

RICARDO DE VASCONCELOS SALVO

**EFEITOS DE MODELOS SUBMALHA EM
ESCOAMENTOS EM CICLONES**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2009

RICARDO DE VASCONCELOS SALVO

**EFEITOS DE MODELOS SUBMALHA EM ESCOAMENTOS EM
CICLONES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Mecânica dos Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

Co-orientador: Dr. Francisco José de Souza

UBERLÂNDIA – MG

2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

- S186e Salvo, Ricardo de Vasconcelos, 1982-
Efeitos de modelos submalha em escoamentos em ciclones /
Ricardo de Vasconcelos Salvo. - 2009.
162 p. : il.
- Orientador: Aristeu da Silveira Neto.
Co-orientador: Francisco José de Souza.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
- Inclui bibliografia.
1. Dinâmica dos fluídos - Teses. 2. Ciclones - Teses. 3. Escoamento - Teses. I. Silveira Neto, Aristeu da, 1955- .II. Souza, Francisco José de, 1973- . III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 532.51

***Ao meu pai Valdir Antônio Salvo e a minha mãe Rosa Maria de
Vasconcelos Salvo, à minha noiva Caroline e ao meu irmão
Rodrigo pelo apoio incondicional.***

AGRADECIMENTOS

A Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar este curso.

Aos grandes amigos, Felipe Pamplona Mariano, João Marcelo Vedovoto, Leonardo Queiroz Moreira, Sigeo Kitatani Jr. e Tiago de Assis Silva, pelas varias discussões e pelo apoio.

Ao Professor Dr. Elie Luis Martínez Padilla por todo apoio.

E em especial ao Professor Dr. Aristeu da Silveira Neto e ao Dr. Francisco José de Sousa pela valiosa orientação e toda ajuda e compreensão nos momentos difíceis.

A FAPEMIG pelo suporte financeiro.

Salvo, R. V. **Efeitos de Modelos Submalha em Escoamentos em Ciclones**. 2009. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

Foi realizada uma simulação de grandes escalas (LES) do escoamento turbulento em um ciclone a gás de fundo chato. O fluido escolhido possui as propriedades físicas do ar, sendo que a fase particulada não foi considerada neste trabalho, desta forma o duto de *underflow* também não foi considerado, ou seja, o ciclone simulado possui somente um orifício de saída (*overflow*) e um de entrada. O código computacional utilizado está sendo desenvolvido de tal forma a se tornar uma ferramenta dedicada à simulação do escoamento em ciclones e hidrociclones; sendo que o mesmo utiliza a técnica de volumes finitos, com o algoritmo SIMPLE para o acoplamento pressão velocidade, em uma malha computacional tri-dimensional não estruturada. Utiliza também os modelos de turbulência de Smagorinsky, em conjunto com a função de amortecimento de Van Driest, e o modelo RNG de Yakhot. As simulações foram realizadas a um número de Reynolds moderado (Re igual a 15.000), sendo que os resultados para os perfis de velocidade tangenciais e axiais médios, assim como os perfis tangenciais e axiais RMS foram comparados com dados experimentais, mostrando boa concordância com os mesmos. A simulação foi realizada em um computador pessoal, em tempo razoável, sugerindo que a aplicação desta metodologia precisa possa ser feita em um ambiente industrial para o projeto e a otimização de ciclones.

Salvo, R. V. **Efeitos de Modelos Submalha em Escoamentos em Ciclones**. 2009. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Abstract

A Large-Eddy Simulation (LES) of a single-phase turbulent flow in flat bottom model cyclone geometry was performed. The chosen fluid has the physical properties of air, and the particulate phase was not considered in this work, so the underflow duct was not considered idem, which means that the simulated cyclone has only one output (the overflow duct). The computational code utilized is a dedicated type of code which incorporates the finite volume method using SIMPLE algorithm for the pressure velocity coupling on unstructured three-dimensional computational grid. The standard Smagorinsky sub-grid scale model, including Van Driest wall damping function, and Yakhot's RNG sub-grid model were applied. The Simulation was performed at a moderated Reynolds number, and the results for average axial and tangential velocities as well as RMS velocities in these directions show consistent agreement when compared with experimental ones. The LES simulation was run on a PC on a reasonable time frame, suggesting that the application of this accurate methodology is affordable in an industry environment for designing and optimizing cyclones.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: PRIMEIRA PATENTE DE UM CICLONE, 1885. FONTE HOFFMANN E STEIN (2008), P.2.	7
FIGURA 2: ESQUEMA DE UM CICLONE TÍPICO, COM DUTO DE ENTRADA CIRCULAR (FONTE: (A) FARR AIR POLLUTION CONTROL WEB SITE; (B) SOUZA, 2003, P. 9).....	8
FIGURA 3: ESQUEMATIZAÇÃO DO ESCOAMENTO EM UM HIDROCICLONE (ADAPTADO DE: CULLIVAN ET AL., 2003, P. 455).	10
FIGURA 4: DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADE AXIAL EM DIFERENTES POSIÇÕES VERTICAIS DENTRO DE UM CICLONE. ADAPTADA DE SLACK ET AL. (2000).....	11
FIGURA 5: LINHA DE VELOCIDADE AXIAL NULA E ESCOAMENTO DE CURTO-CIRCUITO EM UM HIDROCICLONE (COM A PRESENÇA DE AIR CORE). ADAPTADA DE SVAROVSKY (1981).	12
FIGURA 6: (A): DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADE TANGENCIAL EM DIFERENTES POSIÇÕES VERTICAIS DENTRO DE UM CICLONE. PERFIS OBTIDOS COM O MODELO DE TURBULENCIA RSM (REYNOLDS STRESS MODEL). ADAPTADA DE BHASKAR ET AL, 2007. (B): DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADE TANGENCIAL EM DIFERENTES POSIÇÕES VERTICAIS DENTRO DO CICLONE. ADAPTADA DE SLACK ET AL. (2000).....	13
FIGURA 7: (A) ESQUEMA MOSTRANDO O COMPRIMENTO NATURAL DO VÓRTICE, O FIM DO VÓRTICE E O VÓRTICE PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO. ADAPTADO DE HOFFMANN E STEIN (2008). (B) FIM DO NÚCLEO DE AR TOCANDO A PAREDE. ADAPTADO DE PENG ET AL. (2005).....	16
FIGURA 8: VORTEX BREAKDOWN EM ESPIRAL (FONTE: HTTP://SERVE.ME.NUS.EDU.SG/LIMTT/VORTEX_BREAKDOWN_2.JPG).....	17
FIGURA 9: ESCOAMENTO DE CURTO-CIRCUITO E RECIRCULAÇÃO SECUNDÁRIA EM UM CICLONE. ADAPTADA DE DLAMINI, POWELL E MEYER (2005).	18
FIGURA 10: FUNÇÃO $F_1 \times Y/\Delta$ PARA DIFERENTES PERFIS DE VELOCIDADE. (FONTE: MENTER, 1992, P. 6).....	50
FIGURA 11: ESPECTRO DE ENERGIA CINÉTICA TURBULENTE, COMPARAÇÃO ENTRE LES E DNS. ADAPTADO DE SILVEIRA-NETO (2002).	55
FIGURA 12: ESPECTRO DE ENERGIA CINÉTICA TURBULENTE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DE ONDA, DIVISÃO ENTRE AS GRANDES E PEQUENAS ESCALAS. ADAPTADO DE SOUZA (2003).....	59
FIGURA 13: ESPECTRO DE ENERGIA, DUPLO PROCESSO DE FILTRAGEM	61
FIGURA 14: VOLUME DE CONTROLE BIDIMENSIONAL TÍPICO E A NOTAÇÃO UTILIZADA. FONTE FERZIGER (2002), P. 231.....	81
FIGURA 15: APROXIMAÇÃO DOS GRADIENTES NAS FACES DAS CÉLULAS. FONTE FERZIGER (2002), P. 235.....	85
FIGURA 16: UMA FORMA ALTERNATIVA DE SE CALCULAR OS VALORES DAS VARIÁVEIS E DE SEUS GRADIENTES NAS FACES DA CÉLULA. FONTE FERZIGER (2002), P. 237	88

FIGURA 17: CALCULO DE VETORES SUPERFÍCIE E DO VOLUME DAS CÉLULAS PARA VOLUMES DE CONTROLE ARBITRÁRIOS. FONTE, FERZIGER (2002), P. 240	92
FIGURA 18: DEFINIÇÃO DE V.Cs HEXAÉDRICOS POR UMA LISTA DE OITO VÉRTICES. FONTE FERZIGER (2002), P. 245.....	94
FIGURA 19: GEOMETRIA E SISTEMA DE COORDENADAS UTILIZADAS NAS SIMULAÇÕES.	103
FIGURA 20: MALHAS COMPUTACIONAIS UTILIZADAS. (A) MALHA CONTENDO 100.000 ELEMENTOS, (B) MALHA CONTENDO 180.000 ELEMENTOS.....	104
FIGURA 21: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A, C) E AXIAIS (B, D) MÉDIAS PARA DIFERENTES VALORES DA CONSTANTE DE SMAGORINSKY, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 0,89$ E $1,39$	106
FIGURA 22: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A, C) E AXIAIS (B, D) MÉDIAS PARA DIFERENTES VALORES DA CONSTANTE DE SMAGORINSKY, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 1,89$ E $2,39$	107
FIGURA 23: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A, C) E AXIAIS (B, D) RMS PARA DIFERENTES VALORES DA CONSTANTE DE SMAGORINSKY, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 0,89$ E $1,39$	108
FIGURA 24: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A, C) E AXIAIS (B, D) RMS PARA DIFERENTES VALORES DA CONSTANTE DE SMAGORINSKY, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 1,89$ E $2,39$	109
FIGURA 25: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A, C) E AXIAIS (B, D) RMS PARA DIFERENTES RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 0,89, 1,39$	110
FIGURA 26: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A, C) E AXIAIS (B, D) RMS PARA DIFERENTES RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 1,89$ E $2,39$	111
FIGURA 27: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS MÉDIAS (A, C) E RMS (B, D) PARA DIFERENTES PASSOS DE TEMPO, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 0,89, 1,39$	112
FIGURA 28: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS MÉDIAS (A, C) E RMS (B, D) PARA DIFERENTES PASSOS DE TEMPO, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 1,89$ E $2,39$	113
FIGURA 29: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES AXIAIS MÉDIAS (A, C) E RMS (B, D) PARA DIFERENTES PASSOS DE TEMPO, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 0,89, 1,39$	114
FIGURA 30: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES AXIAIS MÉDIAS (A, C) E RMS (B, D) PARA DIFERENTES PASSOS DE TEMPO, DO TOPO PARA BAIXO $Z/D = 1,89$ E $2,39$	115
FIGURA 31: POSIÇÃO DOS DIVERSOS PLANOS ANALISADOS EM RELAÇÃO AO SISTEMA DE EIXOS ADOTADO.	116
FIGURA 32: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 0,39$	117

FIGURA 33: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 0,39$.	117
FIGURA 34: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL EM (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO EM (PA) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 0,39$.	118
FIGURA 35: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (M^2/S) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 0,39$.	118
FIGURA 36: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 0,89$.	120
FIGURA 37: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 0,89$.	121
FIGURA 38: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL EM (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO EM (PA) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 0,89$.	121
FIGURA 39: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (M^2/S) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 0,89$.	122
FIGURA 40: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 1,39$.	123
FIGURA 41: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 1,39$.	124
FIGURA 42: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO (PA) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 1,39$.	124
FIGURA 43: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (M^2/S) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 1,39$.	125
FIGURA 44: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 1,89$.	126
FIGURA 45: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 1,89$.	127

FIGURA 46: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO (PA) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 1,89$	127
FIGURA 47: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (M^2/S) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 1,89$	127
FIGURA 48: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 2,39$	128
FIGURA 49: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 2,39$	129
FIGURA 50: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO (PA) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 2,39$	129
FIGURA 51: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (M^2/S) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 2,39$	130
FIGURA 52: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 2,89$	131
FIGURA 53: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 2,89$	132
FIGURA 54: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO (PA) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 2,89$	132
FIGURA 55: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (M^2/S) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 2,89$	133
FIGURA 56: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 3,39$	134
FIGURA 57: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 3,39$	135
FIGURA 58: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO (PA) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 3,39$	135

FIGURA 59: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (m^2/s) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 3,39$.	136
FIGURA 60: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 3,89$.	136
FIGURA 61: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 3,89$.	137
FIGURA 62: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO (Pa) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 3,89$.	138
FIGURA 63: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (m^2/s) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 3,89$.	138
FIGURA 64: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 4,39$.	139
FIGURA 65: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 4,39$.	140
FIGURA 66: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO (Pa) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 4,39$.	140
FIGURA 67: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (m^2/s) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 4,39$.	141
FIGURA 68: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) MÉDIAS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 4,89$.	141
FIGURA 69: PERFIS RADIAIS DAS VELOCIDADES TANGENCIAIS (A) E AXIAIS (B) RMS PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 4,89$.	142
FIGURA 70: PERFIS RADIAIS DA VELOCIDADE RADIAL (M/S) (A) E DA QUEDA DE PRESSÃO (Pa) (B) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 4,89$.	142
FIGURA 71: PERFIS RADIAIS DA VISCOSIDADE EFETIVA (m^2/s) PARA OS MODELOS DE SMAGORINSKY E YAKHOT NAS MALHAS DE 100.000 E 180.000 ELEMENTOS EM $Z/D = 4,89$.	143

FIGURA 72: PLANO $Y = 0$, MODELO DE YAKHOT COM MALHA DE 180.000 ELEMENTOS: A) PERFIS DE VELOCIDADE TANGENCIAL (M/S), B) PERFIS DE VELOCIDADE AXIAL (M/S), C) PERFIS DE PRESSÃO (PA).....	144
FIGURA 73: ESQUEMA MOSTRANDO DOIS ESCOAMENTOS ROTACIONAIS IDEAIS E O COMPORTAMENTO ESPERADO DA VELOCIDADE TANGENCIAL DE UM ESCOAMENTO ROTACIONAL REAL. ADAPTADO DE HOFFMANN E STEIN (2008), P. 26.	144
FIGURA 74: PLANO $Y = 0$, MODELO DE YAKHOT COM MALHA DE 180.000 ELEMENTOS: A) PERFIS DE VISCOSIDADE EFETIVA (M^2/S), B) PERFIS DE ENERGIA CINÉTICA TURBULENTA (M^2/S^2), C) PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL (M/S).	146
FIGURA 75: PLANO $Y = 0$, MODELO DE SMAGORINSKY COM MALHA DE 180.000 ELEMENTOS: A) PERFIS DE VELOCIDADE TANGENCIAL (M/S), B) PERFIS DE VELOCIDADE AXIAL (M/S), C) PERFIS DE PRESSÃO (PA)..	147
FIGURA 76: PLANO $Y = 0$, MODELO DE SMAGORINSKY COM MALHA DE 180.000 ELEMENTOS: A) PERFIS DE VISCOSIDADE EFETIVA (M^2/S), B) PERFIS DE ENERGIA CINÉTICA TURBULENTA (M^2/S^2), C) PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL (M/S).	148
FIGURA 77: VETORES INSTANTÂNEOS DE VELOCIDADE AXIAL (M/S), PLANO $Y=0$, CAMPOS RETIRADOS A CADA 0.1 S	150
FIGURA 78: CAMPOS INSTANTÂNEOS DE PRESSÃO (PA), PLANO $Y=0$, CAMPOS RETIRADOS A CADA 0.1 S.	151
FIGURA 79: ISOVALORES DE VELOCIDADE RADIAL OBTIDOS COM O MODELO DE YAKHOT, MALHA DE 180.000 ELEMENTOS (VERMELHO $V_r = 0.075$, AZUL $V_r = -0.075$ (M/S)).....	152
FIGURA 80: ISOVALORES DE VELOCIDADE RADIAL. (A) CAMPO MÉDIO, MODELO DE YAKHOT, $V_r = 0$; (B) CAMPO INSTANTÂNEO, MODELO DE SMAGORINSKY, $V_r = 0$; (C) CAMPO INSTANTÂNEO, MODELO DE SMAGORINSKY, (AZUL $V_r = -0.75$, VERDE $V_r = 0.075$); (D) CAMPO MÉDIO, MODELO DE YAKHOT, (VERMELHO $V_r = 0.075$, AZUL $V_r = -0.075$ [M/S])	153
FIGURA 81: ISOVALORES DE VELOCIDADE HELICIDADE. CAMPO INSTANTÂNEO OBTIDO COM O MODELO DE SMAGORINSKY E MALHA DE 180.000 ELEMENTOS	153
FIGURA 82: ISOVALORES DE VELOCIDADE RADIAL. (A) CORTE EM $Y=0$ DO CAMPO INSTANTÂNEO OBTIDO COM O MODELO DE YAKHOT, VERDE 0,075 M/S, BRANCO -0,075 M/S. (B) CORTE EM $Y=0$ DO CAMPO MÉDIO OBTIDO COM O MODELO DE SMAGORINSKY, CINZA 0,01 M/S, AZUL -0,01 M/S.	154
FIGURA 83: ISOVALORES DE VELOCIDADE RADIAL. CORTE EM $Y=0$ DOS CAMPOS MÉDIOS OBTIDOS COM O MODELO DE SMAGORINSKY (A) E DE YAKHOT (B), VERMELHO 0,01 M/S, AZUL -0,01 M/S.	155

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: CONFIGURAÇÕES TESTADAS POR KAYA E KARAGÖZ (2008)	33
TABELA 2: RESOLUÇÃO EM DNS E ALGUMAS VARIAÇÕES DE LES. ADAPTADO DE POPE (2003).....	56

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Constante
A^+	Constante
A_p	Coeficiente no volume p
A_l	Coeficiente nos volumes vizinhos
b	Constante
C	Constante RNG
C_μ	Constante
$C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$	Constantes
C_1, C_2	Constante
C_s	Coeficiente de Smagorinsky
C_{ij}	Tensor Cruzado
CFL	Número de Courant-Friedrich-Lewy
C_{DES}	Constante
D	Diâmetro do ciclone
D^k	Destrução da energia cinética turbulenta
$E(k)$	Espectro de energia
F^c	Fluxo convectivo
F^d	Fluxo difusivo
f_{wall}	Força cisalhante na parede
$f(x, t)$	Função
$\bar{f}(x, t)$	Função filtrada
$f'(x, t)$	Função submalha

F_1, F_2	Funções <i>Blending</i>
G	Função filtro
$H(x)$	Função Heaviside
k	Número de onda
k_c	Número de onda de corte
K	Energia cinética turbulenta
L	Escala de comprimento
l_d	Escala de dissipação de Kolmogorov
L_{ij}	Tensor de Leonard
$\tilde{l}$	Escala de comprimento turbulenta
M_{ij}	Tensão de Reynolds de escala submalha
n^+	Distância normal a parede
n, t, s	Direções coordenadas locais
p	Pressão termodinâmica
p'	Flutuação da pressão
p^*	Pressão modificada
P_k	Produção de K
P_ω	Produção de ω
Re	Número de Reynolds
S_{ij}	Tensor taxa de deformação
t	Tempo

$\bar{u}_i$	Componente i da velocidade média ou filtrada
u, v, w	Componentes da velocidade em x,y,z
u'_i	Flutuação da componente i da velocidade
$\overline{\bar{u}_i}$	Componente i da velocidade filtrada duas vezes
U_{in}	Velocidade de entrada

Letras Gregas

A	
$\beta_1, \beta_2, \beta^*$	Constantes
γ_1, γ_2	Constantes
Δ	Comprimento característico da malha
ρ	Densidade
M	Viscosidade dinâmica
ν	Viscosidade cinemática molecular
ν_t	Viscosidade cinemática turbulenta
ν_{eff}	Viscosidade cinemática efetiva
τ_{ij}	Tensão cisalhante
δ_{ij}	Delta de Kronecker
ω	Taxa de dissipação específica
E	Taxa de dissipação

Subscritos

i, j, l	índices tensoriais
E	Face leste
W	Face oeste
S	Face sul
n	Face norte
E	Nó leste
W	Nó oeste
S	Nó sul
N	Nó norte
P	Nó central

Sobrescritos

'	Valor RMS, Flutuação
-	Variável filtrada, valor médio
*	Campo estimado
c	Convectivo
d	Difusivo
m	Contador de iterações externas
n	Tempo atual
expl	Explícito
Impl	Implícito

SUMÁRIO

CAPITULO I: INTRODUÇÃO.	1
1.1: OBJETIVOS.....	4
1.2: TEMÁTICA DA DISSERTAÇÃO.	5
CAPITULO II: CARACTERÍSTICAS DE CICLONES E HIDROCICLONES.	7
2.1: CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS DO ESCOAMENTO NO INTERIOR DE CICLONES.	9
2.2: COMPONENTE AXIAL DA VELOCIDADE.....	10
2.3: COMPONENTE TANGENCIAL DA VELOCIDADE.....	12
2.4: COMPONENTE RADIAL DA VELOCIDADE.....	13
2.5: ALGUNS FENÔMENOS E CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS PRESENTES NO ESCOAMENTO DE CICLONES E HIDROCICLONES.	14
2.5.1: PRECESSING VORTEX CORE.....	14
2.5.2: VORTEX END.	15
2.5.3: VORTEX BREAKDOWN.	17
2.5.4: ESCOAMENTO SECUNDÁRIO EM CICLONES E HIDROCICLONES.....	18
2.6: VORTEX BREAKDOWN.....	19
2.7: FECHAMENTO DO CAPÍTULO II E APRESENTAÇÃO DO CAPÍTULO III.	20
CAPITULO III: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS EM CICLONES E HIDROCICLONES	21
3.1: FECHAMENTO DO CAPÍTULO III E APRESENTAÇÃO DO CAPÍTULO IV.....	36
CAPITULO IV: MODELAGEM DA TURBULÊNCIA.....	37
4.1: EQUAÇÕES MÉDIAS DE REYNOLDS E PROBLEMA DE FECHAMENTO DA TURBULÊNCIA.....	39
4.2: EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES FILTRADAS.	41
4.3: MODELOS DE TURBULÊNCIA.....	42
4.3.1: CONCEITO DE VISCOSIDADE TURBULÊNTA.....	44
4.3.2: O MODELO K- Ω	45
4.3.3: O MODELO K-E.	46
4.3.4: O MODELO SST (SHEAR STRESS TRANSPORT).....	48
4.3.5: O MODELO SST-DES (SHEAR STRESS TRANSPORT-DETACHED EDDY SIMULATION).....	51
4.3.6: MODELO SUB-MALHA DE SMAGORINSKY E MODELO DINÂMICO.....	54
4.4: FECHAMENTO DO CAPÍTULO IV E APRESENTAÇÃO DO CAPÍTULO V.....	66
CAPITULO V: MÉTODOS NUMÉRICOS	67
5.1: COMPONENTES DE UM MÉTODO DE SOLUÇÃO NUMÉRICO.....	67
5.1.1: MODELO MATEMÁTICO.	67

5.1.2:	MÉTODO DE DISCRETIZAÇÃO	67
5.1.3:	MALHA NUMÉRICA.....	68
5.1.4:	MÉTODO DE SOLUÇÃO.	69
5.2:	ABORDAGENS DE DISCRETIZAÇÃO.	69
5.2.1:	MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS.	69
5.2.2:	MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS.	69
5.3:	ESQUEMAS DE INTERPOLAÇÃO.	70
5.3.1:	UPWIND DE PRIMEIRA ORDEM (UDS).	70
5.3.2:	INTERPOLAÇÃO LINEAR (CDS).....	71
5.4:	APROXIMAÇÕES POR DEFERRED CORRECTION.	72
5.5:	MÉTODO IMPLÍCITO PARA AVANÇO TEMPORAL – THREE TIME LEVEL.	73
5.6:	MÉTODOS IMPLÍCITOS PARA CORREÇÃO DA PRESSÃO – MÉTODOS DE PROJEÇÃO.	75
5.7:	VOLUMES FINITOS PARA GEOMETRIAS COMPLEXAS.....	79
5.7.1:	APROXIMAÇÃO DE FLUXOS CONVECTIVOS.....	80
5.7.2:	APROXIMAÇÃO DE FLUXOS DIFUSIVOS.	82
5.7.3:	APROXIMAÇÃO DOS TERMOS FONTE.	90
5.8:	MALHAS TRIDIMENSIONAIS.	91
5.8.1:	MALHAS NÃO ESTRUTURADAS.	93
5.9:	IMPLEMENTAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO.	95
5.9.1:	ENTRADA.....	95
5.9.2:	SAÍDA.....	95
5.9.3:	PAREDES IMPEMEÁVEIS.....	99
5.9.4:	PLANOS DE SIMETRIA.	99
5.9.5:	PRESSÃO ESPECIFICA.	100
5.10:	CÓDIGO COMPUTACIONAL UNSCYFL3D.....	101
5.11:	FECHAMENTO DO CAPÍTULO V E APRESENTAÇÃO DO CAPÍTULO VI.	101
CAPITULO VI:	RESULTADOS	103
6.1:	ESTUDO PRELIMINAR.....	105
6.2:	ANÁLISE FÍSICA DO ESCOAMENTO, EFEITO DO MODELO DE TURBULÊNCIA LES E COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS.....	115
6.2.1:	PERFIS PARA POSIÇÃO 0,039.	116
6.2.2:	PERFIS PARA POSIÇÃO 0,089.	119
6.2.3:	PERFIS PARA POSIÇÃO 0,139.	122
6.2.4:	PERFIS PARA POSIÇÃO 0,189.	125
6.2.5:	PERFIS PARA POSIÇÃO 0,239.	128
6.2.6:	PERFIS PARA POSIÇÃO 0,289.	130
6.2.7:	PERFIS PARA POSIÇÃO 0,339.	133
6.2.8:	PERFIS PARA POSIÇÃO 0,389.	136
6.2.9:	PERFIS PARA POSIÇÃO 0,439.	139

6.2.10: PERFIS PARA POSIÇÃO 0,489.	141
6.3: ANÁLISE FÍSICA DO ESCOAMENTO	143
6.3.1: ANÁLISE PARA OS MODELOS DE YAKHOT E DE SMAGORINSKY (MALHA DE 180.000 ELEMENTOS PARA OS DOIS MODELOS).....	143
6.3.2 ANÁLISE PARA OS CAMPOS INSTANTÂNEOS DE VELOCIDADE E PRESSÃO OBTIDOS COM O MODELO DE SMAGORINSKY.	149
6.3.3: ANÁLISE PARA OS CAMPOS MÉDIOS E INSTANTÂNEOS TRIDIMENSIONAIS DE ISO-VALORES VELOCIDADE E HELICIDADE.	152
CAPITULO VII: CONCLUSÕES	156
CAPITULO VIII: REFERÊNCIAS.....	158

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Muitos processos industriais dependem, direta ou indiretamente, de elementos ligados à mecânica dos fluidos, onde ao considerarmos o escoamento de um fluido podemos definir alguns destes elementos como sendo gradientes de velocidade, pressão, temperatura e de algumas propriedades como, dentre outras, a massa específica. Na indústria petrolífera isto não é diferente, e considerando-se o nível tecnológico envolvido neste ramo específico aliado à competitividade do mercado atual, o estudo de escoamentos em determinadas aplicações se tornou fundamental para qualquer empresa que almeje se destacar neste contexto.

De uma forma geral, pode-se afirmar que na maior parte dos processos em que o escoamento de fluidos é importante, o regime do escoamento em questão é turbulento, e mais de um século de experiência mostrou que o problema da turbulência é notavelmente difícil, e, infelizmente, não existem prospectos de uma teoria fechada. Entretanto, com a utilização de computadores com alto desempenho numérico, cujo poder de cálculo cresce a cada dia, a solução direta das equações de conservação aparece como um caminho promissor para a predição dos escoamentos turbulentos.

As dificuldades envolvidas no estudo de escoamentos turbulentos se devem a algumas características da turbulência, conforme Silveira-Neto (2002): a alta difusividade (o processo de difusão em um escoamento turbulento é aumentado em várias ordens de grandeza quando comparado ao de um escoamento laminar); alta dissipação (quanto mais intensas as flutuações de velocidade, maiores são os gradientes e o cisalhamento local, e, em consequência, maior o efeito de dissipação viscosa); a imprevisibilidade (existe uma altíssima sensibilidade da dinâmica do escoamento em relação às condições iniciais que lhe são impostas); o comportamento rotacional e tridimensional (todos os mecanismos conhecidos sobre o processo de transição à turbulência passam pela geração de vorticidade que é um fenômeno tridimensional); e a turbulência é um fenômeno que possui características aparentemente determinísticas nas grandes escalas (estruturas coerentes, aquelas que mantêm uma forma definida por um tempo superior ao seu tempo característico) e caóticas nas pequenas escalas

(estruturas randômicas). Além disto, em relação às grandes escalas, a escala de tempo de Kolmogorov decresce com $Re^{-1/2}$, e a escala de comprimento de Kolmogorov decresce com $Re^{-3/4}$ (ou seja, existe um número muito grande de escalas de tempo e de comprimento envolvidas). Também em escoamentos limitados por paredes (escoamentos parietais), as estruturas mais energéticas, que são responsáveis pela injeção de energia, possuem a mesma escala que a escala de comprimento viscosa, que é muito pequena quando comparada com a escala fora da região de parede (POPE, 2003).

Embora as características relatadas acima demonstrem que as menores escalas da turbulência são normalmente muito pequenas quando comparadas com as maiores, de forma geral, estas pequenas escalas ainda são muito maiores do que o livre caminho médio molecular, ou seja, a turbulência é um fenômeno contínuo. Desta forma apesar de toda a complexidade envolvida na turbulência, as equações de Navier-Stokes são suficientes para resolver qualquer escoamento turbulento (limitado a um número de Mach aproximadamente igual a 15 ou menor). No entanto estas equações não possuem solução analítica, com exceção de alguns casos onde várias simplificações podem ser feitas, de tal maneira que se torna necessária a utilização de técnicas numéricas para solução das mesmas. Conforme comentado anteriormente, as escalas envolvidas em um escoamento turbulento variam exponencialmente com o número de Reynolds, e como ao se resolver as equações de Navier-Stokes numericamente deve-se assegurar que todas as escalas da turbulência estejam sendo resolvidas, é necessária alta resolução em função do elevado número de graus de liberdade. Este número pode ser de tal ordem que a solução do sistema linear resultante das equações se torne, atualmente, inviável, e sem nenhuma previsão para solução, ao menos em um futuro próximo.

Pope (2003), afirma que cálculos realizados hoje em nível de pesquisa, onde são utilizados os supercomputadores mais poderosos existentes, serão cálculos cotidianos daqui a aproximadamente 40 anos, isto por si só já é um fato que motiva o desenvolvimento de outras metodologias, uma vez que novos problemas assim como novos processos surgem a cada dia e não podem simplesmente esperar o avanço computacional. Isto ainda é agravado ao se lembrar que mesmo nestes casos onde são utilizados supercomputadores não é possível se realizar DNS (**Simulação Numérica Direta**, onde todas as escalas do escoamento são resolvidas) para varias aplicações industriais, simplesmente porque nem mesmo os computadores mais poderosos desenvolvidos até o presente momento possuem capacidade suficiente para tal tarefa.

Uma alternativa à utilização de DNS é a modelagem da turbulência, onde por meio da utilização de modelos de turbulência é possível reduzir consideravelmente o tempo computacional gasto (ou necessário) para simular um determinado escoamento. Dentro deste contexto destacam-se duas alternativas: a metodologia RANS; e a metodologia LES.

Na metodologia, RANS (*Reynolds Average Navier-Stokes Equation*) nenhuma escala da turbulência é calculada, sendo todas modeladas, evitando assim a solução de todas as escalas envolvidas no escoamento. Dessa forma obtêm-se somente os campos médios das variáveis de interesse, o que gera a vantagem de possibilitar a utilização de malhas mais grosseiras e a desvantagem de se perder o campo instantâneo e as informações contidas nele. Ao se utilizar a metodologia LES (*Large Eddy Simulation*), trunca-se o espectro de turbulência, resolvendo-se as maiores escalas e simulando-se as menores. Esta metodologia permite a obtenção do campo instantâneo das variáveis de interesse, uma vez que as grandes escalas são resolvidas e a parte modelada é menor. Como desvantagem existe a necessidade de se utilizar uma malha mais fina.

Um equipamento muito utilizado na indústria, onde a dinâmica do escoamento é fundamental (sendo caracterizada por um alto grau de anisotropia e turbulência), que merece destaque devido a sua importância em vários processos de produção, como por exemplo, processamento mineral, indústria alimentícia, e plantas de FCC (*fluid catalytic cracking*), é o ciclone. Este equipamento, embora aparentemente simples (por não possuir peças móveis) tem tido cada vez mais atenção dos responsáveis pelos processos de produção em grandes empresas. Neste contexto destacam-se empresas petrolíferas, onde a busca pelo aumento, não somente da eficiência (que atualmente pode ser maior que 99 %, em determinadas aplicações (NORILER et al., 2004)), mas também da durabilidade e confiabilidade dos ciclones (evitando-se o desgaste prematuro da estrutura destes equipamentos) tem se intensificado cada vez mais nos últimos anos.

Hoje, estas empresas já contam com o auxílio de modelos de desgaste capazes de fornecer os dados necessários para se evitar, ou minimizar, perdas por paradas não programadas de produção (a ocorrência de uma parada forçada pode gerar milhares de dólares de prejuízo), além de possibilitar o aumento da longevidade do equipamento reduzindo também o número de paradas programadas, que embora sejam menos dispendiosas que uma parada não programada, ainda representam um gasto muito elevado. No entanto, para seu bom funcionamento, estes modelos necessitam dos perfis de velocidade instantâneos próximos às paredes do equipamento, e a obtenção destes perfis é muito complicada, se não impossível

atualmente com técnicas experimentais. Neste contexto, busca-se a obtenção destes dados por meio da simulação numérica do equipamento, realizando o que se chama “experimentação numérica”.

Como este equipamento opera a elevados números de Reynolds, a obtenção de dados confiáveis sobre os perfis de velocidade com a utilização de técnicas numéricas está diretamente relacionada com a utilização correta de modelos de turbulência, diante da impossibilidade de praticar DNS para o problema em questão. Com base em extensivos estudos, sabe-se que modelos baseados em médias de Reynolds e na hipótese de Boussinesq não conseguem prever corretamente escoamentos rotativos muito anisotrópicos, tais como aqueles em ciclones. Como resposta à demanda por resultados precisos do escoamento nestes equipamentos, a metodologia de Simulação de Grandes Escalas (LES) presta-se muito bem como solução de compromisso entre custo computacional e precisão em relação a um procedimento de simulação numérica direta (DNS).

Portanto neste trabalho tem-se como objetivos a implementação e a avaliação de modelos de turbulência submalha em termos de previsão do escoamento turbulento, incompressível e tridimensional em um ciclone de pesquisa. Os modelos de Smagorinsky e Yakhot foram implementados em um código baseado em volumes finitos em malha não-estruturada, capaz de representar fidedignamente os detalhes geométricos de um ciclone. Várias simulações foram executadas de forma a avaliar o efeito de parâmetros como passo de tempo, resíduos das equações e os próprios modelos de turbulência, tomando-se como base perfis experimentais de velocidade do escoamento em investigação. Com a validação do código como ferramenta preditiva, uma análise física do escoamento neste ciclone foi então realizada, como primeira etapa na evolução de uma metodologia numérica de previsão de desgaste em ciclones.

1.1 Objetivos

Os objetivos do presente trabalho consistem na implementação de dois modelos de turbulência, na análise física do escoamento em um ciclone a gás, assim como a influência da modelagem da turbulência nos resultados obtidos nas simulações. Sendo que para que tal análise seja possível, após a implementação dos modelos, inicialmente foi feito um estudo preliminar que consistiu na análise da influência dos seguintes parâmetros nas simulações:

- influência do passo de tempo utilizado;
- influência do critério de convergência utilizado;
- ajuste da constante de Smagorinsky para o escoamento em questão;

Após este estudo inicial avaliou-se a influência do modelo submalha no escoamento. Buscou-se também a comparação dos primeiros resultados obtidos com o código computacional UNSFLW3D em simulações tridimensionais para ciclones a gás com resultados experimentais encontrados na literatura.

1.2 Temática da Dissertação

Neste Capítulo inicial, contextualizou-se o tema abordado nesta dissertação, evidenciando a importância do mesmo, assim como algumas dificuldades e objetivos do presente trabalho.

No **Capítulo II – Características de Ciclones e Hidrociclones**, as características fundamentais do escoamento em ciclones e hidrociclones são abordadas e apresentadas de forma resumida, assim como parte dos vários fenômenos comuns ao escoamento neste tipo de equipamento industrial.

O **Capítulo III – Revisão Bibliográfica Sobre Simulação de Escoamentos em Ciclones Hidrociclones**, traz uma resenha de boa parte do material consultado referente à utilização da dinâmica dos fluidos computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*), no estudo de ciclones e hidrociclones. Sendo que nesta resenha, destacam-se principalmente os métodos numéricos utilizados e os resultados obtidos pelos autores, procurando evidenciar-se também o “estado da arte” deste ramo de pesquisa.

No **Capítulo IV – Modelagem da Turbulência** apresenta-se uma breve introdução ao problema de fechamento da turbulência, e também uma pequena revisão bibliográfica a respeito de modelos de turbulência, incluindo os modelos $k-\Omega$, $k-\epsilon$, SST, SST-DES, Smagorinsky, modelo dinâmico submalha e o modelo submalha proposto por Yakhot (Yakhot et al., 1986).

O **Capítulo V – Métodos Numéricos** apresenta uma revisão acerca de métodos numéricos, destacando o método dos Volumes Finitos e a utilização deste em malhas não estruturadas. Este capítulo também aborda esquemas de interpolação e algoritmos da família

SIMPLE para o acoplamento pressão velocidade. No final do capítulo as principais características do código computacional utilizado neste trabalho são apresentadas.

Os principais resultados obtidos nesta dissertação, assim como a comparação destes com resultados experimentais para a mesma geometria simulada são apresentados no **Capítulo VI – Resultados**, ao final do capítulo é feita uma breve discussão a respeito dos mesmos. No **Capítulo VII – Conclusões**, as principais conclusões da dissertação são apresentadas, assim como algumas perspectivas para trabalhos futuros. O **Capítulo VIII – Referências** traz todas as referencias bibliográficas consultadas durante o desenvolvimento deste trabalho.

CAPÍTULO II

CARACTERÍSTICAS DE CICLONES E HIDROCICLONES

A primeira patente de um ciclone foi feita por John M. Finch nos Estados Unidos no ano de 1885, onde chamou o equipamento criado de “*Dust Collector*”, ver Figura 1, ou seja, estes equipamentos já possuem mais cem anos de utilização, sendo que por volta de 1920 já eram bastante similares aos encontrados hoje. Com o passar dos anos, embora os princípios básicos que governam o comportamento dos ciclones não tenham mudado desde sua invenção, a intensa pesquisa e utilização em aplicações industriais resultaram em grandes melhorias no projeto destes equipamentos.

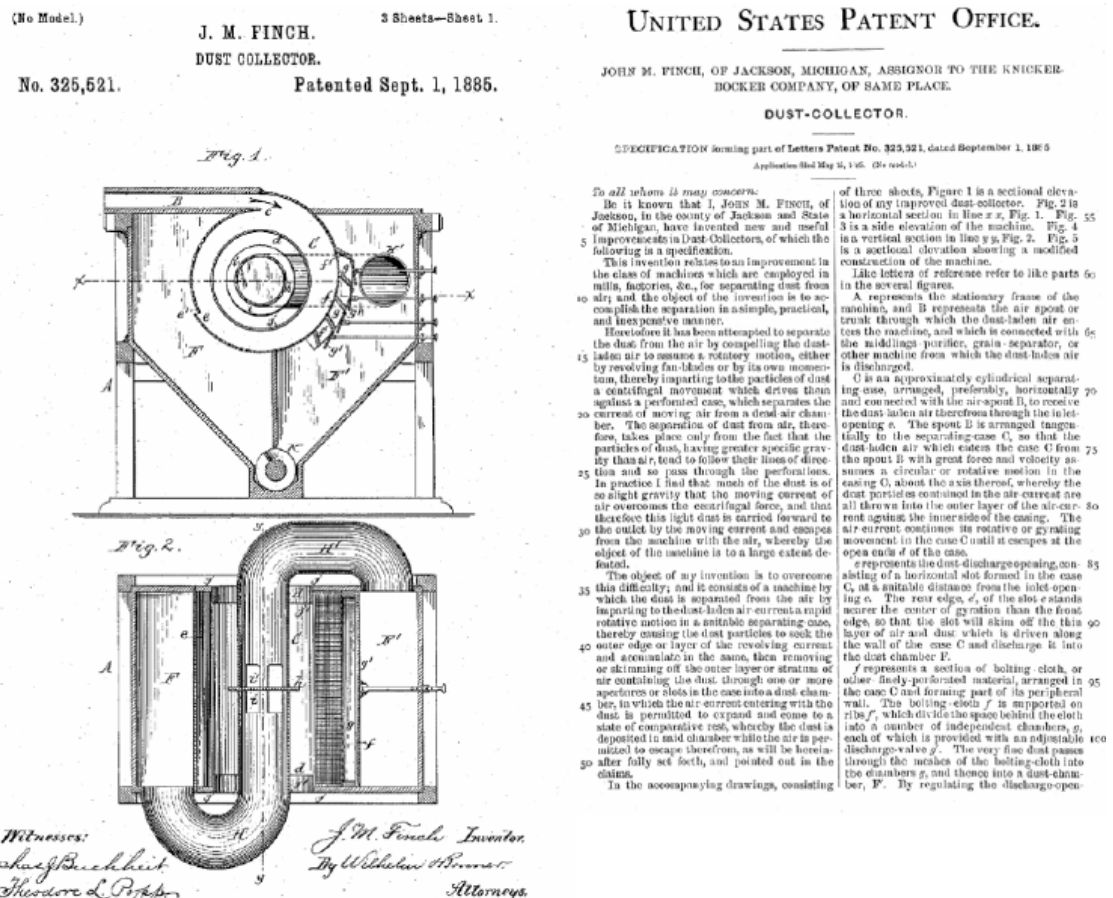


Figura 1: Primeira patente de um ciclone, 1885. Fonte Hoffmann e Stein (2008), p. 2.

Atualmente, ciclones são equipamentos largamente utilizados em diversos processos industriais onde se requer a separação de uma fase mais densa em escoamentos bifásicos. A aplicação destes equipamentos abrange desde processos dentro da indústria alimentícia até aplicações em processos de mineração, sendo que dependendo do material utilizado em sua fabricação os mesmos podem ser utilizados em ambientes corrosivos e a altas temperaturas. Estes separadores têm boa aceitação por possuírem alta eficiência aliada a um tamanho reduzido, por serem geometricamente simples, sem a presença de partes móveis, além de uma baixa necessidade de manutenção e um consumo de energia relativamente baixo.

Um ciclone convencional apresenta um corpo cilíndrico com uma seção cônica conectada na parte inferior, um duto de alimentação, que pode ser retangular ou circular, tangencial conectado na parte cilíndrica próximo ao topo e dois dutos de saída, um comumente denominado de *underflow*, localizado no ápice da seção cônica, por onde os sólidos concentrados deixam o equipamento juntamente com uma pequena parcela do gás e o outro comumente denominado de *overflow* (ou *vortex finder*), localizado no topo da seção cilíndrica, por onde o gás relativamente limpo deixa o aparelho, conforme esquematizado na Figura 2.

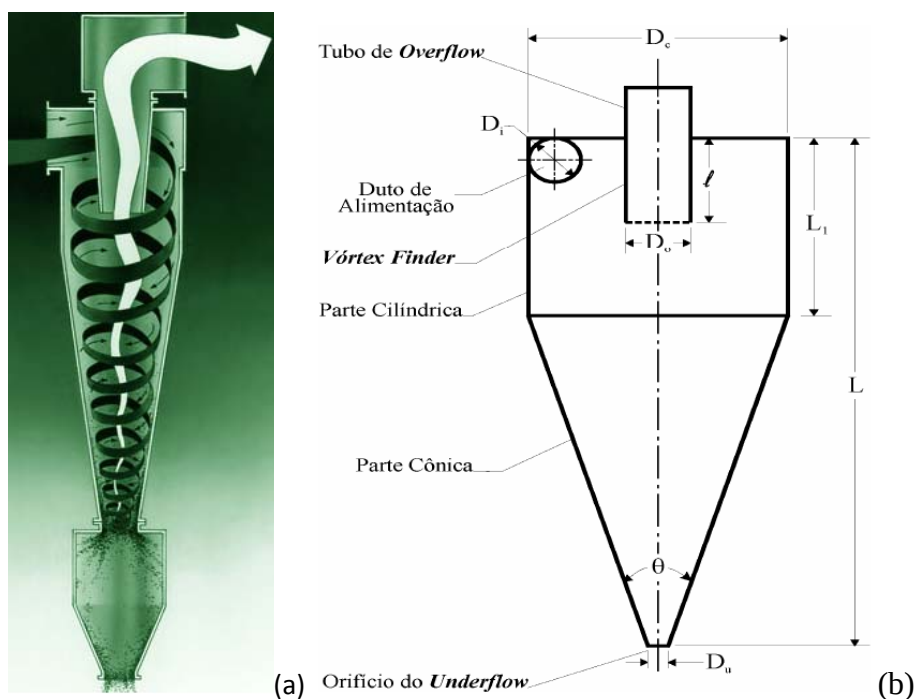


Figura 2: Esquema de um ciclone típico, com duto de entrada circular (Fonte: (a) Farr Air Pollution Control web site; (b) SOUZA, 2003, p. 9).

2.1 – Características Fundamentais do Escoamento no Interior de Ciclones

Embora ciclones sejam equipamentos geometricamente simples, o escoamento em seu interior é extremamente complexo. Esta complexidade fez com que projetistas utilizassem relações empíricas para previsão da performance do equipamento. Estas relações empíricas são derivadas da análise de dados experimentais e incluem o efeito de variáveis geométricas e operacionais. Desta forma, embora os modelos empíricos relacionem parâmetros de classificação com as dimensões do aparelho e propriedades do fluido, estes modelos sofrem de uma deficiência inerente a qualquer modelo empírico: o modelo só pode ser utilizado dentro dos limites extremos dos dados experimentais sobre os quais foi desenvolvido (NARASIMHA, et al. 2006).

O escoamento no interior de um ciclone está ilustrado na Figura 3. O fluido, composto de uma mistura (gás-sólido, gás-líquido ou mesmo, em ciclones com algumas modificações, líquido-líquido) entra tangencialmente na parte cilíndrica do ciclone causando um movimento fortemente rotativo, que resulta em um regime de baixa pressão. Durante a operação, o fluido pressurizado alimenta constantemente o ciclone e a força centrífuga gerada faz com que partículas mais pesadas se movam em direção à parede enquanto que a velocidade radial força o fluido e as partículas mais leves a se moverem na direção do centro.

Este padrão de escoamento gera uma espiral dentro de outra espiral onde o fluido que entra tangencialmente no ciclone inicia um movimento espiral descendente junto à parede do ciclone em direção à saída inferior, e então retorna em direção à saída superior por meio de uma espiral interna ascendente. Embora estas espirais estejam se movimentando em sentidos opostos, em relação à direção axial, as mesmas giram no mesmo sentido, e são comumente denominadas de vórtice externo e vórtice interno. Bernardo (2005) cita ainda uma região anular entre os dois vórtices, onde o movimento é bastante giratório.

Como em todos os separadores que envolvem a dinâmica das partículas no sistema, a dinâmica do escoamento é extremamente importante para se entender o mecanismo de funcionamento do mesmo. Desta forma, nas seções seguintes são apresentadas algumas características básicas dos perfis de velocidade axial, tangencial e radial em ciclones e hidrociclones.

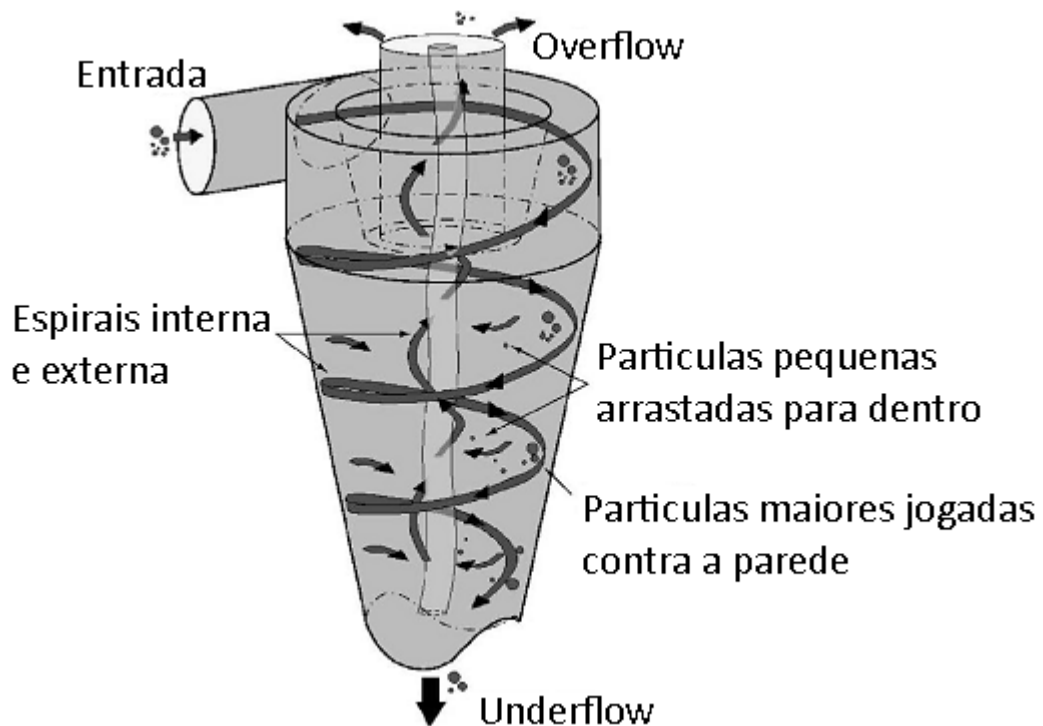


Figura 3: Esquematização do escoamento em um hidrociclone (Adaptado de: CULLIVAN et al., 2003, p. 455)

2.2 – Componente Axial da Velocidade

Os perfis típicos de velocidade axial em um ciclone podem ser visualizados para diferentes planos axiais na Figura 4, onde os perfis foram obtidos utilizando-se o modelo de turbulência de Yakhot et al. (1986), por Slack et al. (2000), cujo trabalho é comentado no Capítulo III. Pode ser observado que existem dois tipos de escoamento vertical, um viajando para cima, indicado por valores positivos de velocidade axial e outro viajando para baixo, indicado por valores negativos de velocidade axial. Existem camadas concêntricas de velocidade axial constante, para qualquer posição axial no corpo do ciclone. Aumentando-se a distância radial do eixo do ciclone, os valores positivos da velocidade axial decrescem até atingirem zero a uma determinada distância do seu eixo, onde, segundo Svarovsky (1981) pode existir uma linha bem definida de velocidade axial nula, como a que se mostra na Figura 5. Valores negativos da velocidade axial começam além da distância radial onde a mesma vale zero, e aumentam com o aumento da distância radial em relação ao eixo do ciclone. No entanto quando a distância radial aproxima-se da parede do ciclone, os valores da velocidade

axial negativa começam a decrescer. Segundo Bhaskar et al. (2007) isto pode ser devido à maior fricção entre as camadas de fluido e a parede do ciclone. A fricção entre camadas de fluido individuais, que estão distantes da parede, tem uma menor importância.

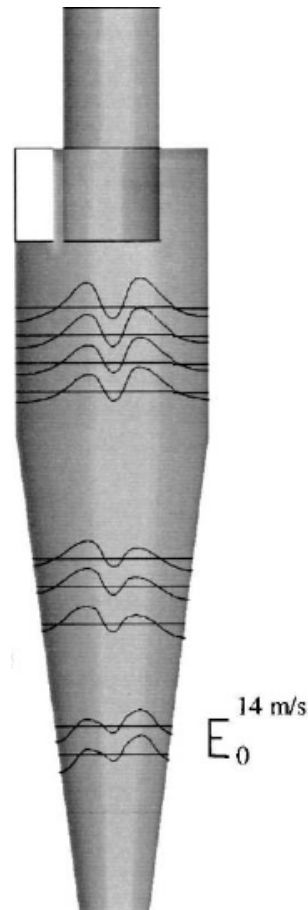


Figura 4: Distribuição de velocidade axial em diferentes posições verticais dentro de um ciclone. Adaptada de Slack et al. (2000).

Também é possível observar na Figura 4 que o pico de velocidade axial positiva ocorre imediatamente abaixo do vortex finder e o seu valor mínimo positivo ocorre em uma região próxima ao *underflow*. Ao se aproximar mais do *underflow* a velocidade vertical positiva é cada vez menor, indicando que a classificação nesta região é menor.

Svarovsky (1981), também traz a existência de uma zona de velocidade negativa próxima ao *vortex finder*, a qual ocorre devido à presença do topo do ciclone que é normalmente denominado de escoamento de curto-circuito (SOUZA, 2003). Esta zona não aparece na Figura 4, mas é indicada no esquema mostrado na Figura 5.

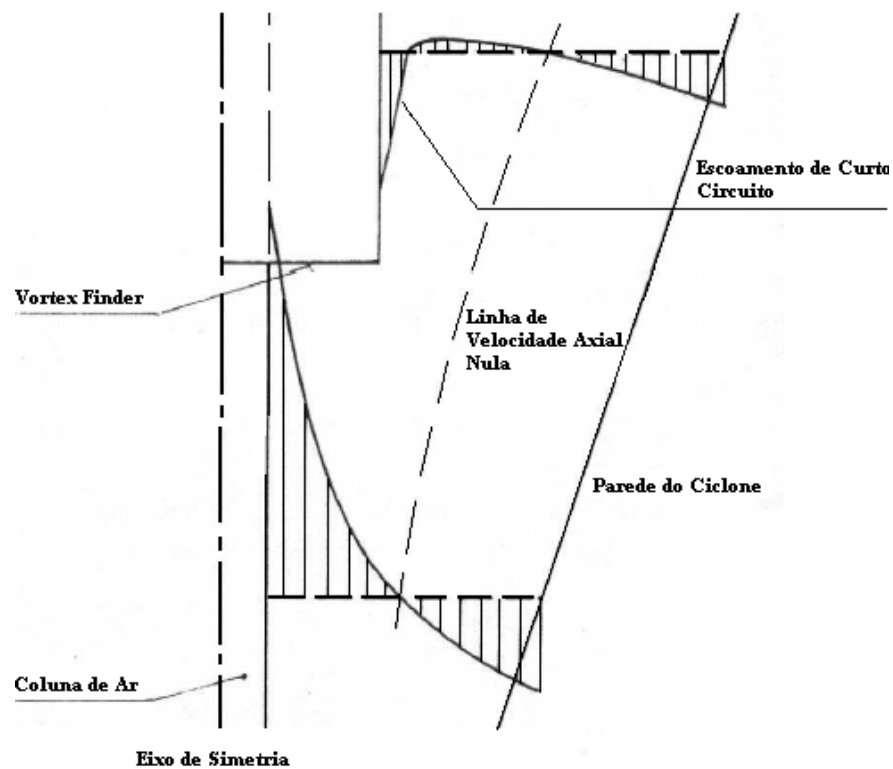


Figura 5: Linha de velocidade axial nula e escoamento de curto-circuito em um hidrociclone (com a presença de *air core*). Adaptada de Svarovsky (1981).

2.3 – Componente Tangencial da Velocidade

A componente tangencial da velocidade é a maior responsável pela ação de separação dos ciclones, uma vez que esta componente gera a força centrífuga necessária para a separação da fase mais densa. Esta componente da velocidade normalmente apresenta perfis bem definidos, como os indicados nas Figuras 6a e 6b.

Observando as figuras verifica-se que, inicialmente, aumentando-se a distância radial do eixo, a velocidade tangencial aumenta. Os valores de velocidade tangencial, após atingirem um máximo, decrescem com o aumento da distância radial, à medida que se aproxima da parede. Este perfil permanece similar para diferentes posições axiais no corpo do ciclone. Valores máximos de velocidade tangencial são observados na porção cilíndrica do corpo do ciclone sendo que à medida que se aproxima do início da seção cônica (afastando-se da região de entrada) estes valores decrescem de tal forma que ao se aproximar do orifício de *underflow* a força centrífuga gerada se torna menor (BHASKAR et al, 2007).

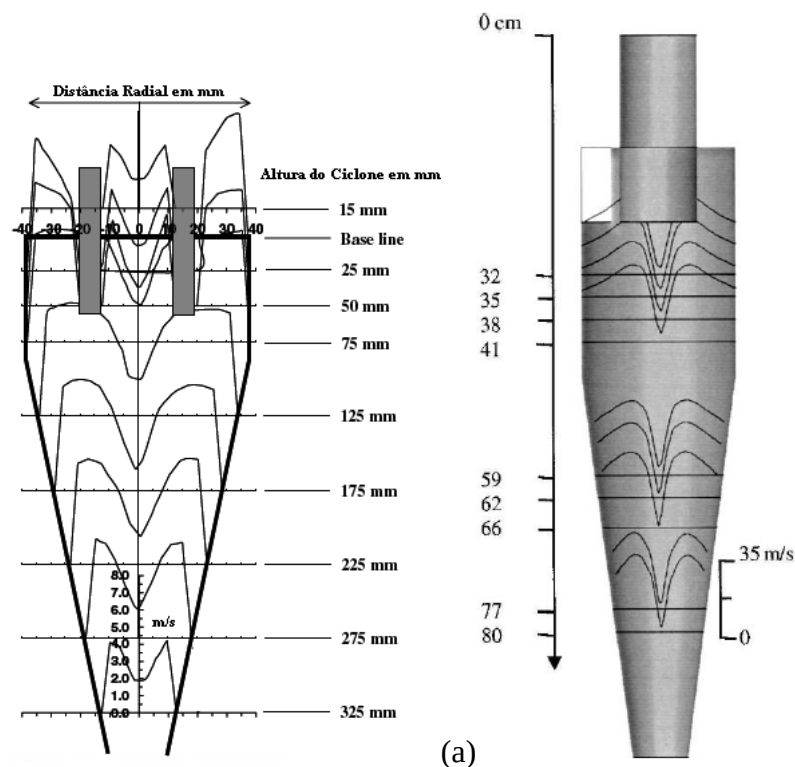


Figura 6 (a): Distribuição de velocidade tangencial em diferentes posições verticais dentro de um ciclone. Perfis obtidos com o modelo de turbulência RSM (Reynolds Stress Model). Adaptada de Bhaskar et al. (2007). (b): Distribuição de velocidade tangencial em diferentes posições verticais dentro do ciclone. Adaptada de Slack et al. (2000).

2.4 – Componente Radial da Velocidade

Normalmente a componente radial da velocidade é muito menor do que as outras duas componentes, o que torna difícil uma medição experimental precisa da mesma (SVAROVSKY, 1981). Gupta et al. (2008) encontraram valores desprezíveis para velocidade radial na entrada e no corpo do cilindro, no entanto nas regiões próximas ao ápice do cone e ao *overflow* esta componente da velocidade apresentou valores consideráveis, Solero e Coghe (2002) afirmaram em seus experimentos, que para câmara de entrada tangencial, encontraram um perfil de velocidade radial direcionando o fluxo para o centro da mesma, não tendo mostrado ou analisado os perfis de velocidade radial no restante do ciclone. Schuetz et al. (2004) obtiveram um perfil para velocidade radial que indicava uma alternância do escoamento, hora em direção ao eixo, hora se afastando do mesmo, o que apresentava boa concordância com os perfis de velocidade azimutal e de pressão encontrados pelos mesmos.

Ainda Kelsall (1952, apud SOUZA, 2003), afirmou que na região próxima ao *overflow* podem existir campos de recirculação e altas velocidades radiais em direção ao *vortex finder*, sendo que estas altas velocidades são decorrentes do escoamento de curto-circuito (SVAROVSKY, 1981).

2.5 – Alguns Fenômenos e Características Específicas Presentes no Escoamento de Ciclones e Hidrociclones

Além das características citadas acima, o escoamento também pode apresentar uma série de fenômenos, como *vortex breakdown* (quebra do vórtice), *vortex end* (fim do vórtice), *precessing vortex core* (PVC) e a formação de um núcleo de ar no caso de hidrociclones abertos à atmosfera, sendo que estes fenômenos serão comentados de forma resumida adiante.

2.5.1 – *Precessing Vortex Core*

O *precessing vortex core* (PVC) é uma instabilidade hidrodinâmica que afeta principalmente a região central do escoamento, devido aos grandes gradientes radiais das velocidades axial e tangencial, tornando o núcleo do vórtice instável. Esta instabilidade se reflete em um movimento espiral do núcleo do vórtice em relação ao eixo do ciclone. Este fenômeno normalmente é indesejado, uma vez que ele pode introduzir maiores quedas de pressão (maior consumo de energia), vibrações mecânicas, redução da eficiência de separação além de outras instabilidades durante a operação do equipamento (SOLERO e COCHE, 2002). Segundo Hoekstra et al. (1999) esta instabilidade é muito observada em escoamentos altamente rotativos e deve ser avaliada com cuidado, uma vez que a mesma também pode prejudicar o estudo do escoamento. Uma vez que pode introduzir uma “pseudo-turbulência” caso medições de velocidade (experimentais) sejam realizadas com técnicas de um ponto como as de LDV (*Laser Doppler Velocimetry*). Isso implica na necessidade de muita cautela ao utilizar estes dados na validação de estudos numéricos que utilizam metodologias do tipo RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations*) para modelagem da turbulência, uma vez que esta metodologia pode não capturar uma oscilação de baixa frequência como o PVC.

O *precessing vortex core* também pode ser apontado como um possível responsável pela ocorrência do *vortex end* (fim do vórtice), este outro fenômeno que é identificado em laboratório pela formação de escoamento com forma anular e em unidades comerciais por um

padrão de abrasão com a mesma forma anular (PENG et al., 2005), sendo comentado de forma resumida no próximo sub-item.

2.5.2 – Vortex End

O texto apresentado neste subitem é baseado no livro de Hoffmann e Stein (2008) e no artigo publicado por Peng et al. (2005).

De forma geral, ciclones longos teoricamente possuem uma performance melhor, ou pelo menos o comprimento ótimo é consideravelmente maior do que o comprimento da maior parte dos ciclones comerciais avaliáveis. No entanto, desde o desenvolvimento dos primeiros ciclones sabe-se que o ciclone ou *swirl tube* não pode possuir um comprimento arbitrário. Se o comprimento for grande de mais, o vórtice irá simplesmente “acabar” em um determinado ponto dentro do corpo do separador. O ponto onde isto ocorre é denominado de “ponto natural de curvatura do vórtice”, ou “fim do vórtice” e a distância da entrada do vortex finder até o fim do vórtice é denominada de “comprimento natural do vórtice”.

O fim do vórtice pode ser visto claramente como um anel em um ciclone transparente, com alguma poeira ou líquido em movimento na parede. Até este momento ainda não foi possível determinar a natureza exata do fim do vórtice. Sendo que existem duas explicações possíveis:

Na primeira, o vórtice é tratado como um fenômeno axi-simétrico e considera-se o mesmo como sendo uma espécie de bolha e gás re-circulando, o fim do vórtice é observado em campos de pesquisa de “*vortex breakdown*” em “tubos de vórtice”, que são tubos onde um movimento de *swirl* é causado. A diferença entre um “tubo de vórtice” e um ciclone é que o escoamento reverte neste último, enquanto que no primeiro ele continua e passa pelo *vortex finder* localizado na parte inferior do tubo. Outra diferença é que a maior parte destes experimentos é realizada em regime laminar.

Outra explicação é que o final do vórtice se adere à parede lateral (o núcleo do vórtice se inclina), e então começa a girar, ou apresentar um movimento de precessão, a uma alta velocidade, Figura 7. Tal fenômeno, conhecido como “precessão do vórtice” pode ser observado mais facilmente em hidrociclones, onde o núcleo pode ser observado com bolhas.

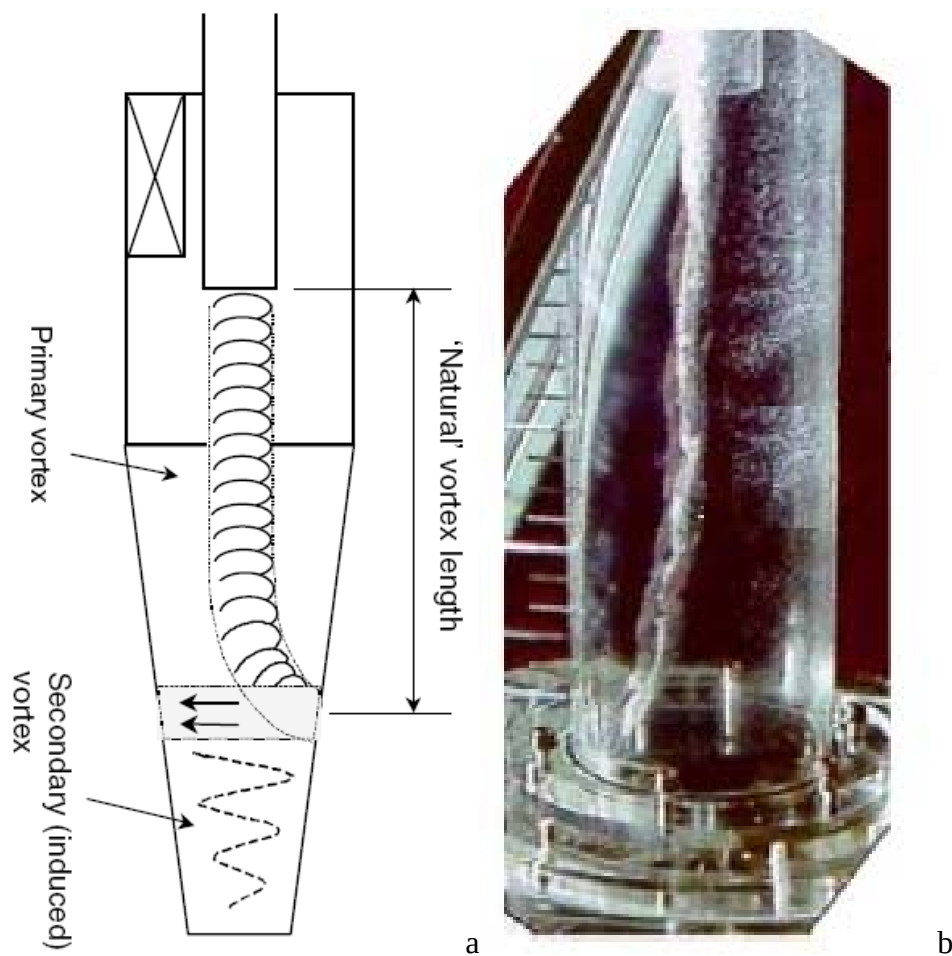


Figura 7: (a) Esquema mostrando o comprimento natural do vórtice, o fim do vórtice e o vórtice primário e secundário. Adaptado de Hoffmann e Stein (2008). (b) Fim do núcleo de ar tocando a parede. Adaptado de Peng et al. (2005).

Embora o vórtice possa se aderir à parede lateral inferior do ciclone e realizar um movimento de precessão, o movimento do vórtice na direção axial não cessa completamente abaixo do plano onde ocorre a precessão. Isto porque o vórtice “primário” induz um vórtice “secundário” logo abaixo do mesmo. A indução do vórtice secundário provavelmente ocorre devido ao movimento de precessão do vórtice primário. Sendo que esta precessão é sempre no mesmo sentido de rotação que o movimento de *swirl*.

O fim do vórtice é extremamente prejudicial à performance de separação, e, além disto, em ciclones onde o fim do vórtice ocorre “no espaço de separação” a probabilidade de entupimento é muito maior. A posição do fim do vórtice, muitas vezes, pode ser identificada através de uma simples inspeção, onde se visualiza de forma bastante clara a deposição de sólidos em uma zona em forma de anel, sendo que para o caso de materiais abrasivos, o

desgaste causado pelo movimento de precessão pode ser tão severo que a parte inferior do ciclone falha completamente.

2.5.3 – *Vortex Breakdown*

Ao se seguir uma porção de fluido enquanto a mesma gira em um duto, tipicamente a estrutura do vortex indicada, por exemplo, pela distribuição de velocidade em uma seção do duto, varia lentamente na direção axial. No entanto pode ocorrer, subitamente, e a primeira vista, inesperadamente, uma variação abrupta na estrutura do escoamento. Esta mudança abrupta recebe a denominação de *vortex breakdown* (HALL, 1972).

Este fenômeno foi primeiramente identificado sobre asas de aviões com alto ângulo de incidência, pelos pesquisadores Peckham e Atkinson (1957, apud, HALL, 1972) e desde então tem sido estudado tanto do ponto de vista experimental quanto teórico. Embora este fenômeno tenha sido identificado primeiramente em aplicações aeronáuticas, sendo extremamente importante neste tipo de aplicação (pode ser considerado um fator limitante na altitude de vôo de algumas aeronaves, além de ter ocorrência provável na esteira de aeronaves de grande porte, o que passa a ser importante no caso de tráfego aéreo intenso), também é bastante observado em escoamentos altamente rotativos, como câmaras de combustão e ciclones. Como uma ilustração deste fenômeno, a Figura 8 apresenta a visualização de um *vortex breakdown* em espiral (HALL, 1972).

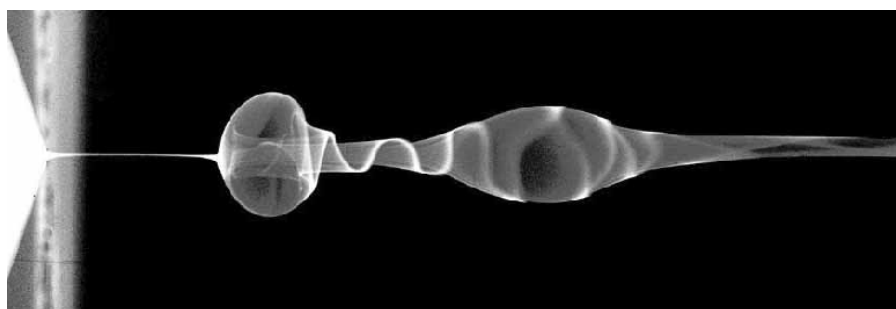


Figura 8: *Vortex breakdown* em espiral (Fonte: http://serve.me.nus.edu.sg/limtt/Vortex_breakdown_2.jpg).

Segundo Hall (1972) existe varias propostas que tentam explicar este fenômeno, e estas podem ser divididas em três idéias básicas:

- “O fenômeno é de alguma forma parecido com uma camada limite bidimensional” Gartshore (1962); Hall (1967) e outros (apud HALL, 1972, p.196).

- “O fenômeno é uma consequência de uma instabilidade hidrodinâmica.” Ludwig (1962, 1965) e outros (apud HALL, 1972, p. 196).

- “O fenômeno depende de forma essencial da existência de um estado crítico.” Squire (1960); Benjamin (1962, 1967); Bossel (1967, 1969) (apud HALL, 1972, p. 197).

Estas propostas não serão discutidas neste trabalho, no entanto o leitor interessado poderá encontrar mais detalhes em Hall (1972).

2.5.4 – Escoamento Secundário em Ciclones e Hidrociclones

O escoamento de curto-circuito ocorre junto ao topo da seção cilíndrica e ao *vortex finder*, devido à redução da velocidade de rotação junto à parede (SOUZA, 2003), como indicado na Figura 9, sendo visto como um *by-pass*, onde a mistura que entra no ciclone não sofre o processo de separação, passando direto do duto de entrada para o *overflow* carregando uma grande quantidade de partículas sólidas que deveriam ter sido separadas. Este processo é altamente indesejado, uma vez que pode reduzir muito a eficiência de separação do equipamento, de tal forma, que segundo Dlamini, Powell e Meyer (2005) um dos motivos da utilização do *vortex finder* ligado ao *overflow* é a tentativa de se minimizar este tipo de escoamento secundário.

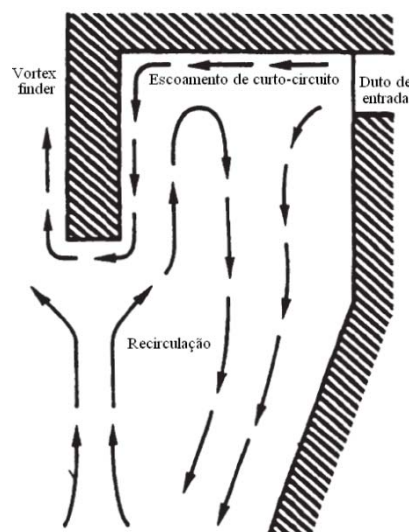


Figura 9: Escoamento de curto-circuito e recirculação secundária em um ciclone. Adaptada de Dlamini, Powell e Meyer (2005).

Outro escoamento secundário indicado na Figura 9 é a presença de uma recirculação entre os vórtices externo e interno. Este escoamento pode ser visto como um resultado direto de uma falha do *vortex finder* de acomodar todo o escoamento de saída do *overflow* (DLAMINI; POWELL; MEYER, 2005).

Analizando o caso de um hidrociclone, outro ponto que deve ser comentado é a formação do núcleo de ar (*air core*) que ocorre quando o equipamento possui pelo menos uma das saídas (*underflow* ou *overflow*) aberta para atmosfera. Nesta situação, devido à baixa pressão no centro do hidrociclone um movimento reverso de gás pode ocorrer formando o núcleo de ar (GUPTA et al., 2008), ainda segundo estes autores, partindo da condição para qual o *air core* esteja formado e aumentando-se a vazão de entrada o tamanho do núcleo de ar aumenta, se a vazão continua sendo aumentada o núcleo de ar continua a aumentar e se torna mais estável, formando uma espécie de “núcleo sólido”. Segundo Souza (2003) uma das formas de se eliminar este escoamento secundário é a aplicação de uma contra pressão. Mais detalhes sobre a formação do núcleo de ar e a influência de parâmetros geométricos e de operação sobre o mesmo podem ser encontrados em trabalhos como Narasimha, Brennan e Holtham (2006) e Gupta et al. (2008).

2.6 – Fatores que Caracterizam o Desempenho do Ciclone

O desempenho de um ciclone pode ser definido basicamente por dois fatores, a queda de pressão, que se relaciona com o custo de operação do equipamento, no que tange ao consumo de energia, e a eficiência de coleta, que segundo Bernardo (2005) pode ser definida como a razão entre a massa de sólidos coletada e massa de sólidos introduzida no ciclone.

Considerando a queda de pressão, sabe-se que a mesma é influenciada pela vazão do gás, pela presença ou não de partículas e pela geometria do ciclone, onde ao aumentar-se o diâmetro do duto de entrada também se aumenta a queda de pressão. Por outro lado, diminuindo o diâmetro do *overflow* reduz-se a queda de pressão de forma proporcional ao quadrado do duto de *overflow*, enquanto que aumentando a velocidade de entrada se aumenta a queda de pressão de forma proporcional ao quadrado da velocidade de entrada (BERNARDO, 2005). O comprimento e principalmente a geometria do *vortex finder* também influenciam fortemente a queda de pressão (NORILER et al., 2004).

2.7 – Fechamento do Capítulo II e apresentação do Capítulo III

Neste capítulo evidenciou-se as principais características das três componentes da velocidade (tangencial, axial e radial) no escoamento em ciclones e hidrociclones. Também foi feita uma rápida exposição de alguns dos principais fenômenos que podem ocorrer no escoamento no interior destes equipamentos.

No Capítulo seguinte será apresentada uma resenha de parte do material consultado referente à utilização de dinâmica dos fluidos computacional na simulação de ciclones e hidrociclones. O foco principal da resenha é a metodologia numérica e a modelagem da turbulência utilizada pelos diversos autores. Mostrando assim o “estado da arte” e as metodologias que, ao menos aparentemente, são mais promissoras.

CAPÍTULO III

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS EM CICLONES E HIDROCICLONES

Hoekstra, Derksen e Van Den Akker (1999) realizaram medições experimentais dos perfis de velocidade média e das flutuações das componentes da velocidade em ciclones a gás e compararam estas medições experimentais com simulações numéricas realizadas com o código comercial FLUENT versão 4.47, onde verificaram a capacidade de predição dos modelos de turbulência k- ϵ , k- ϵ - RNG e o RSTM (*Reynolds Stress Transport Model*). Para as medições experimentais Hoekstra, Derksen e Van Den Akker (1999) construíram três ciclones em material acrílico, onde todos possuíam o mesmo diâmetro de 0,29m para o corpo cilíndrico. No entanto, com diâmetros diferentes para o *vortex finder*, sendo estes de 0,108m, 0,135m e 0,190m. Todos os seus experimentos foram realizados com um número de Reynolds moderado de $2,5 \times 10^4$. Para simulação numérica, os autores assumiram a simplificação de fluido incompressível e impuseram um perfil de turbulência uniforme na entrada, trataram o termo advectivo com um esquema QUICK e utilizaram uma malha com aproximadamente 15.000 células em todas as simulações. Hoekstra, Derksen e Van Den Akker (1999) afirmaram que através das medições realizadas com anemometria a laser (LDV- *Laser Doppler velocimetry*) fica claro que a velocidade axial e tangencial em um ciclone a gás é altamente dependente do diâmetro do tubo de saída, onde ao se diminuir este diâmetro, reduz-se o tamanho do núcleo do vórtice e aumenta-se a velocidade tangencial. Com relação aos modelos de turbulência, verificaram que tanto o k- ϵ como o k- ϵ RNG forneceram uma previsão irrealista das velocidades axial e tangencial e desta forma não devem ser utilizados na simulação de ciclones e a velocidade axial e tangencial obtidas com o modelo RSTM (*Reynolds Stress Transport Model*) apresentaram uma concordância razoável com o previsto experimentalmente. Os autores também destacam a importância de se observar o efeito do *precessing vortex core* (PVC) uma instabilidade bastante comum em escoamentos fortemente rotativos, onde o núcleo do vórtice se torna instável e passa a se mover ao redor do eixo de

simetria e que afeta tanto as medições com LDV como as simulações numéricas, gerando uma espécie de pseudo-turbulência.

Slack et al. (2000) simularam um ciclone do tipo stairmand utilizando o código comercial FLUENT versão 5.0. Em suas simulações os autores decidiram utilizar uma malha não estruturada, colocalizada. Optaram por um esquema QUICK de terceira ordem para discretização espacial, com o algoritmo SIMPLE para o acoplamento pressão velocidade. Também fizeram uso de um multigrid algébrico para solução do sistema linear e um esquema implícito de segunda ordem para avanço temporal. Os autores destacam em seu trabalho a importância da utilização de um modelo de turbulência adequado para a obtenção de bons resultados, e desta forma optaram por utilizar o modelo das tensões de Reynolds (RSM) e a simulação de grandes escalas, com um modelo sub-malha RNG proposto por Yakhot et al. (1986), tendo utilizado uma malha de 40.000 células para o modelo RSM e 640.000 para o modelo sub-malha RNG. Este último também exigiu um passo de tempo de 5×10^{-5} s. Os autores concluem que tanto o modelo RSM quanto o modelo sub-malha são capazes de gerar ótimos resultados para o escoamento em ciclones, e que embora a utilização da simulação de grandes escalas seja computacionalmente mais cara ela é capaz de fornecer detalhes adicionais que não podem ser obtidos de outra forma (detalhes sobre fenômenos como o *precessing vortex core*, por exemplo) e que influenciam tanto a eficiência do equipamento quanto o desgaste do mesmo (erosão da parede). Dentro de suas considerações finais (Slack et al., 2000) também destacam que o pequeno tempo de residência do fluido no equipamento significa que existe um pequeno tempo para a energia ser transferida das grandes para as pequenas escalas, através da cascata de energia, e, portanto, o escoamento é dominado pelas grandes estruturas, diminuído um pouco a importância da escolha do modelo sub-malha a ser utilizado.

Derksen e Van Den Akker (2000) simularam o escoamento em um ciclone de fundo chato (*flat botton cyclone*) sem o orifício de underflow. Para isto utilizaram um código computacional onde as equações de Navier-Stokes são discretizadas por meio de um esquema de Lattice-Boltzmann que necessita de uma malha computacional uniforme. Para modelar a geometria cilíndrica em uma malha cúbica uniforme os autores fizeram uso de um algoritmo para gerar um campo de força adaptativo, de tal forma que as paredes do ciclone eram vistas como forças atuando no fluido. Para descrição da superfície do ciclone utilizaram 247.334 pontos em uma malha com um total de $4,9 \times 10^6$ células. Avaliaram o escoamento a um número de Reynolds moderado (14.000) e optaram pela simulação de grandes escalas (LES) com o

modelo sub-malha de Smagorinsky em conjunto com a função de amortecimento de Van Driest para modelagem da turbulência. Os autores compararam os resultados obtidos com resultados experimentais, encontrando ótima concordância, tanto para os perfis de velocidade quanto para o número de Strouhal associado ao movimento de precessão do vortex (PVC).

Souza (2003) em sua tese de doutorado realizou simulações numéricas de hidrociclones considerando casos bi e tridimensionais, a vários números de Reynolds. Para modelagem da turbulência utilizou a simulação de grandes escalas com o modelo de Smagorinsky. Em seu estudo bidimensional o autor optou por uma malha com 26.700 nós, sendo que testou também a influencia de alguns esquemas numéricos nos resultados (com malhas de 6.900 e de 26.700 nós). Para as simulações tridimensionais avaliou o escoamento para os números de Reynolds de 14.300, 20.100, 24.300 e 26.600 com uma malha contendo 100.000 nós. Em seu código computacional, após o estudo realizado sobre esquemas numéricos optou por um esquema centrado de segunda ordem para os termos difusivos e advectivos e pelo esquema de Adams-Bashforth de 2º ordem para o avanço no tempo, com a constante do modelo de Smagorinsky como sendo 0,15. Esta configuração foi utilizada em todas as suas simulações tridimensionais. Souza (2003) também ressalta que nas simulações bidimensionais, embora os resultados médios apresentem boa concordância com a literatura, não se faz uma simulação de grandes escalas real, uma vez que as estruturas presentes no escoamento são inerentemente tridimensionais. O autor conclui que a simulação de grandes escalas é uma ótima ferramenta para a análise de escoamentos em hidrociclones Rietema, tendo possibilitado à visualização de diversas estruturas presentes no escoamento, assim como uma análise do comportamento instantâneo das mesmas, o que não é possível com as metodologias clássicas.

Schuetz et al. (2004) compararam resultados obtidos experimentalmente para os perfis de velocidade azimutal, radial e axial e também para a queda de pressão em um hidrociclone com diâmetro da parte cilíndrica de 0,05m, com resultados obtidos numericamente e com resultados obtidos por meio de modelos semi-empíricos. Em seus experimentos testaram cinco vazões diferentes, variando de 1,466m³/h a 0,75m³/h, mantendo a geometria do ciclone fixa. Para simulação numérica inicialmente utilizaram o pacote de CFD FLUENT versão 4.5 com uma malha não estruturada contendo 23.000 elementos, e não obtiveram bons resultados, passando a utilizar uma malha híbrida com elementos não estruturados no centro (abaixo do *vortex finder*) e elementos estruturados (do tipo hexagonal) nas regiões mais externas do ciclone somando um total de 300.000 elementos. Utilizaram o método de volumes finitos e um esquema do tipo SIMPLE para o acoplamento velocidade-pressão. Optaram também por

métodos de segunda ordem baseados no esquema UPWIND para a aproximação das variáveis entre os elementos e pelo modelo RSTM (*Reynolds Stress Transport Model*) para modelagem da turbulência com um passo de tempo da ordem de $1,0 \times 10^{-5}$ s. Como uma forma de aumentar a estabilidade na solução numérica os autores partiram de uma vazão menor aumentando gradativamente a mesma durante a simulação até atingir o valor real. Com esta configuração obtiveram resultados insatisfatórios para a queda de pressão, sendo a mesma de duas a três vezes menor do que a prevista experimentalmente. Passaram então a utilizar o pacote CFD FLUENT versão 5.5 e uma malha não estruturada. No entanto, contendo elementos na forma hexagonal com uma distribuição bastante regular na maior parte do domínio (os elementos só se deformavam em regiões realmente necessárias para descrição da geometria), com um total de 1.000.000 de elementos e obtiveram uma queda de pressão cerca de 15 % menor do que a experimental. Compararam os resultados experimentais, numéricos e semi-empíricos, chegando a conclusão que a simulação numérica forneceu resultados muito melhores do que os modelos semi-empíricos, destacando a possibilidade de se utilizar estas ferramentas no projeto de hidrociclones.

Noriler et al. (2004) aplicaram dinâmica dos fluidos computacional para solução de um modelo 3-D transiente assimétrico do escoamento em um ciclone, objetivando a análise de uma modificação realizada no *vortex finder* de ciclones, do tipo Lapple e Stairmand, para redução da queda de pressão. Com esta modificação os autores visavam diminuir o pico de velocidade tangencial no “*vortex finder*”, uma vez que, segundo eles, na literatura encontra-se que 80 % da queda de pressão está diretamente relacionada ao pico de velocidade tangencial. Para solução do escoamento utilizaram o pacote comercial CFX versão 4.4, o método de volumes finitos com uma estrutura multibloco, um esquema SIMPLEC para o acoplamento pressão velocidade (com interpolação de alta ordem) e o algoritmo AMG (multigrid algébrico) de Rhie Chow para solução do sistema linear de equações. Para a modelagem da turbulência utilizaram o modelo DSM (*Differential Stress Model*) que é um modelo de fechamento de segunda ordem baseado na conservação das equações para cada componente do tensor de Reynolds. Em suas simulações os autores trataram somente o fluido, desconsiderando as partículas sólidas. Segundo os autores os resultados obtidos foram bons, mas antes da implementação do sistema proposto no trabalho para redução da queda de pressão eles sugerem testes experimentais para verificação dos resultados.

Wegner et al. (2004) realizaram um estudo para verificação da capacidade de predição de instabilidades em um escoamento altamente rotativo não confinado (verificação da

capacidade de predição do *precessing vortex core*) por um modelo URANS, com base em dados experimentais e LES. Neste estudo os autores utilizaram o mesmo código computacional para os cálculos com os modelos URANS e LES, sendo que o fluido foi tratado como incompressível, as equações foram discretizadas utilizando-se a aproximação por volumes finitos em uma malha colocalizada, estruturada por blocos, com 800.000 volumes. A discretização espacial utilizada foi de segunda ordem, um esquema SIMPLE foi utilizado para o acoplamento pressão velocidade e o esquema implícito de segunda ordem de Crank-Nicolson foi utilizado para o tempo. O passo de tempo utilizado nas simulações com modelos URANS foi tal que se obteve um número de CFL da ordem de cinco, enquanto que para as simulações utilizando LES o passo de tempo foi cerca de 10 vezes menor. Os modelos URANS utilizados foram o k- ϵ padrão, para o qual não obtiveram bons resultados, e um modelo RSM, que para o tratamento da região próxima a parede, utilizaram em conjunto com uma lei de parede e dados experimentais para a parte anisotrópica das tensões de Reynolds. O modelo LES utilizado foi o modelo dinâmico sub-malha com as modificações propostas por Lilly (1992). Wegner et al. (2004) concluíram que a metodologia URANS com um modelo das tensões de Reynolds é capaz de prever o fenômeno PVC (*precessing vortex core*) tanto quantitativamente quanto qualitativamente, tendo obtido também boa concordância entre os resultados com o modelo URANS, o modelo dinâmico sub-malha e os resultados experimentais. Também foi possível se obter uma ótima precisão nos cálculos referentes a frequência do PVC, no entanto ao se analisar a energia contida nas estruturas coerentes do fenômeno, a mesma foi sub-prevista pelo modelo URANS. Os autores também ressaltam que poderiam ter obtido melhores resultados caso utilizassem uma malha mais fina para as simulações com o modelo sub-malha dinâmico, eles também encorajam a utilização de modelos híbridos, do tipo LES-RANS.

Narasimha et al. (2005) realizaram o estudo de modelagem de hidrociclones e predição do diâmetro de corte utilizando dinâmica dos fluidos computacional e experimentação laboratorial. Em seu trabalho realizaram varias simulações numéricas, onde procuraram descrever o escoamento dentro do hidrociclone e verificar parâmetros de operação (como a influência do diâmetro do *underflow* e o efeito da taxa do escoamento de entrada) na capacidade de separação do hidrociclone, validando seus resultados numéricos com resultados obtidos na experimentação laboratorial. Para simulação numérica utilizaram o pacote comercial FLUENT, versão seis, com malha não estruturada, onde simularam o escoamento de água com partículas de areia com dimensão igual ou inferior a 75 μ m. Para o acoplamento

pressão velocidade utilizaram o algoritmo SIMPLE e um esquema QUICK de terceira ordem para a discretização espacial, sendo que optaram por um multigrid algébrico para a solução do sistema linear. Tanto nas simulações numéricas como nos experimentos utilizaram um ciclone com 101mm de diâmetro para parte cilíndrica e 35mm de diâmetro para o *vortex finder*, com dois diâmetros de *underflow*. O primeiro de 10mm, para o qual utilizaram uma velocidade de entrada variando de 5,95 à 12,35m/s e o segundo, de 20mm de diâmetro, para o qual utilizaram uma velocidade de entrada variando de 5,95 à 11,4m/s. O modelo de turbulência adotado foi o k- ϵ tradicional, com um modelo de rastreamento estocástico para fase sólida (que foi tratado como discreta, tendo sido desprezadas as interações partícula-partícula, assim como a fração volumétrica das mesmas). Os autores consideraram os resultados obtidos, tanto para os perfis de velocidade quanto para o diâmetro de corte, satisfatórios e encorajam a utilização da dinâmica dos fluidos computacional na simulação de ciclones e hidrociclones, destacando a utilização da técnica de modelagem da fase discreta.

Bernardo (2005) em sua tese de doutorado realizou um grande número de simulações utilizando dinâmica dos fluidos computacional em ciclones, para várias geometrias (inclusive para diferentes ângulos de entrada) e condições de operação, tanto para escoamento monofásico (gás) como bifásico (gás-sólido), objetivando principalmente maiores informações a respeito do escoamento nestes equipamentos, assim como verificar a influência do ângulo da entrada no desempenho do mesmo. No desenvolvimento de seu trabalho inicialmente (simulações monofásicas) utilizou o código comercial FLUENT versão seis e posteriormente (simulações bifásicas) passou a utilizar o código CFX versões 5.51, 5.6 e 5.7, tendo sido a mudança baseada, principalmente em problemas com a licença do software para processamento paralelo e não com os resultados obtidos inicialmente. Para geração da malha adotou os pacotes comerciais GAMBIT e ICEM HEXA, sendo que após um estudo preliminar optou pelo ICEM HEXA, uma vez que gerou elementos hexaédricos neste e tetraédricos no GAMBIT, fazendo com que a malha gerada neste último contivesse mais elementos, tornando a simulação mais onerosa. De forma geral utilizou esquemas UPWIND de segunda ordem para interpolação, o algoritmo SIMPLER para acoplamento pressão velocidade, condição de não deslizamento na parede para o ar e deslizamento (também na parede) para as partículas. Para modelagem da turbulência o autor optou pelos modelos RANS das tensões de Reynolds (RSM) e k- ϵ RNG, pela simulação de grandes escalas com o modelo sub-malha de Smagorinsky e por uma abordagem híbrida, com um modelo DES (*Detached Eddy Simulation*) de Strelets (2001). O autor relata que em alguns casos os modelos de turbulência

RANS (RSM e k- ϵ RNG), não foram capazes de prever um nível elevado de turbulência e também falharam sensivelmente em capturar a separação do escoamento, enquanto que os modelos LES e DES capturaram estas zonas, ressaltando que o modelo LES é capaz de fornecer mais detalhes do escoamento do que o modelo DES, e que a malha utilizada para estes dois modelos foi grosseira quando comparada a que seria ideal para tais simulações.

Dlamini et al. (2005) propuseram estabelecer um procedimento para simulação numérica de escoamentos multifásicos em hidrociclones, objetivando a criação de benchmarks para validação de modelos de dinâmica dos fluidos computacional. No trabalho em questão realizaram a simulação de um hidrociclone onde o fluido de trabalho era água sem a presença do núcleo de ar e da fase particulada, onde os mesmos procuraram obter experiência para então considerar o escoamento multifásico. Optaram por utilizar o código computacional FLUENT, versão 6.0, com uma malha tridimensional estruturada do tipo *butterfly* com aproximadamente 257.000 volumes. Consideraram um ciclone com diâmetro da parte cilíndrica de 75mm e entrada tangencial tanto retangular quando circular. Como condições de contorno admitiram velocidade de entrada era de 2,75m/s, pressão atmosférica padrão na saída do *underflow* e do *overflow*, condição de não deslizamento nas paredes e funções de parede para tratamento das variáveis em regiões próximas a parede. Para modelagem da turbulência optaram pelo modelo das tensões de Reynolds (RSM). Utilizaram o esquema QUICK para velocidade e quantidades turbulentas, com o esquema PRESTO para a pressão e o esquema SIMPLER para o acoplamento pressão velocidade. Segundo os autores os resultados obtidos concordam com resultados encontrados na literatura.

Narasimha, Brennam e Holtham (2006) procuraram descrever os padrões do escoamento no interior de hidrociclones utilizando dinâmica dos fluidos computacional. Em seu trabalho analisaram três geometrias diferentes, um hidrociclone com 75mm de diâmetro (como o de Hsieh, 1998), e dois hidrociclones com 101mm de diâmetro (um com diâmetro de saída inferior de 10mm e outro com diâmetro de saída inferior de 20mm), tendo comparado os perfis de velocidade obtidos no hidrociclone de 75mm com as medições feitas por Hsieh, que utilizou anemometria laser em um hidrociclone com a mesma geometria. Nos hidrociclones de 101mm compararam seus resultados com os resultados de Narasimha et al. (2005). Utilizaram para modelagem da turbulência a simulação de grandes escalas (LES), o modelo diferencial das tensões de Reynolds (DRSM) e o modelo k- ϵ RNG. Para modelar o *air-core* utilizaram o modelo dos volumes de fluidos (VOF). As simulações foram realizadas com o código comercial FLUENT versão 6.0 onde os autores optaram por uma malha de 230.000

pontos para simular o hidrociclone de 75mm e 150.000 para simular o hidrociclone de 101mm, tendo adotado o esquema QUICK para discretização e o esquema SIMPLE para o acoplamento pressão-velocidade, com um passo de tempo de 5×10^{-4} s para o modelo DRSM e 10^{-4} s para o modelo LES. Utilizaram as propriedades físicas da água e do ar para a simulação dos fluidos no interior do hidrociclone. Obtiveram resultados muito bons com a simulação de grandes escalas (LES), onde conseguiram prever muito bem os perfis de velocidade com erros em torno de 1%, tendo sido possível prever as dimensões do *air-core*. Com a utilização do modelo DRSM não obtiveram resultados tão bons, e embora o tempo computacional para LES seja maior do que o necessário para DRSM (utilizaram um servidor de alto desempenho, e observaram que uma simulação com DRSM levou 96hs, enquanto que uma simulação com LES levou 144hs), os autores acreditam que tempo extra de cálculo seja compensado por uma melhor previsão da separação do escoamento assim com das dimensões do núcleo de ar.

Bernardo et al. (2006) propuseram uma nova configuração para ciclones industriais utilizados em plantas de cimento, baseando-se em resultados obtidos por meio da dinâmica dos fluidos computacional, onde a modificação consistia da alteração no ângulo da seção de entrada em relação ao corpo cilíndrico, sendo que em seu trabalho testaram três ângulos diferentes, 30°, 45° e 60°. Os autores utilizaram o código comercial CFX versão 5.7 para as simulações numéricas, onde as equações foram discretizadas utilizando o método de volumes finitos. O acoplamento pressão-velocidade foi feito com o algoritmo SIMPLEC e um esquema UPWIND de alta ordem foi utilizado. Para modelagem da turbulência optaram pelo modelo das tensões de Reynolds (RSM), com um passo de tempo de 0,001s e um tempo total de simulação de 20s. Para a construção da malha utilizaram o pacote ICEM CFD HEXA, sendo que a malha utilizada possuía um total de 81.581 células hexaédricas. Simularam o escoamento de gás e o escoamento gás-sólido, onde o escoamento foi tratado como incompressível isotérmico e com velocidade de entrada de 15,8m/s. Neste trabalho os autores consideraram o tamanho médio das partículas como sendo de 26 μ m, valor obtido de uma curva de distribuição granulométrica fornecida pela Votorantim Cimentos. As partículas possuíam uma densidade de 2740kg/m³. A fase sólida foi tratada como um fluido invíscido com uma fração volumétrica na entrada de 5.5×10^{-5} , sendo que para a fase gasosa a condição de contorno nas paredes foi de não deslizamento enquanto que para fase sólida a condição de contorno adotada nas paredes foi de deslizamento. Bernardo et al. (2006) concluíram que o modelo RSM é adequado para a modelagem de ciclones, utilizando-se tanto gás como gás-sólido. Constataram também que a variação do ângulo do duto de entrada pode aumentar

muito a eficiência do ciclone, uma vez que para o ângulo normal a eficiência obtida foi de aproximadamente 54% enquanto que para o ângulo de 45° esta foi de mais de 77%. Isso demonstra também que a dinâmica dos fluidos computacional é uma ferramenta válida para ser utilizada na indústria, possibilitando o aumento da eficiência de equipamentos com um custo menor do que o necessário para a realização de experimentos.

Jiao et al. (2006) analisaram o escoamento em ciclones dinâmicos utilizando experimentação e simulação numérica. Em seu trabalho evidenciaram a influência dos coeficientes de posição e geométrico, da velocidade de entrada e da geometria do classificador assim como da velocidade do mesmo, na eficiência de separação de um ciclone dinâmico. Para simulação numérica os autores utilizaram o código comercial FLUENT versão seis, com uma malha computacional de aproximadamente 281.000 células e um fator de convergência de $1,0 \times 10^{-4}$ para a continuidade e velocidades e $1,0 \times 10^{-3}$ para as demais equações. Como condições de contorno os autores admitiram um perfil uniforme na entrada, fazem referência ao trabalho de Derksen (2003), o qual, segundo os autores, afirma que o perfil de velocidade na entrada, em relação a ser uniforme ou parabólico, não altera a precisão da simulação quando a mesma é tratada em termos de velocidades médias e níveis de flutuações. As quantidades turbulentas também foram impostas como sendo uniformes na entrada, gradiente nulo para todas as variáveis na direção do escoamento e nas paredes assumiram a condição de não deslizamento. Para realização dos experimentos utilizaram cinco transdutores de pressão para a medição da velocidade tangencial, sendo que as medições foram realizadas a diferentes elevações do ciclone dinâmico e a cada elevação os sensores eram movimentados da parede do ciclone para a borda externa do classificador e dados eram coletados a cada 10mm, e um analisador para o tamanho das partículas. Com os dados coletados experimentalmente Jiao et al. (2006) observaram que os perfis de velocidade levantados tinham uma excelente concordância com os perfis resultantes da simulação numérica. Além disto, evidenciaram a importância da simulação numérica para o trabalho desenvolvido ao relatar que as medições experimentais só foram realizadas fora do classificador, uma vez que a rotação do mesmo impede a colocação dos sensores, demonstrando que toda a análise do escoamento na região do classificador foi realizada baseando-se somente nos resultados numéricos. Ao final do trabalho os autores concluíram que o modelo RSM foi capaz de realmente prever o escoamento no interior de um ciclone dinâmico, mostrando que a simulação numérica é uma ferramenta realmente poderosa.

Silva (2006) em sua dissertação de mestrado realizou simulações numéricas em ciclones com diâmetros da seção circular de 0,254m e 0,127m considerando escoamento do tipo gás-sólido, objetivando a validação do código através da comparação da curva de eficiência obtida com a curva de eficiência empírica de Lapple (1951) e verificando parâmetros como o refino da malha. Em suas simulações utilizou um código comercial com modelo euleriano-euleriano multifásico bidimensional, Meier (1998, apud SILVA, 2006), esquema UPWIND de segunda ordem para interpolação e o modelo das tensões de Reynolds (RSM) para simulação da turbulência, considerando condições de contorno nas paredes de não deslizamento para o gás e deslizamento para as partículas, uma velocidade de entrada de 15,2m/s e fração volumétrica de $1,0 \times 10^{-4}$ para fase particulada. Utilizou um critério de convergência de 5×10^{-4} e uma malha, após estudo para refino, de 114.074 elementos tetraédricos para o ciclone com diâmetro da seção cilíndrica de 0,254m e 57.135 elementos tetraédricos para o ciclone com diâmetro da seção cilíndrica de 0,127m. O autor considerou que os resultados obtidos possuíam boa concordância com os encontrados na literatura.

Chuah et al. (2006) estudaram o efeito da dimensão da seção cônica de ciclones e hidrociclones no desempenho dos mesmos, através da dinâmica dos fluidos computacional. Para realização das simulações numéricas utilizaram o código comercial FLUENT versão 6.1, onde as equações foram discretizadas com o método dos volumes finitos. Utilizaram o algoritmo SIMPLE para o acoplamento pressão-velocidade e um esquema UPWIND de segunda ordem para interpolação das variáveis. Para modelagem da turbulência utilizaram os modelos k- ϵ RNG e o modelo das tensões de Reynolds (RSM). Realizaram o cálculo da trajetória das partículas com o modelo da fase discreta (DPM), sendo que assumiram que a presença das partículas não afeta o escoamento (devido à pequena fração volumétrica) e consideraram as colisões entre as partículas e as paredes do ciclone como perfeitamente elásticas (coeficiente de redistribuição igual a 1). Realizaram simulações para três geometrias diferentes, sendo que para cada geometria utilizaram um número de pontos diferente, totalizando, 7.847, 8.500 e 10.235 pontos. Compararam seus resultados com os resultados experimentais (obtidos por XIANG, 2001), e encontraram uma diferença para queda de pressão de 0,5% e 5,5% para os modelos RSM e k- ϵ RNG, respectivamente, e uma diferença para eficiência de grade de 4,4% e de 0,8% para o diâmetro de corte, considerando o modelo RSM. Com estes resultados concluíram que o modelo RSM representa melhor o escoamento do que o modelo k- ϵ RNG, sendo que as diferenças encontradas entre os resultados obtidos

com o modelo RSM e os resultados experimentais utilizados, provavelmente são da mesma ordem que os erros experimentais.

Narasimha et al. (2007) desenvolveram um modelo de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) de um ciclone de meio denso (DMC). Para isto, utilizaram o código comercial FLUENT, utilizando o modelo de mistura (Manninen et al., 1996) para modelar o meio com distribuição de tamanho. O modelo volume de fluido (VOF) foi utilizado para modelar o núcleo de ar (*air-core*), e as duas metodologias, a simulação de grandes escalas (LES), com um modelo sub-malha, e a metodologia URANS, com o modelo diferencial das tensões de Reynolds (DRSM), para fechamento do problema da turbulência. Utilizaram um esquema QUICK para discretização das equações e algoritmo SIMPLE para o acoplamento pressão-velocidade, considerando um passo de tempo de 5×10^{-4} s para o modelo DRSM e de $1,0 \times 10^{-4}$ s para LES. Os resultados obtidos nas simulações numéricas para a forma e o diâmetro do núcleo de ar (*air-core*) estão próximos dos obtidos experimentalmente por tomografia de raios gama (*gamma ray tomography* – GRT). Simulações multifase (ar/água/meio) utilizando a simulação de grandes escalas para modelagem da turbulência, distribuição de tamanho para o meio, correção de viscosidade de acordo com a concentração de alimentação do meio, e adição de forças de sustentação ao modelo da velocidade de deslizamento da mistura, forneceram resultados precisos para a segregação média axial, com perfis de densidade próximos aos obtidos por tomografia por raios gama (GRT), embora a concentração do meio no *overflow* tenha sido inferior a experimental. A modelagem das partículas no DMC foi feita utilizando o modelo lagrangiano de rastreamento de partículas, para partículas com tamanho variando entre 0,5 e 8mm e densidade variando entre 1000 e 2000kg/m³.

Bhaskar et al. (2007) simularam numericamente os efeitos do aumento no diâmetro do tubo do *underflow*, do aumento da pressão de entrada e da vazão de entrada em um ciclone com diâmetro da parte cilíndrica de 76mm. Para isto os autores utilizaram o código comercial FLUENT versão 6.1.22, onde optaram por uma malha não estruturada (baseada em elementos tetraédricos), com 150.000 células. Utilizaram o esquema PRESTO para pressão, o esquema SIMPLE para o acoplamento pressão velocidade e o esquema QUICK de alta ordem para as interpolações. Como critério de convergência adotaram o valor de $1,0 \times 10^{-6}$. Com esta configuração simularam quatro diâmetros diferentes para o *underflow* (10mm, 15mm, 20mm e 25mm) e duas pressões de entrada (55kPa e 83kPa), sendo que consideraram a água (densidade 998,2Kg/m³ e viscosidade de $1,003 \times 10^{-6}$) e a presença de partículas com densidade

de 2650Kg/m³ e tamanho variando entre 1 e 25µm, sendo que as partículas foram tratadas de forma lagrangiana (utilizando as condições previstas pela parte contínua, euleriana). Para modelagem da turbulência os autores utilizaram os modelos K-ε padrão, K-ε RNG e RSM, sendo que ao comparar com os resultados experimentais encontraram a seguinte variação nos erros, 15-20% para o k-ε padrão, 10-15% para o k-ε RNG e 4-8% para o RSM. Assim, o modelo RSM apresentou resultados melhores do que os demais.

Karagoz e Kaya (2007) utilizaram a dinâmica dos fluidos computacional (CFD) para investigar as características de escoamentos fortemente rotativos e de transferência local de calor em um ciclone com diâmetro da parte cilíndrica de 300mm, comparando os resultados obtidos com resultados experimentais. Em seu trabalho os autores utilizaram o código comercial FLUENT, tendo optado por uma malha não uniforme, gerada em ambiente GAMBIT, contendo um total de 127.000 elementos. Os autores adotaram um critério de convergência para todas as variáveis de 1×10^{-6} , sendo que o mesmo era obtido após 800 iterações. Para modelagem da turbulência, testaram os modelos k-ε padrão, k-ε RNG e o modelo das tensões de Reynolds (RSM), e, embora tenham obtido melhores resultados com o modelo RSM, preferiram utilizar o modelo k-ε RNG devido às limitações de memória e de tempo de CPU. Em suas simulações utilizaram cinco velocidades de entrada diferentes, 3, 6, 15 e 30m/s, o que corresponde aos seguintes números de Reynolds 12.700, 25.400, 63.500 e 127.000, respectivamente. Para verificação da transferência de calor admitiram o gás entrando a 40°C e as paredes do ciclone a uma temperatura fixa de 20°C (os autores consideram a hipótese das paredes do ciclone com temperatura fixa como sendo irreal, no entanto decidiram manter a mesma hipótese para todas suas simulações).

Shalaby (2007) realizou, em sua tese de doutorado, um estudo sobre o potencial da metodologia LES na simulação de separadores ciclônicos, para isto, o autor utilizou dois códigos diferentes, sendo um o código comercial CFX 4.4 e o outro o código de pesquisa MISTRAL-3D, desenvolvido na Universidade de Tecnologia de Chemnitz, baseado na técnica de volumes finitos, em uma malha estruturada por blocos. Para modelagem da turbulência optou por três modelos diferentes, os modelos k-ε e o modelo das tensões de Reynolds (RSM), no código comercial e o modelo sub-malha de Smagorinsky com a função de amortecimento de Van Driest no código de pesquisa. Utilizou o software comercial ICEM para geração das malhas, sendo uma com 660.000 elementos, a qual denominou de malha “grosseira” e outra com 1.300.000 elementos, denominada de malha “fina”. Os resultados obtidos com o modelo k-ε são pobres quando comparados com os resultados obtidos com os

modelos RSM e LES, no entanto, o autor também afirma que o modelo de Smagorinsky fornece resultados melhores do que o RSM mesmo para a malha “grosseira”, concluindo que LES é a ferramenta apropriada para a simulação da turbulência em ciclones.

Gupta et al. (2008) analisaram a queda de pressão em escoamentos em hidrociclones utilizando experimentação e dinâmica dos fluidos computacional (CFD). Em seu estudo evidenciaram o efeito da formação do núcleo de ar sobre o escoamento em diferentes regiões da geometria do hidrociclone. Para simulação numérica utilizaram uma malha computacional não estruturada, gerada com o software GAMBIT e o código comercial FLUENT, onde optaram pelo algoritmo SIMPLE para o acoplamento pressão velocidade, com um critério de convergência de $1,0 \times 10^{-3}$ para a conservação da massa e para as velocidades, e um passo de tempo de 0,01s. Consideraram também a existência de duas fases (ar e água) e para modelagem da turbulência utilizaram o modelo K- ϵ RNG. Neste trabalho os autores não comparam diretamente os resultados obtidos experimentalmente com os resultados numéricos, preocupando-se em apenas descrever a influência do núcleo de ar no escoamento.

Kaya e Karagoz (2008) realizaram varias simulações numéricas objetivando determinar a influência dos modelos de turbulência, algoritmos e esquemas numéricos utilizados no cálculo das características de escoamentos altamente rotativos (sendo que os autores utilizaram o escoamento em um ciclone com diâmetro da parte cilíndrica de 170mm para efetuar os testes) nos resultados obtidos. Para isto utilizaram vários algoritmos e esquemas numéricos, conforme mostrado na Tabela 1, em conjunto com três modelos de turbulência, k- ϵ , k- ϵ RNG e o modelo das tensões de Reynolds (RSM), comparando os resultados obtidos com resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura. Concluíram que a escolha ótima seria segunda ordem para energia cinética turbulenta e primeira ordem para tensões de Reynolds (neste trabalho os autores utilizaram primeira ordem para tensões de Reynolds em todos os testes por motivos de estabilidade numérica), o algoritmo SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade, o esquema PRESTO para interpolação da pressão e o esquema QUICK para equação do momentum.

Tabela 1: Configurações testadas por Kaya e Karagoz (2008).

Pressão	PRESTO	PRESTO	PRESTO	PRESTO	Segunda Ordem
Acoplamento pressão-velocidade	SIMPLEC	SIMPLEC	SIMPLEC	SIMPLEC	SIMPLEC
Momentum	Segunda Ordem	QUICK	Segunda Ordem	QUICK	Segunda Ordem
Energia cinética turbulenta	Segunda Ordem	Segunda Ordem	Segunda Ordem	QUICK	Segunda Ordem
Taxa de dissipação turbulenta	Segunda Ordem	Segunda Ordem	Segunda Ordem	QUICK	Segunda Ordem
Tensões de Reynolds	Primeira Ordem	Primeira Ordem	Primeira Ordem	Primeira Ordem	Primeira Ordem

Vegini et al. (2008) construíram um modelo, baseado em uma aproximação Euleriana-Euleriana em um domínio espacial bidimensional, utilizando dinâmica dos fluidos computacional, para verificar a performance de uma torre de ciclones (vários ciclones conectados em série) utilizada na indústria de cimentos. O modelo foi validado com resultados experimentais de queda de pressão e da eficiência de coleta. Os autores utilizaram o software CYCLO Meier (1998, apud VEGINI, 2008) para simular o modelo, sendo que este software é composto de três módulos. Um módulo pré-processo responsável pela construção da malha, que foi desenvolvida em coordenadas cilíndricas e com esquema multi-bloco. Um módulo de processo, responsável pela obtenção das soluções numéricas, que utiliza volumes finitos para discretização das equações, o algoritmo SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade, um procedimento implícito de primeira ordem para o tempo e um algoritmo TDMA para solução do sistema de equações não lineares discretizadas. O módulo de pós-processamento permite a aplicação de técnicas de visualização para análise dos resultados obtidos. O software também utiliza o conceito de multi-fluido para modelagem do escoamento gás-sólido, tratando a fase gasosa como sendo incompressível e considerando que as forças de pressão só atuem na fase gasosa. Para a modelagem da turbulência utiliza um modelo híbrido que é constituído de uma combinação do modelo k- ϵ padrão com o modelo do comprimento de mistura longitudinal de Prandtl. Segundo os autores, os resultados obtidos mostram que o software utilizado possui um potencial considerável para aplicação neste tipo de problemas, e o conceito multi-fluido adotado pode ser utilizado.

Raoufi et al. (2008) estudaram através de simulações numéricas os efeitos da forma e do diâmetro do vortex finder na eficiência de separação de ciclones. Neste trabalho os autores utilizaram as mesmas geometrias testadas experimentalmente por Lim et al., (2004) totalizando dez geometrias diferentes, com três vazões de entrada diferentes, 30, 50 e 70l/min. Utilizaram o software GAMBIT para gerar a malha, sendo que optaram por malhas variando de 60.000 à 100.000 células hexaédricas, onde preferiram também utilizar uma estrutura do tipo multi-bloco. Escolheram o método SIMPLE para o acoplamento pressão velocidade e um esquema UPWIND de segunda ordem para interpolação das variáveis. Para simular a turbulência utilizaram o modelo das tensões de Reynolds (RSTM), com um critério de convergência de 5×10^{-4} . Para simular as flutuações de velocidade utilizaram um modelo discreto *random walk* (DRW) e o modelo da fase discreta (DPM) para rastrear as partículas

sólidas no fluido. Os autores concluíram que seus resultados apresentaram boa concordância com os resultados experimentais de Lim et al., (2004).

Conforme apresentado na breve revisão acima, a utilização da dinâmica dos fluidos computacional na análise de equipamentos industriais vem se firmando cada vez mais como realidade, sendo possível encontrar diversos casos onde a simulação numérica foi utilizada para analisar o escoamento em ciclones e hidrociclones industriais (por exemplo, Noriler et al., 2004; Bernardo, 2005; Bernardo et al., 2006), possibilitando a identificação de parâmetros, de operação ou geométricos, que influenciam na eficiência destes equipamentos, e a proposição de modificações, nestes parâmetros, de tal forma a se obter um aumento de eficiência dos ciclones e hidrociclones.

Pode se verificar também que o modelo de turbulência k- ϵ não é representativo do escoamento em ciclones, uma vez que os autores que utilizaram este modelo só obtiveram resultados razoáveis devido à modificações no mesmo, sendo que esta análise também é válida para o modelo k- ϵ RNG. O modelo das tensões de Reynolds é capaz de captar vários fenômenos característicos de escoamentos em ciclones e hidrociclones (inclusive formação do *air core* e o *precessing vortex core*), no entanto como demonstrado por Narasimha, Brennam e Holtham (2006), até mesmo este modelo necessita de ajustes para o caso de escoamentos nestes equipamentos, e, desta maneira não é o mais indicado para este tipo de problema. Todos os autores que utilizaram a metodologia LES ressaltaram que os modelos sub-malha foram capazes de gerar ótimos resultados, e de forma geral ressaltam que embora a simulação de grandes escalas seja computacionalmente mais cara, os resultados obtidos com a mesma são melhores do que os obtidos com a metodologia URANS. Wegner et al. (2004) e Bernardo (2005) também encorajam a utilização da metodologia DES (*Detached Eddy Simulation*), ressaltando que a mesma provavelmente fornecerá resultados e custo computacional intermediários entre URANS e LES, sendo, portanto, uma boa alternativa para resultados mais precisos do que os obtidos com modelos URANS, sem o custo necessário para uma simulação de grandes escalas. Estes modelos de turbulência serão apresentados no capítulo seguinte.

Com relação ao tipo de malha e métodos numéricos utilizados, os mesmos serão apresentados e discutidos no capítulo cinco.

3.1 – Fechamento do Capítulo III e apresentação do Capítulo IV

Conforme mencionado no subitem 2.7, a resenha apresentada acima evidência as características numéricas utilizadas por diversos autores, assim como a metodologia adotada pelos mesmos para a modelagem da turbulência.

O Capítulo IV apresenta inicialmente uma introdução ao problema de fechamento da turbulência e da viscosidade turbulenta. Em seguida, são apresentados os modelos clássicos (RANS - Reynolds Averaged Navier-Stokes equations) k - Ω , k - ε , BSL e SST, seguido pelo modelo Híbrido (RANS – LES) SST-DES e pelos modelos LES (Large Eddy Simulation) de Smagorinsky, Yakhot (YAKHOT et al., 1986) e o modelo submalha dinâmico de Germano (GERMANO et al., 1991) com o procedimento proposto por Lilly (LILLY D. K., 1992) . Apresentando as principais vantagens e desvantagens de cada modelo citado acima.

CAPÍTULO IV

MODELAGEM DA TURBULÊNCIA

Conforme dito anteriormente o problema envolvendo escoamentos turbulentos é extremamente complexo, e embora estudado a mais de 100 anos ainda não existe uma teoria fechada capaz solucionar o mesmo. Para evidenciar este fato pode-se citar o trecho inicial de uma palestra conduzida por Prandtl à cerca de 80 anos atrás:

“O que eu estou prestes a dizer sobre o fenômeno de escoamentos turbulentos ainda está muito longe de ser conclusivo. Ao invés, são os primeiros passos em um novo caminho que eu espero que seja seguido por muitos outros.

As pesquisas sobre o problema da turbulência que foram desenvolvidas em Göttingen por cerca de cinco anos infelizmente deixaram a esperança, de um completo entendimento de escoamentos turbulentos, muito pequena. As fotografias têm nos mostrado apenas quão complicado e desesperançoso este escoamento é [...] Prandtl (apud CEBECI, 2004)”

Prandtl fez estas afirmações em uma época onde cálculos numéricos utilizavam equipamentos primitivos, como réguas de calculo e calculadoras mecânicas (CEBECI, 2004), e a forma de se estudar escoamentos turbulentos era através da experimentação, o que inicialmente atendia as necessidades existentes, já que parâmetros como o arrasto (média temporal) ou a transferência de calor são relativamente fáceis de serem medidos (FERZIGER, 2002). À medida que os equipamentos utilizados se tornam mais sofisticados, os níveis de detalhe e precisão dos dados obtidos têm que aumentar. E isto de certa forma “forçou” o avanço obtido tanto experimentalmente, que hoje conta com o auxílio de técnicas como *laser-Doppler* não obstrutivo e *particle image velocimetry* (PIV), quanto, principalmente, computacionalmente com a utilização da simulação numérica direta para escoamentos mais simples à Reynolds moderado e até mesmo da simulação de grandes escalas em escoamentos um pouco mais complexos. Embora não exista uma solução para o problema, existe a possibilidade da obtenção de dados cada vez mais confiáveis e detalhados, permitindo um avanço neste campo cada vez mais rápido, de tal forma que segundo Cebeci (2004) hoje não

se esta mais “sem esperança” de se encontrar uma solução, mesmo que numérica, para este problema.

Considerando esta hipótese, de acordo com Bardina et al. (1980, apud FERZIGER, 2002) existem seis categorias de métodos numéricos para estudar este tipo de escoamento, onde a maior parte das categorias pode ser dividida em sub-categorias:

- A primeira envolve o uso de correlações como as que fornecem o fator de atrito em função do número de Reynolds ou o número de Nusselt como função do número de Reynolds e de Prandtl. Que é um método útil, mas limitado a escoamentos simples.
- O segundo utiliza equações integrais. O que normalmente reduz o problema a uma ou mais equações diferenciais ordinárias, as quais são de fácil solução.
- O terceiro é baseado em equações médias do movimento sobre o tempo (para escoamentos em regime permanente estatístico), sobre a coordenada na qual o escoamento médio não varia. Esta aproximação conduz a um conjunto de equações parciais diferenciais, denominado *Reynolds Averaged Navier-Stokes equations* (RANS).
- O quarto tipo de método é chamado de fechamento de dois-pontos. Ele utiliza equações para a correlação das componentes da velocidade em dois pontos espaciais, ou, normalmente, a transformada de Fourier destas equações. Estes métodos raramente são utilizados, exceto para turbulência homogênea.
- O quinto é a simulação de grandes escalas (LES) que resolve as grandes escalas do movimento, enquanto aproxima, ou modela apenas as menores escalas do movimento.
- E por ultimo, existe a simulação numérica direta (DNS) na qual as equações de Navier-Stokes são resolvidas para todos os movimentos em um escoamento turbulento.

Sendo que neste texto será abordado somente o terceiro, o quinto e o último item citados acima.

4.1 – Equações Médias de Reynolds e Problema de Fechamento da Turbulência

As equações da conservação da massa e do momentum podem ser escritas para um fluido incompressível em notação tensorial, respectivamente, da seguinte forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.2)$$

Realizando uma média temporal nestas equações, tem-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.5)$$

Osborne Reynolds em 1895 propôs um processo de decomposição de escalas, sendo que este processo posteriormente ficou conhecido como decomposição de escalas de Reynolds, dividindo as propriedades de interesse em uma parte média e uma flutuante (WILCOX, 1994). Que, segundo Silveira-Neto (2002), pode ser definido da seguinte forma:

$$u_\ell = \bar{u}_\ell + u'_\ell \quad (4.6)$$

Onde, $\bar{u}_\ell$ representa a parte média e u' representa as flutuações, logo, pode-se decompor o termo não linear da equação (4.5) da seguinte forma:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)} = \bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (4.7)$$

Sendo que as seguintes propriedades são validas:

$$\overline{u'_i \bar{u}_j} = \overline{\bar{u}_i u'_j} = 0 \quad (4.8)$$

$$\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4.9)$$

De tal forma que a equação (4.7) pode ser reescrita como:

$$\overline{u_i u_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j} \quad (4.10)$$

Aplicando esta decomposição de escalas à equação média da conservação do momentum (4.4), temos:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.11)$$

Observando a equação (4.11) é possível notar que a mesma não pode ser resolvida, uma vez que no termo não linear da equação aparece a média do produto de duas variáveis flutuantes, que passa a ser denominada de tensor de Reynolds. Este tensor, indicado na equação (4.12), acrescenta mais seis incógnitas (devido a sua simetria) à equação (4.11), tornando impossível a solução do sistema de equações.

$$\overline{u'_i u'_j} = \tau = \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

O tensor de Reynolds possui natureza física semelhante ao tensor viscoso molecular, apesar de sua origem estar ligada ao termo não linear. Desta forma é natural transpor este tensor para o segundo membro da equação de conservação e agrupá-lo com o tensor viscoso (SILVEIRA-NETO, 2002). Desta forma, pode-se reescrever a equação (4.11) como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (4.13)$$

Conforme dito anteriormente, este tensor acrescenta mais incógnitas ao sistema de equações sem que haja o acréscimo de nenhuma equação, tornando a solução do mesmo impossível, este fato leva a necessidade de se modelar este tensor, que é um momento de segunda ordem. Segundo Silveira-Neto (2002), é sempre possível gerar uma equação de transporte para um momento de segunda ordem, no entanto, ao gerar esta equação aparecerá um momento de terceira ordem, que terá de ser modelado, sendo que também é possível se gerar uma equação de transporte para um momento de terceira ordem, mas novamente aparecerá um momento de ordem maior, de tal maneira que o sistema continuará sempre sem solução, sendo este o problema de fechamento da turbulência, cuja única solução conhecida atualmente passa pela chamada modelagem da turbulência.

4.2 – Equações de Navier-Stokes Filtradas

Smagorinsky (1963 apud SILVEIRA-NETO, 2002) sugeriu um processo similar a decomposição de Reynolds, no entanto utilizando um filtro (normalmente um filtro espacial) ao invés da média, onde a parte filtrada representaria fisicamente as maiores estruturas turbilhonares e a parte flutuante representaria as menores estruturas presentes no escoamento. Aplicando este processo de filtragem nas equações da conservação da massa (4.1) e do momentum (4.2), obtém-se equações aparentemente análogas às equações (4.3) e (4.4), no entanto para as quais pode-se definir o produto filtrado que aparece no termo não linear como sendo:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (4.14)$$

Definindo o tensor de Leonard (L_{ij}) e o tensor cruzado (C_{ij}):

$$L_{ij} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4.15)$$

$$C_{ij} = \overline{u_i' u_j'} + \overline{u_i' u_j'} \quad (4.16)$$

Pode se reescrever a equação (4.14) como sendo:

$$\overline{u_i u_j} = L_{ij} + C_{ij} + \tau_{ij} + \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (4.17)$$

Onde τ_{ij} é o tensor de Reynolds, definido anteriormente, e a equação da conservação do momentum pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - (\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij}) \right] \quad (4.18)$$

Shaanam et al. (1975, apud SILVEIRA-NETO, 2002) estimou que para esquemas de transporte convectivo de até segunda ordem os tensores de Leonard e cruzado podem ser desprezados diante do tensor de Reynolds. Posteriormente Silveira-Neto et al. (1993, apud SILVEIRA-NETO, 2002) demonstrou, através de experiências numéricas, que para esquemas de até terceira ordem estes tensores são desprezíveis perante o tensor sub-malha de Reynolds.

No entanto, mesmo para esquemas de baixa ordem, a presença dos tensores (ou do tensor) sem adição de outras equações faz que se tenha um sistema aberto, recaindo sobre o problema de fechamento da turbulência discutido anteriormente (SILVEIRA-NETO, 2002).

4.3 – Modelos de Turbulência

De forma geral, com exceção das regiões próximas a paredes, as tensões de Reynolds são muito maiores do que as taxas de transporte viscoso. As flutuações de velocidade e conseqüentemente as tensões turbulentas são nulas na superfície sólida, devido à condição de não deslizamento imposta ao escoamento na parede. Os menores turbilhões, na escala dissipativa, não afetam diretamente os maiores turbilhões, responsáveis pelo transporte de quantidade de movimento. As tensões turbulentas são então aproximadamente independentes da viscosidade. Esta independência da viscosidade simplifica a tarefa de modelar as tensões

de Reynolds. Modelagem, no atual contexto, significa substituir variáveis de alta ordem nas equações com média de Reynolds por funções das variáveis dependentes presentes nas próprias equações, obtendo assim um sistema fechado de equações.

Basicamente, existem duas abordagens para se modelar as tensões de Reynolds:

- o conceito de viscosidade turbulenta;
- a modelagem da equação de transporte do tensor de Reynolds.

A primeira técnica utiliza a proposta de Boussinesq, a qual relaciona as contribuições da turbulência, na transferência de quantidade de movimento linear, à taxa de deformação do escoamento médio, através de uma viscosidade adicional, a viscosidade turbulenta. Esta hipótese dá origem ao ramo da modelagem conhecido como modelos de viscosidade turbulenta que utilizam relações para calcular esta viscosidade.

A segunda técnica seria, em princípio, o melhor método para se prever as tensões de Reynolds (ou tensor de Reynolds), nesta modelagem, que também é conhecida como modelo de fechamento de momento de segunda ordem, o fluxo extra de quantidade de movimento turbulento é dado diretamente pela solução das equações de transporte das próprias tensões de Reynolds. Porém, devido ao problema do fechamento da turbulência, as equações exatas são modeladas termo a termo. Além destas equações modeladas, há necessidade de uma equação para uma quantidade geradora de escala de comprimento. A maioria dos modelos diferenciais emprega a equação de transporte da taxa de dissipação, idêntica a usada nos modelos de duas equações. O resultado é um conjunto de equações diferenciais parciais para as tensões de Reynolds a serem resolvidas com as equações de Navier-Stokes com média de Reynolds e com a equação de conservação de massa.

Além das duas abordagens referidas acima, pode-se dividir os modelos de turbulência de acordo com a seguinte classificação (WILCOX, 1994):

- I. Modelos algébricos (zero equações);
- II. Modelos a uma equação;
- III. Modelos a duas equações;
- IV. Modelo de fechamento de momento de segunda ordem.

4.3.1 – Conceito de Viscosidade Turbulenta

O conceito de viscosidade turbulenta foi desenvolvido por Boussinesq (1877). Nesta proposta assume-se a existência de uma proporcionalidade entre as tensões turbulentas e os gradientes de velocidade.

Desta forma, segundo Abrunhosa (2004), pode-se escrever a formulação como sendo:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (4.19)$$

Sendo que o segundo termo do lado direito da Equação (4.19) é nulo no caso de escoamentos incompressíveis. Na equação acima κ representa a energia cinética turbulenta e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

$$k \equiv \frac{1}{2} \overline{u'^2 + v'^2 + w'^2} = \frac{1}{2} \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) \quad (4.20)$$

Substituindo a equação (5.19) para as tensões de Reynolds, na equação (4.13) da conservação do momentum, chega-se a equação de Reynolds modelada, que pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (4.21)$$

Rearranjando os termos e incorporando a energia cinética turbulenta no termo da pressão, a equação (4.21) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.21)$$

A viscosidade turbulenta não é uma propriedade do fluido e varia de forma complicada de escoamento para escoamento e de ponto para ponto em um mesmo escoamento. Quase todos os modelos, que utilizam a hipótese da tensão turbulenta ser proporcional a taxa de

deformação média, assumem que a viscosidade turbulenta é uma propriedade escalar (isotrópica). De fato, é difícil definir uma viscosidade turbulenta anisotrópica, sem relacioná-la as direções preferenciais definidas pelas condições de contorno, o que seria incorreto, pois violaria o princípio da invariância rotacional. Outra desvantagem é que a viscosidade turbulenta tende para o infinito quando a taxa de deformação média tende a zero.

Se a hipótese da viscosidade turbulenta ser isotrópica é uma deficiência física, a mesma tem uma grande vantagem computacional. A simplicidade e a facilidade prática da hipótese possibilitam que os modelos sejam diretamente incorporados a qualquer código computacional desenvolvido para solução das equações de Navier-Stokes em escoamento laminar com propriedades variáveis. Não se deve esperar que a viscosidade turbulenta siga exclusivamente as escalas do escoamento médio ou aquelas da turbulência. Todavia, modelos de viscosidade turbulenta acabam incorrendo ou no erro de utilizar exclusivamente o escoamento médio ou no de utilizar somente escalas de turbulência (SILVEIRA-NETO, 2002).

4.3.2 – O Modelo K- ω

Em 1942 Kolmogorov propôs o primeiro modelo de turbulência de duas equações. Ele escolheu a energia cinética turbulenta como um de seus parâmetros, deduzindo uma equação de transporte para a mesma, assim como Prandtl (1945), e como segundo parâmetro, escolheu a dissipação específica (por unidade de massa) da energia cinética turbulenta, ω . Desta forma, criando o modelo k- ω , onde ω satisfaz uma equação diferencial similar à equação para k (WILCOX, 1994).

Na região da camada limite este modelo fornece bons resultados tanto no tratamento da região viscosa próxima a parede, quanto no tratamento dos gradientes de pressão da corrente livre. No entanto, o modelo k- ω não fornece bons resultados para o tratamento de regiões não turbulentas na corrente livre, ou seja, este modelo é mais indicado para escoamentos próximos a paredes, não fornecendo bons resultados para escoamentos em regiões afastadas das mesmas (POPE, 2003).

Ao longo das últimas cinco décadas este modelo sofreu diversas modificações sendo que a versão apresentada abaixo é a proposta por Wilcox (1988, apud WILCOX, 1994)

- equação para a viscosidade turbulenta:

$$\mu_t = \rho k / \omega \quad (4.22)$$

- equação para a energia cinética turbulenta:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma^* \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \beta^* \rho k \omega \quad (4.23)$$

- equação para a taxa de dissipação específica:

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \tau_{ij} \alpha \frac{\omega}{k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) - \beta \rho \omega^2 \quad (4.24)$$

- coeficientes de fechamento:

$$\alpha = \frac{5}{9}; \quad \beta = \frac{3}{40}; \quad \beta^* = \frac{9}{100}; \quad \sigma = \sigma^* = \frac{1}{2} \quad (4.25)$$

- relações auxiliares:

$$\varepsilon = \beta^* \omega k \quad \text{e} \quad \ell = k^{1/2} / \omega \quad (4.26)$$

4.3.3 – O Modelo K-ε

O modelo k-ε é o modelo de turbulência mais utilizado atualmente em escoamentos industriais. Este modelo foi inicialmente desenvolvido com o trabalho de Chou (1945) e por alguns outros pesquisadores na década de 60, no entanto, os principais trabalhos envolvendo o mesmo são o de Jones e Launder (1972), sendo comumente referido como modelo k-ε padrão e o de Launder e Sharma (1974) que forneceu valores aprimorados para as constantes (WILCOX, 1994).

Segundo Pope (2003) este modelo é constituído de:

- a equação de transporte para a energia cinética turbulenta, k.

- a equação de transporte para a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta, ε .
- a especificação da viscosidade turbulenta como: $\nu_T = C_\mu k^2/\varepsilon$

Sendo que suas equações segundo Wilcox (1994, apud SILVEIRA-NETO, 2002) podem ser escritas como:

- equação para a energia cinética turbulenta:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j k) = -\bar{u_i u_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \varepsilon \quad (4.27)$$

- equação para a taxa de dissipação:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \varepsilon) = -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \bar{u_i u_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \quad (4.28)$$

- coeficientes de fechamento:

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44; \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92; \quad C_\mu = 0,09; \quad \sigma_k = 1,0; \quad \sigma_\varepsilon = 1,3 \quad (4.29)$$

- relações auxiliares:

$$\omega = \varepsilon / C_\mu k \quad (4.30)$$

$$\ell = C_\mu k^{3/2} / \varepsilon \quad (4.31)$$

O modelo k- ε padrão prevê bem o escoamento em regiões afastadas da camada limite, no entanto possui sérias restrições quando utilizado na simulação de escoamentos próximos a paredes, em dutos não circulares ou com quinas e em escoamentos com gradiente adverso de pressão. Segundo Menter (1992), sob esta última condição o modelo prevê tensões cisalhantes muito altas e conseqüentemente atrasa ou simplesmente “previne” a separação. Desta forma ao longo dos anos foram sendo desenvolvidas várias alterações no modelo, de tal forma que hoje

existem modelos k-ε para baixo número de Reynolds, k-ε renormalizado (RNG) linear e não linear, e varias outras “versões” deste modelo (ABRUNHOSA, 2003). Sendo que estas não serão abordadas neste trabalho.

4.3.4 – O Modelo SST (*Shear Stress Transport*)

Como uma forma de aprimorar o modelo k-ω proposto por Wilcox (1988), Menter (1992) propôs dois novos modelos, denominados *new baseline model* (BSL) e *Shear Stress Transport* (SST) *model*. O modelo BSL foi desenvolvido de tal forma a gerar resultados similares aos do modelo k-ω original de Wilcox na parte interna da camada limite, mas sem a forte dependência do mesmo a valores arbitrários da corrente livre. O modelo BSL é idêntico ao modelo de Wilcox nos 50% internos da camada limite, mas muda gradualmente para o modelo k-ε de Jones e Launder (1972) em regiões mais externas (MENTER, 1992). O modelo SST é baseado no modelo BSL, no entanto com algumas vantagens, como a limitação da tensão cisalhante em escoamentos com gradiente adverso de pressão. Este modelo é baseado na hipótese de Bradshaw's, onde a tensão cisalhante principal é proporcional à energia cinética turbulenta, a qual é introduzida na definição de viscosidade turbulenta (MENTER, 1992).

Nos modelos BSL e SST, por conveniência (DAVIDSON, 2006), a formulação do modelo k-ε é transformada na formulação de um modelo k-ω, utilizando-se da equação (4.30). Sendo que esta transformação é mostrada em detalhes em Bredberg (2000) e Davidson (2006), sendo omitida no presente trabalho. Desta forma as equações utilizadas no modelo SST, apresentadas conforme Menter (1992) são:

Modelo k-ω original, reescrito por conveniência:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_{k1} \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \omega}{\partial x_j} = \gamma_1 P \omega - \beta_1 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_{\omega 1} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (4.33)$$

Modelo k-ε transformado:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_{k2} \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \omega}{\partial x_j} = \gamma_2 P \omega - \beta_2 \rho \omega^2 + 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_{\omega 2} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (4.35)$$

Onde:

$$P_k = \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (4.36)$$

$$P_\omega = \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \omega \delta_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (4.37)$$

Sendo que o segundo termo do lado direito das equações (4.36) e (4.37) é nulo para o caso de escoamentos incompressíveis.

Multiplicando as equações (4.32) e (4.33) por F_1 e as equações (4.34) e (4.35) por $(1 - F_1)$, e depois somando as equações respectivas de cada modelo, chega-se às equações do modelo SST.

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \omega}{\partial x_j} = & \gamma P_\omega - \beta_2 \rho \omega^2 + 2 \rho (1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \\ & \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Onde os sub-índices 1 e 2 correspondem respectivamente aos modelos k- ω e k- ϵ , e ao considerarmos uma constante qualquer ϕ , a relação entre ϕ_1 e ϕ_2 será dada por:

$$\varphi = F_1 \varphi_1 + (1 - F_1) \varphi_2 \quad (4.40)$$

Sendo F_1 a função *blending*, ou seja, função responsável pela transição dos modelos de $k-\omega$ para $k-\varepsilon$ à medida que se afasta da parede. Como esta função deve ter valor unitário na parte interna da camada limite e deve ser zero em regiões mais afastadas, conforme indicado na Figura 10, a mesma foi definida da seguinte forma:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (4.41)$$

Onde:

$$\arg_1 = \max \left(\min \left(\frac{\sqrt{k}}{0,09 \omega y}; 0,45 \frac{\omega}{\Omega} \right); \frac{400 \nu}{y^2 \omega} \right) \quad (4.42)$$

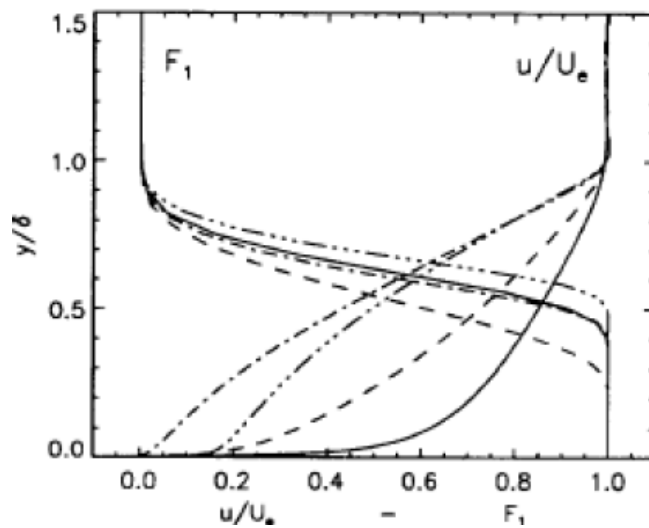


Figura 10: Função F_1 x y/δ para diferentes perfis de velocidade. (Fonte: MENTER, 1992, p. 6).

Para o fechamento do modelo SST, Menter (1992), definiu-se a viscosidade turbulenta como sendo:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega F_2)} \quad (4.43)$$

Onde, a_1 vale 0,3 e Ω é a vorticidade absoluta e F_2 é dada por:

$$F_2 = \tan gh(\arg_2^2) \quad (4.44)$$

Onde:

$$\arg_2 = \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}; \frac{400\nu}{y^2\omega}\right) \quad (4.45)$$

As constantes φ_1 e φ_2 utilizadas no modelo foram definidas como sendo respectivamente:

$$\sigma_{k1} = 0,85; \sigma_{\omega1} = 0,65; \beta_1 = 0,0750; \beta^* = 0,09; \kappa = 0,41; \gamma_1 = (\beta_1/\beta^* - \sigma_{\omega1}\kappa^2/\beta^*)$$

$$\sigma_{k2} = 1,0; \sigma_{\omega2} = 0,856; \beta_2 = 0,0828; \beta^* = 0,09; \kappa = 0,41; \gamma_2 = (\beta_2/\beta^* - \sigma_{\omega2}\kappa^2/\beta^*)$$

Posteriormente, Menter (2003, apud DAVIDSON, 2006) propôs duas modificações no modelo SST, sendo elas:

- Substituiu a vorticidade absoluta, Ω , utilizada nas equações (4.42) e (4.43) por $S = 2S_{ij}S_{ij}$, o que limita o valor da viscosidade turbulenta em regiões de estagnação.
- Limitou o termo de produção a um valor máximo de 10ϵ .

4.3.5 – O Modelo SST-DES (*Shear Stress Transport - Detached Eddy Simulation*)

Estima-se que a utilização da simulação de grandes escalas em escoamentos sobre grandes superfícies a altos números de Reynolds (esta configuração gera uma região de camada limite muito grande, e, portanto, necessita de uma malha fina em grande parte do domínio computacional) superaria a capacidade computacional atual em várias ordens de magnitude. Por outro lado, existem diversas aplicações, que recaem sobre a situação descrita acima, para as quais não é possível se obter resultados, com a precisão necessária, utilizando-se a metodologia URANS. Desta forma, a metodologia DES (*Detached Eddy Simulation*)

surgiu devido à impossibilidade de se obter, em determinadas aplicações, níveis de precisão elevados com os modelos URANS e a impossibilidade de se utilizar a metodologia LES na maior parte dos escoamentos complexos de interesse prático, devido ao alto custo computacional (STRELETS, 2001).

Um modelo DES se comporta, de forma geral, como um modelo URANS em regiões próximas à parede e, à medida que se afasta da mesma, passa a se comportar como um modelo LES. Ou seja, a idéia principal utilizada neste modelo é que as estruturas presentes nas regiões próximas as paredes devem ser “previstas” pelo modelo URANS e não calculadas. A união dos modelos URANS e LES normalmente acontece na parte interna da região logarítmica. Desta forma, na região onde se utiliza a metodologia LES pode-se utilizar também uma malha mais grosseira, uma vez que nesta região o espaçamento da malha é de certa forma “ditado” pelo requerimento de se resolver as escalas maiores da turbulência no escoamento (as quais estão relacionadas com as escalas de comprimento mais afastadas da camada limite). As equações transientes de momentum são resolvidas para todo domínio computacional.

A metodologia DES foi inicialmente aplicada ao modelo a uma equação de Spalart e Allmaras (1992). Neste modelo a escala de comprimento da turbulência é a distância à parede, d_w , o que facilita muito a aplicação da metodologia DES no mesmo. A modificação consiste simplesmente em substituir a escala de comprimento, d_w , em todas as equações onde a mesma esteja presente, pelo comprimento característico da metodologia DES, sendo que o mesmo também depende do espaçamento da malha Δ , e pode ser definido da seguinte forma (STRELETS, 2001):

$$\tilde{l} = \min(d_w, C_{DES} \Delta) \quad (4.46)$$

Onde C_{DES} é a única nova constante ajustável e Δ é baseado na maior dimensão da célula local:

$$\Delta = \max(\delta x, \delta y, \delta z) \quad (4.47)$$

A modificação indicada acima faz com que o modelo SA-DES se comporte como o modelo SA RANS em regiões onde $d_w < C_{DES}\Delta$, e como a versão sub-malha do modelo SA onde $d_w > C_{DES}\Delta$.

Como a metodologia DES pode ser utilizada com qualquer modelo de turbulência RANS, desde que seja possível se modificar de forma apropriada o comprimento característico da turbulência. Uma alternativa interessante é a utilização da mesma com o modelo URANS SST de Menter (1992), principalmente para o caso de escoamentos onde o modelo SA não funcione de forma apropriada. A aplicação desta metodologia em conjunto com o modelo SST embora mais complexa do que no modelo SA RANS, ainda consiste na modificação de um único termo, o termo de destruição da equação de transporte da energia cinética turbulenta, equação (4.38). Sendo que a escolha deste termo deve-se ao fato de que no equilíbrio o modelo sub-malha resultante deve se comportar como o modelo de Smagorinsky: a viscosidade turbulenta deve ser proporcional ao tensor tensão e ao quadrado do espaçamento da malha. O termo de destruição, da energia cinética turbulenta, é reescrito abaixo como:

$$D_{RANS}^k = \rho \beta^* k \omega = \frac{\rho k^{3/2}}{l_{k-\omega}} \quad (4.48)$$

Onde, segundo Strelets (2001), a modificação neste termo consiste na simples substituição do comprimento característico $l_{k-\omega}$, pela escala de comprimento turbulenta reescrita para o modelo SST na equação (4.49):

$$\tilde{l} = \min(l_{k-\omega}, C_{DES}\Delta) \quad (4.49)$$

O que resulta na equação:

$$D_{DES}^k = \frac{\rho k^{3/2}}{\tilde{l}} \quad (4.50)$$

O ajuste da constante C_{DES} para o modelo SST-DES foi realizado utilizando-se o problema de decaimento da turbulência homogênea e isotrópica, considerando-se os dois

“braços” do modelo SST, o que gerou duas constantes, uma para o modelo k- ω e outra para o modelo k- ϵ , as quais são utilizadas na obtenção da constante C_{DES} por meio da função *blending* do modelo SST, definida na equação (4.41).

$$C_{DES} = F_1 C_{DES}^{k-\omega} + (1 - F_1) C_{DES}^{k-\epsilon} \quad (4.51)$$

Onde, $C_{DES}^{k-\omega} = 0,78$; $C_{DES}^{k-\epsilon} = 0,61$

Posteriormente, Menter et al., (2003), propôs uma modificação na formulação inicial, passando a multiplicar o termo de destruição da equação de transporte da energia cinética turbulenta pela escala de comprimento turbulenta da formulação DES, como indicado na equação (4.51).

$$\rho \beta^* k \omega = \rho \beta^* k \omega \tilde{l} \quad (4.52)$$

Sendo que a escala de comprimento turbulenta passa a ser:

$$\tilde{l} = \max\left(\frac{l_{k-\omega}}{C_{DES} \Delta}, 1\right) \quad (4.53)$$

4.3.6 Modelo Sub-malha de Smagorinsky, de Yakhot e o Modelo Dinâmico

4.3.6.1 Considerações sobre a metodologia LES

Na simulação de grandes escalas (LES), os movimentos das grandes estruturas tridimensionais transientes da turbulência são representados, enquanto que os efeitos das pequenas escalas são modelados, Figura 11. Em termos de custo computacional, a metodologia LES está entre o modelo das tensões de Reynolds e DNS, sendo motivado pelas limitações destas abordagens. Como as grandes estruturas são representadas explicitamente, espera-se que a metodologia LES seja mais precisa e confiável que o modelo das tensões de Reynolds para escoamentos onde o movimento das grandes estruturas seja significativo.

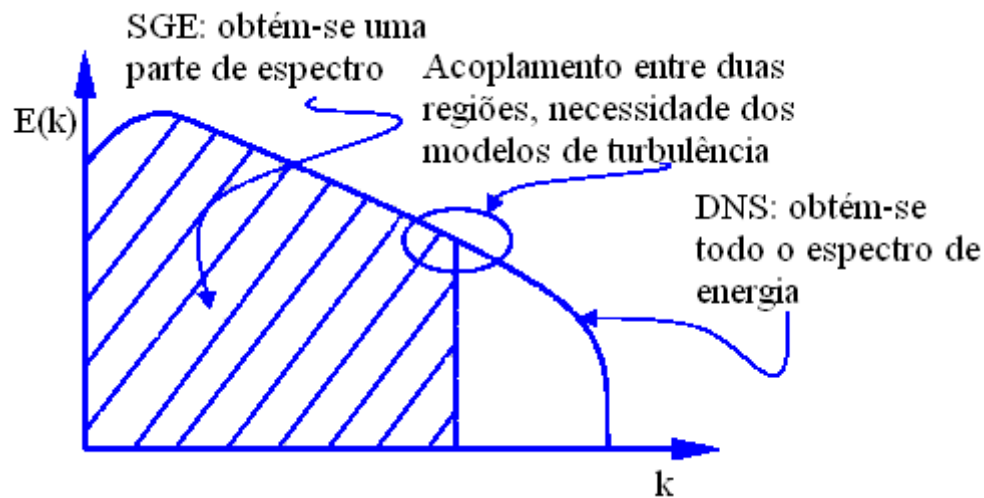


Figura 11: Espectro de energia cinética turbulenta, comparação entre LES e DNS. Adaptado de Silveira-Neto (2002).

Como foi discutido anteriormente, o custo da simulação numérica direta (DNS) é alto e aumenta com o cubo do número de Reynolds, de tal forma que a DNS se torna impraticável para escoamentos a altos números de Reynolds. Quase todo esforço computacional gasto na DNS é empregado nas pequenas escalas (ou menores estruturas responsáveis pelos movimentos dissipativos), enquanto que a energia e a anisotropia estão, predominantemente, contidas nas grandes estruturas. Em LES, a dinâmica das grandes estruturas (grandes escalas), as quais são afetadas pela geometria e não são universais, é calculada explicitamente. A influência das pequenas estruturas, as quais podem ser aproximadas como possuindo algumas características universais, são representadas por modelos simples. Desta forma, comparando com DNS, o grande custo computacional de resolver explicitamente as pequenas escalas é evitado (POPE, 2003).

Segundo Pope (2003), existe basicamente quatro passos conceituais em LES:

- (i) - Filtragem, é a operação definida para decompor a velocidade $U(x,t)$ no somatório de uma componente filtrada (ou resolvida) $\bar{U}(x,t)$ e uma componente residual (ou sub-malha, SGS) $u'(x,t)$. O campo de velocidade filtrado, o qual, é tridimensional e dependente do tempo, representa o movimento das grandes estruturas.
- (ii) - As equações para a evolução do campo de velocidades filtrado são obtidas a partir das equações de Navier-Stokes. Estas equações são da forma

padrão, com a equação do momentum contendo o tensor residual (ou tensor SGS) que tem sua origem nos movimentos residuais.

- (iii) - O fechamento é obtido modelando-se o tensor residual, com um modelo de viscosidade turbulenta.
- (iv) - As equações filtradas são resolvidas numericamente para $\bar{u}(x,t)$, o que fornece uma aproximação para os movimentos das grandes estruturas no escoamento turbulento em questão.

O desenvolvimento da metodologia LES foi motivado por aplicações meteorológicas (Smagorinsky, 1963), e a camada limite atmosférica ainda é um dos focos das atividades envolvendo LES. Os testes iniciais desta metodologia foram concentrados, inicialmente, em turbulência isotrópica, no entanto, hoje um dos objetivos principais do trabalho desenvolvido nesta área é a aplicação de LES em escoamentos com geometrias complexas que ocorrem em aplicações de engenharia. Desta forma, segundo Pope (2003), pode se destacar algumas variantes da metodologia, como indicado na Tabela 2.

Tabela 2: Resolução em DNS e algumas variações de LES. Adaptado de Pope (2003).

Modelo	Sigla	Características
Simulação numérica direta	DNS	os movimentos turbulentos são completamente resolvidos em todas as escalas.
Simulação de grandes escalas com resolução próxima a parede	LES-NWR	a filtragem e malha são suficientes para resolver 80% da energia em qualquer lugar
Simulação de grandes escalas com modelagem próxima a parede	LES-NWM	a filtragem e malha são suficientes para resolver 80% da energia distante da parede, mas não em regiões próximas da mesma.
Simulação de escalas muito grandes	VLES	a filtragem e a malha são muito grosseiras para resolver 80% da energia.

Considerando inicialmente o escoamento em regiões longe de paredes. Existe a seguinte distinção entre LES e VLES. Em LES, o campo de velocidade filtrada corresponde a cerca de 80% da energia cinética turbulenta em qualquer lugar no escoamento. Em VLES a malha e o filtro são muito grosseiros e uma parcela maior da energia permanece nos movimentos residuais. Embora VLES possa ser realizada em malhas mais grosseiras e, portanto, possui um menor custo computacional, ela é muito mais dependente da modelagem dos movimentos

residuais. Na prática, a fração do espectro de energia resolvido é estimada desta forma, nem sempre é possível afirmar se uma simulação realizada é LES ou VLES.

Além da distinção entre LES e VLES aplicada para escoamentos longe de paredes, outras distinções são aplicadas, dependendo do tratamento próximo a parede. Para paredes lisas, os movimentos próximos a parede com escala de comprimento característica da ordem de δ_r (o qual decresce com o número de Reynolds comparado com a escala do escoamento δ). Se o filtro e malha forem escolhidos de tal forma que 80% do espectro de energia cinética turbulenta nestes movimentos (com comprimento característico δ_r) seja resolvido, então se trata de uma simulação de grandes escalas com resolução próxima a parede LES-NWR. Isto requer uma malha muito fina próxima a parede, sendo que o custo computacional aumenta com $Re^{1,76}$, de tal forma que, assim como a DNS, a LES-NWR não é praticável para escoamentos com altos números de Reynolds. A alternativa é a simulação de grandes escalas para escoamentos a altos números de Reynolds, ou seja, simulação de grandes escalas com modelagem próxima a parede, LES-NWM, na qual o filtro e malha são muito grosseiros para resolver os movimentos próximos a parede, e sua influencia é modelada (POPE, 2003).

4.3.6.2 O modelo de Smagorinsky

Para que se possa fechar a equação da velocidade filtrada, um modelo para a viscosidade turbulenta é necessário. O modelo proposto por Smagorinsky (1963) é o modelo mais simples e mais utilizado dentro da simulação de grandes escalas, o qual também forma a base de vários outros modelos mais avançados (POPE, 2003). Este modelo faz uso da hipótese do equilíbrio local, ou seja, assume-se que a produção das tensões turbulentas sub-malha (equação (4.54)) seja igual à dissipação (equação (4.55)) (GERMANO et al., 1991; SILVEIRA-NETO, 2002).

$$\mathcal{P} = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} \quad (4.54)$$

$$\varepsilon = -c_1 \frac{\overline{u_i' u_j'}^{\frac{3}{2}}}{l} \quad (4.55)$$

E ainda considera que o coeficiente de proporcionalidade ν_t (viscosidade turbulenta), por analogia à hipótese do comprimento de mistura seja modelado como:

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \bar{S} \quad (4.56)$$

Onde:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \bar{S} = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (4.57)$$

Com Δ sendo o comprimento característico do filtro e C_s um parâmetro a ser determinado. Este parâmetro foi determinado analiticamente, para turbulência homogênea e isotrópica, por Lily (1967, apud, SILVEIRA-NETO, 2002), como sendo:

$$C_s = 0,18 \quad (4.58)$$

Embora esta constante tenha sido determinada analiticamente, posteriormente foi comprovado que a mesma varia de acordo com o tipo de escoamento, com o número de Reynolds, com a resolução da malha e vários outros parâmetros adimensionais (GERMANO et al, 1990; FERZIGER, 2002), assim como com a região do espectro na qual o filtro “é aplicado”. Uma vez que, embora o modelo de Smagorinsky tenha sido desenvolvido para que o processo de filtragem ocorra na zona inercial, na prática isto nem sempre acontece. Sendo que ao se aproximar mais o processo de filtragem das escalas viscosas, o modelo, dependendo do esquema numérico utilizado, se aproxima de uma DNS, enquanto que se deslocar o processo de filtragem para região do espectro correspondente às grandes escalas, Figura 12, o modelo de Smagorinsky passa a fornecer resultados muito diferentes daqueles que deveria, passando a ocorrer um acúmulo de energia nas escalas de corte.

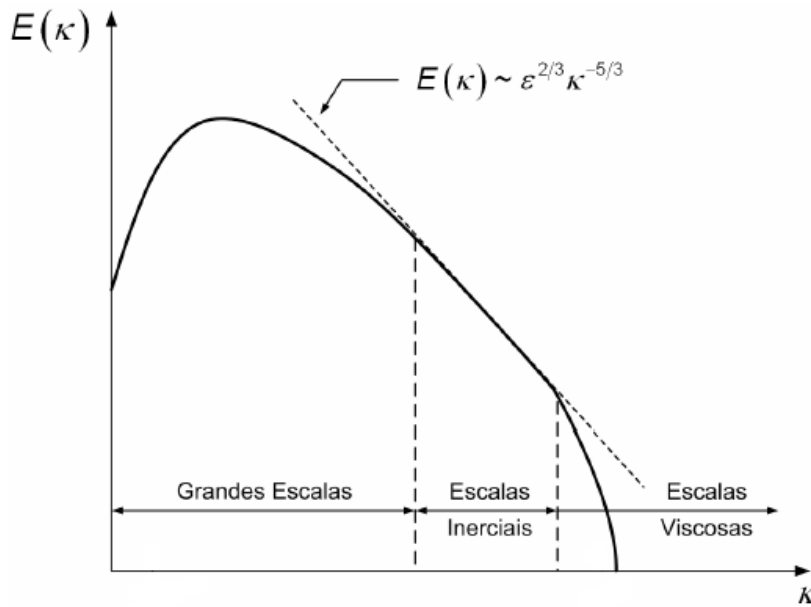


Figura 12: Espectro de energia cinética turbulenta em função do comprimento de onda, divisão entre as grandes e pequenas escalas. Adaptado de Souza (2003).

Outra dificuldade associada à utilização deste modelo reside no fato que a viscosidade turbulenta próxima a paredes não reduz da forma como deveria, sendo relativamente comum a utilização de funções, como a de Van Driest (equação (4.59), para redução da viscosidade nestas regiões (FERZIGER, 2002).

$$C_s = C_{s0} \left(1 - e^{-n^+/A^+} \right)^2 \quad (4.59)$$

Sendo n^+ a distância da parede, dada com uma função da velocidade de cisalhamento, e A^+ uma constante normalmente considerada como sendo 25.

4.3.6.3 O modelo de Yakhot et al. (1986)

A maior diferença entre este modelo e o modelo “padrão” de Smagorinsky, está na forma como a viscosidade turbulenta é calculada. No modelo de Yakhot a viscosidade é dada por:

$$\mu_{tot} = \mu \left[1 + H \left(\frac{\mu_{SGS}^2 \mu_{tot}}{\mu^3} - C \right) \right]^{1/3} \quad (4.60)$$

Onde μ_{SGS} é calculado da mesma forma que na equação (4.56), com a diferença que neste modelo C_s é uma constante teórica ($C_s = 0,157$), C é outra constante ($C = 100$) e H é a *Heaviside Ramp Function*: esta função vale zero quando o seu argumento é menor ou igual a zero e a viscosidade total passa a ser igual a viscosidade molecular. Este modelo possui a grande vantagem levar a viscosidade sub-malha a zero em locais com baixo número de Reynolds sem a necessidade de nenhuma modificação *ad hoc* (Slack et al., 2000).

4.3.6.4 O modelo dinâmico

Uma grande limitação dos modelos de viscosidade turbulenta utilizados na metodologia LES é a inabilidade dos mesmos em representar corretamente, com uma única constante universal, diferentes escoamentos turbulentos, sendo eles rotacionais, cisalhantes, parietais ou mesmo escoamentos em regime de transição (GERMANO et al., 1990). Uma vez que a constante deve ser grande o suficiente para proporcionar a dissipação de energia em regiões não parietais, e deve ser suficientemente pequena para não inserir um aumento de viscosidade próximo às regiões parietais.

Embora diversos autores tenham sugerido modificações no modelo original de Smagorinsky, de tal forma a obterem bons resultados em determinadas aplicações, em escoamentos transicionais e turbulentos, de forma geral, os modelos e modificações propostos não funcionavam tão bem para escoamentos diferentes àqueles para o qual tenham sido desenvolvidos(as). Ou seja, não é possível que o modelo funcione apropriadamente com uma única constante universal, para a grande variedade de escoamentos existente na natureza (GERMANO et al., 1991). O que sugere uma necessidade de se ter a variação desta constante automaticamente, e este é o objetivo da modelagem dinâmica sub-malha. O modelo dinâmico foi proposto por Germano et al (1990), com modificações e extensões importantes adicionadas por Lilly e Meneveau et al (FERZIGER, 2002). Este modelo tem se provado muito bom, e aplicado a uma gama cada vez maior de escoamentos.

Neste modelo como o coeficiente de proporcionalidade não é mais uma constante, torna-se necessário que este se ajuste ao escoamento no tempo e no espaço. Para isto, segundo Silveira-Neto (2002), são utilizados dois filtros diferentes:

- “No primeiro, utiliza-se as dimensões da malha para calcular o seu comprimento característico. Ele é denominado filtro no nível da malha;”
- “No segundo utiliza-se um múltiplo das dimensões da malha para calcular o comprimento característico. Ele é denominado filtro teste;”

Desta forma busca-se utilizar informações contidas nas menores escalas resolvidas para modelar a transferência de energia entre as escalas resolvidas e as escalas sub-malha. Ou seja, utiliza-se a informação contida entre os dois filtros para fazer a modelagem da transferência de energia buscando-se assim uma modelagem mais precisa, sendo que segundo Germano et al. (1991) o modelo seria capaz de prever até mesmo o *backscatter* (cascata inversa de energia, onde a energia é transferida das menores estruturas para as maiores, fenômeno que ocorre, por exemplo, em escoamentos parietais e escoamentos aproximadamente bidimensionais), no entanto isto corresponde a valores negativos da viscosidade turbulenta, o que caso ocorra em um espaço ou por um tempo relativamente grandes, gera instabilidades numéricas (FERZIGER, 2002). O duplo processo de filtragem pode ser visualizado de forma esquemática, no espectro de energia cinética turbulenta em função do comprimento de onda, na Figura 13.

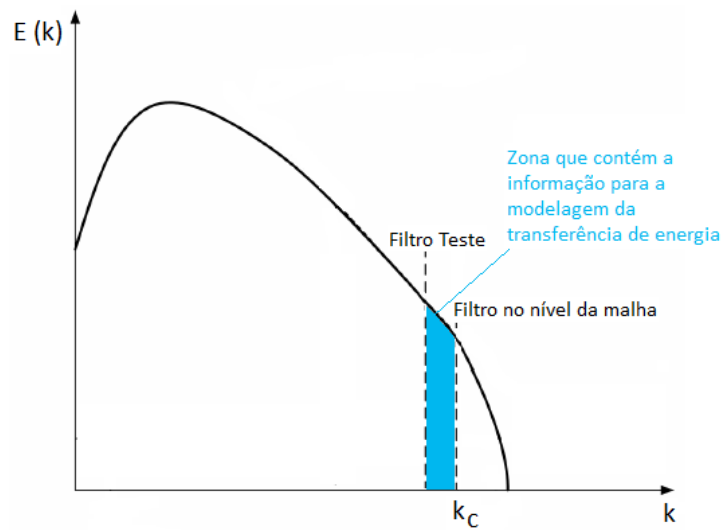


Figura 13: Espectro de energia, duplo processo de filtragem.

A formulação para este modelo, que segundo Ferziger (2002) deveria ser tratado como um procedimento (uma vez que pode ser utilizado com qualquer modelo sub-malha como base) é exposta a baixo, inicialmente seguindo a proposta inicial de Germano et al (1991) e posteriormente incluindo as modificações propostas por Lilly (1992):

Define-se a função filtro no nível da malha como:

$$\bar{f}(x) = \int f(x') \bar{G}(x, x') dx' \quad (4.61)$$

Onde a integral se estende por todo o domínio computacional, e o filtro teste $\tilde{G}$:

$$\tilde{f}(x) = \int f(x') \tilde{G}(x, x') dx' \quad (4.62)$$

Onde se assume que o comprimento do filtro teste é maior do que o do filtro no nível da malha (o filtro teste corresponde a uma malha mais grosseira do que a utilizada no filtro no nível da malha).

Aplicando-se o primeiro filtro às equações de Navier-Stokes, obtêm-se a seguinte equação.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.63)$$

Onde o tensor sub-malha T_{ij} , pode ser escrito como:

$$T_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4.64)$$

Assumindo que:

$$\tilde{\tilde{G}} = \tilde{G} \tilde{G} \quad (4.65)$$

Aplicando-se o processo de filtragem definido acima (equação (4.65)) à equação (4.62), chega-se a seguinte expressão:

$$\frac{\partial \tilde{\tilde{u}}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\tilde{u}}_i \tilde{\tilde{u}}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\tilde{p}}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{\tilde{T}}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \tilde{\tilde{u}}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{\tilde{u}}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.66)$$

Onde o tensor sub-malha se torna:

$$\tilde{\tilde{T}}_{ij} = \overline{\tilde{\tilde{u}}_i \tilde{\tilde{u}}_j} - \tilde{\tilde{u}}_i \tilde{\tilde{u}}_j \quad (4.67)$$

Define-se o tensor de Leonard global como sendo:

$$L_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \widetilde{\bar{u}}_i \widetilde{\bar{u}}_j \quad (4.68)$$

O tensor de Leonard global representa a contribuição das tensões de Reynolds dadas pelas escalas cujo comprimento esteja entre o comprimento do filtro no nível da malha e o comprimento do filtro teste, ou seja, pelas menores escalas resolvidas (DAVIDSON, 2006).

As equações (4.64), (4.67) e (4.68) se relacionam algebricamente de tal forma que:

$$L_{ij} = \widetilde{T}_{ij} - T_{ij} \quad (4.69)$$

Isto possibilita que o tensor de Leonard global seja calculado explicitamente a partir dos tensores sub-malha, correspondentes ao filtro teste e ao filtro no nível da malha. Sendo que esta relação, (4.69), conhecida como identidade de Germano (SILVEIRA-NETO, 2002), pode ser utilizada para gerar modelos sub-malha mais eficiente, por exemplo, possibilitando o cálculo do coeficiente de Smagorinsky mais apropriado para o estado instantâneo do escoamento.

Germano et al. (1991) ainda define a parte anisotrópica dos tensores (4.64) e (4.66), através da hipótese de Boussinesq (SILVEIRA-NETO, 2002), respectivamente como:

$$T_{ij} - \left(\frac{\delta_{ij}}{3} \right) T_{kk} = 2C\bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (4.70)$$

$$\widetilde{T}_{ij} - \left(\frac{\delta_{ij}}{3} \right) \widetilde{T}_{kk} = 2C\widetilde{\Delta}^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij} \quad (4.71)$$

Onde, δ_{ij} é o delta de Kronecker, C é o quadrado do coeficiente de Smagorinsky e:

$$\widetilde{\widetilde{S}}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{\bar{u}}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{\bar{u}}_j}{\partial x_i} \right) \quad |\widetilde{\widetilde{S}}| = \sqrt{2\widetilde{\widetilde{S}}_{ij} \widetilde{\widetilde{S}}_{ij}} \quad (4.72)$$

Partindo deste ponto passa a se expor a formulação desenvolvida por Lilly (1992), que propôs algumas modificações na formulação proposta inicialmente por Germano et al. (1991), melhorando o modelo dinâmico sub-malha.

Subtraindo a equação (4.70) da equação (4.71), chega-se a:

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = 2CM_{ij} \quad (4.73)$$

Onde:

$$M_{ij} = \left(\widetilde{\Delta}^2 \left| \widetilde{S} \right| \widetilde{S}_{ij} - \overline{\Delta}^2 \left| \widetilde{S} \right| \widetilde{S}_{ij} \right) \quad (4.74)$$

Busca-se o valor de C que resolva corretamente a equação (4.73) e então aplica-se este valor a equação (4.70). Como a equação (4.73) representa cinco equações independentes e uma incógnita, não é possível encontrar nenhum valor de C realmente correto, no entanto, seu erro pode ser minimizado aplicando um o método dos mínimos quadrados. Define-se o quadrado do erro da equação (4.73) como sendo:

$$Q = \left(L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} - 2CM_{ij} \right)^2 \quad (4.75)$$

Como se sabe que:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial C^2} > 0 \quad (4.76)$$

Para se encontrar o erro mínimo utiliza-se a seguinte consideração:

$$\frac{\partial Q}{\partial C} = 0 \quad (4.77)$$

O que conduz a:

$$C = \frac{1}{2} \left(\frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij}^2} \right) \quad (4.78)$$

Sendo a equação (4.78) válida para escoamentos incompressíveis, uma vez que na mesma o termo S_{ii} filtrado é nulo.

Germano et al. (1991) destaca que o único parâmetro ajustável neste modelo é a relação entre o comprimento dos filtros teste e no nível da malha, sendo que esta relação deve ser sempre maior do que um. A razão ideal foi determinada pelo próprio Germano como sendo:

$$\frac{\tilde{\Delta}}{\Delta} = 2 \quad (4.79)$$

Portanto, normalmente utiliza-se o filtro teste com o comprimento característico de 2Δ , onde Δ é o comprimento característico da malha.

Segundo Ferziger (2002), o procedimento dinâmico associado ao modelo de Smagorinsky, conforme mostrado acima remove várias dificuldades encontradas pelo modelo de Smagorinsky original, onde se destacam:

- (i) Em escoamentos cisalhantes, o parâmetro do modelo de Smagorinsky precisa ser menor do que em turbulência isotrópica. O modelo dinâmico propicia esta modificação automaticamente;
- (ii) O parâmetro do modelo tem de ser reduzido ainda mais em regiões próximas a paredes, modificação que também é realizada pelo modelo dinâmico automaticamente;
- (iii) A definição do comprimento característico para malhas anisotrópicas não é muito clara no modelo original. Este problema se torna sem importância no procedimento dinâmico, uma vez que qualquer erro neste procedimento será compensado no cálculo do parâmetro.

Ferziger (2002) destaca ainda que embora o modelo dinâmico de Germano, com as modificações propostas por Lilly, tenha representado uma grande melhoria, o mesmo ainda possui alguns problemas, como a grande variação do parâmetro, tanto no espaço quanto no tempo, conforme comentado anteriormente.

4.4 – Fechamento do Capítulo IV e apresentação do Capítulo V

Neste capítulo, conforme subitem 3.1, foram apresentados alguns modelos de turbulência, destacando os modelos de Smagorinsky e Yakhot, que estão implementados no código computacional utilizado nesta dissertação.

O Capítulo V traz a definição dos diversos tipos de malha numérica, assim como as principais características de cada tipo. Também apresentam de forma resumida as abordagens de discretização por elementos finitos, diferenças finitas e de forma mais completa a abordagem por volumes finitos, inclusive para malhas não estruturadas. Neste capítulo também são apresentados os esquemas de interpolação UPWIND e linear. O esquema *Deferred Correction*, o método para avanço temporal *Three Time Level* e algoritmos da família SIMPLE, para o acoplamento pressão velocidade, também são apresentados. No final do capítulo o código computacional utilizado neste trabalho, denominado de UNSCYFL3D (Unsteady Cyclone Flow – 3D) é apresentado.

CAPÍTULO V

MÉTODOS NUMÉRICOS

Este capítulo tem como objetivo apresentar alguns aspectos importantes acerca de métodos de solução numérica, sendo que os subitens seguintes são apresentados conforme Ferziger (2002). Desta forma, nestes subitens só será feita a referência a outros autores, subentendendo que o restante do texto se baseia na referência citada acima.

5.1 - Componentes de um Método de Solução Numérico

5.1.1 - Modelo Matemático:

O ponto de partida de qualquer método numérico é o modelo matemático. Tentar produzir um método geral de solução, de tal forma que este seja aplicável a todos os tipos de escoamentos existentes é impraticável (se não impossível), e assim como a maior parte das ferramentas de aplicação geral, provavelmente não seria capaz de prover resultados ótimos para nenhum escoamento específico.

5.1.2 - Método de Discretização:

O método de discretização é uma forma de se aproximar as equações diferenciais parciais por equações algébricas em um conjunto de pontos discretos no espaço e no tempo. Existem vários métodos, no entanto, as abordagens mais importantes são: Diferenças Finitas, Elementos Finitos e Volumes Finitos. Cada uma das abordagens citadas acima tende a gerar a mesma solução à medida que a malha é refinada. No entanto alguns métodos são mais propícios para determinadas aplicações do que outros.

5.1.3 - Malha Numérica:

A malha numérica é essencialmente uma representação discreta do domínio geométrico onde o problema deve ser resolvido. Algumas opções para os tipos de malhas são brevemente descritas abaixo.

- Malha estruturada: malhas estruturadas possuem a propriedade que linhas de uma mesma família não se cruzam e cruzam com linhas e outras famílias apenas uma vez. A principal vantagem deste tipo de malha reside em sua simplicidade, uma vez que facilita a programação, além de gerar uma matriz com estrutura regular, o que possibilita a utilização de diversos *solvers* eficientes. Como desvantagens, esta malha só pode ser utilizada para domínios de solução geometricamente simples, e a distribuição dos pontos da malha pode ser de difícil controle (o refino em determinados locais pode gerar um espaçamento demasiadamente fino em regiões desnecessárias).
- Malhas estruturadas por bloco: em malhas deste tipo, existem dois, ou mais, sub-níveis de divisão do domínio de solução. No nível mais grosseiro, existem blocos que são segmentos relativamente grandes do domínio. A estrutura destes segmentos pode ser irregular e podem, ou não, se sobrepor. No nível mais fino (definido em cada bloco) uma malha estruturada é definida. Este tipo de malha permite descrição de domínios geometricamente mais complexos sendo que à medida que se aumenta a complexidade da geometria descrita, normalmente aumenta-se a complexidade da malha utilizada (blocos com *non-matching interfaces* e blocos que se sobrepõem), no entanto ao se aumentar a complexidade deste tipo de malha, se aumenta a dificuldade de programação e para o caso de sobreposição de blocos existe uma dificuldade adicional para garantir a conservação na interface dos mesmos.
- Malha não estruturada: para geometrias muito complexas, o tipo de malha mais flexível é aquele que pode se adaptar a qualquer domínio de solução arbitrário. Em princípio, tais malhas podem ser utilizadas com qualquer esquema de discretização, mas este tipo de malha se adapta melhor a abordagem por elementos finitos e por volumes finitos. Tais malhas podem ser geradas automaticamente através de algoritmos existentes. Caso desejado a malha pode ser feita ortogonal, a razão de aspecto pode ser facilmente controlada, e a

malha pode ser facilmente refinada localmente. A maior vantagem é a flexibilidade (os códigos com estas malhas são mais flexíveis e não precisam ser modificados quando a malha é refinada localmente), e a maior desvantagem é a irregularidade da estruturas de dados (além disto, a geração da malha e o pré-processamento, quando se utiliza malhas hexagonais, são muito difíceis).

5.1.4 - Método de Solução:

A discretização gera um grande sistema de equações algébricas não lineares. Para escoamentos transientes, métodos baseados naqueles utilizados em problemas de valor inicial para equações diferenciais ordinárias são utilizados. A escolha do *solver* depende do tipo da malha utilizada e do número de nós envolvido em cada equação algébrica.

5.2 - Abordagens de Discretização:

5.2.1 - Método de Diferenças Finitas:

Este é o método numérico mais antigo para solução de equações diferenciais parciais, acredita-se que tenha sido desenvolvido por Euler no século 18. Também é o método mais fácil de ser utilizado com geometrias simples.

Em princípio, o método de diferenças finitas pode ser aplicado a qualquer tipo de malha. No entanto, não é comum a sua utilização com malhas não estruturadas. As principais desvantagens deste método se baseiam no fato que o mesmo é restrito na prática a geometrias simples, e a conservação não é garantida a não ser que alguns cuidados especiais sejam tomados.

5.2.2 - Método dos volumes finitos:

Segundo Maliska (2004), todo método que, para obter as equações aproximadas, satisfaz a conservação da propriedade em nível de volumes elementares é um método de volumes finitos. Ainda segundo este autor existe duas maneiras de se obter as equações aproximadas no método dos volumes finitos. A primeira é a realização de balanços da propriedade em questão nos volumes elementares, ou volumes finitos, e a segunda é integrar sobre o volume elementar, no espaço e no tempo as equações na forma conservativa. Sendo que, forma conservativa ou forma divergente, é aquela em que na equação diferencial os

fluxos estão dentro do sinal da derivada e, na primeira integração, aparecem os fluxos nas fronteiras do volume elementar, sendo portanto equivalente ao balanço.

Desta forma, segundo Ferziger (2002), o domínio de solução é subdividido em um número finito de volumes de controle, e as equações de conservação são aplicadas a cada volume. No centróide de cada volume de controle reside um nó computacional onde as variáveis devem ser calculadas. Para se calcular o valor das variáveis na superfície do volume de controle utiliza-se interpolação.

O método dos volumes finitos pode ser utilizado com qualquer tipo de malha, de tal forma que também pode ser utilizado com geometrias complexas. A malha define apenas as fronteiras do volume de controle, e não precisa estar relacionada com um sistema de coordenadas. O método é conservativo por construção, desta forma as integrais de superfície são as mesmas para volumes de controle que compartilham a fronteira.

A principal desvantagem do método dos volumes finitos, quando comparado com esquemas de diferenças finitas, é que o desenvolvimento de métodos de ordem mais alta em malhas tridimensionais é mais difícil em volumes finitos. Isto se deve ao fato que a abordagem por volumes finitos necessita de três níveis de aproximação: interpolação, diferenciação e integração.

5.3 – Esquemas de Interpolação

Conforme mencionado anteriormente, quanto se utiliza a técnica de volumes finitos, se torna necessária a utilização de técnicas de interpolação, uma vez que para a solução do problema, necessita-se do valor das variáveis na face da célula. Desta maneira, neste subitem estão descritas algumas das técnicas mais utilizadas de interpolação.

5.3.1 – UPWIND de Primeira Ordem (UDS)

Segundo Fortuna (2000), adotar este esquema é equivalente a utilizar uma extrapolação do valor da variável Φ a montante do ponto P. Segundo Maliska (2004), este esquema pode ser utilizado para evitar o aparecimento de coeficientes negativos e as oscilações numéricas decorrentes destes coeficientes, ainda segundo Maliska (2004), apenas para reafirmar, o esquema UPWIND tem sua relação direta com o termo parabólico, isto é, o valor da função na interface é igual ao valor da função no volume a montante. O volume a montante muda,

logicamente, com o sentido da velocidade, tornando as seguintes expressões para as funções de interpolação:

$$\Phi_w = \Phi_W \quad ; \quad \Phi_e = \Phi_P \quad ; \quad u > 0 \quad (5.1)$$

$$\Phi_w = \Phi_P \quad ; \quad \Phi_e = \Phi_E \quad ; \quad u < 0 \quad (5.2)$$

Ferziger (2002), afirma que embora este esquema seja o único incondicionalmente estável, o mesmo obtém esta estabilidade através de uma forte difusão numérica. E ainda é um esquema de primeira ordem, de tal forma que malhas muito fina são necessárias para se obter soluções precisas (já que a taxa de redução do erro é apenas de primeira ordem).

5.3.2 – Interpolação Linear (CDS)

Neste esquema a aproximação para o valor da variável no centro da face do volume de controle é obtida por meio de uma interpolação linear entre os dois nós mais próximos. Em uma malha cartesiana, tem-se:

$$\phi_e = \phi_E \lambda_e + \phi_P (1 - \lambda_e) \quad (5.3)$$

Onde:

$$\lambda_e = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P} \quad (5.4)$$

Este é o esquema de segunda ordem mais simples, e é um dos esquemas mais utilizados. Sendo correspondente a aproximação por diferenças centradas em métodos de diferenças finitas (por isso a utilização da sigla CDS).

Segundo Maliska (2004), considerando que as faces dos volumes de controle estejam situadas no meio da distância entre os pontos nodais, tem-se:

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \quad \phi_w = \frac{\phi_W + \phi_P}{2} \quad (5.5)$$

E, conseqüentemente;

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_e} = \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x_e} \qquad \frac{\partial \phi}{\partial x_w} = \frac{\phi_W - \phi_P}{\Delta x_w} \quad (5.6)$$

5.4 - Aproximações por *Deferred Correction*

Somando-se todas as aproximações dos fluxos e os termos fonte, produz-se um sistema de equações algébricas, o qual relaciona o valor da variável no centro do volume de controle com os valores da mesma em vários volumes de controle vizinhos. A equação algébrica para um volume de controle particular pode ser escrita da seguinte forma:

$$A_P \phi_P + \sum_l A_l \phi_l = Q_P \quad (5.7)$$

Se todos os termos contendo os valores nodais da variável desconhecida forem mantidos no lado esquerdo da equação (5.7), a molécula computacional pode se tornar muito grande. Como o tamanho da molécula computacional afeta ambos, os requerimentos de armazenagem e o esforço necessário para resolver o sistema de equações lineares, é melhor manter este termo tão pequeno quanto possível; usualmente, somente os nós mais próximos do ponto P são mantidos no lado esquerdo da equação. No entanto, aproximações que produzem moléculas computacionais tão simples normalmente não são precisas o bastante, de tal forma, que em certos casos é necessário a utilização de aproximações que utilizam um número maior de nós.

Uma forma de contornar este problema é deixar apenas os termos contendo os nós mais próximos no lado esquerdo da equação (5.7) e transportar todos os outros para o lado direito. Isto requer que estes termos sejam calculados com valores da iteração prévia. No entanto isto não é uma boa prática e pode levar a divergência das iterações porque os termos tratados explicitamente podem ser substanciais. Para evitar divergência, sub-relaxações fortes de uma iteração para a outra seriam necessárias, levando assim a uma convergência lenta.

Uma melhor aproximação é calcular explicitamente os termos que são aproximados com ordem mais alta e colocá-los com o lado direito da equação. Então se utiliza uma

aproximação mais simples destes termos (uma que resulte em uma molécula computacional pequena), colocando ambos no lado esquerdo da equação (com valores desconhecidos das variáveis). O lado direito da equação é agora a diferença entre duas aproximações do mesmo termo, e provavelmente será pequeno. Desta forma, provavelmente não causará problemas no procedimento de solução iterativo. Uma vez que a iteração convirja a solução obtida corresponde a aproximação de alta ordem.

Uma vez que métodos iterativos são necessários, devido a não linearidade das equações a serem resolvidas, somar um pequeno termo, a parte tratada explicitamente aumenta o esforço computacional em uma pequena quantidade. Por outro lado, ambos, memória e tempo computacional requeridos, são muito menores quando a molécula computacional na parte da equação tratada implicitamente é pequena.

Esta técnica é muito utilizada para tratar aproximações de alta ordem, não ortogonalidade da malha, e correções necessárias para evitar efeitos indesejados, como oscilações na solução. Porque o lado direito da equação pode ser considerado como uma “correção”, este método é denominado *deferred correction*.

Embora a *deferred correction* aumente o tempo computacional por iteração (em relação ao requerido por um esquema de baixa ordem), o esforço adicional é muito menor do que o que seria necessário para utilizar uma aproximação “comum” de ordem mais alta.

5.5 – Método Implícito Para Avanço Temporal – *Three Time Level*

Ao se calcular escoamentos transientes deve se considerar mais uma direção coordenada, o tempo, e assim como as outras esta também deve ser discretizada. No entanto, enquanto uma força pode ser influenciada a jusante ou a montante do escoamento, esta mesma força em um dado instante nunca será afetada pela mesma em um instante futuro, ou seja, um dado tipo de escoamento pode se comportar como um problema elíptico em um dado instante, mas será sempre parabólico no tempo.

Essencialmente todos os métodos de solução avançam passo a passo ou de forma “marchante” no tempo, desta forma, um esquema totalmente implícito de segunda ordem pode ser obtido utilizando-se uma aproximação quadrática atrasada no tempo. Para a equação genérica de transporte unidimensional e diferenças centradas no espaço, obtém-se:

$$\rho \frac{3\phi_i^{n+1} - 4\phi_i^n + \phi_i^{n-1}}{2\Delta t} \Delta t = \left[-\rho u \frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} + \Gamma \frac{\phi_{i+1}^{n+1} + \phi_{i-1}^{n+1} - 2\phi_i^{n+1}}{(\Delta x)^2} \right] \Delta t \quad (5.8)$$

A equação algébrica resultante pode ser escrita como:

$$A_p \phi_i^{n+1} + A_E \phi_{i+1}^{n+1} + A_W \phi_{i-1}^{n+1} = \frac{2\rho}{\Delta t} \phi_i^n - \frac{\rho}{2\Delta t} \phi_i^{n-1} \quad (5.9)$$

Os coeficientes A_E e A_W são os mesmos para o caso do esquema implícito de Euler. O coeficiente central possui uma influencia mais forte da derivada temporal:

$$A_p = -(A_E + A_W) + \frac{3\rho}{2\Delta t}, \quad (5.10)$$

e o termo fonte possui uma contribuição do tempo t_{n-1} , ver equação (5.9).

Este esquema é mais fácil de ser implementado do que o esquema de Crank-Nicolson; ele também é menos provável a produzir soluções oscilatórias, embora isto possa ocorrer para grandes valores de Δt . É necessário se guardar a variável para os três níveis temporais, no entanto os requerimentos de memória são os mesmos que para o esquema de Crank-Nicolson. Este esquema é de segunda ordem no tempo, mas para pequenos passos de tempo este método é menos preciso que o método de Crank-Nicolson (o erro de truncamento é quatro vezes maior do que o erro neste ultimo). Pode-se mostrar que este esquema é incondicionalmente estável. Também é possível se observar da equação (5.9) que o coeficiente do valor antigo no nó i é sempre positivo; no entanto, o valor do coeficiente no tempo t_{n-1} é sempre negativo, que é razão pela qual o esquema pode produzir soluções oscilatórias para grandes passos de tempo.

Pode-se criar um esquema *blended* entre este e o esquema implícito de primeira ordem de Euler. Apenas as contribuições ao coeficiente central e ao termo fonte precisam ser modificadas, na maneira utilizada na abordagem *deferred correction* descrita anteriormente. Isto é útil quando se começa um cálculo, uma vez que somente um nível no tempo está disponível. Além disto, no caso de soluções em regime permanente, a mudança para o esquema implícito de Euler garante estabilidade e permite a utilização de passos de tempo maiores. A utilização do *blending* em uma pequena quantidade de esquemas de primeira

ordem ajuda a prevenir oscilações, o que melhora a estética da solução (a precisão não aumenta sem as oscilações, mas graficamente a solução parece melhor). Caso as oscilações ocorram, o passo de tempo deve ser reduzido, uma vez que oscilações são uma indicação de grandes erros de discretização temporal.

5.6 – Métodos Implícitos Para Correção da Pressão – Métodos de Projeção

Muitos métodos para solução de problemas em regime permanente podem ser considerados como se estivessem resolvendo um problema transiente até que o regime permanente fosse atingido. A diferença principal é que, ao se resolver um problema transiente, o passo de tempo é escolhido de tal forma a se obter uma solução precisa em todo domínio do tempo, enquanto que, se tendo interesse na solução de um problema em regime permanente se utiliza grandes passos de tempo até que o regime permanente seja obtido, como uma forma de alcançar este estado mais rapidamente. Métodos implícitos são preferidos para problemas em regime permanente, porque estes métodos possuem menos restrições com relação ao passo de tempo do que esquemas explícitos.

Muitos métodos de solução de escoamentos incompressíveis em regime permanente são implícitos. Estes métodos usam uma equação para pressão (ou correção da pressão) para garantir a conservação a cada passo de tempo, ou na linguagem preferida para aqueles acostumados a resolver problemas permanentes, a cada iteração externa.

Se um método implícito for utilizado para o avanço das equações de momentum no tempo, as equações discretizadas para as velocidades no novo passo de tempo são não lineares. Se o termo do gradiente de pressão não estiver incluído no termo fonte, estes podem ser escritos como:

$$A_p^{u_i} u_{i,p}^{n+1} + \sum_l A_l^{u_i} u_{i,l}^{n+1} = Q_{u_i}^{n+1} - \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x_i} \right)_p \quad (5.11)$$

Como sempre, P é o índice de um nó de velocidade arbitrário e o índice l denota os pontos vizinhos que aparecem nas equações de momentum discretizadas. O termo fonte Q contém todos os termos que podem ser explicitamente calculados em termos de u_i^n assim como qualquer força de corpo ou outros termos linearizados que possam depender de u_i^{n+1} ou

outras variáveis no novo passo de tempo. Destaca-se aqui a independência do método de solução em relação à aproximação utilizada para discretizar as derivadas espaciais.

Devido a não linearidade e ao acoplamento existente entre as equações, a equação (5.11) não pode ser resolvida diretamente uma vez que os coeficientes A e, possivelmente, o termo fonte, dependem da solução desconhecida u_i^{n+1} . Desta forma a solução iterativa é a única escolha. Quando o escoamento em questão é transiente, este deve seguir uma tolerância “apertada” a cada passo de tempo, enquanto que se tratar um escoamento em regime permanente, esta tolerância passa ser “mais generosa”, onde é possível utilizar um passo de tempo infinito e iterar até que as equações não lineares em regime permanente estejam satisfeitas, ou então “marchar” no tempo sem que as equações não lineares sejam complementemente satisfeitas a cada passo de tempo.

As iterações em cada passo de tempo, onde as matrizes dos coeficientes e do termo fonte são atualizadas, são chamadas de iterações externas, para diferenciá-las das iterações internas, realizadas em sistemas lineares com coeficientes fixos. Em cada iteração externa, as equações resolvidas são:

$$A_p^{u_i} u_{i,p}^{m*} + \sum_l A_l^{u_i} u_{i,l}^{m*} = Q_{u_i}^{m-1} - \left(\frac{\delta p^{m-1}}{\delta x_i} \right)_p \quad (5.12)$$

Onde retirou-se o índice $n+1$, referente ao passo de tempo e se introduziu o índice m , como um contador de iterações externas; desta forma, u_i^m representa a estimativa da solução em u_i^{n+1} . No início de cada iteração externa, os termos do lado direito da equação (5.12) são calculados utilizando o valor das variáveis na iteração externa precedente.

As equações de momentum normalmente são sequencialmente resolvidas. Como a pressão utilizada nestas iterações foi obtida de uma iteração externa previa (ou do instante de tempo anterior), as componentes da velocidade calculadas com a equação (5.12) normalmente não satisfazem a continuidade. Para garantir à continuidade a velocidade tem de ser corrigida; isto requer modificações no campo de pressão; a maneira de realizar estas modificações é descrita a seguir:

A velocidade no nó P , obtida pela resolução das equações de momentum linearizadas (5.12), pode ser formalmente expressa como:

$$u_{i,p}^{m*} = \frac{Q_{ui}^{m-1} - \sum_l A_l^{ui} u_{i,l}^{m*}}{A_p^{ui}} - \frac{1}{A_p^{ui}} \left(\frac{\delta p^{m-1}}{\delta x_i} \right)_p \quad (5.13)$$

Como mencionado acima estas velocidades não satisfazem a equação da continuidade, então $u_{i,p}^{m*}$ não é a velocidade final para a iteração m , por isso carrega o símbolo (*). O valor final da velocidade (correto) deve satisfazer a continuidade. Por conveniência, o primeiro termo no lado direito da equação acima é chamado de $\tilde{u}_{i,p}^{m*}$:

$$u_{i,p}^{m*} = \tilde{u}_{i,p}^{m*} - \frac{1}{A_p^{ui}} \left(\frac{\delta p^{m-1}}{\delta x_i} \right)_p \quad (5.14)$$

Pode-se imaginar o campo de velocidade $\tilde{u}_{i,p}^{m*}$ como sendo um campo de velocidade do qual se removeu o gradiente de pressão. Uma vez que o método é implícito, esta não é a velocidade que seria obtida se o gradiente de pressão fosse totalmente retirado da equação (5.12).

O próximo passo é corrigir a velocidade para que a mesma satisfaça a equação da continuidade:

$$\frac{\delta(\rho u_i^m)}{\delta x_i} = 0 \quad (5.15)$$

A qual pode ser obtida através da correção do campo de pressão. As velocidades corrigidas e a pressão estão ligadas pela equação:

$$u_{i,p}^m = \tilde{u}_{i,p}^{m*} - \frac{1}{A_p^{ui}} \left(\frac{\delta p^m}{\delta x_i} \right)_p \quad (5.16)$$

A continuidade é então garantida ao se incorporar esta expressão para u_i^m na equação da continuidade (5.15), resultando em uma equação de Poisson discreta para pressão:

$$\frac{\delta}{\delta x_i} \left[\frac{\rho}{A_p^{ui}} \left(\frac{\delta p^m}{\delta x_i} \right) \right]_p = \left[\frac{\delta(\rho \tilde{u}_i^{m*})}{\delta x_i} \right]_p \quad (5.17)$$

É importante notar que as derivadas da pressão dentro dos colchetes, devem ser discretizadas da mesma forma que as equações de momentum, e as derivadas fora dos mesmos, as quais têm sua origem na equação da continuidade, devem ser discretizadas da mesma forma que a equação da continuidade.

Após resolver a equação de Poisson para pressão, (5.17), o campo de velocidade na nova iteração é calculado utilizando-se a equação (5.16). Neste ponto, tem-se um campo de velocidade que satisfaz a continuidade, mas os campos de velocidade e de pressão não satisfazem as equações de momentum (5.12). Desta forma se inicia mais uma iteração externa e o processo é repetido até que se obtenha um campo de velocidade que satisfaça tanto as equações de momentum quanto a continuidade.

Métodos desta natureza, os quais primeiramente constroem um campo de velocidade que não satisfaz a continuidade e então corrigem este campo através da subtração de algum fator (normalmente o gradiente de pressão), são conhecidos como métodos de projeção.

Em um dos métodos mais comum deste tipo, uma correção da pressão é utilizada ao invés da própria pressão. As velocidades calculadas por meio das equações de momentum linearizadas e a pressão p^{m-1} são tomadas como valores provisórios aos quais uma pequena correção deve ser somada:

$$u_i^m = u_i^{m*} + u' \text{ e } p^m = p^{m-1} + p' \quad (5.18)$$

Se as expressões acima forem substituídas nas equações de momentum (5.12), obtém-se as relações entre as correções da pressão e da velocidade:

$$u'_{i,p} = \tilde{u}'_{i,p} - \frac{1}{A_p^{ui}} \left(\frac{\delta p'}{\delta x_i} \right)_p \quad (5.19)$$

Onde $\tilde{u}'_{i,p}$ é definido por:

$$\tilde{u}'_{i,p} = - \frac{\sum_l A_l^{ui} u'_{i,l}}{A_p^{ui}} \quad (5.20)$$

Aplicando a equação da continuidade discretizada (5.15) para corrigir as velocidades e utilizando a expressão (5.19) chega-se a seguinte equação para correção da pressão:

$$\frac{\delta}{\delta x_i} \left[\frac{\rho}{A_p^{ii}} \left(\frac{\delta p'}{\delta x_i} \right) \right]_p = \left[\frac{\delta(\rho u_i^{m*})}{\delta x_i} \right]_p + \left[\frac{\delta(\rho \tilde{u}_i')}{\delta x_i} \right]_p \quad (5.21)$$

As correções da velocidade $\tilde{u}_i^f$ ainda são desconhecidas neste ponto, então é uma prática comum negligenciá-las. Isto é difícil de ser justificado e provavelmente é a principal razão pela qual o método resultante não convirja rapidamente.

Neste método, uma vez que a correção da pressão foi resolvida, as velocidades são atualizadas através das equações (5.18) e (5.19). Este algoritmo é conhecido como SIMPLE (Caretto et al, (1972, apud FERZIGER, 2002)). Outros métodos seguem praticamente a mesma abordagem, se diferenciando deste apenas no tratamento do ultimo termo da equação da correção da pressão (5.21), sendo que dentre eles destacam-se os algoritmos:

SIMPLEC, van Doormal e Raithby (1984, apud FERZIGER, 2002), no qual o termo em questão é aproximado ao invés de negligenciado;

PISO, Issa (1986, apud FERZIGER, 2002), onde o termo é negligenciado assim como no método SIMPLE, mas utilizam-se dois passos para correção ao invés de um;

SIMPLER, Patankar (1980, apud FERZIGER, 2002), onde a equação de correção da pressão (5.21) é resolvida inicialmente com o ultimo termo negligenciado, assim como no algoritmo SIMPLE. E então a correção da pressão obtida é utilizada somente para corrigir o campo de velocidade de tal forma que o mesmo satisfaça a continuidade, obtendo-se u_i^m . O novo campo de pressão é então calculado por meio da equação (5.17) utilizando-se $\tilde{u}_i^m$ ao invés de $\tilde{u}_i^{m*}$. Sendo que isto só é possível porque u_i^m foi calculado anteriormente.

5.7 – Volumes Finitos Para Geometrias Complexas

O método dos volumes finitos parte da equação de conservação na forma integral. Sendo que a equação de conservação genérica pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\Omega} \rho \phi d\Omega + \int_{\Sigma} \rho \phi v \cdot n ds = \int_{\Sigma} \Gamma \text{grad} \phi \cdot n ds + \int_{\Omega} q_{\phi} d\Omega \quad (5.22)$$

Os princípios da discretização com o método dos volumes finitos foram, brevemente, descritos anteriormente. Estes são independentes do tipo de malha utilizado; no entanto, ao se utilizar uma malha não estruturada ou não ortogonal, vários fatores novos devem ser considerados.

5.7.1 Aproximação de Fluxos Convectivos

Considerando a aproximação pela regra do ponto médio para as integrais de superfície e de volume, e observando primeiro o cálculo do fluxo mássico. Somente o lado leste do volume de controle bidimensional mostrado na Figura 14 será considerado; a mesma abordagem se aplica as outras faces – somente os índices devem ser trocados. O volume de controle pode ter qualquer número de faces; a análise não é restrita a um volume de controle quadrilátero como o mostrado na Figura 14.

A aproximação do fluxo mássico pela regra do ponto médio resulta em:

$$\dot{m}_e = \int_{S_e} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} ds \approx (\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n})_e S_e \quad (5.23)$$

O vetor unitário normal na face “e” é definido como:

$$\mathbf{n}_e S_e = S_e^i \mathbf{i} = (y_{ne} - y_{se}) \mathbf{i} - (x_{ne} - x_{se}) \mathbf{j} \quad (5.24)$$

E a área da superfície, S_e , é dada por:

$$S_e = \sqrt{(S_e^x)^2 + (S_e^y)^2} \quad (5.25)$$

Com estas definições a expressão para o fluxo mássico se torna:

$$\dot{m}_e = \rho_e (S_e^x u_x + S_e^y u_y)_e \quad (5.26)$$

A diferença entre uma malha cartesiana e uma malha não ortogonal é que, nesta última, o vetor superfície possui componentes em mais de uma direção cartesiana e todas as componentes da velocidade contribuem para o fluxo mássico. Cada componente cartesiana da

velocidade é multiplicada pela componente do vetor superfície correspondente (projeção da face da célula em um plano de coordenadas cartesianas), ver equação (5.26).

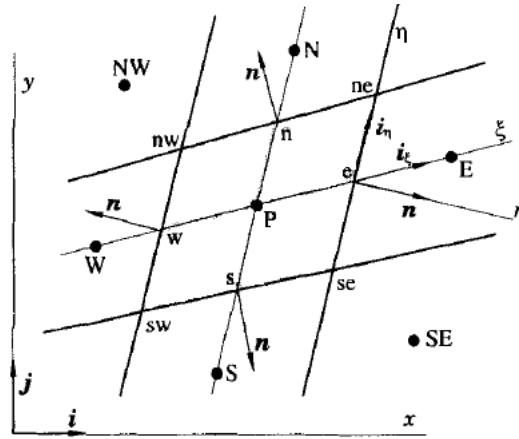


FIGURA 14: Volume de controle bidimensional típico e a notação utilizada. Fonte Ferziger (2002), p. 231.

O fluxo convectivo de qualquer quantidade transportada normalmente é calculado assumindo-se que o fluxo mássico é conhecido, o qual, com a aproximação pela regra do ponto médio, resulta na seguinte equação:

$$F_e^c = \int \rho \phi v \cdot n dS \approx \dot{m}_e \phi_e \quad (5.27)$$

Onde Φ_e é o valor de Φ no centro da face da célula. A aproximação de segunda ordem mais simples é obtida por interpolação linear entre os dois nós em cada lado da face. Outras aproximações, algumas das quais foram descritas anteriormente para malhas cartesianas, podem ser usadas. A interpolação normalmente é realizada tratando as linhas como se as mesmas estivessem alinhadas, uma vez que caso a linha mude de direção na face célula, um erro adicional é introduzido. Outra possibilidade é ajustar a variação de Φ nas imediações da face por um polinômio.

Em malhas estruturadas não ortogonais, pode se utilizar técnicas de integração e interpolação de ordem mais alta para aproximar os fluxos convectivos. No entanto, se a malha é não estruturada e envolve volumes de controle com número de faces arbitrário, o uso de interpolação linear e a aproximação da regra do ponto médio parecem oferecer o melhor compromisso entre precisão, generalidade e simplicidade. De fato, um código computacional

que utiliza estas técnicas é simples, até mesmo para volumes de controle de forma arbitrária. Esta técnica também facilita o uso de refinamento local da malha, o qual pode ser utilizado para se atingir uma maior precisão a um custo menor do que o necessário para o uso de técnicas de ordem mais alta.

5.7.2 – Aproximação de Fluxos Difusivos

Utilizando a regra do ponto médio, aplicada a integral do fluxo difusivo chega-se a:

$$F_e^d = \int_{S_e} \Gamma \text{grad} \phi \cdot n dS \approx (\Gamma \text{grad} \phi \cdot n)_e S_e \quad (5.28)$$

O gradiente de Φ no centro da face da célula pode ser expresso tanto em termos das derivadas com respeito às coordenadas cartesianas globais, quanto a coordenadas ortogonais locais (n, t), para o caso bidimensional:

$$\text{grad} \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} i + \frac{\partial \phi}{\partial y} j = \frac{\partial \phi}{\partial n} n + \frac{\partial \phi}{\partial t} t \quad (5.29)$$

Onde n e t representam respectivamente as direções coordenadas, normal e tangencial à superfície (em 3D existe uma terceira coordenada, s , a qual é ortogonal a ambas, n e t , e tangencial à superfície).

Existem várias maneiras de se obter uma aproximação para a derivada normal a face da célula, ou para o vetor gradiente no centro da célula; apenas algumas delas serão descritas a seguir. Se a variação de Φ nas imediações da face da célula é descrita por uma função de forma, então é possível diferenciar esta função no local “e” para encontrar as derivadas referentes às coordenadas cartesianas. O fluxo difusivo é então:

$$F_e^d = \Gamma_e \sum_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)_e S_e^i \quad (5.30)$$

Isto é fácil de implementar explicitamente; uma versão implícita pode ser complicada, dependendo da ordem da função e do número de nós envolvido.

Outra forma de calcular as derivadas na face da célula é calculá-las primeiro no centro dos volumes de controle, e então interpolá-las para as faces da célula da mesma forma que Φ_e .

Uma forma simples de se fazer isto é provida pelo teorema de Gauss; se aproxima o valor das derivadas no centro do volume de controle pelo valor médio sobre a célula:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)_p \approx \frac{\int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} d\Omega}{\Delta \Omega} \quad (5.31)$$

Então pode-se considerar a derivada $\partial \phi / \partial x_i$ como o divergente do vetor Φi_i e transformar a integral de volume na equação acima em uma integral de superfície usando o teorema de Gauss:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} d\Omega = \int_S \phi i_i \cdot n dS \approx \sum_c \phi_c S_c^i \quad c = e, n, w, s... \quad (5.32)$$

Isto mostra que se pode calcular o gradiente Φ com relação à x no centro do volume de controle, somando-se os produtos de Φ com as componentes- x dos vetores superfície em todas as faces do volume de controle e dividindo a soma pelo volume do volume de controle.

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)_p \approx \frac{\sum_c \phi_c S_c^i}{\Delta \Omega} \quad (5.33)$$

Para Φ_c pode-se utilizar os valores usados para calcular os fluxos convectivos, embora, não seja, necessariamente, preciso utilizar a mesma aproximação para os dois termos. Para malhas cartesianas e interpolação linear, a abordagem convencional por diferenças centradas é obtida como:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)_p \approx \frac{\phi_E - \phi_W}{2\Delta x} \quad (5.34)$$

Os gradientes nos centros das células também podem ser aproximados com segunda ordem, utilizando-se funções lineares; se assumir-se uma variação linear de Φ entre os centros de duas células vizinhas, por exemplo, P e E, pode-se escrever:

$$\phi_E - \phi_P = (\text{grad } \phi)_P \cdot (r_E - r_P) \quad (5.35)$$

É possível escrever uma equação desta para cada célula vizinha do nó P; no entanto, necessita-se calcular apenas três derivadas $\partial\phi/\partial x_i$. Com o auxílio de métodos dos mínimos quadrados, as derivadas podem ser calculadas de forma explícita para volumes de controlos com formas arbitrárias.

As derivadas calculadas desta forma podem ser interpoladas para a face da célula e o fluxo difusivo pode ser calculado através da equação (5.30). O problema com esta abordagem é que uma solução oscilatória pode ser gerada durante o processo de iteração e as oscilações não serão detectadas.

Para métodos explícitos, esta abordagem é muito simples e efetiva. No entanto, não é favorável a implementação quando se utiliza métodos implícitos, uma vez que produz grandes moléculas computacionais. A abordagem *deferred correction* descrita anteriormente oferece uma forma de contornar este problema e ajuda a eliminar as oscilações. Ela consiste em se utilizar uma aproximação simples para o fluxo difusivo, implicitamente, criando um lado direito (rhs) o qual é a diferença entre os fluxos correto e aproximado. Com boas escolhas para as aproximações a convergência do método implícito não é prejudicada pela *deferred correction*.

Uma boa aproximação para a parte implícita do método é facilmente encontrada. Caso se utilize o sistema de coordenadas ortogonal local (n, t, s) sobre o centro da face da célula, então apenas a derivada na direção n contribui para o fluxo difusivo.

$$F_e^d = \Gamma_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_e S_e \quad (5.36)$$

Em uma malha cartesiana, $n = x$ na face “e”, e é possível utilizar a aproximação por diferenças centradas:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_e \approx \frac{\phi_E - \phi_W}{L_{P,E}} \quad (5.37)$$

Onde $L_{P,E}$ é a distância entre os nós E e P, $|r_E - r_P|$ ($L_{P,E}$ é igual a Δx em uma malha cartesiana uniforme). O gradiente interpolado no centro da célula (em uma malha cartesiana uniforme) fornece:

$$\left(\overline{\frac{\partial \phi}{\partial n}}\right)_e = \frac{1}{2} \frac{\phi_E - \phi_W}{2\Delta x} + \frac{1}{2} \frac{\phi_{EE} - \phi_P}{2\Delta x} \quad (5.38)$$

Uma distribuição oscilatória de Φ na direção x, mostrada na Figura 15, não irá contribuir para este gradiente, uma vez que ambos, $\Phi_E - \Phi_W$ e $\Phi_{EE} - \Phi_P$ são nulos assim como os gradientes no centro de cada célula. No entanto, os gradientes são grandes nas faces das células. Oscilações realmente se desenvolvem durante o processo de iteração. A abordagem por *deferred correction* pode ser escrita como:

$$F_e^d = F_e^{d,impl} + [F_e^{d,expl} - F_e^{d,impl}]^{old} \quad (5.39)$$

Na qual “impl” e “expl” denotam, respectivamente, aproximações para o fluxo, implícitas (utilizando a equação (5.37)) e explícitas (utilizando a equação (5.38)), e “old” significa que o valor utilizado é da iteração previa. Esta abordagem permite soluções oscilatórias se desenvolverem. Um problema similar aparece na dedução da equação da correção da pressão para arranjos colocalizados.

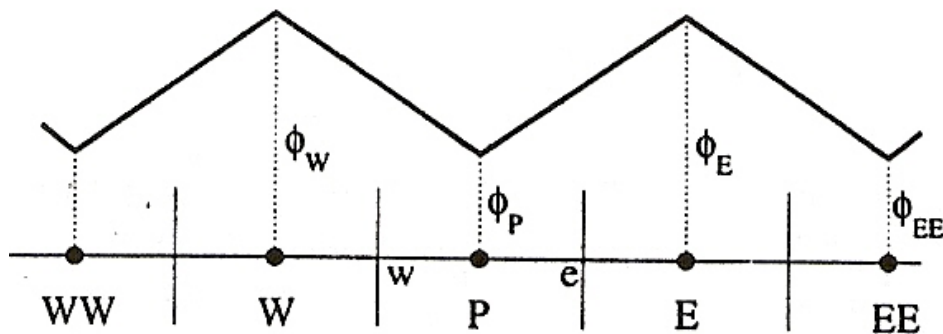


Figura 15: Aproximação dos gradientes nas faces das células. Fonte Ferziger (2002), p. 235.

Muzaferija (1994, apud FERZIGER, 2002) reconheceu o problema e sugeriu uma solução efetiva. Ele notou que, quando a linha conectando os nós P e E é quase ortogonal à face da célula, a derivada com respeito à n pode ser aproximada por uma derivada com

respeito a coordena, ξ , ao longo da linha. Ele sugeriu que se utiliza-se como uma aproximação implícita para o fluxo a seguinte expressão:

$$F_e^d = \Gamma_e S_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_e = \Gamma_e S_e \frac{\phi_E - \phi_P}{L_{P,E}} \quad (5.40)$$

Se a linha conectando os nós P e E é ortogonal à face da célula, esta é uma aproximação de segunda ordem e o termo referente ao *deferred correction* deveria ser zero. Quando a malha é não ortogonal, o termo do *deferred correction* deve conter a diferença entre os gradientes nas direções ξ e n . A formula para o *deferred correction* sugerida por Muzafferija (1994, apud FERZIGER, 2002) é:

$$F_e^d = \Gamma_e S_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_e + \Gamma_e S_e \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_e - \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_e \right]^{old} \quad (5.41)$$

O primeiro termo do lado direito é tratado de forma implícita, enquanto o segundo termo é o *deferred correction*. O termo referente ao *deferred correction* é calculado utilizando-se gradientes interpolados no centro da célula (obtidos por meio do teorema de Gauss) nas direções n e ξ :

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_e = (\overline{grad \phi})_e . n \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_e = (\overline{grad \phi})_e . i_\xi \quad (5.42)$$

Onde i_ξ é o vetor unitário na direção ξ . A expressão final para a aproximação para o fluxo difusivo através da face “e” da célula, pode ser escrita como:

$$F_e^d = \Gamma_e S_e \frac{\phi_E - \phi_P}{L_{P,E}} + \Gamma_e S_e (\overline{grad \phi})_e^{old} . (n - i_\xi) \quad (5.43)$$

Interpolação linear é utilizada para aproximar a derivada na direção ξ . Além disto, o termo referente ao *deferred correction*, com o índice “old”, se torna zero quando $i_\xi = n$, como

requerido. Quando a não ortogonalidade não é severa, este termo é pequeno quando comparado com o termo implícito e a taxa de convergência do termo implícito não é prejudicada substancialmente.

A não ortogonalidade das linhas definindo as fronteiras do volume de controle não é relevante – apenas o ângulo entre a face normal da célula n e a linha ξ conectando os centros das células é importante. Uma malha bidimensional de triângulos equiláteros é ortogonal no sentido acima, uma vez que as direções de ξ e n coincidem. Também é uniforme no sentido que a distância entre os centros das faces e o centro do volume de controle é a mesma. É muito mais fácil otimizar uma malha com relação ao ângulo entre as direções de ξ e n do que com relação aos ângulos dos cantos do volume de controle, especialmente se volumes de controle com diferentes topologias são utilizados na mesma malha.

Esta aproximação do fluxo difusivo (5.43) previne soluções oscilatórias. É muito simples de se implementar, uma vez que apenas o vetor da superfície da face da célula e as posições dos centros dos volumes de controle são necessários. É de segunda ordem em malhas uniformes, e quando a malha é refinada sistematicamente, o comportamento da convergência é de segunda ordem mesmo para malhas não uniformes. É aplicável a volumes de controle de forma arbitrária e pode ser adaptada a esquemas de ordem mais alta.

O esquema descrito acima faz com que o cálculo das derivadas com respeito a coordenadas cartesianas seja muito simples. Utilizando as expressões (5.33) e (5.42), as derivadas podem ser calculadas em qualquer direção. É fácil programar uma sub-rotina que calcula as derivadas e a mesma pode ser usada para todas as variáveis. Não existe a necessidade de transformar o sistema de coordenadas de cartesiano para qualquer outro sistema. Isto facilita muito, principalmente quando se considera a implementação de modelos de turbulência, (especialmente para os modelos mais complicados): as equações dos modelos normalmente já são muito complicadas em coordenadas cartesianas – transformar para coordenadas não cartesianas as tornariam ainda mais complexas.

Nas equações de momentum, o fluxo difusivo contém alguns termos a mais do que o termo correspondente na equação genérica de conservação, por exemplo, para u_i .

$$F_e^d = \int_{S_e} \mu \text{grad} u_i . n dS + \int_{S_e} \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} i_j . n dS \quad (5.44)$$

O termo sublinhado não aparece na equação de conservação genérica. Se ρ e μ são constantes, a soma dos termos sublinhados sobre todas as faces do volume de controle é zero devido à equação da continuidade. Se ρ e μ não são constantes, eles – com exceção de choques próximos – variam suavemente e a integral dos termos sublinhados sobre todo o volume de controle é menor do que a integral do termo principal. Por esta razão, o termo sublinhado normalmente é tratado explicitamente. Como mostrado, as derivadas são facilmente calculadas na face da célula, utilizando-se as derivadas no centro do volume de controle.

Nas aproximações acima se assumiu que a linha conectando os nós P e E passa pelo centro da face da célula “e”. Neste caso, a aproximação da integral de superfície é de segunda ordem (regra do ponto médio). Quando a malha é irregular, a linha conectando P e E pode não passar pelo centro da face da célula, e as aproximações para Φ_e e $(\partial\phi/\partial\vec{n})_e$, usadas acima, são de segunda ordem em um ponto “é”, ver Figura 16. A aproximação para integral de superfície não é mais de segunda ordem, mas o erro adicional é pequeno se “é” não for muito distante de “e”. Se “é” esta localizado próximo aos cantos “se” ou “ne”, a aproximação se torna de primeira ordem.

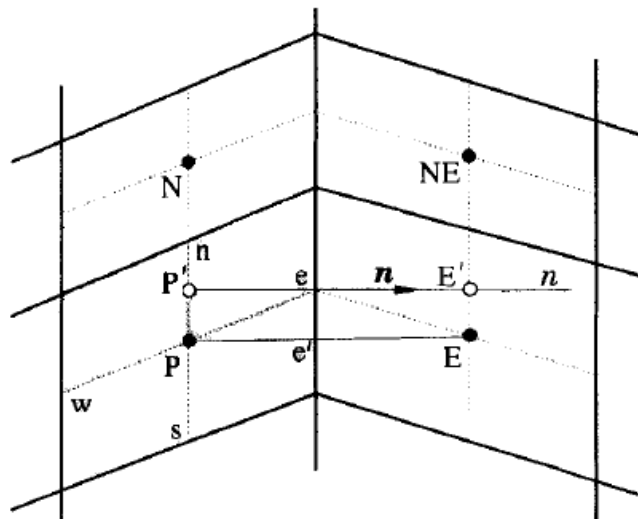


Figura 16: Uma forma alternativa de se calcular os valores das variáveis e de seus gradientes nas faces da célula. Fonte Ferziger (2002), p. 237.

A precisão de segunda ordem da aproximação pela regra do ponto médio pode ser preservada em malhas irregulares se os valores da variável e seus gradientes forem calculados nos centros das faces das células com aproximações de segunda ordem. Estes podem ser

obtidos utilizando-se funções apropriadas. Alternativamente, pode-se utilizar valores nos nós auxiliares P' e E', os quais encontram-se na interseção da normal da face da célula, n, e linhas retas que conectam os nós P e N ou E e NE, respectivamente, ver Figura 16. Ambos, o valor da variável na face da célula e seu gradiente, podem ser aproximados como em uma malha cartesiana, dos valores de P' e E'. Para se evitar grandes moléculas computacionais em métodos implícitos, a *deferred correction* pode ser utilizada: os termos implícitos são baseados nos valores nos nós P e E, ignorando a irregularidade da malha (utilizando valores em “é”), enquanto a diferença entre o termo implícito e a aproximação mais precisa é tratada explicitamente. Por exemplo, a aproximação do fluxo difusivo pode ser implementada da seguinte maneira, utilizando uma versão modificada da expressão (5.41):

$$F_e^d = \Gamma_e S_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_{e'} + \Gamma_e S_e \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_e - \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_{e'} \right]^{old} \quad (5.45)$$

O gradiente normal a face da célula pode ser calculado utilizando a aproximação por diferença central usual:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_e \approx \frac{\phi_{E'} - \phi_{P'}}{L_{P',E'}} \quad (5.46)$$

Onde $L_{P',E'}$ se refere a distância entre P' e E', $L_{P',E'} = |\mathbf{r}_{E'} - \mathbf{r}_{P'}|$. Os valores de $\Phi_{E'}$ e $\Phi_{P'}$ podem ser obtidos tanto por interpolação bilinear (a qual é apropriada para malhas estruturadas) quanto pelo gradiente no centro do volume de controle (apropriada para um volume de controle com forma arbitrária):

$$\phi_{P'} = \phi_P + (\text{grad } \phi)_P \cdot (\mathbf{r}_{P'} - \mathbf{r}_P) \quad (5.47)$$

O esquema acima é o esquema mais simples que oferece segunda ordem de precisão. Métodos de ordem mais alta precisam de funções de forma, produzindo uma espécie de *blended* entre os métodos de elementos finitos e volumes finitos.

5.7.3 – Aproximação dos Termos Fonte

A regra do ponto médio aproxima uma integral de volume por um produto do valor do integrando no centro do volume de controle e o volume do volume de controle:

$$Q_p^\phi = \int_{\Omega} q_\phi d\Omega \approx q_{\phi,p} \Delta\Omega \quad (5.48)$$

Esta aproximação é independente da forma do volume de controle e é aproximadamente de segunda ordem de precisão.

O calculo do volume da célula merece alguma atenção. Se a malha é estruturada, formulas simples estão avaliáveis; por exemplo, para quadriláteros bidimensionais pode-se utilizar o produto do vetor de duas diagonais:

$$\Delta\Omega = \frac{1}{2} [(r_{ne} - r_{sw}) \times (r_{nw} - r_{se})] = \frac{1}{2} [(x_{ne} - x_{sw})(y_{nw} - y_{se}) - (y_{ne} - y_{sw})(x_{nw} - x_{se})] \quad (5.49)$$

Onde r_{ne} é o vetor posição do ponto “ne”, ver Figura 14. Expressões para volumes de controle arbitrários tanto bidimensionais quanto tridimensionais serão dadas abaixo.

Os termos de pressão nas equações de momentum podem ser tratados tanto como forças conservativas na superfície do volume de controle, quanto como forças de corpo não conservativas. No primeiro caso tem-se (na equação 2D para u_x , usando a regra do ponto médio para aproximação):

$$\begin{aligned} Q_p^p &= \int_S p_i n dS \approx \sum_c p_c S_c^x = \\ &= -p_e (y_{ne} - y_{se}) + p_w (y_{nw} - y_{sw}) + p_n (y_{ne} - y_{nw}) + p_s (y_{se} - y_{sw}) \end{aligned} \quad (5.50)$$

No segundo caso, temos:

$$Q_p^p = - \int_{\Omega} \frac{\partial p}{\partial x} d\Omega \approx - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_p \Delta\Omega \quad (5.51)$$

A primeira abordagem é completamente conservativa. A segunda é conservativa (e equivalente a primeira) se a derivada $\partial p / \partial x$ é calculada utilizando-se o teorema de Gauss. Se

o gradiente de pressão com relação a x é transformado em gradientes com relação a ξ e η para um sistema de coordenadas local no centro do volume controle, obtém-se:

$$Q_p^p \approx -(p_e - p_w)(y_n - y_s) + (p_n - p_s)(y_e - y_w) \quad (5.52)$$

A derivada no centro do volume de controle pode ser calculada pela diferenciação de uma função. Estas abordagens, de forma geral, não são conservativas.

O tratamento dos termos de pressão nas equações para u_y (e em casos tridimensionais) são similares a aqueles mostrados acima para u_x .

5.8 – Malhas Tridimensionais

Em 3D as faces das células não são necessariamente planas. Para calcular o vetor superfície das faces das células e o volume das células, algumas aproximações são necessárias. Um método simples é representar a face da célula por um conjunto de triângulos planos. Para hexaedros utilizados em malhas estruturadas, Kordula e Vinokur (1983, apud FERZIGER, 2002) sugeriram a decomposição de cada volume de controle em oito tetraedros (cada face do volume de controle sendo subdividida em dois triângulos) de tal forma que não sobreponha o outro.

Outra forma de calcular o volume das células para volumes de controle com forma arbitrária se baseia no teorema de Gauss. Utilizando a identidade $1 = \text{div}(\mathbf{x})$, pode-se calcular o volume como:

$$\Delta\Omega = \int_{\Omega} d\Omega = \int_{\Omega} \text{div}(\mathbf{x}) d\Omega = \int_S \mathbf{x} \cdot \mathbf{n} dS \approx \sum_c \mathbf{x}_c \cdot \mathbf{S}_c^x \quad (5.53)$$

Onde “c” denota as faces da célula e $\mathbf{S}_c^x$ é a componente x do vetor superfície da face da célula. (Ver Figura 17):

$$\mathbf{S}_c = S_c \mathbf{n} = S_c^x \mathbf{i} + S_c^y \mathbf{j} + S_c^z \mathbf{k} \quad (5.54)$$

Ao invés de x_i , pode-se utilizar y_j ou z_k . Se cada face da célula for definida da mesma maneira para os dois volumes de controle para os quais ela é comum, o procedimento garante que não irá ocorrer sobreposição e que a soma dos volumes de todos os volumes de controle irá corresponder ao volume do domínio de solução.

Uma tarefa importante é a definição dos vetores superfície nas faces das células. A aproximação mais simples é fazer a decomposição das mesmas em triângulos com um vértice comum, ver Figura 17. As áreas e vetores normais a superfície dos triângulos são facilmente calculadas. O vetor normal a superfície para toda a face da célula é então a soma dos vetores superfície de todos os triângulos (ver face “ c_1 ” na Figura 17):

$$S_c = \frac{1}{2} \sum_{i=3}^{N_v} [(r_{i-1} - r_1) \times (r_i - r_1)] \quad (5.55)$$

Onde N_v é o número de vértices da face da célula e r_i é a posição do vértice i . Note que existem $N_v - 2$ triângulos. A expressão acima é correta até mesmo se a face da célula for “torcida” ou convexa. A escolha do vértice comum não é importante.

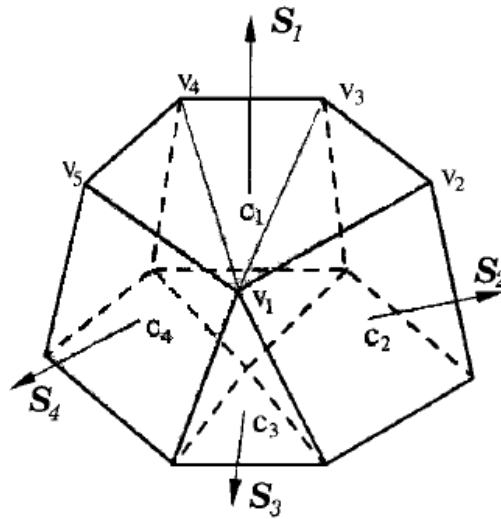


Figura 17: Cálculo de vetores superfície e do volume das células para volumes de controle arbitrários. Fonte, Ferziger (2002), p. 240.

O centro da face da célula pode ser encontrado fazendo-se a média das coordenadas do centro de cada triângulo (a qual é a própria média das coordenadas de seu vértice) com o fator peso de sua área.

$$S_e = |S_e| = \sqrt{(S_e^x)^2 + (S_e^y)^2 + (S_e^z)^2} \quad (5.56)$$

Vale notar que a dedução de métodos de volumes finitos de alta ordem é mais difícil do que a construção de métodos de diferenças finitas de alta ordem. Em métodos de diferenças finitas, é necessário apenas aproximar as derivadas em um ponto da malha com aproximações de ordem mais alta, o que é relativamente fácil de fazer em malhas estruturadas. Em volumes finitos, existem dois níveis de aproximação: aproximação das integrais e aproximação dos valores das variáveis em outros locais além do centro do volume de controle. A precisão de segunda ordem da regra do ponto médio e da interpolação linear é a precisão mais alta possível para aproximações de um único ponto. Qualquer esquema de volumes finitos com ordem mais alta requer interpolação de ordem mais alta em mais de uma face da célula. Isto pode ser feito em malhas estruturadas, mas é muito difícil em malhas não estruturadas. Devido à complexidade excessiva necessária para ordens mais altas, manter segunda ordem parece ser a melhor escolha. Apenas quando uma precisão muito alta é necessária (erros menores do que 1 %) os métodos de alta ordem se tornam mais atrativos. Também se deve manter em mente que métodos de ordem mais alta só produzem resultados melhores se a malha for suficientemente fina. Se a malha não for fina o bastante, métodos de ordem mais alta podem produzir soluções oscilatórias e o erro médio se tornar maior do que o obtido com esquemas de segunda ordem. Esquemas de ordem mais alta também requerem mais memória e tempo computacional por cada ponto da malha do que esquemas de segunda ordem. Para aplicações industriais, nas quais erros da ordem de 1 % são aceitáveis, um esquema de segunda ordem acoplado com refinamento local da malha oferece a melhor combinação de precisão, simplicidade de programação, manutenção do código, robustez e eficiência.

5.8.1 – Malhas não Estruturadas

Malhas não estruturadas possibilitam grande flexibilidade em adaptar a malha ao domínio. De forma geral, volumes de controle de forma arbitrária, com qualquer número de faces da célula, podem ser utilizados. No entanto, malhas contendo mais de um tipo de volume de controle não são comuns; usualmente, triângulos e quadriláteros são utilizados em problemas bidimensionais e tetraédricos ou hexaédricos são utilizados em problemas tridimensionais. Prismas, pirâmides e tetraedros podem ser considerados um caso especial de

um hexaedro, desta forma, nominalmente, malhas compostas de elementos hexaédricos podem incluir volumes de controle com menos do que seis faces.

A estrutura de dados depende do tipo de volume de controle utilizado. Os objetivos principais são os volumes de controle e os vértices das células. Quando uma malha é gerada, uma lista de vértices é criada. Cada volume de controle é definido por quatro ou oito vértices, desta forma a lista de volumes de controle também possui uma lista de vértices associada. A ordem dos vértices na lista representa a posição relativa das faces das células, os primeiros quatro vértices de um volume de controle hexaédrico representam a face inferior e os últimos quatro representam a face superior, ver Figura 18. A posição dos seis volumes de controle vizinhos também é definida de forma implícita; a face inferior definida pelos vértices 1, 2, 3 e 4 é comum ao volume de controle “vizinho” número 1, etc. Este número normalmente é adotado de tal forma a se reduzir o número de *arrays* necessários para a definição da conectividade entre os volumes de controle.

Também é necessária a criação de uma lista para as faces das células. Tal lista é facilmente definida uma vez que a lista de volumes de controle e de vértices existe, já que cada volume de controle aparece exatamente uma vez em outro volume de controle, se todos os volumes de controle forem rastreados, as faces definidas pelos mesmos vértices aparecerão duas vezes. É importante que os vértices que definem a face de uma célula estejam sempre ordenados em sentido horário ou anti-horário. A mesma informação esta contida na lista de faces.

Outra possibilidade é a introdução de uma estrutura de dados orientada ao objeto e definir os objetos, vértices, face e volume. A discretização requer aproximações para as integrais de superfície e de volume; faz sentido calcular estas separadamente.

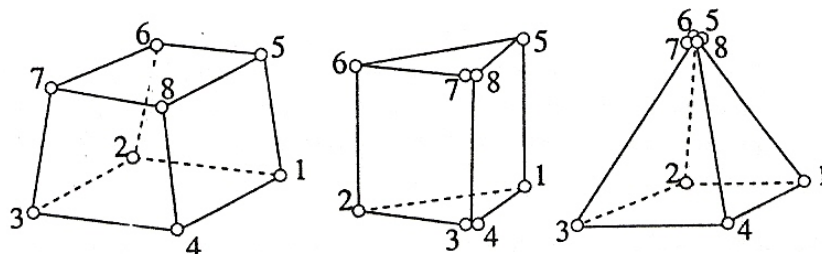


Figura 18: Definição de V.Cs hexaédricos por uma lista de oito vértices. Fonte Ferziger (2002), p. 245.

Os dados que precisam ser guardados para cada face ou volume dependem das aproximações utilizadas para a integração, diferenciação e interpolação. Existem várias possibilidades para arranjos específicos, detalhes podem ser encontrados em livros de elementos finitos, uma vez que malhas não estruturadas são a regra e não a exceção para métodos de elementos finitos.

Malhas não estruturadas irregulares, constituídas de volumes de controle com mais do que seis faces (volumes de controle poliédricos) são produzidas quando a malha é refinada pela divisão dos volumes de controle em volumes menores. Neste caso, algumas faces de volumes de controle não refinados também são subdivididas em faces menores.

5.9 – Implementação das Condições de Contorno

A implementação das condições de contorno em malhas não ortogonais requer atenção especial, uma vez que as fronteiras normalmente não estão alinhadas com as componentes cartesianas da velocidade. O método dos volumes finitos requer que os fluxos nas fronteiras sejam conhecidos ou expressos em termos de quantidades conhecidas e valores em nós no interior. Logicamente, o número de volumes de controle deve ser igual ao número de variáveis desconhecidas. Neste texto iremos nos referir constantemente ao sistema de coordenadas local (n,t,s) .

5.9.1 – Entrada

Usualmente, na entrada de uma fronteira, todas as quantidades devem ser prescritas. Se as condições na entrada não são bem conhecidas, é útil mover a fronteira para a posição mais afastada possível da região de interesse. Como a velocidade e outras variáveis são dadas, todos os fluxos convectivos podem ser calculados. Os fluxos difusivos normalmente não são conhecidos, mas podem ser estimados utilizando-se valores de variáveis conhecidas na fronteira e aproximações de diferenças finitas para os gradientes.

5.9.2 – Saída

Normalmente na saída se conhece pouco a respeito do escoamento. Por esta razão, estas fronteiras devem ser colocadas o mais longe possível da região de interesse. Caso contrário, pode ocorrer a propagação de erros da saída até a região de interesse, contaminando a solução

nesta região. O fluxo deve ser dirigido para fora do domínio ao longo de toda seção transversal do escoamento e, se possível, ser paralelo. Em escoamentos a altos números de Reynolds, a propagação de erros no sentido contrário ao escoamento – ao menos em escoamentos em regime permanente – é pequena, de tal forma que se torna fácil encontrar aproximações para as condições de contorno. Usualmente extrapola-se ao longo das linhas de corrente do interior para fronteira. A aproximação mais simples é a de gradiente nulo ao longo das linhas da malha. Para o fluxo convectivo isto significa que uma aproximação UPWIND de primeira ordem é utilizada. A condição de gradiente nulo ao longo de uma linha da malha pode ser implementada de forma implícita. Por exemplo, na face leste a aproximação de primeira ordem nos dá $\Phi_E = \Phi_P$. Ao se inserir esta expressão na equação discretizada para o volume de controle próximo a fronteira, obtém-se:

$$(A_p + A_E)\phi_P + A_W\phi_W + A_N\phi_N + A_S\phi_S = Q_P \quad (5.57)$$

Desta forma o valor de Φ_E não aparece na equação. Isto não significa que o fluxo difusivo seja zero na fronteira de saída, exceto quando a malha for ortogonal à fronteira.

Caso uma precisão mais alta seja necessária, é necessário a utilização de ordem mais alta e aproximações por diferenças finitas de um lado para as derivadas na fronteira de saída. Tanto o fluxo convectivo quanto difusivo têm de ser expressos em termos de valores das variáveis nos nós internos.

Quando o escoamento esta em regime transiente, principalmente quando a turbulência é simulada diretamente, é necessário muito cuidado para se evitar a reflexão de erros na fronteira de saída.

5.9.3 – Paredes Impermeáveis

Em uma parede impermeável, a seguinte condição se aplica:

$$u_i = u_{i,wall} \quad (5.58)$$

Esta condição se deve ao fato que fluidos viscosos se aderem a fronteiras sólidas (condição de não deslizamento).

Uma vez que o escoamento não atravessa a parede, o fluxo convectivo de todas as quantidades é nulo. Fluxos difusivos requerem alguma atenção. Para quantidades escalares,

assim como a energia térmica, eles podem ser nulos (paredes adiabáticas), eles podem ser especificados (fluxo de calor prescrito), ou o valor do escalar pode ser prescrito (paredes isotérmicas). Se o fluxo é conhecido, ele pode ser inserido na equação de conservação para os volumes de controle próximos à parede, na fronteira sul.

$$\int_{S_s} \Gamma \text{grad} \phi \cdot n dS = \int_{S_s} f dS \approx f_s S_s \quad (5.59)$$

Onde f é o fluxo prescrito por unidade de área. Se o valor de Φ for especificado na parede. É necessária uma aproximação para o gradiente normal de Φ , utilizando diferenças de um lado. Para tal aproximação também pode se calcular o valor de Φ na parede quando o fluxo é prescrito. Existem várias possibilidades; uma é calcular o valor de Φ em um ponto auxiliar P' localizado na normal n , e usar a aproximação:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_s \approx \frac{\phi_{P'} - \phi_s}{\delta n} \quad (5.60)$$

Onde $\delta n = (\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_{P'}) \cdot \mathbf{n}$ é a distância entre os pontos P' e S . Se a não ortogonalidade não for severa, Φ_P pode ser utilizado, ao invés de $\Phi_{P'}$. Funções de forma ou gradientes extrapolados dos centros das células também podem ser utilizados.

Os fluxos difusivos na equação de momentum requerem uma atenção especial. Se a equação estiver sendo resolvida para as componentes da velocidade v_n , v_t e v_s , pode-se utilizar aproximações descritas anteriormente. As tensões viscosas na parede são:

$$\tau_{nn} = 2\mu \left(\frac{\partial v_n}{\partial n} \right)_{\text{wall}} = 0 \quad \tau_{nt} = \mu \left(\frac{\partial v_t}{\partial n} \right)_{\text{wall}} \quad (5.61)$$

Aqui se assume que a coordenada t esta na direção da força cisalhante na parede, de tal forma que $\tau_{ns} = 0$. Esta força é paralela a projeção do vetor velocidade na parede. Isto é equivalente a considerar que o vetor velocidade não mude na direção entre o primeiro ponto da malha e a parede, o que não é realmente verdade.

Ambos, v_t e v_n podem ser facilmente calculados no nó P. Em 2D, o vetor unitário t é facilmente obtido das coordenadas dos cantos “se” e “sw”. Em 3D, é necessário determinar a direção do vetor t . Da velocidade paralela a parede pode-se definir t como:

$$v_p = v - (v \cdot n)n \Rightarrow t = \frac{v_p}{|v_p|} \quad (5.62)$$

As componentes da velocidade necessárias para o calculo das tensões são dadas por:

$$v_p = v \cdot n = un_x + vn_y + wn_z \quad v_t = v \cdot t = ut_x + vt_y + wt_z \quad (5.63)$$

As derivadas podem ser calculadas como na equação (5.60).

As tensões τ_{nt} podem ser transformadas para se obter τ_{xx} , τ_{xy} etc., mas isso não é necessário. A integral de superfície de τ_{nt} resulta na força:

$$f_{wall} = \int_{S_s} t \tau_{nt} dS \approx (t \tau_{nt} S)_s \quad (5.64)$$

Cujas componentes x, y e z correspondem às integrais necessárias nas equações de momentum discretizadas, em 2D equação para u_x pode ser escrita como:

$$f_x = \int_{S_s} (\tau_{xx}i + \tau_{yx}j + \tau_{zx}k)ndS \approx if_{wall} \approx (t_x \tau_{nt} S)_s \quad (5.65)$$

Alternativamente pode-se utilizar os gradientes das velocidades nos centros das células (calculados utilizando o teorema de Gauss), extrapolá-los para o centro da face da célula na parede, calcular as tensões cisalhantes τ_{xx} , τ_{xy} etc., e calcular as componentes da força cisalhante, com a expressão acima.

Então substitui-se os fluxos difusivos nas equações de momentum na parede pela força cisalhante. Se esta força for calculada explicitamente utilizando valores das iterações prévias, a convergência pode ser prejudicada. Se a força for escrita como uma função das componentes cartesianas da velocidade no nó P, parte dela pode ser tratada implicitamente. Neste caso os coeficientes A_p não serão os mesmos para todas as componentes da velocidade, como é o caso nas células interiores. Isto não é desejável, uma vez que estes coeficientes A_p

são necessários na equação de correção da pressão, e se eles forem diferentes, se torna necessário armazenar todos os três valores. Desta forma é melhor utilizar o *deferred correction*, como no interior: aproxima-se

$$f_i^i = \mu S \frac{\delta u_i}{\delta \xi} \quad (5.66)$$

Implicitamente e soma-se a diferença entre a aproximação implícita e a força calculada utilizando-se as aproximações mencionadas acima para o lado direito da equação. Aqui, ξ é a coordenada ao longo da linha da malha, conectando o centro da face da célula e o nó P. O coeficiente A_P é, então, o mesmo para todas as componentes da velocidade, e os termos explícitos se cancelam parcialmente. A taxa de convergência quase não é afetada.

5.9.4 – Planos de simetria

Em muitos escoamentos, existem um ou mais planos de simetria. Quando o escoamento esta em regime permanente existe uma solução a qual é simétrica a este plano (em muitos casos, difusores ou canais com expansão brusca, existem também soluções assimétricas permanentes). A solução simétrica pode ser obtida resolvendo-se o problema em parte do domínio de solução utilizando-se condições de simetria.

Em um plano de simetria os fluxos convectivos de todas as quantidades são nulos. Os gradientes normais das componentes da velocidade paralelas ao plano de simetria e de todas as quantidades escalares, também são nulos. A componente normal da velocidade é nula, mas o gradiente normal não é; desta forma as tensões normais, τ_{nn} não são nulas.

A integral de superfície de τ_{nn} resulta na força:

$$f_{sym} = \int_{S_s} n \tau_{nn} dS \approx (n \tau_{nn} S)_s \quad (5.67)$$

Quando a fronteira de simetria não conhece com um plano coordenado cartesiano, os fluxos difusivos de todas as três componentes cartesianas da velocidade serão diferentes de zero. Estes fluxos podem ser calculados obtendo-se primeiramente a força normal resultante da equação (5.67) e uma aproximação para as derivadas normais, e dividindo esta força em componentes cartesianas. Alternativamente, os gradientes de velocidade podem ser

extrapolados do interior para a fronteira e se utilizar uma expressão similar a equação (5.65), para componente u_x na face “S”:

$$f_x = \int_{S_s} (\tau_{xx}i + \tau_{yx}j + \tau_{zx}k)ndS \approx if_{sym} \approx (n_x \tau_{nn} S)_s \quad (5.68)$$

No caso da fronteira ser uma parede, pode-se dividir os fluxos difusivos em uma fronteira de simetria, em uma parte implícita, envolvendo a componente de velocidade no centro do volume de controle (a qual contribui para o coeficiente A_p), ou utilizar a *deferred correction* para manter o coeficiente A_p igual para todas as componentes.

5.9.5 – Pressão específica

Em escoamentos incompressíveis, normalmente especifica-se o fluxo mássico na entrada e utiliza-se extrapolação na saída. No entanto, existem situações nas quais o fluxo mássico não é conhecido, mas as pressões na entrada e na saída são. Além disto, a pressão algumas vezes é especificada em um campo distante.

Quando a pressão é especificada em uma fronteira, a velocidade não pode ser prescrita – tem de ser extrapolada do interior, utilizando-se a mesma abordagem que para as faces das células entre dois volumes de controle. O gradiente de pressão na fronteira é aproximado utilizando-se diferenças de um lado, por exemplo, na face “e”, a expressão (5.37), a qual é uma diferença atrasada de primeira ordem.

As velocidades na fronteira determinadas desta forma precisam ser corrigidas para satisfazer a conservação da massa; as correções do fluxo mássico são diferentes de zero nas fronteiras onde a pressão é especificada. No entanto, a pressão na fronteira não é corrigida, $p' = 0$. Isto é utilizado como uma condição de contorno do tipo *Dirichlet* no esquema de correção da pressão.

Se o número de Reynolds for alto, o processo de solução irá convergir lentamente caso a aproximação acima seja aplicada quando as pressões na entrada e na saída forem especificadas. Outra possibilidade é utilizar um “valor inicial” para o fluxo mássico na entrada e tratá-lo como prescrito em outra iteração, e considerar a pressão como especificada somente na saída. As velocidades na entrada devem então ser corrigidas tentando casar a pressão extrapolada na entrada com a pressão especificada. Um procedimento de correção iterativa é utilizado para reduzir as diferenças entre duas pressões à zero.

5.10 – Código Computacional UNSCYFL3D

O código computacional utilizado nas simulações esta sendo desenvolvido de tal forma a se tornar uma ferramenta dedicada à simulação de ciclones e hidrociclones. O código utiliza malha não estruturada com elementos hexaédricos no interior do domínio, uma vez que estes normalmente são menos difusivos. As malhas computacionais utilizadas foram geradas com um software comercial, sendo que para o arquivo de saída utilizou-se o formato para o software comercial Fluent versão 6.0. O código UNSCYFL3D (Unsteady Cyclone Flow – 3D) utiliza o esquema CDS, possibilitando *blending* com o esquema UDS para as interpolações. Para o acoplamento pressão velocidade o código atualmente utiliza o algoritmo SIMPLE, e para o avanço temporal o esquema de segunda ordem *Three Time Level*, possibilitando *blending* com o esquema de primeira ordem de Euler. Para solução do sistema linear o código possui o algoritmo Gradiente Bi-conjugado implementado. O UNSCYFL3D também permite a solução do escoamento em regime permanente e em transiente, sendo que a solução obtida no regime permanente pode ser usada como campo inicial nas simulações transientes.

5.11 – Fechamento do Capítulo V e apresentação do Capítulo VI

Neste capítulo, conforme subitem 4.4, foram apresentados alguns métodos numéricos, destacando o método de Volumes Finitos aplicado a geometrias complexas, o esquema de interpolação linear e o esquema de *Deferred Correction*.

No Capítulo VI inicialmente apresenta-se os testes realizados para verificar a influência do passo de tempo, da tolerância para os resíduos utilizados nas simulações, assim como um estudo preliminar da influência da constante de Smagorinsky nos resultados das simulações que utilizaram este modelo. Posteriormente, são apresentados os resultados obtidos com o modelo de Smagorinsky e de Yakhot em duas malha computacionais não estruturadas. Uma contendo aproximadamente 100.000 elementos e outro com aproximadamente 180.000 elementos. Após a apresentação dos resultados são feitos alguns comentários a respeito da física do escoamento, evidenciando algumas características que demonstram que a mesma foi

bem representada nas simulações. Ainda neste sentido, no final do capítulo são apresentadas algumas figuras tridimensionais, onde a presença das grandes estruturas é facilmente visualizada.

CAPÍTULO VI

RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações realizadas, assim como a comparação com dados experimentais. São apresentados resultados somente para uma geometria simulada, sendo esta um ciclone de fundo chato, sem o duto de underflow, uma vez que a fase particulada ainda não foi inserida no código computacional. A geometria utilizada é apresentada na Figura 19, sendo a mesma geometria utilizada por Hoekstra et al, (1998) que gentilmente forneceu os dados experimentais para comparação. As duas malhas computacionais são apresentadas na Figura 20.

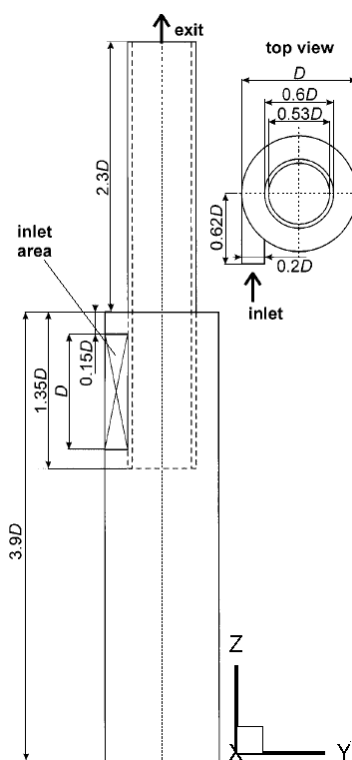


Figura 19: Geometria e sistema de coordenadas utilizadas nas simulações. Adaptado de Derksen e Van der Akker (2000)

Em todas as simulações o diâmetro do ciclone foi de 0,1 m a velocidade de entrada foi de 2,26 m/s, a massa específica 1,2 kg/m³ e a viscosidade cinemática 1,808E-05 m²/s, mantendo desta forma o número de Reynolds em 15.000. As malha computacionais utilizadas possuem cerca de 100.000 e de 180.000 volumes, para a mais grosseira e mais fina, respectivamente. Somente hexaedros foram utilizados, em função de outros elementos normalmente serem mais difusivos numericamente. Para cada simulação inicialmente resolveu-se o escoamento em regime permanente, obtendo assim um campo de escoamento desenvolvido, que posteriormente foi utilizado como condição inicial na simulação em regime transiente. As médias foram feitas utilizando-se um período de tempo de 80D/U_{in}, onde D é o diâmetro do ciclone e U_{in} é a velocidade de entrada.

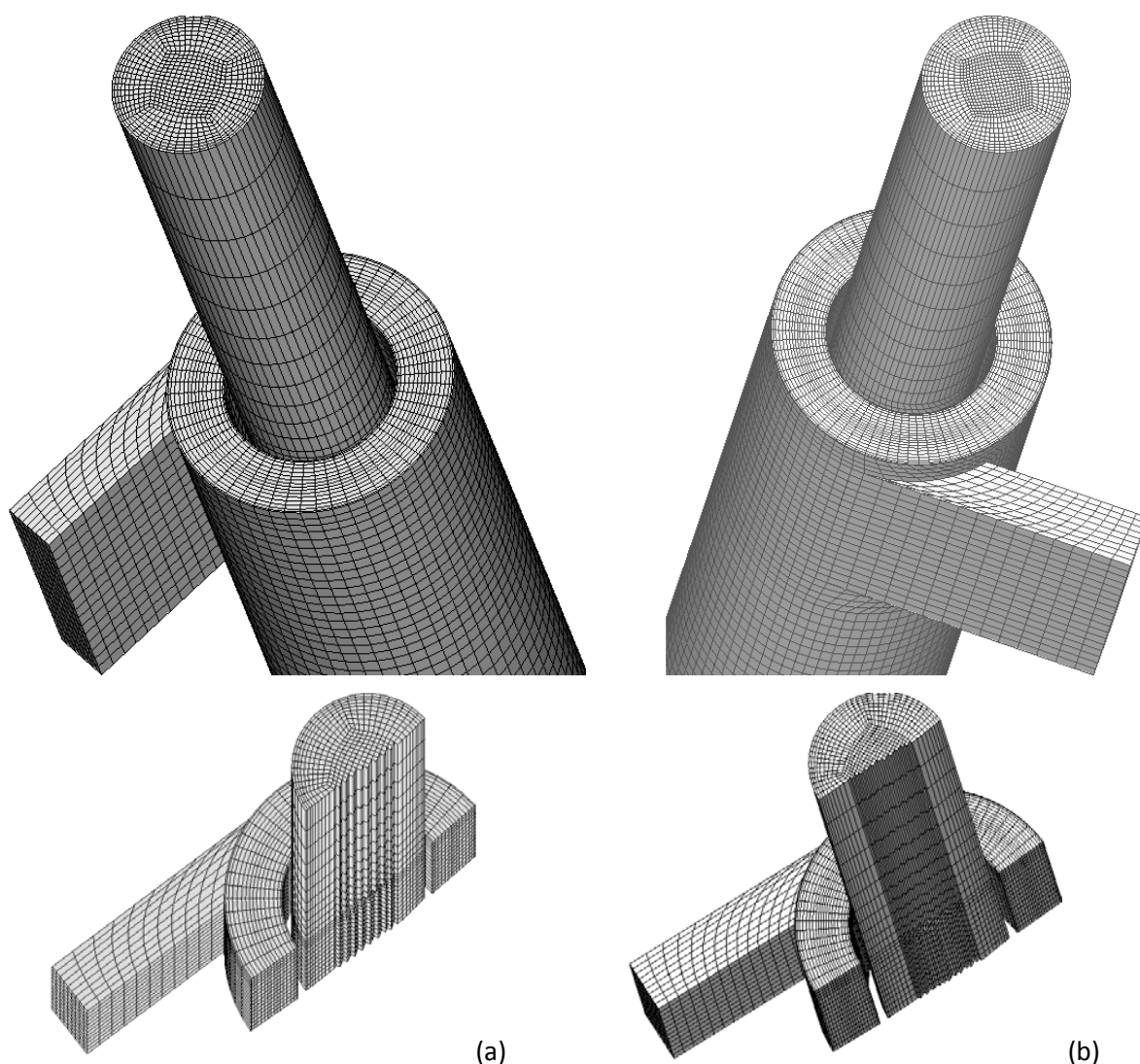


Figura 20: Malhas computacionais utilizadas. (a) Malha contendo 100.000 elementos, (b) malha contendo 180.000 elementos.

6.1 – Estudo Preliminar

Os perfis de velocidade tangencial e axial, RMS tangencial e RMS axial foram analisados em quatro posições axiais diferentes, as quais foram comparadas com dados experimentais, obtidos por meio da técnica LDA, fornecidos por Hoekstra et al. (1998), nas quatro posições ($Z/D = 0,89, 1,39, 1,89$ e $2,39$). Ressalta-se aqui que a geometria simulada no presente trabalho assim como as condições do escoamento são as mais próximas possíveis das utilizadas por Hoekstra et al. (1998) na obtenção de seus dados experimentais.

Nas simulações foram empregadas as condições de contorno: perfil plano imposto de velocidade normal na entrada, escoamento completamente desenvolvido na saída e não deslizamento nas paredes. Na região de entrada, diferentemente da maioria das simulações de grandes escalas, perturbações emulando a turbulência não foram introduzidas. Quanto a isto vale comentar que Ma et al. (1999) variaram a intensidade turbulenta na entrada de seu ciclone de 10 a 20 % e não encontraram diferenças significativas nos perfis de velocidade. Hovenden e Davidson (1997) analisaram a influência da variação da intensidade turbulenta na entrada de um *spray dryer* e também não encontraram nenhuma mudança significativa nos perfis de velocidade. Estas constatações indicam que escoamentos recirculantes altamente rotativos, como os encontrados em ciclones, não sofrem muita influência da variação da intensidade turbulenta na entrada do equipamento. A condição de contorno de escoamento completamente desenvolvido na saída é razoável considerando a extensão do duto de *overflow*, apesar de que no experimento o escoamento era soprado para um espaço livre.

Antes de analisar o fenômeno propriamente dito, alguns ajustes foram feitos, e a influência de alguns parâmetros foi avaliada, incluindo a constante de Smagorinsky, a tolerância dos resíduos (critério de convergência dentro de cada passo de tempo) e o passo de tempo.

Inicialmente, uma vez que a constante de Smagorinsky necessita de ajuste, cinco simulações foram feitas com diferentes valores de C_s ($C_s = 0,22, 0,18, 0,14$ e $0,1$), com uma tolerância de $1,0E-03$ para os resíduos da continuidade e da quantidade de movimento e passo de tempo de $1,0E-03$ s. Os perfis de velocidade resultantes foram comparados em quatro posições axiais e podem ser vistos nas Figuras 21, 22, 23 e 24.

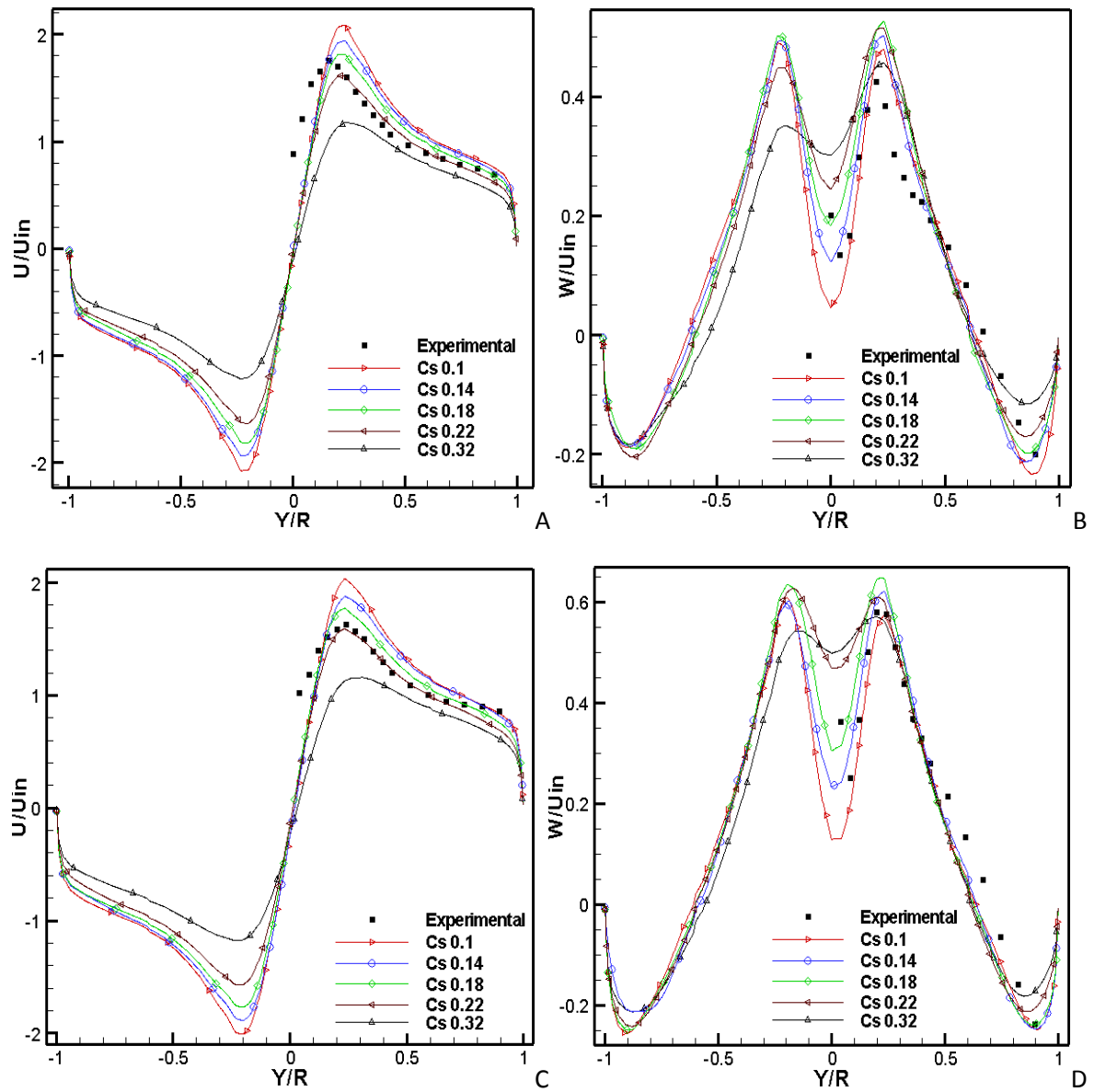


Figura 21: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A, C) e axiais (B, D) médias para diferentes valores da constante de Smagorinsky, do topo para baixo $Z/D = 0,89$ e $1,39$.

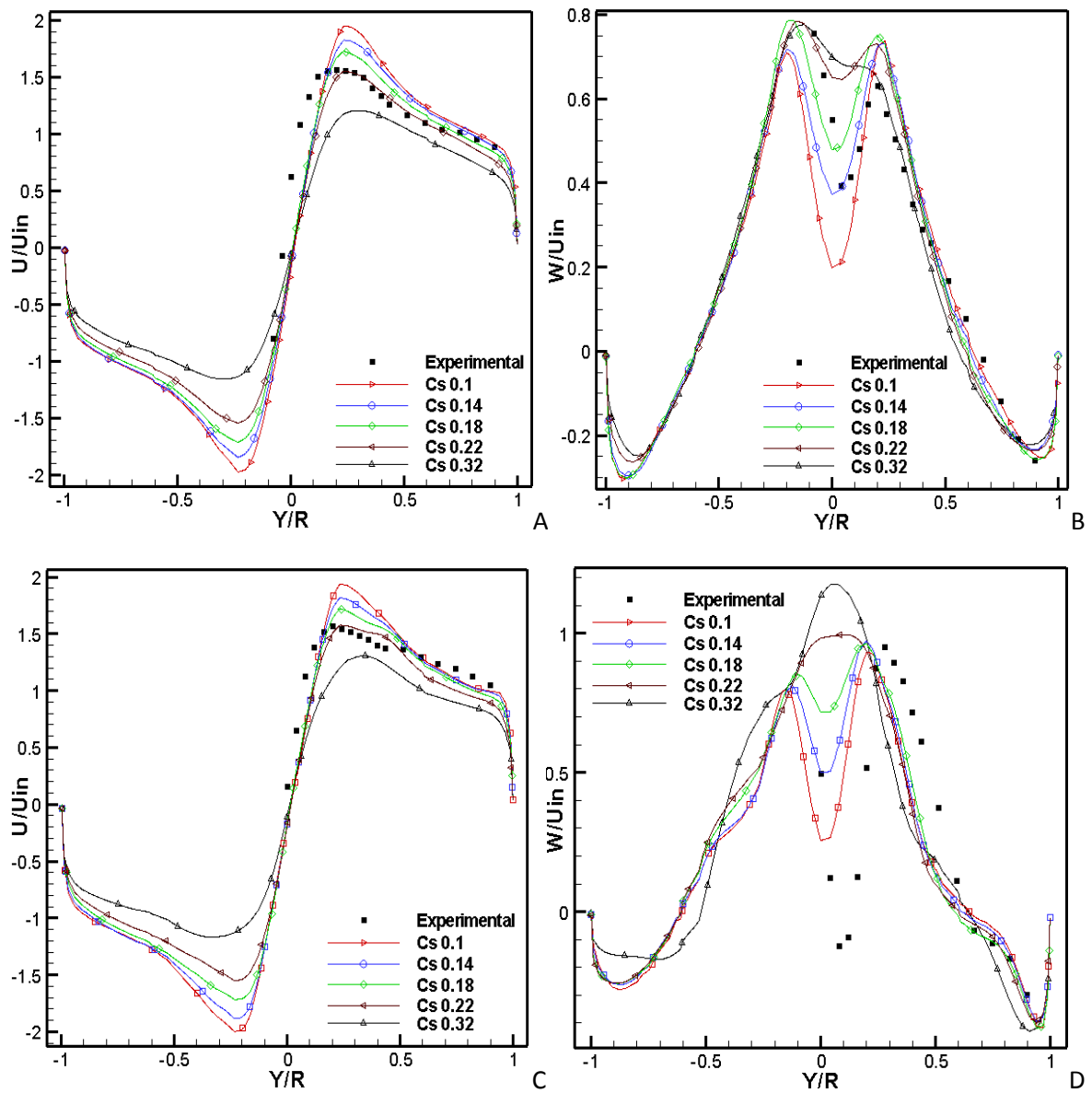


Figura 22: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A, C) e axiais (B, D) médias para diferentes valores da constante de Smagorinsky, do topo para baixo $Z/D = 1,89$ e $2,39$.

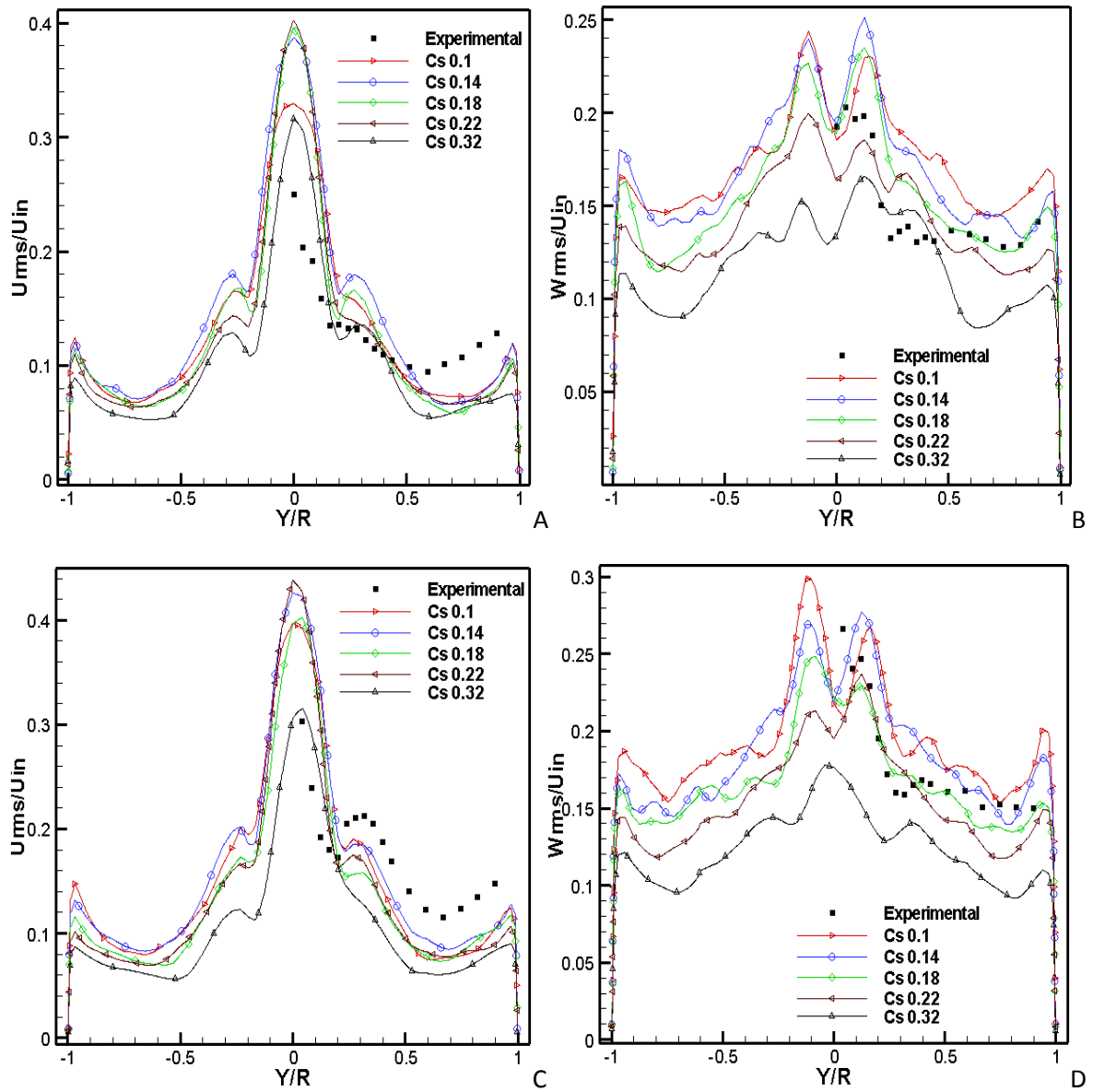


Figura 23: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A, C) e axiais (B, D) RMS para diferentes valores da constante de Smagorinsky, do topo para baixo $Z/D = 0,89$ e $1,39$.

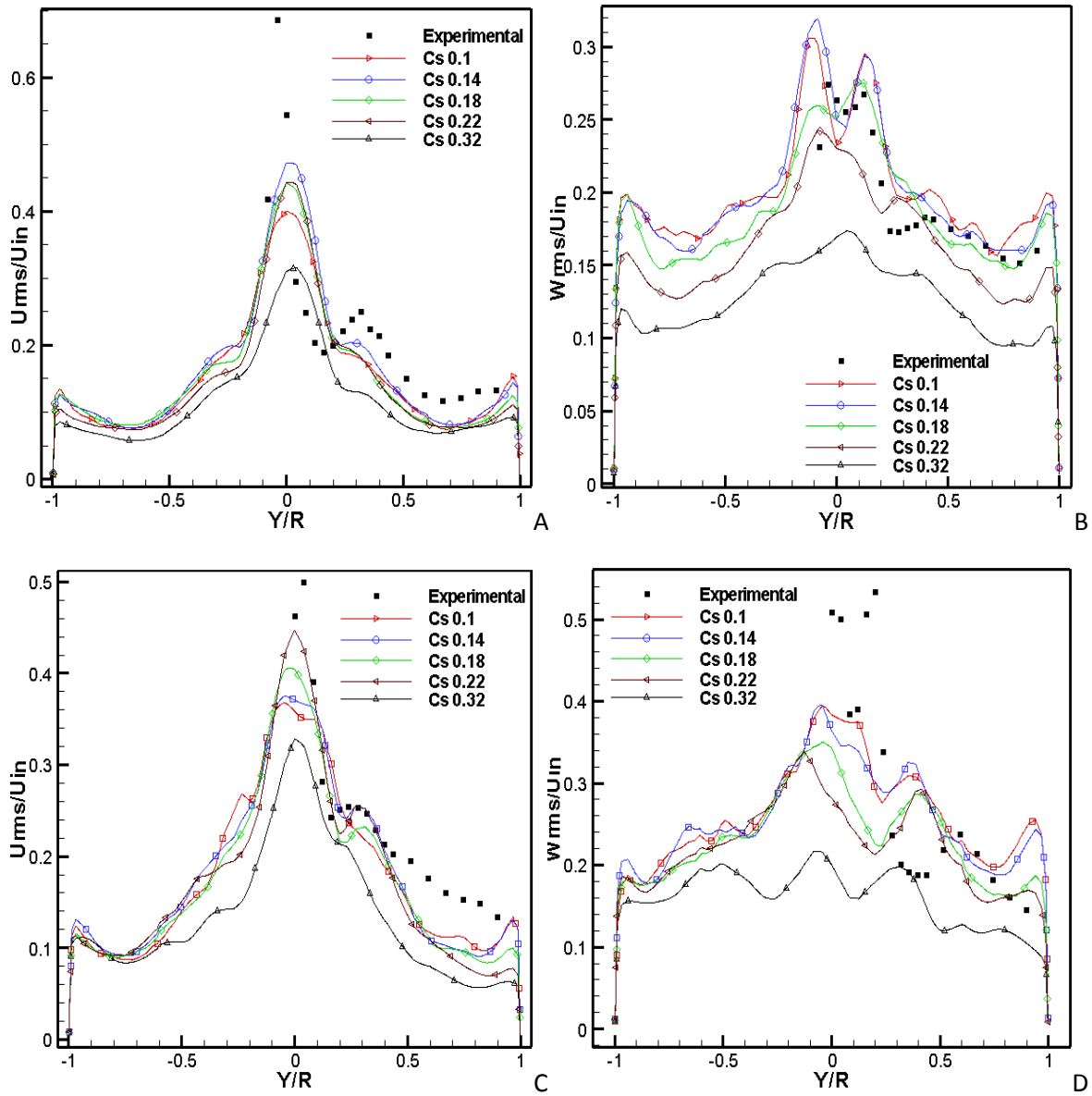


Figura 24: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A, C) e axiais (B, D) RMS para diferentes valores da constante de Smagorinsky, do topo para baixo $Z/D = 1,89$ e $2,39$.

Após estes testes iniciais, um teste de avaliação para a tolerância dos resíduos das equações de conservação foi realizado, o qual consistiu em três simulações, todas com o modelo de turbulência de Smagorinsky, com $Cs = 0.14$ e passo de tempo de $1.0E-03$ s. Os resultados para as velocidades RMS em quatro posições axiais comparados com resultados experimentais podem ser vistos nas Figuras 25 e 26. Analisando estes dados é possível notar que mesmo sem modificação significativa nos perfis médios de velocidade tangencial e axial (omitidos aqui), a tolerância do solver causou uma diferença considerável em praticamente todos os perfis RMS analisados. Esta análise sugere que valores RMS são mais sensíveis do

que os valores médios ao critério de parada (tolerância dos resíduos) dentro de cada passo de tempo. Usualmente, o valor $1.0E-03$ para os resíduos normalizados a cada passo de tempo é empregado para LES em códigos comerciais. Entretanto, as conclusões do presente estudo indicam que se estatísticas detalhadas e/ou momentos de ordem superior são de interesse, este valor pode ser insuficiente.

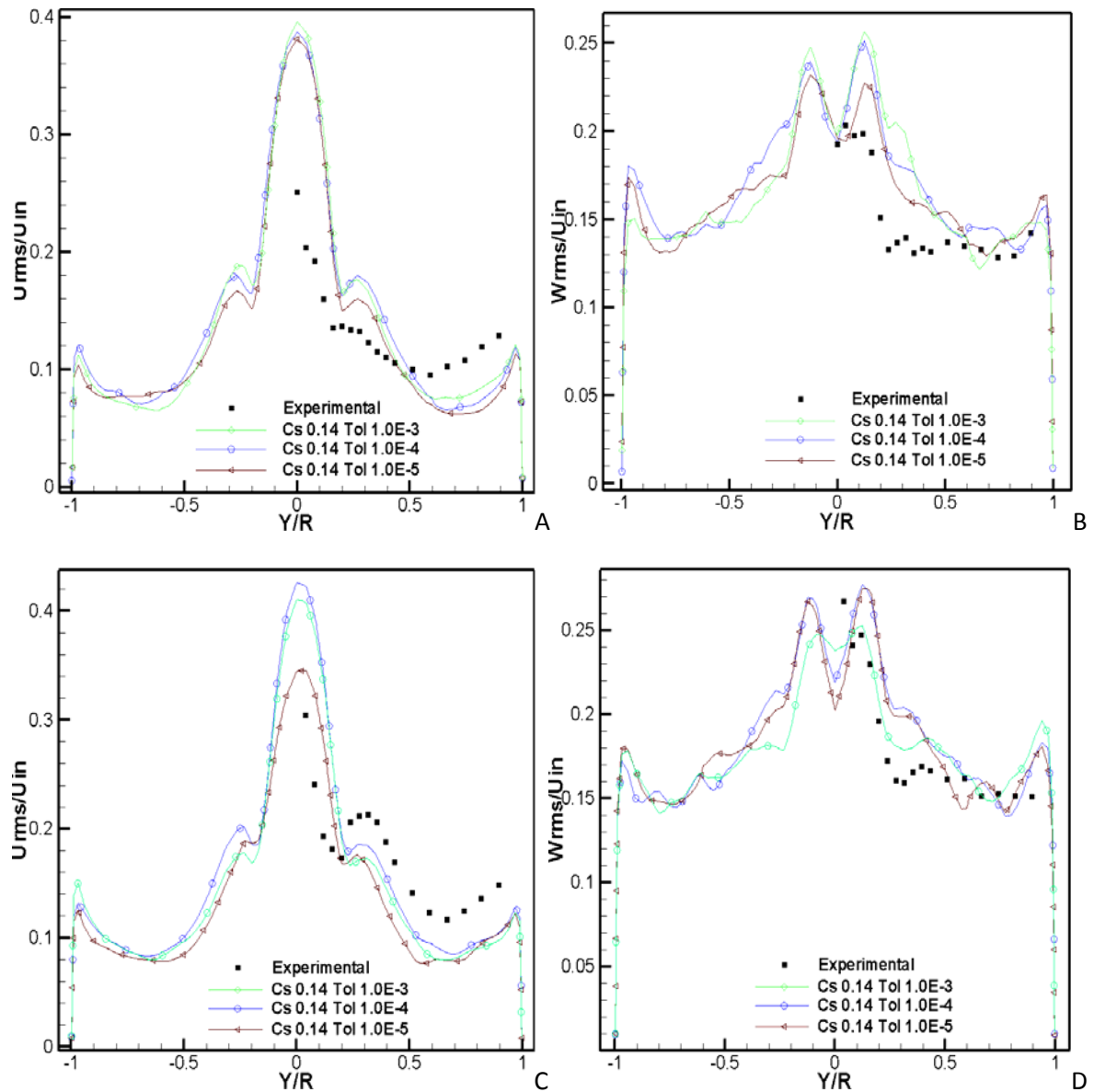


Figura 25: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A, C) e axiais (B, D) RMS para diferentes resíduos das equações de conservação, do topo para baixo $Z/D = 0,89, 1,39$.

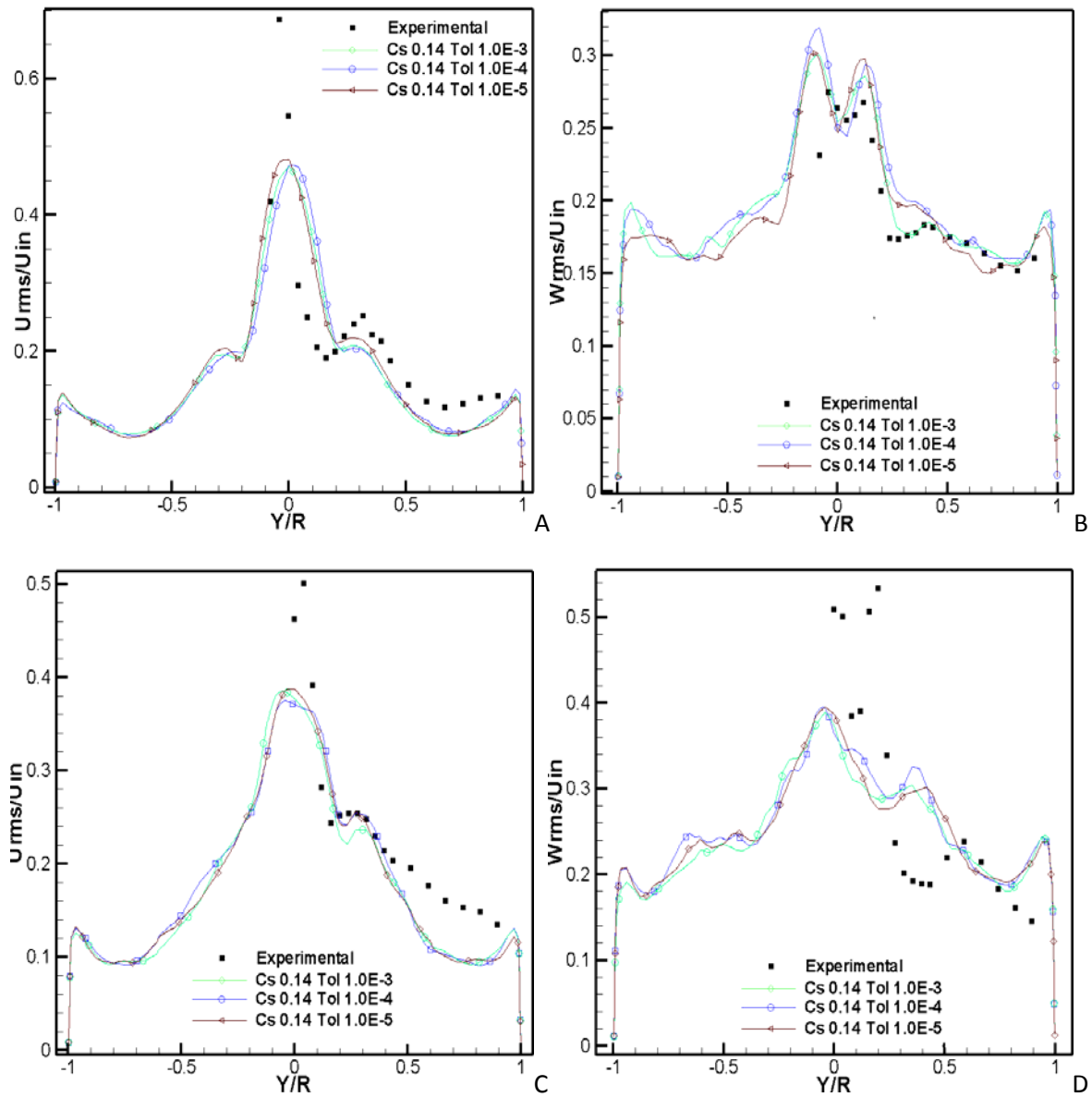


Figura 26: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A, C) e axiais (B, D) RMS para diferentes resíduos das equações de conservação, do topo para baixo $Z/D = 1,89$ e $2,39$.

Um último teste foi feito para verificar a influência do passo de tempo nos resultados. Neste teste, três simulações, todas com o modelo da turbulência de Smagorinsky com $Cs = 0,14$, tolerância dos resíduos de $1.0E-04$, e diferentes passos de tempo foram comparadas com resultados experimentais em quatro posições axiais. Os resultados podem ser vistos nas Figuras 27, 28, 29 e 30. Os diferentes passos de tempo causaram diferenças nos perfis médios de velocidade tangencial e axial, bem como e em quase todos perfis RMS analisados.

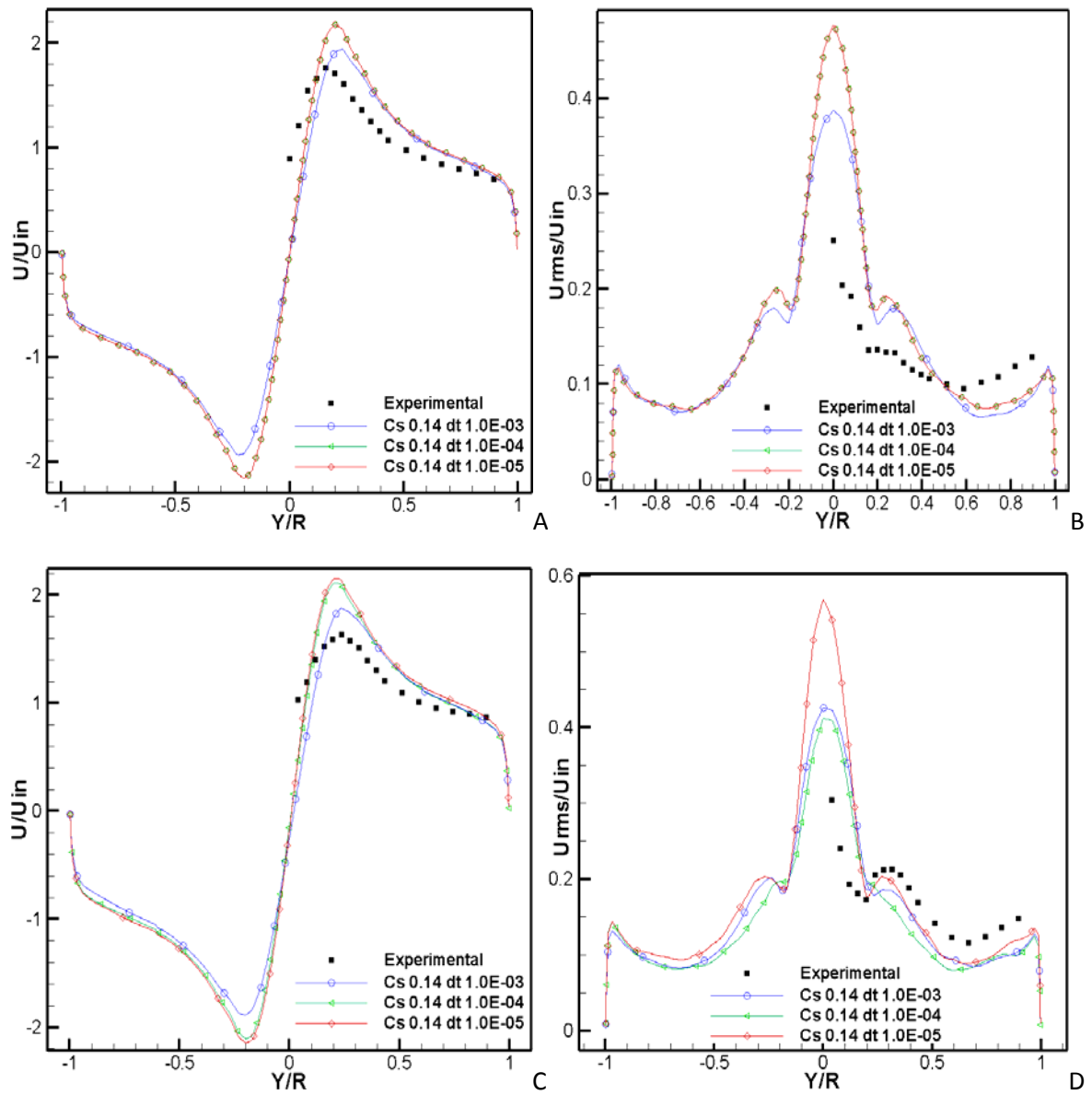


Figura 27: Perfis radiais das velocidades tangenciais médias (A, C) e RMS (B, D) para diferentes passos de tempo, do topo para baixo $Z/D = 0,89, 1,39$.

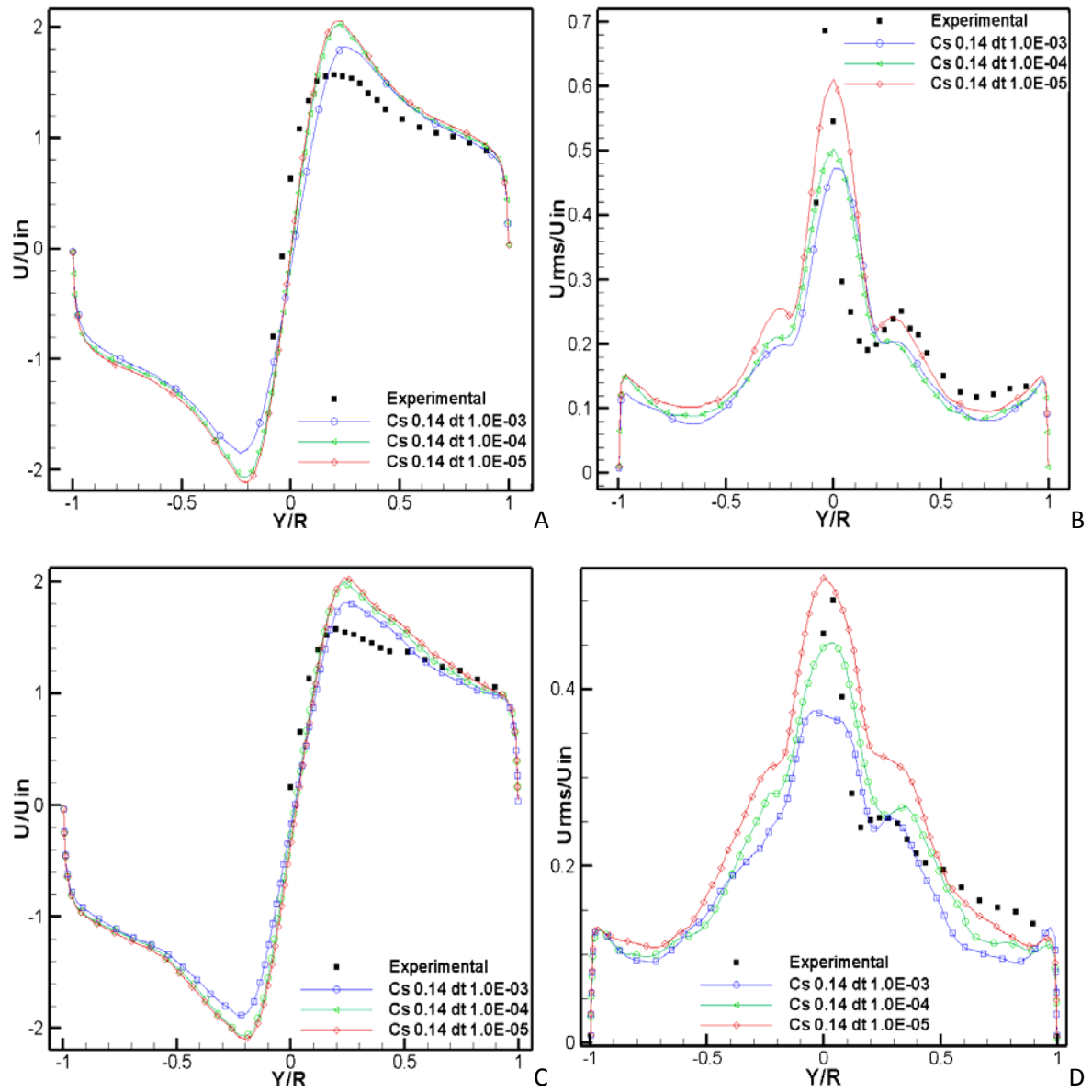


Figura 28: Perfis radiais das velocidades tangenciais médias (A, C) e RMS (B, D) para diferentes passos de tempo, do topo para baixo $Z/D = 1,89$ e $2,39$.

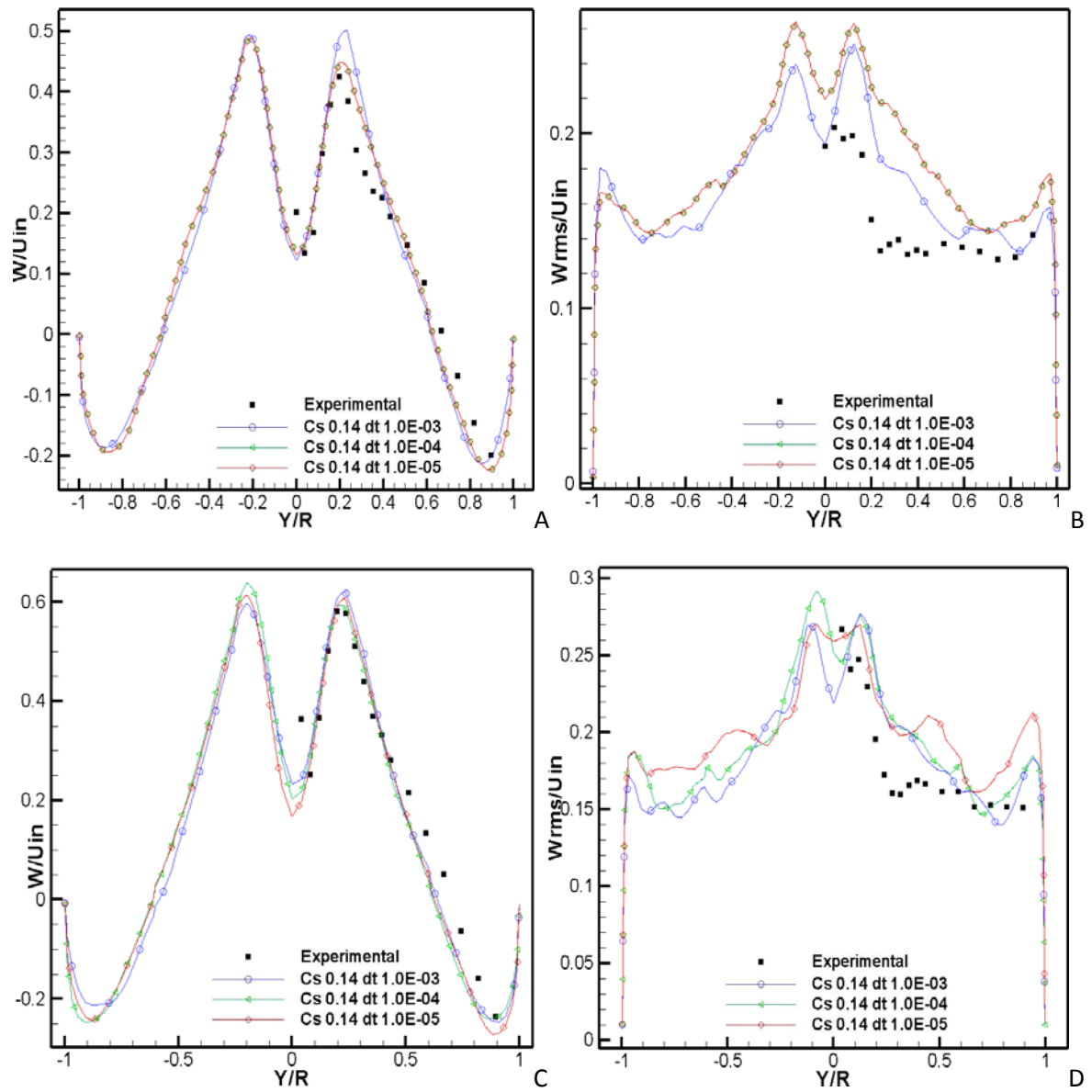


Figura 29: Perfis radiais das velocidades axiais médias (A, C) e RMS (B, D) para diferentes passos de tempo, do topo para baixo $Z/D = 0,89, 1,39$.

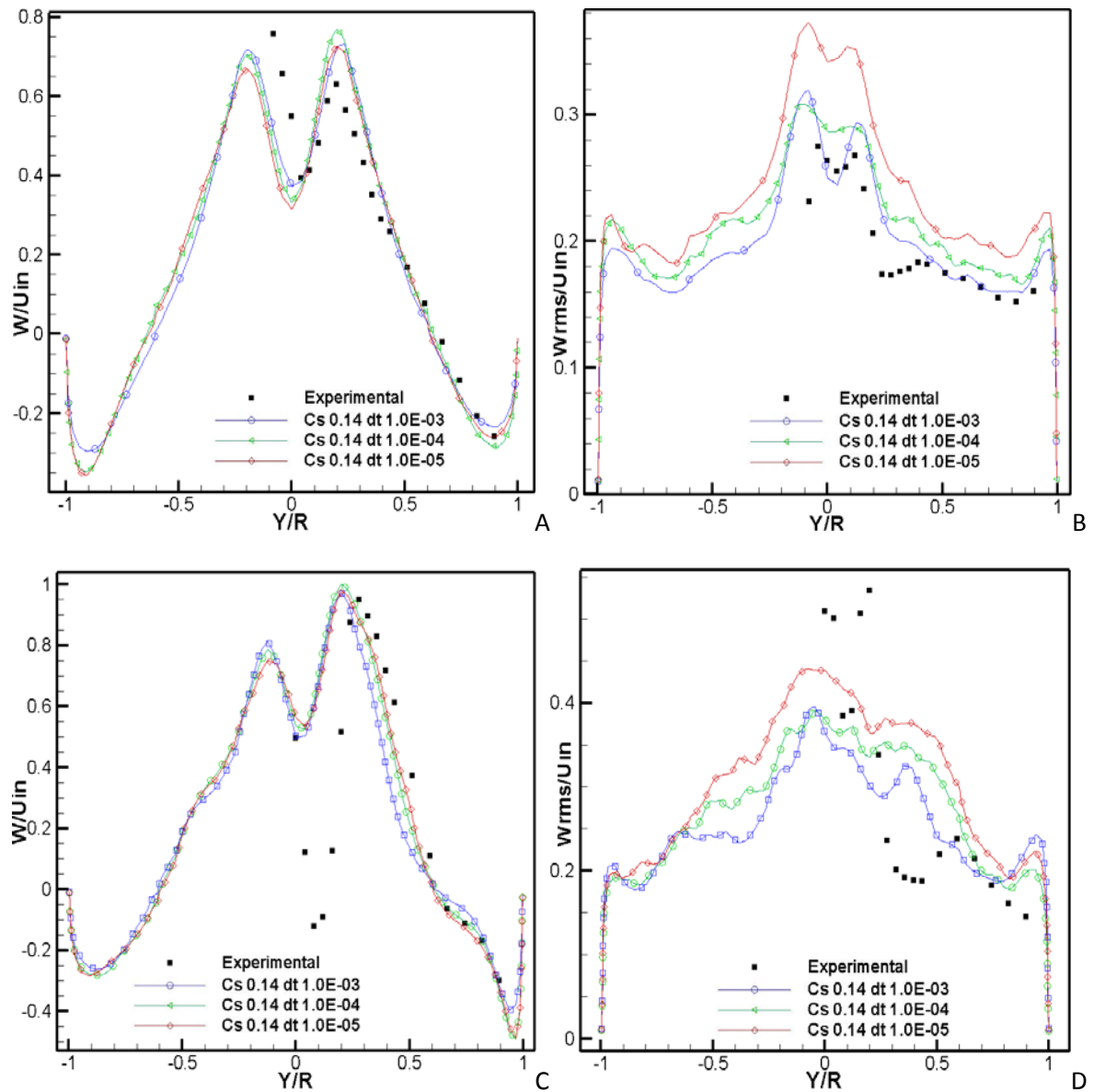


Figura 30: Perfis radiais das velocidades axiais médias (A, C) e RMS (B, D) para diferentes passos de tempo, do topo para baixo $Z/D = 1,89$ e $2,39$.

6.2 – Análise Física do Escoamento, Efeito do Modelo de Turbulência LES e Comparação com Dados Experimentais

Os resultados apresentados na última seção indicaram que a Simulação de Grandes Escalas pode ser empregada como ferramenta preditiva e de análise do escoamento em ciclones. Nesta seção, apresentam-se a análise física deste escoamento como base em resultados numéricos bem como estudos sobre o efeito de diferentes modelos submalha. Para

tal, no interior do ciclone em estudo foram utilizados dez planos horizontais, e um plano vertical, dispostos conforme indicado na Figura 31.

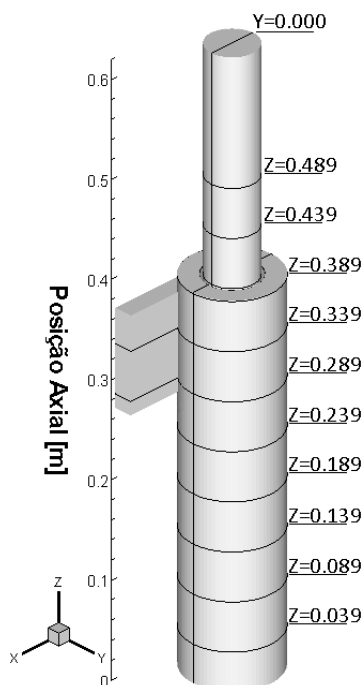


Figura 31: Posição dos diversos planos analisados em relação ao sistema de eixos adotado.

6.2.1 – Perfis para posição 0,039

Nas Figuras 32 e 33, pode ser notada uma maior dependência do modelo de Yakhot em relação à malha quando comparado ao modelo de Smagorinsky, onde este último tende a um valor próximo para as duas malhas utilizadas (com um pequeno aumento do pico de velocidade tangencial, assim como da queda na velocidade axial para a malha mais fina), enquanto que para o modelo de Yakhot a diferença encontrada no pico de velocidade tangencial é muito maior do que a encontrada na queda do valor da velocidade axial no centro do ciclone.

Os perfis de velocidade RMS tangencial são parecidos para os quatro casos, e a velocidade RMS axial obtida com o modelo de Yakhot para a malha de 180.000 elementos está sub-predita em relação aos outros resultados.

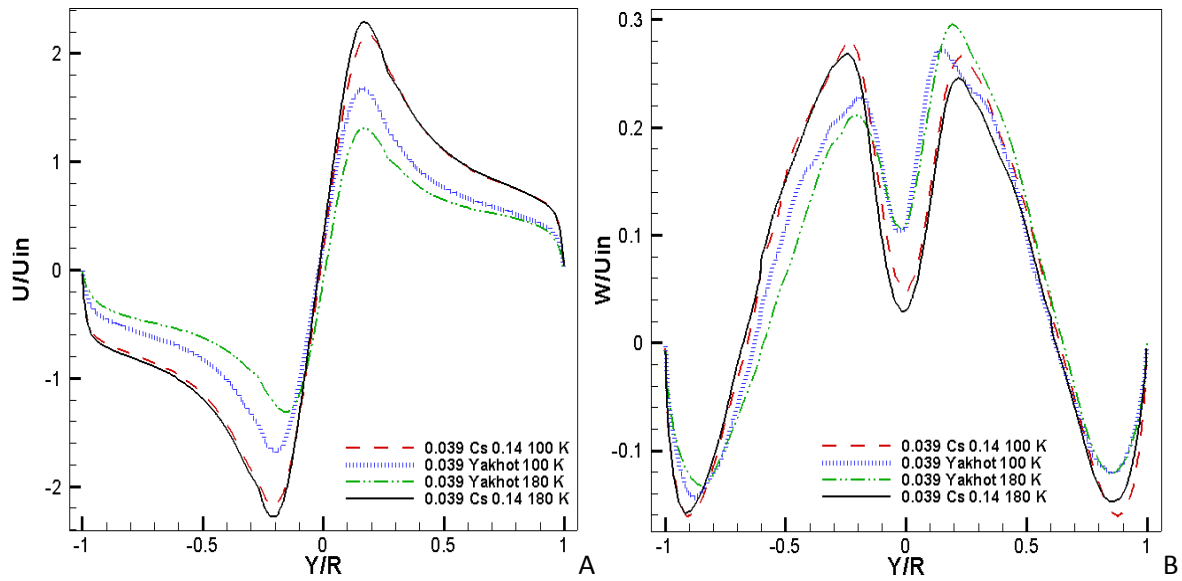


Figura 32: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 0,39$.

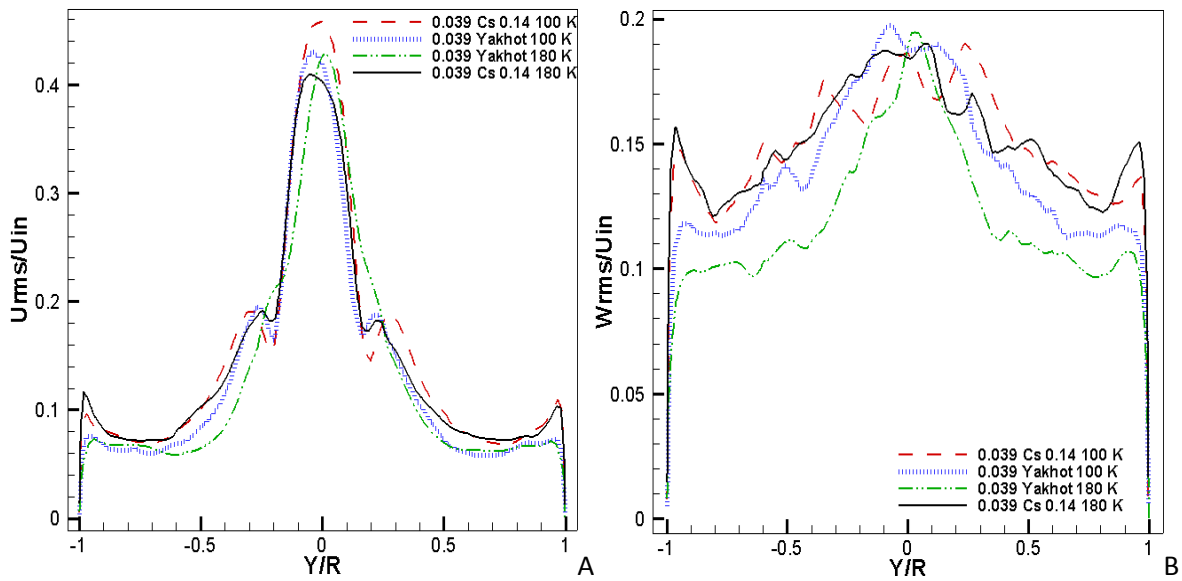


Figura 33: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 0,39$.

Não é possível assegurar se os perfis de velocidade radial estão corretos, uma vez que a velocidade radial é pelo menos uma ordem de grandeza menor que as demais componentes. Além disso, esta componente da velocidade é muito difícil de ser medida experimentalmente, de tal forma que normalmente os autores omitem perfis da mesma. Os cálculos com o modelo de Smagorinsky retornaram valores próximos nas duas malhas, enquanto que os cálculos com

modelo de Yakhot apresentaram valores mais de duas vezes maiores do que os encontrados com o modelo de Smagorinsky, além de apresentarem uma inversão no sentido da velocidade, vide Figura 34 (A).

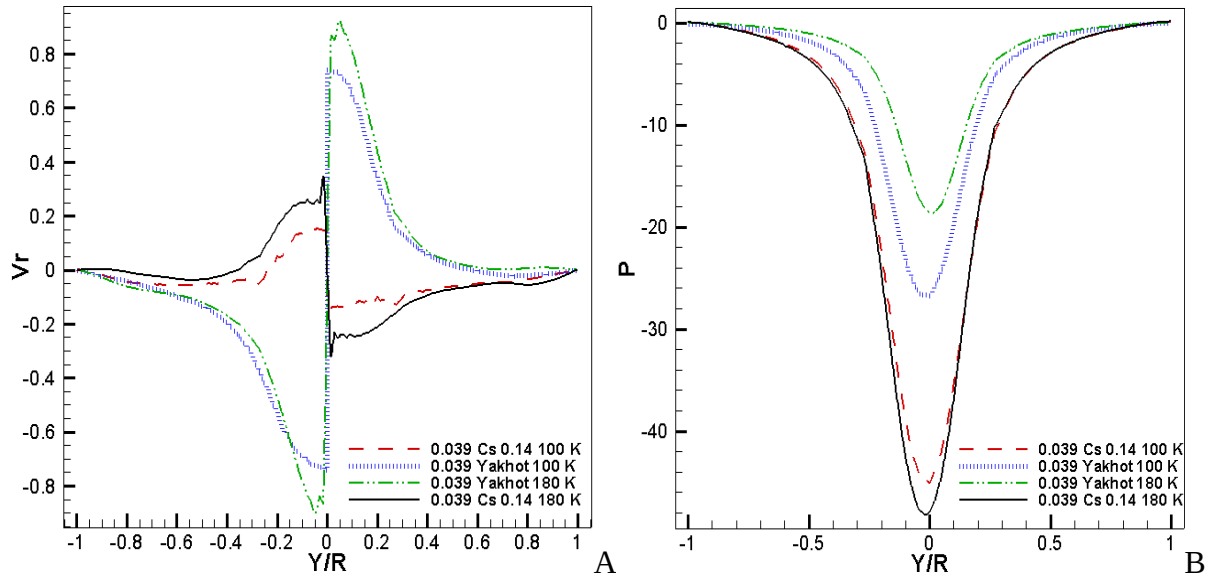


Figura 34: Perfis radiais da velocidade radial em (m/s) (A) e da queda de pressão em (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 0,39$.

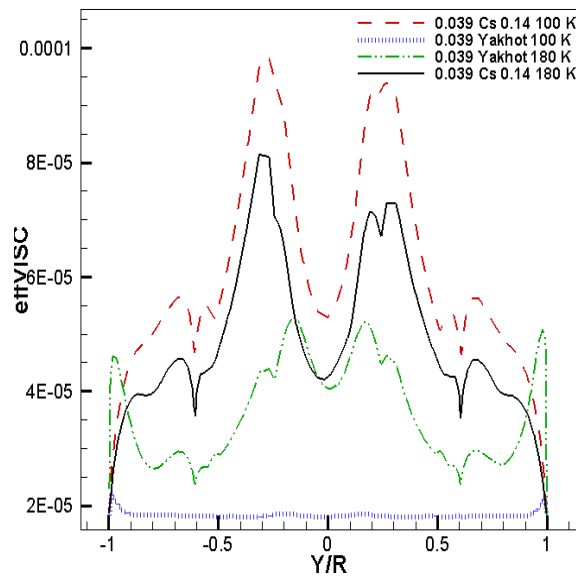


Figura 35: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m^2/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 0,39$.

A queda de pressão apresenta consistência com o esperado, sendo mais acentuada na região central e possuindo valores maiores - para os modelos que apresentaram maior pico de velocidade tangencial.

Os perfis de viscosidade efetiva obtidos com o modelo de Smagorinsky são bastante parecidos para as duas malhas, sendo inferiores - para a malha de 180.000 elementos em relação aos obtidos com a malha de 100.000 elementos. Para o modelo de Yakhot, a simulação com 100.000 elementos retornou valores para viscosidade efetiva muito próximos do valor da viscosidade molecular utilizada, enquanto que na simulação com 180.000 elementos estes valores passam a tender aos obtidos com o modelo de Smagorinsky.

6.2.2 – Perfis para posição 0,089

O perfil de velocidade tangencial obtido com o modelo de Yakhot e a malha de 100.000 elementos é o que mais se aproxima dos resultados experimentais, conforme Figura 36 (A). No entanto, a queda no valor da velocidade axial no centro do ciclone não é bem representada por este modelo (tanto para malha de 100.000 quanto para de 180.000 elementos). Um fato intrigante é que embora a simulação com o modelo de Yakhot e malha de 100.000 elementos apresente um valor consideravelmente mais alto para o pico de velocidade tangencial, quando comparado a simulação com este mesmo modelo e a malha de 180.000 elementos, ao se analisar a queda de velocidade axial no centro do ciclone nota-se que nas duas simulações o mesmo valor é atingido, sendo que pela teoria, esperar-se-ia que um maior pico na velocidade tangencial correspondesse a uma queda maior da velocidade axial no centro do ciclone. Este fato provavelmente está relacionado com a componente radial da velocidade, vide Figura 38 (A). Os perfis de velocidade tangencial obtidos com o modelo de Smagorinsky estão muito próximos (um do outro), o que pode ser tomado como um indicativo de que a malha utilizada não esta muito diferente da que seria necessária para se obter uma “independência” dos resultados em relação à mesma, ao menos para o escoamento médio fora de regiões parietais.

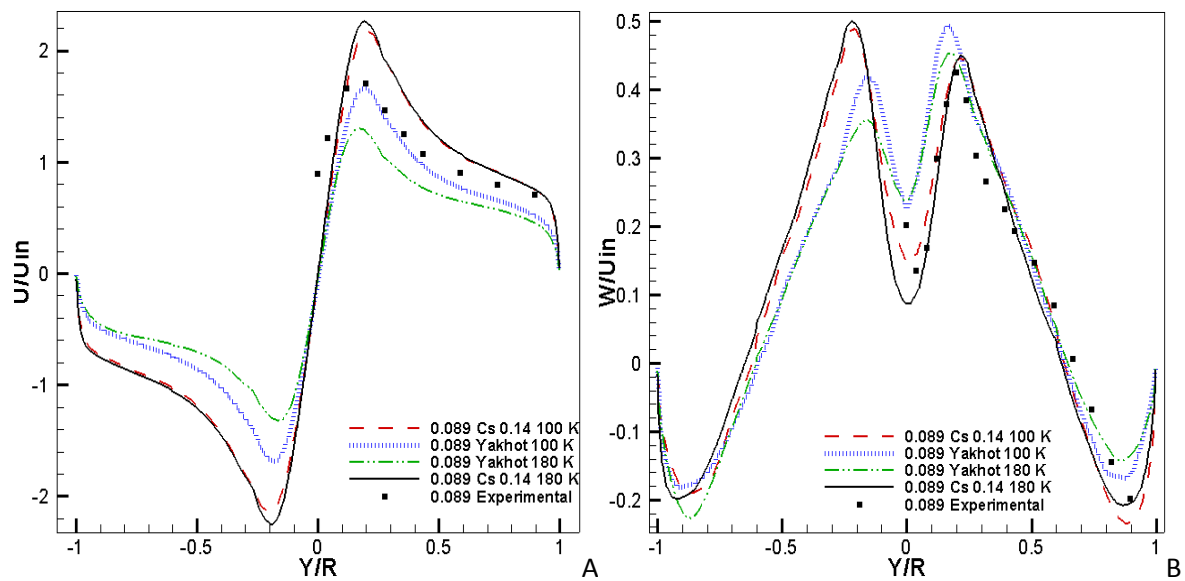


Figura 36: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 0,89$.

Considerando os perfis de velocidade axial obtidos com o modelo de Smagorinsky, nota-se que estes se aproximam mais dos perfis experimentais, sendo que a queda no valor da velocidade no centro do ciclone é um pouco maior para a simulação com 180.000 elementos.

Os perfis de velocidade RMS tangencial obtidos em todas as simulações são bastante parecidos, conforme Figura 37 (A), sendo que a principal diferença encontra-se no valor da velocidade máxima obtida; esta é consideravelmente menor para simulação com o modelo de Smagorinsky e malha de 180.000 elementos. Com relação aos perfis de velocidade RMS axial, Figura 37 (B), as simulações com o modelo de Smagorinsky forneceram resultados relativamente próximos, sendo que para malha de 100.000 elementos tanto os valores máximos quanto o valor da queda de velocidade no centro foram maiores. O perfil obtido com o modelo de Yakhot e malha de 100.000 elementos mostra que o mesmo não conseguiu prever de forma adequada a queda de velocidade no centro do ciclone; a velocidade axial RMS fornecida pelo modelo de Yakhot com a malha e 180.000 elementos mostra que o mesmo falha, e não consegue prever a queda de velocidade, indicando ao invés disto um pico de velocidade no centro.

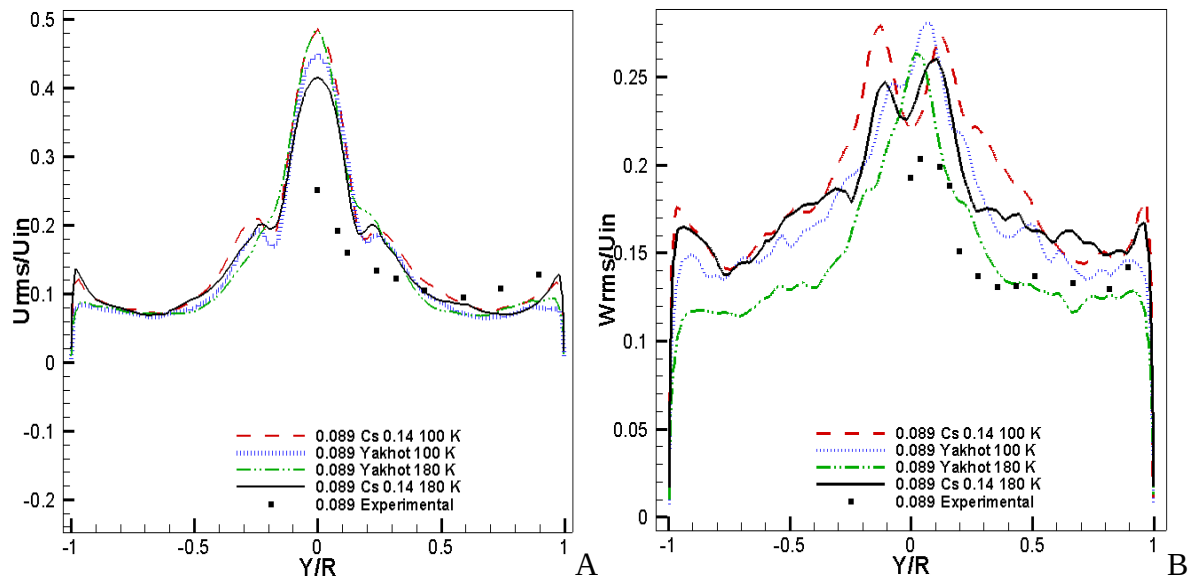


Figura 37: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 0,89$.

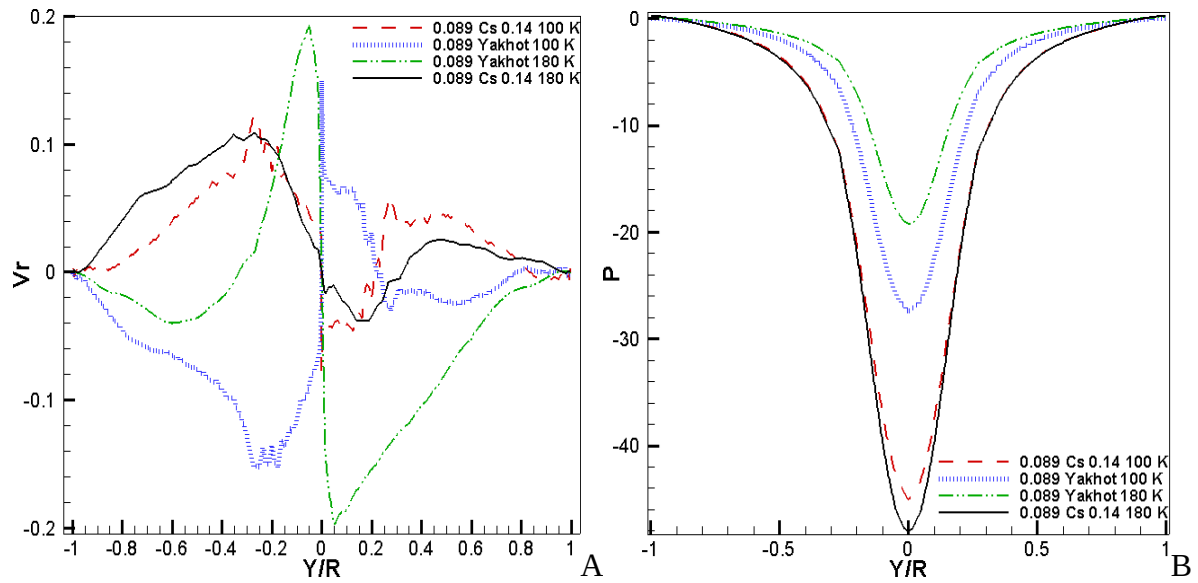


Figura 38: Perfis radiais da velocidade radial em (m/s) (A) e da queda de pressão em (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 0,89$.

Como dito anteriormente, novamente, os cálculos com o modelo de Smagorinsky retornaram valores próximos nas duas malhas para a componente radial da velocidade, enquanto que os cálculos com modelo de Yakhot apresentaram valores muito diferentes dos

encontrados com o modelo de Smagorinsky, sendo caracterizados, principalmente, por uma inversão no comportamento da velocidade, vide Figura 38 (A).

A queda de pressão apresenta boa concordância com o esperado, sendo mais acentuada na região central e possuindo valores maiores para os modelos que apresentaram maior pico de velocidade tangencial, Figura 38 (B).

A viscosidade efetiva, Figura 39, mantém as mesmas características comentadas anteriormente, ressaltando apenas que o modelo de Yakhot retorna valores muito altos para a viscosidade ao se aproximar das paredes. No entanto, estes valores tendem ao valor da viscosidade molecular na parede, em conformidade com a teoria.

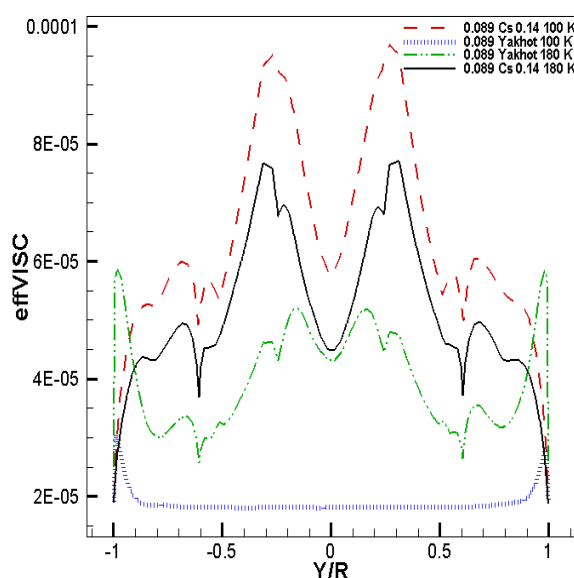


Figura 39: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m^2/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 0.89$.

6.2.3 – Perfis para posição 0,139

Novamente o perfil de velocidade tangencial obtido com o modelo de Yakhot e a malha de 100.000 elementos é o que mais se aproxima dos resultados experimentais, no entanto, a queda no valor da velocidade axial no centro do ciclone não é bem representada por este modelo, apresentando valores próximos para a velocidade axial no centro do ciclone (tanto para malha de 100.000 quanto para de 180.000 elementos), Figura 40 (B). Os perfis de velocidade tangencial e axial obtidos com o modelo de Smagorinsky são novamente muito similares, sendo que a velocidade axial resultante da simulação com o modelo de

Smagorinsky e malha de 180.000 elementos apresenta uma queda maior em seu valor do que a obtida experimentalmente no centro do ciclone, Figura 40 (B).

Os perfis de velocidade RMS tangencial obtidos em todas as simulações são bastante semelhantes, sendo que o valor da velocidade máxima prevista pelo modelo de Yakhot (malha de 180.000 elementos) é consideravelmente maior do que os outros. Com relação aos perfis de velocidade RMS axial, as simulações com o modelo de Smagorinsky forneceram resultados próximos aos obtidos experimentalmente, com exceção das regiões próximas as paredes, onde este modelo retorna valores consideravelmente mais altos do que os previstos experimentalmente. O modelo de Yakhot fornece uma melhor previsão nestas regiões, no entanto falha novamente na região central.

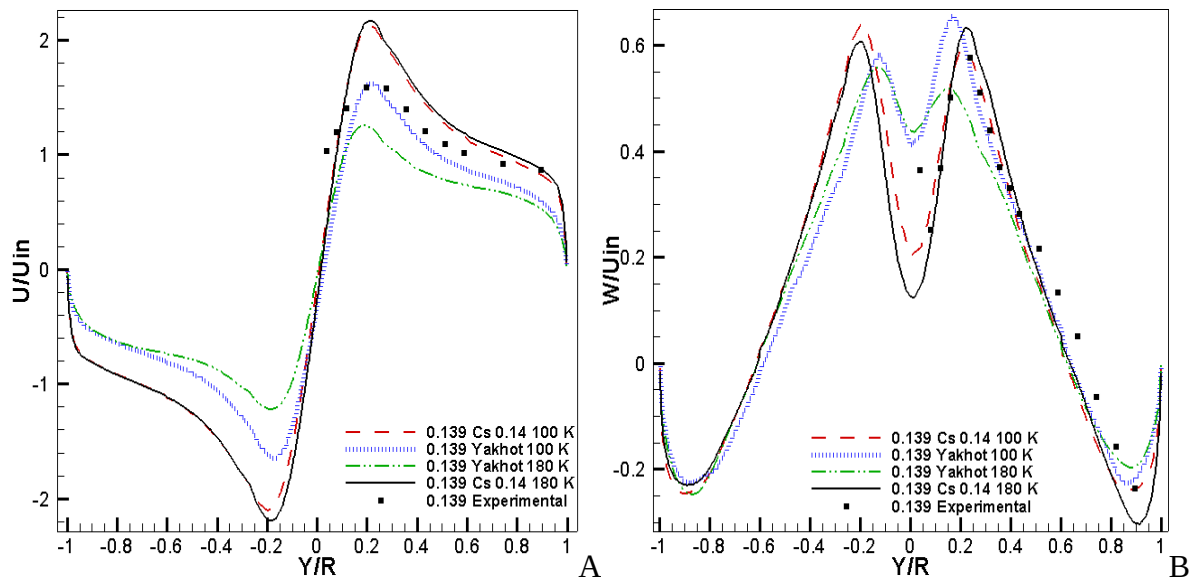


Figura 40: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 1,39$.

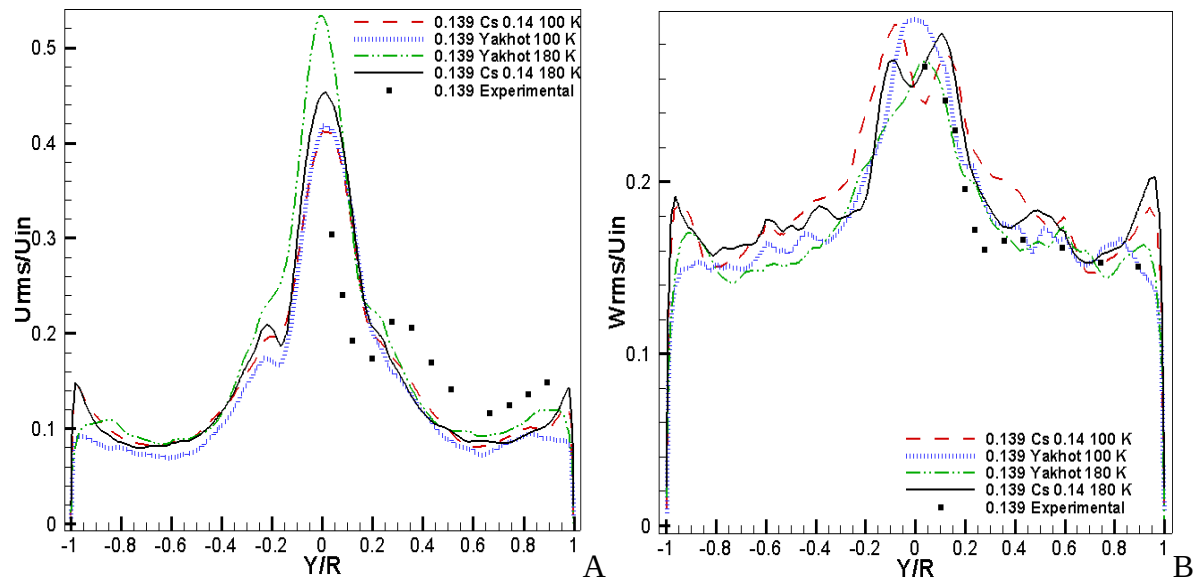


Figura 41: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 1,39$.

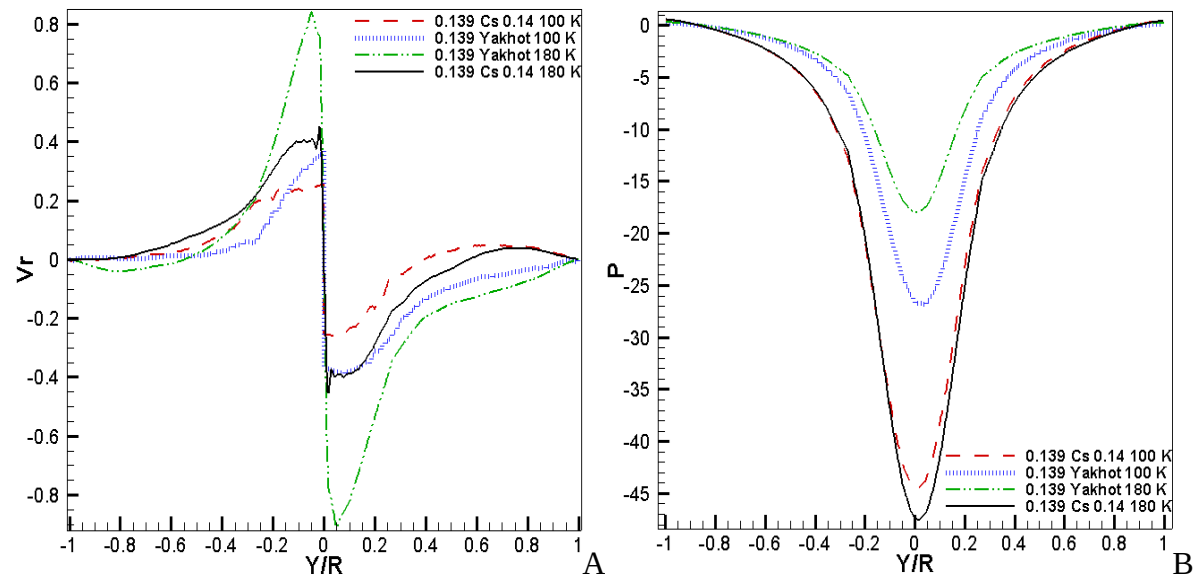


Figura 42: Perfis radiais da velocidade radial (m/s) (A) e da queda de pressão (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 1,39$.

Os cálculos da velocidade radial com o modelo de Smagorinsky retornaram valores próximos nas duas malhas, enquanto que os cálculos com modelo de Yakhot apresentaram uma concordância razoável com os mesmos, com exceção do pico de velocidade encontrado

com o modelo de Yakhot na malha de 180.000 elementos. A queda de pressão apresenta boa concordância com os valores da velocidade tangencial.

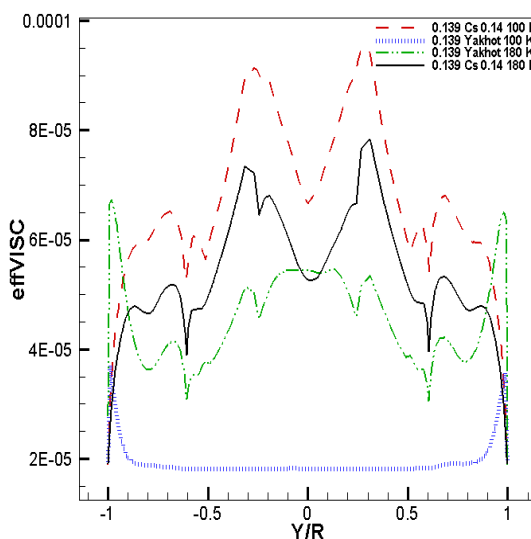


Figura 43: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m^2/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 1,39$.

A viscosidade efetiva mantém as mesmas características comentadas anteriormente, ressaltando apenas que o modelo de Yakhot retorna valores muito altos para a viscosidade ao se aproximar das paredes, no entanto, estes valores tendem a viscosidade molecular na parede.

6.2.4 – Perfis para posição 0,189

Para os perfis de velocidade tangencial a mesma análise feita anteriormente é válida aqui. Com relação aos perfis de velocidade axial o modelo de Yakhot, novamente, não foi capaz de prever a queda de velocidade no centro do ciclone e os perfis gerados com o modelo de Smagorinsky mostram boa concordância com os resultados experimentais, Figura 44 (B).

Os perfis de velocidade tangencial RMS obtidos em todas as simulações são bastante parecidos e apresentam boa concordância com os obtidos experimentalmente, notando que o modelo de Yakhot (malha de 100.000 elementos) retorna valores da velocidade próxima à parede um pouco menores do que o modelo de Smagorinsky, Figura 45 (A). Com relação aos perfis de velocidade axial RMS, as simulações com o modelo de Yakhot nas duas malhas e com o modelo de Smagorinsky na malha de 100.000 elementos não foram capazes de prever a velocidade no centro do ciclone. O modelo de Smagorinsky na malha de 180.000 elementos

consegue prever razoavelmente esta velocidade, no entanto, assim como as outras simulações, os resultados fornecidos estão super-preditos, Figura 45 (B).

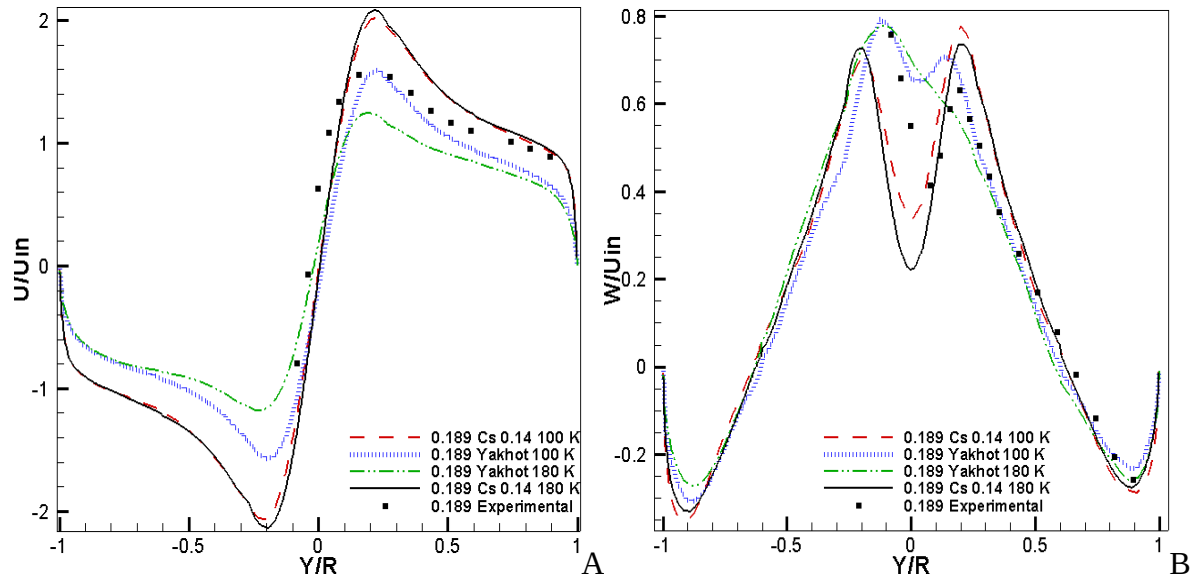


Figura 44: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 1,89$.

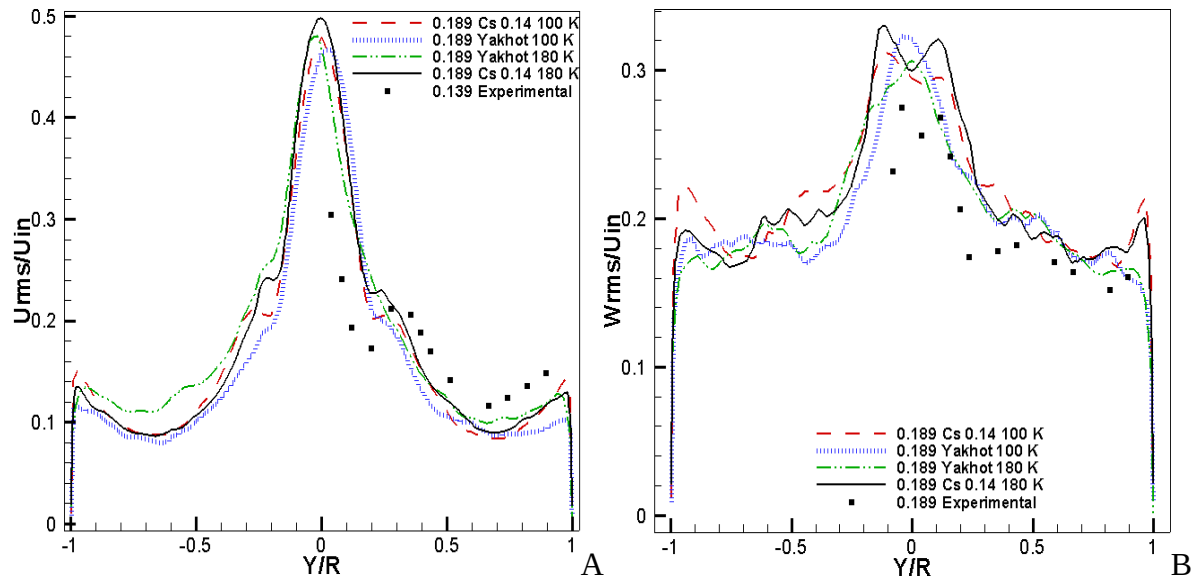


Figura 45: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 1,89$.

Os perfis de velocidade radial, para cada modelo, estão muito próximos, no entanto ao se comparar os resultados dos dois modelos, nota-se que o pico de velocidade radial, embora

ocorra Próximo ao centro do ciclone para os dois modelos, é cerca de três vezes maior no modelo de Yakhot. E também existe a novamente a clara inversão no sentido da velocidade, Figura 46 (A).

A análise feita anteriormente para queda de pressão também é válida aqui.

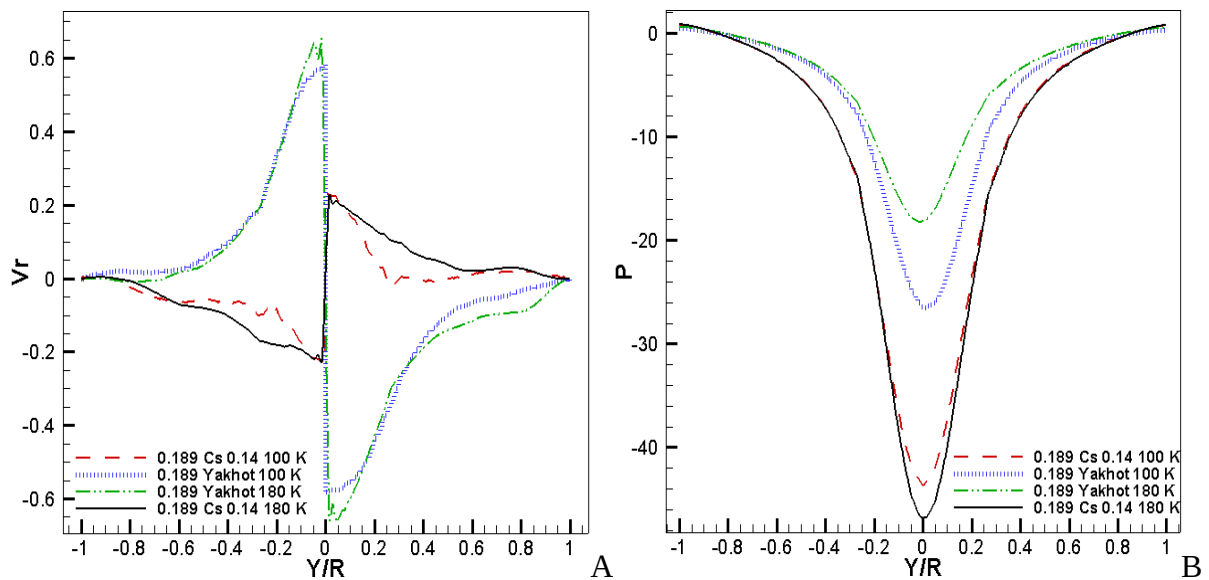


Figura 46: Perfis radiais da velocidade radial (m/s) (A) e da queda de pressão (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 1,89$.

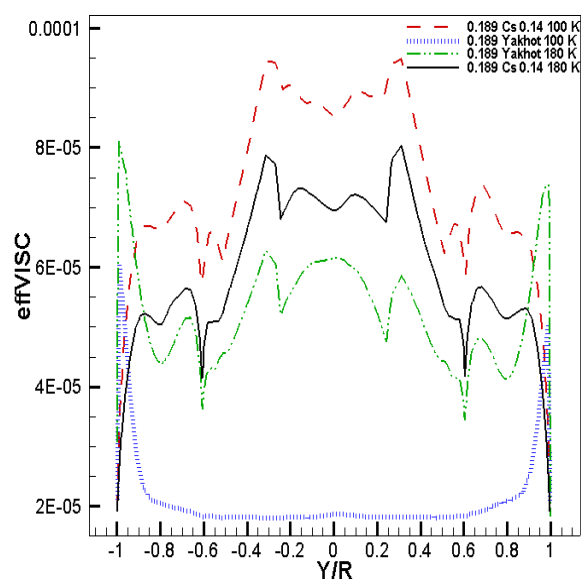


Figura 47: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m²/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 1,89$.

A mesma análise feita anteriormente para a viscosidade efetiva é válida aqui, ressaltando-se apenas que a viscosidade para o modelo de Yakhot com malha de 100.000 elementos começa a apresentar pequenas variações na região central e para o modelo de Yakhot com malha de 180.000 elementos os valores se tornam ainda mais próximos dos obtidos com o modelo de Smagorinsky para a mesma malha.

6.2.5 – Perfis para posição 0,239

Para os perfis de velocidade tangencial o modelo de Smagorinsky continua retornando valores super-preditos. Com relação aos perfis de velocidade axial o modelo de Yakhot, novamente, não foi capaz de prever a queda de velocidade no centro do ciclone e os perfis gerados com o modelo de Smagorinsky mostram boa concordância com os resultados experimentais, embora a queda de velocidade axial registrada experimentalmente tenha sido consideravelmente maior.

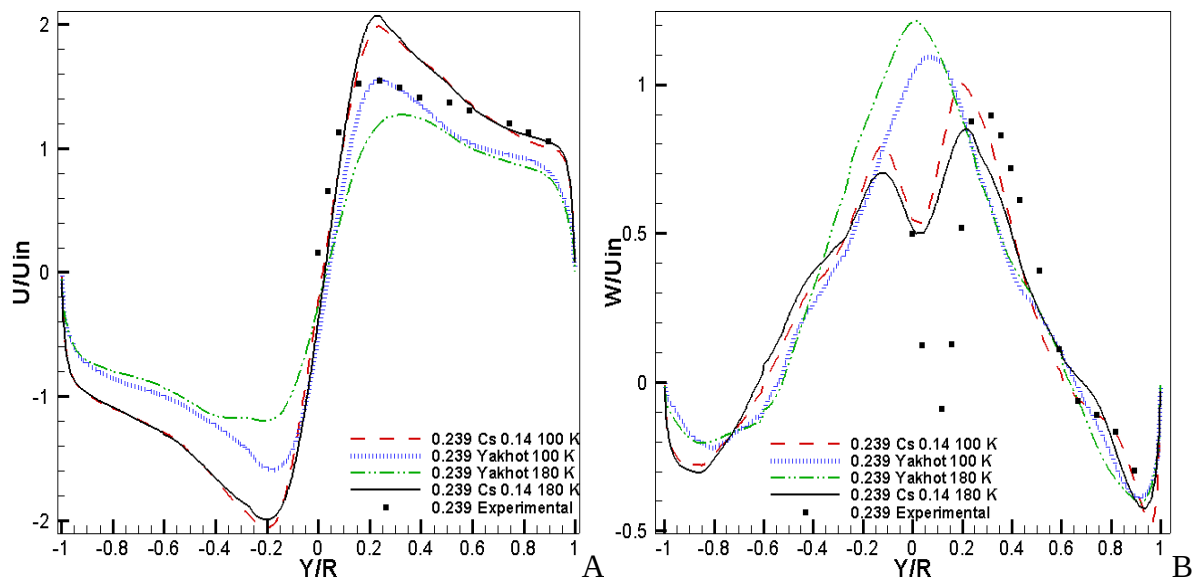


Figura 48: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 2,39$.

Os modelos foram capazes de prever bem o perfil de velocidade RMS tangencial, no entanto falharam na previsão da velocidade RMS axial, não tendo sido capazes de captar a queda de velocidade no centro, Figura 49 (B).

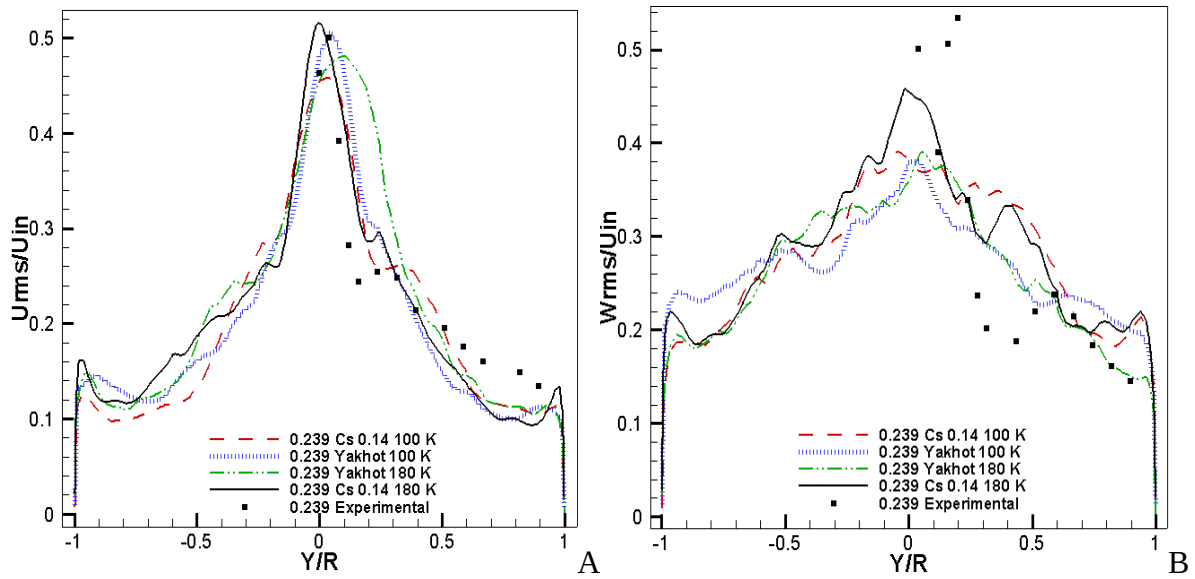


Figura 49: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 2,39$.

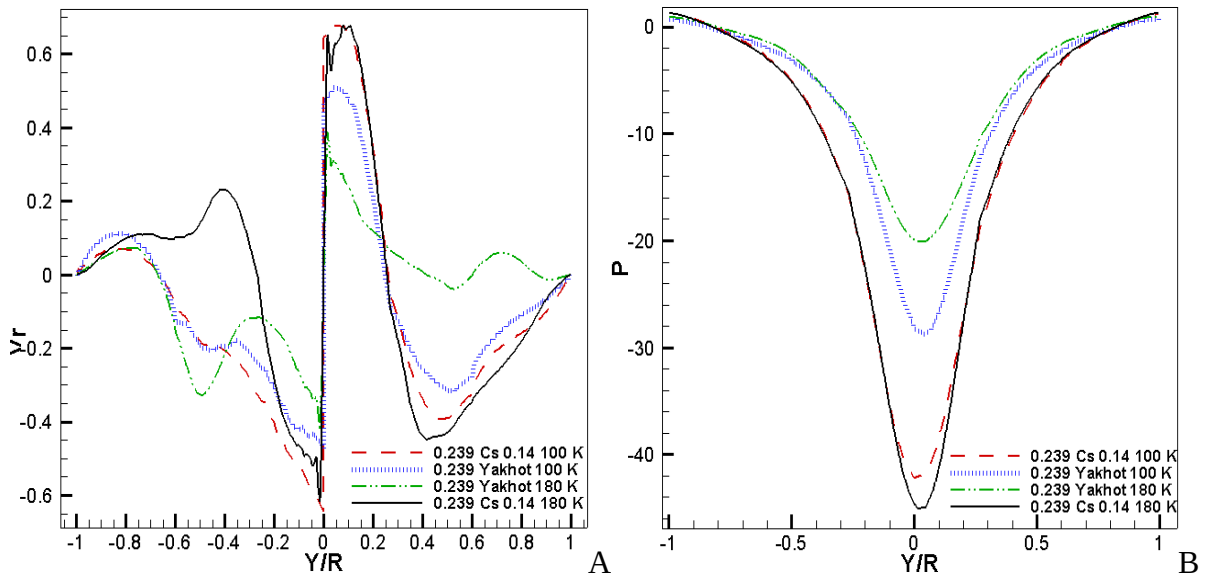


Figura 50: Perfis radiais da velocidade radial (m/s) (A) e da queda de pressão (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 2,39$.

Os perfis de velocidade radial se mostram complexos, e devido à falta de dados experimentais para esta componente da velocidade se torna difícil inferir sobre os mesmos, Figura 50 (A).

A viscosidade efetiva calculada com o modelo de Yakhot e a malha de 100.000 elementos mostra variações maiores na região central do escoamento, enquanto que a viscosidade calculada por este modelo na malha de 180.000 elementos se aproxima muito da calculada pelo modelo de Smagorinsky para esta mesma malha.

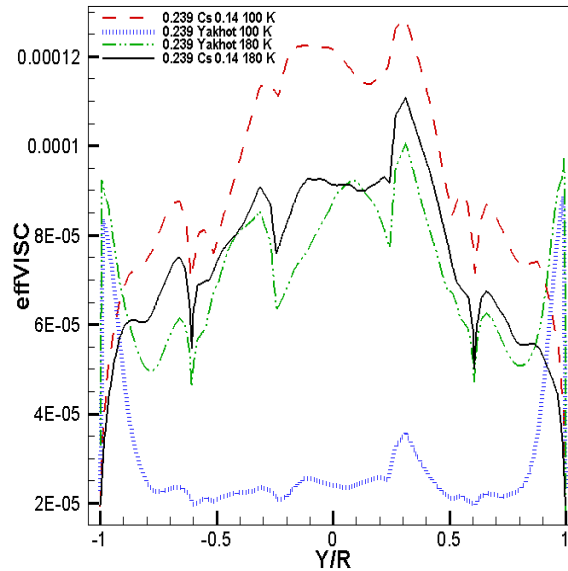


Figura 51: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m^2/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 2,39$.

6.2.6 – Perfis para posição 0,289

Esta região, conforme indicado na Figura 31, engloba o escoamento dentro do *vortex finder* e no corpo do ciclone na parte inferior da entrada.

De forma geral, os perfis de velocidade tangencial mantêm a mesma tendência dos anteriores, mas começam a apresentar uma pequena assimetria. A velocidade na região da entrada é maior do que a do lado oposto à mesma, sendo isto mais visível nas simulações com o modelo de Smagorinsky, Figura 52 (A). Com relação à velocidade axial, o modelo de Yakhot com a malha de 180.000 elementos novamente sub-prediz (em relação às demais simulações) a queda de velocidade no centro do ciclone, apresentando também uma oscilação na intensidade da velocidade no lado oposto à entrada (fato não apresentado nas demais simulações). Uma característica interessante é o pico (negativo) de velocidade axial próxima a parede externa do *vortex finder* na região da entrada, Figura 52 (B).

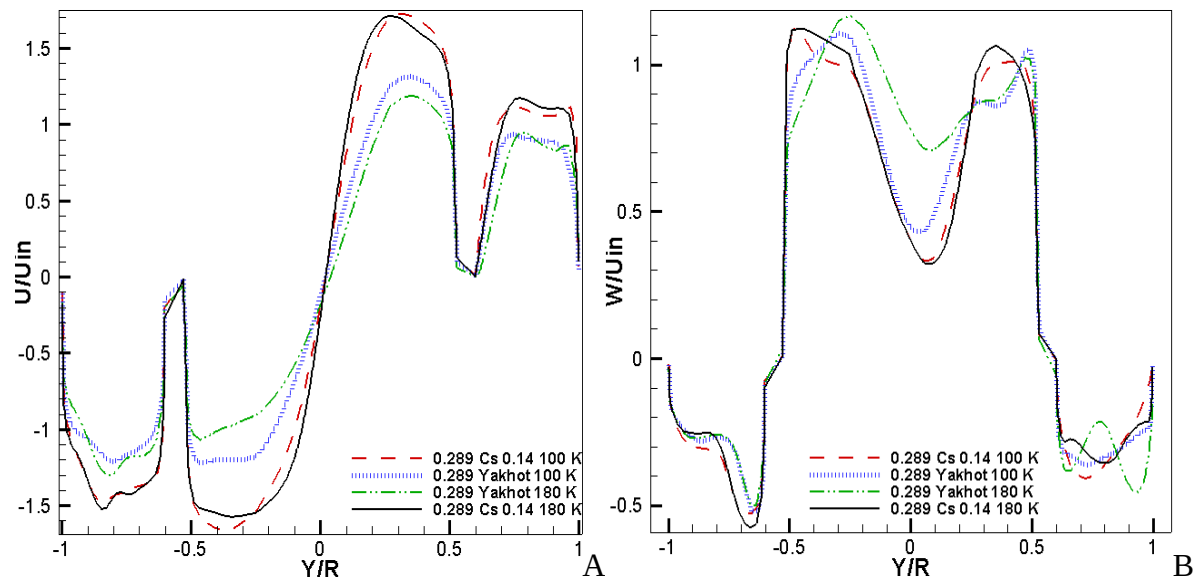


Figura 52: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 2,89$.

Os perfis de velocidade RMS tangencial apresentam boa concordância na região central, embora o pico de velocidade previsto pelo modelo de Smagorinsky com a malha de 180.000 elementos seja consideravelmente maior do que o calculado nas outras simulações. Na região da entrada os modelos de Yakhot e Smagorinsky com a malha de 100.000 elementos fornecem uma velocidade mais alta na parede externa do corpo do ciclone, enquanto que para malha de 180.000 elementos a velocidade é mais alta junto à parede externa do *vortex finder*. Para a velocidade RMS axial o modelo de Yakhot com a malha de 180.000 elementos retorna um pico de velocidade no centro do ciclone enquanto as outras simulações indicam uma queda do valor da velocidade neste local.

Os perfis de velocidade radial previstos pelo modelo de Smagorinsky nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos concordam surpreendentemente bem e os perfis previstos pelo modelo de Yakhot para as duas malhas concordam razoavelmente bem. No entanto, ao se comparar as quatro simulações nota-se que o pico de velocidade prevista pelo modelo de Yakhot é menor do que o previsto pelo modelo de Smagorinsky, além disto, ocorre uma inversão no sentido da velocidade radial prevista no lado oposto a entrada do ciclone, Figura 54 (A). Sendo que o modelo de Smagorinsky para malha de 100.000 elementos, assim como o modelo de Yakhot para malha de 180.000 elementos apresentam valores positivos da velocidade neste ponto, enquanto que Smagorinsky para malha de 180.000 elementos e Yakhot para malha de 100.000 elementos retornam valores negativos.

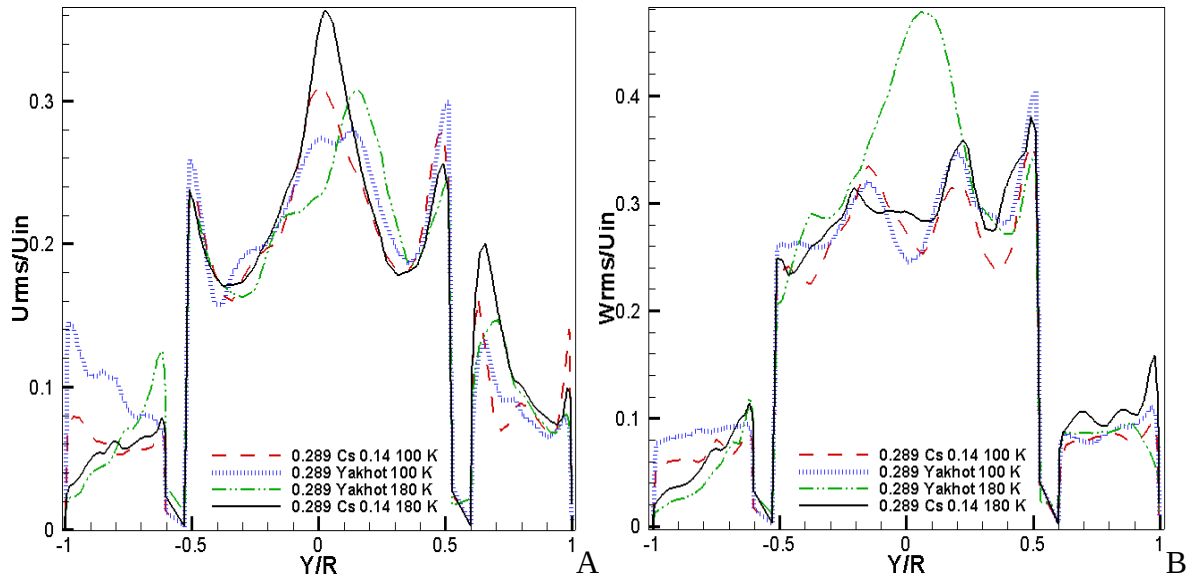


Figura 53: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 2,89$.

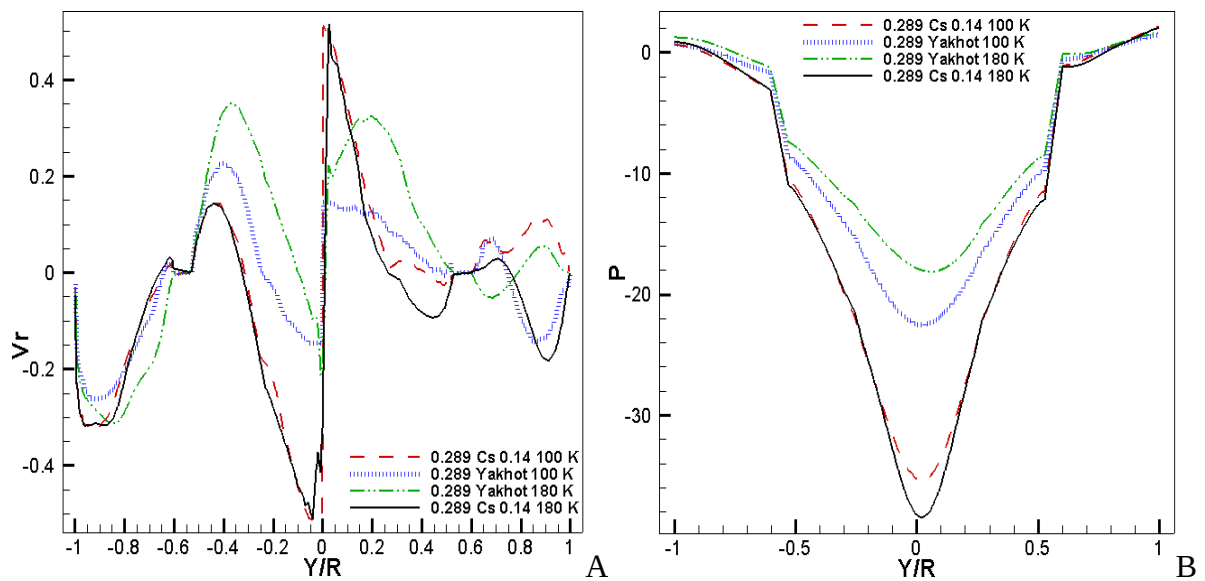


Figura 54: Perfis radiais da velocidade radial (m/s) (A) e da queda de pressão (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 2,89$.

Para malha de 180.000 elementos novamente a viscosidade efetiva calculada pelo modelo de Yakhot se assemelha à calculada pelo modelo de Smagorinsky, enquanto que para malha de 100.000 elementos a viscosidade efetiva no modelo de Yakhot volta a se aproximar

da viscosidade molecular com exceção das regiões próximas a parede, onde ocorre um pico de viscosidade (tanto nesta malha quanto na malha de 180.000 elementos) antes que a mesma retorne ao valor da viscosidade molecular, Figura 55.

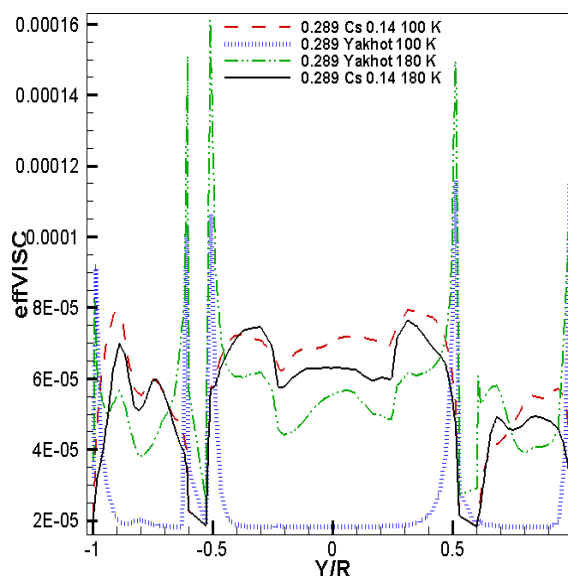


Figura 55: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m^2/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 2,89$.

6.2.7 – Perfis para posição 0,339

Conforme pode ser visto na Figura 31, esta posição também engloba o *vortex finder*, estando um pouco acima (na direção axial) da metade da região de entrada.

As mesmas tendências assim como a pequena assimetria encontrada nos perfis de velocidade tangencial mostrados na seção anterior também podem ser vistos aqui. Considerando a velocidade axial, nota-se que o modelo de Yakhot com a malha de 180.000 não foi capaz de prever a queda de velocidade no centro do ciclone e que as outras simulações fornecem perfis muito próximos (em especial as simulações com o modelo de Smagorinsky). O pico negativo próximo a parede externa do *vortex finder* na região da entrada ainda pode ser notado, Figura 56 (B), no entanto é consideravelmente menor do que o observado na seção anterior, aparecendo também no lado oposto à entrada.

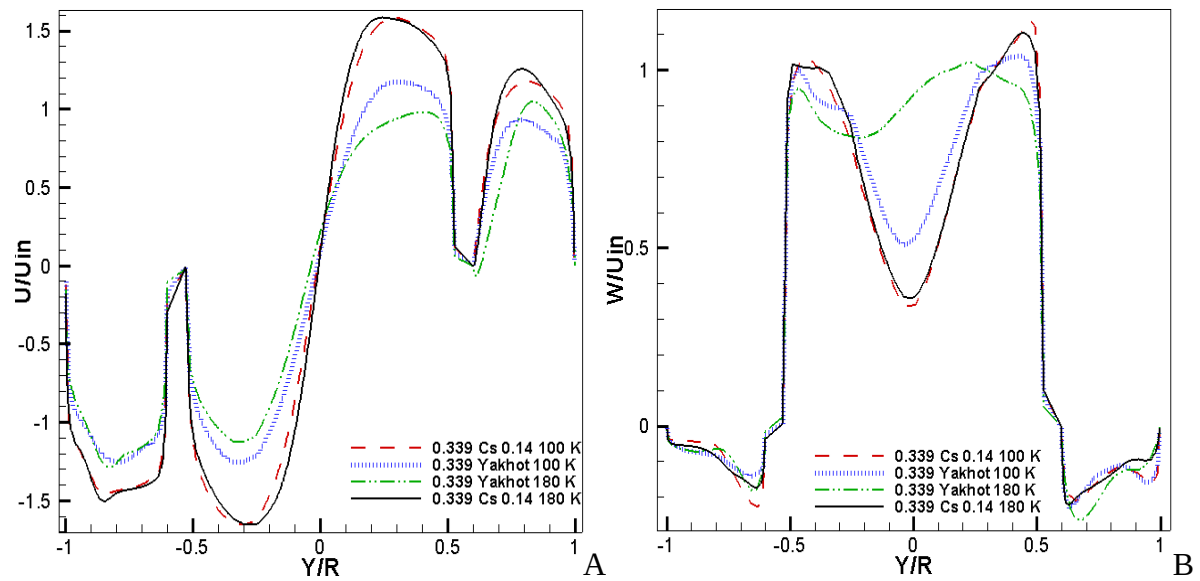


Figura 56: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 3,39$.

Nesta seção os perfis de velocidade RMS tangencial e RMS axial se tornam bastante semelhantes, ressaltando apenas que o modelo de Smagorinsky com a malha de 180.000 elementos retorna um pico de velocidade tangencial RMS maior do que o fornecido nas outras simulações e que o modelo de Smagorinsky com a malha de 100.000 elementos apresenta um padrão diferente das outras simulações para a velocidade RMS axial, onde o pico de velocidade que ocorre junto à parede interna, Figura 57 (B), do *vortex finder* está deslocado em direção ao centro do ciclone.

As duas simulações com o modelo de Smagorinsky apresentam ótima concordância para velocidade radial, Figura 58 (A), da mesma forma que as duas simulações com o modelo de Yakhot também apresentam uma boa concordância para esta velocidade. No entanto, ao se comparar os resultados dos dois modelos, é visível que retornam valores muito diferentes na região central do ciclone, tendendo a uma inversão no sentido desta componente da velocidade nesta região.

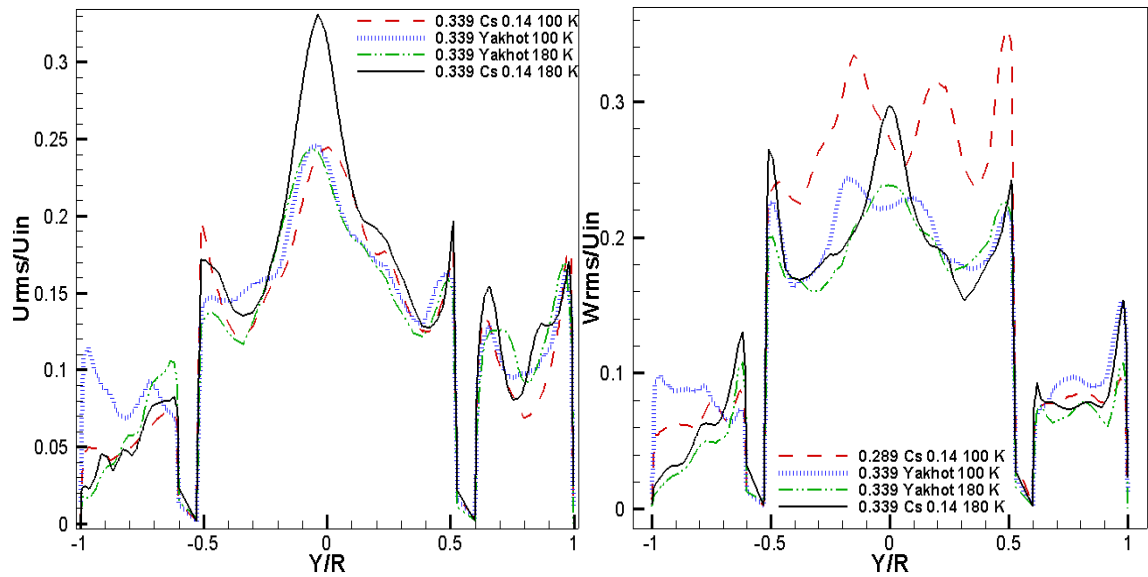


Figura 57: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 3,39$.

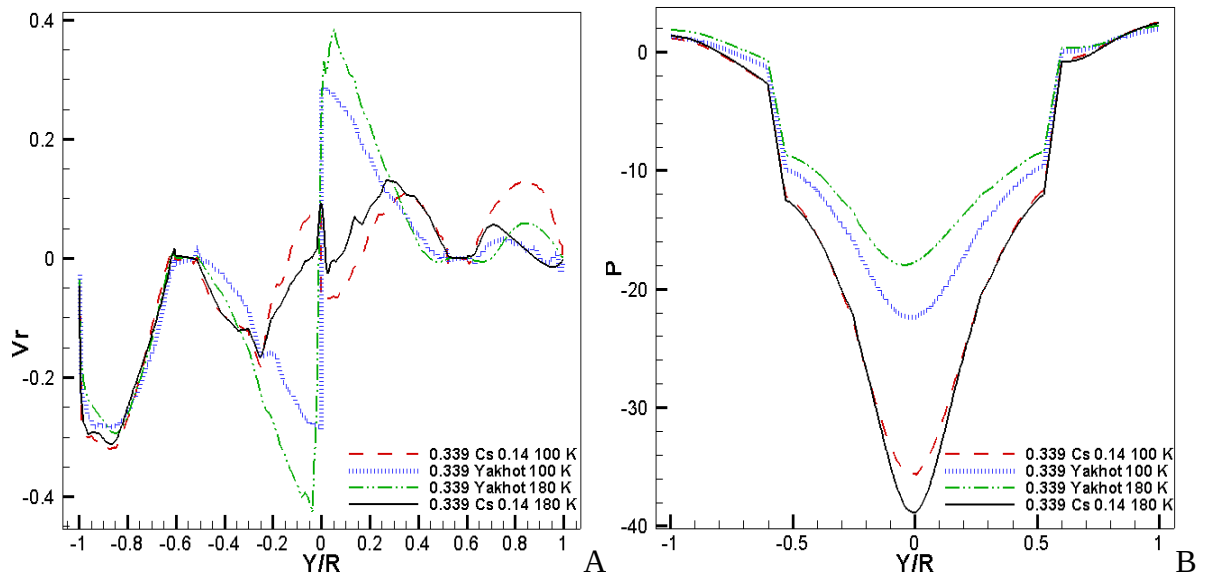


Figura 58: Perfis radiais da velocidade radial (m/s) (A) e da queda de pressão (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 3,39$.

A viscosidade efetiva mantém a tendência apresentada anteriormente, diferindo apenas por, de forma geral, que o valor desta se aproxima mais do valor da viscosidade molecular.

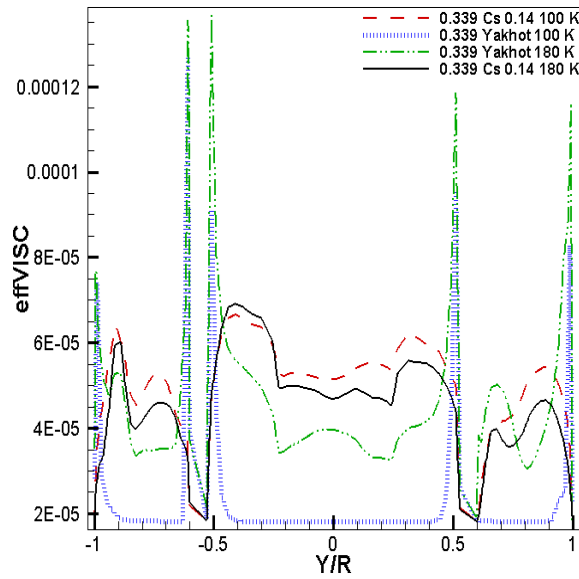


Figura 59: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m^2/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 3,39$.

6.2.8 – Perfis para posição 0,389

Conforme pode ser visto na Figura 31, esta posição também engloba o *vortex finder*, estando próximo ao topo do ciclone.

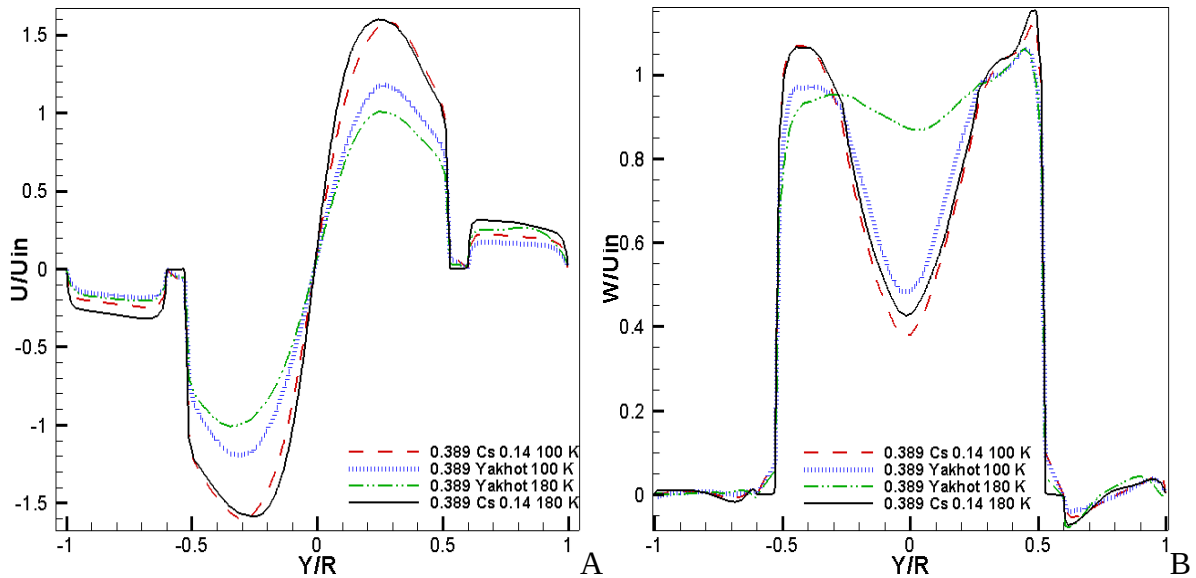


Figura 60: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 3,89$.

O perfil de velocidade tangencial volta a ser simétrico, o modelo de Smagorinsky retorna valores muito próximos enquanto que o modelo de Yakhot apresenta uma diferença um pouco maior, sendo que para malha de 180.000 elementos o a velocidade tangencial continua sub-predita por este modelo.

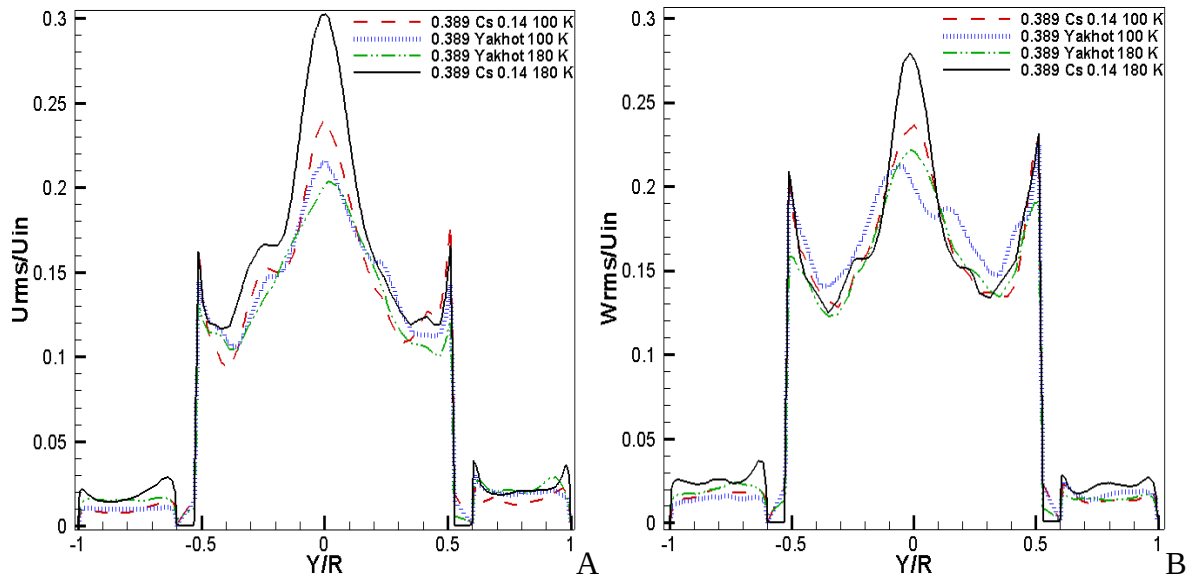


Figura 61: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 3.89$.

A velocidade axial apresenta um pequeno pico (negativo) junto à parede externa do *vortex finder*, no lado oposto à entrada, e um pico junto à parede interna do mesmo, Figura 60 (B). Destacando que, novamente, o modelo de Yakhot com a malha de 180.000 elementos não foi capaz de prever a queda de velocidade no centro do ciclone.

Os perfis de velocidade RMS axial e RMS tangencial passam a ser muito parecidos, inclusive no valor da velocidade. Ressalta-se apenas que o modelo de Smagorinsky com a malha de 180.000 elementos retorna um valor um pouco maior para o pico de velocidade, Figura 61.

A velocidade radial calculada no corpo do ciclone assume sentidos opostos (quando comparados os modelos de Yakhot e Smagorinsky) nas regiões próximas as paredes, e o mesmo sentido dentro do *vortex finder*, sendo que a amplitude do pico de velocidade, novamente, é muito diferente para os diferentes modelos e principalmente para as diferentes malhas, Figura 62 (A), sendo consideravelmente menor para a malha de 100.000 elementos.

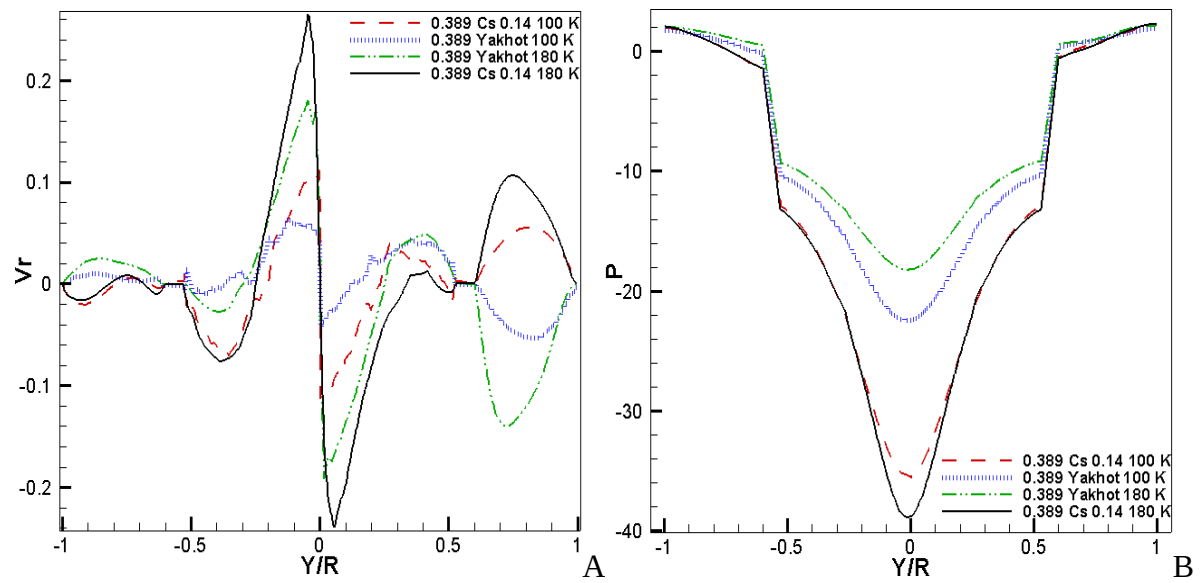


Figura 62: Perfis radiais da velocidade radial (m/s) (A) e da queda de pressão (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 3,89$.

A viscosidade efetiva continua seguindo a mesma tendência das seções anteriores.

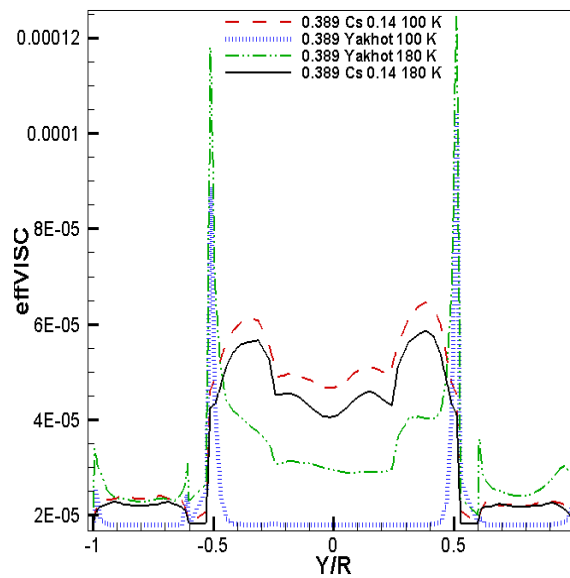


Figura 63: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m²/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 3,89$.

6.2.9 – Perfis para posição 0,439

Esta seção se encontra dentro do duto de *overflow*, Figura 31, não aparecendo mais o corpo do ciclone.

O campo de velocidade tangencial se apresenta simétrico, sendo que o modelo de Smagorinsky na malha de 100.000 elementos retorna um valor um pouco maior para o pico de velocidade do que quando comparado à simulação com o mesmo modelo e a malha de 180.000 elementos. O modelo de Yakhot não prevê a queda no valor da velocidade axial no centro do ciclone, Figura (B). O perfil de velocidade RMS tangencial apresenta um pico na região central, da mesma forma que para a velocidade RMS axial, sendo que para esta última, existe uma queda no valor da velocidade à medida que se afasta do centro, Figura 65 (B), para então aumentar-se a velocidade na região mais próxima à parede. Vale notar também que o valor da velocidade RMS axial passa a ser maior do que o da velocidade RMS tangencial.

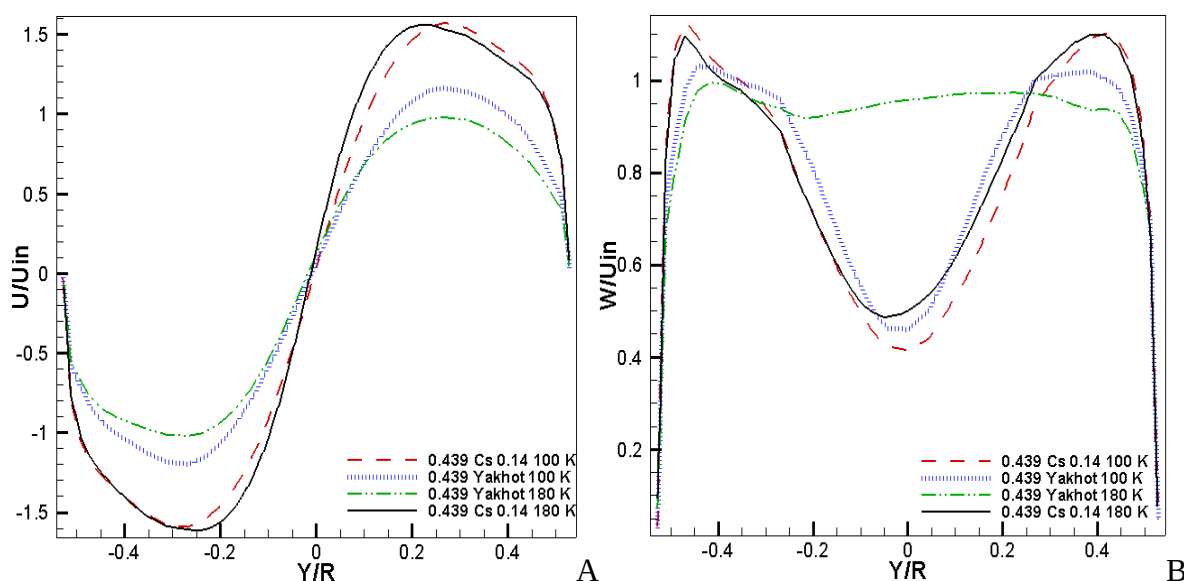


Figura 64: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 4,39$.

As simulações com o modelo de Smagorinsky voltam a fornecer valores próximos nas regiões próximas a paredes e valores consideravelmente diferentes na região central para a componente radial da velocidade, Figura 66 (A). Sendo que este comportamento também é observado nos resultados obtidos com o modelo de Yakhot. Novamente, ao comparar-se as simulações com os diferentes modelos, nota-se uma grande diferença na região centro, sendo

o pico de velocidade fornecido pelo modelo de Smagorinsky muito maior do que o fornecido pelo modelo de Yakhot.

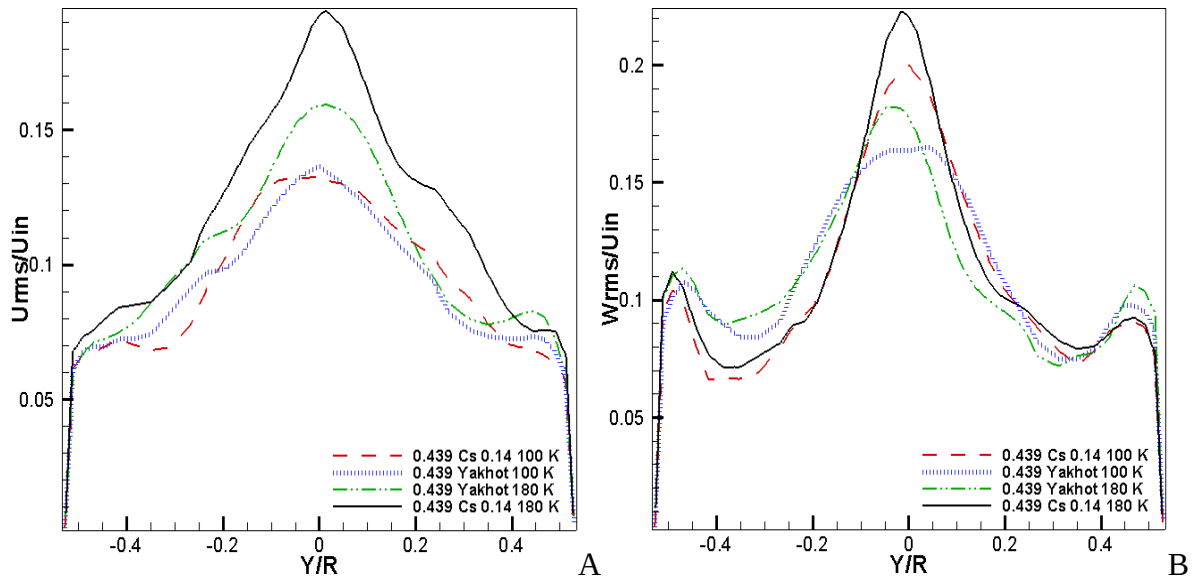


Figura 65: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 4,39$.

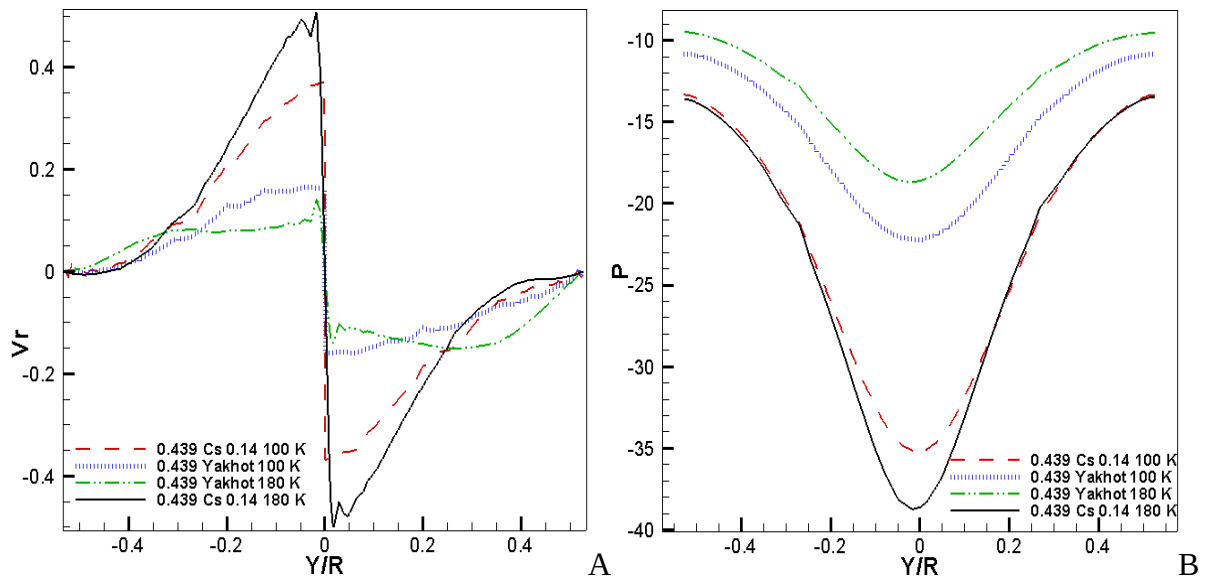


Figura 66: Perfis radiais da velocidade radial (m/s) (A) e da queda de pressão (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 4,39$.

A viscosidade efetiva, Figura 67, mantém exatamente a mesma tendência.

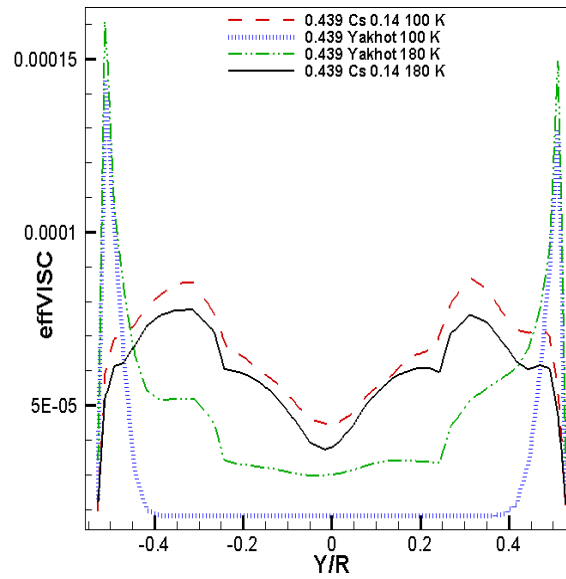


Figura 67: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m^2/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 4,39$.

6.2.10 – Perfis para posição 0,489

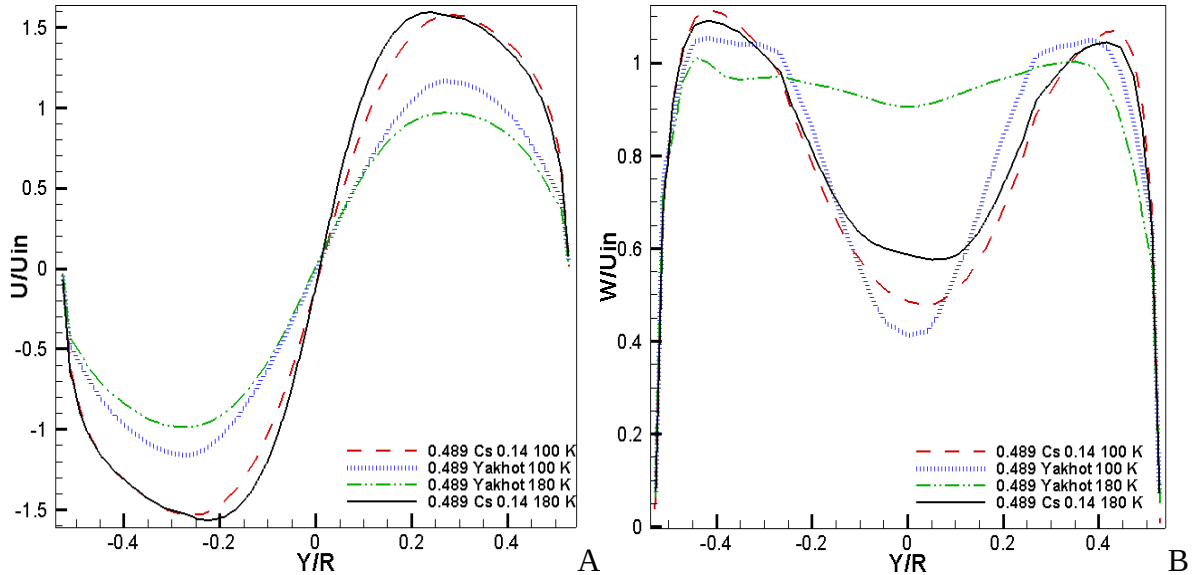


Figura 68: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) médias para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 4,89$.

Esta seção também contempla somente o escoamento dentro do tubo de *overflow*, e todos os gráficos apresentados mostram que o escoamento segue a mesma tendência da seção anterior. Com exceção da componente radial da velocidade, onde o modelo de Yakhot passa a

fornecer um pico de velocidade consideravelmente maior do que o obtido com o modelo de Smagorinsky. Indicando que a partir deste ponto até a saída do escoamento não é necessária uma análise rigorosa do mesmo, a menos é claro que se busque quantificar exatamente os efeitos das condições de saída nesta parte do escoamento.

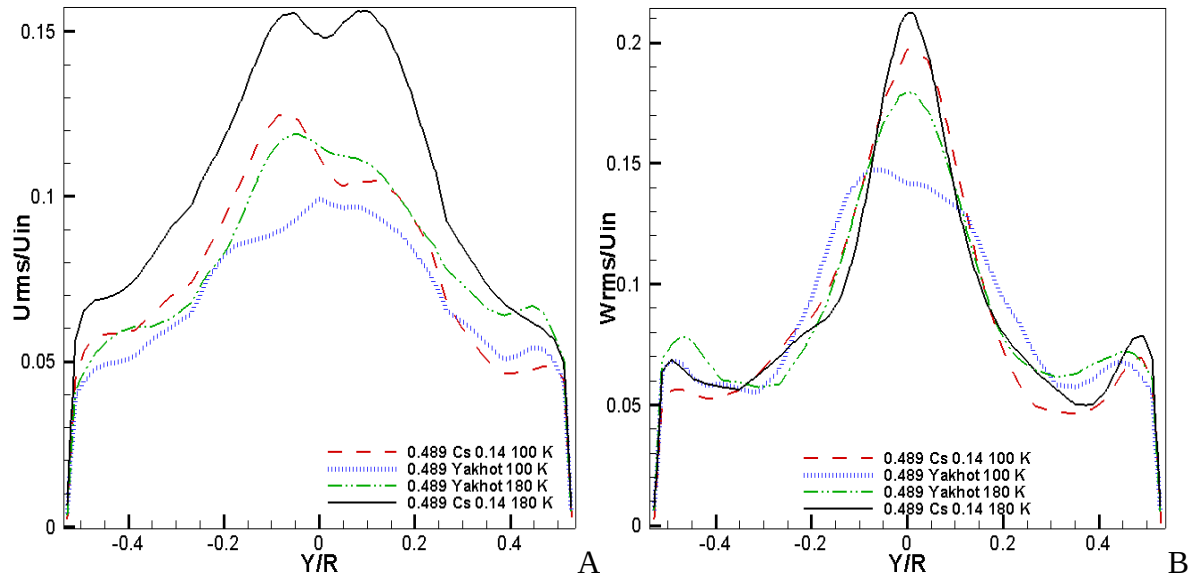


Figura 69: Perfis radiais das velocidades tangenciais (A) e axiais (B) RMS para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 4,89$.

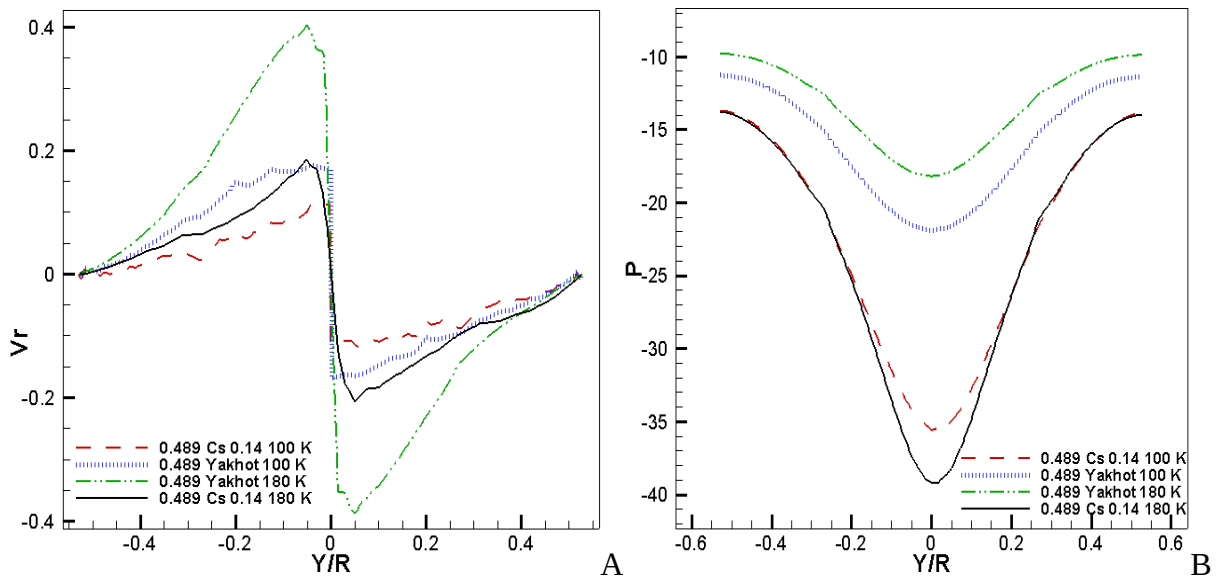


Figura 70: Perfis radiais da velocidade radial (m/s) (A) e da queda de pressão (Pa) (B) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 4,89$.

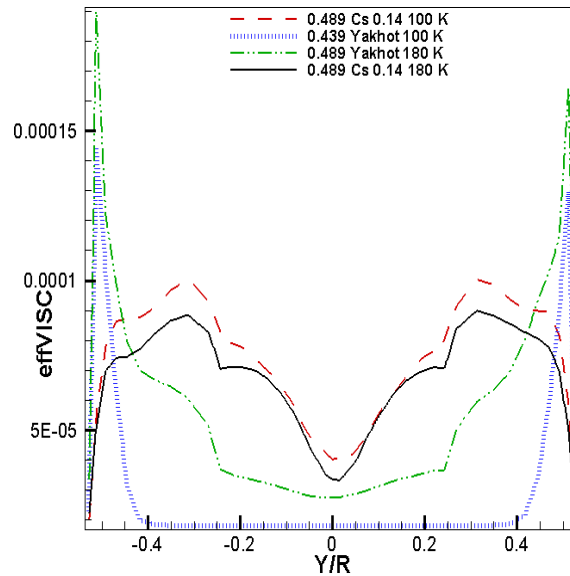


Figura 71: Perfis radiais da viscosidade efetiva (m^2/s) para os modelos de Smagorinsky e Yakhot nas malhas de 100.000 e 180.000 elementos em $Z/D = 4,89$.

6.3 – Análise Física do Escoamento

Para esta análise será utilizado principalmente o plano “ $Y=0$ ”, indicado na Figura 26 e os resultados obtidos nas simulações com a malha de 180.000 elementos, passo de tempo de $1.0\text{E}-04$ s e tolerância dos resíduos de $1.0\text{E}-0.4$.

6.3.1 – Análise para os modelos de Yakhot e de Smagorinsky

Observando o campo de velocidade tangencial, Figura 72 (a), considerando principalmente a parte inferior ao *vortex finder*, nota-se o escoamento como possuindo um núcleo com rotação próximo a de um corpo sólido, ou seja, como se o fluido possuísse viscosidade infinita (se comporta como um corpo sólido) não existindo nenhum movimento cisalhante entre camadas de fluido em diferentes posições radiais (neste caso elementos em todas as posições radiais são forçadas a possuir a mesma velocidade angular). Rodeado por uma região cuja rotação se aproxima a de um vórtice livre, ou seja, como se o fluido possuísse viscosidade nula, o movimento de um dado elemento de fluido não é influenciado pelos elementos vizinhos em outras posições radiais. Desta forma, ao trazer um elemento de fluido para uma posição radial menor a sua velocidade tangencial aumentará, uma vez que sem a

dissipação viscosa, sua quantidade de movimento angular é conservada (massa vezes velocidade tangencial vezes o raio de rotação), conforme mostrado na Figura 68.

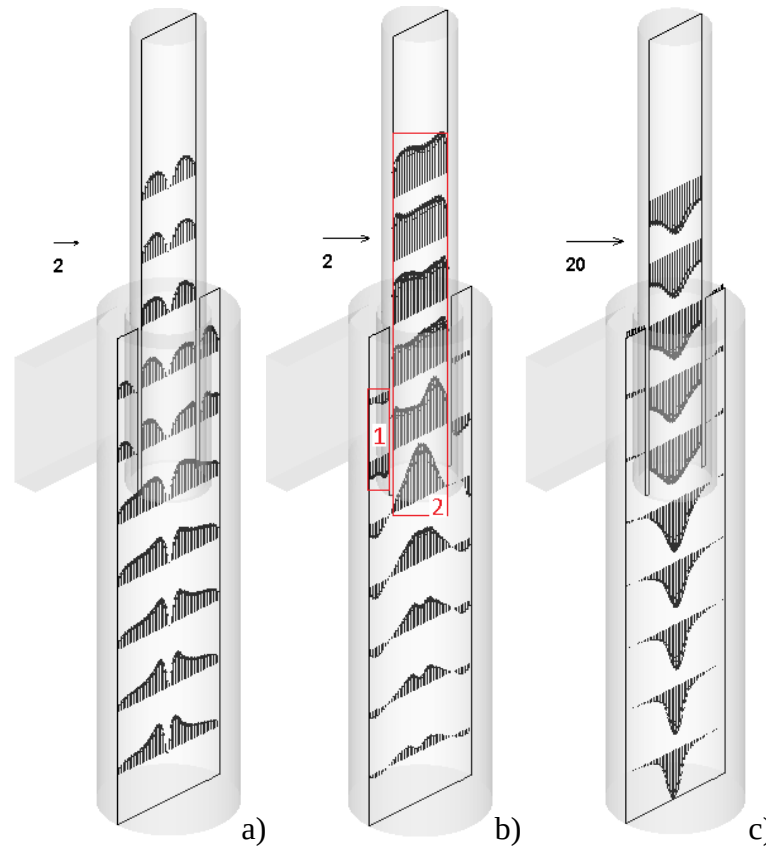


Figura 72: Plano $Y = 0$, modelo de Yakhot com malha de 180.000 elementos: a) Perfis de velocidade tangencial (m/s), b) Perfis de Velocidade axial (m/s), c) Perfis de Pressão (Pa).

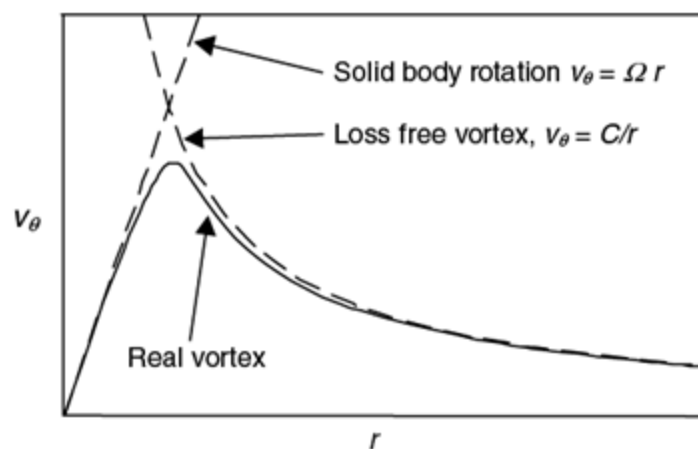


Figura 73: Esquema mostrando dois escoamentos rotacionais ideais e o comportamento esperado da velocidade tangencial de um escoamento rotacional real. Adaptado de Hoffmann e Stein (2008), p. 26.

Na parte superior do tubo de *overflow*, o comportamento da velocidade tangencial, nas regiões mais distantes do eixo de rotação do ciclone, se afasta um pouco mais do esperado para um vórtice livre, principalmente pela influencia das paredes.

A Figura 72 (c) mostra a distribuição da pressão ao longo do ciclone. Sabe-se que à medida que o gás se move da parte externa do vórtice para a para a interna, o mesmo é acelerado (de acordo com o princípio da conservação da quantidade de movimento angular), e a pressão estática diminui. Segundo Hoffmann e Stein (2008) pode-se dizer que o vórtice transforma pressão estática em pressão dinâmica. De tal forma que para uma dada velocidade na parede (que é governada principalmente pela velocidade de entrada), quanto menor for a perda por atrito, maior será a intensidade do vórtice, mais eficiente será está conversão, e menor será a pressão estática ao entrar no *vortex finder*. Fricção nas paredes e no centro do vórtice leva à dissipação de energia mecânica. Assim como ocorre em um tubo (escoamento normal em um duto), é esta dissipação que aumenta a queda de pressão permanente no ciclone, uma vez que a energia armazenada na forma de pressão dinâmica na componente tangencial da velocidade no gás que entra no *vortex finder*, é, em parte, dissipada dentro do *vortex finder* e do duto de *overflow* (de forma geral, as maiores perdas de pressão em ciclones ocorrem nesta região, sendo até uma ordem magnitude maiores do que as que ocorrem nas demais regiões do ciclone).

Analisando agora a Figura 72 (b), observa-se a distribuição de velocidade axial ao longo do corpo do ciclone. Nota-se que na região de vórtice livre (próximo a parede do corpo do equipamento) o escoamento é direcionado para baixo, sendo que ao se aproximar da região de corpo sólido, ocorre uma reversão do movimento, e este passa a ser direcionado para o duto de *overflow* (sendo esta reversão causada pela região de baixa pressão), sendo a velocidade direcionada para baixo o mecanismo primário de separação. Esta componente da velocidade normalmente apresenta uma diminuição em seu valor na região central, sendo que, segundo Hoffmann e Stein (2008), esta queda pode ser tão severa que ocorre nova reversão do movimento.

Dois pontos interessantes devem ser observados na Figura 72 (b), a primeira é a presença do escoamento secundário comumente denominado de ‘escoamento de curto circuito’, responsável pelo pico de velocidade negativa junto à parede externa do *vortex finder* demarcado na região ‘1’ da Figura 72 (b) (este pico de velocidade foi comentado anteriormente nos sub-itens 6.2.5 e 6.2.6). O segundo ponto interessante, demarcado na região

2 da mesma figura, mostra que a velocidade axial na entrada e em todo o *vortex finder* não apresenta a queda na região central, afastando-se muito dos resultados experimentais (conforme comentado nos sub-itens 6.2.4 e 6.2.5). Provavelmente o valor da velocidade axial está super-predito em relação aos resultados experimentais nesta região devido a uma sub-previsão do valor da velocidade tangencial (também comentada anteriormente, mesmos sub-itens) assim como por um aumento excessivo da viscosidade efetiva calculada pelo modelo de Yakhot em regiões imediatamente próximas a paredes, o que pode causar uma dissipação excessiva nestas zonas e conseqüentemente uma redução na queda de pressão.

Observando os campos de viscosidade efetiva, Figura 74 (a), nota-se que a mesma atinge valores maiores na região próxima à entrada do *vortex finder*. A distribuição de energia cinética turbulenta pode ver vista na Figura 74 (b), onde nota-se que a região com maior intensidade turbulenta ocorre na parte inferior do ciclone e próximo ao *vortex finder*.

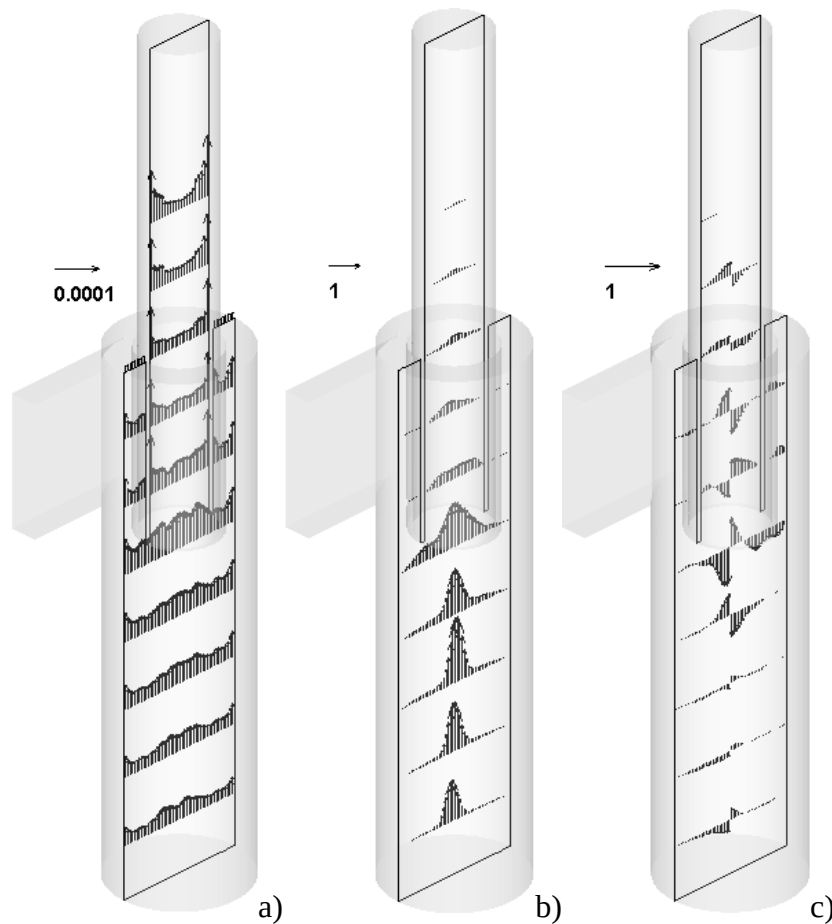


Figura 74: Plano $Y = 0$, modelo de Yakhot com malha de 180.000 elementos: a) Perfis de viscosidade efetiva (m^2/s), b) Perfis de energia cinética turbulenta (m^2/s^2), c) Perfis de velocidade radial (m/s).

Com relação aos perfis de velocidade radial, como dito anteriormente, estes perfis normalmente não são plotados, mas segundo Hoffmann e Stein (2008), em geral a velocidade radial é direcionada para o centro do ciclone, sendo maior na região imediatamente abaixo do *vortex finder*, devido principalmente à ação dos escoamentos secundários como curto-circuito e *mantle* (escoamento secundário indica na Figura 9, subitem 2.5.4). Nota-se na Figura 74 (c), que realmente os valores variam muito em magnitude, sendo consideravelmente maiores na região de entrada do *vortex finder*, no entanto ora a velocidade está direcionada para o centro do ciclone, ora se afastando do mesmo, conforme os resultados obtidos por Schuetz et al. (2004).

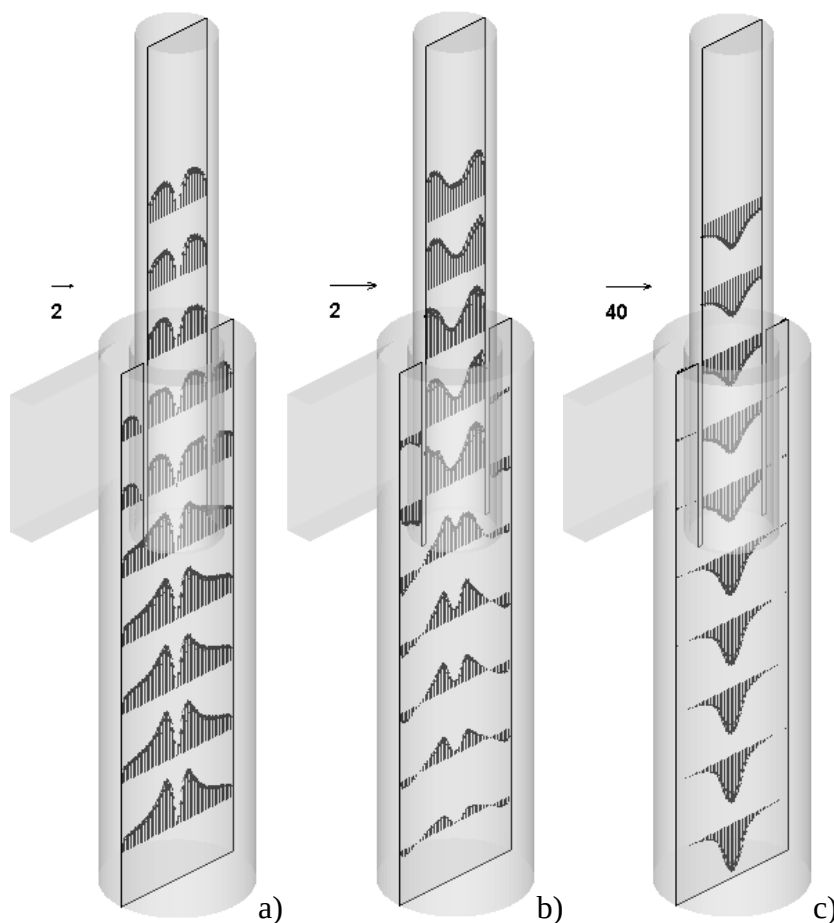


Figura 75: Plano $Y = 0$, modelo de Smagorinsky com malha de 180.000 elementos: a) Perfis de velocidade tangencial (m/s), b) Perfis de Velocidade axial (m/s), c) Perfis de Pressão (Pa).

Os perfis de velocidade tangencial obtidos com o modelo de Smagorinsky, Figura 75 (a), mostram perfis “padrões” de escoamento em ciclones, onde a parte externa se assemelha

com um vórtice livre e a parte interna à rotação de um corpo sólido. Enfatiza-se que os perfis de velocidade tangencial foram, como comentado anteriormente, super-preditos em relação aos dados experimentais (sub-itens 6.2.3 à 6.2.5). No entanto, neste ponto deve-se ressaltar que embora o pico de velocidade tangencial esteja super-predito, os dados experimentais mostram que a velocidade tangencial “próxima ao eixo de rotação” é um pouco maior nos experimentos do que a prevista pela simulação, o que pode ser uma das causas da discrepância nos resultados encontrados nos perfis de velocidade axial, Figura 75 (b). Isto também deve estar relacionada ao modelo de turbulência utilizado, já que as maiores discrepâncias ocorrem justamente na mesma região onde ocorre a maior concentração de energia cinética turbulenta, Figura 76 (b), ou seja, logo abaixo do *vortex finder*, que conseqüentemente também é o local onde o modelo de turbulência mais atua (maior viscosidade efetiva, Figura 76 (a)).

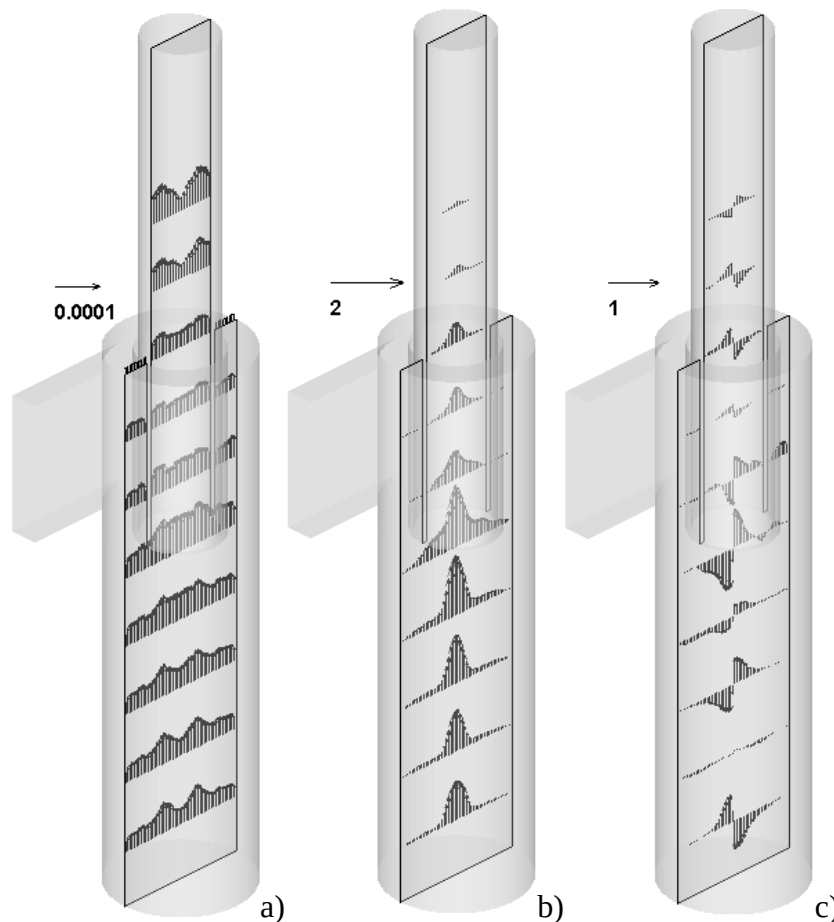


Figura 76: Plano $Y = 0$, modelo de Smagorinsky com malha de 180.000 elementos: a) Perfis de viscosidade efetiva (m^2/s), b) Perfis de energia cinética turbulenta (m^2/s^2), c) Perfis de velocidade radial (m/s).

A velocidade radial calculada com o modelo de Smagorinsky, Figura 76 (c), apresenta um padrão bastante interessante, com grande variação na intensidade ao longo do ciclone, assim como a inversão de sentido em algumas regiões, principalmente na parte inferior do ciclone e no tubo de *overflow*, o que está de acordo com os resultados obtidos por Schuetz et al, (2004) para esta componente da velocidade. Como esperado, os maiores valores desta componente da velocidade são encontrados logo abaixo do *vortex finder*, provavelmente devido ao escoamento secundário de curto-circuito.

6.3.2 – Análise para os campos instantâneos de velocidade e pressão obtidos com o modelo de Smagorinsky

As Figura 77 e 78 mostram um pouco da complexidade real deste escoamento, sendo que na primeira pode-se notar a grande quantidade de reversões no sentido do escoamento existentes entre a região central e a parede do ciclone. É possível perceber também o escoamento de curto circuito e as instabilidades presentes na região de entrada do *vortex finder*. A segunda figura mostra como o núcleo de rotação, o qual pode ser associado ao ponto de baixa pressão, varia sua posição em relação a linha central do ciclone. Este movimento é devido ao PVC (*precessing vortex core*), como reportado em Souza (2003).

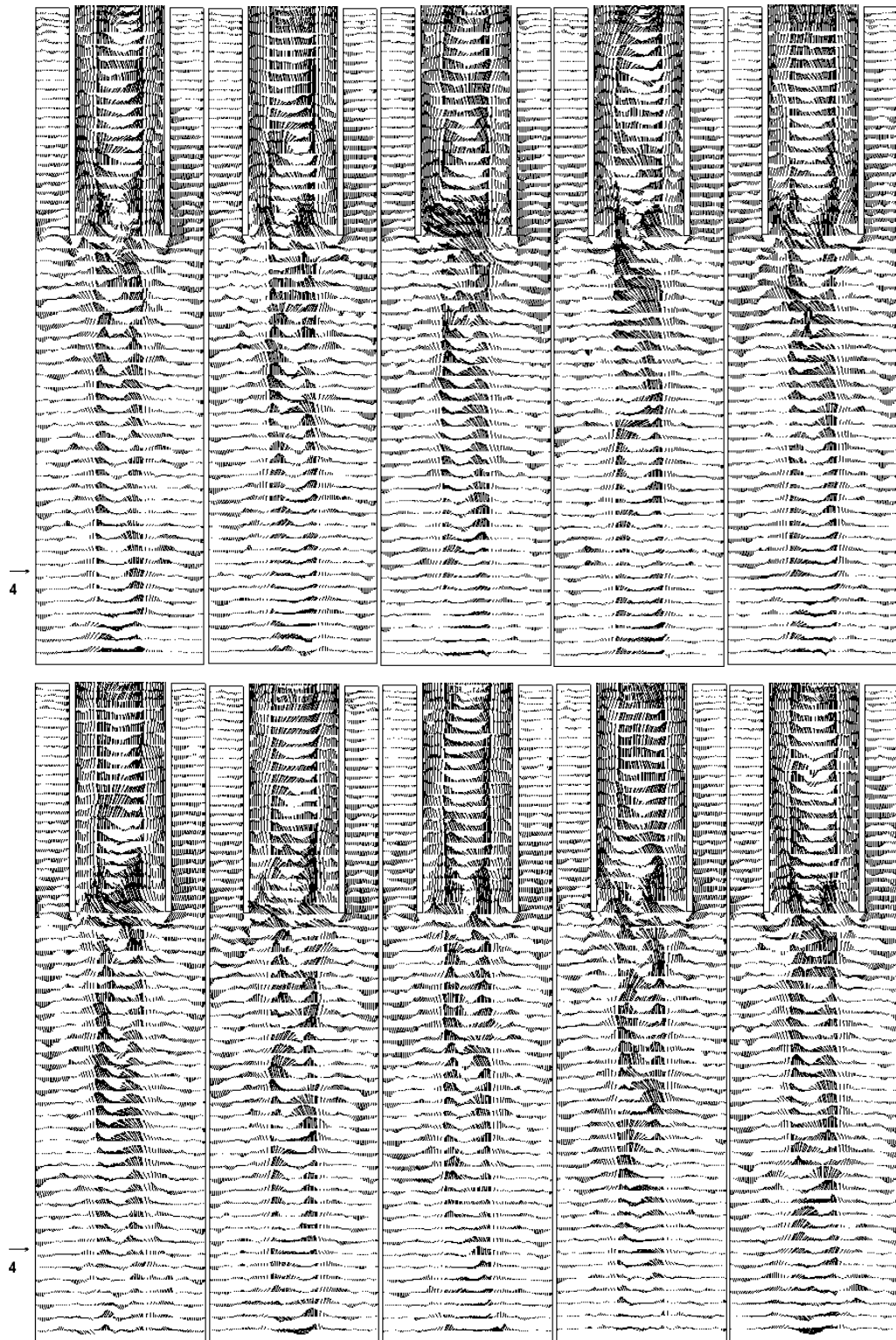


Figura 77: Vetores instantâneos de velocidade axial (m/s), plano $Y=0$, campos apresentados a cada 0.1 s de tempo físico.

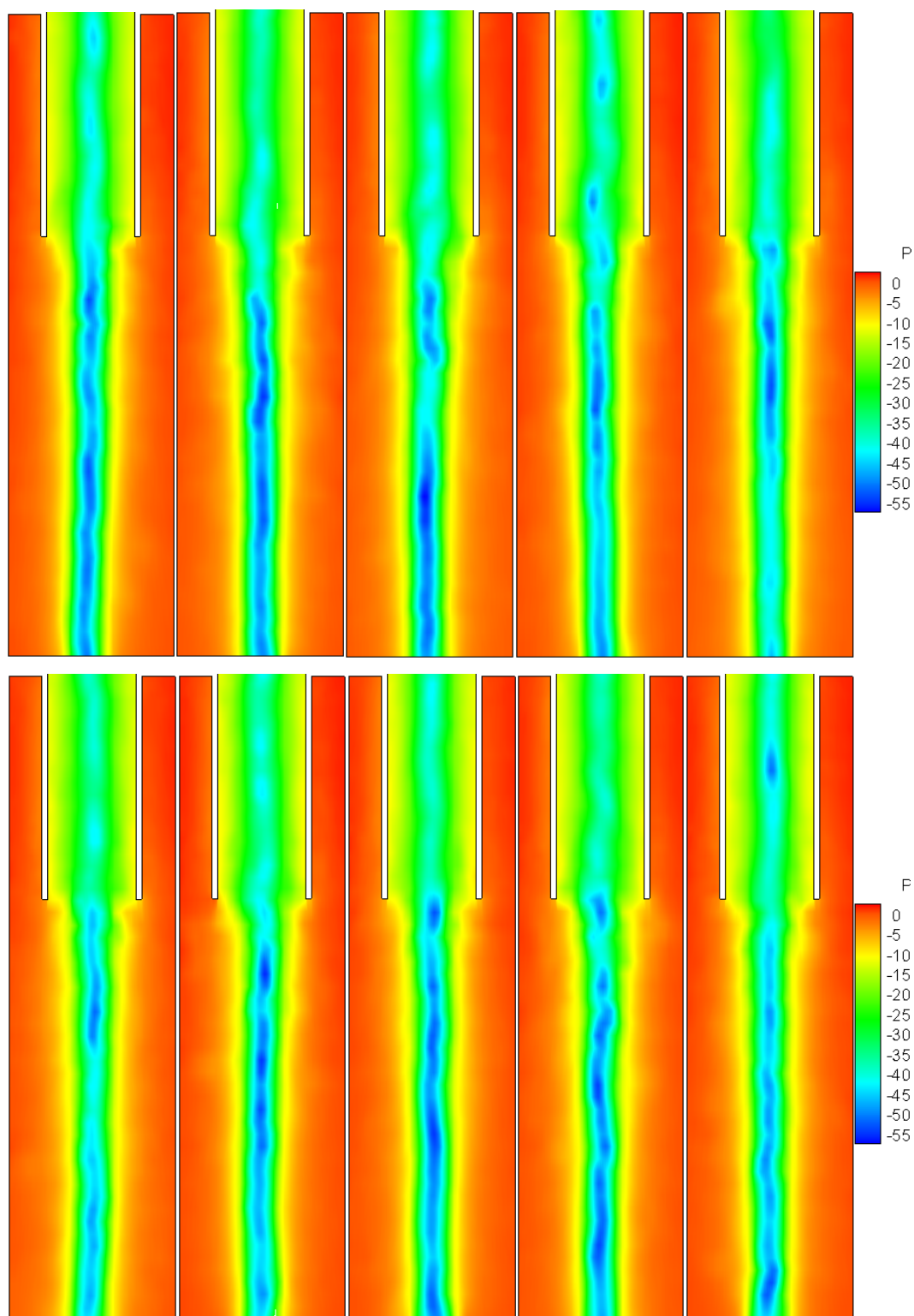


Figura 78: Campos instantâneos de pressão (Pa), plano $Y=0$, campos apresentados a cada 0.1 s de tempo físico.

6.3.3 – Análise para os campos médios e instantâneos tridimensionais de isovalores velocidade

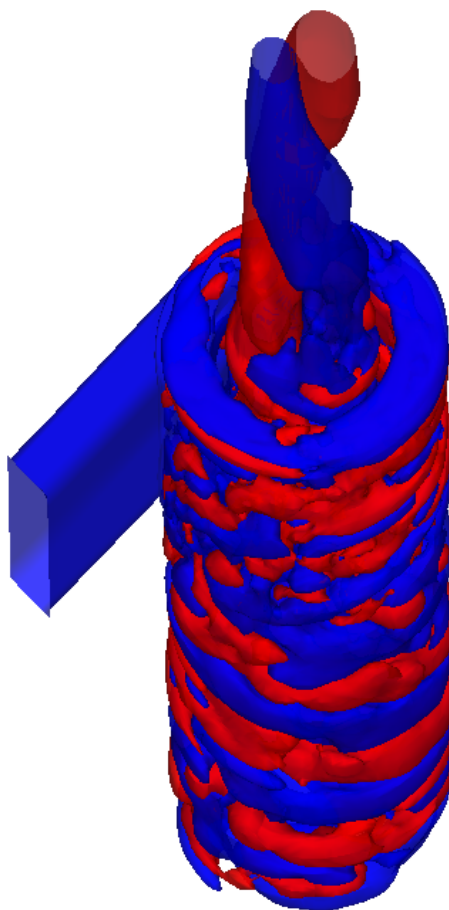


Figura 79: Isovalores de velocidade radial obtidos com o modelo de Yakhot, malha de 180.000 elementos (vermelho $V_r = 0.075$, azul $V_r = -0.075$ (m/s)).

Na Figura 80 (a) é possível notar algumas instabilidades numéricas na saída do *overflow*, sendo que estas possivelmente ocorreram devido ao alto estiramento da malha nesta região. Ao comparar as demais figuras, percebe-se a grande quantidade de instabilidades presentes nos campos instantâneos. É possível notar também nas Figuras 80 (a) e (b) que as estruturas espirais (típicas de instabilidade centrífuga) possuem ângulo entre os filamentos espirais próximos a 90° , o que concorda com os resultados obtidos por Weidman (1976, apud SOUZA, 2003) no escoamento de Ekman a altos números de Reynolds, assim como com os resultados obtidos por Souza (2003) no escoamento em um hidrociclone a Reynolds moderado.

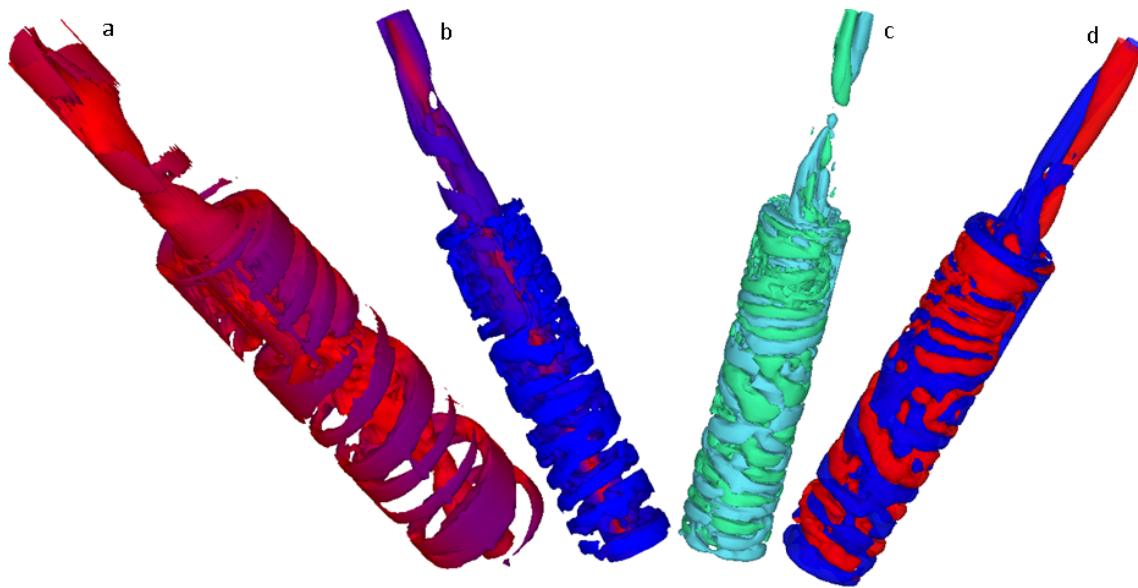


Figura 80: Isovalores de velocidade radial. (a) campo médio, modelo de Yakhot, $V_r=0$; (b) campo instantâneo, modelo de Smagorinsky, $V_r=0$; (c) Campo instantâneo, modelo de Smagorinsky, (azul $V_r=-0.75$, verde $V_r=0.075$); (d) Campo médio, modelo de Yakhot, (vermelho $V_r= 0.075$, azul $V_r=-0.075$ [m/s]).

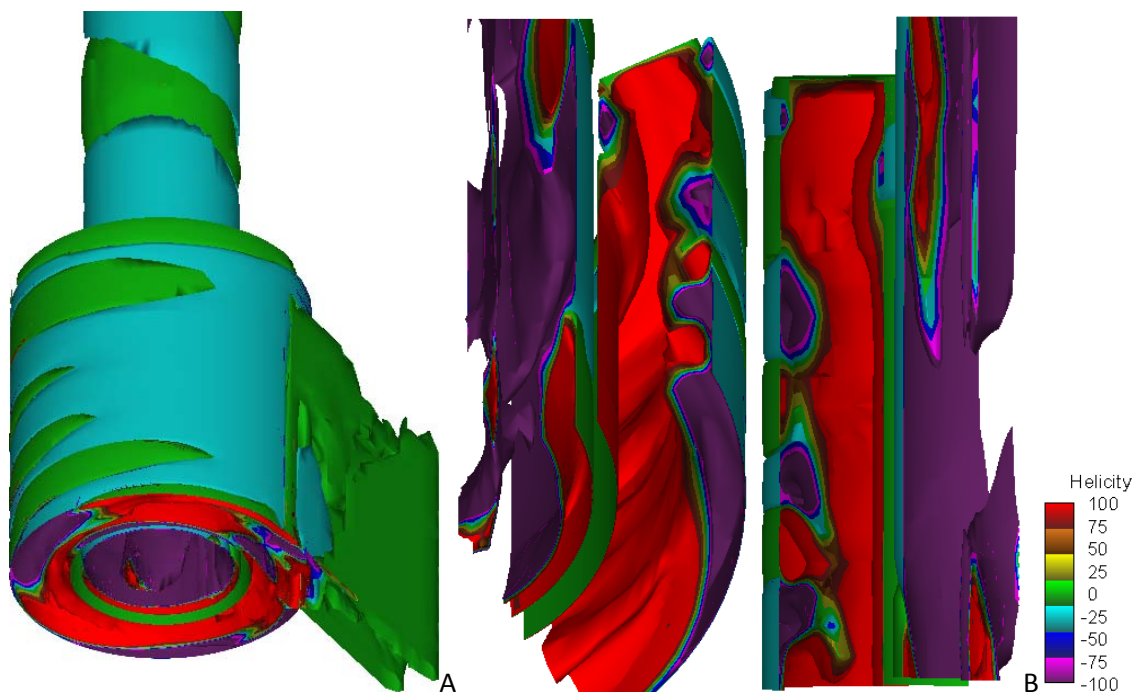


Figura 81: Isovalores de helicidade. Campo instantâneo obtido com o modelo de Smagorinsky e malha de 180.000 elementos.

A Figura 81 traz os campos de isovalores de helicidade (m^2/s^2), possibilitando a visualização das estruturas contra-rotativas junto à parede. Onde helicidade é definida como sendo a integral do produto escalar da velocidade pela vorticidade Galanti e Tsinboer (2006).



Figura 82: Isovalores de velocidade radial. (a) Corte em $Y=0$ do campo instantâneo obtido com o modelo de Yakhot, verde 0,075 m/s, branco -0,075 m/s. (b) Corte em $Y=0$ do campo médio obtido com o modelo de Smagorinsky cinza 0,01 m/s, azul -0,01 m/s

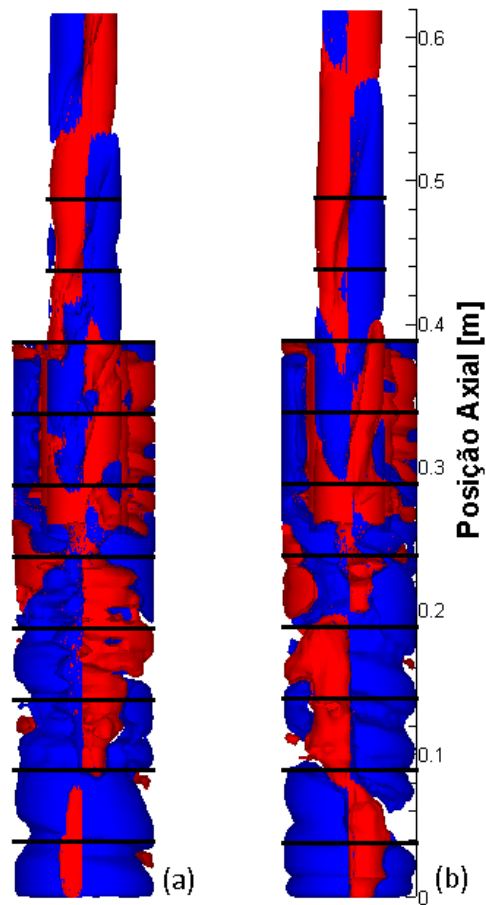


Figura 83: Isovalores de velocidade radial. Corte em $Y=0$ dos campos médios obtidos com o modelo de Smagorinsky (a) e de Yakhot (b), vermelho 0,01 m/s, azul -0,01 m/s.

A inversão no sentido da velocidade radial analisada anteriormente ao se compara os resultados obtidos com os modelos de turbulência de Smagorinsky e de Yakhot, principalmente entre as posições $Z=0$ e $Z=0,2$ m, comentada anteriormente, pode ser claramente visualizada na Figura 83, para valores de $Z > 0,2$ m, as duas simulações voltam a apresentar isovalores de velocidade radial, neste plano específico, visualmente muito parecidos.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES

Inicialmente foi feito um estudo da influência de alguns dos principais parâmetros da simulação numérica, dentre eles o passo de tempo, a tolerância para os resíduos da continuidade e da quantidade de movimento e a constante de Smagorinsky para as simulações com este modelo. Neste estudo inicial observou-se que a utilização de um passo de tempo da ordem de $1.0E-04$ s assim como de uma tolerância da ordem de $1.0E-04$ embora não fornecessem os melhores resultados possíveis, seriam suficientes para fornecerem resultados satisfatórios nas malhas utilizadas dentro do tempo disponível, uma vez que para uma simulação com malha de 180.000 elementos, passo de tempo e tolerância citados a cima, o tempo computacional gasto foi de aproximadamente 191 horas (lembrando que o tempo computacional também é influenciado pelas opções de compilação utilizadas), sendo que deste tempo, cerca de 80 % foi gasto no cálculo da pressão e a maior parte do tempo restante no cálculo das componentes da velocidade. Este estudo também tornou evidente a necessidade de calibração da constante de Smagorinsky para o escoamento em questão, mostrando que, embora a simulação de grandes escalas seja a metodologia mais indicada para este tipo de escoamento turbulento altamente anisotrópico e que devido ao baixo tempo de residência as menores estruturas possuem uma menor influência no escoamento (diminuindo um pouco a importância do modelo sub-malha), o modelo de Smagorinsky não é o mais indicado para este escoamento, uma vez que para fornecer bons resultados necessita de alguns testes iniciais para calibração da constante.

O modelo de Yakhot forneceu resultados relativamente pobres, quando comparados com os resultados fornecidos com o modelo de Smagorinsky e os resultados experimentais, no entanto deve se ressaltar que ao contrário do modelo de Smagorinsky não foi feito nenhum ajuste no modelo de Yakhot, sendo que o mesmo também não necessita de uma função de amortecimento nas regiões próximas à parede. Outro fato interessante notado foi a maior dependência do modelo de Yakhot em

relação à malha computacional utilizada, uma vez que, enquanto o modelo de Smagorinsky apresentou maiores diferenças (nas simulações com diferentes malhas) para os perfis RMS, o modelo de Yakhot também apresentou diferenças consideráveis nos perfis médios, sendo isto um indicativo que talvez este modelo necessite de uma malha um pouco mais fina do que o modelo de Smagorinsky.

Como continuação do trabalho, sugere-se a implementação da modelagem dinâmica sub-malha, e da metodologia DES, por acreditar que estas metodologias poderão fornecer resultados ainda melhores.

Para tornar possível a utilização de malhas mais finas em um tempo computacional hábil, também existe a necessidade de paralelização do código. A inclusão da fase particulada também é um fator essencial para obtenção de resultados ainda mais coerentes com os encontrados em ciclones utilizados em plantas industriais.

CAPÍTULO VII

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrunhosa, J. D. M., “**Simulação de escoamento turbulento complexo com modelagem clássica e de grandes escalas**”, 2003, 409 f., Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Alcamo, R., Micale, G., Grisafi, F., Brucato, A. and Ciofalo, M., 2005, “Large-eddy simulation of turbulent flow in an unbaffled stirred tank driven by a Rushton turbine”, **Chemical Engineering Science**, v. 60, p. 2303-2316.

Bernardo, S., “**Estudo dos escoamentos gasoso e gás-sólido em ciclones pela aplicação de fluidodinâmica computacional**”, 2005, 240 f., Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil.

Bernardo, S., Mori, M., Peres, A. P. and Dionísio, R. P., 2006, “3-D computational fluid dynamics for gas and gas-particle flows in a cyclone with different inlet section angles”, **Powder Technology**, v.162, p. 190-200.

Bhaskar, U. K., Murthy, R. Y., Raju, M. R., Tiwari, S. Srivastava, J. K. and Ramakrishnan, N., 2007, “CFD simulkation and experimental validation studies on hydrocyclone”, **Minerals Engineering**, v. 20, p. 60-71.

Cebeci, T., “**Analysis of turbulent flows**”, Elsevier Publishing Company, 2004.

Chuah, T. G., Gimbun, J. and Choong, T. S. Y., 2006, “A CFD study of the effect of cone dimensions on sampling aerocyclones performance and hydrodynamics”, **Power Technology**, v. 162, p. 126-132.

Davidson, L., 2006, “Turbulence modeling”, Chalmers Dept. of Applied Mechanics.

Dlamini, M. F., Powell, M. S. and Meyer, C. J., 2005, “A CFD simulation of a single phase hydrocyclone flow field”, **The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy**, v. 105, p.711-718.

Ferziger, J. H., Peric, M., “**Computational Methods for Fluid Dynamics**”, Springer, 2002.

Fick, W., Griffiths, A. J. and O’Doherty, T., 1997, “Visualization of the precessing vortex core in an unconfined swirling flow”, **Optical Diagnostics in Engineering**, v. 2, p. 19-31.

Fortuna, A. O., 2000, “**Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos**”, Edusp.

Galanti, B., Tsinober, A., 2006, “Physical space properties of helicity in quase-homogeneous forces turbulence”, **Physics Letters A**, v. 352, issues1-2, 141-149.

Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., 1991, “A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model”, **Physics Fluids**, v. 3, no 7, 1760-1765.

Gupta, R., Kaulaskar, M. D., Kumar, V., Sripriya, R., Meikap, B. C. and Chakraborty, S., 2008, “Studies on the understanding mechanism of air core and vortex formation in a hydrocyclone”, **Chemical Engineering Journal**, v. 144, p. 153-166.

Hall, M. G., 1972, “Vortex breakdown”, **Annual Reviews Fluid Mechanics**, v.4, p. 195-218.

Hoekstra, A. J., Derksen, J. J. and Van Den Akker, H. E. A., 1999, “An experimental and numerical study of turbulent swirling flow in gas cyclones”, **Chemical Engineering Science**, v. 54, p. 2055-2065.

Hoffmann, A. C., Stein, L. E., 2008, “**Gas Cyclones And Swirl Tubes – Principles, Design and Operation**”, Second Edition, Springer – Verlag Berlin Heidelberg.

Hovenden, R. J. and Davidson, M. R., 1997, “Turbulence modeling of single phase flow in a spray dryer”, **Inter Conf. on CFD in Mineral & Metal Processing and Power Generation**, p. 459-465.

Jiao, J., Zheng, Y., Sun, G. and Wang, J., 2006, “Study of the separation efficiency and the flow field of a dynamic cyclone”, **Separation and Purification Technology**, v. 49, p. 157-166.

Karagoz, I. and Kaya, F., 2007, “CFD investigation of the flow and heat transfer characteristics in a tangential inlet cyclone”, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 34, p. 1119-1126.

Kaya, F. and Karagoz, I., 2008, “Performance analysis of numerical schemes in highly turbulent flows in cyclones”, **Current Science**, v. 94, p. 1273-1278.

Lilly, D. K., 1992, “A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method”, **Physics Fluids**, v. 4, no 3, 633-635.

Ma, L., Ingham, D. B. and Wen, X., 2000, “Numerical modeling of the fluid and particle penetration through small sampling cyclones”, **J, Aerosol Sci.**, v. 31, no 9, 1097-1119.

Maliska, C. R., “**Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**”, 2004, LTC.

Menter, F. R., 1992, “Improved two equation k- ω turbulence models for aerodynamic flows”, NASA Technical Memorandum 103975.

Narasimha, M., Brennan, M. and Holtham, P. N., 2006, “Large eddy simulation of hydrocyclone – prediction of air-core diameter and shape”, **International Journal of Mineral Processing**, v.80, p. 1-14.

Narasimha, M., Brennan, M., Holtham, P. N. and Napier-Nunn, T. J., 2007, “A comprehensive CFD model of dense medium cyclone performance”, **Minerals Engineering**, v. 20, p. 414-426.

Narasimha, M., Sripriya, R. and Banerjee, 2005, “CFD modeling of hydrocyclone – prediction of cut size”, **International Journal of Mineral Processing**, v.75, p. 53-68.

Noriler, D., Vegini, A. A., Soares, C., Barros, A. A. C., Meier, H. F. and Mori, M., 2004, “A new role for reduction in pressure drop in cyclones using computational fluid dynamics techniques”, **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v.21, p. 93-101.

Peng, W., Hoffmann, A. C., Dries, H. W. A., Regelink, M. A. and Stein, L. E., 2005, “Experimental study of vortex end in centrifugal separators: The nature of vortex end”, **Chemical Engineering Science**, v. 60, p. 6919-6928.

Pope, S. B., 2003, “Ten questions concerning the large eddy simulation of turbulent flows”, **New Journal of Physics**, v.6, p. 35.

Pope, S. B., “**Turbulent flows**”, University Press, Cambridge, United Kingdom, 2003.

Raoufi, A., Shams, M., Farzaneh, M. and Ebrahimi, R., 2008, “Numerical simulation and optimization of fluid flow in cyclone vortex finder”, **Chemical Engineering and Processing**, v. 47, p. 128-137.

Schuetz, S., Mayer, G., Bierdel, M. and Piesche, M., 2004, “Investigations on the flow and separation behavior of hydrocyclones using computational fluid dynamics”, **International Journal of Mineral Processing**, v.73, p. 229-237.

Shalaby, H. H., “**On the Potential of Large Eddy Simulation to Simulate Cyclone Separators**”, 2007, 121 f., Tese de Doutorado, Von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Chemnitz, Chemnitz, Germany.

Silva, M. K., “**Estudo de modelagem numérica tridimensional de ciclones do tipo Lapple para separação gás-sólido**”, 2006, 79 f., Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.

Silveira-Neto, A., “**Turbulência nos fluidos: Aplicada**”, 2002.

Slack, M. D., Prasad, R. O., Bakker, A. and Boysan, F., 2000, “Advances in cyclone modeling using unstructured grids”, **Trans IChemE**, v. 78, Part A.

Solero, G. and Coghe, A., 2002, “Experimental fluid dynamic characterization of a cyclone chamber”, **Experimental Thermal and Science**, v. 27, p. 87-96.

Souza, F. J., “**Simulação de grandes escalas de escoamentos em um hidrociclone**”, 2003, 93 f., Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil.

Sparlat, P. R., Deck, S., Shur, M. L., Squires, K. D., Strelets, M. Kh. And Travin, A., 2006, “A new version of detached eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities”, **Theor. Comput. Fluid. Dyn.**

Strelets, M., 2001, “Detached eddy simulation of massively separated flows”, In 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, **American Institute of Aeronautics & Astronautics**, Reno, Nv.

Vegini, A. A. and Méier, H. F., 2008, “Computational fluid dynamics (CFD) analysis of cyclone separators connected in series”, **Ind. Eng. Res.**, v. 47, p. 192-200.

Wegner, B., Maltsev, A., Schneider, C., Sadiki, A., Dreizler, A., and Janicka, J., 2004, “Assessment of unsteady RANS in predicting swirl flow instability based on LES and experiments”, **Heat and Fluid Flow**, v. 25, p. 528-536.

Wilcox, D. C., “**Turbulence modeling for CFD**”, 1994, DCW Industries, Inc.