

Universidade Federal de Uberlândia

Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal

Curso de Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso

**MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O
ESTUDO DE FUNÇÃO AFIM: UMA
POSSIBILIDADE DE APRENDIZAGEM
A PARTIR DA CONTA DE ÁGUA**

por

Cássia Silva Costa

Licenciatura em Matemática – Ituiutaba - MG

Orientador: Prof. Dr. Rogério Fernando Pires

Coorientador: Prof. Me. Carlos Eduardo Petronilho Boiago

MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O ESTUDO DE FUNÇÃO AFIM: UMA
POSSIBILIDADE DE APRENDIZAGEM A PARTIR DA CONTA DE ÁGUA

Este exemplar corresponde à redação final da Monografia devidamente corrigida e defendida por **Cássia Silva Costa** e aprovada pela comissão julgadora, sob a orientação do Prof. Dr. Rogério Fernando Pires e coorientador Prof. Me. Carlos Eduardo Petronilho Boiago.

Ituiutaba, 10 de dezembro de 2018.

Prof. Dr. Rogério Fernando Pires

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Rogério Fernando Pires.

Prof. Dr. Vlademir Marim.

Prof. Dr. Homero Ghioti da Silva.

Prof. Me. Carlos Eduardo Petronilho Boiago

Monografia apresentada ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal, UFU como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

“Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino.”

(Paulo Freire, 2004, p.85)

Agradecimentos

A elaboração deste trabalho só foi possível, graças à participação e contribuição das pessoas e órgãos que posso agradecer nesse momento:

A Deus por ter me iluminado e me guiado em todos os momentos difíceis na caminhada desse curso. A ele a honra e glória!

Aos meus pais Elson e Suzeni pela lição de vida, responsabilidade e luta, em especial a minha mãe que significou segurança e força para que chegasse até essa etapa da minha vida.

Ao meu irmão Wesley, pelo carinho que tem comigo e por sempre acreditar e torcer pelo meu êxito.

A minha sobrinha Larissa, que nesse período chegou ao mundo recheando minha vida de alegria e amor.

Aos meus amigos, Adriele e Leandro, pela troca de experiência, cumplicidade e amizade e pela disponibilidade que por muitas vezes me ajudaram para além dos muros da Universidade. Irmãos da vida!

Ao orientador Rogério Fernando Pires, pela orientação do trabalho.

Ao coorientador Carlos Eduardo, pela amizade e parceria, pela ajuda na construção deste trabalho e por ceder sua sala de aula para realização da minha pesquisa de campo.

A direção da escola que permitiram a aplicação e desenvolvimento de nosso trabalho de pesquisa.

Aos alunos do 1º ano do Ensino Médio pela valiosa contribuição e empenho na realização das atividades.

A todos os professores da Licenciatura em Matemática, pelo apoio e incentivo constantes durante toda minha formação.

Ao CNPQ, pelo auxílio financeiro, através da bolsa de Iniciação Científica.

Enfim, sou grata a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para realização deste trabalho.

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa realizada com alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Ituiutaba – MG, que buscou investigar as potencialidades e limitações de uma intervenção de ensino a partir da análise da conta de água desses estudantes seguindo os pressupostos da Modelagem Matemática, da Educação Matemática Crítica e dos Registros de Representação Semióticas. O estudo de cunho qualitativo e quantitativo contou com a participação de 30 alunos que durante dezesseis encontros realizaram atividades que possibilitaram modelar o consumo d'água nas residências no município de Ituiutaba. As tarefas propostas, pautou-se na possibilidade do uso das atividades cognitivas de conversão e tratamento, referentes a teoria de Raymond Duval. Diante dos registros apresentados foi evidenciado que em atividades com tratamentos de registros numéricos, os alunos tiveram melhor desempenho do que usando a conversão de registros. Diagnosticou-se ainda, que a transição do registro algébrico para o registro gráfico do objeto matemático (função afim), apresenta uma dificuldade para os alunos. Em outra perspectiva, os estudantes passaram a ter uma atitude crítica mediante aos resultados encontrados, a ponto de descobrirem que no município são cobradas tarifas diferentes dependendo do bairro, e que, para a primeira faixa de consumo, o indivíduo que obteve um menor consumo real, paga a mesma quantia daquele que consumiu mais.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Função Afim, Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPITULO 1	14
REFERÊNCIAL TEÓRICO	14
1.1 Modelagem Matemática.....	14
1.2 Educação Matemática Crítica	18
1.3 Teoria dos Registros de Representação Semióticas	19
CAPÍTULO 2	23
ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	23
2.1 Introdução.....	23
2.2 Fundamentação Teórico - Metodológico.....	24
2.3 Universo da Pesquisa	25
2.3.1 Descrição da escola e dos sujeitos investigados.....	25
2.3.2 Apresentação dos instrumentos de produção e coleta de dados	26
CAPITULO 3	33
ANÁLISE E RESULTADOS.....	33
3.1 Introdução.....	33
3.2 Análise do desempenho dos alunos nas tarefas	33
3.3 Análise das estratégias realizadas pelos alunos	36
3.4 Análise das impressões dos alunos em relação a intervenção de ensino	51
CONSIDERAÇÕES FINAIS	58
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60
ANEXOS	62

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Resolução apresentada por A10. (arquivo da autora).....	37
Figura 2. Resolução apresentada por A5. (arquivo da autora).....	38
Figura 3. Resolução apresentada por A18. (arquivo da autora).....	39
Figura 4. Resolução apresentada por A8. (arquivo da autora).....	41
Figura 5. Resolução apresentada por A4. (arquivo da autora).....	42
Figura 6. Resolução apresentada por A13. (arquivo da autora).....	43
Figura 7. Resolução apresentada por A14. (arquivo da autora).....	44
Figura 8. Resolução apresentada por A9. (arquivo da autora).....	45
Figura 9. Resolução apresentada por A14. (arquivo da autora).....	46
Figura 10. Resolução apresentada por A28. (arquivo da autora).....	47
Figura 11. Exemplos de respostas apresentadas pelos alunos. (arquivo da autora)	48
Figura 12. Exemplos de respostas apresentadas pelos alunos.(arquivo da autora).	50

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Passos para leitura da conta de água	28
Quadro 2 – Tarifas Domiciliares	29
Quadro 3 - Síntese das tarefas propostas aos estudantes.	29
Quadro 4 - Aproveitamento dos estudantes nas tarefas propostas.....	34
Quadro 5 - Classificação dos erros dos alunos	40
Quadro 6 - Categorias da questão 1.	52
Quadro 7 - Categorias da questão 2	53
Quadro 8 - Categorias da questão 3.	54
Quadro 9 - Categorias da questão 4.	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Desempenho apresentado pelos estudantes	35
--	----

INTRODUÇÃO

Um dos objetivos para o ensino da Matemática na escola básica, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) é saber selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente. Nem sempre as aulas propiciam condições para que os próprios alunos busquem informações para, a partir delas, construir novos conhecimentos. Além disso, comunicar-se matematicamente e estabelecer conexões com temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares são competências pouco desenvolvidas nesta área.

Por isso, o ensino da Matemática não pode ficar atrelado à simples memorização de técnicas, já que a Matemática se constitui como um conhecimento produzido pelo homem, desenvolvedor de seu raciocínio lógico, estimulando o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. A atividade matemática é um desafio necessário em nossa sociedade. Para que isso se torne possível de fato, é necessário que exista uma postura de ensino apropriada e significativa, relacionando o papel do professor e as práticas apropriadas para a aprendizagem e ensino de Matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) sugerem a metodologia resolução de problemas para o ensino da Matemática.

No entanto, sabe-se que utilizar essa metodologia não é uma tarefa simples, pois para a compreensão dos problemas de interpretação e aprendizagem dos alunos, tem-se a finalidade de trabalhar com pesquisas, desenvolver o hábito de leitura e interpretações buscando o amadurecer do conhecimento, isso faz com que ocorra no seio dos cursos de licenciatura investigações sobre a prática docente, as escolhas metodológicas e o desempenho dos discentes dentre as várias representações matemáticas dos conceitos referentes ao componente curricular.

Um dos recursos que o professor pode utilizar em suas aulas é a Modelagem Matemática, porque ela proporciona atividades investigadoras, interativas e dinâmicas, levando os alunos a relacionarem o que estudam na escola com a realidade em

diversas áreas do conhecimento e compreender melhor os conceitos matemáticos em sua prática social.

Bassanezi afirma que a “Modelagem Matemática utilizada como estratégia de ensino-aprendizagem é um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de Matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável.” (BASSANEZI, 2002, p.177).

A primeira experiência com a metodologia de Modelagem Matemática deu-se na disciplina de Educação Matemática IV no curso de Licenciatura em Matemática do ICENP/UFU, em que esta autora teve a oportunidade de realizar uma proposta de Modelagem Matemática a qual teve por objetivo investigar duas contas de água de empresas distintas, sendo possível construir pensamentos a partir dos dados encontrados, a fim de calcular o valor total a ser pago. Nesse sentido, foi estabelecido um estudo algébrico colocando em rumo à construção de equações, as quais puderam ser deduzidas e caracterizadas como funções polinomiais de primeiro grau, podendo então estabelecer determinadas relações.

Já a segunda vivência aconteceu no período em que era bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica PIBIC/CNPQ/UFU. O projeto da iniciação científica foi coordenado pelo professor doutor Rogério Fernando Pires da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Campus do Pontal, tendo como colaborador o professor da escola concedente Carlos Eduardo Petronilho Boiago, o qual tem integralização no curso de Licenciatura em Matemática pela antiga Faculdade de Ciências Integradas do Pontal – FACIP, atual Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal – ICENP, e no momento é doutorando do Programa de Pós Graduação em Educação da Faculdade de Educação da UFU. Essa situação foi mais duradoura, pois houve um momento de planejamento e elaboração de atividades que subsidiaram a pesquisa realizada com os alunos do 1º ano do Ensino Médio, buscando compreender como ocorre a aprendizagem de estudantes, quando é utilizada a Modelagem Matemática como metodologia de ensino.

Diante do exposto, surgiu o seguinte questionamento, que será objeto deste estudo: Quais as potencialidades e limitações de uma sequência de atividades sobre função afim para alunos do 1º ano do Ensino Médio pautada nos pressupostos da Modelagem Matemática e da Educação Matemática Crítica à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica?

A partir dessa questão, destacamos que o objetivo principal dessa pesquisa, é analisar as potencialidades e limitações de uma sequência de atividades sobre função afim para alunos do 1º ano do Ensino Médio pautada nos pressupostos da Modelagem Matemática e da Educação Matemática Crítica à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Por questão de organização, o trabalho está constituído da seguinte maneira: primeiro apresentamos a introdução com um breve relato do enfoque da pesquisa e das experiências da pesquisadora com a Modelagem Matemática.

No primeiro capítulo, é realizado um embasamento teórico com diversos autores da área da Educação Matemática, sobre o que é Modelagem Matemática, o Modelo Matemático, as contribuições da Modelagem Matemática no ensino de Matemática e a Educação Matemática Crítica. Outro referencial teórico que rege nossa pesquisa, diz respeito aos Registros de Representação Semióticas.

No segundo capítulo, aborda-se a metodologia discorrendo sobre a escola, onde foi realizada a pesquisa, caracterizando-a em termos de estrutura institucional, o perfil da classe escolhida, o caminho percorrido para realização deste trabalho e as intervenções de ensino.

No terceiro capítulo discutiremos os resultados das etapas da construção do Modelo Matemático, através da observação feita no decorrer do projeto e das atividades realizadas pelos alunos.

Para finalizar, apresentaremos as considerações finais, evidenciando a aplicação da Modelagem Matemática na escola, as reflexões sobre o que o que foi vivenciado e aprendido, além da ponderação sobre as expectativas quanto ao futuro profissional da pesquisadora.

CAPITULO 1

REFERÊNCIAL TEÓRICO

1.1 Modelagem Matemática

A modelagem matemática não é uma ideia recente. Ela esteve sempre presentes na criação das teorias científicas e, em especial na criação das teorias matemáticas. (Biembengut, 2003 p.15).

A ideia de abordagem da Modelagem da Matemática parte-se de um tema real do cotidiano, baseado na experiência dos alunos sobre determinado assunto e mostram-se aplicações práticas de algum conteúdo da matemática, com a finalidade, de facilitar o entendimento dos alunos sobre tal assunto.

Atualmente diversos pesquisadores da área tem se discutido bastante sobre a Modelagem Matemática para o ensino da Matemática, dentre eles, pode-se citar, Bassanezi (2004) e Biembengut & Hein (2007), todos com ideias de relacionar conteúdos escolares com um problema do contexto do aluno. Mas o que é Modelagem Matemática? Algumas investigações indicam que há diversas áreas de pesquisas sobre o assunto. Muitos autores,

entretanto, caracteriza a Modelagem Matemática como um processo usado para se obter e regularizar modelos matemáticos a partir da realidade e do contexto do aluno.

Segundo Bassanezi, (2004), a modelagem consiste na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. Conforme o autor, a Modelagem Matemática só funciona a partir do momento em que todos envolvidos se conscientizam que ela e a realidade estão associadas, e também deve ter uma sequência em que haja experimentação, abstração, resolução, validação e aplicação da mesma.

Segundo Biembengut (2007) podemos dizer que genericamente, Matemática e realidade são dois conjuntos separados e a Modelagem é um meio de fazê-los interagir.

Dessa forma, podemos fazer da Matemática algo mais interessante a partir do momento em que os alunos a enxergam em sua vida, na sala de aula, no trabalho, em seus passeios, enfim, em seu cotidiano. A Modelagem é uma ferramenta que tem o domínio de unir a matemática e a realidade, de forma com que ela abranja todas as disciplinas e conteúdo de maneira interdisciplinar e contextualizada.

Para Biembengut e Hein Modelagem Matemática pode ser vista como “formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”. (Biembengut e Hein, 2009, p.13)”.

Quando o professor usa um conjunto de símbolos e relações matemáticas a fim de traduzir um fenômeno ou problema real, este utiliza então um modelo matemático (Biembengut e Hein, 2009), capaz de “despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente”. (Biembengut 1999, p. 36)

Ainda na perspectiva de Biembengut e Hein (2009) esse processo de Modelagem como processo matemático é dividido em três etapas, quais sejam:

a) Interação: é o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado. A situação-problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados.

b) Matematização: seu objetivo principal é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas ou gráficas, ou representações, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.

c) Modelo Matemático: esta etapa consiste em verificar, interpretar e validar se o modelo matemático obtido soluciona a situação-problema estudada. É interpretação do

modelo, verificação e a sua validação. Se o modelo não for viável, Biembengut (2009, p.15) sugere que “o processo deve ser retomado na segunda etapa – matematização - mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis etc”.

No entender de Granger (1969), o modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções.

De acordo com Bassanezi (2002) o modelo matemático é considerado um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma, o objeto estudado. Um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.

O processo de Modelagem consiste em interpretar matematicamente situações oriundas do mundo real em que as pessoas vivem. Assim esse processo pode ter seu início a partir dos dados encontrados em contas de energia, água, telefone, etc., cujas informações podem ser interpretadas por modelos dinâmicos relacionados às funções e modelos estáticos, como aqueles da Geometria Plana e Espacial. Para a criação de modelos é preciso partir de um fato real ou objeto e realizar uma coleta de dados, fazer reconhecimento do papel da Matemática na sociedade, aquisição de conceitos matemáticos e suas aplicações, desenvolvimento do conhecimento reflexivo e os processos cognitivos desenvolvidos pelos alunos.

“Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”. (Barbosa, 2011).

Ao observar toda a discussão sobre o ensino por meio da modelagem, surge um questionamento: Por que utilizar Modelagem Matemática como metodologia de ensino? Muitas das vezes os alunos questionam o professor o motivo pelo qual devem estudar determinados conteúdos de Matemática, para que servem e se algum dia tais conteúdos terão utilidades.

Nas aulas de Matemática, o professor tem utilizado situações desconectadas da realidade do aluno, as quais não fazem sentido em suas vidas, o que certamente poderá prejudicar no desenvolvimento da aprendizagem.

Para que o professor possa utilizar a Modelagem Matemática como método de ensino em suas aulas, ele precisa ter um bom conhecimento sobre ela, sobre o conteúdo de

matemática e ter noções em outras áreas de conhecimento. De maneira simples a Modelagem matemática pode ser entendida como o uso da matemática para estudar problemas reais.

D'Ambrosio (1986) trata a Modelagem Matemática como uma forma de interação do conteúdo específicos da sala de aula com situações reais. De acordo com o autor a modelagem é um processo muito rico para abordar questões reais o que resulta em uma solução efetiva do problema e que certamente não é uma simples resolução de um problema matemático artificial.

Dessa forma, a Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece e ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente.

Brumano (2014) *apud* Burak (2004, p. 3), concebe a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino que se constitui em um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões. Bassanezi ilustra esse posicionamento ao comentar que:

A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural (BASSANEZI, 2002, p. 38).

A modelagem sugere que a partir de situações reais, o aluno tenha condições resolver e solucionar problemas. Por meio dela, os alunos problematizam e investigam essas situações. Porém, em sala de aula, o professor deve respeitar o programa e planejamentos, não ficando estritamente ligados a modelagem por si só. Quando o professor se interessa pelo processo de modelagem, decide aplicá-lo e ainda assim preocupa em atender ao seu cronograma, então ocorre a chamada modelação matemática. Segundo Biembengut e Hein (2009), o professor pode escolher determinados modelos e recriá-los em sala de aula, juntamente com os alunos de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto.

A respeito da modelação Biembengut e Hein (2007), comentam:

Na modelação, o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo a sua recriação em sala de aula, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto. (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 29).

Modelação Matemática é o método que alienado na Modelagem, desenvolve os conteúdos matemáticos em ensino regular, assim como no ensino médio, através da análise e da criação de modelos, admitindo a possibilidade de estabelecer uma relação da Matemática com outras áreas do conhecimento humano, bem como a Matemática com ela própria, o que pode ser apresentado como aplicação da prática cotidiana, despertando o interesse do aluno.

Este processo contribuiu de forma decisiva na compreensão dos conceitos matemáticos, para estimular a criatividade e capacidade do aluno e, também, desenvolver habilidades para resolver problemas.

1.2 Educação Matemática Crítica

Desmistificar a matemática como sendo o "algo difícil" das salas de aula é tarefa a qual todo o professor desta disciplina deve se dedicar. E, acima de tudo, precisamos mostrar a Matemática como tendo uma função relevante na vida cotidiana, na ciência e no desenvolvimento do educando como um ser social. Os Parâmetros Curriculares Nacionais apresenta que:

(...) a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. (PCN, Brasil, 1998)

Integrada a partir dos anos 80, a Educação Matemática Crítica tem como objetivo colaborar para a melhoria do processo de ensino aprendizagem que vai além da simples transmissão de conhecimento, ou seja, tem preocupação fundamental em trazer informações que estimulem o indivíduo a buscar comprometimento com questões sociais de sua realidade e aspectos políticos da Educação Matemática. Almeida e Silva (2010) *apud* Skovsmose (2001), ressalta que:

O movimento da Educação Crítica integrou-se à Educação Matemática a partir da década de 1980 e, preocupa-se em desenvolver habilidades que vão além do conhecimento matemática e permitem ao estudante uma participação crítica em sociedade para entender e discutir questões políticas, sociais, econômicas nas quais a matemática é usada como 'pano de fundo' (ALMEIDA e SILVA, 2010).

A Educação Matemática Crítica preocupa como a matemática influencia os nossos ambientes nos âmbitos da sociedade e, sobretudo com os aspectos sociais e políticos.

Tendo a percepção de que a palavra “crítica” gera inúmeras interpretações, evidencia-se a concepção de Skovsmose (2008) ao afirmar que, para ser crítico, é preciso questionar,

analisar e através do senso crítico buscar alternativas para solucionar conflitos e as verdades impostas pela sociedade.

Cabe ainda ressaltar que Skovsmose (2006, p. 101) declara que a crítica na educação considera os seguintes aspectos: 1) uma investigação de condições para a obtenção do conhecimento; 2) uma identificação dos problemas sociais e sua avaliação; e 3) uma reação às situações sociais problemáticas. Para este processo ele apresenta uma ideia unificadora ao afirmar:

Para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa. (SKOVSMOSE, 2006, p. 101).

Diante dessas considerações, pode-se compreender que essa educação crítica objetiva despertar questionamentos, propicia ao estudante um senso crítico, estimulando a criticidade, podendo favorecer uma melhor participação social.

1.3 Teoria dos Registros de Representação Semióticas

Visando contribuir para a compreensão da apreensão dos objetos matemáticos presentes nas atividades de Modelagem Matemática, será utilizada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta pelo filósofo e psicólogo Raymond Duval, foi criada com o objetivo de estudar e analisar como funciona o pensamento para a obtenção do conhecimento pelo aluno, por meio de representações e a forma que processa a aprendizagem. Para o autor, a utilização de diferentes registros de representação associados a um mesmo objeto matemático, o tratamento, a conversão e a coordenação adequada entre estes registros possibilita o aluno entender o objeto matemático como um todo.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica busca analisar a influência das representações dos objetos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Segundo o autor, esses registros semióticos são “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento” (Duval. 2012, p. 269).

Segundo Duval (2012), as representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. Assim, fica evidente a importância do uso das representações semióticas no processo de estudo dos objetos matemáticos.

É por meio dos registros de representação que são definidos os diversos tratamentos utilizados no estudo dos objetos matemáticos, realçando a importância dos registros para construção do conhecimento.

O tratamento de um registro de representação consiste em transformar a representação do objeto matemático mantendo o próprio registro em que se desenvolveu.

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexão e simetria. (DUVAL, 2003, p.16)

Assim, se o conceito de um determinado assunto, por exemplo, “porcentagem”, o professor utilizar somente o método da regra de três como resolução, na medida em que os alunos realizarem os cálculos irão compreender como faz para calcular o resultado de uma aplicação de porcentagem, realizando apenas tratamentos em um só tipo de representação. Isso não significa que o aluno compreendeu o conceito, só mostra que ele sabe manipular uma das representações desse objeto matemático.

Desse modo, é preciso adequar uma abordagem que relacione vários registros para a compreensão de um conceito matemático. Nesse sentido, Duval (2012) sugere que a conversão entre os registros de representação semiótica sejam exploradas.

Segundo Duval (2012), a conversão é a transformação de uma representação de um objeto matemático interpretado em outra representação. O autor estabelece três tipos de conversão para os registros: A *ilustração* (é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural), a *tradução* (é a conversão de uma representação linguística numa língua dada, em outra representação linguística de outro tipo de língua) e a *descrição* (é a conversão de uma representação não verbal).

No entanto, ao realizar a atividade de conversão é preciso que os alunos saibam diferenciar a representação do conceito matemático representado.

Desse modo, conforme o autor, a análise dos tratamentos é totalmente distinta das conversões, pois acomete a dois diferentes domínios cognitivos, ou seja, os tratamentos são tarefas de produções, internos a um determinado conteúdo e já as conversões, são tarefas de compreensão que ocorrem entre os registros.

Duval (2004), diz que quando acontece a transformação de um registro para outro à atividade de conversão apresenta fenômenos característicos que envolvem os conceitos de congruência e de não-congruência e a importância do sentido da conversão.

O autor ainda menciona a importância de estabelecer a diferença entre esses fenômenos e analisar a atividade de conversão, para comparar as representações no registro de partida com o registro de chegada.

Esquemáticamente duas situações podem ocorrer. Ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação - diz então que há congruência -, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não-congruência. Existem na verdade muitos fatores que estabelecem o caráter de congruência e não-congruência de uma conversão [...] (DUVAL, 2003, p. 19).

Assim sendo, o autor considera que a atividade de conversão não é algo estritamente conceitual, visto que, envolve o conceito de congruência e não congruência. Uma conversão é considerada congruente quando ocorre a passagem natural de um registro de representação de partida para outro registro de representação de chegada. Um exemplo de Duval (2004) para exemplificar uma conversão congruente é:

Tomemos por exemplo a seguinte expressão e sua conversão em escrita algébrica: “o conjunto de pontos cuja ordenada é superior a abscissa” - $y > x$. Prevê-se que para efetuar a conversão é suficiente uma correspondência término a término entre as unidades significantes respectivas. Neste caso, a conversão inversa permite voltar a encontrar a expressão inicial do registro de partida (p. 50).

Já a não-congruência ocorre quando é necessário utilizar algum conhecimento prévio, o qual não está no registro de partida para chegar ao registro de chegada.

Seja agora a expressão: “o conjunto de pontos que tem uma abscissa positiva - $x > 0$. Na escritura algébrica não existe uma unidade significativa que corresponda a ‘positivo’; então para suprir essa carência é necessário recorrer a “ > 0 ”, que é a combinação de duas unidades significantes. Aqui não há correspondência término a término entre as unidades significantes respectivas da expressão: é necessária uma reorganização da expressão dada no registro de partida para obter a expressão correspondente no registro de chegada (DUVAL, 2004, p.50)

Para Duval (2012), isso pode ser considerado um paradoxo cognitivo do pensamento matemático em que a compreensão dos objetos matemáticos pode não ser mais do que uma compreensão conceitual e o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas.

Segundo Duval (2012),

Este paradoxo pode constituir-se num grande círculo para a aprendizagem. Como os sujeitos em aprendizagem poderiam não confundir os objetos matemáticos com as suas representações semióticas, se eles podem tratar apenas com as representações semióticas? (Duval, 2012, p. 268).

Neste sentido, Duval (2012) sugere que a aprendizagem efetiva das propriedades de um objeto ocorre justamente na passagem de um registro para outro, pois as diferentes representações apresentam diferentes peculiaridades sobre um mesmo objeto.

O funcionamento cognitivo do pensamento humano evidencia inseparável da existência de diferentes registros semióticos de representação, chamada “*semiose* a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e *noesis* a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose” (Duval. 2012, p. 270).

Segundo Duval (2003), a atividade matemática de utilizar simultaneamente ao menos dois registros de representação ou trocar de registro de representação a todo o momento, isso manifesta a criatividade do aluno. O número de representações mobilizadas no estudo de um objeto matemático influencia na possibilidade de entendimento desse objeto pelo aluno.

Nesse sentido, além da conversão, mais importante é a coordenação entre os registros, ou seja, enxergar nos diferentes registros o mesmo objeto matemático representado. Para Duval (2012),

A coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. (Duval, 2012, p. 270).

Nessa perspectiva, é significativo que no ambiente de ensino surjam diferentes registros para um mesmo objeto matemático e que seja necessário realizar a conversão e a coordenação entre esses registros. Enquanto a semiósis apresenta os vários registros de representação em relação a um conceito, a noésis busca a coordenação entre estes registros.

Dessa forma, o ensino de Matemática deve se pautar nas diferentes formas de representações de um objeto matemático e na possibilidade de trocar de representação sempre quando necessário, pois o aluno só poderá compreendê-lo melhor através da mobilização das representações.

CAPÍTULO 2

ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

2.1 Introdução

Esse capítulo é dedicado à apresentação da metodologia da pesquisa, dos procedimentos e instrumentos adotados para a investigação e o levantamento dos dados no decorrer da intervenção de ensino.

Tendo como objetivo deste estudo, analisar quais as contribuições que a Modelagem Matemática em uma perspectiva sócio-crítica pode proporcionar ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática para os alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Ituiutaba. Assim, faz-se necessário, primeiramente, conhecer o ambiente em que ocorreu a aplicação e os sujeitos envolvidos. Em seguida, descrevem-se as atividades que constituem cada etapa do processo de Modelagem.

2.2 Fundamentação Teórico - Metodológico

Esta proposta tem como objetivo analisar dados e registros produzidos por alunos que ainda estão cursando o Ensino Médio, refletir e discutir as contribuições da Modelagem Matemática na aprendizagem dos estudantes participantes das atividades realizadas no âmbito do projeto ao qual este plano de trabalho está vinculado. Essas características fazem com que o trabalho a ser descrito aqui se aproxime da pesquisa de caráter qualitativo.

De acordo com Bicudo (2004, p.104), a realização de uma pesquisa qualitativa possibilita “[...] a ideia do sujeito, possível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências”.

Na abordagem qualitativa, a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados. Essa modalidade de pesquisa possibilita ao pesquisador manter contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo, momento em que o investigador recolhe informações que lhes ajudarão a responder suas indagações e que também podem surgir novos questionamentos.

Já Prodanov e Freitas (2013) considera que na pesquisa qualitativa “há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números”.

Os dados coletados nessas pesquisas são descritivos, retratando o maior número possível de elementos existentes na realidade estudada. Nessa perspectiva Creswell (2010), afirma que:

Os pesquisadores qualitativos geralmente coletam múltiplas formas de dados, tais como entrevistas, observações e documentos, em vez de confiarem em uma única fonte de dados. Depois os pesquisadores examinam todos os dados, extraem sentido deles e os organizam em categorias ou temas que cobrem todas as fontes de dados (2010, p. 208).

A sistematização e a organização da pesquisa estão diretamente relacionadas ao trabalho de campo visando à análise dos dados sem se preocupar em comprovar hipóteses previamente estabelecidas se atentando mais ao processo do que com o produto.

Em última análise, o fato de caracterizar a natureza de nossa pesquisa como qualitativa não pressupõe uma negação aos dados quantitativos. O que determina uma metodologia quantitativa ou qualitativa é a maneira pela qual pretendemos analisar o fenômeno e o enfoque adotado. Desse modo, Bogdan e Biklen (1994), afirmam que:

[...] os investigadores qualitativos dispõem-se à recolha de dados quantitativos de forma crítica. Não é que os números por si só não tenham valor. Em vez disso, o investigador qualitativo tende a variar o processo de compilação na sua cabeça perguntando-se o que é que os números dizem a cerca das suposições das pessoas que os usam e os compilam. [...] Os investigadores qualitativos são inflexíveis em não tomar os dados quantitativos pelo seu valor facial (1994, p. 195).

Assim, o tipo de abordagem utilizada na pesquisa dependerá dos interesses do pesquisador respeitando os limites do estudo proposto. Isso significa que o entendimento de diferentes tipos de estudo e suas classificações são fundamentais para a obtenção do sucesso na realização da pesquisa científica.

2.3 Universo da Pesquisa

2.3.1 Descrição da escola e dos sujeitos investigados

A Escola de Ensino Médio do município de Ituiutaba denominada Escola Estadual Governador Israel Pinheiro foi à escolhida pela pesquisadora. Um dos motivos que levaram a esta escolha, foi a preferência pelo professor de Matemática Carlos Eduardo Petronilho Boiago, o qual sempre apresentou disponibilidade de parceria em projetos integrados com a Universidade. Este possui graduação pela antiga Faculdade de Ciências Integradas do Pontal – FACIP, atual Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal – ICENP; mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela UFU. Atualmente é professor efetivo dessa escola em que foi realizada a pesquisa desde o ano de 2016, porém, já atua como docente há 8 anos.

Para fins de caracterização, a Escola Estadual Governador Israel, localizada na Avenida Geraldo Alves Tavares no bairro Setor Universitário, é um estabelecimento de ensino estadual e possui 45 anos de existência. Essa escola é conhecida por “Estadual” atendendo praticamente toda a juventude oriunda de diversas classes sociais.

É uma escola que oferece Ensino Fundamental (6º ao 9ºano), Ensino Médio (1ª a 3ª série), Educação de Jovens e Adultos (EJA) (1ª a 3ª série do EM).

Atualmente a escola possui 1500 alunos matriculados, distribuídos em 42 turmas entre os turnos matutino, vespertino e noturno. São alunos de diversos bairros, comunidades rurais, além de alguns alunos de municípios vizinhos.

A escola apresenta em seu quadro de servidores: diretor, vice-diretor, especialistas de Educação Básica, secretária escolar, financeiro, ajudante de serviços gerais e professores de Educação Básica.

No que tange a estrutura física, a escola possui 16 salas de aulas, 01 sala de professores, 01 sala de direção, 01 sala de vice-direção, 01 sala de supervisão escolar, 01

secretaria, 01 tesouraria, 01 biblioteca, 01 laboratório de Ciências, 01 laboratório de Informática, 01 cozinha, banheiros masculinos e femininos, 02 quadras poliesportivas (01 coberta), 01 rampa de acesso ao 2º andar no bloco principal. Os acessos a estes ambientes são constituídos de rampa, escada e corredores.

A aplicação do projeto na escola envolveu os alunos e o professor de Matemática do 1º ano do Ensino Médio, turno matutino. Optou-se por esse ano, pois se entende que função afim é um conteúdo programático da série elegida.

Teve como participantes 30 alunos com idade entre 15 e 17 anos, dos quais mais da metade possui como ocupação apenas estudos.

Os alunos se organizaram em duplas, ficando a escolha deles a composição dos pares. Essas duplas foram identificadas por um código, por exemplo: a primeira dupla foi identificada por D1, a segunda por D2, a terceira por D3 e assim por diante.

2.3.2 Apresentação dos instrumentos de produção e coleta de dados

Com o objetivo de contemplar a metodologia apresentada para a pesquisa, foram realizados 16 encontros de um período de 50 minutos cada, com os alunos da turma 1º F. Normalmente, as aulas eram ministradas nos primeiros horários do turno matutino. Nesses encontros, foram trabalhados assuntos que compõem o conteúdo de função afim para a construção do modelo almejado.

O contato com a escola se deu por meio da figura do professor Carlos Eduardo, que é professor de Matemática na escola em que a pesquisa foi realizada. Ele viabilizou a conversa com o corpo diretivo da instituição escolar que culminou numa parceria que subsidiou o desenvolvimento da primeira etapa do projeto “Modelagem Matemática como ferramenta de ensino e aprendizagem”, o qual nos possibilitou através do Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq) uma bolsa de iniciação científica.

Esse projeto antes de ser desenvolvido na escola foi submetido à apreciação do Comitê de Ética da Universidade Federal de Uberlândia que analisou se ele atendia todos os critérios éticos relacionados à pesquisa científica que envolve seres humanos. Uma das exigências do comitê é que todo participante investigado na pesquisa participe de forma voluntária e manifeste seu voluntariado por meio da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Vale ressaltar que se o sujeito investigado é menor de idade, como no caso de nossa pesquisa, o TCLE é assinado pelo responsável e o TALE pelo sujeito investigado, pois o TCLE explicita que o

responsável pela criança ou adolescente autoriza a participação daquele que está sob sua responsabilidade e o TALE evidencia que o menor concorda em participar e não está sendo forçado a fazer isso.

A seguir, transcrevemos as atividades que constituem cada um dos encontros da intervenção e apresentamos os objetivos que pretendeu com cada tarefa e a forma como transcorreu a aula.

No primeiro encontro inicialmente para os estudantes o projeto que seria desenvolvido e a forma de participação deles, foi apresentado aos alunos o projeto de pesquisa, assim como lhes foi entregue o TCLE para regularizar a pesquisa, que possui como instrumento de coleta de dados ficha de atividades.

Na apresentação do projeto, foi enfocada a forma de trabalho aos alunos participantes da pesquisa para a realização de um trabalho mais satisfatório e organizado.

O tema para a Modelagem Matemática foi escolhido pela pesquisadora, que por decorrência compatibilizou com o conteúdo programático da série que os alunos estavam cursando. Pois, como afirmam Biembengut e Hein (2007), a modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo.

Para expor o tema aos alunos, foram apresentadas as seguintes questões:

Vocês conhecem uma conta de água? Quem já teve a curiosidade de analisar as informações e como os dados são processados em uma conta de água? Se conhecem as tarifas que são cobradas na conta de água e como é calculado o valor total a pagar?

Para contribuir de forma teórica para o estudo realizado com as contas de água de cada aluno, partiu-se de discussões da leitura da conta da água, as quais levasse a compreensão dos alunos, sobre as tarifas que são cobradas.

Desse instrumento (modelo de conta d'água) se explorou todas as informações, tais como apresentado no quadro 1.

Quadro 1 – Passos para leitura da conta de água

O que é necessário saber sobre a conta de água?

A Conta/Fatura de Fornecimento de Água, da SAE (Superintendência de Água e Esgotos), contém alguns campos importantes, aos quais você deve estar atento.

Os principais estão assinalados no exemplo de conta ao lado. Confira abaixo a descrição de cada um:

1- Serviços: descrição dos serviços que estão sendo cobrados na fatura, como: tarifa de água, tarifa de esgoto, conservação de hidrômetro, multa e juros de mora.

2- Dados da leitura e consumo: contém: o mês e ano de emissão da conta, a média de consumo dos últimos 6 meses, as leituras anterior e atual, os dias de consumo faturados na conta e o consumo mensal em m³.

3- Consumo real: série histórica de consumo dos últimos 6 meses.

 SUPERINTENDÊNCIA DE ÁGUA E ESGOTO CNPJ : 17.819.061/0001-88 ITUIUTABA - MG		2º VIA DA CONTA 46508082018 - 1 28/08/2018		CONTA DE ÁGUA E ESGOTO	
				MÊS/ANO 08/2018 Categoria/Quantidade RESID. COM. IND. PUB. 1 0 0 0	
DESCRIÇÃO				VALOR(R\$)	
TARIFA DE ÁGUA TARIFA DE ESGOTO CONSERVAÇÃO DE HIDROMETRO DOAÇÃO AO HOSPITAL S. JOSÉ MULTA JUROS DE MORA				35,65 24,96 0,99 5,00 0,57 0,27	
DATA DE LEITURA 28/08/2018		VENCIMENTO 16/09/2018		VALOR A PAGAR 67,44	
L. ANTERIOR 0	L. ATUAL 498	CONS. REAL 17m3	CONS. FATURADO 17m3	MÉDIA 16m3	OCORRÊNCIA 0
Nº do HIDRÔMETRO Y14K101433		VAZÃO 1,5m3	DIÂMETRO	DATA DE INSTALAÇÃO 30/11/2015	
DADOS DAS TRÊS ÚLTIMAS LEITURAS			MENSAGEM		
CONSUMO	MÊS				
0	03	VOCÊ TEM HÁBITO DE QUEIMAR LIXOS E FOLHAS? PARE! É PROIBIDO QUEIMAR LIXOS E FOLHAS NA ZONA URBANA (LEI MUNICIPAL N. 4.582).			
0	02				
0	02				
 SUPERINTENDÊNCIA DE ÁGUA E ESGOTO CNPJ : 17.819.061/0001-88 ITUIUTABA - MG		2º VIA DA CONTA 46508082018 - 1 28/08/2018		CONTA DE ÁGUA E ESGOTO	
				MÊS/ANO 08/2018 Categoria/Quantidade RESID. COM. IND. PUB. 1 0 0 0	
VENCIMENTO 16/09/2018				VALOR A PAGAR 67,44	
826300000000-5 67440074000-9 000000000004 - 2 65080820181 - 0					
					

Fonte: Elaborado pela autora.

Como pode ser observado, na conta de água de serviços da Superintendência de Água e Esgoto de Ituiutaba (SAE), apresenta apenas o consumo real em m³ e o valor total da conta, no entanto, outras informações foram adquiridas pelo site da empresa, em que era apresentado um quadro com as tarifas de água relacionadas a cada faixa de consumo, como mostra no quadro 2. A pesquisadora buscou essas informações e levou para os alunos.

Quadro 2 – Tarifas Domiciliares

Consumo (m ³)	Tarifa a ser aplicada
0 a 10	1,7588
11 a 15	1,9185
16 a 20	2,6303
21 a 25	2,8107
26 a 30	3,4761
31 a 35	3,5533
36 a 40	4,0290
41 a 45	4,6068
46 a 50	4,8148
51 a 55	5,1641
56 a 60	5,9407
> 60	6,5512

Fonte: <http://www.sae.com.br>

Na sequência foram trabalhadas sete tarefas, as quais foram elaboradas pela pesquisadora e entregue para cada aluno. O quadro 3 a seguir, ilustra cada uma das tarefas.

Quadro 3 - Síntese das tarefas propostas aos estudantes.

TAREFA 1: Completar o quadro, sabendo que o valor do esgoto fornecido pela empresa distribuidora (SAE) é 70% do valor da tarifa de água.		
Faixa de consumo em m ³	Tarifas em R\$ de água por m ³	Tarifas em R\$ de esgoto por m ³

TAREFA 2:

Calcular o valor da água de acordo com cada faixa de consumo, sendo C = Consumo e V_a = Valor da água.

Intervalos de consumo em m^3	V_a = Valor da água

TAREFA 3:

Calcular o valor do esgoto de acordo com cada intervalo de consumo apresentado na tabela abaixo, sabendo que o valor final da tarifa de esgoto fornecido pela empresa distribuidora é 70% do valor da tarifa de água. Adotando C = Consumo e V_e = Valor do esgoto.

Intervalos de consumo em m^3	V_e = Valor do esgoto

TAREFA 4:

Chamaremos de valor total (V_t), no entanto, na fatura de serviços não é dado um nome especificamente para este valor porque existem outras tarifas a serem cobradas como a conservação de hidrômetro, multa de atraso e juros de moradia, somando tudo, no final é dado o nome de valor total. Para calcular o valor total (V_t), faremos: $V_a + V_e$, para cada faixa de consumo.

Intervalos de consumo em m^3	$V_t = V_a + V_e$

TAREFA 5:

Verifique a função F em cada um dos intervalos e escreva-as.

Intervalos de consumo em m^3	$F(C)$

TAREFA 6:

Construa um gráfico que mostra a relação do consumo em m^3 e o valor total a ser pago à empresa.

TAREFA 7:

Construa um gráfico que mostra a relação do consumo em m³ das contas de água de todos os alunos e o valor total a ser pago à empresa.

Fonte: Elaborado pela autora.

A seguir serão discutidas cada uma das tarefas que foram apresentadas no quadro acima.

Na tarefa 01, era apresentado um quadro com as faixas de consumo e os valores a serem cobrados pelas tarifas de água, as quais são determinadas pela empresa. Sabendo que o valor do esgoto é 70% do valor da tarifa da água, o aluno teria apenas que realizar cálculos de porcentagem para descobrir o valor da tarifa do esgoto, fazendo assim, para cada faixa de consumo.

Na tarefa 02, era solicitado para encontrar o valor da água, de modo que fosse aplicando os valores das tarifas da água em cada faixa de consumo, conforme os dados apresentados no quadro 2.

Analogamente o mesmo processo era solicitado na tarefa 03, porém, efetuando os cálculos para encontrar o valor do esgoto, aplicando as tarifas encontradas na tarefa 01.

Para então poder calcular o valor total da fatura de água, a tarefa 04 pedia para somar os valores da água com o esgoto de cada faixa de consumo, de forma que ao realizar os cálculos procedimentais, chegasse a uma equação do tipo $VT = ac + b$, em que atribuindo o valor do consumo em m³ resultaria no valor total a ser pago pela conta.

Na tarefa 05, o objetivo era escrever a expressão que modelava o consumo em cada uma das faixas, na tentativa de que com as informações apresentadas os estudantes pudessem utilizar os conhecimentos matemáticos explorados nas tarefas anteriores na construção dos modelos que possibilitariam posteriormente o cálculo do valor a ser pago em cada faixa de consumo. Nesse momento os alunos puderam verificar a função em cada um dos intervalos, em que, a partir das expressões apresentadas, houve o reconhecimento da função afim.

Já a tarefa 06, requeria a construção de um gráfico que representasse a relação do consumo em m³ e o valor a ser pago à empresa, com a finalidade de que os estudantes pudessem observar as implicações das unidades simbólicas significativas das expressões algébricas nas variáveis visuais pertinentes das representações gráficas.

Na tarefa 07, foi pedida a construção do gráfico que mostrasse a relação do consumo em m³ das faturas de água da dupla e o valor total a ser pago à empresa. Ao solicitar essa tarefa, a intenção era que os estudantes fizessem uma comparação entre os diferentes consumos a partir das representações gráficas plotadas num mesmo plano cartesiano.

Para finalizar a atividade, as duplas responderam duas perguntas. A primeira pergunta foi relativa às conclusões que chegaram sobre os gráficos esboçados e a relação do consumo e o valor a ser pago. A segunda pergunta pretendeu investigar as impressões dos alunos sobre a atividade e qual aprendizado que eles obtiveram com as tarefas propostas.

Apresentadas as informações referentes à natureza da pesquisa, o local onde ela foi realizada, os participantes e os instrumentos de coletas de dados, é chegada a hora de realizar a análise e interpretação das informações coletadas. Isso será feito no capítulo seguinte.

CAPITULO 3

ANÁLISE E RESULTADOS

3.1 Introdução

O presente estudo, que utilizou uma abordagem de análise qualitativa e quantitativa, foi realizado em uma turma de 1º ano do ensino médio da Escola Estadual Governador Israel Pinheiro.

Participaram da pesquisa 30 alunos que se disponibilizaram a contribuir com as atividades propostas. A seguir serão apresentados os principais aspectos da análise das respostas apresentadas pelos alunos, baseada nos pressupostos da Modelagem Matemática, da Educação Matemática Crítica e dos Registros de Representação Semióticas de Raymond Duval.

3.2 Análise do desempenho dos alunos nas tarefas

Nessa seção será apresentada a análise quantitativa partindo pelo número de acertos e erros. Para correção das resoluções apresentadas foram criadas quatro categorias denominadas como: Questão correta – C; Questão parcialmente correta – PC; Questão incorreta – I e Questão em branco – B.

O quadro a seguir dá uma ideia geral do desempenho dos estudantes. Esse quadro foi feito de uma maneira colorida para que se tenha uma visão global do desempenho dos estudantes.

Quadro 4 - Aproveitamento dos estudantes nas tarefas propostas

	Tarefa 01	Tarefa 02	Tarefa 03	Tarefa 04	Tarefa 05	Tarefa 06	Tarefa 07
Aluno 01	C	C	C	C	C	PC	PC
Aluno 02	C	PC	B	C	C	PC	I
Aluno 03	C	C	C	C	C	C	I
Aluno 04	C	C	C	C	C	C	I
Aluno 05	C	C	C	C	C	PC	I
Aluno 06	C	C	C	C	C	I	I
Aluno 07	C	C	C	C	C	PC	C
Aluno 08	C	PC	B	PC	PC	PC	I
Aluno 09	C	PC	C	PC	C	PC	I
Aluno 10	C	C	C	C	C	PC	I
Aluno 11	C	PC	C	PC	C	PC	I
Aluno 12	C	PC	PC	C	PC	C	I
Aluno 13	C	PC	PC	C	C	C	PC
Aluno 14	C	C	C	C	C	PC	C
Aluno 15	C	C	C	C	C	PC	PC
Aluno 16	C	C	C	C	C	PC	C
Aluno 17	C	C	C	C	C	C	I
Aluno 18	C	C	C	C	C	C	PC
Aluno 19	C	PC	C	PC	PC	I	C
Aluno 20	C	C	C	PC	C	PC	C
Aluno 21	C	C	C	C	C	C	I
Aluno 22	C	C	C	PC	PC	C	I
Aluno 23	C	C	C	C	C	C	I
Aluno 24	C	PC	C	B	C	PC	B
Aluno 25	B	PC	C	C	B	PC	B
Aluno 26	C	PC	C	C	C	PC	I
Aluno 27	C	C	C	PC	PC	PC	I
Aluno 28	C	C	C	C	PC	PC	I
Aluno 29	C	C	C	C	C	PC	I
Aluno 30	C	C	C	C	C	PC	I

Fonte: Elaborado pela autora.

Por um panorama geral tivemos mais atividades corretas, o número de atividades parcialmente corretas vem na sequência, depois as incorretas e logo mais as atividades em branco.

Nas atividades em branco foi possível perceber que houve pouca recorrência desse tipo, pois o professor regente da turma juntamente com a pesquisadora fizeram um

acompanhamento junto com os alunos, e a todo o momento em que eram solicitados eles estavam dispostos a ajudar com as atividades de Modelagem. Algumas das atividades em branco, representa os alunos que estavam ausentes no dia em que foi trabalhada determinada atividade. Na aula seguinte eram entregue a tarefa para esses alunos que faltaram não perdessem nenhuma etapa do processo de modelagem, mas nem todos se interessavam, mesmo recebendo auxílio da pesquisadora.

Apesar desse quadro mostrar de modo geral o desempenho dos estudantes, julgamos necessário que houvesse uma análise mais aprimorada colocando esses dados em termos de números, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1 - Desempenho apresentado pelos estudantes

Tarefas	Correto		Parcialmente correto		Incorreto		Em branco		Total	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Tarefa 01	29	96,7	0	0	0	0	1	3,3	30	100,0
Tarefa 02	20	66,7	10	33,3	0	0	0	0	30	100,0
Tarefa 03	26	86,6	2	6,7	0	0	2	6,7	30	100,0
Tarefa 04	22	73,4	7	23,3	0	0	1	3,3	30	100,0
Tarefa 05	23	76,7	6	20	0	0	1	3,3	30	100,0
Tarefa 06	9	30	19	63,3	2	6,7	0	0	30	100,0
Tarefa 07	5	16,7	4	13,3	19	63,3	2	6,7	30	100,0
Total	134		48		21		7		210	

Fonte: Elaborada pela autora.

As atividades de modelagem foram aplicadas para os estudantes do 1º ano ensino médio. Os 30 alunos da turma F se dispuseram a participar da pesquisa. Para trabalhar todo o processo da modelagem, cada aluno realizou sete tarefas para de fato chegar ao modelo matemático desejado.

Os dados da tabela indicam que dentre as 210 tarefas desenvolvidas pelos alunos, 134 foram realizadas corretamente, 48 foram consideradas parcialmente corretas, 21 foram apresentadas incorretamente e 7 tarefas não apresentava resolução.

A tarefa 1 foi a que obteve um maior índice de acertos, quase 29 alunos, ou seja, 96%. Isso ocorreu porque era uma atividade cujo custo cognitivo segundo Duval (2012) não é tão

grande porque eles precisavam apenas de preencher uma tabela e que para isso necessitaria apenas de uma cálculo de porcentagem que eles poderiam fazer por meio de uma operação de multiplicação.

Em contra partida a tarefa que teve um menor número de acertos foi a tarefa 7, a qual exigia um maior custo cognitivo cujos dados não estavam explícitos na tarefa para construção do gráfico. O aluno tinha que fazer uma interpretação da conta de água dele e da conta do colega e construir algo que para eles ainda era algo novo que era o gráfico da função afim. Isso demanda de acordo com Duval (2102), um custo cognitivo maior no sentido que o estudante precisava fazer uma conversão dos dados que estão na língua materna do consumo para uma representação gráfica da função afim.

3.3 Análise das estratégias realizadas pelos alunos

Para realização da análise qualitativa, foi levada em consideração a fundamentação teórica do trabalho, pautada nos pressupostos da Modelagem Matemática, Educação Matemática Crítica e a teoria dos Registros de Representação Semióticas.

Por se tratar de uma investigação em que ocorreu um aprofundamento na análise dos acertos, erros e das dificuldades encontradas pelos alunos no conteúdo de função afim, o método aqui adotado foi o de pesquisa qualitativa, utilizando-se da análise das produções escritas desses alunos.

Com a finalidade de discutir os resultados encontrados apresentaremos exemplares das atividades que consideramos mais significativas.

Iniciando pela tarefa 01, como dito anteriormente, é uma tarefa que cujo registro de partida é o tabular que consistia em completar a tabela em que o estudante deveria fazer um tratamento, pois a resposta permaneceu em forma de tabela para realização de um tratamento.

Apesar de todos os alunos terem realizado corretamente essa tarefa, não foi imediata o preenchimento da tabela, pois foram apresentadas dificuldades em realizar os cálculos de porcentagem. Nesse momento, o professor regente e a pesquisadora, fizeram algumas intervenções para ensinar procedimentos de cálculo de porcentagem.

Para melhor compreender o procedimento foi utilizado um exemplo com a tarifa mínima da primeira faixa de consumo: tem-se que $70\% = 70/100 = 0,70$, então 0,70 vezes 17,59 tem-se 12,31. Isso pode ser verificado em destaque na figura 1, realizada pelo aluno que recebeu o código de A10.

Isso vai ao encontro do que salientam Biembengut e Hain (2007) quando afirmam que ao perceber que o ferramental matemático dos alunos não é suficiente para prosseguir com o

processo de modelagem, o professor deve pausar o processo e aprofundar o conteúdo que servirá como ferramenta no processo de modelagem.

Figura 1. Resolução apresentada por A10. (arquivo da autora)

Complete a tabela abaixo, sabendo que o valor do esgoto fornecido pela empresa distribuidora (SAE) é 70% do valor da tarifa de água.

Faixa de consumo em m³	Tarifas em R\$ de água por m³	Tarifas em R\$ de esgoto por m³
Até 10	R\$ 17,59 (tarifa mínima)	R\$ 12,31
De 11 a 15	R\$ 1,91	R\$ 1,34
De 16 a 20	R\$ 2,63	R\$ 1,84
De 21 a 25	R\$ 2,81	R\$ 1,94
De 26 a 30	R\$ 3,47	R\$ 2,43
De 31 a 35	R\$ 3,55	R\$ 2,48
De 36 a 40	R\$ 4,02	R\$ 2,81
De 41 a 45	R\$ 4,60	R\$ 3,22
De 46 a 50	R\$ 4,81	R\$ 3,34
De 51 a 55	R\$ 5,16	R\$ 3,61
De 56 a 60	R\$ 5,94	R\$ 4,16
> 60	R\$ 6,55	R\$ 4,58

Apresente os cálculos:

$$\begin{array}{l} 70\% \text{ de } 17,59 \\ \frac{70}{100} \text{ de } 17,59 \\ 0,70 \text{ de } 17,59 \\ 0,70 \cdot 17,59 \\ = 12,313 \end{array} \quad \begin{array}{l} 70\% \text{ de } 1,91 \\ \frac{70}{100} \text{ de } 1,91 \\ 0,70 \text{ de } 1,91 \\ 0,70 \cdot 1,91 \\ = 1,337 \end{array} \quad \begin{array}{l} 70\% \text{ de } 2,63 \\ \frac{70}{100} \text{ de } 2,63 \\ 0,70 \text{ de } 2,63 \\ 0,70 \cdot 2,63 \\ = 1,841 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0,7 \cdot 2,81 \\ = 1,967 \\ 0,7 \cdot 3,47 \\ = 2,429 \\ 0,7 \cdot 3,55 \\ = 2,485 \\ 0,7 \cdot 4,02 \\ = 2,814 \\ 0,7 \cdot 4,60 \\ = 3,22 \\ 0,7 \cdot 4,81 \\ = 3,367 \\ 0,7 \cdot 5,16 \\ = 3,612 \\ 0,7 \cdot 5,94 \\ = 4,158 \\ 0,7 \cdot 6,55 \\ = 4,585 \end{array}$$

Outros alunos aparentavam ter o domínio do conceito de porcentagem, e sabendo que 70% correspondiam a 0,70, apenas realizavam cálculo de multiplicação, como foi verificado na tarefa do A5 apresentado na figura 2.

Figura 2. Resolução apresentada por A5. (arquivo da autora)

Apresente os cálculos:

$0,70 \cdot 1,91 = 13,370$	$0,70 \cdot 5,16 = 36,120$
$0,70 \cdot 2,63 = 18,410$	$0,70 \cdot 5,94 = 4,1580$
$0,70 \cdot 2,81 = 19,670$	$0,70 \cdot 6,55 = 4,5850$
$0,70 \cdot 3,47 = 2,4290$	
$0,70 \cdot 3,55 = 24,850$	
$0,70 \cdot 4,02 = 28,140$	
$0,70 \cdot 4,60 = 3,2200$	
$0,70 \cdot 4,81 = 3,3670$	

Já na tarefa 2, que também consiste no registro tabular, essa exigia uma conversão do registro simbólico numérico para registro algébrico. Essa conversão segundo Duval (2012) é considerada não congruente, pois não é possível a partir do registro de partida visualizar os registros de chegada, ou seja, as unidades de sentido do registro de partida não transparecem na representação do registro de chegada.

Nessa tarefa grande parte dos alunos tiveram dificuldades, e em diversos momentos foram necessárias algumas intervenções, pois os alunos não tinham domínio da conversão que seria realizada.

Embora houvesse muitas dificuldades com essa tarefa, maioria dos alunos conseguiu chegar à solução correta. Nesse sentido, as respostas corretas também devem ser investigadas pelo professor, pois, assim, ele pode ter um parâmetro das estratégias utilizadas pelos estudantes e identificar dificuldades que podem ser prejudiciais futuramente, ou ainda, identificar diferentes formas de raciocínio dos estudantes. Assim, Duval (2003) enfatiza que se quisermos saber como um sujeito faz Matemática, as conversões realizadas por ele devem ser observadas, pois nelas estão explícitas as maneiras como o indivíduo pensa e faz uso das ferramentas matemáticas.

Para essa discussão trouxemos a seguir a atividade realizada pelo A18 ilustrada na figura 3.

Figura 3. Resolução apresentada por A18. (arquivo da autora)

Sendo C = Consumo e Va = Valor da água, calcule o valor da água de acordo com cada faixa de consumo apresentado na tabela abaixo.			
Intervalos de consumo em m³	Va = Valor da água		
$0 \leq C \leq 10 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59$	$> 60 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (20-15) + 2,81 \cdot (25-20) + 3,47 \cdot (30-25) + 3,55 \cdot (35-30) + 4,02 \cdot (40-35) + 4,60 \cdot (45-40) + 4,81 \cdot (50-45) + 5,16 \cdot (55-50) + 6,94 \cdot (60-55) + 6,55 \cdot (C-60)$
$11 \leq C \leq 15 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (C-10)$	Apresente os cálculos:	
$16 \leq C \leq 20 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (C-15)$	$0 \leq C \leq 10 \text{ m}^3 = V_a = 17,59$	
$21 \leq C \leq 25 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (20-15) + 2,81 \cdot (C-20)$	$11 \leq C \leq 15 \text{ m}^3 = V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (C-10)$	
$26 \leq C \leq 30 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (20-15) + 2,81 \cdot (25-20) + 3,47 \cdot (C-25)$	$16 \leq C \leq 20 \text{ m}^3 = V_a = 27,14 + 2,63 \cdot (C-15)$	
$31 \leq C \leq 35 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (20-15) + 2,81 \cdot (25-20) + 3,47 \cdot (30-25) + 3,55 \cdot (C-30)$	$21 \leq C \leq 25 \text{ m}^3 = V_a = 40,29 + 2,81 \cdot (C-20)$	
$36 \leq C \leq 40 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (20-15) + 2,81 \cdot (25-20) + 3,47 \cdot (30-25) + 3,55 \cdot (35-30) + 4,02 \cdot (C-35)$	$26 \leq C \leq 30 \text{ m}^3 = V_a = 54,34 + 3,47 \cdot (C-25)$	
$41 \leq C \leq 45 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (20-15) + 2,81 \cdot (25-20) + 3,47 \cdot (30-25) + 3,55 \cdot (35-30) + 4,02 \cdot (40-35) + 4,60 \cdot (C-40)$	$31 \leq C \leq 35 \text{ m}^3 = V_a = 71,69 + 3,55 \cdot (C-30)$	
$46 \leq C \leq 50 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (20-15) + 2,81 \cdot (25-20) + 3,47 \cdot (30-25) + 3,55 \cdot (35-30) + 4,02 \cdot (40-35) + 4,60 \cdot (45-40) + 4,81 \cdot (C-45)$	$36 \leq C \leq 40 \text{ m}^3 = V_a = 89,44 + 4,02 \cdot (C-35)$	
$51 \leq C \leq 55 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (20-15) + 2,81 \cdot (25-20) + 3,47 \cdot (30-25) + 3,55 \cdot (35-30) + 4,02 \cdot (40-35) + 4,60 \cdot (45-40) + 4,81 \cdot (50-45) + 5,16 \cdot (C-50)$	$41 \leq C \leq 45 \text{ m}^3 = V_a = 109,54 + 4,60 \cdot (C-40)$	
$56 \leq C \leq 60 \text{ m}^3$	$V_a = 17,59 + 1,91 \cdot (15-10) + 2,63 \cdot (20-15) + 2,81 \cdot (25-20) + 3,47 \cdot (30-25) + 3,55 \cdot (35-30) + 4,02 \cdot (40-35) + 4,60 \cdot (45-40) + 4,81 \cdot (50-45) + 5,16 \cdot (55-50) + 6,94 \cdot (C-55)$	$46 \leq C \leq 50 \text{ m}^3 = V_a = 132,54 + 4,81 \cdot (C-45)$	
		$51 \leq C \leq 55 \text{ m}^3 = V_a = 156,59 + 5,16 \cdot (C-50)$	
		$56 \leq C \leq 60 \text{ m}^3 = V_a = 182,39 + 6,94 \cdot (C-55)$	
		$> 60 \text{ m}^3 = V_a = 212,09 + 6,55 \cdot (C-60)$	

Ao analisar a produção escrita, é importante que o professor busque, também, todas as formas de resoluções parcialmente corretas e incorretas, apresentadas pelos alunos. A atividade presente na figura 3, realizada por A18 consiste em uma conversão não congruente, pois os elementos do registro de partida que estão na representação simbólico-numérica, foram convertidas para a representação algébrica que corresponde ao modelo que determina o valor a ser pago pela água em cada faixa de consumo. É possível perceber que as unidades semânticas da representação do registro de partida não transparecem totalmente no registro de chegada. Isso é evidência clara do fenômeno de não congruência. Contudo, segundo Duval (2003), apesar do custo cognitivo exigido do indivíduo para realizar uma tarefa que apresenta esse fenômeno e do distanciamento existente entre as duas representações (partida e chegada),

o professor não deve evitar esse tipo de fenômeno, pois é ele que trará ao aprendiz consistência na argumentação matemática e apropriação do conceito.

O quadro a seguir mostra os tipos de erros que foram verificados nas resoluções das respostas parcialmente corretas e incorretas:

Quadro 5 - Classificação dos erros dos alunos

	Tipos de Erros	Tarefas
Respostas Parcialmente Corretas	1.1 Realizou todos os cálculos corretamente, mas não apresentou as expressões mais simplificadas.	T2
	1.2 Ficou incompleta a tarefa, não realizando os cálculos para todas as faixas de consumo.	T2, T3 e T4
	1.3 Apresentou apenas a expressão final, não justificou os cálculos.	T3
	1.4 Apresentou incorretamente as expressões.	T4
	1.5 Identificou incorretamente a função.	T5
Respostas Incorretas	2.1 Esboçou incorretamente o gráfico.	T6 e T7
	2.2 Identificou incorretamente o tipo de função.	T6
	2.3 Identificou incorretamente os eixos do gráfico.	T7

Fonte: Elaborado pela autora.

Nas resoluções apresentadas na Tarefa 02, foram identificadas apenas respostas parcialmente corretas, as quais estão associadas aos códigos 1.1 e 1.2. Essa classificação foi empregada nas tarefas que não foram apresentadas as expressões mais simplificadas e nas tarefas incompletas. Isso pode ser verificado na figura 4, realizada por A8.

Figura 4. Resolução apresentada por A8. (arquivo da autora)

Sendo C = Consumo e Va = Valor da água, calcule o valor da água de acordo com cada faixa de consumo apresentado na tabela abaixo.		> 60 m³	
Intervalos de consumo em m³	Va = Valor da água	Apresente os cálculos:	
$0 \leq C \leq 10 \text{ m}^3$	$Va = 17,59$	$55,35 + 3,78(C - 20)$ $55,35 + 3,78C - 75,60$ $3,78C - 20,25$ $F(C) = 3,78C - 20,25$	
$11 \leq C \leq 15 \text{ m}^3$	$Va = 17,59 + 1,91 \times (C - 10)$		
$16 \leq C \leq 20 \text{ m}^3$	$Va = 17,59(15 - 10) + 2,63(C - 15)$		
$21 \leq C \leq 25 \text{ m}^3$	$Va = 17,59 + 1,91(15 - 10) + 2,63(20 - 15) + 2,81(C - 20)$		
$26 \leq C \leq 30 \text{ m}^3$	$Va = 17,59 + 1,91(15 - 10) + 2,63(20 - 15) + 2,81(C - 20)$		
$31 \leq C \leq 35 \text{ m}^3$	$Va = 17,59 + 1,91(15 - 10) + 2,63(20 - 15) + 2,81(25 - 20) + 3,55(C - 25)$		
$36 \leq C \leq 40 \text{ m}^3$	$Va = 17,59 + 1,91(15 - 10) + 2,63(20 - 15) + 2,81(25 - 20) + 3,55(30 - 30) + 4,02(C - 30)$		
$41 \leq C \leq 45 \text{ m}^3$	$Va = 17,59 + 1,91(15 - 10) + 2,63(20 - 15) + 2,81(25 - 20) + 3,55(35 - 35) + 4,02(C - 40)$		
$46 \leq C \leq 50 \text{ m}^3$	$Va = 17,59 + 1,91(15 - 10) + 2,63(20 - 15) + 2,81(25 - 20) + 3,55(35 - 35) + 4,02(40 - 40) + 4,81(C - 45)$		
$51 \leq C \leq 55 \text{ m}^3$	$Va = 17,59 + 1,91(15 - 10) + 2,63(20 - 15) + 2,81(25 - 20) + 3,55(35 - 35) + 4,02(40 - 40) + 4,81(45 - 45) + 5,16(C - 50)$		
$56 \leq C \leq 60 \text{ m}^3$	$Va = 17,59 + 1,91(15 - 10) + 2,63(20 - 15) + 2,81(25 - 20) + 3,55(35 - 35) + 4,02(40 - 40) + 4,81(45 - 45) + 5,16(50 - 50) + 5,94(C - 55)$		

Na tarefa 3, em que os alunos deveriam realizar cálculos para determinar o valor a pagar pelo esgoto em cada faixa de consumo, também demandava uma conversão quando a representação simbólico-numérica era convertida para a representação algébrica, com análise análoga a tarefa 2.

Apesar dessa atividade apresentar o fenômenos de não congruência semântica na conversão, por apresentar dificuldades de reconhecimento do conteúdo ao transformar um registro por outro, a maioria dos alunos conseguiram chegar à solução sem grandes dificuldades, o que pode ser percebido na figura 5, apresentado por A4. Talvez isso se deve ao fato de que para encontrar a solução da tarefa 3, era necessário realizar o mesmo procedimento da tarefa 2, porém, utilizando tarifas referentes ao esgoto.

Figura 5. Resolução apresentada por A4. (arquivo da autora)

Sendo C = Consumo e Ve = Valor do esgoto, calcule o valor do esgoto de acordo com cada intervalo de consumo apresentado na tabela abaixo, sabendo que o valor final da tarifa de esgoto fornecido pela empresa distribuidora é 70% do valor da tarifa de água	
Intervalos de consumo em m^3	Ve = Valor do esgoto
$0 \leq C \leq 10 m^3$	$Ve = 12,31$
$11 \leq C \leq 15 m^3$	$Ve = 12,31 + 1,34 (C - 10)$
$16 \leq C \leq 20 m^3$	$Ve = 19,01 + 1,84 (C - 15)$
$21 \leq C \leq 25 m^3$	$Ve = 28,21 + 1,97 (C - 20)$
$26 \leq C \leq 30 m^3$	$Ve = 38,06 + 2,43 (C - 25)$
$31 \leq C \leq 35 m^3$	$Ve = 50,11 + 2,48 (C - 30)$
$36 \leq C \leq 40 m^3$	$Ve = 62,51 + 2,81 (C - 35)$
$41 \leq C \leq 45 m^3$	$Ve = 76,56 + 3,22 (C - 40)$
$46 \leq C \leq 50 m^3$	$Ve = 92,76 + 3,37 (C - 45)$
$51 \leq C \leq 55 m^3$	$Ve = 109,61 + 3,61 (C - 50)$

$56 \leq C \leq 60 m^3$	$Ve = 127,66 + 4,16 (C - 55)$
$> 60 m^3$	$Ve = 149,46 + 4,58 (C - 60)$

Apresente os cálculos:

$16 \leq C \leq 20$

$$Ve = 12,31 + 1,34 (15 - 10) + 1,84 (C - 15)$$

$$Ve = 12,31 + 1,34 \cdot 5 + 1,84 (C - 15)$$

$$Ve = 12,31 + 6,70 + 1,84 (C - 15)$$

$$Ve = 19,01 + 1,84 (C - 15)$$

$21 \leq C \leq 25$

$$Ve = 12,31 + 1,34 (15 - 10) + 1,84 (20 - 15) + 1,97 (C - 20)$$

$$Ve = 12,31 + 1,34 \cdot 5 + 1,84 \cdot 5 + 1,97 (C - 20)$$

$$Ve = 12,31 + 6,70 + 9,20 + 1,97 (C - 20)$$

$$Ve = 28,21 + 1,97 (C - 20)$$

$26 \leq C \leq 30$

$$Ve = 12,31 + 1,34 (15 - 10) + 1,84 (C - 20)$$

$$\begin{array}{r} 1,97 \\ \times 5 \\ \hline 9,85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28,21 \\ + 9,85 \\ \hline 38,06 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,43 \\ \times 5 \\ \hline 12,15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12,05 \\ + 38,06 \\ \hline 50,11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,48 \\ \times 5 \\ \hline 12,40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50,11 \\ + 12,40 \\ \hline 62,51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,81 \\ \times 5 \\ \hline 14,05 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62,51 \\ + 14,05 \\ \hline 76,56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,22 \\ \times 5 \\ \hline 16,10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76,56 \\ + 16,10 \\ \hline 92,66 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,37 \\ \times 5 \\ \hline 16,85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 92,66 \\ + 16,85 \\ \hline 109,51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,61 \\ \times 5 \\ \hline 18,05 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 109,51 \\ + 18,05 \\ \hline 127,56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,16 \\ \times 5 \\ \hline 20,80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 127,56 \\ + 20,80 \\ \hline 148,36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,58 \\ \times 5 \\ \hline 22,90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 148,36 \\ + 22,90 \\ \hline 171,26 \end{array}$$

De acordo com os códigos 1.2 e 1.3 do quadro 5, algumas dessas tarefas foram consideradas parcialmente corretas, pelo fato dos alunos não ter apresentado todos os cálculos mostrando todo o procedimento para chegar às expressões desejadas, e outras por terem ficado incompletas. A figura 6 mostra a resolução parcialmente incorreta (código 1.3) apresentada por A13.

Figura 6. Resolução apresentada por A13. (arquivo da autora)

Sendo C = Consumo e Ve = Valor do esgoto, calcule o valor do esgoto de acordo com cada intervalo de consumo apresentado na tabela abaixo, sabendo que o valor final da tarifa de esgoto fornecido pela empresa distribuidora é 70% do valor da tarifa de água	
Intervalos de consumo em m ³	Ve = Valor do esgoto
$0 \leq C \leq 10 \text{ m}^3$	$Ve = 12,31$
$11 \leq C \leq 15 \text{ m}^3$	$Ve = 12,31 + 1,34 \cdot (C - 10)$
$16 \leq C \leq 20 \text{ m}^3$	$Ve = 19,01 + 1,84 \cdot (C - 15)$
$21 \leq C \leq 25 \text{ m}^3$	$Ve = 28,21 + 1,99 \cdot (C - 20)$
$26 \leq C \leq 30 \text{ m}^3$	$Ve = 38,06 + 2,43 \cdot (C - 25)$
$31 \leq C \leq 35 \text{ m}^3$	$Ve = 50,21 + 2,98 \cdot (C - 30)$
$36 \leq C \leq 40 \text{ m}^3$	$Ve = 63,11 + 2,81 \cdot (C - 35)$
$41 \leq C \leq 45 \text{ m}^3$	$Ve = 77,16 + 3,22 \cdot (C - 40)$
$46 \leq C \leq 50 \text{ m}^3$	$Ve = 93,26 + 3,34 \cdot (C - 45)$
$51 \leq C \leq 55 \text{ m}^3$	$Ve = 100,11 + 3,61 \cdot (C - 50)$

$56 \leq C \leq 60 \text{ m}^3$	$Ve = 118,16 + 4,16 \cdot (C - 55)$
$> 60 \text{ m}^3$	$Ve = 138,26 + 4,58 \cdot (C - 60)$

Apresente os cálculos:

Diferentes das tarefas 2 e 3, não foi identificada a mudança de registros simbólico-numérico para o registro algébrico na tarefa 4. Isso acontece porque essa tarefa se resumiu apenas a soma de registros algébricos representados pelas expressões encontradas para os valores da água e esgoto. Na figura 7 a seguir é possível observar os tratamentos algébricos realizados corretamente por A14 que se resume em operar ponimômios.

Figura 7. Resolução apresentada por A14. (arquivo da autora)

Chamaremos de valor total (Vt), no entanto, na fatura de serviços não é dado um nome especificamente para este valor porque existem outras tarifas a serem cobradas como a conservação de hidrômetro, multa de atraso e juros de moradia, somando tudo, no final é dado o nome de valor total. Para calcular o valor total (Vt), faremos: Va + Ve, para cada faixa de consumo.
$\text{ex: } 10 \text{ m}^3 = \text{VJ} = 17,59 + 12,31$ $\text{VJ} = 29,90$
$11 \leq C \leq 15 = \text{VJ} = 17,59 + 1,91 (C-10) + 12,31 + 1,34 (C-10)$ $\text{VJ} = 29,90 + 3,25 (C-10)$
$16 \leq C \leq 20 = 27,14 + 2,63 (C-15) + 19,01 + 1,84 (C-15)$ $\text{VJ} = 46,15 + 4,47 (C-15)$
$21 \leq C \leq 25 = \text{VJ} = 40,29 + 2,81 (C-20) + 28,21 + 1,97 (C-20)$ $\text{VJ} = 68,50 + 4,78 (C-20)$
$26 \leq C \leq 30 = \text{VJ} = 54,34 + 3,47 (C-25) + 38,06 + 2,43 (C-25)$ $\text{VJ} = 92,40 + 5,90 (C-25)$
$31 \leq C \leq 35 = \text{VJ} = 71,69 + 3,55 (C-30) + 50,21 + 2,48 (C-30)$ $\text{VJ} = 121,90 + 6,03 (C-30)$
$36 \leq C \leq 40 = \text{VJ} = 89,44 + 4,02 (C-35) + 62,61 + 2,81 (C-35)$ $\text{VJ} = 152,05 + 6,83 (C-35)$
$41 \leq C \leq 45 = \text{VJ} = 109,54 + 4,60 (C-40) + 76,66 + 3,22 (C-40)$ $\text{VJ} = 186,20 + 7,82 (C-40)$
$46 \leq C \leq 50 = \text{VJ} = 132,54 + 4,81 (C-45) + 92,76 + 3,37 (C-45)$ $\text{VJ} = 225,30 + 8,18 (C-45)$
$51 \leq C \leq 55 = \text{VJ} = 156,59 + 5,16 (C-50) + 109,61 + 3,61 (C-50)$ $\text{VJ} = 266,20 + 8,77 (C-50)$
$56 \leq C \leq 60 = \text{VJ} = 182,39 + 5,94 (C-55) + 127,66 + 4,16 (C-55)$ $\text{VJ} = 310,25 + 10,10 (C-55)$
$> 60 = \text{VJ} = 212,09 + 6,55 (C-60) + 149,46 + 4,58 (C-60)$ $\text{VJ} = 360,55 + 11,13 (C-60)$

Observou-se também que nessa tarefa não foram identificadas respostas incorretas, apenas parcialmente corretas, que de acordo com o quadro 5, estas foram verificadas nos códigos 1.2 e 1.4. Na figura a seguir, está identificado o código 1.4, que se refere ao erro de apresentar a expressão incorreta. Isso foi evidenciado na tarefa realizada por A9, em que o estudante não somou a expressão que representa o valor a pagar pela água, escrevendo apenas a expressão referente ao valor do esgoto, o que resultou nos equívocos em relação aos cálculos. Apesar de ter sido apresentado apenas erros parcialmente corretos, o número de acertos foram mais significativos nessa tarefa. Isso pode ser explicado porque nessa tarefa foi identificada apenas atividade de tratamento, que neste caso é menos custosa cognitivamente em termos de transformação se comparada às conversões das atividades anteriores, como mostra a figura 8.

Figura 8. Resolução apresentada por A9. (arquivo da autora)

Chamaremos de valor total (Vt), no entanto, na fatura de serviços não é dado um nome especificamente para este valor porque existem outras tarifas a serem cobradas como a conservação de hidrômetro, multa de atraso e juros de moradia, somando tudo, no final é dado o nome de valor total. Para calcular o valor total (Vt), faremos: $V_a + V_e$, para cada faixa de consumo.	
$at \leq 10 m^3$	$Vt = 17,58 + 12,33$ $Vt = 29,90$
$11 \leq c \leq 15$	$Vt = 17,58 + 8,81(c-10) + 12,33 + 1,34(c-10)$ $Vt = 29,90 + 8,81(c-10)$
$16 \leq c \leq 20$	$Vt = 27,54 + 2,63(c-15) + 19,03 + 1,84(c-15)$ $Vt = 46,15 + 4,47(c-15)$
$21 \leq c \leq 25 m^3$	$Vt = 28,23 + 1,97(c-20)$ $Vt = 17,58 + 1,93(5) + 2,63(c-25)$ $Vt = 68,50 + 4,28(c-20)$
$26 \leq c \leq 30 m^3$	$Vt = 38,06 + 2,43(c-25)$ $Vt = 56,19 + 5,90(c-25)$
$31 \leq c \leq 35 m^3$	$Vt = 50,23 + 2,48(c-30)$ $Vt = 32,190 + 6,03(c-30)$
$36 \leq c \leq 45 m^3$	$Vt = 62,63 + 2,83(c-35) + 89,44 + 4,02(c-35)$ $Vt = 952,09 + 6,83$
$46 \leq c \leq 55 m^3$	$Vt = 76,66 + 3,22(c-40) + 309,54 + 4,6(c-40)$ $Vt = 386,20 + 7,82(c-40)$
$56 \leq c \leq 60$	$Vt = 92,76 + 3,37(c-45) + 132,54 + 4,83(c-45)$ $Vt = 225,30 + 8,58(c-45)$
$61 \leq c \leq 65 m^3$	$Vt = 156,58 + 5,36(c-50)$ $Vt = 266,20 + 8,77(c-50)$
$66 \leq c \leq 76 m^3$	$Vt = 182,39 + 5,94(c-55) + 127,66 + 4,46(c-55)$ $Vt = 310,05 + 10,50(c-55)$
$77 \leq c \leq 85 m^3$	$Vt = 212,08 + 6,55(c-60) + 148,46 + 4,98(c-60)$ $Vt = 360,59 + 11,53(c-60)$

Na tarefa 5 o aluno apresentou a representação algébrica função afim da forma $f(c) = ac + b$, associando a (coeficiente angular) e b (coeficiente linear) ao custo variável e fixo da função custo total $f(c)$. Para representar o valor total da conta de água que depende do consumo em m^3 , este utiliza a variável c . A generalização de padrões oportuniza uma nova forma de comunicação quando tratamos da linguagem algébrica, propiciando ao estudante analisar a situação proposta e expressá-la numa linguagem mais elaborada.

A partir da substituição do valor de c (presente na conta de água), na expressão algébrica, os alunos encontraram o custo total a ser pago. Dessa forma, os alunos puderam confirmar o valor de $f(c)$, o que seria segundo Duval (2003), uma forma de tratamento uma vez que as transformações realizadas por eles foram internas ao mesmo registro algébrico.

Na figura 9 a seguir, o estudante A14 apresenta para cada faixa de consumo a função de generalização da situação dada, a qual permite calcular o valor total da conta de água para qualquer consumo real em m^3 .

Figura 9. Resolução apresentada por A14. (arquivo da autora)

Verifique que a função $f(C)$ é definida por várias equações e escreva-as.	
Intervalos de consumo em m^3	$F(C)$
$0 \leq C \leq 10 m^3$	$F(C) = 29,90$
$11 \leq C \leq 15 m^3$	$F(C) = 3,25C - 2,60$
$16 \leq C \leq 20 m^3$	$F(C) = 4,47C - 20,90$
$21 \leq C \leq 25 m^3$	$F(C) = 4,78C - 27,10$
$26 \leq C \leq 30 m^3$	$F(C) = 5,90C - 55,10$
$31 \leq C \leq 35 m^3$	$F(C) = 6,03C - 59,00$
$36 \leq C \leq 40 m^3$	$F(C) = 6,83C - 87,03$
$41 \leq C \leq 45 m^3$	$F(C) = 7,82C - 126,60$
$46 \leq C \leq 50 m^3$	$F(C) = 8,18C - 142,80$
$51 \leq C \leq 55 m^3$	$F(C) = 8,77C - 172,30$
$56 \leq C \leq 60 m^3$	$F(C) = 10,10C - 245,45$
$> 60 m^3$	$F(C) = 11,13C - 305,35$

Apresente os cálculos: $F(C) = 29,90 + 3,25C - 32,50$ $F(C) = 3,25C - 2,60$ $F(C) = 68,50 + 4,78C - 95,60$ $F(C) = 4,78C - 27,10$ $F(C) = 121,90 + 6,03C - 180,90$ $F(C) = 6,03C - 59,00$ $F(C) = 186,20 + 7,82C - 312,8$ $F(C) = 7,82C - 126,60$ $F(C) = 266,20 + 8,77C - 438,50$ $F(C) = 8,77C - 172,30$	$F(C) = 46,15 + 4,47C - 67,05$ $F(C) = 4,47C - 20,90$ $F(C) = 92,40 + 5,90C - 147,50$ $F(C) = 5,90C - 55,10$ $F(C) = 152,02 + 6,83C - 239,05$ $F(C) = 6,83C - 87,03$ $F(C) = 225,30 + 8,18C - 368,1$ $F(C) = 8,18C - 142,80$
--	---

Percebeu-se também que nessa tarefa, os erros encontrados estão associados ao código 1.5 do quadro 5, referente as respostas parcialmente corretas, que foram poucas. Assim como na tarefa passada, a quantidade reduzida de erros está relacionada a esta (tarefa 4), apresentar somente atividades de tratamento. A figura10 abaixo exemplifica o erro do código 1.5, em que o estudante A28, não montou a expressão corretamente para a faixa de consumo maior que $60 m^3$.

Figura 10. Resolução apresentada por A28. (arquivo da autora)

Verifique que a função $f(C)$ é definida por várias equações e escreva-as.

Intervalos de consumo em m^3	$F(C)$
$0 \leq C \leq 10 m^3$	$f(C) = 29,90$
$11 \leq C \leq 15 m^3$	$f(C) = 3,25C - 2,60$
$16 \leq C \leq 20 m^3$	$f(C) = 4,47C - 20,90$
$21 \leq C \leq 25 m^3$	$f(C) = 4,76C - 25,30$
$26 \leq C \leq 30 m^3$	$f(C) = 5,49C - 55,10$
$31 \leq C \leq 35 m^3$	$f(C) = 6,83C - 59,00$
$36 \leq C \leq 40 m^3$	$f(C) = 6,83C - 87,03$
$41 \leq C \leq 45 m^3$	$f(C) = 7,82C - 126,60$
$46 \leq C \leq 50 m^3$	$f(C) = 6,18C - 142,80$
$51 \leq C \leq 55 m^3$	$f(C) = 9,77C - 212,30$
$56 \leq C \leq 60 m^3$	$f(C) = 10,10C - 245,45$
$> 60 m^3$	$f(C) = 11,30C - 275,35$

Apresente os cálculos:

$11 \leq C \leq 15$: $f(C) = 29,90 + 3,25(C - 10)$
 $f(C) = 29,90 + 3,25C - 32,50$
 $f(C) = 3,25C - 2,60$

$36 \leq C \leq 40$: $f(C) = 152,02 + 6,83(C - 35)$
 $f(C) = 152,02 + 6,83C - 239,05$
 $f(C) = 6,83C - 87,03$

$41 \leq C \leq 45$: $f(C) = 186,20 + 7,82(C - 40)$
 $f(C) = 186,20 + 7,82C - 312,80$
 $f(C) = 7,82C - 126,60$

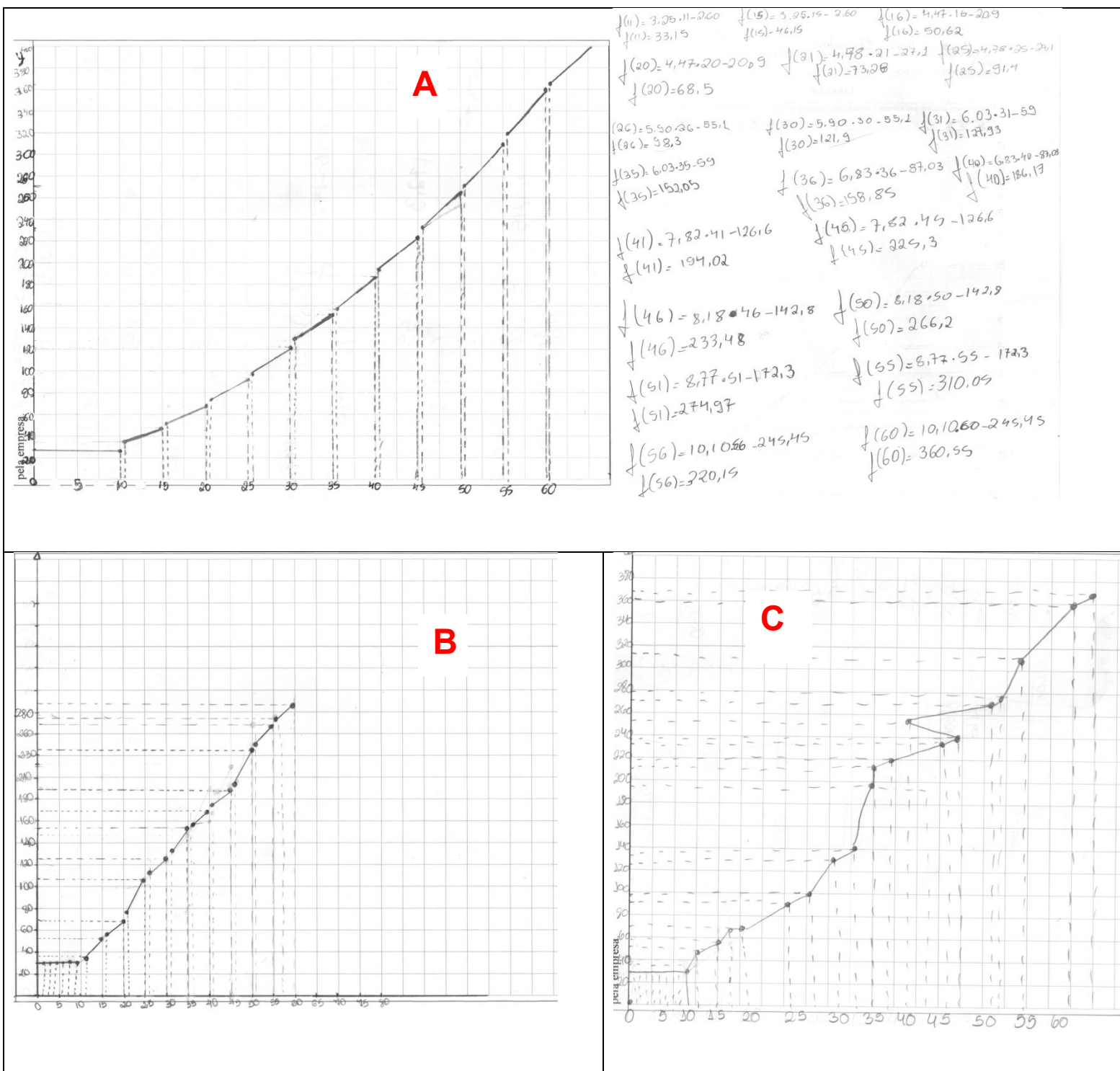
Após realizar essa atividade, em que os alunos puderam verificar a função F em cada um dos intervalos, foi apresentada a seguinte definição:

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se afim se existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = a x + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

A tarefa 6 consistia representar no plano cartesiano as equações da tarefa 5, que mostra a relação do consumo d'água em metros cúbicos e o valor a ser pago à empresa. A figura 11 a seguir, retrata os gráficos de três alunos, dividida em 3 imagens. A imagem A é referente ao aluno A3 classificada como resposta correta. A imagem B é referente ao aluno A1

considerada como resposta parcialmente correta e a imagem C é referente ao aluno A6 considerada resposta incorreta.

Figura 11. Exemplos de respostas apresentadas pelos alunos. (arquivo da autora)



Analisando a imagem A (gráfico e cálculos algébricos) percebeu-se que o aluno representou as funções de custo em função da faixa de consumo corretamente, ao considerar os pontos de extremos de cada intervalo, observado nos cálculos do lado superior direito da figura 11. Dessa forma, o aluno traçou cada segmento, de maneira que C variasse dentro desse intervalo fechado.

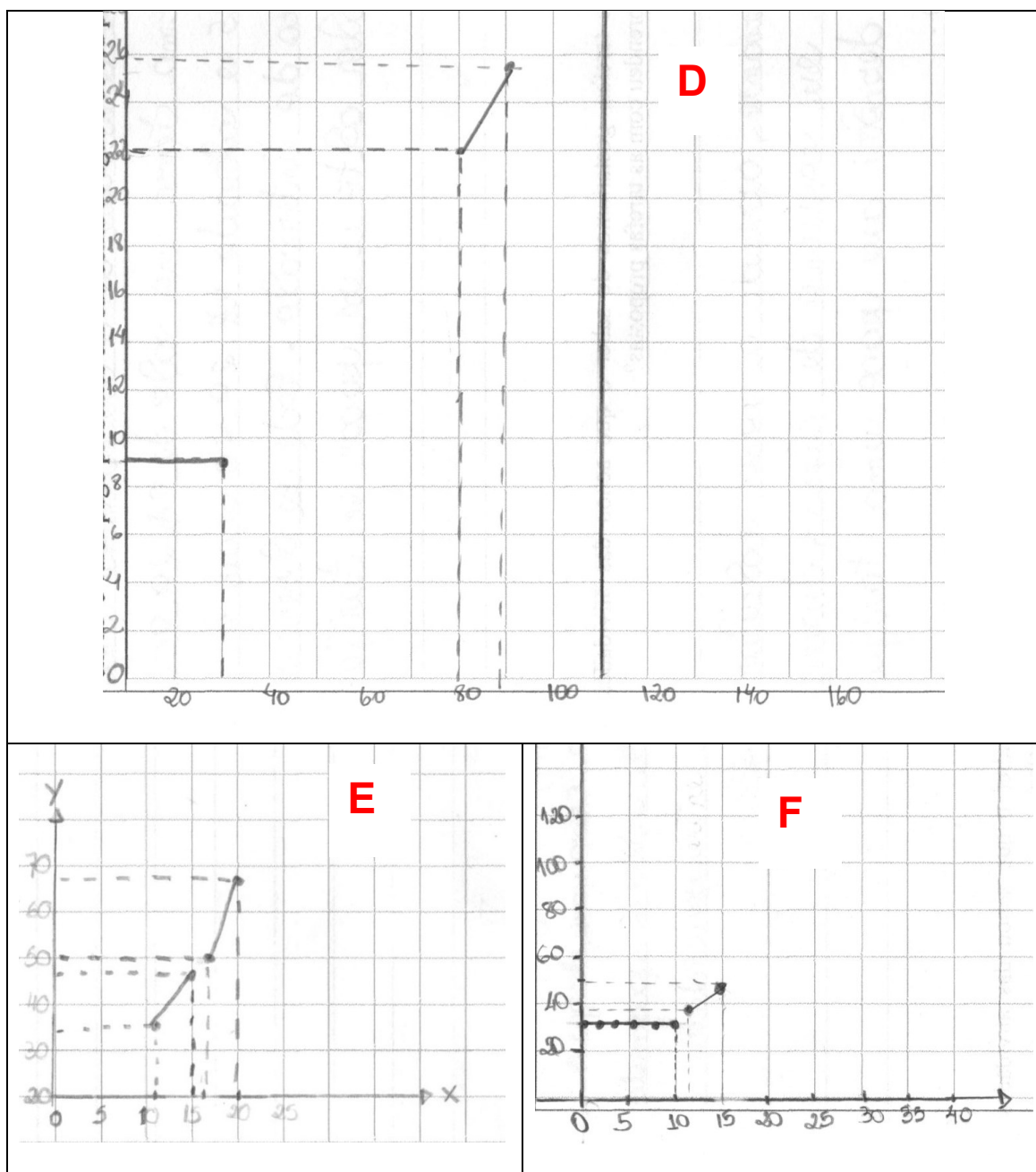
O gráfico esboçado por A1 foi considerado parcialmente correto associado ao código 1.5 do quadro 5, pois a função considerada da faixa de consumo para gastos acima de 60m^3 a ser representada graficamente está incorreta, o que levou ao aluno representar em intervalo fechado. Nesse caso, a empresa cobra o valor máximo de R\$ 362,45 por qualquer gasto igual ou maior a 60 mil litros de água mensais.

Já na imagem 3 o aluno esboçou o gráfico das funções custo equivocadamente, erro associado ao código 2.1 do quadro 5. O erro mais visível é o do traço “retroceder”, característica que não faz parte das funções em sua representação gráfica. Além disso, como o intervalo das faixas de consumo é fechado, o gráfico que representa todas as funções de custo, não é contínuo em alguns pontos entre os intervalos. Dessa forma, foi identificado também este erro na tarefa realizado por A6.

Somente 30% dos alunos acertaram essa tarefa corretamente. Mais uma vez podemos associar esse baixo índice de acertos ao fato de que essa atividade exigia que os alunos realizassem uma conversão entre dois registros diferentes. A mudança de registros discursivos para registros não discursivos, segundo Duval (2012), é não congruente, pois não é possível a partir do registro algébrico visualizar os registros gráficos. Como essa conversão exige um custo cognitivo maior devido a quantidade de tratamentos a fazer antes da conversão, isso refletiu na quantidade de alunos que erraram ou acertaram parcialmente correto.

Como na tarefa anterior, na tarefa 7 também foi identificado o fenômeno da não congruência entre os registros de partida (algébrico) e de chegada (gráfico). Como podemos ver na figura 12 a seguir, nas imagens D e E os alunos não conseguiram realizar a mudança de registros corretamente.

Figura 12. Exemplos de respostas apresentadas pelos alunos.(arquivo da autora).



O caráter dessa tarefa é de validação do modelo matemático, de acordo com Biembengut e Hein (2009). Essa sequência de atividades compreendida da tarefa 1 a 7 é considerada uma modelagem matemática, na visão de Biembengut e Hein (2009) porque puderam ser trabalhadas as seguintes fases: (a) Interação: antes de começar as tarefas houve

uma interação entre a pesquisadora e os alunos, em que partiu de discussões sobre o conhecimento dos alunos em sobre as contas de águas de suas residências; (b) Matematização: essa etapa foi empregada nas tarefas 1, 2, 3, 4 e 5 com o objetivo de traduzir a situação real de tarifas das contas de água para uma linguagem matemática, predominantemente em registros algébricos: função afim; c) Modelo Matemático: Ainda na tarefa 5 nas tarefas 6 e 7 as funções puderam ser verificadas, interpretadas e validadas como modelo matemático. Essas funções foram verificadas em dois tipos de registros (algébrico e gráfico), em que, no registro cartesiano puderam ser feitas atividades de interpretações, e ainda puderam validar as funções calculando as suas próprias contas de águas e do seu parceiro da dupla.

Por fim, todas essas atividades vão ao encontro do que diz a Educação Matemática Crítica, que segundo Skovsmose (2006), é apropriar-se da Matemática como ferramenta para compreender os fenômenos que estão presentes na sociedade.

3.4 Análise das impressões dos alunos em relação a intervenção de ensino

Após o processo de Modelagem, foram propostas aos alunos duas questões pedindo opinião acerca do trabalho realizado.

Questão 1: Observe os gráficos que esboçou e analise. Qual ou quais as similaridades ou diferenças entre eles? O que pode observar nessa comparação em relação ao consumo e o valor pago?

Questão 2: Ao encerrar as sete tarefas, gostaríamos de saber o que achou das atividades propostas? O que você aprendeu com as tarefas propostas?

Em cada questão havia duas perguntas na mesma oração, as quais foram divididas em duas, permitindo destacar alguns resultados por meio do estabelecimento de quatro categorias para análise.

Na categoria 1, os alunos expuseram suas impressões sobre as atividades propostas de Modelagem Matemática, podendo manifestar suas satisfações e descontentamentos no que tange ao processo de modelagem e às atividades realizadas.

Na categoria 2, foram agrupadas as respostas em que os alunos expressaram o que aprenderam com as atividades, evidenciando os conteúdos mais específicos de matemática que foram abordados e as discussões e análises críticas que foram levantadas a respeito das tarifas de água.

Na categoria 3, foram enquadradas as respostas em que os alunos apresentaram de acordo com seus entendimentos as similaridades e diferenças que identificaram entre os gráficos esboçados nas tarefas 6 e 7. Na tarefa 6 o gráfico mostra a relação do consumo em m^3

e o valor total a ser pago pela empresa (Superintendência de Água e Esgoto de Ituiutaba - SAE). Já na tarefa 7 o gráfico expressa a relação do consumo em m^3 e o valor a pagar presente na conta de água do aluno e do parceiro da dupla.

Na categoria 4, foram reunidas as respostas em que os alunos fazem uma comparação do consumo real com o valor a ser pago, dos gráficos esboçados nas tarefas 6 e 7.

Quadro 6 - Categorias da questão 1.

O que achou das atividades propostas?					A1 - Gostou da atividade. A2 - Achou atividade cansativa e enjoativa. A3 - A aula foi diferenciada, divertida e interessante. A4 - Foi uma atividade importante para análises críticas. A5 - Sem resposta.
A1	A2	A3	A4	A5	
20	1	4	3	2	

Fonte: Elaborado pela autora.

Observa-se que, a maioria dos alunos deu uma resposta afirmativa, conforme é possível observar nos depoimentos a seguir.

Eu gostei bastante, pude observar que com essas atividades tivemos um aprendizado melhor. (aluno 01, depoimento).

Muito legal, não sabia que por traz de uma simples conta havia tantas contas. (aluno21, depoimento).

Gostei, pois aprendemos mais sobre como funciona o consumo da água e do esgoto, apesar da atividade ser enjoativa, aprendi também a calcular porcentagem que eu não sabia. (aluno 10, depoimento).

Os depoimentos dos estudantes vão ao encontro dos dizeres de Biembengut e Hein (2000, p.13), quando afirmam que “a Matemática e a realidade são dois conjuntos disjuntos e a Modelagem é um meio de fazê- los interagir”. No entanto, por meio da Modelagem Matemática é possível desenvolver o interesse do aluno, incentivar a trabalhar com temas de sua realidade e promover habilidades de resolver problemas que envolva aplicação de conteúdos matemáticos.

Foi possível evidenciar que maioria dos alunos apresentou satisfação em realizar as atividades propostas. Nesta pesquisa, o que mais chamou atenção dos alunos, foi descobrir a Matemática que existe em uma conta de água. Com a atividade a princípio os estudantes

observaram que para estudar a contar referente ao consumo de água de suas residências eles necessitariam de alguns conhecimentos matemáticos como, por exemplo, noção de número decimal, as quatro operações básicas, cálculo de porcentagem, dentre outros.

Outro aspecto que os alunos consideraram interessante da atividade foi a maneira como foi explorado o conteúdo de função, trazendo uma realidade para ser debatido em sala de aula, o que tornou a aula mais divertida, esclarecedora e favoreceu o aprendizado desses estudantes.

Em seguida, serão apresentadas as categorias da questão 2 em que os alunos revelaram ter aprendido com as tarefas propostas.

Quadro 7 - Categorias da questão 2

O que aprendeu com as atividades propostas?						B1 - Calcular porcentagem e cada faixa de consumo. B2 - Aprendeu fazer gráfico de função. B3 - Colaborou para o entendimento do conteúdo de função. B4 - Que pode realizar muitos cálculos por meio de uma conta de água e calcular o consumo mensal. B5 - Aprendeu a verificar que são cobradas altas tarifas pela empresa. B6 - Sem resposta.
B1	B2	B3	B4	B5	B6	
7	2	2	8	8	3	

Fonte: Elaborado pela autora.

As declarações dos alunos foram surpreendentes, conforme mostram os depoimentos a seguir:

A gente aprendeu a conferir direito o valor da conta de água. E também me ajudou muito com matéria função, pois não estava entendendo muito bem, mas agora eu entendo. (Aluno 18, depoimento).

As tarefas propostas foram muito importantes para desenvolver nosso raciocínio lógico, mas principalmente para termos uma análise crítica sobre como somos explorados e como os impostos estão presentes até mesmo em uma simples conta de água, que na verdade não é tão simples assim porque precisamos passar por todo um processo para realmente descobrirmos o que está por trás de tudo isso. (aluno 07, depoimento).

Agora eu sei que pago até mais do que eu consumi e também aprendi a fazer contas de porcentagem e gráficos. (aluno 21, depoimento).

A partir dos dados apresentados, é possível perceber que os alunos manifestaram uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos, especificamente ‘função afim’, que era o assunto abordado e também permitiu explorar outros conceitos como, por exemplo, o cálculo

de porcentagem. A Modelagem pode ser uma estratégia de ensino que favoreça a aprendizagem de um conceito matemático possibilitando que o aluno parta de situações reais para entender a Matemática.

Os relatos dos alunos mostraram um aspecto muito interessante que é o contato com a realidade. A participação efetiva dessa atividade de Modelagem revelou uma tomada de consciência, dos alunos participantes, de uma realidade vivida pelos brasileiros que pagam impostos.

Um dos relatos mostrou que atividade contribuiu para o pensamento crítico do aluno, quando foi mencionado que existe uma grande carga tributária inserida em uma simples conta de água, que ele mesmo reconhece que não é tão simples assim. Esse testemunho do aluno 07 mostra que o processo de modelagem, além de permitir que ele desenvolvesse habilidades matemáticas, também fez com que ele refletisse sobre uma realidade vivenciada por ele, que corrobora com as ideias da Educação Matemática Crítica defendida por Skovsmose (2008), quando afirma que para ser um cidadão crítico, é preciso questionar, analisar buscar alternativas para solucionar conflitos e as verdades impostas pela sociedade, sendo esse o papel da Matemática ensinada nas escolas, o de municiar os estudantes com um ferramental matemático que lhes proporcione compreender melhor a realidade em que estão inseridos.

Além das visões conceptivas apresentadas pelos alunos nas categorias mencionadas anteriormente, também foram abordadas para este estudo outras questões mais direcionadas aos conteúdos matemáticos que foram abordados. Assim, essas questões deram ênfase nas atividades de gráficos propostos nas tarefas 6 e 7.

Assim, serão exibidas as categorias da questão 3, as quais descrevem as similaridades e diferenças observadas pelos alunos nas tarefas 6 e 7.

Quadro 8 - Categorias da questão 3.

Quais as similaridades ou diferenças entre os gráficos que esboçou?					C1 - Um gráfico mostra o consumo de todas as faixas de consumo e o outro apenas o consumo da dupla. C2 - Os gráficos são iguais, está na mesma faixa de consumo, porém os valores a serem pagos são diferentes. C3 - Estão em faixas de consumos diferentes. C4 - Os dois gráficos estão relacionados ao consumo e ao valor a pagar. C5 - Sem resposta.
C1	C2	C3	C4	C5	
3	6	8	4	9	

Fonte: Elaborado pela autora.

Inúmeras foram às respostas, porém foram tratadas duas mais interessantes que de certa forma representam a maioria das respostas dadas.

A similaridade é que os dois estão relacionados ao valor a pagar e a faixa de consumo. A diferença entre eles, que de 0 até 10 você pagará uma mesma taxa no valor de R\$ 29,90 e de 21 até 25 é cobrado R\$ 29,90 mais o valor da taxa do intervalo. Pode se observar que é um valor alto a se pagar em tarifa. (aluno 04, depoimento).

Os dois estão na mesma faixa de consumo, porém o valor a pagar é diferente. (aluno 06, depoimento).

Para responderem essa pergunta foram analisados dois gráficos esboçados pelos alunos. Um primeiro que mostra a relação do consumo e valor a ser pago e o segundo que mostra relação referente a conta de água do aluno e do parceiro da dupla.

Alguns alunos entenderam que as similaridades dos gráficos eram estar relacionados ao consumo e valor a pagar. Já as diferenças é que mesmo que os valores em m^3 estão na mesma faixa de consumo, porém o valor total a pagar da fatura é diferente.

Assimilando as interpretações dos alunos e as atividades esboçadas, os resultados obtidos mostraram que para um consumo de até $10 m^3$, o valor a pagar é sempre uma taxa mínima de R\$ 17,59, entendendo que estamos tratando nesta faixa de consumo de uma função constante, uma vez que o valor a pagar independe da quantidade de água consumida.

Assim, os alunos perceberam que uma residência tem seu valor a pagar pelo consumo de água, se este for até a $10 m^3$, sempre será um valor constante de R\$17,59.

Foi observado que se o consumo for acima de $10m^3$, paga-se a tarifa mínima de R\$17,59, pelo consumo de $10m^3$, mais um valor de tarifa da outra faixa de consumo por m^3 excedente.

Desta forma, de acordo com os resultados obtidos podemos dizer que o valor a pagar pelo consumo de água em uma residência no Município de Ituiutaba, obtém-se um modelo matemático representado por uma função polinomial de 1º grau na forma $f(c) = ac + b$ com a e b sendo números reais e $a \neq 0$. Se $a = 0$ obtém-se $f(c) = b$, que representa uma função constante (o que ocorre apenas na faixa de consumo de até $10 m^3$). Nesse caso, $f(c)$ é o valor a pagar e c é a quantidade de água consumida.

Quadro 9 - Categorias da questão 4.

O que observou na comparação em relação ao consumo e o valor pago?					D1 - A tarifa mínima é até 10m^3 e a máxima até 60m^3 . D2 - Pagou o mesmo valor se comparado com quem consumiu mais. D3 - Para consumos de até 10m^3 pagará um valor fixo e para outras faixas de consumos pagará valores distintos, gerando altas tarifas. D4 - Mesmo que o consumo em m^3 seja com diferença mínima, os valores são completamente distintos. D5 - Sem resposta.
D1	D2	D3	D4	D5	
1	1	5	2	21	

Fonte: Elaborado pela autora.

É possível perceber que a maioria dos alunos não respondeu esse questionamento. Devido ao fato de que, haver duas perguntas na mesma frase, pode ser que eles entenderam como apenas uma pergunta, apresentado então somente uma resposta.

Ao concatenar as informações expressas na forma de números no quadro anterior com aquilo que foi explicitado como resposta pelos estudantes, foi possível selecionar os dois depoimentos a seguir que expressam de maneira representativa as respostas dadas pelos estudantes.

Que mesmo o consumo em m^3 seja com a diferença mínima os valores são completamente distintos. E que se torna injustiça com muitos consumidores porque pagamos o mesmo preço que um consumidor que gastou mais. (aluno 07, depoimento).

Podemos observar um consumo é igual a 10m^3 e independente de quanto ela gastar pagará a mesma taxa, agora já o outro consumo chega a ser 48m^3 e diferente do outro ele estará pagando valores diferentes. (aluno 01, depoimento).

Pelos resultados é possível observar que muitos dos alunos que responderam a essa pergunta incomodaram com os valores de tarifas que são cobrados.

Embora o objetivo principal no desenvolvimento de atividades nas aulas de Matemática seja a aprendizagem dos conteúdos da disciplina, esse processo de Modelagem Matemática permitiu, ao professor, ir além dos conteúdos, proporcionou-lhes aprender além dos conteúdos matemáticos ou disciplinares. Os estudantes extrapolaram as fronteiras da Matemática e passaram a utilizar o que estavam aprendendo para exercer a cidadania e, esse é o papel não só das disciplinas escolares, mas da escola enquanto instituição, ou seja, proporcionar a emancipação do cidadão de forma que ele possa utilizar os conhecimentos construídos no interior da escola para compreender o mundo que existe fora dos muros da escola. Assim, se olhar para os fundamentos da Educação Matemática Crítica

(SKOVSMOSE, 2008), é possível perceber que de certa forma o trabalho realizado no âmbito desta pesquisa está em consonância com o que por ela é proposto.

Essa proposta de trabalho foi ao encontro da problematização de situações do cotidiano que possibilitaram o desenvolvimento de capacidades cognitivas dos alunos, permitindo que estes estabeleçam habilidades no processo de resolução de problemas.

Conceber a Modelagem Matemática como metodologia de ensino para este estudo, conforme os relatos dos alunos foi um caminho a ser seguido que colaborou para tornarem as aulas mais agradáveis e também propiciaram um melhor entendimento dos conteúdos matemáticos que foram abordados e, ainda, proporcionou que os alunos pudessem desenvolver o senso crítico e analisar e debater situações que normalmente não são comuns em uma aula de Matemática. Em outras palavras, a Matemática se constituiu em uma ferramenta emancipadora que permitiu os estudantes compreendessem situações que fazer parte das suas vidas cotidianas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é resultado de um estudo pautado nas implicações do uso da Modelagem Matemática como ferramenta de ensino.

Empregando a metodologia Modelagem Matemática, aliada ao tema conta de água, foi possível estabelecer uma relação entre teoria e prática. Por meio das atividades em grupos, discussões e respostas apresentadas pelos alunos, evidenciou-se que foi possível, apesar dos contratempos e das dificuldades apresentadas pelos estudantes evidenciar uma aprendizagem que trouxe significado para o conteúdo trabalhado.

Durante a pesquisa os alunos demonstraram interesse e satisfação em realizar as atividades propostas, uma vez que, a metodologia empregada favoreceu para a compreensão destes estudantes em relação aos cálculos, interpretação e construção dos gráficos.

Ao desenvolver as atividades de Modelagem Matemática, foi possível estabelecer o uso de diferentes registros de representação bem como a realização de sucessivas conversões entre eles.

As conversões realizadas foram muito importantes para que pudéssemos perceber a variedade de representações que um objeto pode ter. Nesse sentido, não poderíamos ter compreender o nosso objeto de estudo, função afim, sem antes ter clareza que ele poderia ser representado de várias maneiras.

A teoria dos Registros nos ajudou a entender que a peculiaridade da matemática está na mobilização simultânea de pelo menos dois registros de representação ao mesmo tempo, o que dificultaria a compreensão do objeto matemático, quase não acontecesse essa condição.

Nesse sentido, a teoria nos deu suporte também para explicar o porquê não acontece de forma natural a conversão de uma função escrita na forma algébrica para a representação

gráfica, o que ocorre devido ao fator de não congruência, ao impedir o estudante de perceber o objeto em várias representações.

Utilizando a Modelagem Matemática para relacionar os cálculos matemáticos com o cotidiano dos alunos, isso proporcionou algumas reflexões, em destaque, as tarifas que são cobradas em uma fatura de água mensal. Isso foi confirmado nas respostas exibidas pelos participantes, por meio de quatro questionamentos que foram determinados para os grupos, que de modo geral, contemplavam as impressões e o aprendizado que se pôde almejar com as atividades.

Por meio dos resultados obtidos, os alunos estabeleceram relações entre o consumo real e o valor a ser pago na conta de água, concluindo que são cobradas altas tarifas nas diversas faixas de consumo e que para o consumo de até 10m^3 é estipulado um valor fixo a pagar, o que pode não é coerente com uma pessoa que obteve um consumo menor no período de um mês. Essas discussões estão pautadas nas vertentes da Educação Matemática Crítica, que postula que a Matemática é uma ferramenta que promove a compreensão e mundo e possibilita ao seu usuário o desenvolvimento do senso crítico e do poder de argumentação.

Os resultados apresentados advindos de observações das atividades de Modelagem Matemática viabilizaram indícios de construção do conhecimento matemático e reflexivo promovendo o exercício de cidadania.

Nesse contexto, podemos considerar a importância de incluir nas aulas de Matemática atividades que evidenciam o cotidiano das pessoas e problemas não particularmente matemáticos que se apresentem na perspectiva da Educação Matemática Crítica.

Diante do exposto, espera-se que este estudo contribua na área de ensino de Matemática, no que se refere ao tema função afim e seja relevante para pesquisas em Educação Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A. Por uma educação matemática crítica: a modelagem matemática como alternativa. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 12, n. 2, 2010.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: Uma perspectiva. In: **ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 1. 2004b, Londrina. Anais. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 2ªed. – São Paulo: Contexto, 2004.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani, Pesquisa Qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho e ARAUJO, Jussara de Loiola (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p.99-112.

BIEMBENGUT, M. S. (1999). **Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau, Furb.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 3.ed.São Paulo:Contexto ,2003.

_____; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. Maria Sallet Biembengut. 4ªed. 1ª reimpressão- São Paulo: Contexto, 2007.

_____; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5.ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BRUMANO, C. E. P. **A modelagem matemática como metodologia para o estudo de análise combinatória**. 2014.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução de Magda Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2010.

D'AMBROSIO, U. (1986). **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Ed. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

_____; **Semiosis y Pensamiento Humano**: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Tradução em casteliano de Myriam Veja Reestrepo. Universidade Del Valle: Peter Lang, 2004.

_____; MORETTI, Tradução de M. T. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência Écarts sémantiques et cohérence mathématique: introduction aux problèmes de congruence. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 7, n. 1, p. 97-117, 2012.

_____; MORETTI, Tradução de M. T. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

FACHIN, Odília. *Fundamentos da Metodologia*, São Paulo: Saraiva. ISBN 85-02-03807-9, 2005.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: Saberes necessários a prática educativa. 30. Ed. São Paulo: Paz e Terra, 2004.

GRANGER, G. **A Razão**. 2ª ed. São Paulo: Difusão Européia do Livro, 1969.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS - **Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental - Matemática**. Ministério da Educação e do Desporto - Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: 1998.

PRODANOV, C.C; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição**. Editora Feevale, 2013.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas, SP: Papirus, 2006.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Papirus editora, 2008.

ANEXOS

ANEXO 01**ESCOLA ESTADUAL GOVERNADOR ISRAEL PINHEIRO****SÉRIE:****MEMBROS DO GRUPO:****TAREFA 1**

Complete a tabela abaixo, sabendo que o valor do esgoto fornecido pela empresa distribuidora (SAE) é 70% do valor da tarifa de água.

Faixa de consumo em m³	Tarifas em R\$ de água por m³	Tarifas em R\$ de esgoto por m³
Até 10	R\$ 17,59 (tarifa mínima)	
De 11 a 15	R\$ 1,91	
De 16 a 20	R\$ 2,63	
De 21 a 25	R\$ 2,81	
De 26 a 30	R\$ 3,47	
De 31 a 35	R\$ 3,55	
De 36 a 40	R\$ 4,02	
De 41 a 45	R\$ 4,60	
De 46 a 50	R\$ 4,81	
De 51 a 55	R\$ 5,16	
De 56 a 60	R\$ 5,94	
> 60	R\$ 6,55	

Apresente os cálculos:

ANEXO 02

ESCOLA ESTADUAL GOVERNADOR ISRAEL PINHEIRO**SÉRIE:****MEMBROS DO GRUPO:****TAREFA 2**

Sendo C = Consumo e V_a = Valor da água, calcule o valor da água de acordo com cada faixa de consumo apresentado na tabela abaixo.

Intervalos de consumo em m^3	V_a = Valor da água
$0 \leq C \leq 10 m^3$	
$11 \leq C \leq 15 m^3$	
$16 \leq C \leq 20 m^3$	
$21 \leq C \leq 25 m^3$	
$26 \leq C \leq 30 m^3$	
$31 \leq C \leq 35 m^3$	
$36 \leq C \leq 40 m^3$	
$41 \leq C \leq 45 m^3$	
$46 \leq C \leq 50 m^3$	
$51 \leq C \leq 55 m^3$	
$56 \leq C \leq 60 m^3$	
$> 60 m^3$	

Apresente os cálculos:

ANEXO 03

ESCOLA ESTADUAL GOVERNADOR ISRAEL PINHEIRO**SÉRIE:****MEMBROS DO GRUPO:****TAREFA 3**

Sendo C = Consumo e Ve = Valor do esgoto, calcule o valor do esgoto de acordo com cada intervalo de consumo apresentado na tabela abaixo, sabendo que o valor final da tarifa de esgoto fornecido pela empresa distribuidora é 70% do valor da tarifa de água

Intervalos de consumo em m³	Ve = Valor do esgoto
$0 \leq C \leq 10 \text{ m}^3$	
$11 \leq C \leq 15 \text{ m}^3$	
$16 \leq C \leq 20 \text{ m}^3$	
$21 \leq C \leq 25 \text{ m}^3$	
$26 \leq C \leq 30 \text{ m}^3$	
$31 \leq C \leq 35 \text{ m}^3$	
$36 \leq C \leq 40 \text{ m}^3$	
$41 \leq C \leq 45 \text{ m}^3$	
$46 \leq C \leq 50 \text{ m}^3$	
$51 \leq C \leq 55 \text{ m}^3$	
$56 \leq C \leq 60 \text{ m}^3$	
$> 60 \text{ m}^3$	

Apresente os cálculos:

ANEXO 04**ESCOLA ESTADUAL GOVERNADOR ISRAEL PINHEIRO****SÉRIE:****MEMBROS DO GRUPO:****TAREFA 4**

Chamaremos de valor total (Vt), no entanto, na fatura de serviços não é dado um nome especificamente para este valor porque existem outras tarifas a serem cobradas como a conservação de hidrômetro, multa de atraso e juros de moradia, somando tudo, no final é dado o nome de valor total. Para calcular o valor total (Vt), faremos: $V_a + V_e$, para cada faixa de consumo.

ANEXO 05

ESCOLA ESTADUAL GOVERNADOR ISRAEL PINHEIRO

SÉRIE:

MEMBROS DO GRUPO:

TAREFA 5

Verifique que a função F em cada um dos intervalos e escreva-as.

Intervalos de consumo em m^3	F (C)
$0 \leq C \leq 10 m^3$	
$11 \leq C \leq 15 m^3$	
$16 \leq C \leq 20 m^3$	
$21 \leq C \leq 25 m^3$	
$26 \leq C \leq 30 m^3$	
$31 \leq C \leq 35 m^3$	
$36 \leq C \leq 40 m^3$	
$41 \leq C \leq 45 m^3$	
$46 \leq C \leq 50 m^3$	
$51 \leq C \leq 55 m^3$	
$56 \leq C \leq 60 m^3$	
$> 60 m^3$	

Apresente os cálculos:

SÉRIE:

MEMBROS DO GRUPO:

TAREFA 6

Construa um gráfico que mostra a relação do consumo em m^3 e o valor total a ser pago à empresa.

[illegible]

SÉRIE:

MEMBROS DO GRUPO:

TAREFA 7

Construa um gráfico que mostra a relação do consumo em m³ das contas de água de todos os alunos e o valor total a ser pago à empresa.

[illegible]

ANEXO 08 (QUESTÕES QUE OS ALUNOS RESPONDERAM)

I) Observe os gráficos que esboçou e analise. Qual ou quais as similaridades ou diferenças entre eles? O que pode observar nessa comparação em relação ao consumo e o valor pago?

I) Ao encerrar as sete tarefas, gostaríamos de saber o que achou das atividades propostas? O que você aprendeu com as tarefas propostas?

ANEXO 09 (TERMO DE CONSENTIMENTO)

UNIVERSIDADE FERDEARL DE UBERLÂNDIA – CAMPUS ITUIUTABA FACULDADE DE CIÊNCIAS INTEGRADAS DO PONTAL

TERMO DE ASSENTAMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE) (Resolução 466/2012 do CNS)

Eu, Rogério Fernando Pires, professor e pesquisador da Universidade Federal de Uberlândia, convido a participar da pesquisa “A modelagem matemática como ferramenta para o ensino e aprendizagem”.

Você foi selecionado (a) por ser aluno (a) do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Ituiutaba, pertencente ao público em que esta pesquisa está direcionada. Na presença do pesquisador e a partir do consentimento de seus pais e/ou responsável e de seu assentimento, você participará de atividades desenvolvidas para a investigação das implicações da modelagem matemática no ensino da Matemática nos Ensinos Médio e Superior.

Sua participação é voluntária e não haverá qualquer tipo de remuneração. A qualquer momento você poderá desistir e retirar seu assentimento sem nenhum ônus.

Eu, _____, aceito participar da pesquisa “A modelagem matemática como ferramenta para o ensino e aprendizagem”. Entendi que posso dizer “sim” e participar, após leitura na íntegra deste documento, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir da pesquisa sem ônus para qualquer uma das partes. O pesquisador tirou minhas dúvidas e meus pais e/ou responsáveis autorizaram minha participação. Desse modo, concordo em participar da pesquisa.

Assinatura do Aluno (a)

Local e data: _____

ANEXO 10 (TERMO DE CONSENTIMENTO)

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

1. Seu filho (a) está sendo convidado para participar da pesquisa “A modelagem matemática como ferramenta para o ensino e aprendizagem”.
2. A partir das dificuldades apresentadas por alunos na aprendizagem de função em parceria com a escola e o professor de Matemática, o pesquisador responsável pela pesquisa desenvolverá com a turma em que seu filho (a) estuda uma sequência de atividades que objetivam uma melhor compreensão das noções do conceito de função.
3. Seu filho (a) foi selecionado por ser aluno dessa escola que firmou parceria com o pesquisador. Sua participação não é obrigatória.
4. O objetivo deste estudo é investigar as implicações do uso da modelagem matemática no ensino da Matemática nos Ensinos Médio e Superior.
5. A participação de seu filho (a) nesta pesquisa consistirá em realizar as atividades propostas durante as aulas de Matemática.
6. O aluno terá acompanhamento docente durante todos os encontros com orientação das tarefas, sendo o único desconforto é o cansaço na realização das atividades que exigem muita concentração na realização, e em contrapartida é esperada uma melhora no aprendizado do estudante.
7. O professor durante os encontros fará a gravação em áudio das discussões e posteriormente transcreverá substituindo os nomes verdadeiros por nomes fictícios.
8. Aceitando a participação na pesquisa o sujeito pode sem prejuízo ou penalização alguma retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa.
9. A qualquer momento seu filho (a) pode desistir de participar e retirar seu consentimento.
10. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador ou com a instituição.
11. O pesquisador manterá em sigilo todos os dados pessoais dos sujeitos participantes da pesquisa, no momento de apresentação dos dados os nomes e locais serão fictícios, garantindo assim o sigilo.
12. As informações obtidas por meio dessa pesquisa serão confidenciais e asseguramos o sigilo sobre sua participação.
13. Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar sua identificação.
14. Ao realizar os encontros, seu filho (a) corre o risco de se cansar realizando as atividades. Caso a participação dele traga algum dano nesse sentido, o pesquisador se compromete a ressarcir imediatamente eventuais prejuízos.
15. Você receberá uma cópia deste termo que consta o telefone e o endereço do pesquisador principal, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento.

Prof. Dr. Rogério Fernando Pires
Rua 20, 1600
Tupã - Ituiutaba
Tel: (34) 32175242

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

O pesquisador me informou que o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UFU que funciona na Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa da Universidade Federal de Uberlândia, localizada na Rua João Naves Ávila, 2121-Santa Mônica – CEP: 38400-902 – Uberlândia - MG – Fone: (34) 3239-4131.

Ituiutaba, ____ de _____ de 2017.

Responsável pelo estudante *

