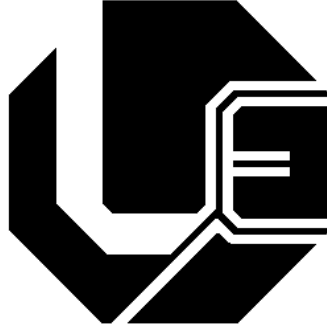


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA – PATOS DE MINAS
ENGENHARIA ELETRÔNICA E DE TELECOMUNICAÇÕES



RAPHAEL SANTOS DE PAULA

**PROJETO E ANÁLISE DA RECONSTRUÇÃO DE SINAIS
COM DIFERENTES TIPOS DE INTERPOLAÇÕES**

Patos de Minas - MG

2020

RAPHAEL SANTOS DE PAULA

**PROJETO E ANÁLISE DA RECONSTRUÇÃO DE SINAIS
COM DIFERENTES TIPOS DE INTERPOLAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora como requisito parcial de avaliação da disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 da graduação em Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações, da Faculdade de Engenharia Elétrica, da Universidade Federal de Uberlândia, *Campus* Patos de Minas.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Luiz Lima Bertarini.

Patos de Minas - MG

2020

RAPHAEL SANTOS DE PAULA

PROJETO E ANÁLISE DA RECONSTRUÇÃO DE SINAIS COM DIFERENTES TIPOS DE INTERPOLAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora como requisito parcial de avaliação da disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 da graduação em Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações, da Faculdade de Engenharia Elétrica, da Universidade Federal de Uberlândia, *Campus* Patos de Minas.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Luiz Lima Bertarini.

Patos de Minas, 10 de dezembro de 2020

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Pedro Luiz Lima Bertarini
Universidade Federal de Uberlândia
Orientador

Prof. Me. Gustavo Nozella Rocha
Universidade Federal de Uberlândia
Examinador

Prof. Dra. Karine Barbosa Carbonaro
Universidade Federal de Uberlândia
Examinador

Resumo

A contínua expansão da quantidade dos dados de comunicação acontece não só devido à diversificação das fontes de informação, mas também em função do aumento da resolução dos sistemas de aquisição de dados. No contexto de telecomunicações, isso estimula o surgimento de novas tecnologias de sistemas de comunicação capazes de suportar grande tráfego de dados. Já no contexto de processamento digital de sinais, sistemas de aquisição de dados precisam trabalhar com uma frequência de amostragem muito mais alta. Possíveis alternativas que permitem minimizar o impacto do aumento da frequência de amostragem são a utilização de interpolações de ordem elevada ou interpolações adaptativas de ordem elevada em sinais digitais para reconstruí-los. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é realizar a simulação da reconstrução de sinais com diferentes tipos de interpolações, analisando o desempenho do sistema de conversão digital-analógico em termos da relação sinal-ruído quando se diminui a frequência de amostragem. Os resultados obtidos mostram que ao se diminuir a frequência de amostragem de um sinal, a relação sinal-ruído diminui, porém, quando se aumenta a ordem de interpolação, a redução da relação sinal-ruído pode ser compensada.

Palavras-chave: Reconstrução de sinais; Frequência de amostragem; Interpolações; Relação sinal-ruído.

Abstract

The continuous expansion of the amount of communication data is due not only to the diversification of information sources, but also to increased resolution of data acquisition systems. In the telecommunications context, this encourages the emergence of new communication systems technologies capable of supporting high data traffic. On the other hand in the context of digital signal processing, data acquisition systems need to work at a much higher sampling frequency. Possible alternatives to minimize the impact of increasing sampling frequency are the use of high order interpolations or high order adaptive interpolations on digital signals in order to reconstruct them. In this context, the objective of this work is to perform the simulation of the reconstruction of signals with different types of interpolations, by analyzing the performance of the analog-digital conversion system in terms of the signal-to-noise ratio when the sampling frequency is reduced. The results show that by decreasing the sampling frequency of a signal, the signal-to-noise ratio decreases, but when the interpolation order is increased, the reduction of the signal-to-noise ratio can be compensated.

Keywords: *Reconstruction of signs; Frequency of sampling; Interpolations; Signal-to-noise ratio.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sinal de eletrocardiograma.	12
Figura 2 - Trecho de um sinal de áudio estéreo.....	12
Figura 3 - Diagrama de blocos de um sistema de comunicação.....	14
Figura 4 - Exemplo de sinal analógico e digital.	14
Figura 5 - Exemplo de sinal contínuo e discreto.	15
Figura 6 - Amostragem com $F_s > 2 \times F_o$	17
Figura 7 - Amostragem com $F_s = 2 \times F_o$	17
Figura 8 - Interpolação de ordem zero.	18
Figura 9 - Amostragem de um sinal contínuo $x(t)$ com um trem de impulsos periódicos $p(t)$	21
Figura 10 - Reconstrução do sinal $x(t)$ com Zero Order-Hold.	24
Figura 11 - Reconstrução do sinal $x(t)$ com First Order-Hold.	24
Figura 12 - Reconstrução de um sinal com frequência de amostragem de 800 Hz.....	25
Figura 13 - Reconstrução de um sinal com frequência de amostragem de 1600 Hz.....	26
Figura 14 - First Order-Hold com inclinação diferente de zero em todos os pontos.	27
Figura 15 - First Order-Hold com inclinação de reta otimizada em todos os pontos.....	27
Figura 16 - Reconstrução de um sinal com Interpolação adaptativa.....	28
Figura 17 - Sinal de áudio no tempo.	29
Figura 18 - Reconstrução do sinal da Figura 17 com Zero Order-Hold.....	30
Figura 19 - Reconstrução do sinal da Figura 17 com First Order-Hold.....	30
Figura 20 - Sinal reconstruído com SOH.	32
Figura 21 - Diferença entre sinal original e reconstruído para ZOH, FOH e SOH.....	32
Figura 22 - Sinal de várias frequências reconstruído pelo SOH.	33
Figura 23 - Sinal de várias frequências reconstruído com interpolação de ordem 4.....	34
Figura 24 - SNR de um sinal de voz em função da redução da frequência de amostragem. ..	39
Figura 25 - SNR de um sinal de música de rock em função da redução da frequência de amostragem.....	39
Figura 26 - SNR de um sinal de música clássica em função da redução da frequência de amostragem.....	40
Figura 27 - SNR do áudio 1 em função da redução da frequência de amostragem.	43
Figura 28 - SNR do áudio 2 em função da redução da frequência de amostragem.	43

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Relação entre ordem do polinômio e pontos de amostragem.	311
Quadro 2 - Cronograma para desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso.	38
Quadro 3 - Especificações dos áudios flac.	382

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

dB – Decibéis.

Fo – Frequência Original.

Fs – Frequência de Amostragem.

FOH – Interpolação de ordem 1.

Hz – Hertz.

NASA – Administração Nacional
Aeronáutica e Espacial.

NOH – Interpolação de ordem N.

SOH – Interpolação de ordem 2.

T – Período.

TOH – Interpolação de ordem 3.

ZOH – Interpolação de ordem 0.

dB – *Decibéis.*

Fo – *Original Frequency.*

Fs – *Frequency of sampling.*

FOH – *First Order-Hold.*

Hz – *Hertz.*

NASA - *National Aeronautics and Space
Administration.*

NOH – *Nth Order-Hold.*

SOH – *Second Order-Hold.*

T – *Period.*

TOH – *Third Order-Hold.*

ZOH – *Zero Order-Hold.*

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	11
INTRODUÇÃO	11
1.1 TEMA DO TRABALHO	18
1.2 PROBLEMATIZAÇÃO	19
1.3 HIPÓTESES	19
1.4 OBJETIVOS	19
1.4.1 OBJETIVOS GERAIS	19
1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
1.5 JUSTIFICATIVAS	20
1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	20
CAPÍTULO 2	21
DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	21
2.1 AMOSTRAGEM	21
2.1.1 INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL DE LAGRANGE	22
2.1.2 RECONSTRUÇÃO DE SINAIS COM INTERPOLAÇÃO	23
2.1.3 INTERPOLAÇÃO COM <i>FIRST ORDER-HOLD</i>	26
2.1.4 INTERPOLAÇÃO ADAPTATIVA	28
2.1.5 INTERPOLAÇÃO PARA VÁRIAS FREQUÊNCIAS	29
2.1.6 <i>SECOND ORDER-HOLD</i>	31
2.1.7 <i>NTH ORDER-HOLD</i>	33
2.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
CAPÍTULO 3	35
METODOLOGIA	35
3.1 SIMULAÇÃO	35
3.2 RELAÇÃO SINAL-RUÍDO	35
3.2.1 DECIBÉIS	36

3.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	36
3.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
CAPÍTULO 4.....		38
RESULTADOS E DISCUSSÕES		38
4.1	RECONSTRUÇÃO DE SINAIS DE ÁUDIO.....	38
4.1.1	ÁUDIOS FLAC	42
4.2	CONCLUSÃO E ESTUDOS FUTUROS	45
REFERÊNCIAS		46

CAPÍTULO 1

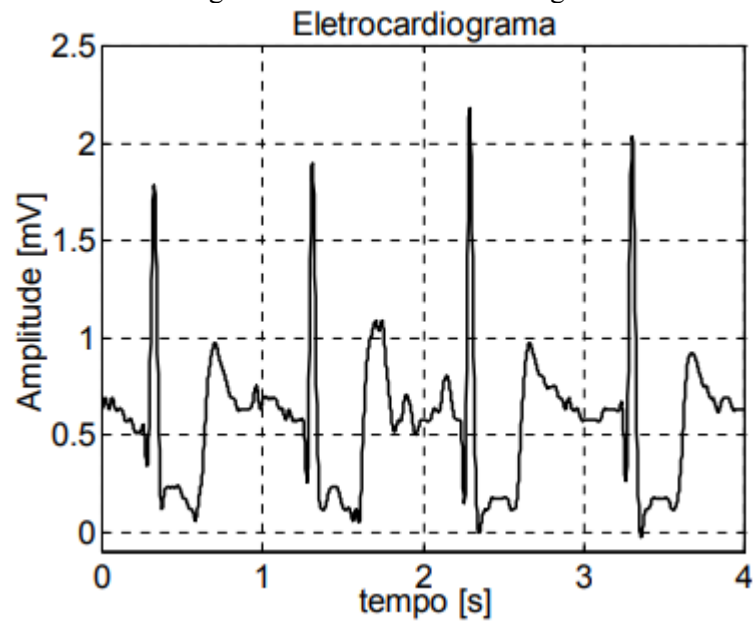
INTRODUÇÃO

Diariamente, as pessoas estão rodeadas por sinais. Um sinal é capaz de carregar uma informação sobre algum fenômeno natural, que é um acontecimento desprovido da intervenção humana. Dito isto, a voz é um tipo de sinal pois quando uma pessoa fala, um sinal de voz é gerado naturalmente na laringe, quando o ar dos pulmões passa pelas cordas vocais, produzindo a voz. Quando uma pessoa fala no microfone, tem-se a intervenção humana, uma vez que o microfone foi criado pelo homem. Assim, os sinais são manipulados por dispositivos criados pela intervenção humana, como por exemplo, telefones celulares, eletrocardiógrafo, autofalantes, fones de ouvidos, e dentre os inúmeros aparelhos eletrônicos existentes. A eletrônica está diretamente ligada à manipulação de sinais, um sinal de voz pode ser manipulado através de componentes eletrônicos, analógicos e ou digitais, e por exemplo, pode ser transmitido por um sistema de comunicação para outra pessoa do outro lado da Terra. Para compreender como um sinal carrega uma informação, a matemática é um quesito que deve ser levado em consideração, portanto, necessita-se descrever os sinais matematicamente com o intuito de manipulá-los [1].

Dispositivos eletrônicos, como o próprio nome diz, necessitam de energia elétrica para funcionarem. A energia elétrica que é distribuída para as residências é um sinal elétrico, e assim, representa alguma informação sobre algum fenômeno natural. Então, um sinal elétrico serve de entrada para os equipamentos eletrônicos. Contudo, para os mesmos conseguirem manipular sinais que não são de natureza elétrica, como por exemplo a voz, deve haver uma conversão do sinal de voz para um sinal elétrico de voz. Um bom exemplo disto, é o microfone, que faz a conversão de um sinal de voz natural para um sinal elétrico de voz [1].

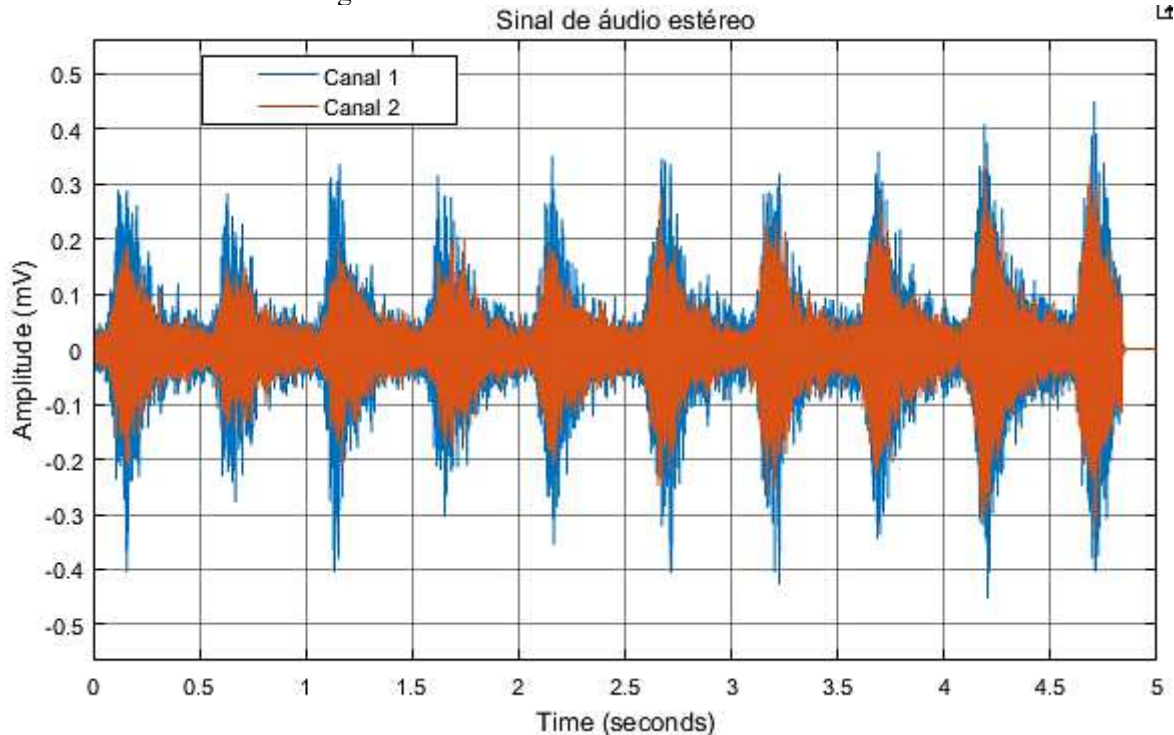
Nas Figura 1 e 2 são ilustrados alguns tipos de sinais elétricos: um sinal de eletrocardiograma e um trecho de alguns segundos de um sinal de áudio estéreo, respectivamente. Assim, tem-se dois sinais que são oriundos de acontecimentos naturais e foram convertidos em sinais elétricos, ou seja, conforme o tempo passa eles variam grandezas elétricas, que neste caso, é a tensão elétrica. A Figura 1 é um sinal de um eletrocardiograma, esse sinal é gerado pelo ritmo do batimento do coração, que caracteriza um fenômeno natural. O eletrocardiógrafo é um aparelho eletrônico capaz de converter o sinal gerado naturalmente pelo ritmo do batimento do coração em um sinal elétrico cardíaco. Já a Figura 2 é um sinal elétrico de voz que também fora convertido por um equipamento eletrônico, o microfone.

Figura 1 - Sinal de eletrocardiograma.



Fonte: [1].

Figura 2 - Trecho de um sinal de áudio estéreo.



Fonte: Próprio autor.

O olhar matemático de um sinal pode ser representado como uma função de uma ou mais variáveis independentes. Os sinais elétricos representados pelas Figuras 1 e 2 possuem apenas uma variável independente, o tempo. Para cada instante de tempo, tem-se um valor de tensão, ou seja, o valor de tensão é dependente do tempo. Dito isto, é possível entender visualmente como é um sinal olhando o gráfico da sua função, assim, torna-se mais fácil de extrair informações, analisar e manipular os sinais. Sinais que possuem apenas uma variável

independente são classificados como sinais unidimensionais. Por outro lado, sinais que possuem duas variáveis independentes são classificados como sinais bidimensionais, e sinais com mais de três variáveis independentes são chamados de sinais multidimensionais [1].

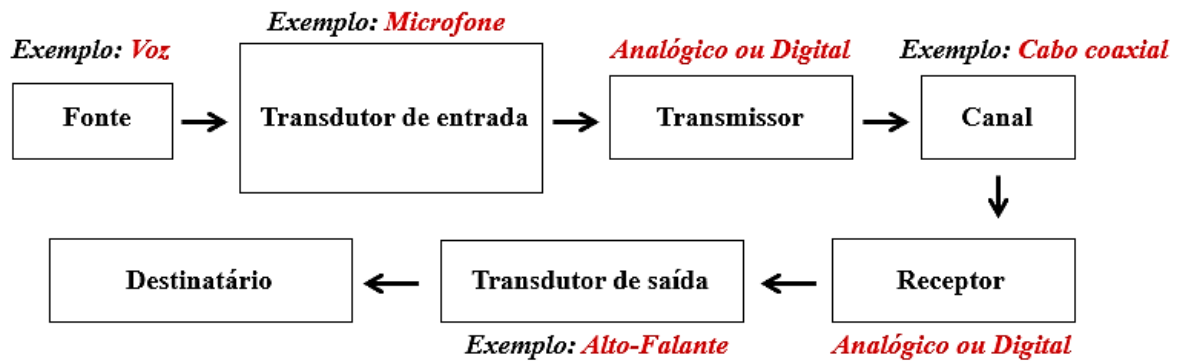
Os sinais elétricos são sinais unidimensionais que variam com o tempo, e são utilizados nos equipamentos eletrônicos com o intuito de se conseguir manipular a informação que eles carregam. Portanto, quando se trabalha com sinais em equipamentos como computadores, telefones e eletrônicos em geral, deseja-se que a informação seja carregada na forma de um sinal elétrico. Então, é necessário transformar os sinais oriundos de energia da natureza em sinais elétricos. O transdutor é um aparelho capaz de transformar sinais oriundos de acontecimentos naturais em sinais elétricos, ou seja, o transdutor pode transformar tipos de energia. Os sensores recebem estímulos de sinais naturais, e o transdutor consegue transformar este estímulo, relacionado a uma energia de um fenômeno natural, em energia elétrica, ou sinal elétrico. Um bom exemplo disso, é a conversão do sinal de voz em sinal elétrico no microfone, ou a conversão do sinal óptico, que é um sinal de natureza eletromagnética, em sinal elétrico por um fotodetector [1].

Uma vez feita a conversão do sinal natural a ser analisado em sinal elétrico, este servirá de entrada para um sistema. Um sistema é definido como um conjunto de operações que manipulam um ou mais sinais para realizar uma determinada função, gerando assim, novos sinais, como por exemplo, o sistema de comunicação [2].

Um sistema de comunicação tem como objetivo transmitir o sinal que carrega a informação desejada. Para que isso seja possível, o processamento de sinais é utilizado a fim de manipular o sinal para que o mesmo seja transmitido efetivamente. Este sinal, deve ser convertido para sinal elétrico para que os dispositivos eletrônicos que compõem um sistema de comunicação consigam manipulá-lo.

A Figura 3 apresenta o diagrama de blocos de um sistema de comunicação onde o sinal que carrega a informação desejada é um sinal de voz [2]. Portanto, pode-se ter transmissores e receptores que podem ser analógicos ou digitais. Quando se tem um transmissor e receptor analógico, o sistema de comunicação é analógico, ou seja, o sinal que é processado dentro do sistema, é um sinal analógico. O sinal analógico é um sinal com valores contínuos de tensão ou de corrente, no caso, um sinal elétrico analógico. Ao contrário, quando se tem um transmissor e um receptor digital, o sistema de comunicação é digital, ou seja, o sinal que é processado dentro do sistema, é um sinal digital. O sinal digital é um sinal com valores discretos de tensão ou corrente, no caso, um sinal elétrico digital [3].

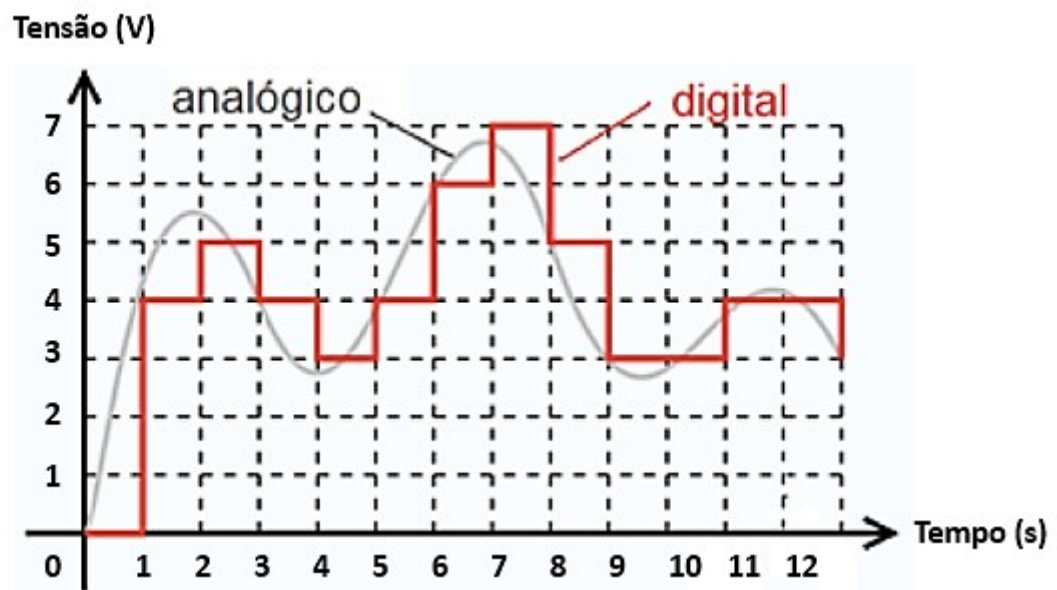
Figura 3 - Diagrama de blocos de um sistema de comunicação.



Fonte: Próprio autor.

A Figura 4 ilustra um exemplo de sinal analógico e digital. Percebe-se que sinais analógicos podem assumir toda a faixa de valores de tensão para todos os instantes de tempo [3]. Já os sinais digitais podem assumir apenas valores discretos de tensão em todos os instantes de tempo [4].

Figura 4 - Exemplo de sinal analógico e digital.



Fonte: Modificada pelo autor de [3].

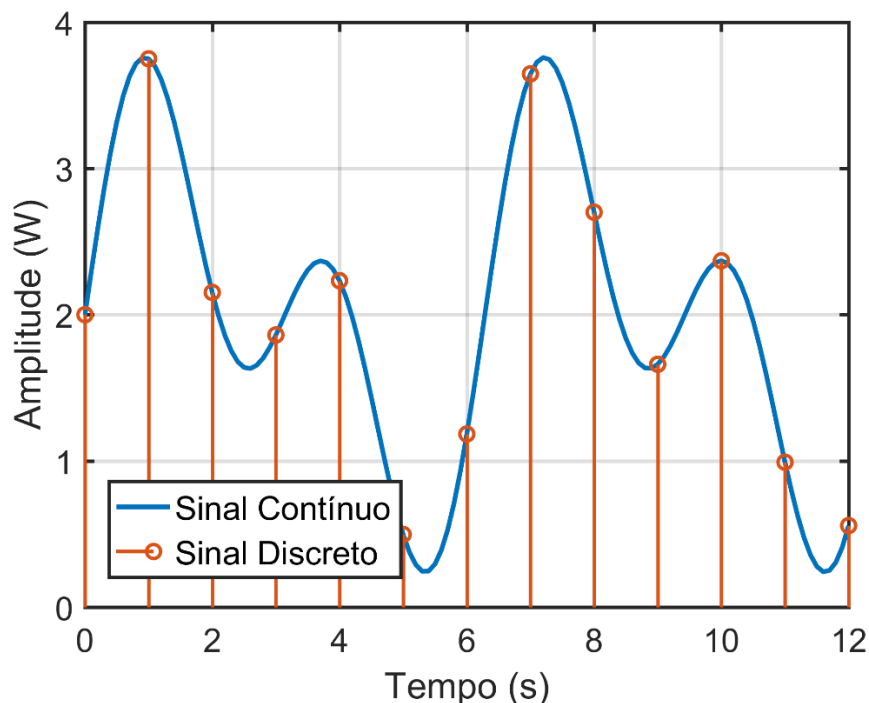
Em um sistema de comunicação, a informação transmitida está sujeita a passar por um dispositivo eletrônico digital ou analógico. Quando se tem dispositivos compostos apenas por componentes analógicos (resistores, indutores, transistores e capacitores), o sinal e o sistema são analógicos. Por outro lado, para dispositivos compostos por componentes digitais (portas lógicas e circuitos integrados), o sinal e o sistema são digitais [4].

O sinal analógico é gerado por dispositivos eletrônicos analógicos ou por fontes naturais, assim, todo sinal inicialmente é analógico. Nos sistemas de comunicação atuais, predomina-se os sinais e sistemas digitais. Deste modo, uma das etapas desse tipo de sistema

de comunicação é a conversão de um sinal analógico para digital. Prefere-se trabalhar com sinais digitais pois são mais vantajosos de serem processados e analisados pelos dispositivos eletrônicos atuais [4].

Além dos sinais analógicos e digitais, existem os sinais contínuos (no tempo) e sinais discretos (no tempo). Sinais contínuos no tempo possuem valores de tensão em todo o tempo. Já os sinais discretos, são definidos apenas para valores tensão em tempos inteiros, ou seja, amostras temporais. A Figura 5 mostra um exemplo de sinal contínuo e de um sinal discreto. Neste caso foi exemplificado para um sinal elétrico, pois a grandeza dependente do tempo é uma tensão elétrica [4].

Figura 5 - Exemplo de sinal contínuo e discreto.



Fonte: Próprio autor.

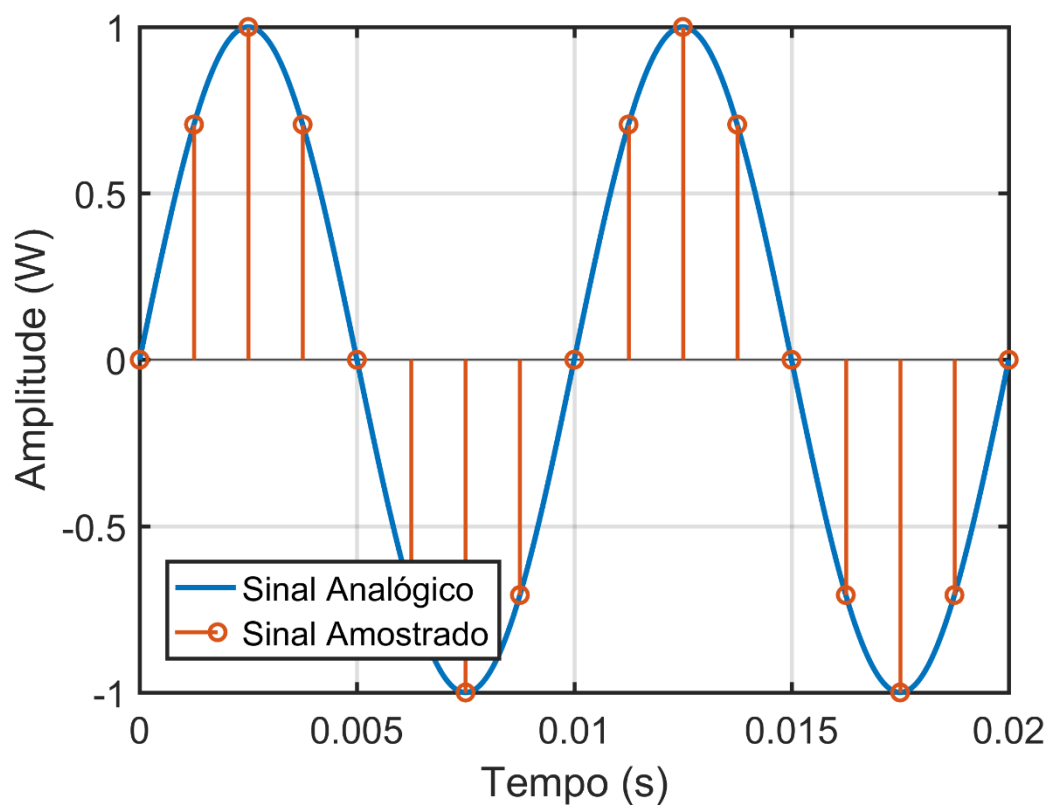
Com tudo o que já foi dito, verifica-se que os sinais devem ser processados para o funcionamento de um sistema de comunicação digital. O processamento de sinais faz com que um sistema de comunicação consiga transmitir e receber sinais da melhor maneira possível [4]. Pode-se ter o processamento de sinais discretos analógicos, que converte o sinal analógico em um sinal discreto, realiza o processamento do sinal discreto e, por fim, transforma o sinal discreto processado em um sinal analógico. Pode-se ter também o processamento digital de sinais analógicos, que também converte o sinal analógico em um sinal discreto, além disso, transforma o sinal discreto em um sinal digital, faz o processamento do sinal digital, torna o sinal digital processado em um sinal discreto e por fim, transforma o sinal discreto processado em um sinal analógico [4].

Para garantir que os tipos de processamento mencionados anteriormente produzam resultados satisfatórios, os sinais devem ser escritos matematicamente. Isso acontece, pois, a informação que os mesmos carregam deve ser levada em consideração em cada etapa do processamento, e assim, um modelo matemático dos sinais pode representar como a informação é afetada em cada etapa de processamento. Em sinais e sistemas analógicos, a modelagem matemática é baseada na matemática contínua. Já para sinais e sistemas discretos ou digitais, tem-se um modelo baseado na matemática discreta, ou seja, valores discretos de tempo. As modelagens para sinais e sistemas analógicos e sinais e sistemas discretos ou digitais existem independente uma da outra, mas é possível estabelecer uma relação entre elas. Assim, é possível representar e realizar cálculos de uma delas por meio da outra [4].

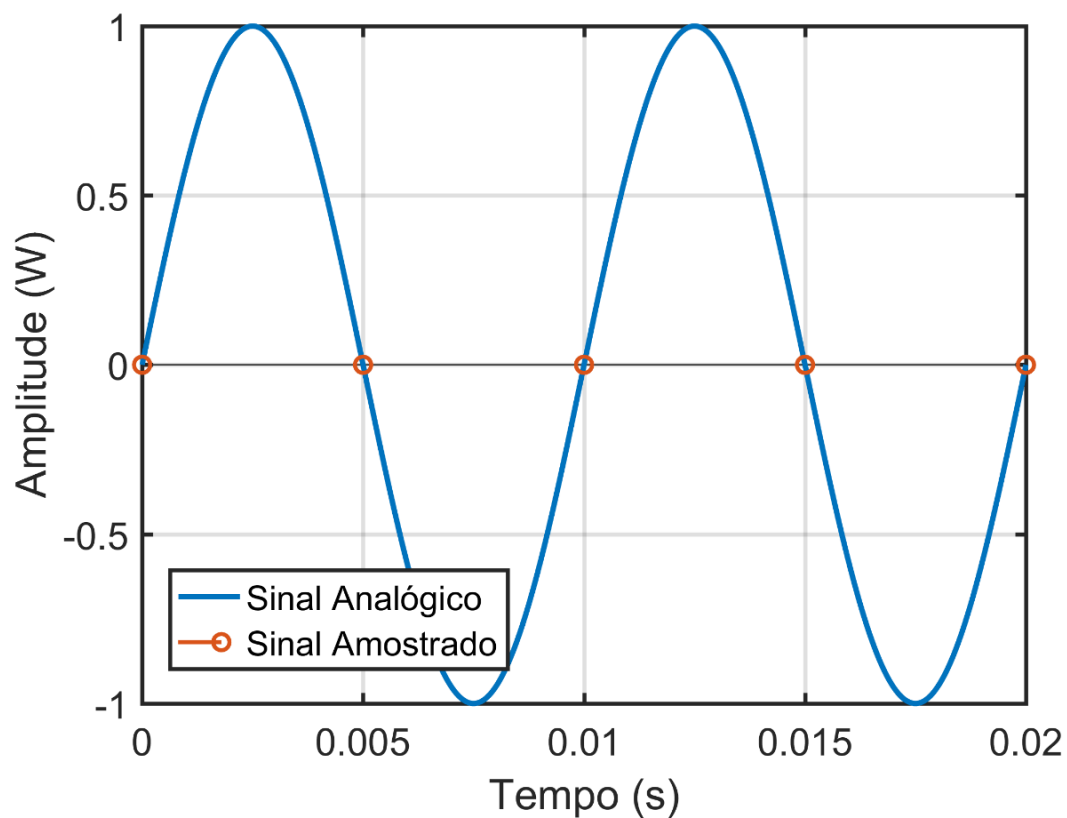
Este trabalho tem como objetivo analisar a conversão de um sinal discreto para um sinal contínuo em um sistema de comunicação digital. Inicialmente um sinal natural que é analógico passa por um transdutor, que converte o sinal em um sinal analógico elétrico. Posteriormente, o sinal, dentro do sistema de comunicação, é convertido em sinal discreto e passa por um processamento de sinal discreto analógico, como citado anteriormente [5]. Este processo depende das seguintes etapas: 1) Amostragem; 2) Interpolador de ordem zero; 3) Filtragem.

Na etapa 1, deve-se então coletar amostras de um sinal analógico respeitando a taxa de Nyquist (frequência de amostragem deve ser no mínimo duas vezes maior que a maior frequência do sinal). Este processo de amostragem faz a conversão de um sinal de tempo contínuo para um sinal discreto. Ao final do processo, necessita-se fazer o procedimento inverso, ou seja, reconstruir o sinal analógico a partir de um sinal discreto [5].

As Figuras 6 e 7 mostram, respectivamente, o processo de amostragem de um sinal senoidal numa taxa maior que a taxa de Nyquist, e na taxa de Nyquist. A Figura 6 mostra o processo de amostragem, que coleta as amostras de um sinal contínuo transformando o mesmo em um sinal discreto. Vale ressaltar que quanto mais amostras coletadas do sinal, mais características e informações do sinal se tem, e assim, melhor é o processo inverso, que é a conversão do sinal discreto em sinal analógico, ou a reconstrução do sinal. O sinal representado pela Figura 7 possui menos amostras coletadas do que o da Figura 6, mas ainda assim, respeita a taxa de amostragem de Nyquist. Entretanto, não é possível reconstruir o sinal analógico original pois todas as amostras possuem valor zero.

Figura 6 - Amostragem com $F_s > 2 \times F_o$.

Fonte: Próprio autor.

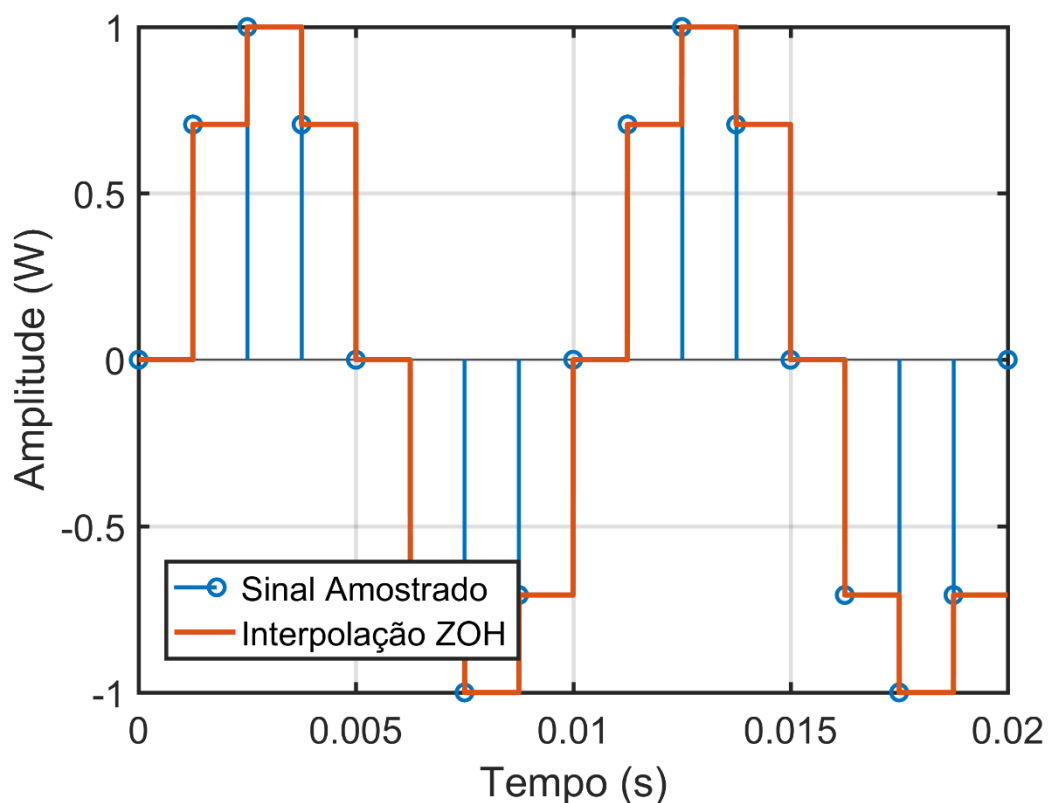
Figura 7 - Amostragem com $F_s > 2 \times F_o$.

Fonte: Próprio autor.

A reconstrução de um sinal é feita na etapa 2, que é a interpolação entre dois pontos de amostragem, ou seja, ligar dois pontos de amostragem. Para realizar essa etapa, é utilizado o filtro ou interpolador *Zero Order-hold* (ZOH), pelo simples fato de ser fácil de implementá-lo na prática. O ZOH liga dois pontos de amostragem por meio de uma reta de inclinação zero. Porém, o ZOH não é muito eficaz trazendo problemas na reconstrução de sinais como: ruídos indesejados e frequência de amostragem alta [5]. A etapa 3 é a filtragem do sinal para a eliminação de distorções causadas no sinal devido as etapas 1 e 2.

A implementação da interpolação de amostras com interpoladores de ordem elevada é o intuito deste trabalho, afim de diminuir os ruídos indesejados e a alta frequência de amostragem. A Figura 8 ilustra como o *Zero Order-Hold* faz a interpolação entre dois pontos de amostragem [5] [6].

Figura 8 - Interpolação de ordem zero.



Fonte: Próprio autor.

1.1 TEMA DO TRABALHO

O tema deste trabalho consiste na análise de diferentes tipos de interpoladores para a reconstrução de sinais analógicos no *software* MATLAB® [7].

1.2 PROBLEMATIZAÇÃO

Analisando um sistema de comunicação, verifica-se que o processo de reconstrução de sinais, necessita de uma alta frequência de amostragem para que o interpolador de ordem zero ligue duas amostras do sinal com um ruído aceitável. Utilizando interpoladores diferentes e de ordem elevada, o que se pode observar em relação ao funcionamento do sistema de comunicação? A relação sinal-ruído é melhorada? A frequência de amostragem pode ser menor que a taxa de Nyquist? O processamento realizado pelos processadores é diminuído? Apresenta alguma semelhança com o sistema de comunicação comum? É viável? São questões que foram analisadas na realização deste projeto.

1.3 HIPÓTESES

Este trabalho é baseado na ideia de que é possível verificar em qual situação se tem uma melhor eficiência em um sistema de comunicação, utilizando técnicas de interpolação de ordem elevada ou a de um sistema de comunicação comum.

1.4 OBJETIVOS

O objetivo do trabalho é reconstruir sinais com interpoladores de ordem elevada utilizando o *software* MATLAB® [7].

1.4.1 OBJETIVOS GERAIS

Dentro dos objetivos gerais estão: procurar conhecer como funcionam os interpoladores de ordem elevada, substituindo o interpolador de ordem zero pelos mesmos, de forma a verificar o comportamento do sistema de comunicação em termos de relação sinal-ruído.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Dentro dos objetivos específicos estão:

- Realizar um estudo sobre a reconstrução de sinais em um sistema de comunicação, adquirindo um bom referencial teórico e capacidade de ser aplicado no desenvolvimento de um projeto;
- Adquirir conhecimento sobre como é aplicado em um sistema de comunicação interpoladores de ordem elevada;
- Verificar quais as características ideais para a reconstrução de sinais;
- Obter um bom referencial teórico sobre o processamento digital de sinais, adquirindo capacidade de analisar o sistema com base no tipo de reconstrução do sinal, frequência de amostragem, e relação sinal-ruído;

- Analisar quais os tipos de interpolações podem ser utilizados na reconstrução de sinais, realizando uma comparação entre as interpolações atuais e as otimizadas;
- Verificar por meio de simulações qual o melhor tipo de interpolação para a reconstrução de sinais;
- Realizar alterações em parâmetros como: frequência de amostragem do sinal, tipo de interpolação, tipo de sinal e quantidade de interpoladores, afim de obter resultados suficientes para as conclusões.

1.5 JUSTIFICATIVAS

O intuito deste trabalho está focado onde é feita a reconstrução do sinal, ou seja, a conversão de sinal discreto para sinal analógico. Como já foi dito anteriormente, a reconstrução de sinais utiliza-se da interpolação entre dois pontos de amostras do sinal discreto, porém a interpolação comumente utilizada é o interpolador ZOH, que é a união entre dois pontos de amostragem através de uma reta com inclinação zero. Contudo, a utilização deste interpolador de ordem zero gera ruídos no processo de reconstrução, e a solução para este, é aumentar a frequência de amostragem. A proposta do trabalho é utilizar outros interpoladores de ordem elevada no processo de reconstrução do sinal, a fim de diminuir tanto o ruído gerado pelo interpolador de ordem zero quanto a frequência de amostragem utilizada.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho apresenta a seguinte organização: o capítulo 2 traz o desenvolvimento teórico que apresenta conceitos importantes para a realização deste trabalho. No capítulo 3 será apresentado a metodologia adotada para o desenvolvimento do projeto especificando a simulação e como a relação sinal-ruído deve ser interpretada. Além disso, na segunda etapa deste mesmo capítulo será feita uma abordagem sobre outros trabalhos que utilizaram diferentes técnicas de interpolação para a reconstrução de sinais. Por fim, no capítulo 4 serão apresentados os resultados e discussões.

CAPÍTULO 2

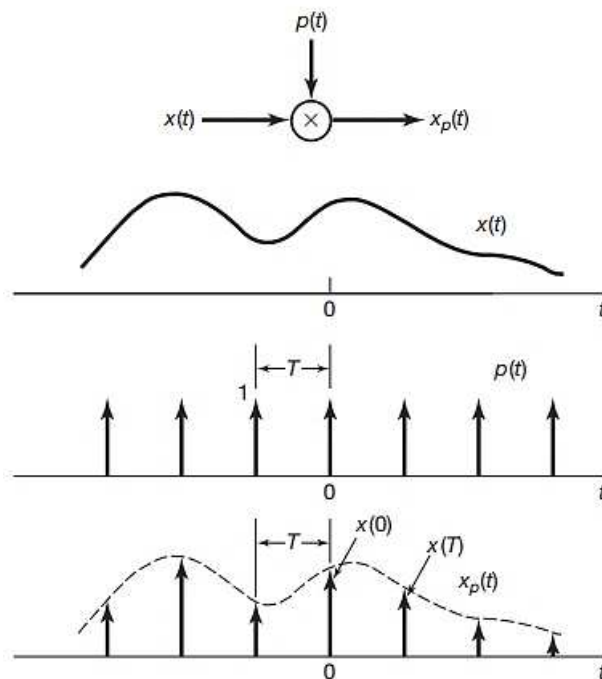
DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

O processamento de sinais analógicos discretos possui várias etapas importantes, dentre elas, a reconstrução de sinais. Neste capítulo são abordadas as principais características do processo de reconstrução de sinais evidenciando os diferentes tipos de interpolações e os resultados obtidos para reconstrução de sinais com apenas uma componente de frequência e com várias componentes de frequências, como por exemplo, sinais de áudio.

2.1 AMOSTRAGEM

Devido ao teorema da amostragem, um sinal contínuo pode ser representado por suas amostras espaçadas por um período de amostragem. Assim, o teorema da amostragem relaciona um sinal contínuo com um sinal discreto. A amostragem é uma das etapas aplicadas em processamento de sinais em que se consegue um sinal discreto a partir de um sinal contínuo. Uma maneira de se fazer isso é por meio de um trem de impulsos periódicos multiplicado por um sinal de tempo contínuo. Na Figura 9, um trem de impulsos periódicos $p(t)$ é multiplicado por um sinal contínuo $x(t)$. Na qual, T é o período de amostragem, e a frequência de amostragem de $p(t)$ é $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ [5].

Figura 9 - Amostragem de um sinal contínuo $x(t)$ com um trem de impulsos periódicos $p(t)$.



Fonte: [5].

Matematicamente, como $p(t)$ e $x(t)$ estão no domínio do tempo, eles são representados por uma função em que a variável independente é o tempo. Assim, consegue-se:

$$x_p(t) = x(t)p(t) \quad (2.1)$$

na qual, $x_p(t)$ é sinal amostrado, ou seja, o sinal discreto, e o trem de impulsos periódicos pode ser equacionado da seguinte maneira [5]:

$$p(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) \quad (2.2)$$

Como visto na Figura 9, a função $\delta(t-nT)$ é conhecida como Delta de Dirac e $p(t)$ representa um trem de impulsos unitários e periódicos com período igual a T . Ao se multiplicar $p(t)$ pelo sinal $x(t)$, faz-se a amostra do sinal $x(t)$ no ponto em que o impulso está localizado. Dito isto, $x_p(t)$ é um trem de impulsos periódicos com amplitudes iguais a amplitude do sinal $x(t)$ no ponto em que foi amostrado vezes a amplitude do impulso unitário, neste mesmo ponto de amostragem. Além disso, os impulsos de $x_p(t)$ estão espaçados pelo período de amostragem T , ou seja [5],

$$x_p(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x(nT)\delta(t - nT) \quad (2.3)$$

Um ponto importante do teorema da amostragem, é a taxa de Nyquist, que é a frequência fundamental mínima que se deve ter para realizar a amostragem do sinal, onde:

$$\omega_s > 2\omega_n \quad (2.4)$$

em que, ω_n é maior frequência do sinal $x(t)$. A taxa de Nyquist é comumente conhecida como $2\omega_n$, que, conforme o teorema da amostragem, deve ser duas vezes maior que a maior frequência do sinal contínuo que se deseja amostrar [5].

2.1.1 INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL DE LAGRANGE

Quando se utiliza um polinômio para realizar a interpolação, tem-se uma interpolação polinomial. A interpolação linear é feita por meio de um polinômio de grau 1; já a quadrática, de grau 2, e a de Lagrange, de grau n , ou seja, de qualquer ordem desejada [9].

Os polinômios são expressões formadas por números (coeficientes) e letras (incógnitas), quanto maior o expoente da incógnita, maior é o grau do polinômio [10]. A Equação 2.5 mostra a equação geral de um polinômio.

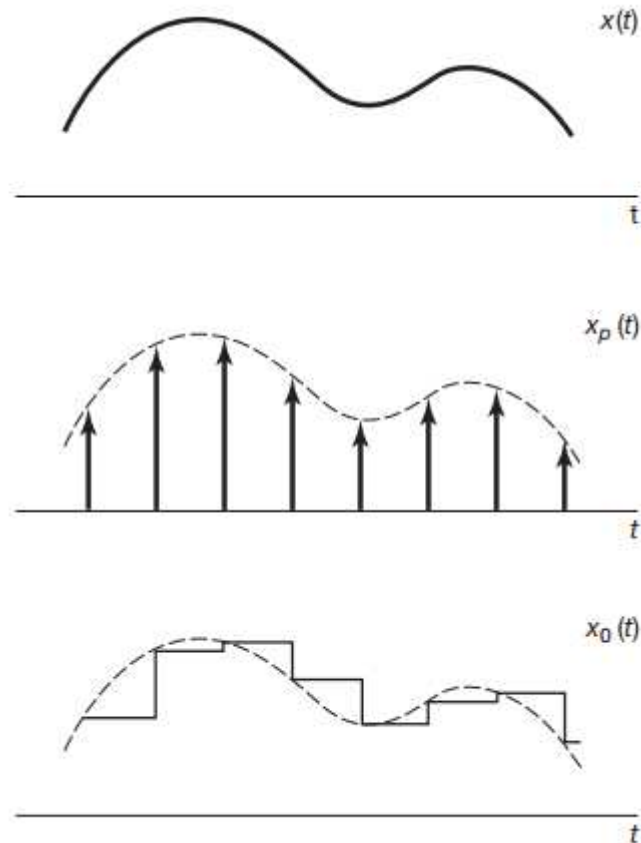
$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots a_n \quad (2.5)$$

Na equação 2.5, “x” representa a variável, “a” os coeficientes, e “n” a ordem do polinômio. Cada coeficiente tem uma característica que modela o gráfico a ser representado pelo polinômio, então, quanto mais coeficientes, maior é o grau do polinômio e consequentemente, mais complexo é o gráfico que ele representa. Para realizar a interpolação polinomial de uma função são necessários os dados discretos desta função (amostras), e quanto mais complexo é a função, maior deve ser o grau do polinômio para que sua interpolação seja uma boa aproximação desta função [11].

2.1.2 RECONSTRUÇÃO DE SINAIS COM INTERPOLAÇÃO

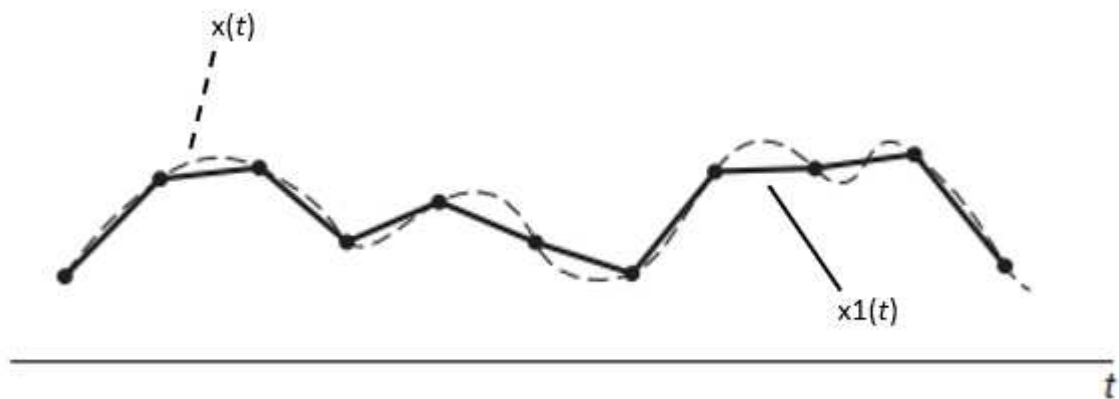
Uma vez feita a amostragem do sinal, ele é processado e, posteriormente, deve ser reconstruído em tempo contínuo. Um dos modos de se reconstruir um sinal é usando a interpolação. A interpolação é uma técnica utilizada para reconstruir uma função a partir de amostras da mesma, ou seja, pontos que pertencem a essa função. Como já mencionado na Seção 1, o *Zero Order-Hold* é um tipo de interpolação simples, em que amostras são ligadas por uma reta de inclinação zero. Outra forma de interpolação útil é o *First Order-Hold* (FOH), onde, amostras são ligadas por uma reta com inclinação diferente de zero, em equações de interpolação mais complexas pontos de amostras podem ser ligados por polinômios de ordem elevada, como por exemplo, um *Second Order-Hold* (SOH), *Third Order-Hold* (TOH) ou *Nth Order-Hold* (NOH) [5] [6]. As Figura 10 e 11 ilustram a reconstrução de um sinal usando ZOH e o FOH, respectivamente.

Figura 10 - Reconstrução do sinal $x(t)$ com *Zero Order-Hold*.



Fonte: [5].

Figura 11 - Reconstrução do sinal $x(t)$ com *First Order-Hold*.



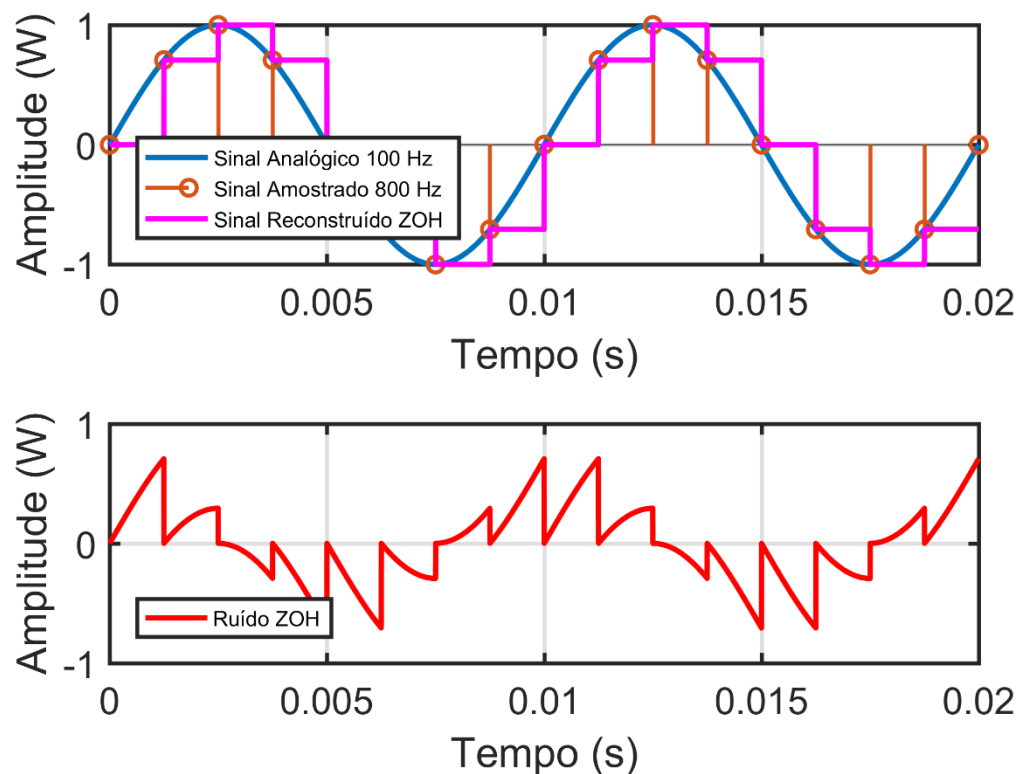
Fonte: [5].

Como visto na Figura 10, primeiramente o sinal $x(t)$ é multiplicado pelo sinal $x_p(t)$ que é um trem de impulsos periódicos, realizando a amostragem de $x(t)$. Em sequência, a interpolação das amostras de $x(t)$ é feita utilizando o ZOH dando origem ao sinal reconstruído $x_0(t)$. Já na Figura 11 as amostras de um sinal $x(t)$ são interpoladas através do FOH produzindo um sinal reconstruído $x_1(t)$. A reconstrução de um sinal utilizando o FOH garante uma melhor aproximação do sinal que se deseja reconstruir, quando comparado com o ZOH. Ainda assim,

quando o processo de reconstrução de um sinal não é bem realizado, ou seja, quando o sinal reconstruído não se parece com o original, a informação que o sinal carrega pode ter sido comprometida. Apesar da interpolação ZOH ser suficiente em alguns casos, se ela não for suficiente, pode-se usar várias técnicas de suavização de interpolação, algumas das quais conhecidas como interpoladores de ordem elevada [5] [6].

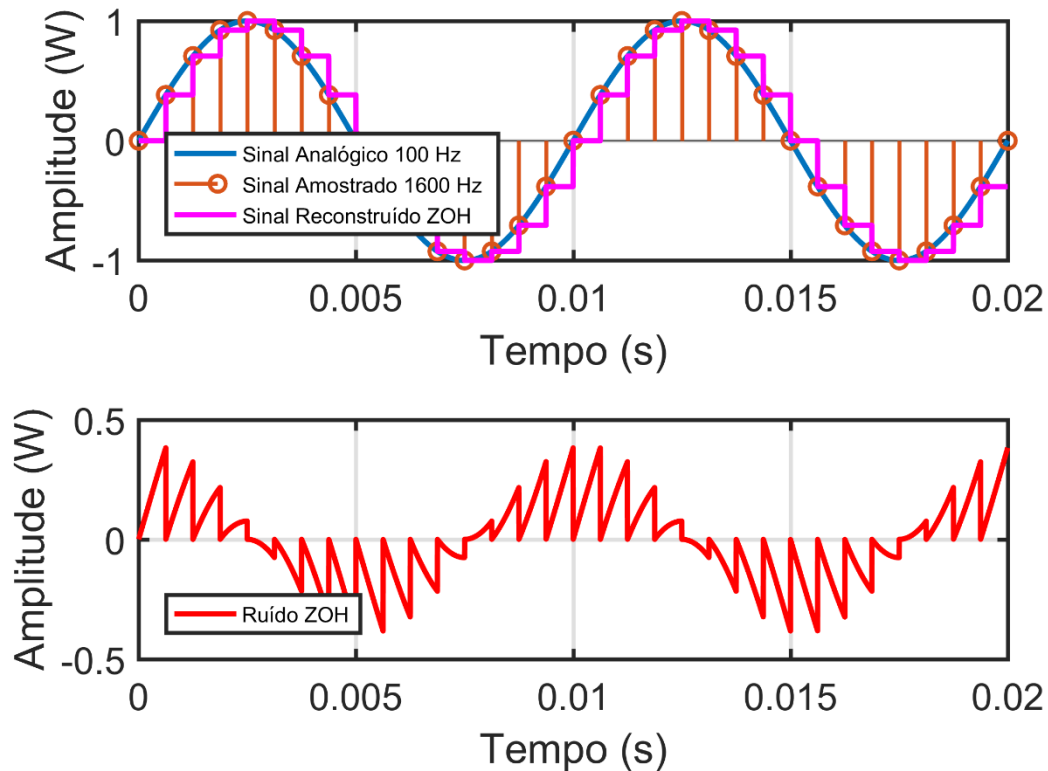
Grande parte dos sistemas atuais utilizam interpolação de ordem zero. Com o intuito de diminuir o ruído gerado pelo *Zero Order-Hold*, e conseqüentemente, melhorar a reconstrução do mesmo, a frequência de amostragem é aumentada consideravelmente [5] [6]. A Figura 12 (a), mostra um sinal com frequência de 100 Hertz (Hz), este sinal é reconstruído por um ZOH quando a frequência de amostragem foi de 800 Hz e depois (b) o sinal analógico subtraído do sinal reconstruído. A Figura 13 (a) mostra o que acontece com a reconstrução do sinal ao se aumentar a frequência de amostragem para 1600 Hz e depois (b) o sinal analógico subtraído do sinal reconstruído.

Figura 12 - Reconstrução de um sinal com frequência de amostragem de 800 Hz.



Fonte: Próprio autor.

Figura 13 - Reconstrução de um sinal com frequência de amostragem de 1600 Hz.



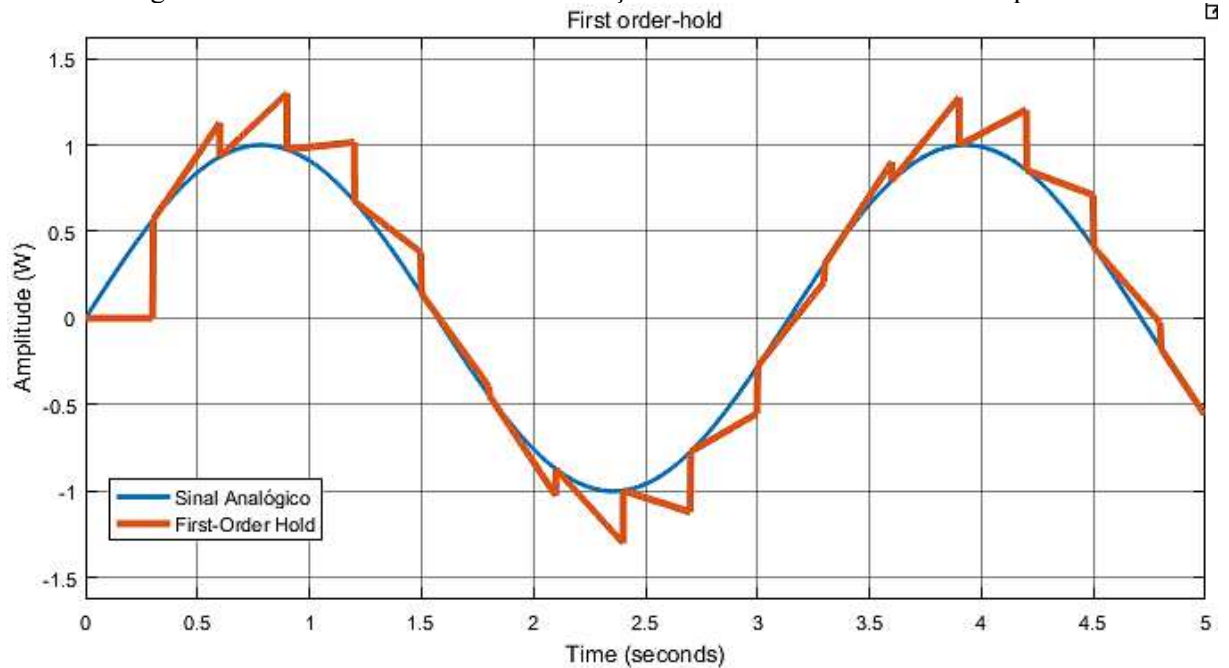
Fonte: Próprio autor.

Comparando a amplitude do ruído nas Figuras 12 e 13, percebe-se que a amplitude do ruído da Figura 13 é menor. Assim, é de veracidade que a reconstrução de sinais com o ZOH é melhorada conforme se aumenta a frequência de amostragem. Porém, aumentar a frequência de amostragem significa o aumento na quantidade de dados e, conseqüentemente, uma maior necessidade de capacidade de processamento [5].

2.1.3 INTERPOLAÇÃO COM *FIRST ORDER-HOLD*

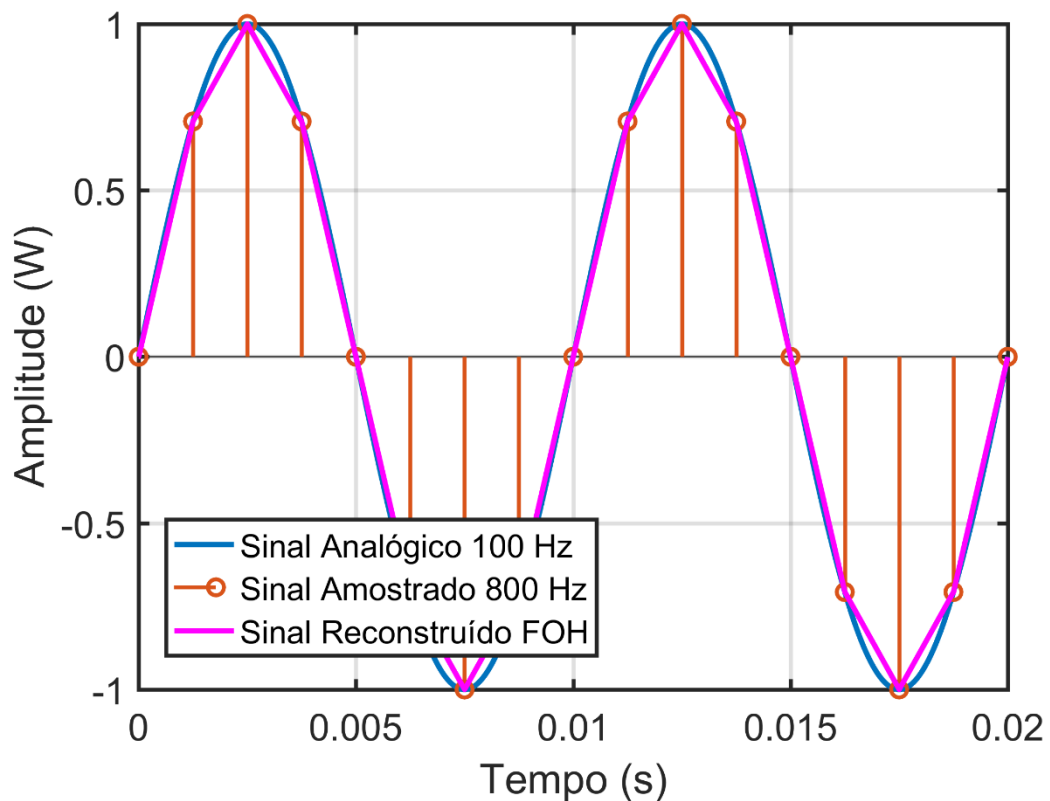
O *First Order-Hold*, ou interpolador de primeira ordem consegue reconstruir um sinal ligando pontos de amostras a partir de uma reta com inclinação diferente de zero [5]. A Figura 14 ilustra como é a interpolação de um sinal utilizando o *First Order-Hold*. Quando se tem uma inclinação da reta que não é a derivada pontual (levando em consideração o ponto seguinte) para cada ponto de amostragem, surgem pontas no sinal reconstruído, o que é algo indesejado, pois as mesmas geram ruídos no sinal. Uma solução para isto é fazer a derivada pontual (levando em consideração o ponto seguinte) para cada ponto de amostragem do sinal, eliminando então, as pontas indesejadas no sinal reconstruído [12]. Já a Figura 15 ilustra um sinal reconstruído onde foi calculada a derivada pontual para cada ponto de amostra para se obter a inclinação da reta, com frequência de amostragem de 800 Hz, e frequência do sinal original de 100 Hz.

Figura 14 - *First Order-Hold* com inclinação diferente de zero em todos os pontos.



Fonte: Próprio autor.

Figura 15 - *First Order-Hold* com inclinação de reta otimizada em todos os pontos.



Fonte: Próprio autor.

Como se pode ver, a reconstrução de um sinal utilizando o FOH com inclinação de reta específica para cada ponto de amostra é uma aproximação otimizada em relação aos interpoladores já mencionados até então. Porém, percebe-se que ainda há melhorias a se fazer

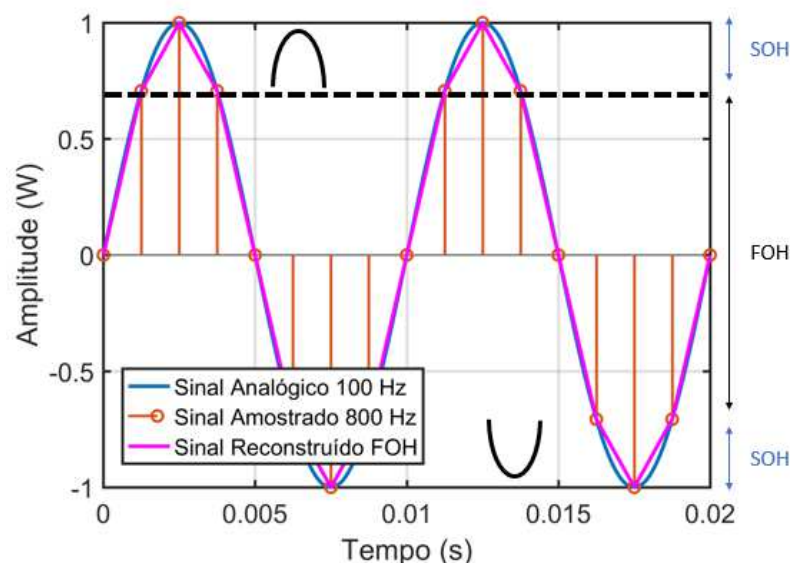
para eliminar ruídos indesejados, como por exemplo, nas cristas e vales do sinal reconstruído. As cristas e vales do sinal original formam parábolas, já as do sinal reconstruído formam triângulos [12].

2.1.4 INTERPOLAÇÃO ADAPTATIVA

A reconstrução de sinais utilizando interpolação é um processo não ideal, ou seja, é uma aproximação do sinal original. Os interpoladores não são perfeitos e, cada interpolador necessita de um ajuste para que a reconstrução seja otimizada e satisfatória. Como visto na Seção 2.1.3, a interpolação utilizando o FOH com inclinação de reta intrínseca para cada ponto de amostra do sinal, é uma aproximação muito boa do sinal original, porém as cristas e vales do mesmo são comprometidas. É possível utilizar o *Second Order-Hold* para interpolar pontos de amostras com uma parábola, e assim resolver o problema das cristas e vales. Assim, o processo de reconstrução que mais se aproximaria do sinal original seria utilizar mais de um tipo de interpolação durante todo o processo. Onde não se tem cristas e vales no sinal, utiliza-se o interpolador FOH, e quando se tem, o *Second Order-Hold* é utilizado [13].

Basicamente, na interpolação adaptativa pode-se escolher qual é o melhor interpolador para reconstruir uma determinada parte do sinal, cada ponto de amostra é analisado para se tomar a decisão do melhor interpolador a ser escolhido [11]. A Figura 16 mostra como seria se a interpolação adaptativa fosse aplicada em um sinal. Pode ser visto que as cristas e vales do sinal seriam reconstruídos com uma parábola. Ajustes seriam feitos para definir a concavidade, abertura, pontos de máximo ou mínimo da mesma, e com isso a reconstrução do sinal seria otimizada. A frequência de amostragem poderia ser diminuída, sempre respeitando a taxa de Nyquist, e o ruído gerado pelo processo de interpolação seria amenizado [12].

Figura 16 - Reconstrução de um sinal com Interpolação adaptativa.



Fonte: Próprio autor.

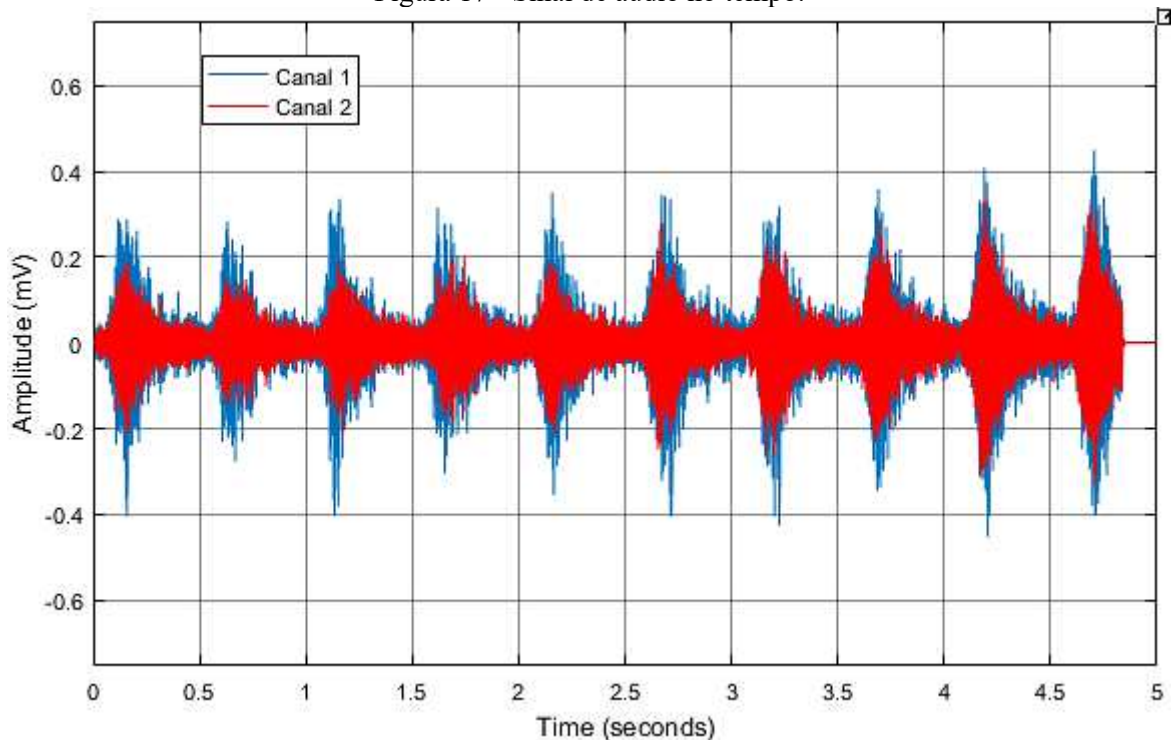
2.1.5 INTERPOLAÇÃO PARA VÁRIAS FREQUÊNCIAS

Nas seções anteriores foi abordado sobre reconstruções de sinais que possuem apenas uma frequência. Os sinais com apenas uma frequência não carregam uma quantidade de informação desejada para ser transmitida em um sistema de comunicação. Um sinal de áudio ou de uma música, por exemplo, possui várias frequências, um sinal de dados, também possui mais de uma frequência, assim, os sinais que são utilizados na prática em um sistema de comunicação são sinais de várias frequências [13].

O processo de reconstrução destes sinais segue a mesma ideia de interpolação de pontos de amostras. Porém, a interpolação adaptativa seria um tanto quanto mais complexa quando comparada em sinais com apenas uma frequência [14].

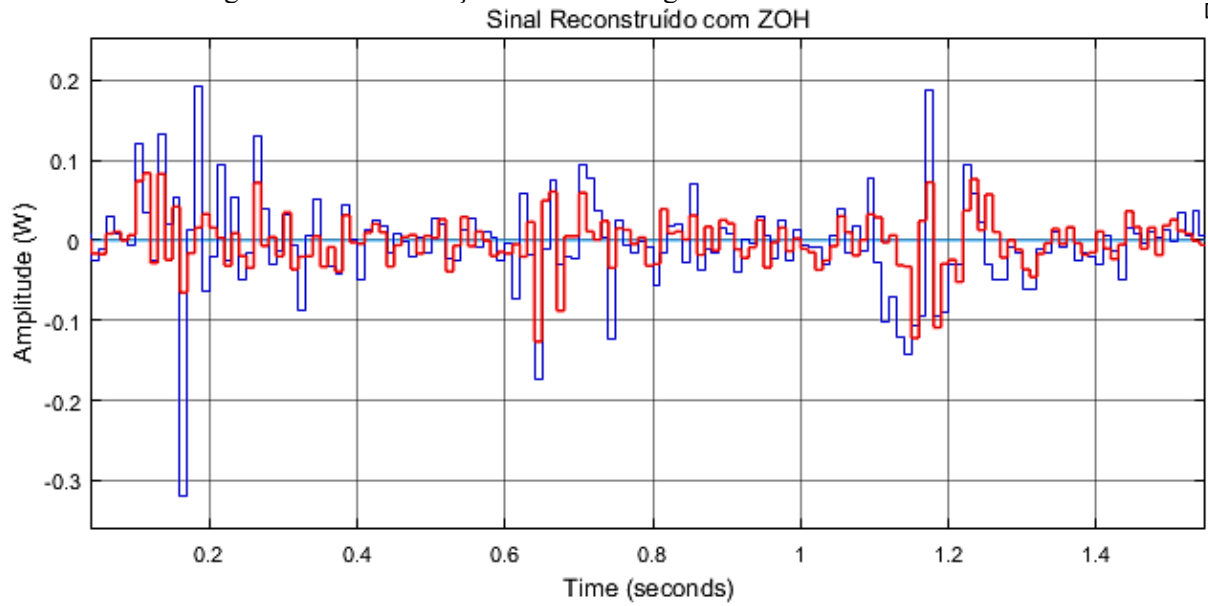
Os sinais de áudio de músicas e voz, além de possuírem várias frequências, as suas variações no tempo são difíceis de se analisar em cada ponto de amostra. Assim, a interpolação adaptativa em um sinal de áudio de música, voz, ou em sinais de dados, se tornaria uma tarefa desafiadora [14]. A Figura 17 mostra como é um sinal de áudio de voz no tempo. As Figuras 18 e 19 mostram a reconstrução do sinal de áudio da Figura 17 utilizando o *Zero Order-Hold* e o *First Order-Hold*, respectivamente. Além disso, o sinal de voz é estéreo, isto significa que o sinal possui dois canais, e assim, nas Figuras são ilustrados dois sinais.

Figura 17 - Sinal de áudio no tempo.



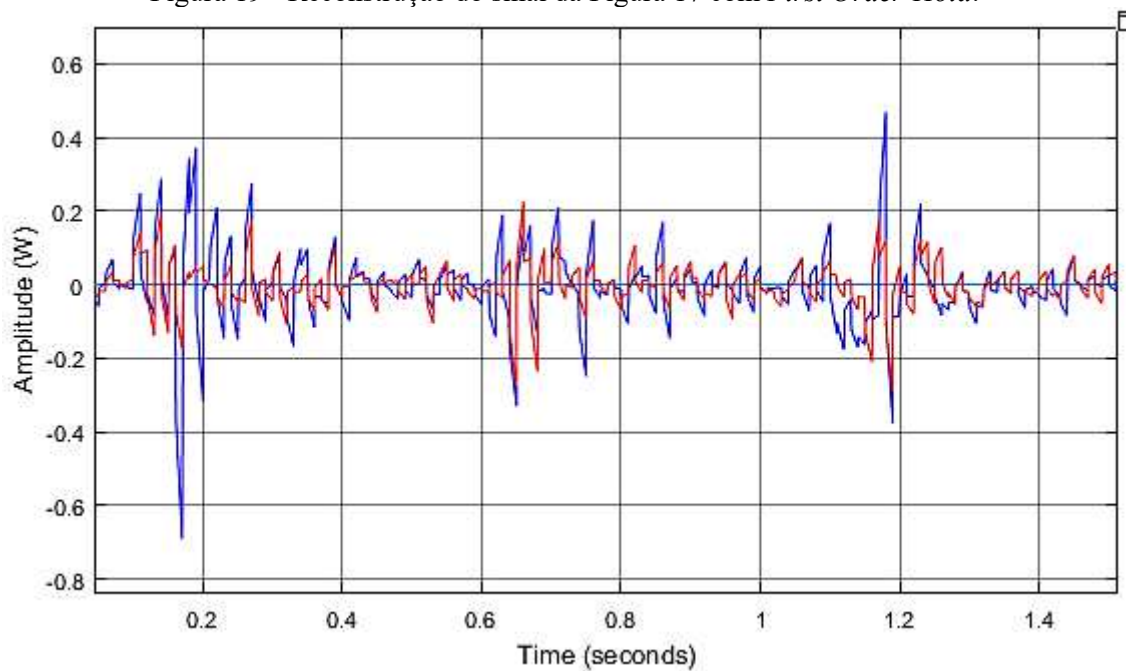
Fonte: Próprio autor.

Figura 18 - Reconstrução do sinal da Figura 17 com *Zero Order-Hold*.



Fonte: Próprio autor.

Figura 19 - Reconstrução do sinal da Figura 17 com *First Order-Hold*.



Fonte: Próprio autor.

Com tudo o que foi dito anteriormente, pode-se perceber como a reconstrução de um sinal se comporta quando comparado aos diferentes tipos de interpolação até agora citados. Percebe-se que a reconstrução de um sinal de áudio de voz, pode ser realizada com o *First Order-Hold*, porém aplicar a interpolação adaptativa no mesmo seria um tanto quanto difícil [15].

2.1.6 SECOND ORDER-HOLD

Utilizando a interpolação polinomial de Lagrange, pode-se escolher a ordem da interpolação a ser aplicada. O SOH é a interpolação polinomial de ordem 2 [16].

Os sinais comumente reconstruídos neste trabalho são funções trigonométricas que são muito complexas de serem reconstruídas, uma vez que uma função trigonométrica pode ser representada por um polinômio de ordem infinita. Para que isso não se torne um empecilho, a cada três pontos de amostras do sinal, é realizada uma interpolação de ordem 2, ao invés de interpolar todos os pontos de uma só vez. Assim, a cada 3 pontos calcula-se um polinômio de ordem 2 que realiza a interpolação entre os mesmos [16].

Para se realizar a interpolação, é necessário descobrir os coeficientes do polinômio. Um polinômio de ordem 2 obedece a seguinte equação:

$$P(x) = a_0x^2 + a_1x^1 + a_2 \quad (2.6)$$

Um polinômio que obedece a essa equação necessita de 3 pontos para que sejam descobertos os seus coeficientes, e assim a equação polinomial pode ser montada. Então, a cada 3 pontos de amostragem uma equação polinomial pode ser construída [17]. Caso o polinômio fosse de ordem 3, necessitaríamos de 4 pontos de amostragem, e assim sucessivamente como mostra o Quadro 1.

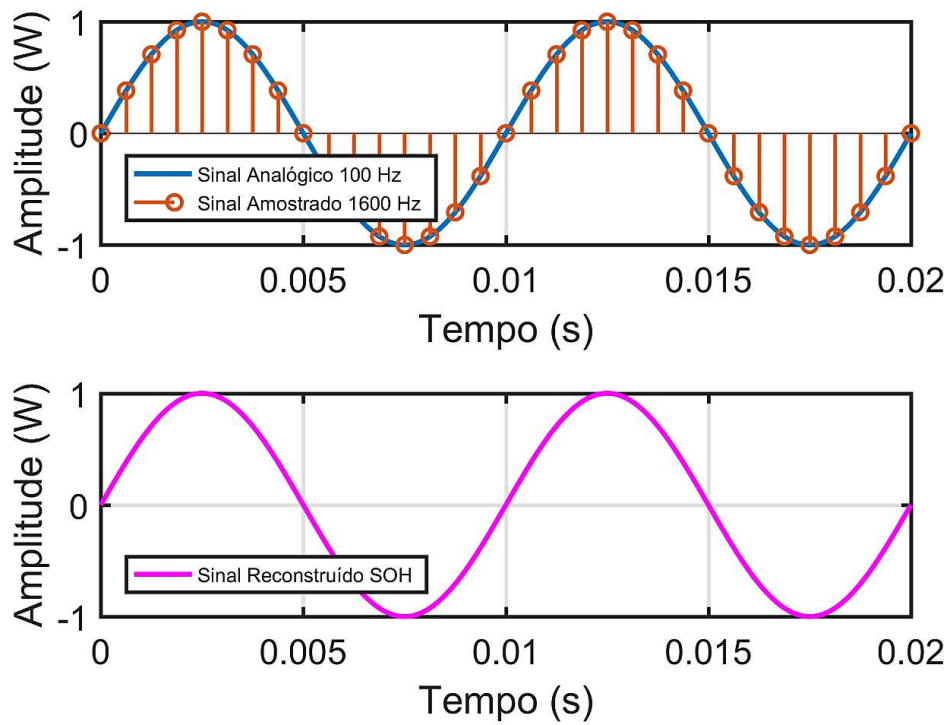
Quadro 1 - Relação entre ordem do polinômio e pontos de amostragem.

Ordem do Polinômio	Pontos de Amostragem
2	3
3	4
4	5
N	$N+1$

Fonte: Próprio autor.

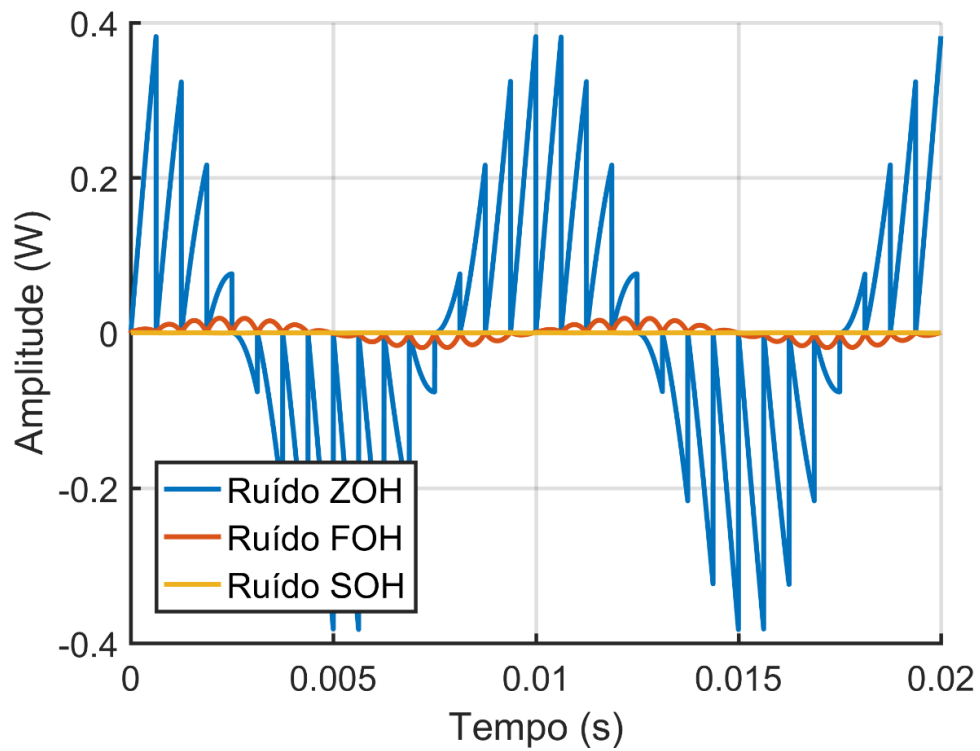
A Figura 20 (a), ilustra um sinal com frequência de 100 Hz, amostrado a 1600 Hz e depois (b) reconstruído por um SOH. Nas seções anteriores o mesmo sinal da Figura 20 foi reconstruído com uma mesma frequência de amostragem, porém com interpolação de ordem inferior. A Figura 21 mostra a diferença entre o sinal original e o sinal reconstruído para as interpolações ZOH, FOH e SOH. É perceptível o quanto o SOH reconstruiu o mesmo sinal com uma aproximação do sinal original otimizada, quando comparada com a reconstrução dos outros interpoladores de ordem inferior.

Figura 20 - Sinal reconstruído com SOH.



Fonte: Próprio autor.

Figura 21 - Diferença entre sinal original e reconstruído para ZOH, FOH e SOH.



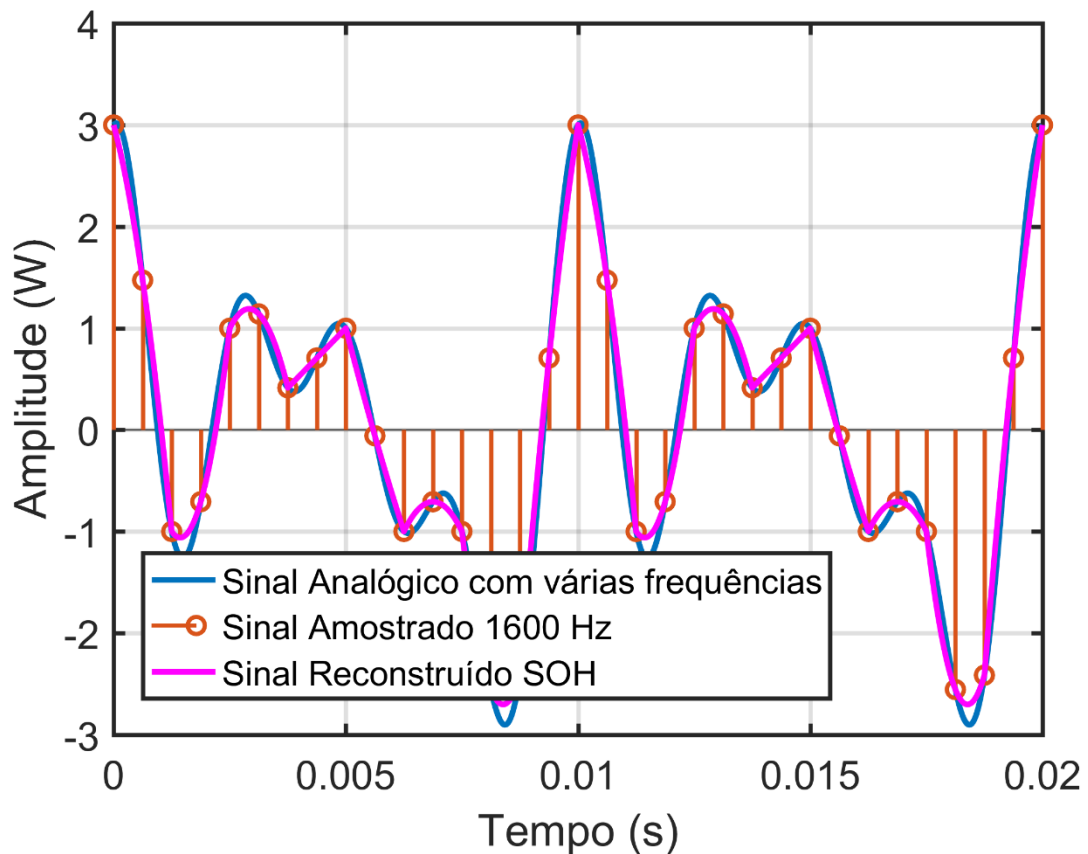
Fonte: Próprio autor.

2.1.7 NTH ORDER-HOLD

Quando a interpolação de um sinal não é satisfatória, a ordem do polinômio pode ser aumentada com intuito de se obter uma melhor reconstrução do sinal. Quanto mais complexo é o sinal, maior é a ordem requisitada para a interpolação polinomial de Lagrange, podendo ter assim, um interpolador de “n” ordens ou *Nth Order-Hold*. [17].

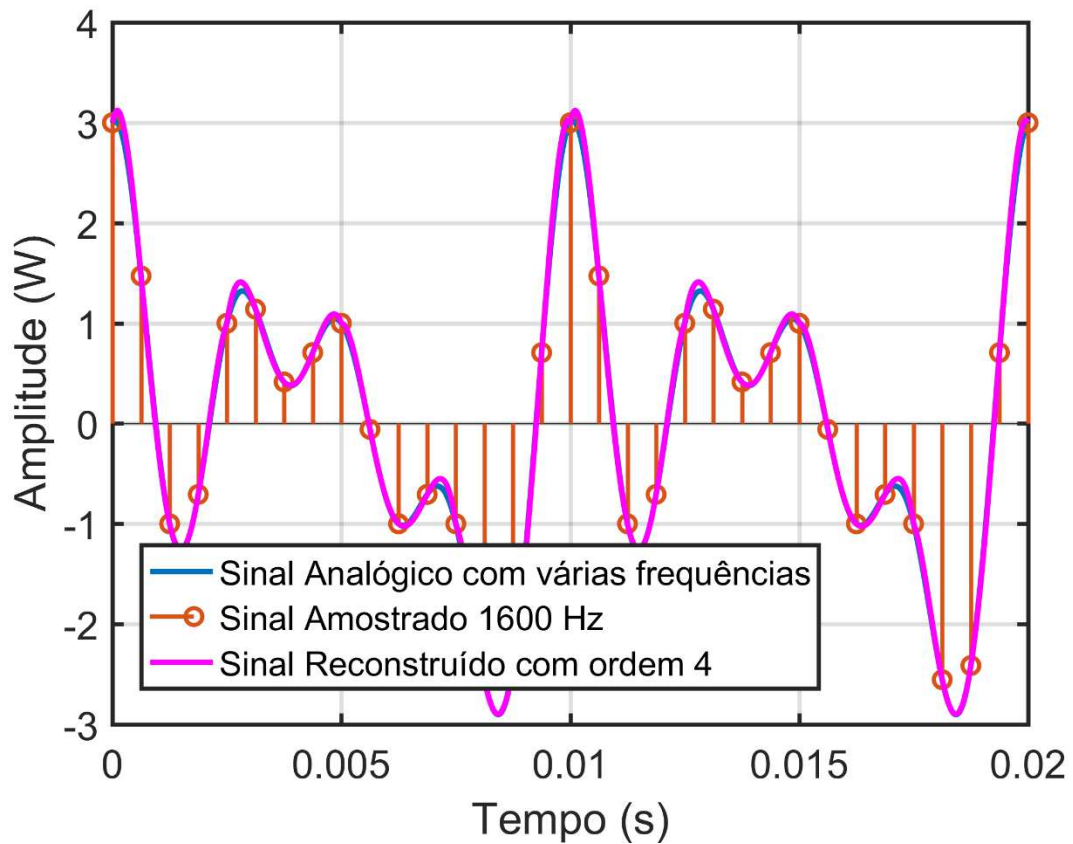
A complexidade de um sinal que possui várias frequências é maior do que um sinal que possui apenas uma frequência. Portanto, para sinais com várias frequências, uma maior ordem de interpolação poderia ser utilizada. A Figura 22 ilustra um SOH reconstruindo um sinal que possui mais de uma frequência.

Figura 22 - Sinal de várias frequências reconstruído pelo SOH.



A reconstrução deste sinal com o SOH neste caso, poderia ser otimizada com o aumento da ordem de interpolação. Assim, a Figura 23 mostra a reconstrução deste mesmo sinal com uma interpolação de ordem 4. A interpolação de ordem 4 reconstruiu o sinal com melhor exatidão que a de ordem 2, e assim, quanto maior a ordem, mais precisa é a reconstrução [17].

Figura 23 - Sinal de várias frequências reconstruído com interpolação de ordem 4.



Fonte: Próprio autor.

2.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na primeira seção deste capítulo foi apresentado uma das etapas do processamento de sinais, a reconstrução de sinais. Também foi abordado sobre os diferentes tipos de interpolações possíveis neste processo, e suas possíveis aplicações. O próximo capítulo traz os meios que serão utilizados para atingir os objetivos deste trabalho.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

É apresentado neste capítulo, a metodologia adotada para o desenvolvimento deste projeto. O trabalho desenvolvido tem toda a implementação matemática dos diferentes tipos de interpolações utilizando o *software* MATLAB® [7]. Por meio deste, foi possível implementar as possíveis técnicas de interpolações permitindo reconstruir sinais e analisar em termos de relação sinal-ruído o desempenho de cada tipo de interpolação. Posteriormente foi realizado uma revisão bibliográfica sobre o tema relatando sobre implementações já realizadas sobre o assunto.

3.1 SIMULAÇÃO

Para realizar a simulação da reconstrução de sinais no *software* utilizado, deve-se levar em consideração alguns quesitos. O processo de reconstrução de sinais, inicialmente necessita de um sinal analógico para que este seja amostrado e posteriormente reconstruído. Dito isto, é sabido que um *software* opera em um sistema digital, assim, os sinais provenientes do MATLAB® sempre serão sinais discretos. Contudo, de forma a simular esses sinais como contínuos, a frequência de amostragem dos sinais que servem de entrada para o código de reconstrução de sinais desenvolvido é tão alta que se pode fazer uma aproximação destes sinais como um sinal contínuo. Assim, os sinais de entrada terão uma frequência de amostragem alta, sendo esta considerada a metade da frequência máxima do sinal. Posteriormente, os sinais serão subamostrados e reconstruídos com diferentes tipos de interpolações.

3.2 RELAÇÃO SINAL-RUÍDO

O nível de potência de um sinal quando comparado com um nível de potência de ruído obedece a uma relação, a qual se dá o nome de Relação Sinal-Ruído (SNR). Geralmente ela é expressa na unidade de medida Decibéis (dB). Quando um sinal tem uma SNR de 100 dB, significa que a potência do sinal é 100 dB maior que a potência do ruído [24] [25] [26].

Se uma pessoa está em um local muito barulhento, e este local gera 50 dB de ruído, e esta pessoa decide falar com alguém, e o sinal da sua voz possui 30 dB, esse alguém não será capaz de ouvir a informação gerada pela voz, porque a voz de quem está falando é dominada pelo ruído do local barulhento. Então, para que a voz não seja dominada pelo ruído, a pessoa precisa falar mais alto, com uma potência acima de 50 dB, que é a potência do ruído [27] [28] [29].

3.2.1 DECIBÉIS

Geralmente quem trabalha com sinais faz a medição dos mesmos na unidade de decibéis ao invés de unidades lineares. Devido ao fato de quando se trabalha com unidades lineares, as grandezas altas são representadas por muitos zeros ou notação científica, prefere-se utilizar os decibéis. Por outro lado, decibéis dependem de logaritmos, porém as unidades de dB facilitam os cálculos, permitindo números mais compactos. Um dispositivo que possui uma SNR de 100 dB, significa que o sinal é 10 bilhões de vezes mais forte que o ruído. Trabalhar com 100 dB é mais fácil que 10 bilhões. A unidade decibéis então, diminui números muito grandes e aumenta números muito pequenos da escala linear [27] [28] [29].

Para realizar o cálculo da SNR, necessita-se dos valores medidos do sinal principal, S, e do ruído, N. A SNR em dB pode ser expressa pelas seguintes equações abaixo:

- Para um sinal de potência:

$$SNR_{dB} = 10\log\left(\frac{S}{N}\right) \quad (3.1)$$

- Para um sinal de tensão:

$$SNR_{dB} = 20\log\left(\frac{S}{N}\right) \quad (3.2)$$

Quanto maior a SNR, maior é o sinal desejado em relação a potência do ruído, garantindo uma melhor qualidade sobre o sinal. Contudo, uma SNR negativa, significa que a potência do ruído é maior do que a do sinal desejado, isto é um problema, pois o ruído domina o sinal.

3.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Contextualizando o tema deste trabalho, é possível observar na literatura alguns trabalhos que implementaram técnicas de interpolação diferentes da utilizada comumente nos sistemas atuais.

O *ARC-Shaped fractional order-hold* é uma técnica de interpolação desenvolvida para melhorar a aproximação de um sinal contínuo, depois de ser amostrado. Este novo tipo de interpolação é superior ao ZOH e FOH. Além disso, um interpolador automático foi implementado para se tomar a melhor decisão de qual técnica de interpolação deve ser utilizada. Os resultados para a implementação destas novas técnicas foram satisfatórios garantindo precisão mesmo em um período de amostragem grande [18].

Em um sistema de espectroscopia nuclear, a redução do processamento, velocidade, economia de recursos e filtros digitais são parâmetros que podem ser otimizados para se ter melhorias. Com o intuito de ser ter o menor hardware possível e reduzir dissipação de energia e consequentemente o alto processamento deste sistema, foram implementadas várias técnicas, onde uma delas foi a aplicação do FOH para a reconstrução de um filtro digital do tipo trapezoidal [19].

Uma comparação entre o ZOH e FOH como *Input-Delay* em sistemas não lineares foi realizada e verificou-se que para diferentes sinais de entrada, tanto o FOH quanto o ZOH mostraram vantagens e desvantagens, assim, o desempenho de um em relação ao outro depende do sinal de entrada [20]. Uma outra implementação para o FOH, foi em um projeto da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) em que o *First Order-Hold* foi aplicado para a simulação de uma aeronave [21].

3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi abordado neste capítulo a metodologia adotada para o desenvolvimento deste trabalho, comentando sobre as etapas de simulação e análise da relação sinal-ruído. No próximo capítulo será apresentado os resultados e discussões deste trabalho.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, os resultados para todos os cenários de análise descritos no capítulo anterior serão mostrados. Assim, a análise de desempenho dos interpoladores de ordem elevada em sinais de áudio será discutida em termos de SNR.

4.1 RECONSTRUÇÃO DE SINAIS DE ÁUDIO

Para realizar a reconstrução de sinais de áudio, os mesmos foram gerados no MATLAB® através da ferramenta *simulink* e com uma frequência de amostragem de 200.000 Hz. Posteriormente, considerando que o sinal gerado pelo *simulink* é uma boa aproximação de um sinal analógico, esse sinal foi subamostrado e reconstruído com diferentes tipos de interpolações. Uma análise em termos de relação sinal-ruído foi feita variando parâmetros como, frequência de amostragem e ordem de interpolação para diferentes sinais de áudio.

A Figura 24 ilustra a SNR de um sinal de voz, as Figuras 25 e 26 ilustram a SNR de um sinal de uma música de rock e um sinal de uma música clássica, respectivamente. As especificações destes sinais são dadas no Quadro 2.

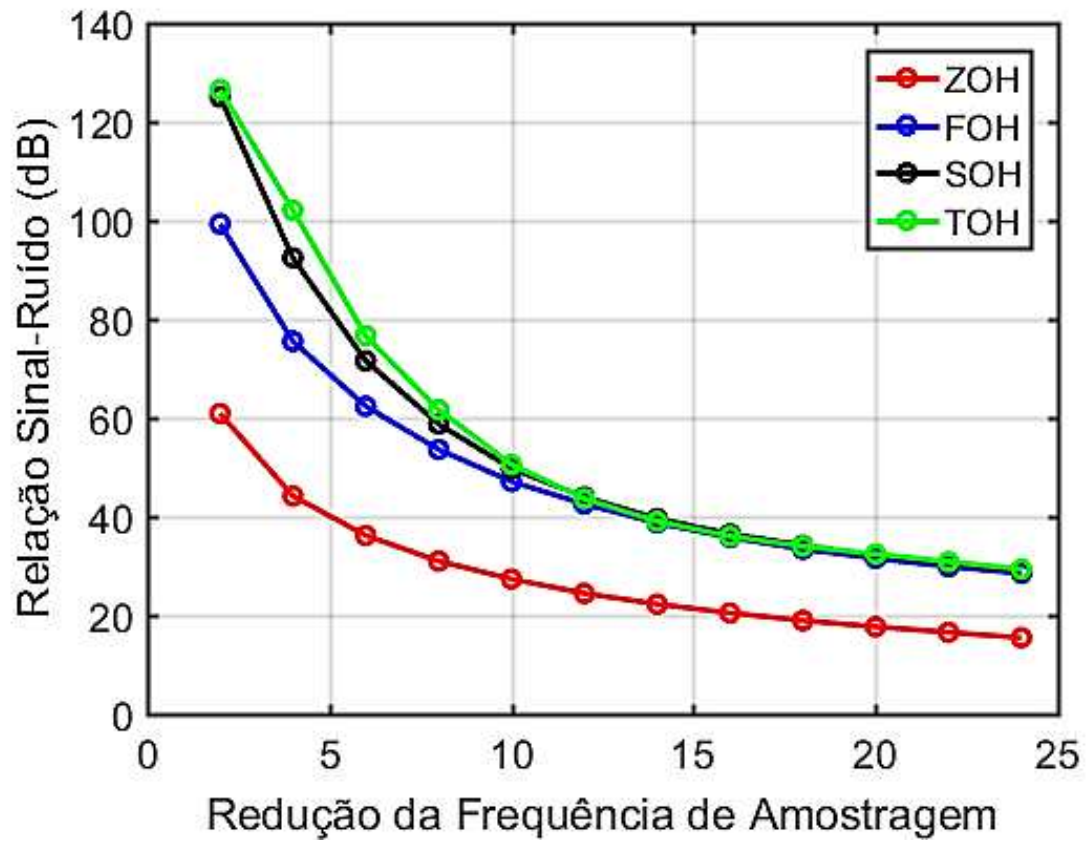
Quadro 2 - Especificações dos sinais.

Especificações	Sinal de voz	Sinal de rock	Sinal clássica
Duração	5 segundos	5 segundos	5 segundos
Formato	WAV	WAV	WAV
Tamanho	1,90 MB	1,90 MB	1,90 MB
Frequência de amostragem	200.000 Hz	200.000 Hz	200.000 Hz
Número de bits	16	16	16

Fonte: Próprio autor.

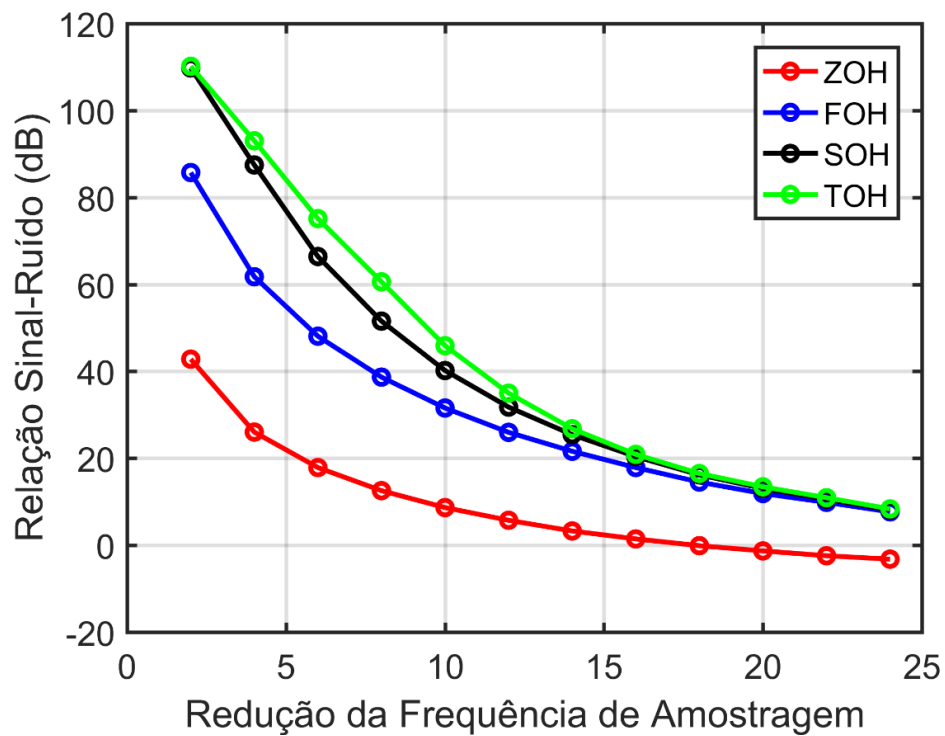
Os três sinais foram reconstruídos com interpolação polinomial variando a ordem de zero até três, assim, verificou-se como a relação sinal-ruído se comporta quando a frequência de amostragem é reduzida para as interpolações ZOH, FOH, SOH e TOH.

Figura 24 - SNR de um sinal de voz em função da redução da frequência de amostragem.



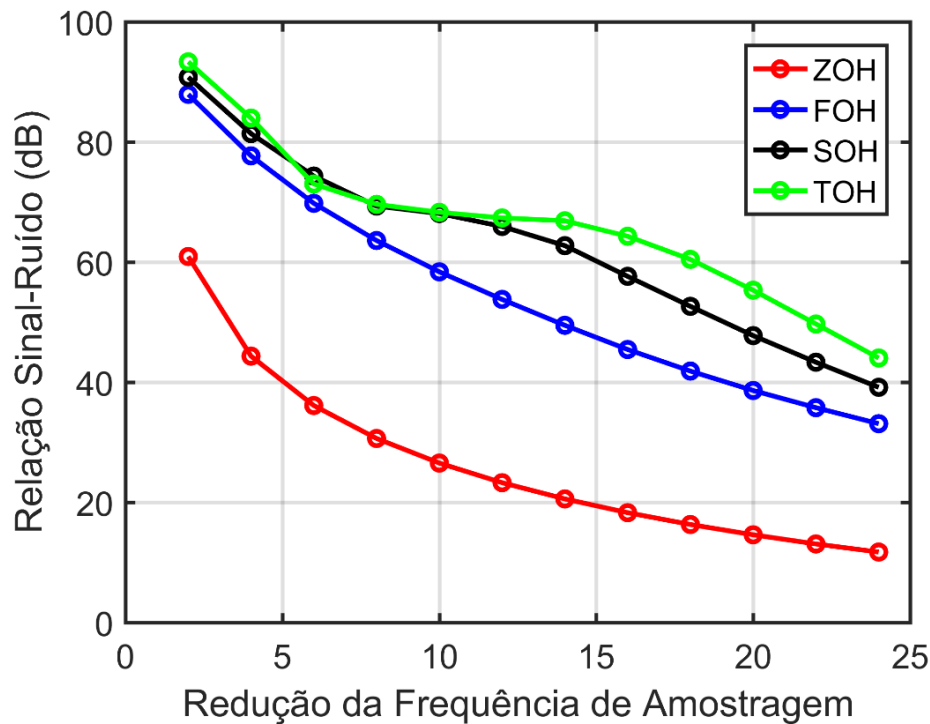
Fonte: Próprio autor.

Figura 25 - SNR de um sinal de música de rock em função da redução da frequência de amostragem.



Fonte: Próprio autor.

Figura 26 - SNR de um sinal de música clássica em função da redução da frequência de amostragem.



Fonte: Próprio autor.

Os resultados obtidos para a reconstrução de sinais de áudio utilizando diferentes tipos de interpolações foram satisfatórios. Percebe-se que para cada sinal reconstruído obteve-se um resultado diferente, porém para ambos, quanto maior a ordem de interpolação, maior foi a relação sinal-ruído quando a frequência de amostragem é reduzida. Vale ressaltar que existe um limiar para redução da frequência de amostragem em que o ganho de SNR é praticamente zero quando se eleva a ordem de interpolação.

Na Figura 24, pode-se reduzir a frequência de amostragem 6 vezes utilizando o FOH obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 33,3 kHz com FOH que 100 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 3. Ainda na Figura 24 para o SOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 8 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 25 kHz com SOH que 100 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 4. De modo análogo, para o TOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 8 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma

qualidade em termos de SNR quando amostrado em 25 kHz com TOH que 100 kHz com ZOH. Nesse caso, não houve ganho de SNR do SOH para o TOH.

Analisando a Figura 25, pode-se reduzir a frequência de amostragem 6 vezes utilizando o FOH obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 33,3 kHz com FOH que 100 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 3. Já para o SOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 8 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 25 kHz com SOH que 100 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 4. De modo análogo, para o TOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 10 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 20 kHz com TOH que 100 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 5.

Por último, na Figura 26 pode-se reduzir a frequência de amostragem 10 vezes utilizando o FOH obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 20 kHz com FOH que 100 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 5. Já para o SOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 16 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 12,5 kHz com SOH que 100 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 8. De modo análogo, para o TOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 20 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 10 kHz com TOH que 100 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 10.

O ganho de SNR com o aumento da ordem de interpolação foi o maior para o sinal de música clássica, seguido do sinal de música de rock e por fim o sinal de voz. Interpreta-se que o sinal de música clássica possui um conteúdo espectral menos elevado do que os outros sinais, e assim uma variação menor entre suas amostras, tornando mais fácil de se realizar a

interpolação correta entre suas amostras, já para sinais que possuem um conteúdo espectral mais elevado surge uma maior dificuldade de interpolar corretamente suas amostras. Percebeu-se também que o tempo de simulação aumenta quando a ordem de interpolação é elevada. Ou seja, o processamento cresce para interpolações mais altas, sendo um ponto negativo em questão.

4.1.1 ÁUDIOS FLAC

Uma outra análise foi feita com dois áudios no formato flac. São áudios de alta qualidade com uma frequência de amostragem superior à de 200.000 kHz. O Quadro 3 mostra as especificações dos áudios utilizados.

Quadro 3 - Especificações dos áudios flac.

Especificações	Áudio 1	Áudio 2
Duração	5 segundos	5 segundos
Formato	FLAC	FLAC
Tamanho	2,23 MB	3,38 MB
Frequência de amostragem	352.000 Hz	352.000 Hz
Número de bits	16	16

Fonte: Próprio autor.

A Figura 27 ilustra a SNR do áudio 1, a Figura 28 ilustra a SNR do áudio 2. Os dois sinais foram reconstruídos com interpolação polinomial variando a ordem de zero até três, assim, verificou-se como a relação sinal-ruído se comporta quando a frequência de amostragem é reduzida para as interpolações ZOH, FOH, SOH e TOH.

Figura 27 - SNR do áudio 1 em função da redução da frequência de amostragem.

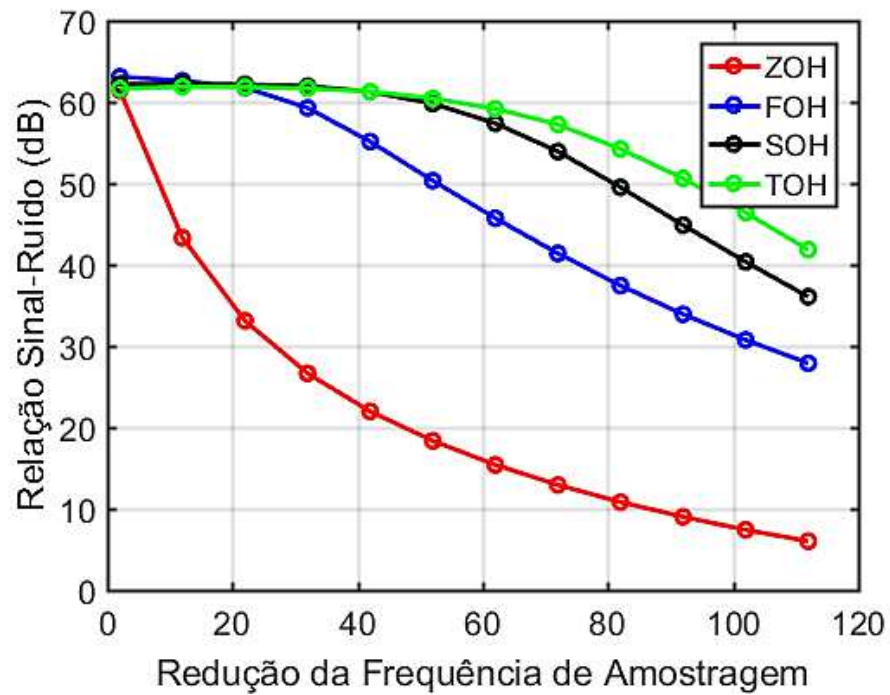
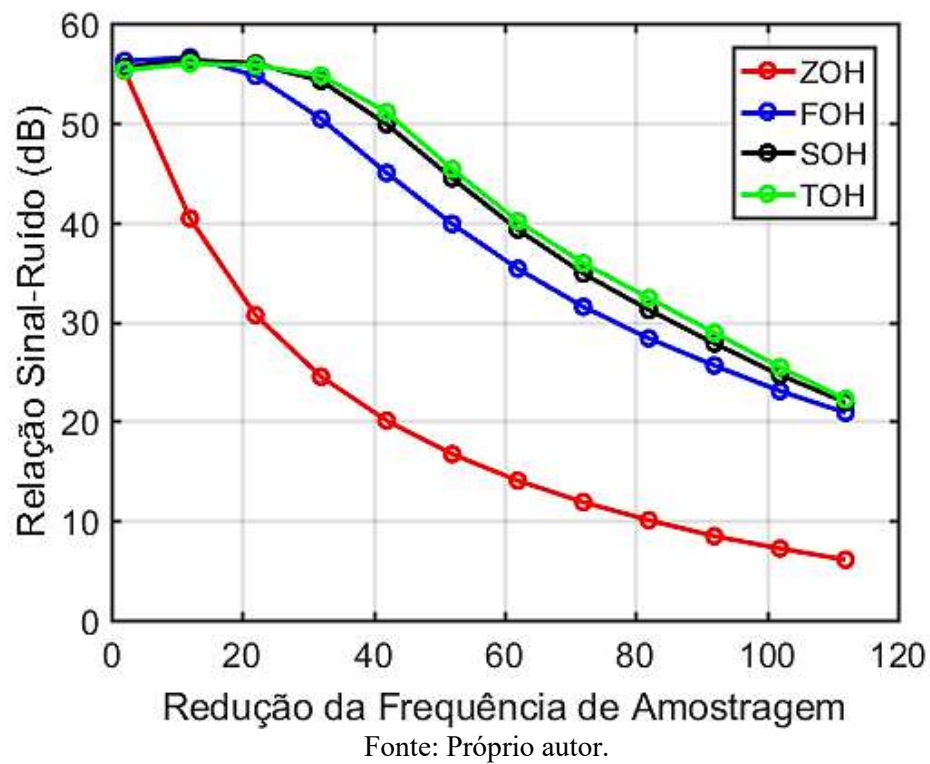


Figura 28 - SNR do áudio 2 em função da redução da frequência de amostragem.



Para os áudios flac, como a frequência de amostragem foi superior a 200.000 Hz é possível reduzir mais ainda a frequência de amostragem quando comparado com a redução da frequência de amostragem dos sinais especificados no Quadro 2.

Na Figura 27, pode-se reduzir a frequência de amostragem 30 vezes utilizando o FOH obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 11,7 kHz com FOH que 176 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 15. Ainda na Figura 27 para o SOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 50 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 7 kHz com SOH que 176 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 25. De modo análogo, para o TOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 62 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 5,6 kHz com TOH que 176 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 31.

Na Figura 28, pode-se reduzir a frequência de amostragem 22 vezes utilizando o FOH obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 16 kHz com FOH que 176 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 11. Ainda na Figura 28 para o SOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 30 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 11,7 kHz com SOH que 176 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 15. De modo análogo, para o TOH pode-se reduzir a frequência de amostragem 36 vezes obtendo a mesma SNR que o ZOH quando a frequência de amostragem foi reduzida 2 vezes. Ou seja, o sinal apresenta a mesma qualidade em termos de SNR quando amostrado em 9,7 kHz com TOH que 176 kHz com ZOH. Nesse caso, o número de pontos (e consequentemente o tamanho do arquivo) diminuiria por 18.

4.2 CONCLUSÃO E ESTUDOS FUTUROS

Tomando como base a proposta deste trabalho é possível afirmar que a reconstrução de sinais com interpoladores de ordem elevada consegue manter a qualidade dos sinais em termos de SNR quando se diminui a frequência de amostragem. Contudo, deve-se levar em conta um certo limiar tanto para a redução de frequência de amostragem quanto para ordem de interpolação. Limiar este que depende das características do sinal a ser reconstruído.

O trabalho proposto foi concluído com resultados satisfatórios, portanto, ainda há muito a se fazer para melhorar, e com os resultados obtidos é possível seguir diferentes caminhos em busca de otimizar os resultados.

Este trabalho foi realizado analisando simulações no domínio do tempo, uma possível melhoria seria fazer uma análise no domínio da frequência relacionando os resultados obtidos. Por fim, há também a possibilidade de implementar os interpoladores de ordem elevada em *hardware* e analisar o que acontece na prática quando se reconstrói diferentes tipos de sinais com uma frequência de amostragem reduzida e ordem de interpolação maior.

REFERÊNCIAS

- [1] R. T. Higuti e C. Kitano, “Microsoft Word - Sinais e Sistemas,” Julho 2003. [Online]. Available: https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/optoeletronica/sinais_e_sistemas.pdf. [Acesso em Abril 20 2019].
- [2] F. CARNEIRO, “Sistema de comunicação e os seus 7 blocos fundamentais,” 25 12 2018. [Online]. Available: <https://eletronicaqui.com/2016/05/sistema-de-comunicacao/>. [Acesso em 20 Abril 2019].
- [3] A. V. d. Brito, “1.5. Sistemas Analógicos x Sistemas Digitais,” [Online]. Available: <http://producao.virtual.ufpb.br/books/edusantana/old-arq/livro/livro.chunked/ch01s05.html>. [Acesso em 20 Abril 2019].
- [4] A. S. d. I. Vega, “apostila_teo_dsp,” Abril 2019. [Online]. Available: http://www.telecom.uff.br/~delavega/public/DSP/apostila_teo_dsp.pdf. [Acesso em 23 Abril 2019].
- [5] A. V. Oppenheim e A. S. Willsky, “Amostragem,” em *Sinais e Sistemas*, PEARSON, 2010, p. 592.
- [6] R. Wang, “Reconstruction of Signal by Interpolation,” 31 10 2003. [Online]. Available: http://fourier.eng.hmc.edu/e101/lectures/Sampling_theorem/node3.html. [Acesso em 24 Abril 2019].
- [7] Mathworks, “Products,” Mathworks, [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>. [Acesso em 01 Junho 2019].
- [8] Cypress, “FM4 Family Quick Start Guide,” Cypress, 2017. [Online]. Available: SK-FM4-176L-S6E2CC FM4 Family Quick Start Guide. [Acesso em 11 Maio 2019].
- [9] L. Montera, “Microsoft PowerPoint - Interpolacao_alunos,” Faculdade de Computação – Facom/UFMS, [Online]. Available: http://www.facom.ufms.br/~montera/Interpolacao_alunos.pdf. [Acesso em 21 Maio 2019].
- [10] R. Gouveia, “Polinômios,” Toda Matéria, [Online]. Available: <https://www.todamateria.com.br/polinomios/>. [Acesso em 17 Maio 2019].

- [11] M. SIMÕES, “Polinômios infinitos com números hiper-reais,” 8 Agosto 2016. [Online]. Available: <https://imaginariopuro.wordpress.com/2016/08/08/polinomios-infinitos-com-numeros-hiper-reais/>. [Acesso em 15 Maio 2019].
- [12] A. Cherri, A. Vianna, A. Balbo e E. Baptista, “CAPÍTULO III – INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL,” [Online]. Available: <http://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf>. [Acesso em 21 Maio 2019].
- [13] T. Vieira, “Aula1.2.key,” Universidade Federal de Alagoas, 2014. [Online]. Available: <http://www.im.ufal.br/professor/thales/icg/Aula1.2.pdf>. [Acesso em 18 Maio 2019].
- [14] S.M.Deckmann e J. Pomilio, “7º Aula: Análise de Sinais no Domínio da Frequência,” [Online]. Available: <http://www.dsce.fee.unicamp.br/~antenor/pdf/files/qualidade/b3.pdf>. [Acesso em 20 Maio 2019]. 13
- [15] M. L. Defendi, M. O. Bento e F. Ferreira, “TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA,” UNICAMP, 2016. [Online]. Available: <https://www.ime.unicamp.br/~ftorres/ENSINO/MONOGRAFIAS/Maria2.pdf>. [Acesso em 14 Maio 2019].
- [16] Z. Zhang e K. T. C. , “Second Order Hold Based Discretization Method of Input Time-delay,” 2007.
- [17] P. D. S. Pilling, “Microsoft Word - 05_Capt4_Interpolacao numerica.doc,” Faculdade de Engenharia, Arquiteturas e Urbanismo, [Online]. Available: https://www1.univap.br/spilling/CN/CN_Capt4.pdf. [Acesso em 13 Maio 2019].
- [18] M. Babazadeh, J. G. e . W. L. , A new practical ARC-Shaped fractional order hold, 2015.
- [19] A. Geraci, A. Di Odoardo, S. Riboldi e G. Ripamonti, Adaptive Digital Spectroscopy in Programmable Logic, 2000.
- [20] Z. Zhang e K. T. C. , “Comparison between First Order Hold with Zero Order Hold in Discretization of Input-delay Nonlinear Systems,” 2007.
- [21] W. B. Cleaveland, A. R. Center e M. Field, “FIRST-ORDER-HOLD INTERPOLATION DIGITAL-TO-ANALOG CONVERTER WITH APPLICATION TO AIRCRAFT SIMULATION,” 1976.

- [22] E. Embarcados, “Sistema Embarcado - O que é? Qual a sua importância?,” Embarcados, 16 Setembro 2013. [Online]. Available: <https://www.embarcados.com.br/sistema-embarcado/>. [Acesso em 11 Maio 2019].
- [23] Elprocus, “Embedded System and Applications” [Online]. Available: <https://www.elprocus.com/basics-of-embedded-system-and-applications/>. [Acesso em 30 Maio 2019].
- [24] Wikipedia, “Signal-to-noise ratio,” [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Signal-to-noise_ratio. [Acesso em 30 Maio 2019].
- [25] R. Blog, “What is signal-to-noise ratio?,” [Online]. Available: <http://www.rode.com/blog/all/what-is-signal-to-noise-ratio>. [Acesso em 30 Maio 2019].
- [26] R. d. c. computador, “O que é o SNR em Placas de Som,” [Online]. Available: <http://ptcomputador.com/Ferragens/ram-cards-motherboards/56582.html>. [Acesso em 01 Junho 2019].
- [27] A. Cunha, “Embarcados,” 27 Janeiro 2016. [Online]. Available: <https://www.embarcados.com.br/o-que-e-decibel/>. [Acesso em 01 Junho 2019].
- [28] Superinteressante, “Qual a diferença entre frequência e decibéis?,” Superinteressante, 4 Julho 2018. [Online]. Available: <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/qual-a-diferenca-entre-frequencia-e-decibeis/>. [Acesso em 01 Junho 2019].
- [29] Cisco, “Signal-to-Noise Ratio (SNR) and Wireless Signal Strength,” Cisco, [Online]. Available: [https://documentation.meraki.com/MR/WiFi_Basics_and_Best_Practices/Signal-to-Noise_Ratio_\(SNR\)_and_Wireless_Signal_Strength](https://documentation.meraki.com/MR/WiFi_Basics_and_Best_Practices/Signal-to-Noise_Ratio_(SNR)_and_Wireless_Signal_Strength). [Acesso em 27 Maio 2019].