



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA QUÍMICA



Modelagem de Condições de Contorno para Escoamentos Turbulentos Utilizando Simulações das Grandes Escalas

Marcelo Maia Ribeiro Damasceno
Uberlândia
2012



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA QUÍMICA



Modelagem de Condições de Contorno para Escoamentos Turbulentos Utilizando Simulações das Grandes Escalas

Marcelo Maia Ribeiro Damasceno

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Área de Concentração em Desenvolvimento de Processos Químicos.

Orientador: *Prof. Dr.* Aristeu da Silveira Neto.

Uberlândia
2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG - Brasil

D155m Damasceno, Marcelo Maia Ribeiro, 1984-
2012 Modelagem de condições de contorno para escoamentos turbulentos utilizando simulações das grandes escalas / Marcelo Maia Ribeiro Damasceno. - 2012.
 95 f. : il.

Orientador: Aristeu da Silveira Neto.

Dissertação (mestrado) i Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia química - Teses. 2. Escoamento turbulento - Teses. Métodos de simulação - Teses. I. Silveira Neto, Aristeu da, 1955- II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. III. Título.

CDU: 66.0

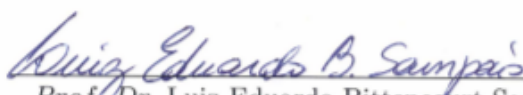
Modelagem de Condições de Contorno para Escoamentos Turbulentos Utilizando Simulações das Grandes Escalas

Dissertação de mestrado submetida ao corpo docente do Programa de Pós-graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de mestre em Engenharia Química em 30 de julho de 2012.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto
Orientador - FEMEC/UFU



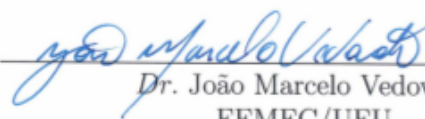
Prof. Dr. Luiz Eduardo Bittencourt Sampaio
EE/UFF



Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira
FEQUI/UFU



Prof. Dr. Rodrigo Béttega
FEQUI/UFU



Dr. João Marcelo Vedovoto
FEMEC/UFU

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais João Jorge e Rita, pelos quais tenho e sempre terei admiração, respeito e amor incondicional. O primeiro, além de desempenhar com maestria o papel de pai, me deu o prazer de ser seu aluno em duas oportunidades. A segunda, carinhosa e protetora, sempre soube ponderar elogios e críticas, contribuindo significativamente em meu crescimento profissional e pessoal.

Ao meu irmão Erick, pelos conselhos, conversas, ensinamentos e carinho. Pessoa de quem sempre terei o que aprender.

À minha noiva Wlândia, por ser esta pessoa maravilhosa pela qual me apaixonei há vários anos. Também pelo companheirismo e compreensão, demonstrados durante todo o período em que estamos juntos.

Às minhas avós Tereza e Zélia, meus tios Victor e Liana e meu primo Tiago, pelos momentos inesquecíveis compartilhados nos curtos períodos em que passamos juntos. Apesar de não poder conviver com estes na frequência que eu desejaria, desempenham um papel importantíssimo em minha vida.

Aos grandes amigos Gustavo e Matheus, pela amizade, confiança, apoio e incentivo. Tenho plena convicção de que estes são irmãos que moram em casas diferentes.

Ao Professor Aristeu da Silveira Neto, pela disposição em orientar-me, compreensão, paciência e, sobretudo, pela amizade adquirida.

Ao amigo João Marcelo Vedovoto, pelos ensinamentos relacionados a programação, turbulência, Linux, além de conselhos profissionais.

Aos companheiros do Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab), Leonardo, Felipe, Mariana, Denise, Renato Pacheco, Renato Pimentel, Jonathan, Diego e Márcio, por todas as contribuições pessoais e profissionais.

Aos membros da banca, *Prof. Dr. Luiz Eduardo Bittencourt Sampaio*, *Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira* e *Prof. Dr. Rodrigo Béttega*, pelas sugestões e disposição em participar desta etapa tão importante em minha vida, contribuindo para o enriquecimento

deste trabalho.

À CAPES e PETROBRÁS pela concessão de auxílio financeiro.

A todos aqueles que, de uma forma ou de outra, contribuíram com este trabalho.

para a minha família.

RESUMO

A turbulência é um fenômeno complexo, tanto em sua experimentação, quanto na simulação. Isto ocorre devido à sua complexidade e extrema sensibilidade às condições iniciais e de contorno dos campos de escoamento turbulentos e à grande faixa de escalas de tempo e comprimento característicos, que demandam uma grande quantidade de recursos computacionais. Para simplificar tal situação, utilizam-se aproximações e modelos de turbulência, os quais reduzem o nível de descrição do escoamento. Neste âmbito, no presente trabalho foram realizadas simulações numéricas bi e tridimensionais de escoamentos em um degrau descendente, em regimes laminar e turbulento. As simulações foram realizadas através de um código computacional desenvolvido em FORTRAN, baseado em volumes finitos, com discretizações espacial e temporal do tipo *Centered Difference Scheme* e *Backward-Difference Formula*, respectivamente. Foi utilizada a metodologia LES - *Large Eddy Simulation*, que consiste na aplicação de um filtro nas equações do movimento e resolução das escalas maiores do que o mesmo, com modelagem das menores. Em conjunto, foram avaliadas situações sem modelagem e com modelagens de turbulência de Smagorinsky e dinâmica, além da utilização de três tipos de geradores de condições de entrada turbulentas. Uma superioridade na caracterização de escoamentos turbulentos foi obtida quando utilizou-se o modelo dinâmico de turbulência, juntamente com geradores de condições de entrada turbulentos com correlações de tempo e espaço.

Palavras-chave: condições de entrada, modelos de turbulência, simulação das grandes escalas.

ABSTRACT

Turbulence is a complex and chaotic phenomenon which is extremely sensitive to initial and boundary conditions. Due to the wide range of time and length scales generally present, it requires a large amount of computational resources to be completely captured. Approaches to turbulence models are used to simplify this situation. However, they may reduce the flow description quality. In this context, 2D and 3D numerical simulations of backward-facing step flows, in laminar and turbulent regimes, were experimented in the present work. These simulations were done with a computer code developed in FORTRAN, based on finite volumes with Centered Differences Scheme and Backward Difference Formula as spatial and temporal discretizations, respectively, using the Large-Eddy Simulation methodology. This method is based on the appliance of a spatial filter to the equations of motion. Scales larger than this filter are resolved, while the smallest ones are modeled. Three alternatives for subgrid modeling were tested (models proposed by Smagorinsky 1963, Germano et al. 1991 and no turbulence modeling) and the application of three different turbulent inlet conditions generators were analyzed. A better turbulent flow characterization was achieved when the turbulence dynamic model was used with turbulent inlet conditions generators, which presented time and space correlations.

Keywords: turbulent inlet conditions, turbulence models, large-eddy simulation.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Desenho de da Vinci de um escoamento turbulento.	6
2.2	Evolução do estudo da turbulência sob o ponto de vista de Chapman e Tobak 1985.	9
2.3	Desenho esquemático de uma expansão brusca - Mariano 2011.	18
2.4	Instabilidades de Kelvin-Helmholtz, identificadas em experimentos ocorrendo a $Re = 4660$ por Kostas, Soria e Chong 2002.	19
2.5	Dimensões importantes em uma expansão brusca - Adaptado de Mariano 2011.	20
2.6	Influência do aumento do número de Reynolds no tamanho do comprimento de recolamento.	21
4.1	Volume de controle elementar.	39
4.2	Exemplo de refinamento uniforme e distâncias associadas às faces do plano XY.	40
5.1	Ilustração esquemática do experimento realizado por Lee e Mateescu 1998.	44
5.2	Perfis de velocidade média para escoamentos bidimensionais em um degrau descendente: (a) $x = 0\text{ m}$, (b) $x = 7\text{ m}$ e (c) $x = 15\text{ m}$	46
5.3	Tempos de processamento dos códigos computacionais utilizados.	47
5.4	Ilustração esquemática do experimento realizado por Moreau et al. 1996.	48
5.5	Perfil de velocidades médias à entrada do domínio.	49
5.6	Perfis de velocidade média em escoamento bidimensional, com modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963: (a) $x_m = 0,01\text{ m}$, (b) $x_m = 0,02\text{ m}$, (c) $x_m = 0,04\text{ m}$, (d) $x_m = 0,06\text{ m}$, (e) $x_m = 0,08\text{ m}$ e (f) $x_m = 0,10\text{ m}$	51

- 5.7 Perfis de flutuação média de velocidade em um escoamento bidimensional, com modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 52
- 5.8 Perfis de velocidade média em escoamentos bi e tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 54
- 5.9 Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos bi e tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 55
- 5.10 Perfis de velocidade média em escoamentos tridimensionais, com modelagens de turbulência propostas por Smagorinsky 1963 e Germano et al. 1991: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 57
- 5.11 Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos tridimensionais, com modelagens de turbulência propostas por Smagorinsky 1963 e Germano et al. 1991: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 58
- 5.12 Perfis de velocidade média em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 60
- 5.13 Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 61
- 5.14 Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (A). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000 63
- 5.15 Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (A). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000 64
- 5.16 Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (B). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000 65

5.17	Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (B). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000	66
5.18	Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (C). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000	68
5.19	Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (C). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000	69
5.20	Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (D). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000	70
5.21	Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (D). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000	71
5.22	Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (E). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000	73
5.23	Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (E). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000	74
5.24	Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (F). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000	75
5.25	Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (F). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000	76
5.26	Influência da quantidade de estruturas turbilhonares utilizadas e do cálculo do comprimento característico no tempo de processamento do método proposto por Jarrin et al. 2006.	78

- 5.27 Perfis de velocidade média em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 80
- 5.28 Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 81
- 5.29 Perfis de velocidade média em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 82
- 5.30 Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006: (a) $x_m = 0,01 m$, (b) $x_m = 0,02 m$, (c) $x_m = 0,04 m$, (d) $x_m = 0,06 m$, (e) $x_m = 0,08 m$ e (f) $x_m = 0,10 m$ 83

LISTA DE TABELAS

5.1	Comprimentos característicos de recirculações em um degrau descendente .	46
5.2	Quantidade de iterações e tempo necessários para os cálculos propostos. . .	47
5.3	Simulações numéricas realizadas no presente trabalho.	50
5.4	Simulações numéricas realizadas para avaliação do método <i>Synthetic Eddy Method</i> , com comprimento característico constante.	62
5.5	Simulações numéricas realizadas para avaliação do método <i>Synthetic Eddy Method</i> , com comprimento característico calculado a partir das Equações 5.3 e 5.4.	67
5.6	Simulações numéricas realizadas para avaliação do método <i>Synthetic Eddy Method</i> , com comprimento característico calculado a partir das Equações 5.3 e 5.6.	72
5.7	Norma L_2 obtida pela comparação entre os tensores de Reynolds experimentados pela referência adotada e aqueles calculados no presente trabalho, através do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006.	77
5.8	Tempos de processamento obtidos pela utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006.	77
5.9	Análise de custo computacional dos métodos de geração de condições de entrada propostos por Smirnov, Shi e Celik 2001 e Jarrin et al. 2006. . . .	84

LISTA DE ABREVIATURAS

<i>BDF</i>	-	<i>Backward Difference Formula</i>
<i>CDS</i>	-	<i>Centered Difference Scheme</i>
<i>CFD</i>	-	<i>Computacional Fluid Dynamics</i>
<i>CFL</i>	-	Critério de Courant-Friedrich-Lewy
<i>DNS</i>	-	<i>Direct Numerical Simulations</i>
<i>LES</i>	-	<i>Large-Eddy Simulations</i>
<i>RAM</i>	-	<i>Random Access Memory</i>
<i>RANS</i>	-	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
<i>RFG</i>	-	<i>Random Flow Generation</i>
<i>SEM</i>	-	<i>Synthetic Eddy Method</i>

SIMBOLOGIA

Letras Gregas

Δ	- Comprimento submalha característico
$\overline{\Delta}$	- Comprimento característico com base na malha de refinamento
$\hat{\Delta}$	- Comprimento característico duas vezes maior do que $\overline{\Delta}$
δ_{ij}	- Delta de Kronecker
ϵ	- Taxa de dissipação
κ	- Número de onda
ν	- Viscosidade cinemática
ν_t	- Viscosidade turbulenta
ρ	- Densidade
τ_{ij}	- Tensor de Reynolds
τ_t	- Tempo característico da turbulência
τ_w	- Tensão de cisalhamento junto a parede
ϕ	- Variável escalar
ψ	- Constante de ajuste de dados experimentais

Letras Latinas

a_{ij}	- Matriz de transformação baseada na decomposição de Cholesky
b_i	- Coeficiente de filtro unidimensional
b_j	- Coeficiente de filtro unidimensional
b_k	- Coeficiente de filtro unidimensional
b_{ijk}	- Coeficiente de filtro tridimensional
C_{ij}	- Tensor Cruzado
C_S	- Constante de Smagorinsky
C_{SA}	- Constante de Smagorinsky com função de amortecimento
$c(\vec{x}, t)$	- Coeficiente dinâmico
d^*	- Distância de uma parcela de fluido para a parede
$E(f)$	- Densidade espectral de energia cinética turbulenta
f	- Frequência

$f(\vec{x}, t)$	- Sinal de entrada
$\bar{f}(\vec{x})$	- Parcela filtrada do sinal de entrada
$f'(\vec{x}, t)$	- Parcela flutuante do sinal de entrada
$G(\vec{x})$	- Função Filtro
H	- Altura do degrau
H_d	- Altura do domínio
H_u	- Diferença entre a altura do domínio e o degrau
k	- Energia cinética turbulenta
L	- Comprimento característico da turbulência
L_{ij}	- Tensor de Leonard
N_x	- Suporte do filtro na direção x
N_y	- Suporte do filtro na direção y
N_z	- Suporte do filtro na direção z
p	- Pressão estática
$\bar{p}$	- Pressão estática filtrada
Re	- Número de Reynolds
Re_H	- Número de Reynolds, com o comprimento característico definido pela altura do degrau
R_{ij}	- Componente do tensor de Reynolds
r_j	- Número randômico independente
S_{ij}	- Tensor taxa de deformação
T_{ij}	- Tensor subteste
$\bar{U}$	- Velocidade média
U_m	- Sinal randômico de flutuação de velocidade
u	- Componente da velocidade na direção x (m/s)
u_i	- Componente da velocidade
$u_{i,DB}$	- Campo de velocidades proveniente de um banco de dados
$u_{i,LES}$	- Campo de velocidades reescalado
$\bar{u}_{i,DB}$	- Campo de velocidades estatísticas proveniente de um banco de dados
$\bar{u}_{i,RANS}$	- Campo de velocidades estatísticas desejado
$\overline{u'}_{i,DB}$	- Campo de flutuações estatísticas de velocidade, proveniente de um banco de dados
$\overline{u'}_{i,RANS}$	- Campo de flutuações estatísticas de velocidade desejado
$\bar{u}_i$	- Componente da velocidade filtrada
u_{tau}	- Velocidade de cisalhamento
v	- Componente da velocidade na direção y
w	- Componente da velocidade na direção z
x_i	- Componente espacial
x_m	- Posição inicial do degrau
x_r	- Comprimento da recirculação inferior (a partir do degrau)
x_{rs}	- Distância entre o degrau e o final da recirculação superior
x_s	- Distância entre o degrau e a recirculação superior

SUMÁRIO

Resumo	ix
Abstract	xi
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xvii
Lista de Abreviaturas	xix
Simbologia	xxi
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Escopo da Dissertação	3
2 Revisão Bibliográfica	5
2.1 Breve Histórico da Turbulência nos Fluidos	5
2.2 Características da Turbulência	9
2.3 Geração de Condições de Entrada Turbulentas	12
2.3.1 Métodos de Reciclagem	13

2.3.2	Métodos Sintetizadores	14
2.4	O Degrau Descendente	18
2.4.1	Características de Escoamentos sobre um Degrau Descendente	18
3	Modelagem Matemática	23
3.1	Metodologias para a Caracterização de Escoamentos	23
3.1.1	Simulação Numérica Direta	23
3.1.2	Médias de Reynolds para as Equações de Navier-Stokes	24
3.1.3	Simulações das Grandes Escalas	26
3.1.4	Métodos de Geração de Condições de Entrada Turbulentas	31
4	Modelagem Numérica	35
4.1	Aproximações temporais e estabilidade numérica	36
4.2	Tamanho de passo de tempo variável	37
4.3	Discretização espacial das equações de transporte	39
4.4	Acoplamento pressão-velocidade	41
5	Resultados e Discussões	43
5.1	Validação do Código Computacional Fluids 3D	43
5.2	Câmara de Combustão A3C	48
5.2.1	Simulação bidimensional	50
5.2.2	Simulações tridimensionais	53
6	Conclusões e Perspectivas	85

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

A turbulência pode ser observada em várias aplicações de engenharia. Na aeronáutica, por exemplo, os escoamentos ao redor das aeronaves, a mistura de combustível e comburente nos motores e a geração de ruído ocorrem através de fenômenos turbulentos. Predições com alto nível de acurácia destes tipos de escoamentos são extremamente necessárias para uma melhor compreensão dos mesmos, para que seja possível a otimização dos processos industriais. Tal ação poderá acarretar em menores períodos de processamento, maiores rendimentos, menor consumo de matérias primas, dentre outras melhorias possíveis.

Predições de comportamento de escoamentos simples, tais como os que ocorrem em dutos, podem ser determinadas atualmente. Entretanto, cálculos de situações com relevância prática para a engenharia não podem ser realizados até então e não há perspectivas de que possa ser feito em um futuro próximo. Isto porque há uma multiplicidade de escalas a serem solucionadas nestes tipos de situações, mas não há capacidade intelectual ou computacional para tal realização. Desta forma, cientistas e engenheiros baseiam-se no constante crescimento do poder de processamento dos microcomputadores, para simular numericamente as propriedades relevantes de escoamentos turbulentos.

Neste âmbito, a Fluidodinâmica Computacional (*Computational Fluid Dynamics* - CFD) apresenta-se como uma importante ferramenta na predição de fenômenos envol-

vendo a fluidodinâmica. Tal técnica pode gerar resultados com maior rapidez, além de apresentar menores custos agregados ao desenvolvimento ou avaliação de projetos, quando comparados com procedimentos experimentais. Entretanto, esta não pode ser definida como a ferramenta única e absoluta. Isto porque se nota uma sensível evolução das técnicas experimentais com o advento de instrumentos menos intrusivos (quando comparados com técnicas predecessoras, tais como tubos de pitot e venturi) e de alta precisão. Por outro lado, situações ocorrendo em condições operacionais extremas (temperatura, pressão, velocidades) ou geometrias com maior complexidade, são de difícil reprodução em laboratório e, da mesma forma, dispendiosos. No presente momento, os principais desafios envolvendo o uso de *CFD* no meio industrial são a sua confiabilidade e a significativa necessidade de recursos computacionais que o mesmo pode requerer.

A turbulência é um regime de escoamento caracterizado por apresentar peculiaridades em sua experimentação ou simulação. Isto ocorre devido à complexidade e extrema sensibilidade do processo às condições iniciais e de contorno dos campos de escoamentos turbulentos. Há uma grande faixa de escalas de tempo e de comprimento, característica que demanda uma significativa quantidade de recursos computacionais. Para simplificar tal situação, podem ser utilizados modelos de turbulência, os quais reduzem o nível de descrição do escoamento. Existe uma relevante quantidade de modelos, que variam em complexidade, acurácia, custo computacional e aqueles que são derivados especificamente para certos tipos de escoamentos.

Em Simulações Numéricas Diretas (*Direct Numerical Simulations - DNS*), todas as escalas de movimento do escoamento são calculadas, mas os recursos computacionais disponíveis restringem as simulações *DNS* a escoamentos que ocorrem a baixos Reynolds e em geometrias simples.

As simulações baseadas nas médias de Reynolds para as equações de Navier-Stokes (*Reynolds-averaged Navier-Stokes - RANS*) oferecem uma alternativa mais prática para a simulação de escoamentos a altos números de Reynolds, mais comuns em aplicações de engenharia. Tal método resolve apenas o movimento médio e um modelo de turbulência é utilizado para representar a interação entre a turbulência e sua média. Esta aproximação é simples de ser utilizada e apresenta baixo custo de recursos computacionais, podendo ser aplicável a diferentes problemas industriais. Entretanto, não é possível a obtenção de um modelo *RANS* universal, que seja capaz de ser aplicado a todos os tipos de escoamentos.

Uma aproximação intermediária às mencionadas anteriormente é a denominada Simulação das Grandes Escalas (*Large Eddy Simulations - LES*). Este método filtra as equações do movimento e resolve as escalas maiores do que o tamanho do filtro, ao passo que as menores são modeladas. A principal vantagem desta metodologia é o fato da mesma apresentar uma maior confiabilidade, quando comparada à modelagem *RANS*, já

que ela modela somente a interação entre as escalas resolvidas e não resolvidas do escoamento. Mesmo requerendo menos recursos do que a metodologia *DNS*, o custo associado à metodologia *LES* é mais elevado que aquele necessário por uma simulação *RANS*, e esta diferença aumenta com o aumento do número de Reynolds. Neste âmbito, podem-se avaliar os objetivos do presente trabalho na seção a seguir.

1.2 Objetivos

Os principais objetivos do presente trabalho são:

- Revisar a literatura das metodologias *DNS*, *LES* e *RANS*, bem como as modelagens empregadas.
- Revisar métodos de geração de condições de entrada turbulentas.
- Avaliar a funcionalidade, principalmente relacionada à acurácia das caracterizações, dos modelos e métodos estudados em escoamentos sobre um degrau descendente.
- Implementar, verificar e validar métodos de sintetização da turbulência na condição de entrada do domínio.

1.3 Escopo da Dissertação

A forma na qual esta dissertação será apresentada é exposta a seguir. No Capítulo 2 é realizada uma revisão bibliográfica retratando a natureza da turbulência, bem como algumas das principais metodologias utilizadas na simulação numérica de escoamentos turbulentos. É realizado, também, um estudo de escoamentos sobre um degrau descendente (expansão brusca).

O Capítulo 3 retrata a modelagem matemática utilizada neste trabalho. O equacionamento de metodologias, tais como *DNS*, *RANS* e *LES*, bem como de modelagens da turbulência propostas por Smagorinsky 1963 e Germano et al. 1991, utilizadas no presente trabalho, serão discutidas. Os métodos de geração de condições de entrada turbulentas, que também são parte integrante desta Dissertação, tais como *Random Flow Generation*, proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001 e *Synthetic Eddy Method*, desenvolvido por Jarrin et al. 2006, também serão apresentados.

O Capítulo 4 apresenta a modelagem numérica utilizada para a realização das simulações propostas no presente trabalho. O método dos volumes finitos, com esquema

de diferenças centradas (*Centered Differences Scheme* - *CDS*) para a discretização espacial, bem como a formulação de diferenças à montante (*Backward Differences Formula* - *BDF*), para a discretização temporal, ambos implementados no código computacional utilizado no presente trabalho, são discutidos nesta seção. O acoplamento pressão-velocidade aplicado nesta dissertação também é discutido nesse capítulo.

O Capítulo 5 retrata os resultados obtidos para duas situações distintas. A primeira seção do capítulo retrata um escoamento laminar ($Re_H = 400$), experimentado por Lee e Mateescu 1998 e estudado numericamente por Mariano 2011. As simulações baseadas neste experimento têm o intuito de validar o código a ser utilizado. Em seguida, experimentos em escoamentos turbulentos, com $Re_H = 48750$, realizados por Moreau et al. 1996 e simulados por Courtois 2005, serão utilizados como base para a realização de cálculos com diferentes metodologias.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões quanto aos casos estudados e a utilização das condições de contorno turbulentas, além de sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Breve Histórico da Turbulência nos Fluidos

Os primeiros registros de estudos relacionados à turbulência situam-se no século XVI. Através de um desenho realizado por Leonardo da Vinci, apresentado pela Figura 2.1, este autor retrata o fenômeno que observara e nomeara de *la turbolenza*. Tal fenômeno fora descrito pelo mesmo da seguinte maneira: “Observe o movimento da superfície da água, que assemelha-se ao do cabelo, que possui duas formas, um que é causado pelo peso do mesmo, e o outro que realiza-se pela direção das ondas; desta forma, a água tem movimentos de escalas, um é devido à sua corrente principal e o outro, pelo movimento randômico e reverso”. É interessante salientar que o final desta definição é a base para a decomposição de Reynolds, metodologia que seria proposta por Reynolds 1895 alguns séculos depois.

Entretanto, não há registros significativos de desenvolvimentos na compreensão deste fenômeno até o final do século XIX, momento no qual Boussinesq 1877 propôs a hipótese da existência de uma proporcionalidade entre as tensões turbulentas e as taxas médias de deformação.

Pouco mais de uma década após a notoriedade da hipótese mencionada anteriormente, Reynolds 1895 assumiu que, tal como fora antevisto por da Vinci, a velocidade de um fluido poderia ser separada em uma parte média e uma parte flutuante. Os experimentos, bem como o conhecido artigo deste autor, são alguns dos resultados, relacionados



Figura 2.1: Desenho de da Vinci de um escoamento turbulento.

a turbulência, mais citados nos dias de hoje. Tais resultados levaram à identificação de um número adimensional, que fora batizado com o mesmo nome do autor, responsável por ser um dos parâmetros físicos envolvidos na transição à turbulência em um escoamento originalmente laminar, o número de Reynolds (Re). Este pesquisador concluiu que o fenômeno da turbulência era demasiadamente complicado para se obter uma compreensão detalhada e, por este motivo, introduziu o conceito de decomposição de escalas que fora mencionado anteriormente. A começar por esse trabalho, a turbulência passou a ser analisada como um fenômeno randômico que, por ser desta natureza, não traria ganhos significativos através de um estudo mais detalhado, principalmente no contexto da engenharia.

Taylor 1935 foi um dos primeiros pesquisadores a utilizar um maior rigor matemático e a introduzir métodos estatísticos envolvendo correlações, transformadas de Fourier e espectros em estudos de turbulência. Ele assumiu que a turbulência é um fenômeno randômico e, por este motivo, apresentou ferramentas estatísticas para a análise de turbulência homogênea e isotrópica. Neste mesmo trabalho, o autor analisou dados experimentais de um escoamento através de uma grelha para demonstrar que o mesmo poderia ser visto como homogêneo e isotrópico. Uma outra contribuição, interessante para a análise de dados experimentais, foi a introdução da hipótese de Taylor, que provê maneiras de converter dados temporais em espaciais.

Kolmogorov 1941, Kolmogorov 1941, Kolmogorov 1941 publicou alguns dos documentos mais importantes e mais frequentemente mencionados da teoria da turbulência. Tal trabalho apresenta uma aproximação distinta daquela desenvolvida da aproximação estatística de Reynolds. Porém, apenas no final deste mesmo século que foi descoberta uma maneira de aplicação direta desta teoria em cálculos. As contribuições deste autor para o meio científico seriam usadas, principalmente, como base para testes de outras teorias.

Landau e Lifshitz 1959 e Hopf 1948 propuseram que, à medida que o valor de Re fosse aumentado, o escoamento passaria por uma multiplicidade de transições, com o aparecimento de uma frequência (ou número de onda) incomensurável. Tal situação aconteceria devido às instabilidades do escoamento e o levariam para comportamentos complexos e, aparentemente, randômicos. Tal proposição fora considerada até meados dos anos 70, momento no qual foi provada a insustentabilidade da mesma. Isto porque estas sequências de transições nunca foram observadas em medidas experimentais, além de não serem previstas por aproximações de análise de estabilidade.

Ainda durante os anos 40, várias outras contribuições ao estudo da turbulência foram realizadas, principalmente relacionadas a consolidações de trabalhos estatísticos anteriores, tal como fora observado por Leslie 1973. Alguns dos mais citados são os de Batchelor 1948, Burgers 1948, Corrsin 1949, Heisenberg 1948, Kármán 1948, Obukhov 1949 e Townsend 1947.

Os anos 50 foram marcados pela significativa importância dos trabalhos experimentais. Estes começaram a trazer dúvidas quanto a consistência e a validação da aleatoriedade da turbulência. Tornava-se claro que um ponto de vista completamente aleatório não poderia ser correto, principalmente pela indicação da existência de estruturas coerentes, por meio de técnicas de medida suficientemente sofisticadas.

No começo dos anos 60, a instrumentação experimental desenvolvia-se consideravelmente para os padrões da época. Porém, os avanços que realmente mudariam os rumos da compreensão da turbulência foram obtidos com o advento dos computadores digitais. Lorenz 1963 apresentou uma solução determinística para um modelo simples das equações de Navier-Stokes. O autor demonstrou a sensibilidade do fenômeno às condições iniciais, além da impossibilidade de repetição do mesmo. Outro fato interessante foram algumas estruturas contidas em soluções para este modelo, que poderiam ser associadas com as estruturas coerentes detectadas pelos experimentalistas.

Ao mesmo tempo, uma nova direção foi tomada no ataque ao problema de fechamento da turbulência. Tal situação fora tratada através de técnicas introduzidas, a partir do final dos anos 50 com os trabalhos de Kraichnan 1958 e Kraichnan 1959. O autor utilizou-se de representações de Fourier, diagramas de Feynman e mais equações fundamentais, tais como as de Liouville e Fokker-Planck, para aproximar momentos de ordem $n + 1$ que aparecem a cada vez que uma equação para momentos de ordem n é estabelecida.

Durante as décadas de 70 e 80, os avanços mais significativos foram relacionados às técnicas computacionais e ao *hardware* no qual as mesmas seriam executadas. Técnicas conhecidas atualmente, tais como as Simulações das Grandes Escalas (*Large Eddy Simulations - LES*), exploradas por Deardorff 1970, Simulações Numéricas Diretas (*Direct*

Numerical Simulations - DNS), realizadas inicialmente por Orszag e Patterson 1972 e aproximações do tipo Médias de Reynolds para as Equações de Navier-Stokes (*Reynolds-averaged Navier-Stokes - RANS*), realizadas por Launder e Spalding 1972 e Launder, Reece e Rodi 1975 foram bem difundidas nesta época. As últimas mencionadas foram amplamente trabalhadas naquele período, bem como nos dias de hoje, em grande parte devido ao fato de muitas das outras aproximações ainda não se apresentarem viáveis. Neste âmbito, Ferziger 1985 e Reynolds 1990 enfatizaram, em suas revisões, que simulações *DNS*, bem como *LES* seriam impraticáveis para estudos de engenharia por muitas décadas.

Em meados dos anos 90, os recursos computacionais começavam a possibilitar a utilização de simulações *LES*. Os equipamentos seriam capazes de resolver alguns problemas práticos, se os mesmos envolvessem geometrias simples. A partir deste momento, uma grande quantidade de trabalhos foram realizados com base nesta técnica, inclusive, interessantes revisões, como aquelas realizadas por Lesieur e Métais 1996 e Meneveau e Katz 2000. Tornava-se claro que esta seria a metodologia mais promissora a ser utilizada durante os próximos anos.

Várias outras aproximações são exploradas atualmente, especialmente aquelas que buscam a construção de modelos de escalas sub malha. Neste grupo, podem-se considerar os modelos dinâmicos de Germano et al. 1991 e Piomelli 1993, além de várias formas de modelos de velocidades sintetizadas, tais como os propostos por Klein, Sadiki e Janicka 2003, Smirnov, Shi e Celik 2001 e Jarrin et al. 2006.

Chapman e Tobak 1985 propuseram um diferente ponto de vista relacionado à evolução da turbulência. Os autores dividem o período entre os renomados experimentos de Reynolds e o momento no qual o artigo fora publicado, em três movimentos distintos: estatístico, estrutural e determinístico. Os principais autores, distribuídos de forma cronológica e nos três movimentos mencionados, são apresentados pela Figura 2.2.

O movimento estatístico foi motivado pela crença de que a turbulência possuiria características randômicas, mesmo com uma quantidade relevante de experimentos contradizendo tal afirmação. O interessante é que alguns pesquisadores já aceitavam que as equações de Navier-Stokes seriam a formulação correta para escoamentos turbulentos. O problema é que estas equações são determinísticas e, por possuírem esta natureza, não poderiam gerar soluções randômicas.

O movimento estrutural, caracterizado pela análise da influência de estruturas coerentes em escoamentos turbulentos, iniciou-se com as observações realizadas por Schubauer e Skramstad 1948 sobre as ondas de Tollmien–Schlichting.

Por fim, Chapman e Tobak 1985 demonstraram que o movimento determinístico teve início com o trabalho de Lorenz 1963. Os autores ainda afirmam que os resultados deste

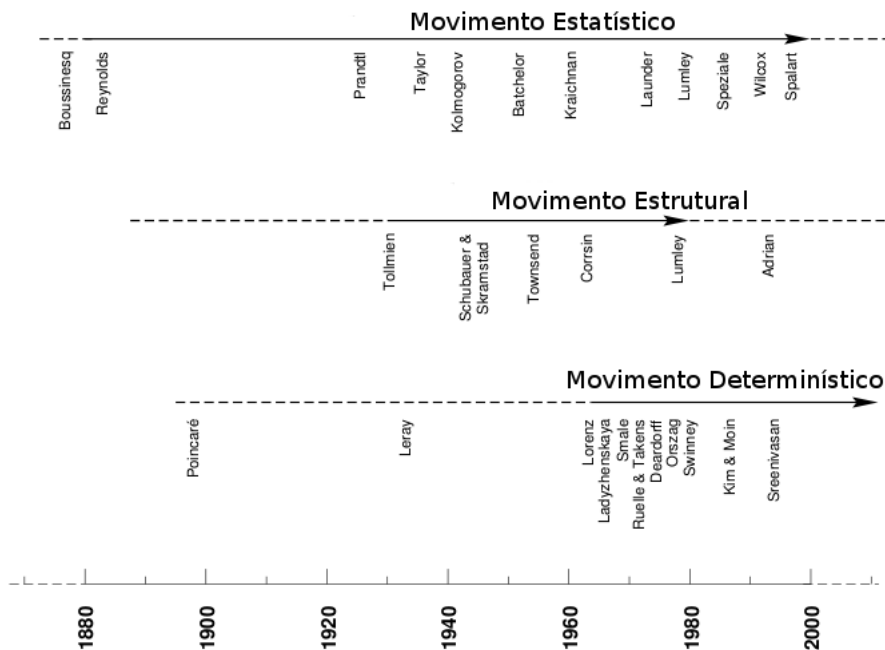


Figura 2.2: Evolução do estudo da turbulência sob o ponto de vista de Chapman e Tobak 1985.

movimento são animadores, mesmo sem a apresentação, até então, de uma aproximação aceitável para a simulação de escoamentos turbulentos.

A conclusão dos mesmos expressa a crença de que o futuro do estudo da turbulência refletirá no movimento determinístico, com a adição de aspectos dos dois movimentos anteriores. Como exemplo, pode-se avaliar as simulações *LES*, que podem ser analisadas como um produto dos movimentos determinístico e estatístico. Assemelha-se ao primeiro pelo fato de calcular-se as maiores escalas, enquanto a relação com o segundo advém do fato da modelagem sub malha ser baseada em aproximações estatísticas.

Nas seções a seguir, será realizada uma breve caracterização do fenômeno da turbulência para que, posteriormente, uma apresentação das metodologias e aproximações que foram utilizadas no presente trabalho possa ser realizada.

2.2 Características da Turbulência

O primeiro passo para se realizar uma categorização do fenômeno da turbulência remete à distinção entre as pequenas e grandes estruturas presentes no mesmo. As maiores estruturas são definidas pela geometria característica do escoamento (expansão brusca e aerofólio, por exemplo), ao passo que o comportamento das pequenas estruturas é determinado pelo número de Reynolds. Assim, estas pequenas estruturas apresentam um

comportamento universal, independente desta geometria característica. São pequenas o bastante, de forma a denotar uma maior importância para a difusão molecular e a fazer com que a dissipação viscosa de energia tenha um papel no escoamento.

De forma mais detalhada, essas e outras características deste fenômeno podem ser avaliadas a seguir:

- Irregularidade: trata-se de um fenômeno de difícil predição determinística, pode-se dizer que se trata de um processo randômico. Apresenta coerência estatística para as grandes estruturas que mantém uma forma definida por um tempo superior ao seu tempo característico, além de uma randomicidade para as ditas pequenas estruturas.
- Alta difusão: devido à presença de flutuações das grandezas que são transportadas, tais como quantidade de movimento linear, massa, energia interna, dentre outras. Além do transporte de parcelas de fluido para diferentes regiões do escoamento, há a criação de fortes e numerosos gradientes locais, responsáveis por tornar o processo de difusão molecular mais eficiente.
- Elevados Números de Reynolds: este fenômeno depende da importância relativa entre os efeitos advectivos e difusivos de quantidade de movimento linear. Esta razão é definida como o número de Reynolds, Re . Os efeitos advectivos (não lineares) são aqueles responsáveis pela amplificação de perturbações e, conseqüentemente, geradores de instabilidades. Já os efeitos difusivos são amortecedores ou inibidores da formação das mesmas. Desta forma, torna-se necessário que o valor desta razão seja sempre favorável aos efeitos advectivos, ou seja, que esta razão seja sempre significativamente maior do que a unidade.
- Flutuações tridimensionais de vorticidade: escoamentos turbulentos são tridimensionais e apresentam flutuações de vorticidade. Através da equação de Helmholtz para o transporte de vorticidade, pode-se avaliar que o único termo produtor desta grandeza é diferente de zero somente em três dimensões. A vorticidade é gerada através do processo de estiramento de vórtices, que é um mecanismo puramente tridimensional.
- Fenômeno altamente dissipativo: a dissipação viscosa da energia cinética turbulenta, responsável pelo aumento da energia interna, acontece nas altas frequências. Em regime turbulento completamente desenvolvido, toda a energia injetada no escoamento deve transferir-se sobre o espectro de estruturas turbilhonares até as frequências dissipativas, que são as maiores presentes no escoamento. Há a necessidade de um contínuo fornecimento de energia para a manutenção da turbulência, pois, caso contrário, entra-se em regime de decaimento.

- Fenômeno contínuo: as equações de Navier-Stokes são apropriadas para modelar qualquer escoamento, seja o regime turbulento ou não, para fenômenos que ocorram a números de Mach inferiores a 15. Tal afirmação pode ser levada em conta pelo fato de as menores escalas de comprimento da turbulência serem maiores que o livre caminho médio molecular do fluido, que é a base das referidas equações.
- Fenômeno caótico: não é possível a realização de duas experimentações idênticas em laboratório. Isto se deve à impossibilidade de reprodução exata das condições iniciais e de contorno experimentadas em um mesmo local. Além disso, as perturbações externas são dependentes do tempo. Tais afirmações baseiam-se nos efeitos não lineares presentes neste tipo de escoamento, que possuem uma alta capacidade de amplificação de pequenas perturbações, conduzindo a resultados completamente diferentes, em duas realizações que diferem minimamente nas condições iniciais e de contorno.

A utilização das equações de Navier-Stokes, com o intuito de modelar escoamentos de fluidos, sejam eles laminares ou turbulentos, permite a caracterização de um escoamento de forma detalhada e precisa. Tal característica resulta em dificuldades para situações em que há presença de turbulência, pois estas equações descrevem todo o campo de velocidades e de pressão, tanto para as maiores, quanto para as menores escalas de comprimento e tempo. A quantidade de informação contida neste campo é vasta e, como consequência, a resolução direta deste sistema de equações para casos práticos se torna impossível. Neste âmbito, três principais metodologias de resolução podem ser utilizadas: Simulação Numérica Direta (*Direct Numerical Simulations* - DNS), Simulação das Grandes Escalas (*Large Eddy Simulations* - LES) e médias de Reynolds para as equações de Navier-Stokes (*Reynolds Averaged Navier-Stokes* - RANS).

A metodologia *DNS* caracteriza-se por calcular todas as escalas da turbulência, através da resolução das equações de Navier-Stokes sem a imposição de qualquer modelo de turbulência. Torna-se necessário, então, um refinamento de malha capaz de captar todo o espectro de frequências, desde as compreendidas nas maiores estruturas, até aquelas encontradas na escala de Kolmogorov, que denota as menores estruturas características de um escoamento turbulento. Devido à grande quantidade de escalas encontradas em situações de engenharia, trata-se de um método de difícil utilização para aplicações industriais, sendo de grande valia para a descrição de escoamentos base da mecânica dos fluidos. As outras duas metodologias citadas anteriormente surgem desta dificuldade de utilização da metodologia *DNS*. Neste âmbito, há o aparecimento da decomposição das escalas da turbulência, seja através de médias temporais ou de filtragens espaciais.

A utilização de médias temporais acarreta na decomposição da velocidade em uma parcela média e outra flutuante e na modelagem completa do espectro de energia, sendo

esta a metodologia denominada de *RANS*. Modelos se tornam necessários para o cálculo do tensor adicional (tensor de Reynolds), originado do termo advectivo das equações de Navier-Stokes após a realização da decomposição das escalas da turbulência.

As filtragens espaciais e temporais, por sua vez, produzem as equações filtradas de Navier-Stokes, as quais são relacionadas à metodologia *LES*. O filtro utilizado, associado à malha de discretização, tem o papel de separar as escalas do escoamento. Tal artifício permite a modelagem das estruturas menores ou iguais a ordem de grandeza da malha utilizada e o cálculo das restantes.

A metodologia *RANS* necessita de um menor nível de refinamento, quando comparada às outras citadas. Sendo assim, torna-se aplicável a escoamentos ocorrendo a altos números de Reynolds. Entretanto, uma grande quantidade de informações é perdida na utilização desta aproximação já que, tal como fora comentado anteriormente, todo o espectro de energia é modelado. Desta forma, a decisão da metodologia a ser utilizada deve partir do pesquisador, e esta deve basear-se no tipo de análise que o mesmo deseja realizar.

Uma melhor explicitação das metodologias e modelagens utilizadas no presente trabalho, bem como o equacionamento das mesmas serão apresentadas no capítulo seguinte.

Em quaisquer dos métodos a serem empregados, a correta imposição das condições de entrada é de grande importância para uma caracterização satisfatória de um escoamento. Alguns métodos de geração destes tipos de condições serão abordados na seção que se segue.

2.3 Geração de Condições de Entrada Turbulentas

Um dos principais fatores que fazem da turbulência um fenômeno irregular e imprevisível é a extrema sensibilidade da mesma às condições iniciais e de contorno dos campos de escoamentos turbulentos. Assim, a especificação destas condições de forma realista, ou mais próxima possível da situação experimentada é de suma importância para a descrição do fenômeno estudado.

Em simulações *RANS*, perfis analíticos ou experimentais simples para as velocidades médias e variáveis turbulentas são usualmente impostas. Tal prática foi justificada por George e Davidson 2004, com a demonstração de que tais simulações atingem um comportamento assintótico universal, independentemente das condições de entrada, em escoamentos cisalhantes simples.

Quando se utiliza as metodologias *DNS* e *LES*, as quais apresentam comportamento turbulento, a especificação dos dados de entrada se torna mais complexa. Para estas situações, as condições mencionadas devem apresentar um sinal de velocidades transiente, que represente a turbulência na entrada do domínio.

A simulação do escoamento à entrada do domínio proveria resultados realistas para a simulação principal, porém, o domínio computacional não poderia ser estendido indefinidamente. Desta forma, condições de entrada turbulentas aproximadas devem ser especificadas, fazendo com que a geração das mesmas se torne uma interessante ferramenta para remediar este problema.

Os métodos de geração de condições de entrada dividem-se em duas categorias básicas: metodologias que partem de uma simulação anterior e as sintetizadas. A primeira baseia-se na realização de cálculos anteriores com o intuito de computar alguma forma de turbulência antes dos cálculos principais. A segunda, por sua vez, caracteriza-se pela geração de alguma forma de flutuação randômica com posterior combinação desta com o escoamento médio à entrada do domínio. Alguns exemplos relacionados a estas aproximações foram revisados por Tabor e Baba-Ahmadi 2010 e serão descritos, de forma sucinta, na sequência.

2.3.1 Métodos de Reciclagem

O método que apresenta maior acurácia para a especificação de flutuações turbulentas para simulações do tipo *LES* ou *DNS* é a realização de uma simulação anterior, a qual servirá para prover condições de entrada realistas para a simulação principal. Caso a turbulência à entrada do domínio seja considerada como totalmente desenvolvida, condições periódicas podem ser aplicadas na direção do escoamento médio na simulação anterior. O escoamento no plano de saída é então reciclado e introduzido à entrada, em cada passo de tempo, de forma que a simulação gere seus próprios dados de entrada. Esta metodologia foi utilizada por Friedrich e Arnal 1990 para a simulação das grandes escalas de um degraú descendente.

Lund, Wu e Squires 1998 propuseram um método baseado na utilização de velocidades em um plano localizado a várias espessuras de camada limite à frente da entrada, local denominado de estação de reescalonamento, para determinar o sinal de velocidade no plano de entrada. O campo de velocidades nesta estação é decomposto em partes média e flutuante e o escalonamento é aplicado, separadamente, nas camadas interna e externa das mesmas. Tal ação fora tomada para contabilizar as diferentes leis de similaridade que são observadas nestas duas regiões. Posteriormente, a velocidade reescalada é reintroduzida como uma condição de entrada.

Os autores utilizaram-se deste procedimento para a aquisição de resultados de uma simulação de camada limite em desenvolvimento espacial, capaz de gerar suas próprias condições de entrada. Aider e Danet 2006 utilizaram esta metodologia para gerar condições de entrada para escoamentos turbulentos sobre um degrau descendente. Sagaut et al. 2004 propuseram uma extensão à metodologia mencionada, para turbulência compressível, baseada na adição do reescalonamento e reciclagem das flutuações de temperatura e pressão às operações propostas por Lund, Wu e Squires 1998.

Um outro método foi proposto por Schlüter, Pitsch e Moin 2004. Este baseia-se na utilização de um banco de dados contendo planos de velocidade instantâneos, previamente criados por uma simulação *LES* com condições periódicas ou o método de Lund, Wu e Squires 1998. Flutuações turbulentas de velocidade são extraídas e reescaladas para apresentar as estatísticas desejadas,

$$u_{i,LES}(t) = \bar{u}_{i,RANS} + [u_{i,DB}(t) - \bar{u}_{i,DB}] \frac{\sqrt{u'^2_{i,RANS}}}{\sqrt{u'^2_{i,DB}}}, \quad (2.1)$$

os subscritos *LES*, *RANS* e *DB* denotam, respectivamente, valores para os dados reescalados de entrada, os campos de velocidades estatísticos desejados e o banco de dados armazenado. Desta forma, em acoplamentos do tipo *RANS* para *LES*, o banco de dados pode ser alterado para reproduzir as médias estatísticas que não são conhecidas. Keating et al. 2004 utilizaram esta metodologia para gerar condições de entrada para um escoamento em um canal com $Re = 6900$, utilizando um banco de dados de um escoamento ocorrendo a $Re = 2280$.

2.3.2 Métodos Sintetizadores

Os métodos sintetizadores de condições de entrada geram tais condições através de procedimentos estocásticos. Estes procedimentos são baseados em geradores de números aleatórios para a construção de um sinal randômico de velocidades, que se assemelha à turbulência.

Um método básico para a geração de tais condições é a superposição de uma flutuação randômica em um perfil médio de velocidades. A principal desvantagem desta aproximação é a ausência de correlações espaciais ou temporais nos dados de entrada gerados pela mesma. Em outras palavras, ela não apresenta correlações cruzadas entre as componentes de velocidade e as correlações entre dois pontos e dois períodos de tempo. Desta forma, a turbulência gerada é rapidamente destruída pela resolução das equações de Navier-Stokes, devido a grande quantidade de energia nas menores escalas de

comprimento do escoamento.

Entretanto, a possibilidade de sintetizar as condições iniciais seria de grande valia, pelo fato de possibilitar a parametrização destas condições em uma faixa de valores ajustáveis, podendo-se atingir as especificações desejadas. Neste intuito, técnicas de síntese mais avançadas devem concentrar-se na geração de flutuações, que deverão envolver a introdução de correlações espaciais e ou temporais.

Lund, Wu e Squires 1998 propuseram uma melhoria à metodologia anterior. Trata-se de uma correlação entre as componentes da velocidade, para a situação na qual o tensor de Reynolds está disponível. Caso seja possível a utilização do mesmo, a decomposição de Cholesky a_{ij} pode ser utilizada para reconstruir um sinal que combine com o referido tensor:

$$u_i = U_i + r_j a_{ij}, \quad (2.2)$$

no qual a_{ij} denota

$$\mathbf{a}_{ij} = \begin{pmatrix} \sqrt{R_{11}} & 0 & 0 \\ R_{21}/a_{11} & \sqrt{R_{22} - a_{21}^2} & 0 \\ R_{31}/a_{11} & (R_{32} - a_{21}a_{31})/a_{22} & \sqrt{R_{33} - a_{31}^2 - a_{32}^2} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

e r_j corresponde a números randômicos independentes retirados de uma distribuição normal.

Tal aprimoramento garante a reprodução das correlações cruzadas R_{ij} desejadas, entre as componentes de velocidade i e j . Entretanto, este ainda não possui quaisquer correlações tanto no espaço quanto no tempo, situação que resulta em uniformidade na distribuição de energia em todos os números de onda, gerando um excesso da mesma nas menores escalas.

Klein, Sadiki e Janicka 2003 propuseram um procedimento de filtragem digital para remediar esta uniformidade da distribuição de energia nos dados de entrada gerados pelo método anterior. Para uma situação unidimensional, o sinal de velocidade $u'(j)$ é definido por uma convolução, ou seja

$$u'(j) = \sum_{k=-N}^N b_k r(j+k), \quad (2.4)$$

na qual b_k são os coeficientes do filtro, N é o suporte do mesmo e $r(j+k)$ é o número randômico gerado no ponto $j+k$, por uma distribuição normal. A relação entre os

coeficientes do filtro e a função correlação de dois pontos de velocidade é dada por:

$$\frac{\overline{u'(j)u'(j+m)}}{\overline{u'(j)u'(j)}} = \frac{\sum_{k=-N+m}^N b_k b_{k-m}}{\sum_{k=-N+m}^N b_k^2}. \quad (2.5)$$

A geração de um campo sintetizado de velocidades em um plano é realizada através da determinação de um campo randômico tridimensional $r_m(i, j, k)$, para cada componente m de velocidade. Neste caso, os índices i , j e k representam as direções x (ou tempo t , pela hipótese de Taylor), y e z .

Um filtro tridimensional pode ser obtido pela convolução de três filtros unidimensionais:

$$b_{ijk} = b_i b_j b_k. \quad (2.6)$$

Este é utilizado para filtrar os dados randômicos $r_m(i, j, k)$ nas três direções x , y e z .

$$U_m(1, j, k) = \sum_{i'=-N_x}^{N_x} \sum_{j'=-N_y}^{N_y} \sum_{k'=-N_z}^{N_z} b_{i'j'k'} r_m(i', j + j', k + k'). \quad (2.7)$$

Para a geração de flutuações que reproduzam exatamente as correlações de dois pontos desejadas, $\overline{u'(j)u'(j+m)}$, os coeficientes do filtro b_k devem ser computados pela inversão da Equação 2.5. Pelo fato do tensor autocorrelação de dois pontos não ser comumente disponibilizado, Klein, Sadiki e Janicka 2003 assumiram uma forma gaussiana dependendo apenas da escala de comprimento, $L = n\Delta x$, de forma a tornar possível o cálculo dos coeficientes sem a inversão da equação mencionada anteriormente, de forma analítica:

$$b_k \approx \frac{\tilde{b}_k}{\sum_{j=-N}^N \tilde{b}_j^2}, \quad (2.8)$$

$$\tilde{b}_k = \exp\left(-\frac{\pi k^2}{2n^2}\right). \quad (2.9)$$

Com a determinação do sinal randômico pela Equação 2.7, a velocidade à entrada é escrita como:

$$u_i = \tilde{u}_i + U_m(1, j, k) a_{i,j}. \quad (2.10)$$

Uma outra vertente dos métodos sintetizadores de condições de entrada é a me-

metodologia espectral, que parte de uma decomposição do sinal em modos de Fourier. Kraichnan 1970 utilizou essa metodologia para estudar a difusão de um escalar passivo, através de um campo de velocidades sintetizados tridimensional, homogêneo e isotrópico.

$$u'(x) = \sum_{\kappa} \hat{u}_{\kappa} e^{-i\kappa \cdot x}, \quad (2.11)$$

no qual κ é um número de onda tridimensional. Cada coeficiente complexo de Fourier, $\hat{u}_{\kappa}$, possui uma amplitude calculada a partir de um espectro de energia isotrópico tridimensional $E(|\kappa|)$ e uma fase randômica θ_{κ} , retirada de uma distribuição uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$ (Rogallo 1981). O campo sintetizado de flutuações se torna:

$$u'(x) = \sum_{\kappa} \sqrt{E(|\kappa|)} e^{-i(\kappa \cdot x + \theta_{\kappa})}. \quad (2.12)$$

Lee, K. e Moin 1992 propuseram uma aplicação da metodologia de Kraichnan 1970 que permitiu a utilização da mesma em escoamentos turbulentos em desenvolvimento espacial. Neste trabalho, os autores demonstraram a possibilidade de geração de um sinal turbulento sintetizado no qual é permitida a obtenção de campos de velocidade sintetizados à entrada do domínio, com correlações temporais adequadas.

A partir do trabalho mencionado anteriormente, Le, Moin e Kim 1997 propuseram um método para a geração de sinais randômicos e anisotrópicos. Segundo os autores, um sinal turbulento isotrópico sintetizado é gerado e reescalado através da decomposição de Cholesky (Equação 2.3). Desta forma, as flutuações geradas correspondem ao tensor de Reynolds fornecido.

Smirnov, Shi e Celik 2001 propuseram uma metodologia capaz de obter um campo turbulento de velocidades a partir de dados estatísticos. Esta baseia-se em decomposições de Fourier, com coeficientes calculados através de dados espectrais obtidos em diferentes regiões do escoamento, baseados em tempos turbulentos locais e escalas de comprimento.

As aproximações propostas por Klein, Sadiki e Janicka 2003 e por Smirnov, Shi e Celik 2001 foram estudadas e comparadas por Vedovoto 2011. O autor demonstrou que as duas metodologias apresentam um custo computacional equiparável, aproximadamente 25% maior do que uma superposição de ruído branco. Concluiu, também, que o método de Klein, Sadiki e Janicka 2003 não apresenta correlações temporais, além de não ser capaz de gerar campos de velocidade não divergentes à entrada do domínio.

Finalmente, Jarrin et al. 2006 propuseram uma nova metodologia de geração de condições de entrada turbulentas. Esta e aquela proposta por Smirnov, Shi e Celik 2001, por serem as aproximações utilizadas neste trabalho, serão melhor debatidas no capítulo seguinte.

Tais metodologias serão aplicadas em escoamentos sobre um degrau descendente. Uma descrição das características deste tipo de escoamento, bem como a citação de alguns trabalhos relacionados a este tipo de experimento, serão apresentadas a seguir.

2.4 O Degrau Descendente

Trata-se de uma geometria na qual o escoamento é caracterizado por possuir formas geométricas simplificadas. Porém, contrariando as expectativas, o mesmo apresenta um comportamento complexo após o descolamento da camada limite. Além disso, é de natureza transiente e tridimensional, apresentando emissão de estruturas turbilhonares que se desprendem da zona de recirculação e são transportadas ao final do domínio com frequências características.

O descolamento do escoamento, bem como o seu subsequente recolamento em uma superfície sólida, podem ser avaliados em muitas situações como, por exemplo, escoamentos sobre aerofólios ocorrendo a altos ângulos de ataque, em canais cuja área aumenta repentinamente, em turbinas a gás, trocadores de calor, dentre outros. A importância destes tipos de escoamentos para a engenharia foi discutido em várias publicações, tais como Abbott e Kline 1962 e Goldstein et al. 1970.

2.4.1 Características de Escoamentos sobre um Degrau Descendente

O escoamento sobre um degrau descendente é conhecido por apresentar descolamento e recolamento da camada limite, recirculações, camada de mistura e instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz. Um desenho esquemático, representando estas características, pode ser visualizado na Figura 2.3.

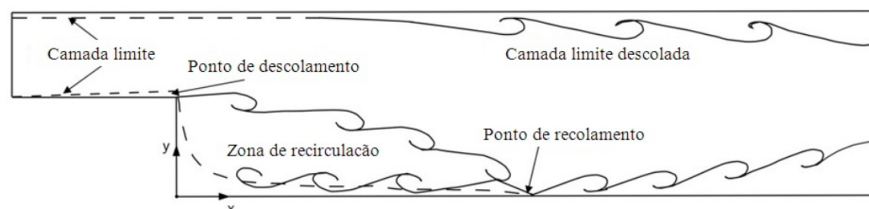


Figura 2.3: Desenho esquemático de uma expansão brusca - Mariano 2011.

Pode-se notar que o desenvolvimento da camada limite ocorre nas paredes superior e inferior do domínio, sendo que a camada inferior se descola no ponto de expansão do

canal. Forma-se, então, uma camada cisalhante que se assemelha a uma camada de mistura com desenvolvimento espacial. Esta se caracteriza por um campo médio inflexional de velocidades, situação necessária para o aparecimento de instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz. Kostas, Soria e Chong 2002 realizaram uma série de experimentos que culminaram na identificação destas instabilidades em escoamentos ocorrendo a $Re_h = 4660$. Tais instabilidades são apresentadas na Figura 2.4.

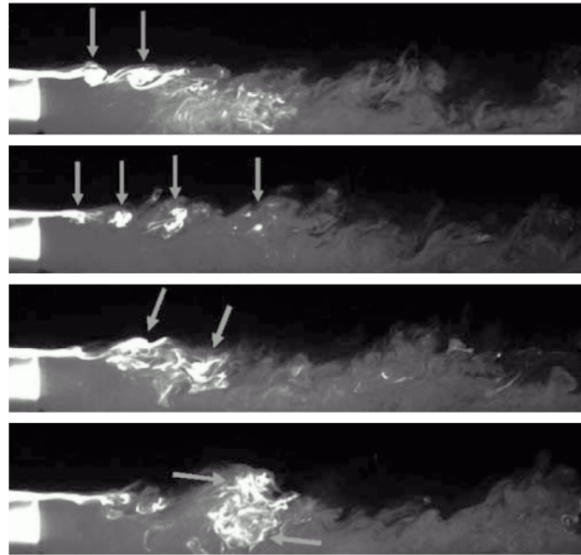


Figura 2.4: Instabilidades de Kelvin-Helmholtz, identificadas em experimentos ocorrendo a $Re = 4660$ por Kostas, Soria e Chong 2002.

Quando estas instabilidades aparecem, observa-se a geração de cristas e vales na região de inflexionalidade. Pelo fato da ocorrência de velocidades mais elevadas sobre as cristas, a pressão é menor nesta posição, situação contrária ao observado no interior dos vales, onde há velocidades inferiores. Desta forma, as cristas são transportadas com mais rapidez do que os vales, gerando um enrolamento. Tal mecanismo é apresentado na Figura 2.4.

As instabilidades são transportadas e chocam-se contra a parede inferior no ponto de recolamento, definido na Figura 2.5 pelo comprimento X_r . Este ponto não é estacionário, justamente por causa do transporte destas instabilidades. Tal afirmação foi comprovada por Abbott e Kline 1962 e Kim, Kline e Johnston 1978.

Ao atingir a parede inferior, a camada cisalhante formada divide-se, de modo a formar duas novas correntes: uma que será direcionada para dentro da zona de recirculação e outra que será transportada para o final do domínio. Por apresentar um escoamento altamente transiente nesta região, percebe-se o aparecimento de estruturas de tamanhos semelhantes à ordem de grandeza do degrau, além de pequenas estruturas, que serão transportadas pelas maiores.

Um parâmetro interessante e amplamente utilizado para a quantificação de escoamen-

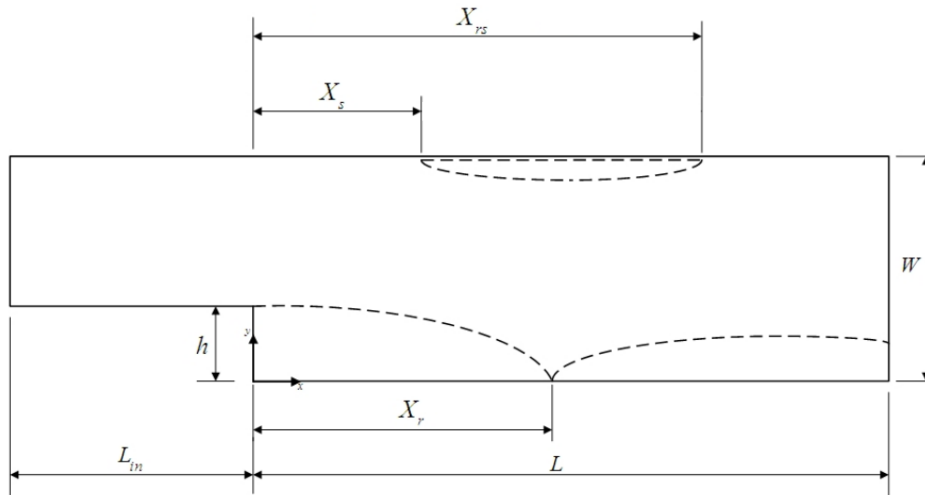


Figura 2.5: Dimensões importantes em uma expansão brusca - Adaptado de Mariano 2011.

tos sobre um degrau descendente é o comprimento de recolamento X_r . Eaton e Johnston (1981) propuseram que este valor dependeria do regime, da espessura e do nível de turbulência da camada limite na entrada, além das razões de aspecto e de expansão do degrau.

Eaton, Johnston e Jeans 1979 e Eaton e Johnston 1980 estudaram a dependência do comprimento de recolamento em relação ao regime da camada limite na entrada. Demonstraram que a bolha de recirculação aumenta de acordo com o aumento do número de Reynolds (baseado na espessura de *momentum*), até um valor máximo, quando tem-se $Re = 400$. A partir deste valor, há um decaimento da mesma, com posterior estabilização, quando o escoamento encontra-se em regime turbulento. Tais resultados são apresentados na Figura 2.6.

Isomoto e Honami 1989 propuseram a existência de uma forte correlação entre perturbações (e níveis de intensidades turbulentas na camada limite) e o comprimento de recolamento. Eles demonstraram que o aumento destas variáveis acarreta na diminuição do comprimento analisado.

Ötügen 1991 comprovou a diminuição da bolha de recirculação com o aumento da razão de expansão ($ER = H/(H-h)$) e, finalmente, Brederode e Bradshaw 1972, Armaly et al. 1983 e Williams e Baker 1997 estudaram a influência da razão de aspecto do degrau ($AR = W/h$), no comprimento de recirculação inferior. Os primeiros sugeriram que, para escoamentos ocorrendo em razões de aspectos superiores a uma dezena, as propriedades da faixa central do canal seriam independentes das paredes ao passo que, em razões de aspecto inferiores, este comprimento cresceria em situações com camada limite laminar e decresceria em situações turbulentas. As outras referências apresentam resultados ex-

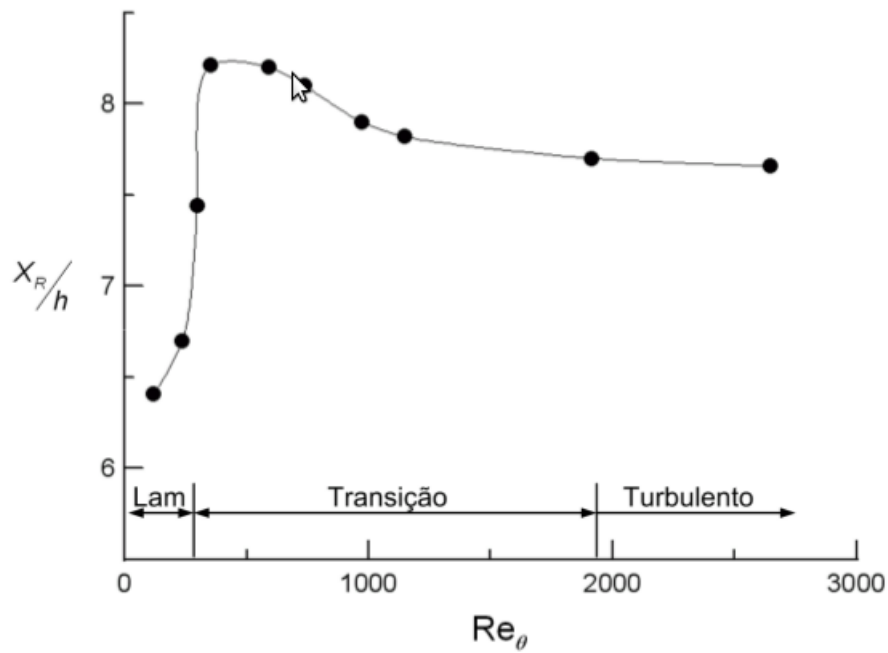


Figura 2.6: Influência do aumento do número de Reynolds no tamanho do comprimento de recolamento.

perimentais e numéricos, respectivamente, retratando a influência das paredes laterais em regimes localizados na faixa $100 \leq Re \leq 800$. Eles demonstraram também a independência do escoamento, em relação às paredes, quando o mesmo experimenta um valor de Re acima desta faixa.

Há uma vasta gama de trabalhos relacionados a escoamentos sobre um degrau descendente e, conseqüentemente, a comprimentos de recirculações inferiores. Algumas referências interessantes, que se utilizam da análise destas estruturas como objetos de estudo podem ser citados, tais como Lee e Mateescu 1998, Armaly et al. 1983, Eaton e Johnston 1980, Eaton e Johnston 1981, Eaton e Johnston 1981, Silveira-Neto et al. 1993, Le, Moin e Kim 1997, Courtois 2005 e Spode 2006.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM MATEMÁTICA

Este trabalho consiste na análise de escoamentos laminares e turbulentos, que foram modelados pelas equações de Navier-Stokes e Navier-Stokes filtrada já que, tal como fora comentado anteriormente, estas são apropriadas para modelar qualquer escoamento, seja o regime turbulento ou não. Outro importante ponto de partida das modelagens que se seguem é a utilização da hipótese de viscosidade turbulenta de Boussinesq.

Este capítulo apresenta o equacionamento utilizado nas simulações numéricas realizadas neste trabalho. Tais modelos visam uma melhor descrição dos escoamentos a serem analisados.

3.1 Metodologias para a Caracterização de Escoamentos

As três principais metodologias utilizadas para a caracterização de escoamentos são avaliadas nas seções que se seguem.

3.1.1 Simulação Numérica Direta

A forma direta de resolução das equações de Navier-Stokes é denominada de Simulação Numérica Direta (*Direct Numerical Simulations - DNS*) e, apesar de ser impossível de

ser realizada para escoamentos com elevados números de Reynolds, trata-se de uma poderosa ferramenta para o estudo de escoamentos turbulentos mais simples, com números de Reynolds moderados. Considerando-se escoamentos com fluidos incompressíveis e newtonianos, pode-se escrever as equações de Navier-Stokes da seguinte forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (3.2)$$

$$\tau_{ij} = \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Trata-se de um sistema composto por quatro equações e quatro incógnitas, caso seja avaliada uma abordagem tridimensional. Tal conformação consiste em um sistema fechado, que é resolvido diretamente, para escoamentos ocorrendo a baixos números de Reynolds. Porém, em situações caracterizadas por elevados valores deste adimensional, nas quais o espectro de energia se torna mais largo, não é possível o refinamento da malha a ponto de se captar todas as escalas do escoamento. Desta forma, as médias de Reynolds para as equações de Navier-Stokes (*Reynolds Averaged Navier-Stokes - RANS*) e as simulações das grandes escalas (*Large Eddy Simulations - LES*) aparecem como alternativas de caracterização de escoamentos deste tipo. Estas duas metodologias serão mais amplamente explicitadas nas seções que se seguem.

3.1.2 Médias de Reynolds para as Equações de Navier-Stokes

Realiza-se um processo de filtragem temporal, com o intuito de separar o sinal $f(\vec{x}, t)$ em uma parte média $\bar{f}(\vec{x})$ e outra flutuante $f'(\vec{x}, t)$, de forma a se obter:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}) + f'(\vec{x}, t), \quad (3.3)$$

no qual

$$\bar{f}(\vec{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} f(x, t) dt \quad (3.4)$$

Algumas propriedades devem ser salientadas, para que seja possível a separação das escalas por médias temporais:

- A média de uma flutuação é nula:

$$\begin{aligned}
f(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}) + f'(\vec{x}, t) \\
\bar{f}'(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}, t) - \bar{f}(\vec{x}) \\
\bar{f}'(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}) - \bar{f}(\vec{x}) = 0
\end{aligned} \tag{3.5}$$

- A média do produto de uma variável pela flutuação de uma variável é nula:

$$\overline{\bar{f}f'} = \bar{f}\bar{f}' = \bar{f} \cdot 0 = 0 \tag{3.6}$$

- A média do produto de duas médias é igual ao produto de duas médias:

$$\overline{\bar{f}\bar{f}} = \bar{f}\bar{f} \cdot \bar{1} = \bar{f}\bar{f} \tag{3.7}$$

Assim, pode-se aplicar estas propriedades às equações de conservação de massa e de Navier-Stokes, obtendo-se, desta forma, as equações médias de Reynolds:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.8}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

Entretanto, há o aparecimento de uma média do produto de variáveis desconhecidas no termo advectivo da equação, situação impossível de ser solucionada de forma direta. Como solução para tal indeterminação, utiliza-se a decomposição de escalas e as propriedades supracitadas, de forma a transformar a expressão $\overline{u_i u_j}$ em:

$$\begin{aligned}
\overline{u_i u_j} &= \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)} \\
&= \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_i u'_j + u'_i \bar{u}_j + u'_i u'_j} \\
&= \bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Uma consequência imediata deste processo de média e de decomposição de escalas é o aparecimento de um tensor adicional, $\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$, definido como Tensor de Reynolds. Este apresenta uma natureza física semelhante ao tensor viscoso molecular e, por este motivo, pode ser agrupado como tensor viscoso, na parcela difusiva das equações de Navier-Stokes, como pode-se perceber na Equação 3.10.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] \tag{3.10}$$

Este tensor adicional será modelado pelo modelo de turbulência, através da viscosidade turbulenta oriunda da aplicação da hipótese de Boussinesq.

3.1.3 Simulações das Grandes Escalas

Trata-se de uma metodologia intermediária à Simulação Numérica Direta e às médias de Reynolds. Esta aproximação parte da filtragem das equações de Navier-Stokes, de forma a separar as escalas do escoamento nas localizadas acima do filtro utilizado, que serão calculadas, e as presentes abaixo do mesmo, denominadas de escalas submalha. As escalas submalha serão avaliadas através de um modelo apropriado, que exercerá o papel de transferir energia entre as escalas resolvidas e as não resolvidas que compõem o espectro do escoamento. É importante salientar que as grandes escalas, responsáveis pela caracterização global do escoamento e pelo transporte de grande parte da energia, são calculadas diretamente, ao passo que as pequenas estruturas, que apresentam-se de forma universal e isotrópica, são modeladas.

Desta forma, as variáveis presentes nas equações de Navier-Stokes são, então, separadas em escalas filtradas $\bar{f}(\vec{x}, t)$ e flutuantes ou submalha $f'(\vec{x}, t)$:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}, t) + f'(\vec{x}, t) \quad (3.11)$$

e a parte filtrada é definida como:

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \int_D f(\vec{x}', t) G(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}' \quad (3.12)$$

Finalmente, a função filtro é definida na forma de um filtro volumétrico:

$$G(\vec{x}) = \begin{cases} 1/\Delta^3 & \text{se } |\vec{x}| \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{se } |\vec{x}| > \Delta/2 \end{cases}, \quad (3.13)$$

na qual Δ denota o filtro e, conseqüentemente, o número de onda ou frequência de corte.

Tal como fora realizado anteriormente, será realizada a explicitação de algumas propriedades, para que seja possível a filtragem do espectro de energia:

- Uma flutuação filtrada não é nula:

$$\begin{aligned}
f(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}) + f'(\vec{x}, t) \\
f'(\vec{x}, t) &= f(\vec{x}, t) - \bar{f}(\vec{x}) \\
\bar{f}'(\vec{x}) &= \bar{\bar{f}}(\vec{x}) - \bar{f}(\vec{x}) \neq 0
\end{aligned} \tag{3.14}$$

- O produto filtrado de uma variável filtrada por sua flutuação é diferente de zero:

$$\overline{\bar{f}f'} \neq \bar{f}\bar{f}' \neq 0 \tag{3.15}$$

- O produto de duas variáveis filtradas, ao ser filtrado novamente, é diferente do produto das duas variáveis filtradas separadamente:

$$\overline{\bar{f}\bar{f}} \neq \bar{f}\bar{f} \tag{3.16}$$

Desta forma, a aplicação da filtragem, faz com que as equações de Navier-Stokes assumam a seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

O processo de filtragem realizado acarreta na criação de um produto filtrado de variáveis desconhecidas no termo advectivo, situação que impossibilita a resolução direta do sistema anterior. Utiliza-se, então, a decomposição de escalas, de forma a transformar a expressão $\overline{u_i u_j}$, na Equação 3.18:

$$\begin{aligned}
\overline{u_i u_j} &= \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)} \\
&= \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{u'_i u'_j}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Porém, o produto filtrado ainda faz parte da equação 3.18. Desta forma, torna-se usual a definição de um tensor turbulento adicional:

$$L_{ij} \equiv \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j, \tag{3.19}$$

de forma a obter-se

$$\overline{u_i u_j} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{u'_i u'_j} + L_{ij}.$$

O termo advectivo apresenta-se, então, em função do produto das variáveis filtradas e de alguns tensores adicionais:

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= \overline{u'_i u'_j} \\ C_{ij} &= \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j} \\ L_{ij} &= \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j,\end{aligned}\tag{3.20}$$

que representam, respectivamente, os tensores de Reynolds submalha, cruzado e de Leonard.

Assim, as equações filtradas de Navier-Stokes podem ser reescritas, com a adição dos termos comentados anteriormente, de modo a obter-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - (L_{ij} + \tau_{ij} + C_{ij}) \right]\tag{3.21}$$

Neste caso, o sistema de equações formado consiste de quatro incógnitas e quatro equações, acrescidas de três tensores (τ_{ij} , C_{ij} e L_{ij}). O problema é que a geração de outras equações de transporte, para a modelagem dos tensores oriundos da decomposição realizada, acarretaria no aparecimento de momentos de ordem superior. Tal indeterminação é denominada de problema de fechamento da turbulência e pode ser contornada, através do uso de modelos de turbulência.

Como solução para esta indeterminação, utiliza-se a hipótese de Boussinesq, que propõe a determinação do tensor de Reynolds submalha, τ_{ij} em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidades filtrado e da energia cinética turbulenta e que pode ser avaliada pela Equação 3.22.

$$\tau_{ij} = -\nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij},\tag{3.22}$$

em que a viscosidade turbulenta ν_t pode ser calculada através de modelos de turbulência e a energia cinética turbulenta k pode ser incorporada à pressão estática.

Shaanan, Ferziger e Reynolds 1975 e Silveira-Neto et al. 1993 propuseram a falta de necessidade de modelagem dos tensores de Leonard e cruzado, de forma separada, para situações em que se utiliza esquemas de até terceira ordem para o termo advectivo. Tal proposta se deve ao fato do valor numérico destes dois ser sensivelmente menor ao do tensor de Reynolds submalha. Desta forma, torna-se interessante a denotação do produto filtrado $\overline{u_i u_j}$ através do tensor de Germano:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j\tag{3.23}$$

A maioria dos modelos submalha são modelos de viscosidade turbulenta, sendo os modelos de Smagorinsky e dinâmico de Germano os mais populares. Estas serão, também, as aproximações utilizadas no presente trabalho.

Modelo de Smagorinsky

Com a utilização da hipótese de Boussinesq, o problema do fechamento das equações é reduzido à determinação da viscosidade turbulenta escalar, ν_t , como função das variáveis do campo resolvido. Esta indeterminação é obtida a partir da hipótese de que as pequenas estruturas estão em equilíbrio com a produção e dissipação da energia cinética turbulenta submalha. Também há a possibilidade da mesma ser considerada proporcional à escala de comprimento submalha característica, Δ e à escala de velocidade submalha característica, $k_{sgs}^{1/2}$. Deste modo, Smagorinsky 1963 pôde obter o modelo algébrico para a viscosidade turbulenta através da Equação 3.24, na qual C_s é o coeficiente de Smagorinsky e Δ é a escala de comprimento associada ao filtro (espaçamento da malha).

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3.24)$$

O coeficiente de Smagorinsky, C_s , pode ser calibrado para uma classe de escoamentos. Tal parâmetro varia em cada caso estudado, inclusive, internamente em um dado escoamento. Para a situação em que analisa-se turbulência homogênea isotrópica, Lilly 1967 determinou o valor de $C_S = 0,18$ como aceitável mas, para casos práticos, seu valor está compreendido na faixa de $0,05 \leq C_S \leq 0,30$.

Uma deficiência do modelo de Smagorinsky é o fato do mesmo não calcular de forma precisa a viscosidade turbulenta em regiões próximas às paredes. Desta forma, torna-se necessária a adição de uma função externa de amortecimento para que tal situação seja melhor caracterizada. Utiliza-se, comumente, a função de amortecimento proposta por Driest 1956, apresentada pela Equação 3.25:

$$C_{SA} = C_S(1 - e^{-d^*/A^+})^2 z, \quad (3.25)$$

com $d^* = du_\tau/\nu$ retratando a distância da parede, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ a velocidade de cisalhamento, τ_w a tensão de cisalhamento junto a parede, $A^+ = 25$ uma constante determinada por Ferziger e Perić 2002 e C_S a constante de Smagorinsky.

O modelo de Smagorinsky tornou-se o modelo mais popular em simulação de grandes escalas e tem sido aplicado a muitas situações, talvez pela sua simplicidade, por ser robusto numericamente e por ser livre de instabilidades numéricas.

Modelo Dinâmico

Este tipo de modelagem submalha, determinado por Germano et al. 1991, utiliza-se de uma função capaz de ajustar-se ao escoamento no tempo e no espaço. A metodologia baseia-se em dois filtros com comprimentos característicos diferentes, sendo que um é determinado pelas dimensões da malha para o cálculo deste comprimento e o outro, norteia-se por um múltiplo das dimensões utilizadas pelo filtro anterior. Desta forma, esta metodologia orienta-se pelas informações dos níveis de energia contidos nas menores escalas resolvidas, localizadas entre estes dois filtros, para a modelagem da transferência de energia entre as escalas resolvidas e as modeladas.

Tal como fora tratado anteriormente, esta metodologia parte das equações de Navier-Stokes e consiste na aplicação destes dois filtros mencionados nas mesmas. Primeiramente aplica-se um filtro com comprimento característico $\bar{\Delta}$, com base na malha, para a definição da Eq. 3.26.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.26)$$

Utiliza-se da definição do tensor global de Germano, $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ e determina-se a Equação 3.27.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right] \quad (3.27)$$

A segunda filtragem utiliza-se de um comprimento característico $\hat{\Delta} > \bar{\Delta}$ (geralmente $\hat{\Delta} = 2\bar{\Delta}$) e da definição de um tensor subteste $T_{ij} = \overline{\hat{u}_i \hat{u}_j} - \hat{u}_i \hat{u}_j$ para a determinação da Equação 3.28.

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\hat{u}_i \hat{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) - T_{ij} \right] \quad (3.28)$$

A realização de uma subtração entre as Eqs. 3.28 e uma filtragem da Eq 3.26 (com o mesmo comprimento característico utilizado na segundo procedimento), tem a função de definir o tensor de Leonard global, determinado pela Eq. 3.29. Esta equação é conhecida por identidade de Germano e pode ser utilizada para a determinação da função responsável pelo coeficiente dinâmico deste modelo.

$$L_{ij} = \widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \hat{u}_i \hat{u}_j = T_{ij} - \hat{\tau}_{ij} \quad (3.29)$$

Esta função mencionada pode ser determinada pela Eq. 3.30, sendo que o tensor de

Leonard fora definido anteriormente e $M_{ij} = \frac{\hat{\Delta}^2}{2} |\hat{S}_{ij}| \hat{S}_{ij} - \hat{a}$, com $a = \overline{\Delta}^2 |\overline{S}_{ij}| \overline{S}_{ij}$

$$c(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (3.30)$$

Pelo fato de apresentar uma função que ajusta-se ao escoamento no tempo e no espaço, é de se esperar que esta metodologia gere resultados mais interessantes do que a anterior, que parte da utilização de uma constante. Entretanto, acredita-se que caracterizações mais significativas do fenômeno da turbulência só serão possíveis com a utilização de condições de entrada mais realistas. Neste âmbito, algumas metodologias de geração de condições de entrada turbulentas serão discutidas nas seções que se seguem.

3.1.4 Métodos de Geração de Condições de Entrada Turbulentas

No capítulo anterior foi realizada uma breve revisão sobre as metodologias de geração de condições de entrada turbulentas. Nesta revisão, falou-se sobre dois tipos de metodologias possíveis: as de reciclagem e as sintetizadoras. Este trabalho será realizado com a utilização de duas aproximações advindas dos métodos sintetizadores, métodos estes que serão explicitados a seguir.

Random Flow Generation (Smirnov, Shi e Celik 2001)

Trata-se de uma versão modificada da técnica apresentada por Kraichnan 1970, proposta por Smirnov, Shi e Celik 2001. É denominada de *Random Flow Generation*, *RFG* e resume-se a operações de transformação ortogonais e de escalonamento aplicadas a um campo contínuo de escoamento, gerado por uma superposição de funções harmônicas.

Esta metodologia parte de um tensor anisotrópico de correlação de velocidades,

$$r_{ij} = \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} \quad (3.31)$$

e da determinação de um tensor de transformação ortogonal, a_{ij} , para diagonalizar r_{ij} :

$$a_{mi} a_{nj} r_{ij} = \delta_{mn} c_{(n)}^2 \quad (3.32)$$

$$a_{ik} a_{kj} = \delta_{ij} \quad (3.33)$$

Desta forma, tanto a_{ij} , quanto c_n se tornam funções conhecidas do espaço, sendo que o

último representa as flutuações de velocidade no novo sistema de coordenadas, produzido pelo tensor transformação a_{ij} .

A seguir, gera-se um campo de escoamento transiente em um domínio tridimensional através do método de Kraichnan modificado:

$$v_i(\vec{x}, t) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N [p_i^n \cos(\tilde{k}_j^n \tilde{x}_j + \omega_n \tilde{t}) + q_i^n \sin(\tilde{k}_j^n \tilde{x}_j + \omega_n \tilde{t})], \quad (3.34)$$

no qual são introduzidos os seguintes números adimensionais:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_j &= \frac{x_j}{l_t}, & \tilde{t} &= \frac{t}{\tau_t}, & c &= \frac{L}{\tau_t}, \\ \tilde{k}_n^j &= k_n^j \frac{c}{c_{(j)}} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Os parâmetros remanescentes são calculados da seguinte maneira:

$$p_i^n = \epsilon_{ijm} \zeta_j^n k_m^n, \quad q_i^n = \epsilon_{ijm} \xi_j^n k_m^n, \quad (3.36)$$

com

$$\zeta_j^n, \xi_j^n, \omega_n \in N(0, 1), \quad k_i^n \in N(0, 1/2). \quad (3.37)$$

Nas expressões adimensionais, l_t e τ_t denotam as escalas de comprimento e de tempo da turbulência, ϵ_{ijk} é o tensor de permutação utilizado no produto vetorial, $c_i (i = 1, 2, 3)$ ¹ corresponde às componentes de flutuação de velocidade u'_i em um novo sistema de coordenadas, obtido após a aplicação do tensor transformação a_{ij} . $N(M, \sigma)$ é uma distribuição normal com média M e desvio padrão σ . Os números k_j^n, ω_n representam uma amostra de n vetores número de onda e frequências do espectro de turbulência modelado

$$E(k) = 16 \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} k^4 \exp(-2k^2). \quad (3.38)$$

Por fim, aplica-se transformações escalonares e ortogonais ao campo v_i gerado anteriormente para se obter um novo campo u_i :

$$\begin{aligned} w_i &= c_{(i)} v_{(i)}, \\ u_i &= a_{ik} w_k. \end{aligned} \quad (3.39)$$

¹De acordo com a notação utilizada por Smirnov, Shi e Celik 2001, sub-índices repetidos denotam somatório, ao passo que parêntesis em volta de índices não permitem somatórios.

O resultado do procedimento é um campo transiente $u_i(x_j, t)$ com funções de correlação $\overline{u_i u_j}$ iguais a r_{ij} e escalas de comprimento e tempo turbulentos iguais a l_t e τ_t . Trata-se de um campo não divergente para qualquer caso de turbulência homogênea e, para casos de turbulência não homogênea, apresenta altas ordens de convergência.

As rotinas computacionais relacionadas a este método, partes integrantes deste trabalho, foram desenvolvidas por Smirnov 2004 e incorporadas ao código computacional FLUIDS 3D por Vedovoto 2011.

Synthetic Eddy Method (Jarrin et al. 2006)

Esta metodologia baseia-se na caracterização da turbulência como uma superposição de estruturas coerentes. Assim, estas estruturas serão geradas no plano de entrada do domínio a ser estudado e definidas por uma função que tem por finalidade englobar as características espaciais e temporais da mesma.

Tal método de geração de condições de entrada pode ser melhor explicitado partindo-se de um caso unidimensional, no qual a única componente de velocidade será gerada no intervalo $[a, b]$. A variável $f_\sigma(x)$ denota uma função de forma de um ponto turbulento, que apresenta um suporte compacto em $[-\sigma, \sigma]$ e satisfaz a condição de normalização

$$\frac{1}{\Delta} = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} f_\sigma^2(x) dx = 1, \quad (3.40)$$

no qual $\Delta = b - a + 2\sigma$. Cada ponto turbulento possui uma posição x_i , uma escala de comprimento σ e recebe um sinal ϵ_i . Desta forma, a contribuição $u^{(i)}(x)$, de um ponto turbulento i ao campo de velocidade, é definido como:

$$u^{(i)}(x) = \epsilon_i f_\sigma(x - x_i), \quad (3.41)$$

na qual ϵ_i representa uma variável randômica binária, de valor -1 ou $+1$ e x_i é retirado aleatoriamente do intervalo $[a - \sigma, b + \sigma]$. Os turbilhões sintetizados são gerados em um intervalo maior do que $[a, b]$, de forma a garantir que os pontos à entrada do domínio sejam cercados por estruturas. O sinal de velocidade em um ponto qualquer é a soma das contribuições de todos os turbilhões gerados no domínio:

$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \epsilon_i f_\sigma(x - x_i), \quad (3.42)$$

no qual N denota a quantidade de estruturas sintetizadas.

Para situações bidimensionais, os turbilhões passarão a ser estruturas tridimensionais com suportes compactos em $[-\sigma_x, \sigma_x; -\sigma_y, \sigma_y; -\sigma_z, \sigma_z]$, satisfazendo uma condição de normalização em três dimensões, de mesma espécie daquela apresentada anteriormente (Equação 3.40). O plano de entrada localiza-se em $x = 0$ e tem dimensões $[0, L_z] \times [0, L_y]$. A posição (x_i, y_i, z_i) da estrutura sintetizada i é retirada randomicamente de $[-\sigma_x, \sigma_x] \times [-\sigma_y, L_y + \sigma_y] \times [-\sigma_z, L_z + \sigma_z]$. Os turbilhões são advectados através do plano de entrada por uma escala de velocidade U_0 , definida pela hipótese de Taylor:

$$x_i(t + dt) = x_i(t) + U_0 dt \quad (3.43)$$

Caso $x_i(t) > \sigma_x$, a estrutura será realocada em $x = -\sigma_x$, para que possa ser advectada novamente. Assim, o sinal é definido por:

$$u'_j(x, t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \epsilon_{ij} f_j(x - x_i(t)), \quad (3.44)$$

no qual $\epsilon_{i,j}$ denota o sinal do turbilhão i na componente j , representando valores independentes de degraus randômicos, com valores de -1 ou $+1$.

A independência de ϵ_{ij} assegura que o sinal gerado satisfaça a condição $\overline{u_i u_j} = \delta_{ij}$. Desta forma, a disponibilidade do tensor de Reynolds, R_{ij} e de um perfil médio de velocidades, $\bar{u}_i$, advindos de experimentos anteriores, possibilitam a transformação do sinal gerado para que o mesmo se assemelhe a estas estatísticas (Lund, Wu e Squires 1998). O campo final de velocidades u_i é, portanto, reconstruído a partir do campo sintetizado u'_i , do perfil médio de velocidades e de uma decomposição de Cholesky, obtida do tensor de Reynolds fornecido:

$$u_i = \bar{u}_i + a_{ij} u'_j, \quad (3.45)$$

sendo que a_{ij} é a decomposição de Cholesky, definida anteriormente (Equação 2.3). A rotina computacional relacionada a este método, que também será utilizada neste trabalho, foi incorporada ao código FLUIDS 3D pelo autor desta dissertação.

Neste capítulo, foi discutida a modelagem matemática utilizada nesta dissertação. Metodologias para a caracterização de escoamentos laminares e turbulentos, tais como Simulação Numérica Direta, das Grandes Escalas e Médias de Reynolds para as Equações de Navier-Stokes foram discutidas. Posteriormente, dois tipos de modelagens necessárias para a resolução do problema de fechamento da turbulência foram apresentadas, bem como dois métodos de geração de condições de entrada turbulentas. No capítulo seguinte, é apresentada a modelagem numérica implementada ao código computacional FLUIDS 3D, utilizado no presente trabalho.

CAPÍTULO 4

MODELAGEM NUMÉRICA

A discretização de uma equação diferencial, originalmente proposta no contínuo, resulta em perda de acurácia e de informações. A escolha apropriada do método numérico a ser utilizado acarreta em uma diminuição desta perda. Tal escolha deve se realizar de acordo os seguintes fatores: o arranjo de variáveis a ser utilizado, o tipo e a taxa de convergência do esquema numérico escolhido para realizar a discretização espacial dos termos viscoso e advectivo, além do tipo e a taxa de convergência do método a ser utilizado na discretização temporal.

Desta forma, o código computacional utilizado neste trabalho, desenvolvido por Vedovoto et al. 20 é baseado em uma discretização com variáveis deslocadas, do tipo volumes finitos, tridimensional e conservativa. O esquema de diferenças centradas é aplicado para expressar as contribuições difusivas e advectivas das equações de transporte e, finalmente, uma aproximação totalmente implícita é adotada. Os sistemas lineares resultantes são solucionados através da utilização do procedimento *MSIP - Modified Strongly Implicit Procedure* (Schneider e Zedan 1981) para as componentes de velocidade. A malha utilizada é do tipo cartesiana, estruturada e uniforme.

Neste código computacional, adota-se uma aproximação baseada na pressão. Por este motivo, um algoritmo para o acoplamento pressão-velocidade torna-se necessário. Assim, um método de projeção baseado na técnica de passos fracionados é utilizado, resultando em uma equação de Poisson, com coeficientes variáveis, que é solucionada com o *solver* BICGSTAB - *Bi-Conjugate Gradient Stabilized* (Vorst 1981) e (Norris 2001).

A utilização do método dos volumes finitos acarreta na necessidade da determinação de campos vetoriais acoplados a campos escalares. O posicionamento das variáveis primárias na malha computacional deve ser avaliado com cautela. Pode-se realizar tal tarefa de forma deslocada, na qual as variáveis vetoriais são armazenadas nas faces dos volumes de controle, ao passo que as escalares se encontram nos centros dos mesmos. A co-localização, por sua vez, parte da armazenagem dos dois tipos de variáveis nas mesmas posições (centro dos volumes de controle). No código computacional em que o presente trabalho foi realizado, utiliza-se um arranjo do tipo deslocado.

O conceito de arranjo deslocado para coordenadas cartesianas foi introduzido por Harlow e Welch 1965. A utilização de esquemas de segunda ordem de precisão, para discretizações espaciais em malhas deslocadas, resulta na falta de necessidade de interpolações adicionais, situação diferente daquela em que é utilizada uma malha co-localizada. A principal vantagem da utilização de arranjos deslocados é o forte acoplamento entre pressão e velocidade, gerado pela discretização dos termos de pressão pelo esquema de diferenças centradas de segunda ordem de precisão. Tal situação evita o aparecimento de instabilidades no campo de pressão calculado.

Em escoamentos transientes, as equações de transporte também serão integradas no tempo, situação que requer a escolha de um procedimento adequado de desenvolvimento temporal. A aproximação temporal utilizada por este trabalho é discutida na seção que se segue.

4.1 Aproximações temporais e estabilidade numérica

Em simulações de grandes escalas, o tamanho do passo de tempo necessário para capturar as menores escalas resolvidas pode ser muito restritivo. Assim, o método de integração temporal deve ser escolhido com cautela.

Esquemas explícitos apresentam problemas de estabilidade numérica quando utiliza-se valores de CFL, definidos pela Equação 4.1, maiores do que a unidade.

$$C = \Delta t \sum_{i=1}^n \frac{u_{x_i}}{\Delta x_i} \leq C_{max} \quad (4.1)$$

Uma alternativa para restringir o tamanho do passo de tempo necessário para manter a estabilidade numérica é a definição do seguinte critério:

$$\Delta t = C \left(\frac{1}{\Delta t_{adv}} + \frac{1}{\Delta t_{dif}} \right)^{-1}, \quad (4.2)$$

no qual C é a condição CFL, compreendida entre 0 e 1 e Δt_{adv} e Δt_{dif} são, respectivamente, os tamanhos máximos permitidos de passos de tempo advectivo e difusivo, dados por:

$$\begin{aligned}\Delta t_{adv} &= \left(\frac{\Delta x}{|u|_{max}} + \frac{\Delta y}{|v|_{max}} + \frac{\Delta z}{|w|_{max}} \right) \\ \Delta t_{dif} &= \left(\frac{\Delta x^2}{\nu} + \frac{\Delta y^2}{\nu} + \frac{\Delta z^2}{\nu} \right),\end{aligned}\tag{4.3}$$

nos quais Δx , Δy e Δz dizem respeito ao comprimento de discretização da malha nas direções x , y e z , respectivamente. A variável $\nu = \mu/\rho$ determina a viscosidade cinemática, ao passo que $|u|_{max}$, $|v|_{max}$ e $|w|_{max}$ são os valores máximos das velocidades normalizadas u , v e w .

A utilização de um tratamento explícito para os termos advectivo e difusivo gera um tamanho de passo de tempo da ordem $\mathcal{O}(\Delta x^2)$, principalmente pelo termo difusivo (Ferziger e Perić 2002). Tal limitação numérica não ocorre em discretizações implícitas ou semi-implícitas. Estas duas metodologias apresentam uma estabilidade mais elevada, porém, uma implementação mais complicada. O tratamento implícito do termo difusivo faz com que a restrição temporal de ordem $\mathcal{O}(\Delta x^2)$ se torne $\mathcal{O}(\Delta x)$ (Villar 2007).

O código computacional utilizado neste trabalho, proposto por Vedovoto et al. 2011, utiliza-se de esquemas de integração temporal totalmente implícitos. A escolha de tamanhos de passo de tempo variáveis ou constantes também desempenha uma forte influência na estabilidade de uma simulação numérica. Tal assunto será tratado na seção seguinte.

4.2 Tamanho de passo de tempo variável

As situações experimentadas no presente trabalho foram realizadas com a utilização de passos de tempo variáveis. Isto se deve ao fato desta metodologia garantir resultados mais eficientes, além de uma maior acurácia, para situações em que observa-se uma grande quantidade de escalas de tempo (Vedovoto 2011).

A utilização desta metodologia, porém, exige modificações nos métodos de integração temporal comumente utilizados. As alterações se devem ao fato dos mesmos serem propostos para situações nas quais utiliza-se passos de tempo constantes. Neste âmbito, Wang 2005 propôs uma disposição semi-discretizada, de forma a garantir que qualquer equação diferencial possa ser integrada no tempo com a utilização de esquemas semi-

implícitos de segunda ordem:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} \sum_{j=0}^2 \alpha_{j,n+1} U^{n+j} = \sum_{j=0}^1 \beta_{j,n+1} \zeta(U^{n+j}) + \sum_{j=0}^2 \theta_{j,n+1} \epsilon(U^{n+j}), \quad (4.4)$$

na qual $\zeta(U^{n+j})$ e $\epsilon(U^{n+j})$ correspondem, respectivamente, às contribuições difusivas e advectivas, ao passo que $n+1$ diz respeito ao tempo atual. Os valores de $\alpha_{j,n+1}$, $\beta_{j,n+1}$ e $\theta_{j,n+1}$ são determinados por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{0,n+1} = \frac{(2\gamma - 1)\omega_{n+1}^2}{1 + \omega_{n+1}} \\ \alpha_{1,n+1} = (1 - 2\gamma)\omega_{n+1} - 1 \\ \alpha_{2,n+1} = \frac{1 + 2\gamma\omega_{n+1}}{1 + \omega_{n+1}} \\ \beta_{0,n+1} = -\gamma\omega_{n+1} \\ \beta_{1,n+1} = 1 + \gamma\omega_{n+1} \\ \theta_{0,n+1} = \frac{c}{2} \\ \theta_{1,n+1} = 1 - \gamma - \left(1 + \frac{1}{\omega_{n+1}}\right) \frac{c}{2} \\ \theta_{2,n+1} = \gamma + \frac{c}{2\omega_{n+1}} \end{array} \right., \quad (4.5)$$

sendo que $\omega_{n+1} = \Delta t_{n+1}/\Delta t_n$ é a relação entre dois passos de tempo consecutivos.

O código utilizado para realizar as simulações do presente trabalho utiliza-se de um esquema totalmente implícito. Em outras palavras, diz-se que as equações de transporte resolvidas no domínio euleriano são discretizadas de acordo com a integração temporal que será descrita a seguir. A Equação 4.4, reformulada para este fim, assume a seguinte forma:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} \sum_{j=0}^2 \alpha_{j,n+1} U^{n+j} = \sum_{j=0}^2 \theta_{j,n+1} (\zeta(U^{n+j}) + \epsilon(U^{n+j})). \quad (4.6)$$

A aplicação desta reformulação na Equação 3.2, define a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_2(u_i)^{n+1} + \alpha_1(u_i)^n + \alpha_0(u_i)^{n-1}}{\Delta t} = & -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \right) + \\ & + (\theta_{2,n+1}) \left(\frac{\partial \tau_{ij}^{n+1}}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i^{n+1} u_j^{n+1}}{\partial x_j} \right) + \\ & + (\theta_{1,n+1}) \left(\frac{\partial \tau_{ij}^n}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i^n u_j^n}{\partial x_j} \right) + \\ & + (\theta_{0,n+1}) \left(\frac{\partial \tau_{ij}^{n-1}}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i^{n-1} u_j^{n-1}}{\partial x_j} \right), \end{aligned} \quad (4.7)$$

com os valores de $\theta_{0,n+1}$, $\theta_{1,n+1}$ e $\theta_{2,n+1}$ definidos pela Equação 4.5.

A escolha das constantes γ e c , na equação anterior, permite a obtenção de métodos conhecidos de integração temporal como, por exemplo, Crank-Nicolson ($\gamma = 0,5$ e $c = 0,0$), Crank-Nicolson Modificado ($\gamma = 0,5$ e $c = 0,125$) e Fórmula das Diferenças Anteriores ($\gamma = 1,0$ e $c = 0,0$), que foi a formulação utilizada no presente trabalho.

A metodologia utilizada para a discretização espacial das equações de transporte será discutida na seção seguinte.

4.3 Discretização espacial das equações de transporte

Os termos difusivo e advectivo das equações de transporte são determinados através do esquema de diferenças centradas (*Central Difference Scheme* - CDS). A discretização de uma derivada, com a utilização da aproximação CDS, é explicitada através da Figura 4.1, a qual apresenta um volume de controle elementar, com comprimentos Δx , Δy e Δz . Nesta figura, as letras maiúsculas denotam posições centrais dos volumes de controle, ao passo que os caracteres minúsculos dizem respeito à posições localizadas nas faces dos mesmos. As letras e, w, n, s, t e b, bem como as apresentadas em forma maiúscula representam, respectivamente, as posições leste (*east*), oeste (*west*), norte (*north*), sul (*south*), topo (*top*) e fundo (*bottom*), relativas ao ponto P - posição central do volume de controle de referência.

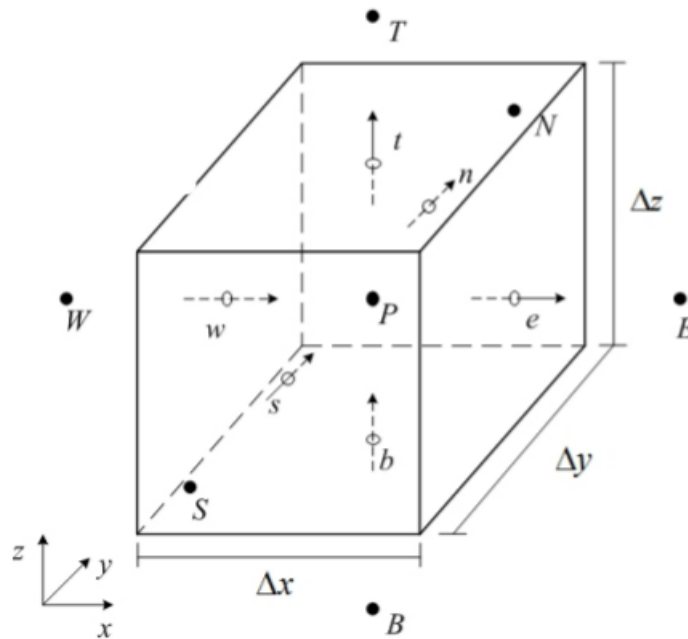


Figura 4.1: Volume de controle elementar.

O termo advectivo da Equação 4.7, no tempo $k + 1$, na direção x e para $i = 1$ $j = 1$

é aproximado, através do método de volumes finitos, da seguinte maneira:

$$\frac{\partial uu^{k+1}}{\partial x} = [(uu)_e - (uu)_w] \Delta x \Delta y \quad (4.8)$$

As malhas a serem utilizadas podem ser uniformes ou não. Este trabalho foi realizado com malhas do tipo uniforme e, por este motivo, estas servirão de exemplo para a explicitação da metodologia.

A Figura 4.2 apresenta um exemplo típico de refinamento com malha uniforme. Nesta, a letra P denota o centro do volume de controle atual, ao passo que E, W, N e S dizem respeito aos centros dos volumes à direita, à esquerda, acima e abaixo do mesmo. As letras minúsculas representam as mesmas direções, porém, posicionadas nas faces dos volumes de controle.

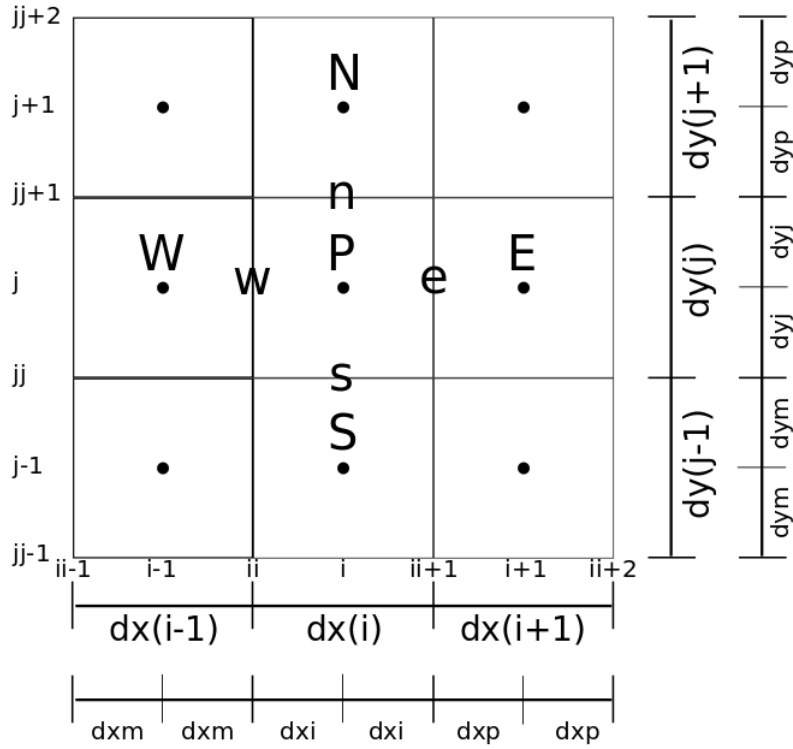


Figura 4.2: Exemplo de refinamento uniforme e distâncias associadas às faces do plano XY.

O cálculo de um escalar ϕ qualquer, localizado no centro de um volume de controle, é determinado em uma face da seguinte maneira:

$$\phi_e = \theta_E \lambda_e + \phi_P (1 - \lambda_e), \quad (4.9)$$

$$\text{com } \lambda_e = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P} = \frac{dx_i}{dx_i + dx_p}, \quad dx_m = \frac{dx(i-1)}{2}, \quad dx_i = \frac{dx(i)}{2} \text{ e } dx_p = \frac{dx(i+1)}{2}.$$

Neste caso, os valores apresentados são constantes em toda a malha. Tal situação não se repete em casos em que se utiliza malhas não uniformes. Os valores de λ_e , dx_m , dx_i e dx_p serão calculados em cada ponto do domínio.

Finalmente, há a necessidade de fornecer as condições de contorno para que seja possível a resolução das equações de transporte. Este trabalho foi realizado com condições do tipo advectivas. Dois métodos de geração de condições de entrada turbulentas, uma proposta por Smirnov, Shi e Celik 2001 e implementada por Vedovoto 2011 e outra proposta por Jarrin et al. 2006 e implementada pelo autor do presente trabalho, foram utilizadas em algumas simulações numéricas realizadas.

Concluída a discretização das equações de transporte, apresenta-se o acoplamento pressão-velocidade utilizado.

4.4 Acoplamento pressão-velocidade

A utilização de uma metodologia de passos fracionados totalmente implícita, acarreta na necessidade de resolução de equações de Poisson, para corrigir os campos de velocidade e pressão. A obtenção desta é realizada a partir de um rearranjo da Equação 4.7, com o gradiente de pressão avaliado no tempo n :

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_2(u_i^*)^{n+1} + \alpha_1(u_i)^n + \alpha_0(u_i)^{n-1}}{\Delta t} = & -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right) + \\ & + (\theta_{2,n+1}) \left(\frac{\partial \tau_{ij}^{n+1}}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i^{n+1} u_j^{n+1}}{\partial x_j} \right) + \\ & + (\theta_{1,n+1}) \left(\frac{\partial \tau_{ij}^n}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i^n u_j^n}{\partial x_j} \right) + \\ & + (\theta_{0,n+1}) \left(\frac{\partial \tau_{ij}^{n-1}}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i^{n-1} u_j^{n-1}}{\partial x_j} \right), \end{aligned} \quad (4.10)$$

na qual o termo u_i^{*n+1} corresponde ao campo de velocidades estimado.

A partir da subtração das Equações 4.10 e 4.7 e da definição de $Q = p^{n+1} - p^n$, obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{\alpha_2(u_i^{*n+1} - u_i^{n+1})}{\Delta t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial Q}{\partial x_i}. \quad (4.11)$$

A aplicação do divergente resulta em:

$$\frac{\alpha_2}{\Delta t} \left(\frac{\partial u_i^{*n+1}}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial Q}{\partial x_i} \right). \quad (4.12)$$

Neste trabalho foram realizadas simulações numéricas de escoamentos incompressíveis. Nestes casos, a segunda derivada do lado esquerdo da equação anterior é nula, resultando em:

$$\frac{\alpha_2}{\Delta t} \left(\frac{\partial u_i^{*n+1}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x_i \partial x_i} \right). \quad (4.13)$$

Finalmente, a correção da velocidade é obtida a partir da Equação 4.14:

$$u_i^{n+1} = u_i^{*n+1} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial Q}{\partial x_i} \right) \frac{\Delta t}{\alpha_2}. \quad (4.14)$$

Neste capítulo foram apresentadas as metodologias utilizadas para discretizações espaciais e temporais, além do acoplamento pressão-velocidade utilizados neste trabalho. A seguir, serão apresentados os resultados obtidos pelas simulações numéricas realizadas.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a apresentação da modelagem matemática e numérica, utilizadas no presente trabalho, apresenta-se e discute-se os resultados obtidos nas simulações numéricas propostas. Com este fim, foram realizados dois experimentos distintos. No primeiro, com o intuito de verificar o código computacional utilizado, representa-se um escoamento laminar, a $Re_H = 400$, ocorrendo em uma expansão brusca. No segundo, por sua vez, trata-se um escoamento turbulento, a $Re_H = 48.750$, ocorrendo em uma câmara de combustão. Tais situações foram simuladas e os resultados foram comparados com referências bibliográficas já publicadas. Uma melhor descrição dos experimentos realizados, bem como uma discussão sobre os resultados obtidos, serão apresentados nas seções que se seguem.

5.1 Validação do Código Computacional Fluids 3D

Lee e Mateescu 1998 realizaram algumas experimentações envolvendo escoamentos em um degrau descendente. Tais experimentos basearam-se em expansões bruscas distintas, oriundas de um controle do tamanho do plano de entrada. Este controle fora realizado através de regulagens na altura do degrau à entrada do domínio.

A Figura 5.1 apresenta uma ilustração esquemática do experimento em questão. Nesta, as variáveis H_u , H_d e H denotam, respectivamente, as alturas à entrada do canal, após a expansão brusca e do degrau (regulável). As distâncias entre o final do degrau e o fim das recirculações inferior e superior são expressas por x_r e x_{rs} , ao passo que x_s diz

respeito à distância entre o início do degrau e o início da recirculação superior.

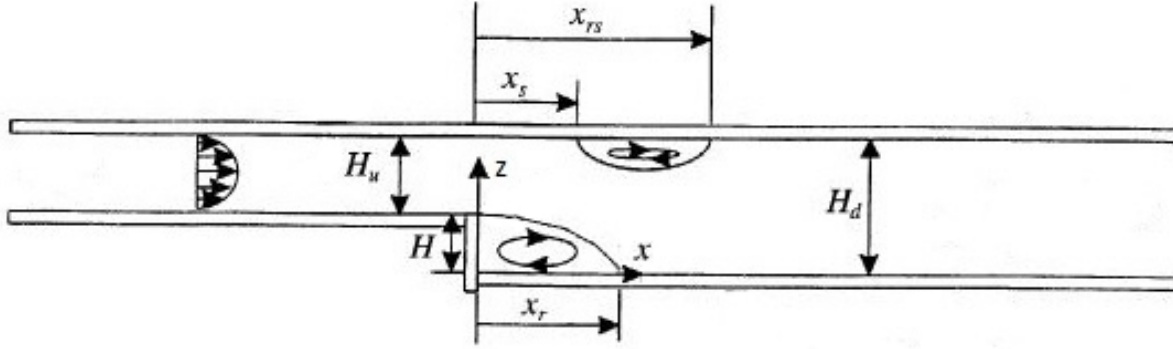


Figura 5.1: Ilustração esquemática do experimento realizado por Lee e Mateescu 1998.

A validação do código utilizado foi realizada com simulações numéricas de um dos casos experimentados por Lee e Mateescu 1998. Os cálculos foram realizados de forma serial, em processadores Intel i5-750 de 2,67 GHz, com quatro núcleos de processamento e 4 Gb de memória RAM.

Os resultados obtidos foram comparados com os apresentados pelos mesmos autores e com os determinados por Mariano 2011. Essa referência apresenta simulações numéricas deste experimento em outro código computacional, denominado de IMERSPEC, baseado em uma metodologia espectral para a resolução das equações diferenciais relevantes ao problema em questão.

O experimento simulado apresenta um comprimento $L = 34,44 \text{ m}$, altura $H_d = 1,0 \text{ m}$ e um degrau $H = 0,5 \text{ m}$. O escoamento experimenta $Re = 400$ e o perfil de velocidades médias, à entrada do domínio, é definido por:

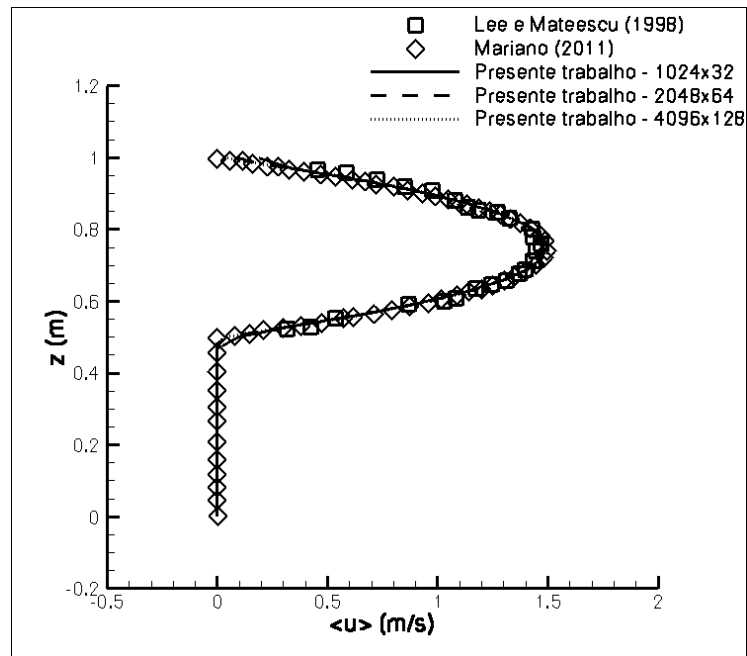
$$u(z) = \begin{cases} -24(H_d - z)(H - z) & \text{se } H < z \leq H_d, \\ 0 & \text{se } 0 \leq z \leq H, \end{cases} \quad (5.1)$$

com $H_d = 1,0 \text{ m}$ e $H = 0,5 \text{ m}$. Em $x = 34,44$, utilizou-se condição de contorno advectiva, ao passo que a condição de não deslizamento foi aplicada nos limites superior e inferior do domínio em z , com o intuito de garantir que a velocidade do fluido fosse nula nestas regiões.

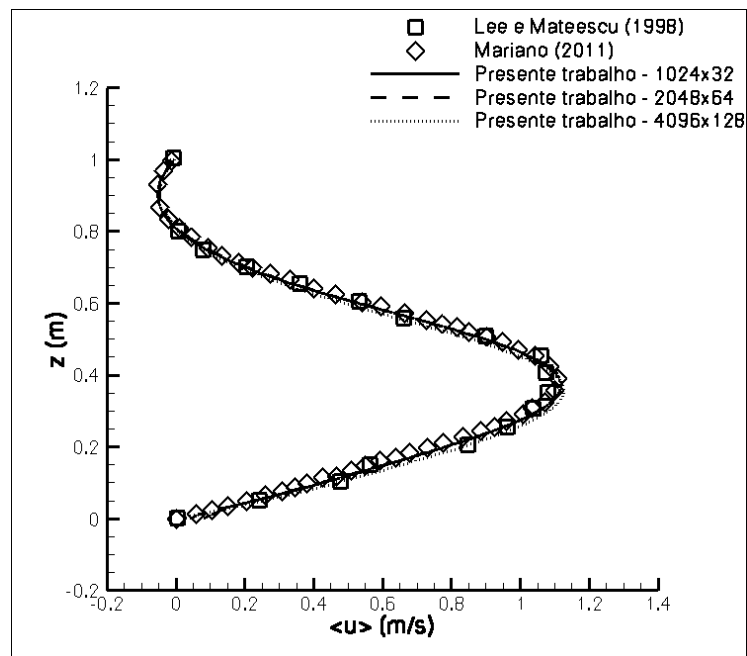
Foram realizados três diferentes refinamentos de malha (1024x32, 2048x64 e 4096x128 pontos), sem utilização de modelagens de turbulência. Os resultados obtidos são referentes a um período de 400 segundos físicos.

Os perfis de velocidade determinados pelas simulações numéricas, avaliados em três estações verticais distintas ($x = 0 \text{ m}$, 7 m e 15 m), são apresentados na Figura 5.2.

Percebe-se uma boa concordância entre os resultados obtidos pelo presente trabalho e os dados experimentados por Lee e Mateescu 1998, além dos cálculos realizados por Mariano 2011.



(a)



(b)

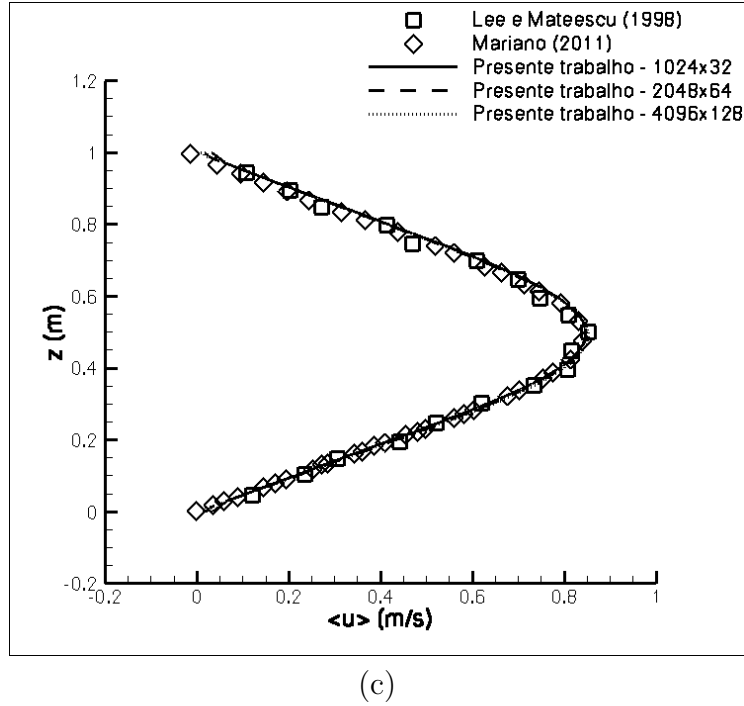


Figura 5.2: Perfis de velocidade média para escoamentos bidimensionais em um degrau descendente: (a) $x = 0$ m, (b) $x = 7$ m e (c) $x = 15$ m.

Uma interessante análise, para escoamentos ocorrendo em um degrau descendente, é a comparação entre os comprimentos de recirculações gerados devidos à expansão brusca presente em experimentos desta natureza. Neste âmbito, a Tabela 5.1 apresenta dados relacionados aos comprimentos das bolhas de recirculação, obtidos nas simulações numéricas realizadas no presente trabalho e naquele realizado por Mariano 2011. Tais comprimentos foram determinados através da análise das linhas de corrente do escoamento. São apresentados, também, os desvios relativos destes resultados, quando comparados com os obtidos por Lee e Mateescu 1998.

Tabela 5.1: Comprimentos característicos de recirculações em um degrau descendente

	x_r/H	Desvio	x_s/H	Desvio	x_{rs}/H	Desvio
Lee e Mateescu 1998	12,90	—	10,30	—	20,5	—
Mariano 2011 - 4096x128	12,19	5,5%	9,94	3,5%	20,7	0,97%
Presente trabalho - 1024x32	12,05	6,59%	9,6	6,80%	20,2	1,46%
Presente trabalho - 2048x64	12,3	4,65%	9,8	4,85%	20,65	0,73%
Presente trabalho - 4096x128	12,25	5,04%	9,8	4,85%	20,7	0,97%

A análise dos dados obtidos sugere que, a partir do segundo refinamento de malha, os comprimentos das bolhas de recirculação encontram-se muito próximos daqueles determinados experimentalmente e numericamente, o que garante a validação do código computacional avaliado. Mostra-se, também, a independência de malha, que ocorre no segundo refinamento realizado. Tal independência é observada pelo fato de não haver

alterações significativas nos resultados com o aumento do refinamento de malha.

Uma outra análise foi realizada, com o intuito de comparar as duas metodologias de resolução de equações diferenciais mencionadas (método dos volumes finitos e espectral): o tempo de processamento necessário para a conclusão das simulações mencionadas. Para este fim, os cálculos foram realizados, de forma serial, em computadores semelhantes, além de apresentarem rigorosamente as mesmas características (salvo o método de resolução das equações diferenciais). A análise foi realizada avaliando-se o desempenho dos códigos computacionais FLUIDS 3D (baseado em volumes finitos) e IMERSPEC (implementado com métodos espectrais) desenvolvidos, respectivamente, por Vedovoto et al. 2011 e Mariano 2011. Os resultados são apresentados na Tabela 5.2 e Figura 5.3.

Tabela 5.2: Quantidade de iterações e tempo necessários para os cálculos propostos.

Refinamento de malha	Código computacional	Iterações realizadas	Tempo de processamento (h)
1024x32	FLUIDS3D	23910	1,044
	IMERSPEC	22400	3,009
2048x64	FLUIDS3D	47940	6,19
	IMERSPEC	44800	28,2
4096x128	FLUIDS3D	95960	44,11
	IMERSPEC	89600	264,68

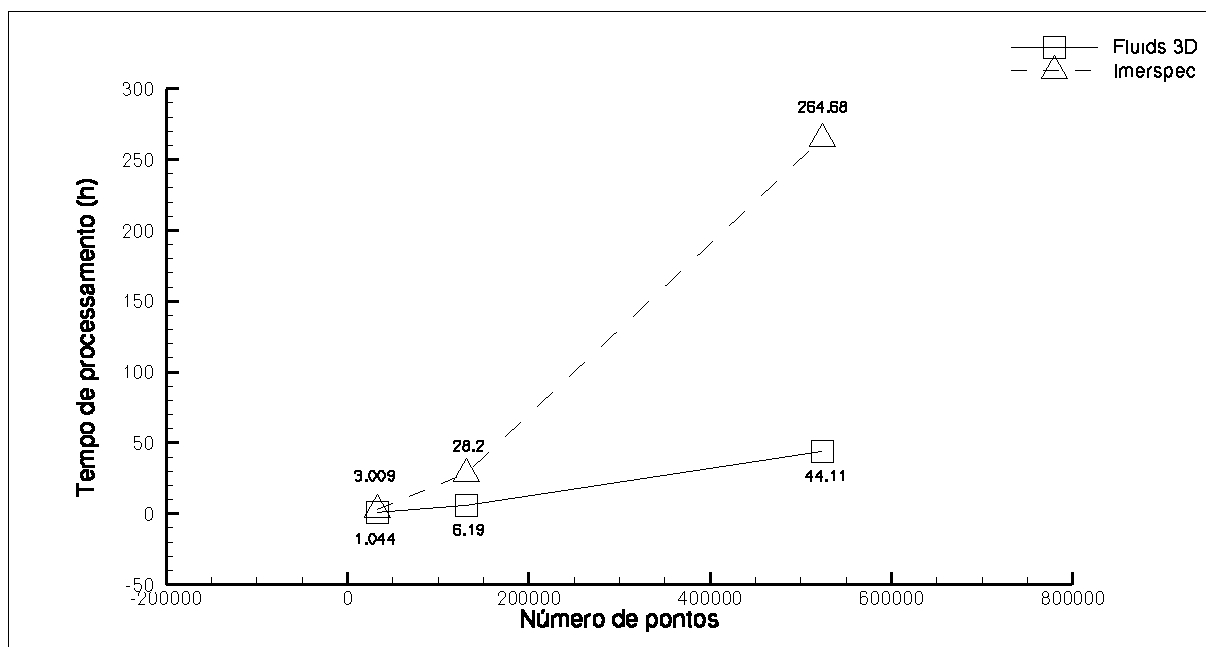


Figura 5.3: Tempos de processamento dos códigos computacionais utilizados.

Observa-se uma significativa diferença entre os tempos de processamento dos dois códigos utilizados. O código computacional FLUIDS 3D foi o que necessitou de um

menor tempo computacional para uma mesma situação simulada. Entretanto, é salutar a menção de que o código IMERSPEC, por se utilizar de métodos espectrais, é de alta acurácia frente ao código baseado em volumes finitos.

A verificação do código FLUIDS 3D permitiu a realização de simulações numéricas de escoamentos mais complexos. Nas seções seguintes, serão apresentados os resultados referentes a simulações de escoamentos turbulentos e não reativos, ocorrendo em uma câmara de combustão.

5.2 Câmara de Combustão A3C

Moreau et al. 1996 realizaram experimentos não reativos e reativos em uma câmara de combustão, denominada de A3C. Uma figura esquemática da bancada experimental utilizada é apresentada na Figura 5.4. Os dados referentes aos campos médios de velocidades longitudinais $\bar{u}$ e suas flutuações rms u'_{rms} , foram retirados através de velocimetria *laser* pelos autores mencionados.

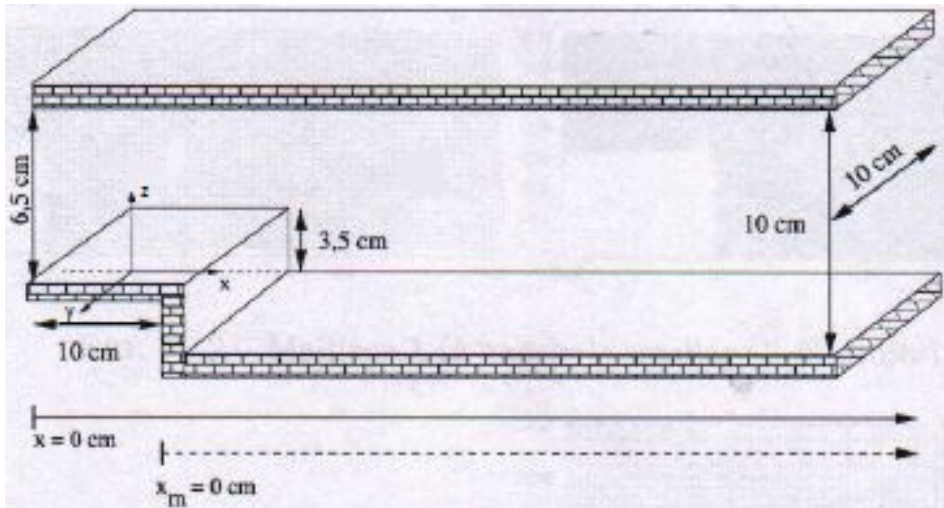


Figura 5.4: Ilustração esquemática do experimento realizado por Moreau et al. 1996.

Tal experimento apresenta um comprimento $L = 0,9 \text{ m}$, altura $H_d = 0,1 \text{ m}$, largura $W = 0,1 \text{ m}$ e um degrau $H = 0,035 \text{ m}$, com comprimento $z_H = 0,1 \text{ m}$. O escoamento experimenta $Re = 48750$ e o perfil de velocidades médias à entrada do domínio, ajustado

a partir dos dados experimentais, é definido por:

$$u(z) = \begin{cases} \bar{U} \left\{ 1 - \left[\frac{z - \left(\frac{H_u}{2} + H \right)}{\frac{H_u}{2}} \right]^\psi \right\} & \text{se } H < z \leq H_d \\ 0 & \text{se } 0 \leq z \leq H, \end{cases} \quad (5.2)$$

com $\bar{U} = 55 \text{ m/s}$, $H_u = 0,065 \text{ m}$, $\psi = 10$ e $H = 0,035 \text{ m}$. Tal perfil é apresentado pela Figura 5.5, disposta a seguir:

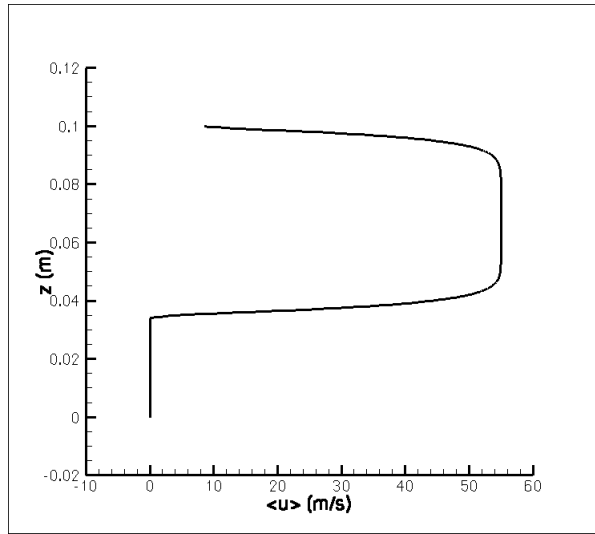


Figura 5.5: Perfil de velocidades médias à entrada do domínio.

Os cálculos relativos a esta seção necessitam de mais recursos computacionais por se tratarem de simulações de escoamentos turbulentos. Por este motivo, as mesmas foram realizados em um sistema SGI Altix XE 1300. Trata-se de um *cluster* composto por um total de 30 nós computacionais, dos quais quatro são do modelo SGI/Altix XE 340, com dois processadores Intel Xeon E5540 de 2,53 *GHz* e 16 núcleos de processamento. Os vinte e seis restantes fazem parte do modelo SGI/Altix XE 340, com dois processadores Intel Xeon E5650 de 2,67 *GHz* e 24 núcleos de processamento. Esta infraestrutura computacional resulta em um total de 688 núcleos de processamento, interconectados por uma rede Infiniband QDR. Desta maneira, tornou-se possível a realização de simulações numéricas deste experimento em situações bi e tridimensionais, com a utilização de duas modelagens de turbulência distintas, além de três diferentes métodos de geração de condições de contorno turbulentas. Uma breve descrição dos experimentos realizados no presente trabalho é apresentada, de forma sequencial, na Tabela 5.3:

Tabela 5.3: Simulações numéricas realizadas no presente trabalho.

Dimensões	Refinamento de malha	Quantidade de processadores	Modelo de turbulência	Método de geração de condições de contorno
2D	600x100	20	Smagorinsky	Ruído branco
3D	450x50x50	80	Smagorinsky	Ruído branco
3D	450x50x50	80	Dinâmico	Ruído branco
3D	450x50x50	100	Dinâmico	<i>Random Flow Generation</i> (1000 modos de Fourier)
3D	450x50x50	36	Dinâmico	<i>Synthetic Eddy Method</i> (10000 estruturas)
3D	450x50x50	100	Dinâmico	<i>Synthetic Eddy Method</i> (100000 estruturas)

Os resultados obtidos serão apresentados nas seções que se seguem.

5.2.1 Simulação bidimensional

Uma simulação numérica bidimensional foi realizada e comparada com os resultados obtidos experimentalmente por Moreau et al. 1996. O modelo de turbulência utilizado foi aquele proposto por Smagorinsky 1963, com $C_S = 0,18$. O valor da constante de Smagorinsky, C_S , utilizado tem como base o trabalho de Lilly 1967. Nestes cálculos, também foi utilizada a função de amortecimento proposta por Driest 1956. Esta função, mencionada no capítulo de modelagem matemática, tem o intuito de realizar uma melhor caracterização do escoamento próximo às regiões parietais (condição de não deslizamento).

Esta simulação foi realizada de forma paralelizada, com 20 processadores e um refinamento de malha de 600x100 pontos. Os cálculos foram realizados até um período de 10 segundos físicos. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 5.6, que retrata os perfis de velocidades médias determinados no presente trabalho, juntamente com os dados obtidos experimentalmente por Moreau et al. 1996. São apresentadas várias estações verticais, posicionadas pela coordenada x_m , em relação ao degrau.

Observa-se que a modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963, utilizada em uma simulação bidimensional, produz resultados interessantes quando comparados aos experimentos da referência utilizada. Entretanto, nas regiões mais próximas às paredes superior e inferior, percebe-se uma maior diferença entre os dados experimentais e os simulados no presente trabalho.

A análise da Figura 5.7 sugere um comportamento semelhante ao observado anteriormente. Os maiores desvios observados, quando compara-se os perfis de flutuação de veloci-

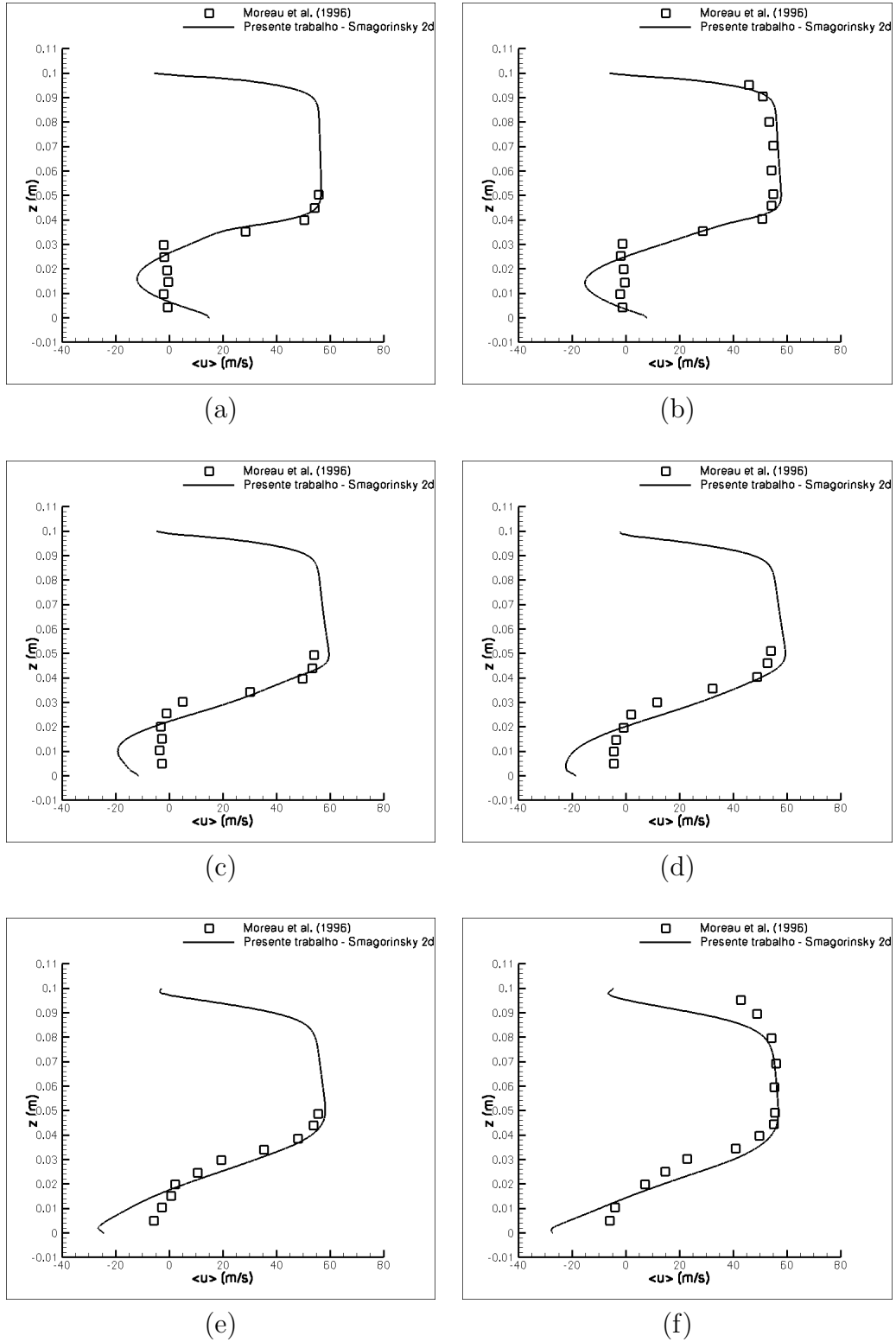


Figura 5.6: Perfis de velocidade média em escoamento bidimensional, com modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

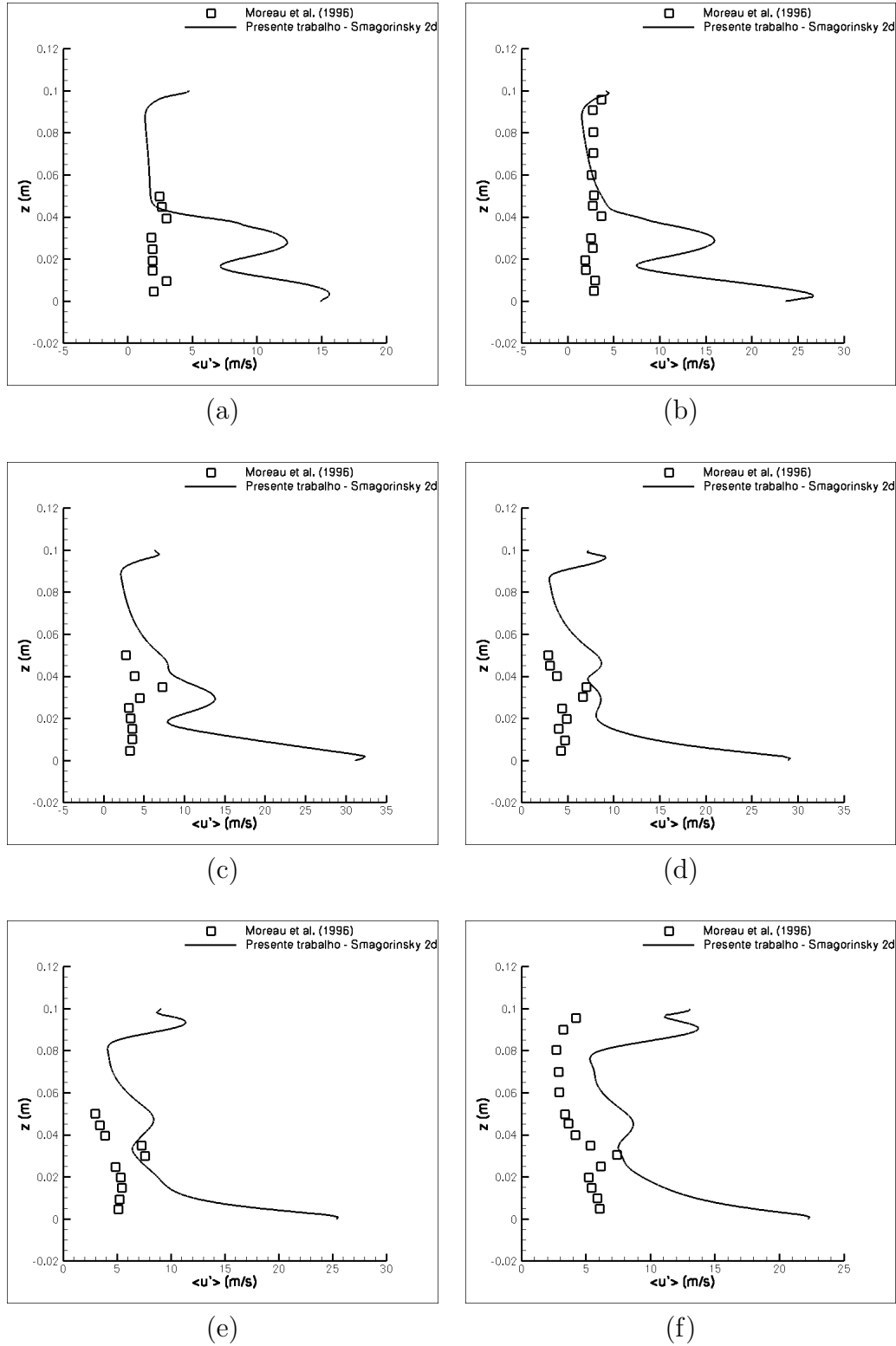


Figura 5.7: Perfis de flutuação média de velocidade em um escoamento bidimensional, com modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

dades calculados com os obtidos experimentalmente por Moreau et al. 1996, encontram-se nas posições mais próximas às regiões parietais. As flutuações médias determinadas pelo código apresentam-se, geralmente, superiores às determinadas experimentalmente.

A comparação entre dados experimentais retirados de um experimento tridimensional, com simulações numéricas de um escoamento bidimensional é um fator relevante para explicar os resultados apresentados nesta seção. Contribuições da componente de velocidade w , por exemplo, não são contabilizadas nesta aproximação. Assim, cálculos em três dimensões foram realizados e podem ser avaliados na seção a seguir.

5.2.2 Simulações tridimensionais

Cálculos tridimensionais foram realizados com a utilização do modelo de turbulência proposto por Smagorinsky 1963. Novamente, o valor de $C_S = 0,18$ foi utilizado para a constante de Smagorinsky. As simulações a seguir foram realizadas com a adição de uma largura $W = 0,1\text{ m}$ ao domínio de cálculos. Os resultados obtidos foram comparados com os apresentados anteriormente, além daqueles experimentados por Moreau et al. 1996.

Esta simulação foi realizada de forma paralelizada, com 80 processadores e um refinamento de malha de $450 \times 50 \times 50$ pontos. Os cálculos foram realizados até um período de 3,55 segundos físicos, com um total de 322800 iterações. O tempo necessário para a realização dos mesmos foi de 233,54 horas.

Os resultados obtidos são apresentados na Figura 5.8, que retrata os perfis de velocidades médias determinados no presente trabalho, juntamente com os dados obtidos experimentalmente por Moreau et al. 1996.

Uma melhor representação dos perfis de velocidades experimentados pela referência adotada é apresentada nesta figura. Percebe-se uma melhor caracterização do escoamento nas regiões próximas às paredes, quando compara-se com os resultados apresentados anteriormente. Tal afirmação se torna ainda mais relevante quando se analisa apenas o limite superior do domínio.

As flutuações de velocidade, apresentadas pela Figura 5.9, também apresentaram uma sensível melhora. Observa-se que os resultados obtidos pelo presente trabalho seguem a mesma tendência dos pontos retirados pela referência adotada. Os valores absolutos das flutuações apresentam-se menores que aqueles determinados anteriormente e mais próximos dos dados experimentais.

Com a verificação de uma sensível melhora nos resultados obtidos propôs-se, então, a realização de simulações numéricas deste mesmo escoamento, porém, com a utilização de

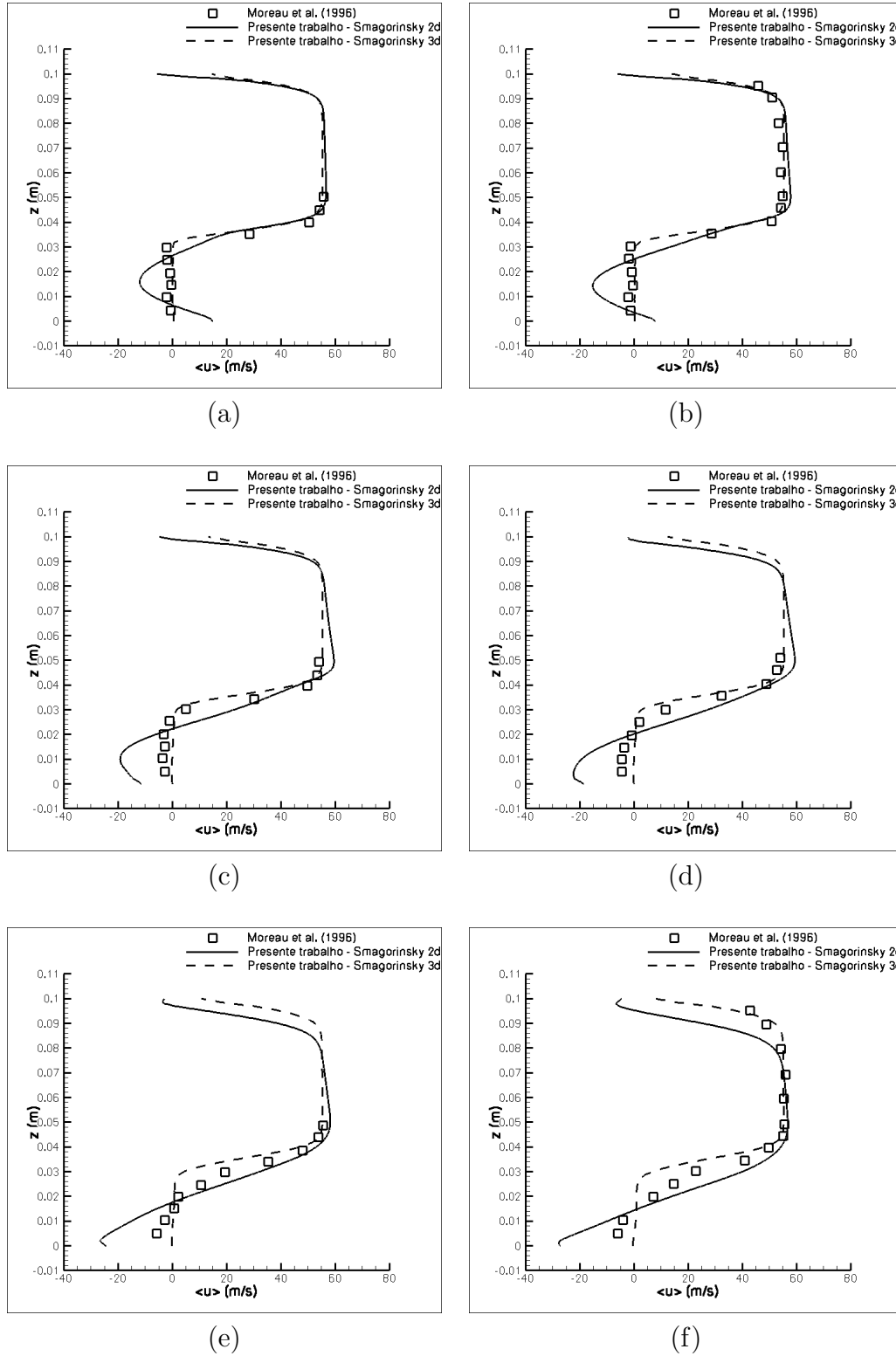


Figura 5.8: Perfis de velocidade média em escoamentos bi e tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

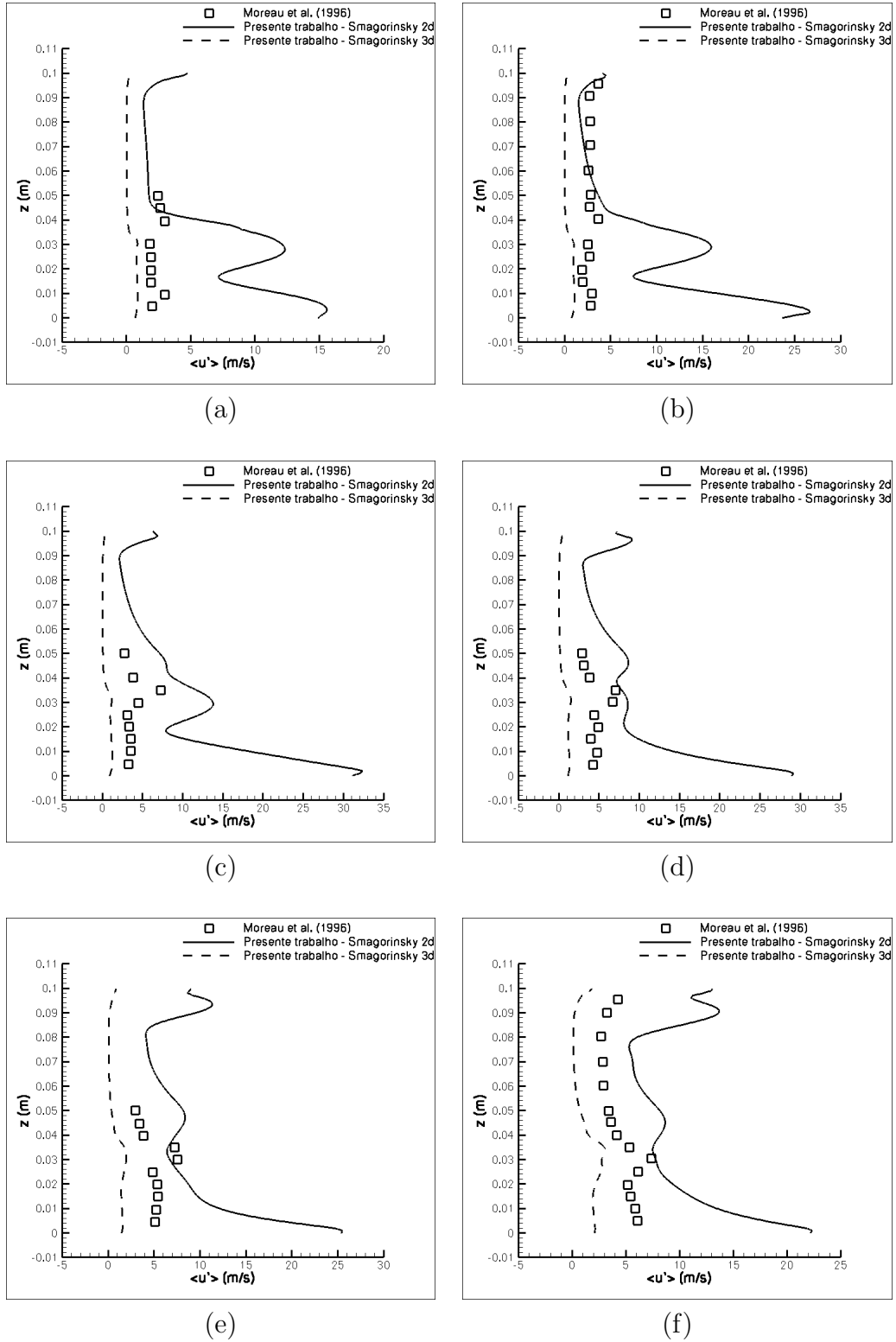


Figura 5.9: Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos bi e tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

outro modelo de turbulência. A modelagem proposta por Germano et al. 1991 foi, então, utilizada na situação que será apresentada a seguir.

Esta simulação foi realizada de forma paralelizada, com 80 processadores e um refinamento de malha de 450x50x50 pontos. Os cálculos foram realizados até um período de 4,82 segundos físicos, com um total de 447740 iterações. O tempo necessário para a realização dos mesmos foi de 318,48 horas.

Os resultados obtidos são apresentados na Figura 5.10, que retrata os perfis de velocidades médias determinados no presente trabalho, juntamente com os dados obtidos experimentalmente por Moreau et al. 1996.

Os perfis de velocidade média encontram-se melhor ajustados até a posição de 4 cm após a expansão brusca. Até esta posição, as velocidades abaixo de $z = 0,03 m$ são aproximadamente nulas e o uso da modelagem dinâmica garante uma melhor representação do escoamento ocorrendo próximo à parede inferior. A partir de $x_m = 0,06 m$, os resultados obtidos com o modelo de Germano et al. 1991 seguem a tendência dos dados obtidos por Moreau et al. 1996, porém apresentam-se distantes dos valores absolutos relatados pela referência adotada.

Os perfis de flutuação, mostrados na Figura 5.11, apresentam um melhor ajuste aos dados experimentais, quando comparados aos resultados anteriores. Percebe-se que em todas as posições apresentadas, os resultados obtidos com a modelagem dinâmica seguiram a tendência dos dados relatados pela referência. Entretanto, ainda há um desvio significativo entre os mesmos.

O ajuste dinâmico proposto por Germano et al. 1991, descrito pela Equação 3.30, que se trata da explicitação de uma função que se ajusta ao escoamento no tempo e no espaço, é responsável pela geração de resultados mais interessantes do que os anteriores, que partem da utilização de uma constante (C_S). Entretanto, os maiores desvios apresentados anteriormente, em posições mais afastadas da expansão brusca e próximas à região parietal inferior, impulsionaram o autor deste trabalho a utilizar condições de entrada mais realistas, com o intuito de investigar a influência das mesmas no escoamento estudado.

A determinação das flutuações de velocidade, nas simulações numéricas apresentadas até então, foi realizada através da inserção de um ruído branco no sinal de velocidades à entrada do domínio. Este ruído é caracterizado por se tratar de uma distribuição normal, com média $\mu = 0$ e variância $\sigma = 1$. A utilização desta ferramenta tem o intuito de prover aleatoriedade ao sinal de velocidades. Entretanto, sabe-se que este tipo de ruído não é o mais apropriado para a caracterização de escoamentos turbulentos, pelo fato do mesmo gerar um espectro de energia cinética turbulenta igualmente distribuído em todas as escalas de comprimento.

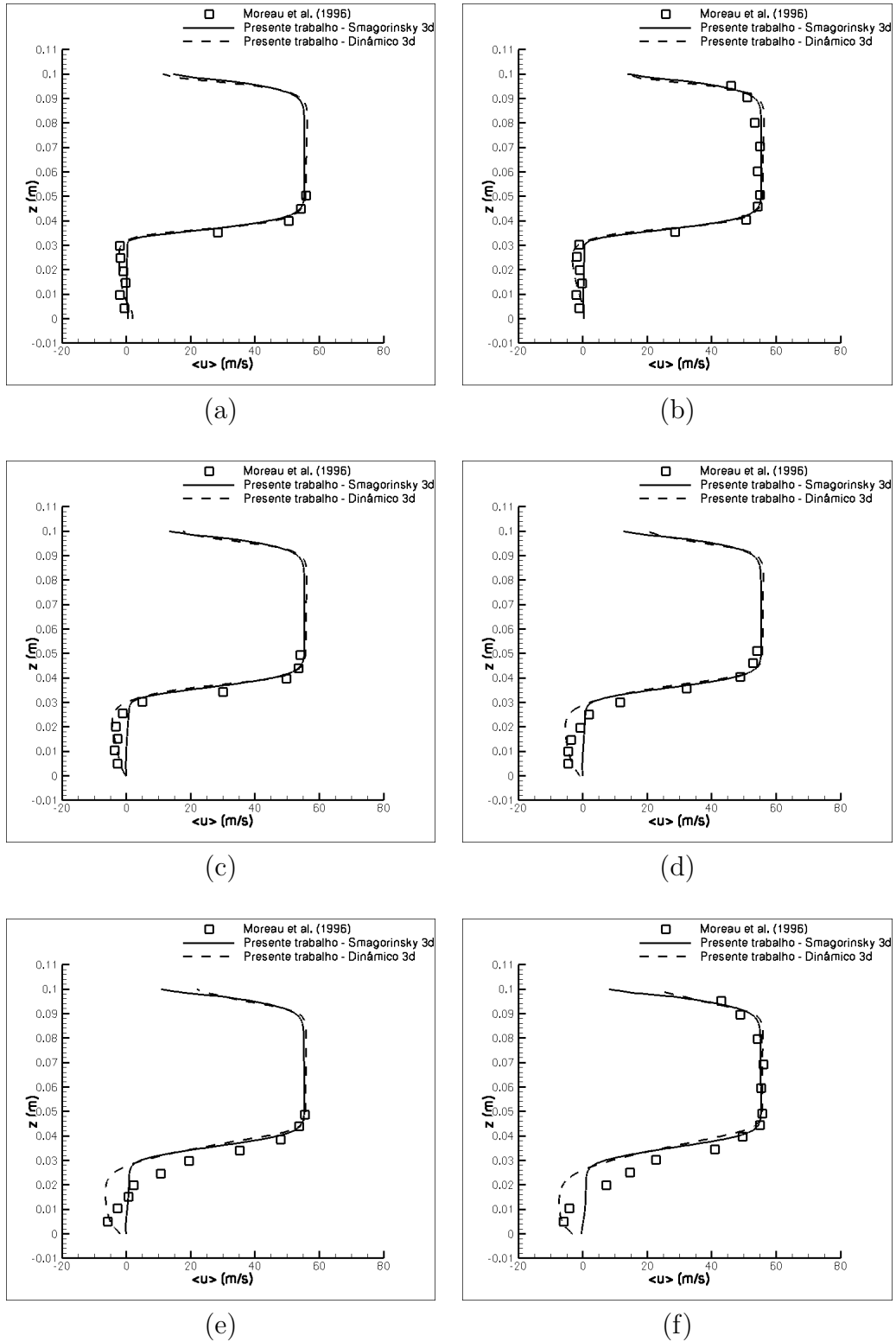


Figura 5.10: Perfis de velocidade média em escoamentos tridimensionais, com modelagens de turbulência propostas por Smagorinsky 1963 e Germano et al. 1991: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

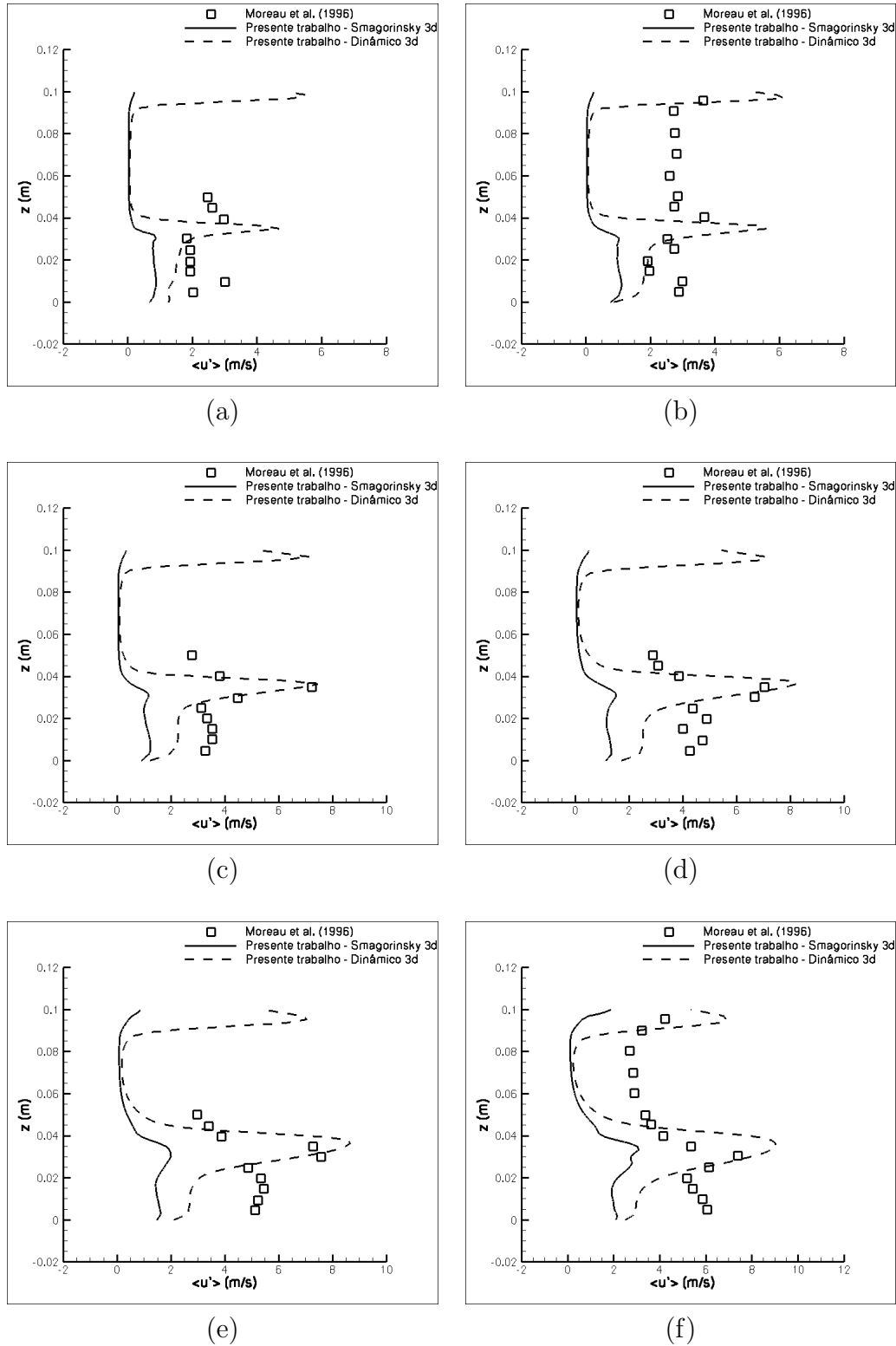


Figura 5.11: Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos tridimensionais, com modelagens de turbulência propostas por Smagorinsky 1963 e Germano et al. 1991: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

Assim, duas metodologias de geração de condições de entrada turbulentas foram utilizadas nas simulações numéricas que se seguem. Primeiramente, utilizou-se o método *Random Flow Generation*, proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001, que parte da decomposição de Fourier com coeficientes computados de dados espectrais obtidos em diferentes posições no domínio. Em seguida, a técnica *Synthetic Eddy Method*, proposta por Jarrin et al. 2006 foi aplicada. Esta, por sua vez, se baseia na criação de uma caixa de estruturas turbilhonares na entrada do domínio. Tais modelagens foram discutidas no capítulo de modelagem matemática.

Os próximos resultados são frutos de uma simulação numérica que fora realizada de forma paralelizada, com 100 processadores e um refinamento de malha de 450x50x50 pontos. Os cálculos foram realizados até um período de 7,45 segundos físicos, com um total de 502180 iterações. O tempo necessário para a realização dos mesmos foi de 166,12 horas. Neste caso, foi utilizado o método *Random Flow Generation*, proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001, para geração de condições de entrada mais realistas.

A análise da Figura 5.12 permite observar que houve um melhor ajuste dos perfis de velocidades médias calculados no presente trabalho com os dados experimentados pela referência adotada. Nota-se uma piora nos perfis localizados em regiões mais próximas ao degrau, porém, uma sensível melhora nas posições mais distantes da expansão brusca.

Quanto aos perfis de flutuação média, apresentados pela Figura 5.13, observa-se uma melhora significativa no ajuste dos resultados obtidos com aqueles apresentados pela referência adotada. Percebe-se que os resultados do presente trabalho comportam-se de forma semelhante aos dados experimentais, sendo ainda mais condizentes nas regiões mais distantes à expansão brusca.

Com a conclusão dos cálculos apresentados anteriormente, iniciaram-se os estudos da metodologia proposta por Jarrin et al. 2006. O método denominado de *Synthetic Eddy Method*, explicitado no capítulo de modelagem matemática, foi implementado em um código criado pelo autor do presente trabalho, com o intuito de avaliar o desempenho do mesmo. Este código utiliza-se de pontos experimentais de tensores de Reynolds e de um perfil médio de velocidades para criar um sinal turbulento de velocidades na entrada do domínio, a partir da metodologia desenvolvida por Jarrin et al. 2006.

Esta metodologia depende do valor do comprimento característico local da turbulência. Tal comprimento, segundo Pope 2000, é calculado através da Equação 5.3:

$$L = \frac{k^{3/2}}{\epsilon}, \quad (5.3)$$

$$\text{com } k = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{2}$$

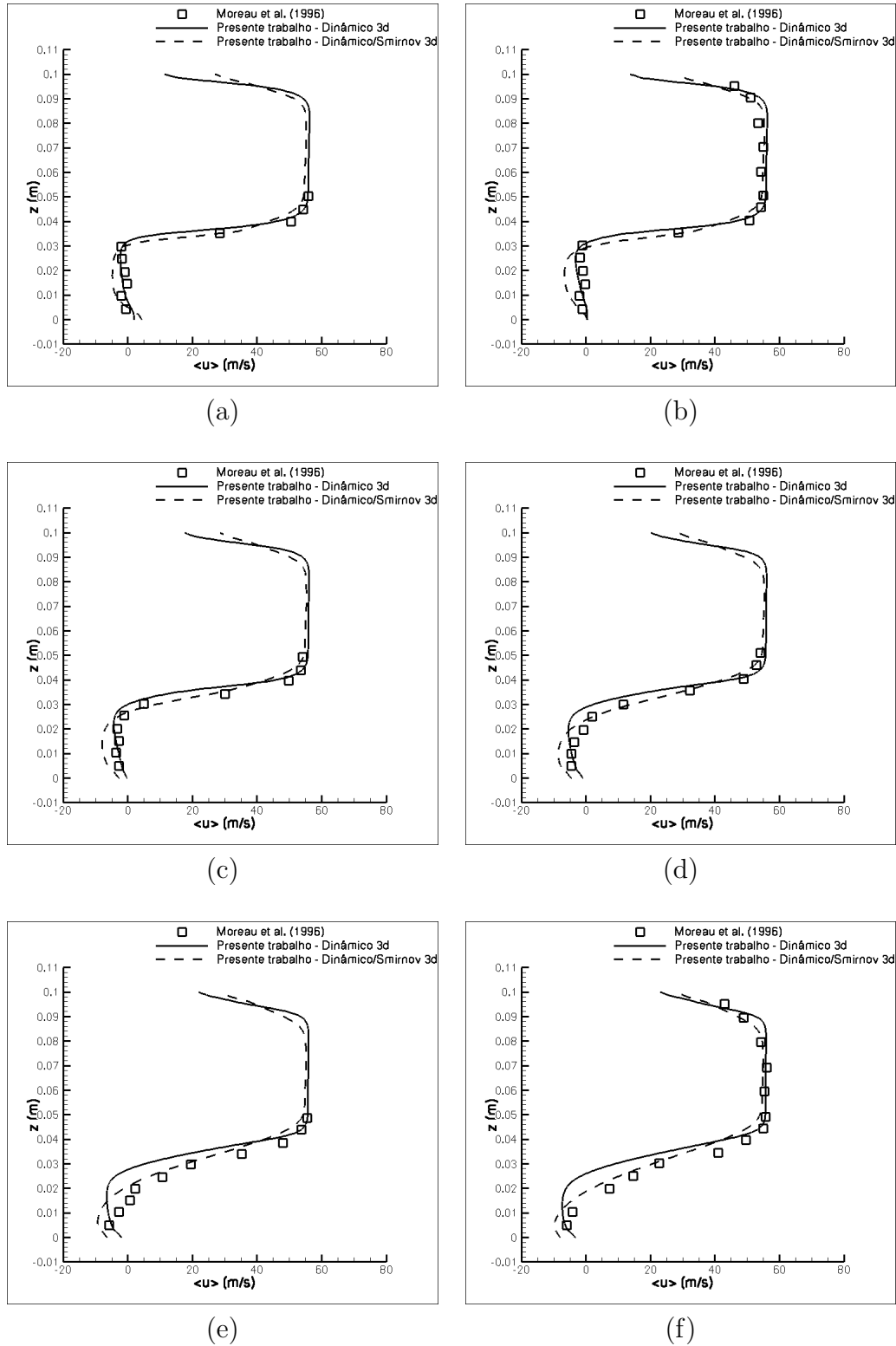


Figura 5.12: Perfis de velocidade média em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001: (a) $x_m = 0,01 \text{ m}$, (b) $x_m = 0,02 \text{ m}$, (c) $x_m = 0,04 \text{ m}$, (d) $x_m = 0,06 \text{ m}$, (e) $x_m = 0,08 \text{ m}$ e (f) $x_m = 0,10 \text{ m}$.

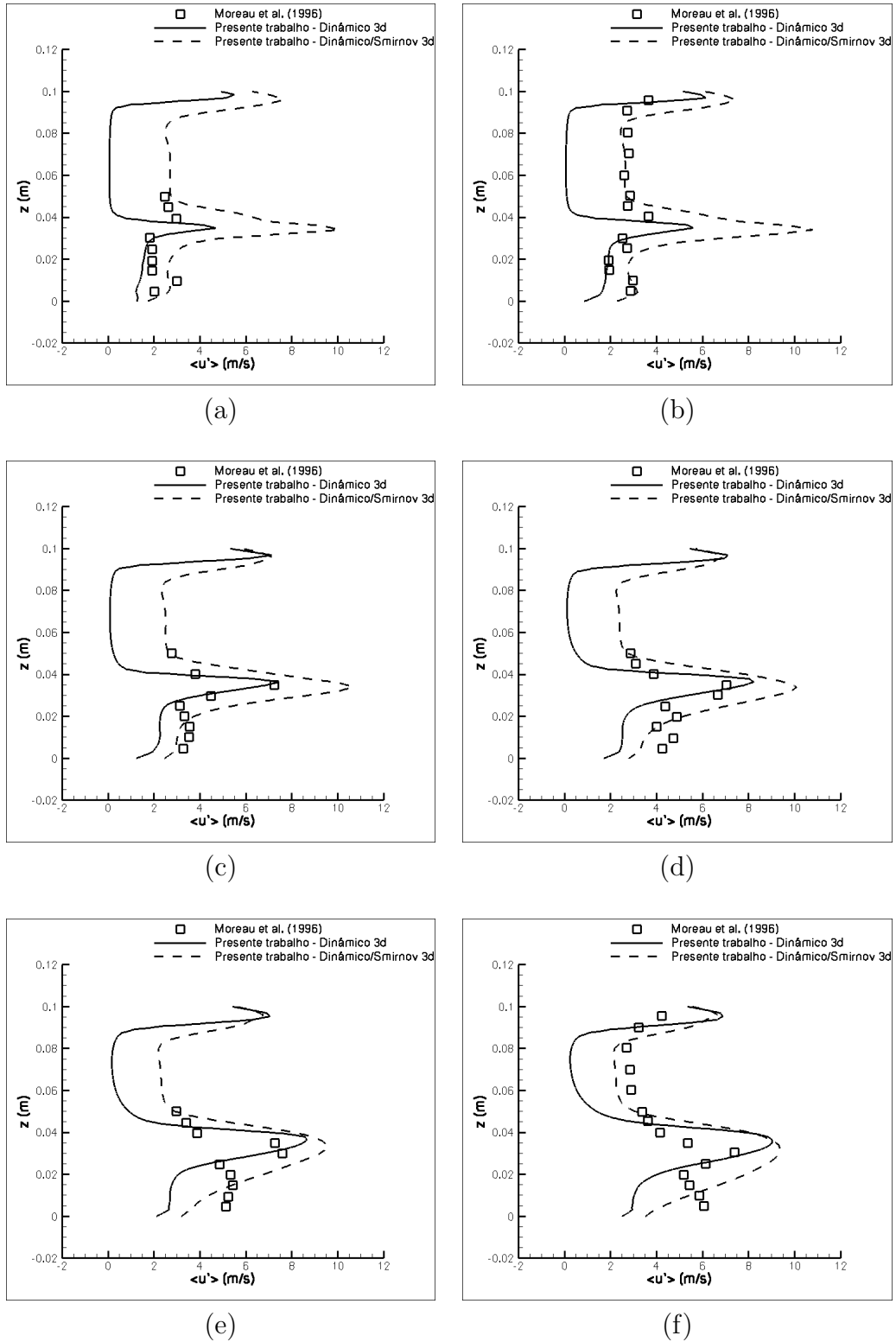


Figura 5.13: Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001: (a) $x_m = 0,01 \text{ m}$, (b) $x_m = 0,02 \text{ m}$, (c) $x_m = 0,04 \text{ m}$, (d) $x_m = 0,06 \text{ m}$, (e) $x_m = 0,08 \text{ m}$ e (f) $x_m = 0,10 \text{ m}$.

Entretanto, dados relativos à taxa de dissipação de um escoamento são de difícil acesso, dificultando a determinação do comprimento característico necessário. Por este motivo, foram realizadas algumas tentativas de cálculo do mesmo, que serão descritas futuramente. Tais situações foram estudadas com a utilização do código computacional desenvolvido pelo autor do presente trabalho.

A influência da quantidade de estruturas turbilhonares utilizada e de iterações realizadas foi avaliada a partir de uma série de simulações numéricas, que consistiram de cálculos com 10000 e 100000 iterações com seis quantidades distintas de turbilhões, além de um passo de tempo constante de $0,000036 \text{ s}$. Tais avaliações partiram da análise de espectros de energia cinética turbulenta, retirados com o advento de uma sonda numérica e de uma comparação entre os tensores de Reynolds experimentados pela referência adotada e aqueles calculados no presente trabalho.

Parte-se, a princípio, de um comprimento característico constante, de valor absoluto $L = 0,035 \text{ m}$. As simulações propostas são apresentadas na Tabela 5.4 e os resultados relativos a este primeiro conjunto de simulações são descritos nas Figuras 5.14, 5.15, 5.16 e 5.17..

Tabela 5.4: Simulações numéricas realizadas para avaliação do método *Synthetic Eddy Method*, com comprimento característico constante.

Caso	Iterações	Estruturas turbilhonares utilizadas	Cálculo do comprimento característico
A	10000	100	$L = cte = 0,035 \text{ m}$
		500	
		1000	
		2000	
		10000	
		50000	
B	100000	100	
		500	
		1000	
		2000	
		10000	
		50000	

Em um segundo momento, a determinação do comprimento característico foi proposta, pelo autor deste trabalho, a partir da igualdade entre a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação. Para que tal proposição fosse consistente dimensionalmente, um coeficiente de ajuste de 1 s^{-1} fora aplicado no equacionamento, ou seja,

$$\epsilon = 1 \cdot k, \quad (5.4)$$

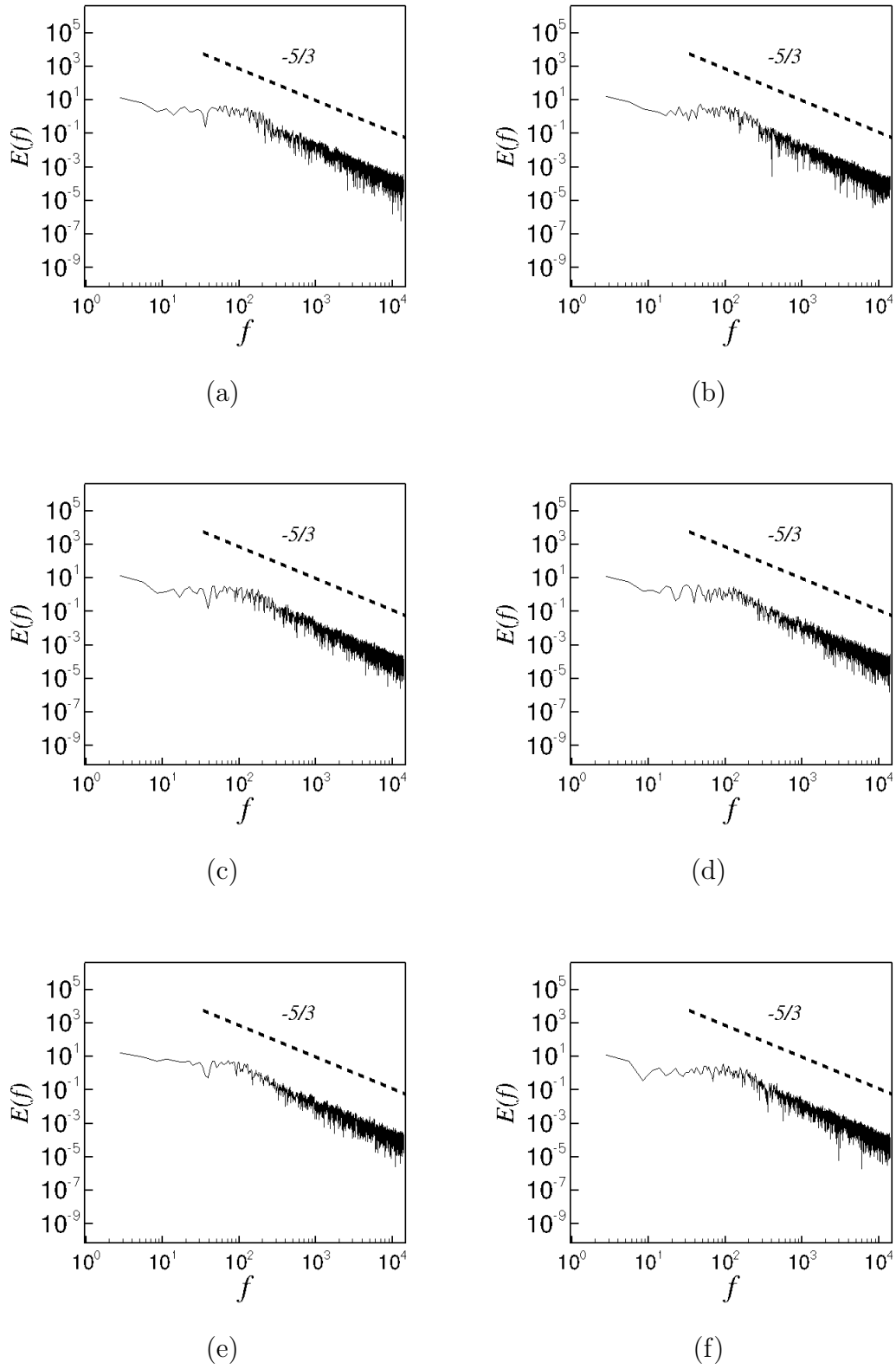


Figura 5.14: Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (A). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

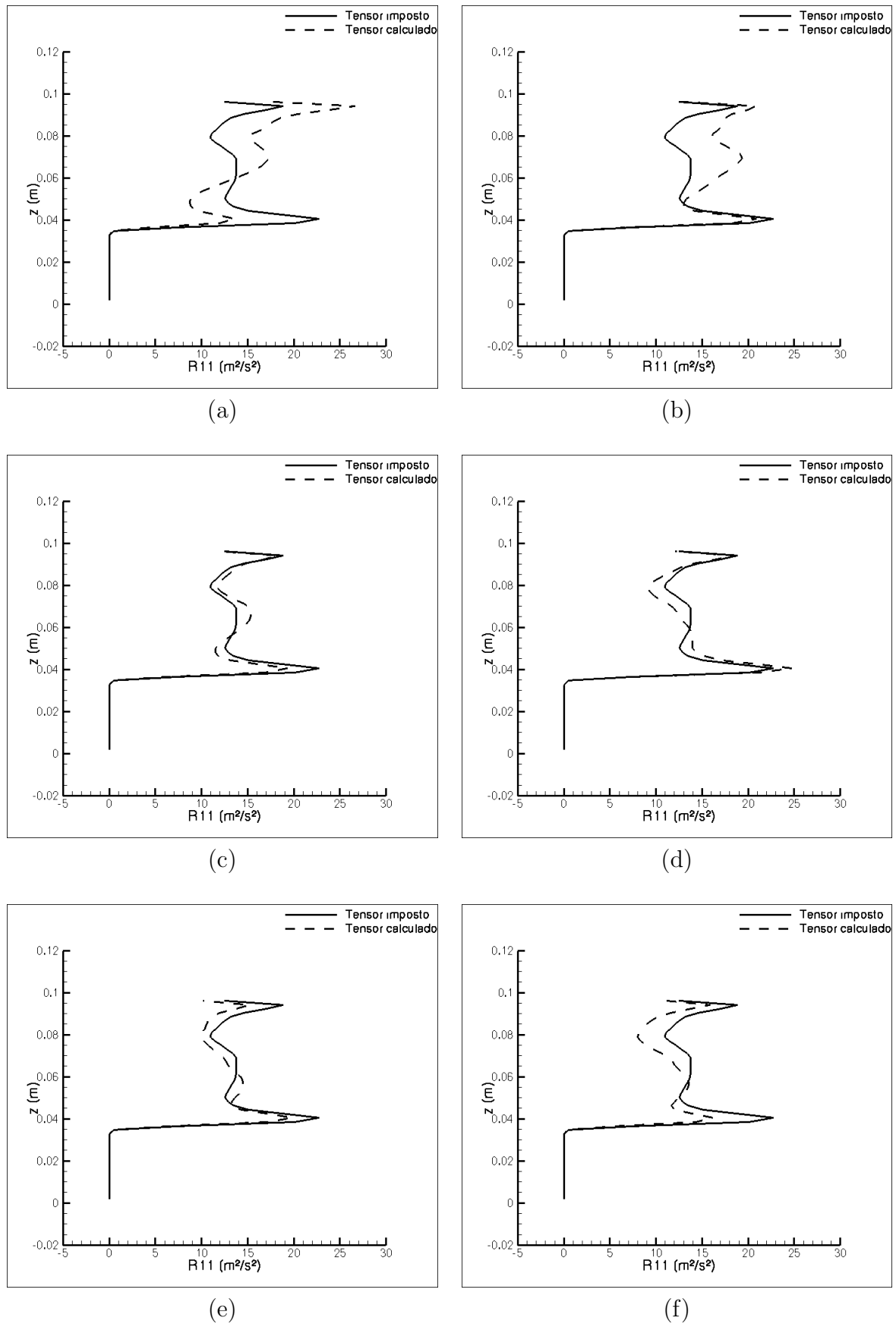


Figura 5.15: Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (A). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

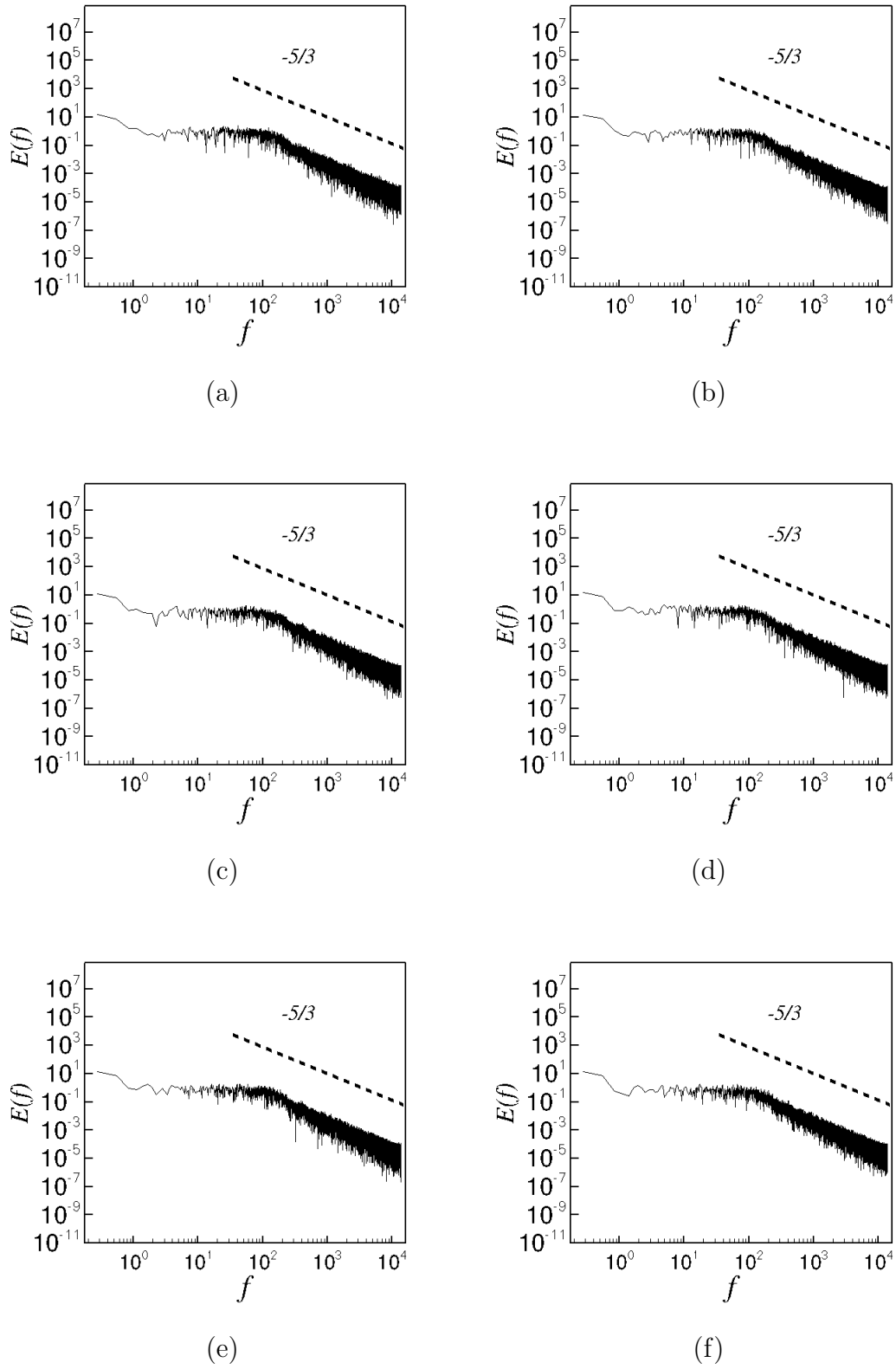


Figura 5.16: Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (B). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

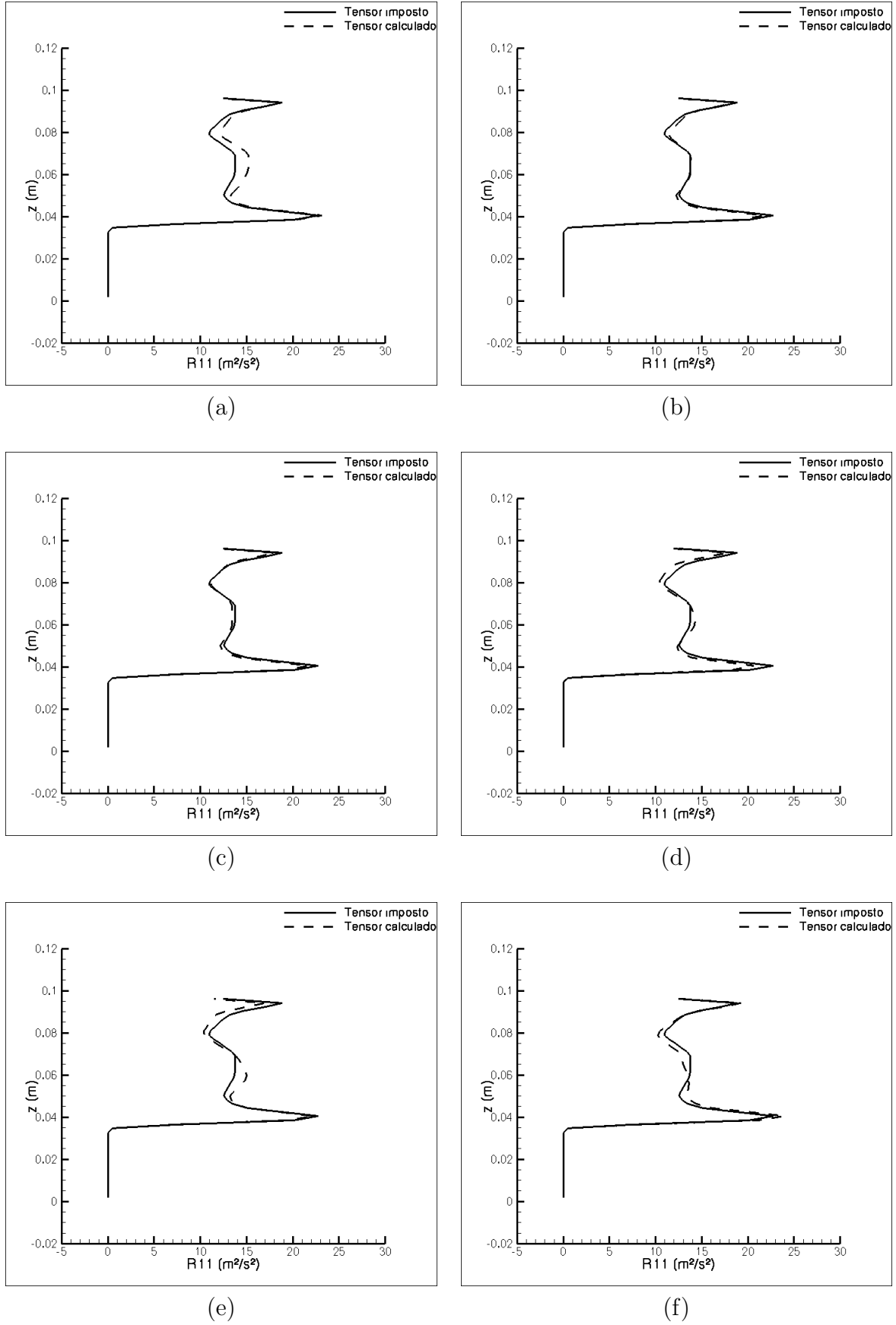


Figura 5.17: Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (B). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

de forma a se obter a seguinte composição dimensional:

$$\begin{aligned} \left[\frac{m^2}{s^3} \right] &= \left[\frac{1}{s} \right] \left[\frac{m^2}{s^2} \right], \\ \left[\frac{m^2}{s^3} \right] &= \left[\frac{m^2}{s^3} \right]. \end{aligned}$$

Desta forma, tornou-se possível a realização das simulações propostas, que são apresentadas de forma resumida na Tabela 5.5:

Tabela 5.5: Simulações numéricas realizadas para avaliação do método *Synthetic Eddy Method*, com comprimento característico calculado a partir das Equações 5.3 e 5.4.

Caso	Iterações	Estruturas turbilhonares utilizadas	Cálculo do comprimento característico
C	10000	100	$L = \frac{k^{3/2}}{\epsilon}, \epsilon = k$
		500	
		1000	
		2000	
		10000	
		50000	
D	100000	100	
		500	
		1000	
		2000	
		10000	
		50000	

Os resultados relativos ao segundo conjunto de simulações são apresentados nas Figuras 5.18, 5.19, 5.20 e 5.21.

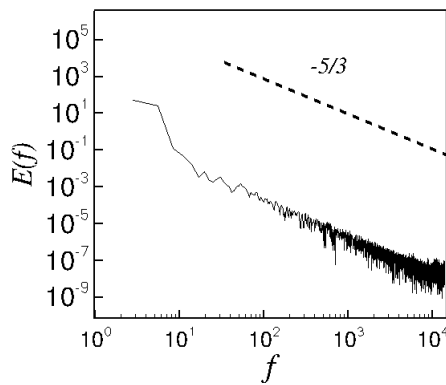
Por fim, Pope 2000 propôs que a taxa de dissipação fosse equivalente ao produto entre a viscosidade cinemática e a taxa de deformação, tal como observa-se na Equação 5.5:

$$\epsilon \equiv 2\nu S_{ij}S_{ij}. \quad (5.5)$$

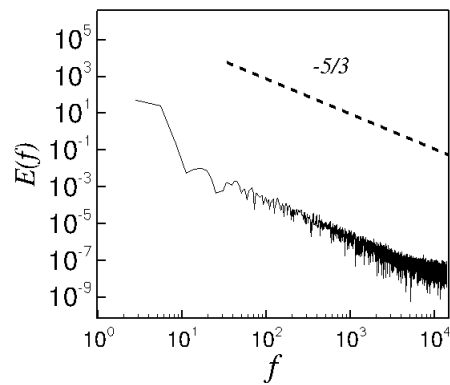
Desta forma, pôde-se determinar a taxa de dissipação a partir da viscosidade cinemática, da velocidade média e da altura do degrau, advindos do escoamento estudado. Tal formulação é apresentada na Equação 5.6:

$$\epsilon = 2\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \approx 2\nu \frac{\bar{U}^2}{H^2}. \quad (5.6)$$

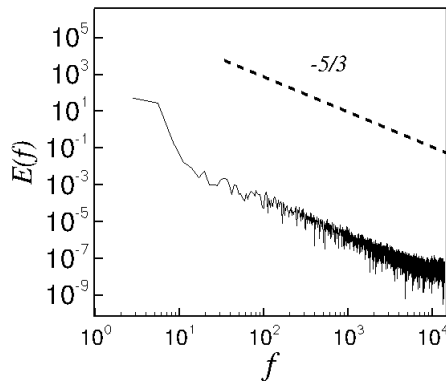
Com o cálculo de ϵ , tornou-se possível a realização das simulações propostas, que são



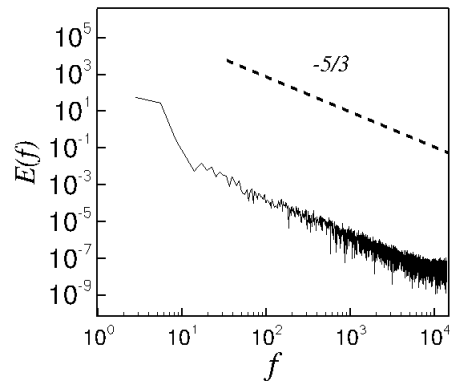
(a)



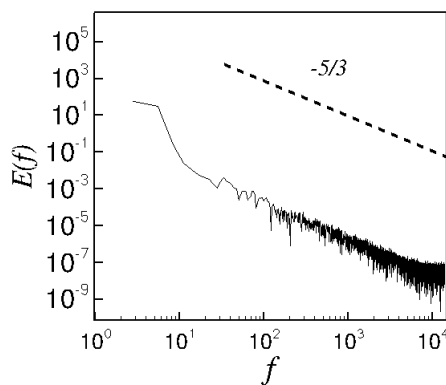
(b)



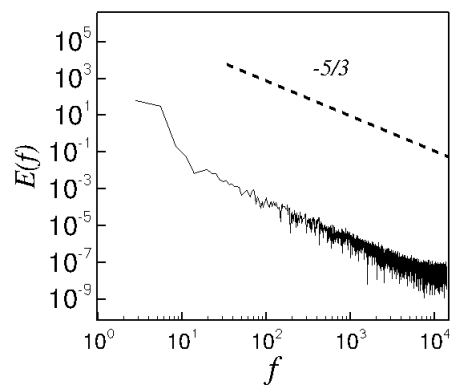
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5.18: Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarin et al. 2006 - caso (C). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

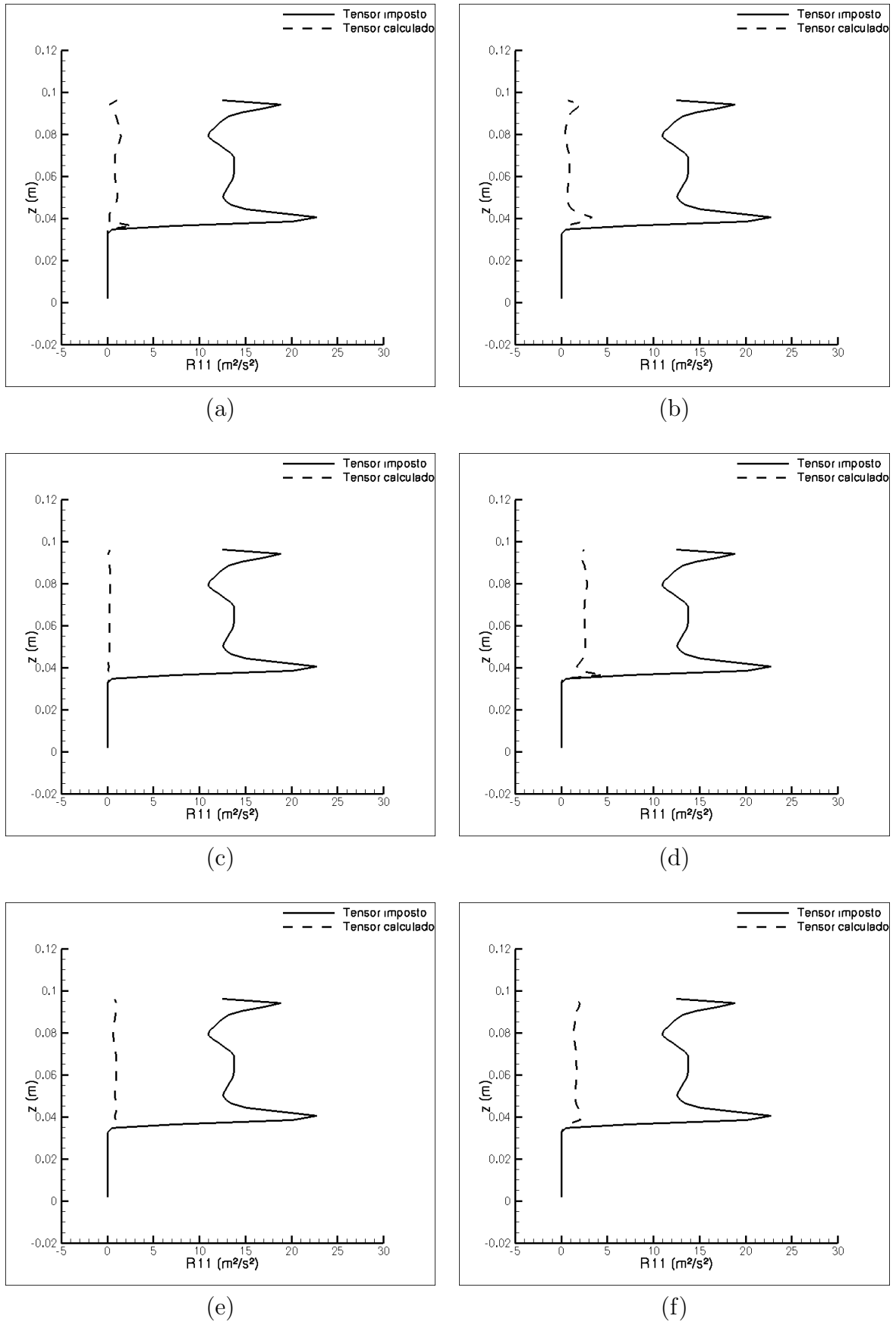


Figura 5.19: Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (C). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

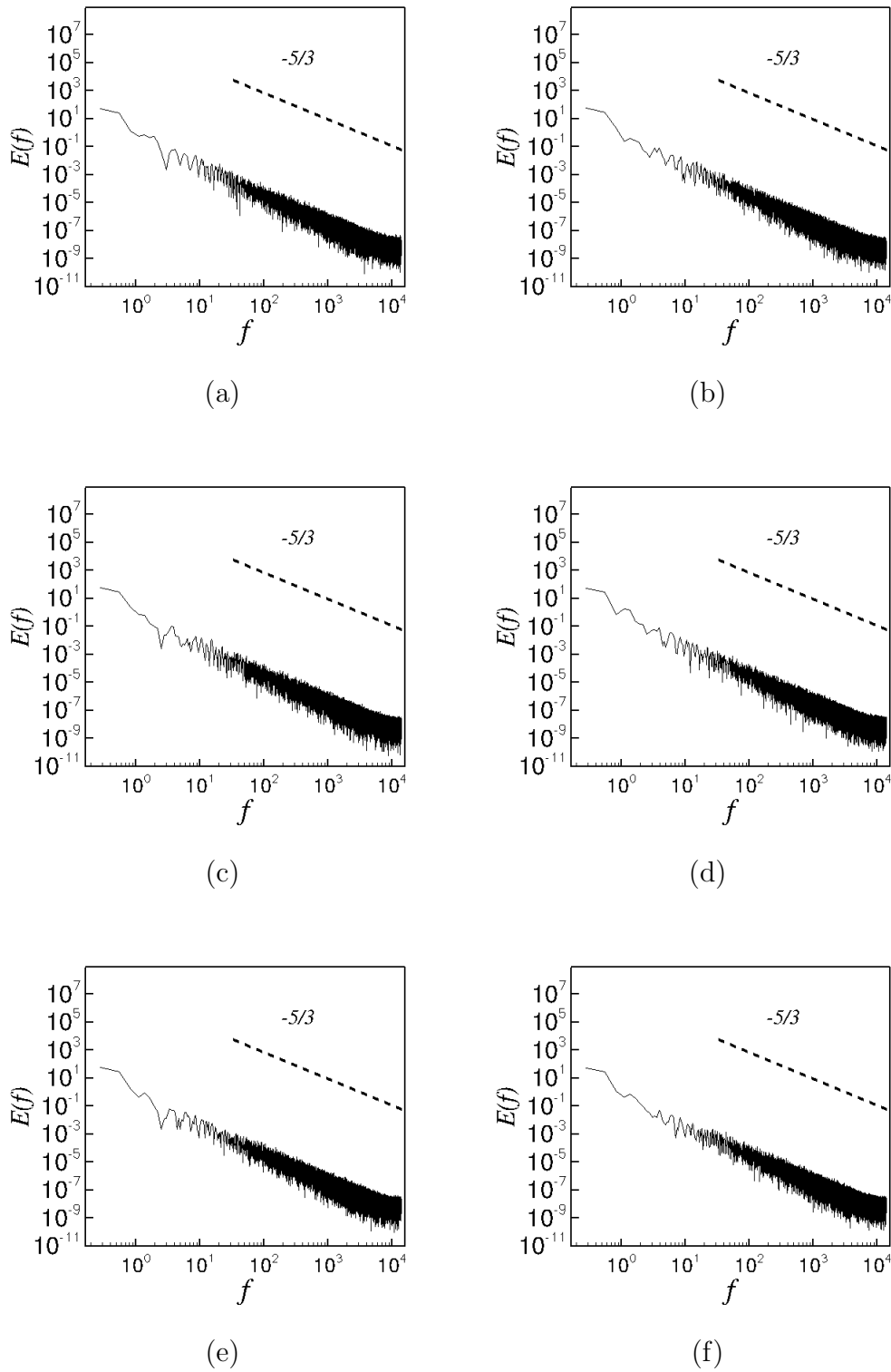


Figura 5.20: Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (D). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

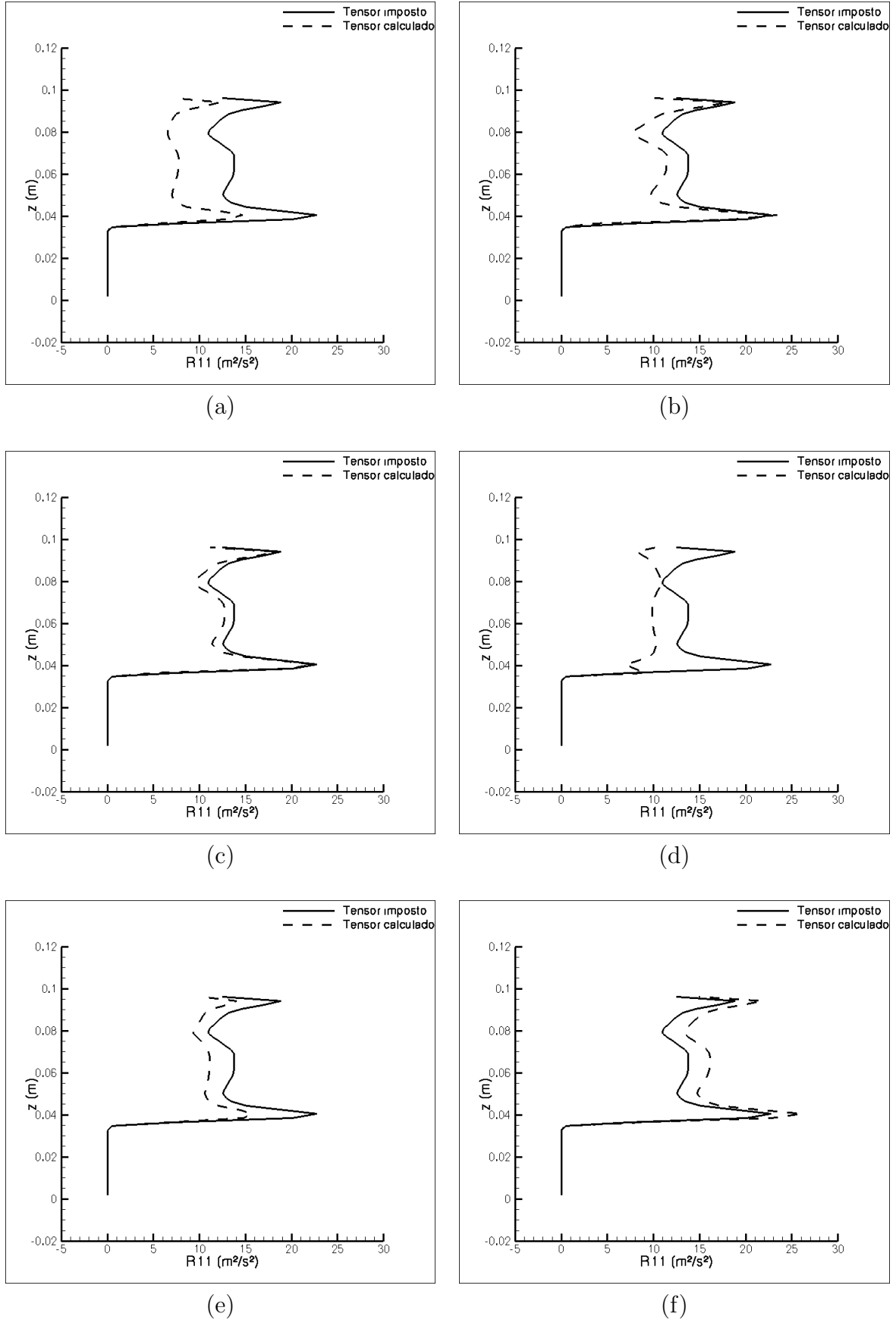


Figura 5.21: Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (D). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

apresentadas de forma resumida na Tabela 5.6:

Tabela 5.6: Simulações numéricas realizadas para avaliação do método *Synthetic Eddy Method*, com comprimento característico calculado a partir das Equações 5.3 e 5.6.

Caso	Iterações	Estruturas turbilhonares utilizadas	Cálculo do comprimento característico
E	10000	100	$L = \frac{k^{3/2}}{\epsilon}, \epsilon \approx 2\nu \frac{\bar{U}^2}{H^2}$
		500	
		1000	
		2000	
		10000	
		50000	
F	100000	100	
		500	
		1000	
		2000	
		10000	
		50000	

Os resultados relativos ao último conjunto de simulações são apresentados nas Figuras 5.22, 5.23, 5.24 e 5.25.

A análise dos espectros apresentados sugere que o aumento da quantidade de iterações em uma ordem de grandeza acarreta em um aumento de mesma magnitude da largura da banda de frequências do escoamento, mas não interfere na energia cinética turbulenta. A alteração da maneira de obtenção do comprimento característico, por sua vez, afetou diretamente a segunda variável mencionada. As aproximações (C) e (D) apresentaram as maiores bandas de energia cinética turbulenta, ao passo que (A) e (B) obtiveram as menores.

As componentes R_{11} do tensor de Reynolds obtidas foram comparadas com as obtidas experimentalmente através da norma L_2 (Equação 5.7). Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.7.

$$L_2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_{11_{calc}}^{(i)} - R_{11_{exp}}^{(i)})^2}, \quad (5.7)$$

na qual N denota a quantidade de pontos no domínio.

Há uma grande variação entre os valores das normas L_2 , de acordo com a quantidade de estruturas turbilhonares geradas. Não há a possibilidade de análise de alguma relação entre a quantidade de estruturas com a acurácia destes resultados. Entretanto, é per-

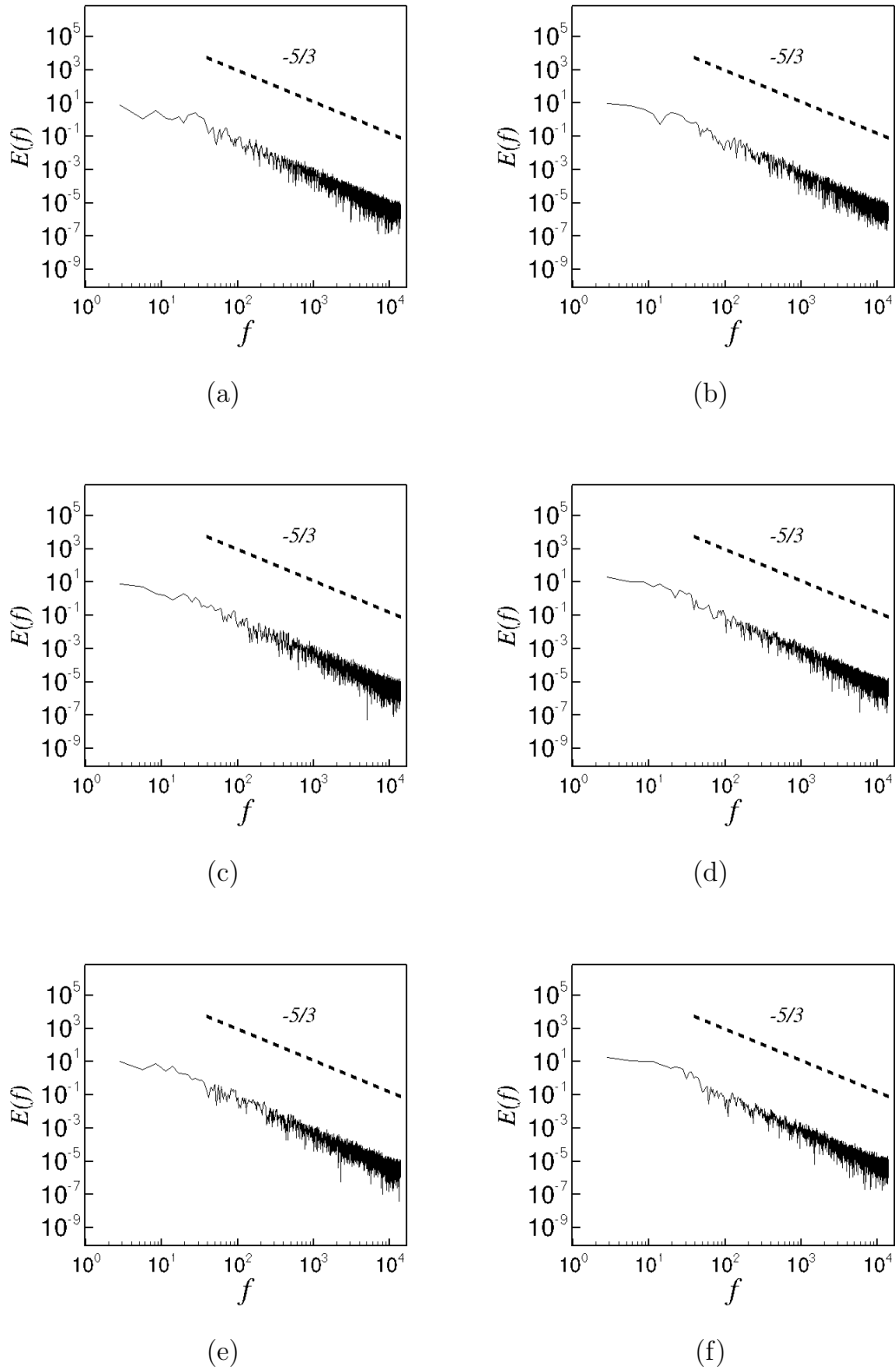


Figura 5.22: Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (E). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

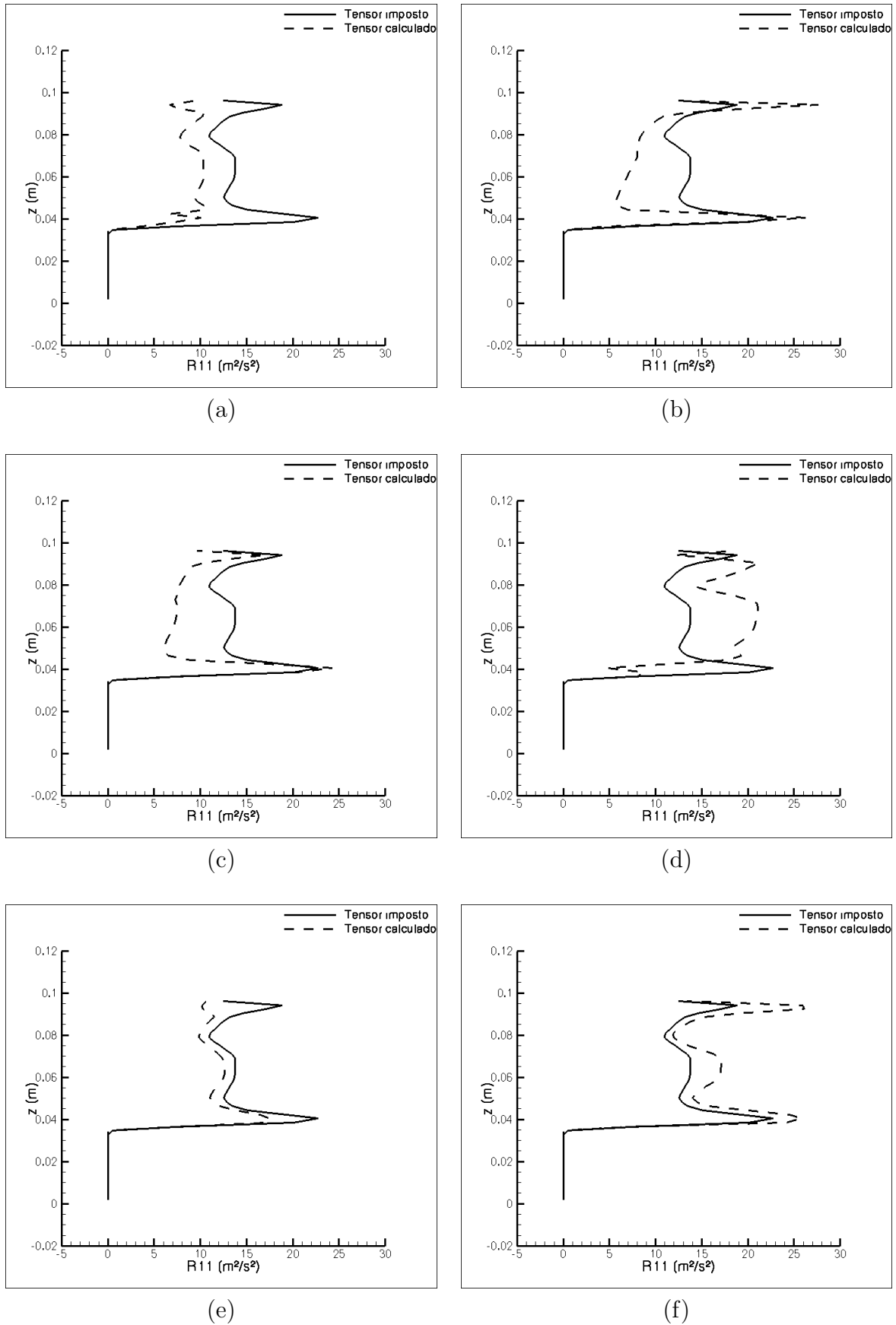


Figura 5.23: Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (E). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

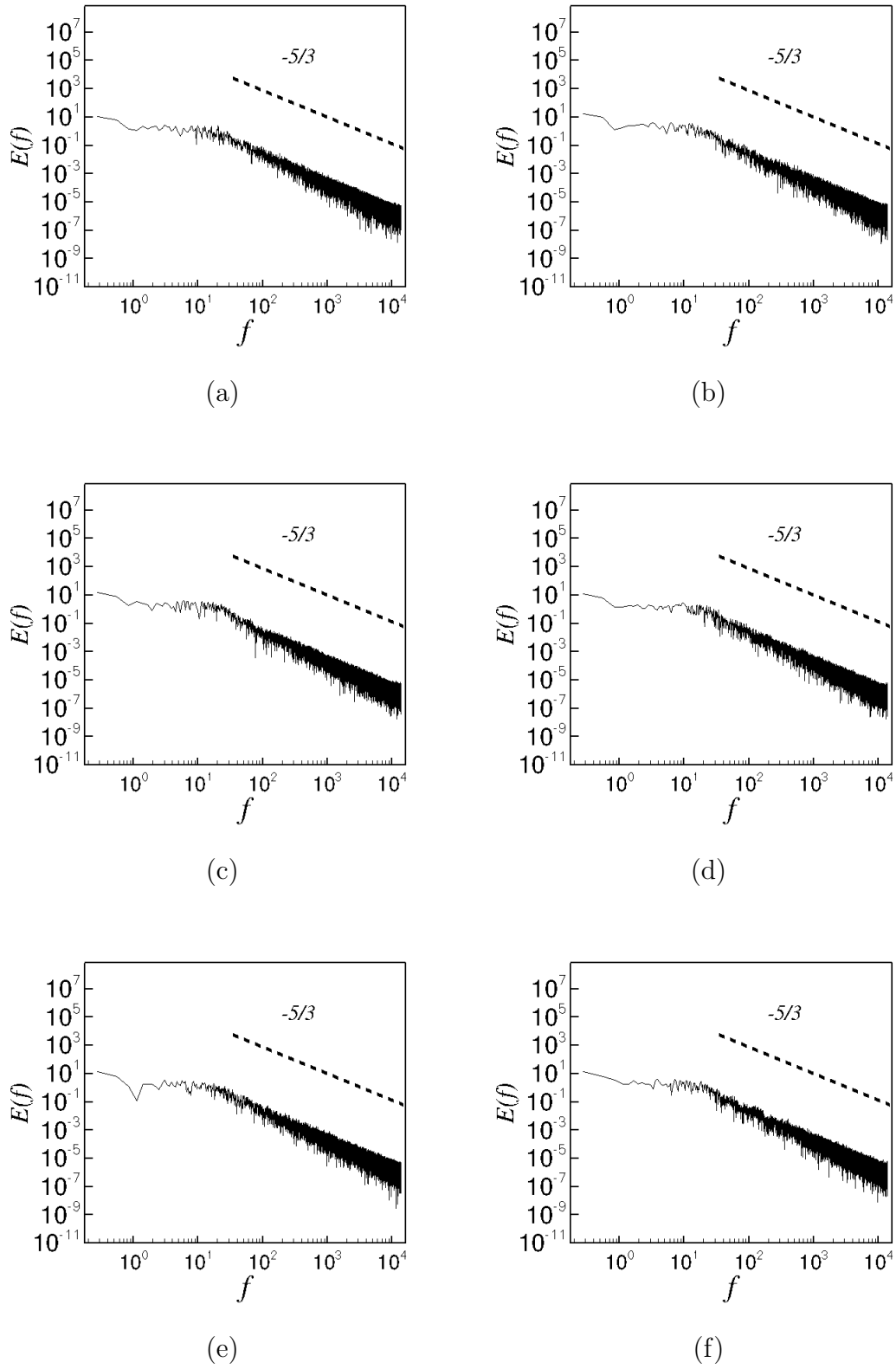


Figura 5.24: Espectros de energia cinética turbulenta obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (F). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

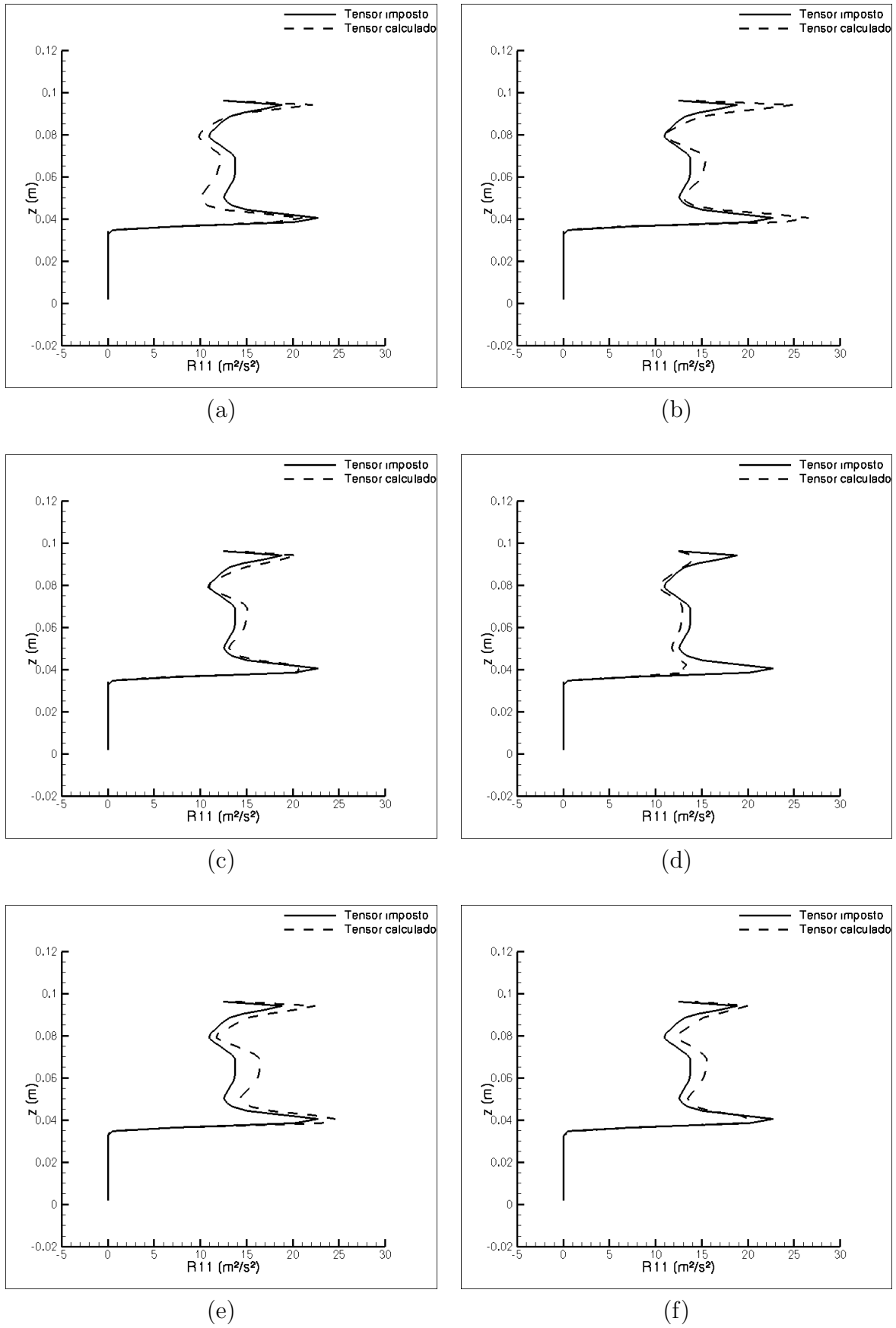


Figura 5.25: Comparativo entre perfis de tensores imposto e obtidos da utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006 - caso (F). Quantidade de estruturas turbilhonares: (a) 100, (b) 500, (c) 1000, (d) 2000, (e) 10000 e (f) 50000

Tabela 5.7: Norma L_2 obtida pela comparação entre os tensores de Reynolds experimentados pela referência adotada e aqueles calculados no presente trabalho, através do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006.

Estruturas turbilhonares utilizadas	Norma L_2					
	A	B	C	D	E	F
100	3,84	0,79	10,65	4,65	4,52	1,44
500	2,97	0,33	10,44	1,99	4,18	1,69
1000	1,10	0,37	11,14	0,93	4,05	0,91
2000	1,14	0,69	9,42	4,37	5,65	2,15
10000	1,36	0,78	10,64	2,39	2,12	1,77
50000	2,27	0,57	10,02	1,91	2,64	1,20

ceptível que os melhores ajustes ocorreram quando uma maior quantidade de iterações foi utilizada.

A Tabela 5.8 apresenta a influência da quantidade de estruturas turbilhonares geradas e da proposição de cálculo do comprimento característico no tempo de processamento da metodologia.

Tabela 5.8: Tempos de processamento obtidos pela utilização do método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006.

Estruturas turbilhonares utilizadas	Tempo de processamento (s)					
	A	B	C	D	E	F
100	1,19	11,80	1,37	13,75	1,11	11,00
500	2,5	26,34	3,51	34,88	2,16	21,39
1000	4,11	43,81	6,08	61,55	3,47	34,46
2000	7,41	77,38	11,44	115,71	6,08	60,70
10000	33,52	353,25	53,90	535,66	26,80	265,14
50000	164,03	1774,21	267,69	2728,69	131,31	1378,04

Observa-se que o acréscimo de turbilhões utilizados nesta metodologia acarreta em um aumento linear do tempo computacional necessário para a conclusão dos cálculos. Como esperado, os casos que se utilizaram de uma maior quantidade de iterações foram aqueles que se apresentaram mais caros em termos de custo computacional. Por fim, a utilização da segunda proposição, que parte da equivalência entre a taxa de dissipação e a energia cinética turbulenta, foi a mais cara dentre as estudadas, ao passo que a que parte da Equação 5.5 mostrou-se mais barata computacionalmente. Tais afirmações são apresentadas na Figura 5.26.

Os resultados obtidos com esta metodologia de geração de condições de entrada mostraram-se muito interessantes, principalmente por apresentar a energia cinética tur-

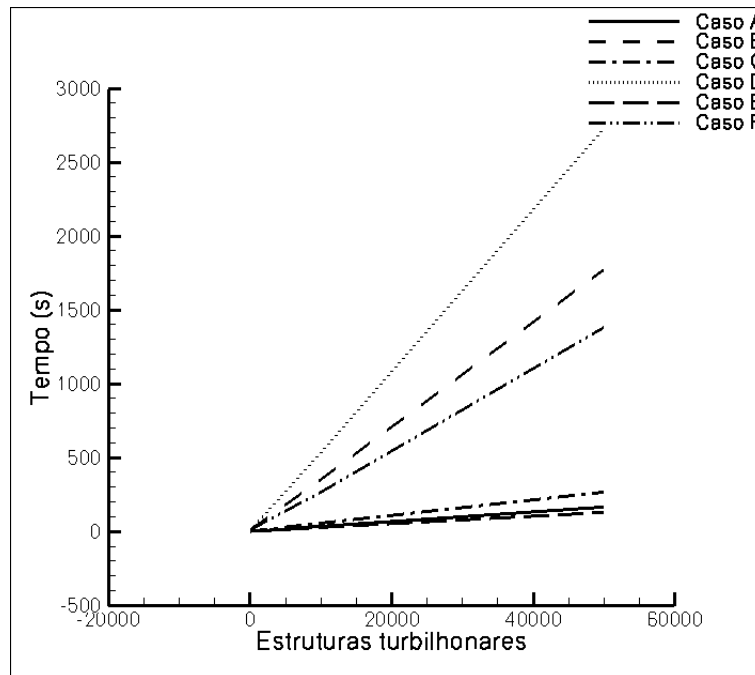


Figura 5.26: Influência da quantidade de estruturas turbilhonares utilizadas e do cálculo do comprimento característico no tempo de processamento do método proposto por Jarrin et al. 2006.

bulenta distribuída em $-5/3$ ao longo das frequências do escoamento, quando analisa-se o espectro desta variável. Por este motivo, tal metodologia foi implementada no código computacional FLUIDS 3D e a mesma foi aplicada no escoamento experimentado por Moreau et al. 1996 e, para este fim, foram realizadas quatro simulações numéricas distintas.

Primeiramente, utilizou-se da hipótese apresentada pela Equação 5.4 para determinar a influência da quantidade de estruturas turbilhonares na determinação dos perfis de velocidade média e de flutuações médias de velocidade. Tal análise foi realizada a partir de duas simulações numéricas distintas.

A primeira utilizou-se de 10000 estruturas turbilhonares e fora realizada de forma paralelizada, com 36 processadores e um refinamento de malha de $450 \times 50 \times 50$ pontos. Os cálculos foram realizados até um período de 1,22 segundos físicos, com um total de 87180 iterações. O tempo necessário para a realização dos mesmos foi de 71,88 horas.

A segunda, por sua vez, utilizou-se de 100000 estruturas turbilhonares e também fora realizada com um refinamento de malha de $450 \times 50 \times 50$ pontos e de forma paralelizada, porém, com 100 processadores. Um tempo computacional de 94,51 horas foi necessário para a simulação numérica de 2,20 segundos físicos, com um total de 155360 iterações.

Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 5.27 e 5.28. Nestas figuras, a linha tracejada denota a simulação realizada com 100000 estruturas, ao passo que a pontilhada

denota aquela realizada com 10000 turbilhões.

A análise dos perfis de velocidade média, apresentados pela Figura 5.27, permite observar que não há uma diferença muito significativa entre a utilização de 10000 ou 100000 estruturas turbilhonares. As duas simulações realizadas geraram resultados semelhantes, ambos apresentando uma sensível melhora ao resultado obtido com a utilização do método *Random Flow Generation*, proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001.

Quando se avaliam os perfis de flutuação média de velocidade contidos na Figura 5.28, conclusões diferentes são obtidas. A utilização de uma maior quantidade de estruturas turbilhonares possibilitou um melhor ajuste dos dados obtidos pelas simulações numéricas, quando os mesmos são comparados com os experimentos realizados por Moreau et al. 1996. Por este motivo, esta quantidade de turbilhões foi utilizada nas duas últimas simulações numéricas realizadas, que diferem somente no método de cálculo do comprimento característico.

Quando a Equação 5.5 foi utilizada, um tempo computacional de 114,4 horas foi necessário para a simulação numérica de 2,14 segundos físicos, com um total de 151570 iterações. Já com um comprimento característico constante, um tempo computacional de 167,7 horas foi necessário para a simulação numérica de 4,95 segundos físicos, com um total de 350880 iterações. Os perfis de velocidades médias e de flutuações médias de velocidade obtidos são apresentados nas Figuras 5.29 e 5.30.

A análise dos perfis de velocidade média apresentados permite observar que a utilização de um comprimento característico constante permitiu uma caracterização razoavelmente melhor do escoamento, quando se compara estes resultados aos obtidos pelas outras duas hipóteses de cálculo, além do resultado obtido com a utilização do método *Random Flow Generation*, proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001.

Quando se avaliam os perfis de flutuação média de velocidade, percebe-se que a utilização da Equação 5.4, para o cálculo do comprimento característico, possibilitou um melhor ajuste dos dados obtidos quando os mesmos são comparados com os experimentos realizados por Moreau et al. 1996. Entretanto, a melhor caracterização do escoamento foi obtida com a utilização da metodologia proposta por Smirnov, Shi e Celik 2001.

Uma comparação entre os custos computacionais das simulações em que foram utilizadas as duas metodologias de geração de condições de entrada turbulentas, é apresentada na Tabela 5.9.

Observa-se que, para um mesmo tempo físico simulado, a utilização de um comprimento característico constante na metodologia proposta por Jarrin et al. 2006 mostrou-se mais barato computacionalmente. Nota-se, também, que o método proposto por

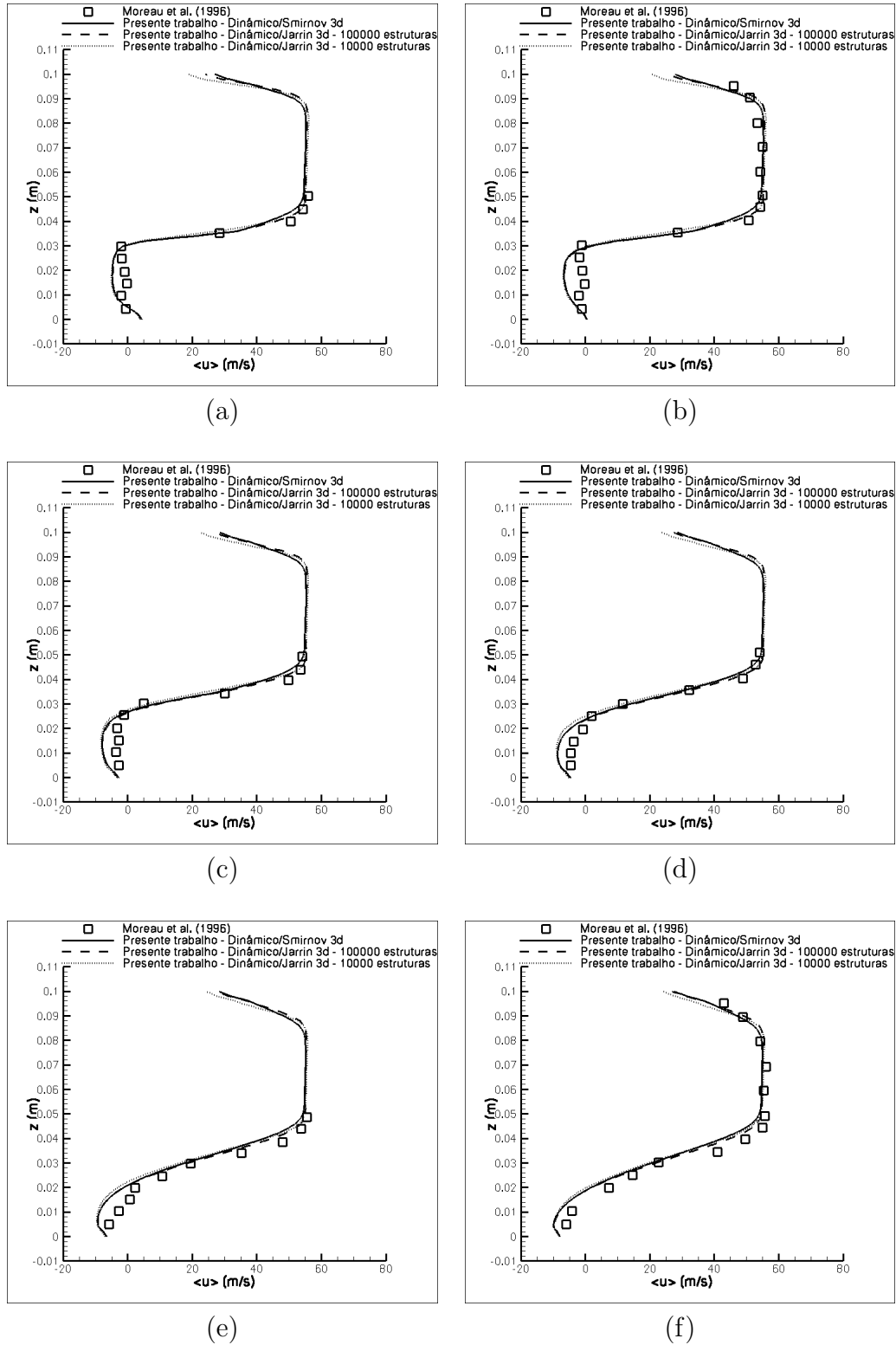


Figura 5.27: Perfis de velocidade média em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

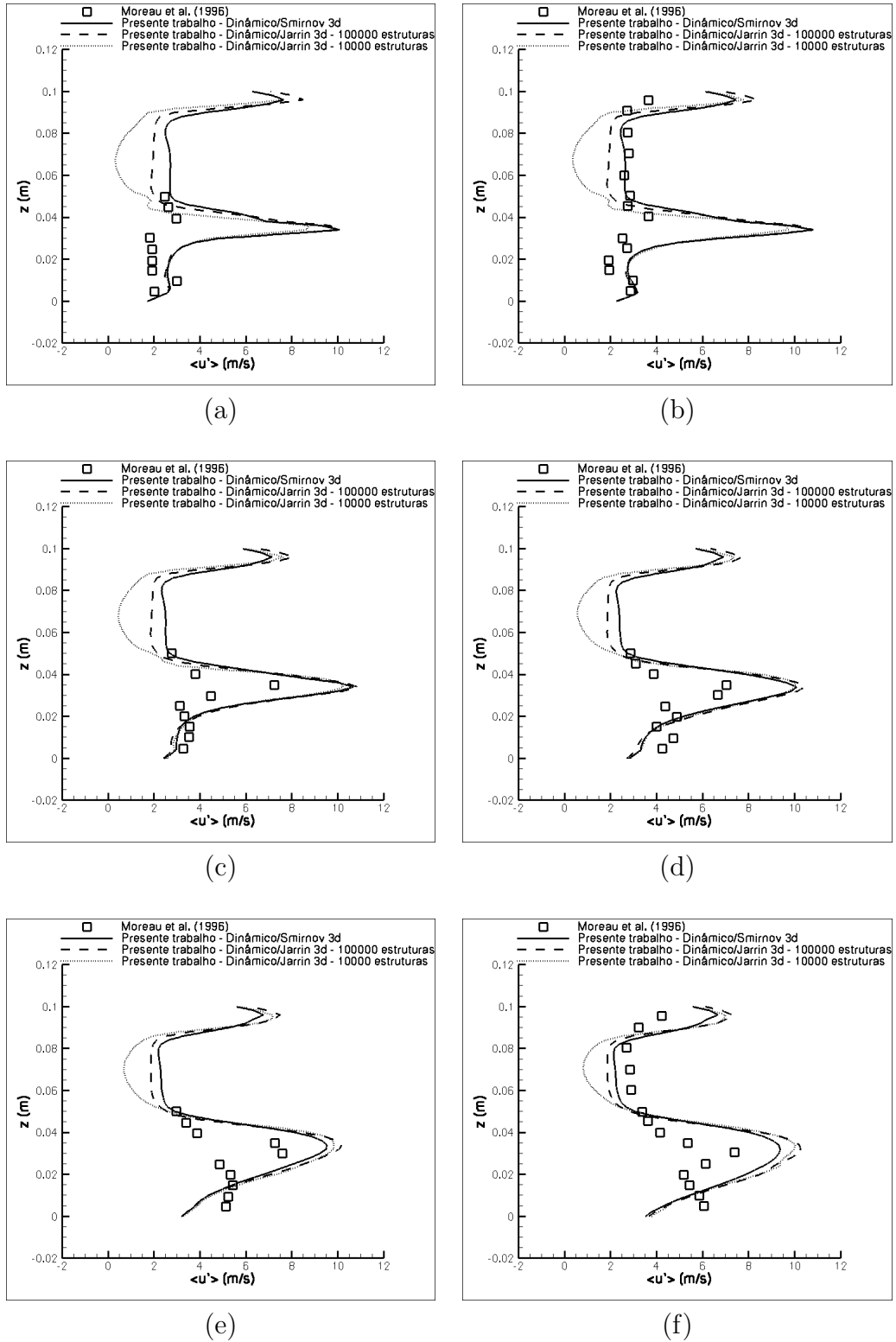


Figura 5.28: Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

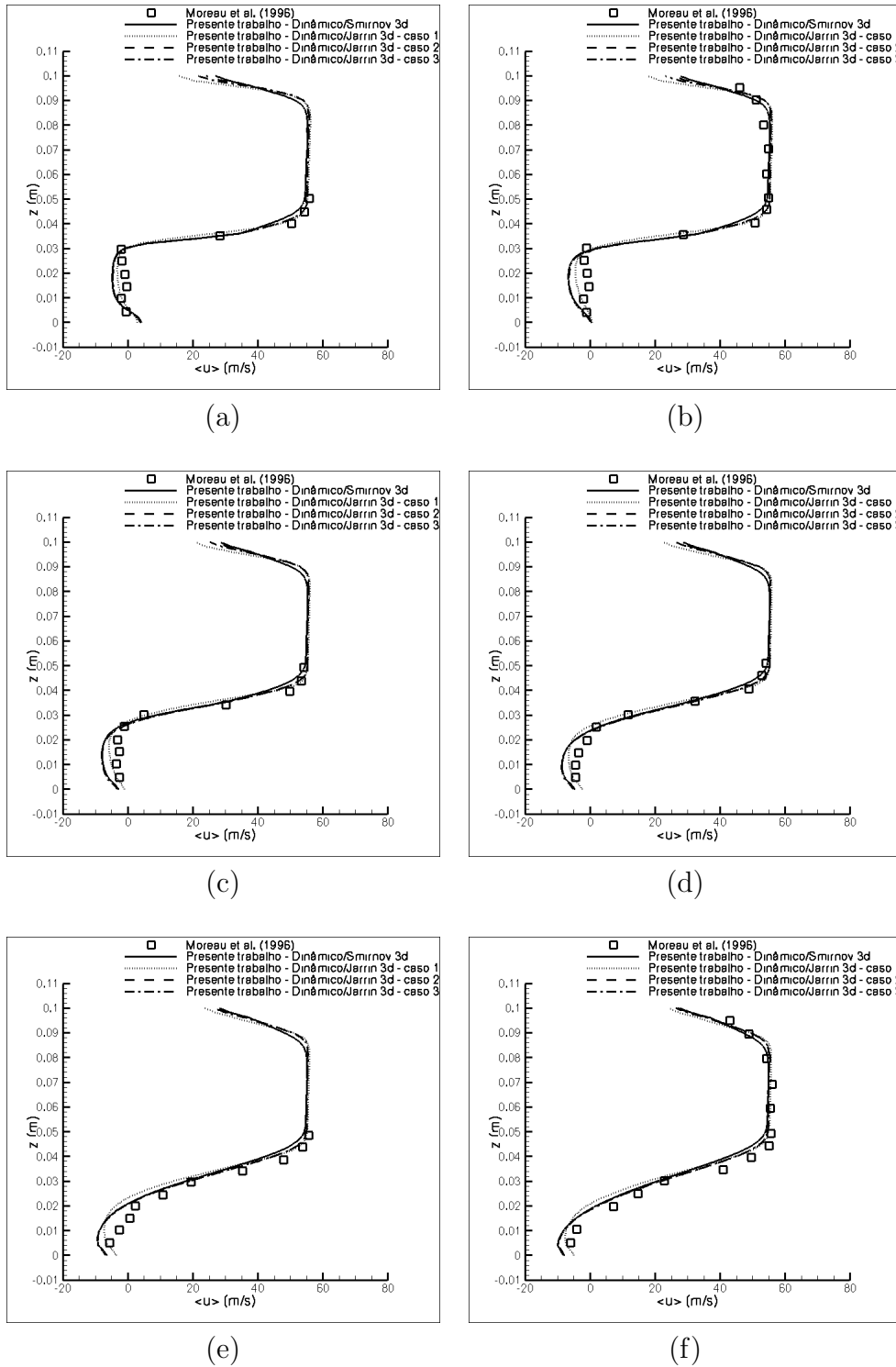


Figura 5.29: Perfis de velocidade média em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

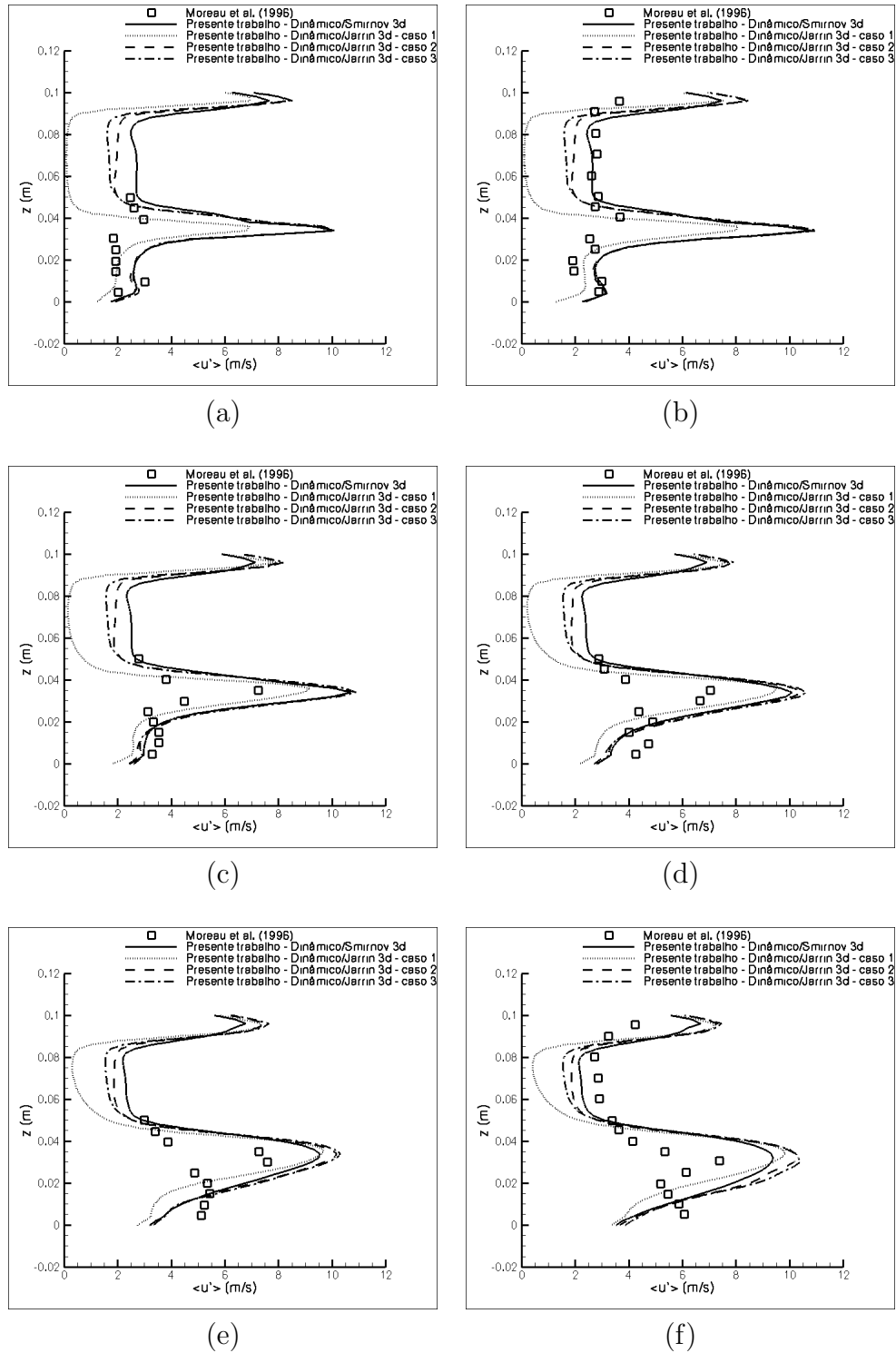


Figura 5.30: Perfis de flutuação média de velocidade em escoamentos tridimensionais, com modelagem de turbulência proposta por Germano et al. 1991 e método de geração de condições de entrada proposto por Jarrin et al. 2006: (a) $x_m = 0,01$ m, (b) $x_m = 0,02$ m, (c) $x_m = 0,04$ m, (d) $x_m = 0,06$ m, (e) $x_m = 0,08$ m e (f) $x_m = 0,10$ m.

Tabela 5.9: Análise de custo computacional dos métodos de geração de condições de entrada propostos por Smirnov, Shi e Celik 2001 e Jarrin et al. 2006.

Método de Geração	Tempo físico Simulado (<i>s</i>)	Tempo de processamento (<i>h</i>)	Número de Iterações
<i>Random Flow Generation</i>	2,10	67,05	141820
<i>Synthetic Eddy Method - caso 1</i>		64,95	149060
<i>Synthetic Eddy Method - caso 2</i>		90,24	148340
<i>Synthetic Eddy Method - caso 3</i>		112,48	148550

Smirnov, Shi e Celik 2001 foi aquele que necessitou de uma menor quantidade de iterações para desempenhar a mesma tarefa. Por fim, a utilização da Equação 5.5, para o cálculo do comprimento característico na metodologia *SEM*, necessitou de uma maior quantidade de tempo computacional e de iterações para a realização dos cálculos propostos.

No capítulo a seguir, serão apresentadas as conclusões do presente trabalho, bem como perspectivas de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

A realização deste trabalho teve o intuito de estudar algumas das modelagens de turbulência utilizadas na simulação numérica de escoamentos. O estudo da utilização de condições de entrada mais realistas, em simulações das grandes escalas, também foi parte essencial do presente trabalho. Por estes motivos, uma revisão foi realizada, de modo a apresentar a necessidade da utilização destas ferramentas em grande parte dos problemas de engenharia.

A apresentação das equações de Navier-Stokes e de algumas das metodologias utilizadas para possibilitar a resolução das mesmas em problemas práticos de engenharia foi realizada. A hipótese de Boussinesq 1877, modelagens de turbulência oriundas desta proposição, bem como métodos de geração de condições de entrada mais realistas também foram abordados no presente trabalho. A correta descrição de um escoamento turbulento está intimamente ligada à especificação destas condições de forma mais realista possível, já que o fenômeno da turbulência apresenta extrema sensibilidade às condições iniciais dos campos de escoamento turbulento.

O método dos volumes finitos e as discretizações espacial e temporal baseadas, respectivamente, em *Central Difference Scheme* e *Backward Difference Formula* foram, também, utilizadas no presente trabalho. Tais metodologias são necessárias para a resolução das equações diferenciais relevantes ao problema em questão.

Com a apresentação da base teórica necessária para a realização das simulações propostas, resultados obtidos pelos cálculos realizados com dois códigos computacionais,

FLUIDS 3D e IMERSPEC, foram apresentados. O primeiro, baseia-se na metodologia de volumes finitos para a resolução de equações diferenciais, ao passo que o segundo norteia-se em um método espectral para o mesmo fim. Uma breve comparação entre os dois códigos, embasada em um experimento realizado por Lee e Mateescu 1998 foi realizada, levando em consideração os perfis de velocidade em posições distintas, o comprimento das recirculações após a expansão brusca e o tempo de processamento necessário para a conclusão dos cálculos em questão. Tal comparação foi realizada com o intuito de validar o código computacional FLUIDS 3D, que foi utilizado no presente trabalho.

A análise dos perfis de velocidade em três diferentes estações verticais permitiu a validação do código computacional, já que houve uma boa concordância entre os resultados obtidos pelo presente trabalho e os dados experimentados por Lee e Mateescu 1998 e calculados por Mariano 2011.

Outra observação interessante foi a determinação da independência de malha para o escoamento estudado. Esta é observada com a invariabilidade dos comprimentos das bolhas de recirculação determinados com o aumento do refinamento de malha de 2048x64 para 4096x128 pontos.

O código computacional baseado em volumes finitos necessitou de um menor tempo computacional para um mesmo escoamento simulado. Entretanto, métodos espectrais apresentam maior acurácia, frente ao código baseado em volumes finitos.

Concluída a etapa anterior, foram realizadas simulações numéricas bi e tridimensionais, envolvendo combinações de modelagens de turbulência e metodologias de geração de condições de entrada turbulentas. Os resultados obtidos foram comparados com os experimentos realizados por Moreau et al. 1996. Tais experimentos retratam um escoamento turbulento ocorrendo em uma câmara de combustão.

A utilização da modelagem de turbulência proposta por Smagorinsky 1963, utilizada em uma simulação bidimensional, produz resultados interessantes, porém, possui falhas nas regiões parietais, mesmo com a utilização de uma função de amortecimento. A comparação entre dados experimentais retirados de um experimento tridimensional, com simulações numéricas de um escoamento bidimensional é um fator relevante para explicar os resultados apresentados nesta seção. Contribuições da componente de velocidade w , por exemplo, não são contabilizadas nesta aproximação.

A afirmação anterior foi verificada com a simulação numérica tridimensional do escoamento em questão. Nestes cálculos, provou-se que o modelo proposto por Smagorinsky 1963 foi capaz de realizar uma melhor caracterização do escoamento nas regiões próximas às paredes, além de uma melhor representação das flutuações médias de velocidades.

A aplicação do modelo dinâmico, proposto por Germano et al. 1991, mostrou-se superior ao estudado anteriormente. Um fator impactante nestes resultados é a presença de uma função que se ajusta ao escoamento no tempo e no espaço.

A inserção de métodos de geração de condições de entrada mais realistas permitiu resultados ainda melhores, principalmente quando se analisam os perfis de flutuações médias do escoamento. Tal fato se deve a uma melhor distribuição da energia cinética turbulenta, de forma a apresentar as maiores estruturas turbilhonares com a maior quantidade de energia do escoamento.

Foram obtidos resultados interessantes com o método *SEM*, proposto por Jarrin et al. 2006. Esta metodologia se mostrou mais capaz de representar o escoamento em questão quando as velocidades médias foram analisadas. Entretanto, quando se avaliaram os perfis de flutuações médias, a metodologia proposta por Smirnov, Shi e Celik 2001 caracterizou o escoamento de forma mais coerente.

Uma análise exclusiva dos resultados obtidos com a utilização da metodologia *SEM*, permitiu observar que a utilização de uma maior quantidade de estruturas turbilhonares resulta em uma melhor caracterização dos perfis de flutuações médias de velocidade. Notou-se, também, que a hipótese de equivalência entre a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação foi a que melhor descreveu o escoamento experimentado por Moreau et al. 1996.

Uma outra conclusão importante, retirada deste estudo, está relacionada ao custo computacional. Observou-se que, para um mesmo tempo físico simulado, a utilização de um comprimento característico constante no método *SEM* foi a metodologia que necessitou da menor quantidade de tempo computacional. Por outro lado, o método proposto por Smirnov, Shi e Celik 2001 foi o que requereu a menor quantidade de iterações.

As perspectivas para novos trabalhos remetem à aplicação destes métodos de geração de condições de entrada em escoamentos reativos, com utilização da metodologia de fronteira imersa e da função PDF (*Probability Density Function*), além de aproximações mais realistas da cinética química envolvida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbott e Kline 1962 ABBOTT, D. E.; KLINE, S. J. Experimental investigation of subsonic turbulent flow over single and double backward-facing steps. *Journal of Basic Engineering*, v. 84, p. 317 – 325, 1962.

Aider e Danet 2006 AIDER, J.-L.; DANET, A. Large-eddy simulation study of upstream boundary conditions influence upon a backward-facing step flow. *Comptes Rendus Mecanique*, v. 334, p. 447 – 453, 2006.

Armaly et al. 1983 ARMALY, B. F. et al. Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 127, p. 473 – 496, 1983.

Batchelor 1948 BATCHELOR, G. K. Energy decay and self-preserving correlation functions in isotropic turbulence. *Quart. Appl. Math.*, v. 6, p. 97, 1948.

Boussinesq 1877 BOUSSINESQ, J. Essai sur la Théorie des Eaux Courantes. In: *Mémoires Présentés par Divers Savants à l'Académie des Sciences*. Paris, France: [s.n.], 1877. p. 1–660.

Brederode e Bradshaw 1972 BREDERODE, V. d.; BRADSHAW, P. Three-dimensional flow in nominally two-dimensional separation bubbles. i. flow behind a rearward-facing step. *Imperial College, Aeronautical Report*, 1972.

Burgers 1948 BURGERS, J. M. A mathematical model illustrating the theory of turbulence. *Adv. Appl. Mech.*, v. 1, p. 171, 1948.

Chapman e Tobak 1985 CHAPMAN, G. T.; TOBAK, M. *Theoretical Approaches to Turbulence*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1985.

Corrsin 1949 CORRSIN, S. An experimental verification of local isotropy. *J. Aero. Sci.*, v. 16, p. 757, 1949.

Courtois 2005 COURTOIS, R. *Simulation aux Grandes Échelles de L'écoulement dans une Chambre de Combustion en Forme de Marche Descendante*. Tese (Doutorado) — École Centrale de Paris, Paris, France, 2005.

- Deardorff 1970 DEARDORFF, J. W. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, v. 41, p. 453, 1970.
- Driest 1956 DRIEST, E. R. van. On turbulent flow near a wall. *Journal of the Aeronautical Sciences*, v. 23, p. 1007 – 1011, 1956.
- Eaton e Johnston 1981 EATON, J.; JOHNSTON, J. P. Low frequencies unsteadiness of reattaching turbulent shear layer. In: *Proceeding of the Third International Symposium on Turbulent Shear Flows*. Davis, CA: [s.n.], 1981.
- Eaton e Johnston 1981 EATON, J.; JOHNSTON, J. P. A review of research on subsonic turbulent flow reattachment. *AIAA Journal*, v. 19, p. 1093 – 1100, 1981.
- Eaton, Johnston e Jeans 1979 EATON, J.; JOHNSTON, J. P.; JEANS, A. H. Measurements in a reattaching turbulent shear layer. In: *Proceeding of the Second Symposium on Turbulent Shear Flows*. London, UK: [s.n.], 1979.
- Eaton e Johnston 1980 EATON, J. K.; JOHNSTON, J. P. *Turbulent flow reattachment: An experimental study of the flow and structure behind a backward-facing step*. Stanford: Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1980.
- Ferziger 1985 FERZIGER, J. H. *Theoretical Approaches to Turbulence*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1985.
- Ferziger e Perić 2002 FERZIGER, J. H.; PERIĆ. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. [S.l.]: Springer-Verlag, 2002.
- Friedrich e Arnal 1990 FRIEDRICH, R.; ARNAL, M. Analysing turbulent backward-facing step flow with the lowpass-filtered navier-stokes equation. *Journal of Wind Engineering and its Applications*, v. 35, p. 101 – 128, 1990.
- George e Davidson 2004 GEORGE, W. K.; DAVIDSON, L. Role of initial conditions in establishing asymptotic flow behaviour. *AIAA Journal*, v. 42, p. 438 – 446, 2004.
- Germano et al. 1991 GERMANO, M. et al. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, v. 3, p. 1760 – 1765, 1991.
- Goldstein et al. 1970 GOLDSTEIN, R. J. et al. Laminar separation, reattachment, and transition of flow over a downstream-facing step. *Journal of Fluids Engineering*, v. 92, p. 732 – 741, 1970.
- Harlow e Welch 1965 HARLOW, F. H.; WELCH, J. E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Physics of Fluids*, v. 8, p. 2182 – 2189, 1965.
- Heisenberg 1948 HEISENBERG, W. On the theory of statistical and isotropic turbulence. *Proc. Roy. Soc.*, v. 195, p. 402, 1948.
- Hopf 1948 HOPF, E. A mathematical example displaying the features of turbulence. *Comun. Pure Appl. Math.*, v. 1, p. 303, 1948.

- Isomoto e Honami 1989 ISOMOTO, K.; HONAMI, S. The effect of the inlet turbulence intensity on the reattachment process over a backward-facing step. *Journal of Fluids Engineering*, v. 111, p. 87 – 92, 1989.
- Jarrin et al. 2006 JARRIN, N. et al. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 27, p. 585 – 593, 2006.
- Kármán 1948 KÁRMÁN, T. von. Progress in the statistical theory of turbulence. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, v. 67, p. 530, 1948.
- Keating et al. 2004 KEATING, A. et al. A priori and a posteriori test of inflow conditions for large-eddy simulation. *Physics of Fluids*, v. 16, 2004.
- Kim, Kline e Johnston 1978 KIM, J.; KLINE, S. J.; JOHNSTON, J. *Investigation of separation and reattachment of a turbulent shear: flow over a backward-facing step*. Stanford: Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1978.
- Klein, Sadiki e Janicka 2003 KLEIN, M.; SADIKI, A.; JANICKA, J. A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations. *Journal of Computational Physics*, v. 186, p. 652 – 665, 2003.
- Kolmogorov 1941 KOLMOGOROV, A. N. Dissipation of energy in locally isotropic turbulence. *Dokl. Acad. Nauk. SSSR*, v. 32, p. 16 – 18, 1941.
- Kolmogorov 1941 KOLMOGOROV, A. N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds number. *Dokl. Acad. Nauk. SSSR*, v. 30, p. 9 – 13, 1941.
- Kolmogorov 1941 KOLMOGOROV, A. N. On degeneration (decay) of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid. *Dokl. Acad. Nauk. SSSR*, v. 31, p. 538 – 540, 1941.
- Kostas, Soria e Chong 2002 KOSTAS, J.; SORIA, J.; CHONG, M. S. Particle image velocimetry measurements of a backward-facing step flow. *Experiments in Fluids*, v. 33, p. 838 – 853, 2002.
- Kraichnan 1958 KRAICHNAN, R. H. Irreversible statistical mechanics of incompressible hydromagnetic turbulence. *Phys. Rev.*, v. 109, p. 1047, 1958.
- Kraichnan 1959 KRAICHNAN, R. H. The structure of isotropic turbulence at very high reynolds number. *J. Fluid Mech.*, v. 5, p. 497, 1959.
- Kraichnan 1970 KRAICHNAN, R. H. Diffusion by a random velocity field. *Physics of Fluids*, v. 13, p. 22 – 31, 1970.
- Landau e Lifshitz 1959 LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. *Fluid Mechanics (translated by J. B. Sykes and W. H. Reid from original Russian published in 1944)*. Oxford: Pergamon Press, 1959.
- Launder, Reece e Rodi 1975 LAUNDER, B. E.; REECE, G. J.; RODI, W. Progress in the development of a reynolds stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, v. 68, p. 537 – 566, 1975.

- Lauder e Spalding 1972 LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. *Mathematical Models of Turbulence*. [S.l.]: Academic Press, 1972.
- Le, Moin e Kim 1997 LE, H.; MOIN, P.; KIM, J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 330, p. 349 – 374, 1997.
- Lee, K. e Moin 1992 LEE, S.; K., L. S.; MOIN, P. Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor's hypothesis in compressible flow. *Physics of Fluids A*, v. 4, p. 1521 – 1530, 1992.
- Lee e Mateescu 1998 LEE, T.; MATEESCU, D. Experimental and numerical investigation of 2-d backward-facing step flow. *Journal of Fluids and Structures*, v. 12, p. 703 – 716, 1998.
- Lesieur e Métais 1996 LESIEUR, M.; MÉTAIS, O. New trends in large-eddy simulations of turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, v. 28, p. 45 – 82, 1996.
- Leslie 1973 LESLIE, D. C. *Developments in the Theory of Turbulence*. Oxford: Oxford University Press, 1973.
- Lilly 1967 LILLY, D. K. The Representation of Small-Scale Turbulence in Numerical Simulation Experiments. In: *IBM Scientific Computing Symposium on Environmental Sciences*. Yorktown Heights, New York, USA: [s.n.], 1967. p. 195–210.
- Lorenz 1963 LORENZ, E. N. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, v. 20, p. 130 – 141, 1963.
- Lund, Wu e Squires 1998 LUND, T.; WU, X.; SQUIRES, D. Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *Journal of Computational Physics*, v. 140, p. 233 – 258, 1998.
- Mariano 2011 MARIANO, F. P. *Solução Numérica das Equações de Navier-Stokes usando uma Híbridação das Metodologias Fronteira Imersa e Pseudo-Espectral de Fourier*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2011.
- Meneveau e Katz 2000 MENEVEAU, C.; KATZ, J. Scale invariance and turbulence models for large-eddy simulation. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, v. 32, p. 1 – 32, 2000.
- Moreau et al. 1996 MOREAU, P. et al. Validation expérimentale du modèle peul et du code diamant dans le cadre de l'opération a3c. *Technical Report*, ONERA, 1996.
- Norris 2001 NORRIS, S. E. *A Parallel Navier Stokes Solver for Natural Convection and Free Surface Flow*. Tese (Doutorado) — Faculty of Mechanical Engineering, University of Sydney, Sydney, Australia, 2001.
- Obukhov 1949 OBUKHOV, A. M. The local structure of atmospheric turbulence. *Doklady. Akad. Nauk. SSSR*, v. 67, p. 643, 1949.
- Orszag e Patterson 1972 ORSZAG, S. A.; PATTERSON, G. S. Numerical simulation of turbulence: statistical models and turbulence. *Lecture Notes in Physics*, v. 12, p. 127 – 147, 1972.

- Ötügen 1991 ÖTÜGEN, M. V. Expansion ratio effects on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step. *Experiments in Fluids*, v. 10, p. 273 – 280, 1991.
- Piomelli 1993 PIOMELLI, U. High reynolds number calculations using the dynamic subgrid scale stress model. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, v. 5, p. 1484 – 1490, 1993.
- Pope 2000 POPE, S. B. *Turbulent Flows*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000.
- Reynolds 1895 REYNOLDS, O. On the dynamical theory of turbulent incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philos. Trans. R. Soc.*, v. 186, p. 123 – 161, 1895.
- Reynolds 1990 REYNOLDS, W. C. *Wither Turbulence? Turbulence at the Crossroads*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1990.
- Rogallo 1981 ROGALLO, R. S. Numerical experiments in homogeneous turbulence. *NASA Technical Memorandum*, v. 81, 1981.
- Sagaut et al. 2004 SAGAUT, P. et al. Turbulent inflow conditions for les of compressible wall bounded flows. *AIAA Journal*, v. 42, 2004.
- Schlüter, Pitsch e Moin 2004 SCHLÜTER, J. U.; PITTSCH, H.; MOIN, P. Large-eddy simulation inflow conditions for coupling with reynolds-averaged flow solvers. *AIAA Journal*, v. 42, p. 478–484, 2004.
- Schneider e Zedan 1981 SCHNEIDER, G. E.; ZEDAN, M. A modified strongly implicit procedure for the numerical solution of field problems. *Numerical Heat Transfer*, v. 4, p. 1 – 19, 1981.
- Schubauer e Skramstad 1948 SCHUBAUER, G. B.; SKRAMSTAD, H. K. Laminar boundary-layer oscillations and transition on a flat plate. *NACA Rep*, 1948.
- Shaanan, Ferziger e Reynolds 1975 SHAANAN, S.; FERZIGER, J. H.; REYNOLDS, W. C. Numerical simulation of turbulence in presence of shear. *Rep. TF-6, Dept. Mechanical Engineering, Stanford University*, 1975.
- Silveira-Neto et al. 1993 SILVEIRA-NETO, A. d. et al. A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 256, p. 1 – 25, 1993.
- Smagorinsky 1963 SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations. *American Metereological Society*, v. 91, p. 99 – 164, 1963.
- Smirnov 2004 SMIRNOV, A. Random flow generation procedure technical manual. p. 1 – 13, 2004.
- Smirnov, Shi e Celik 2001 SMIRNOV, A.; SHI, S.; CELIK, I. Random flow generation technique for large eddy simulations and particle-dynamics modeling. *Journal of Fluids Engineering*, v. 123, p. 359 – 371, 2001.

- Spode 2006 SPODE, C. *Simulação de Grandes Escalas e Simulação Híbrida RANS/LES do Escoamento sobre o Degrau com Condições de Contorno Turbulentas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2006.
- Tabor e Baba-Ahmadi 2010 TABOR, G. R.; BABA-AHMADI, M. H. Inlet conditions for large eddy simulation: A review. *Computer & Fluids*, v. 39, p. 553 – 567, 2010.
- Taylor 1935 TAYLOR, G. I. Statistical theory of turbulence. *Proc. Roy. Soc. London*, v. 151, p. 421 – 478, 1935.
- Townsend 1947 TOWNSEND, A. A. The measurement of double and triple correlation derivatives in isotropic turbulence. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, v. 43, p. 560, 1947.
- Vedovoto 2011 VEDOVOTO, J. M. *Mathematical and Numerical Modeling of Turbulent Reactive Flows using a Hybrid LES / PDF Methodology*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2011.
- Vedovoto et al. 2011 VEDOVOTO, J. M. et al. Application of the method of manufactured solutions to the verification of a pressure-based finite-volume numerical scheme. *Computers & Fluids*, v. 51, p. 85 – 99, 2011.
- Villar 2007 VILLAR, M. *Análise Numérica Detalhada de Escoamentos Multifásicos Bidimensionais*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2007.
- Vorst 1981 VORST, H. A. van der. Iterative solution methods for certain sparse linear systems with a non-symmetric matrix arising from pde-problems. *Journal of Computational Physics*, v. 44, p. 1 – 19, 1981.
- Wang 2005 WANG, D. *Variable Step Size Implicit Explicit Linear Multistep Methods for Time Dependent Variables*. Tese (Doutorado) — Simon Fraser University, Canadaty, 2005.
- Williams e Baker 1997 WILLIAMS, P. T.; BAKER, A. J. Numerical simulations of laminar flow over a 3d backward-facing step. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v. 24, p. 1159 – 1183, 1997.