

MATTHIEU REMIGIO ROUX GRAVADE

MODELAGEM E CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES DE PAINÉIS
FLEXÍVEIS DE SATÉLITES ARTIFICIAIS EMPREGANDO
TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos.

Orientador: Prof. Domingos Alves Rade (UFU)

Co-orientador: Prof. Luiz Carlos Gadelha de Souza (INPE)

UBERLÂNDIA-MG

2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

G775m Gravade, Matthieu Remigio Roux, 1980-
Modelagem e controle ativo de vibrações de painéis flexíveis de satélites artificiais empregando transdutores piezelétricos / Matthieu Remigio Roux Gravade. - 2009.
75 f. : il.

Orientador: Domingos Alves Rade.

Co-orientador: Luiz Carlos Gadelha de Souza.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Vibração - Teses. 2. Piezoeletricidade - Teses. 2. Satélites artificiais - Teses. I. Rade, Domingos Alves. II. Souza, Luiz Carlos Gadelha de. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621:534

AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade de realizar o Curso de Mestrado na Instituição.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Ao Prof. Domingos Alves Rade pela sua orientação.

Ao Prof. Luiz Carlos Gadelha de Souza pela sua co-orientação.

Ao aluno de iniciação científica Leandro de Souza Leão pela sua colaboração nessa dissertação.

Aos colegas pelo companheirismo, amizade e apoio.

À minha família pelo carinho e apoio.

GRAVADE, M. R. R. **Modelagem e Controle Ativo de Vibrações de Painéis Flexíveis de Satélites Artificiais Empregando Transdutores Piezelétricos**. 2009. 89 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

RESUMO

Neste trabalho foram desenvolvidos procedimentos de modelagem do comportamento dinâmico de satélites artificiais contendo painéis flexíveis, objetivando o controle de vibrações destes painéis através da ação combinada de uma roda de reação e de atuadores piezelétricos colados às suas superfícies. São primeiramente apresentados alguns elementos básicos sobre a tecnologia de satélites artificiais, materiais inteligentes e algoritmos de controle ativo de vibrações, aspectos estes abordados no estudo. São desenvolvidas analiticamente três variantes de modelos de satélites híbridos rígido-flexíveis. No primeiro, os painéis são modelados com parâmetros concentrados de massa e de rigidez; no segundo, o Método dos Modos Admitidos (MMA) é utilizado para discretização espacial dos painéis modelados como vigas contínuas; no terceiro, o modelo baseado no MMA é complementado com a inclusão de transdutores piezelétricos que podem ser configurados quer como sensores, quer como atuadores. Para cada modelo, são obtidas as equações diferenciais do movimento, as quais são adaptadas para o projeto de sistemas de controle ativo. O modelo mais completo é implementado em ambiente MATLAB®, sendo feitas simulações numéricas objetivando-se a validação dos procedimentos de modelagem e caracterização do comportamento estático e dinâmico em uma configuração particular de satélite com painéis flexíveis dotados de sensores e atuadores piezelétricos. Algumas das simulações numéricas foram confrontadas com um modelo baseado em elementos finitos, realizado no programa comercial de análise por elementos finitos ANSYS®. É simulado o comportamento do sistema com controle realimentado, demonstrando a possibilidade de se obter significativo aumento do amortecimento das vibrações dos painéis por meio de atuadores piezelétricos. Conclusões e perspectivas de continuidade do trabalho de pesquisa constituem a parte final do trabalho.

Palavras chave: materiais inteligentes, piezeletricidade, controle de atitude, satélites artificiais, estruturas flexíveis, controle ativo.

GRAVADE, M. R. R. **Modeling and Active Vibration Control of Flexible Panels of Artificial Satellites Using Piezoelectric Transducers.** 2009. 89 p. Master Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, Brazil.

ABSTRACT

In this dissertation, modeling procedures were developed to characterize the dynamic behavior of artificial satellites containing flexible panels, aiming the active control of these panels through the combined use of a reaction wheel and piezoelectric actuators bonded their surfaces. First, some basic concepts regarding the technology of artificial satellites, smart material systems and vibration active control are presented, as those aspects are addressed in the study. Then, three variants of analytical models of hybrid rigid-flexible satellites are developed. In the first, the panels are modeled as a one-degree-of-freedom spring-mass system; in the second, the Assumed-Modes Method (AMM) is used for space discretization of the panels which are modeled as continuous beams; in the third, the AMM-based model is adapted to include piezoelectric transducers, which can be set either as sensors or as actuators. For each model, the differential equations of motion are derived and adapted for the design of active control algorithms. The more complete model is implemented in MATLAB® programming environment and various numerical simulations are made aiming at validating the modeling procedures and characterizing the static and dynamic behavior of a particular configuration of satellite having flexible panels and piezoelectric sensor and actuators. The results of some of those simulations are compared to those obtained by using the commercial finite element package ANSYS®. The behavior of the satellite subjected to feedback control is also simulated demonstrating the possibility of achieving a significant increase of damping of the panels' vibrations by means of piezoelectric actuators. Conclusions of the research study and perspectives are presented in the last part of the dissertation.

Keywords: intelligent materials, piezoelectricity, artificial satellites, flexible structures, active control.

LISTA DE SÍMBOLOS

$[c^E]$	matriz de rigidez a campo elétrico constante (N/m ²)
$\{D\}$	vetor de deslocamentos elétricos (C/m ²)
$[d]$	matriz de constantes piezelétricas em deformação (C/N)
$\{E\}$	vetor dos campos elétricos (V/m)
$[e]$	matriz de constantes piezelétricas em tensão (C/m ²)
$\{S\}$	vetor de deformações (m/m)
$[s^E]$	matriz de flexibilidade, medida a campo elétrico constante
$[\varepsilon^T]$	matriz de permissividade a tensão mecânica constante (C/(m.V))
$[\varepsilon^S]$	matriz de permissividade elétrica a deformação constante (C/(m.V))
$\{T\}$	vetor das tensões mecânicas (N/m ²)
J_p	momento de inércia de massa do painel
J_S	momento de inércia de massa do corpo do satélite
J_R	momento de inércia de massa da roda de reação
$[K_p]$	matriz rigidez do modelo de viga
$[M_p]$	matriz de massa do modelo de viga
$()^T$	indica matriz transposta
T	energia cinética total do sistema
U	energia de deformação é associada à flexão dos painéis
V	voltagem aplicada aos transdutores piezelétricos
$\theta(t)$	ângulo de orientação do corpo do satélite
$\varphi(t)$	ângulo de orientação da roda de reação
$\phi_i(x)$	funções admissíveis
$\Omega_S = \dot{\theta}$	velocidade angular absoluta do corpo do satélite (rad/s)
$\Omega_R = \dot{\varphi}$	velocidade angular da roda de reação em relação ao corpo do satélite (rad/s)

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
1.1 Fundamentos da tecnologia de satélites artificiais	1
1.2 Controle de atitude de satélites artificiais	4
1.3 Materiais inteligentes	8
1.4 Contextualização e objetivos do trabalho	11
1.5 Organização do trabalho	12
FUNDAMENTOS TEÓRICOS	14
2.1 Fundamentos de piezeletricidade linear	14
2.2 Algoritmos de controle ativo	21
2.2.1 Regulador Quadrático Linear (LQR)	23
2.2.2 Regulador Quadrático Gaussiano Linear (LQG)	25
MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE SATÉLITES ARTIFICIAIS CONTENDO PAINÉIS FLEXÍVEIS	29
3.1 – Introdução	29
3.2 – Modelo de três graus de liberdade	31
3.3 – Modelo baseado no Método dos Modos Admitidos	38
3.4 – Modelo baseado no Método dos Modos Admitidos com inclusão de sensores e atuadores piezelétricos	48
3.5 – Escolha das funções admissíveis do Método dos Modos Admitidos	63
SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	67
4.1. Descrição do satélite simulado	67
4.2. Análise estática dos painéis com força externa aplicada	70
4.2.1. Verificação da convergência da expansão no Método dos Modos Assumidos	71
4.2.2 - Confrontação com o modelo de elementos finitos gerado no programa ANSYS® ..	73
4.3. Análise estática dos painéis com voltagem aplicada aos atuadores piezelétricos	76
4.4. Análise modal dos painéis	77
4.5. Integração numérica das equações do movimento não lineares	79
4.5.1 Simulação do movimento para torque constante aplicado à roda de reação	80
4.5.2 Simulação do movimento para torque constante aplicado à roda de reação e realimentação de estado	83
CONCLUSÕES	86
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Fundamentos da tecnologia de satélites artificiais

Satélites artificiais são artefatos produzidos e colocados em órbita pelo homem. Os principais tipos de satélites que se encontram em funcionamento são os satélites de comunicações, satélites científicos, satélites militares e os satélites do Sistema de Posicionamento Global (*Global Positioning System - GPS*).

O primeiro satélite artificial, chamado Sputnik, foi colocado no espaço pela União Soviética em 4 de outubro de 1957. Desde então, aproximadamente 40 países vêm desenvolvendo, lançando e operando satélites artificiais.

Atualmente, 3000 satélites em operação e 6000 peças de lixo espacial orbitam em torno da Terra (NASA, 2008).

As órbitas dos satélites podem ter formas circulares ou elípticas, com diferentes altitudes em relação à superfície terrestre. Algumas órbitas circulares, por exemplo, situam-se pouco acima da atmosfera, a uma altitude de 250 km, ao passo que outras atingem 32.200 km. Quanto maior a altitude, maior é o período orbital.

As órbitas podem ser classificadas da seguinte forma:

- **Órbitas geosíncronas:** são órbitas de grande altitude (em torno de 35.900 km) nas quais o satélite viaja em torno da Terra com período tal que, observado da Terra, mantém sua posição fixa;
- **Órbitas de média altitude:** têm altitude em torno de 20.000 km e período orbital de 12 horas. Encontrando-se fora da atmosfera, estas órbitas são muito estáveis, sendo ideais para os satélites de navegação;
- **Órbitas polares heliocêntricas:** são órbitas de baixa altitude (em torno de 610 km) e curtos períodos orbitais (em torno de 100 minutos), nas quais os satélites

passam sobre os pólos Norte e Sul. Uma lenta variação da posição da órbita é combinada com o movimento da Terra em torno do Sol de modo que o satélite sempre cruza o equador na mesma hora local na Terra. O telescópio Hubble opera neste tipo de órbita (610 km de altitude) com um período orbital de 97 minutos.

Os satélites artificiais são também classificados de acordo com sua missão, havendo seis tipos principais: científicos, meteorológicos, de comunicações, de navegação, de observação da Terra e militares.

Os **satélites científicos** recolhem dados de experimentos científicos, relacionados, por exemplo, a influências do ambiente espacial, a alterações ocorridas na Terra e na atmosfera. Outros satélites científicos observam outros planetas ou estrelas, como por exemplo, a Lua ou o Sol.

Os **satélites meteorológicos** observam as condições atmosféricas em grandes áreas, fornecendo informações para o estudo de padrões climáticos e previsões meteorológicas. Alguns executam órbitas polares heliocêntricas, a partir das quais observam coberturas de nuvens, temperatura, pressão atmosférica, precipitação e composição química da atmosfera. Como estes satélites sempre observam a Terra em um mesmo tempo local, podem-se comparar os dados coletados em diferentes locais sob condições semelhantes de radiação solar. Outros satélites meteorológicos são posicionados em órbitas geosíncronas a partir das quais eles observam a atividade climática em aproximadamente metade da superfície terrestre ao mesmo tempo. Estes satélites registram alterações na formação de nuvens e produzem imagens em infra-vermelho.

Os **satélites de comunicações** recebem sinais de rádio de uma estação e os retransmitem para outras. São usualmente colocados em órbitas geosíncronas de grande altitude.

Os **satélites de navegação**, tais como aqueles que formam o sistema GPS (*Global Positioning System*) permitem a determinação precisa da posição de veículos aéreos, terrestres e aquáticos, ou mesmo de pessoas, em relação à Terra; operam em redes que enviam sinais para um receptor que determina sua posição a partir de sinais recebidos de pelo menos três satélites.

Satélites de observação da Terra são usados para mapear e monitorar os recursos naturais do planeta; seguem órbitas polares heliocêntricas.

Satélites militares incluem satélites meteorológicos, de comunicações, de navegação e de observação, com utilização restrita às finalidades militares. Alguns destes satélites, chamados satélites espiões, podem detectar lançamentos de mísseis e rastrear movimentos de veículos e tropas militares.

No tocante à configuração física de satélites artificiais, identificam-se dois módulos principais: o módulo de serviço e o módulo de comunicação.

O **módulo de serviço** é composto geralmente por cinco subsistemas:

- **Subsistema estrutural**, que fornece proteção do satélite contra variações extremas de temperatura, danos causados por impactos com micro-meteoritos ou outros objetos em órbita, e controla as funções de rotação do satélite.
- **Subsistema de telemetria**: monitora a operação de equipamento embarcado, transmite dados para a estação de controle na Terra e recebe instruções desta estação para realizar operações de ajuste do equipamento.
- **Subsistema de potência**: é formado pelos painéis solares e baterias e, eventualmente, fontes de energia nuclear.
- **Subsistema de controle térmico**: protege o equipamento eletrônico do satélite das típicas variações extremas de temperatura devidas à variação da exposição solar.
- **Subsistema de controle de órbita e de atitude**: é composto por um conjunto de sensores de movimento e atuadores utilizados para manter o satélite na posição orbital correta e manter suas antenas com a orientação desejada.

O **módulo de comunicação** é constituído por *transponders*, que são capazes de :

- Receber sinais de rádio de antenas posicionadas na Terra;
- Amplificar os sinais de rádio recebidos;
- Ordenar os sinais recebidos e direccionar sinais de saída através de multiplexadores para antenas posicionadas na Terra.

A Figura 1.1 ilustra alguns exemplos de satélites artificiais.



Figura 1.1 – Ilustrações de satélites artificiais. (a): satélite japonês REIMEI (ISAS,2008)
(b): telescópio espacial Hubble (NASA,1990)

Geralmente os satélites artificiais são colocados em órbita com a ajuda de um foguete (lançador), ou em alguns casos, o satélite pode ser levado no compartimento de carga de um ônibus espacial. Os lançadores devem ser equipados com um sistema de orientação inercial, que será responsável por mantê-lo na posição vertical, culminando assim em uma chegada mais rápida na altura desejada, consumindo a menor energia possível. Um sistema de orientação também será responsável por inclinar o satélite, quando for o momento certo, afim de que seja respeitado o plano de vôo descrito para ele. Este plano de vôo, geralmente o leva a girar no sentido de oeste para leste, que é o sentido de rotação da Terra. O conjunto, então, deve receber um impulso que depende da velocidade determinada pela rotação da Terra no ponto de lançamento, de modo que as melhores regiões para o lançamento de satélites são aquelas situadas sobre a linha do equador.

O controle de atitude de satélites artificiais constitui o objeto do estudo desta dissertação, sendo abordado mais detalhadamente a seguir.

1.2 Controle de atitude de satélites artificiais

No âmbito da tecnologia espacial, a *atitude* de um veículo significa sua orientação em relação a um dado sistema de referência, sendo a atitude descrita por um vetor na direção do qual o veículo está instantaneamente orientado.

O chamado *controle de atitude* é o conjunto de operações realizadas para manter a orientação desejada de veículos em relação a estações na Terra ou a outros corpos em órbita. Os principais componentes de um sistema de controle de atitude são:

- **sensores:** destinados a medir as grandezas cinemáticas do veículo (posição, velocidade, aceleração);
- **atuadores:** utilizados para aplicar torques necessários para reorientar o veículo;
- **algoritmos de controle:** conjunto de comandos implementados em computador para determinar as ações dos atuadores, com base nas medições efetuadas pelos sensores.

São apresentados abaixo os principais tipos de sensores e atuadores utilizados na tecnologia de satélites artificiais:

Sensores

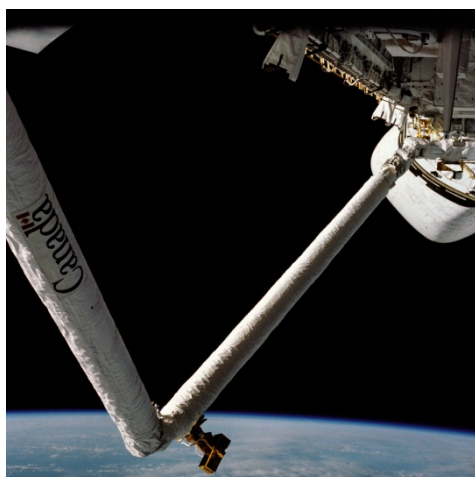
- **Giroscópios:** são dispositivos que medem rotações, mais precisamente, alterações de orientação, sem necessidade de usar outros corpos como referência. Em sua forma mais simples, um giroscópio consiste de um disco rotativo, mas hoje existem também os giroscópios a laser, que utilizam luz coerente refletida em uma trajetória fechada;
- **Indicadores de horizonte:** instrumentos ópticos que detectam a linha do horizonte da Terra, permitindo a orientação em relação a dois eixos ortogonais. Frequentemente estes instrumentos empregam a luz infravermelha, o que possibilita seu funcionamento na face escura da Terra.
- **Sensores de movimento:** utilizam a tecnologia de sistemas micro-eleto-mecânicos (*Micro-Electro-Mechanical-Structure* - *MEMS*) e micro-eletrônica, apresentando-se como dispositivos miniaturizados de grande precisão.
- **Girobússolas orbitais:** utilizam um sensor de horizonte e um giroscópio para medir rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano da órbita.
- **Sensores solares:** dispositivos que identificam a direção do Sol, podendo ser baseados em células fotovoltaicas.
- **Rastreadores de estrelas:** dispositivos ópticos que servem para medir a direção de uma ou mais estrelas, usando células fotovoltaicas ou câmeras de estado sólido.

Atuadores

- **Propulsores:** são motores-foguete que aplicam torques provocados pelo empuxo dos gases expelidos. Existem também os denominados propulsores Vernier, que aceleram gases ionizados eletricamente, usando energia armazenada por células solares.
- **Rodas de reação:** são acionadas por motores elétricos que giram na direção oposta à desejada para reorientação do veículo; são geralmente suspensas por mancais magnéticos para diminuir o atrito.
- **Atuadores giroscópicos:** são rotores que giram a velocidade constante, montados em suspensões Cardan, que exercem torques giroscópicos quando sua direção é alterada.
- **Velas solares:** são dispositivos que produzem empuxo resultante da reflexão da luz solar, que podem ser usados para fazer pequenos ajustes de atitude.
- **Atuadores magnéticos:** são bobinas que produzem momentos induzidos pelo campo magnético local.

No projeto e construção de satélites artificiais, a redução de peso é uma diretriz de primordial importância, uma vez que todo alívio de peso obtido nos sistemas de serviço pode ser convertido em carga útil. Desta forma, há uma tendência de se projetarem subsistemas estruturais flexíveis, que ficam sujeitos a vibrações mecânicas.

Como exemplos de estruturas espaciais flexíveis podem-se citar: a Estação Espacial Internacional e o braço robótico dos ônibus espaciais da NASA, ilustrados na Figura 1.2, o telescópio espacial Hubble e o ROKVISS (*Robotic Component Verification* na ISS), sendo este último um projeto realizado pelo Centro Espacial Alemão (DLR) em cooperação com o INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais). Pode-se também citar o programa Aurora, da Agência Espacial Européia (ESA), que opera grandes veículos.



(a)



(b)

Figura 1.2 – Ilustração de estruturas espaciais flexíveis. (a): braço robótico dos ônibus espaciais; (b) estação espacial internacional (NASA, 2008).

Há satélites artificiais que podem ser considerados como estruturas híbridas rígidas-flexíveis, constituídas por um corpo central rígido, com apêndices flexíveis engastados que representam os painéis.

Após uma manobra espacial, normalmente tenta-se manter estabilidade estática em determinada posição específica. Entretanto, devido à flexibilidade de estruturas do sistema, como os painéis, os esforços de inércia provocam oscilações elásticas que permanecem por longos períodos, devido ao pequeno amortecimento estrutural e à ausência de fricção com o ar no ambiente espacial. Além disso, vibrações podem ser induzidas por gradientes de temperatura existentes entre regiões de componentes estruturais submetidas a diferentes intensidades de radiação solar.

Como exemplo, pode-se citar o caso de satélites cuja missão consiste em fotografar determinadas regiões terrestres. Neste caso, o sistema de controle de atitude deve garantir que a câmera seja apontada para uma determinada direção. Entretanto, se o satélite sofrer vibrações, as fotografias não serão obtidas com nitidez satisfatória.

O projeto de sistemas de controle de atitude de satélites rígidos-flexíveis vem se tornando uma tarefa cada vez mais difícil, devido ao contínuo aumento dos requisitos de eficiência. No caso de satélites rígidos-flexíveis, uma das dificuldades encontradas pelos sistemas de controle de atitude aparece no momento da realização de manobras espaciais, cuja execução gera vibrações residuais remanescentes que devem ser amortecidas ou controladas para tornar possível a execução da missão requerida com desempenho satisfatório. Desta

forma, o sistema de controle de atitude deve ter sua eficiência assegurada, atendendo, ao mesmo tempo, às restrições relacionadas ao peso e ao volume dos componentes, especialmente sensores e atuadores, e à energia necessária para realização das operações de controle.

A Companhia Européia de Defesa Aeronáutica e Espacial (EADS) definiu duas referências para avaliar as técnicas de controle de atitude. A primeira é baseada nos satélites de telecomunicação com grandes antenas, semelhantes ao INMARSAT-4; a segunda é baseada na futura missão DARWIN da ESA, com grandes escudos solares estendidos.

Tem havido grandes investimentos por parte de centros de pesquisa espaciais no estudo de novas técnicas de controle de atitude de estruturas flexíveis, pois tem sido reconhecido o importante papel que estes avanços têm no desenvolvimento espacial.

1.3 Materiais inteligentes

Uma das frentes de desenvolvimento mais promissoras é a concepção de novos tipos de sensores e atuadores, menos intrusivos, mais eficientes, mais confiáveis. Neste sentido, o uso de materiais chamados *materiais inteligentes* ou *materiais adaptativos* surge como uma interessante alternativa aos sensores e atuadores tradicionais.

De acordo com Leo (2007), materiais inteligentes são aqueles que apresentam acoplamento de múltiplos domínios físicos, de modo que as características físicas (elétricas, mecânicas, ópticas, por exemplo), podem ser modificadas através de modificações controladas das variáveis de estado que caracterizam os domínios envolvidos. A Figura 1.3 ilustra exemplos de domínios físicos, com suas respectivas variáveis de estado, e os efeitos resultantes do acoplamento entre os domínios. A Tabela 1.1 mostra os principais tipos de materiais inteligentes existentes e os domínios físicos a eles associados.

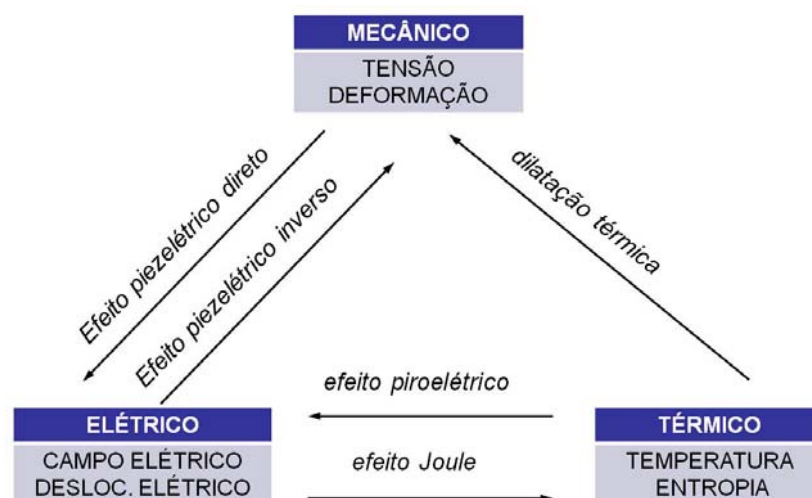


Figura 1.3 – Exemplos de acoplamento de domínios físicos e variáveis de estado característicos de materiais inteligentes (adaptado de (Leo, 2007))

Tabela 1.1 – Exemplos de materiais inteligentes e respectivos domínios físicos

MATERIAL INTELIGENTE	DOMÍNIOS FÍSICOS
MATERIAIS PIEZELÉTRICOS	ELÉTRICO e MECÂNICO
POLÍMEROS ELETROATIVOS	ELÉTRICO e MECÂNICO
MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA	TÉRMICO e MECÂNICO
FLUIDOS MAGNETO-REOLÓGICOS	MAGNÉTICO e MECÂNICO
FLUIDOS ELETRO-REOLÓGICOS	ELÉTRICO e MECÂNICO

Dentre os materiais inteligentes, os materiais piezelétricos são considerados os mais versáteis, uma vez que podem ser utilizados como sensores ou como atuadores.

A piezeletricidade é uma propriedade dos materiais dielétricos, naturais ou sintéticos que, quando submetidos a carregamentos mecânicos externos (pressões), produzem uma distribuição de cargas elétricas em suas superfícies. Este efeito é conhecido como efeito piezelétrico direto. Por outro lado, quando são sujeitos a campos elétricos externos, exibem variações em sua forma e dimensões (efeito piezelétrico inverso). O efeito piezelétrico direto é explorado na construção de sensores, ao passo que o efeito piezelétrico inverso é utilizado na construção de atuadores.

Intensa investigação científica vem sendo feita acerca do uso de transdutores piezelétricos em sistemas de controle ativo e passivo de vibrações de sistemas estruturais flexíveis.

A Figura 1.4 ilustra um esquema típico de controle ativo, no qual atuadores dispostos sob a forma de pastilhas de cerâmica piezelétrica são utilizados para aplicar esforços de controle para atenuação de vibrações transversais de uma viga, a partir de sinais de deformação medidos com o auxílio de sensores de polimérico piezelétrico (PVDF). A partir do trabalho pioneiro de Crawley e de Luis (1987) este tipo de estratégia foi investigada por numerosos autores, dentre os quais pode-se citar (DIMITRIADIS et al., 1989; DEVASIA et al., 1993; ROGERS et al., 1995; ABREU et al., 2003; DETWILER et al., 1995).

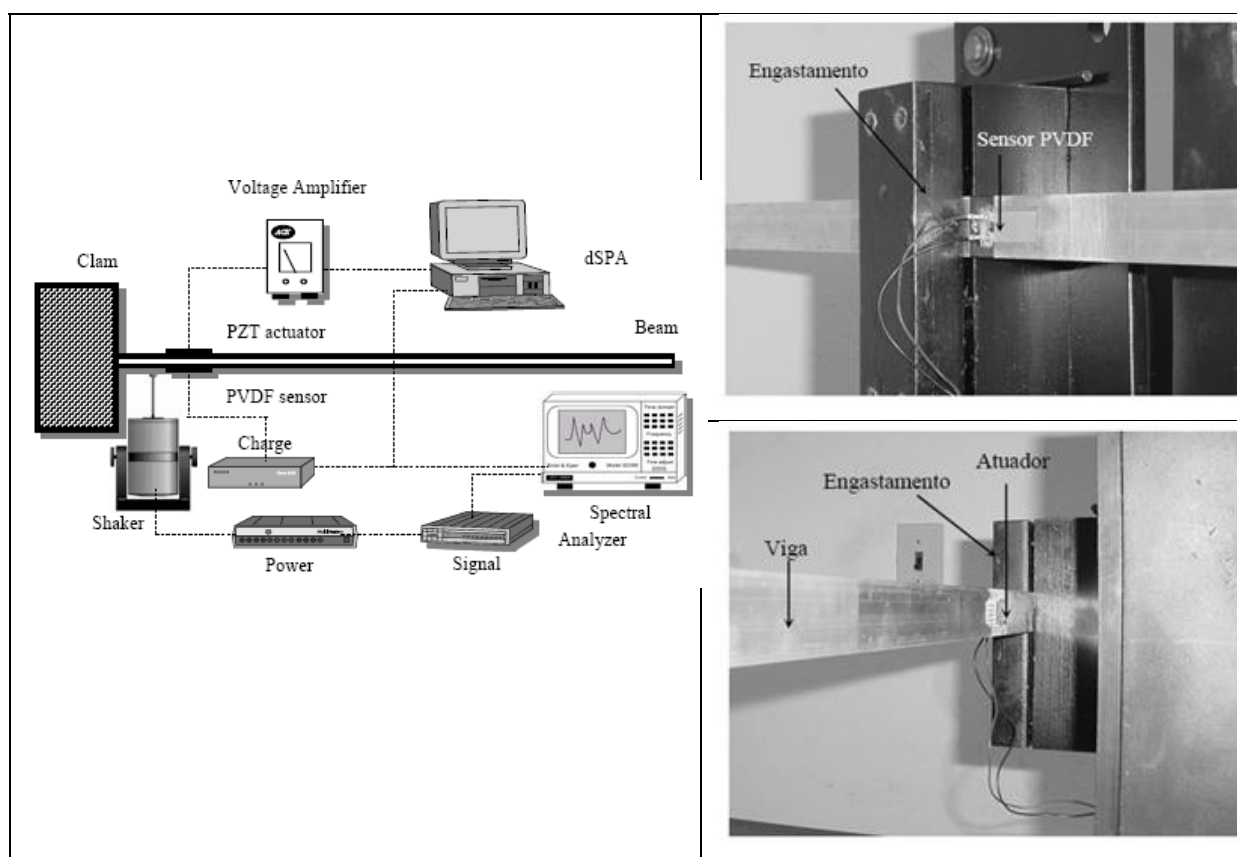


Figura 1.4 – Ilustração de sistema de controle de vibrações utilizando sensores e atuadores piezelétricos (ABREU, 2003)

A Figura 1.5 ilustra uma técnica de controle passivo de vibrações de uma estrutura espacial que consiste na associação de transdutores piezelétricos com circuitos elétricos passivos denominados circuitos *shunt*. O princípio subjacente a esta técnica é a utilização do

efeito piezelétrico direto (efeito sensor) para transformar a energia vibratória em energia elétrica que flui através do circuito elétrico, podendo ser nele dissipada. Numerosos estudos sobre esta técnica de controle vêm sendo realizados nos últimos anos (Hagood e Von Flotow, 1991; Hollkamp, 1994; Lesieutre, 1998; Marneffe e Preumont, 2008).

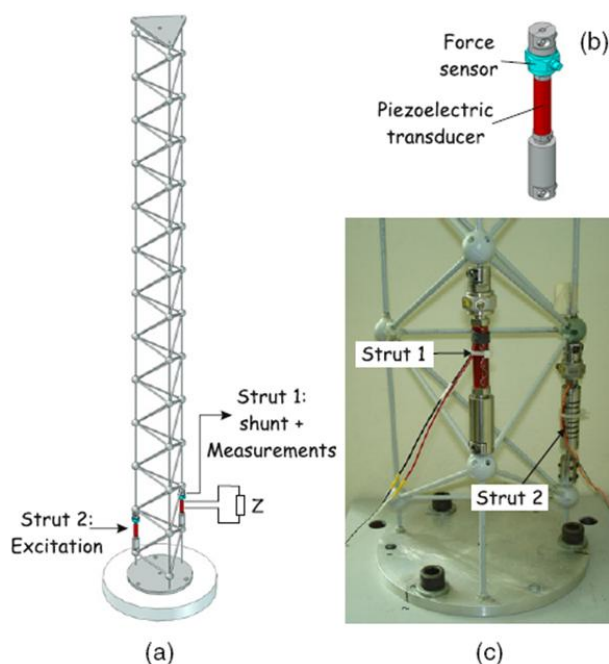


Figura 1.5 – Ilustração de sistema de controle de vibrações utilizando transdutores piezelétricos e circuitos *shunt* (Marneffe e Preumont, 2008)

1.4 Contextualização e objetivos do trabalho

O trabalho realizado no âmbito desta Dissertação resulta da iniciativa de estabelecimento de uma colaboração científica entre o Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis - LMEst, da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU e o Grupo de Controle (GCTR) da Divisão de Mecânica Espacial e Controle (DMC) do Instituto de Pesquisas Espaciais, de São José dos Campos, vinculado ao Ministério da Ciência e Tecnologia do Brasil.

Os pesquisadores do LMEst vem desenvolvendo, há quase dez anos, investigações sobre diferentes utilizações de materiais piezelétricos em dinâmica estrutural, tais como:

controle ativo de vibrações e ruído utilizando cerâmicas piezelétricas e filmes PVDF, controle passivo de vibrações utilizando cerâmicas piezelétricas e circuitos *shunt* e monitoramento de integridade estrutural baseado na técnica de impedância eletromecânica. Por outro lado, na DMC são executados projetos de pesquisa e desenvolvimento visando futuras aplicações em futuros satélites nacionais ou aqueles em que o Brasil participa via acordos internacionais. Em específico, o GCTR vem se interessando pelo controle de atitude de satélites rígidos-flexíveis, problema este abordado em publicações recentes (Souza, 2006; Vargas e Souza, 2003)

A parceria em questão visa combinar as competências dos dois grupos de pesquisa para buscar soluções melhoradas para o problema de controle de atitude de satélites artificiais contendo painéis flexíveis, utilizando transdutores piezelétricos.

Os objetivos estabelecidos para o presente trabalho são os seguintes:

1º. Desenvolvimento, implementação computacional e validação numérica de modelos de satélites artificiais rígidos-flexíveis cujo controle de atitude pode ser feito com roda de reação, com sensores e atuadores piezelétricos incorporados aos painéis, ou com ambos. No desenvolvimento dos modelos em questão foi considerado que estes devem ser bem adaptados para sua associação com procedimentos de controle ativo, notadamente no tocante à precisão e número reduzido de graus de liberdade.

2º. Implementação computacional e avaliação, por meio de simulações numéricas, de alguns algoritmos de controle ativo aplicados ao controle de atitude de satélites híbridos rígidos-flexíveis, utilizando os modelos desenvolvidos.

1.5 Organização do trabalho

O trabalho está organizado em cinco capítulos, com o seguinte conteúdo:

Este primeiro capítulo traz uma introdução à tecnologia de satélites artificiais, destacando o problema de controle de atitude. Introduz também o conceito e exemplos de utilização de materiais piezelétricos em sistemas de controle ativo e explicita os objetivos do trabalho.

O Capítulo 2 é dedicado aos fundamentos teóricos necessários ao desenvolvimento de modelos de estruturas elásticas contendo transdutores piezelétricos e à implementação dos algoritmos de controle.

O Capítulo 3 enfoca o desenvolvimento de modelos de satélites contendo painéis flexíveis e sensores e atuadores piezelétricos. Modelos discretos são desenvolvimentos com diferentes graus de complexidade, chegando-se a um modelo baseado no Método dos Modos Admitidos no qual os painéis são modelados como vigas que dispõem de pastilhas piezelétricas em suas superfícies.

O Capítulo 4 contém as simulações numéricas realizadas para validar os modelos e avaliar o desempenho dos algoritmos de controle utilizados.

O Capítulo 5 traz as conclusões e as propostas de continuidade do trabalho de pesquisa.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Fundamentos de piezeletricidade linear

A piezeletricidade foi inicialmente observada e relatada por Pierre e Jacques Curie em 1880, sendo exibido por uma ampla gama de materiais naturais ou sintéticos, incluindo:

- quartzo natural (SiO_2)
- turmalina
- osso humano
- cerâmicas: Zirconato Titanato de Chumbo (PZT), Titanato de Bário
- polímeros: Fluorido de Polivinilideno (PVDF)

Dentre os materiais piezelétricos, as cerâmicas PZT são as mais frequentemente utilizadas na construção de sensores e atuadores. Estas cerâmicas são materiais ferroelétricos com uma estrutura cristalina tetragonal/romboédrica muito próxima da estrutura cúbica, conforme ilustrado na Figura 2.1. Acima da temperatura denominada temperatura de Curie, os cristais exibem simetria cúbica. Esta estrutura é centro-simétrica, com cargas elétricas positivas e negativas ocupando posições coincidentes, de modo que não existem dipolos elétricos. Abaixo da temperatura de Curie, entretanto, os cristais adquirem simetria tetragonal na qual as posições das cargas positivas e negativas não coincidem, de modo que cada célula elementar constitui um dipolo elétrico. Devido à orientação aleatória dos dipolos, nenhuma polarização macroscópica ou efeito piezelétrico é observado na cerâmica.

No processo de fabricação, a cerâmica é submetida a um forte campo elétrico externo, a uma temperatura ligeiramente superior à temperatura de Curie, o que provoca a orientação dos dipolos elétricos na direção deste campo. Com a remoção do campo e retorno à temperatura ambiente, os dipolos conservam uma orientação remanescente e a cerâmica passa a exibir características piezelétricas e anisotrópicas.

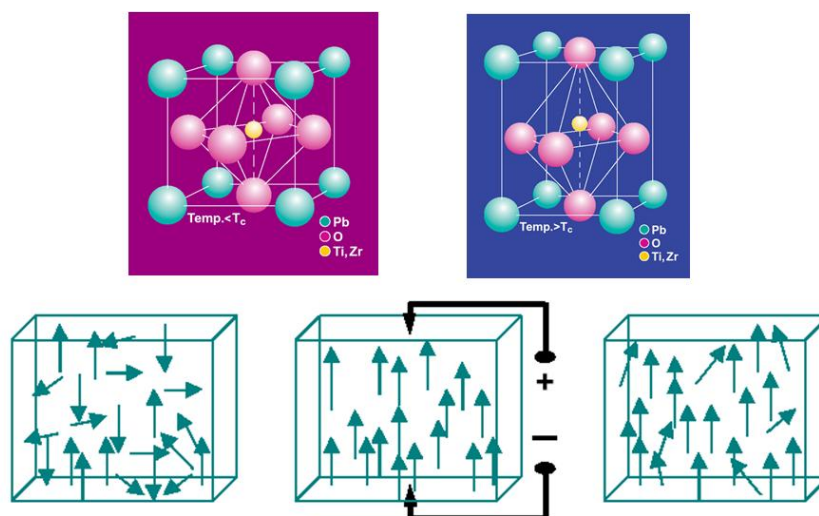


Figura 2.1 – Ilustração do processo de polarização de cerâmicas piezelétricas

A resposta à aplicação de campos elétricos a uma cerâmica polarizada é a mudança em suas dimensões (efeito piezelétrico inverso). Uma voltagem com a mesma polaridade causa uma expansão na direção 3 e contrações nas direções 1 e 2. De forma inversa, a aplicação de uma voltagem com uma polaridade oposta produz uma contração na direção 3 e uma expansão nas direções 1 e 2, como mostra a Fig. 2.2

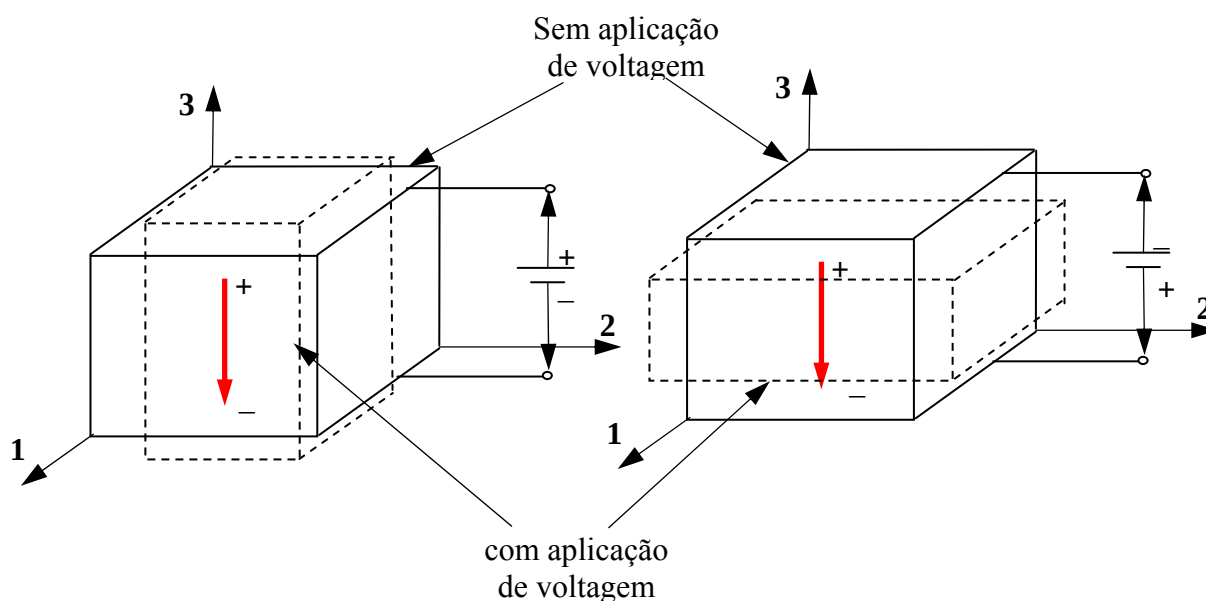


Figura 2.2 – Ilustração do efeito piezelétrico inverso.

Além das expansões e contrações, o material piezelétrico pode apresentar deformações de cisalhamento em resposta ao campo elétrico aplicado, como mostra a Fig. 2.3. As distorções de cisalhamento são indicadas pelos índices 4, 5 e 6. Entretanto, nas aplicações enfocadas neste trabalho, o interesse limita-se apenas ao modo 31. A razão para isso é explicada pelo fato que os atuadores piezelétricos utilizados nestas aplicações apresentam-se sob a forma de pastilhas finas, polarizadas ao longo da espessura (direção “3”), sendo concebidos para atuar primariamente na direção do comprimento (direção “1”).

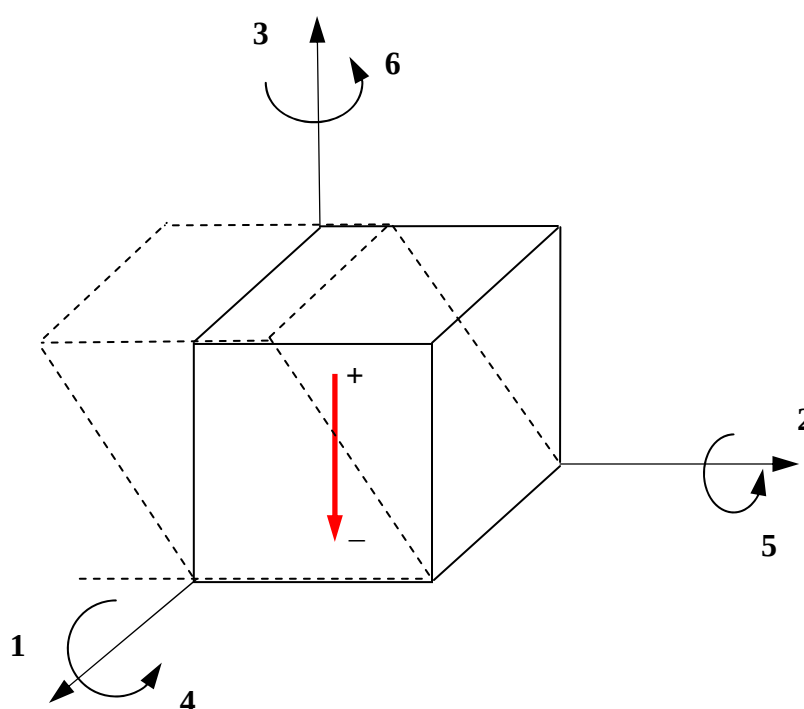


Figura 2.3 – Deformação de cisalhamento do elemento piezelétrico na direção “4”.

A aplicação de pressões externas ou deformações resulta no aparecimento de cargas nas superfícies do elemento piezelétrico (este efeito é chamado de modo “gerador” ou modo “sensor”). Conforme mostrado na Fig. 2.4, a magnitude da voltagem que surge entre as superfícies do elemento piezelétrico dependem da amplitude e do sinal da carga mecânica aplicada.

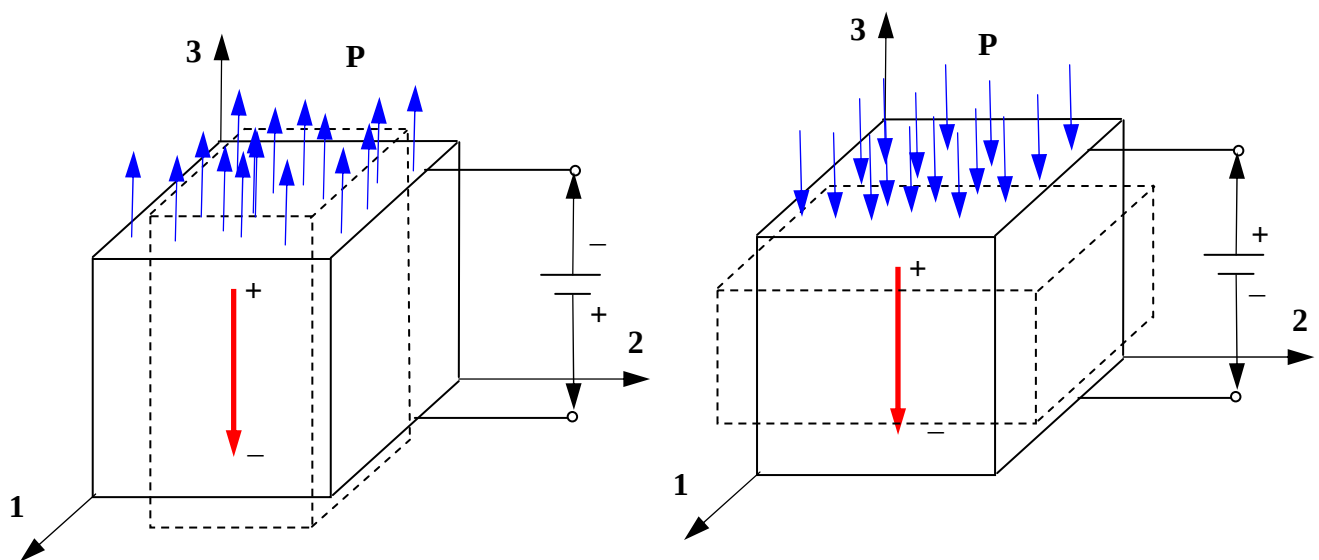


Figura 2.4 – Ilustração do efeito piezelétrico direto.

O efeito piezelétrico direto é explorado na construção de sensores de deformação e para medidas indiretas de força e pressão, enquanto que o efeito piezelétrico inverso é explorado na construção de atuadores e geradores de movimento. Em ambos os casos, o material piezelétrico é colado na estrutura base. No caso em que o material piezelétrico é usado como sensor, ele é deformado em decorrência da deformação da estrutura base. As cargas distribuídas geradas no material piezelétrico podem ser transformadas em um sinal de voltagem que estará diretamente relacionado com a deformação da estrutura base. Quando o material piezelétrico é usado como atuador, ele atua através de um sinal de voltagem que o deforma. Uma vez que a deformação é restringida pela estrutura base, são geradas forças que fazem com que esta se deforme estaticamente ou vibre de acordo com o sinal de voltagem aplicado.

Os dois tipos de materiais piezelétricos mais utilizados são os piezocerâmicos e os piezopolímeros. Entre estes, o titanato zirconato de chumbo (PZTs) e o fluorido de polivinilideno (PVDF), respectivamente, que são os mais utilizados em aplicações industriais. Os PZTs possuem rigidez comparável à dos metais, o que faz com que estes materiais sejam mais adequados em aplicações como atuadores. A principal desvantagem consiste no fato de as cerâmicas serem muito frágeis, sendo pouco resistentes a tensões de tração. Por isso, devem ser manuseadas com cuidado.

Os PVDFs possuem a aparência de filmes plásticos e podem ser cortados e colados em qualquer tamanho e forma. Eles são usados como sensores de elevada eficiência e sensibilidade, mas são menos indicados para uso como atuadores devido à sua baixa rigidez.

A capacidade de transformação de energia elétrica em mecânica (e vice-versa) é indicada pelo coeficiente de acoplamento piezelétrico k_{ij} para um dado modo particular “ ij ”. Em geral, os PZTs apresentam maiores coeficientes de acoplamento que os PVDFs.

Do ponto de vista prático, alguns cuidados devem ser tomados para garantir o perfeito funcionamento dos elementos piezelétricos. Materiais sintéticos sofrem despolarização (perdem suas características piezelétricas) quando submetidos a elevados campos elétricos com sentido oposto ao campo original de polarização aplicado durante a fabricação. A despolarização também ocorre quando o material piezelétrico é submetido a temperaturas elevadas, acima do limite conhecido como temperatura de *Curie*.

Para níveis relativamente baixos de campos elétricos e tensões mecânicas, os efeitos piezelétricos direto e inverso podem ser modelados por relações lineares entre as quantidades físicas envolvidas, como indicam as equações seguintes (é utilizada a notação adotada pela norma IEEE (IEEE,1978)).

Para um elemento piezelétrico sem campo elétrico aplicado:

$$\{D\} = [d]\{T\} \quad (2.1)$$

Para um elemento piezelétrico livre de tensões mecânicas:

$$\{S\} = [d]^T \{E\} \quad (2.2)$$

onde $\{D\}$ é o vetor de deslocamentos elétricos (C/m^2), $[d]$ é a matriz de constantes piezelétricas em deformação (C/N), $\{T\}$ é o vetor das tensões mecânicas (N/m^2), $\{S\}$ é o vetor de deformações (m/m) e $\{E\}$ é o vetor dos campos elétricos (V/m). Na Eq. (3.2), o sobrescrito $(\cdot)^T$ indica matriz transposta.

Quando o carregamento mecânico e o campo elétrico são aplicados simultaneamente ao material piezelétrico, o acoplamento eletro-mecânico é descrito pelas seguintes relações:

$$\{D\} = [d] \{T\} + [\varepsilon^T] \{E\} \quad (2.3)$$

$$\{S\} = [s^E] \{T\} + [d]^T \{E\} \quad (2.4)$$

onde $[\varepsilon^T]$ (C/(m.V)) é a matriz de permissividade de coeficientes medidos a tensão mecânica constante $[s^E]$ (m²/N), é a matriz de flexibilidade, medida a campo elétrico constante (eletrodos em curto circuito).

As equações constitutivas para meios piezelétricos podem ser estabelecidas em termos de outros conjuntos de parâmetros mecânicos, elétricos e propriedades piezelétricas (Setter, 2002). Uma forma muito usual é apresentada abaixo:

$$\{D\} = [e]^T \{S\} + [\varepsilon^S] \{E\} \quad (2.5)$$

$$\{T\} = [c^E] \{S\} + [e]\{E\} \quad (2.6)$$

onde $[e]$ é a matriz de constantes piezelétricas em tensão (C/m²), $[\varepsilon^S]$ é a matriz de permissividade elétrica a deformação constante (C/(m.V)), $[c^E]$ é a matriz de rigidez a campo elétrico constante (N/m²), sendo válidas as relações:

$$[c^E] = [s^E]^{-1} \quad (2.7)$$

$$[d] = [e][s^E] \quad (2.8)$$

$$[\varepsilon^S] = [\varepsilon^T] - [d]^T [c^E] [d] \quad (2.9)$$

Usando a tradicional contração indicial, para maior clareza, os vetores de deslocamentos elétricos, campo elétrico, deformações e tensões são explicitados da seguinte forma:

$$\{D\} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}, \quad \{E\} = \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}, \quad \{S\} = \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix}, \quad \{T\} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{Bmatrix}$$

As matrizes de permissividade piezelétrica, rigidez e de coeficientes piezelétricos são expressas segundo:

$$[\varepsilon^S] = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^S & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2^S & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3^S \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$[c^E] = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

2.2 Algoritmos de controle ativo

Conforme enunciado no capítulo anterior, os algoritmos de controle ativo constituem um dos componentes fundamentais de um sistema de controle de atitude. Estes algoritmos são conjuntos de instruções de computador responsáveis por reunir as informações fornecidas pelos sensores, processá-las, comandar a ação dos atuadores, afim de que a resposta final satisfaça requisitos previamente estabelecidos.

O livro de Ogata (2003) traz uma extensa compilação das diferentes técnicas de controle ativo que foram desenvolvidas para aplicação em problemas de Engenharia. Dentre elas, as que foram utilizadas neste trabalho de pesquisa são as técnicas de controle com realimentação em malha fechada, esquematizadas na Figura 2.5, com particularização para o problema de controle de estruturas flexíveis. Nesta figura, tem-se:

- u : sinal calculado pelo controlador (geralmente voltagem ou corrente);
- f : esforços de controle (forças ou momentos) aplicados pelo atuador à estrutura;
- y : respostas dinâmicas da estrutura (deslocamentos, velocidades ou acelerações);
- g : distúrbios ou excitações aplicadas à estrutura (forças, momentos, deslocamentos ou velocidades impostas).

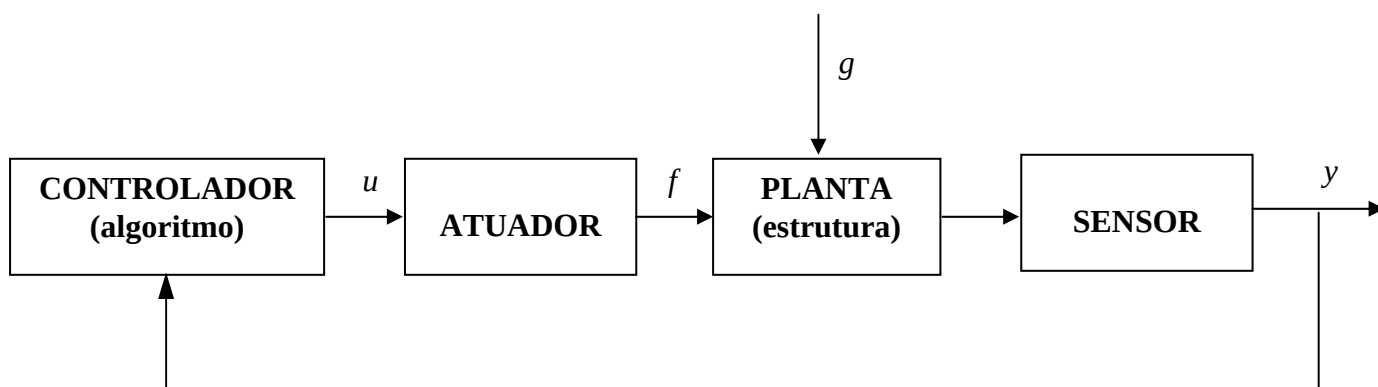


Figura 2.5 – Esquema de um sistema regulador de uma estrutura flexível

Em específico quanto às técnicas de projeto de sistemas de controle, Ogata (2003) apresenta dois conjuntos de metodologias que, na literatura recente, são conhecidas como técnicas de controle clássico e técnicas de controle moderno.

As **técnicas de controle clássico** incluem os seguintes métodos:

- a) **Método do Lugar das Raízes**, que se baseia na análise de autovalores do sistema em malha fechada (os quais definem as frequências naturais e os fatores de amortecimento) e emprega critérios de desempenho a serem satisfeitos pelas respostas temporais, que podem ser estabelecidos em função dos pólos complexos do sistema.
- b) **Método baseado nas respostas em frequência**, que se baseiam na existência de correlações entre as respostas a excitações harmônicas e as respostas transitórias. No projeto de um sistema em malha fechada, busca-se ajustar as características das respostas em frequência de modo a obter características de respostas transitórias aceitáveis.

Ambos os métodos descritos acima podem ser aplicados com vantagens a sistemas lineares, com uma única entrada e uma única saída, invariantes no tempo. Nestas situações são caracterizados por facilidade de projeto e pequeno volume de cálculos.

As **técnicas de controle moderno** foram concebidas para tratar sistemas de controle mais complexos, incluindo sistemas não lineares, variantes no tempo, e sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas. Trata-se de técnicas que operam no domínio do tempo, com base em formulações no espaço de estado, que consiste em uma representação na forma de sistemas de equações diferenciais de primeira ordem do tipo:

$$\begin{aligned}\dot{\{x(t)\}} &= [A(t)]\{x(t)\} + [B(t)]\{u(t)\} \\ \{y(t)\} &= [C(t)]\{x(t)\} + [D(t)]\{u(t)\}\end{aligned}\tag{2.13}$$

onde:

$\{x(t)\}_{(n \times 1)} = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_n(t)]^T$ é o vetor de estado

$\{u(t)\}_{(r \times 1)} = [u_1(t) \ u_2(t) \ \cdots \ u_r(t)]^T$ é o vetor de entradas (ou de controle)

$\{y(t)\}_{(m \times 1)} = [y_1(t) \ y_2(t) \ \cdots \ y_m(t)]^T$ é o vetor de saídas

As matrizes $[A(t)]_{(n \times n)}$, $[B(t)]_{(n \times r)}$, $[C(t)]_{(m \times n)}$, $[D(t)]_{(m \times r)}$ caracterizam completamente a dinâmica do sistema.

Dentre as diversas técnicas de controle moderno, as técnicas de **Controle Ótimo** são as mais amplamente utilizadas, especialmente no controle de estruturas flexíveis (Abreu, 2003). Em específico, elas vêm sendo utilizadas no INPE para o controle de atitude de satélites.

Estas técnicas se baseiam na definição de um índice de desempenho que pode ser entendido como uma função que indica o quão próximo o comportamento do sistema real pode chegar do comportamento desejado. Geralmente opta-se por um vetor de controle que será responsável por minimizar ou maximizar o índice de desempenho do sistema. Pode-se produzir controles lineares, não-lineares, estacionários ou variantes no tempo.

Normalmente opta-se por minimizar uma função de erro do sistema, que é uma medida de seu desempenho. Porém, não é somente a função de erro do sistema que fornece idéias a respeito de seu desempenho; deve-se também observar a energia requerida para a ação do controle, afim de não exigir dos atuadores forças ou torques que possam vir a ser inviáveis para os mesmos.

Nas seções seguintes são sumarizadas as formulações dos algoritmos de controle ótimo que serão utilizados nas aplicações numéricas.

2.2.1 Regulador Quadrático Linear (*Linear Quadratic Regulator - LQR*)

Para um dado sistema invariante no tempo, representado pela forma,

$$\begin{aligned} \{\dot{x}(t)\} &= [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \\ \{y(t)\} &= [C]\{x(t)\} \end{aligned} \tag{2.14}$$

busca-se determinar o vetor de controle $\{u(t)\}$ que minimiza o custo definido pelo funcional:

$$J = \int_0^\infty \left(\{x(t)\}^T [Q] \{x(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} \right) dt \quad (2.15)$$

onde $[Q]_{(n \times n)}$ e $[R]_{(r \times r)}$ são matrizes de ponderação positiva-definida (ou positiva-semidefinida) e positiva-definida, respectivamente. Observa-se que a primeira parcela do integrando é uma norma do vetor de estado e a segunda, uma norma do vetor de controle.

Utiliza-se uma lei de controle da seguinte forma:

$$\{u(t)\} = -[K] \{x(t)\} \quad (2.16)$$

onde $[K]_{(nr \times n)}$ é a matriz de ganhos de controle, a ser determinada.

Associando (2.15) e (2.16), tem-se:

$$J = \int_0^\infty \left[\{x(t)\}^T \left([Q] + [K]^T [R] [K] \right) \{x(t)\} \right] dt \quad (2.17)$$

Pode-se mostrar que a matriz de ganhos que minimiza o funcional expresso por (2.15) é dada por:

$$[K] = [R]^{-1} [B]^T [P], \quad (2.18)$$

sendo que $[P]$ a solução da equação algébrica de Riccati:

$$[A]^T [P] + [P] [A] - [P] [B] [R]^{-1} [B]^T [P] = [0] \quad (2.19)$$

Esta solução requer que as seguintes condições sejam satisfeitas:

- a) O vetor de estados completo deve ser conhecido. Em implementações práticas isso significa que todas as variáveis de estado sejam medidas por meio de sensores;
- b) O sistema deve ser complemente observável e controlável. De acordo com Ogata (2003), isso ocorre quando as seguintes condições matemáticas são satisfeitas, respectivamente:

$$[H]_{[n \times (n,r)]} = \begin{bmatrix} [B] & [A][B] & \cdots & [A]^{n-1}[B] \end{bmatrix} \text{ tem posto } n;$$

$$[G]_{[(n,m) \times n]} = \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ \vdots \\ [C][A]^{n-1} \end{bmatrix} \text{ tem posto } n;$$

2.2.2 Regulador Quadrático Gaussiano Linear (*Linear Quadratic Gaussian Regulator - LQG*)

De acordo com Maciejowski (1989), na formulação do LQG considera-se o sistema linear invariante no tempo representado pelas seguintes equações de estado:

$$\begin{aligned} \{\dot{x}(t)\} &= [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} + [G]\{w(t)\} \\ \{y(t)\} &= [C]\{x(t)\} + \{v(t)\} \end{aligned} \tag{2.20}$$

onde $\{w(t)\}_{(n \times 1)}$ e $\{v(t)\}_{(m \times 1)}$ são processos estocásticos gaussianos com média zero, não correlacionados, satisfazendo:

$$\bullet \quad E\left(\{w(t)\} \{v(t)\}^T\right) = [0] \tag{2.21.a}$$

$$\bullet \quad E\left(\{w(t)\} \{w(t)\}^T\right) = [W] \geq 0 \tag{2.21.b}$$

- $E\left(\{v(t)\} \{v(t)\}^T\right) = [V] \geq 0$ (2.21.c)

Nas equações acima, o símbolo $\geq$ indica que as matrizes de covariância $[W]$ e $[V]$ são positivas-semidefinidas.

A solução do LQG procura obter a lei controle por realimentação que minimiza a seguinte função custo:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \int_0^T \left(\{x(t)\}^T [Q] \{x(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} \right) dt \right\} \quad (2.22)$$

A solução do problema é obtida através do **princípio da separação** que estabelece que o controle ótimo pode ser determinado pelo seguinte procedimento: primeiramente obtém-se uma estimação ótima $\{\hat{x}(t)\}$ do vetor de estados $\{x(t)\}$, no sentido que $E \left[\left(\{x(t)\}^T - \{\hat{x}(t)\}^T \right) (\{x(t)\} - \{\hat{x}(t)\}) \right] = [0]$. Em seguida, usa-se esta estimação como se ela fosse uma medição exata das variáveis de estado para resolver o problema de controle linear quadrático determinístico.

A principal característica deste método é que ele reduz o problema estocástico a dois sub-problemas cujas soluções são conhecidas.

A solução do sub-problema de estimação de estado é obtida aplicando a teoria do Filtro de Kalman (FK), cujo diagrama de blocos é mostrado na Figura 2.6, sendo representada matematicamente segundo:

$$\{\dot{\hat{x}}(t)\} = ([A] - [K_f][C])\{\hat{x}(t)\} + [B]\{u(t)\} + [K_f]\{y(t)\} \quad (2.23)$$

O vetor de ganhos do filtro de Kalman é dado por:

$$[K_f] = [P_K][C]^T [V]^{-1} \quad (2.24)$$

onde $[P_K]$, com a propriedade $[P_K] = [P_K]^T \geq 0$ é a solução da equação algébrica de Riccati:

$$[A][P_K] + [P_K][A]^T + [G][W][G]^T - [P_K][C]^T [V]^{-1} [C][P_K] = [0] \quad (2.25)$$

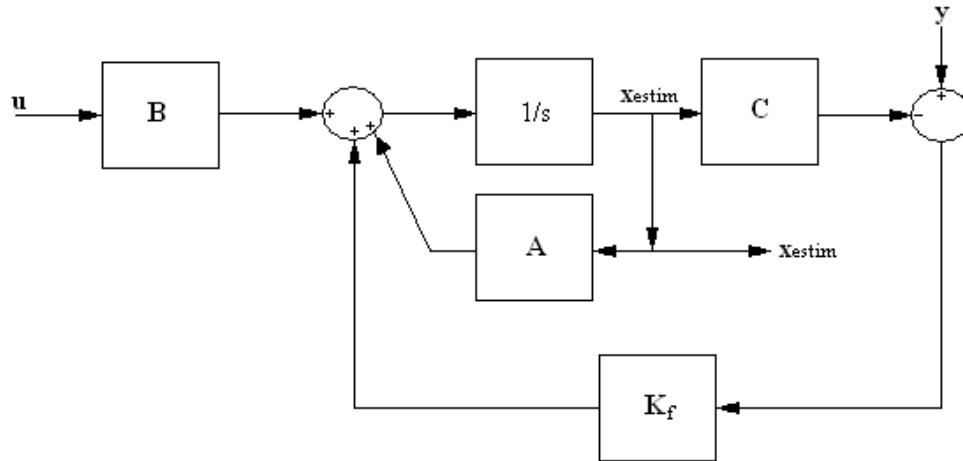


Figura 2.6 - Estrutura do Filtro de Kalman

Uma vez obtida a estimação dos estados, passa-se ao segundo sub-problema, que é encontrar o sinal de controle que minimiza a função custo determinística:

$$J = \int_0^{\infty} \left(\{x(t)\}^T [Q] \{x(t)\} + \{u(t)\} [R] \{u(t)\} \right) dt \quad (2.26)$$

Procura-se encontrar a lei de controle ótima com base no método LQR, com um compensador conectado ao Filtro de Kalman com uma malha realimentada, conforme esquematizado na Figura 2.7.

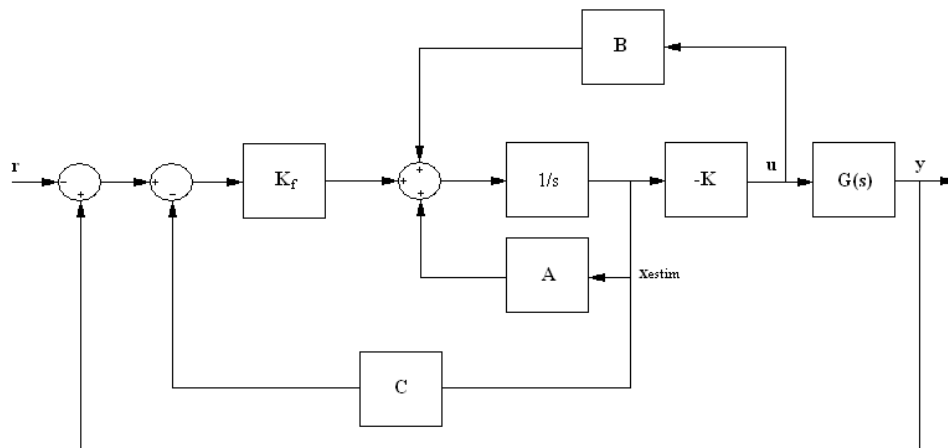


Figura 2.7 – Diagrama de blocos do LQG

Sabe-se que ambos FK e o LQR têm boa robustez. No entanto, de acordo com Maciejowski (1989), o LQG apresenta perda de desempenho quando os dois procedimentos são associados. Por isso foi proposto o Método LQG/LTR (*Loop Transfer Recovery*) que procura recuperar as características de robustez do FK e do LQR, quando são associados no algoritmo LQG.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE SATÉLITES ARTIFICIAIS CONTENDO PAINÉIS FLEXÍVEIS

3.1 - Introdução

Neste capítulo são desenvolvidas as formulações dinâmicas de painéis rígidos-flexíveis a serem posteriormente utilizados em associação com algoritmos de controle de atitude. São apresentadas três variantes de modelos, em ordem de complexidade crescente:

1º. o modelo sugerido por Souza (2006), no qual os painéis são modelados por um sistema massa-mola equivalente de um grau de liberdade. Este modelo considera que a dinâmica de flexão dos painéis seja dominada por um único modo de vibração e que o controle é efetuado por meio de uma roda de reação;

2º. um modelo baseado na técnica dos Modos Admitidos, com os painéis representados por vigas de Euler-Bernoulli, cuja dinâmica pode ser representada por um número arbitrário de modos de vibração a ser definido pelo usuário. Também neste modelo, o controle de atitude é efetuado por meio de uma roda de reação;

3º. um modelo baseado no Método dos Modos Admitidos (MMA) (*Assumed Modes Method*), também freqüentemente designado por Método de Rayleigh-Ritz (Craig Jr. e Kurdila, 2006), com os painéis representados por vigas de Euler-Bernoulli, aos quais são incorporados transdutores piezelétricos sob a forma de pastilhas posicionadas sobre suas superfícies. Este modelo permite que o controle de atitude seja efetuado por meio de uma roda de reação, pelos transdutores piezelétricos, ou ambos.

A Figura 3.1 ilustra o esquema geral do satélite considerado na modelagem, no qual o controle de atitude é obtido com base no princípio da Conservação da Quantidade de

Movimento Angular, através do acionamento de uma roda de reação. O princípio do controle de atitude consiste em aplicar um torque à roda de reação com o auxílio de um motor fixado ao corpo do satélite. Por se tratar de um torque interno ao sistema formado pelo satélite e pela roda de reação, o satélite sofre aceleração angular de modo que a quantidade de movimento angular total é conservada.

Na Figura 3.1 são indicados dois sistemas de referência: o sistema $OXYZ$, considerado fixo, e o sistema $Gxyz$, fixado ao corpo do satélite.

No desenvolvimento dos modelos admitem-se as seguintes hipóteses:

- 1^a) as manobras de interesse consistem exclusivamente de rotações do satélite em torno do eixo z , não sendo considerados os movimentos de translação;
- 2^a) o satélite é livre de esforços externos (forças e torques);
- 3^a) o corpo do satélite e a roda de reação são considerados como corpos rígidos, em movimento de rotação em torno do eixo z ;
- 4^a) os dois painéis são idênticos, estando sujeitos a deformações elásticas exclusivamente na direção do eixo z .
- 5^a) os eixos $Gxyz$ são eixos principais de inércia do satélite, da roda de reação e dos painéis.
- 6^a) são desprezados os efeitos dissipativos (amortecimento);
- 7^a) os dois painéis são idênticos.

Com relação ao esquema apresentado na Figura 3.1, definem-se:

- $\Omega_S = \dot{\theta}$: velocidade angular absoluta do corpo do satélite (rad/s)
- $\Omega_R = \dot{\phi}$: velocidade angular da roda de reação em relação ao corpo do satélite (rad/s)
- J_S : momento de inércia de massa do satélite em relação ao eixo z
- J_R : momento de inércia de massa da roda de reação em relação ao eixo z
- L_P : comprimento dos painéis

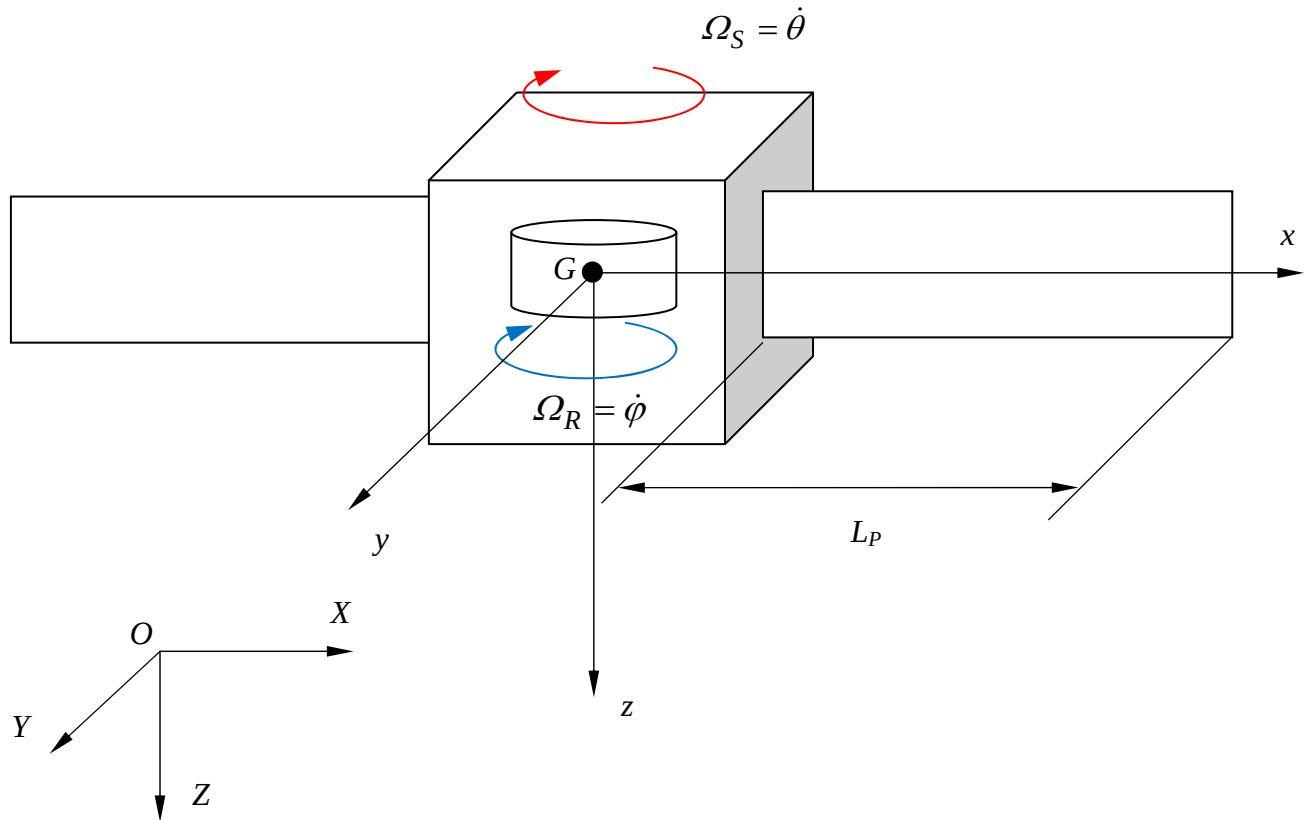


Figura 3.1 – Esquema empregado na modelagem de satélites artificiais com painéis flexíveis

3.2 – Modelo de três graus de liberdade

O modelo simplificado de três graus de liberdade (g.d.l.), proposto por (Souza, 2006) consiste em considerar os painéis como apêndices formados por uma viga engastada-livre de comprimento L_P , de massa desprezível com uma massa pontual M_P em sua extremidade conforme ilustrado na Figura 3.2. De acordo com este modelo, as três coordenadas generalizadas são:

- o ângulo de orientação do corpo do satélite, $\theta(t)$
- o ângulo de orientação da roda de reação, $\varphi(t)$
- o deslocamento da massa concentrada em relação ao corpo do satélite na direção y , $v(t)$

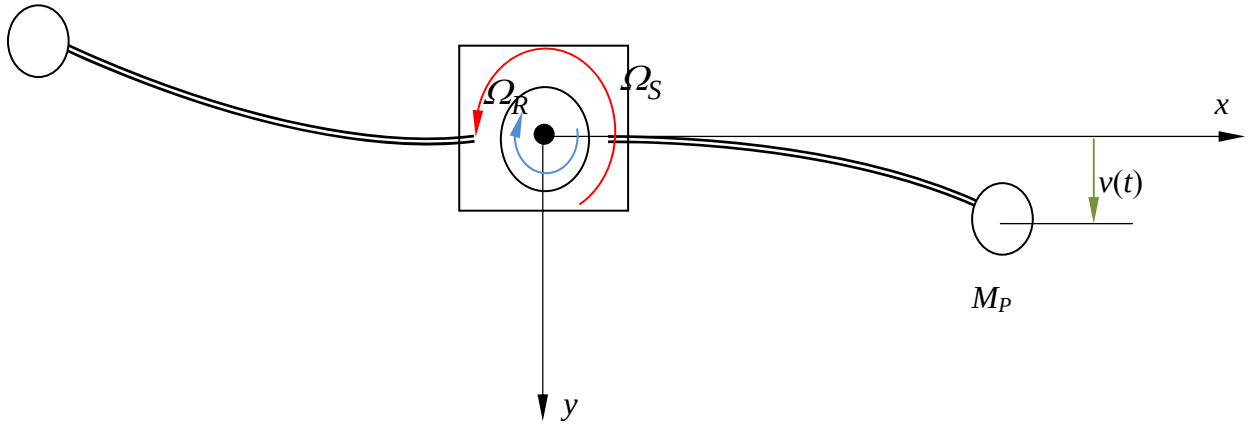


Figura 3.2 – Modelo de três g.d.l. de satélite artificial com painéis flexíveis

Os modelos dinâmicos discretos serão obtidos mediante aplicação das Equações de Lagrange (Craig Jr.(1981) e Kurdila, 2006), para o que se faz necessário obter as expressões da energia cinética, energia de deformação e trabalho virtual dos torques externos.

Energia cinética

Considerando que o corpo do satélite e a roda de reação realizam movimentos de rotação em torno de seus eixos baricêntricos que coincidem com o eixo z e que a massa pontual M_P descreve movimento de translação na direção y, a energia cinética total do sistema é dada por:

$$T = \frac{1}{2} J_S \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_R (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 2 \left(\frac{1}{2} M_P V^2 \right) \quad (3.1)$$

onde a velocidade absoluta da massa M_P é dada por:

$$V = \dot{v} + L_P \dot{\theta} \quad (3.2)$$

Combinando as Eqs. (3.1) e (3.2), a energia cinética fica expressa segundo:

$$T = \frac{1}{2} J_S \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_R \dot{\theta}^2 + M_P L_P^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_R \dot{\varphi}^2 + M_P \dot{v}^2 + J_R \dot{\theta} \dot{\varphi} + 2 M_P L_P \dot{v} \dot{\theta} \quad (3.3)$$

Energia de deformação

A energia de deformação é associada à flexão dos painéis, sendo expressa segundo:

$$U = 2 \left(\frac{1}{2} K_P v^2 \right) \quad (3.4)$$

onde K_P é a constante elástica equivalente dos painéis, podendo ser expressa, em função das características dos painéis, segundo:

$$K_P = \frac{3 E_P I_P}{L_P^3} \quad (3.5)$$

onde E_P , I_P e L_P são, respectivamente, o módulo de elasticidade, o momento de inércia da seção transversal dos painéis em relação ao eixo centroidal paralelo ao eixo z e o comprimento do painel.

Trabalho virtual do torque aplicado pelo motor

O torque aplicado pelo motor age tanto no corpo do satélite quanto na roda de reação, produzindo o trabalho virtual expresso segundo:

$$\delta W_\tau = \tau \delta \varphi \quad (3.6)$$

Combinando as equações (3.1) e (3.4), o Lagrangeano é expresso segundo:

$$L = T - U = \frac{1}{2} J_S \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_R \dot{\theta}^2 + M_P L_P^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_R \dot{\phi}^2 + M_P \dot{v}^2 + J_R \dot{\theta} \dot{\phi} + 2 M_P L_P \dot{v} \dot{\theta} - K_P v^2 \quad (3.7)$$

As equações de Lagrange do movimento são:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_\theta \quad (3.8)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = Q_\phi \quad (3.9)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{v}} \right) - \frac{\partial L}{\partial v} = Q_v \quad (3.10)$$

Introduzindo as equações (3.6) e (3.7) nas equações (3.8) a (3.10), e admitindo ausência de forças e torques externos aplicados ao corpo do satélite e painéis ($Q_\theta = 0$, $Q_\phi = \tau$, $Q_v = 0$), as seguintes equações do movimento são obtidas:

$$J \ddot{\theta}(t) + 2 M_P L_P \ddot{v}(t) + J_R \ddot{\phi}(t) = 0 \quad (3.11)$$

$$M_P L_P \ddot{\theta}(t) + M_P \ddot{v}(t) + K_P v(t) = 0 \quad (3.12)$$

$$J_R \ddot{\theta}(t) + J_R \ddot{\phi}(t) = \tau(t) \quad (3.13)$$

onde:

$J = J_S + J_R + 2M_P L_P^2$ é o momento de inércia total do satélite em relação ao eixo z.

É importante observar que as equações do movimento obtidas são lineares.

Para efeito da implementação de algoritmos de controle ativo, as equações do movimento devem ser expressas sob a forma alternativa de equações de primeira ordem (no chamado espaço de estados) (Ogata, 2003). Para tanto, são introduzidas as seguintes variáveis de estado:

$$\begin{aligned} Y_1(t) &= \theta(t) & Y_3(t) &= v(t) & Y_5(t) &= \dot{\phi}(t) \\ Y_2(t) &= \dot{Y}_1(t) = \dot{\theta}(t) & Y_4(t) &= \dot{Y}_3(t) = \dot{v}(t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Com estas definições, as equações do movimento podem ser expressas sob a forma:

$$\{\dot{Y}(t)\} = [A]\{Y(t)\} + \{B\}\tau(t) \quad (3.15)$$

com:

$$[A] = [A_1]^{-1} [A_2] \quad (3.16)$$

$$\{B\} = [A_1]^{-1} \{B_1\} \quad (3.17)$$

$$\{Y(t)\} = [Y_1(t) \ Y_2(t) \ Y_3(t) \ Y_4(t) \ Y_5(t)]^T \quad (3.18)$$

$$\{B_1(t)\} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1/J_R]^T \quad (3.19)$$

$$[A_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{2M_P L_P}{J} & \frac{J_R}{J} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & L_P & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$[A_2] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_P}{M_P} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Utilizando o modelo apresentado acima, Souza (2006) implementou um algoritmo de controle com retroalimentação do tipo PD (proporcional-derivativa), no qual o torque de controle aplicado à roda de reação obedece à seguinte lei de controle:

$$\tau(t) = -K_1 Y_1(t) - K_2 Y_2(t) = K_1 \theta(t) - K_2 \dot{\theta}(t) \quad (3.22)$$

ou:

$$\tau(t) = [\tilde{K}] \{Y(t)\} \quad (3.23)$$

onde a matriz de ganhos é dada por:

$$[\tilde{K}] = [K_1 \quad K_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (3.24)$$

Associando as Eqs. (3.15) e (3.23), são obtidas as seguintes equações do movimento do sistema controlado (em malha fechada).

$$\{\dot{Y}(t)\} = [\bar{A}] \{Y(t)\} \quad (3.25)$$

onde:

$$[\bar{A}] = [A] + \{B\} [\tilde{K}] \quad (3.26)$$

3.3 – Modelo baseado no Método dos Modos Admitidos

O modelo de três g.d.l. apresentado na seção precedente considera o painel modelado como um apêndice massa-mola com um grau de liberdade. Assim sendo, é considerado apenas um modo de vibração do painel. Trata-se de uma aproximação que pode não ser aceitável em situações nas quais mais de um modo do painel têm contribuição significativa. Nestes casos, torna-se necessário considerar na modelagem os painéis como vigas contínuas, cuja resposta dinâmica é representada por um número arbitrário de modos de vibração.

Dentre as diversas formas existentes para efetuar a modelagem de sistemas contínuos flexíveis com um número reduzido de coordenadas, um dos métodos mais utilizados é aquele conhecido como Método dos Modos Admitidos (MMA) (*Assumed Modes Method*), também freqüentemente designado por Método de Rayleigh-Ritz (Craig Jr. e Kurdila, 2006).

O MMA consiste em expressar o campo de deslocamentos elásticos sob a forma de uma combinação linear de funções arbitrariamente escolhidas, linearmente independentes entre si, que satisfazem, no mínimo, às condições de contorno geométricas (estas funções são denominadas *funções admissíveis*). Os coeficientes de combinação linear tornam-se, assim, as *coordenadas generalizadas* associadas aos deslocamentos elásticos. Em seguida, desenvolvem-se as expressões da energia cinética e energia de deformação e trabalho virtual dos esforços externos, que resultam serem funções das coordenadas generalizadas. As equações do movimento são então obtidas aplicando as equações de Lagrange.

Para aplicação do MMA à modelagem de satélites artificiais com painéis flexíveis, considera-se, a seguir, um dos painéis, ilustrado na Fig. 3.3, admitindo-se que cada painel seja representado por uma viga uniforme, modelada de acordo com a teoria linear de Euler-Bernoulli. Admite-se também comportamento linear elástico e pequenos deslocamentos e rotações associados exclusivamente à flexão em relação ao eixo x .

São empregados dois sistemas de referência, ambos ilustrados na Figura 3.2: o sistema $GXYZ$, de orientação fixa, com origem G sobre o eixo de simetria do satélite, e o sistema Axy , ligado ao corpo do satélite, sendo, portanto, rotativo em relação ao primeiro sistema de referência, com velocidade angular $\vec{\Omega}_S$.

As propriedades relevantes para a modelagem dos painéis são o comprimento L_P (m), módulo de elasticidade do material E_P (N/m²), densidade linear ρ_P (kg/m) e momento de inércia das seções transversais em relação a seus eixos centroidais paralelos ao eixo z (perpendicular ao plano da Fig. 3.3), I_P (m⁴).

O desenvolvimento apresentado a seguir segue os procedimentos apresentados por Denoyer et Kwak (1996), referentes à modelagem de vigas flexíveis. É aqui feita a devida adaptação para o caso de satélites, com a inclusão, na modelagem, dos efeitos de inércia associados ao corpo do satélite e à roda de reação.

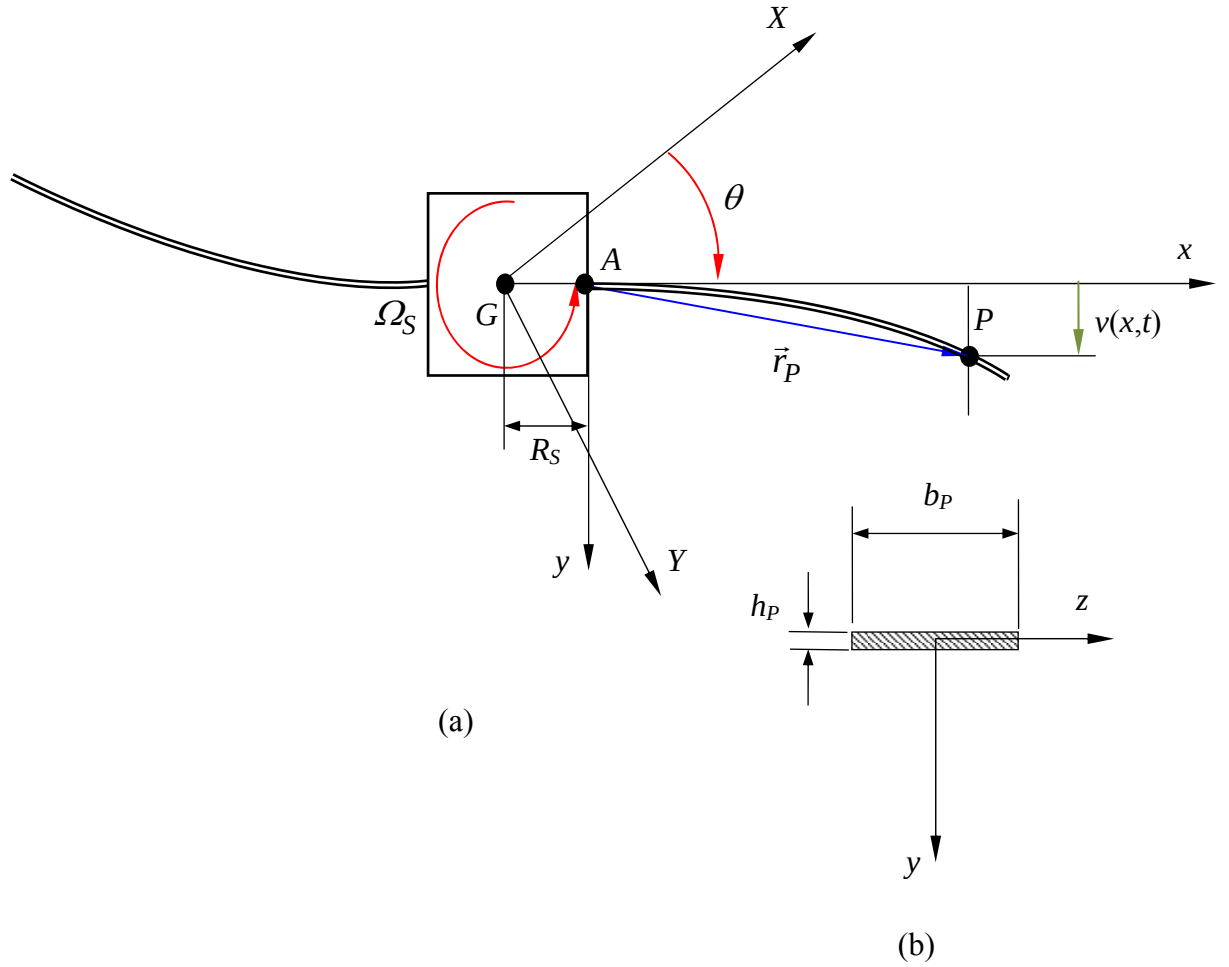


Figura 3.3 – (a) modelo de satélite artificial com painéis flexíveis modelados como vigas contínuas; (b) detalhamento da seção transversal dos painéis.

Para a situação apresentada na Fig. 3.3, o vetor-posição do ponto genérico P de um dos painéis em termos das coordenadas x e y do sistema de referência rotativo é expresso por:

$$\vec{r}_P = (R_S + x)\vec{i} + v\vec{j} \quad (3.27)$$

Visando expressar o vetor posição em termos das coordenadas X e Y do sistema de coordenadas fixo, introduz-se a seguinte transformação entre as bases de vetores unitários:

$$\vec{i} = \cos \theta \vec{I} + \sin \theta \vec{J} \quad (3.28.a)$$

$$\vec{j} = -\sin \theta \vec{I} + \cos \theta \vec{J} \quad (3.28.b)$$

onde $(\vec{i}, \vec{j})$ e $(\vec{I}, \vec{J})$ são as bases canônicas de vetores unitários associadas aos eixos Axy e GXY , respectivamente.

Introduzindo a transformação de coordenadas, escreve-se:

$$\vec{r}_P = [(R_S + x) \cos \theta - v \sin \theta] \vec{I} + [(R_S + x) \sin \theta + v \cos \theta] \vec{J} \quad (3.29)$$

A velocidade do ponto P é obtida pela derivação de $\vec{r}_P$ em relação ao tempo:

$$\vec{v}_P = [-(R_S + x) \sin \theta \dot{\theta} - \dot{v} \sin \theta - v \cos \theta \dot{\theta}] \vec{I} + [(R_S + x) \cos \theta \dot{\theta} + \dot{v} \cos \theta - v \sin \theta \dot{\theta}] \vec{J} \quad (3.30.a)$$

donde:

$$v_P^2 = x^2 \dot{\theta}^2 + v^2 \dot{\theta}^2 + \dot{v}^2 + 2(x + R_S) \dot{v} \dot{\theta} + R_S^2 \dot{\theta}^2 + 2R_S x \dot{\theta}^2 \quad (3.30.b)$$

Seguindo as etapas anunciadas previamente, o campo de deslocamentos transversais $v(x, t)$ é expresso da seguinte forma:

$$v(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \phi_i(x) \quad (3.31.a)$$

ou, alternativamente:

$$v(x, t) = [\Phi(x)]_{(1 \times n)} \{Q(t)\}_{(n \times 1)} \quad (3.31.b)$$

com:

$$[\Phi(x)] = [\phi_1(x) \quad \phi_2(x) \quad \cdots \quad \phi_n(x)]$$

A escolha das funções admissíveis $\phi_i(x)$ será discutida mais adiante.

Associando as equações (3.30.b) e (3.31.b), escreve-se:

$$\begin{aligned} v_P^2 = & x^2 \dot{\theta}^2 + \dot{\theta}^2 \{Q\}^T [\Phi]^T [\Phi] \{Q\} + 2(x + R_S) \dot{\theta} \{\dot{Q}\}^T [\Phi]^T + \{\dot{Q}\}^T [\Phi]^T [\Phi] \{\dot{Q}\} + \\ & + R_S^2 \dot{\theta}^2 + 2R_S x \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (3.32)$$

São desenvolvidas a seguir as expressões da energia cinética e de deformação do sistema corpo do satélite, roda de reação e painéis.

Energia Cinética

De acordo com a teoria de Euler-Bernoulli, que considera exclusivamente a energia cinética associada à translação das seções transversais, a energia cinética total de cada painel é expressa segundo (Craig Jr. e Kurdila, 2006):

$$T_P = \frac{1}{2} \int_0^{L_P} \rho_P v_P^2 dx \quad (3.33)$$

Associando as Eqs. (3.32) e (3.33), obtém-se a seguinte expressão para a energia cinética total do satélite, considerando a existência de dois painéis. É importante observar que uma única expansão do tipo (3.31) é usada para representar os campos de deslocamentos de ambos os painéis, o que pressupõe que os movimentos dos painéis são simétricos em relação ao eixo Gz que passa pelo centro geométrico do satélite:

$$T = \frac{1}{2} J_S \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_R (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 2 \frac{1}{2} J_P \dot{\theta}^2 + \quad (3.34)$$

$$2 \frac{1}{2} \{Q\}^T [M_P] \{Q\} \dot{\theta}^2 + 2 \frac{1}{2} \dot{\theta} \{\dot{Q}\}^T \{\tilde{M}_P\} + 2 \frac{1}{2} \{\dot{Q}\}^T [M_P] \{\dot{Q}\}$$

onde:

$$J_P = \rho_P \int_0^{L_P} x^2 dx + \rho_P R_S^2 \int_0^{L_P} dx + 2 \rho_P R_S \int_0^{L_P} x dx = \frac{m_P L_P^2}{3} + m_P R_S L_P + m_P R_S^2 \quad (3.35)$$

é o momento de inércia de massa do painel em relação ao eixo GZ ,

$$[M_P]_{(n \times n)} = \rho_P \int_0^{L_P} [\Phi(x)]^T [\Phi(x)] dx \quad (3.36)$$

é a matriz de massa do modelo de viga, e:

$$\{\tilde{M}_P\}_{(n \times 1)} = 2 \rho_P \int_0^{L_P} (R_S + x) [\Phi(x)]^T dx \quad (3.37)$$

Energia de Deformação

De acordo com a teoria de Euler-Bernoulli, que considera exclusivamente a energia associada às deformações longitudinais (desprezam-se as deformações de cisalhamento), tem-se (Craig Jr. e Kurdila, 2006):

$$U_P = \frac{1}{2} \int_0^{L_P} E_P I_P \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3.38)$$

Considerando que a seção transversal do painel seja retangular, com as dimensões indicadas na Figura 3.3 (b), o momento de inércia da seção transversal dos painéis é dado por:

$$I_P = \frac{b_P h_P^3}{12}$$

Associando as Eqs. (3.31.b) e (3.38), obtém-se a seguinte expressão para a energia de deformação dos painéis:

$$U_P(t) = 2 \frac{1}{2} \{Q(t)\}^T [K_P] \{Q(t)\} \quad (3.39)$$

onde:

$$[K_P]_{(n \times n)} = E_P I_P \int_0^{L_P} [\Phi''(x)]^T [\Phi''(x)] dx \quad (3.40)$$

é a matriz de rigidez do modelo de viga.

Trabalho virtual do torque aplicado pelo motor

$$\delta W_\tau = \tau \delta \varphi \quad (3.41)$$

Para o conjunto de coordenadas generalizadas $(\theta, \varphi, \{Q\})$ as equações de Lagrange do movimento são:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = F_\theta \quad (3.42.a)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = F_{\varphi} \quad (3.42.b)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \{\dot{Q}\}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \{Q\}} = \{F_Q\} \quad (3.42.c)$$

Introduzindo as equações (3.34) e (3.39) nas equações de Lagrange (3.42), e admitindo ausência de forças e torques externos aplicados ao corpo do satélite e aos painéis ($F_{\theta} = 0$, $F_{\varphi} = \tau$, $\{F_Q\} = \{0\}$), as seguintes equações não lineares do movimento são obtidas:

$$J\ddot{\theta}(t) + J_R\ddot{\varphi}(t) + 4\dot{\theta}(t)\{\dot{Q}(t)\}^T [M_P]\{Q(t)\} + 2\ddot{\theta}(t)\{Q(t)\}^T [M_P]\{Q(t)\} + \{\tilde{M}_P\}^T \{\ddot{Q}(t)\} = 0 \quad (3.43.a)$$

com $J = J_S + J_R + 2J_P$ (momento de inércia total do satélite em relação ao eixo Gz).

$$J_R\ddot{\theta}(t) + J_R\ddot{\varphi}(t) = \tau(t) \quad (3.43.b)$$

$$\{\tilde{M}_P\}\ddot{\theta}(t) + 2[M_P]\{\ddot{Q}(t)\} + 2[K_P]\{Q(t)\} - 2[M_P]\{Q(t)\}\dot{\theta}^2(t) = \{0\} \quad (3.43.c)$$

É importante observar que, ao contrário do modelo de três g.d.l. apresentado na Seção 3.1, que havia conduzido a equações do movimento lineares, o modelo baseado no MMA conduz a equações do movimento não lineares, devido à existência de produtos das coordenadas generalizadas nas equações (3.43).

Para implementação do modelo desenvolvido acima em procedimentos de controle ativo, faz-se necessário linearizar as equações do movimento, o que pode ser feito

negligenciando os termos de ordem superior nas equações (3.43). Assim procedendo, são obtidas as seguintes equações do movimento linearizadas:

$$J\ddot{\theta}(t) + J_R\ddot{\phi}(t) + \{\tilde{M}_P\}^T \{\ddot{Q}(t)\} = 0 \quad (3.44.a)$$

$$J_R\ddot{\theta}(t) + J_R\ddot{\phi}(t) = \tau(t) \quad (3.44.b)$$

$$\{\tilde{M}_P\}\ddot{\theta}(t) + 2[M_P]\{\ddot{Q}(t)\} + 2[K_P]\{Q(t)\} = \{0\} \quad (3.44.c)$$

De forma similar ao caso do modelo desenvolvido na Seção 3.1, as equações do movimento linearizadas são expressas na forma de equações de estados. Para tanto, são introduzidas as seguintes variáveis de estado:

$$\begin{aligned} Y_1(t) &= \theta(t) & \{Y_3(t)\} &= \{Q(t)\} & Y_5(t) &= \dot{\phi}(t) \\ Y_2(t) &= \dot{Y}_1(t) = \dot{\theta}(t) & \{Y_4(t)\} &= \{\dot{Y}_3(t)\} = \{\dot{Q}(t)\} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Com estas definições, as equações do movimento podem ser expressas sob a forma:

$$\{\dot{Y}(t)\}_{[(2n+3) \times 1]} = [A]_{[(2n+3) \times (2n+3)]} \{Y(t)\}_{[(2n+3) \times 1]} + \{B\}_{[(2n+3) \times 1]} \tau(t) \quad (3.46)$$

com:

$$[A] = [A_1]^{-1} [A_2] \quad (3.47.a)$$

$$\{B\} = [A_1]^{-1} \{B_1\} \quad (3.47.b)$$

$$\{Y(t)\}_{[(2n+3) \times 1]} = \begin{bmatrix} Y_1(t) & Y_2(t) & \{Y_3(t)\}^T & \{Y_4(t)\}^T & Y_5(t) \end{bmatrix}^T \quad (3.47.c)$$

$$\{B_1\}_{[(2n+3) \times 1]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \{0\}_{(n \times 1)}^T & \{0\}_{(n \times 1)}^T & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3.47.d)$$

$$[A_1]_{[(2n+3) \times (2n+3)]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \\ 0 & J & [0]_{(1 \times n)} & \{\tilde{M}_P\}_{(1 \times n)}^T & J_R \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{0\}_{(n \times 1)} & [I]_{(n \times n)} & [0]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{\tilde{M}_P\}_{(1 \times n)} & [0]_{(n \times n)} & 2[M_P]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ 0 & J_R & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & J_R \end{bmatrix} \quad (3.47.e)$$

$$[A_2]_{[(2n+3) \times (2n+3)]} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \\ 0 & 0 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{0\}_{(n \times 1)} & [0]_{(n \times n)} & [I]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{0\}_{(1 \times n)} & -2[K_P]_{(n \times n)} & [0]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ 0 & 0 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.47.f)$$

3.4 – Modelo baseado no Método dos Modos Admitidos com inclusão de sensores e atuadores piezelétricos.

Nesta seção, considera-se que os painéis flexíveis disponham de transdutores piezelétricos que podem funcionar, quer como sensores de deformação, quer como atuadores, para efeito do controle ativo das vibrações transversais dos painéis. O desenvolvimento é feito de forma similar àquele apresentado no trabalho de Denoyer e Kwak (1996), com as devidas adaptações para o caso dos satélites.

Segue-se o procedimento de modelagem desenvolvido na Seção 3.2, sendo feitas as devidas adaptações da formulação para a inclusão dos transdutores piezelétricos de acordo com os fundamentos da piezeletricidade apresentados no Capítulo 2. A teoria de viga Euler-Bernoulli é utilizada apesar da viga não ser homogênea.

Considera-se, nesta seção, a situação ilustrada na Figura 3.4, na qual são mostrados pares de transdutores piezelétricos idênticos colados às superfícies superior e inferior dos painéis. Para um par genérico i ($i=1,2,...,nt$), definem-se:

- x_i : posição dos transdutores medida em relação à origem do sistema de referência Axy
- ℓ_i : comprimento dos transdutores na direção x
- b_i : largura dos transdutores na direção z
- h_i : espessura dos transdutores na direção y

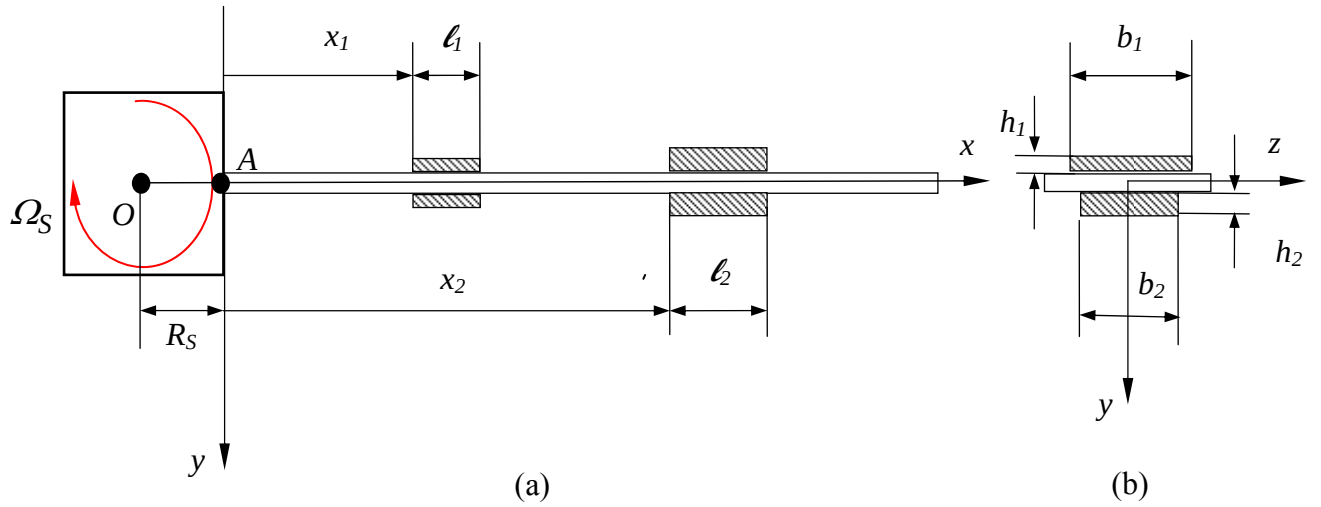


Figura 3.4 – (a) Ilustração de um dos painéis do satélite com transdutores piezelétricos;
(b) detalhamento da seção transversal.

Para obtenção das equações do movimento, as expressões da energia cinética, energia potencial e trabalhos externos, obtidas na Seção 3.2, são a seguir modificadas levando em conta a presença dos transdutores piezelétricos.

Energia cinética

A energia cinética total do satélite é expressa como a soma das energias cinéticas associadas a cada parte do sistema, conforme expresso a seguir:

$$T = T_S + T_R + 2T_P + 2T_T \quad (3.48)$$

onde T_S , T_R , T_P , T_T são, respectivamente, as energias cinéticas associadas ao corpo do satélite, à roda de reação, às vigas que compõem os painéis, e aos pares de transdutores piezelétricos.

De acordo com o desenvolvimento apresentado na Seção 3.2, tem-se:

$$T_S = \frac{1}{2} J_S \dot{\theta}^2 \quad (3.49.a)$$

$$T_R = \frac{1}{2} J_R (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 \quad (3.49.b)$$

$$T_P = \frac{1}{2} \int_0^{L_P} \rho_P v_P^2 dx \quad (3.49.c)$$

$$T_T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nt} \int_{x_i}^{x_i + \ell_i} 2 \rho_T v_T^2 dx \quad (3.49.d)$$

Associando as equações (3.31.b) e as equações (3.49), a energia cinética total do satélite resulta expressa sob a forma:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} J_S \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_R (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 2 \frac{1}{2} J_P \dot{\theta}^2 + 2 \frac{1}{2} J_T \dot{\theta}^2 \\ & + 2 \frac{1}{2} \{Q\}^T [M] \{Q\} \dot{\theta}^2 + 2 \frac{1}{2} \dot{\theta} \{\dot{Q}\}^T \{\tilde{M}\} + 2 \frac{1}{2} \{\dot{Q}\}^T [M] \{\dot{Q}\} \end{aligned} \quad (3.50)$$

onde:

$$J_P = \frac{m_P L_P^2}{3} + m_P R_S L_P + m_P R_S^2 \quad (3.51.a)$$

$$\begin{aligned}
J_T &= \sum_{i=1}^{nt} \left[2\rho_T \int_{x_i}^{x_i+\ell_i} x^2 dx + 2\rho_T R_S^2 \int_{x_i}^{x_i+\ell_i} dx + 4\rho_T R_S \int_{x_i}^{x_i+\ell_i} x dx \right] \\
&= \sum_{i=1}^{nt} \left[2\rho_T \frac{(x_i + \ell_i)^3 - x_i^3}{3} + 2\rho_T R_S [(x_i + \ell_i)^2 - x_i^2] + 2\rho_T R_S^2 \ell_i \right]
\end{aligned}
\tag{3.51.b}$$

Além disso,

$$[M] = [M_P] + [M_T]$$

com:

$$[M_P]_{(n \times n)} = \rho_P \int_0^{L_P} [\Phi(x)]^T [\Phi(x)] dx \tag{3.51.c}$$

$$[M_T]_{(n \times n)} = \sum_{i=1}^{nt} 2\rho_T \int_{x_i}^{x_i+\ell_i} [\Phi(x)]^T [\Phi(x)] dx \tag{3.51.d}$$

e:

$$\{\bar{M}\} = \{\bar{M}_P\} + \{\bar{M}_T\}$$

com:

$$\{\tilde{M}_P\}_{(n \times 1)} = 2\rho_P \int_0^{L_P} (R_S + x) [\Phi(x)]^T dx \tag{3.51.e}$$

$$\{\tilde{M}_T\}_{(n \times 1)} = 2 \sum_{i=1}^{nt} 2\rho_T \int_{x_i}^{x_i + \ell_i} (R_S + x) [\Phi(x)]^T dx \quad (3.51.f)$$

Energia Potencial

A energia potencial total do satélite é expressa como a soma da energia de deformação associada aos painéis e da energia potencial associada aos transdutores piezelétricos, sendo que esta última inclui a energia de deformação e os trabalhos conservativos e não conservativos, conforme expresso a seguir:

$$U = 2U_P + 2U_T \quad (3.52)$$

onde U_P , U_T são, respectivamente, as energias potenciais associadas às vigas que compõem os painéis e aos transdutores piezelétricos.

De acordo com o desenvolvimento apresentado na Seção 3.2, a energia de deformação associada às vigas é dada pela Equação (3.39), repetida abaixo:

$$U_P = \frac{1}{2} \{Q\}^T [K_P] \{Q\} \quad (3.53)$$

com:

$$[K_P]_{(n \times n)} = E_P I_P \int_0^{L_P} [\Phi''(x)]^T [\Phi''(x)] dx \quad (3.54)$$

Para formulação da energia potencial associada aos transdutores piezelétricos, considera-se a situação apresentada na Figura 3.5, que detalha a geometria dos segmentos dos painéis contendo um par de transdutores piezelétricos.

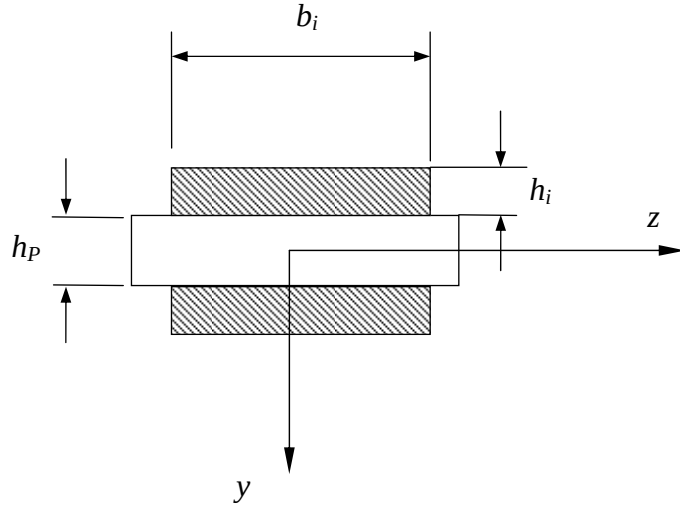


Figura 3.5 – Detalhamento de transdutores piezelétricos colados ao painel

Considerando que as pastilhas piezelétricas tenham sido polarizadas na direção do eixo y , as equações constitutivas expressas por (2.3) e (2.4), particularizadas para cada pastilha piezelétrica, escrevem-se:

$$\begin{Bmatrix} D_i \\ S_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_i^T & d_i \\ d_i & s_i^E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_i \\ T_i \end{Bmatrix} \quad (3.55)$$

Deve-se ressaltar que, para simplificação da notação, os índices que indicam as direções (1,2 ou 3) foram suprimidos, ficando subentendido que: D_i e E_i são, respectivamente, o deslocamento elétrico e o campo elétrico na direção da espessura das pastilhas piezelétricas (direção y), S_i, T_i são, respectivamente, a deformação e a tensão normal na direção do comprimento do painel (direção x), ε_i^T é a permissividade do material piezelétrico na direção y , $s_i^E = 1/Y_I^E$ (Y_I^E designando o módulo de elasticidade, ou módulo de Young na direção x) é a flexibilidade do material piezelétrico na direção x , e d_i é o coeficiente piezelétrico relacionando as direções y e x .

A energia potencial associada aos transdutores piezelétricos é dada por (Denoyer, 1996):

$$U_T = \sum_{i=1}^{nt} \frac{1}{2} \int_{V_i} [D_i \quad T_i] \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_i \\ S_i \end{Bmatrix} dV_i \quad (3.56.a)$$

Combinando as equações (3.55) e (3.56), após desenvolvimentos algébricos escreve-se:

$$U_T = \sum_{i=1}^{nt} \frac{1}{2} \int_{V_i} \left[-(\varepsilon_i^T - d_i^2 Y_i^E) E_i^2 - 2d_i Y_i^E E_i S_i + Y_i^E S_i^2 \right] dV_i = \quad (3.56.b)$$

$$\sum_{i=1}^{nt} \frac{1}{2} b_i \int_{\frac{h_p}{2}}^{\frac{h_p}{2} + h_i} \int_{x_i}^{x_i + \ell_i} \left[-(\varepsilon_i^T - d_i^2 Y_i^E) E_i^2 - 2d_i Y_i^E E_i S_i + Y_i^E S_i^2 \right] dx dy$$

Na equação (3.56.b) tem-se:

- Relação entre as deformações normais de flexão e a curvatura:

$$S_i = -y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (3.57)$$

Associando as equações (3.31.b) e (3.57), escreve-se:

$$S_i = -y [\Phi''] \{Q\} \quad (3.58)$$

- Relação entre campo elétrico e diferença de potencial, admitindo-se que a voltagem V_i seja aplicada à superfície externa do transdutor e que a superfície em contato com o painel seja aterrada:

$$V_i = E_i h_i \quad (3.59)$$

Introduzindo as equações (3.58) e (3.59) em (3.56.b), após desenvolvimentos algébricos, escreve-se a energia potencial total dos transdutores piezelétricos sob a forma:

$$U_T = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nt} \gamma_i V_i^2 - \frac{1}{2} \{Q\}^T \sum_{i=1}^{nt} \{\delta_i\} V_i + \frac{1}{2} \{Q\}^T \left(\sum_{i=1}^{nt} [K_i] \right) \{Q\} \quad (3.60)$$

com:

$$\gamma_i = 2 \frac{b i \ell_i}{h_i} \left(\varepsilon_i^T - d_i^2 Y_i^E \right) \quad (3.61)$$

$$\{\delta_i\}_{(n \times 1)} = -2 d_i b_i Y_i^E (h_p + h_i) \left([\Phi'(x_i + \ell_i)] - [\Phi'(x_i)] \right)^T \quad (3.62)$$

$$[K_i]_{(n \times n)} = 2 b_i h_i Y_i^E \left(\frac{h_p^2}{4} + \frac{1}{2} h_p h_i + \frac{h_i^2}{3} \right) \int_{x_i}^{x_i + \ell_i} [\Phi'']^T [\Phi''] dx \quad (3.63)$$

Deve ser observado que, nas Eqs. (3.61) a (3.63), os termos multiplicativos 2 foram introduzidos para levar em conta a existência de dois transdutores piezelétricos colados às superfícies superior e inferior dos painéis, de modo a que sejam adicionadas suas ações sobre os painéis.

A Eq. (3.60) pode ainda ser expressa sob a forma:

$$U_T = -\frac{1}{2} \{V\}^T [\Gamma] \{V\} - \frac{1}{2} \{Q\}^T [\Delta] \{V\} + \frac{1}{2} \{Q\}^T [K_T] \{Q\} \quad (3.64)$$

com:

$$\{V\}_{(n \times 1)} = [V_1 \quad V_2 \quad \cdots \quad V_{nt}]^T \quad (3.65)$$

$$[\Gamma]_{(nt \times nt)} = diag\{\gamma_i\} \quad (3.65)$$

$$[\Delta]_{(n \times nt)} = [\{\delta_1\} \quad \{\delta_2\} \quad \cdots \quad \{\delta_{nt}\}] \quad (3.66)$$

$$[K_T]_{(n \times n)} = \sum_{i=1}^{nt} [K_i] \quad (3.67)$$

Associando as equações (3.52), (3.53) e (3.64), o potencial total dos dois painéis considerados conjuntamente, incluindo os transdutores piezelétricos resulta:

$$U = -2\frac{1}{2}\{V\}^T [\Gamma]\{V\} - 2\frac{1}{2}\{Q\}^T [\Delta]\{V\} + 2\frac{1}{2}\{Q\}^T [K]\{Q\} \quad (3.68)$$

com $[K] = [K_P] + [K_T]$.

Associando as equações (3.50) e (3.68), o Lagrangeano resulta expresso sob a forma:

$$\begin{aligned} L = T - U = & \frac{1}{2}J_S\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_R(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 2\frac{1}{2}J_P\dot{\theta}^2 + 2\frac{1}{2}J_T\dot{\theta}^2 + \\ & + 2\frac{1}{2}\{Q\}^T [M]\{Q\}\dot{\theta}^2 + 2\frac{1}{2}\dot{\theta}\{\dot{Q}\}^T \{\tilde{M}\} + 2\frac{1}{2}\{\dot{Q}\}^T [M]\{\dot{Q}\} \\ & + 2\frac{1}{2}\{V\}^T [\Gamma]\{V\} + 2\frac{1}{2}\{Q\}^T [\Delta]\{V\} - 2\frac{1}{2}\{Q\}^T [K]\{Q\} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Para o conjunto de coordenadas generalizadas $(\theta, \phi, \{Q\}, \{V\})$ as equações de Lagrange do movimento são:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = F_{\theta} \quad (3.70.a)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = F_{\varphi} \quad (3.70.b)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \{\dot{Q}\}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \{Q\}} = \{F_Q\} \quad (3.70.c)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \{\dot{V}\}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \{V\}} = \{F_V\} \quad (3.70.d)$$

Associando as equações (3.69) e (3.70) e admitindo mais uma vez a ausência de forças e torques externos aplicados ao corpo do satélite e aos painéis ($F_{\theta} = 0$, $F_{\varphi} = \tau$, $\{F_Q\} = \{0\}$, $\{F_V\} = \{0\}$), as seguintes equações não lineares do movimento são obtidas:

$$J\ddot{\theta}(t) + J_R\ddot{\varphi}(t) + 4\dot{\theta}\{\dot{Q}(t)\}^T [M]\{Q(t)\} + 2\ddot{\theta}(t)\{Q(t)\}^T [M]\{Q(t)\} + \{\tilde{M}\}^T \{\ddot{Q}(t)\} = 0 \quad (3.71.a)$$

com $J = J_S + J_R + J_P + J_T$,

$$J_R\ddot{\theta}(t) + J_R\ddot{\varphi}(t) = \tau(t) \quad (3.71.b)$$

$$\{\tilde{M}\}\ddot{\theta}(t) + 2[M]\{\ddot{Q}(t)\} + 2[K]\{Q(t)\} - 2[M]\{Q(t)\}\dot{\theta}^2(t) - [\Delta]\{V(t)\} = \{0\} \quad (3.71.c)$$

$$[\Delta]^T \{Q(t)\} + 2[\Gamma]\{V(t)\} = \{0\} \quad (3.71.d)$$

As equações (3.71.c) e (3.71.d) devem ser modificadas de modo a considerar que os transdutores piezelétricos possam ser utilizados, quer como sensores, quer como atuadores, sendo que, no primeiro caso, as voltagens são desconhecidas, devendo ser determinadas e, no segundo, seus valores são impostos. Isso é feito introduzindo os seguintes particionamentos:

$$\{V\}_{(nt \times 1)} = \begin{bmatrix} \{V_s\}_{(ns \times 1)}^T & \{V_a\}_{(na \times 1)}^T \end{bmatrix}^T \quad (3.72.a)$$

$$[\Gamma]_{(nt \times nt)} = \begin{bmatrix} [\Gamma_s]_{(ns \times ns)} & [0] \\ [0] & [\Gamma_a]_{(na \times na)} \end{bmatrix} \quad (3.72.b)$$

$$[\Delta]_{(n \times nt)} = \begin{bmatrix} [\Delta_s]_{(n \times ns)} & [\Delta_a]_{(n \times na)} \end{bmatrix} \quad (3.72.c)$$

onde os índices s e a , designam, respectivamente, as quantidades relacionadas aos sensores e aos atuadores, ns é o número de pares sensores e na é o número pares atuadores, com $nt = ns + na$.

Com este particionamento, as equações (3.71.c) e (3.71.d) podem ser reescritas sob a forma:

$$\{\tilde{M}\}\ddot{\theta}(t) + 2[M]\{\ddot{Q}(t)\} + 2[K]\{Q(t)\} - 2[M]\{\dot{Q}(t)\}\dot{\theta}^2(t) - [\Delta_s]\{V_s(t)\} = [\Delta_a]\{V_a(t)\} \quad (3.73.a)$$

$$[\Delta_s]^T \{Q(t)\} + 2[\Gamma_s]\{V_s(t)\} = \{0\} \quad (3.73.b)$$

$$[\Delta_a]^T \{Q(t)\} + 2[\Gamma_a] \{V_a(t)\} = \{0\} \quad (3.73.c)$$

Associando as equações (3.73.a) e (3.73.b), a primeira resulta reescrita sob a forma:

$$\{\tilde{M}\} \ddot{\theta}(t) + 2[M] \{\ddot{Q}(t)\} + 2[\tilde{K}] \{Q(t)\} - 2[M] \{\dot{Q}(t)\} \dot{\theta}^2(t) = [\Delta_a] \{V_a(t)\} \quad (3.74)$$

com:

$$[\tilde{K}] = [K] + \frac{1}{4} [\Delta_s] [\Gamma_s]^{-1} [\Delta_s]^T$$

Para maior clareza, as equações diferenciais não lineares do movimento são reescritas abaixo em sua forma final.

$$J \ddot{\theta}(t) + J_R \ddot{\phi}(t) + 4 \dot{\theta} \{\dot{Q}(t)\}^T [M] \{Q(t)\} + 2 \ddot{\theta}(t) \{Q(t)\}^T [M] \{Q(t)\} + \{\tilde{M}\}^T \{\ddot{Q}(t)\} = 0 \quad (3.75.a)$$

$$J_R \ddot{\theta}(t) + J_R \ddot{\phi}(t) = \tau(t) \quad (3.75.b)$$

$$\{\tilde{M}\} \ddot{\theta}(t) + 2[M] \{\ddot{Q}(t)\} + 2[\tilde{K}] \{Q(t)\} - 2[M] \{\dot{Q}(t)\} \dot{\theta}^2(t) = [\Delta_a] \{V_a(t)\} \quad 3.75.c)$$

Objetivando a realização de simulações numéricas através da integração numérica das equações do movimento não lineares, o sistema de equações de segunda ordem acima será representado sob a forma equivalente de equações de primeira ordem.

De forma similar à que havia sido adotada na Seção 3.2, as equações do movimento são colocadas na representação em espaço de estados, o que é feito pela introdução das seguintes variáveis de estado:

$$\begin{aligned}
Y_1(t) &= \theta(t) & \{Y_3(t)\} &= \{Q(t)\} & Y_5(t) &= \dot{\phi}(t) \\
Y_2(t) &= \dot{Y}_1(t) = \dot{\theta}(t) & \{Y_4(t)\} &= \{\dot{Y}_3(t)\} = \{\dot{Q}(t)\}
\end{aligned} \tag{3.76}$$

e as equações (3.75) resultam expressas sob a forma:

$$[\overline{M}]\{\dot{Y}(t)\} = \{F(t)\} \tag{3.77}$$

com:

$$[\overline{M}]_{[(2n+3) \times (2n+3)]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \\ 0 & J + 2\{Y_3\}^T [M] \{Y_3\} & [0]_{(1 \times n)} & \{\tilde{M}\}_{(1 \times n)}^T & J_R \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{0\}_{(n \times 1)} & [I]_{(n \times n)} & [0]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{\tilde{M}\}_{(n \times 1)} & [0]_{(n \times n)} & 2[M]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ 0 & J_R & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & J_R \end{bmatrix} \tag{3.78.a}$$

$$\{F(t)\} = \begin{Bmatrix} Y_2 \\ -4Y_2 \{Y_4\}^T [M] \{Y_3\} \\ \{Y_4\} \\ [\Delta_a] \{V_a\} - 2[\tilde{K}] \{Y_3\} + 2Y_2^2 [M] \{Y_4\} \\ \tau \end{Bmatrix} \tag{3.78.b}$$

É interessante observar que a matriz $[\overline{M}]$ depende das coordenadas $\{Q(t)\}$, fato que exige o uso de algoritmos apropriados para a integração do das equações do movimento.

Desprezando os termos de ordem superior nas equações (3.75), são obtidas as seguintes equações do movimento linearizadas:

$$J\ddot{\theta}(t) + J_R\ddot{\phi}(t) + \{\tilde{M}\}^T \{\ddot{Q}(t)\} = 0 \quad (3.79.a)$$

$$J_R\ddot{\theta}(t) + J_R\ddot{\phi}(t) = \tau(t) \quad (3.79.b)$$

$$\{\tilde{M}\}\ddot{\theta}(t) + 2[M]\{\ddot{Q}(t)\} + 2[\tilde{K}] \{Q(t)\} = [\Delta_a]\{V_a(t)\} \quad (3.79.c)$$

As equações do movimento linearizadas podem ser expressas sob a forma no espaço de estados:

$$\{\dot{Y}(t)\}_{[(2n+3) \times 1]} = [A]_{[(2n+3) \times (2n+3)]} \{Y(t)\}_{[(2n+3) \times 1]} + [B]_{[(2n+3) \times (na+1)]} \left\{ \begin{matrix} \tau(t) \\ \{V_a(t)\} \end{matrix} \right\} \quad (3.80)$$

as quais são complementadas com a equação de saída derivada de (3.73.b):

$$\{V_s(t)\} = -\frac{1}{2}[\Gamma_s]^{-1}[\Delta_s]^T \{Q(t)\} = [C]\{Y(t)\} \quad (3.81)$$

$$[A] = [A_1]^{-1} [A_2] \quad (3.82)$$

$$\{B\} = [A_1]^{-1} \{B_1\} \quad (3.83)$$

$$\{Y(t)\}_{[(2n+3) \times 1]} = \begin{bmatrix} Y_1(t) & Y_2(t) & \{Y_3(t)\}^T & \{Y_4(t)\}^T & Y_5(t) \end{bmatrix}^T \quad (3.84)$$

$$[B_1]_{[(2n+3) \times (na+1)]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \{0\}_{(n \times 1)} & [0]_{(n \times na)} \\ \{0\}_{(n \times 1)} & 2[\Delta_a]_{(n \times na)} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

$$[A_1]_{[(2n+3) \times (2n+3)]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \\ 0 & J & [0]_{(1 \times n)} & \{\tilde{M}\}_{(1 \times n)}^T & J_R \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{0\}_{(n \times 1)} & [I]_{(n \times n)} & [0]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{\tilde{M}\}_{(1 \times n)} & [0]_{(n \times n)} & 2[M]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ 0 & J_R & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & J_R \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

$$[A_2]_{[(2n+3) \times (2n+3)]} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \\ 0 & 0 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{0\}_{(n \times 1)} & [0]_{(n \times n)} & [I]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{0\}_{(1 \times n)} & -2[\tilde{K}]_{(n \times n)} & [0]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ 0 & 0 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

$$[C]_{[ns \times (2n+3)]} = \begin{bmatrix} \{0\}_{(ns \times 1)} & \{0\}_{(ns \times 1)} & -\frac{1}{2}[\Gamma_s]^{-1}[\Delta_s]^T & [0]_{(ns \times n)} & \{0\}_{(ns \times 1)} \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

3.5 – Escolha das funções admissíveis do Método dos Modos Admitidos

De acordo com Craig Jr. e Kurdila (2006), as funções admissíveis, que formam a base de funções utilizada para aproximar os campos de deslocamentos no contexto dos MMA, segundo a Eq. (3.31.a) devem satisfazer pelo menos as condições de contorno geométricas. No caso dos painéis de satélites, admite-se que estes estejam engastados ao corpo do satélite, de modo que, em relação a um sistema de referência fixo ao corpo do satélite, as condições de contorno dos painéis correspondem àquelas de vigas engastadas-livres.

Dentre diversas opções de funções admissíveis satisfazendo estas condições de contorno, a mais natural é a escolha das autofunções de vigas uniformes engastadas-livres, que podem ser encontradas em forma analítica no livro de Blevins (2001), sendo fornecidas abaixo. Esta escolha vem sendo adotada por vários autores (Garcia e Inman, 1991).

$$\phi_i(x) = \cosh \frac{\lambda_i x}{L} - \cos \frac{\lambda_i x}{L} - \frac{\cosh \lambda_i + \cos \lambda_i}{\sinh \lambda_i + \sin \lambda_i} \left(\sinh \frac{\lambda_i x}{L} - \sin \frac{\lambda_i x}{L} \right) \quad (3.89)$$

onde os parâmetros λ_i são as raízes da equação transcendental:

$$\cos \lambda_i \cosh \lambda_i + 1 = 0 \quad (3.90)$$

cujos valores são dados na Tabela 3.1.

Kwak (1998) propõe outro conjunto de funções admissíveis, obtidas pela resolução do problema de autovalor para vigas uniformes considerando sua rotação, as quais são fornecidas abaixo.

$$\phi_i(x) = \sin \beta_i x + \frac{\sin \beta_i L}{\sinh \beta_i L} \sinh \beta_i x - \beta_i x \left(1 + \frac{\sin \beta_i L}{\sinh \beta_i L} \right) \quad (3.91)$$

onde os parâmetros β_i são as raízes da equação transcendental:

$$\tanh \beta L = \tan \beta L, \quad (3.92)$$

cujos valores são dados na Tabela 3.1.

Kwak (1998) demonstra com um exemplo numérico que estas funções admissíveis, comparadas com as autofunções de vigas engastadas-livres, requerem números menores de termos na expansão dada pela Eq. (3.31.a), conduzindo a modelos com menores números de graus de liberdade, melhor adaptados para aplicações de controle ativo.

O exame da equação característica e das autofunções propostas por Kwak mostra que os autovalores correspondem àqueles de vigas rotuladas-livres e que as autofunções correspondem às autofunções de vigas rotuladas-livres, acrescidas de termos lineares em x , cujas inclinações são dadas pelo negativo das derivadas das autofunções em relação a x , avaliadas para $x = 0$.

Tabela 3.1. - Valores dos parâmetros β_i para as autofunções das vigas engastada-livre e rotativa

i	Engastada-livre	Rotulada-livre
1	1,87510407	3,92660231
2	4,69409113	7,06858275
3	7,85475744	10,21017612
4	10,99554073	13,35176878
5	14,13716839	16,49336143
$i \geq 6$	$(2i-2)\pi/2$	$(4i+2)\pi/4$

As figuras 3.6 e 3.7 mostram graficamente as seis primeiras autofunções dos dois conjuntos considerados acima.

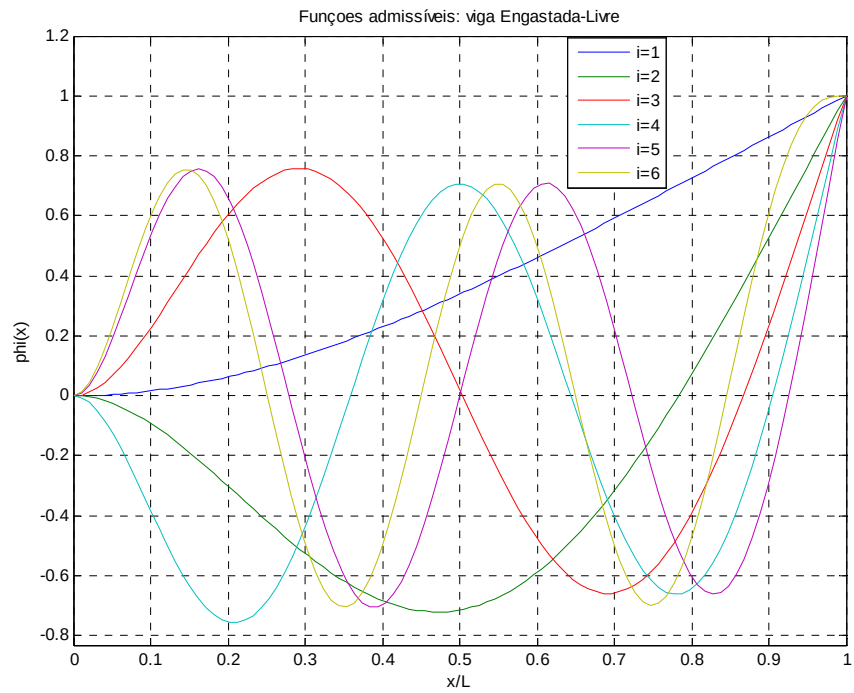


Figura 3.6 – Autofunções de vigas engastadas-livres

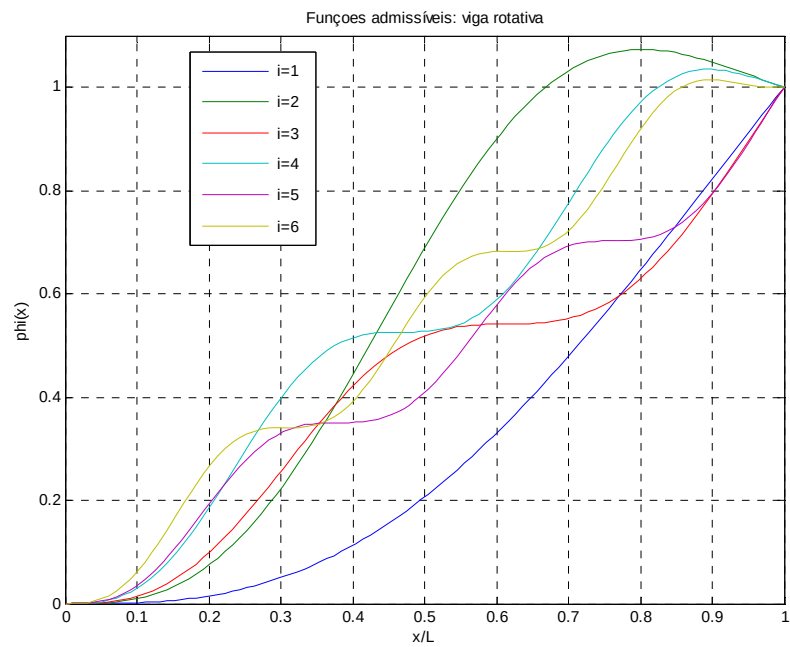


Figura 3.7 – Autofunções de vigas rotuladas-livres.

CAPÍTULO 4

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo são apresentadas aplicações numéricas realizadas a partir da formulação desenvolvida no Capítulo 3, objetivando a validação dos procedimentos de modelagem baseados no MMA e a caracterização do comportamento estático e dinâmico de uma configuração particular de satélite com painéis flexíveis dotados de sensores e atuadores piezelétricos.

4.1. Descrição do satélite simulado

Nas simulações numéricas será considerada a configuração mostrada na Figura 4.1, na qual os painéis dispõem de um par de transdutores piezelétricos idênticos, colados nas duas superfícies superior e inferior dos painéis, junto à sua conexão com o corpo do satélite. A Tabela 4.1 apresenta os valores dos parâmetros físicos e geométricos do sistema, admitindo-se que os painéis sejam constituídos de aço e que os transdutores sejam feitos de cerâmicas piezelétricos do tipo PZT (Titanato Zirconato de Chumbo).

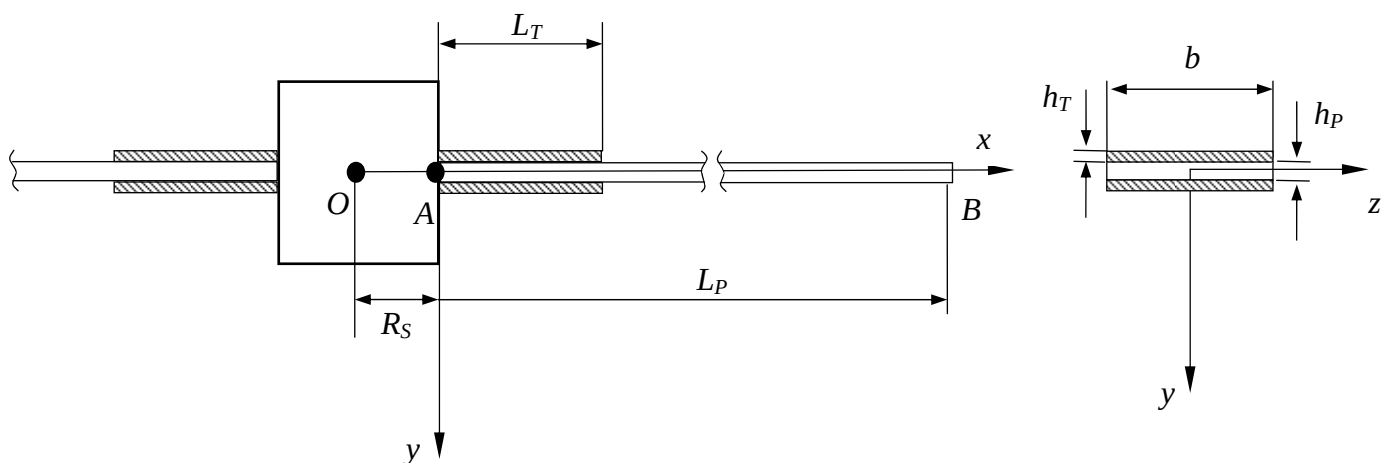


Figura 4.1 – Esquema do satélite utilizado nas simulações numéricas

Tabela 4.1 – Parâmetros físicos e geométricos do sistema simulado

PARÂMETROS GEOMÉTRICOS	PARÂMETROS FÍSICOS		
	PAINÉIS	TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS	CORPO DO SATÉLITE/RODA DE REAÇÃO
$L_P=1,5$ m	$E_P=2,1\times10^{11}$ N/m ²	$E_T=1,39\times10^{11}$ N/m ²	$J_S=720,0$ kg. m ²
$L_T=0,30$ m	$\rho_P=7800$ kg/ m ³	$\rho_T=7600$ kg/m ³	$J_R=1,0$ kg. m ²
$R_S=0,30$ m		$d_{31}=-1,238\times10^{-10}$ C/N	
$b=0,30$ m		$\varepsilon_{33}=11,306\times10^9$ C/m/V	
$h_P=0,005$ m			
$h_T=0,001$ m			

Os valores das propriedades do material piezelétrico utilizado (PZT4), considerando sua ortotropia e polarização na direção y, são fornecidos na Tabela 4.2

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas e elétricas do material piezelétrico utilizado nas simulações

Matriz de permissividade relativa a deformação constante	Matriz de constantes piezelétricas em tensão (C/m ²)
$[\varepsilon^S] = \begin{bmatrix} 728,5 & 0 & 0 \\ 0 & 634,7 & 0 \\ 0 & 0 & 728,5 \end{bmatrix}$	$[e] = \begin{bmatrix} 0 & -5,2 & 0 \\ 0 & 15,2 & 0 \\ 0 & -5,2 & 0 \\ 12,7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12,7 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Matriz de rigidez a campo elétrico constante ($\times 10^{10}$ N/m²) $[c^E] = \begin{bmatrix} 13,9 & 7,43 & 7,78 & 0 & 0 & 0 \\ & 11,5 & 7,43 & 0 & 0 & 0 \\ & & 13,9 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2,56 & 0 & 0 \\ & & & & 2,56 & 0 \\ & & & & & 3,06 \end{bmatrix}$	

Deve-se observar que, na formulação desenvolvida no Capítulo 3, as leis constitutivas do material piezelétrico são representadas sob a forma (2.3)-(2.4), ao passo que as propriedades acima relacionam-se às equações constitutivas representadas na forma alternativa (2.5)-(2.6). Assim, faz-se necessário utilizar as relações (2.7) a (2.9) para relacionar os dois tipos de matrizes de coeficientes piezelétricos e de matrizes de permissividade. Além disso, na modelagem pelo MMA, é admitido estado uniaxial de tensões e efeito piezelétrico limitado ao acoplamento entre as direções 1 e 3, sendo necessário extrair das matrizes de propriedades mecânicas e elétricas explicitadas acima, os componentes necessários para a modelagem pelo MMA. Após efetuadas estas operações com as matrizes fornecidas na Tabela 4.2 foram obtidos os valores dos parâmetros físicos dos materiais piezelétricos indicados na Tabela 4.1, os quais serão utilizados na modelagem pelo MMA.

4.2. Análise estática dos painéis com força externa aplicada

Para efeito de realização de análise estática de um painel isolado com solicitação externa aplicada, as equações do movimento (3.71) ficam reduzidas à seguinte forma:

$$2[K]\{Q\} - [\Delta_s]\{V_s\} = 2\{F_Q\} + [\Delta_a]\{V_a\} \quad (4.1.a)$$

$$[\Delta_s]^T \{Q\} + 2[\Gamma_s]\{V_s\} = \{0\} \quad (4.1.b)$$

$$[\Delta_a]^T \{Q\} + 2[\Gamma_a]\{V_a\} = \{0\} \quad (4.1.c)$$

onde $\{F_Q\}$ é o vetor de forças externas generalizadas.

Distinguem-se dois casos de interesse neste trabalho:

- **1º Caso:** análise estática com força aplicada e transdutores piezelétricos utilizados como sensores

Neste caso, tem-se $\{V_a\} = \{0\}$ e as equações (4.1) conduzem a:

$$\{Q\} = [\tilde{K}]^{-1} \{F_Q\} \quad (4.2.a)$$

$$\{V_s\} = -\frac{1}{2}[\Gamma_s]^{-1}[\Delta_s]^T \{Q\} \quad (4.2.b)$$

com:

$$[\tilde{K}] = [K] + \frac{1}{4} [\Delta_s] [\Gamma_s]^{-1} [\Delta_s]^T$$

Depois de calculadas as coordenadas generalizadas $\{Q\}$ através da resolução de (4.2.a), os campos de deslocamentos devem ser construídos através da expansão (3.31.a), repetida abaixo:

$$v(x) = \sum_{i=1}^n q_i \phi_i(x) \quad (4.3)$$

- **2º Caso:** análise estática com voltagem aplicada nos transdutores piezelétricos utilizados como atuadores.

Neste caso, tem-se $\{V_s\} = \{0\}$ e as equações (4.1) conduzem a:

$$\{Q\} = \frac{1}{2} [K]^{-1} [\Delta_a] \{V_a\} \quad (4.4)$$

4.2.1. Verificação da convergência da expansão no Método dos Modos Assumidos

A precisão do modelo baseado no MMA depende diretamente do número de funções admissíveis utilizadas na expansão expressa pela Eq. (3.31.a), indicado por n . Assim, torna-se importante avaliar a convergência dos resultados previstos pelo modelo em função do número de funções utilizadas. Para este efeito, considera-se um painel isolado, com a sua extremidade A engastada, sujeito a uma força transversal concentrada F aplicada em B, com valor de 20 N, dirigida segundo o sentido positivo do eixo y . Nestas condições, os transdutores piezelétricos são utilizados como sensores, gerando uma voltagem proporcional à deformação ocorrida na região do painel coberta por eles.

As Figuras 4.2 e 4.3 mostram, respectivamente, as deflexões transversais do painel, obtidas para números crescentes de funções admissíveis de vigas engastadas-livres, expressas por (3.89), e os valores das voltagens de saída dos sensores piezelétricos.

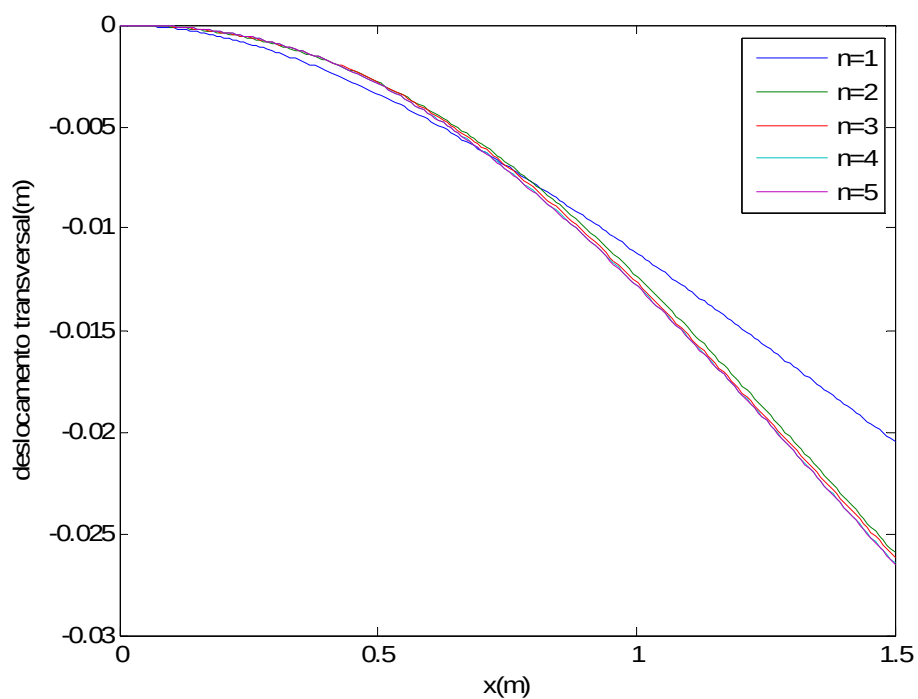


Figura 4.2 – Deflexões transversais do painel para diferentes números de funções admissíveis utilizadas no MMA.

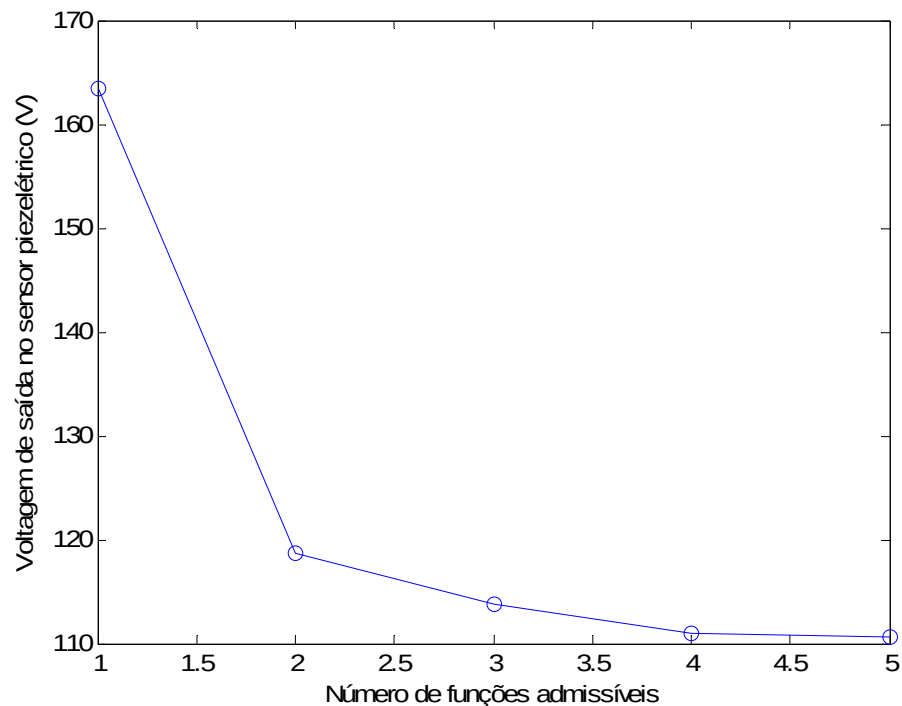


Figura 4.3 – Tensões de saída dos sensores piezelétricos para diferentes números de funções admissíveis utilizadas no MMA.

Os resultados apresentados mostram a convergência dos resultados de análise estática com o aumento do número de funções admissíveis e que, com $n=5$, é atingida convergência satisfatória. Desta forma, nas simulações numéricas seguintes este número de funções admissíveis será utilizado.

4.2.2 - Confrontação com o modelo de elementos finitos gerado no programa ANSYS®

Para efeito de validação do procedimento de modelagem desenvolvido, foi elaborado, com emprego do programa comercial ANSYS®, o modelo ilustrado na Figura 4.3. Entretanto, ao contrário do modelo baseado no MMA, o modelo de Elementos Finitos é um modelo tridimensional, no qual a discretização foi feita utilizando elementos sólidos (SOLID45 para o painel e SOLID5 para os transdutores piezelétricos). A Figura 4.3 permite observar a malha utilizada para discretização.

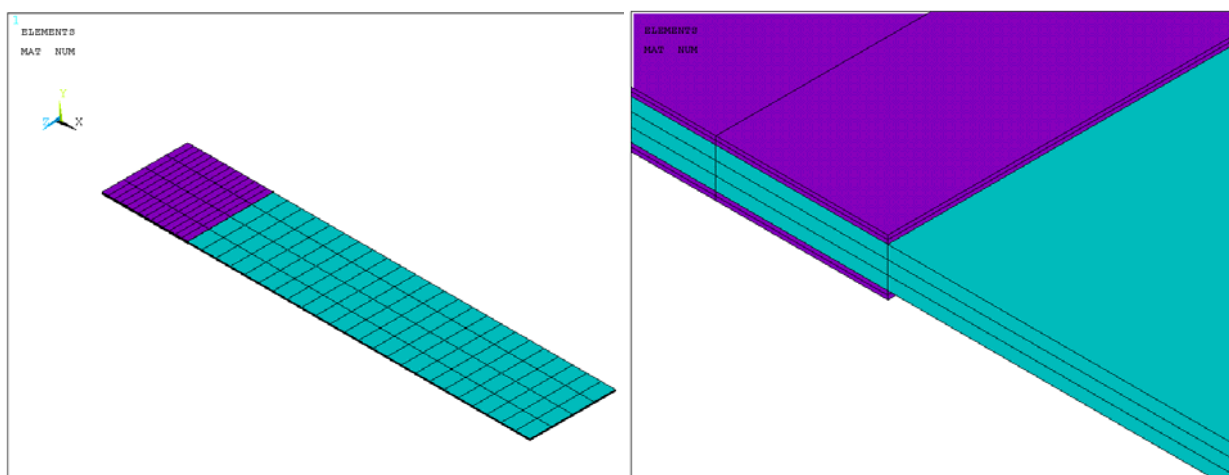


Figura 4.3 – Modelo de elementos finitos tridimensional de um dos painéis.

Na Figura 4.4 são comparados os campos de deslocamentos transversais obtidas, através de ambos os procedimentos de modelagem, para o painel sujeito a uma força transversal de $F=20\text{N}$ aplicada em B e dirigida segundo o sentido positivo do eixo y . Para o MMA, foram utilizadas 5 funções admissíveis.

A Tabela 4.2 permite comparar os valores das voltagens de saída dos transdutores piezelétricos.

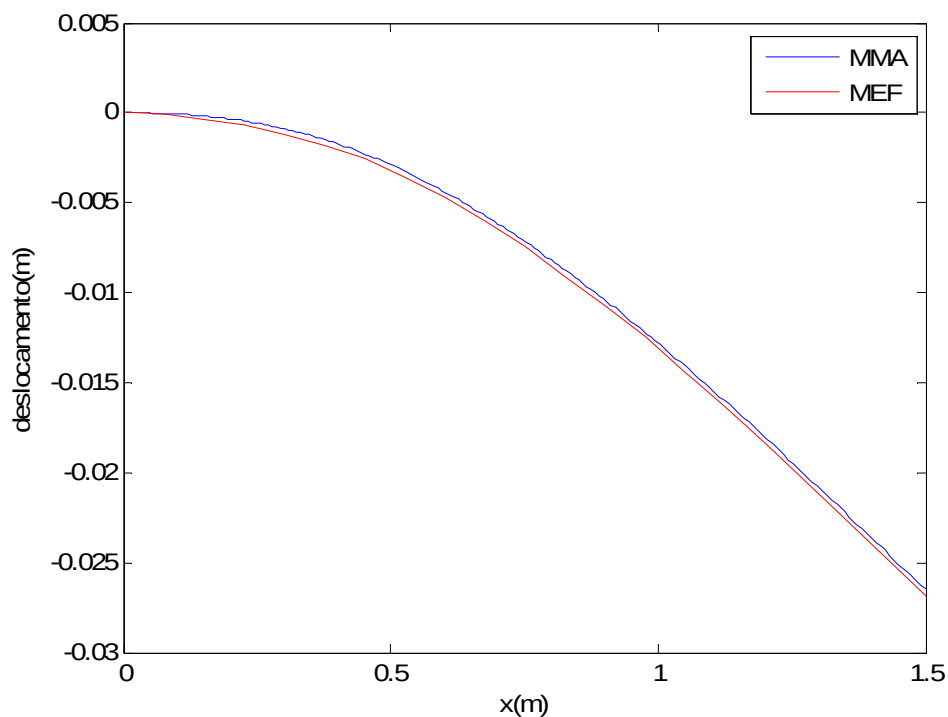


Figura 4.4 – Campos de deslocamentos transversais obtidos por MMA e MEF para força de 20N aplicada na extremidade do painel.

Tabela 4.2 – Valores das voltagens de saída dos sensores piezelétricos

MMA	MEF
110,6 V	95,5 V

A figura e tabela acima mostram que os resultados estáticos obtidos através das duas variantes de modelagem são bastante próximos. As diferenças existentes, que são mais substanciais para as voltagens de saída dos sensores piezelétricos, podem ser atribuídas às diferenças intrínsecas dos dois modelos utilizados, sendo o MMA um modelo baseado em vigas unidimensionais, ao passo que o MEF é um modelo baseado em elementos tridimensionais.

4.3. Análise estática dos painéis com voltagem aplicada aos atuadores piezelétricos

Considera-se, de forma semelhante às simulações anteriores, um painel isolado, com a sua extremidade A engastada, aplicando-se uma voltagem constante de 100 V aos transdutores piezelétricos que, nestas condições funcionam como atuadores. Os deslocamentos transversais do painel são obtidos através das duas variantes de modelagem: MMA e EF, os quais são comparados na Figura 4.5. Para o MMA, foram utilizadas 5 funções admissíveis.

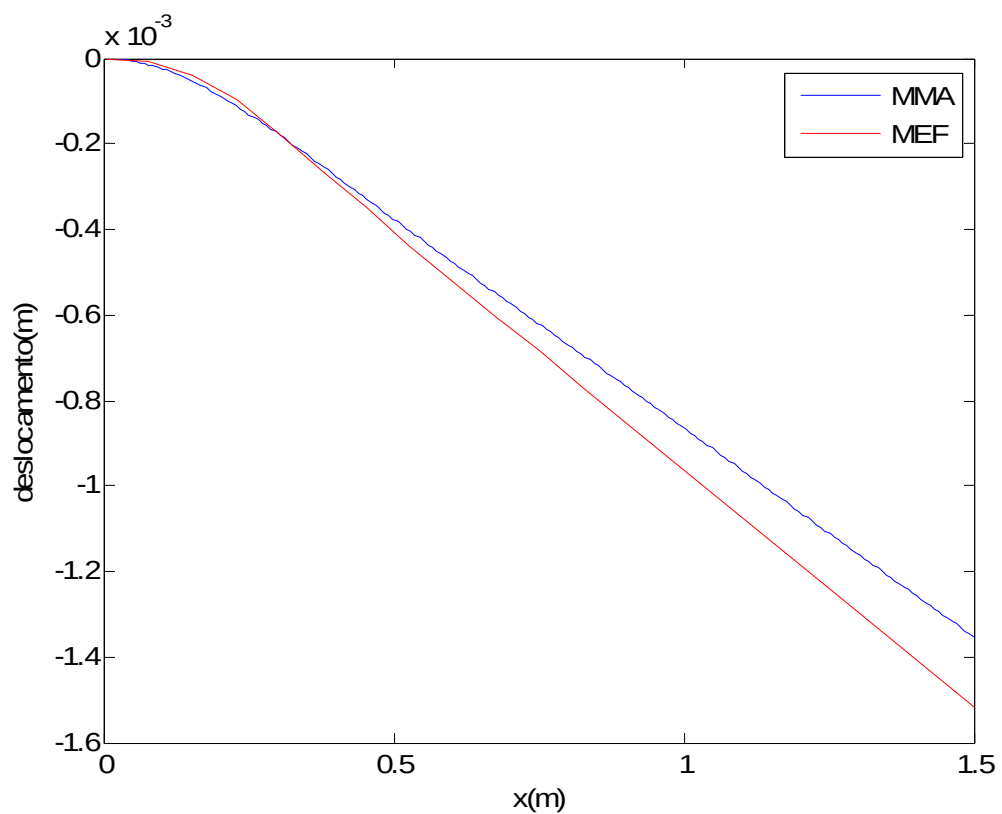


Figura 4.5 – Campos de deslocamentos transversais obtidos por MMA e MEF para voltagem aplicada nos atuadores piezelétricos

4.4. Análise modal dos painéis

A partir das equações gerais do movimento, a análise modal de cada painel, considerado engastado no ponto A, é feita objetivando a determinação das frequências naturais de vibração e dos modos naturais de vibração correspondentes. Objetivando a caracterização da influência dos transdutores piezelétricos nas características modais dos painéis, consideram-se, neste trabalho, três casos:

- **1º Caso:** painéis sem transdutores piezelétricos.

Neste caso, os efeitos elétricos, bem como os efeitos de acréscimo de massa e de rigidez proporcionados pelos transdutores piezelétricos são negligenciados. As características modais são determinadas pela resolução do problema de autovalor:

$$([K_P] - \lambda_i [M_P])\{Q_i\} = \{0\} \quad (4.5)$$

- **2º Caso:** painéis com transdutores piezelétricos e terminais em circuito aberto

Neste caso, os efeitos do acoplamento eletromecânico e de acréscimo de massa e de rigidez proporcionados pelos transdutores piezelétricos são considerados. As características modais são determinadas pela resolução do problema de autovalor:

$$([\tilde{K}] - \lambda_i [M])\{Q_i\} = \{0\} \quad (4.6)$$

com:

$$[\tilde{K}] = [K] + \frac{1}{4} [\Delta] [\Gamma]^{-1} [\Delta]^T$$

$$[K] = [K_P] + [K_T]$$

$$[M] = [M_P] + [M_T]$$

- **3º Caso:** painéis com transdutores piezelétricos e terminais curto-circuitados

Neste caso, os efeitos do acoplamento eletromecânico não são considerados e os efeitos de acréscimo de massa e de rigidez proporcionados pelos transdutores piezelétricos são considerados. Isso significa que são negligenciadas as características do material piezelétrico.

As características modais são determinadas pela resolução do problema de autovalor:

$$([K] - \lambda_i [M])\{Q_i\} = \{0\} \quad (4.7)$$

com:

$$[K] = [K_P] + [K_T]$$

$$[M] = [M_P] + [M_T]$$

É importante observar que, depois de calculadas as componentes dos autovetores, em termos de coordenadas generalizadas, através da resolução dos problemas de autovalores, os campos de deslocamentos correspondentes em coordenadas físicas devem ser construídos através da expansão (4.3)

A Figura 4.6 permite comparar os valores das três primeiras frequências naturais do painel do satélite considerado neste Capítulo, nos três casos descritos acima, as quais foram calculadas a partir das matrizes de massa e rigidez geradas com 5 funções admissíveis. Pode-se observar que:

- a) a influência estrutural significativa dos transdutores piezelétricos, traduzida preponderantemente por um aumento da rigidez à flexão e, conseqüentemente, em aumento dos valores das frequências naturais do painel, observado entre as condições “sem transdutores” e “com transdutores”.
- b) a pequena influência do efeito piezelétrico na rigidez do material piezelétrico e, traduzida por pequenas diferenças entre os valores das frequências naturais nas duas condições “curto-circuito” e “circuito aberto”.

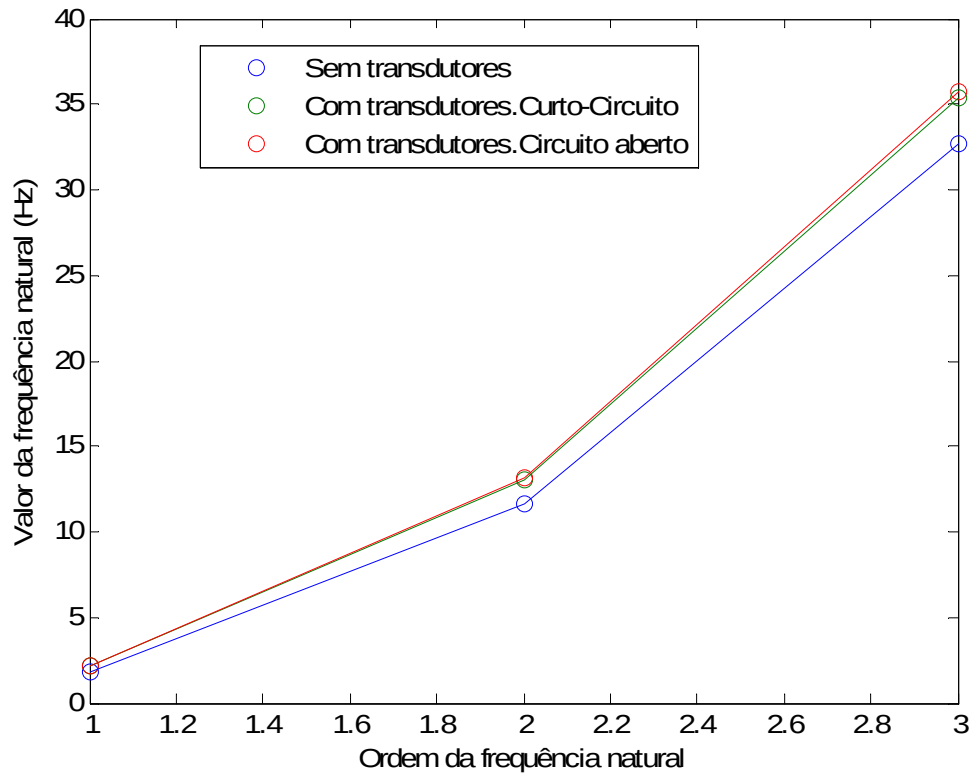


Figura 4.6 – Frequências naturais do painel nas três condições consideradas

4.5. Integração numérica das equações do movimento não lineares

Foram realizados testes numéricos consistindo da integração numérica das equações do movimento não lineares, dadas por (3.77), objetivando caracterizar o acoplamento dos movimentos dos três elementos que constituem o satélite: roda de reação, corpo do satélite e painéis flexíveis. As integrações numéricas foram efetuadas utilizando os algoritmos implementados na função ODE45, do MATLAB[®], com os devidos ajustes necessários para tratar as especificidades do problema em apreço, especialmente no que diz respeito ao fato de, em (3.77), a matriz $[\overline{M}]$ ser dependente das coordenadas $\{Y_3\}$.

4.5.1 Simulação do movimento para torque constante aplicado à roda de reação.

Nesta simulação, na qual foram utilizadas 5 funções admissíveis no MMA, admite-se que à roda de reação é aplicado um torque constante $\tau=100$ N.m, a partir de condições

iniciais nulas, e as respostas foram calculadas no intervalo de 0,0 a 2,0 s. Admite-se ainda que os transdutores piezelétricos sejam utilizados como sensores.

As Figuras 4.6 a 4.8 mostram, na ordem: a evolução da velocidade angular da roda de reação, $\dot{\phi}(t)$, a evolução do ângulo de orientação do corpo do satélite, $\theta(t)$, e a evolução do deslocamento transversal do ponto B na extremidade do painel. A Figura 4.9 ilustra a variação da voltagem de saída dos sensores piezelétricos.

Deve ser observado que, como resultado da integração das equações do movimento, obtêm-se os históricos temporais das coordenadas generalizadas $\{Q(t)\}$, sendo necessário o retorno às coordenadas físicas através da expansão dada por (4.3).

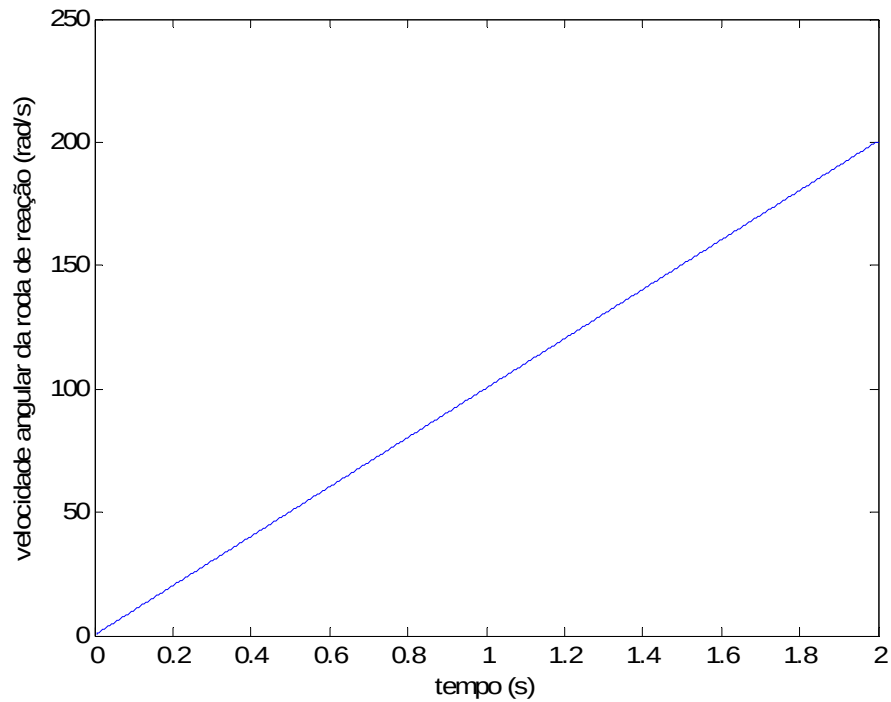


Figura 4.7 - Evolução da velocidade angular da roda de reação $\dot{\phi}(t)$, para um torque $\tau=100$ N.m.

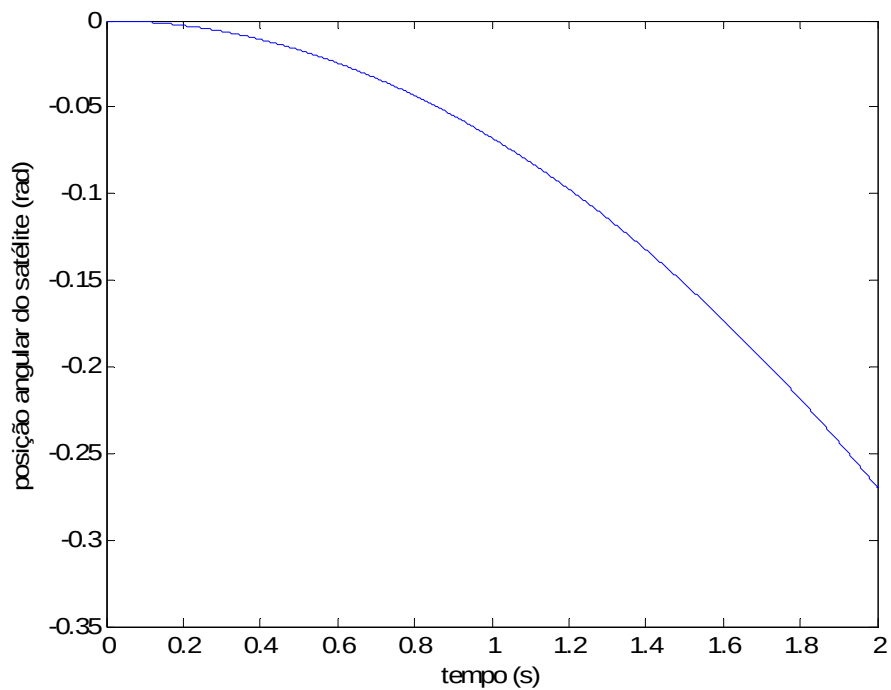


Figura 4.8 - Evolução do ângulo de orientação do corpo do satélite $\theta(t)$, para um torque $\tau = 100$ N.m aplicado à roda de reação

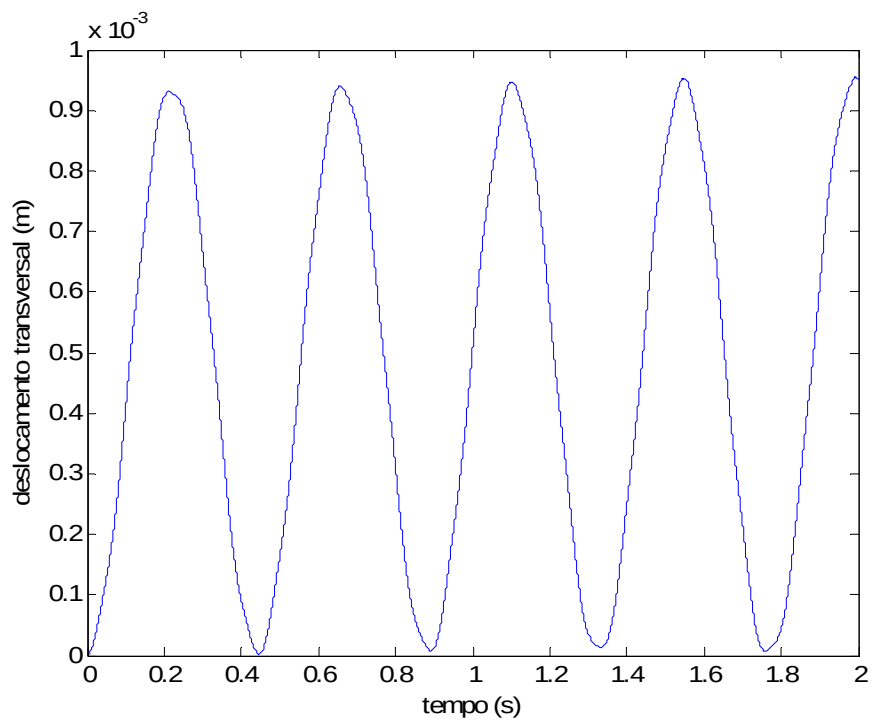


Figura 4.9 - Evolução do deslocamento transversal do ponto B na extremidade do painel, para um torque $\tau = 100$ N.m aplicado à roda de reação

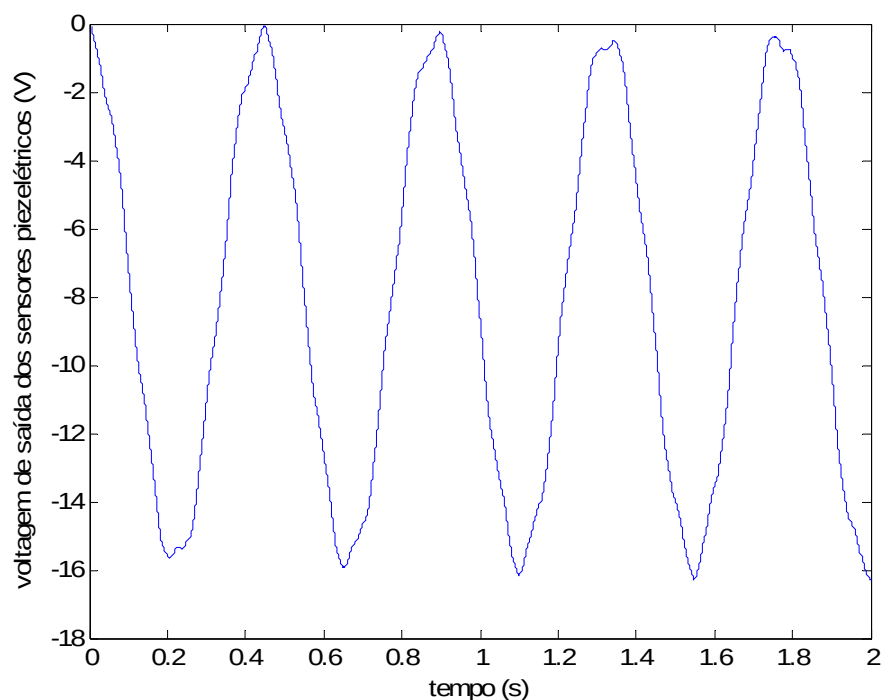


Figura 4.10 - Variação temporal da voltagem de saída dos sensores piezelétricos, para um torque $\tau=100$ N.m aplicado à roda de reação

Os resultados apresentados mostram-se coerentes, diante das seguintes observações:

- a) com a aplicação de um torque constante à roda de reação, esta apresenta uma aceleração angular constante, determinada pela inclinação da reta ilustrada na Figura 4.6. Pode-se facilmente comprovar, nesta figura, que tal inclinação corresponde efetivamente ao torque aplicado de 100 N.m.
- b) o corpo do satélite, também sujeito a um torque constante, rotaciona com velocidade angular constante e, portanto, com posição angular com variação quadrática no tempo, conforme se observa na Figura 4.7.

4.5.2 Simulação do movimento para torque constante aplicado à roda de reação e realimentação de estado

Como primeira simulação relacionada ao controle ativo de vibrações transversais dos painéis do satélite, objetivando demonstrar a possibilidade de atenuar as vibrações transversais dos painéis utilizando os transdutores piezelétricos como atuadores, considera-se o caso em que os atuadores piezelétricos são alimentados com voltagens expressas como combinações lineares das coordenadas generalizadas, como segue:

$$\{V_a(t)\} = -[G]\{\dot{Q}(t)\} \quad (4.7)$$

Neste caso, a Eq. (3.75.c) pode ser reescrita sob a forma:

$$\{\tilde{M}\}\ddot{\theta}(t) + 2[M]\{\ddot{Q}(t)\} + 2[\tilde{K}] \{Q(t)\} + [\Delta_a][G]\{\dot{Q}(t)\} - 2[M]\{\dot{Q}(t)\}\dot{\theta}^2(t) = \{0\} \quad (4.8)$$

e as equações do movimento não lineares resultam expressas sob a forma:

$$[\overline{M}]\{\dot{Y}(t)\} = \{F(t)\} \quad (4.9)$$

$$[\overline{M}]_{[(2n+3) \times (2n+3)]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & 0 \\ 0 & J + 2\{Y_3\}^T [M]\{Y_3\} & [0]_{(1 \times n)} & \{\tilde{M}\}_{(1 \times n)}^T & J_R \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{0\}_{(n \times 1)} & [I]_{(n \times n)} & [0]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ \{0\}_{(n \times 1)} & \{\tilde{M}\}_{(n \times 1)} & [0]_{(n \times n)} & 2[M]_{(n \times n)} & \{0\}_{(n \times 1)} \\ 0 & J_R & [0]_{(1 \times n)} & [0]_{(1 \times n)} & J_R \end{bmatrix} \quad (4.10.a)$$

$$\{F(t)\} = \begin{Bmatrix} Y_2 \\ -4Y_2 \{Y_4\}^T [M] \{Y_3\} \\ \{Y_4\} \\ -2[\tilde{K}] \{Y_3\} + Y_2^2 (2[M] - [\Delta_a][G]) \{Y_4\} \\ \tau \end{Bmatrix} \quad (4.10.b)$$

Os deslocamentos transversais na extremidade do painel, em resposta ao torque $\tau = 100 \text{ N.m}$ aplicado à roda de reação são mostrados na Figura 4.10 para duas situações: malha aberta (sem controle por realimentação) e malha fechada (com controle por realimentação). No segundo caso, foi usado um vetor de ganhos: $[G] = [10^4 \ 10^4 \ 10^4 \ 10^4 \ 10^4]$, escolhido arbitrariamente.

Pode-se claramente constatar que a realimentação de estado introduz amortecimento, indicado pelo decaimento das amplitudes de vibração dos painéis.

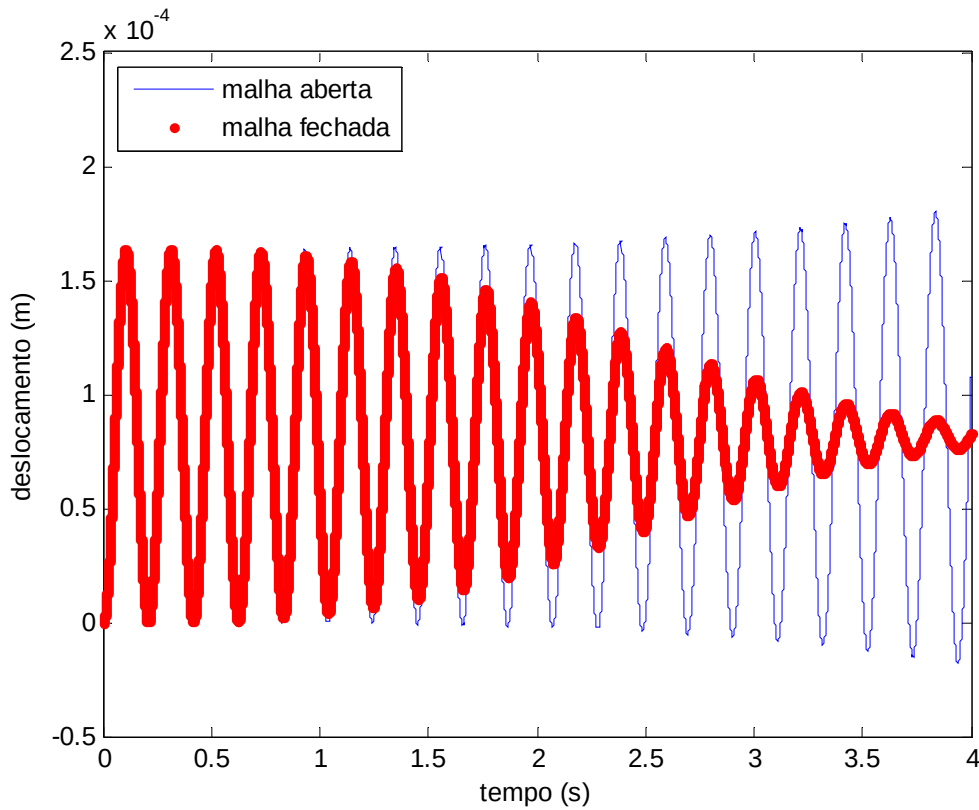


Figura 4.8 - Deslocamento transversal do ponto B na extremidade do painel, para um torque $\tau = 100 \text{ N.m}$ aplicado à roda de reação

Na Figura 4.9 é apresentado o sinal da voltagem de controle aplicada nos atuadores piezelétricos, com amplitude máxima de aproximadamente 35 volts.

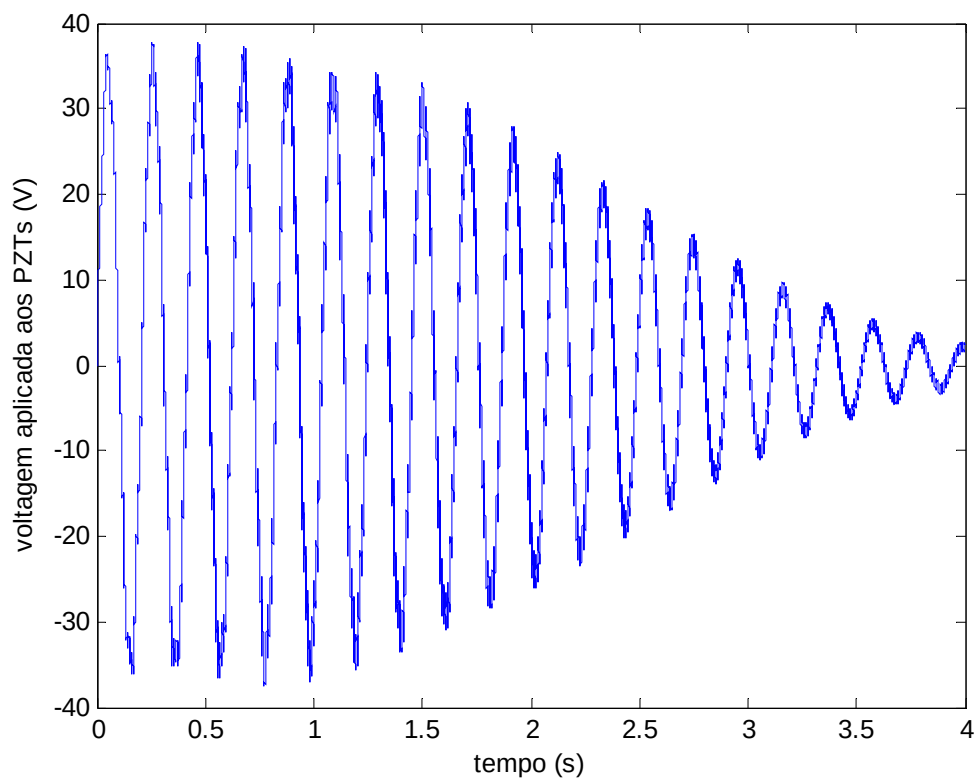


Figura 4.9- Voltagem aplicada no par de atuadores piezelétricos

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

O presente trabalho foi dedicado ao desenvolvimento de modelos numéricos de satélites artificiais híbridos rígido-flexíveis com vistas à sua utilização em procedimentos de controle ativo das vibrações transversais dos painéis com o emprego de transdutores piezelétricos que podem ser utilizados como sensores ou como atuadores.

Dentre as diferentes estratégias de modelagem existentes, optou-se pelo Método dos Modos Assumidos, que proporciona um compromisso adequado entre precisão e baixa dimensão (determinada pelo número de coordenadas), sendo, assim, considerado apropriado para o uso em associação com algoritmos de controle ativo. Os modelos desenvolvidos são baseados na teoria de vigas de Euler-Bernoulli, considerando todas as formas de acoplamento entre os transdutores piezelétricos e os painéis (acréscimo de massa e de rigidez e acoplamento eletromecânico). As equações não lineares do movimento, envolvendo as coordenadas referentes ao movimento da roda de reação, de rotação do corpo do satélite e de flexão dos painéis, foram desenvolvidas utilizando o cálculo simbólico, e implementadas em um programa MATLAB[®] que permite realizar vários tipos de análises estáticas e dinâmicas.

As simulações numéricas realizadas, algumas das quais foram confrontadas com modelos mais complexos baseados em elementos finitos, permitiram evidenciar as principais características estáticas e dinâmicas do sistema mecânico em estudo e demonstrar, preliminarmente, a possibilidade de amortecer as vibrações de flexão dos painéis induzidas por manobras de correção de atitude.

As principais limitações da modelagem desenvolvida dizem respeito à utilização de um modelo de viga para representar os painéis, com as manobras do satélite limitando-se à rotação em torno de apenas um eixo. Estas limitações deverão ser abordadas em desenvolvimentos posteriores, que consistirão:

- a) na extensão dos modelos considerando modelos de vigas tridimensionais, com manobras de rotação em torno de três eixos simultaneamente;
- b) na modelagem dos painéis como placas, consideradas mais adequadas à geometria de painéis de satélites reais. Este tipo de modelagem permite considerar os movimentos de flexão e de torção dos painéis.

Uma observação importante é que, do ponto de vista tecnológico, uma das limitações da técnica de controle ativo baseada em atuadores piezelétricos relaciona-se à necessidade de se aplicar altas voltagens (tipicamente da ordem de 100V a 200V), o que geralmente demanda amplificadores de voltagem relativamente volumosos. Assim, a viabilização da aplicação prática da técnica de controle requer o desenvolvimento de amplificadores de voltagem adequados.

Uma técnica de controle alternativa, sendo porém uma técnica passiva, que permite contornar a limitação comentada acima, consiste no uso dos denominados circuitos *shunt* (Hagood e Von Flotow, 1991; Holkamp, 1994; Lesieutre, 1998; Marneffe e Preumont, 2008). O princípio subjacente a esta técnica consiste em conectar um circuito elétrico aos eletros do transdutor piezelétrico e, através do efeito piezelétrico direto (efeito sensor) transformar a energia vibratória em energia elétrica que flui através do circuito elétrico, podendo ser nele dissipada. Numerosos estudos sobre esta técnica de controle vêm sendo realizados nos últimos anos. Esta possibilidade poderá ser investigada em trabalhos futuros, em associação com os modelos numéricos desenvolvidos nesta Dissertação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, G.L.C.M., 2003. “Projeto Robusto H_∞ Aplicado no controle de Vibrações em Estruturas Flexíveis com Materiais Piezelétricos Incorporados”. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

ABREU, L.C.M., RIBEIRO, J.F. , STEFFEN Jr., V., 2003. Experiments on optimal vibration control of a flexible beam containing piezoelectric sensors and actuators; Shock and Vibration, Vol. 10, 2003, pp. 283-300.

BAILEY, T., HUBBARD, J.E., 1985, “Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam”, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 8, pp.605 –611.

BLEVINS, D.R., 2001, Formulas for Natural Frequency and Mode Shapes, Krieger Publishing Company, ISBN 1-57524-184-6.

BODINEAU, G., BOULADE, S., FRAPARD, B., CHEN, W., SALEHI, S., ANKERSEN, F., 2004, Robust Control of Large Flexible Appendages for Future Space Missions, 6th Dynamics and Control of Systems and Structures in Space (DCSSS), Riomaggiore, Italy.

CHIAPPA, C., BODINEAU, G., BOULADE, S., BEUGENON, C., 2005, (μ -Mu)-Iteration Technique: Application to attitude control of satellite with large flexible appendages, Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005 Seville, Spain.

CRAIG Jr., R.R., 1981, Structural Dynamics. An Introduction to Computer Methods, John Wiley & Sons, ISBN 0-471-04499-7.

GRAIG, R.R., KURDILA A. Jr., 2006, Fundamentals of Structural Dynamics, 2 ed. Wiley, ISBN 13 978-0-471-43044-55

CRAWLEY, E.F., De LUIS, J., 1987, "Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures", American Institute of Aeronautics and Astronautics, Journal vol. 25, pp. 1373-1385.

CUBILLOS, K.C.M., SOUZA, L.C.G, 2007, Attitude Estimation of a Satellite Simulator Using Kalman Filter, 6° Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, São José do Rio Preto, SP.

DENOYER, K.K., KWAK, M.K., 1996, Dynamic Modeling and Vibration Suppression of a Slewing Structure Utilizing Piezoelectric Sensor and Actuators, Journal of Sound and Vibration 189(1), 13-31

DETWILER, D. T., SHEN, M. H. H. e VENKAYYA, V. B., 1995. "Finite Element Analysis of Laminated Composite Structures Containing Distributed Piezoelectric Actuators and Sensors", Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 20, pp. 87-100.

DEVASIA, S., MERESSI, T., PADEN, B. and BAYO, E., 1993, "Piezoelectric Actuator Design for Vibration Suppression: Placement and Sizing", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 6, no 5, pp. 859-864.

DIMITRIADIS, E.K., FULLER, C.R., ROGERS, C.A., 1989, "Piezoelectric actuators for distributed noise and vibration excitation of thin plates", 8th Biennial Conference on Failure Prevent and Reliability, Montreal, Quebec, Canada, pp. 223-233.

FRANKLIN, G.F., POWELL, J.D., EMAMI-NAEINI, A., 1991, Feedback Control of Dynamic Systems, 2 ed. Addison-Wesley Publising Company, ISBN 0-201-50862-1.

GARCIA, E., INMAN, D.J., 1991, Modeling of the slewing control of a flexible structure, Journal of Guidance, Control, and Dynamics vol. 14, p. 736-742

HAGOOD, N. W., von FLOTOW, A., 1991, "Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks", Journal of Sound and Vibration, Vol. 146, N°2, pp 243-268.

HOLLKAMP, J., 1994, "Multimodal passive vibration suppression with piezoelectric materials and resonant shunts." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 5, 49-57.

KRUCK, K., 2002, *Development of Robust Control Strategies for Aerospace Systems*, Iowa Space Grant Consortium.

KWAK, K.M., 1998, New Admissible Functions for the Dynamic Analysis of a Slewing Flexible Beam, *Journal of Sound and Vibration*, 210(5), 581-592

LEO D. J., 2007, *Engineering Analysis of Smart Materials Systems*, Wiley, ISBN 978-0-471-68477-0

LESIEUTRE, G. A., 1998, "Vibration Damping and Control using Shunted Piezoelectric Materials", *Shock and Vibration Digest*, Vol. 30, pp 181-190.

LIMA Jr., J. J., 1999, *Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estruturas*, Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Mecânica.

MACIEJOWSKI, J.M., 1989, *Multivariable Feedback Desing*, Addison-Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-18243-2.

MARNEFFE, B., PREUMONT, A. Vibration damping with negative capacitance shunts: theory and experiment. *Smart Materials and Strucures*, vol. 17 (2008).

MARTINS, C.A., ROCHINHA, F.A., 1999, *Controle de Estruturas Flexíveis Utilizando Pastilhas Piezoelétricas*, XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, São Paulo.

MEIROVITCH, L. A., 1976, Stationary Principle for the Eigenvalue Problem for Rotating Structures, *AIAA Journal* 14, 1387-1394.

OGATA, K., 2003, Engenharia de Controle Moderno, 4 ed. Pearson, ISBN: 85-87918-23-0.

ROCHA, T.L Modelagem de Estruturas Inteligentes, Universidade Estadual Paulista, Campus Ilha Solteira, 2004

ROGERS, C.A., LIANG, C., ZHOU, S., 1995. "Integration and Design of Piezoceramic Elements in Intelligent Structures", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 6, pp. 733-743.

SETTER N., Piezoelectric Materials in Devices, 2002, N. Setter, ISBN 2-9700346-0-3

SOUZA, L.C.G., 2006, Satellite Attitude Control System Parameters Optimization, III European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, Lisbon, Portugal.

SOUZA, L.C.G., 2007, Modelling a Satellite Control System Simulator, Ecomas Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Crete, Greece.

VALER, C.E.I., 1999, Uma Introdução ao Controle Robusto com Aplicações a Estruturas Flexíveis, Dissertação de Mestrado PUC/RJ, Rio de Janeiro.

VARGAS, R., SOUZA L.C.G., 2005, Application of the LQG/LTR Method for Attitude Control of a Rigid-Flexible Satellite. International Astronautical Congress - IAC 2005, 2005, Fukuoka - Japan.

NASA: http://www.nasa.gov/worldbook/artificial_satellites_worldbook.html

ISAS: <http://www.isas.ac.jp/e/forefront/2007/sakai/index.shtml>

NASA: http://www.nasa.gov/mission_pages/station/structure/elements/subsystems.html