



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

GUILHERME CAVALLARI BUENO

MÉTODOS DE CÁLCULO PARA ANÁLISES NA
ENGENHARIA CIVIL:
roteiro de cálculo com abrangência interdisciplinar

UBERLÂNDIA/MG
2020/2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

GUILHERME CAVALLARI BUENO

MÉTODOS DE CÁLCULO PARA ANÁLISES NA
ENGENHARIA CIVIL:
roteiro de cálculo com abrangência interdisciplinar

Trabalho de conclusão de curso-desenvolvimento
de roteiro de cálculo interdisciplinar para
Engenharia Civil.

Orientador: Professor Dr. Carlos Eugênio Pereira

UBERLÂNDIA/MG

2020/2

GUILHERME CAVALLARI BUENO

**MÉTODOS DE CÁLCULO PARA ANÁLISES NA ENGENHARIA CIVIL: roteiro de
cálculo com abrangência interdisciplinar**

Relatório final, apresentado
à Universidade Federal de Uberlândia, como
parte das exigências para a
obtenção do diploma de graduação em Engenharia Civil.

Uberlândia, 18 de setembro de 2020.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Carlos Eugênio Pereira

Prof. Paulo Cabana Guterres

Prof. Edson Agustini

Eu, Guilherme Cavallari Bueno, dedico este trabalho a meus pais, Joana Maria Cavallari Bueno e Mauro Bernardes Bueno.

AGRADECIMENTOS

Agradeço sinceramente aos docentes Maria Cristina Vidigal de Lima, Arquimedes Diógenes Ciloni e Giovanna Bizão Georgetti, todos profissionais da UFU, por sua contribuição para este trabalho, bem como aos professores da mesma universidade, Paulo Cabana Guterres e Edson Augustini, membros da banca avaliadora. Por último, mas não menos importante, agradeço a meu orientador, Carlos Eugênio Pereira, a quem devo a honra de poder apresentar e divulgar este trabalho acadêmico.

RESUMO

Este trabalho visa a estabelecer um roteiro de cálculo com abrangência interdisciplinar na Engenharia Civil, sendo vinculado aos seguintes itens: estudo investigativo para a elaboração de um método que permita a análise de bacias hidrográficas de uma mesma região e a comparação entre elas. O método possui como fundamento principal o fato de bacias cujo formato se aproxima de um círculo serem mais propensas a conter áreas de enchentes. Desta forma, deseja-se quantificar a proximidade entre a bacia e uma circunferência de raio calculado. A conclusão é um comparativo entre as elipses de aproximação de cada uma das bacias e aquela correspondente à bacia principal (maior), algo que é feito através de cálculos, os quais são capazes de fornecer resultados classificadores de cada bacia como dentro, fora ou na média; estudo investigativo para a elaboração de um método que permita a análise de componentes de uma mesma estrutura e a comparação entre eles. O método possui como fundamento principal o conceito de elipse central de inércia, com um roteiro extremamente similar ao descrito anteriormente, porém agora para se compararem as elipses correspondentes a cada elemento estrutural com aquela do elemento sob maiores esforços; desenvolvimento de um roteiro de cálculo de simples compreensão para se medirem as variações das curvas das funções usualmente empregadas na Engenharia de Transportes. Os cálculos a serem desenvolvidos consistem na mensuração das variações da curva entre seus pontos, desde que se tome um deles como referência. Para este desenvolvimento, tomar-se-á o primeiro ponto como a referência, de modo a se tornar possível a varredura do comportamento da função a partir do início de sua construção. Serão então aferidas as variações angulares entre as retas tangentes à curva no primeiro ponto e em todos os demais pontos, motivação para a qual o roteiro será desenvolvido; o trabalho quantitativo com ensaios de laboratório, que estão sujeitos a erros sistemáticos e aleatórios que levam à dispersão de resultados. Na engenharia civil, a avaliação de ajustes de funções matemáticas a dados experimentais é frequentemente feita por meio do coeficiente de correlação, mas sem que se verifiquem os valores dispersos. Deste modo, o método visa a estipular um fator limite de tolerância, para que se possam identificar os pontos críticos. A partir destes dados, o usuário terá um critério objetivo de análise e um processo iterativo para a repetição dos ensaios nos pontos necessários, de modo a se elevar a precisão dos resultados. Este método pode ser usado em áreas como a Geotecnia, onde linhas de tendência são usadas rotineiramente para interpretação de dados dos ensaios de laboratório. Resultados de ensaios de limite de liquidez e compactação foram usados para exemplificar a aplicação do método,

que se mostrou promissor; a aplicação do roteiro citado no item anterior se dará ao processo investigativo a respeito do problema estrutural da rotação de vigas pré-moldadas de concreto quando de seu içamento.

Palavras-chave: Bacias hidrográficas. Ensaio de laboratório. Estrutura. Roteiro de cálculo. Transportes.

ABSTRACT

This job has like its objective to establish a calculation method with multiple comprehension in Civil Engineering, being linked to the following items: investigative study to create a method which is able to execute the analysis of the hydrographic basins inside the same region and the comparison between them. The method's bases are the fact that basins that are closer in format to circles are more likely to include flooding areas. This way, the established method has the purpose to determine the proximity degree between the ellipse that is close to the basin's form and a specific circumference which radius is calculated. The final classification is about a comparison between the approximation ellipses of each basin and that one referring to the main basin (the biggest one), something that is done by the use of calculation, that is capable of giving classifying results for each basin like in, out or equal the average; investigative study to create a method which is able to execute the analysis of the elements of the same structure and the comparison between them. The method's main bases are the concept of central ellipse of inertia, with a calculation process that is close to the one described above, but now focused on the comparison between the ellipses of structural elements and the one of the element under the biggest efforts; development of a calculation method's which is simple to understand, focusing on the measurement process of the function's lines commonly used in the Transportation Engineering. The calculations that will be developed are basically related to the measurement of the function's variations between their points, since one of them is taken like the reference. For this development, the first point is going to be taken like the reference, leading the line's behavior analysis since its construction's beginning to become possible. The angle variations between the straight lines that are tangent to the function's line in its first point and in all the other ones, motivation for what the method is going to be developed; the quantitative work with laboratory tests, that are subjected to systematic and random errors that lead to the dispersion of results. In Civil Engineering, the evaluation of fitting mathematical functions to experimental data is frequently made by correlation coefficients, but without verifying the disperse values. Therefore, the method intends to set a tolerance factor, so the critic points can be identified, leading the user to have an objective

and iterative process to remake the laboratory tests according to the required points, improving the results. This method can be in areas such as the Geotechnical Engineering, where trend lines are commonly used to interpret the results of laboratory tests. Results of liquidity limit and soil compaction tests were used to exemplify the application of the method, which was shown promising; the method referenced in the item above is going to be used to develop the investigative process about the structural problem of the rotation of precast concrete beams when they are lifted.

Keywords: Calculation method. Hydrographic basins. Laboratory tests. Structure. Transportation.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Elipse.....	19
FIGURA 2 – Cilindro e intersecção transversal pelo plano π	22
FIGURA 3 – Seções no cilindro em função do ângulo θ	23
FIGURA 4 – Retas tangentes à curva secante.....	23
FIGURA 5 – Gráficos $k x \varepsilon$ e $j x \varepsilon$ (bacias hidrográficas).....	26
FIGURA 6 – Retas e projeção do ponto.....	27
FIGURA 7 – Bacias hidrográficas delimitadas.....	36
FIGURA 8 – Gráfico $k x \varepsilon$ (bacias hidrográficas).....	39
FIGURA 9 – Gráfico $j x \varepsilon$ (bacias hidrográficas).....	40
FIGURA 10 – Pilares.....	43
FIGURA 11 – Gráfico $k x \varepsilon$ (pilares).....	46
FIGURA 12 – Gráfico $j x \varepsilon$ (pilares).....	47
FIGURA 13 – Gráfico da função do custo percebido.....	50
FIGURA 14 – Linha de tendência do ensaio de compactação.....	54
FIGURA 15 – Rotação da viga e área compensada gerada na alma.....	57
FIGURA 16 – Rotação limite da viga.....	57
FIGURA 17 – Diagrama proposto para o exemplo do problema de rotação de viga pré-moldada içada.....	59
FIGURA 18 – Projeção vertical do ponto e retas auxiliares.....	68
FIGURA 19 – Casos de cálculo do Excel.....	73
FIGURA 20 – Ensaio de limite de liquidez.....	75

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Dimensões das bacias hidrográficas.....	37
TABELA 2 – γ e ρ (km)-bacias hidrográficas.....	37
TABELA 3 – k e j (km)-bacias hidrográficas.....	37
TABELA 4 – μ e μ' (bacias hidrográficas).....	38
TABELA 5 – Valores de ε (radianos)-bacias hidrográficas.....	38
TABELA 6 – Dados do gráfico $kx\varepsilon$ (bacias hidrográficas).....	39
TABELA 7 – Dados do gráfico $jx\varepsilon$ (bacias hidrográficas).....	39
TABELA 8 – Valores de ε'' para k (bacias hidrográficas).....	40
TABELA 9 – Valores de ε'' para j (bacias hidrográficas).....	41
TABELA 10 – Valores de $f'(\varepsilon'')$ para k e para j (bacias hidrográficas).....	41
TABELA 11 – $f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - k / f'(\varepsilon) * \varepsilon'' - j$ e $f'(\varepsilon'') * \varepsilon - k / f'(\varepsilon'') * \varepsilon - j$ para k e para j (km)-bacias hidrográficas.....	41
TABELA 12 – μ_l e μ_m para k e para j (km)-bacias hidrográficas.....	42
TABELA 13 – d_i para k e para j (uc)-bacias hidrográficas.....	42
TABELA 14 – $\bar{d}_l$ para k e para j (uc)-bacias hidrográficas.....	42
TABELA 15 – Dimensões dos pilares.....	44
TABELA 16 – γ e ρ (cm)-pilares.....	44
TABELA 17 – k e j (cm)-pilares.....	44
TABELA 18 – μ e μ' (pilares).....	45
TABELA 19 – Valores de ε (radianos)-pilares.....	45
TABELA 20 – Dados do gráfico $kx\varepsilon$ (pilares).....	46
TABELA 21 – Dados do gráfico $jx\varepsilon$ (pilares).....	46
TABELA 22 – Valores de ε'' para k (pilares).....	47
TABELA 23 – Valores de ε'' para j (pilares).....	48
TABELA 24 – Valores de $f'(\varepsilon'')$ para k e para j (pilares).....	48
TABELA 25 – $f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - k / f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - j$ e $f'(\varepsilon'') * \varepsilon - k / f'(\varepsilon'') * \varepsilon - j$ para k e para j (cm)-pilares.....	48
TABELA 26 – μ_l e μ_m para k e para j (cm)-pilares.....	49
TABELA 27 – d_i para k e para j (uc)-pilares.....	49
TABELA 28 – $\bar{d}_l$ para k e para j (uc)-pilares.....	50
TABELA 29 – Pontos analisados da função do custo percebido.....	50
TABELA 30 – Valores de m_i para a função.....	51
TABELA 31 – Ângulos de inclinação das retas tangentes à curva.....	51
TABELA 32 – Comparação entre α_1 e α_n para a função.....	52
TABELA 33 – Diferenças angulares para a função.....	52
TABELA 34 – Resultado hipotético do ensaio fictício de compactação.....	53
TABELA 35 – Coordenadas X'' para os pontos do ensaio.....	54
TABELA 36 – Coeficientes angulares das retas tangentes à curva da linha de tendência nos pontos projetados.....	55
TABELA 37 – Valores de μ_l/μ_m para as retas tangentes à curva da linha de tendência nos pontos projetados.....	55
TABELA 38 – Valores de μ_l/μ_m para as retas paralelas às tangentes à curva da linha de tendência nos pontos projetados.....	55
TABELA 39 – Valores de d_i e de $\bar{d}_l$ (ensaio de compactação de solo).....	55

TABELA 40 – Valores de q (ensaio de compactação de solo).....	56
TABELA 41 – Resultados (bacias hidrográficas).....	60
TABELA 42 – Resultados (pilares).....	61
TABELA 43 – Comparação das variações angulares com a variação angular média para a função de custo percebido.....	61
TABELA 44 – Comparativos entre q e τ para o ensaio de compactação.....	62
TABELA 45 – Projeção em x	69
TABELA 46 – Valores de $f'(\varepsilon)$ para a projeção em x	69
TABELA 47 – Dados de entrada para a projeção em x	70
TABELA 48 – $f'(\varepsilon) * \varepsilon - k$ e $f'(\varepsilon) * \varepsilon - k'$ para k (km)-projeção em x	70
TABELA 49 – μ_n e μ_o para k (km)-projeção em x	71
TABELA 50 – d_j para k (uc)-projeção em x	71
TABELA 51 – Resultados (projeção em x)......	71
TABELA 52 – Distâncias para os pontos nas projeções em x e em y	72
TABELA 53 – Distâncias resultantes da projeção composta.....	72
TABELA 54 – Resultados (projeção composta).....	72
TABELA 55 – Aplicação do método ao ensaio de limite de liquidez.....	75

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 OBJETIVOS	15
2.1 Objetivos gerais	15
2.2 Objetivos específicos	16
3 DESENVOLVIMENTO	17
3.1 Descrição da área de estudo	17
3.1.1 Localização	18
3.1.2 Aspectos fisiográficos	18
3.2 Deduções das equações	18
3.2.1 Hidrologia Aplicada	18
3.2.2 Resistência dos materiais	30
3.2.3 Engenharia de Transportes	30
3.2.4 Análise de resultados de ensaios laboratoriais para Geotecnia	32
3.2.5 Problema estrutural tratante da rotação de vigas pré-moldadas de concreto como consequência do içamento	35
3.3 Aplicações práticas	35
3.3.1 Hidrologia Aplicada	35
3.3.2 Resistência dos materiais	43
3.3.3 Engenharia de Transportes	50
3.3.4 Análise de resultados de ensaios laboratoriais para Geotecnia	53
3.3.5 Problema estrutural tratante da rotação de vigas pré-moldadas de concreto como consequência do içamento	56
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	60
4.1 Hidrologia Aplicada	60
4.2 Resistência dos Materiais	60
4.3 Engenharia de Transportes	61
4.4 Análise de resultados de ensaios laboratoriais para Geotecnia	62
4.5 Problema estrutural tratante da rotação de vigas pré-moldadas de concreto como consequência do içamento	62
CONCLUSÃO	64
REFERÊNCIAS	66
APÊNDICE A – Projeção em x	68
APÊNDICE B – Projeção composta	71
APÊNDICE C – Casos de cálculo	71
APÊNDICE D – Exemplos de compra e venda	74
APÊNDICE E – Ensaio geotécnico de limite de liquidez	74

1. INTRODUÇÃO

Os ramos da Engenharia Civil abordados neste trabalho são a Hidrologia, as Estruturas, a Engenharia de Transportes e a análise de resultados de ensaios laboratoriais aplicáveis a diversas áreas, tais como a Geotecnia e o Estudo dos Materiais de Construção Civil. Os parágrafos a seguir ilustram a incumbência de cada uma delas na proposta aqui vigente.

Na Hidrologia, segundo Tucci (1993, p.40), as bacias hidrográficas são áreas naturais de captação da água de precipitação, que fazem o escoamento convergir para um único ponto fixo de saída, o exutório. Elas se compõem de um conjunto de várias superfícies vertentes e de uma rede de corpos d'água funcionando como drenos que se confluem até formarem um leito único no exutório. Portanto, o estudo das bacias hidrográficas de uma região é importante para a compreensão do comportamento da água de precipitação e dos cursos d'água naturais. Isto possui influência na execução de obras de Engenharia Civil no que é relativo à construção de barragens, sejam estas para os seus mais variados fins, e ao planejamento de zonas urbanas, uma vez que o sistema de captação de água pluvial e as vias de tráfego de uma cidade necessitam de conhecimento prévio sobre a direção de escoamento da água e sobre as regiões críticas para alagamento. Ademais, a análise das bacias se dá como fator essencial na abordagem da gestão dos recursos hídricos, área em que, segundo Fernando Iório Carbonari, o Brasil merece atenção, uma vez que a produção energética do país está intimamente conectada aos referidos recursos. (CARBONARI, 1997).

Sabendo-se que, como afirma Lourenço (2018, p.363), bacias hidrográficas com formato próximo ao de um círculo são mais propensas a possuírem regiões de enchente, devido à maior dificuldade de escoamento da água rumo ao exutório, o método de cálculo desenvolvido neste trabalho pretende explorar de maneira simples e eficiente a dita proximidade, a qual pode ser aferida através de valores numéricos, tal qual o Índice de Circularidade, tratado por Machado (2010, p.71) como a razão entre a medida de área da bacia hidrográfica e a medida de área de um círculo (ambas sob igualdade de unidades, fazendo com que o índice, denominado I_c , seja adimensional) e variante entre 0,0 e 1,0 (por ser diretamente proporcional à constante de 12,57 e à área da bacia, ao mesmo tempo em que é inversamente proporcional ao quadrado do perímetro da mesma, de modo que as bacias mais achatadas o tenham próximo a 0,0, enquanto que aquelas mais circulares o tenham mais próximo de 1,0), tal que, para se conhecer a área do círculo, deve-se conhecer o perímetro da

bacia, que deve ser igual à circunferência do círculo, tornando possível que se conheça o seu raio e, conseqüentemente a partir deste, sua área.

As seções 3.1.1 e 3.1.2 deste trabalho referem-se exclusivamente à caracterização das bacias hidrográficas abordadas no exemplo prático destinado à demonstração do funcionamento do método dado ao cálculo das bacias.

Nas abordagem das estruturas, segundo Mello, (2017, p.51) a elipse central de inércia é uma propriedade da estrutura empregada na obtenção do eixo de flexão desta para um determinado plano de solicitação. A elipse é traçada sobre os eixos principais de inércia a partir dos raios de giração. De acordo com Carril e Suárez (2016), os eixos da elipse central de inércia são as direções principais no centro de massas, ou seja, eles são definidores do centro de gravidade da peça. Ademais, o núcleo central de inércia se define a partir dos antipolos da elipse central de inércia cujo centro coincide com o centro da superfície (GALGÓCZY, 1976). Outrossim, o estudo das elipses centrais de inércia dos elementos de uma estrutura é fundamental para a compreensão do comportamento destes sob a ação dos esforços aos quais são submetidos. Isto possui influência direta sobre a Resistência dos Materiais no que diz respeito à análise estrutural. Desta forma, quer-se desenvolver um método capaz de efetuar o comparativo quantitativo entre as elipses centrais de inércia de uma estrutura conforme o seu formato.

Concomitantemente, no tratamento da Engenharia de Transportes, de acordo com Hoel, Garber e Sadek (2012, p.1), o transporte é o movimento de pessoas e de bens para se atenderem às necessidades básicas da sociedade as quais necessitam da mobilidade e da acessibilidade. Outrossim, ele fornece os meios imprescindíveis às viagens de negócios, de exploração e de realização pessoal, sendo inerente a grande parte das atividades humanas. Deste modo, o transporte ainda se caracteriza como responsável pela apresentação de um mecanismo para a troca de bens e de informações, para a estocagem de produtos, para o deslocamento de pessoas e para o desenvolvimento econômico. Por esta razão, o estudo de seu impacto na sociedade é imprescindível para a Engenharia Civil, no que abrange os sistemas de transportes. Sendo assim, deseja-se configurar um método dado à análise das funções representativas existentes entre custos, demanda, produção, oferta, e outros quesitos relacionados. Validar-se-á o processo de cálculo neste trabalho a partir de um exemplo prático de estudo de caso direcionado ao custo percebido como função da quantidade de produtos gerada, embora ele também possa ser utilizado na análise de outras relações ocorrentes no campo dos transportes. O método comportar-se-á de modo a fundamentar-se na linha de base do conceito de derivada, definido por Piskounov (2000, p.77) como sendo o valor da derivada

$f'(x)$ dado o valor correspondente da variável x como igual à tangente do ângulo orientado entre a reta tangente à curva da função f no ponto cuja coordenada nas abcissas seja o próprio valor correspondente de x e o eixo das abcissas. A derivada será utilizada para se aferir as diferenças de comportamento da curva de uma função em diferentes intervalos. Dar-se-á ainda o método trabalhado à análise de dados, a qual é essencial para que se prevejam o momento e o modo ideal de se realizarem determinadas ações, de modo que estas resultem da melhor forma possível da resolução do problema prático (SCHWAAB e PINTO, 2007). Ao estar intimamente conectado à análise de dados, este trabalho também se alinha à estatística, dita por Neto (2002, p.1) como uma ciência a qual lida com os meios de se atingirem objetivos, e não com a finalidade por si só, fazendo com que atue de modo a oferecer informações que permearão a tomada de decisões embasadas em dados e em fatos.

Segundo Chalmers (1999, p.17), a ciência é amplamente considerada nos tempos atuais, sendo que o apreço por seus métodos não se restringe à mídia e à vida cotidiana, estando também presente no meio escolar e acadêmico, se estendendo ainda para toda a indústria do conhecimento. Tendo em vista que os ensaios experimentais são fundamentais para o desenvolvimento científico em todas as áreas de conhecimento, inclusive na Engenharia Civil, é notável a importância de se desenvolverem métodos para análise de resultados experimentais, de modo a favorecer a qualidade das análises e dos próprios resultados, minimizando erros.

De acordo com Taylor (2012, p.3), os erros são tratados nas medidas científicas como fatores inevitáveis, mas que devem ser garantidos como tão pequenos quanto possível e com estimativas confiáveis dos valores máximos a poderem ser atingidos por eles. Alguns dos erros citados por Santos e Silva (2006, p.18), são os erros inerentes, inevitáveis e resultantes de medidas e de modelos matemáticos, e por arredondamento, cometidos pelos computadores quando da efetuação de operações aritméticas. Quarteroni e Saleri (2007, p.23) também afirmam que o uso de computadores na aproximação de modelos matemáticos causa erros que precisam ser considerados.

Muitos ensaios laboratoriais pautam a interpretação de seus resultados na determinação numérica de funções que representem algebricamente a linha de tendência. Outrossim, é interessante que se tenham métodos cujo intuito seja o melhoramento das aproximações e dos próprios resultados dos ensaios. Neste contexto, este trabalho apresenta um processo matemático capaz de promover o melhoramento das aproximações que fazem uso de funções matemáticas contínuas, visando garantir uma melhor confiabilidade. O método traz uma análise de dispersão dos dados, ponto a ponto, com base em um critério de

proximidade definido pelo usuário. A vantagem do roteiro de cálculo tratado neste trabalho é a de os cálculos se adequarem ao comportamento da linha de tendência, no sentido de considerarem a sua curvatura na região de cada ponto analisado. Isso ocorre, pois duas retas paralelas definem uma margem de erro, sendo uma tangente à linha em um ponto projetado sobre a curva e outra, paralela a esta última. Esta condição é sempre verdadeira para este método.

Em sua tese, Daniel Flávio Pires de Lima apresenta o problema estrutural da rotação de vigas pré-moldadas de concreto quando de seu içamento. O ângulo de rotação é medido na seção transversal do elemento estrutural, considerado, para efeito de cálculos, perfeitamente rígido, tornando possível desprezar-se as variações nos ângulos ao longo da peça em função da torção (LIMA, 2018). De acordo com Leet, Uang e Gilbert (2009), o desmoronamento da ponte do Rio Brazos, em Brazos, no estado americano do Texas, ocorreu quando do içamento de vigas mestras de placas de aço contínuas, as quais suportavam a pista de rolamento. Como elementos de reforço, as estruturas são caracteristicamente vulneráveis a falhas na montagem, já que pisos, lajes e contraventamento podem não estar ainda instalados, e a resistência do conjunto pode ser reduzida devido ao fato de conexões não estarem ainda parafusadas ou soldadas. Isto evidencia a importância dos cuidados a serem tomados com o içamento de elementos estruturais, como é o caso das estruturas de concreto pré-moldado, cuja história, segundo Debs (2017), remonta o impulso econômico datado do quarto de século após a Segunda Guerra Mundial, ou seja, acompanha a humanidade de maneira crescente e relativamente recente, sendo de enorme importância para o cenário atual da construção civil. Pautando-se nesta problemática, este trabalho visa à aplicação do método iterativo descrito anteriormente no problema da rotação das ditas vigas, de modo a se obterem aproximações fidedignas à realidade do giro dos perfis, desde que se considerem rígidas as peças estruturais, de modo a se desprezarem as diferenças angulares na rotação quando da dependência deste fator em relação à posição da seção analisada ao longo do comprimento da viga. Deve-se ressaltar que o trabalho possui foco na aplicação do processo iterativo, e não em si no diagrama como resultado final.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivos gerais

Este trabalho tem como objetivo principal os itens a seguir: estabelecer um método capaz de analisar e de comparar as diversas bacias de uma região quanto ao grau de proximidade com um círculo que apresente cada uma delas; estabelecer um método capaz de

analisar e de comparar as diversas peças de uma estrutura quanto ao grau de proximidade com um círculo que apresentem suas respectivas elipses centrais de inércia; descrever um roteiro de cálculo capaz de possibilitar o estudo das variações das curvas que relacionam os custos, a demanda e a produção no contexto da Engenharia de Transportes; a definição de um método iterativo com a finalidade de se determinarem os pontos mais distantes de uma linha de tendência na representação dos resultados de um ensaio laboratorial, de modo que estes possam ser verificados, viabilizando a comparação entre resultados de ensaios e a verificação de pontos críticos (mais distantes da linha de tendência) para a obtenção de melhores aproximações de funções para a interpretação dos dados; a aplicação do método iterativo especificado no item anterior ao problema estrutural da rotação das vigas pré-moldadas de concreto quando de seu içamento, com o propósito de se obterem resultados de aproximação sobre o giro dos referidos elementos estruturais.

2.2. Objetivos específicos

Este trabalho tem como objetivos específicos os itens adiante: definição de um método de cálculo baseado em parâmetros simples de entrada e que seja capaz de fornecer resultados analíticos e de fácil interpretação. Os cálculos serão feitos para uma série de pelo menos três bacias de uma dada região, sendo esta preferencialmente pequena como uma macrorregião dentro de um estado da federação; definição de um método de cálculo baseado em parâmetros simples de entrada e que seja capaz de fornecer resultados analíticos e de fácil interpretação. Os cálculos serão feitos para uma série de pelo menos três peças de uma dada estrutura; construção de um roteiro de cálculo com base em parâmetros simples de entrada e que seja capaz de fornecer resultados analíticos e de fácil interpretação. Os cálculos deverão ser feitos de modo a se medirem as variações dos ângulos de inclinação entre as retas tangentes no primeiro ponto e nos demais à curva de uma função que relacione custos e demanda ou produção e demanda; determinação de um método iterativo capaz de identificar os pontos críticos da linha de tendência utilizada na interpretação dos resultados de um ensaio laboratorial e de estabelecer a precisão de um ensaio, permitindo assim a sua comparação com outros trabalhos em termos de qualidade do resultado obtido. Calcular-se-ão os fatores solicitados pelo método para cada um dos pontos, e estes serão comparados ao fator fixado pelo autor do ensaio, de modo que os pontos cujos fatores superem o valor fixado deverão ser verificados e, se julgado necessário, repetidos em ensaio para a geração de uma nova linha de tendência. Ao mesmo tempo, é possível classificar vários trabalhos sobre uma mesma prática laboratorial e compará-los por meio das distâncias médias estabelecidas entre retas paralelas

que representam uma margem de erro para cada um dos pontos. O método poderá ser aplicado em diversas áreas da Engenharia Civil, tais como a Geotecnia e o estudo dos Materiais de Construção Civil; quanto ao problema da rotação das vigas pré-moldadas de concreto quando de seu içamento, pretende-se aplicar-lhe o processo iterativo supracitado, de modo a se obterem aproximações fidedignas para um diagrama que conduza a resultados de giro dos elementos estruturais a partir de parâmetros referentes à constituição física e geométrica de cada peça, levando a previsões de possíveis avarias em obras.

3. DESENVOLVIMENTO

3.1.Descrição da área de estudo

A área de estudo aqui abordada pode ser subdividida da seguinte maneira: na Hidrologia Aplicada, as bacias hidrográficas são umas das mais importantes unidades de estudo, e a compreensão de seu formato como um dos fatores a influenciarem no comportamento da água na referida unidade é de suma importância para a segurança e para a eficiência das obras de Engenharia Civil; na Resistência dos Materiais, o estudo da elipse central de inércia em um contexto de influência sobre o comportamento das estruturas sob efeito de determinados esforços é de suma importância à compreensão dos fenômenos ocorrentes nas estruturas; na Engenharia de Transportes, os custos, a demanda, a produção, a oferta e outros quesitos relacionados aos transportes são fatores básicos e essenciais, e as funções que os conectam compõem as bases de cálculo dentro dos sistemas de transportes. Os ditos fatores merecem a devida atenção na maneira em que relacionam entre si, pois, como exemplifica Silva (2019, p.35), uma das implicações das dadas relações se manifesta justamente sobre a forma com que se lida com a estocagem, uma vez que o estoque representa um alto risco de obsolescência, perda e deterioração (dos produtos em estocagem) além de altos custos para ser mantido, ao mesmo tempo em que representa uma forma de segurança contra aquilo que não se espera, de modo a importar para a demanda de consumidores e para a demanda da programação de produção. É assim evidenciada a delicadeza de uma possível relação entre demanda e produção, quando se trata da estocagem; a Geotecnia requer a execução de diversos ensaios laboratoriais, seja para o desenvolvimento de pesquisas, ou mesmo para o aprendizado prático dos discentes do curso superior. De posse desta informação, é válido recordar-se de que muitos destes ensaios pautam a interpretação de seus resultados na determinação numérica de funções que representem algebricamente a linha de tendência. Outrossim, é interessante que se tenham métodos cujo intuito seja o melhoramento

das aproximações e dos próprios resultados dos ensaios; no ramo das Estruturas, o questionamento a respeito da rotação das vigas pré-moldadas reflete uma preocupação com os limites a que uma estrutura se submete quanto ao seu próprio comportamento em dadas situações. Neste caso, uma rotação prevista poderá acarretar na revisão das condições de içamento e/ou da viga içada se for dada como superior à rotação que a estrutura é capaz de suportar.

3.1.1. Localização

A região de que três bacias hidrográficas foram analisadas é situada na Serra da Mantiqueira, no sul do estado de Minas Gerais e próximo ao estado do Rio de Janeiro.

3.1.2. Aspectos Fisiográficos

Na região verificada, os aspectos fisiográficos são: o inverno na serra da Mantiqueira que, devido à altitude, apresenta temperaturas baixas, com a possível ocorrência da névoa no começo da manhã e muitas geadas. São comuns as temperaturas próximas a 0°C ou mesmo negativas, sendo a menor já aferida igual a -8,4°C. O registro ocorreu no município de Maria da Fé, em Minas Gerais, na data de 21 de julho de 1981. Os picos são as regiões mais críticas para as geadas, e já houve registro de precipitações de neve em alguns deles. O relevo da Serra da Mantiqueira se destaca como montanhoso. Uma bacia hidrográfica de expressão na serra é a bacia do Rio Grande. O ecossistema local faz parte dos biomas da Mata Atlântica e da Mata das Araucárias, marcantes nas regiões mais altas juntamente aos campos de altitude. A fauna local é vasta e diversificada (WIKIPÉDIA, 2020).

3.2. Deduções das equações

Esta seção é organizada de forma a se respeitar a divisão da área de estudo mantida ao longo de todo o trabalho. Desta forma, cada proposta de cálculo será deduzida para a ramificação correspondente à sua aplicação:

3.2.1. Hidrologia Aplicada

Conforme a Figura 1, a qual está de acordo com os elementos geométricos e elípticos discutidos por Winterle (2000, p.178) é possível deduzir-se a partir do teorema de Pitágoras a equação 1 a seguir:

$$b^2 + c^2 = a^2 \quad (1)$$

Onde c é a distância entre o centro da elipse e um dos focos;

a é a maior distância entre o centro e a linha de contorno;

b é a menor distância entre o centro e a linha de contorno.

Assim, faz-se válida a equação 2:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} \quad (2)$$

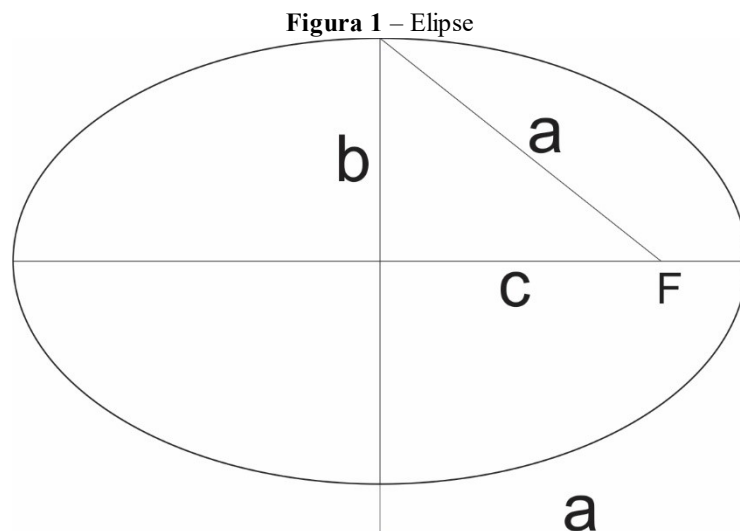
Então, validam-se as equações 3 e 4 abaixo:

$$\gamma = a + c = a + \sqrt{a^2 - b^2} \quad (3)$$

Onde γ é a maior distância entre os focos e a linha de contorno.

$$\rho = a - c = a - \sqrt{a^2 - b^2} \quad (4)$$

Onde ρ é a menor distância entre cada foco e a linha de contorno.



Fonte: O autor (2020)

Para a obtenção da primeira e da segunda equações principais, é necessário transcorrer o desenvolvimento da equação 5 a seguir:

$$(b + c)^2 = b^2 + 2 * b * c + c^2 \quad (5)$$

Sendo S a área do triângulo retângulo delimitado na elipse, sabe-se que a equação 6 é verdadeira:

$$\frac{b * c}{2} = S \quad (6)$$

Onde c é a distância entre o centro da elipse e um dos focos;

S é área do triângulo retângulo.

Logo, valida-se também a equação 7:

$$2 * b * c = 4 * S \quad (7)$$

Sendo p o semiperímetro do triângulo retângulo, pode-se inserir a equação 8:

$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad (8)$$

Onde p é o semiperímetro do triângulo retângulo.

Aplicando-se as equações 1 e 7 em (5), tem-se a equação 9:

$$4 * S = (b + c)^2 - a^2 \quad (9)$$

Pode-se analisar a equação 9 como a fórmula 10:

$$4 * S = (b + c + a) * (b + c - a) = 2 * p * (2 * p - 2 * a) = 4 * p * (p - a) \quad (10)$$

Tal que seja verdadeira a equação 11:

$$S = p * (p - a) \quad (11)$$

E, portanto, tem-se a fórmula 12:

$$p^2 - p * a - S = 0 \quad (12)$$

Vê-se então que uma das soluções desta equação, admitindo-se p como variável, é p , o próprio semiperímetro. Por organização, chamar-se-á esta solução de k , tal que $k = p$.

Sendo j a outra solução, através do conceito de soma e produto para equações do 2º grau, sabe-se que se faz fato a equação 13:

$$k + j = -(-a) = a \quad (13)$$

Onde k e j são as raízes da equação 12.

Então, chega-se às equações 14 e 15:

$$k = \frac{a+b+c}{2} \quad (14)$$

Onde k é o semiperímetro do triângulo retângulo (uma das soluções da equação 12).

$$j = \frac{a-b-c}{2} \quad (15)$$

Onde j é a outra solução da equação 12.

Das equações 2 e 3, tem-se que as equações 16 e 17 são verdadeiras:

$$a = \frac{\gamma + \rho}{2} \quad (16)$$

$$c = \frac{\gamma - \rho}{2} \quad (17)$$

Se é verdadeira a equação 18:

$$b^2 = a^2 - c^2 = (a + c) * (a - c) \quad (18)$$

Também é fato aquilo que se propõe na equação 19:

$$b = \sqrt{(a + c) * (a - c)} \quad (19)$$

Aplicando-se (16) e (17) em (19), tem-se a equação 20:

$$b = \sqrt{\gamma * \rho} \quad (20)$$

Substituindo-se (16), (17) e (20) em (14) e (15), têm-se as equações 21 e 22:

$$k = \frac{1}{2} * (\gamma + \sqrt{\gamma * \rho}) \quad (21)$$

$$j = \frac{1}{2} * (\rho - \sqrt{\gamma * \rho}) \quad (22)$$

Sendo rc o raio de uma circunferência qualquer é possível verificar que os semi-eixos a e b são iguais entre si e também iguais a r_c , tal que c é igual a zero, pois em uma circunferência não há distância entre o centro e os focos, e ambos os semi-eixos são iguais ao raio. Deste modo, por (14) e por (15), chega-se às equações 23 e 24:

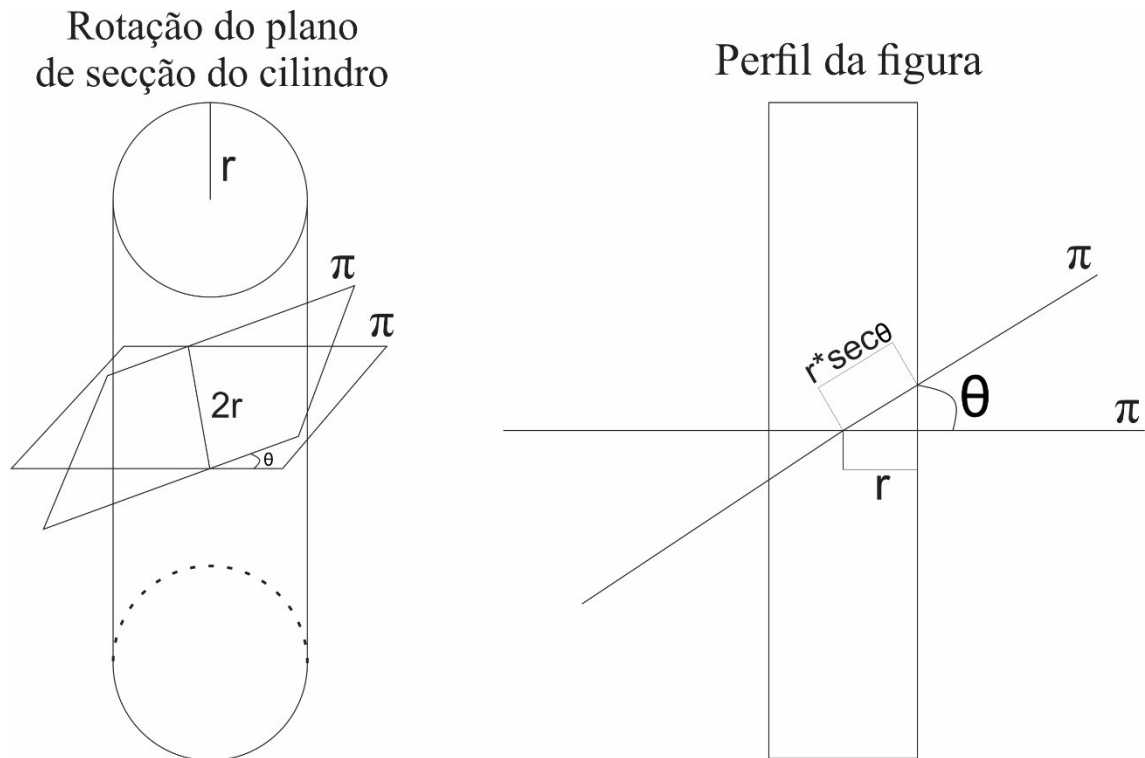
$$k = r_c \quad (23)$$

$$j = 0 \quad (24)$$

Assim, é possível concluir que (21) e (22) são respectivamente a primeira e a segunda equação principal do método, pois k é o raio de uma circunferência hipotética da qual a elipse analisada se aproxima, enquanto que $j = 0$ significa que a elipse é igual à referida circunferência. É importante ressaltar que $j \leq 0$.

Agora, deve-se considerar um cilindro de base circular, cujo raio da base é igual a r . O cilindro é transversalmente cortado por um plano π , o qual sofre rotação de θ graus (tal que $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ em torno do eixo do diâmetro da circunferência de raio r , descrita quando da intersecção em $\theta = 0^\circ$, conforme a Figura 2 a seguir:

Figura 2 - Cilindro e intersecção transversal pelo plano π

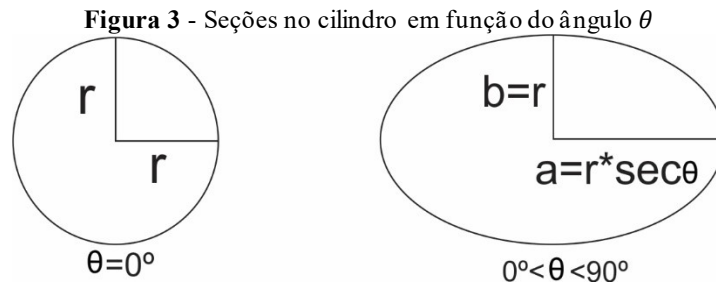


Fonte: O autor (2020)

É necessário constatar que, para o uso deste método, as bacias hidrográficas devem ser delimitadas em uma figura plana, como uma carta planialtimétrica, por exemplo. O plano π , tratado pela figura acima, não é o mesmo plano sobre o qual cada bacia hidrográfica analisada é delimitada, mas sim, o plano cuja rotação descreve o ângulo de inclinação necessário da intersecção entre o cilindro de base circular e o próprio plano (π) para que desta (da intersecção) resulte a elipse cuja razão entre os semieixos $\frac{a}{b}$, abordada logo adiante, seja igual à mesma razão $\frac{a}{b}$ calculada para a elipse que aproxima o formato da bacia. Na sessão 3.3.1. deste trabalho é tratada a forma de obtenção das elipses de aproximação.

À medida que o plano π é rotacionado, as intersecções com o cilindro passam a descrever elipses até que, quando $\theta = 90^\circ$, a seção longitudinal será um retângulo infinito.

Deste modo, deve ser feita a análise das seções obtidas em função do ângulo θ , de acordo com a Figura 3:



Fonte: O autor(2020)

Dáí conclui-se que é fato a equação 25:

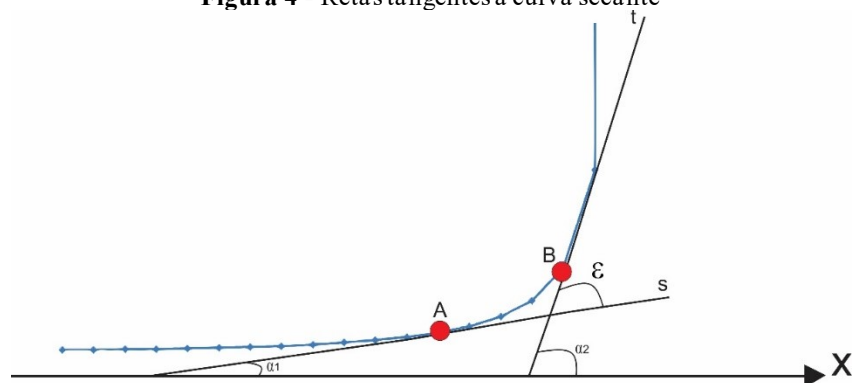
$$\frac{a}{b} = \frac{r \cdot \sec \theta}{r} = \sec \theta \quad (25)$$

Onde r é o raio da circunferência obtida a partir da intersecção do plano π com o cilindro quando $\theta = 0^\circ$;

θ é o ângulo de rotação do plano π em torno do eixo do diâmetro da circunferência gerada quando $\theta = 0^\circ$.

É possível determinar a razão $\frac{a}{b}$ para as elipses que aproximam o formato das bacias hidrográficas, transformando as referidas formas geométricas em pontos na curva da função $\sec \theta$ dentro do intervalo $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. Assim, podem-se traçar as retas tangentes à curva da função em cada ponto correspondente à elipse de uma bacia hidrográfica e calcular-se o ângulo formado entre elas, o qual é um parâmetro indicador do comportamento da curva entre os pontos e, portanto, um comparativo entre eles dentro da função. A Figura 4 existe para ilustrar essa condição.

Figura 4 - Retas tangentes à curva secante



Fonte: O autor(2020)

Sendo a reta s tangente à curva no ponto A, e a reta t tangente no ponto B, deseja-se mensurar o ângulo ε , formado entre elas. A priori, sabe-se que é verdadeira a fórmula 26:

$$\varepsilon = \alpha_2 - \alpha_1 \quad (26)$$

Onde ε é o ângulo formado entre duas retas tangentes à curva secante;

α_1 e α_2 são os ângulos de inclinação das retas tangentes, tal que $\alpha_2 > \alpha_1$ (sempre será válida a inequação).

Sendo $\sec'\theta$ a derivada de primeira ordem da função $f(\theta) = \sec'\theta$, é fato a equação 27:

$$\sec'\theta = \sec\theta * \operatorname{tg}\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{(\cos\theta)^2} \quad (27)$$

É verificável a equação 28:

$$(\cos\theta)^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \quad (28)$$

Como a equação fundamental da trigonometria, ou equação 29, propõe que

$$(\operatorname{sen}\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \quad (29)$$

Tem-se como verídica a equação 30:

$$\operatorname{sen}\theta = \sqrt{1 - (\cos\theta)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \quad (30)$$

Logo, a equação 31 é igualmente verificável:

$$\sec'\theta = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}}{\left(\frac{b}{a}\right)^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 * \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \quad (31)$$

Desta forma, sabe-se que é fato a equação 32:

$$\mu = \operatorname{tg}\alpha = \sec'\theta = \left(\frac{\gamma + \rho}{2 * \sqrt{\gamma * \rho}}\right)^2 * \sqrt{1 - \left(\frac{2 * \sqrt{\gamma * \rho}}{\gamma + \rho}\right)^2} \quad (32)$$

Podendo ser $\alpha = \alpha_1$ ou $\alpha = \alpha_2$, e sendo μ o valor da tangente do ângulo α (coeficiente angular da reta tangente à curva no ponto, ou seja, a derivada da função naquele

ponto), e sendo γ' e ρ' os parâmetros para a bacia hidrográfica principal (aquela na qual se encontra o rio de maior volume), a equação 32 se desdobra na equação 33:

$$\mu' = tg\alpha' = sec'\theta = \left(\frac{\gamma'+\rho'}{2*\sqrt{\gamma'*\rho'}}\right)^2 * \sqrt{1 - \left(\frac{2*\sqrt{\gamma'*\rho'}}{\gamma'+\rho'}\right)^2} \quad (33)$$

Podendo ser $\alpha' = \alpha_1$ ou $\alpha' = \alpha_2$, e sendo μ' o valor da tangente do ângulo α' , e ao passo que para a função $sec\theta$ $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, é possível concluir que quanto maior for $tg\alpha$, maior será α , e que, por isso, $tg\alpha_2 > tg\alpha_1$. Assim, se $tg\alpha > tg\alpha'$, $\alpha = \alpha_2$ e $\alpha' = \alpha_1$, e se $tg\alpha' > tg\alpha$, $\alpha = \alpha_1$ e $\alpha' = \alpha_2$, enfatizando-se que $\alpha_2 > \alpha_1$ (sempre). Isso se faz verdade por ser crescente a função tangente, $f(\theta) = tg(\theta)$.

Da trigonometria, sabe-se que parte a equação 34:

$$tg\varepsilon = tg(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{tg\alpha_2 - tg\alpha_1}{1 + tg\alpha_2 * tg\alpha_1} \quad (34)$$

Assim sendo, aborda-se a equação 35:

$$\varepsilon = Arctg\left(\frac{\mu_c - \mu_d}{1 + \mu_c * \mu_d}\right) \quad (35)$$

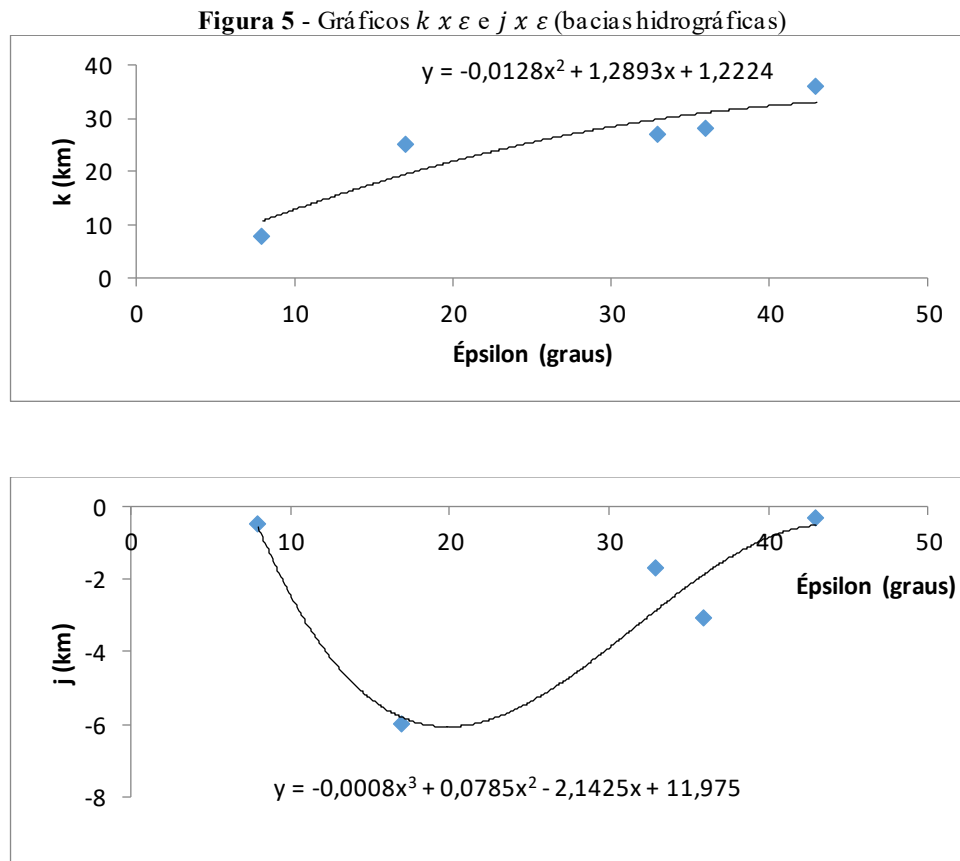
Tal que μ_c é o maior valor entre μ e μ' , e que μ_d é o menor entre eles. Assim sendo, (35) é a terceira equação principal do método, na qual ε permite comparar em termos de formato a bacia principal com as demais.

Para as equações principais, adotar-se-á que k e j terão km como sua unidade, enquanto que ε será considerado em graus.

A partir de então, a dependência entre os indicadores de formato da bacia (k e j) e o comparativo ε entre a bacia principal e cada uma das outras analisadas será avaliada gráfica e algebricamente. Para tanto, dois gráficos de dispersão serão construídos. Sendo que ambos possuirão os dados de ε no eixo x, o primeiro deles terá os valores de k no eixo y, enquanto que o segundo terá os dados de j neste mesmo eixo. Eles serão plotados em formato de dispersão, e sua linha de tendência será traçada de modo a possuir a lei de formação mais conveniente, ou seja, aquela que mais aproxima a curva resultante dos pontos dispersos.

A Figura 5, com proposta exclusivamente ilustrativa, traz exemplos destes gráficos, abordando valores meramente demonstrativos e que não correspondem a nenhum conjunto real de bacias hidrográficas. As linhas de tendência foram obtidas no Excel, fazendo-se uso da ferramenta do referido *software* destinada à obtenção de funções de aproximação e

considerando-se as opções de função que melhor se encaixavam visualmente aos conjuntos de pontos dispersos (uma vez que a figura é de caráter meramente ilustrativo). Adiante neste trabalho, um método para a comparação entre opções de linha de tendência será apresentado.

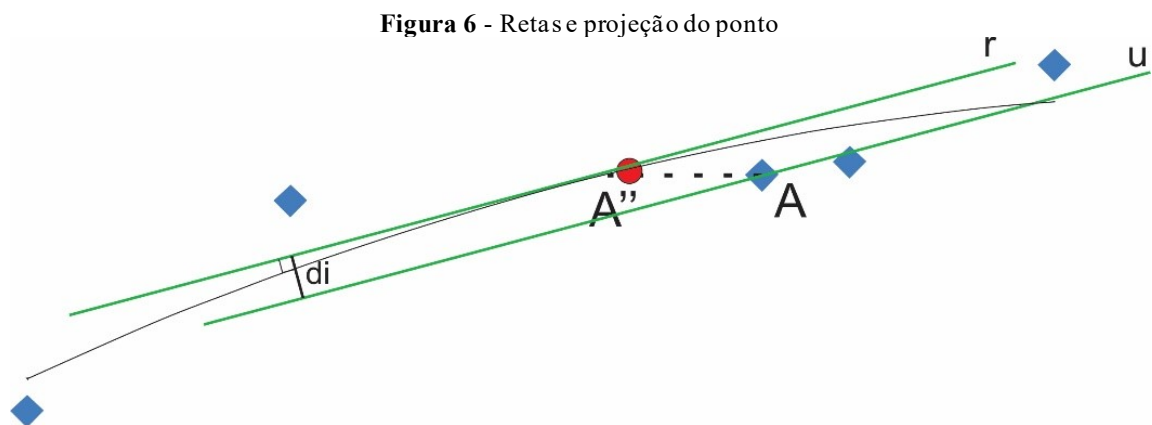


Fonte: O autor (2020)

Quanto às linhas de tendência, é preciso recordar que, para um conjunto de n pontos, sempre haverá um polinômio $n + 1$ capaz de descrever algebricamente uma curva a qual passa perfeitamente por todos os n pontos do conjunto, fato que a priori eliminaria a necessidade do uso de linhas de tendência. Contudo, é também necessária a compreensão de que, na Engenharia Civil, as ferramentas computacionais mais comumente utilizadas possuem limitações relativas à ordem das funções de aproximação e ao tipo destas, fazendo com que a demanda por linhas de tendência não seja superada tão facilmente. A título de exemplo, pode-se citar o ensaio geotécnico de compactação, tratado na sessão 3.3.4. deste trabalho, pois dele podem ser extraídos conjuntos vastos de pontos (umidade x massa específica seca), de modo que ferramentas como o Excel encontrem a impossibilidade de estabelecer funções (inclusive polinômios) de ordem suficiente para que todos os pontos sejam perfeitamente englobados pela curva determinada. Sendo assim, permanece a necessidade de se utilizarem linhas de tendência e de se obterem meios para que esta utilização evolua em termos de precisão.

O procedimento a seguir será aplicado para todos os pontos de ambos os gráficos quando da aplicação prática do método. Contudo, para a dedução das últimas fórmulas necessárias, basta que um ponto sirva como exemplo, tal qual na Figura 6 após a descrição do processo de análise gráfica.

O ponto será horizontalmente projetado sobre a linha de tendência, de modo a atingir a região mais próxima desta e a manter sua imagem no eixo y . Então, um outro ponto será criado sobre a curva e a partir da projeção feita, para que seja determinada a reta tangente à curva neste dado ponto. Em seguida, uma reta paralela à referida é traçada de modo a passar pelo ponto original a partir do qual se fez a projeção, e a distância entre as duas retas é calculada. Como já dito, estes passos devem ser repetidos para todos os pontos.



Fonte: O autor (2020)

O ponto A faz parte do gráfico $k \times \varepsilon$ apresentado Figura 5. A'' é sua projeção horizontal sobre a linha de tendência expressa como um polinômio do 2º grau. r é a reta tangente ao ponto A'' e u é a reta paralela a r e passante pelo ponto A . Em um passo inicial, deve-se caracterizar r :

Seja $f(x)$ a função correspondente à lei de formação da linha de tendência e obtida com o uso de ferramentas computacionais de modo que seja a função que melhor se aproxima dos pontos dispersos. Sendo conhecidas as coordenadas do ponto A (a elipse que aproxima uma bacia hidrográfica) e sendo elas $A(\varepsilon; k)$, descobre-se que A'' possui o mesmo valor de k , enquanto que seu valor de ε é aquele cuja aplicação na equação da curva resulte em uma imagem igual a k . Logo, se for o ponto $A''(\varepsilon''; k)$, deve-se concluir a equação 36:

$$f(\varepsilon'') = k \quad (36)$$

Onde $f(x)$ é a lei de formação da linha de tendência;

ε'' é a coordenada x do ponto A''.

Isto é, k é a própria imagem de ε'' . Assim, para encontrar-se ε'' , basta isolar a variável x na equação da linha de tendência, colocando-se $y = k$. Havendo sido determinado o referido valor, quer-se-á descobrir o coeficiente angular de r , o qual será dado através da equação 37:

$$m = f'(\varepsilon'') \quad (37)$$

Onde m é o coeficiente angular da reta tangente à linha de tendência;

$f'(x)$ é a derivada de primeira ordem de $f(x)$.

Significando que o coeficiente angular (m) de r é obtido através da substituição de ε'' na variável x na derivada de primeira ordem de $f(x)$ ($f'(x)$). Como é sabido que r passa pelo ponto A'', é possível conhecer seu coeficiente linear, já que se tem a equação 38:

$$k = m * \varepsilon'' + n \quad (38)$$

Onde n é o coeficiente linear da reta tangente à linha de tendência.

Portanto, valida-se a equação 39:

$$n = k - m * \varepsilon'' \quad (39)$$

E, aplicando-se a equação 37 na equação 39, chega-se à equação 40:

$$y = f'(\varepsilon'') * x + (k - f'(\varepsilon'') * \varepsilon'') \quad (40)$$

É a equação de r no formato $y = m * x + n$.

Para a reta u , vê-se que a equação 37 também é válida, pois as retas são paralelas e seus coeficientes angulares são iguais. Sendo novamente $y = k$ no ponto A, pelo qual passa u , é correto dizer que é fato aquilo que traduz a equação 41:

$$y = f'(\varepsilon'') * x + (k - f'(\varepsilon'') * \varepsilon'') \quad (41)$$

É a equação de u no formato $y = m * x + n$.

Para descobrir-se a distância d entre elas, basta considerar a fórmula geométrica 42 abaixo:

$$d = \frac{|C-D|}{\sqrt{A^2+B^2}} \quad (42)$$

Onde d é a distância entre duas retas paralelas;

A , B , C e D são os parâmetros para duas equações de reta no formato $A * x + B * y = C$ e $A * x + B * y = D$.

Deste modo, têm-se as equações 43 e 44 a seguir:

$$r: f'(\varepsilon'') * x - y = f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - k \quad (43)$$

$$\text{Sendo } A = f'(\varepsilon''); B = -1; C = f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - k$$

$$u: f'(\varepsilon'') * x - y = f'(\varepsilon'') * \varepsilon - k \quad (44)$$

$$\text{Sendo } A = f'(\varepsilon''); B = -1; D = f'(\varepsilon'') * \varepsilon - k$$

Então, é possível concluir-se a equação 45:

$$d_i = \frac{\mu_l - \mu_m}{\sqrt{(f'(\varepsilon''))^2 + 1}} \quad (45)$$

Onde d_i é a distância gráfica observada para cada bacia.

Tal que μ_l é o maior valor entre $f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - k$ e $f'(\varepsilon'') * \varepsilon - k$, e que μ_m é o menor entre eles.

De modo análogo isso será feito para j , tal que μ_l é o maior valor entre $f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - j$ e $f'(\varepsilon'') * \varepsilon - j$, e que μ_m é o menor entre eles.

Feito isso, a média aritmética das distâncias irá ser calculada através da equação 46:

$$\bar{d}_i = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N} \quad (46)$$

Onde $\bar{d}_i$ é a média das distâncias;

N é o número de bacias analisadas.

Finalmente, d_i e $\bar{d}_i$ poderão ser comparadas, de forma que

- $d_i < \bar{d}_i$: bacia dentro da média;
- $d_i > \bar{d}_i$: bacia fora da média;
- $d_i = \bar{d}_i$: bacia na média.

Esta conclusão é válida seja quanto a $k \propto \varepsilon$ ou quanto a $j \propto \varepsilon$.

Algumas observações práticas sobre este roteiro são: para a bacia principal, $\varepsilon = 0$ (sempre), uma vez que comparar-se-á o ponto correspondente consigo próprio; não se devem avaliar menos de três bacias, pois o método perderá seu efeito, já que a linha de tendência seria uma reta passante exatamente pelo único ponto ou pelos dois pontos em dispersão, de modo que as distâncias medidas entre as duas retas paralelas nos gráficos seriam nulas. A

aplicação prática deste método será apresentada na sessão 3.3. deste trabalho, e os resultados da aplicação do roteiro serão vistos no item 4.1..

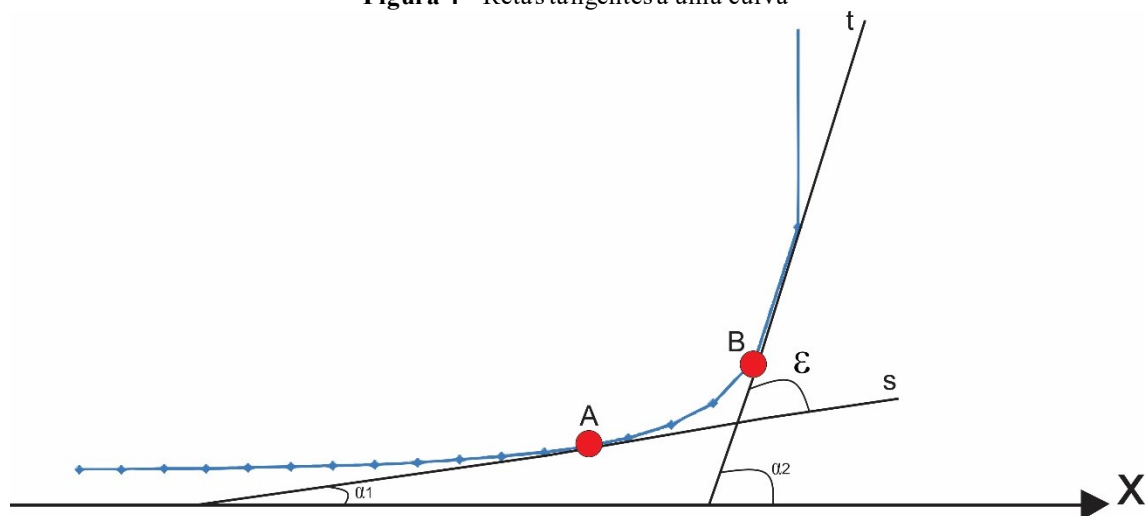
3.2.2. Resistência dos Materiais

O mesmo roteiro da subdivisão “Hidrologia Aplicada” será aplicado ao caso das elipses centrais de inércia, com a diferença de que não se terão aproximações através de elipses, e sim as elipses centrais de inércia dos elementos estruturais. Esta utilização é evidenciada no item 3.3. deste trabalho.

3.2.3. Engenharia de Transportes

Se existir uma curva que relacione custos, demanda e/ou produção, e se se obtiver a sua equação, poder-se-á avaliar a diferença entre os ângulos de inclinação das retas tangentes à curva em diferentes pontos, conforme a Figura 4, retomada.

Figura 4 - Retas tangentes a uma curva



Fonte: O autor (2020)

Para se descobrir o valor do ângulo ϵ , a diferença angular, é necessário obter-se a derivada de primeira ordem da função da curva, e nela aplicarem-se os valores correspondentes às coordenadas x dos pontos que se desejarem analisar. Assim, obter-se-ão os coeficientes angulares das retas tangentes à curva nos referidos pontos.

Aplicando-se a função arco tangente, descobrir-se-ão os ângulos de inclinação das retas com relação ao eixo x , tornando assim possível definir qual será o maior deles entre o ângulo da reta tangente à curva no primeiro ponto e daquelas tangentes nos demais pontos. Ao se subtraírem os ângulos menores dos maiores, mensurar-se-ão as diferenças angulares, das

quais deverá ser calculada a média aritmética. Ao se compararem as diferenças angulares à média calculada, saber-se-á se as ditas medidas são acima (fora) da média, abaixo (dentro) da média ou iguais à média (na média).

Os dados de x são aplicados na derivada de primeira ordem da função, obtendo-se os valores m_i , conforme a equação 47 abaixo:

$$m_i = \frac{df(x_i)}{dx_i} \quad (47)$$

Onde m_i é o coeficiente angular da reta tangente à curva.

A notação adotada para o coeficiente angular está apresentada de modo distinto nesta sessão, pois sua utilização é diferente daquela já trabalhada anteriormente.

Os ângulos de inclinação das retas são descobertos por meio da equação 48:

$$\alpha_i = \arctg(m_i) \quad (48)$$

Onde α_i é o ângulo de inclinação da reta tangente à curva.

É determinado qual dos ângulos entre α_1 (da reta tangente à curva no primeiro ponto) e α_n (da reta tangente à curva em qualquer outro ponto) é o maior. Então, subtrai-se-lhe o menor ao maior ângulo, como descrito nas equações 49 e 50 adiante:

$$\varepsilon = \alpha_n - \alpha_1 \quad (49)$$

$$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_n \quad (50)$$

Onde ε é a diferença entre os ângulos de inclinação das retas tangentes à curva;

α_1 é o ângulo de inclinação da reta tangente à curva no primeiro ponto;

α_n é o ângulo de inclinação da reta tangente a curva em outro ponto qualquer.

A equação 49 é utilizada se $\alpha_1 < \alpha_n$, enquanto que a fórmula 50 o é quando $\alpha_n < \alpha_1$.

Evidentemente, para o primeiro ponto, $\varepsilon = 0$, pois $\alpha_1 = \alpha_n$.

A média das diferenças é calculada pela equação 51:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^N \varepsilon_i}{N_d} \quad (51)$$

Onde $\bar{\varepsilon}$ é a diferença angular média;

ε_i é cada diferença angular calculada;

N_d é o número de diferenças angulares calculadas (igual ao número de pontos analisados da curva).

As diferenças angulares são comparadas à diferença média.

Se $\varepsilon < \bar{\varepsilon}$, o ponto estará dentro da média,

se $\bar{\varepsilon} < \varepsilon$, o ponto estará fora da média,

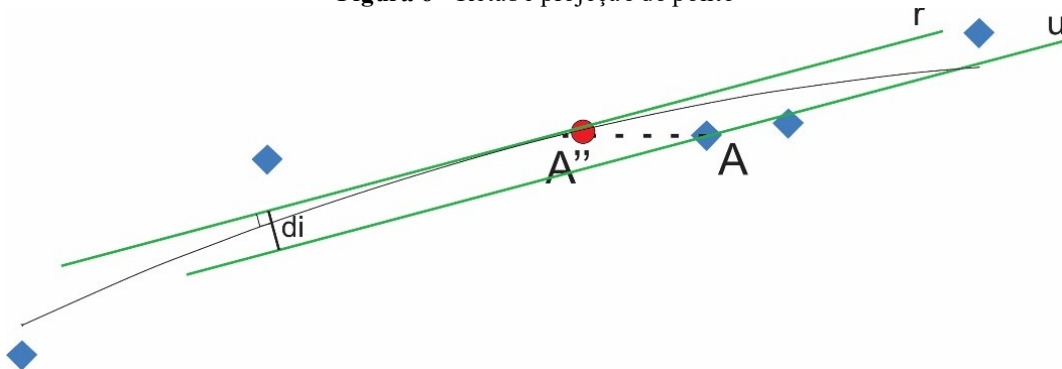
se $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$, o ponto estará na média.

3.2.4. Análise de resultados de ensaios laboratoriais para Geotecnia

O procedimento a seguir será aplicado para todos os pontos do gráfico quando da aplicação prática do método. Contudo, para a dedução das últimas fórmulas necessárias, basta que um ponto sirva como exemplo, tal qual na Figura 6, retomada.

O ponto será horizontalmente projetado sobre a linha de tendência, de modo a atingir a região mais próxima desta e a manter sua imagem no eixo y . Então, um outro ponto será criado sobre a curva e a partir da projeção feita, para que seja determinada a reta tangente à curva neste dado ponto. Em seguida, uma reta paralela à referida é traçada de modo a passar pelo ponto original a partir do qual se fez a projeção, e a distância entre as duas retas é calculada. Como já dito, estes passos devem ser repetidos para todos os pontos.

Figura 6 - Retas e projeção do ponto



Fonte: O autor (2020)

O ponto A faz parte do gráfico $Y \times X$ apresentado na Figura 6, retomada. A'' é sua projeção sobre a linha de tendência. r é a reta tangente ao ponto A'' e u é a reta paralela a r e passante pelo ponto A. O roteiro de projeção aqui estabelecido é de muita semelhança com aquele abordado na sessão Hidrologia Aplicada do trabalho.

Seja $f(x)$ a função correspondente à lei de formação da linha de tendência. Sendo conhecidas as coordenadas do ponto A e sendo elas A (X_a ; Y_a), descobre-se que A'' possui o mesmo valor de Y, enquanto que seu valor de X é aquele cuja aplicação na equação da curva resulte em uma imagem igual a Y_a . Logo, se for o ponto A'' (X_a'' ; Y_a), deve-se concluir a equação 52:

$$f(X_a'') = Y_a \quad (52)$$

Onde $f(x)$ é a lei de formação da linha de tendência;

X_a'' é a coordenada x do ponto A'';

X_a'' é a coordenada y do ponto A'' e imagem de X_a'' .

Isto é, Y_a é a própria imagem de X_a'' . Assim, para encontrar-se X_a'' , basta isolar a variável x na equação da linha de tendência, colocando-se $y = Y_a$. Havendo sido determinado o referido valor, quer-se-á descobrir o coeficiente angular de r , o qual será dado pela equação 53:

$$m = f'(X_a'') \quad (53)$$

Onde m é o coeficiente angular da reta tangente à linha de tendência;

$f'(x)$ é a derivada de primeira ordem de $f(x)$;

X_a'' é a coordenada x do ponto A''.

Significando que o coeficiente angular (m) de r é obtido através da substituição de X_a'' na variável x na derivada de primeira ordem de $f(x)$ ($f'(x)$). Como é sabido que r passa pelo ponto A'', é possível conhecer seu coeficiente linear, já que é verdadeira a equação 54:

$$Y_a = m * X_a'' + n \quad (54)$$

Onde n é o coeficiente linear da reta tangente à linha de tendência.

Portanto, faz-se real a equação 55:

$$n = Y_a - m * X_a'' \quad (55)$$

Assim sendo, verifica-se a equação 56:

$$y = f'(X_a'') * x + (Y_a - f'(X_a'') * X_a'') \quad (56)$$

É a equação de r no formato $y = mx + n$.

Para a reta u , vê-se que a equação 53 também é válida, pois as retas são paralelas e seus coeficientes angulares são iguais. Sendo novamente $y = Y_a$ no ponto A, pelo qual passa u , é correto dizer que é verdadeira a equação 57:

$$y = f'(X_a'') * x + (Y_a - f'(X_a'') * X_a'') \quad (57)$$

É a equação de u no formato $y = mx + n$.

Para descobrir-se a distância d_i entre elas, deve-se retomar a fórmula 42, citada na sessão Hidrologia Aplicada:

$$d = \frac{|C-D|}{\sqrt{A^2+B^2}} \quad (42)$$

Deste modo, validam-se as equações 58 e 59:

$$r: f'(X_a'') * x - y = f'(X_a'') * X_a'' - Y_a \quad (58)$$

Sendo $A = f'(X_a'')$; $B = -1$; $C = f'(X_a'') * X_a'' - Y_a$.

$$u: f'(X_a'') * x - y = f'(X_a'') * X_a - Y_a \quad (59)$$

Sendo $A = f'(X_a'')$; $B = -1$; $D = f'(X_a'') * X_a - Y_a$.

De modo análogo ao da sessão anterior referida, têm-se a equação 45, tal que μ_l e μ_m sejam calculados com os mesmos valores de coordenadas

$$d_i = \frac{\mu_l - \mu_m}{\sqrt{(f'(X_a''))^2 + 1}} \quad (45)$$

Tal que μ_l é o maior valor entre $f'(X_a'') * X_a'' - Y_a$ e $f'(X_a'') * X_a - Y_a$, e que μ_m é o menor entre eles.

Feito isso, a média aritmética das distâncias irá ser calculada, novamente através da equação 46:

$$\bar{d}_l = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N} \quad (46)$$

Que seja notado que, até este ponto, o desenvolvimento matemático promovido é consideravelmente similar àquele verificado para as projeções na sessão referente à Hidrologia Aplicada. Entretanto, será tratada nesta sessão, a partir deste parágrafo, uma nova sequência de fórmulas para a caracterização de um ponto frente a uma linha de tendência.

O fator de comparação τ é então estabelecido e comparado à razão calculada para cada ponto e representada pela equação 60:

$$q = \frac{d_i}{\bar{d}_l} \quad (60)$$

Onde q é a razão ou o fator calculado para cada um dos pontos.

$\tau > 1$ representa o valor limite que se deseja que a razão q assuma (fator relativo ao ponto mais distante da linha de tendência), conforme a equação 61:

$$\tau = 1 + \frac{p\%}{100} \quad (61)$$

Onde τ é o fator fixado;

$p\%$ é a porcentagem máxima desejada para que a distância d_i do ponto mais distante da linha de tendência supere a distância média $\bar{d}_l$.

A análise final comparativa é, por sua vez, conclusiva da seguinte maneira: não há necessidade de se verificar o ponto quando $q \leq \tau$; deve-se verificar o ponto quando $q \geq \tau$.

A porcentagem atingida em um conjunto de dados é obtida através da fórmula 62:

$$p_{at}\% = (q_{m\acute{a}x} - 1) * 100 \quad (62)$$

Onde $p_{at}\%$ é a porcentagem atingida;

$q_{m\acute{a}x}$ é o maior valor calculado de q .

O(s) ponto(s) verificados poderão ser refeitos se o autor do ensaio assim o julgar necessário. Se isto ocorrer, o(s) ponto(s) verificados deverão ser excluídos e os novos pontos inseridos para a solicitação de uma nova linha de tendência. Pode-se repetir o processo até que a precisão desejada seja atingida e, mesmo que não se a consiga, melhoramentos serão feitos no(s) ponto(s) mais crítico(s), permitindo ainda a obtenção da porcentagem atingida. Além disso, poder-se-ão comparar vários ensaios executados sob a observância das mesmas exigências normativas, pois, quanto menor for a distância média calculada, melhor será a qualidade do ensaio.

3.2.5. Problema estrutural tratante da rotação de vigas pré-moldadas de concreto como consequência do içamento

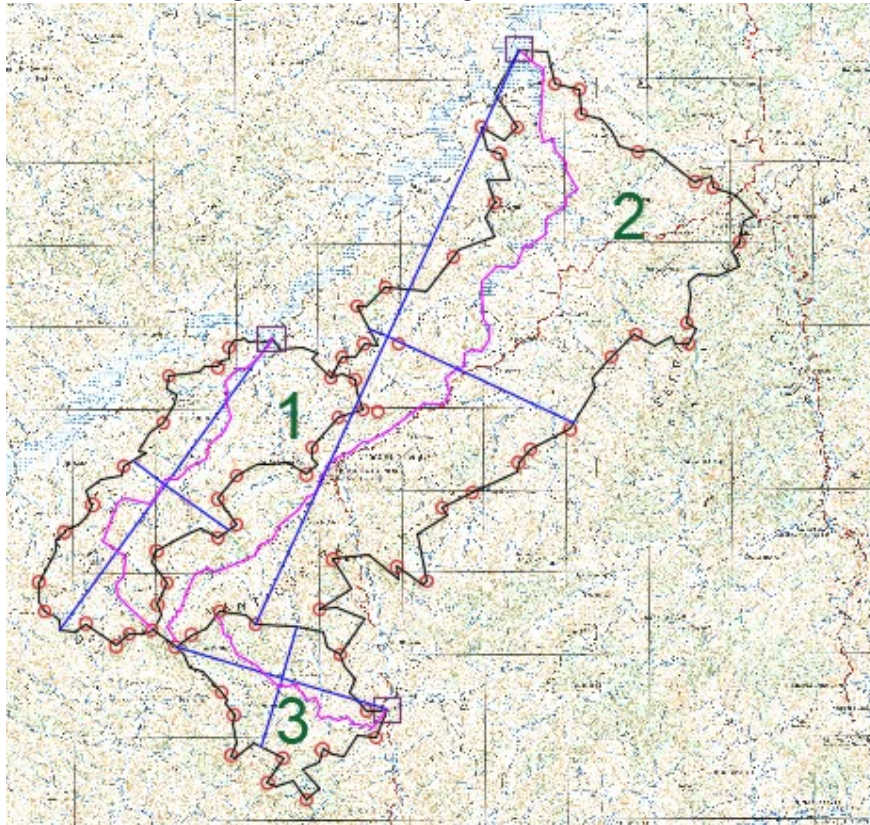
O processo iterativo deduzido na etapa anterior será aplicado ao problema estrutural da rotação das vigas pré-moldadas de concreto em condições de içamento, tal qual constante na seção 3.3..

3.3. Aplicações práticas

Igualmente à sessão anterior, as aplicações práticas também serão divididas de acordo com as áreas da divisão de estudo.

3.3.1. Hidrologia Aplicada

Inicialmente, os parâmetros de entrada foram descobertos após as medições feitas nas três bacias hidrográficas delimitadas e apresentadas na Figura 7.

Figura 7 - Bacias hidrográficas delimitadas

Fonte: O autor(2020)

A Bacia 1 é a bacia hidrográfica do Ribeirão Congonhal; a Bacia 2 é a Bacia hidrográfica do Ribeirão da Piedade; a Bacia 3 é a bacia hidrográfica do Ribeirão da Toca; os retângulos em roxo são os exutórios das bacias; as circunferências em vermelho sinalizam os pontos mais altos (picos nas curvas de nível) constatados sobre as linhas de limites das bacias; as linhas pretas são os limites das bacias; os traçados em rosa destacam o percurso dos três ribeirões dentro de suas bacias; as retas em azul são os eixos utilizados nas medições para os cálculos dos semieixos das elipses de aproximação (as medidas encontradas constam na Tabela 1). Deve-se destacar que as bacias são delimitadas da seguinte maneira: o rio principal é o primeiro dos elementos a ser identificado, tal que seu percurso seja devidamente sinalizado. Então, o ponto em que este rio desemboca em outro corpo de água é definido como o exutório da bacia e adequadamente demarcado. Faz-se em seguida o contorno da bacia, tomando-se o cuidado de que a linha do perímetro incida tão perpendicularmente quanto possível sobre as linhas das curvas de nível, até que todo o contorno seja fechado. Finalmente, marcam-se os pontos mais altos das curvas de nível por onde passa a linha de perímetro.

As medidas foram obtidas da seguinte maneira: a distância entre o exutório e o ponto mais distante dele foi aferida como sendo o maior eixo de cada elipse de aproximação. O parâmetro a , por sua vez, foi calculado como sendo igual à metade da referida distância. Já o parâmetro b foi determinado como a média aritmética entre as distâncias (à direita e à esquerda) do o ponto central do eixo maior às bordas da respectiva bacia, tal que as aferições fossem feitas sobre o eixo perpendicular ao eixo maior. A escala da planta planialtimétrica foi dada por 1:50000, ou seja, cada centímetro na figura equivale a 0,5 quilômetros no terreno real. Assim, as medidas encontradas no AutoCad se encontram já convertidas e anotadas na Tabela 1, dando origem aos resultados dispostos na Tabela 2, isto é, os valores de γ e ρ .

Tabela 1 - Dimensões das bacias hidrográficas

	Eixo maior ($2a$) km	Distância perpendicular maior (km)	Distância perpendicular menor (km)
Bacia 1	87,5658	19,0106	9,7155
Bacia 2	153,9927	50,1284	4,8250
Bacia 3	53,7406	17,5906	12,9690

Fonte: O autor (2020)

Tabela 2 - γ e ρ (km)-bacias hidrográficas

a_1	43,7829
b_1	14,3630
a_2	76,9964
b_2	27,4767
a_3	26,8703
b_3	15,2798
γ_1	85,1429
ρ_1	2,4229
γ_2	148,9232
ρ_2	5,0695
γ_3	48,9732
ρ_3	4,7673

Fonte: O autor (2020)

Os valores calculados de k e j encontram-se anotados na Tabela 3:

Tabela 3 - k e j (km)-bacias hidrográficas

k_1	49,7529
-------	---------

k_2	88,1999
k_3	32,1265
j_1	-5,9700
j_2	-11,2036
j_3	-5,2562

Fonte: O autor(2020)

A Tabela 4 apresenta os valores calculados de μ e μ' :

Tabela 4 - μ e μ' (bacias hidrográficas)	
μ_1	8,7779
μ_2	7,3355
μ_3	2,5438

Fonte: O autor(2020)

A Bacia 2 é aquela com o ribeirão de maior extensão, sendo assim a principal. Logo, $\mu'=7,3355$, podendo ser $\alpha' = \alpha_1$ ou $\alpha' = \alpha_1$, e sendo μ' o valor da tangente do ângulo α' . A partir de então, foram determinados os dados relativos a ε , conforme a Tabela 5:

Tabela 5 - Valores de ε (radianos)-bacias hidrográficas	
μ_1	8,7779
μ'	7,3355
μ_{c1}	8,7779
μ_{d1}	7,3355
ε_1	0,0221
μ_2	7,3355
μ'	7,3355
μ_{c2}	7,3355
μ_{d2}	7,3355
ε_2	6,7572E-07
μ_3	2,5438
μ'	7,3355
μ_{c3}	7,3355
μ_{d3}	2,5438
ε_3	0,2391

Fonte: O autor(2020)

Com base nas tabelas 6 e 7 a seguir, os gráficos $kx\varepsilon$ e $jx\varepsilon$ (figuras 8 e 9) foram plotados com as linhas de tendência e suas equações.

Tabela 6 - Dados do gráfico $kx\varepsilon$ (bacias hidrográficas)

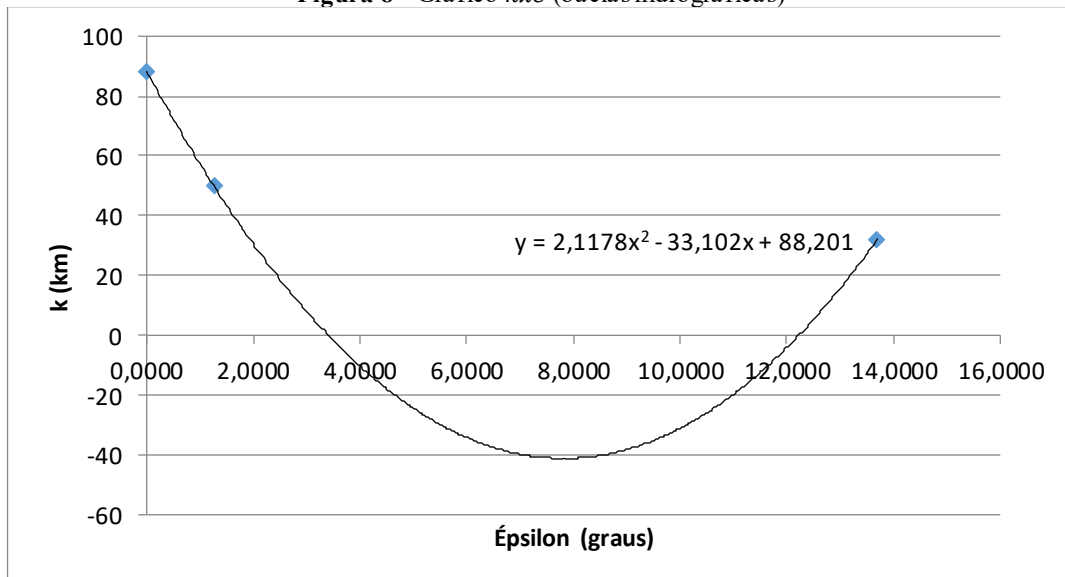
ε (graus)	k (km)
1,2637	49,7529
3,8716E-05	88,1999
13,6973	32,1265

Fonte: O autor(2020)

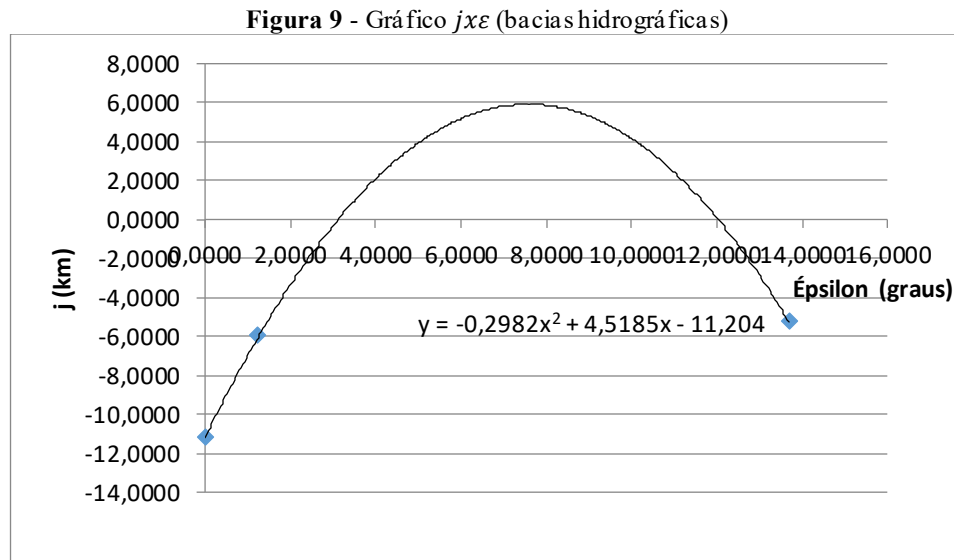
Tabela 7 - Dados do gráfico $jx\varepsilon$ (bacias hidrográficas)

ε (graus)	j (km)
1,2637	-5,9700
3,8716E-05	-11,2036
13,6973	-5,2562

Fonte: O autor(2020)

Figura 8 - Gráfico $kx\varepsilon$ (bacias hidrográficas)

Fonte: O autor(2020)



Fonte: O autor (2020)

Usando-se a função “Atingir meta” do *Excel*, calcularam-se os valores de ε'' para os três valores de k e de j , fazendo-se a imagem de ε'' na equação da linha de tendência igual a k e j correspondentes, conforme as tabelas 8 e 9.

Tabela 8 - Valores de ε'' para k (bacias hidrográficas)

$\varepsilon_k''_1$ (graus)	Equação da linha de tendência
1,2634	49,7593
$\varepsilon_k''_2$ (graus)	Equação da linha de tendência
3,32519E-05	88,1999
$\varepsilon_k''_3$ (graus)	Equação da linha de tendência
13,6973	32,1262

Fonte: O autor (2020)

Tabela 9 - Valores de ε'' para j (bacias hidrográficas)

ε_j'' (graus)	Equação da linha de tendência
1,2640	-5,9692
ε_j'' (graus)	Equação da linha de tendência
0	-11,2040
ε_j'' (graus)	Equação da linha de tendência
13,6963	-5,2563

 Fonte: O autor(2020)

Após isto, obtiveram-se as derivadas de primeira ordem das equações de ambas as linhas de tendência e aplicaram-se em ambas os valores calculados de ε'' , obtendo-se assim os dados de $f'(\varepsilon'')$, de acordo com a Tabela 10, sendo a derivada de 1ª ordem $kx\varepsilon y = 4,2356x - 33,102$ e a derivada de 1ª ordem $jx\varepsilon y = -0,5964x + 4,5185$.

Tabela 10 - Valores de $f'(\varepsilon'')$ para k e para j (bacias hidrográficas)

	k (km)	j (km)
$f'(\varepsilon'')_1$	-27,7507	3,7647
$f'(\varepsilon'')_2$	-33,1019	4,5185
$f'(\varepsilon'')_3$	24,9143	-3,6500

 Fonte: O autor(2020)

Desta forma, os valores de d_i foram determinados a partir da equação abaixo (para k e para j) e conforme as tabelas 11, 12 e 13.

Tabela 11 – $f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - k / f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - j$ e $f'(\varepsilon'') * \varepsilon - k / f'(\varepsilon'') * \varepsilon - j$ para k e para j (km)-bacias hidrográficas

$f'(\varepsilon_k'')_1 * \varepsilon_k''_1 - k_1$	-84,8142
$f'(\varepsilon_k'')_2 * \varepsilon_k''_2 - k_2$	-88,2010
$f'(\varepsilon_k'')_3 * \varepsilon_k''_3 - k_3$	309,1321
$f'(\varepsilon_j'')_1 * \varepsilon_j''_1 - j_1$	10,7285
$f'(\varepsilon_j'')_2 * \varepsilon_j''_2 - j_2$	11,2036

$f'(\varepsilon_j'')_3 * \varepsilon_j''_3 - j_3$	-44,7354
$f'(\varepsilon_k'')_1 * \varepsilon_k''_1 - k_1$	-84,8208
$f'(\varepsilon_k'')_2 * \varepsilon_k''_2 - k_2$	-88,2012
$f'(\varepsilon_k'')_3 * \varepsilon_k''_3 - k_3$	309,1316
$f'(\varepsilon_j'')_1 * \varepsilon_j''_1 - j_1$	10,7274
$f'(\varepsilon_j'')_2 * \varepsilon_j''_2 - j_2$	11,2038
$f'(\varepsilon_j'')_3 * \varepsilon_j''_3 - j_3$	-44,7388

Fonte: O autor(2020)

Tabela 12 - μ_l e μ_m para k e para j (km)-bacias hidrográficas

μ_{lk1}	-84,8142
μ_{lk2}	-88,2010
μ_{lk3}	309,1321
μ_{mk1}	-84,8208
μ_{mk2}	-88,2012
μ_{mk3}	309,1316
μ_{lj1}	10,7285
μ_{lj2}	11,2038
μ_{lj3}	-44,7354
μ_{mj1}	10,7274
μ_{mj2}	11,2036
μ_{mj3}	-44,7388

Fonte: O autor(2020)

Tabela 13 - d_i para k e para j (uc)-bacias hidrográficas

d_{i1k}	0,00023866
d_{i2k}	0,00000546
d_{i3k}	0,00002206
d_{i1j}	0,00027826
d_{i2j}	0,00003780
d_{i3j}	0,00091246

Fonte: O autor(2020)

Finalmente, a análise do conjunto foi feita, conforme o cálculo de $\bar{d}_l$ e as comparações a seguir. Os resultados são constantes na Tabela 14:

Tabela 14 - $\bar{d}_l$ para k e para j (uc)-bacias hidrográficas

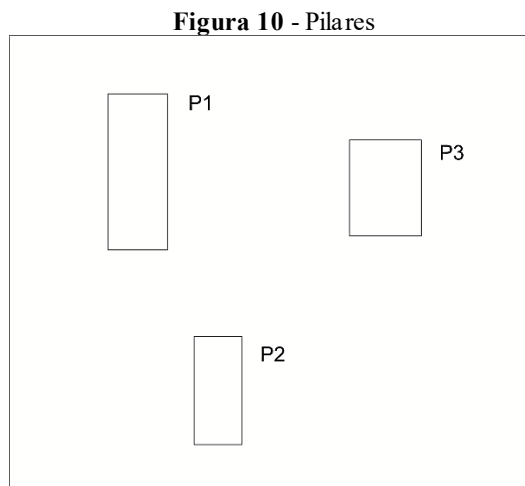
$\bar{d}_{lk}$	0,00008873
----------------	------------

$\overline{d_{ij}}$	0,00040951
---------------------	------------

Fonte: Autor (2020)

3.3.2. Resistência dos Materiais

Inicialmente, os parâmetros de entrada foram descobertos após as medições feitas nos três pilares apresentados na Figura 10.



Fonte: O autor (2020)

As medidas das elipses centrais de inércia foram obtidas da seguinte maneira:
Sabendo-se que o raio de giração é dado pela equação 63:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (63)$$

Onde i é o raio de giração;

I é a inércia do eixo;

A é a área da seção transversal da peça.

E que em seções transversais retangulares I é dada pela equação 64:

$$I = \frac{b * h^3}{12} \quad (64)$$

Onde b é a dimensão paralela ao eixo;

h é a dimensão perpendicular ao eixo.

E que a área é dada pela fórmula 65:

$$A = b * h \quad (65)$$

Onde A é a área.

Então, para as seções retangulares, conclui-se que vale a equação 66:

$$i = \sqrt{\frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{b \cdot h}} = \frac{h}{\sqrt{12}} \cong \frac{h}{3,46} \quad (66)$$

E, de modo análogo para b , tem-se a equação 67:

$$i \cong \frac{b}{3,46} \quad (67)$$

Deste modo, o maior raio de giração foi igualado ao semieixo maior da elipse (a), enquanto o menor foi igualado ao menor semieixo (b). Dadas as medidas, elas foram empregadas no cálculo dos parâmetros γ e ρ após terem sido determinados a e b , conforme as tabelas 15 e 16 a seguir.

Tabela 15 - Dimensões dos pilares		
	Maior dimensão	Menor dimensão
	(cm)	(cm)
P1	65	25
P2	45	20
P3	40	30

Fonte: O autor(2020)

Tabela 16 - γ e ρ (cm)-pilares	
a_1	18,7861
b_1	7,2254
a_2	13,0058
b_2	5,7803
a_3	11,5607
b_3	8,6705
γ_1	36,1272
ρ_1	1,4451
γ_2	24,6564
ρ_2	1,3551
γ_3	19,2074
ρ_3	3,9140

Fonte: O autor(2020)

Os parâmetros k e j foram então calculados e expressos na Tabela 17 adiante:

Tabela 17 - k e j (cm)-pilares

k_1	21,6763
k_2	15,2184
k_3	13,9389
j_1	-2,8902
j_2	-2,2126
j_3	-2,3783

Fonte: O autor(2020)

Após isso, os valores de μ e de μ' (da bacia principal) foram determinados na Tabela 18:

Tabela 18 - μ e μ' (pilares)

μ_1	6,2400
μ_2	4,5350
μ_3	1,1759

Fonte: O autor(2020)

Como suposição, foi considerado que o pilar P2 era aquele submetido aos maiores esforços. Logo, $\mu'=4,5350$, podendo ser $\alpha' = \alpha_1$ ou $\alpha' = \alpha_2$, e sendo μ' o valor da tangente do ângulo α' . Assim, foram determinados os dados relativos a ε , conforme a Tabela 19:

Tabela 19 - Valores de ε (radianos)-pilares

μ_1	6,2400
μ'	4,5350
μ_{c1}	6,2400
μ_{d1}	4,5350
ε_1	0,0581
μ_2	4,5350
μ'	4,5350
μ_{c2}	4,5350
μ_{d2}	4,5350
ε_2	9,2660E-07
μ_3	1,1759
μ'	4,5350
μ_{c3}	4,5350
μ_{d3}	1,1759
ε_3	0,4877

Fonte: O autor(2020)

Com base nas tabelas 20 e 21 a seguir, os gráficos $kx\varepsilon$ e $jx\varepsilon$ (figuras 11 e 12) foram plotados com as linhas de tendência e suas equações.

Tabela 20 - Dados do gráfico $kx\varepsilon$ (pilares)

ε (graus)	k (cm)
3,3305	21,6763
5,3090E-05	15,2184
27,9434	13,9389

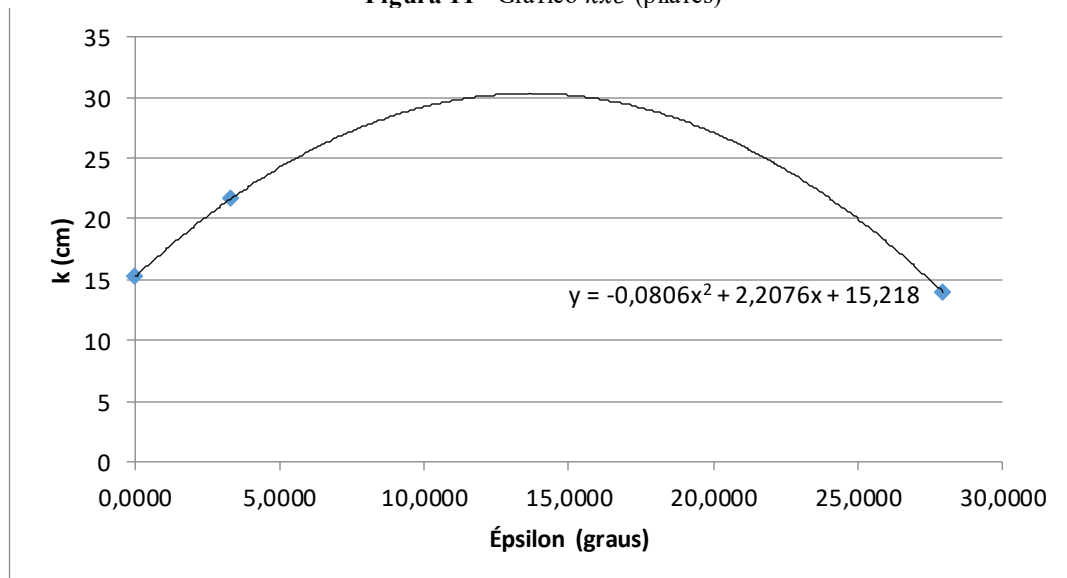
Fonte: O autor (2020)

Tabela 21 - Dados do gráfico $jx\varepsilon$ (pilares)

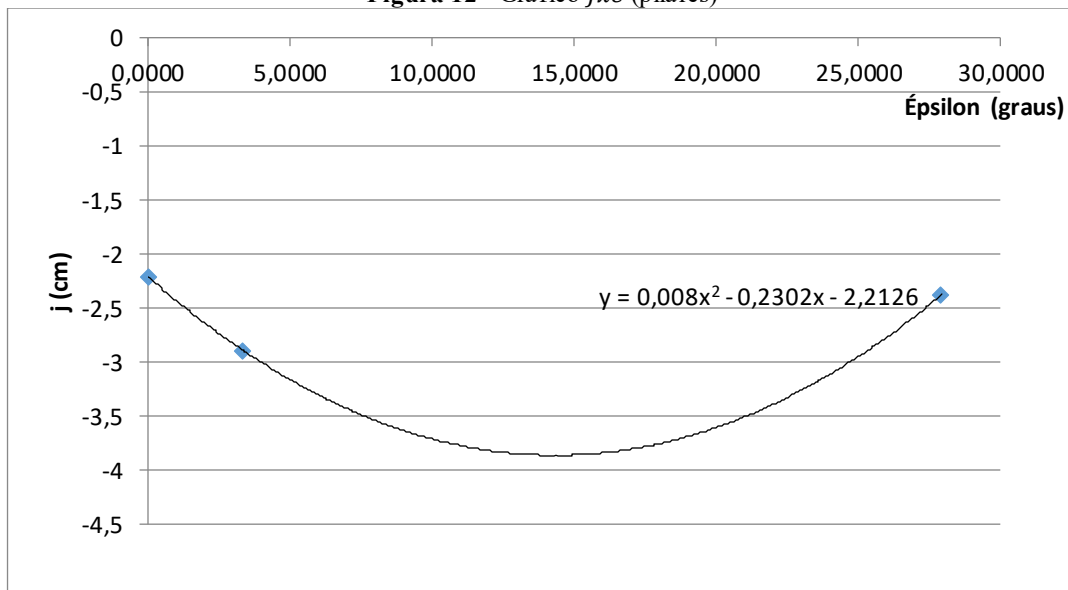
ε (graus)	j (cm)
3,3305	-2,8902
5,3090E-05	-2,2126
27,9434	-2,3783

Fonte: O autor (2020)

Figura 11 - Gráfico $kx\varepsilon$ (pilares)



Fonte: O autor (2020)

Figura 12 - Gráfico $j \times \varepsilon$ (pilares)

Fonte: O autor(2020)

Usando-se a função “Atingir meta” do *Excel*, calcularam-se os valores de ε'' para os três valores de k e de j , fazendo-se a imagem de ε'' na equação da linha de tendência igual a k e j correspondentes, conforme as tabelas 22 e 23.

Tabela 22 - Valores de ε'' para k (pilares)

$\varepsilon_k''1$ (graus)	Equação da linha de tendência
3,3303	21,6760
$\varepsilon_k''2$ (graus)	Equação da linha de tendência
0	15,2180
$\varepsilon_k''3$ (graus)	Equação da linha de tendência
27,9572	13,9389

Fonte: O autor(2020)

Tabela 23 - Valores de ε'' para j (pilares)

$\varepsilon_j''1$ (graus)	Equação da linha de tendência
3,3284	-2,8902
$\varepsilon_j''2$ (graus)	Equação da linha de tendência
0	-2,2126
$\varepsilon_j''3$ (graus)	Equação da linha de tendência
28,0362	-2,3783

 Fonte: O autor(2020)

Após isto, obtiveram-se as derivadas de primeira ordem das equações de ambas as linhas de tendência e aplicaram-se em ambas os valores calculados de ε'' , obtendo-se assim os dados de $f'(\varepsilon'')$, de acordo com a Tabela 24, tal que a derivada de 1ª ordem $kx\varepsilon$ seja $y = -0,1612x + 2,2076$, e que a derivada de 1ª ordem $jx\varepsilon$ seja $y = 0,016x - 0,2302$.

Tabela 24 - Valores de $f'(\varepsilon'')$ para k e para j (pilares)

	k (cm)	j (cm)
$f'(\varepsilon'')_1$	1,6708	-0,1769
$f'(\varepsilon'')_2$	2,2076	-0,2302
$f'(\varepsilon'')_3$	-2,2991	0,2184

 Fonte: O autor(2020)

Desta forma, os valores de di foram determinados a partir da equação abaixo (para k e para j) e conforme as tabelas 25, 26 e 27.

Tabela 25 - $f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - k / f'(\varepsilon'') * \varepsilon'' - j$ e $f'(\varepsilon'') * \varepsilon - k / f'(\varepsilon'') * \varepsilon - j$ para k e para j (cm)-pilares

$f'(\varepsilon_k'')_1 * \varepsilon_k''_1 - k_1$	-16,1122
$f'(\varepsilon_k'')_2 * \varepsilon_k''_2 - k_2$	-15,2184
$f'(\varepsilon_k'')_3 * \varepsilon_k''_3 - k_3$	-78,2154
$f'(\varepsilon_j'')_1 * \varepsilon_j''_1 - j_1$	2,3012
$f'(\varepsilon_j'')_2 * \varepsilon_j''_2 - j_2$	2,2126

$f'(\varepsilon_j'')_3 * \varepsilon_j''_3 - j_3$	8,5008
$f'(\varepsilon_k'')_1 * \varepsilon_k''_1 - k_1$	-16,1118
$f'(\varepsilon_k'')_2 * \varepsilon_k''_2 - k_2$	-15,2183
$f'(\varepsilon_k'')_3 * \varepsilon_k''_3 - k_3$	-78,1836
$f'(\varepsilon_j'')_1 * \varepsilon_j''_1 - j_1$	2,3009
$f'(\varepsilon_j'')_2 * \varepsilon_j''_2 - j_2$	2,2126
$f'(\varepsilon_j'')_3 * \varepsilon_j''_3 - j_3$	8,4805

Fonte: O autor(2020)

Tabela 26 - μ_l e μ_m para k e para j (cm)-pilares

μ_{lk1}	-16,1118
μ_{lk2}	-15,2183
μ_{lk3}	-78,1836
μ_{mk1}	-16,1122
μ_{mk2}	-15,2184
μ_{mk3}	-78,2154
μ_{lj1}	2,3012
μ_{lj2}	2,2126
μ_{lj3}	8,5008
μ_{mj1}	2,3009
μ_{mj2}	2,2126
μ_{mj3}	8,4805

Fonte: O autor(2020)

Tabela 27 - d_i para k e para j (uc)-pilares

d_{i1k}	0,00022630
d_{i2k}	0,00004836
d_{i3k}	0,01269844
d_{i1j}	0,00037160
d_{i2j}	0,00001191
d_{i3j}	0,01980962

Fonte: O autor(2020)

Finalmente, a análise do conjunto foi feita, conforme o cálculo de $\bar{d}_i$ e as comparações a seguir. Os resultados são constantes na Tabela 28.

Tabela 28 - $\bar{d}_i$ para k e para j (uc)-pilares

$\bar{d}_{ik}$	0,00432437
$\bar{d}_{ij}$	0,00673104

Fonte: O autor (2020)

3.3.3. Engenharia de Transportes

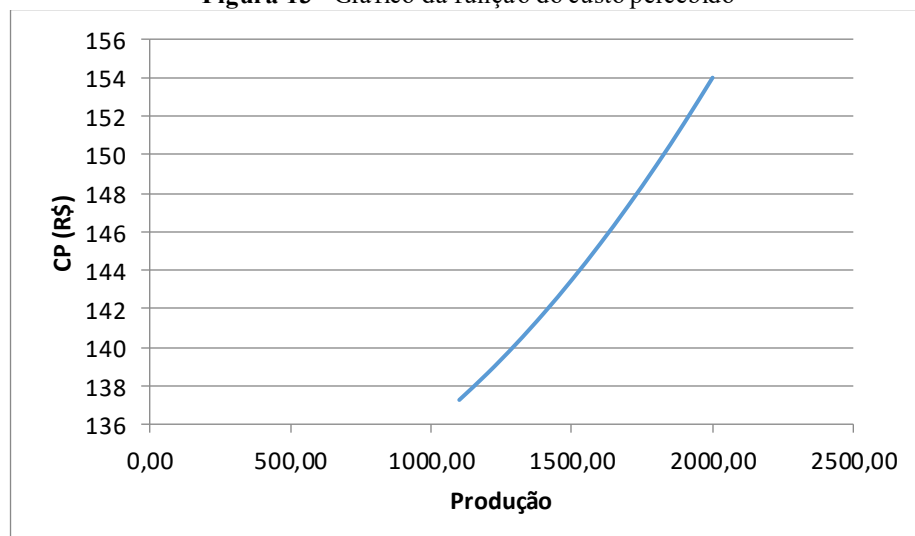
Seja esta função abaixo a função do custo percebido dependente da produção: $CP = 130 + 0,000006 * q^2$. Assim sendo, a sua derivada de primeira ordem é: $\frac{dCP(q)}{dq} = 0,000012 * q$.

Os pontos analisados da função encontram-se listados na Tabela 29 e na Figura 13.

Tabela 29 - Pontos analisados da função do custo percebido

q (unit)	CP (R\$)
1100,00	137,26
1200,00	138,64
1300,00	140,14
1400,00	141,76
1500,00	143,50
1600,00	145,36
1700,00	147,34
1800,00	149,44
1900,00	151,66
2000,00	154,00

Fonte: O autor (2020)

Figura 13 - Gráfico da função do custo percebido

Fonte: O autor (2020)

Os dados de x são aplicados na derivada de primeira ordem da função, obtendo-se os valores m_i , como na Tabela 30.

Tabela 30 - Valores de m_i para a função

q (unitário)	$dCP(q)/q$ (m_i)
1100,00	0,0132
1200,00	0,0144
1300,00	0,0156
1400,00	0,0168
1500,00	0,0180
1600,00	0,0192
1700,00	0,0204
1800,00	0,0216
1900,00	0,0228
2000,00	0,0240

Fonte: O autor(2020)

Os ângulos de inclinação das retas constam na Tabela 31 a seguir.

Tabela 31 - Ângulos de inclinação das retas tangentes à curva

q (unitário)	ângulos (graus)
1100,00	0,7562603680
1200,00	0,8250022040
1300,00	0,8937416648
1400,00	0,9624785527
1500,00	1,0312126699
1600,00	1,0999438188
1700,00	1,1686718019
1800,00	1,2373964215
1900,00	1,3061174802
2000,00	1,3748347806

Fonte: O autor(2020)

Deste modo, $\alpha_1=0,7562603680$, ou seja, o valor obtido para o primeiro dado de q .

É determinado qual dos ângulos entre α_1 (da reta tangente à curva no primeiro ponto) e α_n (da reta tangente à curva em qualquer outro ponto) é o maior. Então, subtrai-se-lhe o menor ao maior ângulo, conforme tratado nas tabelas 32 e 33.

Tabela 32 - Comparação entre α_1 e α_n para a função

q (unitário)	ângulos (graus)	α	MÁX/MÍN
1100,00	0,7562603680	α_1	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN
1200,00	0,8250022040	α_n	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN
1300,00	0,8937416648	α_n	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN
1400,00	0,9624785527	α_n	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN
1500,00	1,0312126699	α_n	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN
1600,00	1,0999438188	α_n	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN
1700,00	1,1686718019	α_n	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN
1800,00	1,2373964215	α_n	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN
1900,00	1,3061174802	α_n	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN
2000,00	1,3748347806	α_n	MÁX
	0,7562603680	α_1	MÍN

Fonte: O autor(2020)

Tabela 33 - Diferenças angulares para a função

q (unitário)	ε
1100,00	0,0000000000
1200,00	0,0687418360
1300,00	0,1374812968
1400,00	0,2062181846
1500,00	0,2749523019
1600,00	0,3436834508
1700,00	0,4124114339
1800,00	0,4811360535
1900,00	0,5498571122
2000,00	0,6185744126

Fonte: O autor(2020)

Por fim, a média das diferenças é calculada ($\bar{\varepsilon} = 0,3093056082$) para servir como fator primordial de comparação com todas as diferenças.

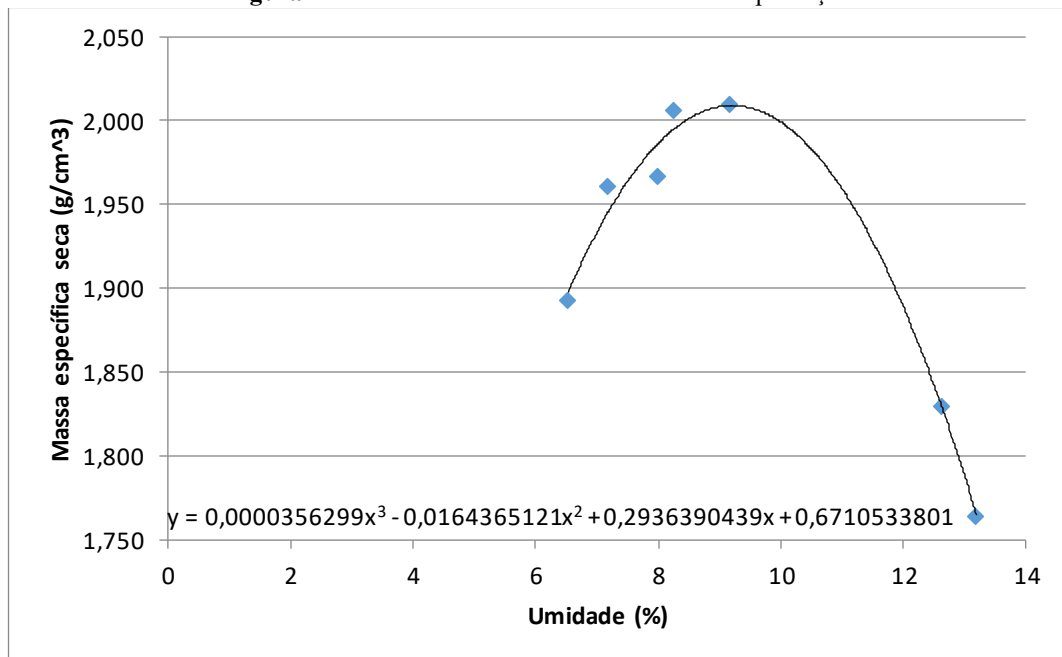
3.3.4. Análise de resultados de ensaios laboratoriais para Geotecnia

Neste exemplo será considerado o resultado hipotético de um ensaio fictício de compactação de um solo arenoso. As equações das linhas de tendência terão coeficientes com 10 casas decimais, no intuito de se demonstrar a aplicabilidade de uma maior precisão dos resultados das projeções. Os dados encontram-se apresentados na Tabela 34 e na Figura 14. Para exemplificar a aplicação do método na avaliação da dispersão em curvas de compactação, foram considerados ajustes polinomiais de terceira ordem. Faz-se aqui uma ressalva por este não ser o método mais tradicional de representa-las. Segundo Pinto (2006, p.78), a curva de compactação é construída associando-se uma reta aos pontos ascendentes do ramo seco e outra aos pontos descendentes do ramo úmido, tal que ambas sejam unidas por uma curva parabólica. Neste caso, o método proposto não se aplicaria à curva por haver descontinuidades nas funções utilizadas (retas e parábola). Todavia, deve-se destacar que o uso de linhas de tendência é um fator facilitador da determinação da umidade ótima de compactação, uma vez que, para chegar-se ao valor aproximado desejado, basta que se utilize o conceito da derivada nula (STEWART, 2013). A NBR 7182 (ABNT, 2016b) recomenda que a curva de compactação tenha um formato aproximadamente parabólico. Com isso, adotou-se para este trabalho a representação das curvas de compactação por meio de linha de tendência polinomial.

Tabela 34 - Resultado hipotético do ensaio fictício de compactação

Ponto	Umidade (%)	Massa específica seca (g/cm³)
1	6,54	1,893
2	7,19	1,960
3	8,01	1,967
4	8,26	2,006
5	9,19	2,009
6	12,65	1,829
7	13,20	1,764

Fonte: O autor(2020)

Figura 14 - Linha de tendência do ensaio de compactação

Fonte: O autor (2020)

Após se obter a linha de tendência e a sua equação para um determinado conjunto de dados numéricos, projetam-se sobre a curva e com relação a y os pontos dispersos, calculando-se suas coordenadas como $A'' (X_a''; Y_a)$, conforme abordado na Tabela 35 adiante.

Tabela 35 - Coordenadas X'' para os pontos do ensaio

Ponto	Y	X''
1	1,893	6,47584
2	1,960	7,42945
3	1,967	7,56090
4	2,006	8,76114
5	2,009	9,13115
6	1,829	12,63570
7	1,764	13,20934

Fonte: O autor (2020)

A derivada de 1ª ordem da função da linha de tendência é, portanto, $y = 0,00012 * x^2 - 0,0328 * x + 0,2936$. A partir disso, os coeficientes angulares das retas tangentes à linha de tendência nos pontos investigados estão revelados na Tabela 36, ao passo que os cálculos de μ_l/μ_m têm seus resultados indicados nas tabelas 37 e 38.

Tabela 36 - Coeficientes angulares das retas tangentes à curva da linha de tendência nos pontos projetados

Ponto	X''	m $= f'(X'')$
1	6,47584	0,085
2	7,42945	0,055
3	7,56090	0,051
4	8,76114	0,014
5	9,13115	0,002
6	12,63570	-0,105
7	13,20934	-0,122

Fonte: O autor(2020)

Tabela 37 - Valores de μ_l/μ_m para as retas tangentes à curva da linha de tendência nos pontos projetados

Ponto	mil/mim
1	-1,341
2	-1,549
3	-1,580
4	-1,885
5	-1,987
6	-3,152
7	-3,375

Fonte: O autor(2020)

Tabela 38 - Valores de μ_l/μ_m para as retas paralelas às tangentes à curva da linha de tendência nos pontos projetados

Ponto	X	m $= f'(X'')$	mil/mim
1	6,54	0,085	-1,336
2	7,19	0,055	-1,562
3	8,01	0,051	-1,557
4	8,26	0,014	-1,892
5	9,19	0,002	-1,987
6	12,65	-0,105	-3,153
7	13,2	-0,122	-3,374

Fonte: O autor(2020)

As distâncias para cada ponto e a distância média encontram-se representadas na Tabela 39:

Tabela 39 - Valores de d_i e de $\bar{d}_i$ (ensaio de compactação de solo)

Ponto	d_i (uc)
1	0,0054493124
2	0,0132238909
3	0,0229638320

4	0,0069343473
5	0,0001402255
6	0,0014886277
7	0,0011305553
$\bar{d}_i$	0,0073329701

Fonte: O autor(2020)

O fator q para cada um dos pontos é abordado na Tabela 40:

Tabela 40 - Valores de q (ensaio de compactação de solo)

Ponto	q
1	0,7431248548
2	1,8033471559
3	3,1315867358
4	0,9456396438
5	0,0191226038
6	0,2030047442
7	0,1541742618

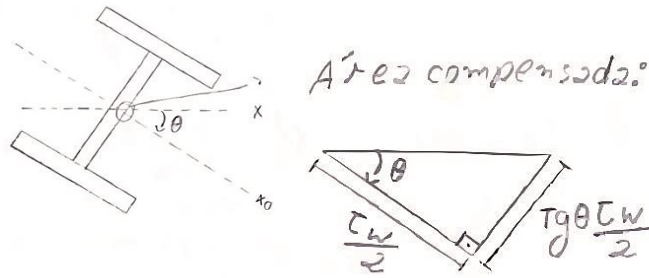
Fonte: O autor(2020)

O fator limitante, neste caso, pode ser calculado para $p\% = 20$, sendo $\tau = 1,2$, ou seja, a porcentagem atingida é $p_{at}\% = 112,25\%$ (para $q_{máx} = 2,122507389$).

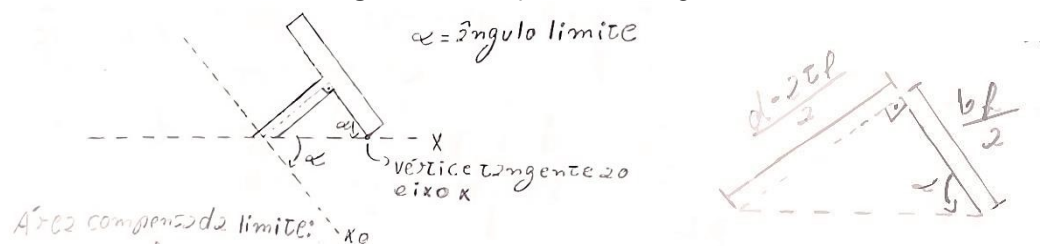
3.3.5. Problema estrutural tratante da rotação de vigas pré-moldadas de concreto como consequência do içamento

O caso considerado neste exemplo trata de um problema simplificado, que somente servirá para a demonstração da aplicação do método. Aqui, todos os valores denominados como Q farão parte do eixo x , enquanto que todos os dados de γ comporão o eixo y .

As Figuras 15 e 16 introduzem o problema estrutural simplificado, no qual a rotação ocorre em torno do centro de gravidade de uma viga pré-moldada de concreto com seção I duplamente simétrica, tal que a maior rotação considerada possível para efeitos de cálculo é aquela em que um dos vértices inferiores da mesa toca o eixo x , não permitindo que existam áreas da seção interceptadas pelo referido eixo.

Figura 15 - Rotação da viga e área compensada gerada na alma

Fonte: O autor(2020)

Figura 16 - Rotação limite da viga

Fonte: O autor(2020)

Para a Figura 15, tem-se a equação 68 a seguir:

$$A = tg\theta * \frac{t_w}{2} * \frac{t_w}{2} * \frac{1}{2} = tg\theta * \frac{t_w^2}{8} \quad (68)$$

Onde A é a área compensada; θ é o ângulo de rotação da viga; t_w é a espessura da alma do perfil I.

A área compensada é a área triangular formada na alma do perfil em ambos os lados do centro de gravidade e localizada entre os eixos x e x_0 (do perfil).

Para o ângulo limite, constante na Figura 16 como o ângulo correspondente à rotação limite da viga, tem-se a fórmula 69:

$$tg\alpha = \frac{d-2*t_f}{2} * \frac{2}{b_f} = \frac{d-2*t_f}{b_f} \quad (69)$$

Onde α é o ângulo de rotação limite da viga; d é a altura total do perfil; t_f é a espessura da mesa; b_f é a largura da mesa.

Aplicando-se a equação 69 na equação 68, para $\theta = \alpha$, descobre-se a equação 70:

$$A_{lim} = \left(\frac{d-2*t_f}{b_f} \right) * \frac{t_w^2}{8} \quad (70)$$

Onde A_{lim} é a área compensada na rotação limite.

O aproveitamento da área compensada limite, denominado η , é dado pela razão entre as áreas compensada e compensada limite e, portanto, entre as equações 68 e 70, tendo como resultado a equação 71:

$$\eta = \frac{A}{A_{lim}} = \frac{tg\theta}{\left(\frac{d-2*t_f}{b_f} \right)} \quad (71)$$

Onde η é o aproveitamento da área compensada limite.

Denominando-se Q a tangente do ângulo limite de rotação da viga, a equação 69 pode ser reescrita como sendo a fórmula 72:

$$Q = tg\alpha = \frac{d-2*t_f}{b_f} \quad (72)$$

E, logo, as equações 73 e 74 dão-se por aparentes:

$$\eta = \frac{tg\theta}{Q} \quad (73)$$

$$\theta = arctg(\eta * Q) \quad (74)$$

Seja então suposto um conjunto de 20 perfis de seção I duplamente simétricos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20) utilizados como vigas.

Conhecendo-se os parâmetros d , t_f e b_f de cada um dos perfis, é possível determinar-se a razão Q para cada um deles. Entretanto, o calculista pode optar por não utilizar todos os perfis em sua análise. Neste caso, seja suposto que os perfis 1, 3, 4, 5, 7, 11, 15, 17 e 20 sejam utilizados nos cálculos.

Devem-se determinar todos os valores de Q para eles e conhecer a sua rotação quando de seu içamento. É necessário então que todos os dados obtidos de Q sejam inseridos em uma planilha como coordenadas x , enquanto que os valores de η , determinados através da equação (73), uma vez que o ângulo de rotação de cada perfil é conhecido, devem fazer parte do eixo y .

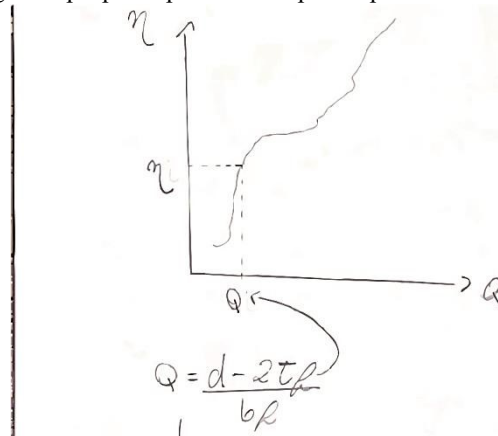
Com cada perfil a representar um ponto específico, uma linha de tendência deve ser lotada, e sua equação solicitada. Então, o procedimento descrito na seção 3.2 é aplicado, mantendo-se sempre os pontos no formato $A(Q_a; \eta_a)$, ou seja, Q no eixo x e η no eixo y .

Se, nesta suposição, o perfil 15 apresentar um valor da razão q superior ao valor de τ estabelecido, dever-se-á partir para a segunda iteração do processo, introduzindo nos novos cálculos perfis antes não considerados e próximos de 15, como, por exemplo, os perfis 14 e 16. Ao se repetir o processo para o conjunto acrescido dos novos pontos, obter-se-á uma linha de tendência mais fiel à realidade.

É importante ressaltar-se que devem ser feitas quantas iterações se julgarem necessárias e que, ainda que não se obtenham todos os valores da razão q inferiores a τ , será possível, através do método iterativo, melhorar as aproximações encontradas para a linha de tendência. Ademais, a máxima porcentagem atingida no cálculo pode ser encontrada do mesmo modo que foi demonstrado na sessão anterior.

Finalmente, com a linha de tendência estabelecida, será possível usá-la como o diagrama revelado na Figura 17:

Figura 17 – Diagrama proposto para o exemplo do problema de rotação de viga pré-moldada içada



Fonte: O autor (2020)

O diagrama tornará possível prever o ângulo de rotação de um perfil I (mesmo que este não esteja entre o conjunto dos 20 perfis dados na suposição) da seguinte maneira: devem-se conhecer os valores de d , de t_f e de b_f , de modo a se calcular Q . Então, após inserir Q no eixo x do diagrama, projeta-se, a partir da curva (a linha de tendência encontrada ao final das iterações), o valor de η , no eixo y . Feito isso, substituem-se Q e η na equação 74 para se calcular θ .

Deve ser ressaltado que este exemplo simplificado não é um veredito final sobre a rotação de vigas pré-moldadas içadas, sendo tão somente uma relação direta e objetiva para se demonstrar a geração e o funcionamento do diagrama proposto. Para se constituir um

processo real, é preciso que sejam considerados parâmetros relacionados às propriedades do material da viga, da posição da armadura (caso exista), entre outros.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Feitos todos os cálculos necessários até o momento, são dados os resultados vindouros.

4.1. Hidrologia Aplicada

A Tabela 41 a seguir, apresenta os resultados obtidos para as bacias hidrográficas.

Tabela 41 - Resultados (bacias hidrográficas)		
Quanto a k x ϵ		
Bacia 1	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Bacia 2	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Bacia 3	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Quanto a j x ϵ		
Bacia 1	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Bacia 2	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Bacia 3	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA

Fonte: O autor (2020)

As três elipses que aproximam as bacias hidrográficas foram avaliadas com relação ao comportamento da curva secante, da qual representaram pontos de acordo com a sua forma, e também com relação às soluções da equação cuja variável é o semiperímetro do triângulo retângulo cujos lados são as medidas principais das elipses. Os gráficos construídos analisam a influência da posição na curva do ponto correspondente a cada elipse sobre os parâmetros k e j (soluções da equação referida neste parágrafo). As distâncias calculadas nos gráficos com as linhas de tendência avaliam quão próximas ou quão distantes do comportamento médio (representado pela linha de tendência) estão as elipses. O conceito de “dentro da média”, significa uma proximidade maior que a média com o dito comportamento, enquanto que o conceito de “fora da média” traduz uma proximidade menor que a média. Assim, vê-se que, com relação a k , a Bacia 1 é de comportamento distante do mediano, ao contrário das outras duas. Enquanto isso, com relação a j , as bacias 1 e 2 apresentam um comportamento próximo ao médio, ao mesmo tempo em que a bacia 3 se manifesta como distante da média.

4.2. Resistência dos Materiais

A Tabela 42 a seguir, apresenta os resultados obtidos para os pilares avaliados.

Tabela 42 - Resultados (pilares)

Quanto a k x ϵ		
Elipse do pilar P1	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Elipse do pilar P2	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Elipse do pilar P3	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Quanto a j x ϵ		
Elipse do pilar P1	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Elipse do pilar P2	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Elipse do pilar P3	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA

Fonte: O autor(2020)

As elipses centrais de inércia dos três pilares foram avaliadas com relação ao comportamento da curva secante, da qual representaram pontos de acordo com a sua forma, e também com relação às soluções da equação cuja variável é o semiperímetro do triângulo retângulo cujos lados são as medidas principais das elipses. Os gráficos construídos analisam a influência da posição na curva do ponto correspondente a cada elipse sobre os parâmetros k e j (soluções da equação referida neste parágrafo). As distâncias calculadas nos gráficos com as linhas de tendência avaliam quão próximas ou quão distantes do comportamento médio (representado pela linha de tendência) estão as elipses. O conceito de “dentro da média”, significa uma proximidade maior que a média com o dito comportamento, enquanto que o conceito de “fora da média” traduz uma proximidade menor que a média. Assim, vê-se que, tanto com relação a k quanto com relação a j , os pilares P1 e P2 possuem elipses centrais de inércia de comportamento próximo ao médio, enquanto que, novamente para k e para j , o pilar P3 apresenta um comportamento distante do médio.

4.3. Engenharia de Transportes

As diferenças angulares são comparadas à diferença média na Tabela 43.

Tabela 43 - Comparação das variações angulares com a variação angular média para a função de custo percebido

q (unitário)	Resultados	
1100,00	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
1200,00	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
1300,00	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
1400,00	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
1500,00	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
1600,00	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
1700,00	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA

1800,00	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
1900,00	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
2000,00	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA

Fonte: O autor(2020)

A partir da produção de 1600 unidades, todas as diferenças angulares são superiores à média, enquanto que todas aquelas anteriores ao referido total de unidades são inferiores à média. Isso demonstra um crescimento mais acentuado do custo percebido a partir desta produção, uma vez que os ângulos de inclinação das retas tangentes à curva (exclusivamente crescente no intervalo analisado) são maiores para produções superiores a 1600 unidades, uma vez que estes, quando subtraídos do ângulo α_1 , resultam em valores maiores.

4.4. Análise de resultados de ensaios laboratoriais para Geotecnia

Os valores de q e de τ são comparados na Tabela 44.

Tabela 44 - Comparativos entre q e τ para o ensaio de compactação

Ponto	Comparativo	Situação
1	$q \leq \tau$	Passou
2	$q > \tau$	VERIFICAR!
3	$q > \tau$	VERIFICAR!
4	$q \leq \tau$	Passou
5	$q \leq \tau$	Passou
6	$q \leq \tau$	Passou
7	$q \leq \tau$	Passou

Fonte: O autor(2020)

Vê-se através dos resultados, que os pontos 2 e 3 devem ser verificados perante a percentagem de excesso máxima desejada de 20%. A percentagem atingida foi de 213,16%, havendo ocorrido no ponto 3. Os pontos citados deveriam ser refeitos no ensaio hipotético de compactação do solo arenoso, e uma nova linha de tendência gerada para a interpretação do novo resultado a partir de então. Se houvesse outros resultados de ensaios além deste, o melhor ensaio seria aquele cujo valor de $\bar{d}_l$ fosse o menor.

4.5. Problema estrutural tratante da rotação de vigas pré-moldadas de concreto como consequência do içamento

O resultado se dá como a proposta do diagrama que permite, a partir de sua curva e dos valores de Q determinados para um determinado perfil I através dos parâmetros d , t_f e b_f ,

pode-se projetar η , de modo a se prever a rotação do perfil após a inserção dos dados de Q e de η na equação correspondente.

O resultado de um diagrama que permeie o cálculo da rotação de uma viga de concreto antes mesmo de seu içamento, de forma a se garantir a segurança da estrutura por meio da comparação de valores determinados com aqueles considerados limites, é de grande interesse no problema estrutural abordado neste trabalho, dada a praticidade do cálculo a ser feito. Sendo assim, é necessária uma análise fiel de situações reais relacionadas ao caso, empregando-se mais tipos de perfis e considerando-se condições de estabilidade, tais quais o equilíbrio da peça devido à distribuição de seu peso, para então se viabilizar um diagrama realístico.

CONCLUSÃO

Com base nos resultados e em suas análises, é possível chegar a algumas conclusões, as quais serão tratadas nesta sessão.

Quanto ao trabalho com a Hidrologia Aplicada, sabe-se que, terminados os cálculos com o equacionamento, comprova-se que o método é de fato aplicável de forma eficaz para um conjunto de bacias hidrográficas, conforme proposto (mínimo de 3 bacias). Vê-se também que as equações para as linhas de tendência devem ser adequadas conforme reproduzam mais fielmente o comportamento médio do conjunto de elipses, minimizando-se assim os erros inerentes ao processo de cálculo. Por fim, é igualmente interessante que se perceba a eventual necessidade de se subdividirem as regiões com muitas bacias hidrográficas em conjuntos menores, evitando falhas quando da análise gráfica.

Quanto à abordagem da Resistência dos Materiais, efetuados os cálculos com o equacionamento, comprova-se que o método é de fato aplicável de forma eficaz para um conjunto de elementos estruturais, conforme proposto (mínimo de 3 peças). Vê-se também que as equações para as linhas de tendência devem ser adequadas conforme reproduzam mais fielmente o comportamento médio do conjunto de elipses, minimizando-se assim os erros inerentes ao processo de cálculo. Por fim, é igualmente interessante que se perceba a necessidade de se subdividirem as estruturas com muitos elementos em conjuntos menores, evitando falhas quando da análise gráfica. A título de exemplo, pode-se subdividir a planta de um pavimento tipo em seus cômodos.

Tratando-se da Engenharia de Transportes, através da análise possível do comportamento da curva, revelando uma ascendência mais acelerada dos custos percebidos a partir da produção de 1600 unidades, comprova-se que o método pode funcionar para a avaliação das funções comuns à Engenharia de Transportes, desde que se possam fazer as considerações necessárias à análise almejada, como, ao exemplo do caso relatado neste trabalho, onde se deveria constatar quando da plotagem da curva, que a função é estritamente

crescente no intervalo em questão, permitindo-se assim afirmar que os ângulos de inclinação das retas tangentes à curva eram maiores a partir da produção de 1600 unidades.

Os resultados obtidos para o ensaio geotécnico mostram, na prática, que os pontos 2 e 3 são aqueles a serem verificados e possivelmente refeitos em ensaio, por terem apresentado um valor de τ superior àquele estabelecido para a porcentagem máxima desejada de 20%, tendo sido atingida a porcentagem de 213,16% no ponto 3. Após os novos valores coletados, uma nova linha de tendência deverá ser novamente plotada, estando mais próxima da realidade. Se houvesse demais conjuntos de resultados para comparação, a qualidade de cada resultado seria maior quanto menor fosse a distância média entre as retas paralelas ($\bar{d}_l$). Sendo assim, percebe-se que o método funciona adequadamente dentro de sua proposta, de modo a viabilizar a intervenção direta em prol de melhorias nos pontos mais críticos dos resultados. Também é válido destacar-se que, ainda que não se reduzam os valores críticos de q a números inferiores a τ , o fato de se refazerem os pontos críticos garante que a aproximação final será mais fiel à realidade.

Finalmente, para o problema estrutural do içamento da viga pré-moldada, levando-se em conta que se trata de um exemplo simplificado, é essencial que se ressalte que o foco deste trabalho é demonstrar a possibilidade da aplicação do processo iterativo deduzido na solução de problemas estruturais, sem que se tenha a intenção de se generalizarem problemas complexos a partir de uma simplificação. Portanto, outros tipos de perfil e as condições de estabilidade das vigas devem ser analisadas para a geração de um modelo realístico de diagrama. Contudo, o exemplo literal permite verificar que o método iterativo possui eficácia na busca pelo referido modelo.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6459: Solo** — Determinação do limite de liquidez. Rio de Janeiro, 2016a. Versão Corrigida: 2017. 9 p.
- CARBONARI, F. I. *A gestão dos recursos hídricos*. Tese (Especialização em gestão ambiental) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, p. 5. 1997.
- CARRIL, R. D.; SUÁREZ, J. F. **Mecánica: Problemas explicados**. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2016.
- CHALMERS, A. F. **O que é ciência afinal?**. 3 ed. Indianápolis: Hackett Publishing Company, Inc./University of Queensland, 1999.
- DEBS, M. K. E. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. 2 ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2017.
- GALGÓCZY, G. **Dimensionado de construcciones de acero, hormigón armado y madera**. Barcelona: Editorial Reverté S. A., 1976. 1 v.
- HOEL, Lester A. et al. **Engenharia de infraestrutura de transportes: uma integração multimodal**. 1. ed. Boston: Cengage Learning Editores SA de CV, 2012. 616 p.
- LEET, K. M.; UANG, C. M.; GILBERT, A. M. **Fundamentos da análise estrutural**. 3 ed. São Paulo: McGraw-Hill Interamericana do Brasil Ltda., 2009.
- LIMA, D. F. P. **Avaliação da segurança durante o içamento de vigas pré-moldadas**. Dissertação (Dissertação em Engenharia Civil)- UFU. Uberlândia, p. 10. 2018.
- LOURENÇO, L. **Serras de Xisto da Cordilheira Central**. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra/Universidade de Coimbra, 2018.
- MACHADO, P. J. O. **Diagnóstico físico-ambiental da bacia hidrográfica do córrego São Pedro: Um exercício acadêmico de Gestão dos Recursos Hídricos**. Ubá: Ed. Geographica, consultoria, estudos e projetos ambientais ltda., 2010.
- MELLO, TALLES. **Resistência dos Materiais**. Campo Grande. 2017 (Apostila de Resistência dos Materiais).
_____. **NBR 7182: Solo** — Ensaio de compactação. Rio de Janeiro, 2016b. Versão Corrigida: 2020. 13 p.
- NETO, P. L. O. C. **Estatística**. 3 ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 2002 .
- PINTO, C. S. **Curso Básico de Mecânica dos Solos em 16 Aulas**. 3 ed. São Paulo: Oficina de textos, 2006.
- PISKOUNOV, N. **Cálculo diferencial e integral**. 18 ed. Porto: Lopes da Silva, 2000. 1 v.
- QUARTERONI, A.; SALERI, F. **Cálculo Científico com MATLAB e Octave**. Milão: Springer-Verlag Itália, 2007.
- SANTOS, J. D.; SILVA, Z. C. **Métodos Numéricos**. Recife: Ed. Universitária da UFPE/UFPE, 2006.
- SCHWAAB, M.; PINTO, J. C. **Análise de Dados Experimentais I: Fundamentos de Estatística e Estimação de Parâmetros**. Rio de Janeiro: E-Papers Serviços Editoriais Ltda., 2007. 1 v.
- SERRA DA MANTIQUEIRA. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Serra_da_Mantiqueira&oldid=59189650>. Acesso em: 12 set. 2020.
- SILVA, B. W. **Gestão de Estoques Planejamento, Execução e Controle**. 2 ed. João Monlevade: BSW Consultoria, 2019.
- STEWART, J. **Cálculo**. 7 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. 1 v.

TAYLOR, J. R. **Introdução à Análise de Erros: O estudo de incertezas em medições físicas.** 2 ed. São Paulo: Bookman Companhia Editora, 2012.

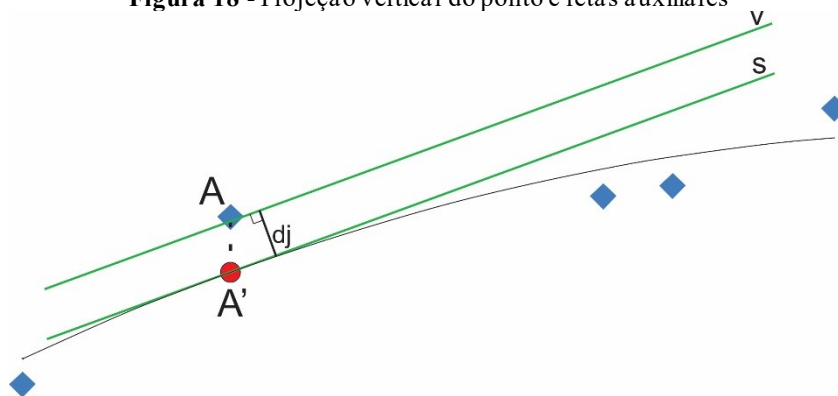
TUCCI, C. E. M. **Hidrologia: ciência e aplicação.** 2 ed. Porto Alegre: Editora Universidade/UFRGS, 2001.

WINTERLE, P. **Vetores e Geometria Analítica.** 1 ed. São Paulo: Editora Makron, 2000.

APÊNDICE A – Projeção em x

Como visto até então, todas as vezes em que foram feitas projeções de pontos, estas ocorreram sobre o eixo y . Contudo, também é possível fazê-las incidir sobre o eixo x , assim como será mostrado neste apêndice. Os cálculos aqui apresentados são viáveis a todas as situações demonstradas anteriormente que requerem projeções, sendo elas o cálculo comparativo das bacias hidrográficas, o cálculo comparativo das elipses centrais de inércia e o processo iterativo aplicado à análise dos resultados laboratoriais e ao problema da rotação das vigas pré-moldadas de concreto no içamento. Entretanto, o exemplo de projeção em x dado nesta seção somente aborda o cálculo comparativo quanto a k das bacias hidrográficas mencionadas na sessão 3.3, pois não é necessário representar todos os métodos novamente, uma vez que o roteiro para a utilização deste tipo de projeção é idêntico para todos os casos de aplicação. A Figura 18 identifica graficamente a projeção em x :

Figura 18 - Projeção vertical do ponto e retas auxiliares



Fonte: O autor (2020).

A equação da linha de tendência dos dados de k e de ε para as bacias hidrográficas identificadas é $y = 2,1178 * x^2 - 33,102 * x + 88,201$. Desta forma, faz-se a projeção em x ao se aplicarem os valores de ε na equação e ao se obterem as imagens dos pontos da curva da linha de tendência cujas coordenadas x são iguais a ε do ponto correspondente que está sendo projetado, assim como é demonstrado na Tabela 45, em que K' (para o ponto A') é a imagem calculada:

Tabela 45 - Projeção em x

ε (graus)	K' (km)
1,2637	49,7520
3,87159E-05	88,1997
13,6973	32,1256

Fonte: O autor(2020)

Enquanto isso, a derivada de primeira ordem da função é $y = 4,2356 * x - 33,102$. Ao se aplicarem os valores de ε de cada bacia na equação derivada, obtêm-se os valores de $f'(\varepsilon)$ para cada uma delas, como na Tabela 46:

Tabela 46 - Valores de $f'(\varepsilon)$ para a projeção em x

$f'(\varepsilon)_1$	-27,7495
$f'(\varepsilon)_2$	-33,1018
$f'(\varepsilon)_3$	24,9142

Fonte: O autor(2020)

Com os dados de entrada expressos na Tabela 47, serão feitos os cálculos traduzidos pelo roteiro a seguir, iniciado pelas equações 75 e 76, respectivamente para os pontos real e projetado.

$$K = f'(\varepsilon) * \varepsilon + n_1 \quad (75)$$

$$K' = f'(\varepsilon) * \varepsilon + n_2 \quad (76)$$

Logo, segue-se para as equações 77 e 78, respectivamente para os pontos real e projetado.

$$n_1 = K - f'(\varepsilon) * \varepsilon \quad (77)$$

$$n_2 = K' - f'(\varepsilon) * \varepsilon \quad (78)$$

Neste caso, concluem-se as equações 79 e 80:

$$f'(\varepsilon) * \varepsilon - K = f'(\varepsilon) * \varepsilon - K \quad (79)$$

$$f'(\varepsilon) * \varepsilon - K' = f'(\varepsilon) * \varepsilon - K' \quad (80)$$

Sendo $A = f'(\varepsilon)$; $B = -1$; $C = f'(\varepsilon) * \varepsilon - k$; $D = f'(\varepsilon) * \varepsilon - k'$, é possível concluir que é válida a equação 81, que calcula a distância entre retas para a projeção em x .

$$d_j = \frac{\mu_n - \mu_o}{\sqrt{(f'(\varepsilon))^2 + 1}} \quad (81)$$

Onde d_j é a distância calculada para a projeção em x .

Tal que μ_n é o maior valor entre $f'(\varepsilon) * \varepsilon - k$ e $f'(\varepsilon) * \varepsilon - k'$, e que μ_o é o menor entre eles. A Tabela 47 mostra os resultados para esta etapa.

Tabela 47 - Dados de entrada para a projeção em x				
Bacias	K (km)	K' (km)	f'(ε)	ε (graus)
1	49,7529	49,7520	-27,7495	1,2637
2	88,1999	88,1997	-33,1018	0,0000
3	32,1265	32,1256	24,9142	13,6973

Fonte: O autor(2020)

Feitos os cálculos conforme o roteiro, tem-se a Tabela 48:

Tabela 48 - $f'(\varepsilon) * \varepsilon - k$ e $f'(\varepsilon) * \varepsilon - k'$ para k (km)-projeção em x	
$f'(\varepsilon_k)_1 * \varepsilon_{k1} - k_1$	-84,8199
$f'(\varepsilon_k)_2 * \varepsilon_{k2} - k_2$	-88,2012
$f'(\varepsilon_k)_3 * \varepsilon_{k3} - k_3$	309,1300
$f'(\varepsilon_k)_1 * \varepsilon_{k1} - k_1'$	-84,8190
$f'(\varepsilon_k)_2 * \varepsilon_{k2} - k_2'$	-88,2010
$f'(\varepsilon_k)_3 * \varepsilon_{k3} - k_3'$	309,1309

Fonte: O autor(2020)

Para μ_n como o maior e para μ_o como o menor valor entre $f'(\varepsilon) * \varepsilon - k$ e $f'(\varepsilon) * \varepsilon - k'$, chega-se à Tabela 49:

Tabela 49 - μ_n e μ_o para k (km)-projeção em x	
μ_{nk1}	-84,8190
μ_{nk2}	-88,2010
μ_{nk3}	309,1309
μ_{ok1}	-84,8199
μ_{ok2}	-88,2012
μ_{ok3}	309,1300

Fonte: O autor(2020)

As distâncias são calculadas para cada ponto através da equação 80, chegando-se à Tabela 50.

Tabela 50 - d_j para k (uc)-projecção em x

d_{j1k}	0,00003251
d_{j2k}	0,00000548
d_{j3k}	0,00003522

Fonte: O autor(2020)

A distância média é então determinada por meio da fórmula 82:

$$\bar{d}_j = \frac{\sum_{j=1}^N d_j}{N} \quad (82)$$

Onde $\bar{d}_j$ é a média das distâncias.

A distância média encontrada é $\bar{d}_j = 0,00002440$.

Finalmente, o comparativo conclusivo entre cada distância e a média deve ser feito ($d_j < \bar{d}_j$: bacia dentro da média; $d_j > \bar{d}_j$: bacia fora da média; $d_j = \bar{d}_j$: bacia na média), e é apresentado na Tabela 51.

Tabela 51 – Resultados (projecção em x)

Quanto a k x epsilon		
Bacia 1	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Bacia 2	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MEDIA
Bacia 3	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA

Fonte: O autor(2020)

Deve-se notar que a Bacia 3 foi de dentro da média (para a projecção em y) a fora da média (para a projecção em x).

APÊNDICE B – Projecção composta

Neste apêndice, será demonstrado o cálculo por projecção composta, o qual engloba as distâncias determinadas para as projecções em x e em y . Novamente, o roteiro é útil para todos os demais casos que envolverem linhas de tendência, mas somente será exemplificado para o cálculo das bacias hidrográficas quanto a k para fins didáticos. Deve-se frisar que as projecções utilizadas até então são denominadas “projecções simples”, sejam elas em y ou em x .

De posse das distâncias encontradas para as projecções em x e em y , a equação 83, da média geométrica, fornecerá a distância média para cada ponto, conforme a Tabela 53 e a partir dos valores encontrados na Tabela 52.

$$d_c = \sqrt{d_i * d_j} \quad (83)$$

Onde d_c é a distância calculada a partir da projeção composta.

Tabela 52 - Distâncias para os pontos nas projeções em x e em y

d_i	d_j
0,00003251	0,00023866
0,00000548	0,00000546
0,00003522	0,00002206

Fonte: O autor (2020)

Tabela 53 - Distâncias resultantes da projeção composta

d_{c1k}	0,00008808
d_{c2k}	0,00000547
d_{c3k}	0,00002787

Fonte: O autor (2020)

Com a distância média calculada ($\overline{d_c} = 0,00004048$) através da equação 84, têm-se os dados da Tabela 54.

$$\overline{d_c} = \frac{\sum_{c=1}^N d_c}{N} \quad (84)$$

Onde $\overline{d_c}$ é a média das distâncias.

Tabela 54 - Resultados (projeção composta)

Quanto a k x épsilon		
Bacia 1	FORA DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Bacia 2	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA
Bacia 3	DENTRO DA MÉDIA	NÃO NA MÉDIA

Fonte: O autor (2020)

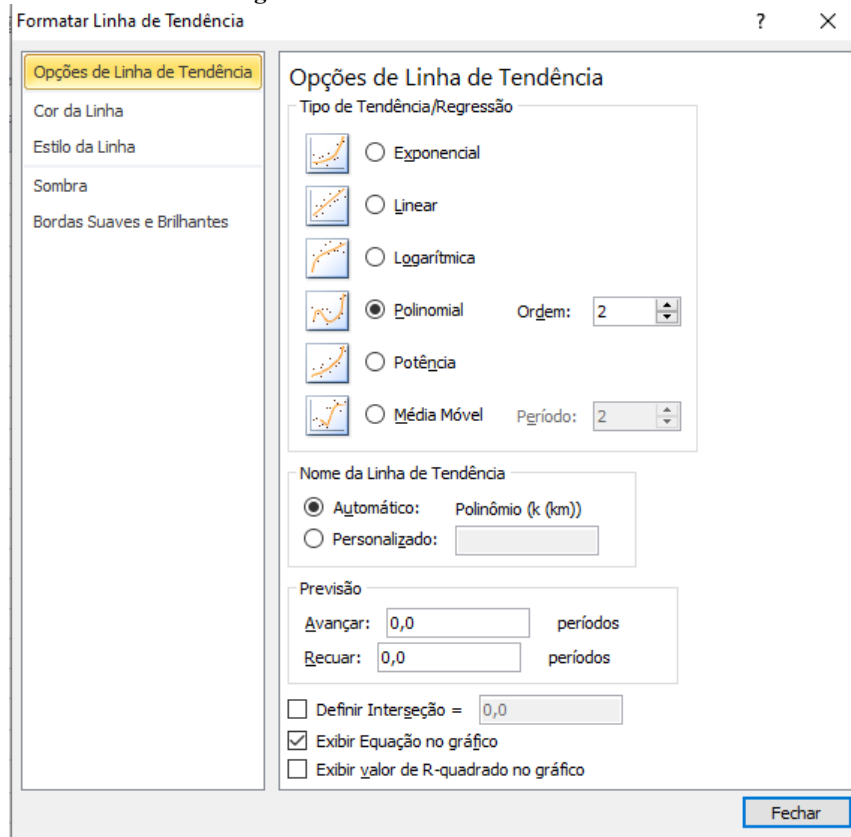
Nesta situação, a Bacia 3 é novamente alterada, voltando a constar como dentro da média, tal qual na projeção simples em y . Este resultado demonstra que pode haver diferenças nas análises feitas de acordo com a projeção adotada.

APÊNDICE C – Casos de cálculo

Além de servir ao comparativo de resultados de uma série de ensaios laboratoriais, o processo iterativo deduzido também é útil na comparação dos casos de cálculo, que tão somente são as possibilidades de adoção de um determinado modelo para a aproximação de

um conjunto de dados como resultado global através de uma linha de tendência. A Figura 19 exemplifica esta informação com os casos de cálculos dominados pelo Excel.

Figura 19 - Casos de cálculo do Excel



Fonte: O autor (2020)

São os 6 casos do Excel: exponencial; linear; logarítmico; polinomial; potencial; média móvel.

Em suma, o caso de cálculo nada mais é que um conjunto de regras de aproximação numérica a definirem que “Nesta situação, esta mudança. Naquela situação, aquela mudança.”, significando que, dependendo-se da função escolhida para se construir a linha de tendência, haverá uma determinada condição de operação do processo iterativo, definida automaticamente a partir das alterações nas derivadas, cujos valores resultantes para cada ponto estarão diretamente conectados à função optada, tal que a condição será mudada assim que se alterar o modelo da linha de tendência.

Outrossim, o método viabiliza comparar, através das distâncias médias obtidas, os possíveis casos a serem adotados, de modo a classificar como mais viável aquele com o menor valor da distância média e a fornecer as porcentagens atingidas em cada um deles. Deve-se destacar que o caso polinomial é dotado de várias ordens, enquanto que o caso da

média móvel é correspondente a diversos períodos, sendo ainda possível, através do processo iterativo, determinar, dentro deles, qual a ordem e/ou o período mais vantajoso, acompanhando-se o mesmo raciocínio da menor distância média calculada para a condição mais vantajosa.

APÊNDICE D – Exemplos de compra e venda

É também possível aplicar ao mercado, para fins de análises no campo da Economia atrelados às previsões de fatores influenciadores da construção civil, como o preço futuro de materiais a serem comprados na época da execução de uma obra em projeto, o método utilizado para a Engenharia de Transportes e o processo iterativo empregado na análise de resultados de ensaios laboratoriais, ambos definidos neste trabalho. Alguns exemplos disso podem ser lidos nos itens a seguir:

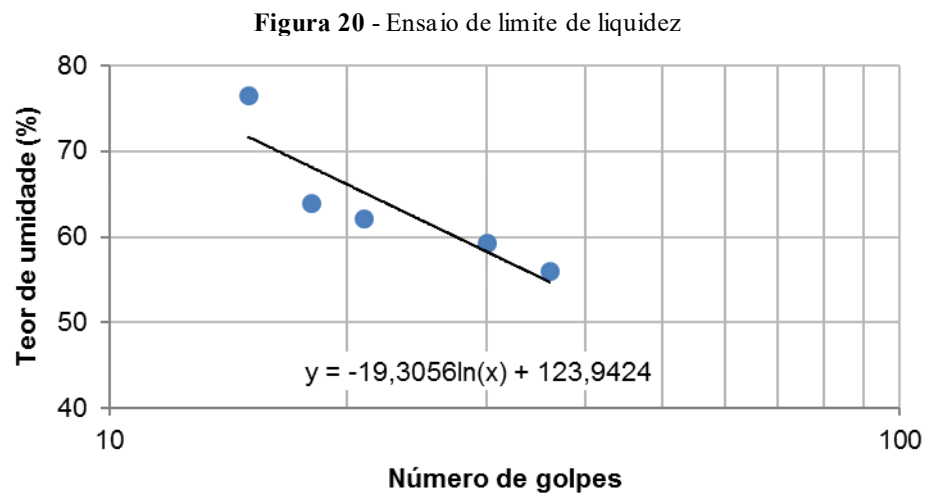
- Um fabricante de blocos cerâmicos possui uma função modelo do preço de seus produtos em função da produção variável em compatibilidade com a época do ano: aplica-se o método adequado às funções modelo (tal qual no exemplo dado para o problema da Engenharia de Transportes), para se compreenderem as variações periódicas da curva da função e o comportamento dos preços no mercado, melhorando-se as previsões a serem feitas para a época da compra dos blocos para a obra;
- Este mesmo fabricante possui uma função obtida através da linha de tendência para representar as variações do preço de seu produto em função da produção variável de acordo com o período do ano: aplica-se o processo iterativo (tal qual no exemplo dado para o problema da análise de resultados de ensaios laboratoriais), para se obterem a distância média e a porcentagem atingida, parâmetros que poderão ser inseridos em um banco de dados como forma de se atestar a garantia das previsões tomadas a partir da função da linha de tendência.

APÊNDICE E – Ensaio geotécnico de limite de liquidez

Dentro da abordagem da Geotecnia, pode-se ainda tratar do ensaio de limite de liquidez, algo que será feito neste derradeiro apêndice. De acordo com a NBR 6459 (ABNT, 2016a), no ensaio de limite de liquidez, os dados experimentais são ajustados a uma linha de tendência logarítmica, como mostrado na Figura 20.

Para as análises realizadas neste trabalho, foi considerando $p\% = 20$, que resulta em $\tau = 1,2$. Com base neste valor de τ , foi realizado um comparativo onde para $q \leq \tau$ foi definida

a situação “Ok” e para $q > \tau$, a situação “Verificar”. A situação de cada ponto do ensaio de limite de liquidez se encontra na Tabela 55, onde se observa que os pontos 1 e 2 são considerados críticos em termos de dispersão de dados. O ponto 1 apresenta o máximo valor de q dentre os 5 pontos, ou seja, é o ponto de maior dispersão no conjunto. Os valores de $q_{m\acute{a}x}$ e de $p_{at}\%$ foram de, respectivamente, 1,487 e 48,73%. Deve ser dito que os valores utilizados neste apêndice foram retirados do banco de dados do laboratório de Geotecnia da Universidade Federal de Uberlândia.



Fonte: O autor (2020).

Tabela 55 - Aplicação do método ao ensaio de limite de liquidez

Número do ponto	Coordenadas x e y		q calculado	Situação
	N^*	w (%)		
1	15	76,56	1,487	Verificar
2	18	64,04	1,413	Verificar
3	21	62,14	1,120	Ok
4	30	59,30	0,436	Ok
5	36	55,97	0,544	Ok

* N é o número de golpes.

Fonte: O autor (2020).

Para o aprimoramento dos resultados experimentais, seria sugerido que os pontos 1 e 2 fossem analisados com minúcia e eventualmente substituídos por novos pontos experimentais no conjunto de dados. Após a análise, uma nova linha de tendência poderia ser gerada.