

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO



**ELIMINAÇÃO DE RUÍDOS EM IMAGENS DE
ULTRASSONOGRAFIA VIA MÉTODOS VARIACIONAIS**

LUCIANA DO ESPIRITO SANTO REZENDE

Uberlândia - Minas Gerais

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO



LUCIANA DO ESPIRITO SANTO REZENDE

ELIMINAÇÃO DE RUÍDOS EM IMAGENS DE ULTRASSONOGRAFIA VIA MÉTODOS VARIACIONAIS

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Ciência da Computação da Universidade Federal de Uberlândia, Minas Gerais, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Área de concentração: Processamento Digital de Imagens.

Orientadora:

Prof^a. Dr^a. Celia Aparecida Zorzo Barcelos

Co-orientadora:

Prof^a. Dr^a. Denise Guliato

Uberlândia, Minas Gerais

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Os abaixo assinados, por meio deste, certificam que leram e recomendam para a Faculdade de Ciência da Computação a aceitação da dissertação intitulada “**Eliminação de Ruídos em Imagens de Ultrassonografia via Métodos Variacionais**” por **Luciana do Espírito Santo Rezende** como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Ciência da Computação**.

Uberlândia, 29 de Agosto de 2013

Orientadora:

Prof^a. Dr^a. Celia Aparecida Zorzo Barcelos
Universidade Federal de Uberlândia

Co-orientadora:

Prof^a. Dr^a. Denise Guliato
Universidade Federal de Uberlândia

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Bruno Augusto Nassif Travençolo
Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Dr. Paulo Sérgio Silva Rodrigues
Centro Universitário da FEI - São Bernardo do Campo, SP

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Data: Agosto de 2013

Autor: **Luciana do Espirito Santo Rezende**
Título: **Eliminação de Ruídos em Imagens de Ultrassonografia via Métodos Variacionais**
Faculdade: **Faculdade de Ciência da Computação**
Grau: **Mestrado**

Fica garantido à Universidade Federal de Uberlândia o direito de circulação e impressão de cópias deste documento para propósitos exclusivamente acadêmicos, desde que o autor seja devidamente informado.

Autor

O AUTOR RESERVA PARA SI QUALQUER OUTRO DIREITO DE PUBLICAÇÃO DESTE DOCUMENTO, NÃO PODENDO O MESMO SER IMPRESSO OU REPRODUZIDO, SEJA NA TOTALIDADE OU EM PARTES, SEM A PERMISSÃO ESCRITA DO AUTOR.

Dedicatória

Dedico este trabalho ao meu marido Carlos Henrique, aos meus pais Luzdélia e Clever, a minha irmã Michelle, ao meu cunhado Emílio e meu sobrinho Isaías, ao meu irmão Matheus, a minha sogra Francisca e ao meu cunhado Eduardo.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a Deus, sem Ele nada disso seria possível. Só Ele sabe todas provas que passei até chegar aqui. Mais uma vez Ele me abençoou e me deu vitória.

Agradeço ao meu marido Carlos Henrique que foi quem me deu a sugestão de fazer o mestrado. E durante todo esse tempo me incentivou, me ajudou e soube entender meu pouco tempo livre. Obrigada por sempre acreditar em mim.

A minha mãe e minha irmã, que são minhas melhores amigas. Obrigada por sempre torcerem por mim e sempre quererem o meu bem.

A minha sogra que também me incentivou desde o início a entrar nessa jornada.

Ao meu chefe Marcelo Dilin, por permitir que meus horários de trabalho na empresa fossem flexíveis. Assim pude ter tempo disponível para concluir minhas atividades acadêmicas.

Ao secretário da pós-graduação Erisvaldo Fialho, que sempre foi muito prestativo em me ajudar.

Ao colega de mestrado Cícero Lima, pelo incentivo e apoio.

Aos professores Bruno Travençolo e Paulo Sérgio por terem aceito o convite para participarem da banca examinadora.

À professora e minha orientadora Celia Zorzo pelos seus ensinamentos e orientações durante o desenvolvimento desse trabalho.

À professora e co-orientadora Denise Guliato pelas sugestões dadas para esse trabalho.

Aos meus amigos e familiares que torceram por mim, oraram por mim e estiveram presentes em minha vida.

*“E sabemos que todas as coisas contribuem juntamente para o bem daqueles que amam
a Deus, daqueles que são chamados segundo o seu propósito.”
(Romanos 8:28)*

Resumo

Ultrassonografia médica é uma das ferramentas mais utilizadas para obtenção de diagnósticos, por ser uma técnica não invasiva, com alta eficácia, baixo custo e visualização em tempo real. Porém essas imagens normalmente são contaminadas com um tipo de ruído multiplicativo, conhecido como ruído *speckle*. Esse ruído sobrepõe granulações na imagem de forma que a distorce e dificulta a análise do diagnóstico.

Apesar da eliminação de ruídos multiplicativos não ter sido estudada de forma tão extensiva quanto a eliminação de ruídos aditivos, existem alguns trabalhos que propõem soluções para eliminação deste tipo de ruído, incluindo trabalhos que usam de métodos variacionais. Os métodos variacionais possuem um termo de suavização e um termo de fidelidade, que são responsáveis por suavizar e preservar características da imagem, respectivamente. Normalmente, é feito um balanceamento entre esses dois termos que será utilizado em todos os pixels da imagem.

Neste trabalho será proposto um método variacional com o objetivo de reduzir ruídos *speckle* em imagens de ultrassonografia. O diferencial do método proposto em relação a outros métodos, é a inclusão de uma função com o objetivo de detectar as localizações dos pixels com alto nível de ruído e dos pixels que contenham bordas, ou seja, características importantes da imagem que devem ser preservadas. Assim, a função irá ajustar a fidelidade e suavização do funcional, de forma que este balanceamento faça com que a suavização seja mais intensa em pixels bastante ruidosos e a fidelidade seja mais intensa em bordas da imagem.

Palavras chave: eliminação de ruído, ruído *speckle*, imagens de ultrassonografia, métodos variacionais.

Abstract

Medical ultrasound is one of the most used tools for obtaining diagnostic, being a noninvasive technique, with high efficiency, low cost and real-time visualization. But these images are usually contaminated with a type of multiplicative noise known as speckle noise. This noise superimposed on the image granules that distorts and complicates the analysis of the diagnosis.

Despite the removal of multiplicative noises has not been studied so extensively as the elimination of additive noise, there are some works that propose solutions to eliminate this type of noise, including works using variational methods. The variational methods have a smoothing term and a fidelity term, which are responsible for smoothing and preserving image characteristics, respectively. Typically, a balance is made between these two terms that will be used for all pixels in the image.

This report will propose a variational method in order to reduce speckle noise in ultrasound images. The differential of the proposed method over other methods is the inclusion of a function in order to detect the locations of pixels with high noise level and pixels containing edges, ie, important features of the image that should be preserved. The function will adjust the fidelity and smoothing of the functional, so that this balance causes smoothing to be more severe in very noisy pixels and fidelity is more intense at the image edges.

Keywords: noise elimination, speckle noise, ultrasound images, variational methods.

Sumário

Lista de Figuras	x
1 Introdução	13
2 Fundamentação Teórica	19
2.1 Conceitos Matemáticos	19
2.2 Métodos Variacionais	19
2.3 Resolução de Métodos Variacionais	20
2.4 Medidas de Qualidade da Restauração	20
3 Trabalhos Correlatos	22
3.1 Modelo RLO	22
3.2 Modelo AA	23
3.3 Modelo JinYang	25
3.4 Considerações Finais	34
4 Método Proposto WBSN	35
4.1 Considerações Finais	39
5 Resultados Experimentais	40
5.1 Imagens Sintéticas	40
5.2 Imagens de Ultrassonografias	71
6 Conclusão	74
Referências Bibliográficas	75

Lista de Figuras

1.1	Exemplos de imagens com ruído Sal e Pimenta.	14
1.2	Exemplos de imagens com ruído gaussiano.	15
1.3	Representação de ruído aditivo.	15
1.4	Exemplos de imagens com ruído speckle.	17
1.5	Figura adaptada de [4].	18
3.1	Primeiro exemplo de eliminação de ruídos utilizando modelo AA e modelo RLO.	24
3.2	Segundo exemplo de eliminação de ruídos utilizando modelo AA e modelo RLO.	25
3.3	SNRs e ReErrs das imagens restauradas.	29
3.4	Restauração da imagem 'Sintética 1' através dos modelos RLO e JinYang.	30
3.5	Restauração da imagem 'Sintética 2' através dos modelos RLO e JinYang.	31
3.6	Restauração da imagem 'Lena' através dos modelos RLO e JinYang.	31
3.7	Restauração da imagem 'Cameraman' através dos modelos RLO e JinYang.	32
3.8	Restauração da imagem 'Barbara' através dos modelos RLO e JinYang.	33
3.9	Restauração de imagem de ultrassonografia através dos modelos RLO e JinYang.	33
4.1	Representação da imagem em matriz.	38
5.1	Imagens sintéticas limpas.	41
5.2	Resultados dos métodos para imagem Sintética 1.	42
5.3	Resultados dos métodos para imagem Sintética 2.	42
5.4	Resultados dos métodos para imagem Sintética 3.	43
5.5	Resultados dos métodos para imagem Sintética 4.	43
5.6	Resultados dos métodos para imagem Sintética 5.	44
5.7	Resultados dos métodos para imagem Sintética 6.	44
5.8	Resultados dos métodos para imagem Sintética 7.	45
5.9	Resultados dos métodos para imagem Sintética 8.	45
5.10	Graficos da imagem Sintética 1.	47
5.11	Graficos da imagem Sintética 2.	47

5.12 Graficos da imagem Sintética 3.	48
5.13 Graficos da imagem Sintética 4.	48
5.14 Graficos da imagem Sintética 5.	48
5.15 Graficos da imagem Sintética 6.	48
5.16 Graficos da imagem Sintética 7.	49
5.17 Graficos da imagem Sintética 8.	49
5.18 Contornos criados pela função g para as imagens recuperadas a partir das imagens ruidosas com variância 0.005.	50
5.19 Resultados dos métodos para imagem Sintética 1.	51
5.20 Resultados dos métodos para imagem Sintética 2.	51
5.21 Resultados dos métodos para imagem Sintética 3.	52
5.22 Resultados dos métodos para imagem Sintética 4.	52
5.23 Resultados dos métodos para imagem Sintética 5.	53
5.24 Resultados dos métodos para imagem Sintética 6.	53
5.25 Resultados dos métodos para imagem Sintética 7.	54
5.26 Resultados dos métodos para imagem Sintética 8.	54
5.27 Contornos criados pela função g para as imagens recuperadas a partir das imagens ruidosas com variância 0.01.	56
5.28 Resultado do Método AA na imagem 'Sintética 2' ao longo das iterações. .	57
5.29 Resultado do Método JinYang na imagem 'Sintética 2' ao longo das iterações.	58
5.30 Resultado do método WBSN na imagem 'Sintética 2' ao longo das iterações.	59
5.31 Resultado do Método AA na imagem 'Sintética 5' ao longo das iterações. .	60
5.32 Resultado do Método JinYang na imagem 'Sintética 5' ao longo das iterações.	61
5.33 Resultado do método proposto na imagem 'Sintética 5' ao longo das iterações.	62
5.34 Gráfico de média do SNR por quantidade de iterações.	65
5.35 Gráfico de média do SSIM por quantidade de iterações.	65
5.36 Sintética 1 com ruído de variancia 0.005.	67
5.37 Sintética 1 com ruído de variancia 0.01.	68
5.38 Sintética 5 com ruído de variancia 0.005.	69
5.39 Sintética 5 com ruído de variancia 0.005 (recuperadas com 5000 iterações).	70
5.40 Imagem 246.	71
5.41 Imagem 209.	71
5.42 Imagem 198.	71
5.43 Imagem 194.	72
5.44 Imagem 169.	72
5.45 Imagem 153.	72
5.46 Imagem 113.	72
5.47 Imagem 99.	73
5.48 Imagem 82.	73

5.49 Imagem 38.	73
5.50 Imagem 28.	73

Capítulo 1

Introdução

A ultrassonografia médica é uma das ferramentas mais utilizadas para obtenção de diagnósticos, isso porque é uma técnica não invasiva, não é preciso ser feito nenhum procedimento cirúrgico ou agressivo, possui alta eficácia, os resultados são de qualidade, tem baixo custo devido a técnica já estar bastante difundida e também é possível ter visualização em tempo real. Porém ao capturar as ultrassonografias, devido a características do próprio aparelho de captura, essas imagens são contaminadas com ruídos. Esses ruídos sobrepõe granulações sobre a imagem que dificulta a análise do diagnóstico, por isso seria necessário fazer a eliminação desses ruídos.

Um dos problemas fundamentais do processamento digital de imagens está relacionado com a eliminação de ruídos das imagens. Esses ruídos são alterações nos valores dos pixels da imagem, ou seja, deformações nas imagens originais. Na maioria das vezes, os ruídos não podem ser evitados, pois ocorrem na própria captura da imagem, devido ao dispositivo utilizado, como máquinas fotográficas, aparelhos de ressonância magnética, aparelhos de ultrassonografia, etc.

A eliminação de ruídos tem o objetivo de encontrar a imagem limpa (sem ruídos) desconhecida através da imagem ruidosa. Para encontrar essa imagem limpa é necessário suavizar a imagem ruidosa extraindo as informações indesejadas, e ao mesmo tempo preservar características importantes da imagem, como bordas e texturas. As bordas de uma imagem são mudanças, normalmente bruscas, entre níveis de cinza de duas regiões relativamente homogêneas. Detectar essas bordas significa delimitar a fronteira entre um objeto e outro, ou entre um objeto e o fundo da imagem.

Esse cuidado em preservar características importantes da imagem, se deve ao fato que essas características podem ser essenciais em uma possível futura análise da imagem. Por exemplo, ao analisar uma imagem médica, é de extrema importância que essa imagem seja o mais fiel à realidade, para que o diagnóstico seja feito de forma mais precisa possível.

Por isso, em imagens médicas, a eliminação de ruídos é uma tarefa delicada e particularmente difícil. Deve existir um equilíbrio entre a redução do ruído e a preservação de características importantes, de forma que melhore a visualização do conteúdo relevante

da imagem. Com certeza, o fato de existirem ruídos em imagens médicas é um dos fatores motivadores para o estudo de construção de métodos de eliminação de ruídos.

Vários trabalhos têm sido desenvolvidos com o objetivo de propor soluções para a eliminação de ruídos, incluindo métodos que utilizam técnicas de filtros tradicionais, wavelets [3, 9, 29], abordagens estocásticas e equações diferenciais parciais (PDE) baseadas em métodos variacionais [2, 6, 15, 26, 28, 30, 31]. Para a revisão de todos estes métodos, sugere-se a leitura de [8].

Formalmente, uma imagem u é representada por uma função contínua definida da seguinte forma:

$$u : \Omega \subset \mathbb{R}^p \rightarrow [a, b] \subset \mathbb{R}, \quad p = 2, 3 \quad (1.1)$$

onde é associado a cada ponto x em Ω , um valor de intensidade $u(x)$. Quando discretizamos essa imagem u , obtemos uma matriz $u(i, j)$, onde cada valor de pixel dessa matriz representa a intensidade no ponto (i, j) . Em nosso trabalho, iremos considerar p igual a 2, pois trabalhamos no espaço $\mathbb{R}^2$.

Como dito anteriormente, os ruídos podem ser gerados por dispositivos diferentes e isso significa que existem vários tipos de ruídos, com comportamentos diferentes. Como exemplo, temos o ruído Sal e Pimenta (*salt & pepper*), onde alguns pixels são modificados de forma aleatória para 0 (zero) ou para o valor máximo de pixel da imagem, o que ocasiona pontos pretos e brancos na imagem. A Figura 1.1 mostra exemplos de imagens com ruído Sal e Pimenta.

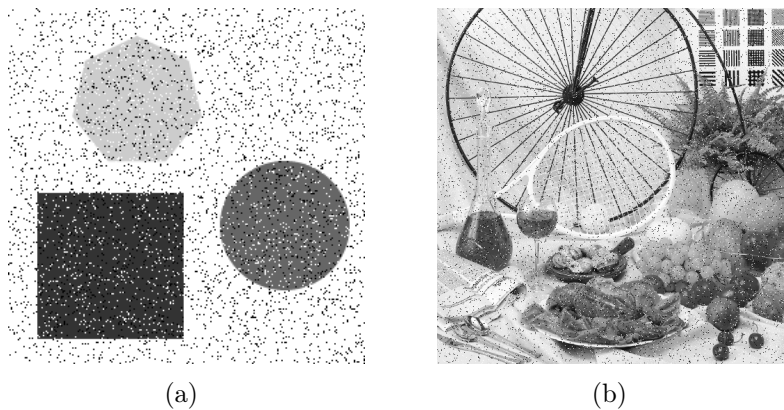


Figura 1.1: Exemplos de imagens com ruído Sal e Pimenta.

Os ruídos das imagens na Figura 1.1 foram gerados através do comando `imnoise` do MatLab, com densidade de ruído igual a 0.1. Isto significa que a quantidade de pixels afetados da imagem será aproximadamente 0.1 vezes o número total de pixels da imagem.

Outro exemplo de tipo de ruído é o Gaussiano, onde o ruído apresenta uma distribuição de Gauss. A Figura 1.2 mostra exemplos de imagens com ruído Gaussiano. Os ruídos das imagens foram gerados através do comando `imnoise` do MatLab, com variância igual a 0.1.

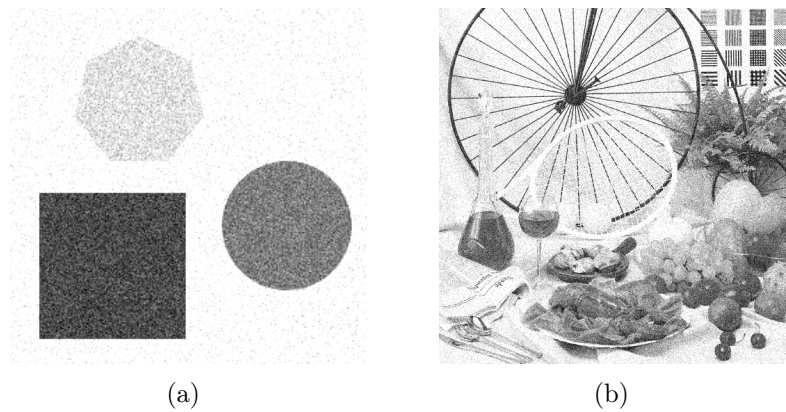


Figura 1.2: Exemplos de imagens com ruído gaussiano.

Em geral, os ruídos podem ser classificados como ruídos aditivos ou ruídos multiplicativos. O ruído aditivo é matematicamente descrito segundo o modelo:

$$f = u + \eta \quad (1.2)$$

onde f é a imagem ruidosa, u é a imagem original sem ruídos e n é o ruído. Na Figura 1.3 podemos observar que (a) é a soma de (b) e (c).

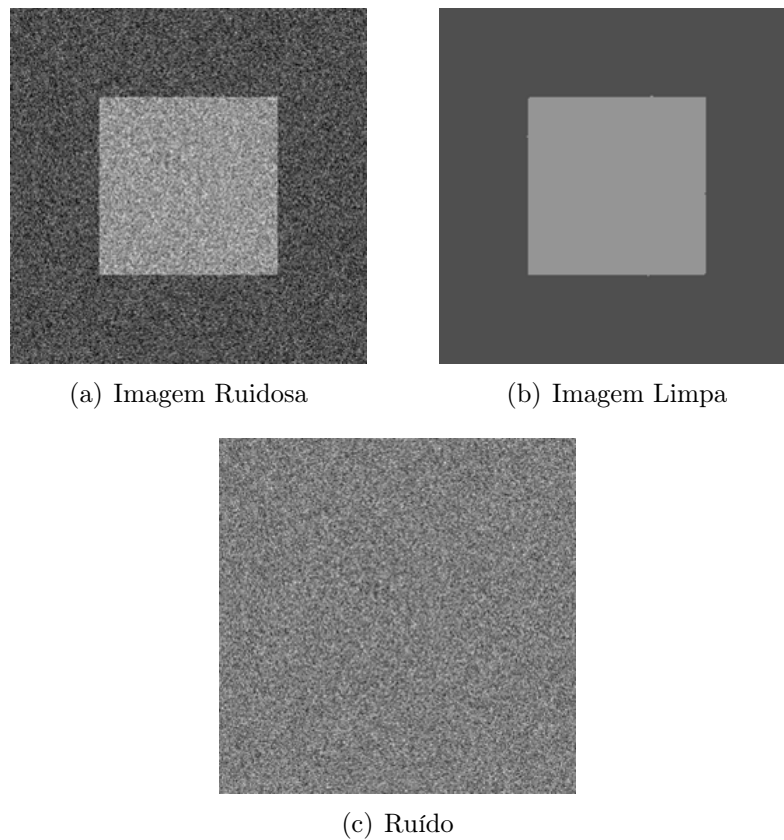


Figura 1.3: Representação de ruído aditivo.

O ruído branco é um ruído Gaussiano, que é aditivo, de média 0. Isto é, no espaço

contínuo temos:

$$\int_{\Omega} u = \int_{\Omega} f \quad (1.3)$$

A eliminação de ruídos aditivos já foi estudada extensivamente e existem vários métodos que geram resultados bem satisfatórios, das naturezas mais diversas: modelos estatísticos, filtros de média, filtros adaptativos, métodos variacionais, waveletes, entre outros [13]. Por exemplo os trabalhos apresentados em [1, 7, 10, 12, 23, 27, 32].

Recentemente, os métodos variacionais tem atraído a atenção de vários pesquisadores, sendo que o método mais conhecido foi proposto por Rudin-Osher-Fatemi (ROF) [21] e consiste em resolver o seguinte problema de minimização (Seção 2.3):

$$\min_u \left\{ J(u) + \lambda \int_{\Omega} (f - u)^2 \right\} \quad (1.4)$$

onde $J(u) = \int_{\Omega} |\nabla u|$ é a variação total de u ; f é a imagem contaminada por ruído aditivo.

Por outro lado, os ruídos multiplicativos não foram estudados de forma intensiva como os ruídos aditivos. E os métodos que são bem sucedidos na eliminação de ruídos aditivos não se comportam da mesma forma em imagens com ruídos multiplicativos. Por causa da sua natureza, a dificuldade em eliminar ruídos multiplicativos é maior do que a dificuldade em eliminar ruídos aditivos. Ruídos multiplicativos ocorrem, por exemplo, em imagens de microscópio, imagens de radar de abertura sintética (SAR), imagens de ultrassonografia e sua representação é dada por:

$$f = u\eta \quad (1.5)$$

Alguns métodos variacionais também foram propostos para eliminação de ruídos multiplicativos [4, 11, 18, 25, 33]. O objetivo do nosso trabalho é propor um método variacional para um determinado tipo de ruído multiplicativo, encontrado em imagens de ultrassonografia e imagens SAR, conhecido como ruído *speckle* [24]. Como citado em [16], este ruído pode ser modelado por :

$$f = u + \sqrt{u}\eta \quad (1.6)$$

Neste tipo de ruído a degradação do sinal captado é manifestada através de granulações, resultantes de interferências refletidas por espalhadores presentes na cena observada. O dispositivo envia uma onda que é refletida no objeto a ser capturado, e então essa imagem é registrada [17, 22]. Se a onda for refletida em uma superfície grosseira, a imagem processada será corrompida com um ruído de grande amplitude, o que dá um aspecto 'salpicado' (cheio de pintas), por isso o ruído é chamado de *speckle* [14].

Na Figura 1.4 podemos observar alguns exemplos de imagens de ultrassonografia com

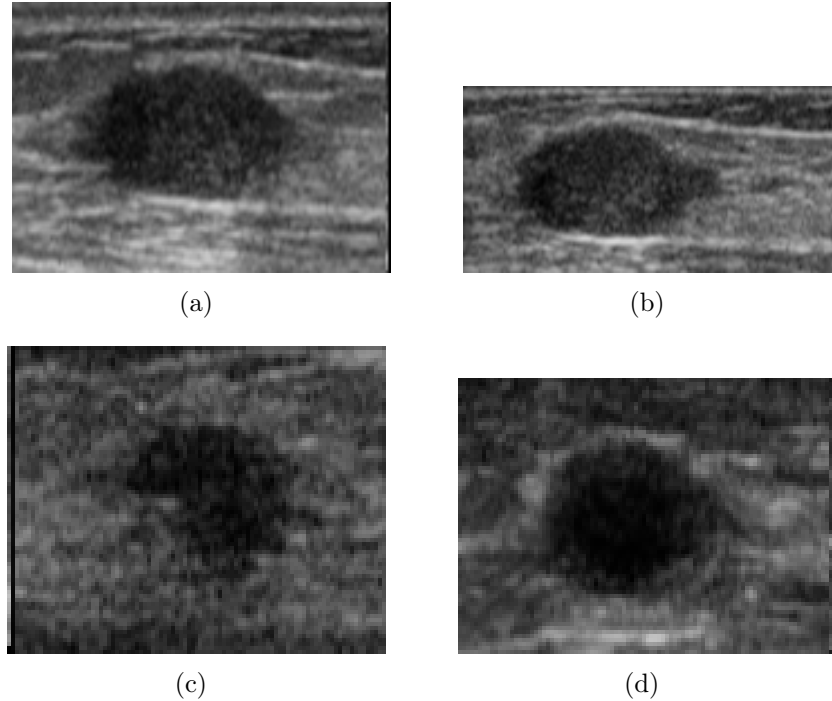


Figura 1.4: Exemplos de imagens com ruído speckle.

ruído *speckle*.

Considerando uma imagem de 0 a 255, para ilustrar a dificuldade em remover ruído *speckle*, a Figura 1.5 mostra em (a) a plotagem de uma linha da imagem limpa (sem ruídos), em (b) a plotagem dessa mesma linha na imagem com ruído *speckle* com média 1, em (c) a plotagem na imagem com ruído multiplicativo gaussiano com desvio 20 e em (d) a plotagem na imagem com ruído aditivo Gaussiano com desvio igual a 15. Como podemos ver, em (c) e (d) a escala de valores vai de 20 a 140, o que não ficou muito diferente da imagem original que tem escala de 40 a 120. Já a imagem com ruído *speckle* ficou em uma escala de 0 a 600, ou seja, bem diferente da imagem original.

Assim, vemos que o ruído *speckle* destrói mais o sinal do que o ruído aditivo Gaussiano [21] ou o ruído multiplicativo gaussiano [20]. A presença do ruído *speckle* dificulta a interpretação visual dos dados, por isso, é necessário reduzir este ruído para facilitar a obtenção de uma análise precisa e detalhada da imagem.

Devido as características apresentas a respeito das ultrassonografia e do ruído *speckle*, o objetivo desse trabalho é apresentar um método que seja capaz de reduzir ruídos multiplicativos *speckle* em imagens de ultrassonografia enquanto preserva as características importantes da imagem. Para isso, serão utilizados métodos variacionais, onde uma função que controla as bordas será inserida no funcional de energia.

Essa dissertação está organizada da seguinte maneira:

No Capítulo 2 serão apresentados alguns conceitos básicos para facilitar o entendimento dos outros capítulos. No Capítulo 3 serão apresentados alguns trabalhos que existem na literatura sobre eliminação de ruídos multiplicativos e/ou ruído *speckle*. No

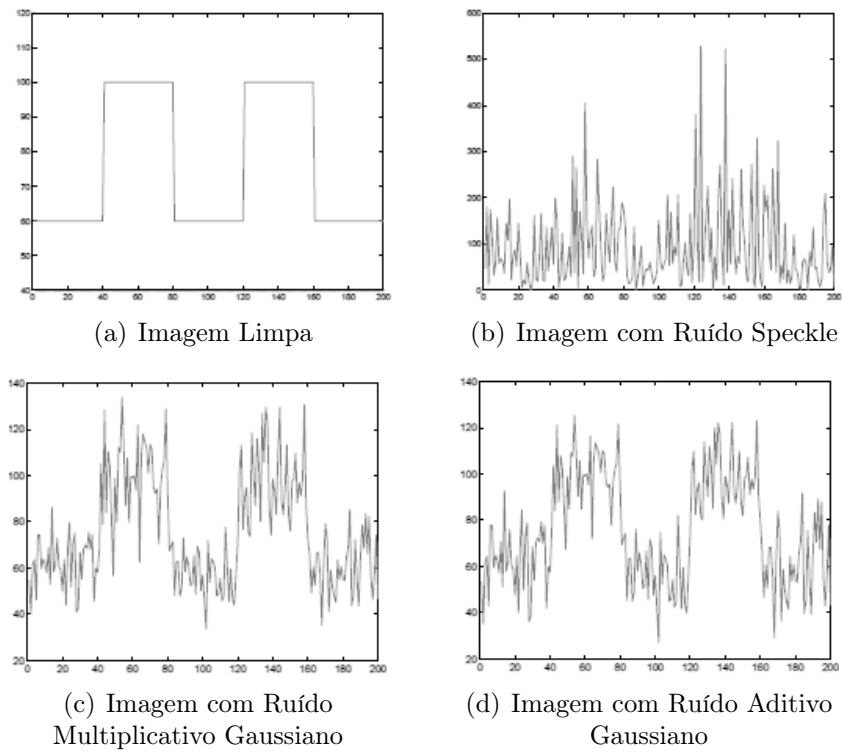


Figura 1.5: Figura adaptada de [4].

Capítulo 4 apresentaremos porque e de que forma propomos um novo método. No Capítulo 5 apresentamos os resultados experimentais do nosso método proposto comparado aos resultados de outros métodos já existentes. E finalmente no Capítulo 6 apresentamos a conclusão de nosso trabalho.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Este capítulo será dedicado à apresentação de alguns conceitos necessários para a compreensão dos capítulos seguintes.

2.1 Conceitos Matemáticos

Seja u uma função $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, segue a definição do gradiente de u :

$$\nabla_u = (u_x, u_y) \quad (2.1)$$

onde:

$$u_x = \frac{du(x, y)}{dx} \quad (2.2)$$

e

$$u_y = \frac{du(x, y)}{dy} \quad (2.3)$$

considerando $\frac{du}{dx}$ a derivada em relação a x e $\frac{du}{dy}$ a derivada em relação a y .

Para calcular $|\nabla_u|$ deve-se calcular a raiz quadrada das somas dos quadrados, o que resulta em:

$$|\nabla_u| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \quad (2.4)$$

2.2 Métodos Variacionais

Métodos variacionais são formulações que tratam uma aplicação por meio de um problema de minimização, onde seu estado estacionário corresponde à solução dessa aplicação.

Um problema de minimização pode ser representado da seguinte forma:

$$\min_u F(u) \quad (2.5)$$

onde F é um funcional de energia que deve ser contínuo e diferenciável. A função u é um minimizador de F , isto é, uma função que minimiza F . De forma geral, métodos variacionais têm a forma:

$$\min_u \{F(u) = F_{suavizacao}(u) + \lambda F_{fidelidade}(u, f)\} \quad (2.6)$$

onde $F_{suavizacao}(u)$ é o termo de suavização, responsável por suavizar os ruídos, e $F_{fidelidade}(u, f)$ é o termo de fidelidade, responsável por preservar características importantes da imagem.

2.3 Resolução de Métodos Variacionais

Uma das formas de resolver um método variacional, ou seja, encontrar o mínimo de um funcional, é utilizando a equação de Euler-Lagrange e posteriormente a Equação de Fluxo. Dado o problema de minimização:

$$\min \int_{\Omega} L(u, u_x, u_y) \quad (2.7)$$

A equação de Euler-Lagrange pode ser definida da seguinte forma:

$$\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) = 0 \quad (2.8)$$

Para encontrar a solução u da equação 2.8, podemos utilizar a Equação de Fluxo, que é definida como:

$$u_t = - \left(\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) \right) \quad (2.9)$$

Assim, o problema pode ser computacionalmente resolvido através da discretização da Equação de Fluxo.

2.4 Medidas de Qualidade da Restauração

As medidas comumente usadas para medir a qualidade de restauração são SNR (*signal to noise ratio*), ReErr (*relative error*) [16], SSIM (*Structural Similarity*) [34] e a medida Similaridade [13].

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\int_{\Omega} (f - \bar{f})^2 dx dy}{\int_{\Omega} (\eta - \bar{\eta})^2 dx dy} \right) \quad (2.10)$$

e

$$ReErr = \frac{\sqrt{\|\eta\|_2}}{\sqrt{\|u\|_2}} \quad (2.11)$$

onde $\bar{f}$ e $\bar{\eta}$ são:

$$\bar{f} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} f dx dy \quad (2.12)$$

e

$$\bar{\eta} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \eta dx dy \quad (2.13)$$

onde u é a imagem limpa, u_0 é a imagem ruidosa, η é o ruído e ...

A medida SSIM é uma métrica para medir a similaridade entre duas imagens x e y . Proposta em [34] é definida através da seguinte fórmula:

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)} \quad (2.14)$$

onde:

μ_x é a média de x , μ_y é a média de y , σ_x^2 é a variância de x , σ_y^2 é a variância de y , σ_{xy} é a covariância de x e y , $c_1 = (\kappa_1 L)^2$ e $c_2 = (\kappa_2 L)^2$ são duas variáveis para estabilizar a divisão por zero, L é a faixa dinâmica dos valores de pixel, $\kappa_1 = 0.01$ e $\kappa_2 = 0.03$ por padrão.

E por fim, considerando que TP (True Positivo) é a quantidade de pixels identificados corretamente, FP (False Positivo) é a quantidade de pixels identificados incorretamente e FN (False Negativo) é a quantidade de pixels rejeitados incorretamente, a medida Similaridade é obtida através da fórmula:

$$Similaridade = TP / (FP + TP + FN) \quad (2.15)$$

Capítulo 3

Trabalhos Correlatos

Para o desenvolvimento do nosso trabalho é importante conhecer trabalhos correlatos. Neste capítulo iremos apresentar alguns trabalhos que já abordaram a eliminação de ruídos multiplicativos e de ruídos *speckle*.

Na Seção 3.1 será apresentado o modelo Rudin-Lions-Osher (RLO). Esse modelo é muito utilizado em eliminação de ruídos multiplicativos gaussianos. Na Seção 3.2 será apresentado o modelo Aubert-Aujol (AA), utilizado em eliminação de ruídos multiplicativos inspirados na modelagem do ruído *speckle*. Na Seção 3.3 será apresentado o modelo JinYang. Esse modelo foi proposto com o objetivo de eliminar ruído multiplicativo do tipo *speckle* de imagens de ultrassonografia. E, por fim, na Seção 3.4 expomos as considerações finais sobre este capítulo.

3.1 Modelo RLO

Rudin, Lions e Osher em [20] propuseram uma abordagem variacional dedicada a remoção de ruídos multiplicativos.

Esse método, chamado de modelo RLO, foi um dos pioneiros na eliminação de ruídos multiplicativos, e ficou famoso por obter boa qualidade nas restaurações das imagens. Por isso, normalmente os novos métodos propostos para eliminação de ruídos multiplicativos, utilizam o RLO para comparação. Alguns resultados da utilização desse método podem ser vistos na seção 3.2 e na seção 3.3.

No modelo RLO, temos as seguintes hipóteses:

- 1) A imagem limpa f é dada por:

$$f = u\eta \tag{3.1}$$

com $u > 0$.

2) O ruído tem média 1, isto é:

$$\int_{\Omega} \eta = 1 \quad (3.2)$$

e

$$\int_{\Omega} (\eta - 1)^2 = \sigma^2 \quad (3.3)$$

O objetivo do método é minimizar $\int_{\Omega} |\nabla u|$, o que conduz a:

$$\min_u \left\{ |\nabla u| + \lambda_1 \int_{\Omega} \frac{f}{u} + \lambda_2 \int_{\Omega} \left(\frac{f}{u} - 1 \right)^2 \right\}, \quad (3.4)$$

cuja equação de fluxo é:

$$u_t = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda_1 \left(\frac{f^2}{u^3} \right) - \lambda_2 \left(\frac{f}{u^2} \right) \quad (3.5)$$

Os dois parâmetros λ_1 e λ_2 são atualizados dinamicamente para satisfazer as restrições (como apresentado em [20]). Com esse algoritmo não é necessário ajustar algum parâmetro de regularização, apenas a quantidade de iterações a serem feitas.

3.2 Modelo AA

No artigo 'A Variational Approach to Remove Multiplicative Noise' [4], os autores Aubert e Aujol também consideram que ruído multiplicativo é modelado:

$$f = u\eta \quad (3.6)$$

O objetivo é encontrar um funcional que fosse mais bem adaptado, do que o funcional proposto no modelo RLO, à remoção de ruídos multiplicativos que ocorrem em um sistema de imageamento: imagens de lasers, imagens de microscópios e imagens SAR. Inspirados na modelagem deste tipo de sistema, eles propõem o seguinte funcional a ser minimizado:

$$E(u) = \int |\nabla u| + \lambda \int \left(\log u + \frac{f}{u} \right) \quad (3.7)$$

onde f é a imagem original corrompida e $\int |\nabla u|$ representa a variação total de u e λ é o parâmetro de regularização.

Para calcular numericamente uma solução para o problema 3.7, os autores utilizaram a discretização da seguinte equação de fluxo:

$$u_t = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \lambda \left(\frac{f - u}{u^2} \right) \quad (3.8)$$

e chamaram este modelo de Modelo AA.

Na Figura 3.1 os autores mostraram o primeiro exemplo dos resultados da eliminação de ruído em uma imagem sintética. A imagem original foi corrompida com ruído multiplicativo gamma de média um. Eles mostraram então os resultados a partir do modelo proposto AA e do modelo RLO.

Devido ao ruído ser muito forte, os autores afirmaram que o modelo RLO teve dificuldades em recuperar alguns pontos da imagem, assim esses pontos não ficaram dentro da gama de cores da imagem original, o que resultou em alguns pontos brancos e pretos na imagem restaurada. Além disso, a média de valores da imagem original não foi preservada, a média da imagem restaurada ficou maior, justificando assim porque o SNR não ficou tão melhor e porque a imagem restaurada pelo modelo RLO ficou mais clara.

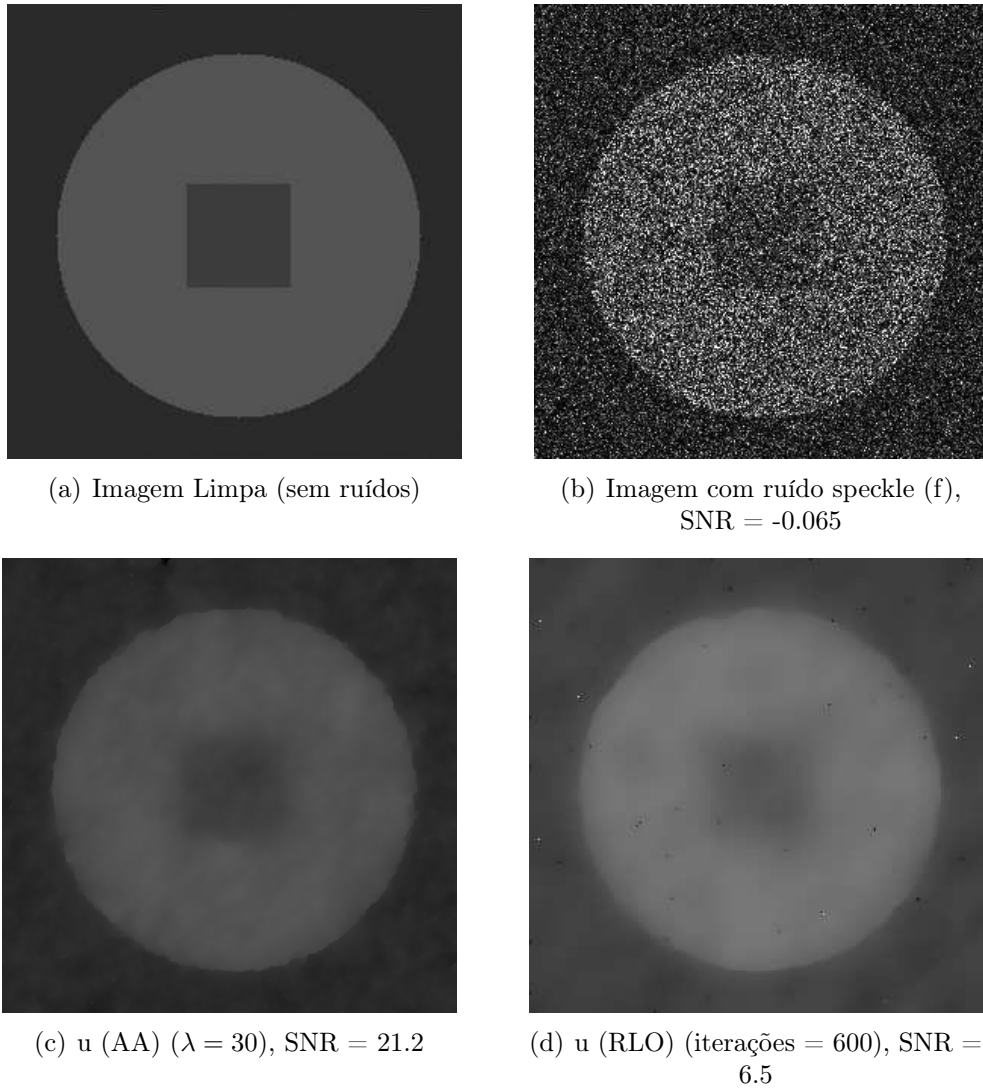


Figura 3.1: Primeiro exemplo de eliminação de ruídos utilizando modelo AA e modelo RLO.

A Figura 3.2 mostra os resultados com uma imagem sintética um pouco mais elaborada

e com mais elementos do que a imagem apresentada na Figura 3.1. Também foi feita uma comparação com o modelo RLO. Os autores mostraram então que o modelo proposto AA obteve melhores resultados que o modelo RLO.

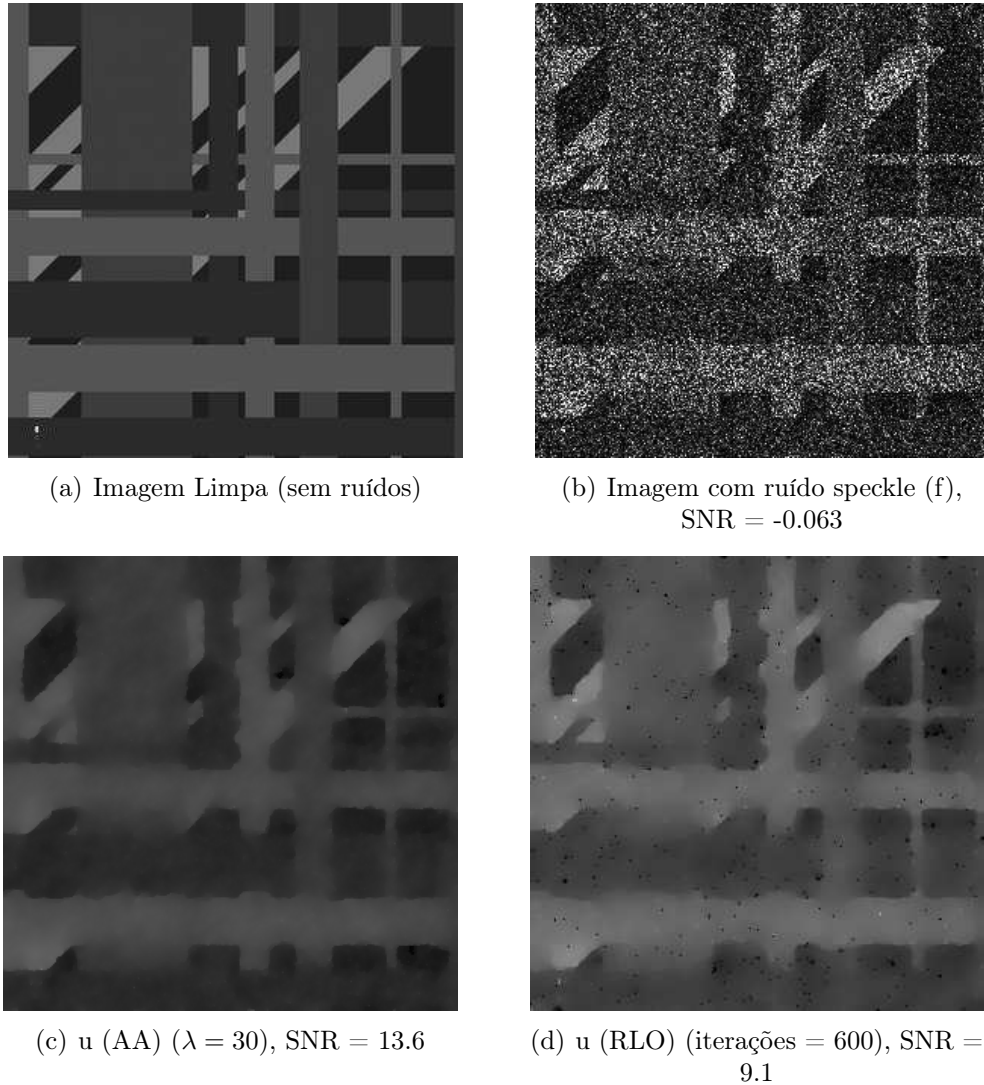


Figura 3.2: Segundo exemplo de eliminação de ruídos utilizando modelo AA e modelo RLO.

3.3 Modelo JinYang

De acordo com os resultados experimentais expostos no artigo [5], imagens ruidosas de ultrassonografia podem ser modeladas da seguinte forma:

$$f = u + \sqrt{u}\eta \quad (3.9)$$

onde η é uma variável gaussiana de média 0 (zero). De acordo com a equação em 3.9,

Krissian, Kikinis, Westin e Vosburgh desenvolveram uma novo termo de fidelidade em [19]:

$$\int_{\Omega} \frac{(f - u)^2}{u} \quad (3.10)$$

A partir de 3.10 e do modelo 1.4, os autores do artigo "A Variational Model to Remove the Multiplicative Noise in Ultrasound Images" [16] propuseram um método para remoção de ruído *speckle* em imagens de ultrassonografia, que chamaremos de Método JinYang. Assim, utilizando o ROF e alterando o termo de fidelidade como descrito, os autores querem minimizar o seguinte funcional:

$$\min_u \left\{ J(u) + \lambda \int_{\Omega} \frac{(f - u)^2}{u} \right\} \quad (3.11)$$

onde λ é um parâmetro de regularização e

$$J(u) = \int_{\Omega} |\nabla u| \quad (3.12)$$

Conforme apresentado em 2.8, a equação de Euler-Lagrange do funcional 3.11 em relação a u é dada por:

$$\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) = 0 \quad (3.13)$$

onde:

$$L = |\nabla u| + \lambda \frac{(f - u)^2}{u} = |\nabla u| + \lambda \frac{(f^2 - 2fu + u^2)}{u} \quad (3.14)$$

Portanto,

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\lambda(f^2 - 2fu + u^2)}{u} \right) + \frac{\partial}{\partial u} (|\nabla u|) = \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\lambda(f^2 - 2fu + u^2)}{u} \right) \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\lambda(u(-2f + 2u) - (f^2 - 2fu + u^2))}{u^2} = \lambda \left(\frac{f^2}{u^2} - 1 \right), \quad (3.16)$$

$$\left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) = \frac{\partial}{\partial u_x} \left([u_x^2 + u_y^2]^{\frac{1}{2}} \right) = \frac{1}{2} [u_x^2 + u_y^2]^{-\frac{1}{2}} 2u_x \quad (3.17)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} [u_x^2 + u_y^2]^{-\frac{1}{2}} 2u_x \right) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) = u_{xx} [u_x^2 + u_y^2]^{-\frac{1}{2}} + u_x \left(-\frac{1}{2} \right) [u_x^2 + u_y^2]^{-\frac{3}{2}} (2u_x u_{xx} + 2u_y u_{yx}) \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) = \frac{u_{xx}}{|\nabla u|} - \frac{u_{xx}u_x^2 + u_x u_y u_{yx}}{|\nabla u|^3} \quad (3.20)$$

Assim,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) = \frac{u_{xx}|\nabla u|^2 - u_{xx}u_x^2 - u_x u_y u_{yx}}{|\nabla u|^3} \quad (3.21)$$

Da mesma forma,

$$\left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) = \frac{\partial}{\partial u_y} \left([u_x^2 + u_y^2]^{\frac{1}{2}} \right) = \frac{1}{2} [u_x^2 + u_y^2]^{-\frac{1}{2}} 2u_y \quad (3.22)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{2} [u_x^2 + u_y^2]^{-\frac{1}{2}} 2u_y \right) \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) = u_{yy} [u_x^2 + u_y^2]^{-\frac{1}{2}} + u_y \left(-\frac{1}{2} \right) [u_x^2 + u_y^2]^{-\frac{3}{2}} (2u_y u_{yy} + 2u_x u_{xy}) \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) = \frac{u_{yy}}{|\nabla u|} - \frac{u_{yy}u_y^2 + u_x u_y u_{xy}}{|\nabla u|^3} \quad (3.25)$$

Assim,

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) = \frac{u_{yy}|\nabla u|^2 - u_{yy}u_y^2 - u_x u_y u_{xy}}{|\nabla u|^3} \quad (3.26)$$

Substituindo os termos (3.16), (3.21) e (3.26) na equação (3.13), tem-se:

$$\lambda \left(\frac{f^2}{u^2} - 1 \right) - \left(\frac{u_{xx}|\nabla u|^2 - u_{xx}u_x^2 - u_x u_y u_{yx}}{|\nabla u|^3} + \frac{u_{yy}|\nabla u|^2 - u_{yy}u_y^2 - u_x u_y u_{xy}}{|\nabla u|^3} \right) = 0 \quad (3.27)$$

$$\lambda \left(\frac{f^2}{u^2} - 1 \right) - \left(\frac{u_{xx}u_x^2 + u_{xx}u_y^2 - u_{xx}u_x^2 - u_x u_y u_{yx} + u_{yy}u_x^2 + u_{yy}u_y^2 - u_{yy}u_y^2 - u_x u_y u_{yx}}{|\nabla u|^3} \right) = 0 \quad (3.28)$$

$$\lambda \left(\frac{f^2}{u^2} - 1 \right) - \left(\frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_x u_y u_{yx} + u_{yy}u_x^2}{|\nabla u|^3} \right) = 0 \quad (3.29)$$

Que é o mesmo que:

$$-div \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \lambda \left(\frac{f^2}{u^2} - 1 \right) = 0 \quad (3.30)$$

Assim, os autores obtiveram a seguinte equação de Fluxo, conforme definido em 2.9:

$$u_t = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \lambda \left(\frac{f^2}{u^2} - 1 \right) \quad (3.31)$$

Com as condições:

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad (3.32)$$

onde n é a normal

$$u(0) = f \quad (3.33)$$

Segue a discretização que os autores fizeram de 3.31:

$$D_x^+(u_{i,j}) = [u_{i+1,j} - u_{i,j}] \quad (3.34)$$

$$D_x^-(u_{i,j}) = -[u_{i-1,j} - u_{i,j}] \quad (3.35)$$

$$D_y^+(u_{i,j}) = [u_{i,j+1} - u_{i,j}] \quad (3.36)$$

$$D_y^-(u_{i,j}) = -[u_{i,j-1} - u_{i,j}] \quad (3.37)$$

$$|D_x(u_{i,j})| = \sqrt{(D_x^+(u_{i,j}))^2 + (m[D_y^+(u_{i,j}), D_y^-(u_{i,j})])^2 + \delta} \quad (3.38)$$

$$|D_y(u_{i,j})| = \sqrt{(D_y^+(u_{i,j}))^2 + (m[D_x^+(u_{i,j}), D_x^-(u_{i,j})])^2 + \delta} \quad (3.39)$$

onde o parâmetro de regularização m é definido por:

$$m[a, b] = \left(\frac{\operatorname{sign}_a + \operatorname{sign}_b}{2} \right) \cdot \min(|a|, |b|), \sigma > 0 \quad (3.40)$$

Para uso computacional, o algoritmo numérico foi definido da seguinte forma:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{dt} = \left[D_x^- \left(\frac{D_x^+ u_{i,j}^n}{|D_x u_{i,j}^n|} \right) + D_y^- \left(\frac{D_y^+ u_{i,j}^n}{|D_y u_{i,j}^n|} \right) \right] + \lambda^n \left(\frac{f_{i,j}^2}{(u_{i,j}^n)^2} - 1 \right) \quad (3.41)$$

onde dt é o tamanho de cada passo.

Com as seguintes condições:

$$u_{0,j}^n = u_{1,j}^n \quad (3.42)$$

$$u_{i,0}^n = u_{i,1}^n \quad (3.43)$$

$$u_{N,j}^n = u_{N-1,j}^n \quad (3.44)$$

$$u_{i,N}^n = u_{i,N-1}^n \quad (3.45)$$

para $i, j = 1, \dots, N - 1$.

Para encontrar como calcular o parâmetro λ , os autores partiram da equação de Euler e Lagrange correspondente a equação 3.31, que é dada por:

$$\operatorname{div} \left(\frac{\nabla_u}{|\nabla_u|} \right) + \lambda \left(\frac{f^2}{u^2} - 1 \right) = 0 \quad (3.46)$$

Multiplicando essa equação por $\frac{(f-u)u}{f+u}$ e integrando na domínio da imagem, obtiveram:

$$\lambda \int_{\Omega} \frac{(f-u)^2}{u} = \int_{\Omega} \operatorname{div} \left(\frac{\nabla_u}{|\nabla_u|} \right) \frac{(u-f)u}{u+f} \quad (3.47)$$

Então, os autores assumiram que variável gaussiana $n = \frac{f-u}{\sqrt{u}}$ tem média 0 (zero) e variância σ^2 . Assim, chegaram a conclusão que o parâmetro de regularização λ poderia ser calculado automaticamente da seguinte forma:

$$\lambda^n = \frac{1}{\sigma^2 |\Omega|} \sum_{i,j} \left(\left[D_x^- \left(\frac{D_x^+ u_{i,j}^n}{|D_x u_{i,j}^n|} \right) + D_y^- \left(\frac{D_y^+ u_{i,j}^n}{|D_y u_{i,j}^n|} \right) \right] \frac{(u_{i,j}^n - f_{i,j}) u_{i,j}^n}{u_{i,j}^n + f} \right) \quad (3.48)$$

Os parâmetros escolhidos pelos autores para realização de experimentos foram $dt = 0.2$, $\delta = 0.0001$ e também estabeleceram o valor inicial $u^0 = f$. Os autores apresentaram os resultados bem como a comparação com RLO utilizando duas imagens sintéticas e três imagens reais. Para avaliação dos resultados de restauração das imagens, os autores utilizaram as medidas de qualidade signal-to-noise ratio (SNR) e relative error (ReErr), definidas em 2.10 e 2.11 respectivamente. Os resultados obtidos são dados na Figura 3.3.

Imagem	Modelo RLO	Modelo JinYang
Sintética 1	SNR = 16.92 ReErr = 0.127	SNR = 17.58 ReErr = 0.037
Sintética 2	SNR = 11.50 ReErr = 0.118	SNR = 13.20 ReErr = 0.076
Lena	SNR = 10.27 ReErr = 0.109	SNR = 11.51 ReErr = 0.089
Cameraman	SNR = 12.03 ReErr = 0.13	SNR = 13.21 ReErr = 0.09
Barbara	SNR = 7.64 ReErr = 0.16	SNR = 9.20 ReErr = 0.13

(a)

Figura 3.3: SNRs e ReErrs das imagens restauradas.

Foram apresentados os resultados através do método proposto pelos autores, e como forma de comparação, também apresentaram os resultados através do modelo RLO, utilizando a equação dada por 3.4, sendo que os parâmetros de regularização λ_1 e λ_2 foram atualizados dinamicamente como está exposto em [15]. Assim, o único parâmetro que tiveram que escolher foi o número de iterações. Seguem alguns resultados obtidos.

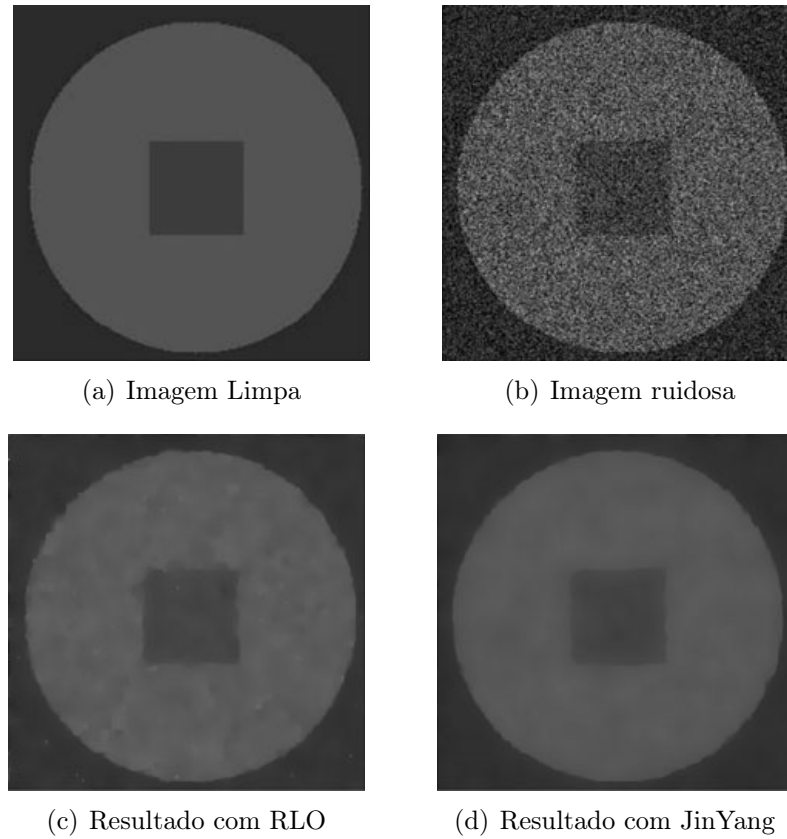


Figura 3.4: Restauração da imagem 'Sintética 1' através dos modelos RLO e JinYang.

A imagem (a) da Figura 3.4 mostra a imagem 'Sintética 1' original e sem ruídos, a imagem (b) mostra a imagem com ruído *speckle* e $SNR = 1.26$ e $ReErr = 0.46$. A imagem (c) mostra o resultado através do método RLO com 180 iterações e a imagem (d) mostra o resultado do método JinYang.

A imagem (a) da Figura 3.5 mostra a imagem 'Sintética 2' original e sem ruídos, a imagem (b) mostra a imagem com ruído *speckle* e $SNR = 5.41$ e $ReErr = 0.23$. A imagem (c) mostra o resultado através do método RLO com 140 iterações e a imagem (d) mostra o resultado do método JinYang.

A imagem (a) da Figura 3.6 mostra a imagem da 'Lena' original e sem ruídos, a imagem (b) mostra a imagem com ruído *speckle* e $SNR = 4.87$ e $ReErr = 0.25$. A imagem (c) mostra o resultado através do método RLO com 190 iterações e a imagem (d) mostra o resultado do método JinYang.

A imagem (a) da Figura 3.7 mostra a imagem da 'Cameraman' original e sem ruídos, a imagem (b) mostra a imagem com ruído *speckle* e $SNR = 6.36$ e $ReErr = 0.26$. A

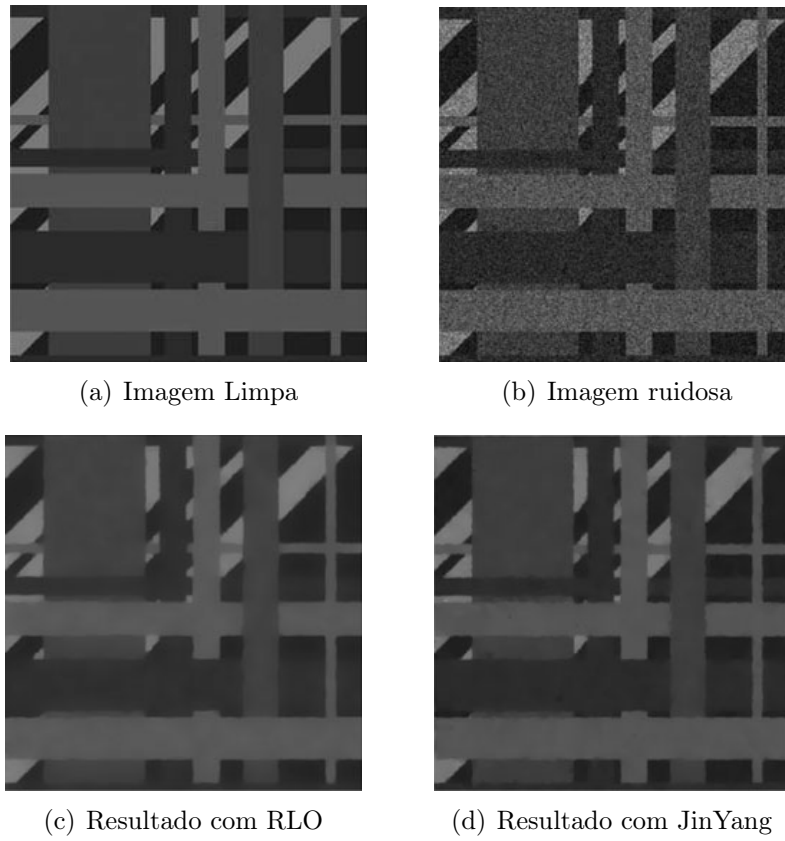


Figura 3.5: Restauração da imagem 'Sintética 2' através dos modelo RLO e JinYang.

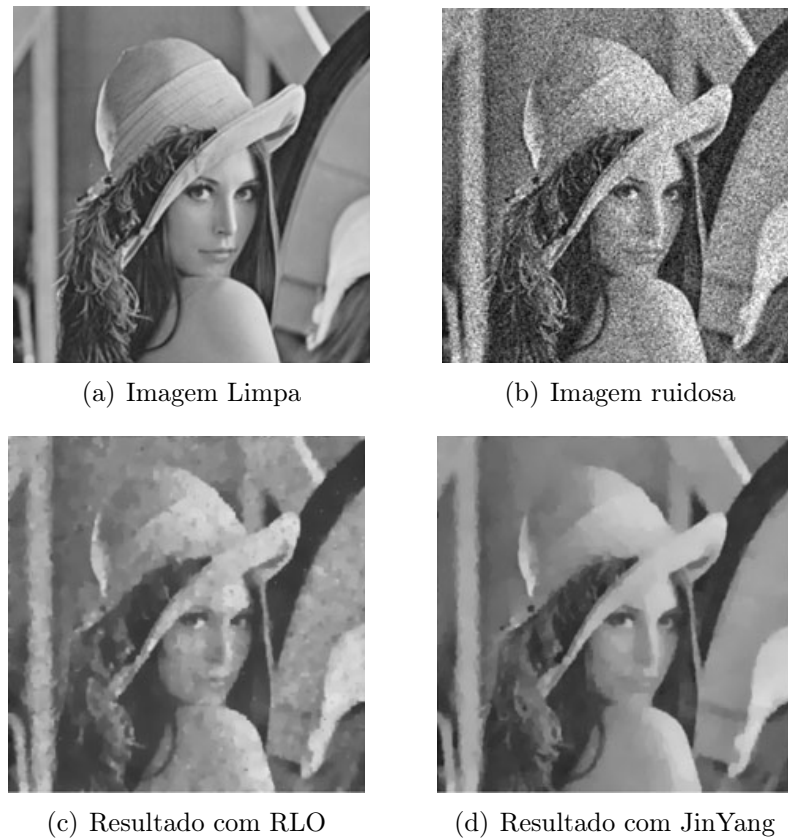


Figura 3.6: Restauração da imagem 'Lena' através dos modelos RLO e JinYang.

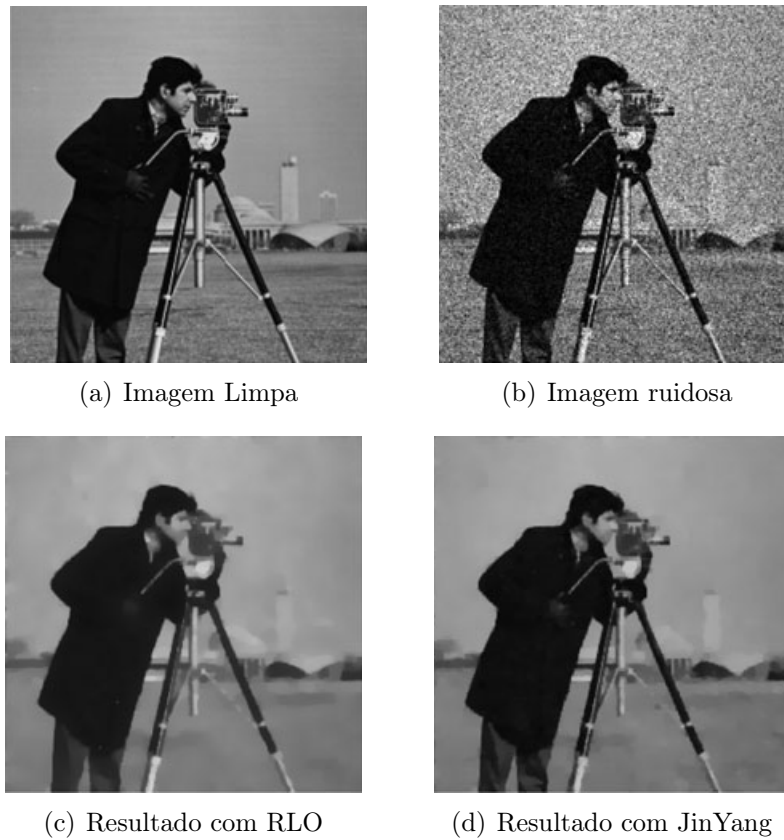


Figura 3.7: Restauração da imagem 'Cameraman' através dos modelos RLO e JinYang.

imagem (c) mostra o resultado através do método RLO com 200 iterações e a imagem (d) mostra o resultado do método JinYang.

A imagem (a) da Figura 3.8 mostra a imagem da 'Barbara' original e sem ruídos, a imagem (b) mostra a imagem com ruído *speckle* e $SNR = 5.86$ e $ReErr = 0.25$. A imagem (c) mostra o resultado através do método RLO com 180 iterações e a imagem (d) mostra o resultado do método JinYang.

Os autores mostraram que em todas as imagens dos experimentos, o modelo JinYang obteve SNR maior e ReErr menor do que o modelo RLO. Concluíram então que o método proposto por eles é efetivo na remoção de ruído *speckle*. Como o objetivo dos autores era propor um método para remoção de ruído *speckle* em imagens de ultrassonografia, eles finalizaram o artigo apresentando os resultados em uma imagem de ultrassonografia, como a seguir:

A imagem (a) da Figura 3.9 mostra uma imagem de ultrassonografia original, que naturalmente possui ruído *speckle*. A imagem (b) mostra o resultado através do método RLO com 140 iterações e a imagem (c) mostra o resultado do método JinYang com 120 iterações.

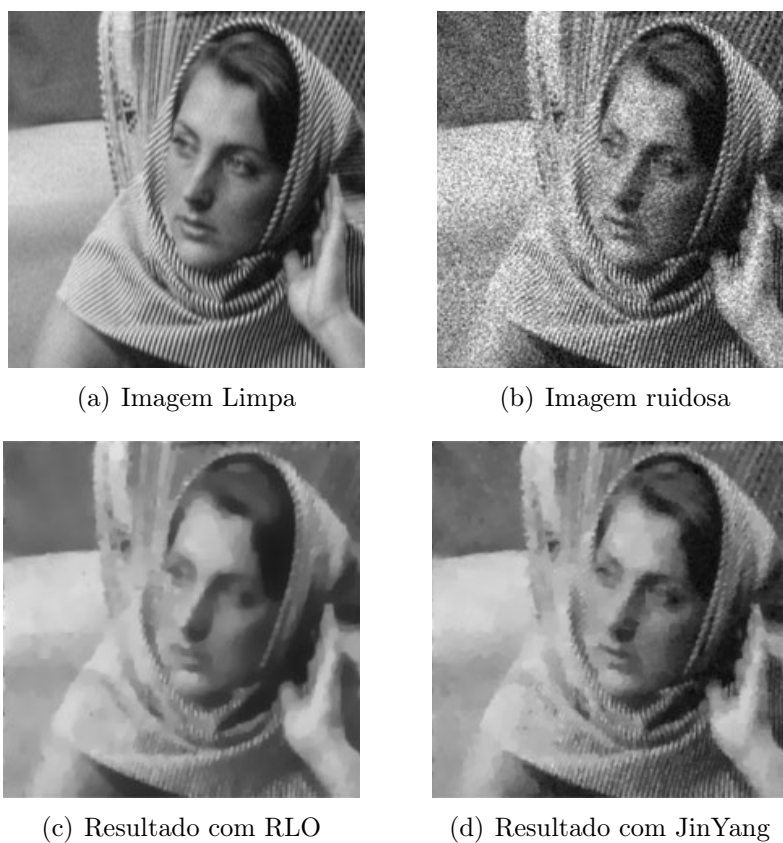


Figura 3.8: Restauração da imagem 'Barbara' através dos modelos RLO e JinYang.

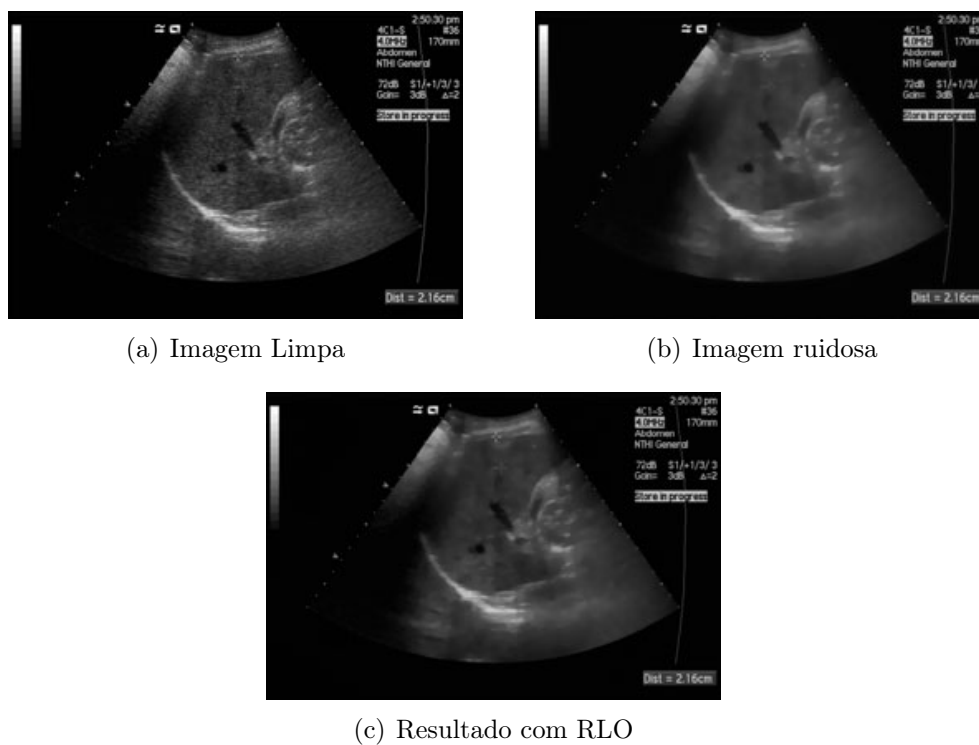


Figura 3.9: Restauração de imagem de ultrassonografia através dos modelos RLO e JinYang.

3.4 Considerações Finais

Como citado anteriormente no capítulo 1, a remoção do ruído multiplicativo é mais complexa que a remoção do ruído aditivo. Neste capítulo foram apresentados algumas trabalhos que já foram desenvolvidos sobre a eliminação de ruído multiplicativo e/ou ruído *speckle* em imagens. É importante conhecermos estes trabalhos para sabermos as dificuldades que foram encontradas e também para termos alguns resultados que poderão ser comparados com nosso método proposto.

O modelo RLO foi o pioneiro a utilizar método variacional na eliminação de ruídos multiplicativos. O modelo AA, por ser inspirado na modelagem do ruído *speckle*, será utilizado em nossas comparações de resultados. Também utilizaremos os resultados do método JinYang como valores de comparação, pois o nosso modelo proposto tem a mesma formulação para o ruído multiplicativo.

Capítulo 4

Método Proposto WBSN

Após o estudo de trabalhos já publicados que visam a eliminação de ruídos multiplicativos, observou-se que ainda é pouco explorada a proposição de um método variacional para redução de ruídos multiplicativos speckle em imagens de ultrassonografia que considerem o balanceamento entre os termos de fidelidade e suavização de forma específica para cada região da imagem.

Por essa razão, o método proposto neste trabalho, denominado WBSN (Well Balanced Speckle Noise), tem como diferencial a detecção de bordas para auxiliar no balanceamento, fazendo com que o termo de fidelidade seja priorizado em regiões de bordas - que possuem características relevantes da imagem - e despriorizado nas outras regiões, otimizando a suavização e conseqüentemente a redução dos ruídos.

Assim como outros métodos da literatura correlata, o método que vamos propor tem como objetivo remover ruído *speckle* de imagens de ultrassonografia. Para isso, desejamos minimizar o funcional:

$$\min_u \left\{ gJ(u) + \lambda(1 - g) \int_{\Omega} \frac{(f - u)^2}{u} \right\} \quad (4.1)$$

onde λ é o parâmetro de regularização da intensidade aplicada ao termo de fidelidade, fazendo o balanceamento entre o termo de fidelidade e o termo de suavização. E o termo de suavização $J(u)$ é dado por:

$$J(u) = \int_{\Omega} |\nabla u|^2 \quad (4.2)$$

Como podemos ver a equação proposta em 4.1 é muito semelhante a que os autores Jin e Yang propuseram em 3.11. De fato, utilizamos o mesmo termo de fidelidade porque queremos tratar o mesmo tipo de ruído. Mas a diferença do método que proposto neste trabalho é a inserção da função g . Como percebemos, ao fixarmos um valor para λ , a proporção entre os termos de suavização e fidelidade será igual para qualquer pixel da imagem. Ou seja, o nível de suavização e fidelidade será o mesmo tanto em pixels que

queremos preservar, quanto em pixels que queremos suavizar.

Na tentativa de obter melhores resultados, queremos que o termo de suavização seja mais forte em pixels que queremos suavizar e o termo de fidelidade seja mais forte em pixels que queremos preservar. Para isso, adicionamos uma função g em nosso funcional, como pode ser visto em 4.1. A função g deve ser aproximadamente igual a 1 longe das bordas e aproximadamente igual a 0 (zero) nas bordas da imagem, para isso foi definida da seguinte forma:

$$g = \frac{1}{1 + k(|\nabla \tilde{f}|^2)} \quad (4.3)$$

onde k é uma constante, $\tilde{f}$ é uma versão suavizada de f , $g(0) = 1$, $g(s) \geq 0$ e $g(s) \rightarrow 0$ quando $s \rightarrow \infty$.

A partir da equação de Euler e Lagrange:

$$-g|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda(1 - g) \left(1 - \frac{f^2}{u^2} \right) = 0 \quad (4.4)$$

Temos então a seguinte equação:

$$u_t = g|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda(1 - g) \left(1 - \frac{f^2}{u^2} \right) \quad (4.5)$$

$$-g|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \lambda(1 - g) \left(1 - \frac{f^2}{u^2} \right) = 0 \quad (4.6)$$

$$u_t = g|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda(1 - g) \left(1 - \frac{f^2}{u^2} \right) \quad (4.7)$$

O termo de difusão da equação 4.7 é:

$$\begin{aligned} |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) &= \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \left[\operatorname{div} \left(\frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) \right] \\ &= \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{d}{dy} \left(\frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) \right] \\ &= \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \left[\frac{u_{xx}\sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_x \frac{d}{dx} (\sqrt{u_x^2 + u_y^2})}{u_x^2 + u_y^2} + \frac{u_{yy}\sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_y \frac{d}{dy} (\sqrt{u_x^2 + u_y^2})}{u_x^2 + u_y^2} \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

Calculando as derivadas, temos que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sqrt{u_x^2 + u_y^2} \right) = \frac{1}{2} (u_x^2 + u_y^2)^{-\frac{1}{2}} (2u_x u_{xx} + 2u_y u_{yx}) \quad (4.9)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\sqrt{u_x^2 + u_y^2} \right) = \frac{1}{2} (u_x^2 + u_y^2)^{-\frac{1}{2}} (2u_x u_{xy} + 2u_y u_{yy}) \quad (4.10)$$

Substituindo a equação 4.9 e a equação 4.10 na equação 4.8, temos:

$$\begin{aligned} |\nabla_u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla_u}{|\nabla_u|} \right) &= \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \left\{ \frac{u_{xx} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_x \left[\frac{1}{2\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} (2u_x u_{xx} + 2u_y u_{xy}) \right]}{u_x^2 + u_y^2} \right\} \\ &\quad + \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \left\{ \frac{u_{yy} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_y \left[\frac{1}{2\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} (2u_x u_{xy} + 2u_y u_{yy}) \right]}{u_x^2 + u_y^2} \right\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Fazendo as multiplicações e simplificações, temos:

$$\begin{aligned} |\nabla_u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla_u}{|\nabla_u|} \right) &= \frac{u_{xx}(u_x^2 + u_y^2) - u_x(u_x u_{xx} + u_y u_{xy})}{(u_x^2 + u_y^2)} + \frac{u_{yy}(u_x^2 + u_y^2) - u_y(u_x u_{xy} + u_y u_{yy})}{(u_x^2 + u_y^2)} \\ &= \frac{u_{xx}u_x^2 + u_{xx}u_y^2 - u_x^2 u_{xx} - u_x u_y u_{xy} + u_{yy}u_x^2 + u_{yy}u_y^2 - u_y u_x u_{xy} - u_y^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} \\ &= \frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_x u_y u_{xy} + u_{yy}u_x^2}{u_x^2 + u_y^2} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$|\nabla_u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla_u}{|\nabla_u|} \right) = \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{xx}}{u_x^2 + u_y^2} \quad (4.13)$$

Para evitar singularidades, ou seja, divisões por 0 (zero) inserimos um parâmetro β no denominador, da seguinte forma:

$$|\nabla_u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla_u}{|\nabla_u|} \right) = \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{xx}}{u_x^2 + u_y^2 + \beta} \quad (4.14)$$

Vamos chamar $\frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{xx}}{u_x^2 + u_y^2 + \beta}$ de S , onde $S_{i,j}$ é a discretização de S , considerando:

$$u_x = u_{(i+1,j)} - u_{(i,j)} \quad (4.15)$$

$$u_y = u_{(i,j+1)} - u_{(i,j)} \quad (4.16)$$

$$u_{xx} = u_{(i+1,j)} - 2u_{(i,j)} + u_{(i-1,j)} \quad (4.17)$$

$$u_{yy} = u_{(i,j+1)} - 2u_{(i,j)} + u_{(i,j-1)} \quad (4.18)$$

$$u_{xy} = \frac{u_{(i+1,j+1)} - u_{(i-1,j+1)} - u_{(i+1,j-1)} + u_{(i-1,j-1)}}{4} \quad (4.19)$$

Podemos considerar que um pixel da matriz e seus vizinhos são representados da forma como está na Figura 4.1, sendo que i representa o número da linha e j representa o número da coluna.

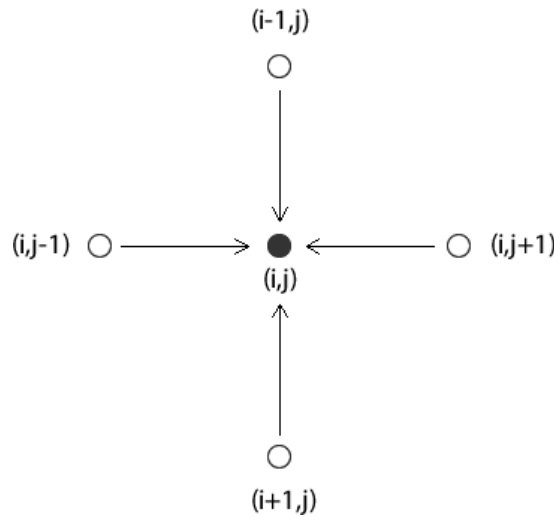


Figura 4.1: Representação da imagem em matriz.

A solução numérica foi obtida usando diferenças finitas para discretizar a equação 4.14. Para a implementação numérica assumimos que as imagens são representadas por matrizes de valores de intensidades $N \times M$, isto é, $p = 2$. Consideramos $u_{i,j}$ como o valor da imagem u no pixel (i, j) , com $i = 1, 2, \dots, N$ e $j = 1, 2, \dots, M$. As equações de fluxo obtêm imagens no tempo $t_n = n \cdot dt$ com $n = 1, 2, \dots, t$. Sendo que dt é o 'tamanho' de cada passo.

Temos então por fim, a equação que vamos trabalhar:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{dt} = g_{i,j}^n S_{i,j}^n - \lambda (1 - g_{i,j}^n) \left(1 - \frac{f_{i,j}^{n,2}}{u_{i,j}^{n,2}} \right) \quad (4.20)$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + dt \left(g_{i,j}^n S_{i,j}^n - \lambda (1 - g_{i,j}^n) \left(1 - \frac{f_{i,j}^{n,2}}{u_{i,j}^{n,2}} \right) \right) \quad (4.21)$$

onde $u_{i,j}^0$ é a imagem ruidosa inicial.

Abaixo é apresentado o algoritmo utilizado para execução do método WBSN:

Algoritmo 1: Algoritmo WBSN

Entrada: Imagem original ruidosa u , comprimento de passo dt , parâmetro de regularização λ , parâmetro de estabilização β , constante k , quantidade de iterações n

Saída: Imagem restaurada u_{novo}

início

 Guardar a imagem original ruidosa em $u_{inicial}$;

$u_{inicial} = u$

repita

repita

 Calcular a segunda derivada de u em relação a x (u_{xx}) no pixel (i,j) ;

$$u_{xx}(i,j) = u_{(i+1,j)} - 2u_{(i,j)} + u_{(i-1,j)}$$

 Calcular a derivada de u em relação a x (u_x) no pixel (i,j) ;

$$u_x(i,j) = u_{(i+1,j)} - u_{(i,j)}$$

 Calcular a segunda derivada de u em relação a y (u_{yy}) no pixel (i,j) ;

$$u_{yy}(i,j) = u_{(i,j+1)} - 2u_{(i,j)} + u_{(i,j-1)}$$

 Calcular a derivada de u em relação a y (u_y) no pixel (i,j) ;

$$u_y(i,j) = u_{(i,j+1)} - u_{(i,j)}$$

 Calcular a derivada de u em relação a x e a y (u_{xy}) no pixel (i,j) ;

$$u_{xy}(i,j) = \frac{u_{(i+1,j+1)} - u_{(i-1,j+1)} - u_{(i+1,j-1)} + u_{(i-1,j-1)}}{4}$$

 Calcular S no pixel (i,j) ;

$$S_{(i,j)} = (u_{xx} * u_y^2 - 2 * u_{xy} * u_x * u_y + u_{yy} * u_x^2) / (u_x^2 + u_y^2 + \beta);$$

 Calcular a função de detecção de bordas g no pixel (i,j) ;

$$g_{(i,j)} = \frac{1}{(1+k*(u_x^2+u_y^2))};$$

 Calcular u_{novo} no pixel (i,j) ;

$$u_{novo(i,j)} =$$

$$u_{(i,j)} + dt * (g_{(i,j)} * S_{(i,j)} - \lambda * (1 - g_{(i,j)}) * ((u_{(i,j)}^2 - u_{inicial(i,j)}^2) / (u_{(i,j)}^2 + \beta)));$$

até percorrer toda a imagem u ;

até n iterações;

fim

4.1 Considerações Finais

Neste capítulo apresentamos como fizemos a construção do método proposto, apresentando o termo de suavização e o termo de fidelidade utilizados. Além disso, apresentamos a função de regularização g que foi acrescentada ao método para fazer a regularização entre esses dois termos. O uso da função g apresenta vantagens para o método proposto, pois através dela é possível detectar as bordas da imagem, o que possibilita suavizar os ruídos da imagem e ao mesmo tempo preservar essas bordas.

Capítulo 5

Resultados Experimentais

Neste capítulo, serão apresentados alguns resultados obtidos através do modelo WBSN (Capítulo 4), bem como as comparações com métodos da literatura: modelo AA (Seção 3.2) e modelo JinYang (Seção 3.3).

Os resultados serão divididos em duas partes, na primeira parte usaremos imagens sintéticas com adição de ruído *speckle*. Serão apresentados os resultados dos três métodos. Na segunda parte mostraremos como o nosso método proposto se comporta em imagens de ultrassonografia, que é o foco de nosso trabalho.

5.1 Imagens Sintéticas

Foram criadas oito imagens sintéticas (de tamanho 256 x 256 pixels) limpas, ou seja, sem ruídos, como pode ser visto na Figura 5.1. Essas imagens receberam os nomes Sintética 1, Sintética 2, Sintética 3, Sintética 4, Sintética 5, Sintética 6, Sintética 7 e Sintética 8. Depois, adicionamos ruído *speckle* nessas imagens através do comando `imnoise` do Matlab, da seguinte forma:

```
u = imnoise(I,'speckle', 0.005);
```

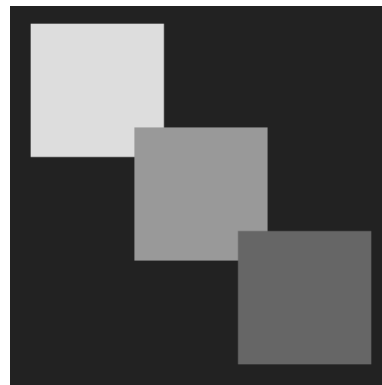
Desta forma, o comando adiciona ruído multiplicativo *speckle* na imagem I com variância 0.005. A partir dessas oito imagens ruidosas, processamos as imagens com o modelo AA, modelo JinYang e o nosso modelo proposto.

Para o método proposto, utilizamos as imagens normalizadas entre os valores 0 (zero) e 1 e os seguintes parâmetros: 200 iterações, $\lambda = 0.05$, $\beta = 0.00001$, $dt = 0.01$, $k = 0.000001$ até 80 iterações. No restante das iterações assumimos $k = 1000$. Essa alteração no valor de k tem como objetivo suavizar mais no início das iterações (quando tem mais ruído) e depois preservar mais as características da imagem.

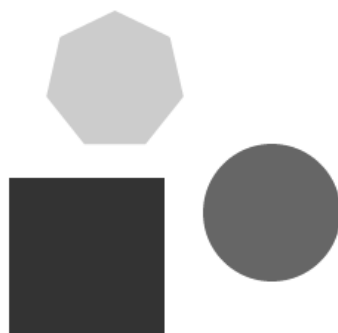
Nos modelos AA e JinYang utilizamos as imagens normalizadas entre os valores 0 e 255. Para o modelo AA, os parâmetros utilizados foram: 100 iterações, $\lambda = 3$ e $dt = 0.2$. Por fim, no modelo JinYang utilizamos os seguintes parâmetros: 400 iterações e $dt = 0.1$.



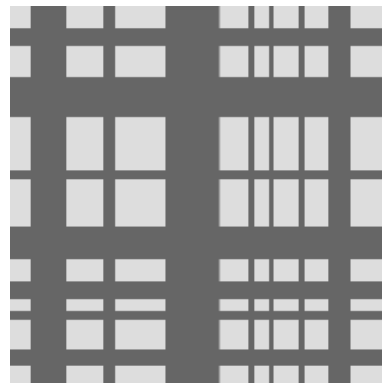
(a) Imagem 'Sintética 1'



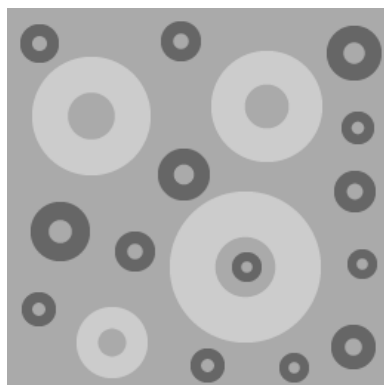
(b) Imagem 'Sintética 2'



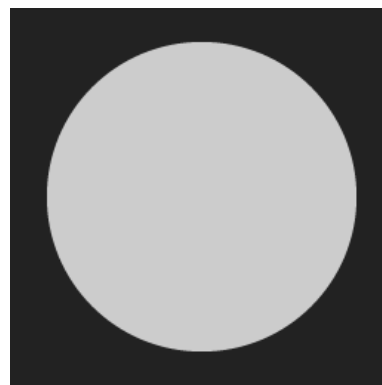
(c) Imagem 'Sintética 3'



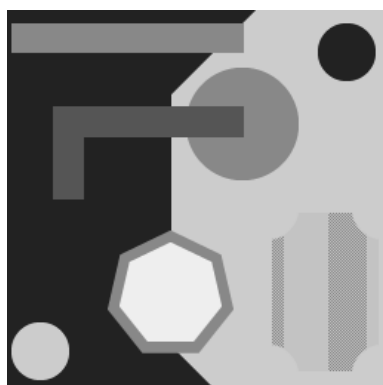
(d) Imagem 'Sintética 4'



(e) Imagem 'Sintética 5'



(f) Imagem 'Sintética 6'



(g) Imagem 'Sintética 7'



(h) Imagem 'Sintética 8'

Figura 5.1: Imagens sintéticas limpas.

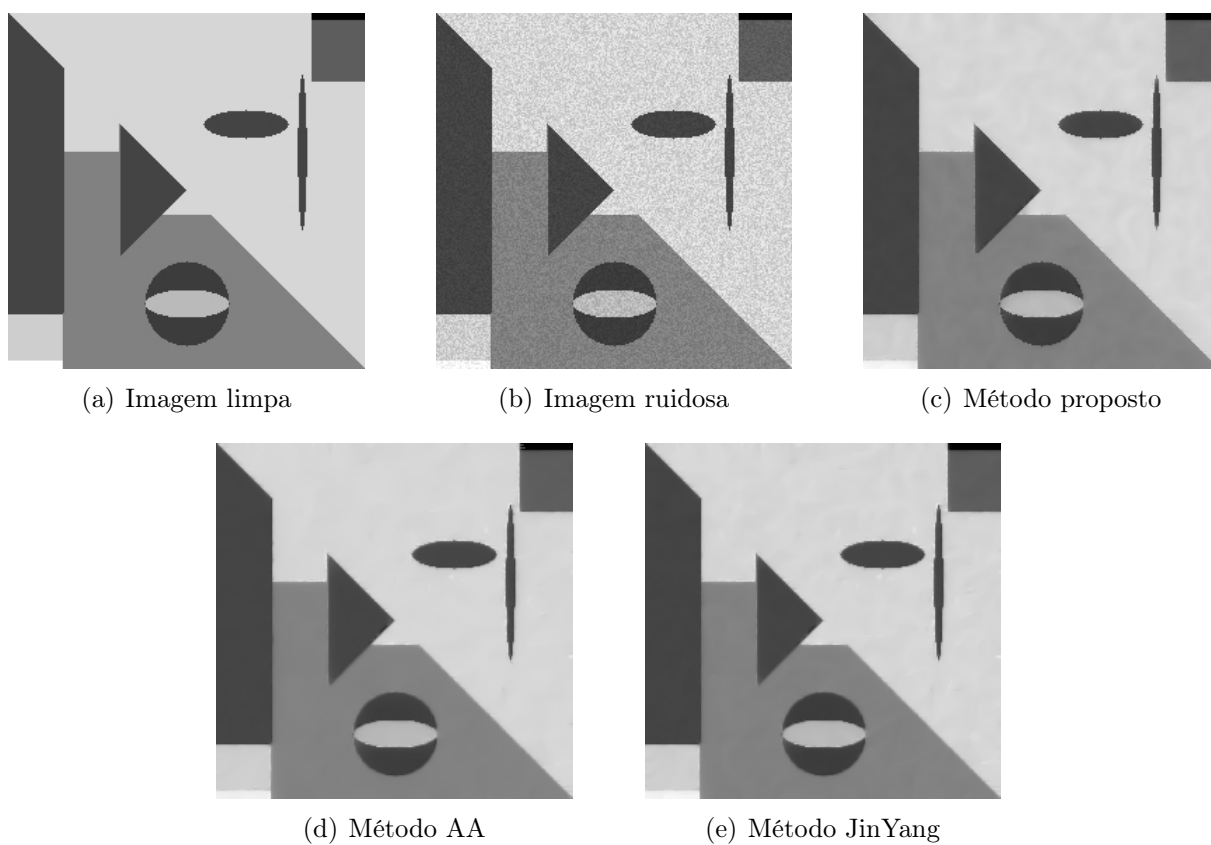


Figura 5.2: Resultados dos métodos para imagem Sintética 1.

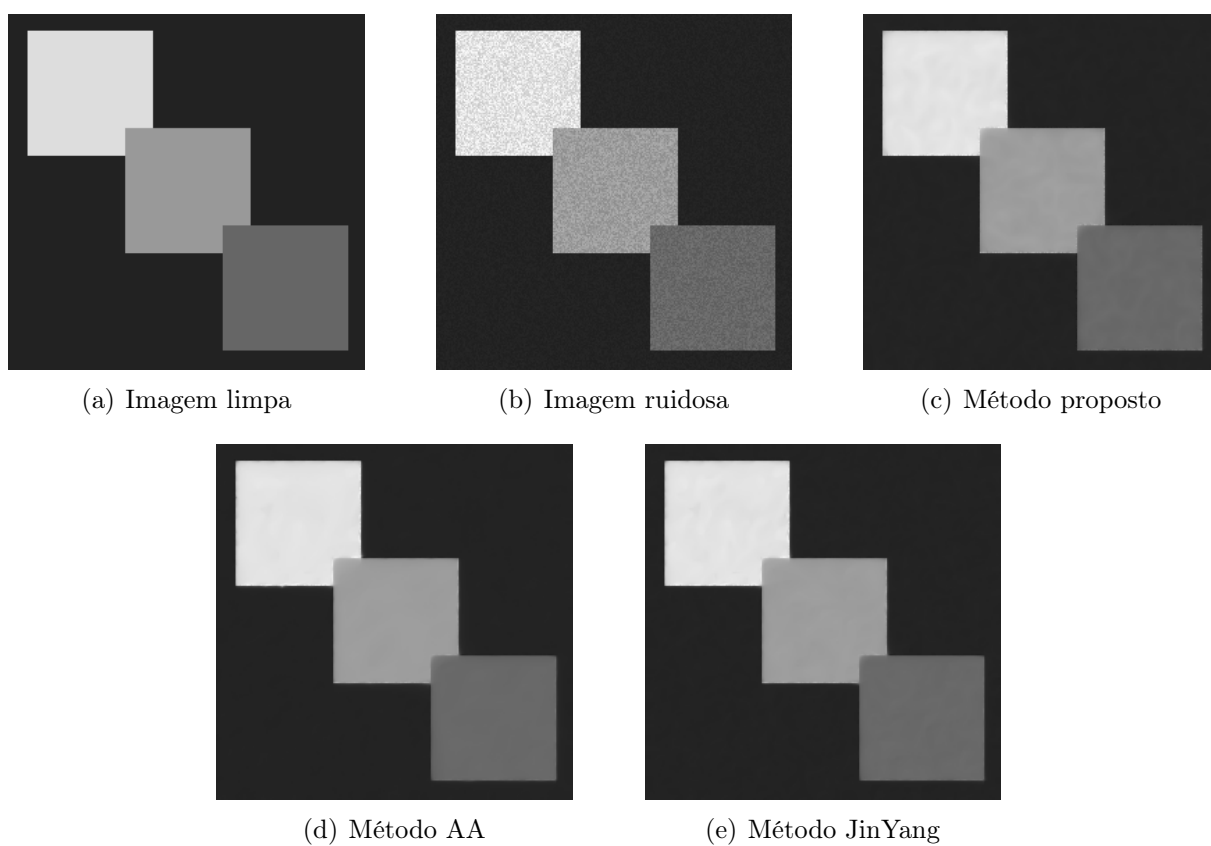


Figura 5.3: Resultados dos métodos para imagem Sintética 2.

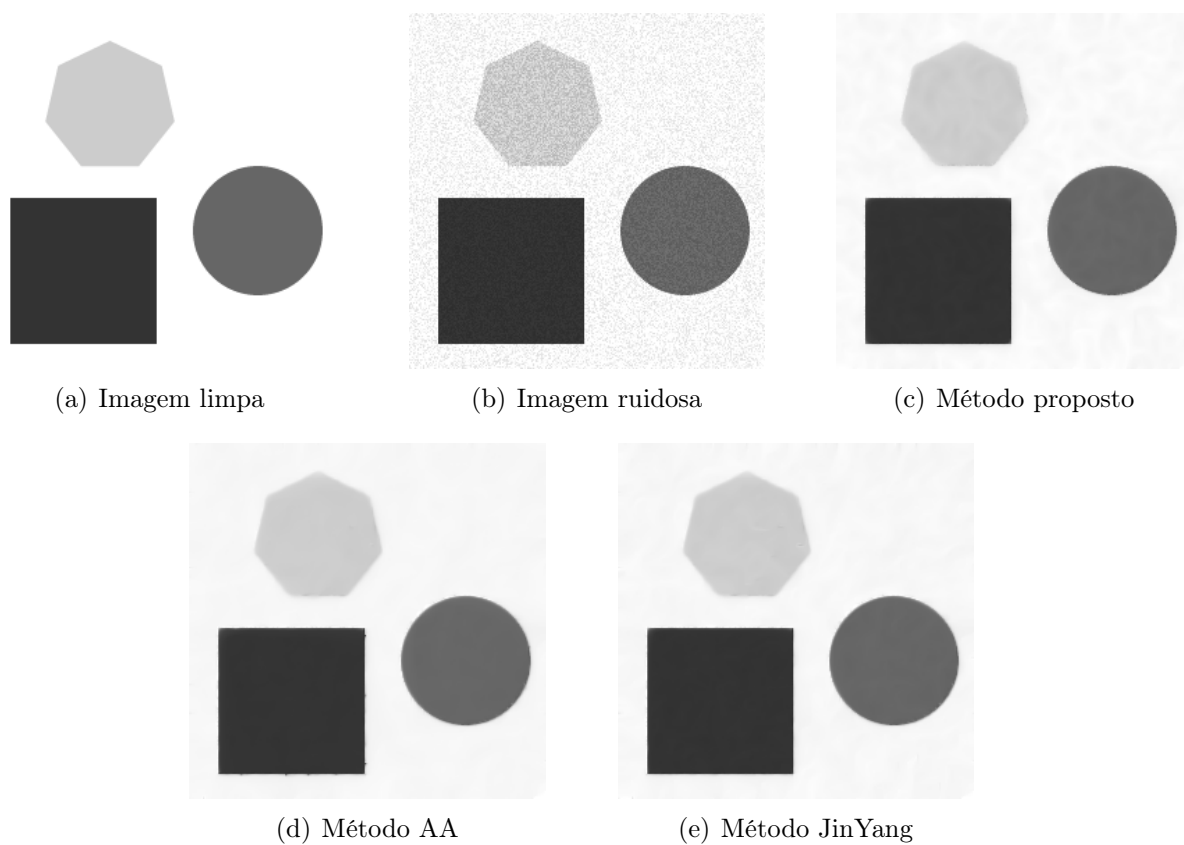


Figura 5.4: Resultados dos métodos para imagem Sintética 3.

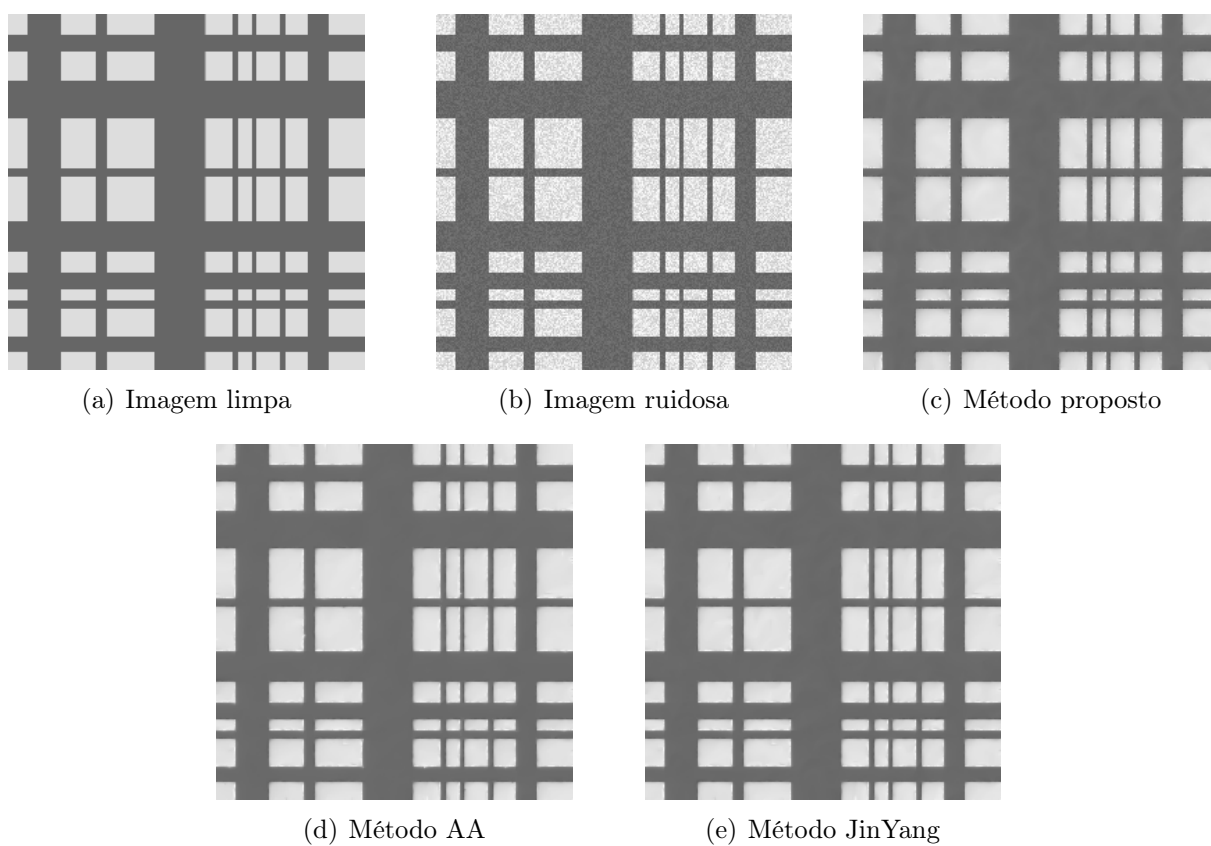


Figura 5.5: Resultados dos métodos para imagem Sintética 4.

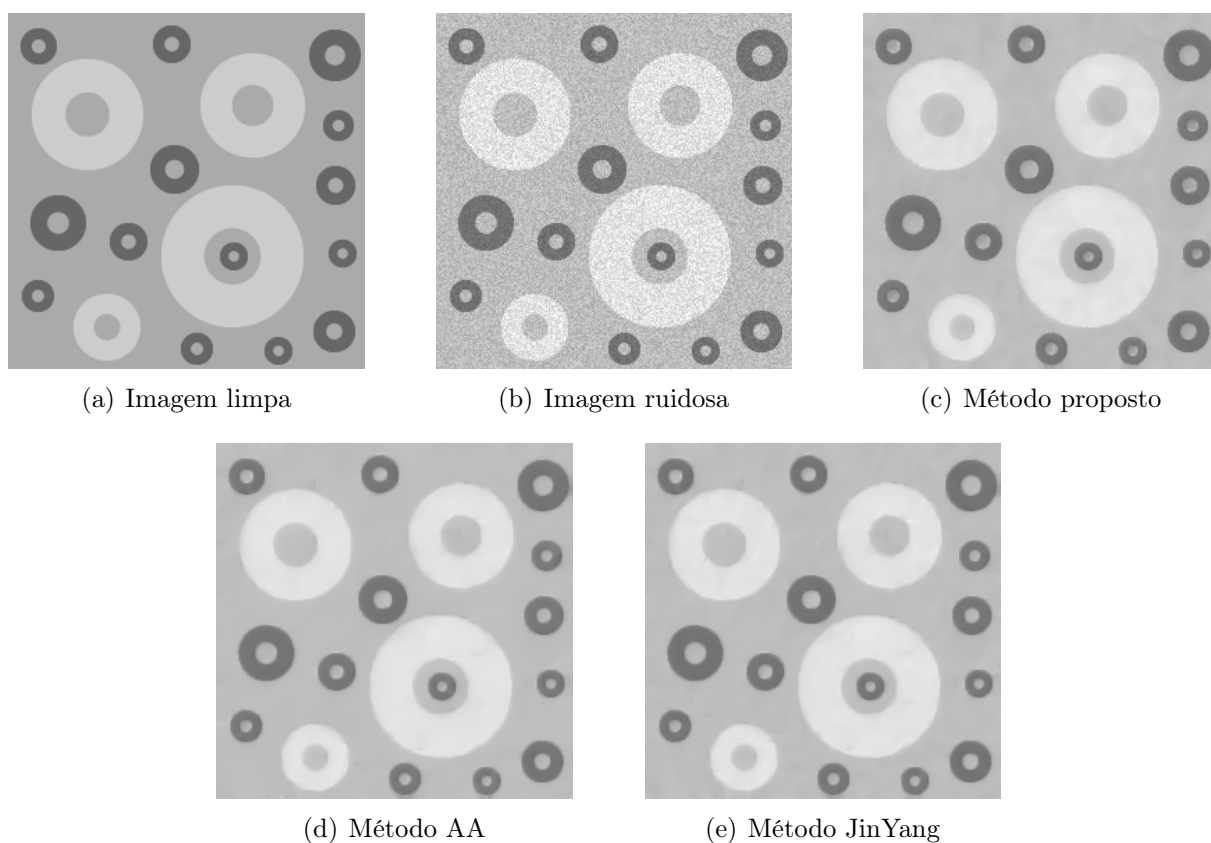


Figura 5.6: Resultados dos métodos para imagem Sintética 5.

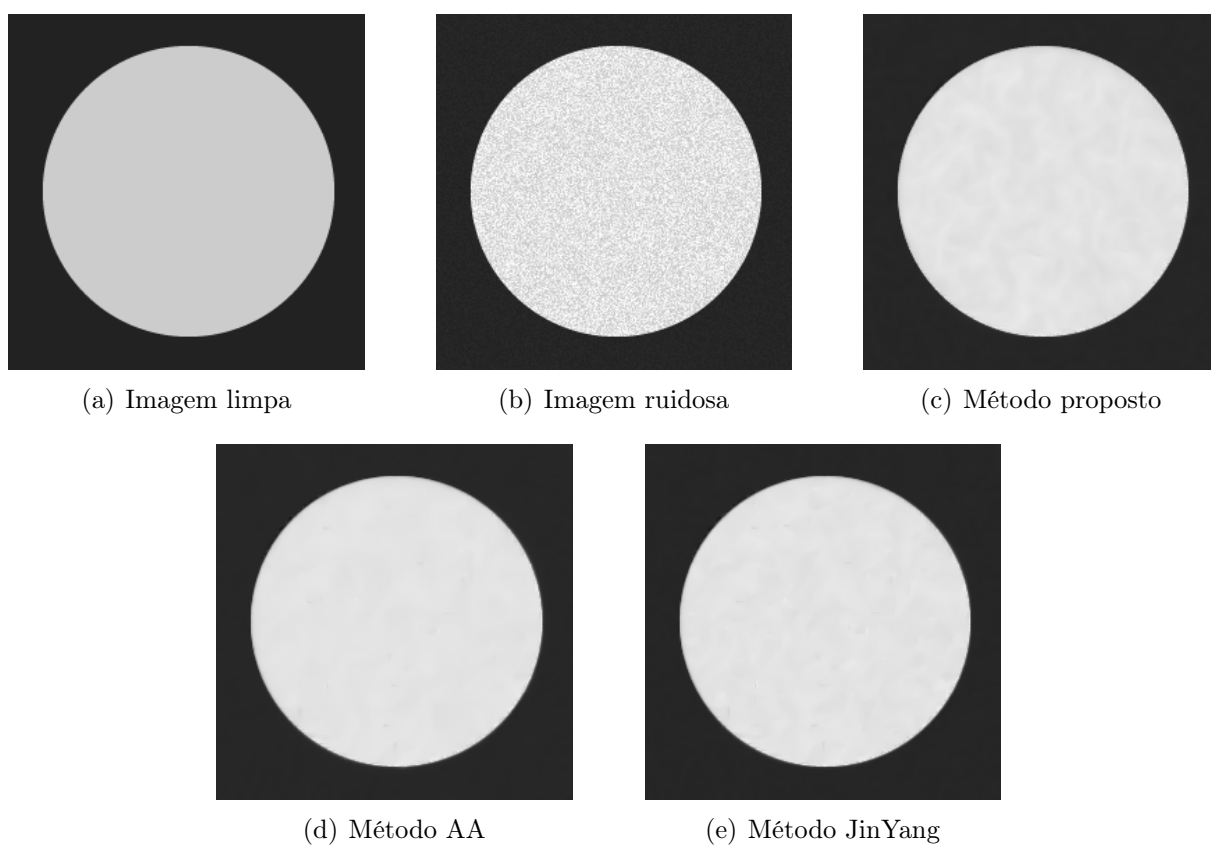


Figura 5.7: Resultados dos métodos para imagem Sintética 6.

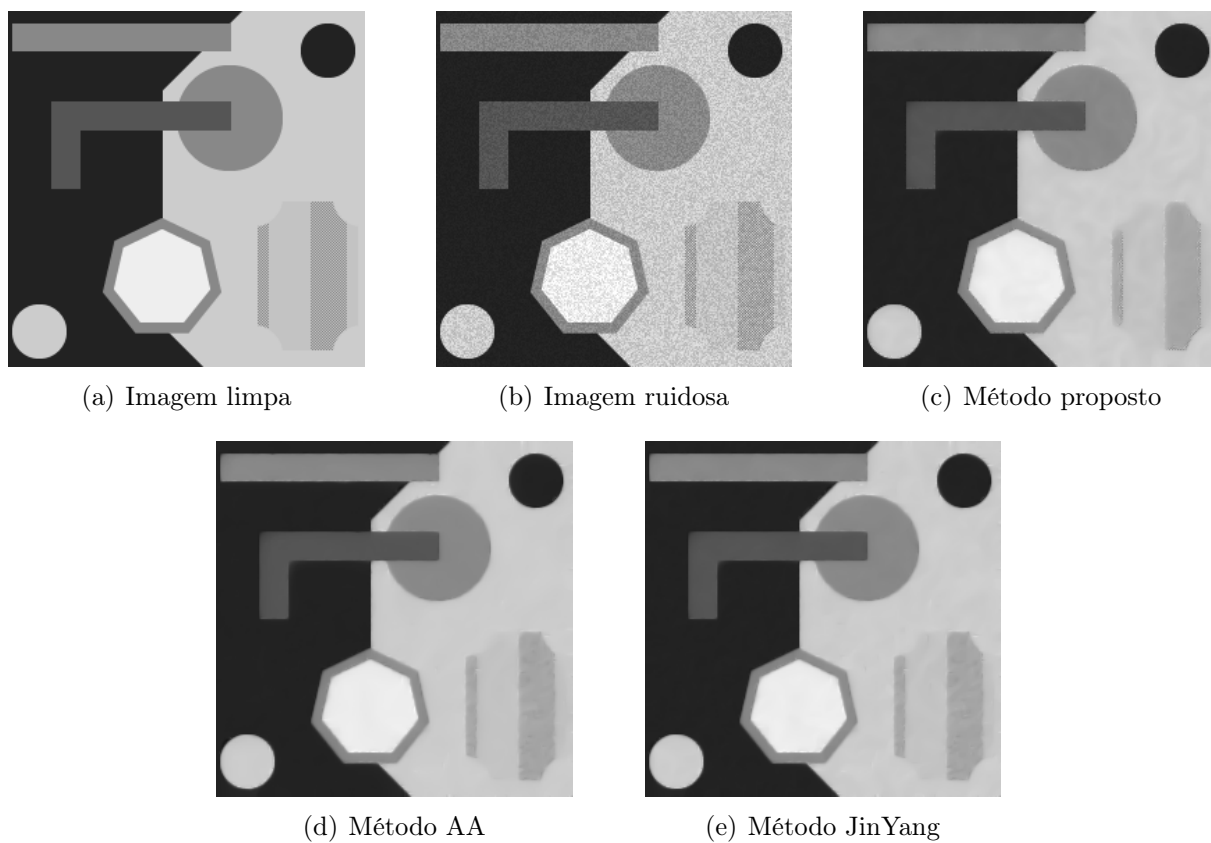


Figura 5.8: Resultados dos métodos para imagem Sintética 7.

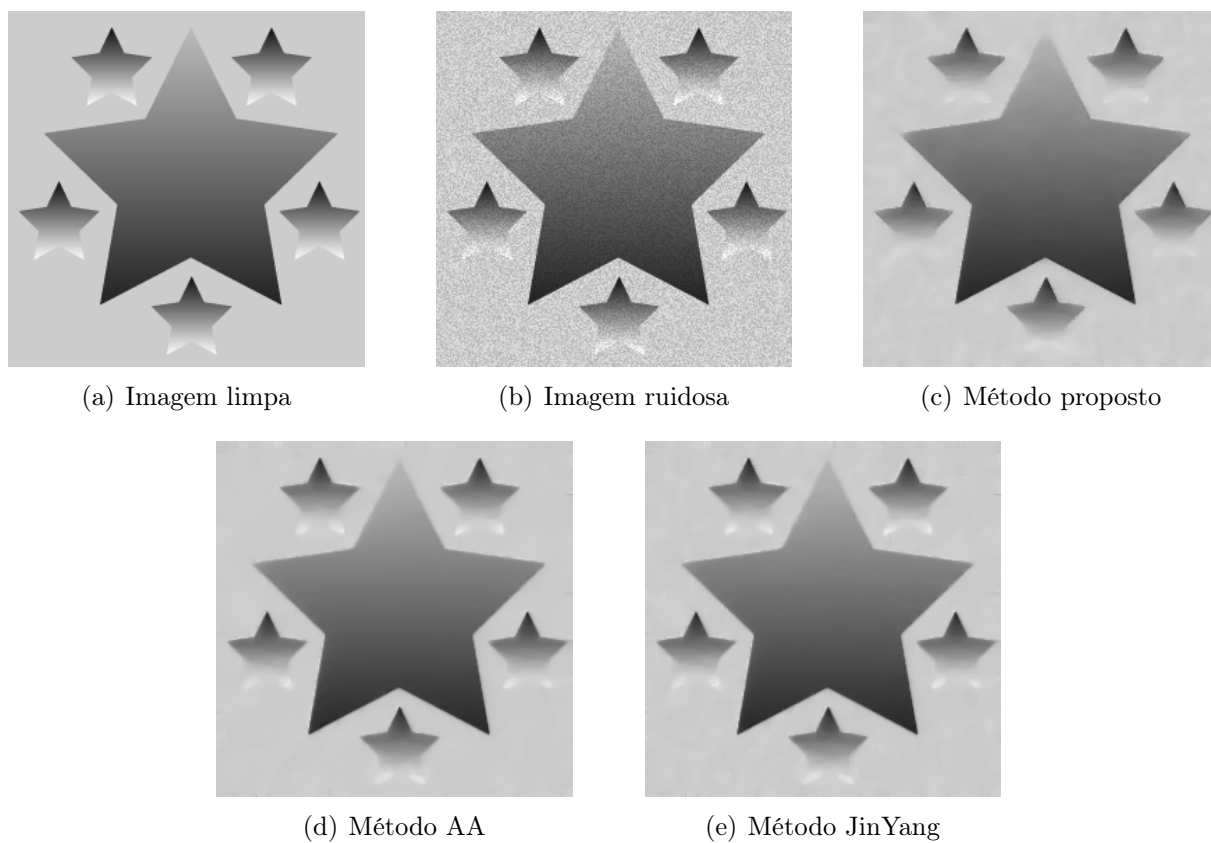


Figura 5.9: Resultados dos métodos para imagem Sintética 8.

Para esses experimentos, foram utilizadas duas medidas de qualidade de restauração, a medida SNR (*Signal to Noise Ratio*) e a medida ReErr (*Relative Error*), definidas em 2.10 e 2.11 respectivamente. A comparação dos resultados entre esses três métodos, através destas medidas, pode ser vista na Tabela 5.1 e na Tabela 5.2.

A partir destes resultados, podemos perceber que o modelo WBSN, em geral, tem SNR maior e ReErr menor para as imagens simuladas, em comparação com outros dois modelos, AA e JinYang. Nas colunas com os valores de SNR e ReErr obtidos pelo modelo WBSN, além dos índices obtidos, estão também os valores percentuais de ganho ou perda em relação ao melhor resultado obtido pelos outros métodos. Por exemplo, na Tabela 5.1 a imagem Sintética 1 apresenta o percentual +11.92%. O cálculo desse percentual foi feito em relação ao resultado obtido pelo Modelo JinYang, com SNR igual 20.6787, pois este foi superior ao SNR obtido pelo Modelo AA, com valor de 19.9668. Essa diferença em percentual significa que o resultado de SNR obtido pelo modelo WBSN, de valor 23.1433 é 11.92% maior do que o resultado do Modelo JinYang, 20.6787.

Na Tabela 5.1, apenas na imagem Sintética 6, a comparação foi feita com o Modelo AA, enquanto nas outras 7 imagens a comparação foi feita com os resultados obtidos pelo método JinYang, pois este obteve o melhor resultado. Vemos que em 5 imagens o percentual de diferença entre o modelo WBSN e o método comparado foi positivo, ou seja, os resultados do modelo WBSN foi superior aos outros métodos.

O mesmo percentual foi calculado nas outras tabelas de SNR e ReErr, Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4. A diferença do resultado percentual obtido nessas tabelas é que no caso do índice SNR, quanto maior o SNR melhor, por isso os percentuais positivos significa que o modelo WBSN foi superior. Já no índice ReErr, quanto menor o ReErr melhor, por isso os percentuais negativos significa que o modelo WBSN foi superior. Assim, vemos que nessas três tabelas, o método proposto obteve melhores resultados para todas as imagens sintéticas utilizadas.

Tabela 5.1: Medida SNR

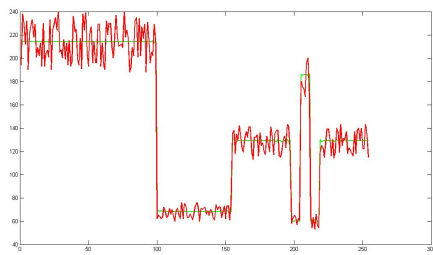
Imagem	Ruidosa	Mod. AA	Mod. JinYang	Mod. WBSN (%)
Sintética 1	14.3012	19.9668	20.6787	23.1433 (+11.92%)
Sintética 2	18.9979	24.5648	25.2966	26.9310 (+6.46%)
Sintética 3	17.6406	21.1429	22.4250	24.6831 (+10.07%)
Sintética 4	14.3052	15.7952	16.5818	16.8996 (+1.92%)
Sintética 5	7.7298	15.1805	15.4606	15.2682 (-1.24%)
Sintética 6	15.9368	19.9692	19.6552	19.8917 (-0.39%)
Sintética 7	17.3352	18.9808	19.3891	20.0888 (+3.61%)
Sintética 8	12.2859	19.1056	19.7448	19.3427 (-2.04%)

Através das figuras 5.10 a 5.17 é possível verificar a recuperação das imagens através do método proposto. Por exemplo, na Figura 5.10 (a) o traço verde do gráfico representa a linha 100 da imagem 'Sintética 1' limpa, enquanto o traço vermelho representa a linha

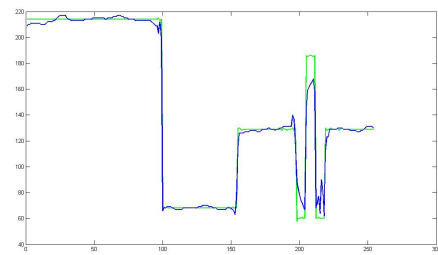
Tabela 5.2: Medida ReErr

Imagem	Ruidosa	Mod. AA	Mod. JinYang	Mod. WBSN (%)
Sintética 1	0.0705	0.0353	0.0328	0.0248 (-24.39%)
Sintética 2	0.0777	0.0477	0.0407	0.0351 (-13.76%)
Sintética 3	0.0530	0.0384	0.0352	0.0266 (-24.43%)
Sintética 4	0.0776	0.0610	0.0561	0.0515 (-8.20%)
Sintética 5	0.1385	0.1186	0.1160	0.1152 (-0.69%)
Sintética 6	0.1376	0.1150	0.1130	0.1110 (-1.77%)
Sintética 7	0.0697	0.0560	0.0539	0.0499 (-7.42%)
Sintética 8	0.0707	0.0303	0.0283	0.0297 (-4.95%)

100 da imagem 'Sintética 1' ruidosa. Em (b), o traço verde, assim como em (a), representa a imagem limpa, enquanto o traço azul representa a linha 100 da imagem 'Sintética 1' recuperada através do método proposto. É possível verificar, então, como o traço azul está mais próximo do traço verde do que o vermelho estava, isso significa que o método conseguiu aproximar a imagem ruidosa da imagem limpa. De forma análoga, essa análise pode ser feita em relação às outras imagens sintéticas.

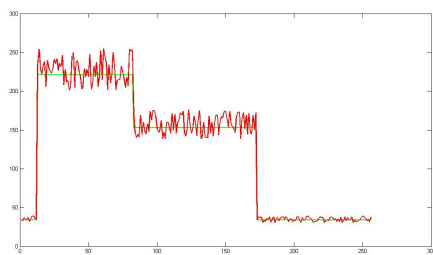


(a) Linha 100 da imagem limpa e ruidosa apresentadas na figura 5.2 (a) e (b)

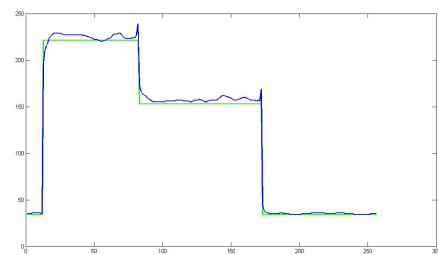


(b) Linha 100 da imagem limpa e resultado apresentados na figura 5.2 (a) e (c)

Figura 5.10: Graficos da imagem Sintética 1.



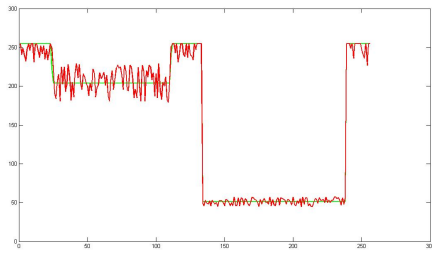
(a) Linha 100 da imagem limpa e ruidosa apresentadas na figura 5.3 (a) e (b)



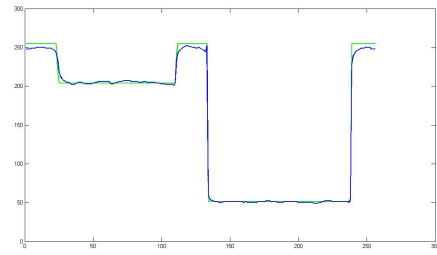
(b) Linha 100 da imagem limpa e resultado apresentados na figura 5.3 (a) e (c)

Figura 5.11: Graficos da imagem Sintética 2.

Como mencionado no Capítulo 4, o diferencial do modelo WBSN é a inserção de uma função g com o objetivo de distinguir pixels que fazem parte de bordas da imagem e pixels que devem ser suavizados. Ao imprimir essa função g , podemos observar as bordas detectadas pela função, o que pode ser visto na Figura 5.18.

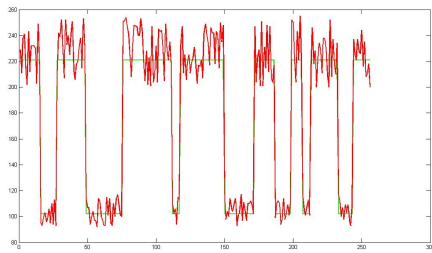


(a) Linha 100 da imagem limpa e ruidosa apresentadas na figura 5.4 (a) e (b)

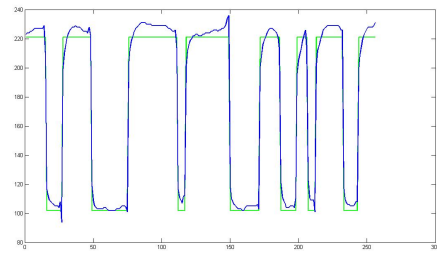


(b) Linha 100 da imagem limpa e resultado apresentados na figura 5.4 (a) e (c)

Figura 5.12: Graficos da imagem Sintética 3.

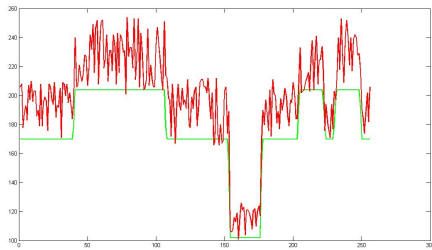


(a) Linha 100 da imagem limpa e ruidosa apresentadas na figura 5.5 (a) e (b)

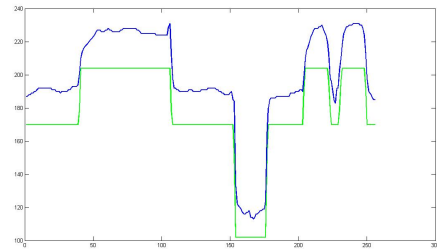


(b) Linha 100 da imagem limpa e resultado apresentados na figura 5.5 (a) e (c)

Figura 5.13: Graficos da imagem Sintética 4.

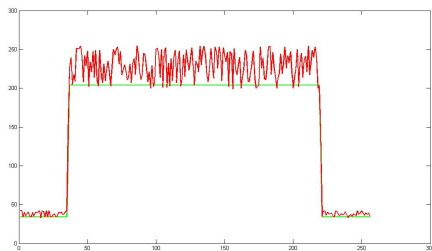


(a) Linha 80 da imagem limpa e ruidosa apresentadas na figura 5.6 (a) e (b)

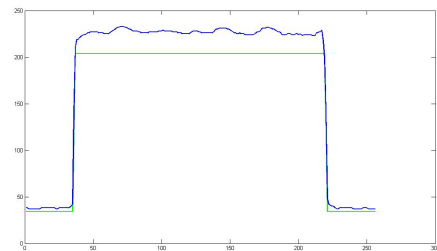


(b) Linha 80 da imagem limpa e resultado apresentados na figura 5.6 (a) e (c)

Figura 5.14: Graficos da imagem Sintética 5.

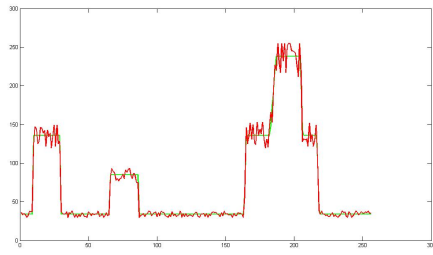


(a) Linha 80 da imagem limpa e ruidosa apresentadas na figura 5.7 (a) e (b)

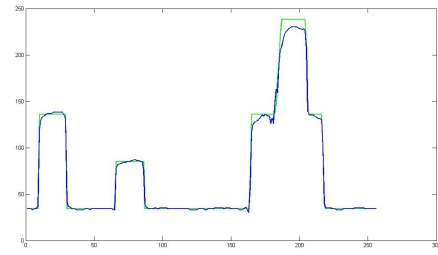


(b) Linha 80 da imagem limpa e resultado apresentados na figura 5.7 (a) e (c)

Figura 5.15: Graficos da imagem Sintética 6.

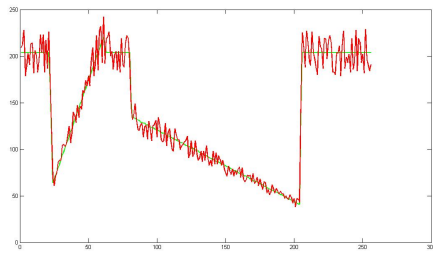


(a) Linha 80 da imagem limpa e ruidosa apresentadas na figura 5.8 (a) e (b)

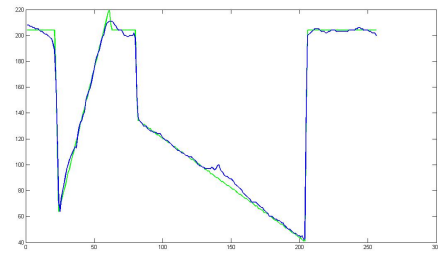


(b) Linha 80 da imagem limpa e resultado apresentados na figura 5.8 (a) e (c)

Figura 5.16: Graficos da imagem Sintética 7.



(a) Linha 80 da imagem limpa e ruidosa apresentadas na figura 5.9 (a) e (b)



(b) Linha 80 da imagem limpa e resultado apresentados na figura 5.9 (a) e (c)

Figura 5.17: Graficos da imagem Sintética 8.

A partir das imagens limpas vistas na Figura 5.1, utilizamos novamente o comando `imnoise` do Matlab para criar imagens com um nível maior de ruídos e comparar os resultados. Para criar essas novas imagens ruidosas, utilizamos o seguinte comando:

```
u = imnoise(I,'speckle', 0.01);
```

Desta forma, o comando adiciona ruído multiplicativo *speckle* na imagem I com variância 0.01. A partir dessas oito imagens ruidosas, processamos as imagens com o modelo AA, modelo JinYang e o modelo WBSN.

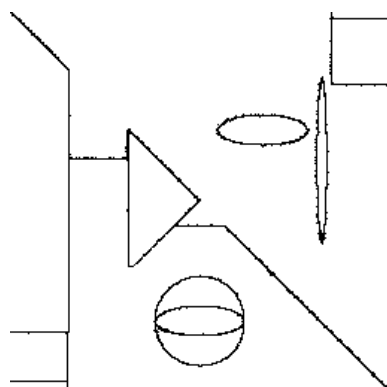
Para o método proposto utilizamos os seguintes parâmetros: 300 iterações, $\lambda = 0.05$, $\beta = 0.00001$, $dt = 0.01$, $k = 0.000001$ até 80 iterações. No restante das iterações assumimos $k = 1000$.

Para o modelo AA os parâmetros utilizados foram: 120 iterações, $\lambda = 5$ e $dt = 0.2$.

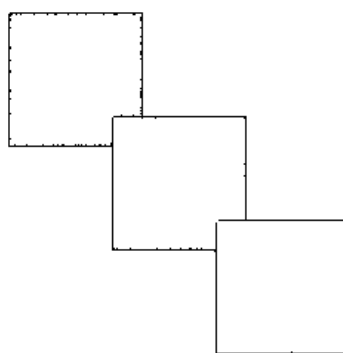
Por fim, no modelo JinYang utilizamos os seguintes parâmetros: 500 iterações e $dt = 0.1$.

As novas imagens ruidosas criadas e os resultados da recuperação das imagens através dos três métodos podem ser observados nas figuras 5.19 a 5.26.

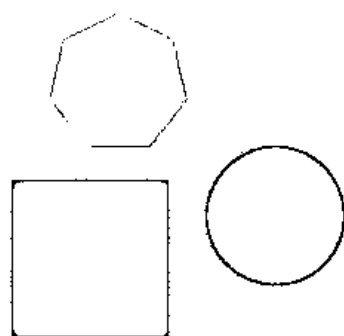
Novamente, foram utilizadas as medidas de qualidade de restauração SNR e ReErr. A comparação dos resultados entre esses três métodos, através destas medidas podem ser vistas nas tabelas 5.3 e 5.4. A partir destes resultados, podemos perceber novamente que o modelo proposto sempre tem SNR maior e ReErr menor para as imagens simuladas, em



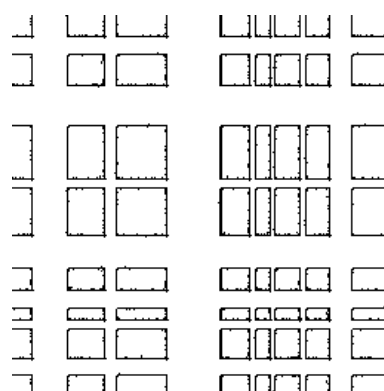
(a) Função g da imagem
'Sintética 1'



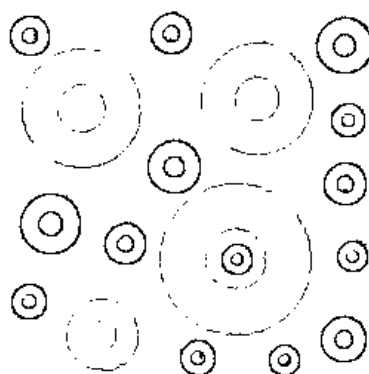
(b) Função g da imagem
'Sintética 2'



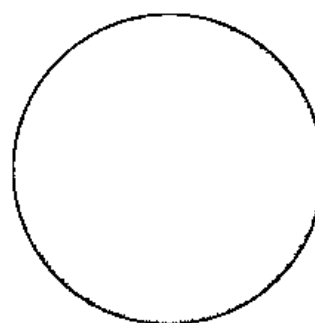
(c) Função g da imagem
'Sintética 3'



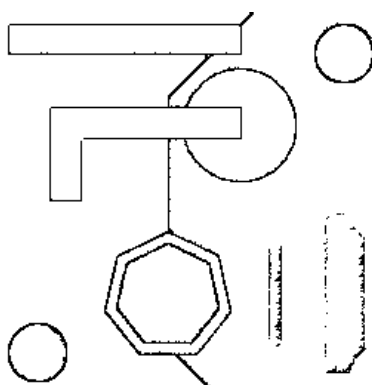
(d) Função g da imagem
'Sintética 4'



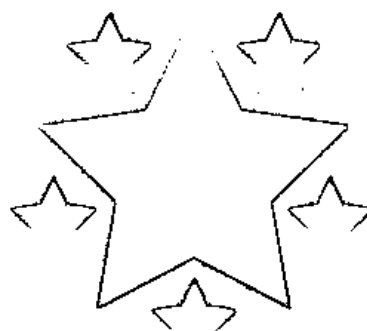
(e) Função g da imagem
'Sintética 5'



(f) Função g da imagem
'Sintética 6'



(g) Função g da imagem
'Sintética 7'



(h) Função g da imagem
'Sintética 8'

Figura 5.18: Contornos criados pela função g para as imagens recuperadas a partir das imagens ruidosas com variância 0.005.

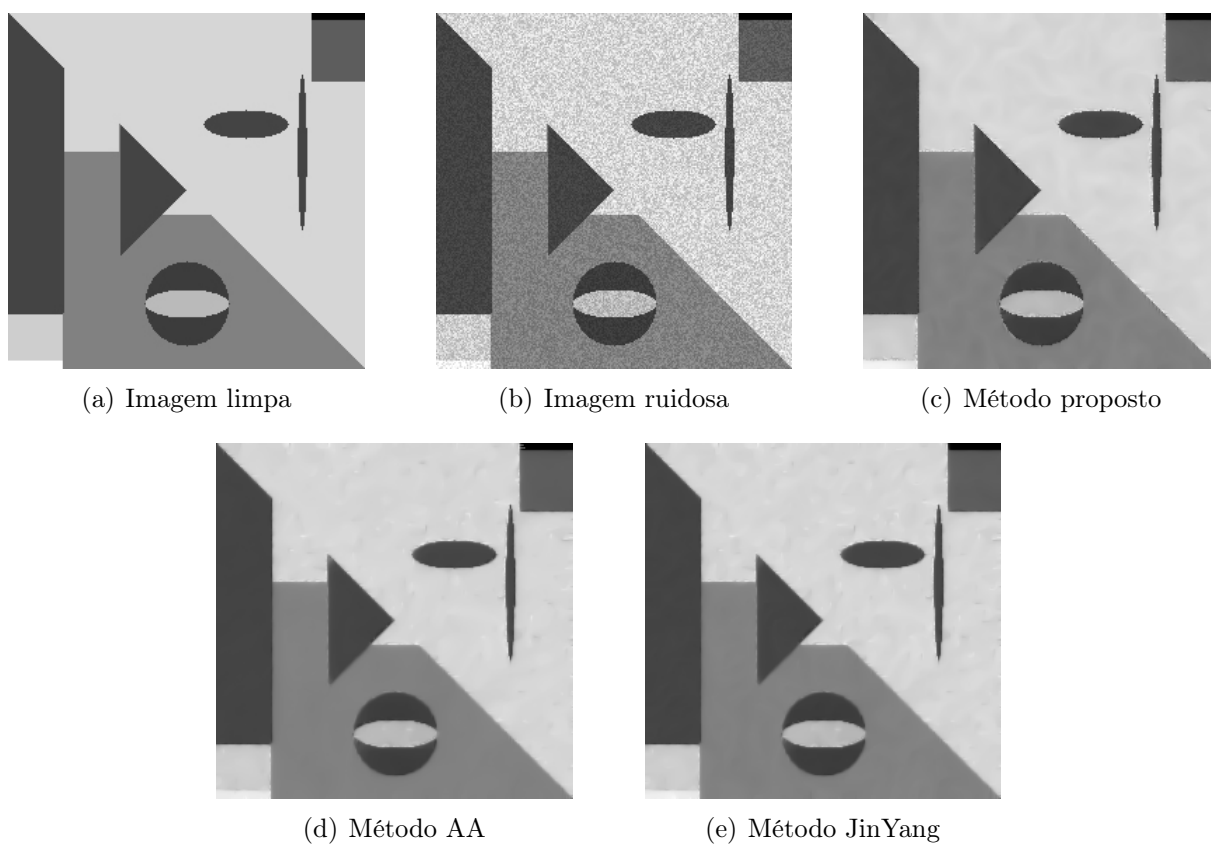


Figura 5.19: Resultados dos métodos para imagem Sintética 1.

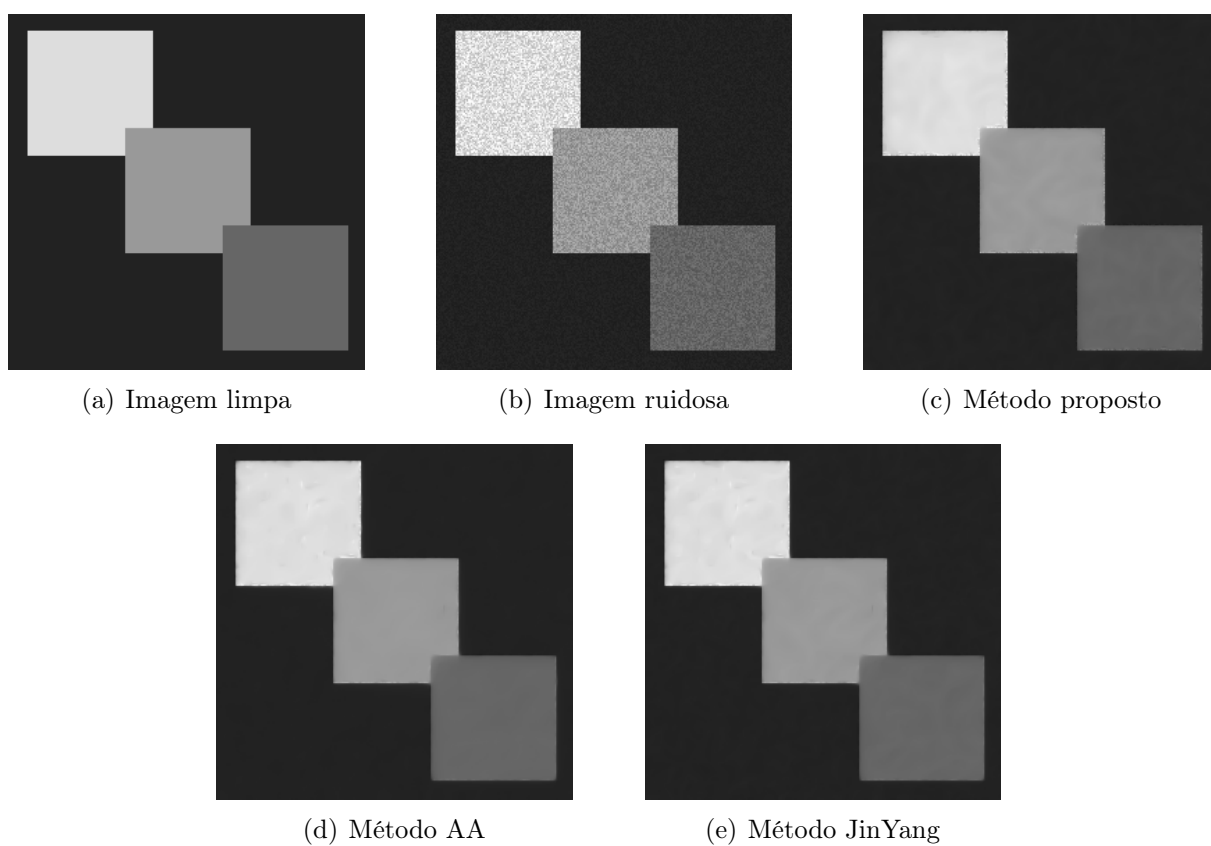


Figura 5.20: Resultados dos métodos para imagem Sintética 2.

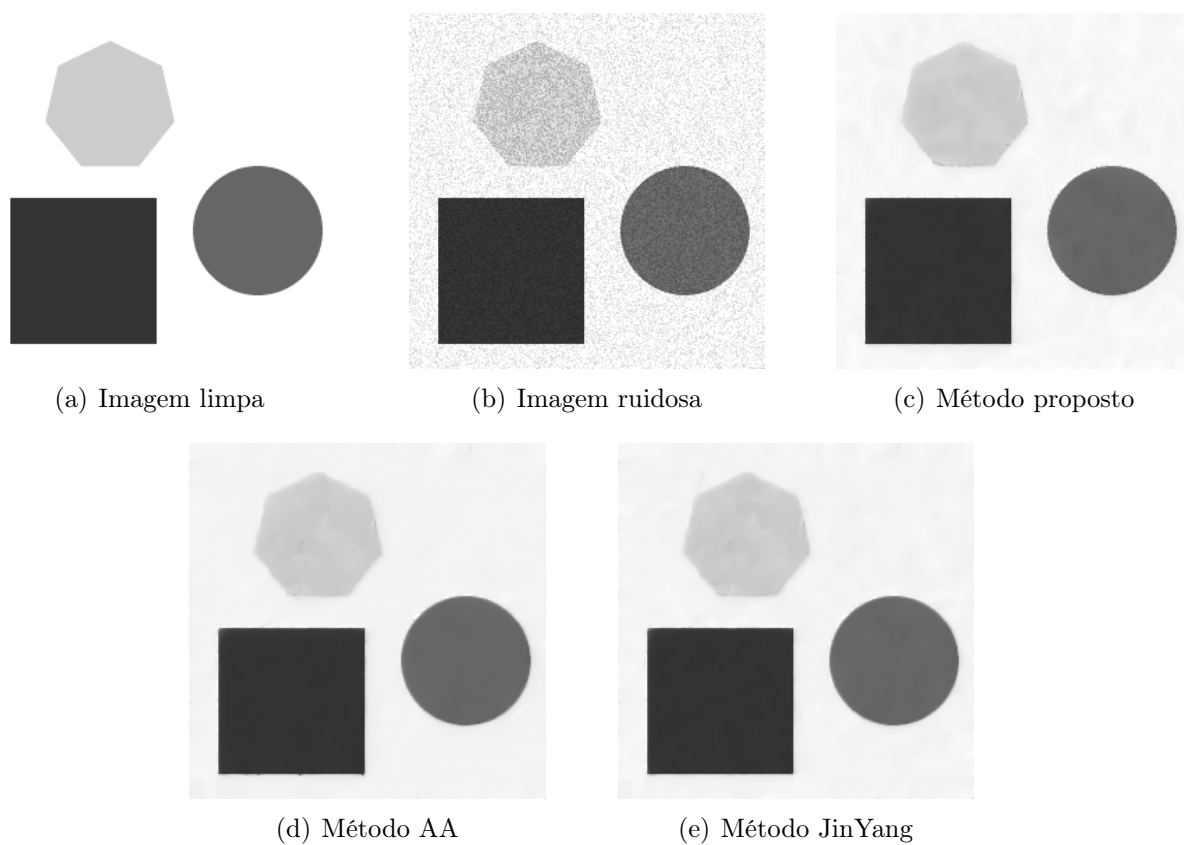


Figura 5.21: Resultados dos métodos para imagem Sintética 3.

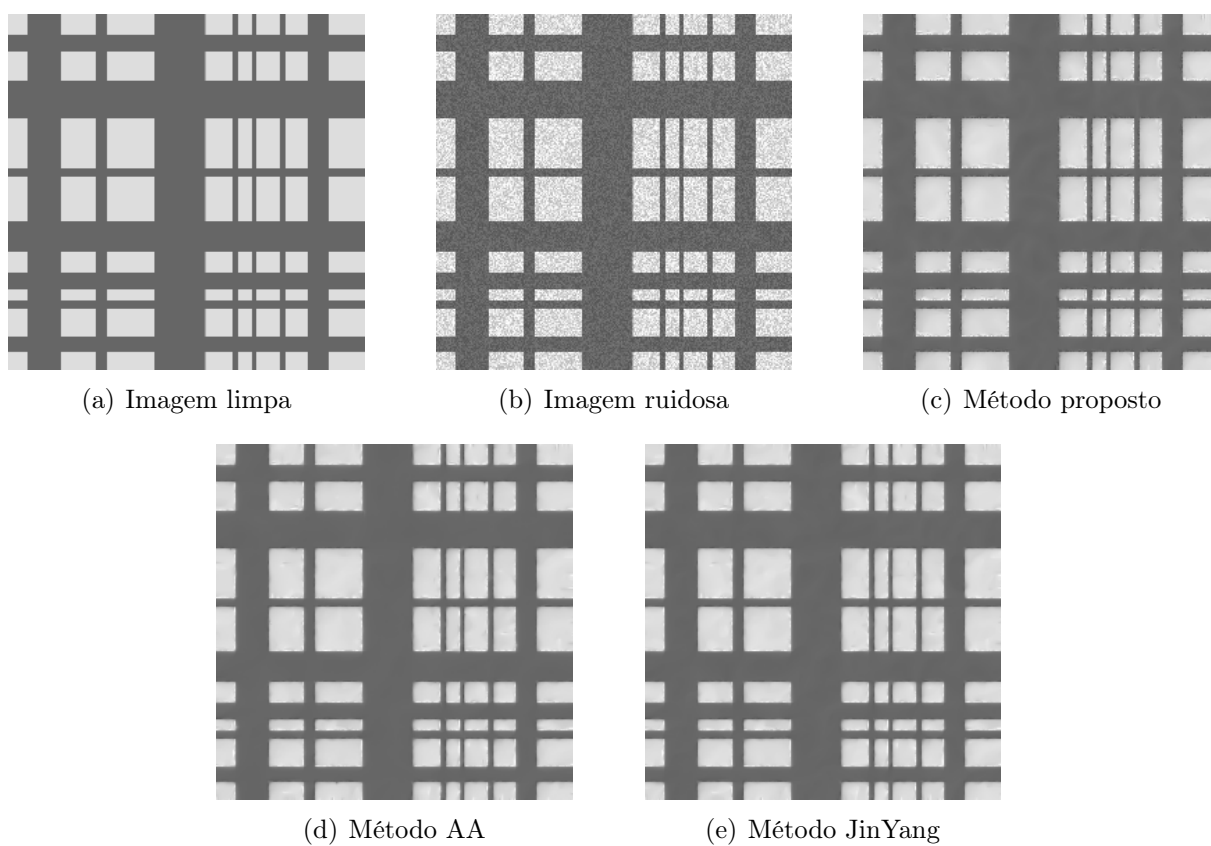


Figura 5.22: Resultados dos métodos para imagem Sintética 4.

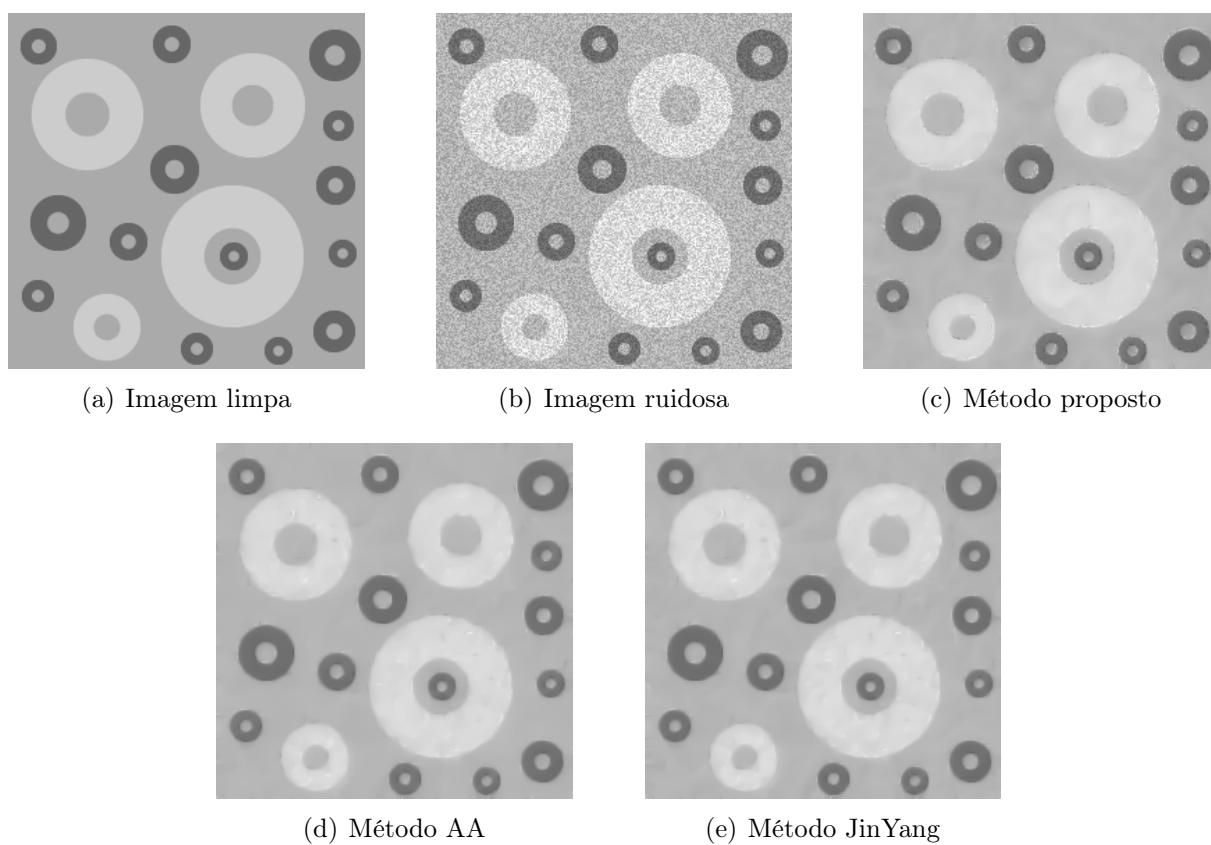


Figura 5.23: Resultados dos métodos para imagem Sintética 5.

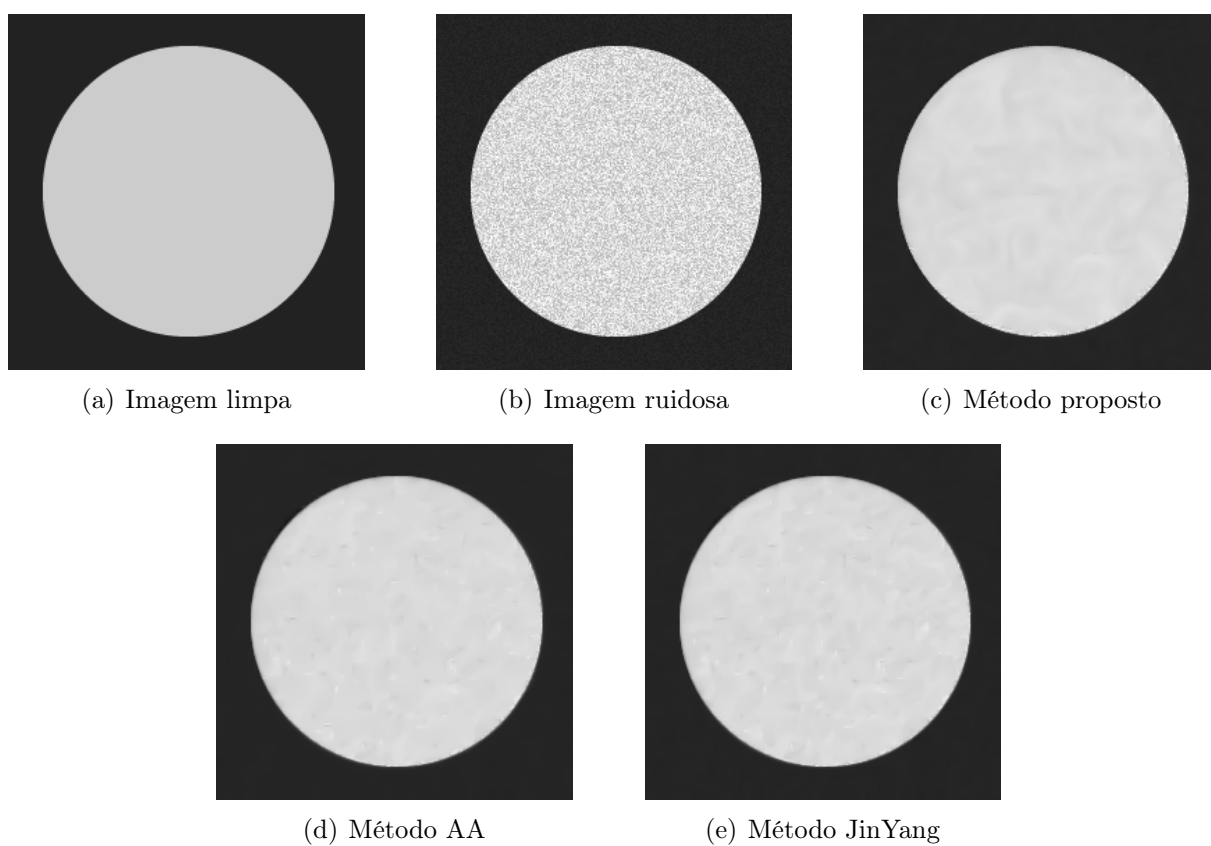


Figura 5.24: Resultados dos métodos para imagem Sintética 6.

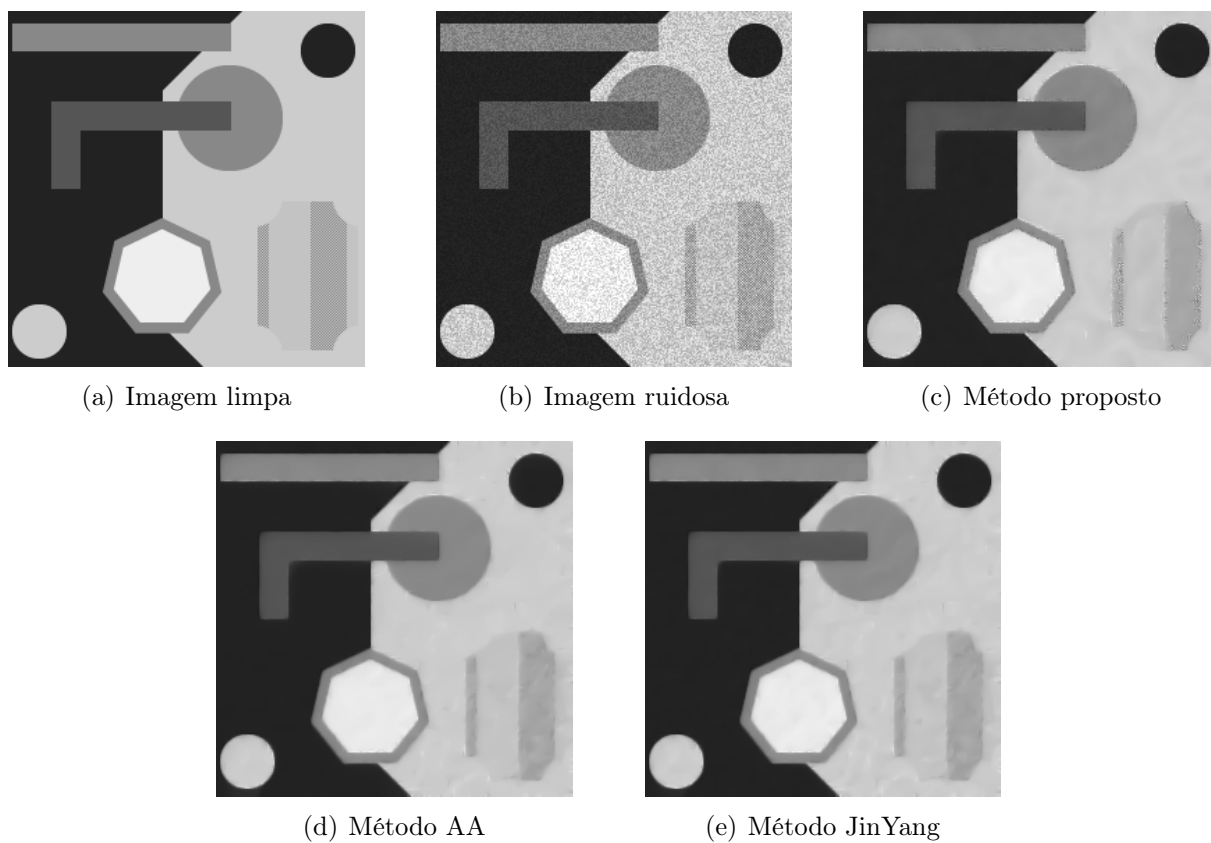


Figura 5.25: Resultados dos métodos para imagem Sintética 7.

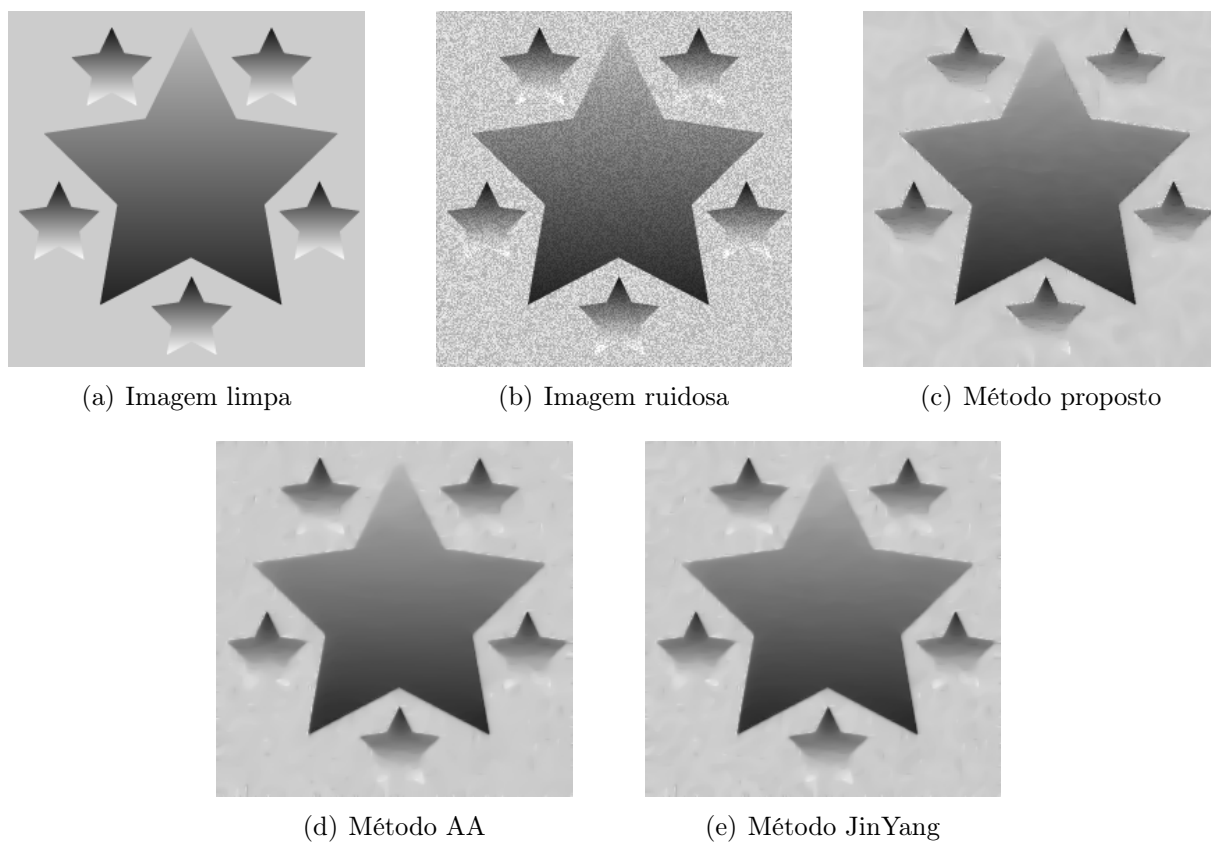


Figura 5.26: Resultados dos métodos para imagem Sintética 8.

comparação com outros dois modelos, AA e JinYang.

Tabela 5.3: Medida SNR

Imagem	Ruidosa	Mod. AA	Mod. JinYang	Mod. WBSN (%)
Sintética 1	11.4475	18.8143	19.2695	22.1958 (+15.19%)
Sintética 2	16.3162	23.2284	23.7762	25.5129 (+7.30%)
Sintética 3	14.5816	19.4218	20.2306	22.7359 (+12.38%)
Sintética 4	11.5863	14.0508	14.5345	15.0167 (+3.32%)
Sintética 5	5.5477	13.6774	13.9716	14.2404 (+1.92%)
Sintética 6	14.6756	22.4661	22.4411	23.3157 (+3.78%)
Sintética 7	14.4311	18.4665	18.7066	19.6640 (+5.12%)
Sintética 8	9.5136	17.9300	18.1598	18.8839 (+3.99%)

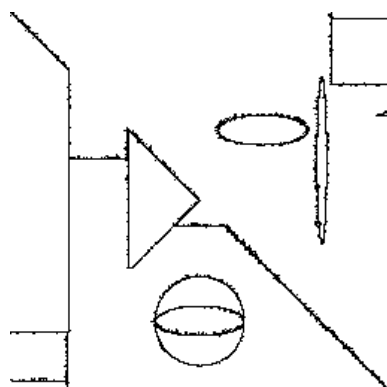
Tabela 5.4: Medida ReErr

Imagem	Ruidosa	Mod. AA	Mod. JinYang	Mod. WBSN (%)
Sintética 1	0.0997	0.0405	0.0385	0.0278 (-27.79%)
Sintética 2	0.0998	0.0440	0.0414	0.0340 (-17.87%)
Sintética 3	0.0747	0.0510	0.0468	0.0349 (-25.43%)
Sintética 4	0.0989	0.0675	0.0643	0.0613 (-4.67%)
Sintética 5	0.1253	0.0732	0.0725	0.0720 (-0.69%)
Sintética 6	0.1254	0.0697	0.0701	0.0667 (-4.30%)
Sintética 7	0.0981	0.0596	0.0582	0.0524 (-9.97%)
Sintética 8	0.0999	0.0344	0.0338	0.0313 (-7.40%)

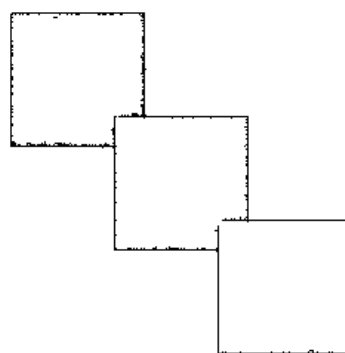
Novamente, é possível observar as bordas detectadas através da função g na Figura 5.27.

Como apresentado, o método proposto consegue detectar as bordas das imagens. Essa é uma característica não presente nos outros dois métodos implementados. Isso significa que, independente da quantidade de iterações, as imagens recuperadas não perderam as bordas quando processadas pelo método. Enquanto, quando processada pelo método AA ou pelo método JinYang, essas bordas serão perdidas se utilizado um número alto de iterações. Na Figura 5.28 é possível verificar os resultados utilizando o método AA na imagem 'Sintética 2' através de 100, 200, 300, 500, 1000 e 5000 iterações. Na Figura 5.29 estão os resultados utilizando o método JinYang na imagem 'Sintética 2' com 400, 500, 700, 1000, 5000 e 10000 iterações. Por fim, na Figura 5.30 vemos os resultados utilizando o método proposto na imagem 'Sintética 2' através de 200, 300, 500, 1000, 5000 e 10000 iterações. Através dessas figuras fica claro como o método proposto é o único a preservar bordas independente do número de iterações utilizadas. Nas figuras 5.31, 5.32 e 5.33 podemos ver os resultados ao longo das iterações para a imagem 'Sintética 5'.

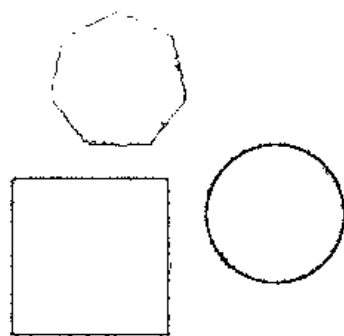
Para não termos apenas resultados visuais, as 8 imagens sintéticas apresentadas neste trabalho foram restauradas com 500, 1000 e 5000 iterações utilizando os métodos AA, JinYang e o método proposto WBSN. A partir dos resultados obtidos através destas restaurações, calculamos as medidas SNR e SSIM para cada imagem, que podem ser



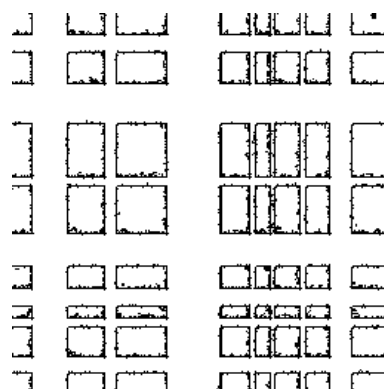
(a) Função g da imagem
'Sintética 1'



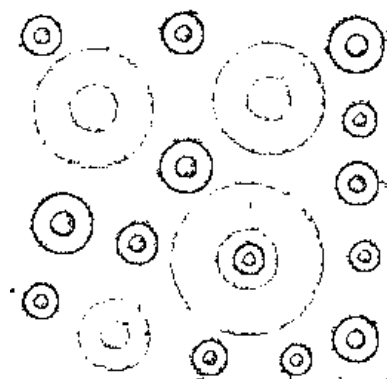
(b) Função g da imagem
'Sintética 2'



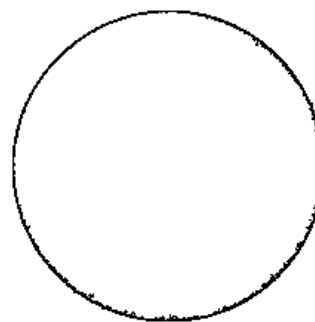
(c) Função g da imagem
'Sintética 3'



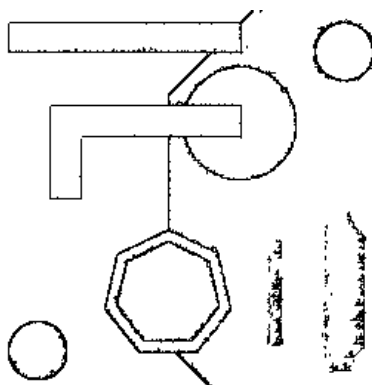
(d) Função g da imagem
'Sintética 4'



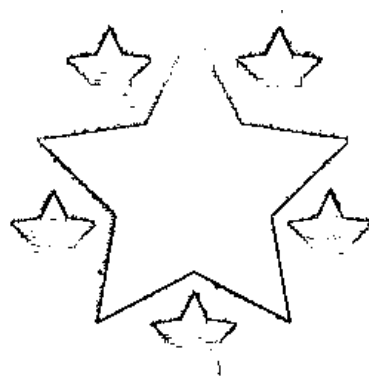
(e) Função g da imagem
'Sintética 5'



(f) Função g da imagem
'Sintética 6'



(g) Função g da imagem
'Sintética 7'



(h) Função g da imagem
'Sintética 8'

Figura 5.27: Contornos criados pela função g para as imagens recuperadas a partir das imagens ruidosas com variância 0.01.

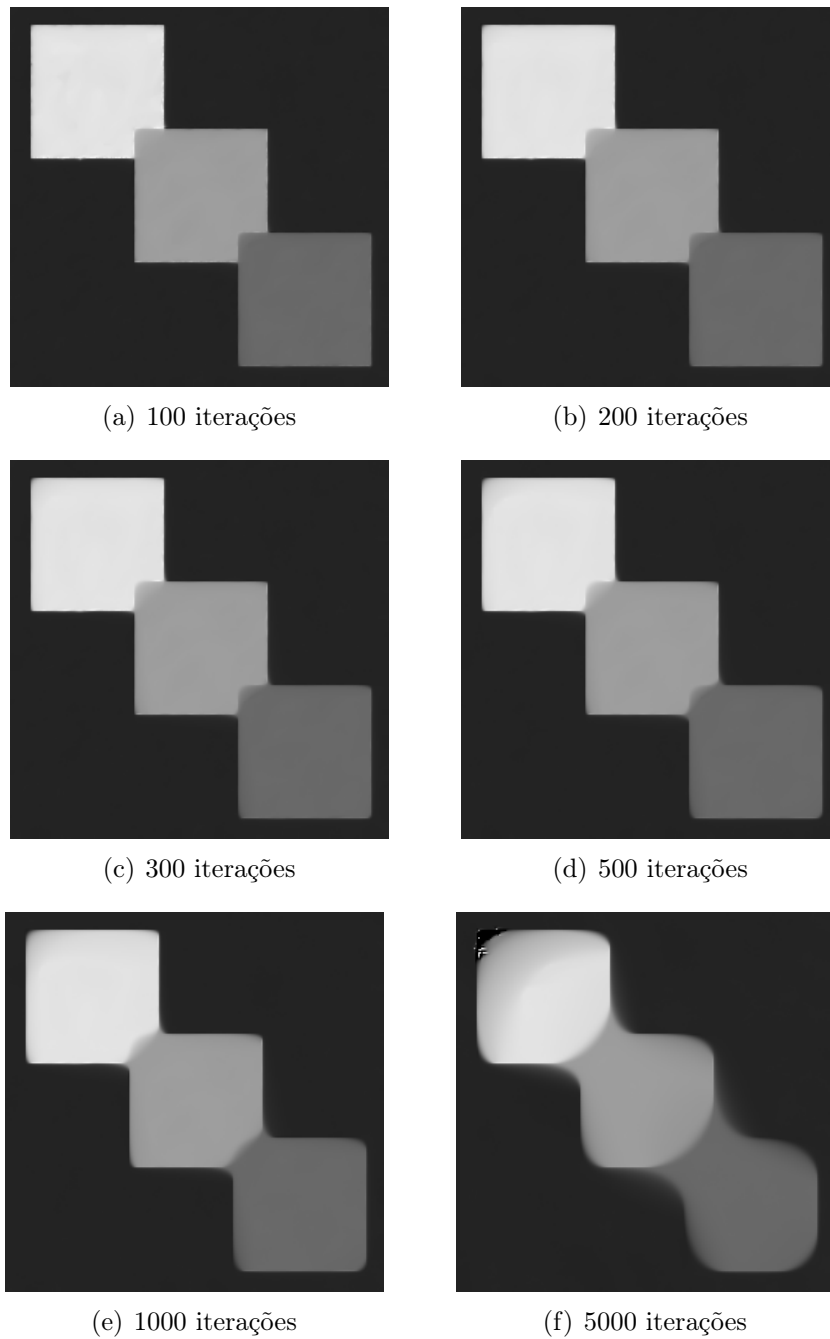


Figura 5.28: Resultado do Método AA na imagem 'Sintética 2' ao longo das iterações.

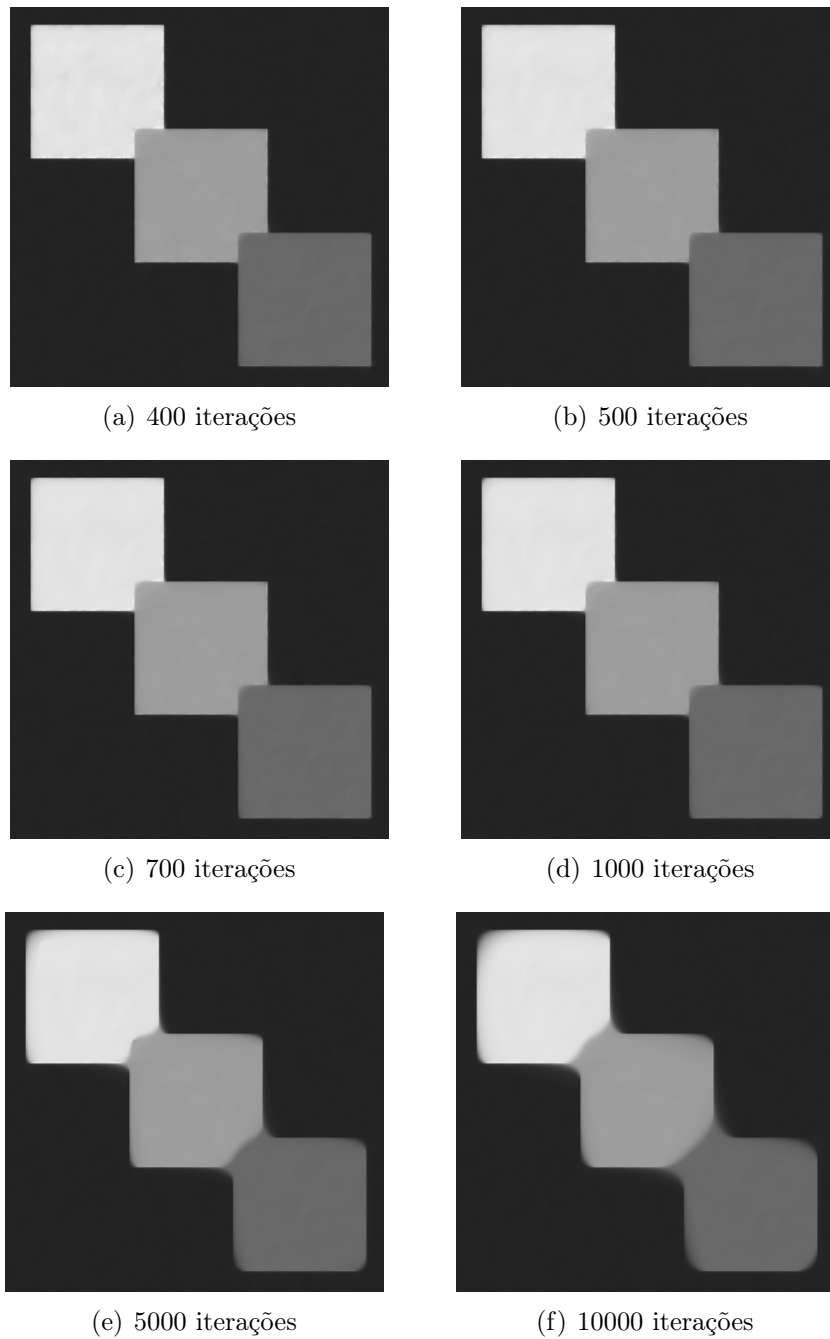


Figura 5.29: Resultado do Método JinYang na imagem 'Sintética 2' ao longo das iterações.

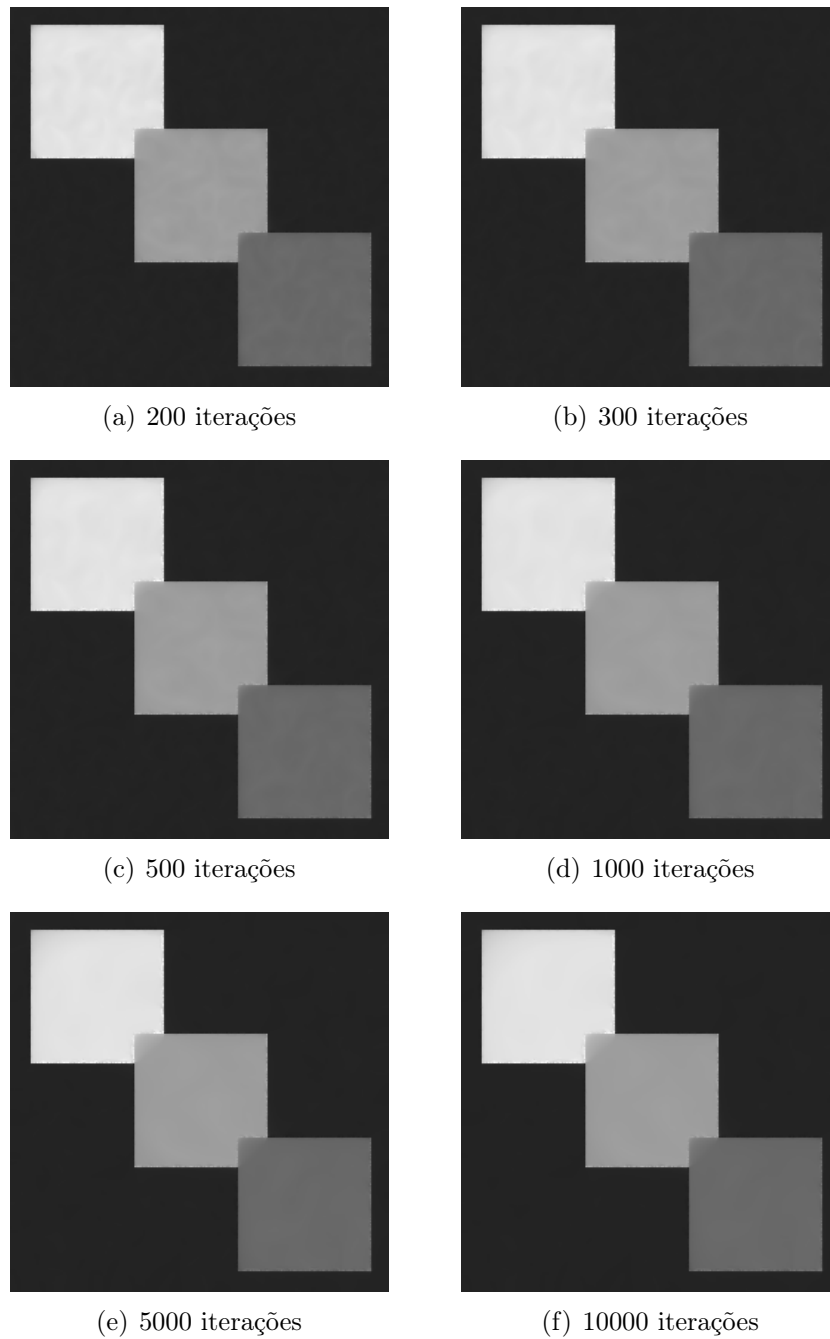


Figura 5.30: Resultado do método WBSN na imagem 'Sintética 2' ao longo das iterações.

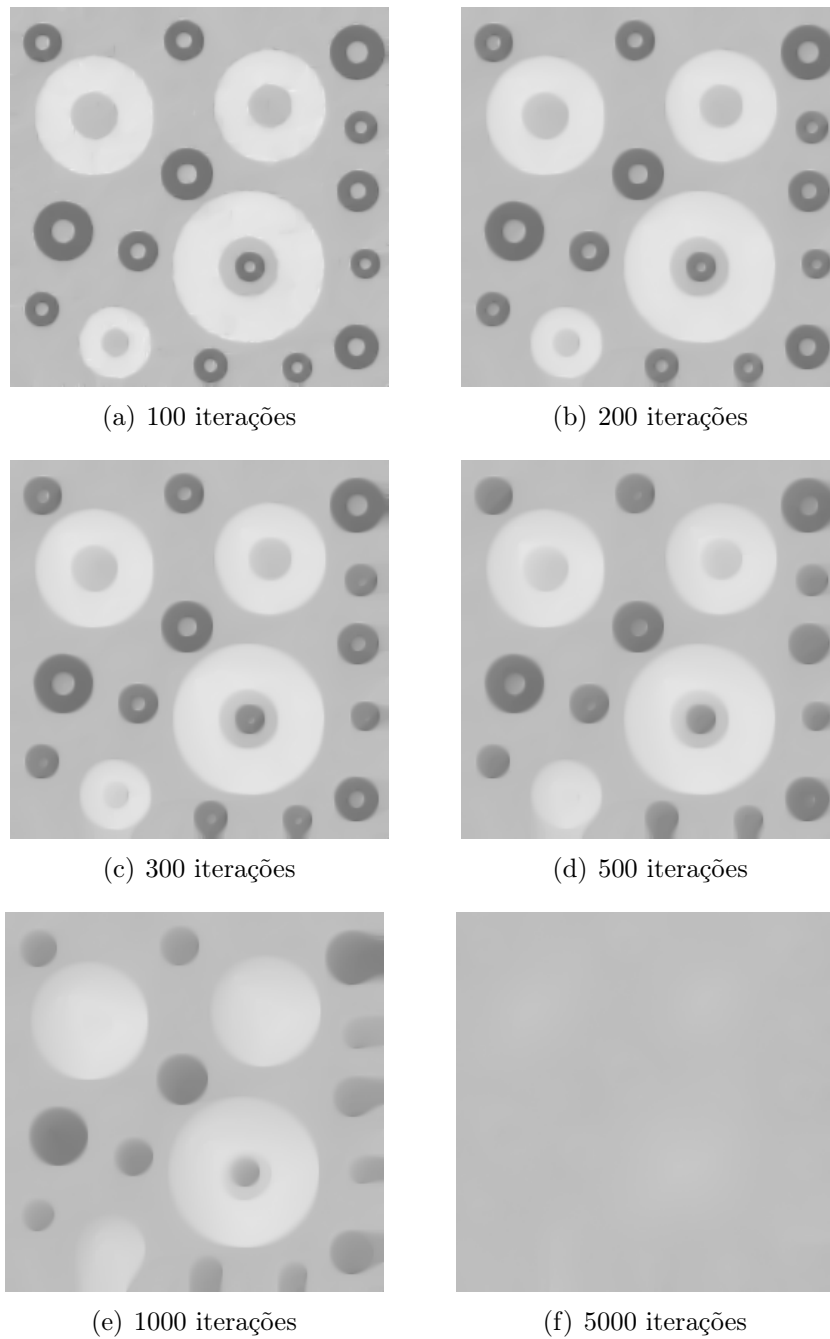


Figura 5.31: Resultado do Método AA na imagem 'Sintética 5' ao longo das iterações.

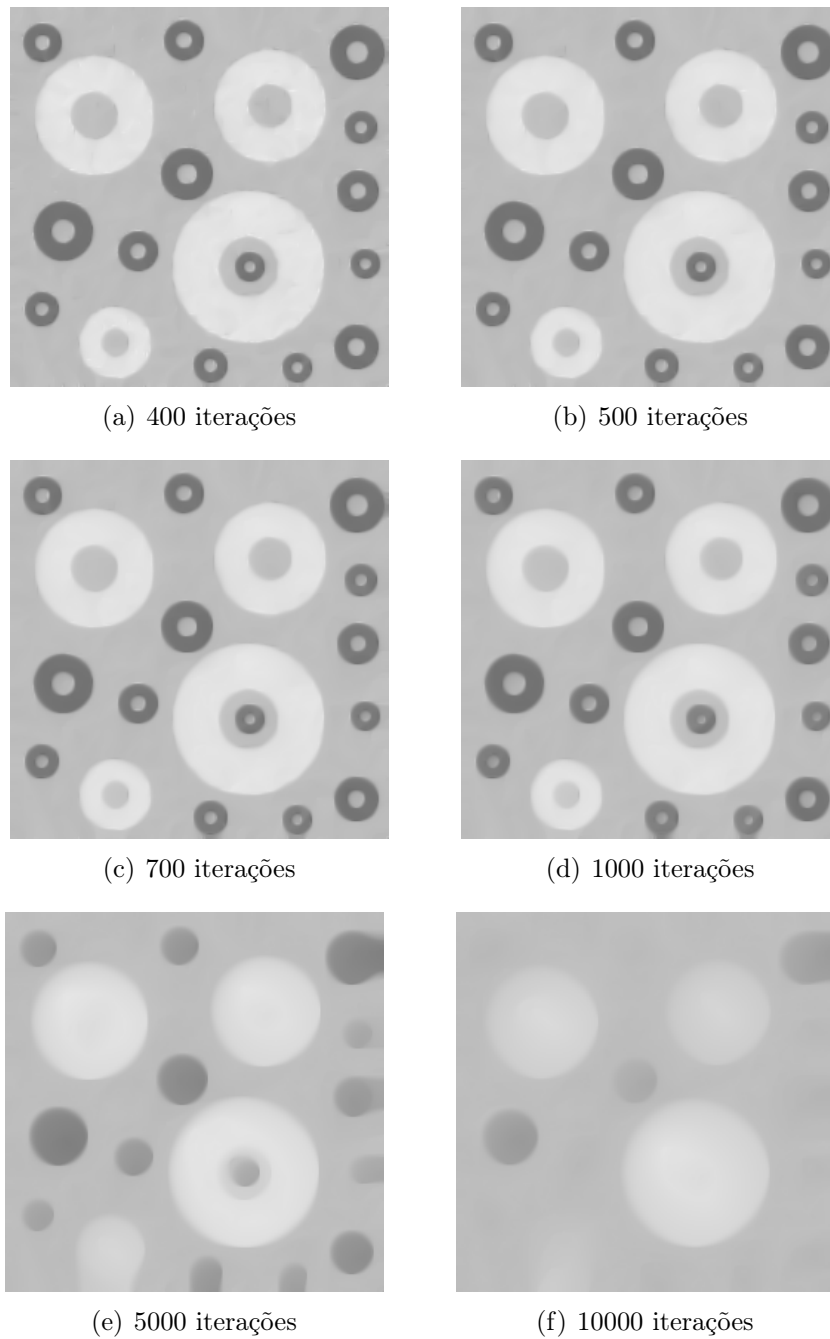


Figura 5.32: Resultado do Método JinYang na imagem 'Sintética 5' ao longo das iterações.

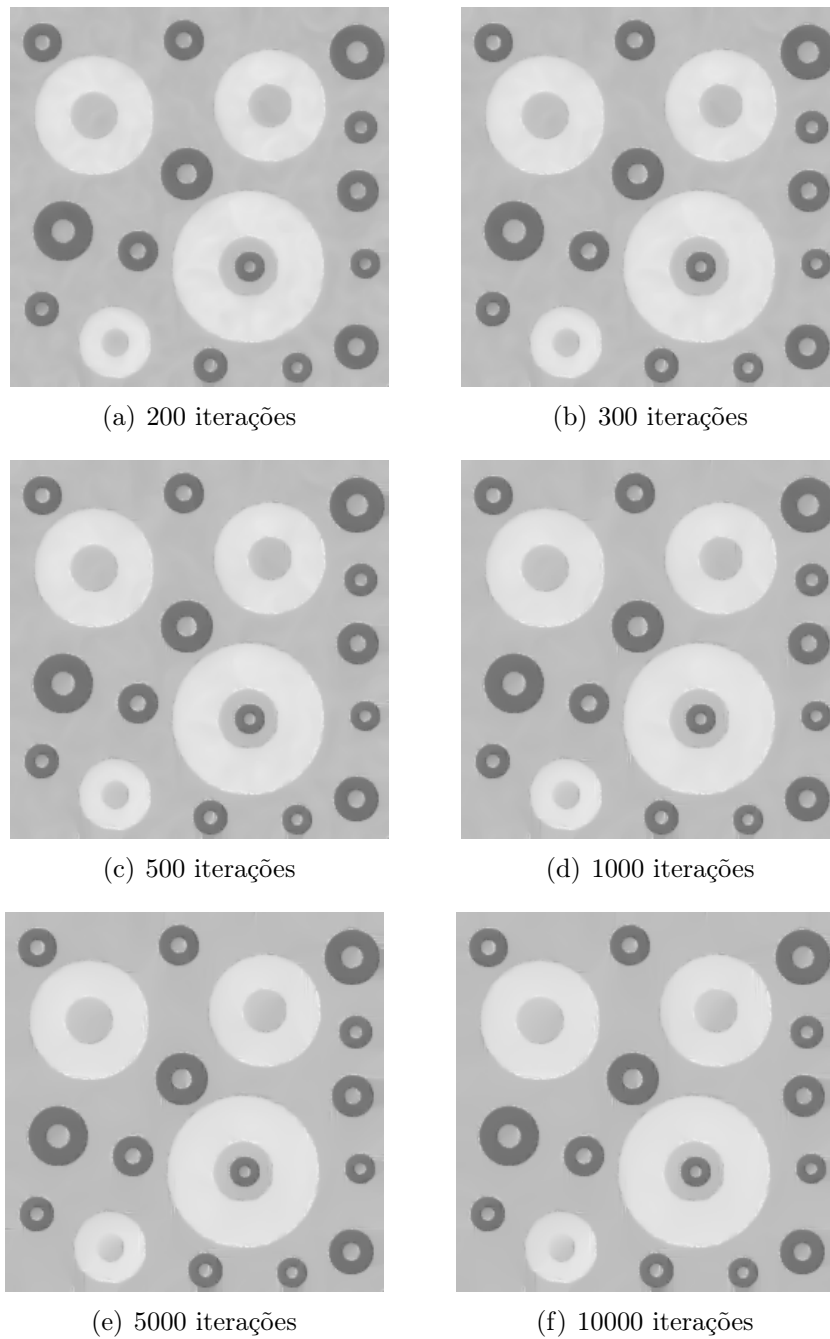


Figura 5.33: Resultado do método proposto na imagem 'Sintética 5' ao longo das iterações.

observadas nas tabelas 5.5 e 5.7, respectivamente. Posteriormente, foram calculadas as médias destes valores de SNR e SSIM (tabelas 5.6 e 5.8) e gerados os gráficos com essas médias (figuras 5.34 e 5.35). Vemos através dos gráficos que o método WBSN foi o único em que as médias tiveram uma diminuição mínima ao longo das iterações, enquanto os outros dois métodos tiveram quedas de valores significativas. Se tivéssemos parâmetros ideais ao utilizar o método WBSN, os valores de SNR e SSIM iriam aumentar ao longo das iterações, o que ocorreu com as imagens 'Sintética 6' e 'Sintética 7'. Vemos então que os parâmetros utilizados nas outras imagens não são ideais, mas foram razoáveis para fazermos a suavização das imagens sem termos valores de SNR's e SSIM's muito inferiores.

Tabela 5.5: SNR das imagens resultantes por quantidade de iterações

Imagens	500 iterações	1000 iterações	5000 iterações
Sintética 1	AA: 14.2615 JY: 20.1036 WBSN: 24.1438	AA: 10.2234 JY: 17.9714 WBSN: 24.1573	AA: 0.8452 JY: 11.2188 WBSN: 24.1092
Sintética 2	AA: 21.0095 JY: 25.1102 WBSN: 27.2233	AA: 18.3316 JY: 23.9945 WBSN: 27.1165	AA: 9.0851 JY: 18.5078 WBSN: 26.6681
Sintética 3	AA: 18.8575 JY: 22.2050 WBSN: 25.2666	AA: 16.9398 JY: 21.3190 WBSN: 25.3468	AA: 8.8468 JY: 17.8670 WBSN: 25.2004
Sintética 4	AA: 9.4019 JY: 16.0307 WBSN: 16.9342	AA: 5.1446 JY: 13.6566 WBSN: 16.3990	AA: -10.2881 JY: 5.2943 WBSN: 15.3579
Sintética 5	AA: 6.7632 JY: 14.9839 WBSN: 15.8007	AA: 1.4469 JY: 12.2133 WBSN: 15.7985	AA: -23.7386 JY: 2.3652 WBSN: 15.5121
Sintética 6	AA: 18.8922 JY: 19.6257 WBSN: 19.8797	AA: 18.3228 JY: 19.3483 WBSN: 19.8919	AA: 15.7216 JY: 18.1675 WBSN: 19.9212
Sintética 7	AA: 15.6583 JY: 19.1715 WBSN: 20.4764	AA: 12.6959 JY: 18.1607 WBSN: 21.0166	AA: 3.8200 JY: 13.2407 WBSN: 21.5529
Sintética 8	AA: 11.2222 JY: 18.9404 WBSN: 19.9788	AA: 6.6583 JY: 15.6936 WBSN: 19.9496	AA: -7.1855 JY: 7.1736 WBSN: 19.6952

Tabela 5.6: Média de SNR por quantidade de iterações

Métodos	500 iterações	1000 iterações	5000 iterações
AA	14.50829	11.22026	-0.36169
JY	19.52138	17.79468	11.72936
WBSN	21.21294	21.20953	21.00213

Como apresentado anteriormente, o grande diferencial do método proposto WBSN é preservar as bordas das imagens, fazendo com que o método tenha melhores resultados

Tabela 5.7: SSIM das imagens resultantes por quantidade de iterações

Imagens	500 iterações	1000 iterações	5000 iterações
Sintética 1	AA: 0.9438 JY: 0.9758 WBSN: 0.9878	AA: 0.9115 JY: 0.9653 WBSN: 0.9889	AA: 0.8259 JY: 0.9129 WBSN: 0.9902
Sintética 2	AA: 0.9820 JY: 0.9904 WBSN: 0.9928	AA: 0.9712 JY: 0.9884 WBSN: 0.9935	AA: 0.8962 JY: 0.9703 WBSN: 0.9943
Sintética 3	AA: 0.9730 JY: 0.9846 WBSN: 0.9892	AA: 0.9627 JY: 0.9807 WBSN: 0.9906	AA: 0.9104 JY: 0.9610 WBSN: 0.9921
Sintética 4	AA: 0.8900 JY: 0.9646 WBSN: 0.9715	AA: 0.7935 JY: 0.9462 WBSN: 0.9706	AA: 0.5097 JY: 0.7953 WBSN: 0.9690
Sintética 5	AA: 0.8805 JY: 0.9558 WBSN: 0.9648	AA: 0.8172 JY: 0.9361 WBSN: 0.9655	AA: 0.7376 JY: 0.8156 WBSN: 0.9657
Sintética 6	AA: 0.9778 JY: 0.9847 WBSN: 0.9873	AA: 0.9694 JY: 0.9827 WBSN: 0.9887	AA: 0.9418 JY: 0.9666 WBSN: 0.9903
Sintética 7	AA: 0.8879 JY: 0.9251 WBSN: 0.9441	AA: 0.8484 JY: 0.9147 WBSN: 0.9553	AA: 0.6887 JY: 0.8508 WBSN: 0.9655
Sintética 8	AA: 0.9064 JY: 0.9664 WBSN: 0.9647	AA: 0.8576 JY: 0.9438 WBSN: 0.9651	AA: 0.7616 JY: 0.8605 WBSN: 0.9643

Tabela 5.8: Média de SSIM por quantidade de iterações

Métodos	500 iterações	1000 iterações	5000 iterações
AA	0.93018	0.89144	0.78061
JY	0.96843	0.95724	0.89163
WBSN	0.97528	0.97728	0.97893

com diferentes níveis de ruídos e com diferentes números de iterações. Para finalizar nossos experimentos de comparação entre os resultados obtidos pelo método WBSN e os resultados obtidos pelos métodos AA e JinYang, executamos a função g , utilizada no método WBSN para detecção de bordas, nas imagens limpas, nas imagens ruidosas e nas imagens resultantes de cada método. Assim, a partir das bordas encontradas para cada imagem resultante, foi possível comparar essas bordas com as bordas das imagens limpas e verificar qual método obteve bordas mais semelhantes com as bordas da imagem limpa. A comparação das bordas foi feita via equação de Similaridade 2.15 em dois experimentos. No primeiro experimento analisamos os resultados obtidos pelos métodos a partir da imagem 'Sintética 1', com nível de ruído 0.005 e 0.01 e no segundo experimento a análise dos resultados foi feita a partir da imagem 'Sintética 5' utilizando os mesmos níveis de

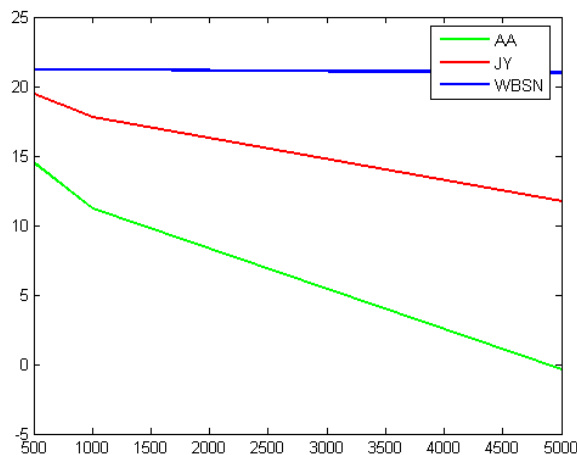


Figura 5.34: Gráfico de média do SNR por quantidade de iterações.

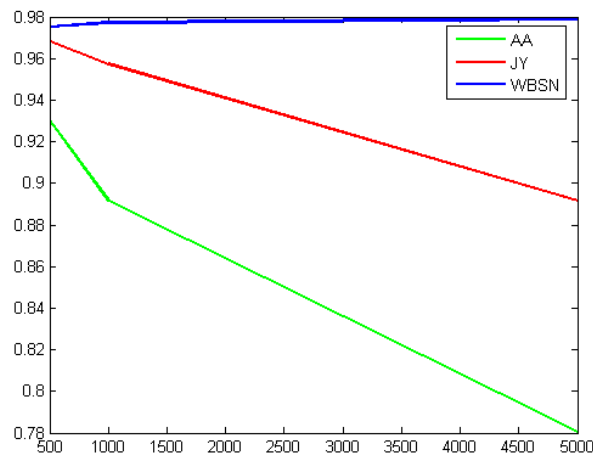


Figura 5.35: Gráfico de média do SSIM por quantidade de iterações.

ruídos.

No primeiro experimento, utilizamos a imagem 'Sintética 1' com diferentes níveis de ruído. A Figura 5.36 mostra a imagem limpa, a imagem com nível de ruído 0.005, as imagens suavizadas por cada método e as respectivas bordas destas imagens. De forma análoga, a Figura 5.37 mostra os mesmos resultados e bordas considerando uma imagem ruidosa inicial com nível de ruído 0.01. A tabela 5.9 mostra os resultados encontrados para a medida de Similaridade apresentada em 2.15. A Similaridade foi calculada comparando as bordas encontradas para as imagens suavizadas pelos métodos AA, JinYang e WBSN, e as bordas encontradas para a imagem limpa. Os resultados considerados melhores são aqueles que tiveram maior valor no índice de similaridade entre as imagens restauradas e a imagem limpa.

Observamos que o método WBSN obteve os maiores índices de similaridade comparado com os outros dois métodos. Considerando o nível de ruído 0.005, o WBSN alcançou

o nível de similaridade 0.9280, o qual é 14,8% superior ao índice obtido pelo método JinYang. Ao utilizar imagens iniciais com o nível de ruído mais elevado, notamos que os 3 métodos tiveram uma queda na similaridade comparando com os resultados obtidos para as imagens iniciais com nível de ruído menor. Mas vemos que o método WBSN obteve o nível de similaridade 0.9068, o qual é 20,6% maior que o índice obtido pelo método JinYang.

No segundo experimento, utilizamos a imagem 'Sintética 5', com diferentes números de iterações. A Figura 5.38 mostra a imagem limpa, a imagem com nível de ruído 0.005, as imagens suavizadas por cada método utilizando 100 iterações e as respectivas bordas destas imagens. De forma análoga, a Figura 5.39 mostra os mesmos resultados e bordas considerando as imagens suavizadas utilizando 5000 iterações nos 3 métodos.

A tabela 5.10 mostra os resultados encontrados para a medida de similaridade. Vemos novamente, que o método WBSN obteve valores de similaridade maiores que os obtidos pelos outros dois métodos. Observamos também que com o aumento do número de iterações, os métodos Aa e JinYang tiveram relativamente uma grande redução nos valores encontrados para a medida de similaridade. Ao analisarmos os resultados utilizando a função g, temos que no método AA a redução foi de 0.5451 (0.5665 para 0.0214), no método JinYang foi de 0.3665 (0.5849 para 0.2184) e no método WBSN a redução foi de apenas 0.0103 (0.6547 para 0.6444), mesmo aumentando de 100 para 5000 iterações utilizadas.

Tabela 5.9: Comparação de resultados com diferentes níveis de ruído - Figuras 1 e 2

Métodos	(Nível de Ruído)	Similaridade com g
AA	0.005	0.7832
	0.01	0.7334
JinYang	0.005	0.8077
	0.01	0.7514
WBSN	0.005	0.9280
	0.01	0.9068

Tabela 5.10: Comparação de resultados com diferentes números de iterações - Figuras 3 e 4

Métodos	Iterações	Similaridade com g
AA	100	0.5665
	5000	0.0214
JinYang	400	0.5849
	5000	0.2184
WBSN	200	0.6547
	5000	0.6444

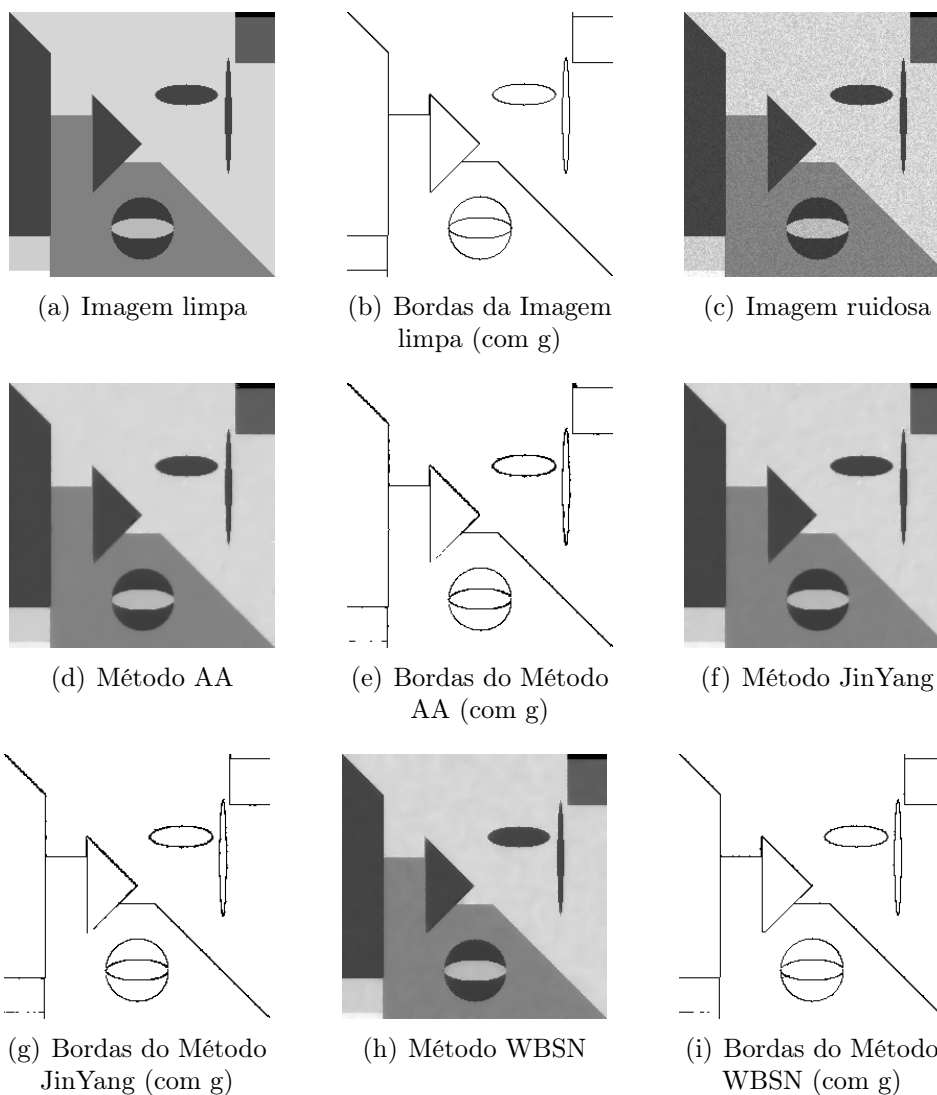


Figura 5.36: Sintética 1 com ruído de variancia 0.005.

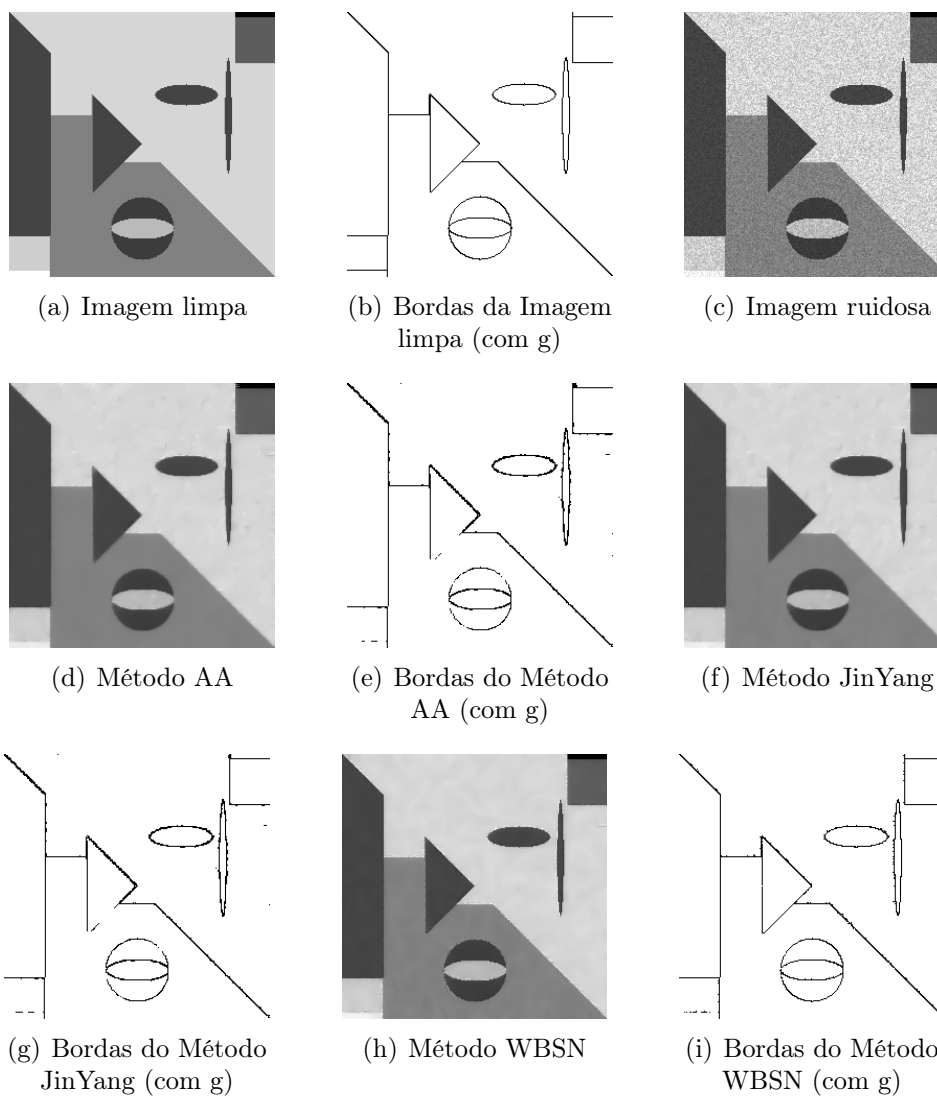


Figura 5.37: Sintética 1 com ruído de variancia 0.01.

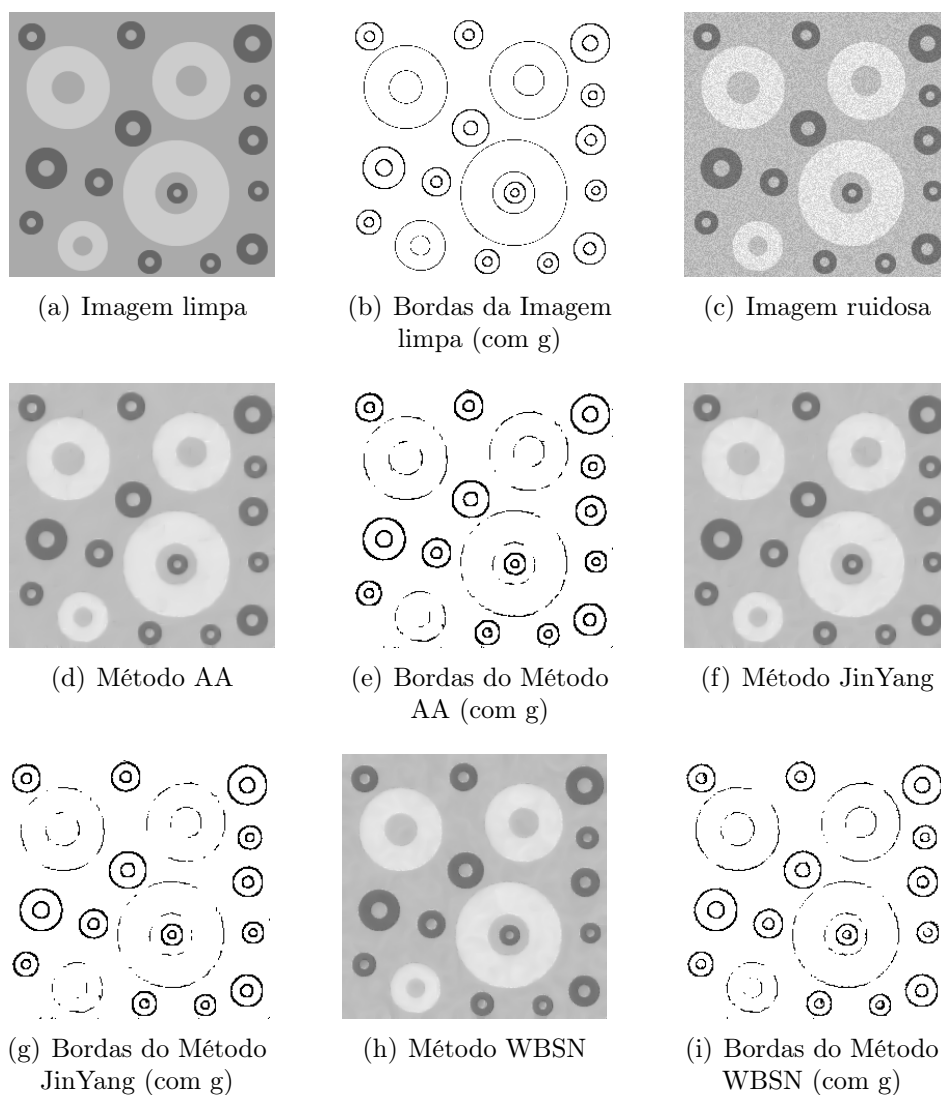


Figura 5.38: Sintética 5 com ruído de variancia 0.005.

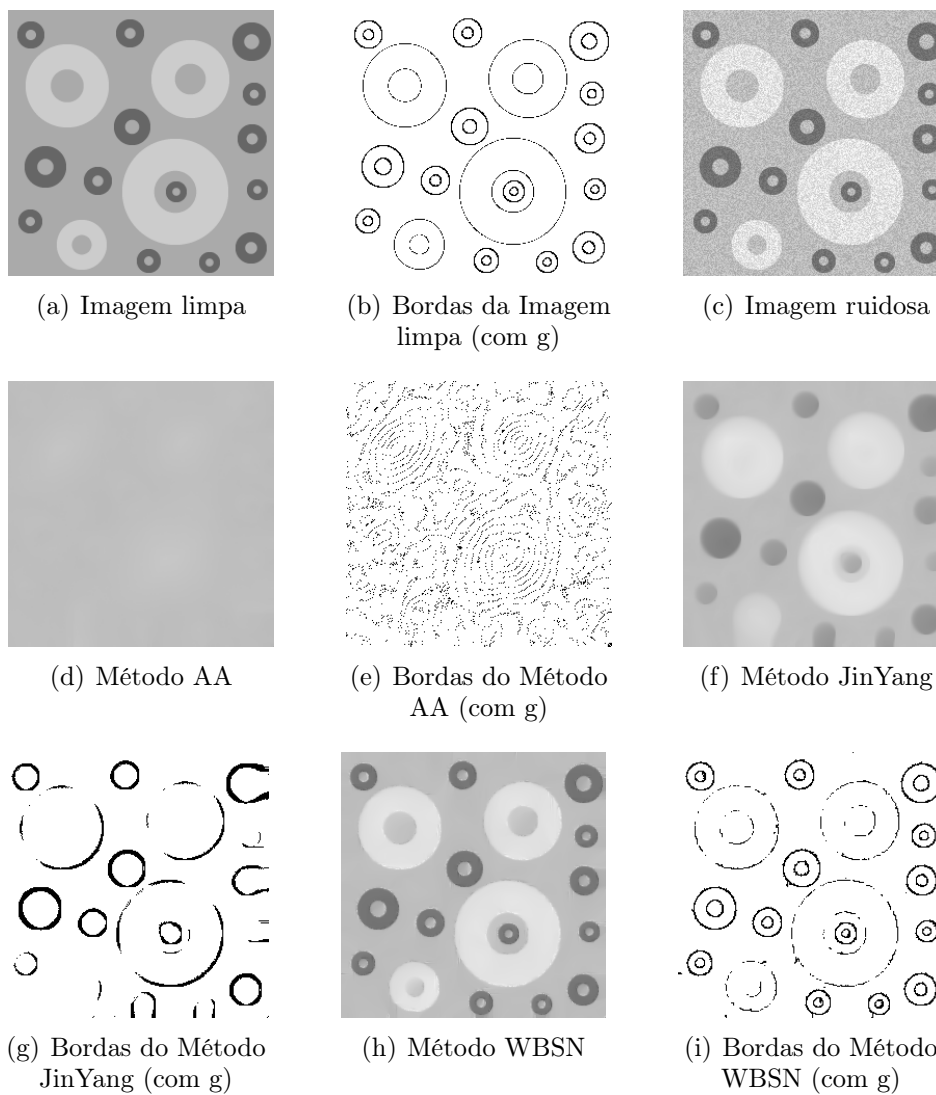


Figura 5.39: Sintética 5 com ruído de variancia 0.005 (recuperadas com 5000 iterações).

5.2 Imagens de Ultrassonografias

Depois dos resultados obtidos através do método proposto nas imagens sintéticas, utilizamos o método para recuperar imagens de ultrassonografia, que é o objetivo de nosso trabalho. Foram utilizadas 250 imagens, as figuras mostram alguns dos resultados através do método WBSN. Os parâmetros utilizados foram: 700 iterações, $\lambda = 1$, $\beta = 0.00001$, $dt = 0.01$ e $k = 10$.

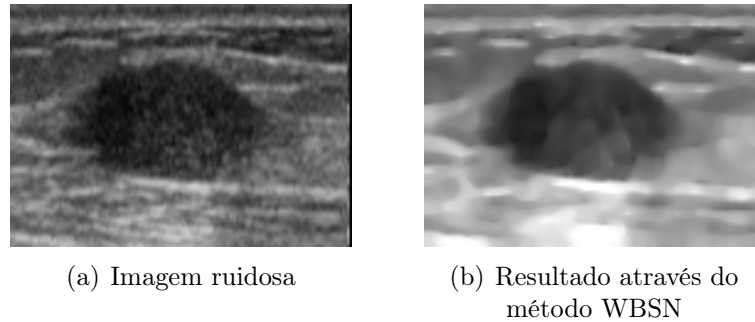


Figura 5.40: Imagem 246.

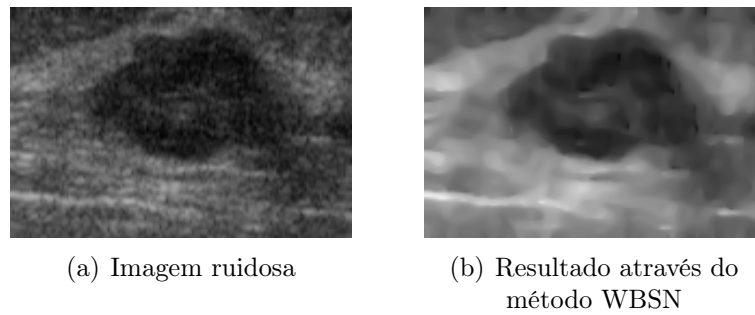


Figura 5.41: Imagem 209.

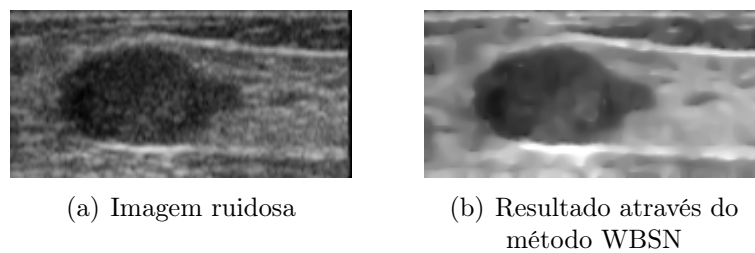


Figura 5.42: Imagem 198.

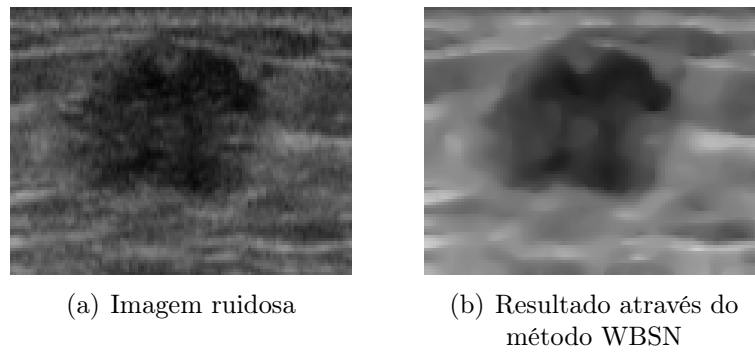


Figura 5.43: Imagem 194.

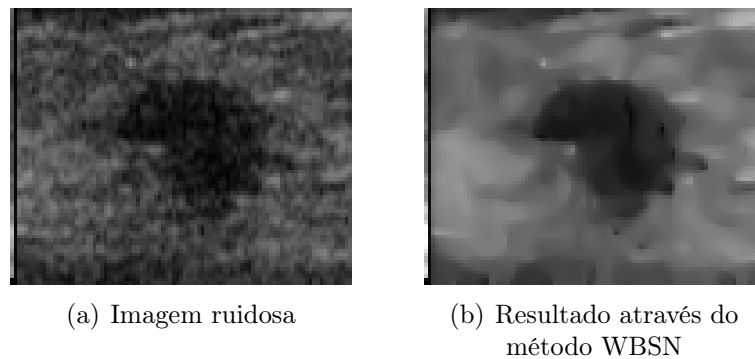


Figura 5.44: Imagem 169.

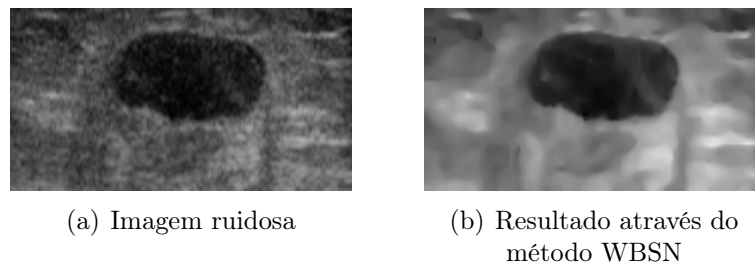


Figura 5.45: Imagem 153.

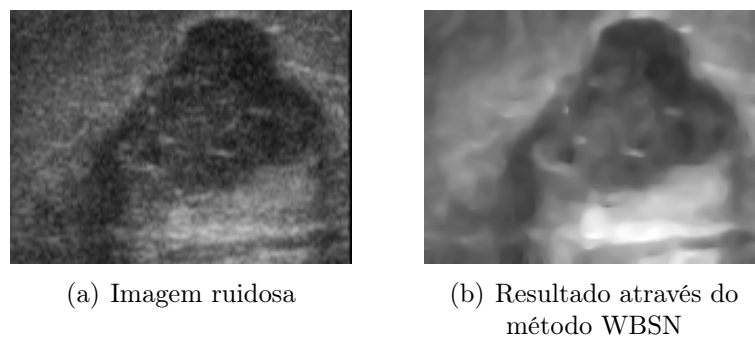


Figura 5.46: Imagem 113.

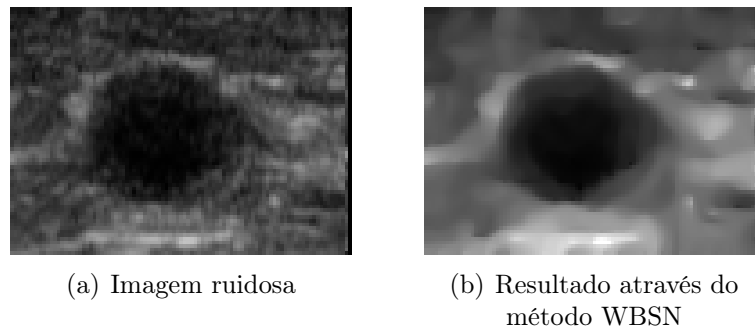


Figura 5.47: Imagem 99.

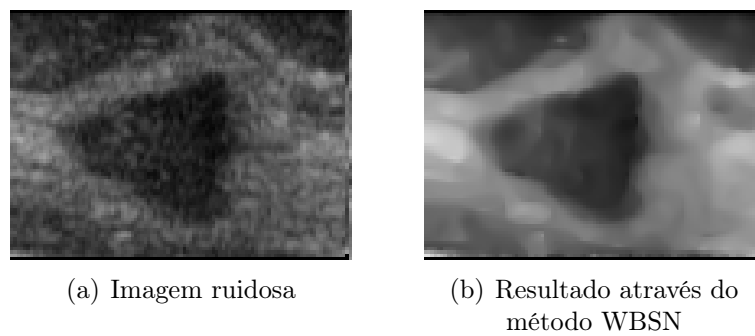


Figura 5.48: Imagem 82.

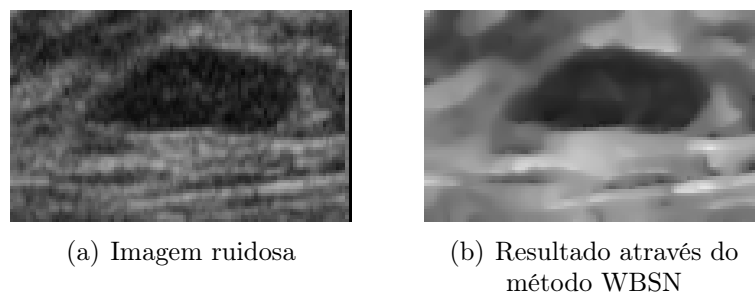


Figura 5.49: Imagem 38.

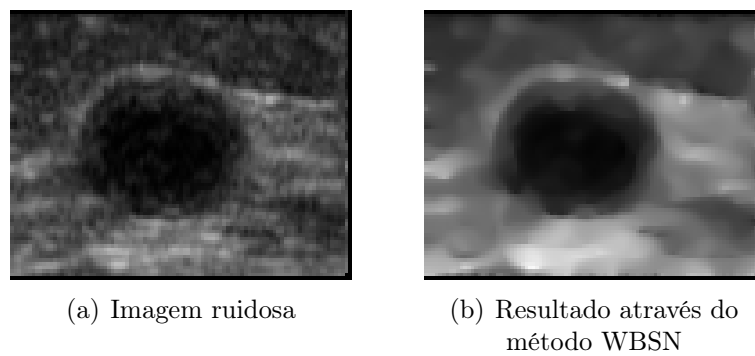


Figura 5.50: Imagem 28.

Capítulo 6

Conclusão

Neste trabalho abordamos o problema de eliminação de ruídos multiplicativos speckle em imagens de ultrassonografia via métodos variacionais. Em geral, um método variacional propõe um funcional para resolver o problema e através das equações de Euler-Lagrange e da equação de fluxo, obtém-se uma equação que nos leva ao resultado do problema. No caso da eliminação de ruídos, essa equação é aplicada a uma imagem inicial ruidosa, e obtemos uma imagem final que é considerada o resultado através do método em questão.

Para validação do método proposto realizamos diversos experimentos utilizando dois métodos variacionais que já foram propostos na literatura: AA e JinYang, aplicados em 8 imagens sintéticas. Esses dois métodos foram propostos com o objetivo de eliminar ruídos multiplicativos. Observamos que dependendo do número de iterações utilizadas, os resultados obtidos por esses métodos ficavam muito suavizados e perdiam suas bordas, propomos um novo método variacional chamado WBSN, onde o objetivo é eliminar o ruído speckle preservando as bordas da imagem.

O método WBSN tem como diferencial a adição de uma função g , que é responsável por detectar as bordas da imagem, ou seja, características que devem ser mantidas na imagem. Essa função faz com que o método se comporte de forma diferente nas áreas que devem ser preservadas e nas áreas que devem ser suavizadas. Desta forma, as bordas detectadas pela função são mantidas, independentemente do número de iterações utilizadas.

A partir dos resultados obtidos nos experimentos, é possível observar que o método WBSN obteve resultados melhores do que os métodos utilizados para comparação, isso pode ser visto através das imagens sintéticas resultantes e das medidas de qualidade de restauração: SNR, ReErr, SSIM e Similaridade.

Depois de obter esses resultados positivos e provados através das medidas para o método WBSN com as imagens sintéticas, apresentamos os resultados do método proposto para as imagens de ultrassonografia, que são o interesse de nosso trabalho. E podemos ver também que as imagens de ultrassonografia recuperadas através do método obtiveram bons resultados, que apesar de ser um conceito abstrato, pôde ser comprovado visualmente pelos resultados obtidos.

Referências Bibliográficas

- [1] B. Coll A. Buades and J.M. Morel. A review of image denoising algorithms. *SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulations*, pages 490–530, 2005.
- [2] R. Acar and C. Vogel. Analysis of total variation penalty methods. *Inverse Problems*, pages 1217–1229, 1994.
- [3] R. Ahirwar and A. Choubey. A novel wavelet-based denoising method of sar image using interscale dependency. *International Conference on Computational Intelligence and Communication Systems*, pages 52–57, 2011.
- [4] G. Aubert and J.F. Aujol. A variational approach to remove multiplicative noise. *SIAM J. Appl. Math.*, 2008.
- [5] H. Brezis. Operateures maximaux monotone. *North-Holland, Amsterdam*, 1993.
- [6] L. Pi C. Shen, Y. Peng and Z. Li. Variational-based speckle noise removal of sar imagery. *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2007. IGARSS 2007. IEEE International*, pages 532–535, 2007.
- [7] M. Boaventura C.A.Z. Barcelos and E.C. Silva Jr. A well-balanced flow equation for noise removal and edge detection. *IEEE Trans. on Images Proc.*, pages 751–763, 2003.
- [8] T. Chan and J. Shen. Image processing and analysis: Variational, pde, wavelet and stochastic methods. *SIAM*, 2005.
- [9] Ingrid Daubechies. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 41:909–996, 1988.
- [10] D.L. Donoho and M. Johnstone. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage. *Journal of the American Statistical Association*, pages 1200–1224, 1995.
- [11] H. Zhang F. Dong and D. Kong. Nonlocal total variation models for multiplicative noise removal using split bregman iteration. *Mathematical and Computer Modelling*, pages 939–954, 2012.
- [12] D. Geman and S. Geman. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, pages 721–741, 1984.
- [13] R. Gonzalez and R.E. Woods. Digital image processing. *ISBN 0-201-18075-8*, 2001.
- [14] J.W. Goodman. Statistical properties of laser speckle patterns. *Topics in Applied Physics*, 1984.

- [15] J. Aubert J. Bect, L. Blanc-Feraud and A. Chambolle. A l^1 -unified variational framework for image restoration. *In Proc. ECCV 2004, Prague, Czech Republic, Part IV: LNCS 3024*, pages 1–13, 2004.
- [16] Z. Jin and X. Yang. A variational model to remove the multiplicative noise in ultrasound images. *J Math Imaging Vis*, pages 62–74, 2011.
- [17] D.C. Munson Jr and R.L. Visentin. A signal processing view of strip-mapping synthetic aperture radar. *IEEE Transactions on accoustics, speech, and signal processing*, pages 2131–2147, 1989.
- [18] J.Shi and S.Osher. A nonlinear inverse scale method for a convex multiplicative noise model. *Siam J.Imaging Sciences*, pages 294–321, 2008.
- [19] C.F. Westin K. Krissian, R. Kikinis and K. Vosburgh. Speckle-constrained filtering of ultrasound images. *IEEE Comput. Vis. Pattern Recogn*, pages 547–552, 2005.
- [20] P-L. Lions L. Rudin and S. Osher. Multiplicative denoising and deblurring: Theory and algorithms. *S. Osher and N. Paragios, editors, Geometric Level Sets in Imaging, Vision, and Graphics*, pages 103–119, 2003.
- [21] S. Osher L. Rudin and E. Fatemi. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D 60*, pages 259–268, 1992.
- [22] H. Lewis. Principle and applications of imaging radar. *Manual of Remote Sensing. J.Wiley and Sons*, 1998.
- [23] Y. Meyer. Oscillating patterns in image processing and in some nonlinear evolution equations. *The Fifteenth Dean Jacqueline B. Lewis Memorial Lectures*, 2001.
- [24] C.Chin M.Tur and J.W. Goodman. When is speckle noise multiplicative? *Appl.Opt*, pages 1157–1159, 1982.
- [25] K. Chen N. Chumchob and C. Brito-Loeza. A new variational model for removal of combined additive and multiplicative noise and a fast algorithm for its numerical approximation. *International journal of Computers Mathematicws*, pages 140–161, 2013.
- [26] M. Nikolova. A variational approach to remove outliers and impulse noise. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, pages 99–120, 2004.
- [27] P. Perona and J. Malik. Scale space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, pages 629–639, 1990.
- [28] L. Rudin and S. Osher. Total variation based image restoration with free local constraints. *In Proc. IRRR ICIP*, pages 31–35, 1994.
- [29] G.R. Suresh S. Sudha and R. Sukanesh. Speckle noise reduction in ultrasound images by wavelet thresholding based on weighted variance. *International Journal of Computer Theory and Engineering*, pages 1793–8201, 2009.
- [30] J. Shen T.F. Chan and L. Vese. Variational pde models in image processing. *Notices Amer. Math. Soc.*, pages 14–26, 2003.

- [31] C. Vogel and M. Oman. Fast, robust total variation-based reconstruction of noisy, blurred images. *IEEE Transactions on Image Processing*, pages 813–824, 1998.
- [32] B.C. Vemuri Y. Chen and L. Wang. Image denoising and segmentation via nonlinear diffusion. *Comput. Math. Appl.*, pages 131–149, 2000.
- [33] M. Ng Y. Huang and Y. Wen. A new total variation method for multiplicative noise removal. *SIAM J. Imaging Sci.*, 2009.
- [34] H.R. Sheikh Z. Wang, A.C. Bovik and E.P. Simoncelli. Image quality assessment: From error measurement to structural similarity. *IEEE Transactios on Image Processing*, 2004.