

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA – *CAMPUS* MONTE CARMELO

ENGENHARIA DE AGRIMENSURA E CARTOGRÁFICA

TULIO ALVES SANTANA

**INTERPOLAÇÃO DO VALOR DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE SOBRE AS
RRNN NO ESTADO DE MINAS GERAIS**

Monte Carmelo

2017

TULIO ALVES SANTANA

**INTERPOLAÇÃO DO VALOR DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE SOBRE AS
RRNN NO ESTADO DE MINAS GERAIS**

Trabalho apresentado como requisito para obtenção de aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do Curso de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica da Universidade Federal de Uberlândia.

Orientador: Dr. Gabriel do Nascimento Guimarães

Co-orientador: Dr. Wagner Carrupt Machado

Monte Carmelo

2017

**INTERPOLAÇÃO DO VALOR DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE SOBRE AS
RRNN NO ESTADO DE MINAS GERAIS**

Trabalho de conclusão de curso aprovado para a
obtenção do título de Bacharel em Engenharia de
Agrimensura e Cartográfica pela Universidade
Federal de Uberlândia pela banca examinadora
formada por:

Monte Carmelo, 14 de Julho de 2017.

Dr. Gabriel do Nascimento Guimarães, IG/UFU

Dr. Wagner Carrupt Machado, FECIV/UFU

Eng. Letícia Cristina Ribeiro

Dedico este trabalho a todas as pessoas que contribuíram para cada conquista de minha vida e também para aquelas que acreditaram que este sonho seria possível. Em especial, a minha vó Júlia e minhas tias Maximiliana (*in memorian*) e Eurípedes (*in memorian*).

AGRADECIMENTOS

Neste momento, de finalização de curso e de conclusão deste trabalho, o único sentimento que me toma é o de gratidão, eu sinto que devo a muitos por ajudarem diretamente ou indiretamente ao longo da minha vida como estudante de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica.

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me fortalecido até aqui e por cada milagre.

Aos meus pais, a minha irmã e a meu cunhado. Por terem sido meus alicerces nesta jornada. Sem eles seria impossível.

Aos meus demais familiares, pela torcida, pelas orações, pelas conversas e pelo apoio.

Ao meu orientador prof. Gabriel, por ter acreditado que eu conseguiria realizar este trabalho e também por não medir esforços para corrigir e sugerir melhorias.

Ao meu co-orientador prof. Wagner, por ter me ensinado muito sobre RNA (que apesar de não ter sido utilizado neste trabalho, foi um conhecimento novo que adquiri).

Aos meus colegas da 5ª turma de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica por me ensinarem que sozinho em lugar nenhum chegamos.

Aos meus irmãos da igreja Batista Nacional de Monte Carmelo por terem me acolhido tão bem e aos irmãos da igreja Batista Central de Paracatu pelas orações e apoio.

A Maria José, sr. César (*in memorian*), Elisângela e Elismar por terem sido minha segunda família em Monte Carmelo.

A Leidyanne, o Bruno, o Padrinho, a Madrinha, a Eliane e o Eurico por me receberem em suas casas e me tratarem tão bem, por cada conversa de apoio e por cada almoço.

Aos meus colegas do IBGE (Agência Paracatu) por compreender as minhas ausências, pela amizade e pelo companheirismo.

A Thaís que sempre esteve comigo, a Ana que sempre me escrevia cartas desde que mudei para Monte Carmelo, a Lays por dividir sua casa, ao Vinícius pelas horas que conversamos, a Tekinha por ser minha melhor prima, a Victória e seus pais por todo cuidado comigo em Monte Carmelo, ao Junior e Jorgiana pela amizade e finalmente e não menos importante a Letícia Cristina por ser a única amiga que pude conversar sobre gravidade.

“Estamos literalmente ‘mergulhados’ no campo da gravidade apesar de, em geral, nos esquecermos disso. Existem na natureza forças mais espetaculares em suas manifestações como as forças elétricas e as magnéticas, mas nenhuma é onipresente como a da gravidade”.

Camil Gemaël

RESUMO

Neste trabalho foram obtidos os valores da aceleração da gravidade para as RRNN do estado de Minas Gerais pelo método do MMQ, utilizando o programa PREDGRAV (DREWES, 2015), além disso, foi feito uma avaliação do procedimento. Apesar da importância da aquisição do valor de g para o cálculo de altitudes físicas e para o cálculo de modelos geoidais, a execução de levantamentos gravimétricos ainda é uma dificuldade encontrada devido ao seu alto custo. Com o objetivo de satisfazer a deficiência presente na RAAP de não integração de dados gravimétricos para pelo menos 83% das RRNN do estado de Minas Gerais este trabalho foi executado. A rotina utilizada transforma os valores de gravidade em anomalias de Bouguer e interpola os valores considerando os 50 pontos de entradas mais próximos, configurando a necessidade de utilização de valores de g conhecidos no procedimento. Elegeram-se todas as EEGG compreendidas dentro de um buffer de 150km do estado de Minas Gerais para servirem como dados de entrada. O processamento contou com 7.095 RRNN presentes no estado sem o valor de g , viabilizado através da organização de dois arquivos de dados: dados de entrada em um arquivo contendo latitude, longitude, altitude ortométrica e gravidade das EEGG e o arquivo RRNN, contendo latitude, longitude, altitude ortométrica das RRNN. Outro processamento semelhante foi feito para avaliar a metodologia, contendo 10% dos valores de entrada selecionados por meio de amostragem sistemática. A distribuição espacial do erro calculado na etapa de avaliação não apresentou aparentemente correlação visual com as mesorregiões com baixa quantidade de EEGG que deveriam apresentar maiores erros. Também não foram encontradas evidências estatísticas de correlação entre os erros e as variáveis: altitudes, raio de busca, anomalia ar livre e anomalia de Bouguer. O RMS global encontrado foi de 4,96 mGal, já nas mesorregiões Central Mineira e Vale do Mucuri foram encontrados os menores RMS 1,33 e 1,40, respectivamente. Acredita-se que por não se conhecer a densidade das massas no interior da crosta terrestre não foi possível identificar o porquê das variações dos erros nos pontos de avaliação. Apesar de ter sido encontrado uma correlação mediana entre o RMS por mesorregião e a densidade de estações. Foi visto ainda que possui pelo menos 59 % de pontos de avaliação cujo o erro não ultrapassa o valor de 1 mGal.

Palavras-chaves: interpolação; aceleração da gravidade; RRNN; MMQ.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Relação entre altitude elipsoidal (h), altitude ortométrica (H) e ondulação geoidal (N)	15
Figura 2	Reduções gravimétricas: (a) correção ar-livre, (b) correção <i>Bouguer</i> , (c) correção de terreno e (d) correção da curvatura da terra	22
Figura 3	RAAP do SGB	24
Figura 4	RG do SGB	26
Figura 5	Interpolação	28
Figura 6	Localização da área de estudo	29
Figura 7	RRNN contidas no estado de Minas Gerais	30
Figura 8	Realidade física dos marcos das RRNN	32
Figura 9	EEGG contidas em um <i>buffer</i> de 150 km do estado de Minas Gerais	34
Figura 10	Representação da distribuição espacial do erro cometido	38
Figura 11	Curvas, equações e coeficientes de correlação	39

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Unidades de medida de g	19
Tabela 2	Realidade física dos marcos das RRNN	31
Tabela 3	Fonte planimétrica das coordenadas das RRNN.	33
Tabela 4	Fonte planimétrica das coordenadas das EEGG.	35
Tabela 5	Quantidade de pontos de avaliação e RMS por mesorregião	40
Tabela 6	Estações por área e total de EEGG	41

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DBG	Banco de dados gravimétricos
EEGG	Estações Gravimétricas
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GLONASS	<i>Global'naya Navigatision-naya Sputnikovaya Sistema</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GT - III	Grupo de trabalho III
INDE	Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais
MDT	Modelo Digital do Terreno
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
PREDGRAV	<i>Prediccion de gravedad</i>
QGIS	<i>Quantum GIS</i>
RAAP	Rede Altimétrica de Alta Precisão
RMS	<i>Root Mean Square</i>
RG	Rede Gravimétrica
RRNN	Referências de Nível
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas

LISTA SÍMBOLOS

H^c	Altitude Científica
h	Altitude Geométrica
H	Altitude Ortométrica
Δg	Anomalia de gravidade
ΔgH	Anomalia de Helmert
R	Coefficiente de correlação
G	Constante gravitacional de Newton
C_{al}	Correção Ar-livre
C_t	Correção do Terreno
C_g	Correção do valor observado de gravidade na superfície física
ρ	Densidade
g	Gravidade
$\bar{\gamma}$	Gravidade média ao longo da normal
$\bar{g}$	Gravidade média ao longo da vertical
γ_0	Gravidade normal
g_{ob}	Gravidade observada na superfície física
γ_p	Gravidade real em um ponto p no elipsoide
g_p	Gravidade real em um ponto p no geoide
C	Geopotencial
Φ	Potencial Centrífugo
V	Potencial de Gravidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	OBJETIVOS.....	14
3	JUSTIFICATIVA.....	14
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
4.1	Introdução a Teoria do Potencial.....	16
4.2	Gravimetria e Aceleração da Gravidade.....	18
4.3	Sistemas de Altitudes.....	19
4.4	Reduções e anomalias de gravidade.....	20
4.5	Sistema Geodésico Brasileiro	22
4.5.1	Rede Altimétrica de Alta Precisão	22
4.5.2	Rede Gravimétrica	25
4.6	Método dos Mínimos Quadrados.....	26
4.6.1	Interpolação dos valores de interesse pelo MMQ.....	27
4.6.2	Interpolação de valores de gravidade com o PREDGRAV.....	28
5	MATERIAL E MÉTODOS.....	29
5.1	Área de Estudo.....	29
5.2	Materiais.....	30
5.2.1	Referências de nível	30
5.2.2	Estações Gravimétricas	33
5.3	Métodos.....	35
5.3.1	Avaliação da metodologia	36
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	37
6.1	Processamentos.....	37
6.2	Análise dos Pontos de Avaliação.....	37
6.2.1	Análise dos Pontos de Avaliação dentro do estado.....	39
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	42
	REFERÊNCIAS.....	43

1 INTRODUÇÃO

O primeiro a descrever fundamentos relativos a aceleração da gravidade foi Aristóteles (384 – 322 a. C.). Mais tarde, Galileo Galilei (1564 - 1642) e Dutchman Stevin (1548 - 1620) confirmaram os fundamentos apresentados por ele utilizando experimentos envolvendo queda livre dos corpos. Estes estudos possibilitaram a Christian Huygens (1629 - 1695) a realizar as primeiras medidas gravimétricas utilizando um relógio pendular (CASTRO JUNIOR, 2005).

Desde então, ocorreram avanços na abordagem para a observação da aceleração da gravidade na superfície terrestre. Destaca-se que as medidas gravimétricas podem ser realizadas na atualidade a partir de gravímetros acoplados a aeronaves. Contudo, mesmo com as possibilidades que foram surgindo e os avanços tecnológicos para a obtenção de dados gravimétricos o procedimento ainda é uma dificuldade, pois requer um alto nível de treinamento por parte do operador do gravímetro e um alto custo para aquisição do equipamento.

No Brasil, é provável que a primeira medida gravimétrica tenha ocorrido na Paraíba no ano de 1697. Desde então, a busca por realizar gravimetria no país tem se intensificado, principalmente a partir de 1990. O que incentivou esta busca pela aquisição do valor da aceleração da gravidade foi a sua aplicação no cálculo do modelo geoidal, a contribuição para a obtenção de altitudes científicas, a possibilidade de utilizar as informações para prospecção mineral, achatamento terrestre, entre outros campos de estudo (CASTRO JUNIOR, 2005).

Os dados gravimétricos ainda são considerados esparsos para a maioria das aplicações no contexto das Ciências Geodésicas, por isto, há a necessidade de interpolar valores para locais pontuais de interesse. Existem muitos autores que interpolaram valores relativos a gravidade com este objetivo, tais como: Machado, Blitzkow e Matos (2013), Miranda, Freitas e Faggion (2007), Miranda (2006), Tierra (2003), além de outros envolvendo grade regular de anomalias para o cálculo do modelo geoidal. Sobretudo no estado de Minas Gerais, a Rede Gravimétrica (RG) pode ser considerada heterogênea e esparsa. Na região sul, os dados estão bastante densificados em virtude de esforços de agentes do estado de São Paulo que necessitam de dados gravimétricos dos estados vizinhos para o cálculo do próprio modelo geoidal, ao norte, os dados possuem uma distribuição espacial menos densificada, configurando a heterogeneidade citada.

A determinação da aceleração da gravidade sobre as Referências de Nível (RRNN) da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) é algo recomendado pelo GT III (Grupo de Trabalho III) do SIRGAS, vislumbrando a possibilidade de integração das redes gravimétrica e altimétrica para a implantação de um Sistema de Referência Vertical. Certamente, é preciso destacar a

dificuldade, portanto, interpolar valores para os locais de interesse é uma saída deveras eficiente.

2 OBJETIVOS

Realizar o cálculo do valor da gravidade sobre as RRNN do estado de Minas Gerais por meio do Método dos Mínimos Quadrados. Além disso, avaliar a potencialidade da metodologia para a realidade da área de estudo.

3 JUSTIFICATIVA

As altitudes provenientes da RAAP se fazem eficientes para diversas aplicações no âmbito da engenharia, no entanto, principalmente trabalhos que envolvem água requerem uma determinação de altitude diferenciada, haja visto que o que norteia o sentido da componente é a gravidade (LUZ, 2016, p. 83; GUIMARÃES, 2010, p. 38). Para tal, se faz necessária a utilização de altitudes físicas, provenientes de medidas de gravidade.

Desta maneira, como tentativa de reduzir a deficiência apresentada pela RAAP, a partir de 1993 a rede contou com correções devido ao não paralelismo das superfícies equipotenciais. Entretanto, esta correção não assegura completamente o sentido físico da RAAP (SEVERO, 2013, p. 23), mesmo que haja a referência a estas altitudes como altitudes normais-ortométricas (IBGE, 2011, p.1).

Além de problemas devido a inconsistência da RAAP, o *Datum* vertical materializado, pelo nível médio dos mares da cidade de Imbituba também é uma dificuldade, uma vez que a medida que se afasta daquela localidade, a precisão se deteriora (IBGE, 2011, p. 50). Acrescenta-se ainda a diversificação dos *Data* estabelecidos na América do Sul, configurando uma dificuldade para se estabelecer projetos de cooperação entre países vizinhos.

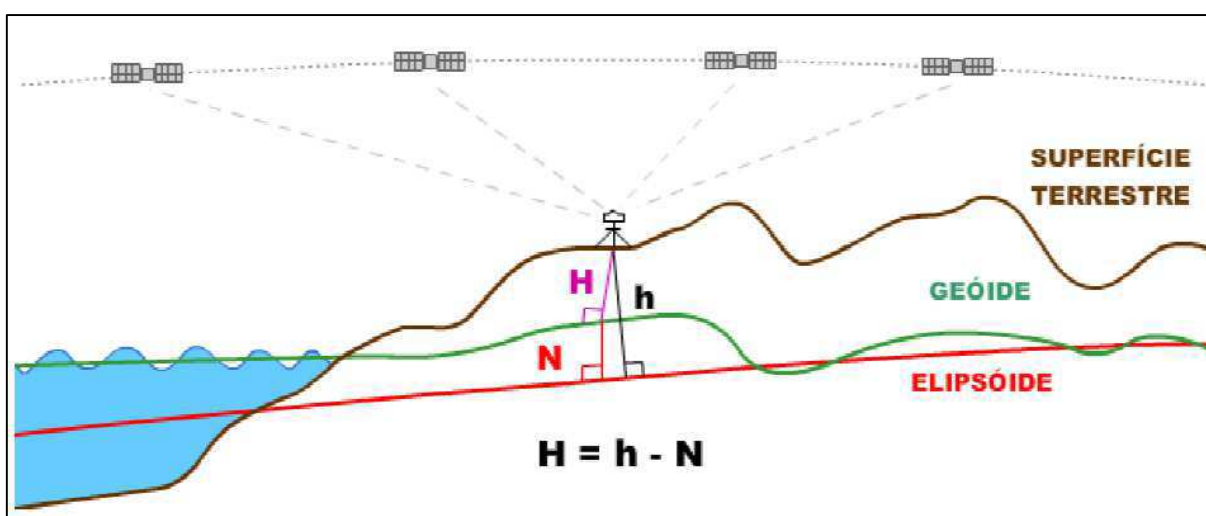
Neste sentido, dentro do contexto do projeto SIRGAS (Sistema de Referências Geocêntricas para as Américas), mais precisamente do GT III – *Datum* Vertical, existe uma busca por um sistema altimétrico único e consistente. A recomendação é que no futuro o *Datum* vertical SIRGAS seja materializado por meio da integração das estações geodésicas, nivelamento geométrico e gravimetria (LUZ et al., 2004, p. 42). Esta possibilidade assegura a obtenção de altitudes como fonte de referência unívoca, e que poderá auxiliar no estabelecimento consistente da rede (SEVERO, 2013, p. 19).

Em particular, a maior importância deste trabalho é para contribuição aos estudos sobre altitudes nos avanços dos trabalhos voltados ao interesse de unificação do sistema altimétrico para as Américas no contexto do SIRGAS. De modo geral, o valor da gravidade possui muitas outras aplicações e poderá contribuir nestes aspectos para a execução de diversos estudos e trabalhos no âmbito do estado de Minas Gerais.

Por exemplo, com o advento da era espacial e o desenvolvimento do sistema GPS (*Global Positioning System*), e mais tarde GLONASS (*Global'naya Navigatision-naya Sputnikovaya Sistema*), Galileo e o Beidou/Compass a obtenção de coordenadas tridimensionais ganhou outra abordagem por meio da junção entre estes sistemas – o *Global Navigation Satellite System* (GNSS). Neste sistema, no que concerne a altimetria, a obtenção é de uma altitude dita geométrica ou elipsoidal (h).

Tal obtenção é por meio da materialização da normal em um dado ponto, ao passo que a obtenção de uma altitude referida ao geoide (H) é dada pela materialização da vertical. Sabe-se que a aproximação do valor desta última altitude está condicionada ao conhecimento da componente ondulação geoidal (N) (Figura 1). Que apesar do desvio da vertical, a ação é válida, já que em um caso extremo de desvio da vertical igual a um arco de minuto e uma altitude de dez mil metros o valor do erro cometido na aproximação seria inferior a um milímetro (JEKELI, 2000, p. 13).

Figura 1 – Relação entre altitude elipsoidal (h), altitude ortométrica (H) e ondulação geoidal (N).



Fonte: (IBGE, 2015, p. 3).

Desta forma, tendo em vista a necessidade do conhecimento do geoide, uma das estratégias para simples obtenção aproximada dele é por meio da diferença entre a altitude

advinda do nivelamento na superfície física e aquela obtida pelo posicionamento por GNSS - por exemplo - ver os trabalhos de Arana (2005) e Goldani et al (2004) - estes são referidos muitas vezes como modelos geoidais locais.

Modernamente, e de forma mais confiável, pode ser utilizada a integral modificada de Stokes, por meio da Transformada Rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*), para se obter o modelo geoidal de uma região de interesse. Para tal determinação são necessários componentes de longo e curto comprimento de onda, sendo que a primeira componente é obtida por meio de satélites e a última é advinda de valores de gravidade observados na superfície terrestre (IBGE, 2015, p. 8; GUIMARÃES; MATOS; BLITZKOW, 2014, p. 4).

É certo, que este trabalho também poderá contribuir para o procedimento do cálculo do modelo geoidal, principalmente para a etapa de interpolação de grades regulares de anomalias, a partir da discussão de métodos de interpolação de valores da gravidade aqui apresentada. Além da importância citada até o momento, vale salientar que o valor da gravidade poderá contribuir também para os estudos sobre prospecção de petróleo e gás no estado.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 Introdução a Teoria do Potencial

De acordo com a Lei de Gravitação de Newton¹, duas partículas com massas m_1 e m_2 , separados por uma distância l , atraem uma a outra com uma força correspondente. Em uma descrição matemática pode ser dito que duas partículas se atraem mutuamente com uma força proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separam (GUIMARÃES, 2010, p. 24), conforme a equação (1).

$$F = G \frac{m_1 m_2}{l^2} \quad (1)$$

A direção da força é dada ao longo da linha que conecta os dois objetos (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 3). A constante gravitacional de Newton (G) que é expressa na equação (1), no sistema internacional é representado por (IERS, 2010):

$$G = 6,67428 * 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Uma mudança pode ser feita na apresentação de (1) para evitar ambiguidades (GEMAEL, 1999, p. 31), desta forma é conveniente chamar uma partícula de atrativa e a outra

¹ Isaac Newton (1642 - 1717).

de atraída, atribuindo massa unitária a partícula atraída (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 4). Assim sendo, ao considerar um sistema de coordenadas plano retangulares xyz que apresenta uma partícula atrativa, outra partícula atraída, a distância no espaço entre as partículas (l) e o vetor F . Pode ser apresentada então a função escalar chamada de potencial gravitacional (2) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 6) que é definida como o trabalho físico de atrair determinada unidade de massa no infinito até o ponto desejado.

$$V = G \frac{m}{l} \quad (2)$$

Assumindo agora infinitos pontos distribuídos continuamente por um volume v e massa m com densidade (ρ) na superfície terrestre, o potencial gravitacional de atração ou newtoniano pode ser expresso por (3) (TORGE; MULLER, 2012, p. 55).

$$V = G \iiint_{Terra} \frac{\rho}{l} dv \quad (3)$$

Neste caso, ao considerar o volume da Terra, muitas dificuldades são encontradas no interior devido ao não conhecimento da função de densidade de massa da Terra. Já no exterior do corpo atrativo, no espaço vazio, a densidade ρ é nula (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 7)

Além do potencial gravitacional, existe outra componente que exerce trabalho na superfície da Terra, esta é condicionada a velocidade de rotação da Terra (ω) e pode ser expressa por (4) em função também da localização na superfície terrestre:

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (4)$$

A resultante do potencial gravitacional e potencial centrífugo é conhecido como o potencial de gravidade (denota-se W) conforme a equação (5).

$$W = V + \Phi \quad (5)$$

4.2 Gravimetria e Aceleração da Gravidade

Gravimetria é um conjunto de técnicas e operações com o objetivo de estudar as variações de gravidade ponto a ponto sobre a superfície terrestre (CASTRO JUNIOR, 2005, p. 21). Desta forma, pode ser dito que a gravimetria consiste em realizar medidas sobre superfície terrestre afim de determinar o valor da aceleração da gravidade, sejam medidas realizadas diretamente na superfície, seja por meio de aeronaves ou até mesmo a partir de satélites artificiais.

Para execução destas medidas gravimétricas, é importante estabelecer e formalizar a utilização de equipamentos, metodologias de aquisição e técnicas para o tratamento dos dados coletados. Cada equipamento, no caso os gravímetros, possuem especificações e tecnologias de trabalho diferenciadas que influenciam na sua utilização para a determinação do valor da gravidade nas estações (AMARANTE, 2012, p. 7).

Quanto à metodologia que poderá ser empregada para a determinação do valor da aceleração da gravidade Castro Junior (2005, p. 64) salienta que pode ser tanto com medidas absolutas, quanto relativas. Nas medidas absolutas, a obtenção do resultado é diretamente da estação, o instrumento utilizado deve oferecer melhor precisão, porém é de maior custo, apresenta morosidade na operação e possui um funcionamento bastante complexo. De outro modo, medidas relativas são realizadas para obter a diferença do valor da gravidade em duas ou mais estações. Deste modo, pelo menos em uma delas o valor da aceleração da gravidade deve ser conhecido. O instrumento utilizado por vezes propicia quase sempre operações mais rápidas e simples.

A gravidade terrestre, muitas vezes referida por g , é vista como a força total que atua em um corpo em repouso na superfície da Terra e é a resultante da força gravitacional e a força centrípeta devido a rotação da Terra (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 43). Pode ser expressada como o gradiente do potencial de gravidade W (6).

$$g = \text{grad } (W) = \left[\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z} \right] \quad (6)$$

Na prática o valor de g pode ser expresso em gal e seus submúltiplos, conforme Tabela 1.

Tabela 1 - Unidades de medida de g

Nome	Símbolo	Equivalência
gal	Gal	cm/s^2
miligal	mGal	0,001 gal
microgal	μGal	0,000001 gal

Fonte: CASTRO JUNIOR (2005, p. 21).

4.3 Sistemas de Altitudes

Dentre as três componentes (latitude, longitude e altitude) que formalizam a posição de pontos no espaço, sobre a superfície da Terra, a componente vertical – a altitude – é estabelecida em função de considerações e conceitos mais requintados (BLITZKOW; CAMPOS; FREITAS, 2007). Para facilitar a compreensão, os sistemas de altitudes são divididos em dois grupos: aquele que considera o campo de gravidade terrestre – altitudes físicas ou científicas, e o outro que não considera e que se fundamenta apenas na matemática – altitudes geométricas ou matemáticas.

Antes de prosseguir o estudo acerca dos sistemas de altitudes é necessário apresentar a componente fundamental para a determinação das ditas altitudes físicas - o número do geopotencial (C):

Chama-se número geopotencial de um ponto da superfície física da Terra a diferença entre o geopotencial W_0 no geoide e o geopo passante pelo ponto P, correspondente ao trabalho da gravidade para transportar a unidade de massa entre as duas superfícies equipotencias (GEMAEL, 1999, p. 214).

Uma superfície com uma função potencial de valor constante é tida como superfície equipotencial, em particular a superfície equipotencial com valor constante $= W_0$ é chamada de geoide (JEKELI, 2000, p. 3). O geoide é visualizado tradicionalmente como o “nível médio dos mares não perturbado” prolongado através dos continentes (GEMAEL, 1999, p. 111). Os geopes são superfícies não paralelas ao geoide, que são perpendiculares a vertical (TORGE; MULLER, 2012, p. 63) e se apresentam em cada ponto da superfície terrestre. Desta forma, o número geopotencial (C) pode ser apresentado pela equação (7).

$$C = W_0 - W_P = \int_0^P g \, dH \quad (7)$$

Entretanto, o uso do número geopotencial para representar altitude não é usual devido a sua grandeza ser medida em distância ao quadrado pelo tempo ao quadrado que é pouco

intuitivo ao se tratar de altitudes (SEVERO, 2013, p. 30). Por isto são calculadas as altitudes físicas em metro, com a junção do valor da gravidade, para sanar esta dificuldade. Gemael (1999) apresenta algumas vantagens de se trabalhar com altitudes físicas:

- É uma função unívoca;
- Tem a dimensão de um comprimento;
- Pouco difere da soma dos desníveis brutos;
- Pode ser facilmente convertida em N (e vice-versa).

Como já mencionado, as altitudes físicas derivam do número geopotencial e por meio da equação (8) é possível representar as altitudes físicas, de modo que as variações no valor de g condicionam cada tipo de altitude científica (H^c) do ponto de interesse na superfície terrestre (GEMAEL, 1999, p. 215; SEVERO, 2013, p. 30).

$$H^c = \frac{C}{g'} \quad (8)$$

Ao se considerar g' como sendo o valor da gravidade (γ_0) na latitude média (45°) é obtido com (8) o valor da altitude dinâmica, dada a gravidade média ($\bar{g}$) ao longo da vertical até o geoide é possível obter o valor da altitude ortométrica, já com o valor da gravidade média ($\bar{\gamma}$) contada ao longo da normal até o elipsoide de referência o resultado é a altitude normal, entre outros tipos de altitudes físicas que poderão ser vistas nos trabalhos de Gemael (1999), Freitas e Blitzkow (1999) e Jekeli (2000).

Já com relação a altitudes geométricas, Guimarães (2010, p. 49) comenta que são altitudes que não envolvem uma grandeza física em sua obtenção, e além disso, não são definidas por meio do campo de gravidade terrestre. Possui estas características a altitude proveniente do nivelamento, por este motivo conhecida como altitude nivelada e a altitude advinda do posicionamento por GNSS referida ao elipsoide de referência, esta chamada de altitude geodésica, elipsoidal ou geométrica.

4.4 Reduções e anomalias da gravidade

O valor de g está sujeito a diferentes tipos de reduções, a escolha pela redução é feita de acordo com sua aplicação em Geodésia, Geofísica, Geologia ou Geodinâmica (GEMAEL, 1999, p. 189). De modo geral, as reduções gravimétricas possuem três objetivos principais (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 129):

- Determinação do geoide;
- Interpolação e extrapolação da gravidade;
- Investigação da crosta terrestre.

Na Geodésia, o valor de g é determinado na superfície da terra, por conseguinte é referido a superfície física terrestre, que é diferente da gravidade normal, referida ao elipsoide. Por outro lado, para se obter o valor de g referente ao geoide (nível médio dos mares) são necessárias reduções, pois existem massas externas a superfície geoidal (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 129).

Para a determinação de anomalias da gravidade (Δg) em um ponto p é essencial o conhecimento do valor da gravidade real em p no geoide (g_p) e o valor da gravidade normal em p no elipsoide (γ_p). Considerando que para a obtenção de g_p é necessário a redução ou correção (C_g) do valor observado de gravidade na superfície física (g_{ob}) e que o valor teórico de γ_p é dado em função dos parâmetros do elipsoide de referência, da latitude do ponto e das gravidades normais no equador e no polo (ver em GEMAEL, 1999, p. 87), a formulação para determinação da anomalia da gravidade pode ser apresentada por (9) (LOBIANCO, 2005, p.56).

$$\Delta g = g_{ob} + C_g - \gamma_p \quad (9)$$

Quando a anomalia expressa por C_g for a correção ar-livre (C_{al}) será referida como anomalia ar-livre, esta considera a variação da gravidade entre a superfície física (onde foi medido o valor de g), até o geoide. Deste modo, Lobianco (2005) salienta que a anomalia ar-livre apenas corrige a elevação do ponto de observação (Figura 2 a).

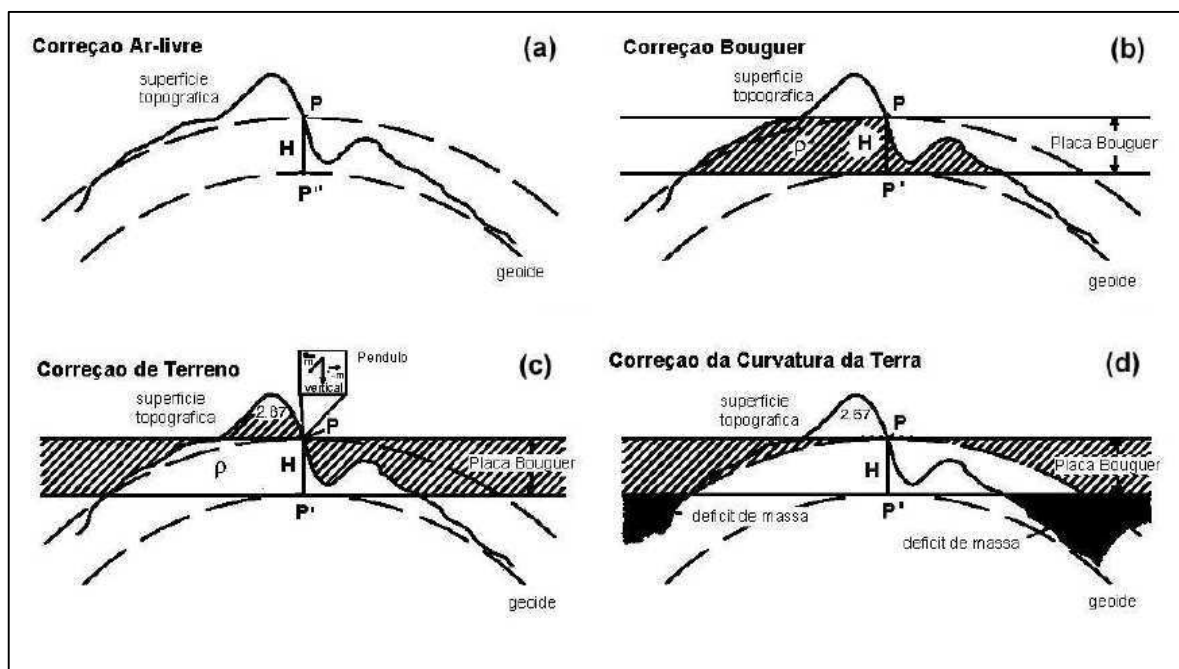
Já a obtenção da anomalia de Bouguer a partir da correção de Bouguer (C_B) (Figura 2 b) sugere a remoção completa da influência das massas fora do geoide por meio de um cilindro com base completamente plana, raio infinito e altura H denominado por “platô ou placa de Bouguer”. E ainda é necessário assumir um valor de densidade ρ constante para a sua determinação (AMARANTE, 2012, p. 18).

A correção de terreno (C_t) elimina as massas topográficas em relação à calota, por vezes negligenciável e de obtenção morosa (Figura 2 c), pois eram necessárias cartas altimétricas da região do ponto p (GEMAEL, 1999, p. 194), atualmente podem ser utilizados MDT (Modelo Digital do Terreno). De posse da C_t é possível apresentar a condensação de Helmert que diferente da correção de Bouguer, não elimina as massas, mas as condensa. De fato, a massa da

terra permanece inalterada (LOBIANCO, 2005, p. 57) e pode ser obtida a anomalia de Helmert (ΔgH) por meio da equação (10).

$$\Delta gH = g_{ob} + C_{al} + C_t - \gamma_p \quad (10)$$

Figura 2 – Reduções gravimétricas: (a) correção ar-livre, (b) correção Bouguer, (c) correção de terreno e (d) correção da curvatura da terra



Fonte: Lobianco (2005, p. 56) adaptado de Dirren (2001).

4.5 Sistema Geodésico Brasileiro (SGB)

O Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) começou a se compor no início do século XX, com a triangulação para a demarcação das fronteiras ao sul do Brasil no ano de 1906, a cargo da Comissão da Carta Geral do Brasil (MELO, 1981, p. 6). Na atualidade a definição, implantação e manutenção do SGB são de responsabilidade do IBGE. Este sistema pode ser dividido em três componentes principais: as redes planimétrica, altimétrica e gravimétrica (MONICO, 2008, p. 134).

4.5.1 Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP)

O ano de 1945 foi, sem dúvidas, um ano importante para a altimetria brasileira. Foi neste ano que se iniciou os trabalhos para o estabelecimento da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) que compõe o SGB. Com características essenciais, a RAAP, possui conexões com as

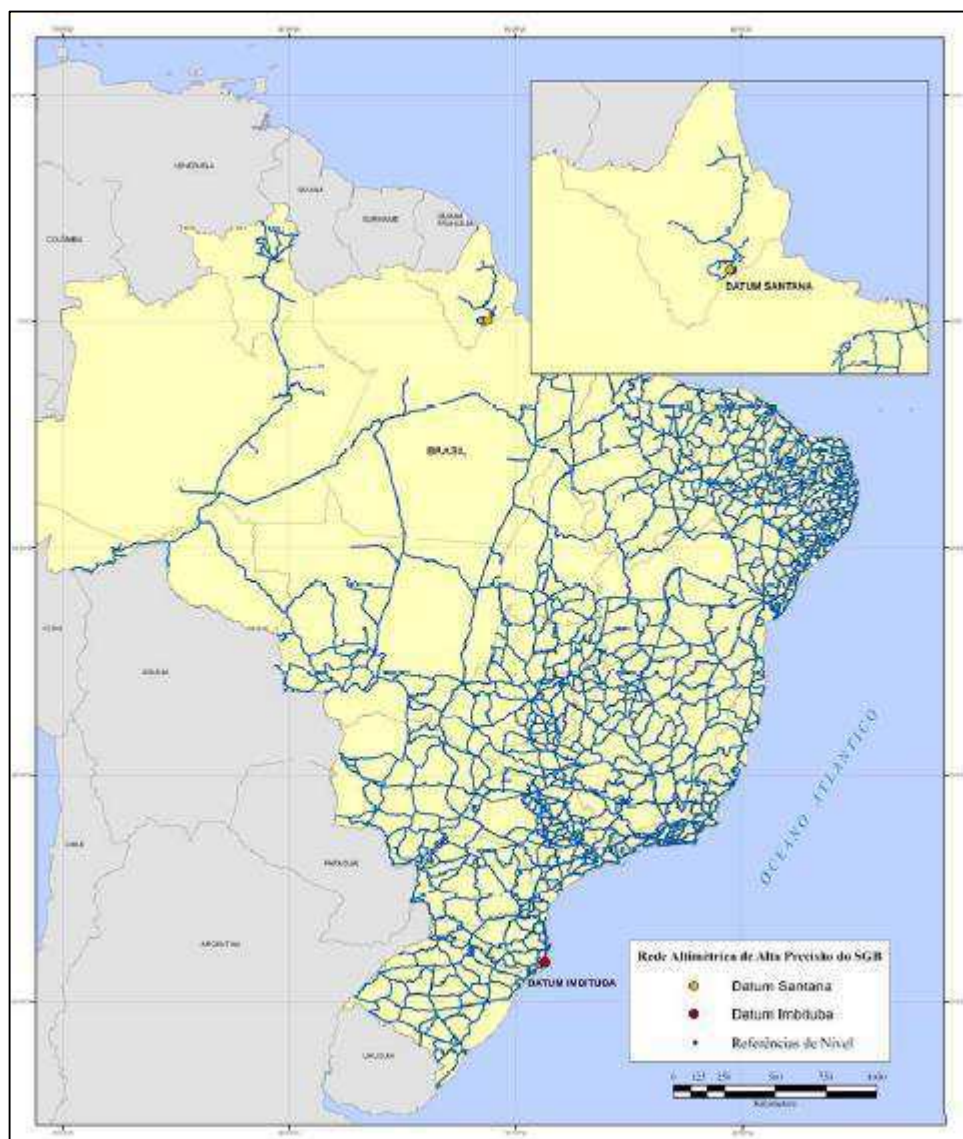
estações maregráficas – a princípio Torres/RS, mais tarde Imbituba/SC e Santana/AP – e o grande cuidado com a precisão do levantamento.

O Brasil é um país de vasta dimensão continental, então o estabelecimento da rede se prolongou por anos. A constituição da rede de mais de 180 mil quilômetros contou com o nivelamento geométrico de alta precisão com duplo caminhamento para a determinação de 69.102 RRNN (LUZ; GUIMARÃES, 2001, p. 02; IBGE, 2011, p. 27). Luz e Guimarães (2001) apresenta o processo de constituição da RAAP em três períodos:

- Até 1969, foram cobertas as áreas de maior densidade populacional e desenvolvimento econômico, correspondente basicamente a uma porção do litoral brasileiro.
- De 1970 a 1980, a RAAP houve a expansão para o interior de país e aos pontos mais distantes do território, nos estados do Acre e Roraima.
- A partir de 1980, os trechos da RAAP com alto índice de destruição e também aqueles que foram materializados por outras instituições foram reconstituídos.

Uma consideração a ser feita é que devido a impossibilidade de cruzar o rio Amazonas com o nivelamento, no trecho da porção da RAAP no estado do Amapá, foi definido um *Datum* vertical diferente do resto da rede, o *Datum* de Santana (LUZ, 2016, p. 90). O *Datum* para as demais porções da rede é o de Imbituba em Santa Catarina (Figura 3).

Figura 3 - RAAP do SGB



Fonte: IBGE (2011, p. 9).

Ao longo dos anos, com os processos de ajustamentos ocorridos em 1948, 1952, 1959, 1962, 1963, 1966, 1970, 1975, 1993, 2005 e 2011 a RAAP foi ganhando cada vez mais qualidade. Tais ajustamentos são constantemente realizados devido a incorporação de novas observações, correção de inconsistências, e utilização de novas técnicas de observação e cálculo (IBGE, 2011, p. 5). O último ajustamento da rede altimétrica foi publicado em 2011, fruto de seis anos de trabalho da equipe do Projeto Densificação Altimétrica (DALTI) do IBGE, o ajustamento contou com o software canadense denominado GHOST que permite o ajustamento simultâneo de grandes redes geodésicas (PEREIRA et al., 2012, p. 2).

4.5.2 Rede Gravimétrica (RG)

Nos dias de hoje, a Rede Gravimétrica (RG) brasileira composta pelas Estações Gravimétricas (EEGG) (Figura 4), é gerida pelo IBGE. Esta instituição iniciou seus trabalhos com gravimetria ainda na década de sessenta com implantação de circuitos para calibração gravimétrica, nas regiões sul e sudeste do país. Adiante, o IBGE se preocupou em realizar medidas gravimétricas na região do Triângulo Mineiro, nas proximidades do *Datum* Chuá (CASTRO JUNIOR, 2005, p. 42).

A RG brasileira em seu estado atual é fruto, não somente de trabalhos do IBGE, mas também de esforços de diversas organizações, instituições de ensino: Universidade de São Paulo e Universidade Federal do Paraná; entidades governamentais: o Observatório Nacional; e empresas como a Petróleo do Brasil (PETROBRAS) (CASTRO JUNIOR, 2005, p. 41).

Melo (1981), menciona que a RG na época era composta por 2.294 estações de densificação, atualmente a rede é representado por mais de 40.000 estações. Pode ser dado destaque a atividade do IBGE para a obtenção da realidade atual no estabelecimento de estações a partir da década de noventa para o preenchimento de alguns vazios gravimétricos no país (IBGE, 2016a), além dos trabalhos das instituições supracitadas.

A diversidade de organizações procedendo medições gravimétricas levou a comissão de gravimetria em 1984 a discutir a padronização dos levantamentos relativos a medições gravimétricas no país, o IBGE ficou responsável pela gestão e divulgação dos dados por meio de um banco de dados geodésicos (BDG), deste modo, começaram-se a obtenção de informações gravimétricas no país de forma mais confiável e homogênea (LOBIANCO; GUIMARÃES, 1991, p. 2-3). Atualmente, os dados também podem ser obtidos por meio da INDE (Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais).

Figura 4 – RG do SGB



Fonte: IBGE (2016b, p.1).

4.6 Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)

Gauss² foi o precursor na utilização do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) para solucionar problemas, a princípio envolvendo a astronomia. Desde então, muito tem se utilizado o método em diversas aplicações (GUIMARÃES, 2013, p.31). Em ciências geodésicas o MMQ é bastante utilizado para finalidades envolvendo o ajustamento de observações.

Considerando a existência de uma quantidade n de observações l de uma determinada grandeza X . E sabendo da impossibilidade de se obter o valor verdadeiro desta grandeza, adota-

² Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)

se x como uma estimativa para tal, com base em um certo critério (GEMAEL, 1994, p. 12). E então, de posse destas informações pode ser calculado a diferença:

$$\begin{aligned} x - l_1 &= v_1 \\ x - l_2 &= v_2 \\ x - l_3 &= v_3 \\ &\dots \\ x - l_n &= v_n \end{aligned} \tag{11}$$

Os valores $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ são a diferença entre um valor x obtido por um critério e o valor observado, estes valores são chamados de resíduos. Gemael (1994) acrescenta que a mudança no critério, elege um valor distinto de x obtido anteriormente, com isto apareceriam outros valores para os resíduos. Ele ainda destaca que os geodestas fizeram uma escolha embasada nos estudos de Gauss e Legendre³ aceitando como melhor estimativa do valor de uma determinada grandeza, o valor que torna mínimo a soma dos quadrados dos resíduos (12).

$$\sum_{i=0}^n v_i^2 = \text{mínimo} \tag{12}$$

A estimativa de uma solução única para cada incógnita de um ajustamento é dada pelo MMQ a partir de informações redundantes. E uma das vantagens de se utilizar o MMQ é que neste processo de ajustamento, por exemplo, é possível estimar a qualidade dos valores obtidos como resposta, ou seja, é possível obter a dispersão do resultado.

4.6.1 Interpolação dos valores de interesse pelo MMQ

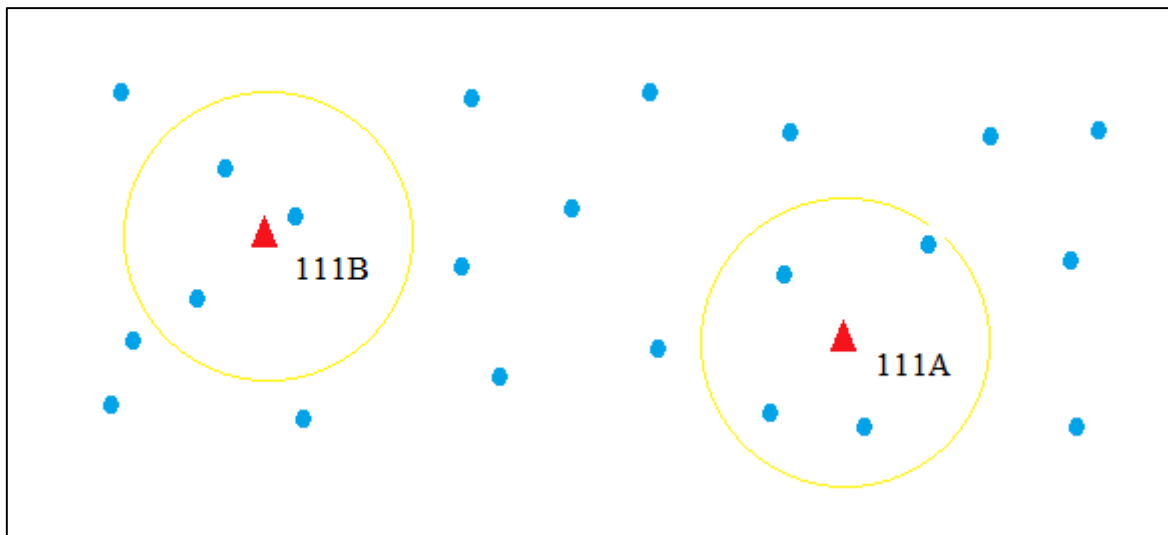
De posse de valores conhecidos (pontos azuis), e tendo como referência uma circunferência de raio r (em amarelo) contado a partir do ponto que se deseja determinar (triângulos vermelhos) pode ser observada uma região onde os pontos contidos nela, contribuirão no processo de interpolação (Figura 5).

Considera-se ainda, que quanto mais próximo da origem da circunferência, que coincide com o ponto a ser conhecido, maior será a contribuição para o cálculo. A covariância, ou inter-

³ Adrien-Marie Legendre (1752 – 1833)

relação numérica é calculada para auxiliar no processo de distribuição dos pesos de cada ponto, com o ponto que será determinado.

Figura 5 – Interpolação



Fonte: O autor.

4.6.2 Interpolação de valores de gravidade com o PREDGRAV

O programa PREDGRAV, apresentado por DREWES (2015), interpola valores de gravidade pelo MMQ. A rotina transforma os valores de gravidade em anomalias de Bouguer (condicionada pelos parâmetros: gravidade observada, gravidade normal, correção de Bouguer). Depois de interpolados os valores das anomalias de gravidade para cada ponto são feitos outros cálculos para obter novamente os valores de gravidade na superfície física.

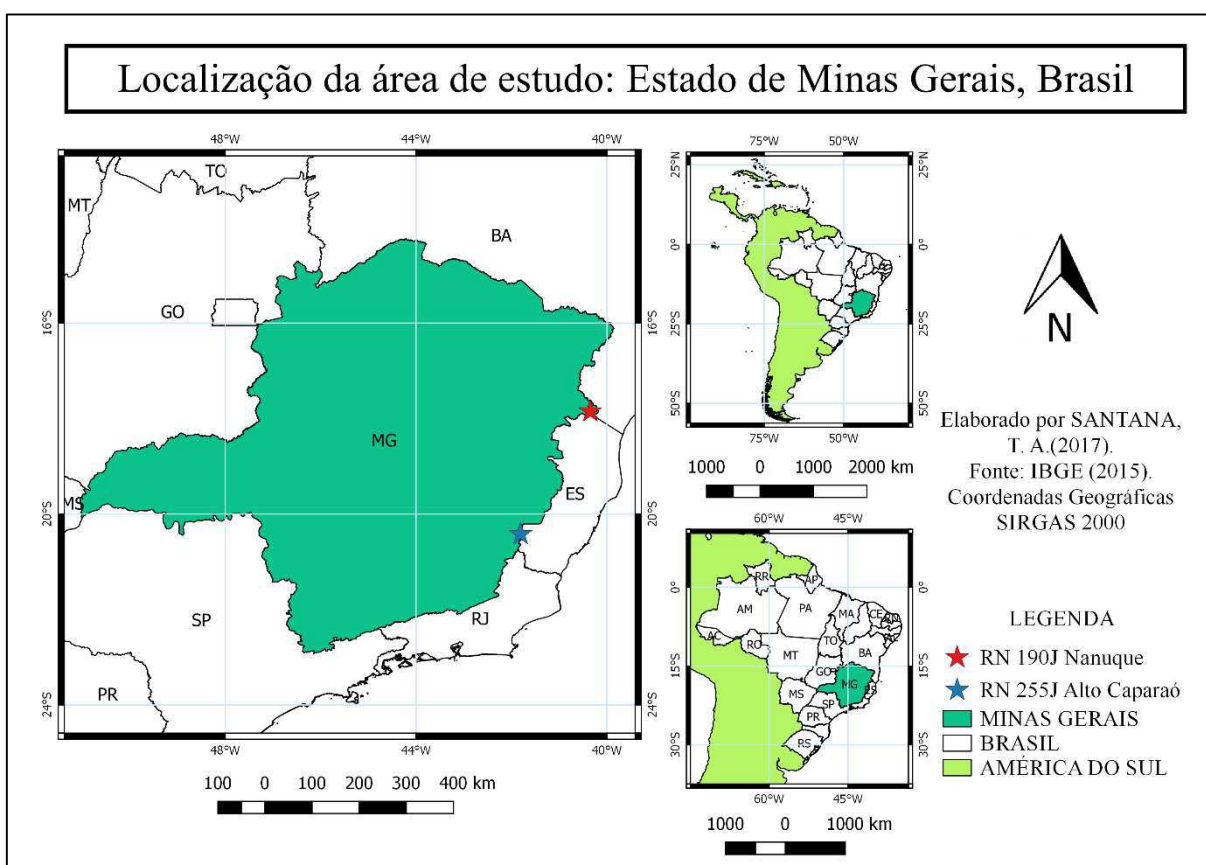
Elaborada em Fortran, elege os cinquenta pontos mais próximos do ponto de interesse (ponto a ser interpolado), calcula assim um raio de busca que caracteriza a circunferência que contém os pontos que participarão da interpolação e executa o procedimento ponto a ponto até o fim do arquivo que contém todos os pontos de interesse, o tempo de processamento e o esforço computacional são condicionados pela quantidade de pontos que serão interpolados e é bem provável que pela configuração do computador que o executará.

5 MATERIAL E MÉTODOS

5.1 Área de Estudo

A região de estudo é o estado de Minas Gerais pertencente ao sudeste brasileiro e compreendido nas coordenadas geográficas: Latitude: $-13^{\circ}57'54,65''$ / Longitude: $-51^{\circ}12'33,26''$ e Latitude: $-23^{\circ}03'50,36''$ / Longitude: $-39^{\circ}22'14,34''$. O estado está situado em um planalto com intensa variação altimétrica, caracterizando um relevo bastante heterogêneo. Nele, existe um conjunto de RRNN implantadas a partir da década de 40, dentre este quantitativo, as altitudes ortométricas variam entre aproximadamente 2.365 metros no município de Alto Caparaó na Zona da Mata e 100 metros no município de Nanuque na região do Vale do Rio Doce (Figura 6).

Figura 6 – Localização da área de estudo



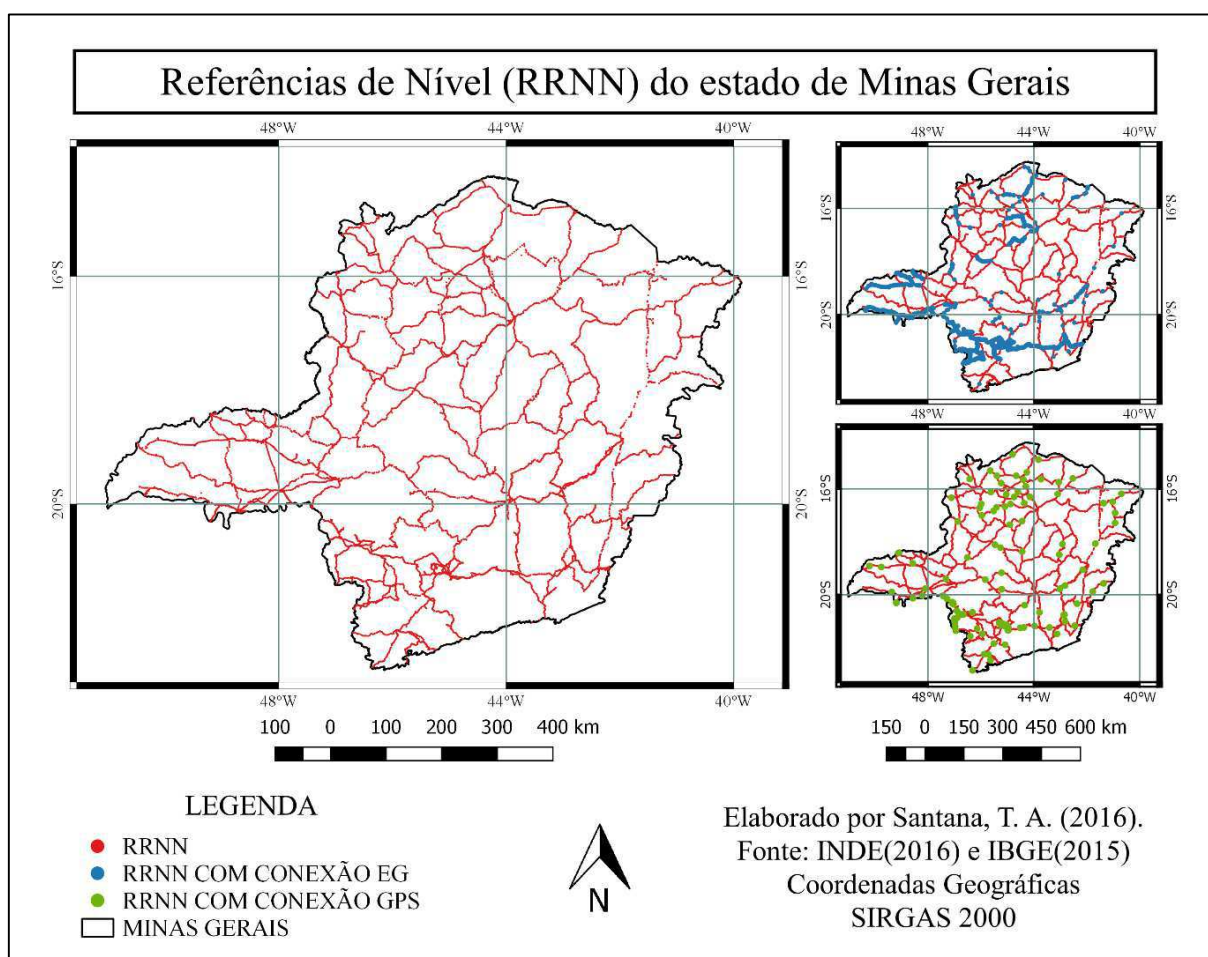
Fonte: O autor.

5.2 Materiais

5.2.1 Referências de nível

RRNN são marcos implantados cuja sua altitude foi mensurada por meio de nivelamentos geométricos de alta precisão, suas altitudes estão associadas ao nível médio dos mares de Imbituba/SC (*Datum* vertical brasileiro). Em Minas Gerais existem 8.494 RRNN, com distribuição espacial visualmente homogênea. Destaca-se que, a rede altimétrica possui poucas RRNN com conexões a rede GPS e com a RG, apenas 16,48% (1.400 marcos) possuem conexão com a RG e outros 1,58 % (134 marcos) possuem conexão com a rede GPS. O *download* dos dados vetoriais, bem como do banco de dados de informações das RRNN, foram feitos pelo site da INDE, com acesso em outubro de 2016 (Figura 7).

Figura 7 – RRNN contidas no estado de Minas Gerais



Fonte: O autor.

A existência desta quantidade de RRNN no estado não garante a disponibilidade delas para a utilização e apoio em levantamentos topográficos e geodésicos, haja visto que nem todas

elas se encontram em condições de uso. Rodrigues et al. (2001) apresentam uma classificação para a situação de marcos no SGB: bom, destruído, destruído sem chapa, destruído com chapa danificada, não encontrado e não visitado. No entanto, a classe “não visitado” não faz sentido, pois todos os marcos foram visitados pelo menos uma vez na data do levantamento, desta forma, não se utiliza esta classe atualmente.

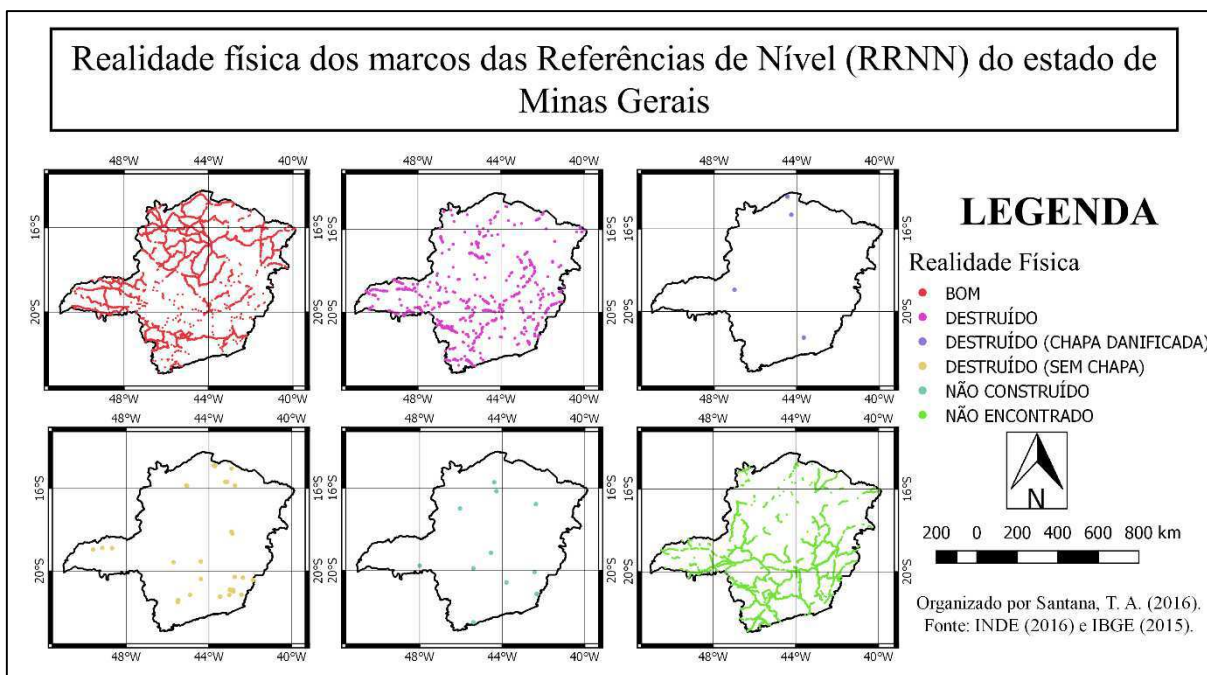
É comum ouvir relatos de marcos destruídos por pessoas desavisadas, principalmente outrora, que as informações eram pouco difundidas devido a dificuldade de comunicação. Mesmo hoje, a situação é agravante e a quantidade de marcos em bom estado de conservação tem se diminuído. Em Minas Gerais a situação é a mesma dos demais estados brasileiros, existem uma quantidade grande de marcos não encontrados e muitos outros já foram constatadas a destruição (Tabela 2 e Figura 8).

Tabela 2 - Realidade física dos marcos das RRNN

Situação do marco	Quantidade
Bom	4.399
Destruído completamente	652
Destruído (chapa danificada)	4
Destruído (sem chapa)	31
Não construído	12
Não encontrado	3.395
Total	8.493

Fonte: INDE (2016).

Figura 8 – Realidade física dos marcos das RRNN



Fonte: O autor.

Diferente dos dias atuais, no qual o posicionamento de um ponto utilizando o GNSS pode chegar a uma precisão milimétrica, na época do levantamento da RAAP isto não era garantido pela tecnologia existente, vemos isto agora em virtude do avanço tecnológico. Desta maneira, as coordenadas planimétricas possuem fontes de dados distintas e muitas são passíveis de erros maiores do que o comum, como por exemplo, as coordenadas provenientes de cartas com escala pequena.

Entender a fonte de obtenção das coordenadas é importante para o trabalho, porque a latitude e longitude são grandezas utilizadas no processo de cálculo dos valores de gravidade. Pôde ser percebido então, que grande parte das RRNN possui fonte de coordenadas extraídas de cartas de pequena escala e GPS de navegação (Tabela 3).

Tabela 3 - Fonte planimétrica das coordenadas das RRNN

Fonte de coordenadas planimétricas	Referências de Nível
Carta 1: 1.000.000	39
Carta 1: 500.000	884
Carta 1: 250.000	65
Carta 1: 100.000	3.964
Carta 1: 50.000	752
Carta não especificada	449
GPS geodésico	134
GPS de navegação	1.823
Interpolação	176
Não especificada	158
Triangulação	50
Total	8.494

Fonte: INDE (2016).

5.2.2 Estações gravimétricas

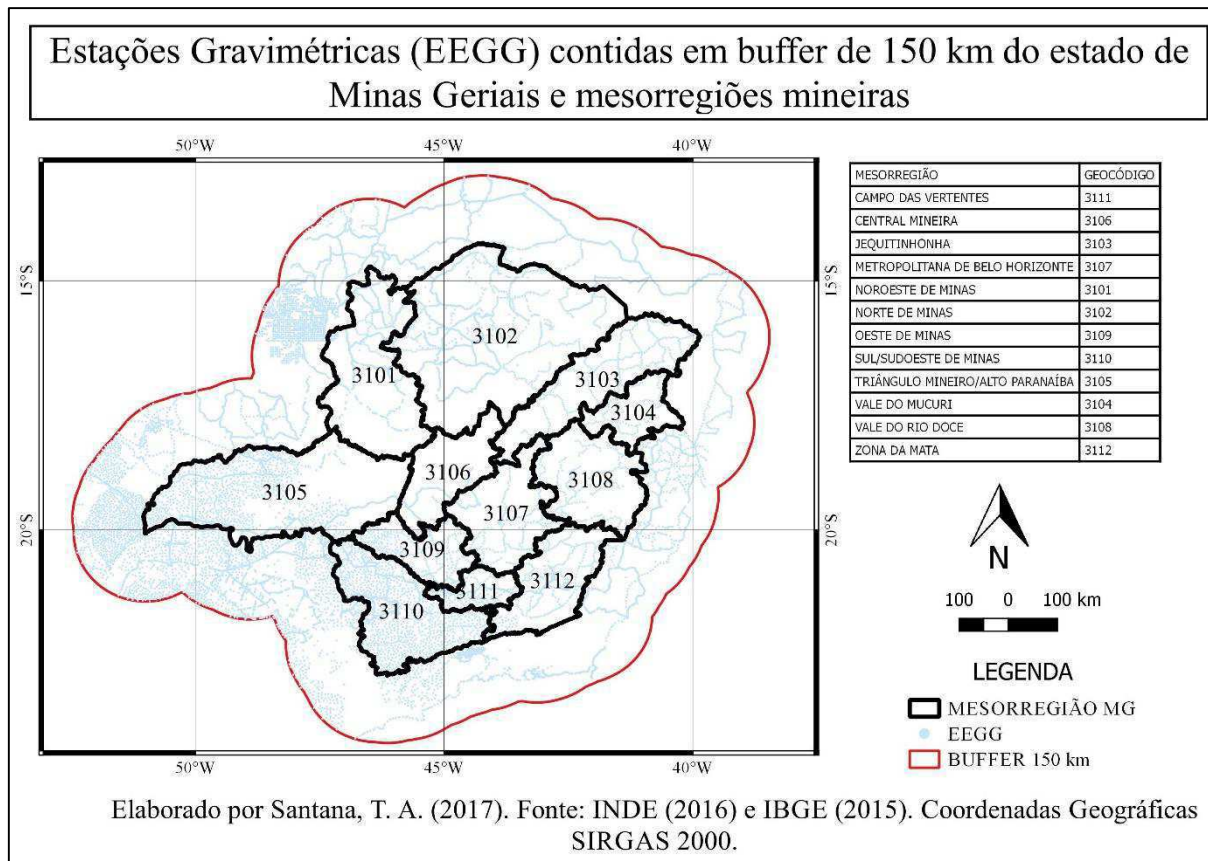
Para o cálculo do valor da gravidade é necessário conhecer valores de entrada para que a partir deles seja predita/interpolada o valor da gravidade no ponto de interesse. Para este trabalho foram utilizados valores provenientes de EEGG da RG brasileira, que foram obtidos também por meio da INDE, com acesso em novembro de 2016. Com esta proposta de interpolar valores de gravidade sobre as RRNN limitadas pelo estado de Minas Gerais intui a necessidade de valores conhecidos no entorno do limite proposto, e não somente no interior do estado.

Desta forma, a contribuição no processo de cálculo deve ser equivalente tanto no interior da área de estudo, quanto nas bordas. Além disso, por entender que uma maior quantidade de dados de entrada resultaria em uma qualidade melhor para os valores de saída, a proposta foi utilizar os dados a um raio de 150 km do limite estadual.

A utilização de todas as EEGG que estão compreendidas em um *buffer* de 150 km do limite do estado de Minas Gerais como valores de entrada para a interpolação se deu a partir da existência de dados somente no continente, com isto, o limite continental foi um fator

ponderado nesta escolha. De fato, o valor de 150 km atinge todas as RRNN no leste do estado limitadas pelo oceano (Figura 9).

Figura 9 – EEGG contidas em um *buffer* de 150 km do estado de Minas Gerais



Fonte: O autor.

As EEGG foram levantadas em sua grande maioria a partir da década de noventa, já nesta época, a então tecnologia GPS era acessível. Isto contribuiu para que a fonte de coordenadas das EEGG possua uma qualidade melhor se comparada com as RRNN, já que grande parte das estações foram levantadas com o GPS, seja de navegação ou geodésico (Tabela 4).

Tabela 4 - Fonte planimétrica das coordenadas das EEGG

Fonte de coordenadas planimétricas	Estações gravimétricas
Carta 1: 250.000	34
Carta 1: 100.000	445
Carta 1: 50.000	13
Carta não especificada	1
GPS geodésico	5.948
GPS de navegação	9.282
Interpolação	3
Não especificada	64
Poligonação	2
Triangulação	7
Total	15.799

Fonte: O autor.

5.3 Métodos

Interpolares valores de gravidade requer conhecimento acerca das características físicas da componente, é necessário entender sobre quais fatores influenciam na variação deste valor na superfície terrestre. De acordo com Castro Junior (2005, p. 22) o achatamento do planeta, a atração de corpos celestes, a altitude, a rotação da terra, o relevo, as massas no interior da crosta são variáveis devem ser consideradas para explicar a variação do valor de g . Considerando estes fatores, para este estudo serão interpolados os valores de g utilizando o MMQ por meio do programa PREDGRAV, apresentado por DREWES (2015).

O cálculo do valor da gravidade na superfície física não faz sentido devido as externalidades ao geoide – as massas. Dado este fator, são necessárias reduções dos valores de entrada advindo das EEGG até o geoide utilizando as correções gravimétricas (correções ar-livre, Bouguer, entre outras). Para depois se proceder a interpolação sobre as RRNN do estado na superfície do geoidal.

O procedimento foi realizado de forma que os resíduos sejam mínimos durante o processo de interpolação dos dados. Os valores de entrada foram a latitude, longitude, altitude ortométrica e a gravidade e os de saída a latitude, longitude, altitude e a gravidade calculada.

Do total de dados disponíveis de EEGG para a entrada, 10% foram reservados para a avaliação final do procedimento de interpolação.

5.3.1 Avaliação da metodologia

Tendo em vista que o estado de Minas Gerais apresenta uma distribuição espacial das EEGG de forma heterogênea, somente analisar o comportamento global não era suficiente a princípio. Por isto, uma proposta foi analisar os resultados em cada umas das doze mesorregiões do estado: Campo das Vertentes, Central Mineira, Jequitinhonha, Metropolitana de Belo Horizonte, Noroeste de Minas, Norte de Minas, Oeste de Minas, Sul/Sudoeste de Minas, Triângulo Mineiro/ Alto Paranaíba, Vale do Mucuri, Vale do Rio Doce e Zona da Mata.

Como já comentado, a metodologia foi avaliada a partir de um conjunto de valores aleatórios bem distribuídos pela área de estudo, uma amostragem sistemática foi realizada, que segundo Nogueira Junior (2003) é quando tem-se os elementos da população ordenados e retirasse periodicamente a amostra. Para isto, os dados foram ordenados pela latitude e retirados para compor o conjunto amostral, aqueles dados na posição múltipla de 10, já que o conjunto amostral é composto por 10% de toda população.

Dentre as possibilidades para a análise estatística, foram calculados os erros, considerando a subtração do valor de g calculado e o de g verdadeiro (13). De posse destes valores, embasado na estatística descritiva (ver LEVINE et al., 2008; TRIOLA, 2015) foram calculados os *Root Mean Square* (RMS) para cada mesorregião, tendo como n a quantidade de erros (14). Ao final, foi utilizado a regressão linear para quantificar possíveis correlações entre as variáveis calculadas, o erro, e o RMS. Quanto mais próximo o fator de correlação (R) estiver de 1, mais forte a correlação.

$$\text{erro} = g \text{ calculado} - g \text{ verdadeiro} \quad (13)$$

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{\sum(\text{erro})^2}{n}} \quad (14)$$

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 Processamentos

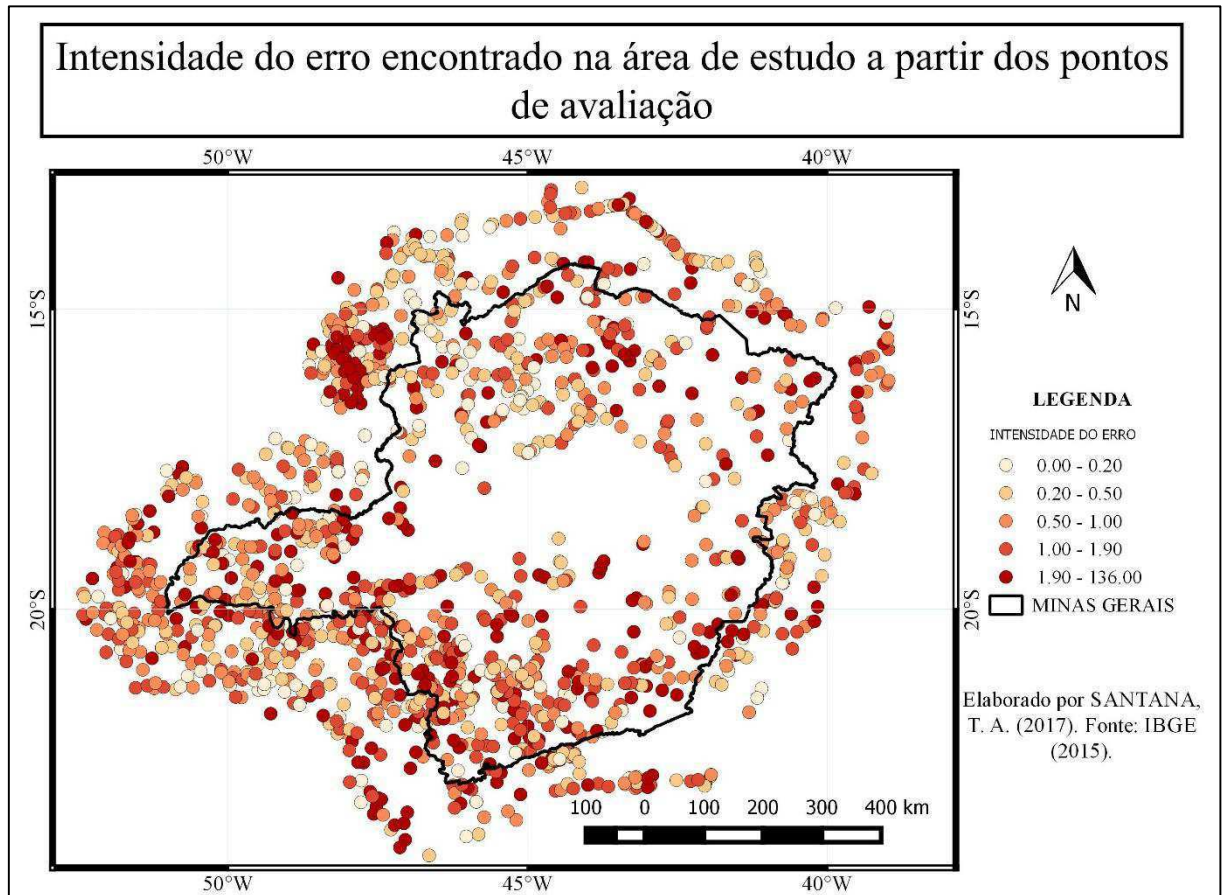
O processamento das 7.095 RRNN (sem valor de g) no estado de Minas Gerais realizado pelo programa PREDGRAV ocorreu logo após a organização dos dados em um arquivo de ENTRADA, contendo latitude, longitude, altitude ortométrica e gravidade das EEGG e o arquivo RRNN, contendo latitude, longitude e altitude ortométrica das RRNN. Foram cerca de vinte e oito minutos de processamento que resultou em um arquivo contendo latitude, longitude, altitude ortométrica, raio de busca, gravidade normal, anomalia ar-livre, anomalia de Bouguer. O arquivo deste processamento pode ser acessado no link: <<https://drive.google.com/open?id=0B37jpYHxyfpeTjNuNzdsUXEyTTg>>.

Outro processamento realizado, utilizando o mesmo procedimento descrito acima, mas neste os valores calculados eram dos pontos de avaliação selecionados para o conjunto amostral, com cerca de sete minutos de duração. Foram 1.558 pontos de avaliação, 693 dentro do estado e os demais compreendidos dentro do *buffer* de 150 km. O arquivo de processamento pode ser acessado no link: <<https://drive.google.com/open?id=0B37jpYHxyfpeR3d1b2ZkSkRnWm8>>

6.2 Análise dos Pontos de Avaliação

Uma representação contendo a intensidade do erro (calculado pelo seu módulo) e para cada ponto de avaliação na área de estudo é apresentada pela Figura 10. É visto que a distribuição espacial do erro não apresenta aparentemente correlação visual com as mesorregiões com baixa quantidade de EEGG que deveriam apresentar maiores erros, como é o caso das regiões ao centro e ao norte do estado. E nem mesmo a região sul, que possui maior densificação de EEGG, consegue se destacar visualmente pelo menor erro, que a princípio era esperado.

Figura 10 – Representação da distribuição espacial do erro cometido.

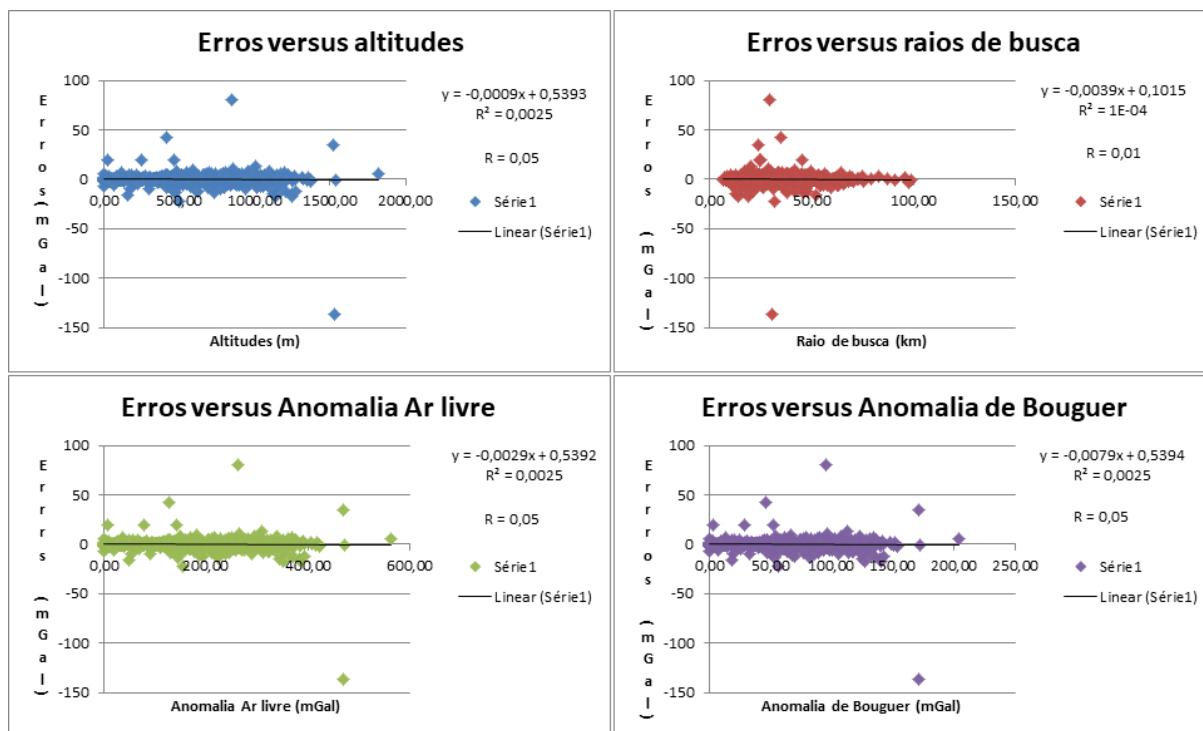


Fonte: O autor.

O RMS encontrado para todo conjunto de pontos de avaliação foi de 4,96 mGal e pode ser chamado de RMS global, pois analisa o total de pontos dentro do estado e nas bordas (compreendido dentro do *buffer*). Considerar as potencialidades da metodologia somente com este valor não leva em consideração outras variáveis importantes. Desta maneira, no decorrer das análises foi procurado levantar particularidades e buscou analisar localmente.

Dado o que se sabe sobre o valor de g e com a expectativa da existência de correlação ou tendência entre o erro encontrado e a altitude, raio de busca, anomalia ar livre ou anomalia Bouguer foram ajustados curvas e estimado o valor de R para cada uma delas (Figura 11). O teste utilizando a regressão linear demonstrou baixa correlação entre as variáveis analisadas, configurando assim, improvável que exista tendência entre as variáveis.

Figura 11 – Curvas, equações e coeficientes de correlação.



Fonte: O autor.

6.2.1 Análise dos Pontos de Avaliação dentro do estado

A investigação da influência da fonte de obtenção das coordenadas, no erro cometido para o procedimento do cálculo do valor de g não foi verificada, a dificuldade é que para os pontos de avaliação que são advindos de EEGG a obtenção das coordenadas foi realizada por métodos mais seguros. Fica difícil dizer se para as RRNN, o qual o valor de g foi calculado, há influência devido a esta questão. Além disso, a fonte de coordenadas é uma variável qualitativa, enquanto o erro é uma variável quantitativa constante. Isto também configurou uma dificuldade para a investigação. Mas no todo, sabe-se que deve ser levado em consideração a possibilidade de que a fonte das coordenadas tenha prejudicado a qualidade dos resultados.

Os pontos de avaliação foram agrupados por mesorregiões do estado e foi calculado o RMS para cada uma delas. Ao observar o conjunto de dados foi visto a existência de valores de erros discrepantes de todo conjunto, haviam erros relativamente grandes, e tal existência possivelmente superestima o valor do RMS que poderia não apresentar uma boa estatística para o desempenho da metodologia. Uma alternativa foi ordenar o conjunto de dados e trabalhar também com o percentil 98 (P98) que eliminaria os valores mais discrepantes (erros maiores que 8,85 mGal) (Tabela 5).

Tabela 5: Quantidade de pontos de avaliação e RMS por mesorregião

Mesorregião	Pontos de avaliação (P100)	RMS (mGal)	Pontos de avaliação (P98)	RMS (mGal)
Campo das Vertentes	32	2,27	32	2,27
Central Mineira	11	1,33	11	1,33
Jequitinhonha	25	4,33	23	2,18
Metropolitana de Belo Horizonte	21	2,90	20	2,21
Noroeste de Minas	57	1,79	57	1,79
Norte de Minas	141	1,91	141	1,91
Oeste de Minas	42	1,81	42	1,81
Sul/Sudoeste de Minas	148	13,52	144	1,94
Triângulo Mineiro/Alto Paranaíba	151	2,49	150	1,92
Vale do Mucuri	9	1,40	9	1,40
Vale do Rio Doce	20	4,78	19	2,24
Zona da Mata	43	3,18	41	2,09
Média	58	3,47	57	1,92

Fonte: O autor.

A quantidade de pontos de avaliação presentes em cada região apresentada na tabela está diretamente ligada a extensão territorial de cada uma delas. O tipo de amostragem, a sistemática, realmente garantiu uma boa distribuição espacial por todo estado. É observado que a mesorregião Central Mineira apresenta o menor RMS e que para a região Sul/Sudoeste de Minas o RMS reduziu significativamente com análise somente do P98.

Acreditava-se que poderia existir correlação entre o erro encontrado e a quantidade de EEGG em cada mesorregião, procurando verificar tal inferência foram calculadas as áreas e a quantidade de EEGG em cada mesorregião, valeu-se do QGIS por meio da calculadora de campo e consultas por localização (*selection by location*). De posse destas duas informações foi mensurada uma nova variável, o valor de estações por área (Tabela 6).

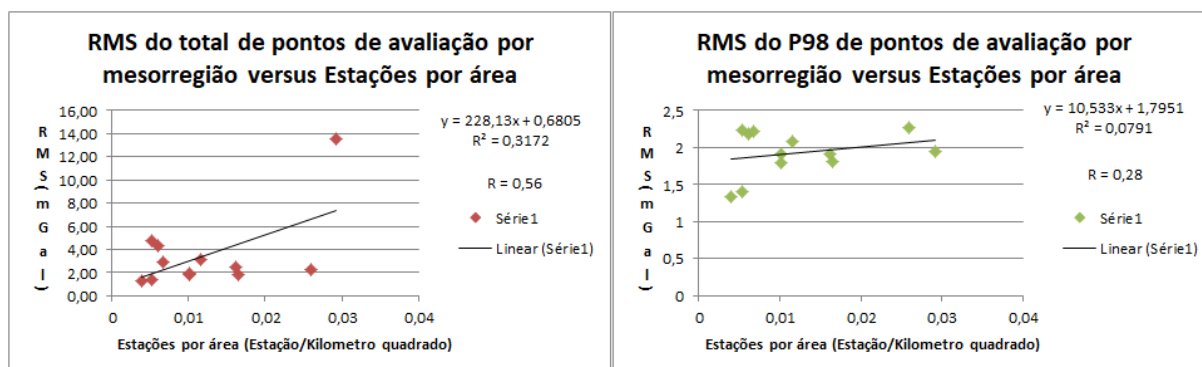
Tabela 6: Estações por área e total de EEGG

Mesorregião	Área (km^2)	Total de EEGG	Estações por área (Estações/ km^2)
Campo das Vertentes	12.572,68	326	0,025929237
Central Mineira	31.723,80	127	0,004003304
Jequitinhonha	50.258,38	306	0,006088537
Metropolitana de Belo Horizonte	39.560,97	266	0,006723799
Noroeste de Minas	62.401,63	632	0,010127941
Norte de Minas	128.368,25	1295	0,010088164
Oeste de Minas	24.022,66	395	0,016442809
Sul/Sudoeste de Minas	49.553,63	1448	0,029220866
Triângulo Mineiro/Alto Paranaíba	90.768,18	1469	0,016184086
Vale do Mucuri	20.159,28	107	0,005307729
Vale do Rio Doce	41.783,55	222	0,005313096
Zona da Mata	35.737,77	415	0,011612364
Média	48.909,23	584	0,012253494

Fonte: O autor.

Também foi ajustado uma curva, à regressão linear, e calculado o coeficiente de correlação (R) para as variáveis RMS e Estações por área, o objetivo era investigar a existência de correlação entre quão densa é a mesorregião e a qualidade dos dados a partir do erro calculado (Figura 12). O valor encontrado para R, demonstrou uma correlação mediana entre as variáveis para o total de pontos de avaliação, R igual a 0,56, e para o P98 foi mais baixo, 0,28.

Figura 12 – RMS versus Estações por área.



Fonte: O autor.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a etapa de projeto, e inclusive durante o processo de execução deste trabalho foram estabelecidas estratégias levando em consideração a natureza da grandeza que nele é apresentada – a gravidade. Com seu sentido físico não pode ser tratada de uma forma geral, e não pode ser pensada como uma grandeza que respeita modelos matemáticos simples. Ela requer muitas vezes uma avaliação pontual e ponderada pelas suas características próprias.

As análises dos pontos de avaliação trouxeram respostas inesperadas, buscando uma correlação entre as variáveis obtidas e os erros de cada ponto de avaliação para que se pudesse investigar pontualmente a metodologia, foi encontrada baixa correlação para as variáveis: altitudes, raios de busca, anomalia ar livre e anomalia de Bouguer.

Acredita-se que por não se conhecer a densidade das massas no interior da crosta terrestre não foi possível identificar o porquê das variações dos erros nos pontos de avaliação, mas pelo que se sabe, pelo menos para o programa utilizado, o PREDGRAV, e considerando somente as análises feitas neste trabalho, não existe um padrão para os erros encontrados.

No início, era esperado que uma quantidade maior de EEGG reduziria o raio de busca e melhoraria a qualidade dos resultados de g encontrados nas RRNN, isto foi desmistificado pelas análises feitas. Além disso, uma outra expectativa não confirmada foi de que nas regiões mais ao sul do estado fossem encontrados erros menores devido a boa distribuição espacial e a maior quantidade de EEGG, e que mais ao norte onde isto não é visto o contrário valeria.

Apesar de não ter sido possível avaliar a metodologia de uma forma mais consistente, apontando justificativas para os pontos com maiores erros, o trabalho apresenta os valores de gravidade antes desconhecidos para grande parte das RRNN do estado Minas Gerais. Este trabalho ainda, levanta a discussão sobre até que ponto devemos densificar a rede gravimétrica, já que o programa que calcula os valores de gravidade possui pelo menos 59 % de pontos de avaliação cujo o erro não passa o valor de 1 mGal, RMS global 4,96 mGal e RMS nas mesorregiões aproximadamente igual a 2 mGal.

Certamente, o sentido físico do valor de g , já citado, não garante que possa ser modelado o erro facilmente. Mas caso em algum momento seja possível identificar padrões destes erros de forma que possa ser aplicada correções aos valores estimados será um grande avanço para que a necessidade de densificação da rede seja restrita a locais e regiões essenciais.

REFERÊNCIAS

- AMARANTE, R. R. **Sistematização do processamento de dados gravimétricos aplicados a determinação do modelo geoidal**. 2012. 152 f. Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Comissão de pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2012.
- ARANA, J. M. Estratégia para determinação da ondulação do geoide com uso do GPS/nivelamento. In: Universidade Federal do Paraná. Curso de pós-graduação em ciências geodésicas. **Série em ciências geodésicas: as ciências geodésicas nas políticas de desenvolvimento**. 5. ed. Curitiba, 2005. p. 111-121.
- BLITZKOW, D.; CAMPOS, I. O.; FREITAS, S. R. C. **Altitude: o que interessa e como equacionar?** Laboratório de Topografia e Geodésia – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. (Notas de aula Informações Espaciais II).
- CASTRO JUNIOR, C. A. C. **Contribuição ao estabelecimento de um sistema gravimétrico para a América do Sul**. 2005. 156 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.
- DREWES, H. **Gravimetria para sistemas verticales de referencia. Escuela SIRGAS em sistema verticales de referencia**. Taller SIRGAS, Curitiba, Brasil, Mayo 18 – 22, 2015.
- FREITAS, S. R. C.; BLITZKOW, D. Altitudes e Geopotencial. **IGeS Bulletin N.9 – International Geoid Service**. Junho 1999, Milão, p. 47-62, 1999.
- GEMAEL, C. **Introdução a Geodésica Física**. Curitiba: UFPR, 1999. 312 p. (43).
- GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Ufpr, 1994. 319 p. (14).
- GOLDANI, D. et al. Determinação de um modelo geoidal local para o município de Porto Alegre. In: Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, 2, 2004, Recife. **Anais...** Recife, PE: UFPE, Departamento de Engenharia Cartográfica, 2004. p. 1-13. Disponível em: <<https://www.ufpe.br/cgtg/ISIMGEO/CD/html/geodesia/Artigos/G016.pdf>>. Acesso em: 28 out. 2016.
- GUIMARÃES, G. do N.; MATOS, A. C. O. C.; BLITZKOW, D. O quase-geoide do estado de São Paulo e a avaliação dos modelos recentes do GOCE. In: Congresso Brasileiro de Cartografia, 26, 2014, Gramado. **Anais...** Gramado, RS: SBC. 2014. p. 1-15. Disponível em: <http://www.cartografia.org.br/cbc/trabalhos/2/322/CT02-16_1404351341.pdf>. Acesso em: 28 out. 2016.
- GUIMARÃES, G. N. **A altimetria e o modelo geoidal no estado de São Paulo**. 2010. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- GUIMARÃES, G. N. **A geoid model in the state of São Paulo: na attempt for the evaluation of different methodologies**. 2013. 144 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

HOFMANN-WELLENHOF, B; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. 2. ed. New York: Springer, 2005. 403 p.

IBGE - FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Ajustamento simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro**. 2011. 62 p. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes_sobre_posicionamento_geodesico/rede_altimetrica/relatorio/relatorioajustamento.pdf>. Acesso em: 28 out. 2016.

IBGE - FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **O novo modelo de ondulação geoidal no Brasil: MAPGEO2015**. 2015. 17 p. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/modelos_digitais_de_superficie/modelo_de_ondulacao_geoidal/cartograma/rel_mapgeo2015.pdf>. Acesso em: 28 out. 2016.

IBGE - FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Rede gravimetria do Sistema Geodésico Brasileiro**. 2016b. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes_sobre_posicionamento_geodesico/rede_gravimetrica/cartograma/gravitotal.pdf>. Acesso em: 28 out. 2016.

IBGE - FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Sistema Geodésico Brasileiro: Rede Gravimétrica**. 2016a. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/gravimetrica.shtm>>. Acesso em: 28 out. 2016.

IERS - International Earth Rotation and Reference Systems Service. **IERS Conventions**. 2010. Disponível em: <http://iers-conventions.obspm.fr/2010/2010_official/chapter1/tn36_c1.pdf>. Acesso em: 23 jul. 2017.

JEKELI, C. **Heights, the geopotential, and vertical datums**. The Ohio State University, Columbus, USA: Department of Geodetic Science, (Report 459). 34 p. 2000.

LEVINE, D. M. **Estatística: Teoria e Aplicações**. Tradução de Teresa Cristina Padilha de Souza. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2008. 752 p. Tradução de: *Statistics for managers using Microsoft Excel*.

LOBIANCO, M. C. B. **Determinação das alturas do geóide no Brasil**. 2005. 165 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

LOBIANCO, M.C.B.; GUIMARÃES, V.M. Banco de Dados Gravimétricos. In: Congresso Brasileiro de Cartografia, 15, 1991, São Paulo. **Anais...** São Paulo, SP: SBC. 1991. p. 1-6. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/outros_documentos_tecnicos/apresentacoes_artigos/1991-Banco_de_dados_gravimetricos.zip>. Acesso em: 28 out. 2016.

LUZ, R. T. Cálculo de altitudes científicas e sua aplicação no reajustamento da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro. **Revista Brasileira de Geografia**, Rio de Janeiro, v. 61, n. 1, p.79-97, jun. 2016.

LUZ, R. T.; FREITAS, S. R.C.; DALAZOANA, R.; MIRANDA, F. M.; PALMEIRO, A. S.; JAMUR, K.P. Possibilidade de integração de dados gravimétricos à rede altimétrica do SGB para o cálculo de altitudes SIRGAS no Brasil. In: Universidade Federal do Paraná. Curso de

pós-graduação em ciências geodésicas. **Série em ciências geodésicas**: cartografia, instrumento de renovação política e inovação tecnológica. 4. ed. Curitiba, 2004. p.42-58.

LUZ, R.T.; GUIMARÃES, V.M. Realidade e Perspectivas da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro. In: Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, 2, 2001, Curitiba. **Anais...** Curitiba, PR: UFPR, Departamento de Geomática, 2001. p. 1-8.

Disponível em: <

ftp://geoftp.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/outros_documentos_tecnicos/apresentacoes_artigos/2001-Realidade_e_Perspectivas_da_RAAPSGB.zip>. Acesso em: 28 out. 2016.

MACHADO, W. C.; BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C. Interpolação de anomalias de gravidade através de redes neurais visando o cálculo do modelo geoidal de Santa Catarina. In: Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, 8, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, PR: UFPR, Departamento de Geomática, 2013. p. 000-000. Disponível em: <

http://www.cbcbg.ufpr.br/home/wp-content/uploads/2013/11/G037_CBCG13.pdf>. Acesso em: 28 out. 2016.

MELLO, M. P. **O Sistema Geodésico Brasileiro**. Rio de Janeiro, RJ, 1981. 11 p. Disponível em: < <http://artigos.ibge.gov.br/images/pdf/artigos/1981osistemageodesicobrasileiro.pdf>>. Acesso em: 28 out. 2016.

MIRANDA, F. A. **Contribuição para análise do campo da gravidade na região do Datum vertical brasileiro**. 2006. 120 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Curso de pós-graduação em Ciências geodésicas, Departamento de Geomática, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

MIRANDA, F. A.; FREITAS, S. R. C.; FAGGION, P. L. Integração e interpolação de dados de anomalias ar livre utilizando-se a técnica de RNA e Krigagem. In: Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, 5, 2007, Presidente Prudente. **Anais...** Presidente Prudente, SP. 2007. p. 069-076. Disponível em:

<http://docs.fct.unesp.br/departamentos/cartografia/eventos/2007_II_SBG/artigos/A_011.pdf>. Acesso em: 28 out. 2016.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS**: Descrição, fundamentos e aplicações. 2. ed. São Paulo: Unesp, 2008. 476 p.

NOGUEIRA JUNIOR, J. B. **Controle de qualidade de produtos cartográficos**: uma proposta metodológica. 2003. 132 f. Mestrado (Mestrado em Ciências Cartográficas) – Programa de pós-graduação em Ciências Cartográficas da Faculdade de Ciências e tecnologia da UNESP, Presidente Prudente, 2003.

PEREIRA, N. R. M. et al. Ajustamento simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB). In: Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, 4, 2012, Recife. **Anais...** Recife, PE: UFPE, Departamento de Engenharia Cartográfica, 2012. p. 1-9. Disponível em: < <https://www.ufpe.br/cgtg/SIMGEOIV/CD/>>. Acesso em: 28 out. 2016.

RODRIGUES, A.C. et al. Manutenção Física dos Marcos do Sistema Geodésico Brasileiro. In: Congresso Brasileiro de Cartografia, 20, 2001, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre, RS: SBC. 2001. p. 1-6. Disponível em: <

ftp://geoftp.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/outros_documentos_tecnicos/apresentacoes_artigos/2001-

Manutencao_fisica_dos_marcos_do_Sistema_Geodesico_Brasileiro.zip >. Acesso em: 28 out. 2016.

SEVERO, T. C. **Estudo das altitudes físicas aplicado à Rede Altimétrica Fundamental do Brasil no estado do Rio Grande do Sul**. 2013. 96 f. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – Departamento de Geodésia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

TIERRA, A. R. C. **Metodologia para a geração da malha de anomalias gravimétricas para obtenção de geoide gravimétrico local a partir de dados esparsos**. 2003. 140 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Curso de pós-graduação em Ciências geodésicas, Departamento de Geomática, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.

TORGE, W.; MULLER, J. **Geodesy**. 4. ed. Berlin/Boston: Walter de Gruyter, 2012. 433 p.

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística: Atualização da tecnologia**. Tradução de Ana Maria Lima de Farias e Vera Regina Lima de Faria e Flores. 11. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2015. 707 p.