}$

5.1. Geratrizes Lineares

Considerando as expressões para geratrizes lineares da Tabela 7, é possível resolver a Equação (1) para o conjunto de aletas lineares, obtendo um perfil para a temperatura ao longo de “z”. Esse perfil é mostrado no gráfico da Figura 7.

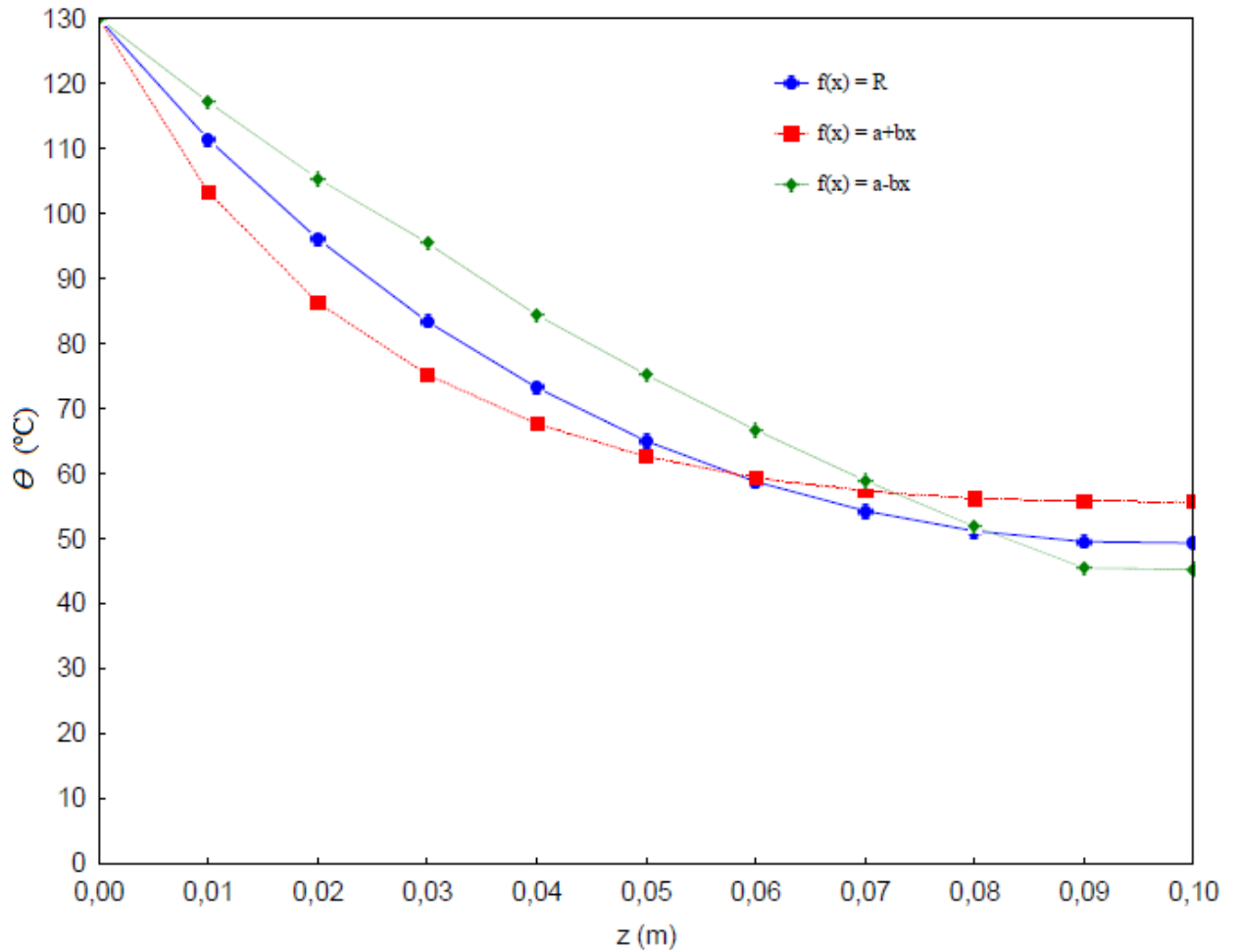


Figura 7: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas lineares

Observa-se, pela Figura 7 que houve uma queda na diferença da temperatura da aleta em determinada distância “ z ” de sua base e a temperatura do fluido que a circunda (Θ), como esperado. Nota-se também que Θ decai mais rapidamente para $f_2(z)$ (em vermelho) até próximo de $z = 0,06$ m, porém, depois desse valor de z , Θ se estabiliza para essa geratriz. Vê-se também que, para $z = 0,10$ m, o menor valor de Θ é alcançado pela geratriz $f_3(z)$, ou seja, essa geratriz produz a aleta que terá a temperatura em sua extremidade oposta à base mais próxima à temperatura do meio.

O mesmo procedimento será realizado para as aletas cujas geratrizes são quadráticas.

5.2. Geratrizes Quadráticas

Como feito para as aletas oriundas das geratrizes lineares, utilizando-se das derivadas das áreas, pode-se traçar o perfil da temperatura ao longo de z e compará-lo ao perfil da aleta piniforme de raio R como mostrado na Figura 8.

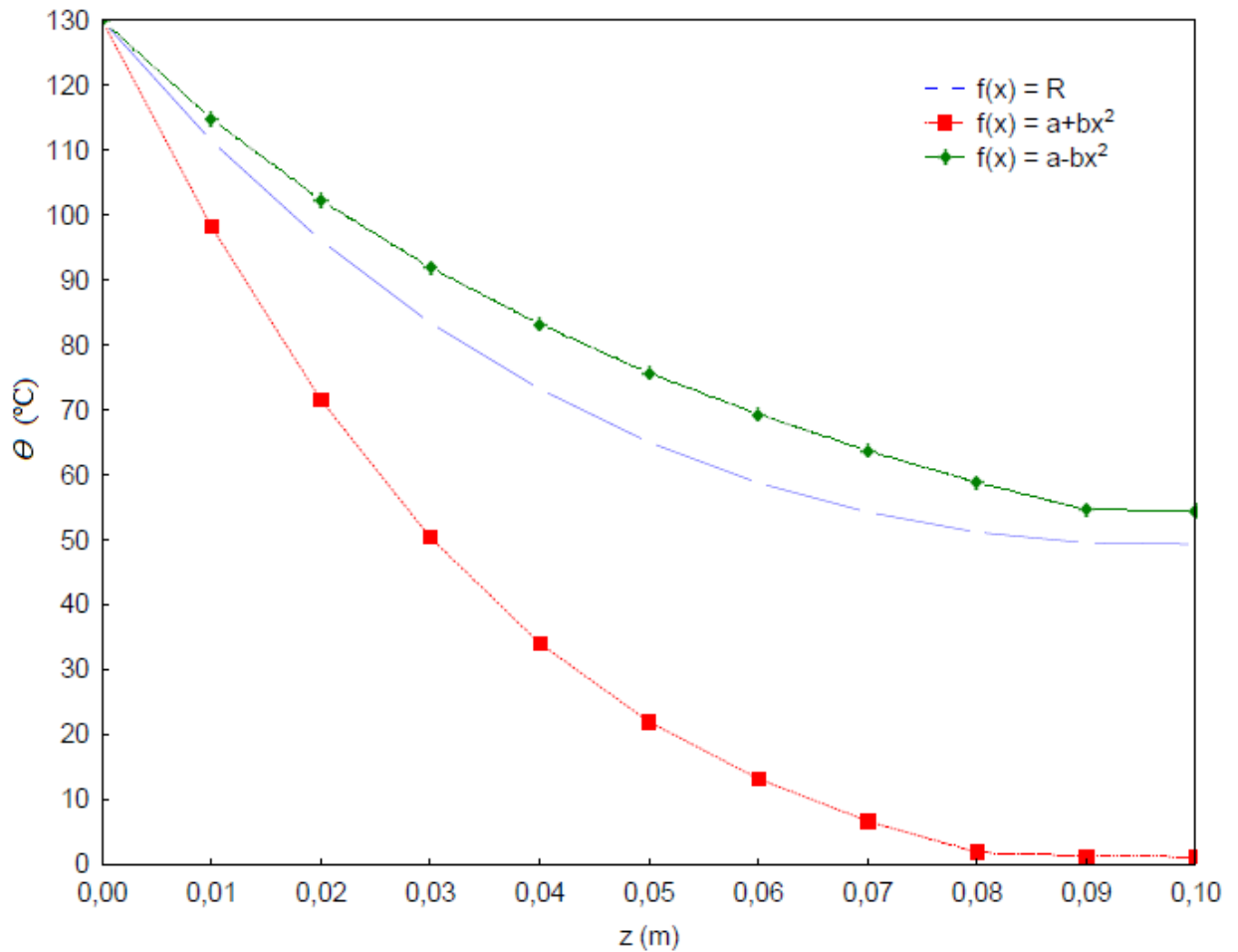


Figura 8: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas quadráticas

Ao analisar a Figura 8, observa-se primeiramente a grande queda de Θ para a aleta cuja geratriz é $f_4(z)$ que, para $z = 0,10$ m, chega a valores muito próximos de zero, ou seja, a temperatura da aleta no ponto $z = 0,10$ m é muito próxima à temperatura do meio que a circunda. Outra observação interessante é notar que o valor de Θ para a aleta cuja geratriz é $f_5(z)$ (em verde) não é menor que Θ para a aleta piniforme para nenhum valor de z no intervalo analisado.

5.3. Aletas Cúbicas

Na Figura 9 tem-se o perfil de temperatura ao longo de z para as aletas de geratrizes cúbicas em comparação ao perfil da aleta linear de área de seção reta constante (piniforme) de raio R .

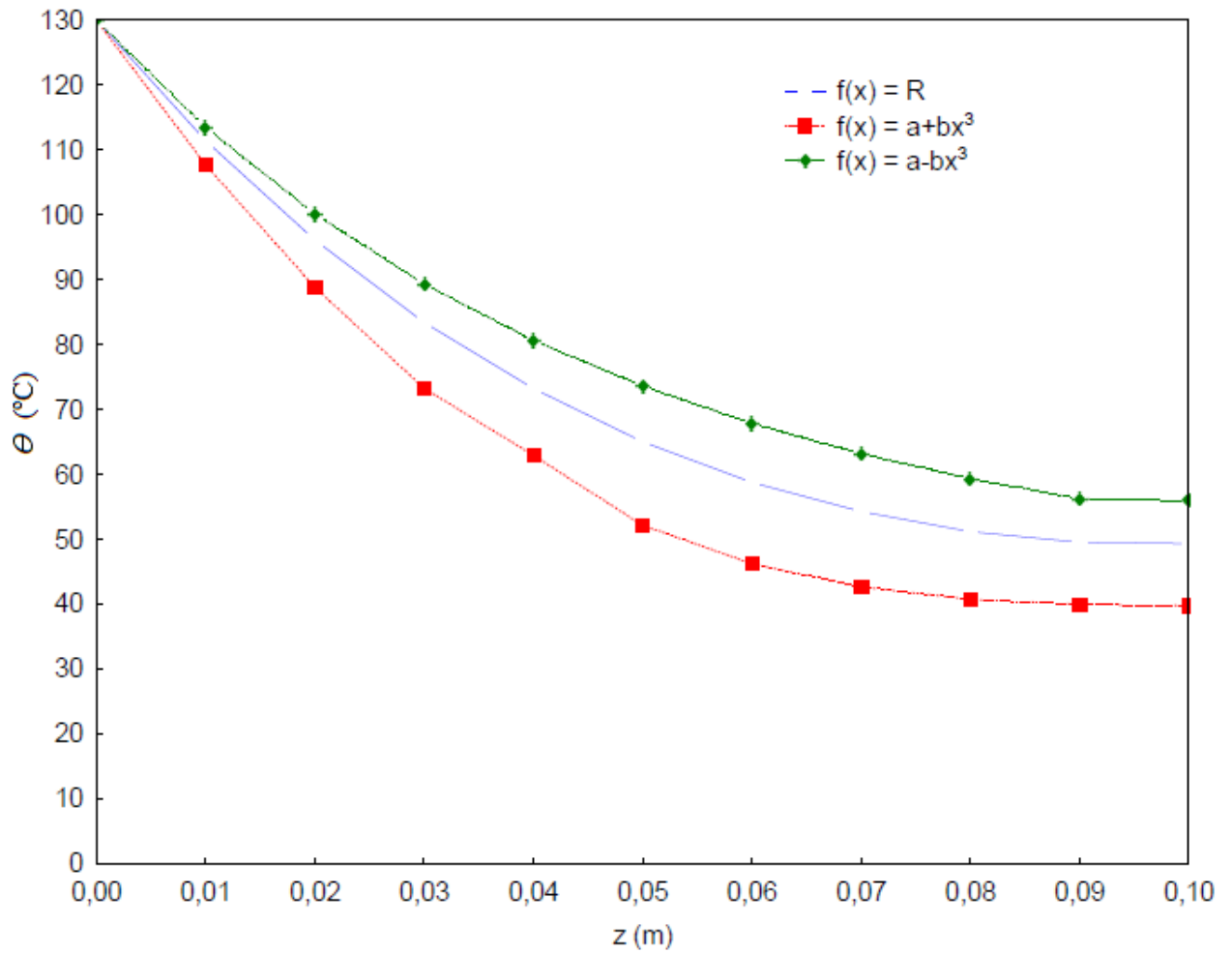


Figura 9: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas cúbicas

Nas aletas cúbicas, como visto na Figura 9, a diminuição de Θ é mais intensa na aleta cuja geratriz é $f_6(z)$, implicando que a mesma é a estrutura cuja temperatura em $z = 0,10$ m é a mais próxima de T_∞ . Assim como observado nas aletas cujas geratrizes são equações quadráticas, o valor de Θ para a aleta gerada a partir de $f_7(z)$ não é menor em momento algum que Θ da aleta piniforme, ou seja, a temperatura da aleta cúbica de seção reta decrescente é sempre maior que a temperatura da aleta piniforme no intervalo de z de 0 até 0,10 m.

5.4. Aletas Exponenciais

Os perfis de temperatura ao longo de z para as aletas exponenciais são mostrados na Figura 10, na qual são comparados ao perfil da aleta piniforme de raio R , de maneira similar àquela realizada para as expressões de geratrizes apresentadas anteriormente.

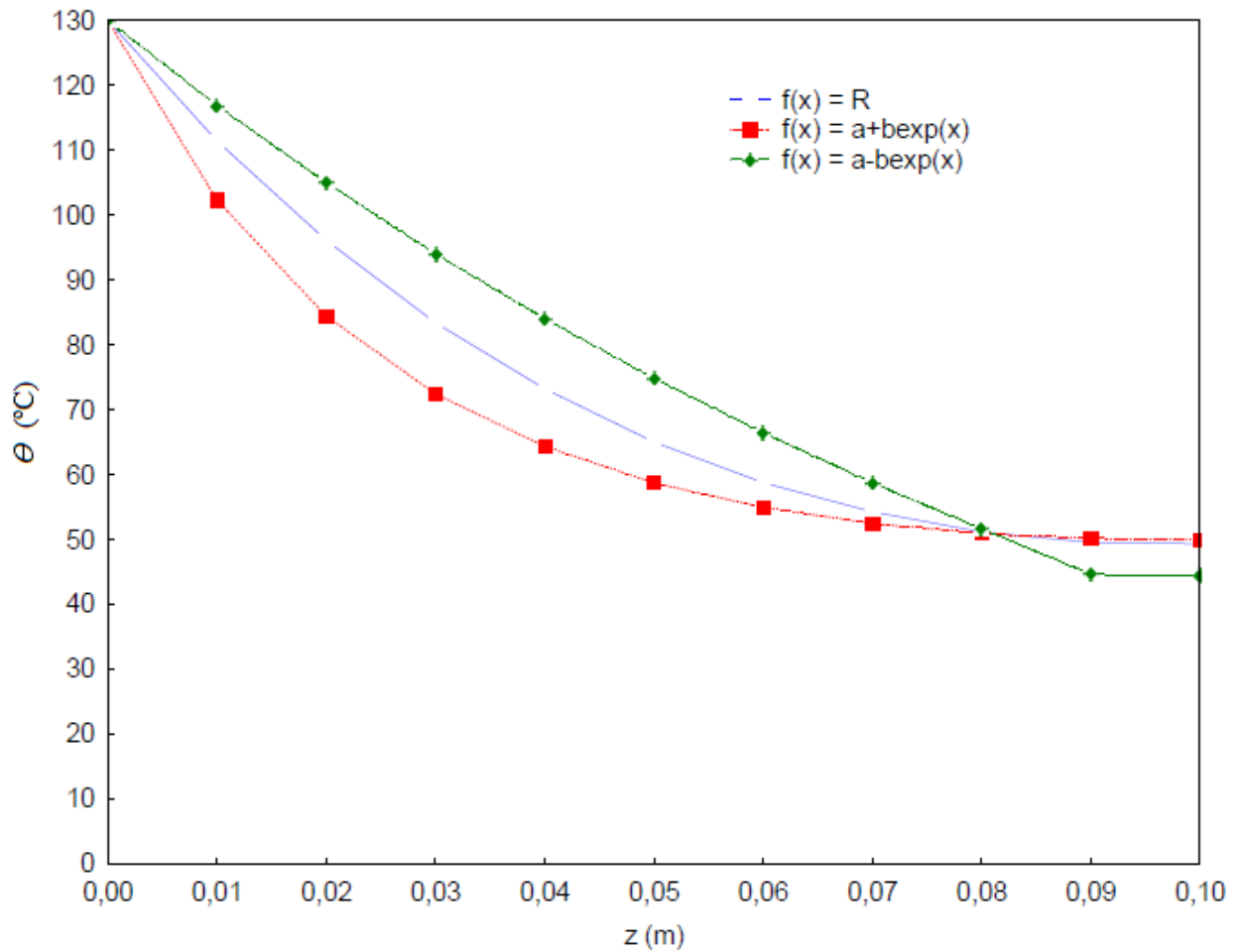


Figura 10: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas exponenciais

Analisando os valores de Θ , nota-se que, para $z = 0,10$ m, a aleta cuja geratriz é $f_9(z)$ apresenta temperatura menor que a aleta exponencial de área da seção reta crescente e que a aleta piniforme. Isto significa que a extremidade oposta à base dessa aleta encontra-se mais fria do que as extremidades das aletas piniforme e $f_8(z)$. Todavia, percebe-se que tal fato ocorre apenas a partir de $z = 0,08$ m, pois, antes desse valor de z , a aleta cuja geratriz é $f_8(z)$ apresentava menor Θ .

5.5. Aletas Hiperbólicas

A partir das expressões da Tabela 7, é possível resolver a Equação 1 e o perfil de temperatura nas aletas hiperbólicas pode ser obtido e comparado ao perfil de temperatura da aleta piniforme de raio R , como é mostrado na Figura 11.

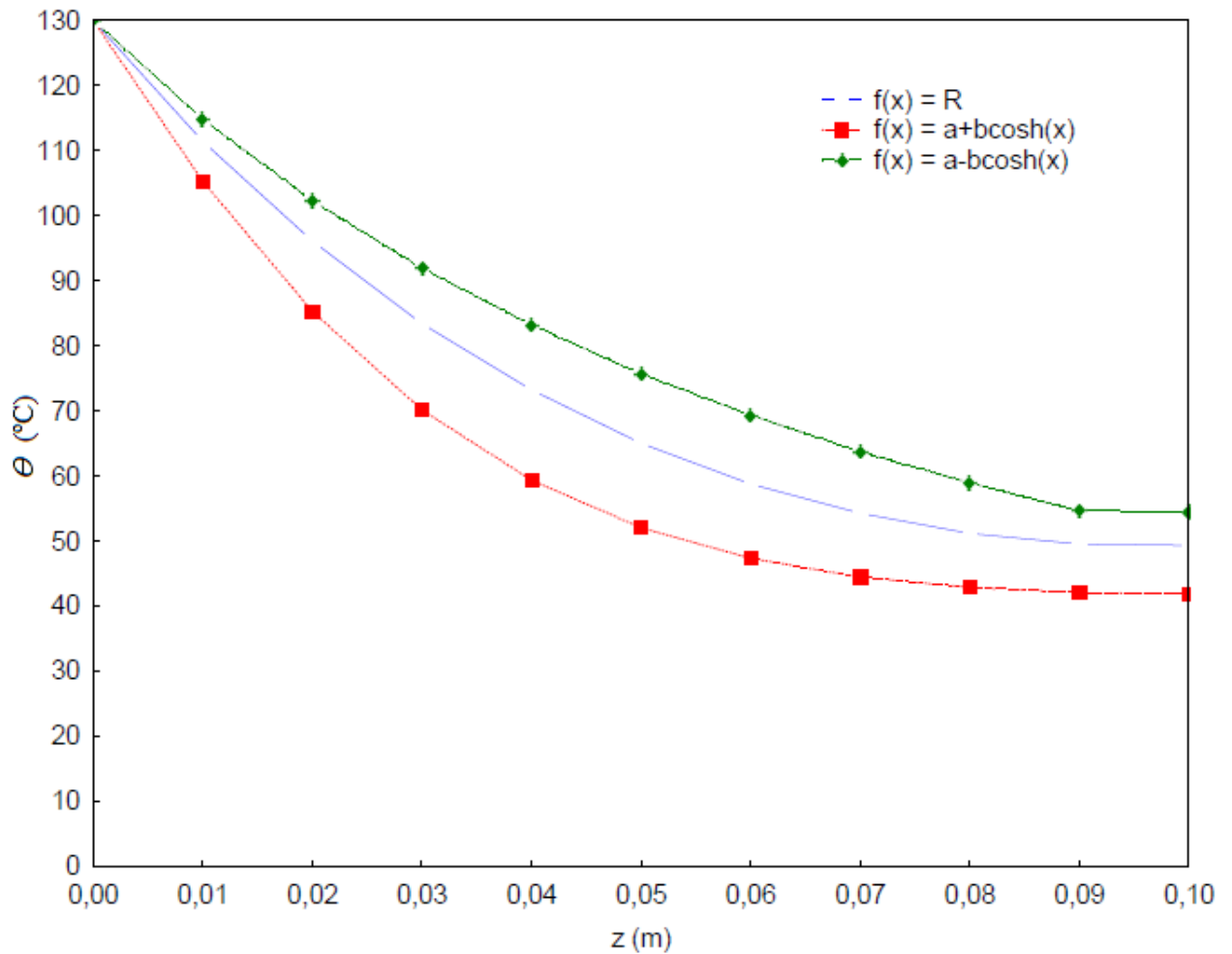


Figura 11: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas hiperbólicas

A partir da Figura 11, observa-se que a aleta cuja geratriz é $f_{10}(z)$ se manteve mais fria (ou com menor Θ) para qualquer valor de z , isto é, a sua temperatura para qualquer valor de z está mais próxima de T_{∞} do que a temperatura das demais aletas comparadas na Figura 11. A aleta da geratriz $f_{11}(z)$ foi a que a temperatura em $z = 0,10$ m ficou mais distante de T_{∞} .

5.6. Aletas Senoidais

Conforme feito anteriormente, pode-se encontrar o perfil de temperatura ao longo das aletas senoidais e comparar os perfis encontrados com aquele da aleta piniforme de raio $R = 0,0025$ m. Os perfis de temperatura das aletas senoidais e da aleta piniforme são apresentados na Figura 12.

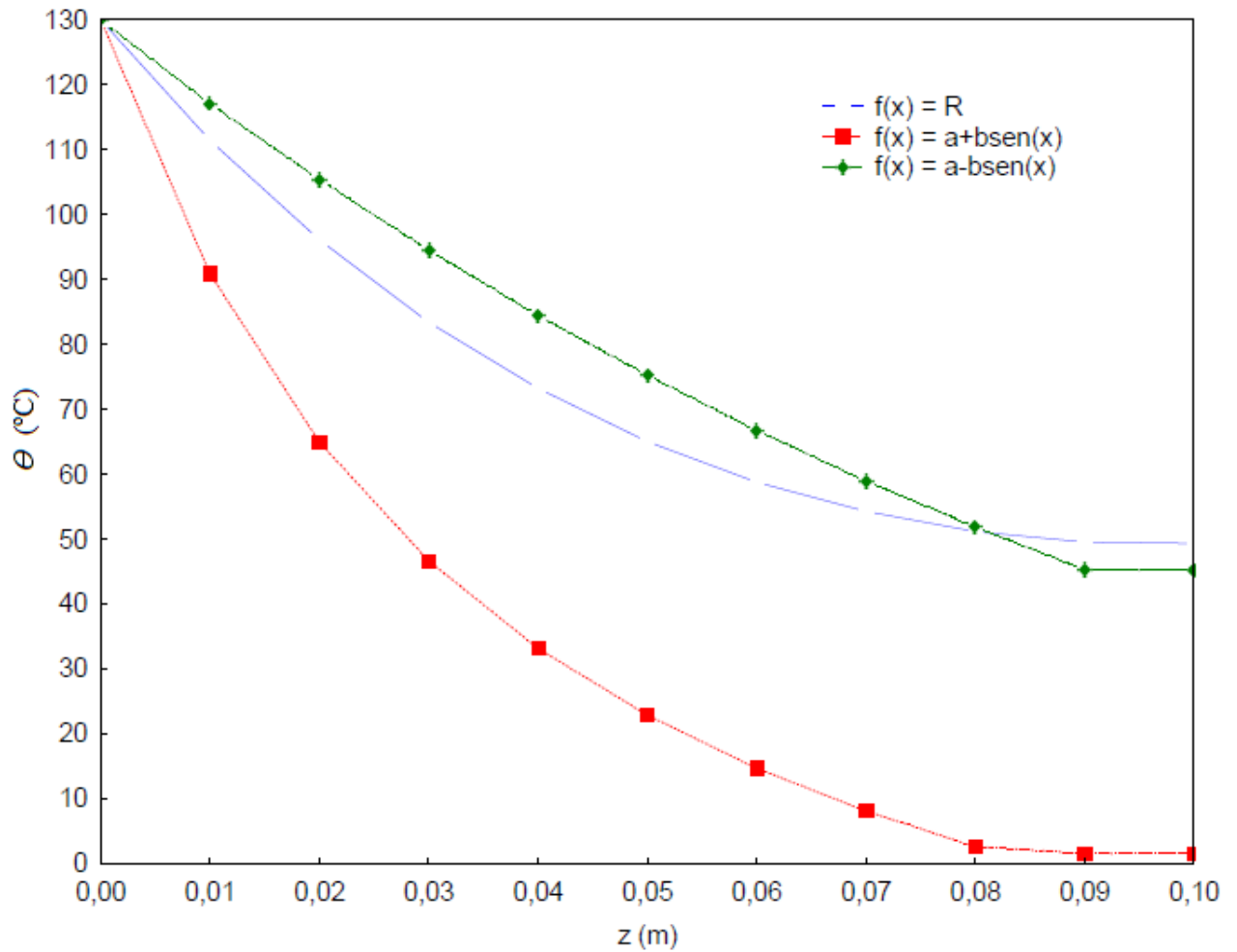


Figura 12: Perfil de temperatura ao longo de z para aletas senoidais

Observa-se na Figura 12 que, assim como ocorrido nas aletas quadráticas (Figura 8), a aleta senoidal com área da seção reta crescente (em vermelho) teve, em $z = 0,10$ m, Θ de aproximadamente zero, ou seja, sua temperatura na extremidade oposta à sua base foi quase igual a T_{∞} . A aleta senoidal com área da seção reta decrescente teve seu Θ menor que o Θ da aleta piniforme apenas após $z = 0,08$ m, ou seja, sua temperatura esteve maior que a temperatura da aleta piniforme na maior parte de sua extensão.

5.7. Dissipação de Calor e Volume das Aletas

Através das expressões da Tabela 8, pode-se calcular o volume e a dissipação de calor em cada aleta, visto que V e q são trazidas como função de $f_M(z)$. Os dados de dissipação de calor nas aletas e de seu volume são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9: Dados de dissipação de calor e volume das diversas aletas

Geratriz	M	q (J/s)	V (m ³)
Piniforme	1	0,53	$1,9635 \cdot 10^{-6}$
Linear Crescente	2	0,64	$8,5085 \cdot 10^{-6}$
Linear Decrescente	3	0,45	$1,9635 \cdot 10^{-7}$
Quadrática Crescente	4	0,71	$2,241 \cdot 10^{-6}$
Quadrática Decrescente	5	0,48	$1,0472 \cdot 10^{-6}$
Cúbica Crescente	6	0,58	$5,049 \cdot 10^{-6}$
Cúbica Decrescente	7	0,50	$1,2623 \cdot 10^{-6}$
Exponencial Crescente	8	0,66	$8,3777 \cdot 10^{-6}$
Exponencial Decrescente	9	0,46	$6,1663 \cdot 10^{-6}$
Hiperbólica Crescente	10	0,61	$6,1509 \cdot 10^{-6}$
Hiperbólica Decrescente	11	0,48	$1,0474 \cdot 10^{-6}$
Senoidal Crescente	12	0,81	$8,5146 \cdot 10^{-6}$
Senoidal Decrescente	13	0,45	$6,5378 \cdot 10^{-7}$

A partir dos dados contidos na Tabela 9, percebe-se que existem vários formatos de aletas que superam o formato tradicional (aletas piniformes) na dissipação de calor. Tecnicamente, deseja-se a maior dissipação de calor possível e isso é alcançado na aleta senoidal de área da seção reta crescente. Nessa aleta, a dissipação de calor foi elevada em 52,8% quando comparada à dissipação na aleta piniforme.

Todavia, quando comparado o volume da aleta senoidal de seção reta crescente com o volume da aleta piniforme, tem-se um incremento de 333,6%, o que pode representar uma elevação muito grande dos custos de produção da superfície estendida.

Em contrapartida, a Tabela 9 mostra ainda que, utilizando a aleta quadrática de seção reta crescente, tem-se um aumento de 34% na dissipação quando comparada à aleta piniforme e, ainda comparado a esta, seu volume tem um incremento de apenas 14,1%. Assim, o aumento no custo denotado pelo incremento de volume seria pequeno quando comparado com a melhora alcançada na dissipação de calor.

7. CONCLUSÃO

Com os estudos proferidos neste trabalho, pode-se concluir que, embora muito difundidas nas indústrias químicas e alimentícias e em equipamentos mecânicos, as aletas piniforme podem não ser a superfície estendida mais vantajosa a se empregar.

Em termos gerais, é interessante notar que, das aletas estudadas, apenas melhoram a dissipação de calor em relação à aleta piniforme aquelas cuja seção reta era crescente, sendo que todas as aletas com seção reta decrescente tiveram a dissipação de calor diminuída e, portanto, apresentaram desvantagem com relação à aleta piniforme nesse quesito.

Todavia, as aletas com área da seção reta crescente apresentaram um incremento no volume. Isso pode acarretar em maiores gastos na confecção da superfície devido ao maior uso de material metálico (no caso de nossos estudos, cobre).

Portanto, com este trabalho, pôde-se concluir que existem sim formas mais vantajosas de aletas que as convencionais, porém dois fatores devem ser observados: acréscimo na dissipação de calor e acréscimo no volume (custo).

Esse trabalho traz como possibilidade para trabalhos futuros o estudo de novas geratrizes e diferentes condições operacionais para novas conclusões sobre aletas não convencionais que superem a aleta piniforme na dissipação de calor. Além disso, tem-se a possibilidade de estudar a confecção de aletas com materiais mais baratos que os convencionais (cobre, alumínio e etc.) e analisar se a maior dissipação de calor da aleta não convencional compensaria a menor condução desse novo material.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ARAÚJO, C. Transmissão de Calor. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1978.
2. BENNET, C. O.; MYERS, J. E. Fenômeno de Transporte – Quantidade de Movimento, Calor e Massa. São Paulo: Editora LTC, 2003.
3. BERGMAN, Theodore L.; LAVINE, Adrienne S.; QUEIROZ, Eduardo Mach. Fundamentos de Transferência de Calor E de Massa . Grupo Gen-LTC, 2000.
4. BIRD, R. B, STEWART, W. E., LIGHTFOOT, E. N. Transport Phenomena. São Paulo: LTC, 2004.
5. BIRD, R. Byron; STEWART, Warren E.; LIGHTFOOT, Edwin N. **Fenômenos de Transporte**, 2ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2004.
6. CENGEL, Yunus A.; GHAJAR, Afshin J. **Transferência de Calor e Massa**. Amgh Editora, 2009.
7. CHIWIACOWSKY, Leonardo Dagnino. Uso da Função de Transferência em problemas de condução do calor com a Lei de Fourier modificada. 2002.
8. CORDOBA TUTA, E. J.; FUENTES DIAZ, D. A. Modeling and simulation of flow in fin-and-tube heat exchangers with phase change in the coolant side. REVISTA INTERNACIONAL DE METODOS NUMERICOS PARA CALCULO Y DISEÑO EN INGENIERIA, v. 32, n. 1, p. 31-38, 2016.
9. DA SILVA, Osmar Henrique Moura; LABURÚ, Carlos Eduardo; NARDI, Roberto. Reflexões para subsidiar discussões sobre o conceito de calor na sala de aula. **Caderno brasileiro de ensino de física**, v. 25, n. 3, p. 383-396, 2008.
10. INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P. **Fundamentos de transferencia de calor**. Pearson Educación, 1999.
11. KIWAN, S.; AL-NIMR, M. A. Using porous fins for heat transfer enhancement. **Journal of heat transfer**, v. 123, n. 4, p. 790-795, 2001.
12. SANTOS, Wellington Pereira; DE MATOS JORGE, Luiz Mario. User-friendly simulator for an educational fin heat transfer module. Acta Scientiarum Maringá, v. 23, n. 6, p. 1427-1432, 2001.