



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DO ACOPLAMENTO FLUXO-DEFORMAÇÃO
EM MEIOS GEOTÉCNICOS SATURADOS

Por

Joaquim Mário Caleiro Acerbi

Uberlândia, maio de 2006

JOAQUIM MÁRIO CALEIRO ACERBI

**ANÁLISE DO ACOPLAMENTO FLUXO-DEFORMAÇÃO
EM MEIOS GEOTÉCNICOS SATURADOS**

Tese apresentada ao Programa de Pós –
Graduação em Engenharia Mecânica
da Universidade Federal de Uberlândia,
como parte dos requisitos para obtenção
do título de **DOUTOR EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

Área de concentração: Transferência de
Calor e Mecânica dos Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Fortes de
Miranda

Uberlândia, 9 de maio de 2006.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

- A173a Acerbi, Joaquim Mário Caleiro, 1959-
 **Análise do acoplamento fluxo-deformação em meios
 geotécnicos sa-turados / Joaquim Mário Caleiro Acerbi. -
 2008.**
 91 f. : il.
- Orientador: Ricardo Fortes de Miranda.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
- Inclui bibliografia.
1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Medidores de fluxo - Teses. I. Mi-
randa, Ricardo Fortes de. II. Universidade Federal de Uberlândia. Progra-
ma de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

Dedico este trabalho aos meus pais Joaquim Acerbi e Maria Marly C. Acerbi pelo constante incentivo e exemplo; à minha querida esposa Clarissa, pela infinita paciência; à minha filha Melissa e a todos meus irmãos.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Uberlândia, à Faculdade de Engenharia Mecânica e Faculdade de Engenharia Civil pela oportunidade desta capacitação;

Agradecimentos especiais ao Prof. Dr Ricardo Fortes de Miranda pela tolerância e sabedoria e ao Prof. Dr Milton Biage pelo incentivo na ajuda na aplicação do método espectral.

A VITÓRIA DA VIDA

**POBRE DE TI SE PENSAS SER VENCIDO!
TUA DERROTA É CASO DECIDIDO.
QUERES VENCER, MAS COMO EM TI NÃO CRÊS,
TUA DESCRENÇA ESMAGA-TE DE VEZ.
SE IMAGINAS PERDER, PERDIDO ESTÁ.
QUEM NÃO CONFIA EM SI, MARCHA PARA TRÁS,
A FORÇA QUE TE IMPELE PARA FRENTE,
É A DECISÃO FIRMADA EM TUA MENTE!
MUITA EMPRESA ESTOURA-SE EM FRACASSO
TUDO ANTES DO PRIMEIRO PASSO.
MUITOS FRACOS TEM CAPITULADO,
ANTES DE HAVER A LUTA COMEÇADO.
PENSE GRANDE E OS TEUS FEITOS CRESCERÃO.
PENSE PEQUENO E IRÁS DEPRESSA AO CHÃO.
O QUERER É PODER ARQUIPOTENTE,
É A DECISÃO FIRMADA EM TUA MENTE!
FRACO É AQUELE QUE FRACO SE IMAGINA.
OLHE AO ALTO O QUE AO ALTO SE DESTINA.
A CONFIANÇA EM SI MESMO É A TRAJETÓRIA,
QUE LEVA AOS ALTOS CIMOS DA VITÓRIA
NEM SEMPRE O QUE MAIS CORRE, A META ALCANÇA;
NEM MAIS LONGE O DISCO LANÇA!
MAS O CERTO EM SI,
VAI FIRMAR EM FRENTE:
COM A DECISÃO FIRMADA EM TUA MENTE!**

(Adaptado de provérbios antigos árabes e chineses)

**ANÁLISE DO ACOPLAMENTO FLUXO-DEFORMAÇÃO
EM MEIOS GEOTÉCNICOS SATURADOS**

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS.	viii
LISTA DE TABELAS.	x
LISTA DE FIGURAS.	xi
RESUMO.	xx
ABSTRACT.	xxi
CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO.	1
CAPÍTULO 2. DESENVOLVIMENTO DO MODELO MATEMÁTICO.	10
CAPÍTULO 3. MÉTODO NUMÉRICO.	48
CAPÍTULO 4. SIMULAÇÕES DE CASOS, ANÁLISES DOS RESULTADOS e DISCUSSÕES.	71
CAPÍTULO 5. CONCLUSÕES.	130
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	132

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	DESCRIÇÃO
a_v	Módulo de compressibilidade
B	Largura da sapata ou um dos parâmetros de pressão neutra de Skempton
D	Espessura de camada drenante ou um dos parâmetros de Skempton
E	Módulo de elasticidade
G	Módulo cisalhante – um dos coeficientes de lamé
G	Aceleração da gravidade
H	Altura ou espessura da camada drenante ou camada mole ou carga hidráulica total
H_d	Comprimento de drenagem ou metade da espessura da camada drenante.
H_e	Parâmetro de Henkel
K	Condutividade hidráulica ou permeabilidade do meio poroso
L	Largura ou comprimento
P	Pressão de fluido nos poros, ou pressão neutra, ou pressão hidrostática
P^0	Pressão inicial de fluido nos poros, ou pressão neutra, ou pressão hidrostática inicial
T ou t^*	Tempo adimensional
V_x	Velocidade do fluido na direção x
V_y	Velocidade do fluido na direção y
V_z	Velocidade do fluido na direção z
c_v	Coeficiente de adensamento, consolidação do solo e/ou rocha
E	Índice de vazios
N	Porosidade do meio poroso
n_o	Porosidade inicial
T	Tempo
U	Deslocamento de um ponto do meio poroso na direção x
V	Deslocamento de um ponto do meio poroso na direção y
w	Deslocamento de um ponto do meio poroso na direção z

x	Direção de um dos eixos de um sistema de referências
y	Direção de um dos eixos de um sistema de referências
z	Direção de um dos eixos de um sistema de referências
α_t ou α	Compressibilidade total do meio poroso, arcabouço do meio poroso.
α_B	Coeficiente de redução de pressão neutra de biot
β	Coeficiente de compressibilidade do fluido
ρ_f	Massa específica do fluido nos poros
ρ_s	Massa específica das partículas sólidas constituintes do meio poroso
ρ	Massa específica média do meio poroso
ρ_0	Massa específica inicial
σ	Tensão total no meio poroso
σ'	Tensão efetiva no meio poroso (somente nas partículas sólidas)
μ	Viscosidade absoluta do fluido saturante
ν	Coeficiente de Poisson
k	Permeabilidade absoluta do meio poroso
λ	Um dos coeficientes de Lamé
σ_x	Tensão normal na direção x
σ_y	Tensão normal na direção y
σ_z	Tensão normal na direção z
τ_{xy}	Tensão cisalhante no plano xy
τ_{yz}	Tensão cisalhante no plano yz
τ_{xz}	Tensão cisalhante no plano xz
γ_w	Peso específico da água
γ_f	Peso específico do fluido
σ_1	Tensão principal maior ou tensão aplicada 1
σ_2	Tensão principal intermediária ou tensão aplicada 2
σ_3	Tensão principal menor ou tensão aplicada 3
m_v	Compressibilidade volumétrica

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Valores do fator ou coeficiente de forma I para cálculo de recalques.	74
Tabela 4.2 – Carga concentrada-tensão média de 1000 kPa: Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: Deslocamento na superfície do maciço – Recalque elástico é ultrapassado após um tempo adimensional $T = 0,2$.	77
Tabela 4.3 Propriedades Elásticas e Hidráulicas dos Maciços Geotécnicos e dos Fluidos utilizados nas Simulações dos Casos tridimensionais estáticos e cíclicos.	89
Tabela 4.4 – Carga concentrada-tensão média de 1600 kPa: Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: Deslocamento na superfície do maciço – Recalque para $T = 0,10$. Fluido: ar.	106
Tabela 4.5 – Carga concentrada-tensão média de 1600 kPa - Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: tensões abaixo do carregamento. $T = 0,10$ e Fluido: ar.	106
Tabela 4.6 – Carga concentrada-tensão média de 1600 kPa - Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: tensões abaixo do carregamento.	115
Tabela 4.7 – Carga concentrada-tensão média de 1600 kPa: Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: Deslocamento na superfície do maciço – Recalque após um tempo adimensional $T = 1,0$ – fluido:água.	116
Tabela 4.8 – Carga concentrada-tensão média de 1600 kPa: Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: tensões abaixo do carregamento.	123

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Barragem de Concreto Armado: Carga Distribuída	9
Figura 1.2. Elemento Isolado de Fundação: Carga Concentrada	9
Figura 2.1. Esquema ilustrativo dos conceitos da teoria de adensamento unidimensional (a) Condições impostas ao solo no ensaio; e (b) Modelo físico da compressibilidade do solo, onde a válvula de controle de vazão volumétrica representa a permeabilidade do solo.	11
Figura 2.2. Deslocamentos verticais e horizontais sob pontos na borda e no centro de um aterro em construção, onde L é a largura média do aterro, H é espessura da camada mole e Hd é altura de drenagem.	14
Figura 2.3. Fluxo unidimensional durante o adensamento e caminho de drenagem de uma partícula A de água. Onde Hd é a altura de drenagem cujo valor é a metade da espessura da camada.	15
Figura 2.4. Meio poroso semi-infinito nas direções positivas de y e nas direções positivas de x e z.	22
Figura 2.5. Volume de controle elementar para fluxo em meios porosos.	23
Figura 2.6. Carregamento estático bidimensional.	35
Figura 2.7. Carregamento estático tridimensional coordenadas polares.	39
Figura 2.8. Tensões normais σ_x e σ_y .	40
Figura 2.9. Ábaco para determinação da tensão normal σ_y .	41
Figura 3.1. Distribuição dos elementos na direção x.	60
Figura 3.2. Malha bidimensional de cálculo para o Método Espectral.	67
Figura 4.1. Carregamentos “concentrados” em sapatas rígidas ou flexíveis.	74
Figura 4.2. Geração do campo de pressões neutras para o maciço totalmente saturado com água carregamento central de 1000kPa, com as direções de fluxo ou drenagem, para um tempo adimensional $T = 0,1$.	75

Figura 4.3. Geração dos vetores do campo de deslocamentos para o maciço totalmente saturado com água carregamento central de 1000kPa para um tempo adimensional $T = 0,1$. 75

Figura 4.4. Campo de velocidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento central de 1000kPa, tempo adimensional $T = 0,1$. ($t_{\text{real}} = 11,1$ segundos) 76

Figura 4.5. Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar, carregamento central de 1600kPa, $n = 40\%$. Carregamento inicial tempo adimensional, $T = 0,10$. 79

Figura 4.6. Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 40\%$, tempo adimensional $T = 0,1$. 80

Figura 4.7. Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 40\%$, tempo adimensional $T = 0,1$ 80

Figura 4.8. Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,1$. 81

Figura 4.9. Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$. 81

Figura 4.10. Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,1$. 82

Figura 4.11. Gráficos de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades abaixo da carga versus tempo adimensional – solo silto-arenoso - fluido: ar – porosidade inicial = 20%. 82

Figura 4.12. Gráficos de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades abaixo da carga versus tempo adimensional – solo silto-arenoso - fluido: ar – porosidade inicial = 40%. 83

Figura 4.13. Gráficos de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para os dois solos silto - arenosos – mostrando o início do processo de acoplamento. 83

Figura 4.14. Gráfico de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para os dois solos silto-arenosos – mostrando o final do processo de acoplamento. 84

Figura 4.15. Gráficos de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para o solo silto - arenoso, $n = 20\%$ – Fluido: água, início do processo de acoplamento. 86

Figura 4.16. Gráficos de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para o solo silto-arenoso $n = 20\%$. fluido: ar mostrando o início do processo de acoplamento. 87

Figura 4.17. Gráficos de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para o solo siltoso – comparando os valores para os dois fluidos: ar e água, mostrando valores finais para o acoplamento. 87

Figura 4.18. Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$. 98

Figura 4.19. Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$. 90

Figura 4.20. Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$. 91

Figura 4.21. Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos e variação da porosidade logo abaixo do centro de carregamento em um maciço arenoso devido à tensão superficial de 1600kPa-Fluido:ar. 92

Figura 4.22. Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

93

Figura 4.23. Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

93

Figura 4.24. Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

94

Figura 4.25. Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos e variação da porosidade logo abaixo do centro de carregamento em um maciço arenoso devido à tensão superficial de 1600kPa-Fluido: água.

95

Figura 4.26. Gráficos deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para o solo arenoso – comparando os valores para os dois fluidos: ar e água, mostrando valores finais para o acoplamento, carregamento de 1600kPa.

95

Figura 4.27. Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço rochoso totalmente saturado com ar carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

97

Figura 4.28. Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

97

Figura 4.29. Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

98

Figura 4.30. Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos e variação da porosidade versus tempo adimensional logo abaixo do centro de carregamento em um maciço rochoso devido à tensão superficial de 1600kPa-Fluido: ar. 98

Figura 4.31. Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço rochoso totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$. 99

Figura 4.32. Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço rochoso totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$. 99

Figura 4.33. Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço rochoso totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$ 100

Figura 4.34. Geração de pressão neutra, deslocamentos e variação da porosidade versus tempo adimensional logo abaixo do centro de carregamento em um maciço rochoso devido à tensão superficial de 1600kPa-Fluido: água 100

Figura 4.35. Comparação dos valores iniciais de pressão neutra, deslocamentos verticais superficiais e porosidades embaixo do carregamento, para maciço rochoso: fluidos ar e água. 101

Figura 4.36. Comparação dos valores – próximos da estabilização - valores num tempo infinito - de pressão neutra, deslocamentos verticais superficiais e porosidades embaixo do carregamento, para maciço rochoso: fluidos ar e água. 101

Figura 4.37. Geração do campo de pressões neutras, com legenda, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição para tempo adimensional $T = 0,10$. - fluido: ar 103

Figura 4.38. Geração do campo de deslocamentos real (m) em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição $T = 0,10$ -fluido: ar 103

Figura 4.39. Geração do campo de velocidades em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kpa – condição $T = 0,10$ - fluido: ar. 104

Figura 4.40. Geração do campo de porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição para $T = 0,10$ - fluido: ar. 104

Figura 4.41. Geração do campo de velocidades do fluido em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição $T = 0,10$. – fluido ar. 105

Figura 4.42. Geração do campo de tensões verticais efetiva σ_y embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição $T = 0,10$ - fluido: ar. 105

Figura 4.43. Geração próximos da estabilização para pressão neutra, deslocamentos superficiais, e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa - Fluido: ar. 108

Figura 4.44. Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 0,1 Hz- Fluido :ar 109

Figura 4.45. Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 1 Hz- Fluido:ar 109

Figura 4.46. Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 2 Hz- Fluido:ar. 110

Figura 4.47. Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 5 Hz- Fluido:ar 110

Figura 4.48. Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 10 Hz - Fluido: ar. 111

Figura 4.49. Geração de pressão e deslocamentos superficiais, embaixo da carga, em m maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclicos superficiais de 1600kPa - Fluido: ar- condições iniciais. 111

Figura 4.50. Geração de deslocamentos superficiais – recalques - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclico superficial de 1600kPa – condição inicial - fluido: ar. 112

Figura 4.51. Geração campo de pressão neutra inicial em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – tempo adimensional $T = 0,10$. Fluido: água. 112

Figura 4.52. Geração campo de pressão neutra inicial em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – tempo adimensional $T = 0,10$. Fluido: água. 113

Figura 4.53. Geração campo de velocidades do fluido, mostrando as direções das “linhas de fluxo” ou de “drenagem” em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600 kPa – $T = 0,1$ - fluido: água. 113

Figura 4.54. Geração campo de velocidade do fluido, com legenda, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – fase de drenagem – $T = 0,20$. fluido: água. 114

Figura 4.55. Geração campo de porosidades, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – $T = 1,0$ - fluido: água. 115

Figura 4.56. Geração campo de tensões verticais efetivas, com legenda, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – fluido: água. T correspondente a um excesso de pressão neutra próxima de zero. 116

Figura 4.57. Geração campo de deslocamentos verticais adimensionais, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – $T = 1,0$ - fluido: água. 116

- Figura 4.58. Geração de pressão e deslocamentos superficiais, embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa - Fluido: água. 117
- Figura 4.59. Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 0,1 Hz- Fluido: água. 118
- Figura 4.60. Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 1 Hz- Fluido: água 118
- Figura 4.61. Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 2 Hz- Fluido: água. 119
- Figura 4.62. Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em m maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 5 Hz- Fluido: água 119
- Figura 4.63. Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 10 Hz- Fluido: água 120
- Figura 4.64. Geração inicial de deslocamentos superficiais – recalques - e pressões neutras - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclicos superficiais de 1600kPa - fluido: água. 120
- Figura 4.65. Geração final de deslocamentos superficiais – recalques - e pressões neutras embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclicos superficiais de 1600kPa - fluido: água 121
- Figura 4.66. Geração de deslocamentos superficiais – recalques - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclico superficial de 1600kPa – condição inicial - fluido: água. 121

Figura 4.67 - Geração de deslocamentos superficiais – recalques - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclicos superficiais de 1600kPa –condição intermediária e final- fluido: água 122

Figura 4.68. Geração de pressão neutra - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclico superficial de 1600kPa - condição intermediária e final - fluidos: água e ar. 122

Figura 4.69. Ensaio “in Situ” para determinação capacidade de carga e recalques:
(a) Prova de carga e (b) Deslocamentos versus tensão aplicada na superfície, para solos moles ou fofos e compactos ou friáveis. 126

Figura 4.70. - Ensaio “in Situ” para determinação de recalques – Deslocamentos superficiais Versus Tempo de atuação do carregamento ou tensões superficiais 127

Figura 4.71. Ensaio de Laboratórios mostrando as diferenças entre ensaio rápido e lento, em duas amostras de um solo: Efeito da velocidade de carregamento sobre a curva tensão x deformação de um solo 128

Figura 4.72 - Ensaio de Laboratórios mostrando os efeitos de carregamentos cíclicos onde em cada novo ciclo se aumenta a tensão. 129

Acerbi, Joaquim Mário Caleiro; 2006 “Análise do Acoplamento Fluxo-Deformação em Meios Geotécnicos Saturados”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

RESUMO

É apresentado um estudo para o desenvolvimento e resolução das equações do acoplamento fluxo - deformação em meios porosos saturados com fluido compressível. Os casos analisados são sistemas transientes, bidimensionais e tridimensionais, e são estudados com o objetivo de se obter informações sobre os deslocamentos superficiais, campo de tensões e deformações nos maciços geotécnicos submetidos a carregamentos superficiais. O processo permite a simulação do comportamento de solos e rochas, constituídos de diferentes propriedades elásticas e hidráulicas quando submetidos a efeitos estáticos, cíclicos ou harmônicos superficiais. Um campo de pressão nos poros é gerado devido ao efeito do carregamento na superfície do maciço. O modelo matemático desenvolvido simula o campo de tensões e de deslocamentos no interior do meio poroso, acoplado o escoamento do fluido nos poros com a deformação da estrutura porosa constituinte do maciço. O estudo é feito considerando que as partículas sólidas constituintes do meio geotécnico, solo ou rocha, são incompressíveis. As equações que regem o fenômeno são resolvidas numericamente através da técnica do método espectral, usando uma malha de pontos de colocação no domínio analisado e acompanhando evolução da pressão nos poros com o tempo. A dissipação da pressão se acopla com os deslocamentos no meio poroso, induzindo a variação do campo de tensões no interior do maciço.

Palavras-chaves: Fluido, Acoplamento, Deformações, Fluxo, Meios - Porosos, Solos e Rochas.

Acerbi, Joaquim Mário Caleiro; 2006; “Analysis of Coupling Flow-Deformation in Geotechnical Saturated Porous Media”, Thesis in Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG.

ABSTRACT

It is presented a study for the development and resolution of the equations of the coupling flow - deformation in porous media saturated with compressible fluid. The cases in analyses are transients, two-dimensional or three-dimensional systems, and are studied with the objective of get displacements on the surface, the field of stresses and deformations in the geotechnical medium, submitted to a static or cyclic superficial load. The process allows simulation of the ground behavior, soil or rock, consisting of different elastic and hydraulic properties when submitted a static, cyclical or harmonic superficial load. A field of pressure in the pores is generated in all medium as consequence of this load in the surface of the ground. A computer program simulates the pressure in the pores and all process of balance, deformation and the initial condition: neutral pressure in all points, express porous pressure numerically. The developed mathematical model simulates the field of stresses and displacements in the interior of the porous media, connected to the draining fluid in the pores, to the deformation fluid and the constituent porous structure. It can be observed that the biggest deformation occurs, mainly, due to reduction of the emptiness's, as consequence of a rearrangement internal structure of the ground, soil or the rock in analysis. The study it is made considering that the constituent solid particles of the geotechnical medium are incompressible. The equations that conduct the phenomenon are solved numerically through the technique of the spectral method, using a mesh of points of collocation in the analyzed domain and following evolution of the pressure with the time. The dissipation of the pressure connects to the displacements in the porous media, inducing the variation of stress in the interior of the medium.

Keywords: Coupling, Flow, Deformations, Porous-Media, Soils and Rocks.

CAPÍTULO I

Introdução

No âmbito da Engenharia civil, de um modo geral, e da geotecnia, ou engenharia geotécnica, em particular, encontram-se vários fenômenos associados à percolação de água em solos e rochas, durante a execução de escavações, fundações, túneis, barragens de terra e enrocamento, aterros de estradas, taludes e encostas. Segundo Chiossi (1979), a parte superficial da crosta terrestre (ou litosfera) é formada pelo resfriamento de lava vulcânica, e esse material consolidado ou endurecido é denominado rocha. A rocha é formada por um agregado de minerais. Mineral, segundo Ferreira (1980), é toda substância ou componente geológico produzido pelos processos de natureza inorgânicas e naturais, tendo uma composição química e estrutura definida, formado sob certas condições favoráveis de pressão e temperatura ao longo do tempo (eras geológicas), e apresentando uma estrutura molecular característica, exibida numa forma cristalina.

Segundo Chiossi (1979), dentre os materiais geológicos mais comuns, tem-se os solos, definidos como o material resultante da decomposição e desintegração da rocha pré-existente pela ação de agentes atmosféricos, provocando intemperismos químico e físico (desintegração). Com base em seus constituintes, os solos podem ser divididos em dois grandes grupos: solos residuais, se o produto da rocha intemperizada permanece no local em que se deu a transformação e solos transportados ou sedimentares, quando os produtos de alteração forem transportados por um agente qualquer, para um local diferente ao da transformação.

Segundo Rocha (1981), maciços rochosos são constituídos por rocha intacta e por fraturas, gerando, muitas vezes, um sistema de blocos decorrentes de ações mecânicas e condições ambientais. Fraturas são designadas juntas ou falhas, em função de ocorrência ou não de movimento relativo entre as paredes. Neste contexto geológico, as juntas mais comuns podem ser definidas como fissuras em rochas, nas quais não existem deslocamentos relativos e ocorrem, em geral, em famílias aproximadamente paralelas e regularmente espaçadas, seguindo diferentes orientações. Em contrapartida, as falhas são caracterizadas pelo

deslocamento relativo de suas paredes. Normalmente são estruturas isoladas, mas podem também ocorrer em grande número, formando uma zona de falhamento ou conjunto de falhas. Ainda segundo Rocha (1981), o comportamento dos maciços é o resultado de uma combinação de respostas do meio intacto poroso e o sistema de fraturas.

Na construção de barragens e fundações, a rocha de apoio pode ser permeável e deformável, e as propriedades hidráulicas e mecânicas destes maciços são ditadas por descontinuidades (sistema de fraturas), pela porosidade e permeabilidade da matriz, pelas propriedades mecânicas elásticas dos dois meios e pela variação das condições hidráulicas e das tensões introduzidas durante a construção e enchimento do reservatório (Rocha, 1981).

Assim, no caso do estudo do comportamento desses maciços rochosos fraturados porosos e solos com fissuras ocorrem problemas complexos devido às associações dos escoamentos na matriz porosa e escoamentos nos sistemas de fraturas e fissuras, fortemente influenciados por deformações desses sistemas de fraturas e fissuras que integram o meio. Ou seja, existe um acoplamento hidromecânico que consiste numa interação entre os escoamentos na matriz, no sistema fratura-fissura-poros, influenciados pela deformação do arcabouço sólido, cuja estrutura evolui para um estado final de equilíbrio no meio.

O conhecimento prévio de deformação das fundações durante a construção e durante o enchimento do reservatório, ainda na fase de projeto, através do uso de modelos matemáticos adequados, permite obter conclusões muito próximas da realidade e definir um planejamento da execução por etapas para a obra, deixando-se juntas de dilatação na construção, em função do grau de variação das deformações das fundações ao longo do tempo. Pode-se ainda resolver o problema de retração previsto, reforçando-se as regiões críticas com uma maior concentração de armadura, de tal forma que as deformações das fundações não induzam fissuras exageradas no concreto da barragem, pois uma ruptura pode ser catastrófica e deve ser evitada, sem aumentar em demasiado os custos de execução, para viabilizar economicamente o empreendimento.

Portanto, conclui-se que um melhor conhecimento do comportamento físico do maciço traduz-se em um projeto mais eficiente, diminuindo inclusive os custos de manutenção ao longo da vida útil da barragem e, principalmente, um menor custo de execução da obra.

Segundo Vargas (1986), quando o número de fraturas é muito grande e as famílias de fraturas apresentam uma distribuição aleatória, torna-se possível estudar o sistema como um contínuo equivalente, aplicando-se diretamente as leis da mecânica e da hidráulica para estudo do comportamento hidromecânico.

O maciço rochoso poroso merece um tratamento peculiar à luz da teoria da elasticidade, com a qual Biot (1941), conforme citado por Jaeger e Cook (1979), comprovou teoricamente a existência de uma tensão total do maciço e de outra tensão relativa ao sistema matriz fissuras - poros. Esta comprovação constitui uma generalização da hipótese de Terzaghi apresentada anteriormente e originalmente em 1925, no livro *Erdbaumechanik* (Ortigão, 1995). Para um problema unidimensional, a tensão total é dada por:

$$\sigma = \sigma' + P \quad (1.1)$$

Biot acrescentou uma constante de ajuste que permite utilizar o conceito de tensões efetivas para maciços rochosos. Assim, a equação (1.1) se torna:

$$\sigma = \sigma' + \alpha_B P \quad (1.2)$$

onde: α_B é a constante de Biot.

É importante ressaltar que as Equações (1.1) e (1.2) mostram que a tensão total atuante em um sistema geotécnico distribui-se entre a matriz¹, tensão σ' , e a pressão existente nos poros, pressão P para solos, ou $\alpha_B P$ para maciços rochosos. Ou seja, quando uma carga é aplicada em um meio geotécnico saturado com um fluido incompressível ou compressível, parte da carga é transferida para o fluido que preenche os poros do meio considerado e o restante à matriz sólida do sistema. A tensão total é o somatório das tensões na matriz e no fluido ou fluidos que preenchem os poros.

Na prática, a constante de Biot, α_B , tem um valor próximo de 1 (um) e, assim, a equação de Terzaghi, apesar de ser desenvolvida inicialmente para solos, foi logo em seguida estendida, de uma maneira mais geral, para materiais geotécnicos – solos e rochas. Assim, a equação de Terzaghi se tornou clássica também no ramo da mecânica das rochas e relaciona-se o que convencionou chamar de tensão total σ e tensão efetiva σ' .

Lubinski (1954) desenvolveu uma teoria na qual definiu como microtensão a força por unidade de área interporosa (área da matriz sólida) e como macrotensão, o valor médio da força por unidade da área total. Nessa teoria, relacionaram-se as deformações totais e da

¹ Entende-se por matriz todo material sólido que compõem o meio geotécnico.

matriz sólida, através de uma soma entre as duas componentes. O autor chegou a uma expressão bastante próxima daquela desenvolvida por Terzaghi (1925).

Geertsma (1957), em particular, estudou a relação entre as compressibilidades dos poros, a matriz sólida e as constantes elásticas, considerando-se o material como isotrópico e a matriz como homogênea² e contínua. O autor comparou sua equação com aquela de Biot e estabeleceu uma relação entre as constantes de Biot, a compressibilidade da estrutura sólida e a porosidade.

As vantagens dessa formulação encontram-se no fato de haver somente três constantes elásticas, facilmente mensuráveis, a saber: o coeficiente de compressibilidade da matriz sólida, α_s , o coeficiente de compressibilidade total, α_t e porosidade, n .

Hubert & Rubey (1959) fizeram um longo estudo sobre falhas reversas de grande magnitude e mostraram que a pressão de poros influencia a movimentação de imensos blocos de rocha. Segundo Ferreira (1980), as falhas reversas ou falhas de empurrão são aquelas formadas por forças tectônicas de compressão, em que um lado da falha sobrepõe o outro. Ainda segundo esse autor, tectonismo é uma das áreas da geologia que se ocupa das alterações que se dão na crosta terrestre, em virtude esforços de compressão, tração ou torção.

Hubert & Rubey (1959) realizaram uma revisão bibliográfica bastante completa sobre a mecânica das rochas e da mecânica de materiais porosos, preenchidos com fluidos. Na sequência desse estudo, eles fizeram aplicações de sua teoria à geologia e à técnica de detecção de pressões anormais nos poros das rochas. Esse estudo serve como uma boa referência em aplicações envolvendo rochas fraturadas e fissuradas, como algumas rochas de reservatório de água e petróleo.

Walsh (1965) estudou o efeito de poros esféricos e fraturas sobre a compressibilidade total da rocha, obtendo-se uma expressão para cada caso. O autor comparou os coeficientes de compressibilidade associadas a existência de fraturas e de poros, com os mesmos diâmetros, e concluiu que o poro tem maior influência sobre a compressibilidade. Contudo, ele concluiu que o maciço apresenta um comportamento anisotrópico, com relação ao escoamento do fluido e ao campo de tensões, o qual é muito mais influenciado pelas fraturas do que pelo arcabouço da rocha (matriz sólida e poros).

Nur & Byerlee (1971) analisaram o efeito do coeficiente poroelástico de Biot, α_B , derivando uma relação para esse parâmetro. A obtenção dessa relação foi realizada,

² mesmo material geotécnico

considerando-se as hipóteses de deformações elásticas, o material como sendo isotrópico e linearmente elástico, permitindo, assim, a superposição das deformações.

Jaeger & Cook (1979) estudaram as cargas sobre maciços rochosos devidas à gravidade. Os autores argumentaram que é útil estudar primeiramente as tensões devidas apenas à gravidade e tentar atribuir as causas para os desvios que porventura ocorrerem. Numa primeira aplicação dessa concepção, consideraram uma região plana de massa específica, ρ , sem deslocamentos laterais. Para a formulação matemática do problema, utilizaram as equações clássicas da teoria da elasticidade para um material homogêneo, isotrópico e linearmente elástico. Goodman (1989), em seu livro “Introduction to Rock Mechanics”, apresenta estudo sobre rochas fraturadas e determinação de constantes elásticas de maciços em ensaios de laboratório e de campo. Este mesmo autor já havia apresentado em 1974, um importante estudo sobre propriedades mecânicas dos maciços rochosos.

Os fenômenos de dobramentos, falhamentos e subsidências (afundamentos do terreno), que ocorrem nas rochas sedimentares e mesmo nas rochas preexistentes ao longo das eras geológicas, causam fraturamento das mesmas. Quanto mais a rocha tiver um comportamento frágil, (“brittle”); isto é se romper sem grandes deformações, o maciço rochoso apresentará um maior grau de fraturamento. Por essa razão, rochas carbonáticas são mais fraturadas do que rochas areníticas. Geralmente as superfícies das faces de uma fratura são rugosas, e a rugosidade pode ter uma altura que é uma parcela representativa da abertura da fratura. Dissolução das paredes, também são muito comuns, assim como o preenchimento total ou parcial da abertura da fratura (Chiossi, 1979).

As propriedades das rochas nas regiões de contato entre blocos diferem da porção no interior da matriz, devido à concentração de tensões nas faces da fratura, bem maiores do que as tensões médias na matriz (Rocha, 1981). Portanto, a natureza da fratura é dependente da mineralogia, do histórico de tensões tectônicas (movimentos das placas tectônicas ou terremotos) e da diagênese (processos físicos-químicos de formação da rocha). As rochas dos reservatórios naturalmente fraturados são tais como: carbonatos, diatomitos, granitos, xistos, arenitos, folhelhos e carvão. Consequentemente, esses diferentes tipos de maciços rochosos apresentam uma variação muito grande nas suas propriedades, como: porosidade, permeabilidade, compressibilidade, coeficiente de Poisson, módulos de elasticidade, resistência, etc.

Reservatórios naturalmente fraturados podem frequentemente ser classificados como de porosidade dupla, onde uma porosidade representa os blocos matriciais e a outra representa as

fraturas e/ou dissoluções. As fraturas são os caminhos preferenciais para o escoamento do fluido dentro do reservatório. O óleo ou água flui dos blocos de matriz para as fraturas, e destas para o poço. Para escoamentos monofásicos, Barenblatt et al. (1960) desenvolveram a formulação matemática que descreve o comportamento do escoamento em rochas com dupla porosidade. Mais tarde, Warren & Root (1963) desenvolveram um modelo radial para escoamentos transientes, com aplicação em testes de avaliação em poços de petróleo. Kazemi (1969) e Kazemi et al. (1969) estenderam o modelo anterior para situações mais complexas em duas dimensões. Para escoamentos multifásicos, os trabalhos pioneiros foram o de Birks (1955) e o de Mattax & Kyste (1962), já apresentando os mecanismos de transferências do deslocamento de óleo da matriz para as fraturas. Outros trabalhos de desenvolvimento da teoria de escoamentos multifásicos também foram apresentados por Barenblatt (1964) e Braester (1972).

Os resultados experimentais obtidos nos estudos sobre escoamentos multifásicos foram utilizados na calibração de estudos teóricos de modelagens numéricas, especialmente nos estudos de simulação numérica com a técnica de diferenças finitas, considerando um modelo físico de dupla porosidade e dupla permeabilidade, desenvolvidos por Kazemi et al. (1976), Rossen (1977), deSwaan (1978), Thomas et al. (1983), Litvak (1985), Quandalle & Sabathier (1989), Sonier et al. (1988) e Gilman & Kazemi (1988). Litvak (1985) e Sonier et al. (1988) simularam efeitos gravitacionais segregando fases, para as fraturas e para a matriz, em cada malha computacional e para cada passo de tempo. Outra aplicação do conceito de dupla porosidade inclui escoamentos em aquíferos fraturados e estocagem de resíduos em rochas fraturadas (Duguid & Lee, 1977; Shapiro, 1985; Sinnock et al., 1987). Chen et al. (1987) e Lee & Tan (1987) descreveram simuladores de injeção de vapor para poços de petróleo, utilizando modelos de dupla porosidade. Kazemi & Merrill (1979) utilizou o conceito de funções de transferências para determinar curvas de pressão de capilaridade e aplicou o modelo de dupla porosidade para melhorar resultados de uma malha menos refinada. Van Wunnik & Wit. (1992), modelando os reservatórios de petróleo pela teoria de dupla porosidade, melhoraram os resultados de drenagem por gravidade, com a injeção de vapor em reservatórios de gás. Estudos mais detalhados sobre engenharia de reservatórios de petróleo, geologia e petrofísica aplicada à engenharia de petróleo, com embasamento dos fenômenos físicos envolvidos podem ser encontrados em Reiss (1980), Aguilera (1980), Van Golf-Racht (1982), Nelson (1985), Saidi (1987), Bear et al. (1993). Também Ghafouri & Lewis (1996) apresentam uma revisão das bases matemáticas do conceito de dupla porosidade (equações de

equilíbrio e da continuidade), desenvolvendo uma função de transferência de fluidos entre a matriz e as fraturas. Nesta análise os autores apresentam um fator de geometria para levar em consideração o efeito das fraturas.

Bai & Abousleiman (1997) apresentaram uma formulação completa e acoplada de fenômenos da termoporoelasticidade, discutindo onde estas condições podem ser mantidas e onde é possível fazer o desacoplamento (total ou parcial), tornando as aplicações práticas mais simples. Os autores apresentaram a formulação para três dimensões, com base na conservação da massa e da energia e na consideração das relações de equilíbrio e compatibilidade de deformações da mecânica, embora acabem fazendo a implementação somente para o modelo de consolidação unidimensional.

Na área experimental, principalmente para caracterização do formato de poros e da heterogeneidade - homogeneidade dos solos, é importante citar o trabalho de Chammass et al (2002). Ainda na área experimental, é importante ressaltar o trabalho de Xiao & Reddi (2004) que analisam o efeito das vibrações na distribuição de fluidos em meios porosos, comprovando experimentalmente as equações da teoria de propagação de ondas elásticas em meios porosos saturados de Biot (1956).

1.2 Objetivos do trabalho

Em virtude, de até o momento, a literatura pesquisada não apresentar um modelo mais detalhado e consistente que leve em consideração o efeito da compressibilidade do fluido que permeia a matriz porosa e pelo fato de não apresentar uma correlação mais específica e precisa da análise do fluxo, das tensões e das deformações envolvidas no processo de acomodação dos maciços geotécnicos saturados submetidos a carregamentos estáticos, cíclicos ou harmônicos, é proposto neste trabalho o desenvolvimento de um modelo matemático que represente o acoplamento físico entre fluxo - tensões - deformações.

Assim, dentro desta proposta de desenvolvimento de um modelo, estabeleceu-se como objetivos da pesquisa, a apresentação e a resolução das equações do acoplamento fluxo - tensões - deformações em meios porosos saturados com fluido compressível para um sistema transiente, obtendo-se informações sobre os deslocamentos superficiais, o campo de tensões e deslocamentos nos domínios espaciais e temporais no interior de um maciço geotécnico, submetido a carregamentos superficiais. O modelo desenvolvido permite a simulação do comportamento de solos e rochas, saturados com fluidos compressíveis,

constituídos de diferentes propriedades elásticas e hidráulicas, submetidos a efeitos estáticos, cíclicos ou harmônicos, em domínios bidimensionais e tridimensionais. Em resumo, pretende-se resolver matematicamente o sistema de equações diferenciais que representam o fenômeno do adensamento bidimensional ou tridimensional para maciços geotécnicos saturados com fluido compressível, cuja abordagem não é considerada pelos autores pesquisados e citados, submetidos a diversos tipos de carregamentos superficiais. Como as equações que regem o fenômeno são complexas e não existem soluções analíticas conhecidas, partiu-se para soluções numéricas. A técnica numérica escolhida para obter as soluções dos problemas estudados foi o método espectral da colocação, porque essa técnica constitui uma evolução das técnicas numéricas baseada na teoria dos resíduos ponderados, e apresenta significativas vantagens para o estudo do comportamento de fenômenos difusivos, muito embora fosse possível utilizar qualquer um dos processos numéricos amplamente conhecidos, tais como diferenças finitas, elementos finitos etc. A escolha da técnica espectral surgiu também como uma oportunidade de se aplicar uma nova ferramenta numérica e como uma possibilidade também, de se verificar os resultados da aplicação do método espectral na resolução de problemas geotécnicos. Além de ser apresentado o desenvolvimento de uma teoria geral para estudo de deformações de solos e rochas e a determinação da evolução do escoamento em meios porosos, o estudo a ser desenvolvido para a validação do código computacional é compreendido da simulação numérica dos seguintes casos:

- i. Análise do acoplamento do escoamento no meio poroso saturado e a deformação do arcabouço sólido, para um carregamento estático bidimensional na superfície do maciço, para o sistema geotécnico saturado, por exemplo barragem da Figura (1.1);
- ii. Análise do acoplamento do escoamento no meio poroso saturado e a deformação do arcabouço sólido, para um carregamento estático concentrado, na superfície do maciço (efeito tridimensional), para o sistema geotécnico saturado, Figura (1.2);
- iii. Análise do acoplamento do escoamento no meio poroso saturado e a deformação do arcabouço sólido, para um carregamento concentrado cíclico ou harmônico, na superfície do maciço (efeito tridimensional), com um carregamento cíclico $Q = Q_0 \text{ Sen}(2\pi t)$, simulando a carga de roda de um veículo se deslocando no topo do maciço.

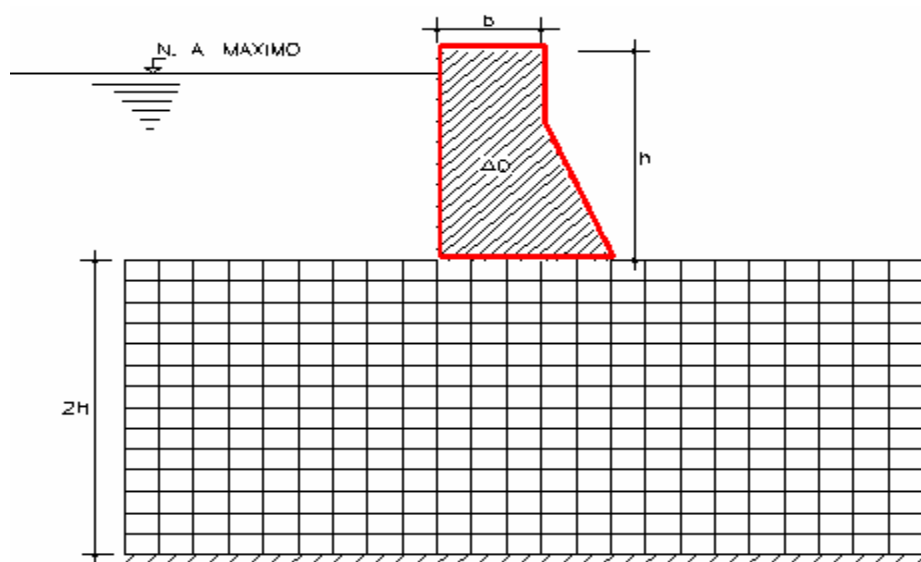


Figura 1.1. Barragem de Concreto Armado: Carga Distribuída

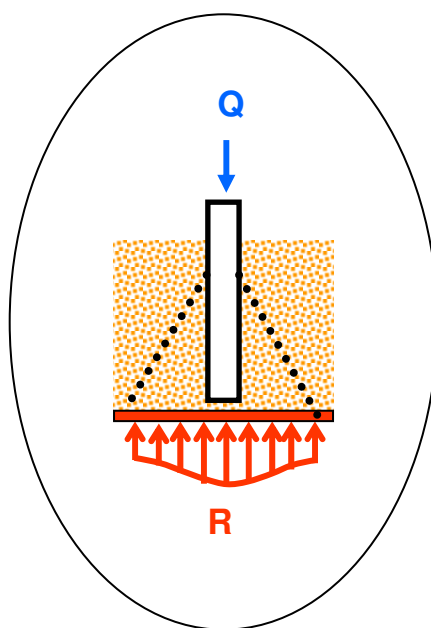


Figura 1.2. Elemento Isolado de Fundação: Carga Concentrada

CAPÍTULO II

Desenvolvimento do Modelo Matemático

2.1) Modelos clássicos

Neste item serão apresentados alguns modelos clássicos que determinam a propagação dos acréscimos de tensões ao longo do arcabouço sólido-fluido, levando-se em consideração o nível de tensões, principalmente devido ao campo gravitacional (compactação), a influência do fluido nos poros imersos no arcabouço sólido, quando submetido a um carregamento na superfície. Esses modelos clássicos, em sua maioria, consideram o maciço geotécnico como sendo linearmente elástico, homogêneo e isotrópico.

Os resultados provenientes da aplicação da teoria da elasticidade são geralmente, usados para calcular as tensões induzidas dentro da massa dos solos por cargas atuantes externamente. A aplicação desta teoria implica que as tensões são diretamente proporcionais às deformações, ou seja, assume-se que o solo é homogêneo e isotrópico. Como o solo raramente é homogêneo e isotrópico, a aplicação desta teoria deve ser acompanhada de cuidados especiais, como levantamento de parâmetros físicos empiricamente e fixando altos fatores de segurança. A obtenção das soluções elásticas é muito trabalhosa para um dado carregamento submetido a certas condições de contorno, e geralmente são apresentadas em forma de ábacos (Lambe & Whitman, 1969).

Já para o cálculo das tensões introduzidas por cargas aplicadas nas superfícies dos maciços em solos argilosos saturados, aplica-se a teoria do adensamento, que prediz que as cargas aplicadas na superfície são suportadas inicialmente pelo fluido no interior dos poros e posteriormente, com a drenagem, são transferidas para as partículas sólidas. Conforme Terzaghi e Peck (1967), Caputo (1988) e Ortigão (1995), a teoria de adensamento unidimensional que caracteriza uma deformação vertical foi desenvolvida por Terzaghi em 1925, e segundo Jaeger e Cook (1979), a teoria tridimensional de adensamento foi desenvolvida por Biot em 1941.

Um depósito de solo de baixa permeabilidade, quando submetido a uma sobrecarga, apresenta recalques que tendem a aumentar lentamente com o tempo. Exemplos desse tipo de solo são aterros em solos aluvionares³ de baixada ou em regiões de formação marinha, como os mangues, e até mesmo edificações assentadas sobre camadas fracas. Denomina-se adensamento ou consolidação, o fenômeno estudado e apresentado por Terzaghi (1925), quando ainda era professor da Universidade de Istambul. Terzaghi (1925) desenvolveu o ensaio oedométrico, e posteriormente a denominada teoria unidimensional do adensamento. Os princípios básicos dessa teoria serão descritos em detalhes na próxima subseção.

2.2 Analogia do sistema água-mola de Terzaghi

Terzaghi (1925) iniciou o estudo do fenômeno de consolidação, estabelecendo-se um modelo físico, o qual é apresentado na Figura 2.1.a. Esse modelo é caracterizado por uma amostra de solo totalmente saturado e de baixa permeabilidade, a qual é submetida a um estágio de pressão, denominado de $\Delta\sigma_1$, no oedometro⁴ caracterizado na Figura 2.1.b. Como caracterizado nessa figura, a amostra é composta de partículas de solo envolvidas por água, que preenche seus vazios. Um dispositivo manométrico permite a medição do acréscimo de pressão na água, quando o sistema for tensionado.

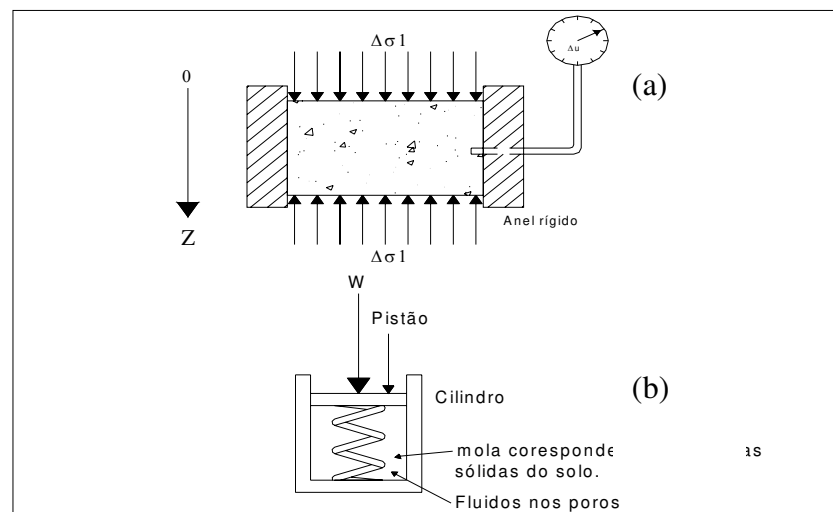


Figura 2.1: Esquema ilustrativo dos conceitos da teoria de adensamento unidimensional (teoria de Terzaghi): (a) Condições impostas ao solo no ensaio; (b) Modelo físico da compressibilidade do solo.

³ Entende-se como solos Aluvionares, aqueles compostos por materiais originados por deposição.

⁴ Oedometro é um equipamento de laboratório, utilizado no ensaio de adensamento unidimensional, desenvolvido por Terzaghi (1925).

Na Figura 2.1.a é apresentado um modelo físico, o qual foi denominado analogia do sistema água-mola de Terzaghi, que consiste de um cilindro indeformável, de um pistão sustentado por um mola e por uma válvula de controle do escoamento do fluido imerso no sistema. O cilindro é preenchido com água, cuja compressibilidade é admitida como sendo nula, ou seja, o fluido sendo incompressível. Cada componente desse sistema mostrado na Figura 2.1.a apresenta uma correspondência com algum outro elemento mostrado na Figura 2.1.b. A água presente no interior do cilindro corresponde à água intersticial nos poros ou vazios da amostra de solo; a permeabilidade do fluido é caracterizada pela abertura parcial da válvula e a deformação do esqueleto sólido é caracterizada pela mola.

Uma vez aplicado o acréscimo de tensão vertical $\Delta\sigma_1$ no oedômetro, a pressão da água intersticial, ou poropressão, sofre imediatamente um acréscimo que pode ser observado no manômetro. No pistão é aplicada analogamente a força W , cujo valor é ajustado, de forma tal que seja aplicada uma pressão uniforme e igual a $\Delta\sigma_1$. No instante inicial, com a válvula ainda fechada, a pressão na água é igual à sobrecarga, ou seja, $P|_{t=0} = \Delta\sigma_1$ (onde $P|_{t=0}$ é o acréscimo de pressão no fluido, no instante $t=0$). Nesta ocasião, a força suportada pela mola ainda é nula, pois toda a pressão é suportada inicialmente pela água.

Com passar do tempo, a água presente nos vazios (poros) começa a ser expulsa da amostra de solo, o que é representado no modelo de Terzaghi, por uma pequena abertura na válvula. À medida que a água sai, diminui-se a poropressão e aumenta a tensão na mola. Este fenômeno é denominado transferência de carga da água para a mola, ou seja, da água intersticial do solo para o esqueleto sólido. O aumento da pressão sobre o esqueleto sólido corresponde a um aumento de pressão efetiva σ'_1 . A dissipação da água do meio poroso e o processo de transferência de carga ocorrem a partir do momento em que a válvula é aberta. Para um tempo considerado suficientemente grande, ocorre um decréscimo em P , pressão no fluido, que tende a zero, ou seja, nas condições de equilíbrio, a carga é transferida para o esqueleto sólido, o qual tem sua pressão efetiva aumentada em um valor igual ao decréscimo ocorrido em P .

2.3 Teoria do Adensamento Unidimensional de Terzaghi

A formalização matemática da teoria de Terzaghi em uma equação diferencial do adensamento unidimensional foi concluída em seu desenvolvimento em 1925. Essa teoria é considerada o marco fundamental da Mecânica dos Solos. Por isso, é importante entender seu

desenvolvimento teórico, analisando as hipóteses sobre as quais a teoria se baseia e suas limitações.

A representação matemática da analogia do sistema água-mola de Terzaghi é caracterizada por três equações, uma para representar o escoamento d'água, outra para a compressibilidade da mola, ou seja, do arcabouço sólido, e a terceira para garantir o equilíbrio.

No primeiro caso é empregada a equação de continuidade (ou lei da conservação da massa) para um problema transiente e unidimensional no espaço que pode ser assim simplificada (Lambe e Whitman, 1969):

$$k \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{1}{(1+e)} \left(S \frac{\partial e}{\partial t} + e \frac{\partial S}{\partial t} \right) \quad (2.1)$$

onde k é a permeabilidade absoluta ou intrínseca na direção vertical, z é a coordenada na direção vertical, “ e ” o índice de vazios, S o grau de saturação, t variável tempo e H é a carga hidráulica total, ou seja, $H = \frac{P}{\gamma_w} + \frac{V^2}{2g} + Z$ (onde γ_w é o peso específico da água, V a velocidade e P é a pressão nos poros do solo). Contudo, no âmbito das aplicações desse estudo, as velocidades de escoamento são bastantes baixas, o que permite reduzir a carga hidráulica para a seguinte equação:

$$H = \frac{P}{\gamma_w} + Z \quad (2.2)$$

A Equação (2.1), quando empregada para representar a teoria de Terzaghi, considera várias hipóteses, uma entre as quais é a validade da lei de Darcy. Essa lei estabelece uma proporcionalidade entre a velocidade do escoamento e o gradiente hidráulico e sua validade tem sido comprovada mesmo para gradientes hidráulicos muito baixos, como os que podem ocorrer devido aos escoamentos por consolidação (Tavenas et al. 1983). Assim, a lei de Darcy pode ser estendida ao processo de consolidação, sem restrições.

Outra hipótese restritiva presente no modelo de adensamento de Terzaghi é a de deformações infinitesimais que considera as deformações ou recalques por adensamento, como sendo pequenas em relação à espessura total da camada sujeita ao fenômeno de

compressibilidade, situação que se aplica a uma grande parte dos casos práticos em Mecânica dos Solos.

Há, entretanto, uma classe de problemas que deve ser tratada diferenciadamente, como deformações finitas. Como por exemplo, no estudo de adensamento em lagoas de estabilização de rejeitos. Nesse caso, o material é lançado ainda como líquido e ocorre um processo de sedimentação e consolidação, cujo recalque da superfície do rejeito pode alcançar 70% da espessura inicial da camada. Neste caso, a aplicação de deformações infinitesimais conduzirá a erros consideráveis nas previsões feitas com base na teoria de Terzaghi.

As partículas de solo e de água são admitidas como incompressíveis. A compressibilidade da água é muito baixa e pode ser desprezada sem problemas. Os grãos de solo também podem ser considerados como sendo indeformáveis, e assim, a compressibilidade do conjunto solo-água é atribuída, na sua totalidade, ao esqueleto sólido, que funciona, como visto na analogia de Terzaghi, como um mecanismo de deformação similar ao de uma mola.

A hipótese de escoamento unidimensional é válida quando a espessura da camada em processo de consolidação é bem inferior à largura do carregamento, conforme ilustrado na Figura 2.2 seguinte.

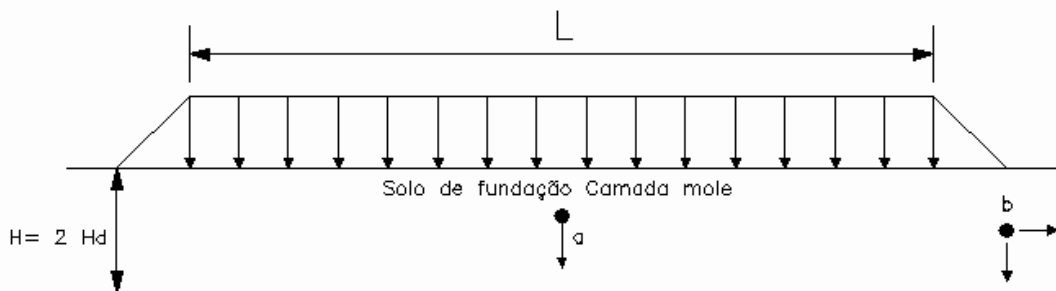


Figura 2.2: Deslocamentos verticais e horizontais sob pontos na borda e no centro de um aterro em construção. L largura média do aterro, H espessura da camada mole e H_d altura de drenagem.

A teoria de Terzaghi restringe ainda mais a Equação (2.1), pois, no caso de solo saturado, ela considera $S=1$ (o solo encontra-se totalmente saturado com água) e $\frac{\partial S}{\partial t}=0$. Nesse caso, a Equação (2.1) torna-se:

$$k \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{1}{(1+e)} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.3)$$

A figura 2.3 abaixo ilustra também o modelo unidimensional, com a trajetória real e máxima de uma partícula de água situada no meio de uma camada em processo de adensamento.

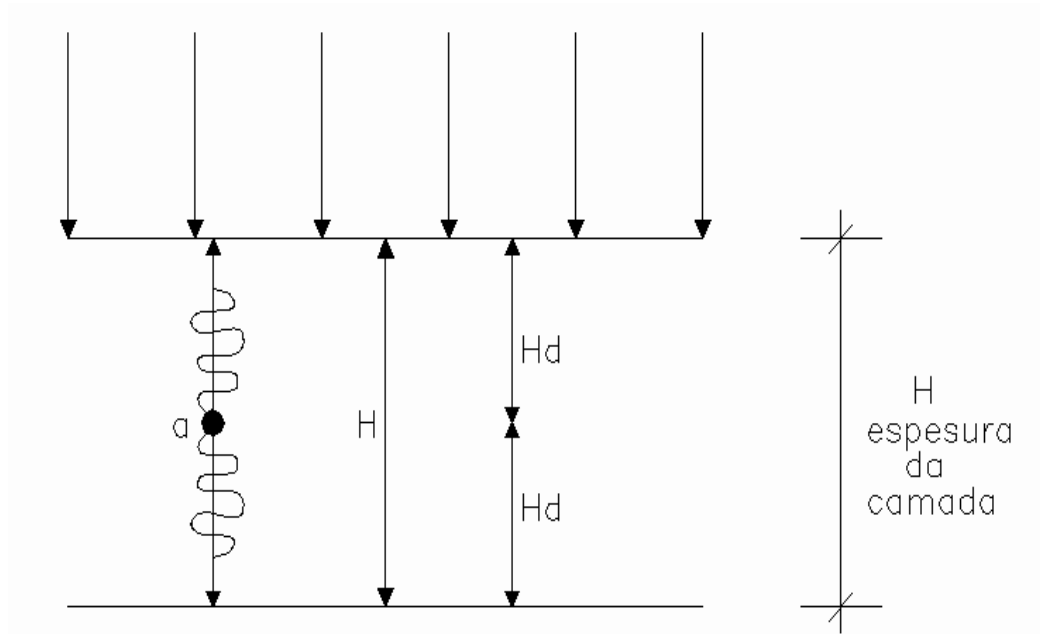


Figura 2.3: Fluxo unidimensional durante o adensamento e caminho de drenagem de uma partícula a de água. Onde H_d é a altura de drenagem cujo valor é a metade da espessura da camada, conforme teoria original de Terzaghi.

Como caracterizado pela Equação (2.2), o valor da carga total H é a soma da carga altimétrica, h_a , com a carga piezométrica, h_p , sendo esta última igual a poropressão, P , dividida pelo peso específico da água γ_w . Logo:

$$H = h_a + h_p = h_a + \frac{P}{\gamma_w} \text{ ou simplesmente: } H = Z + \frac{P}{\gamma_w}, \text{ que é a equação (2.2).}$$

Contudo, o valor da pressão P no fluido pode ser substituído por $P_0 + P'$, isto é, poropressão estática P_0 correspondente à condição de equilíbrio, mais o acréscimo de poropressão P' . Assim, obtém-se:

$$H = h_a + \frac{(P_0 + P')}{\gamma_w} \quad (2.4)$$

Aplicando-se o operador diferencial $\partial^2/\partial z^2$ na Equação (2.4) e considerando-se que se $\frac{\partial^2 h_a}{\partial z^2} = 0$ e $\frac{\partial^2 P_0}{\partial z^2} = 0$, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial^2 P'}{\partial z^2} \quad (2.5)$$

Consequentemente, substituindo-se a Equação (2.5) na Equação (2.3), obtém-se, após adotar devido a simplicidade na escrita $P = P'$ (onde P denota-se, agora, o acréscimo de poropressão):

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{(1+e)} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.6)$$

Contudo, para descrever o comportamento do esqueleto sólido, Terzaghi adotou uma relação linear entre tensão-deformação, como caracterizado abaixo:

$$\frac{\partial e}{\partial \sigma'_v} = -a_v \text{ ou } \frac{\partial e}{\partial t} = -a_v \frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} \quad (2.7)$$

onde σ'_v é a tensão efetiva aplicada nas partículas sólidas na direção vertical e a_v é o módulo de compressibilidade.

Introduzindo a Equação (2.7) na (2.6), tem-se:

$$\frac{k(1+e)}{\gamma_w a_v} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = - \frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} \quad (2.8)$$

onde: k é a permeabilidade absoluta do meio poroso.

O coeficiente do termo à esquerda do sinal de igualdade da Equação (2.8) foi denominado por Terzaghi de *coeficiente de adensamento*, c_v (ou coeficiente de consolidação, que pode ser expresso cm^2/s , m^2/s ou em m^2/ano para facilitar as aplicações práticas em engenharia geotécnica). Esse coeficiente é expresso por:

$$c_v = \frac{k(1+e)}{\gamma_w a_v} \quad (2.9)$$

Na Equação (2.9) verifica-se que a relação $(1+e)/a_v$ é o inverso do módulo de variação volumétrica, m_v :

$$c_v = \frac{k}{\gamma_w m_v} \quad (2.10)$$

Uma outra hipótese de Terzaghi, a de que c_v permanece constante durante o adensamento, foge bastante à realidade, pois o coeficiente de adensamento não é uma propriedade independente, mas sim variável com a permeabilidade e a compressibilidade do solo, como demonstra a equação (2.10), à medida que o solo adensa. Assim, pode-se afirmar que o fato de considerar c_v constante é, na melhor das hipóteses, uma aproximação que se limita para alguns casos particulares, muito embora seja utilizado na prática, inclusive adotado na norma brasileira, com muitos bons resultados em casos reais, por exemplo: ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 12007 - Ensaio de adensamento, (1990); com várias aplicações e desenvolvimentos teóricos nos livros de Scott (1963), Harr (1966), Lambe & Whitman (1969) e Craig (1974).

Desta forma, a Equação (2.10) pode ser assim rescrita:

$$c_v \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = -\frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} \quad (2.11)$$

Em outra hipótese, considerando a condição de equilíbrio, Terzaghi admitiu que as tensões totais não variam durante o processo de consolidação, isto é:

$$\sigma_v = \sigma_{v0} + \tilde{\sigma}_v = \text{constante} \quad (2.12)$$

onde σ_v é a tensão vertical total, σ_{v0} a tensão vertical total inicial e $\tilde{\sigma}_v$, o acréscimo de tensão total devido à sobrecarga.

A Equação (2.12) caracteriza que a variação total da tensão vertical total é nula (ou seja, $\frac{d\sigma_v}{dt} \approx 0$). Considerando-se a hipótese original de Terzaghi, a qual estabelece que as tensões efetiva pode ser expressa por $\sigma'_v = \sigma_v - P$, então, conclui-se que:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} \quad (2.13)$$

Uma das hipóteses de Terzaghi considera que $\tilde{\sigma}_v$ mantém-se constante em relação às direções horizontais, pois, assume que a camada de solo tem dimensões infinitas nessas direções, variando somente na direção da profundidade da camada. Com isto, uma variação no excesso de poropressão P corresponde a uma variação contrária na tensão efetiva σ'_v , conforme especificado pela Equação (2.13). Portanto, substituindo-se a Equação (2.13) em (2.11), obtém-se finalmente a equação diferencial do adensamento unidimensional de Terzaghi:

$$c_v \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.14)$$

Em resumo, a teoria de adensamento unidimensional, também, denominada de teoria de Terzaghi ou teoria de consolidação assume as seguintes hipóteses:

- i. O solo é considerado como homogêneo e constituído de camadas de espessura constante;

- ii. O solo é considerado saturado, com um fluido incompressível (água) e constituído por um meio particulado ou poroso;
- iii. Considera-se válida a lei de Darcy para um escoamento em um meio poroso;
- iv. As deformações e o fluxo de água ocorrem na direção vertical;
- v. As tensões totais mantêm-se constantes durante a deformação do arcabouço sólido e para cada variação na tensão efetiva ocorre uma variação correspondente na pressão de água nos poros e uma diminuição no índice de vazios.

A solução da Equação (2.14) foi obtida por analogia com a teoria da transmissão de calor para uma placa de material isótropo, de espessura $2H$ e temperatura uniforme, isolada em suas faces laterais e colocada rapidamente em um meio de temperatura mais baixa. Nesse caso, parâmetros adimensionais são definidos, com o intuito de generalizar a solução do problema. Nesse caso, o excesso de poro pressão corresponde à temperatura, e o coeficiente de adensamento corresponde ao coeficiente de difusão de calor, Caputo (1988) e Ortigão (1995).

Preocupou-se em apresentar detalhadamente a teoria de adensamento de Terzaghi, pois, trata-se de um dos trabalhos mais importantes, relacionado aos problemas de aterros em solos moles. Contudo, a concepção dessa clássica teoria apresenta-se bastante limitada, principalmente, devido alguns de seus pressupostos essenciais, ou seja: assume-se uma relação linear entre tensão e deformação, o problema é considerado unidimensional, onde as deformações e fluxo ocorrem somente na direção da profundidade da camada do solo.

Por esses fatos e como objetivo do trabalho é realizar um estudo, cujas aplicações devem ser bem mais abrangentes que aquelas restringidas à teoria de Terzaghi, enfatiza-se que todo esse detalhamento apresentado nessa seção caracteriza-se como um preâmbulo de introdução à complexa teoria utilizada ao longo desse estudo.

2.4 Teoria tridimensional ou Modelo de Biot

Em 1941, Biot desenvolveu uma teoria tridimensional do adensamento, mais completa e complexa do que a teoria de Terzaghi, em que procurou estabelecer as equações de equilíbrio estático, as relações constitutivas tanto para a fase líquida (água), quanto para a fase sólida (arcabouço ou esqueleto de grãos do solo) e as relações deslocamentos – deformações.

A teoria de Biot admite as seguintes hipóteses:

- i) As deformações do esqueleto – arcabouço sólido do solo são e as velocidades na água são pequenas;
- ii) O fluxo de água através do solo obedece à lei de Darcy;
- iii) O solo encontra-se totalmente saturado;
- iv) A água é incompressível em relação ao esqueleto de grãos – arcabouço do solo;
- v) O princípio das tensões efetivas é válido;
- vi) A relação entre as tensões efetivas e as deformações é elástica linear.

As hipóteses acima são iguais as adotadas por Terzaghi, com a diferença de que no modelo de Biot, o fluxo de água e as deformações ocorrem em todas as direções, com efeito, tridimensional, contrastando com o unidimensional de Terzaghi.

A hipótese (v) – Princípio das Tensões Efetivas - decorre da hipótese (iii), solo totalmente saturado;

As hipóteses (i), (ii) e (iv) são adequadas e de fácil comprovação experimental, através, por exemplo, do trabalho de Lambe e Whitman (1969). A equação que expressa a lei de Darcy será apresentada e discutida no tópico seguinte, desenvolvimento do modelo proposto.

Solos reais apresentam geralmente comportamento elasto-plástico não linear. Porém, para pequenas deformações e não ocorrendo plastificação, a hipótese (vi) pode ser admitida sem que se incorra em grandes erros, pois o trecho inicial de uma curva tensão – deformação pode ser substituído por uma reta média.

Segundo Kochen e de Zagottis (1983), em seu estudo sobre a teoria de Biot, a equação que expressa o volume d'água expulso de um elemento infinitesimal de solo saturado, por unidade de tempo, é igual à variação da deformação do elemento de solo – sua variação volumétrica-, relacionado com tensão normal octaédrica efetiva, durante todo processo de adensamento tridimensional. Assim, a distribuição de poropressão no espaço e no tempo, pela teoria de Biot, pode ser expressa por:

$$\left[\frac{3(1-2\nu)}{E} \right] \left\{ \frac{\partial \sigma_{\text{oct}}}{\partial t} - \frac{\partial P}{\partial t} \right\} = - \frac{K}{\gamma_w} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (2.15)$$

onde: P é a poropressão;

K é condutividade hidráulica ou permeabilidade do meio;

γ_w é o peso específico d'água;

σ_{oct} é a tensão octaédrica total;

E é o módulo de elasticidade; e ν é o coeficiente de Poisson, ambos para o meio geotécnico em condições efetivas e são conhecidos como parâmetros elásticos.

Na Equação (2.15), o termo à direita do sinal de igualdade representa a variação do volume do solo ou rocha, na unidade de tempo, em função do volume de água expulso do seu interior. O termo à esquerda descreve a mesma variação de volume do solo ou rocha em função de deformação do esqueleto de grãos sólidos - arcabouço sólido - do meio em estudo. Ou seja: a Equação (2.15) é uma equação de continuidade que associa, em cada instante, a deformação da fase sólida - arcabouço ou esqueleto - do meio poroso ao fluxo da fase líquida, expressando o acoplamento fluxo – deformação tensão no maciço. É importante notar que as direções nas quais ocorre fluxo de água não são necessariamente coincidentes com as direções nas quais ocorre a deformação do esqueleto do arcabouço sólido. Cada um destes fenômenos depende de condições de contorno diferentes. Os efeitos tridimensionais do adensamento podem surgir como consequência das condições de drenagem, ou da geometria do problema ou de ambos. Segundo Kochen e de Zagottis, (1983), o entendimento completo do fenômeno, descrição matemática completa do problema do adensamento tridimensional, dá-se com a resolução simultânea do sistema de equações diferenciais formado pela Equação (2.15), acopladas às equações diferenciais de equilíbrio dinâmico, às relações deslocamentos-deformações e às equações constitutivas do meio geotécnico em estudo. A descrição completa das equações complementares e auxiliares da Equação (2.15) será apresentada na subseção seguinte.

2.5 Modelo Proposto neste Trabalho

2.5.1 Desenvolvimento conceitual: Escoamento permanente em um meio saturado

No desenvolvimento matemático desse problema, considera-se um maciço de solo poroso, semi-infinito, homogêneo, isotrópico, conforme Figura 2.4, mostrada a seguir.

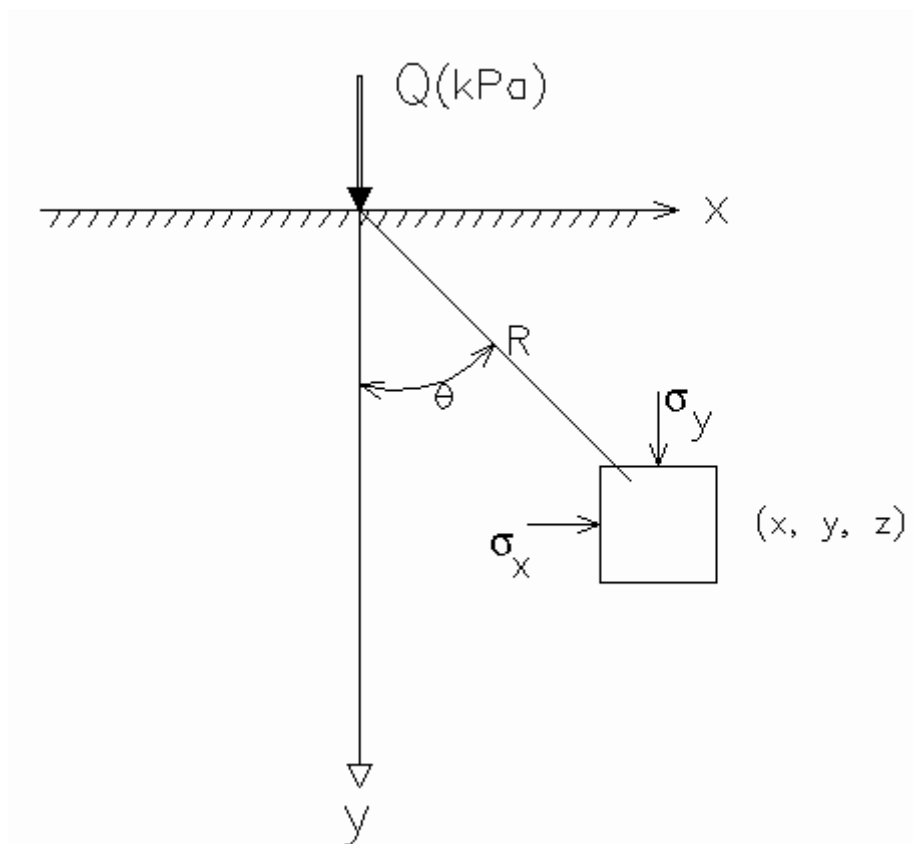


Figura 2.4 - Meio poroso semi-infinito nas direções positivas de y , infinito nas direções positivas de x e z .

Para a análise do comportamento hidrodinâmico nesse maciço poroso, considera-se um volume infinitesimal no seu interior, totalmente saturado com um fluido compressível, e supõe-se que as partículas sólidas do meio sejam incompressíveis, conforme a Figura 2.5 seguinte.

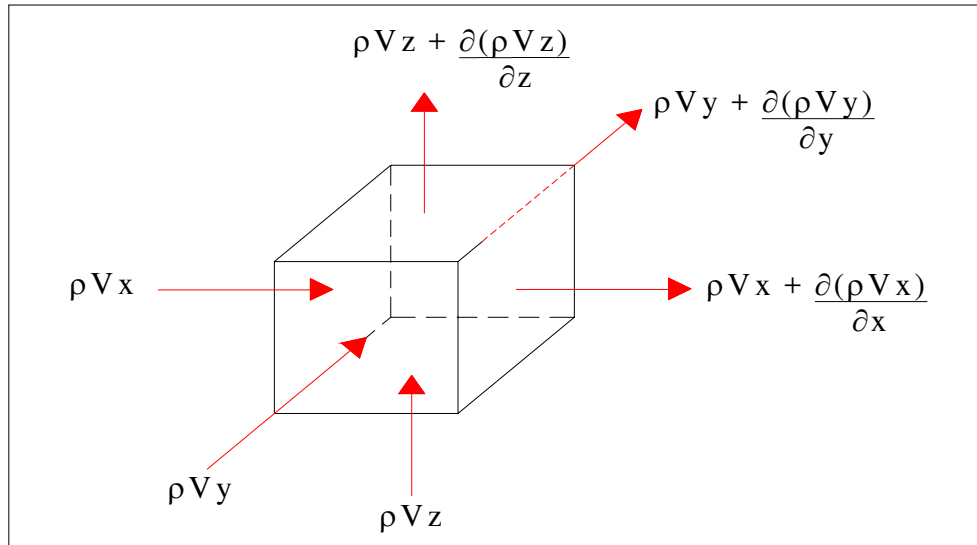


Figura 2.5. Volume de controle elementar para fluxo em meios porosos.

Assim, a lei de conservação de massa para o escoamento no meio poroso é escrita na forma clássica da equação da continuidade, a qual é dada pela seguinte equação:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (2.16)$$

Contudo, a velocidade de um fluido num meio poroso tem a sua origem na clássica experiência de Darcy (1856), que demonstrou que as componentes de velocidade do fluido, dadas pelo vetor $\vec{V}$, são diretamente proporcionais às diferenças de energia mecânica (carga hidráulica total) entre dois pontos distintos do escoamento do fluido no meio poroso, em relação às respectivas direções. Assim, de acordo com a experiência de Darcy, pode-se escrever:

$$\vec{V} \approx -K \vec{\nabla} H \quad (2.17)$$

onde o vetor gradiente para o sistema de coordenadas cartesiana é definido por

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}, \quad H \text{ representa as diferenças de energia mecânica entre as posições de}$$

entrada e saída do fluido no meio, nas três direções (conseqüentemente, $\vec{\nabla} H$ representa os

gradientes hidráulicos nas três direções) e K representa constantes de proporcionalidade, chamadas de condutividade hidráulica ou simplesmente permeabilidade do meio poroso, para a direção do escoamento considerada. Existem situações onde o meio poroso pode ser considerado como isotrópico, conseqüentemente, nesse caso, a permeabilidade do meio poroso independe da direção, sendo idêntica para todas as direções.

A vazão estabelecida pelo escoamento no meio poroso pode ser expressa por:

$$Q = (\vec{V} \cdot \vec{n})A \quad (2.18)$$

onde: A é a seção aberta ao fluxo

e $\vec{n}$ é o vetor direção normal à seção A .

Segundo Hubbert (1956), a condutividade hidráulica, K , pode ser expressa por:

$$K = \frac{k\gamma}{\mu} \quad (2.19)$$

onde k é a permeabilidade absoluta ou intrínseca do meio poroso, γ é o peso específico do fluido e μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

Aplicando-se a equação de Darcy, dada pela Equação (2.17) na equação da continuidade para um escoamento permanente e incompressível, Equação (2.16), e considerando o meio poroso como anisotrópico com relação à permeabilidade, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.20)$$

Contudo, para um meio isotrópico, tem-se que $K = K_x = K_y = K_z$. Nesse caso, a Equação (2.20) se torna:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \text{ ou } \nabla^2 H = 0 \quad (2.21)$$

A Equação (2.21) é conhecida como equação de Laplace ou equação do potencial hidráulico, com vasta aplicação em projetos hidráulicos. A solução da Equação (2.21) descreve a distribuição de carga hidráulica (energia) no maciço poroso.

2.5.2 Fluxo transiente saturado tridimensional

A lei de conservação de massa para um escoamento de um fluido transiente em um meio poroso saturado requer que o balanço de massa que entra ou sai do volume de controle na unidade de tempo seja igual à massa retida ou expulsa de dentro do elemento infinitesimal. Essa situação é representada pela Equação (2.22), considerando que o efeito transiente sobre a densidade do fluido seja ponderado pelo índice de porosidade:

$$\frac{\partial(\rho n)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} = -\frac{\partial(\rho n)}{\partial t} \quad (2.22)$$

onde n representa o coeficiente de porosidade, e V_x , V_y e V_z são as componentes do vetor velocidade do fluido no meio poroso.

Contudo, ao se expandir o lado direito da Equação (2.22), tem-se:

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = -n \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho \frac{\partial n}{\partial t} \quad (2.23)$$

O primeiro termo do lado direito da Equação (2.23) representa a variação mássica produzida, devido a uma mudança na densidade do fluido, ρ , controlada pelo coeficiente de compressibilidade do fluido, β . Contudo, o segundo termo do lado direito é a taxa de fluido produzida pela compactação do meio poroso, refletida pela mudança no coeficiente de porosidade, n , controlada pela compressibilidade da estrutura ou do arcabouço poroso, denominada de α .

A análise de processos físicos que envolvem fluxo requer o reconhecimento de um gradiente potencial. Para tanto, define-se o potencial como sendo uma quantidade física capaz de ser medida em qualquer ponto de um sistema, onde existe fluxo de matéria ou energia, cujas propriedades são tais que o fluxo ocorre sempre das regiões em que a quantidade de energia é maior para os pontos em que a quantidade de energia é menor.

Na experiência de Darcy (1856), o fluxo de massa no meio poroso ocorre sempre de acordo com a definição acima, onde carga hidráulica, H , é indicada pelas diferenças nos níveis de água nos manômetros. Assim, o fluxo de massa fluida através de um meio poroso é um processo mecânico. As forças que movimentam o fluido em uma dada direção devem superar as forças de fricção (atrito) que aparecem quando o fluido se desloca nos poros e ou fissuras entre os grãos sólidos do meio poroso. O fluxo de massa é acompanhado de uma transformação irreversível de energia mecânica em energia térmica através de um mecanismo de resistência (atrito entre as partículas fluidas e as partículas sólidas). A direção de fluxo mássico no espaço deve ser considerada, a partir das regiões nas quais a energia mecânica por unidade de massa de fluido é alta no sentido das regiões, nas quais esta energia é mais baixa. Em um dado fluxo, a energia mecânica por unidade de massa (ou de peso) de fluido em qualquer ponto pode ser definida como sendo o trabalho requerido para deslocar uma unidade de massa de fluido de um plano padrão escolhido arbitrariamente até o ponto considerado. A soma dessas energias mecânicas, em um determinado ponto, representa a carga hidráulica total, H , por unidade de peso de fluido que é expressa pela famosa equação de Bernoulli, escrita abaixo:

$$H = Z_0 + \frac{V_0^2}{2g} + \frac{P_0}{\gamma} = Z + \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} \quad (2.24)$$

Para meios porosos, as velocidades dos escoamentos são extremamente baixas, assim, os termos representando a energia cinética podem ser desprezados, as perdas de energia devido ao atrito serão consideradas pequenas nesse momento e também podem ser desprezadas.

Portanto, a Equação (2.24) se torna a Equação (2.2), $H = Z + \frac{P}{\gamma_w}$.

Em resumo, a Equação (2.2) expressa que a carga hidráulica H em meios porosos, para escoamento de fluidos incompressíveis em meios porosos, é simplesmente a soma de dois componentes: a carga de elevação Z e uma carga de pressão $\frac{P}{\gamma_w}$, expressos em unidade de comprimento, representando a energia por unidade de peso de fluido.

Derivando-se duas vezes a Equação (2.2) em relação à Z , e aplicando o resultado na Equação de Darcy (2.1) e considerando o meio como sendo ortotrópico (e considerando que

as direções das velocidades coincidem com os eixos principais de anisotropia, eixos x, y e z), obtêm-se:

$$\vec{V} = -\frac{K_x}{\gamma_w} \frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} - \frac{K_y}{\gamma_w} \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} - \frac{K_z}{\gamma_w} \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \quad (2.25)$$

A Equação (2.25) pode ser expressa em termos de k , a permeabilidade absoluta ou intrínseca do meio poroso, substituindo a Equação (2.19) na Equação (2.25), a qual se torna:

$$\vec{V} = -\frac{k_x}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} - \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} - \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \quad (2.26)$$

ou seja, as componentes de velocidades de um escoamento num meio poroso são expressas pela lei de Darcy na seguinte forma:

$$V_x = -\frac{k_x}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.27)$$

$$V_y = -\frac{k_y}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2.28)$$

e

$$V_z = -\frac{k_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2.29)$$

Onde os eixos de referência x, y e z coincidem com os eixos principais de permeabilidade.

Substituindo as Equações (2.27) a (2.29) na Equação (2.23), tem-se:

$$-n \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho \frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho \left(\frac{k_x}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho \left(\frac{k_y}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho \left(\frac{k_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) \right] \quad (2.30)$$

Contudo, considerando o meio como isotrópico e homogêneo, tem-se $k = k_x = k_y = k_z$, onde k é a permeabilidade absoluta do meio. Assim, a Equação (2.30) se torna:

$$n \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) \right] \quad (2.31)$$

Considerando-a permeabilidade do meio poroso e a viscosidade dinâmica do fluido como constantes e desenvolvendo-se a Equação (2.31) obtém-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} n + \frac{\partial n}{\partial t} \rho = \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial x} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial P}{\partial y} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\partial P}{\partial z} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right) \quad (2.32)$$

Partindo da definição de compressibilidade de um fluido, onde $\rho = \rho(P)$ e $P = P(x, y, z, t)$, e aplicando o conceito da regra da cadeia de derivação, obtém-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} = \beta \rho \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial x} = \beta \rho \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial y} = \beta \rho \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2.35)$$

e

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial z} = \beta \rho \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2.36)$$

Nas equações (2.33) a (2.36) considerou-se que:

$$\beta = -\frac{1}{V_{\text{fluido}}} \frac{\partial V_{\text{fluido}}}{\partial P} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} \quad (2.37)$$

Onde β é o coeficiente de compressibilidade do fluido e V_{fluido} é o volume específico do fluido.

Portanto, substituindo as Equações (2.33) a (2.36) na Equação (2.32), obtém-se:

$$\beta n \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{k\beta}{\mu} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right) \right] \quad (2.38)$$

ou

$$\beta n \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{k\beta}{\mu} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{\beta} \nabla^2 P \right] \quad (2.39)$$

Onde n é o coeficiente de porosidade, β o coeficiente de compressibilidade do fluido que preenche os poros, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, k é a permeabilidade absoluta do meio, P é a pressão do fluido compressível nos poros ou vazios deste meio, t é o tempo, x , y e z são as coordenadas dos eixos de referência.

Note-se que a Equação (2.38) ou (2.39) do modelo difere da equação de Biot (2.15), e do próprio modelo de Biot, por apresentar o efeito da compressibilidade do fluido que satura o meio e por ter os termos de 1ª ordem da pressão, estes ainda elevados ao quadrado, causando a não linearidade da equação diferencial. Tem-se também que a tensão octaédrica e as constantes elásticas da equação de Biot são substituídas pelo termo de variação da porosidade (n) com o tempo, expressando a deformação da estrutura porosa. O acoplamento da pressão nos poros com os deslocamentos dos pontos do maciço é feito através das equações diferenciais de equilíbrio da mecânica. As tensões são calculadas com as equações da teoria da elasticidade. A variação da porosidade com o tempo é calculada com uma equação auxiliar obtida pela própria definição de porosidade de um meio particulado, conforme será visto na sequência do trabalho.

A Equação (2.38) ou (2.39) expressa que dentro de um elemento infinitesimal, no interior do maciço poroso, o escoamento de fluido através dos poros é um resultado do fluxo de massa adicionado na entrada, do fluxo de massa armazenado no interior do arcabouço e do fluxo de massa expelido do arcabouço, resultante dos efeitos da deformação do próprio fluido contido nos poros ($n\beta(\partial P/\partial t)$) e a deformação da estrutura porosa (arcabouço sólido) do meio ($\partial n/\partial t$).

Pode-se obter uma relação para a taxa de mudança do coeficiente de porosidade, em função da taxa de mudança da pressão no fluido e da taxa de mudança da deformação na parte sólida do arcabouço sólido. Esta relação é obtida a partir da seguinte definição:

$$n = \frac{\text{Volume vazios}}{\text{Volume total}} = \frac{V_v}{V} \quad (2.40)$$

onde, como já definido anteriormente, V_v é o volume ocupado pelo fluido nos poros e V é o volume total (V_T) do arcabouço sólido. Supondo que o meio está totalmente saturado com o fluido compressível, tem-se que $V_v = V$ fluido.

Conseqüentemente, derivando-se n (porosidade) em relação ao tempo, considerando que o volume de vazios V_v está preenchido totalmente com fluido, $V_v = V$ fluido, e o volume total $V_T = V$, obtém-se:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{V_f}{V_T} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{V_v}{V} \right) = \left\{ \frac{\partial V_v}{\partial t} V - \frac{\partial V}{\partial t} V_v \right\} / (V^2) = \frac{1}{V} \frac{\partial V_v}{\partial t} - \frac{1}{V} \frac{V_v}{V} = n \frac{1}{V_v} \frac{\partial V}{\partial t} - n \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial t} \quad \text{ou}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = n \frac{1}{V_{\text{fluido}}} \frac{\partial V_{\text{fluido}}}{\partial t} - n \frac{1}{V_T} \frac{\partial V_T}{\partial t} \quad (2.41)$$

O primeiro termo do lado direito da Equação (2.41) pode ser escrito em termos de volume específico do fluido e alterando a derivada parcial, em termos da variação da pressão no fluido, conduzindo à seguinte relação:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = n \underbrace{\frac{1}{V_{\text{fluido}}} \frac{\partial V_{\text{fluido}}}{\partial P}}_{=-\beta} \frac{\partial P}{\partial t} - n \underbrace{\frac{1}{V_T} \frac{\partial V_T}{\partial t}}_{=\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \cdot \vec{U})} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial n}{\partial t} = -n\beta \frac{\partial P}{\partial t} - n \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) \quad (2.42)$$

Na Equação (2.42), β representa o coeficiente de compressibilidade do fluido, $\vec{\nabla} \cdot \vec{U}$ a variação de deformação do arcabouço sólido e o vetor $\vec{U}$ é o vetor deslocamento do

arcabouço sólido (ou vetor de deformação), definido por $\vec{U} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$, u , v e w são respectivamente, os deslocamentos nas direções x , y e z .

Para o acoplamento da vazão mássica e da deformação no meio poroso, as componentes das tensões no meio devem satisfazer as equações diferenciais de equilíbrio do maciço poroso, pois a vazão de massa através dos vazios causa um efeito de arrasto nas partículas sólidas (força de percolação), alterando a deformação.

Note-se ainda que o fluido deve obedecer às equações diferenciais de equilíbrio da dinâmica. Entretanto, o objetivo é determinar as deformações na matriz e o deslocamento resultante na superfície do maciço, e, portanto, tem-se a necessidade de analisar as equações de equilíbrio do maciço poroso.

2.5.3 Análise do equilíbrio do maciço poroso

Considera-se um elemento infinitesimal tridimensional dentro de um meio poroso, homogêneo e isotrópico. Esse meio é constituído de partículas sólidas incompressíveis e saturado com um fluido compressível, sendo, ainda, submetido a um estado de tensão e ao efeito de pressão do fluido que se desloca no interior de seus poros e fissuras. Segundo Biot (1941), existe um parâmetro, que é a constante de Biot, cujo valor pertence ao intervalo $0 \leq \alpha_B \leq 1$, denominada de constante de Biot, que caracteriza a relação entre a pressão no fluido e as tensões, as quais o arcabouço sólido esteja submetido. Portanto, fazendo-se o equilíbrio de forças nas direções x , y e z , desprezando o efeito das forças de corpo (peso próprio constante, ou seja, considerando somente o efeito do carregamento na superfície), obtêm-se:

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \quad (2.43)$$

$$-\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad (2.44)$$

e

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (2.45)$$

onde:

$\bar{\rho}$ é a densidade média do meio, definida por $\bar{\rho} = n\rho + (1-n)\rho_s$ (ρ é a densidade do fluido e ρ_s é a densidade do sólido);

σ_{ii} , com $i = x, y$ ou z , representando as tensões totais normais, ou seja, as tensões devido à dilatação do arcabouço sólido; e

τ_{ij} , com $i = x, y$ ou z e com $j = x, y$ ou z , representando as tensões devido ao efeito das deformações tangenciais (deformações cisalhantes ou angulares) que também atuam no arcabouço sólido. As tensões tangenciais são simétricas, ou seja, $\tau_{ij} = \tau_{ji}$.

As relações entre tensões e deformações da teoria da elasticidade linear estendidas ao meio poroso geotécnico (Jaeger & Cook, 1979) podem ser expressas por:

$$\tau_{ij} = 2G\gamma_{ij}, \text{ com } i = x, y \text{ ou } z \text{ e } j = x, y \text{ ou } z \quad (2.46)$$

e

$$\sigma_{ii} = \lambda (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) + 2G\varepsilon_{ii} + \alpha_B P, \text{ com } i = x, y \text{ ou } z \quad (2.47)$$

onde, enfatizando novamente, o vetor deslocamento das partículas sólidas, $\vec{U}$, é definido por $\vec{U} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$.

As taxas de deformações parciais, ε_{ij} , com $i = x, y$ ou z e $j = x, y$ ou z , são definidas, de uma forma genérica, pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \text{ para } i = 1, 2 \text{ ou } 3 \text{ e } j = 1, 2 \text{ ou } 3 \quad (2.48)$$

Nesta representação genérica entende-se que para o sistema de referência cartesiano, o vetor deslocamento das partículas sólidas, $\vec{U}$, tem as seguintes componentes: $U_1 = u$, $U_2 = v$ e

$U_3 = w$, e o sistema de referência cartesiano tem as seguintes representações: $x_1 = x$, $x_2 = y$ e $x_3 = z$.

Da mesma forma, as taxas de deformações angulares ou de cisalhamento, γ_{ij} , com $i = x, y$ ou z e $j = x, y$ ou z , são definidas, de uma forma genérica, pela seguinte equação:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji}), \text{ para } i = 1, 2 \text{ ou } 3 \text{ e } j = 1, 2 \text{ ou } 3 \quad (2.49)$$

As constantes G e λ são conhecidas como módulo cisalhante e constante de Lamé, respectivamente e podem ser expressas por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.50)$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.51)$$

Onde E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson. A constante G é também conhecida como módulo de elasticidade cisalhante ou módulo de distorção.

As Equações (2.43) a (2.45) são as equações diferenciais de equilíbrio expressas em termos de tensões. Portanto, aplicando as definições representadas pelas Equações (2.46) a (2.51), obtém-se as equações diferenciais de equilíbrio dinâmico em termos de deslocamentos:

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = (\lambda + G) \left[\frac{\partial (\vec{\nabla} \cdot \vec{U})}{\partial x_i} \right] + G \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_j} + \alpha_B \frac{\partial P}{\partial x_i}, \text{ para } i = 1, 2 \text{ ou } 3 \text{ e } j = 1, 2 \text{ e } 3 \quad (2.52)$$

A Equação (2.52) encontra-se representada na forma tensorial genérica, a qual representa as três equações de equilíbrio para as três direções do sistema de referência em questão.

Portanto, para o sistema de coordenadas cartesianas, a Equação (2.52) pode ser expressa em termos das componentes de deslocamento do arcabouço sólido, nas seguintes formas, respectivamente, para as direções x , y e z :

Para direção x :

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial (\vec{\nabla} \cdot \vec{U})}{\partial x} + G \nabla^2 u + \alpha_B \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.53)$$

Para direção y :

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial (\vec{\nabla} \cdot \vec{U})}{\partial y} + G \nabla^2 v + \alpha_B \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2.54)$$

e

Para direção z :

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial (\vec{\nabla} \cdot \vec{U})}{\partial z} + G \nabla^2 w + \alpha_B \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2.55)$$

2.5.4 Formulação Matemática para o Cálculo de Tensões no Meio Poroso devidas à Carregamentos Superficiais

2.5.4.1 Problema Bidimensional

Considera-se um arcabouço sólido poroso bidimensional (semi-infinito), homogêneo, isotrópico e totalmente saturado com um fluido compressível. Esse arcabouço é definido por um comprimento $2L$ na direção x , uma profundidade de $2h$ na direção y , e uma largura infinita na direção z , a qual não será considerada, devido ao arcabouço sólido encontrar-se submetido a um carregamento linear uniformemente distribuído na direção x , na sua superfície superior, cujo módulo é Q , o qual não provoca deformações na direção z , embora as tensões nesta

direção não sejam necessariamente nulas. Portanto, o problema poderá ser tratado como um problema bidimensional, estado plano de deformação, conforme esquematizado na Figura 2.6.

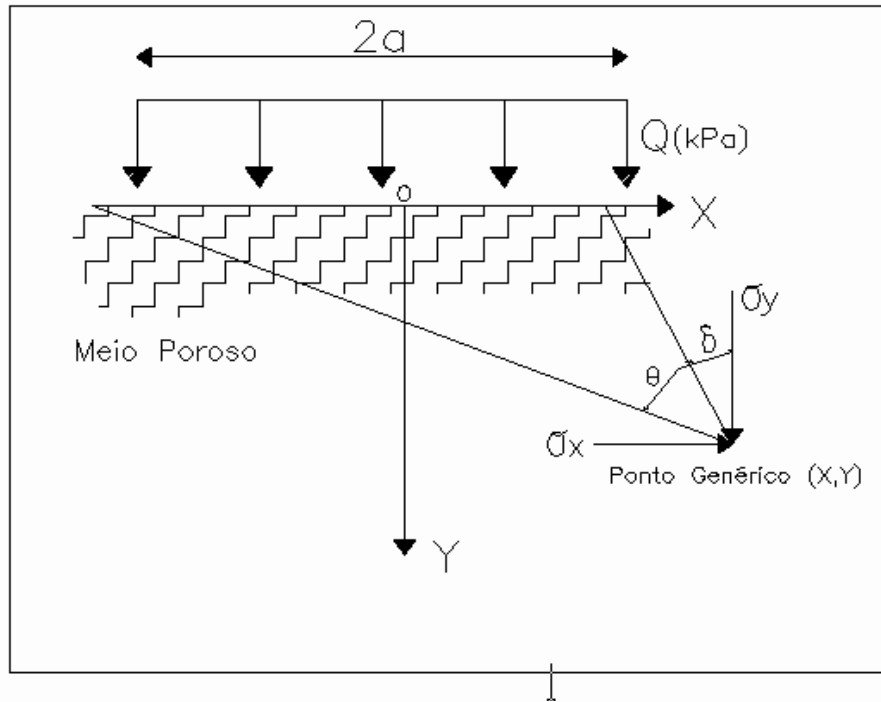


Figura 2.6 - Carregamento estático bidimensional.-estado plano de deformação

Na Figura 2.6, o ângulo θ representa o ângulo definido pelas retas interligando as extremidades da fronteira superior do domínio na direção x , com o ponto em análise e δ representa o ângulo entre a extremidade posterior da fronteira do domínio na direção x , com a direção vertical, passando pelo ponto em análise.

Segundo Harr (1966), para o problema descrito acima, as tensões num determinado ponto no plano (x,y) podem ser expressas por:

$$\sigma_{xx} = \frac{Q}{\pi} [\theta - \text{sen}\theta \cdot \cos(\theta + 2\delta)], \quad \sigma_{yy} = \frac{Q}{\pi} [\theta + \text{sen}\theta \cdot \cos(\theta + 2\delta)] \quad (2.56)$$

e

$$\tau_{xy} = \frac{Q}{\pi} [\text{sen}\theta \cdot \text{sen}(\theta + 2\delta)] \quad (2.57)$$

Sabe-se da teoria da elasticidade que existe um plano, denominado de plano principal, o qual é definido por eixos, denominados de eixos principais, sobre os quais as tensões de cisalhamentos ou tangenciais são nulas. Para tanto, denominam-se os eixos principais que definem um plano principal de eixos 1 e 2. Portanto, de acordo com esse conceito, as tensões de cisalhamento num ponto genérico qualquer dos planos principais, definido pelos eixos principais são nulas, assim, $\tau_{12} = 0$. A partir dessa análise, considerando-se a Equação (2.57) é possível encontrar a posição dos planos principais 1 e 2. Para tanto, basta fixar $\tau_{xy} = 0$, o que permite encontrar que para essa situação $\delta = (n\pi - \theta)/2$, onde $n = 0, 1, 3, \dots$. Portanto, substituindo esse valor de δ nas Equações (2.56), pode-se obter as tensões normais, também, para um ponto genérico qualquer do domínio, definido pelos eixos principais, denominadas de tensões principais que são expressas como segue (Harr, 1966):

$$\sigma_{11} = \frac{Q}{\pi}(\theta + \sin\theta) \quad \text{e} \quad \sigma_{22} = \frac{Q}{\pi}(\theta - \sin\theta) \quad (2.58)$$

Contudo, torna-se necessário ressaltar que o posicionamento desse plano principal, assim como o posicionamento dos eixos principais não foram determinados e, portanto, eles não servem como eixos de referências. Entretanto, o objetivo aqui é utilizar os campos de tensões principais na definição de um campo de pressão inicial, o que será feito a seguir.

Por uma questão de conveniência, as Equações (2.58) poderão ser expressas em coordenadas cartesianas, como segue:

$$\sigma_{11} = \frac{Q}{\pi} \left\{ \left[\arctg \frac{x}{y} - \arctg \frac{x-a}{y} \right] + \sin \left[\arctg \frac{x}{y} - \arctg \frac{x-a}{y} \right] \right\} \quad (2.59)$$

e

$$\sigma_{22} = \frac{Q}{\pi} \left\{ \left[\arctg \frac{x}{y} - \arctg \frac{x-a}{y} \right] - \sin \left[\arctg \frac{x}{y} - \arctg \frac{x-a}{y} \right] \right\} \quad (2.60)$$

As Equações (2.59) e (2.60) definem as tensões principais totais no plano, num ponto genérico (x, y) , provocada por um carregamento distribuído sobre o plano definido por um sistema sólido contínuo, não poroso ou definido por um sistema contínuo poroso. Contudo, quando o sistema está totalmente saturado, no instante da aplicação do carregamento, cria-se

um estado de tensões em que uma parcela do carregamento é sustentada pelo fluido nos poros. À medida que o fluido vai sendo expulso dos poros, deforma-se a estrutura porosa, provocando-se a diminuição da porosidade do sistema, devido a um rearranjo da mesma, e de uma maneira simultânea, deformando-se o fluido e muito pouco as partículas sólidas. Assim, considerando as partículas sólidas incompressíveis, a deformação da estrutura interna do maciço e de seus componentes (arcabouço sólido, fluidos, fissuras e fraturas, e expulsão dos fluidos dos poros) acarreta os deslocamentos dos pontos superficiais do arcabouço, em contato e sob influência do carregamento na superfície. Esse fenômeno é conhecido na prática da engenharia civil como recalque. A avaliação destas deformações superficiais ao longo do tempo permite estudar o comportamento de várias aplicações, entre elas:

- i. A escolha do tipo de estrutura de fundação mais adequada para uma dada obra de construção civil;
- ii. A determinação das etapas de construção em barragens de usinas hidrelétricas e de juntas de construção em barragens e muros de arrimo de concreto;
- iii. A estimativa dos deslocamentos de estruturas subterrâneas internas, envolvendo túneis e escavações, devido à cargas superficiais;
- iv. Além de permitir a avaliação de tensões em tubulações e estruturas enterradas, de um modo geral.

Em um sistema rochoso poroso e saturado com um fluido, submetido a um carregamento bidimensional distribuído, conforme Figura 2.6, o tensor tensão efetiva, σ' , que atua nas partículas sólidas pode ser calculado, baseando-se no princípio de Terzaghi (1925), através da equação de Biot, $\sigma' = \sigma - \alpha_B P$, onde σ representa o tensor das tensões totais e P é o tensor de poropressão (ou a pressão do fluido nos poros) e α_B é o coeficiente de Biot, introduzido por Biot (1941), sendo que $\alpha_B = 1$ para solos, recaindo na equação original de Terzaghi Eq.(1.1).

Para determinação das pressões neutras originadas por carregamentos, o procedimento encontrado na literatura (Das, 1985; Lambe & Whitman, 1968 e Scott, 1963) se baseia nas

teorias de Skempton (1954) e de Henkel (1960), onde a pressão instantânea gerada pela introdução de um carregamento na superfície de um meio poroso isotrópico, elástico e homogêneo para um carregamento qualquer, é dada por:

$$P_0 = B \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} + H_e \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2} \quad (2.61)$$

A Equação (2.61) para caso bidimensional, considerando estado plano de deformação, $\sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})$, torna-se:

$$P_0 = B \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22})(1 + \nu)}{3} + H_e \sqrt{2(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22})} \quad (2.62)$$

$$\text{onde: } H_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[D - \frac{1}{3} \right] \quad (2.63)$$

onde B e D são parâmetros de pressão neutra de Skempton (1954) e H_e é um parâmetro de Henkel (1960), no caso quando o fluido que satura o meio é a água.

Portanto, de acordo com os autores citados, a Equação (2.62) representa uma estimativa do excesso de poropressão gerado devido a um carregamento distribuído bidimensional introduzido na superfície de um maciço poroso saturado.

De acordo com a Equação (1.1), pode-se concluir que se altera o campo de tensões efetivas no interior do maciço poroso devido ao aparecimento de pressões neutras, e que com as Equações (2.56), (2.57) e (2.58) pode-se calcular as tensões efetivas. Os parâmetros B e D inclusos nas Equações (2.61), (2.62) e (2.63) são definidos de acordo com as seguintes relações:

$$B = \frac{1}{1 + n \frac{\beta}{\alpha}} \quad (2.64)$$

e

$$D = \frac{1}{3 + n \frac{\beta}{\alpha}} \quad (2.65)$$

Onde, α representa a compressibilidade da estrutura sólido-porosa (arcabouço + vazios + fluido), β é a compressibilidade do fluido que preenche os vazios do meio e finalmente, n , como já definido, representa o coeficiente de porosidade, ou simplesmente porosidade do meio poroso. Neste trabalho admite-se que a compressibilidade das partículas sólidas constituintes do sistema poroso é praticamente nula.

2.5.4.2 Problema Tridimensional: análise das tensões no meio poroso saturado para um carregamento concentrado estático na superfície do maciço.

As Figuras 2.7 e 2.8 seguintes representam a disposição das tensões em um dado ponto de um maciço geotécnico, devidas à um carregamento estático superficial em coordenadas polares e cartesianas, respectivamente. Na sequência, a figura 2.9 tem-se um ábaco para estimativa de tensão vertical, retirado de Harr, (1966).

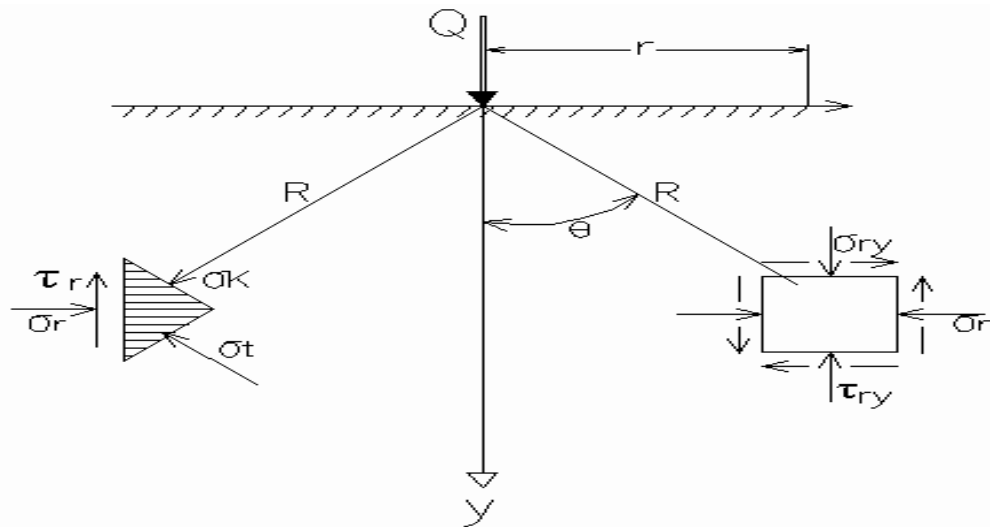


Figura 2.7 – Carregamento estático tridimensional em coordenadas polares

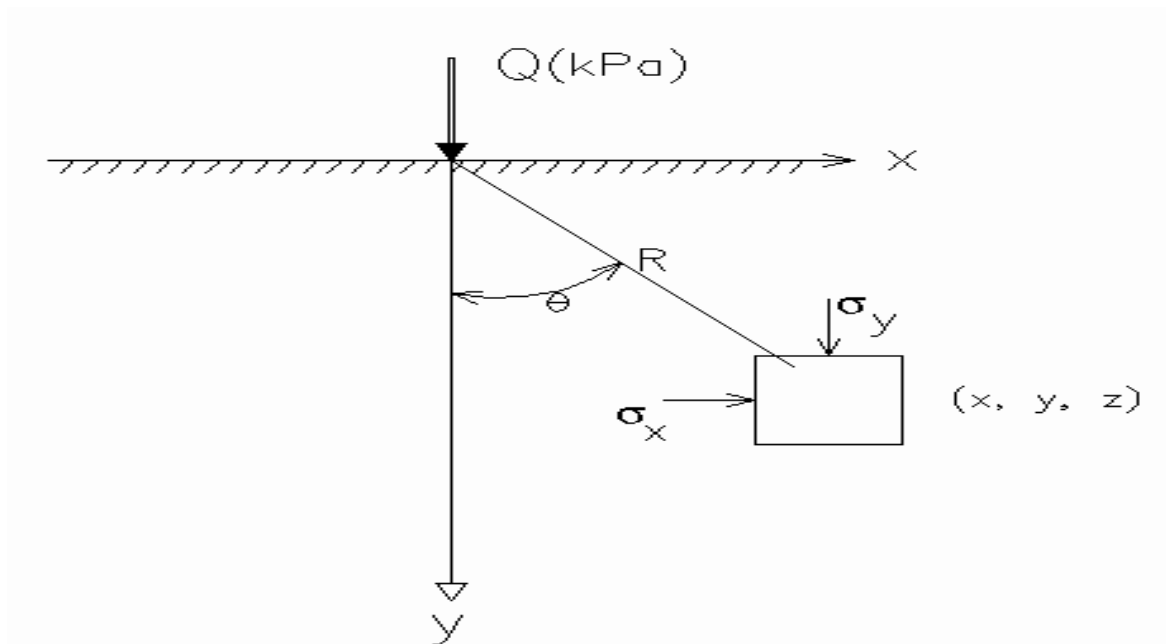


Figura 2.8 – tensões normais σ_x e σ_y

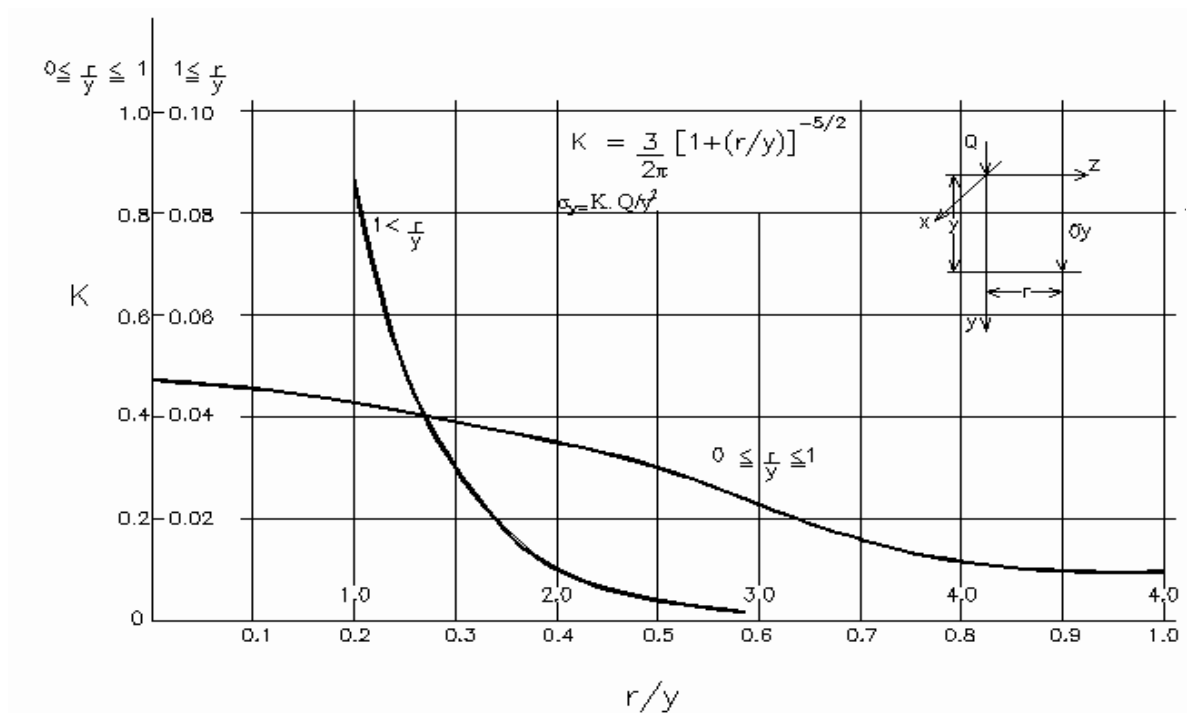


Figura 2.9 – Ábaco para determinação da tensão normal σ_y

Seja um meio poroso homogêneo, isotrópico e semi-infinito, conforme Figura (2.7), completamente saturado com um fluido compressível e submetido a um carregamento concentrado $Q(\text{KN})$, estático ou cíclico em sua superfície. Esse arcabouço é definido por um comprimento L_x na direção x , uma profundidade L_y na direção y , e uma largura L_z na direção z , submetido à um carregamento na sua superfície superior, cujo valor é Q , conforme esquematizado na Figura 2.8.

Partindo das equações de Scott (1963), as tensões principais num ponto (x, y, z) podem ser deduzidas e expressas por:

$$\sigma_1 = \frac{3Q}{2\pi y^2} \quad (2.66)$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \frac{Q}{2\pi} \frac{(1-2\nu)}{[x^2 + z^2]} \quad (2.67)$$

onde: $Q = Q_0$ para carga estática; e

$$Q = Q_0 \sin 2\pi t \text{ para carga cíclica ou harmônica,}$$

As Equações (2.66) e (2.67) definem as tensões principais totais no plano, num ponto genérico (x, y, z) , provocadas por um carregamento concentrado estático ou cíclico sobre um sistema sólido contínuo, não poroso ou definido por um sistema contínuo poroso, com grau de saturação igual a zero. E como já comentado para o caso bidimensional, quando um sistema poroso está totalmente saturado, e é submetido à um campo de tensões externo, no instante da aplicação do carregamento, cria-se um estado de tensões em que uma parcela do carregamento é sustentada pelo fluido nos poros. À medida que o fluido vai sendo expulso dos poros, deforma-se a estrutura porosa, provocando-se a diminuição da porosidade do sistema, devido a um rearranjo da mesma, e de uma maneira simultânea, deformando-se o fluido e o arcabouço ou esqueleto sólido. As partículas sólidas são consideradas, na maioria das aplicações, como incompressíveis. A deformação da estrutura interna do maciço e de seus componentes mais deformáveis (arcabouço, fluidos, fissuras e fraturas, e expulsão dos

fluidos dos poros) se reflete com os deslocamentos dos pontos exteriores superficiais do maciço, em contato e sob influência do carregamento na superfície. De acordo com a literatura pesquisada (Das, 1985; Lambe & Whitman, 1968 e Scott, 1963), a pressão de poros ou neutra gerada no interior do maciço poroso por um carregamento concentrado na superfície de um maciço, pode ser estimada com a fórmula proposta por Skempton (1954), apresentada por Lambe & Whitman (1968), considerando-se o carregamento concentrado axissimétrico. Desta forma, tem-se:

$$P_0 = B.\sigma_3 + D[\sigma_1 - \sigma_3] \quad (2.68)$$

Substituindo as Equações (2.66) e (2.67) na Equação (2.68), tem-se:

$$P(x, y, z, t = 0) = B. \frac{Q(1 - 2\nu)}{2\pi[x^2 + z^2]} + DQ \left[\frac{3}{2\pi y^2} - \frac{(1 - 2\nu)}{2\pi(x^2 + z^2)} \right] \quad (2.69)$$

$$P_0(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi} \left\{ \frac{[3D]}{y^2} + \frac{(B - D)(1 - 2\nu)}{x^2 + z^2} \right\} \quad (2.70)$$

2.5.5 Análise dimensional das equações governantes do problema

Os casos a serem resolvidos e analisados de acoplamento, na sua forma mais completa, serão regidos pelas Equações (2.38), (2.42) e de (2.53) a (2.55). Contudo, para adaptar essas equações às condições exigidas pelo método numérico a ser aplicado, o método espectral da colocação, torna-se necessário representar essas equações na forma adimensional. Esse procedimento será feito, utilizando-se os seguintes grupos adimensionais:

$$\mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{L_x}, \mathbf{a}^* = \frac{\mathbf{a}}{L_x}, y^* = \frac{y}{L_y}, z^* = \frac{z}{L_z}, u^* = \frac{u}{L_x}, v^* = \frac{v}{L_y}, w^* = \frac{w}{L_z} \quad (2.71)$$

$$\sigma_{ij}^* = \frac{\sigma_{ij}}{L_z}, P^* = \frac{P}{Q}, \bar{\rho}^* = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0}, n^* = \frac{n}{n_0}, \tau_{ij}^* = \frac{\tau_{ij}}{L_y} \quad \text{e} \quad \mathbf{t}^* = \mathbf{T} = \frac{\mathbf{c}_v \mathbf{t}}{(L_y)^2} \quad (2.72)$$

Nas Equações normalizadas (2.71) e (2.72), os parâmetros L_x , L_y e L_z representam, respectivamente, as dimensões do domínio de aplicações das equações governantes do problema. Contudo, P_0 e n_0 representam, respectivamente, os campos iniciais de pressão e de porosidade do meio. Os parâmetros β , α_B , k , G e λ serão assumidos como constantes na solução desse problema, por esse motivo, não existe necessidade de dimensioná-los. Finalmente, o superíndice asterisco representa as grandezas adimensionais.

Portanto, aplicando as dimensionalizações, descritas pelas Equações (2.71) e (2.72), nas Equações (2.38), (2.42) e nas Equações (2.53) a (2.55), obtém-se as equações governantes do problema, nas formas adimensionais.

A Equação (2.38) assume a seguinte forma adimensional:

$$\left\{ A1 \left[\left(\frac{\partial \mathbf{P}^*}{\partial \mathbf{x}^*} \right)^2 \left(\frac{L_x}{L_y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{P}^*}{\partial \mathbf{y}^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{P}^*}{\partial \mathbf{z}^*} \right)^2 \left(\frac{L_y}{L_z} \right)^2 \right] + A2 \left[\left(\frac{\partial^2 \mathbf{P}^*}{\partial \mathbf{x}^{*2}} \right) \left(\frac{L_y}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \mathbf{P}^*}{\partial \mathbf{y}^{*2}} \right) + \left(\frac{\partial^2 \mathbf{P}^*}{\partial \mathbf{z}^{*2}} \right) \left(\frac{L_y}{L_z} \right)^2 \right] \right\} =$$

$$n^* \frac{\partial \mathbf{P}^*}{\partial \mathbf{t}^*} + A3 \frac{\partial n^*}{\partial \mathbf{t}^*} \quad (2.73)$$

Onde $A1$, $A2$ e $A3$ são parâmetros adimensionais, definidos por:

$$A1 = \frac{Qk}{(c_v)_0 n_0 \mu} \quad (2.74)$$

$$A2 = \frac{k}{(c_v)_0 n_0 \mu \beta} \quad (2.75)$$

$$A3 = \frac{1}{Q\beta} \quad (2.76)$$

A Equação (2.42), se torna, para fluido compressível:

$$\frac{\partial \mathbf{n}^*}{\partial t^*} = -\mathbf{n}^* \beta^* \frac{\partial \mathbf{P}^*}{\partial t^*} - \mathbf{n}^* \frac{\partial}{\partial t^*} (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{U}^*) \quad (2.77)$$

Finalmente, as Equações (2.53) a (2.55) assumem as seguintes formas adimensionais:

Para direção x:

$$\bar{\rho}^* \frac{\partial^2 \mathbf{u}^*}{\partial t^{*2}} = (\mathbf{B5} + \mathbf{B3}) \frac{\partial (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{U}^*)}{\partial x^*} + \mathbf{B2} \nabla^{*2} \mathbf{u}^* + \mathbf{B6} \frac{\partial \mathbf{P}^*}{\partial x^*} \quad (2.78)$$

Para direção y:

$$\bar{\rho}^* \frac{\partial^2 \mathbf{v}^*}{\partial t^{*2}} = (\mathbf{B2} + \mathbf{B1}) \frac{\partial (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{U}^*)}{\partial y^*} + \mathbf{B2} \nabla^{*2} \mathbf{v}^* + \mathbf{B4} \frac{\partial \mathbf{P}^*}{\partial y^*} \quad (2.79)$$

e:

Para direção z:

$$\bar{\rho}^* \frac{\partial^2 \mathbf{w}^*}{\partial t^{*2}} = (\mathbf{B7} + \mathbf{B8}) \frac{\partial (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{U}^*)}{\partial z^*} + \mathbf{B2} \nabla^{*2} \mathbf{w}^* + \mathbf{B9} \frac{\partial \mathbf{P}^*}{\partial z^*} \quad (2.80)$$

Nas Equações (2.78) a (2.80), o divergente e o Laplaciano na forma adimensional são definidos como:

$$\vec{\nabla}^* \cdot \vec{U}^* = \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \quad (2.81)$$

$$\vec{\nabla}^{*2} = \left(\frac{L_y}{L_x}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial (x^*)^2} + \frac{\partial^2}{\partial (y^*)^2} + \left(\frac{L_y}{L_z}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial (z^*)^2} \quad (2.82)$$

Os parâmetros adimensionais presentes apresentam as seguintes formas dimensionais:

$$B1 = \frac{\lambda (L_y)^2}{\bar{\rho}_0 (C_v)^2} \quad (2.83)$$

$$B2 = \frac{G (L_y)^2}{\bar{\rho}_0 (C_v)^2} \quad (2.84)$$

$$B3 = B2 \frac{(L_y)^2}{(L_x)^2} \quad (2.85)$$

$$B4 = \frac{\alpha_B Q (L_y)^2}{\bar{\rho}_0 (C_v)^2} \quad (2.86)$$

$$B5 = B1 \frac{(L_y)^2}{(L_x)^2} \quad (2.87)$$

$$B6 = B4 \frac{(L_y)^2}{(L_x)^2} \quad (2.88)$$

$$B7 = B1 \frac{(L_y)^2}{(L_z)^2} \quad (2.89)$$

$$B8 = B2 \frac{(L_y)^2}{(L_z)^2} \quad (2.90)$$

$$B9 = B4 \frac{(L_y)^2}{(L_z)^2} \quad (2.91)$$

Utilizando-se os grupos adimensionais já definidos anteriormente, as Equações (2.59) e (2.60) assumem a seguinte forma adimensional:

$$\sigma_1^* = \frac{\sigma_{11}}{Q} = \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{aligned} & \left[\arctg \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \left(\frac{x^*}{y^*} \right) - \arctg \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \frac{x^* - a^*}{y^*} \right] + \\ & \text{sen} \left[\arctg \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \frac{x^*}{y^*} - \arctg \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \frac{x^* - a^*}{y^*} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

$$\sigma_2^* = \frac{\sigma_{22}}{Q} = \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{aligned} & \left[\arctg \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \left(\frac{x^*}{y^*} \right) - \arctg \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \frac{x^* - a^*}{y^*} \right] - \\ & \text{sen} \left[\arctg \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \frac{x^*}{y^*} - \arctg \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \frac{x^* - a^*}{y^*} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

Assim, a Equação (2.62), adimensionalizada, torna-se:

$$P_0^* = \frac{P}{Q} = B \frac{(\sigma_1^* + \sigma_2^*)(1 + \nu)}{3} + H_e \left[2 \left[(\sigma_1^*)^2 + (\sigma_2^*)^2 + (\sigma_1^* \sigma_2^*) \right] \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.94)$$

Onde P_0^* representa o campo de pressão inicial adimensional e H_e é o parâmetro de Henkel (1960).

Da mesma maneira, para um campo tridimensional, adimensionalizadas, as Equações (2.66) e (2.67) se transformam em:

$$\sigma_1^* = \frac{\sigma_1}{Q} = \frac{3}{2\pi (y^*)^2 (L_y)^2} \quad (2.95)$$

$$\sigma_2^* = \frac{\sigma_2}{Q} = \sigma_3^* = \frac{\sigma_3}{Q} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{(1 - 2\nu)}{[(L_x)^2 (x^*)^2 + (L_z)^2 (z^*)^2]} \quad (2.96)$$

A Equação (2.70), para o campo inicial de pressão de neutra, na forma adimensional transforma-se em:

$$P_0^* = \frac{P_0}{Q} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{1}{(L_y)^2} \frac{[3D]}{(y^*)^2} + \frac{(B-D)(1-2\nu)}{(L_x)^2 (x^*)^2 + (L_z)^2 (z^*)^2} \right\} \quad (2.97)$$

Com a Equação (2.97) pode-se, então, fazer a “verificação” do campo de pressão inicial no fluido inserido no meio poroso. Ainda para completar a definição do problema, deve-se estabelecer o campo de deslocamento, o qual será assumido como nulo no estado inicial; ou seja, $u=0$ e $v=0$. Da mesma forma, deve-se definir o índice de porosidade n , e os parâmetros representativos das propriedades de deformação da estrutura poroso e do fluido.

As Equações (2.73) a (2.91) definem as equações governantes, na forma adimensional, para os casos de problemas de acoplamento, entre deformações em um arcabouço poroso saturado com fluido compressível e o escoamento nesse meio. Todo esquema de discretização para solução das equações governantes, ou seja, para a solução dos problemas ou casos práticos propostos, será explicado em detalhes no Capítulo 3.

Finalmente, como enfatizado anteriormente, o superíndice asterisco representa as grandezas adimensionais, contudo, nos próximos capítulos, com intuito de simplificar, essas equações nas suas formas adimensionais são escritas, simplesmente, sem o asterisco.

CAPÍTULO 3

MÉTODO NUMÉRICO

3.1 A Técnica do Método Espectral

O sucesso do método espectral na solução de problemas físicos relacionados com a área da dinâmica dos fluidos tem sido apreciável (Cannuto *et al.*, 1988). Esta técnica será agora utilizada para resolver tipos de problemas físicos relacionados à problemas geotécnicos, termo que se refere à associação da Mecânica dos Solos e das Rochas com Geologia de Engenharia, embora se possa lançar mão também dos Métodos de Diferenças Finitas ou Elementos Finitos. Portanto, o desenvolvimento de algoritmos que permitam utilizar as vantagens do método espectral em relação a outros métodos globais (como os métodos de volumes finitos e elementos finitos) constitui um trabalho de grande importância para a solução de problemas de acoplamento entre escoamentos laminares compressíveis, ou incompressíveis, permanentes ou transientes, em um meio poroso geotécnico.

Os métodos espectrais vêm se destacando na solução de problemas físicos relacionados à área de mecânica dos fluidos, mas esta técnica não está suficientemente desenvolvida, como o método das diferenças finitas e, principalmente, elementos finitos, na área geotécnica. O sucesso do método espectral em aplicações computacionais deve-se ao aumento no interesse pelos seus aspectos teóricos e nas características peculiares do método espectral que permitem observar com precisão a evolução dos modos temporais, ou frequenciais na simulação de escoamentos complexos (Cannuto *et al.*, 1988). A escolha do método espectral se deu na expectativa de se conseguir uma maior precisão dos resultados se comparado, por exemplo, com o método das diferenças finitas.

O método espectral pode ser visto como o máximo de desenvolvimento da classe de esquemas de discretização para equações diferenciais, conhecido genericamente como Método dos Resíduos Ponderados (MWR), de acordo com Finlayson e Scriven (1966), citado em Fernandes dos Santos, 1998. O Método dos Resíduos Ponderados caracteriza-se em estabelecer uma função tentativa, também conhecida como função peso. As funções tentativas

são usadas como funções base para uma expansão em série truncada da solução. As funções teste são usadas para garantir que a equação diferencial seja satisfeita com uma precisão adequada pela expansão da série truncada. Isto é alcançado quando se minimiza o resíduo (erro produzido pelo truncamento da série). Um procedimento equivalente é aquele em que o resíduo satisfaz uma condição de ortogonalidade entre as funções tentativas e as funções teste, (Cannuto *et al.* 1988).

A escolha das funções tentativa é um dos objetos que distingue o método espectral em relação aos métodos de diferenças finitas e elementos finitos. As funções tentativas do método espectral são funções globais infinitamente diferenciáveis. (tipicamente, elas são produtos tensoriais das autofunções dos problemas singulares de Sturm-Liouville segundo Cannuto *et al.*; (1988)).

No caso do método dos elementos finitos, o domínio é dividido em pequenos elementos e uma função tentativa é especificada em cada elemento. As funções tentativas são de característica local, assim possibilitando trabalhar com geometrias complexas. As funções tentativas no método de diferenças finitas são, também, de caráter local.

A escolha das funções teste caracteriza a distinção entre os principais esquemas espectrais: Galerkin, Colocação e Tau. Na aproximação de Galerkin, as funções testes e funções tentativas são idênticas. Elas são funções infinitamente lisas (“amaciadas”) que satisfazem individualmente às condições de contorno. Na técnica de Colocação, as funções teste são transladadas pelas funções delta de Dirac, centrada em pontos especiais, chamados de pontos de colocação. A técnica espectral de Tau é similar à técnica de Galerkin pelo fato de que nenhuma das funções teste necessitam satisfazer as condições de contorno. Contudo, um conjunto de equações suplementares é usado para aplicar às condições de contorno.

A técnica espectral da colocação é, talvez, a mais simples das técnicas de resíduos ponderados. Neste método é usada uma variedade de funções tentativa (Chebyshev, Legendre, etc.) aplicadas sobre pontos de colocação, distribuídos arbitrariamente. A escolha das funções tentativas e dos pontos de colocação é de fundamental importância para obter uma ótima precisão na solução (Fernandes, 1998).

A técnica espectral de Galerkin é esteticamente, a mais elegante das técnicas resíduos ponderados, considerando-se que as funções tentativas e as funções teste são as mesmas funções (Cannuto *et al.*, 1988) e o problema físico pode ser discretizado em termos do princípio variacional. No método dos elementos finitos, é comumente adotada esta aproximação. Contudo, a técnica espectral de Galerkin somente consolidou-se na prática para

cálculos com alta resolução em problemas não lineares, após Orzag, (1969,1970) e Eliassen et al. (1970), que desenvolveram métodos de transformações para calcular as somas de convoluções que apareceram nos termos não-lineares quadráticos. Os termos não lineares também aumentam o tempo de processamento no método dos elementos finitos, mas não são aproximados tão bem quanto na técnica espectral de Galerkin, (Fernandes dos Santos, 1998). Para problemas contendo termos não lineares de ordem superior a 2, o método espectral de Galerkin torna-se impraticável. Este método é aplicável somente a problemas que apresentam condições de contorno periódicas.

A técnica espectral de Tau pode ser entendida como um método espectral de Galerkin modificado que é aplicável a problemas físicos com condições de contorno não-periódicas.

Os pesquisadores têm concentrado suas atenções na aplicação da teoria dos métodos espectrais para solução de problemas, cujo domínio é único. Recentemente, tem-se realizado estudos a fim de tornar a técnica espectral viável para soluções de problemas com geometrias variadas. A idéia é subdividir o domínio em vários subdomínios. Neste caso o uso de subdomínios permite aumentar a precisão da técnica espectral, entretanto, para aumentar a precisão desta técnica basta aumentar a ordem da série truncada ao invés de subdividir o domínio. A subdivisão é necessária dentro das atuais técnicas espectrais propostas somente para adaptar o método às características geométricas do problema físico (Cannuto *et al.*, 1988).

Os métodos espectrais de Galerkin e Tau são implementados em função dos coeficientes de expansão das séries truncadas. Os métodos espectrais da colocação usam como representação fundamental, os valores das funções para certos pontos físicos. As séries truncadas são empregadas somente para avaliação das derivadas. Os pontos de colocação para a equação diferencial e as condições de contorno são, usualmente os mesmos pontos físicos da malha, por isso, são os mais simples de serem implementados. A escolha mais apropriada para os pontos da malha são as fórmulas de quadratura de máxima precisão. A escolha apropriada da função tentativa e distribuição dos pontos de colocação são cruciais na precisão da solução. Existe uma questão fundamental que deve ser considerada que é a perda de precisão na presença de descontinuidades, choques ou escoamentos reativos. Este problema, conhecido como fenômeno de Gibbs, pode ser contornado com malhas mais refinadas nas regiões de descontinuidades. Isto é possível utilizando a técnica de multi elementos.

Basicamente, a aplicação e a teoria dos métodos espectrais têm sido desenvolvidas, até o momento, para soluções de problemas em um único domínio, como o implementado neste

trabalho. Recentemente, têm-se realizado estudos com a finalidade de tornar a técnica espectral viável para a simulação de problemas que apresentem descontinuidades e geometria variável. A idéia é subdividir o domínio de cálculo em vários subdomínios, o que melhora a precisão da solução do problema. Além disso, a convergência do método de elementos espectrais multi domínios é mais rápida do que a do método espectral de um único domínio. Cabe ainda ressaltar que tanto o método de elementos espectrais multi-elementos, quanto o método espectral clássico requerem a utilização de condições de contorno fisicamente corretas e computacionais robustas (Silva Júnior, 1998).

Na maioria das aplicações do método espectral para a solução de equações diferenciais parciais, apenas a discretização espacial é espectral. Sendo assim, para se obter uma solução estacionária estável, separam-se completamente as discretizações no tempo e no espaço. Primeiro discretiza-se os termos espaciais, obtendo-se dessa forma uma equação diferencial ordinária, onde o tempo é a variável independente. Neste capítulo serão apresentadas as discretizações espacial e temporal utilizadas para a solução dos problemas propostos, bem como o fluxograma e algoritmos utilizados para encaminhamento da solução. Neste trabalho foram utilizadas como funções tentativas os polinômios ortogonais de Chebyshev, os quais apresentam a vantagem de não exigirem periodicidade das condições de contorno, além disso, têm a sua implementação computacional mais simplificada. Ou seja: a técnica espectral aplicada para a discretização espacial foi o “Método da Colocação Espectral com os Polinômios de Chebyshev”, cujos coeficientes no espaço transformado podem ser calculados através de transformação rápida de Fourier ou através da técnica de multiplicação de matrizes. Esta (“Multiplicação de Matrizes”) foi utilizada porque quando comparado com as outras técnicas, obtém-se as seguintes vantagens: maior facilidade de implementação computacional, maior facilidade de aplicação aos problemas e para problemas analisados em que as condições de contorno não exigem periodicidade (Cannuto *et al.*, 1988 e Silva Júnior, 1998). O método de Range – Kutta (“Técnica de Range - Kutta de ordem s ”) é aplicado para a discretização temporal.

3.2 Discretização Temporal das Equações Governantes

Considerando as equações de deslocamentos na sua forma diferencial vetorial adimensional dadas pelas Equações (2.78) a (2.80), é possível definir uma função $F(U)$ que caracteriza a projeção espectral no espaço, obtida a partir das derivadas espaciais, tais como:

$$\frac{\partial^2 (U)}{\partial t^2} = F(U) \quad (3.1)$$

onde:

$$F(U) = \frac{(\lambda + G)}{\rho} \frac{\partial (\nabla U)}{\partial X} + \frac{G}{\rho} \nabla^2 U + \frac{\alpha_B}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial X} \quad (3.2)$$

Bem como as variações no tempo da pressão e da porosidade do meio analisado, para fluidos compressíveis, que saturam este mesmo meio, Equações (2.73) e (2.77):

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{Gp}{n} - A3 \cdot \frac{\partial n}{\partial t} \quad (3.3)$$

Onde:

$$Gp = \left\{ A1 \left[\left(\frac{\partial P^*}{\partial x^*} \right)^2 \left(\frac{Lx}{Ly} \right)^2 + \left(\frac{\partial P^*}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial P^*}{\partial z^*} \right)^2 \left(\frac{Ly}{Lz} \right)^2 \right] + A2 \left[\left(\frac{\partial^2 P^*}{\partial x^{*2}} \right) \left(\frac{Ly}{Lx} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 P^*}{\partial y^{*2}} \right) + \left(\frac{\partial^2 P^*}{\partial z^{*2}} \right) \left(\frac{Ly}{Lz} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.4)$$

e

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -n \left[\beta \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial (\nabla \cdot U)}{\partial t} \right] \quad (3.5)$$

onde A1, A2, A3 e Q são constantes adimensionais definidas no capítulo 2.

Portanto, a Equação (2.73), no capítulo 2 é a que será usada para determinação do avanço da pressão no tempo, e do campo de pressão em qualquer instante. Para utilização desta equação durante o desenvolvimento do programa utilizou-se uma equação auxiliar, para determinação da evolução do campo de porosidade com o tempo, com a pressão e com a variação volumétrica do meio poroso, Equação (2.77).

Para a resolução da equação diferencial ordinária de 2^a ordem linear (3.1) utiliza-se o método de Range Kutta de ordem s, proposto por Jameson et al. (1981), onde a discretização no tempo é obtida, conforme o algoritmo abaixo.

$$\begin{aligned}
U_f &= U^n \\
\text{para } k &= s, (s-1), \dots, 1 \\
U_f &= U^n + \frac{1}{k} \Delta t \cdot F(U_f) \\
\text{fim para} \\
U^{n+1} &= U_f
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Onde U^n é o vetor contendo os valores transientes das equações no instante $t = n$ e U_f é um vetor auxiliar contendo os valores transientes das equações governantes no passo k de Range Kutta.

3.3 Método Espectral da Colocação com Polinômios de Chebyshev: Discretização no Espaço

A expansão de uma função f em termos de uma seqüência infinita de funções ortogonais, $\{\phi_k\}$, caracteriza alguns métodos numéricos de aproximação e a eficiência de sua implementação influencia decisivamente o domínio de aplicação destes métodos.

A expansão em termos de um sistema ortogonal introduz uma transformação linear entre f e seus coeficientes de expansão $\hat{f}_k$, chamada de transformação finita de f entre o espaço físico e o espaço transformado. Se o sistema é completo em um espaço de Hilbert apropriado, esta transformação pode ser invertida. Portanto, as funções podem ser descritas através de seus valores no espaço físico ou através de seus coeficientes no espaço transformado. Os coeficientes de expansão dependem dos valores de f no espaço físico, e raramente seus valores exatos são calculados. Um número finito de coeficientes de expansão apropriados pode facilmente ser calculado, usando os valores de f em um número finito de pontos, usualmente aqueles obtidos através de fórmulas de quadratura de alta precisão. Este procedimento define uma transformação discreta entre f nos pontos de quadratura e os coeficientes de expansão aproximados ou discretos.

Para alguns sistemas ortogonais (Polinômios de Fourier e Chebyshev), a transformação discreta pode ser calculada de uma maneira rápida, isto é $(5/2)N \log_2 N$ operações, onde N representa o número de polinômios, ao invés de $2N^2$ operações necessárias à multiplicação de matriz-vetor. Transformações discretas rápidas para outros sistemas ortogonais têm sido

sugeridas, mas suas utilidades no campo computacional não foram confirmadas (Cannuto *et al.*, 1988).

A solução aproximada para uma dada função f pode ser representada por uma expansão em séries discretas:

$$f = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{f}_k \phi_k \quad (3.10)$$

onde ϕ_k são as funções tentativas e $\hat{f}_k$ são os coeficientes da série.

Em geral, uma série truncada, $k \neq \infty$, f não satisfaz a equação diferencial que se quer resolver, isto é, o resíduo é diferente de zero, portanto, aparecem as funções testes ω_j que determinam o peso.

Assim sendo, as funções testes e tentativas devem satisfazer a condição de ortogonalidade. No método da colocação espectral, as funções testes Delta de Dirac transladadas, são dadas por:

$$\omega_j(x) = \delta(x - x_j) \quad (3.11)$$

onde x_j são os pontos de colocação.

Existem duas maneiras de calcular os coeficientes de Chebyshev, $\hat{f}_k$; uma é utilizando uma forma matricial e a outra é a partir do algoritmo para transformada rápida de Fourier, (Cannuto *et al.*, 1988). Estes dois tipos de solução apresentam bons resultados e serão discutidos.

Os polinômios de Chebyshev são autofunções de um problema singular de Sturm Liouville (Cannuto *et al.*, 1988):

$$\begin{cases} -(pf')' + qf = \lambda w f & \text{em } (-1,1) \\ + \text{condições de contorno para } f \end{cases} \quad (3.12)$$

ou

$$\text{com } (\sqrt{1-x^2} \cdot T'_k(x)) + \frac{k^2}{\sqrt{1-x^2}} T_k(x) = 0 \quad (3.13)$$

Para qualquer k , T_k é par se k é par e ímpar se k é ímpar. Se T_k é tal que $T_k(1) = 1$, então:

$$T_k(x) = \cos k\theta \text{ onde } \theta = \arccos(x) \quad (3.14)$$

Os polinômios de Chebyshev são funções cossenos depois de uma mudança de variável dependente. Esta propriedade é a razão da sua grande popularidade em aproximações numéricas de problemas com condições de contorno não periódicas. A transformação $x = \cos \theta$ possibilita qualquer relação matemática, assim, os resultados teóricos obtidos no sistema Fourier podem ser adaptados rapidamente ao sistema Chebyshev.

A expansão de Chebyshev para uma função $f \in L^2_w(-1,1)$ onde L^2_w é o espaço complexo de Hilbert, é dada, por:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \hat{f}_k T_k(x) \quad (3.15)$$

onde $\hat{f}_k$ são os coeficientes de Chebyshev da expansão, em outras palavras, $\hat{f}_k$ é a função f transformada para o espaço Chebyshev, definida por:

$$\hat{f}_k = \frac{2}{\pi c_k} \int_{-1}^1 f(x) T_k(x) w(x) dx \quad (3.16)$$

onde $w(x)$ é a função peso e:

$$c_k = \begin{cases} 2 & \text{se } k = 0 \\ 1 & \text{se } k \geq 1 \end{cases} \quad (3.17)$$

Contudo, o interesse é pelas séries discretas de Chebyshev e pelos coeficientes discretos de Chebyshev, dados, respectivamente, por:

$$f(x_j) = \sum_{k=0}^N \tilde{f}_k T_k(x_j) \quad (3.18)$$

$$\tilde{f}_k = \frac{1}{\gamma_k} \sum_{j=0}^N f(x_j) T_k(x_j) w_j \quad (3.19)$$

onde γ_k é um fator de normalização, dado por:

$$\gamma_k = \sum_{j=0}^N T_k^2(x_j) w_j \quad (3.20)$$

onde x_j e w_j são expressos pela Equação (3.21). Logicamente, no método da colocação espectral, os nós ou pontos da malha devem satisfazer a equação diferencial do problema (3.2). Os nós calculados pelas fórmulas do tipo Gauss exercem um importante papel no método da colocação, uma vez que eles são precisamente os pontos de colocação. A distribuição de pontos de quadratura mais usada é a de Gauss-Lobatto, devido aos erros de “aliasing”, advindos da interpolação, serem de forma muito simples para essa distribuição, dada por:

$$x_j = \cos \frac{\pi j}{N} \quad w_j = \begin{cases} \frac{\pi}{2N} & j=0, N \\ \frac{\pi}{N} & 1 \leq j \leq N-1 \end{cases} \quad (3.21)$$

Os fatores de normalização γ_k introduzidos na Equação (3.20) se tornam:

$$\begin{cases} \gamma_k = \frac{\pi}{2} c_k, & k < N \\ \gamma_N = \pi, & k = N \end{cases} \quad (3.22)$$

3.3.1 Diferenciação no Espaço de Chebyshev

A derivada de uma função f expandida em série de polinômios de Chebyshev, de acordo com as Equações (3.18) a (3.22), podem ser formalmente representadas como:

$$f' = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{f}_k^{(1)} T_k \quad (3.23)$$

onde $\hat{f}_k^{(1)}$ são os coeficientes da expansão de primeira derivada da função f no espaço Chebyshev, que podem ser calculados por:

$$\hat{f}_k^{(1)} = \frac{2}{c_k} \sum_{\substack{p=k+1 \\ p+\text{ímpar}}}^{\infty} p \hat{f}_p \quad (3.24)$$

A Equação (3.24) está demonstrada no trabalho de Fernandes (1998), através de relações de recorrência trigonométricas e manipulações das propriedades do polinômio de Chebyshev. Uma outra equação também utilizada para obter a diferenciação no espaço transformado é:

$$\hat{f}_k^{(1)} = \frac{(\hat{f}_{k+2}^{(1)} + 2(k+1)\hat{f}_{k+1})}{c_k} \quad (3.25)$$

A diferenciação usando polinômios de Chebyshev pode ser feita eficientemente por meio de uma transformada rápida. Os coeficientes discretos de Chebyshev, $\tilde{f}_k$, são calculados de acordo com a Equação (3.20), então a Equação (3.24) ou a (3.25) é usada para a diferenciação no espaço transformado, $\hat{f}_k^{(1)}$ e, finalmente, os valores de f' no espaço físico são calculados pela transformada inversa. Se a transformada de Chebyshev é calculada através de um algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (FFT) o número total de operações necessárias à diferenciação no espaço físico é $(5\log_2 N + 8 + 2q)N$, onde q é a ordem da derivada (Canuto et al., 1988).

As Equações (3.18) e (3.19) são as transformadas discretas de Chebyshev inversa e direta, respectivamente. Supondo que é necessário calcular a transformada de Chebyshev para dois conjuntos reais de dados $\mathbf{f}_j^1$ e $\mathbf{f}_j^2$, pode-se construir a função complexa g_j por:

$$g_j = \begin{cases} \mathbf{f}_j^1 + i\mathbf{f}_j^2 ; & j=0,1,\dots,N \\ \mathbf{g}_{2N-j} & j=N+1, N+2, \dots, 2N-1 \end{cases} \quad (3.26)$$

A função g_j dada desta forma, é uma função complexa e periódica de período $2N$. Sendo assim, pode-se aplicar um algoritmo de Transformada Rápida de Fourier Complexa

sobre esta função e obter $\hat{g}_j$, ou seja os coeficientes complexos da função g_j no espaço Fourier. Os coeficientes transformados das funções reais f_j^1 e f_j^2 retornam na parte real e imaginária de $\hat{g}_j$, respectivamente (Cannuto et al., 1988). Para a conversão destes coeficientes do espaço Fourier para o espaço Chebyshev, deve-se aplicar a seguinte equação:

$$\hat{G}_j = \frac{1}{N\bar{c}_j} \hat{g}_j ; \quad j=0,1,\dots,N \quad (3.27)$$

onde

$$\bar{c}_j = \begin{cases} 2 & j=0, N \\ 1 & 1 \leq j \leq N-1 \end{cases} \quad (3.28)$$

Assim, aplicando-se a Equação (3.24) ou (3.25) nas partes real e imaginárias de $\hat{G}_j$, separadamente, obtêm-se os coeficientes $\hat{f}_j^{(1)1}$ e $\hat{f}_j^{(2)2}$ das derivadas f_j^1 e f_j^2 . Em seguida aplica-se a FFT inversa, obtendo a função G_j no espaço físico, onde nas partes real e imaginária estão os valores reais das derivadas de f_j^1 e f_j^2 , (Cannuto et al., 1988). Uma demonstração detalhada entre as Transformadas Complexas Rápida de Fourier (FFT) e de Chebyshev (TRC) é apresentada por Fernandes dos Santos (1998).

Uma outra maneira de calcular as derivadas no método espectral da colocação com polinômios de Chebyshev é utilizado o método da multiplicação de matrizes, descrito por Cannuto et al. (1988):

$$f'(x_i) = \sum_{j=0}^N (D_n)_{ij} f(x_j); \quad i=0,1,\dots,N \quad (3.29)$$

onde $(D_n)_{ij}$ é calculado pela diferenciação dos polinômios de Legendre, que para os pontos de quadratura de Gauss-Lobato (Cannuto et al., 1988), fornece:

$$(D_n)_{ij} = \begin{cases} \frac{-c_i(-1)^{i+j}}{c_j(x_i - x_j)} & i = j \\ \frac{-x_j}{2(1-x_j^2)} & 1 \leq i = j \leq N-1 \\ \frac{2N^2+1}{6} & i = j = 0 \\ -\frac{2N^2+1}{6} & i = j = N \end{cases} \quad (3.30)$$

Fernandes (1998) comparou o tempo de processamento para o cálculo das derivadas de uma função senóide, utilizando as duas técnicas: Transformada Rápida de Chebyshev (TRC) e Multiplicação de matrizes. À medida que se aumenta o número de pontos, o tempo de processamento utilizado pela técnica TRC é substancialmente menor que o tempo utilizado pela técnica de multiplicação de matrizes. Sendo assim, conforme o número de pontos adotados para cada elemento do domínio, utiliza-se uma técnica ou outra. Para um baixo número de pontos de colocação (até 32 pontos) deve-se utilizar a técnica de multiplicação de matrizes, a qual apresenta melhor precisão e maior velocidade de cálculo do que a técnica TRC. Neste trabalho utilizaremos o Método de Multiplicação de Matrizes, com 32 pontos de colocação, por ser de mais simples implementação computacional.

3.3.2 Adaptação das equações governantes ao Método Espectral

Uma vez que o método numérico utilizado para a resolução do sistema de equações diferenciais, formado pela equação de conservação e as equações constitutivas do meio geotécnico e do fluido que preenche seus vazios, é o método dos elementos espectrais da colocação, com polinômios de Chebyshev e multiplicação de matrizes, torna-se necessário normalizar o domínio de cálculo no intervalo $[-1,1]$. Sendo assim, as coordenadas cartesianas

do sistema já foram adimensionalizadas em função desta característica, equações (2.59) a (2.93). O comprimento do domínio na direção x^* é $2L_x$, sendo $-L_x \leq x^* \leq L_x$, na direção y^* é $2L_y$, onde $-L_y \leq y^* \leq L_y$ enquanto que na direção z^* é $2L_z$, onde $-L_z \leq z^* \leq L_z$. As outras variáveis foram adimensionalizadas em função da geometria do sistema, do tempo (t) e das propriedades elásticas e hidráulicas do meio geotécnico e do fluido que satura os poros: coeficiente de adensamento do meio geotécnico (c_v), da porosidade (n_0), da massa específica do meio geotécnico (ρ_0). A pressão nos poros foi adimensionalizada em função do carregamento Q na superfície do maciço. Portanto, as equações governantes do problema em estudo (2.59) a (2.93) já se encontram adequadamente dimensionadas para a aplicação do método espectral da colocação em um único domínio, procedimento a ser aplicado na solução desse problema. A Figura 3.1 mostra a distribuição na direção x^* , semelhante àquela para a direção y^* e z^* . Os comprimentos em cada direção no domínio pode ser diferentes. É possível refinar a malha na posição e/ou direção desejada.

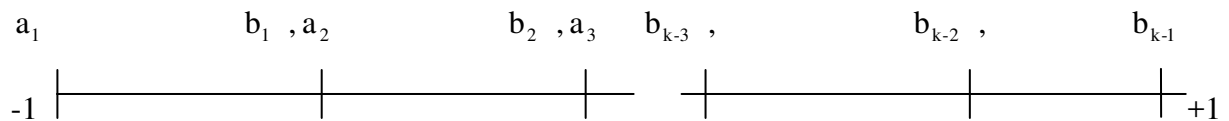


Figura 3.1 – Distribuição dos elementos na direção x^* .

3.4 Detalhamento da Discretização das equações governantes

“Procedimentos que foram usados para desenvolvimento do código computacional em Fortran para o cálculo das matrizes que geram os campos de pressões, de velocidade do fluido, de deslocamentos, de deformações e de tensões no meio geotécnico, em função do Campo de pressão gerado devido à presença de carregamento estático ou dinâmico na superfície do maciço geotécnico, para cada passo no tempo.”

3.4.1 Discretização espacial: campo de pressão – dado o campo inicial de pressão (gerado pelo carregamento superficial): $P_{i,j,k}$ – para cada passo no tempo Δt , calcula-se:

$$P_1 = \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^{N_1} D_{i,L} \cdot P_{L,j,k} \quad (3.31)$$

$$P_2 = \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^{N_2} D_{j,L} \cdot P_{i,L,k} \quad (3.32)$$

$$P_3 = \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^{N_3} D_{k,L} \cdot P_{i,j,L} \quad (3.33)$$

Onde as derivadas de 1ª ordem são calculadas com a Equação (3.29) e $D_{i,L}$, $D_{j,L}$, $D_{k,L}$ são aplicação da Equação (3.30) e N corresponde aos números de pontos de colocação em cada direção i, j ou k. O campo de velocidade do fluido pode de imediato ser determinado, em qualquer ponto de colocação para cada instante com:

$$(V_x)_{i,j,k} = \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i,j,k} = \frac{k}{\mu} \sum_{L=1}^N D_{i,L} \cdot P_{L,j,k} \quad (3.34)$$

$$(V_y)_{i,j,k} = \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j,k} = \frac{k}{\mu} \sum_{L=1}^N D_{j,L} \cdot P_{i,L,k} \quad (3.35)$$

$$(V_z)_{i,j,k} = \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{i,j,k} = \frac{k}{\mu} \sum_{L=1}^N D_{k,L} \cdot P_{i,j,L} \quad (3.36)$$

Onde: como já expresso anteriormente, k e μ são a permeabilidade absoluta do meio poroso em estudo e a viscosidade dinâmica do fluido que satura este meio, respectivamente.

Tem-se ainda, para as derivadas de 2ª ordem, calculadas com a mesma conceituação, aparecendo multiplicação de matrizes:

$$P_4 = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^{N_1} D^2_{i,L} \cdot P_{L,j,k} \quad (3.37)$$

$$\mathbf{P}_5 = \left(\frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial \mathbf{y}^2} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^{N_2} \mathbf{D}_{j,L}^2 \cdot \mathbf{P}_{i,L,k,L} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{P}_6 = \left(\frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial \mathbf{z}^2} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^{N_3} \mathbf{D}_{k,L}^2 \cdot \mathbf{P}_{i,j,L} \quad (3.39)$$

onde:

$\mathbf{D}_{i,L}^2$ e $\mathbf{D}_{k,L}^2$ são matrizes que calculam a derivada 2ª do campo de pressão.

Tem-se ainda o campo de deslocamento inicial: $u_{i,j,k} = u_0$, $v_{i,j,k} = v_0$ e $w_{i,j,k} = w_0$.

As equações para deformações normais são:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^N D_{i,L} \cdot u_{L,j,k} \quad (3.40)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_2 = \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^N D_{j,L} \cdot u_{i,L,k} \quad (3.41)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_3 = \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^N D_{k,L} \cdot u_{i,j,L} \quad (3.42)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_4 = \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^N D_{j,L} \cdot v_{i,L,k} \quad (3.43)$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_5 = \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^N D_{i,L} \cdot v_{L,j,k} \quad (3.44)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_6 = \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^N D_{k,L} \cdot v_{i,j,L} \quad (3.45)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_7 = \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^N D_{k,L} \cdot w_{i,j,L} \quad (3.46)$$

$$\varepsilon_8 = \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^N D_{j,L} \cdot w_{i,L,k} \quad (3.47)$$

$$\varepsilon_9 = \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i,j,k} = \sum_{L=1}^N D_{i,L} \cdot w_{L,j,k} \quad (3.48)$$

As equações para deformações cisalhantes ou de distorção são:

$$\gamma_1 = (\gamma_{xy})_{i,j,k} = \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{i,j,k} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_{i,j,k} \quad (3.49)$$

Ou:

$$\gamma_1 = (\gamma_{xy})_{i,j,k} = \varepsilon_2 + \varepsilon_5 \quad (3.50)$$

$$\gamma_2 = (\gamma_{xz})_{i,j,k} = \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i,j,k} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i,j,k} \quad (3.51)$$

Ou:

$$\gamma_2 = (\gamma_{xz})_{i,j,k} = \varepsilon_3 + \varepsilon_9 \quad (3.52)$$

$$\gamma_3 = (\gamma_{yz})_{i,j,k} = \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{i,j,k} + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{i,j,k} \quad (3.53)$$

Ou:

$$\gamma_3 = (\gamma_{yz})_{i,j,k} = \varepsilon_6 + \varepsilon_8 \quad (3.54)$$

E, finalmente, com as deformações principais ε_1 , ε_4 e ε_7 calcula-se o gradiente:

$$\varepsilon = (\nabla U)_{i,j,k} = \varepsilon_1 + \varepsilon_4 + \varepsilon_7 \quad (3.55)$$

As equações de deformações normais, cisalhantes e volumétricas, (3.40) a (3.55) substituídas nas Equações (2.47) e (2.48) juntamente com as constantes de Lamé G e λ , fornecem campos de tensões normais e cisalhantes, respectivamente, em qualquer ponto do maciço e em cada instante. Ainda em função dos deslocamentos e para o acoplamento da pressão no fluido dos poros com a deformação determinam-se também os Laplacianos dos deslocamentos:

$$U_1 = (\nabla^2 U) = \sum_{L=1}^N D^2_{i,L} \cdot u_{L,j,k} + \sum_{L=1}^N D^2_{j,L} \cdot u_{i,L,k} + \sum_{L=1}^N D^2_{k,L} \cdot u_{i,j,L} \quad (3.56)$$

$$V_1 = (\nabla^2 V) = \sum_{L=1}^N D^2_{i,L} \cdot v_{L,j,k} + \sum_{L=1}^N D^2_{j,L} \cdot v_{i,L,k} + \sum_{L=1}^N D^2_{k,L} \cdot v_{i,j,L} \quad (3.57)$$

$$W_1 = (\nabla^2 W) = \sum_{L=1}^N D^2_{i,L} \cdot w_{L,j,k} + \sum_{L=1}^N D^2_{j,L} \cdot w_{i,L,k} + \sum_{L=1}^N D^2_{i,j,L} \cdot w_{i,,L} \quad (3.58)$$

3.4.2 Discretização Temporal

O avanço da aceleração no tempo é expresso genericamente pela Equação (3.1). Numericamente aplica-se o método explícito de Runge Kutta de 1ª ordem para derivada de 2ª ordem, diferenças centradas, e, assim, o cálculo do avanço da variável aceleração é expresso como:

Para cada ponto de colocação (i, j, k):

$$\text{Direção x: } ut = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \frac{ua - 2u + up}{(\Delta t)^2} \quad (3.59)$$

$$\text{Direção y: } vt = \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) = \frac{va - 2v + vp}{(\Delta t)^2} \quad (3.60)$$

$$\text{Direção z: } wt = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = \frac{wa - 2w + wp}{(\Delta t)^2} \quad (3.61)$$

Onde:

Ua, va, wa são os valores dos deslocamentos nas direções x, y, z num tempo anterior;

U, v, w são os valores dos deslocamentos nas direções x, y, z num tempo atual; e up, vp, wp são os valores dos deslocamentos nas direções x, y, z num tempo posterior;

Em cada passo do tempo, as equações (3.56), (3.57) e (3.58), são igualadas à equação (3.2) para acoplamento dos deslocamentos que provocam as distorções (efeito cisalhante) e a variação volumétrica (devido a tensões normais) do meio poroso e o fluxo de fluidos (efeito do diferencial de pressão) no espaço de vazios deste mesmo meio - é o acoplamento tensão-deformação-fluxo. Assim:

$$\text{Direção x: } ut = \frac{1}{\rho} [(B5 + B3)\varepsilon_5 + (B2)\varepsilon_2 + (B6)P_1] \quad (3.62)$$

ou

$$\text{Direção x: } ut = \frac{1}{\rho} \left[(B5 + B3) \sum_{L=1}^N D_{i,L} \cdot v_{j,j,k} + (B2) \sum D_{j,L} \cdot u_{i,L,k} + (B6) \sum D_{i,L} \cdot P_{L,j,k} \right] \quad (3.63)$$

$$\text{Direção y: } vt = \frac{1}{\rho} [(B2 + B1)\varepsilon_6 + (B2)\varepsilon_3 + (B4)P_2] \quad (3.64)$$

Ou:

$$\text{Direção y: } vt = \frac{1}{\rho} \left[(B2 + B1) \sum D_{k,L} \cdot v_{i,j,k} + (B2) \sum_{L=1}^N D_{k,L} \cdot u_{i,j,k} + (B4) \sum_{L=1}^N D_{j,L} \cdot P_{i,L,k} \right] \quad (3.65)$$

$$\text{Direção z: } wt = \frac{1}{\rho} \left[(B7 + B8) \varepsilon_7 + (B2) \varepsilon_4 + (B9) P_3 \right] \quad (3.66)$$

Ou:

$$\text{Direção z: } wt = \frac{1}{\rho} \left[(B7 + B8) \sum D_{k,L} \cdot w_{i,j,k} + (B2) \sum_{L=1}^N D_{j,L} \cdot v_{i,j,k} + (B9) \sum_{L=1}^N D_{k,L} \cdot P_{i,j,k} \right] \quad (3.67)$$

Para cálculo do passo da pressão com o tempo (cálculo do campo de pressão com o tempo), tem-se:

-Fluido compressível, Equação (3.3), discretizando por diferenças finitas centradas, método explícito:

$$P_p = P_a + \frac{G_p}{na} + A3(\nabla U_p - \nabla U_a) \quad (3.68)$$

Onde:

P_p e P_a são respectivamente as pressões num tempo posterior e num tempo anterior;

G_p é expresso pela equação (3.4); $A3$ é uma constante de adimensionalização definida no capítulo 2; e na é o valor da porosidade num tempo anterior;

∇U_p e ∇U_a são os valores dos gradientes dados pela Equação (3.55) num tempo posterior e anterior, respectivamente.

Para determinação do campo de porosidade, utiliza-se a Equação (3.5), para fluidos compressíveis. A discretização da Equação (3.5) pelo mesmo processo já descrito anteriormente fornece:

$$n_p = na \left\{ 1 - \left[\frac{Q}{A3} \cdot (P_p - P_a) \right] - (\nabla U_p - \nabla U_a) \right\} \quad (3.69)$$

Onde:

n_p e na são as porosidades num tempo posterior e anterior, respectivamente.

Para fluido incompressível, a determinação do campo de pressão utiliza-se a mesma Equação (3.62), apenas fazendo $A3 = 1$ e $G_p = G_{p1}$, onde G_{p1} é dado pela Equação (3.7). Para determinação do campo de porosidade, fazemos a discretização da Equação (3.8).

Assim tem-se:

$$np = na\{1 - (\nabla U_p - \nabla U_a)\} \quad (3.70)$$

3.5 Malha de Cálculo

A Figura (3.2) seguinte mostra a disposição dos pontos de quadratura de Gauss-Lobatto no domínio bidimensional. A malha representada é constituída de acordo com o número de pontos de colocação. Para cada direção, os pontos são distribuídos de acordo com as Equações (3.71), sendo que para malha bidimensional, tem-se só as duas primeiras equações, direções x e y, e para a malha tridimensional, direções x, y e z.

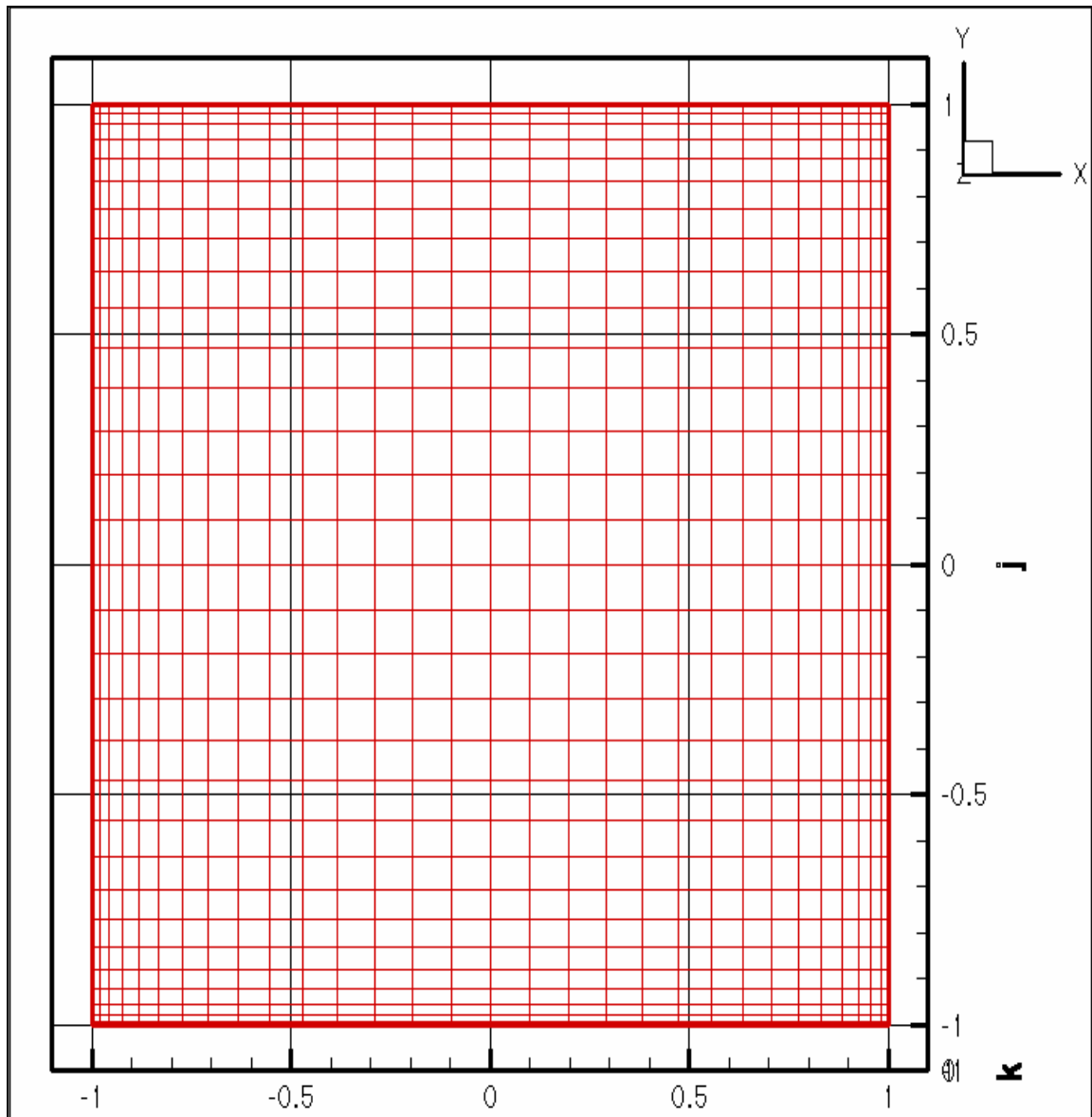


Figura 3.2 – Malha bidimensional de cálculo para o Método Espectral.

$$\begin{aligned}
x_i &= \cos \frac{\pi i}{N_i} & i = 1 \cdots N_i \\
x_j &= \cos \frac{\pi j}{N_j} & j = 1 \cdots N_j \\
x_k &= \cos \frac{\pi k}{N_k} & k = 1 \cdots N_k
\end{aligned} \tag{3.71}$$

3.6 Técnicas de Filtragem para refinamento dos resultados das simulações:

As funções ou derivadas calculadas através de expansões em séries truncadas ou discretas apresentam um comportamento oscilatório perto das fronteiras ou descontinuidades, ou seja, onde as propriedades se alteram rapidamente, por exemplo, pontos deslocáveis próximos a pontos indeslocáveis. Outro intervalo que causa problema é perto do carregamento concentrado, onde é necessário “alisar” ou “suavizar” o processo de colocação de carga, fazendo-se a “distribuição da carga em alguns pontos”, para se evitar problemas numéricos causados pela concentração de tensão em um único ponto, ou seja, um ponto com carga máxima próximo a outros com carga zero. Esse procedimento foi executado para se evitar oscilação numérica. Este comportamento oscilatório é denominado na literatura como fenômeno de Gibbs, ver, por exemplo, Cannuto et al. (1988) e Fernandes dos Santos, (1998). Devido ao erro de interpolação, os valores das funções e de suas derivadas nos pontos extremos do domínio apresentam oscilações significativas. Quando se usa funções logarítmicas, o problema se agrava. Isso fez mudar uma das equações, para fugir da representação usando funções logarítmicas, lançando mão de uma equação auxiliar (3.8) que acopla a porosidade com a deformação no meio poroso, para fluidos incompressíveis; e a Equação (3.5), que acopla porosidade, com a pressão e a deformação no meio poroso, para fluidos compressíveis. Logicamente, para se evitar a divergência da solução, procurou-se eliminar estas oscilações, que são fenômenos não característicos do problema, através do processo de filtragem ou suavização. Algumas funções aplicadas para o processo de filtragem ou suavização utilizadas, juntamente com os métodos espectrais para a simulação de

problemas de dinâmica dos fluidos podem ser encontradas e analisadas em Fernandes, (1998) e Cannuto et al., (1988), mas as principais são:

Lanczos:

$$\sigma(\theta) = \frac{\sin \theta}{\theta} \quad (3.72)$$

Raised Cosine:

$$\sigma(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) \quad (3.73)$$

Sharpined raised cosine:

$$\sigma(\theta) = \sigma_0^4 (35 - 84 \sigma_0 + 70 \sigma_0^2 - 20 \sigma_0^3) \quad (3.74)$$

Onde: σ_0 na equação anterior é dado por: $\frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$

Exponential cut-off:

$$\sigma(\theta) = \begin{cases} 1 & |\theta| \leq \theta_c \\ e^{-\alpha(|\theta| - \theta_c)^{ordem}} & \text{com } \theta_c \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (3.75)$$

onde α é um parâmetro de precisão de cálculo, θ_c é uma escala de corte, ordem é a potência que determina o quanto rapidamente decai a curva.

Fernandes (1998) descreve que existem dois métodos para amenizar as oscilações espúrias presentes nos cálculos. Um primeiro caminho trata-se em obter uma suavização da função através de uma integração singular, como segue:

$$S_N f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_N(x - y) f(y) dy \quad (3.76)$$

onde $S_N f(x)$ representa a função suavizada e K_N é uma matriz núcleo, dada por:

$$K_N(\xi) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{N/2} \sigma_k \cos k\xi \quad (3.77)$$

Fernandes dos Santos (1998) concluiu que ao executar a Equação (3.76), ocorre uma gradual redução das amplitudes dos comprimentos de ondas de pequenos valores, tanto os comprimentos de ondas referentes ao problema físico quanto a aqueles originários dos erros numéricos. Assim, para que haja uma redução sistemática dos erros numéricos é necessário o conhecimento prévio da faixa de número de ondas característicos aos erros numéricos embutidos na função. A partir deste dado, pode-se adequar a banda de passagem do filtro para eliminar somente os ruídos. Porém, este controle só é possível se utilizar o filtro exponencial dado pela Equação (3.75).

Um segundo caminho, consiste em amenizar a presença do fenômeno de Gibbs através da execução de uma filtragem pura. Sendo assim, dada uma função $f(x)$ qualquer, para se obter a filtragem da mesma basta aplicar uma das funções de filtragem, sobre os coeficientes de expansão da função:

$$F_N \cdot \hat{f}_k = \hat{f}_k \sigma_k \quad (3.78)$$

Onde:

$F_N \cdot \hat{f}_k$ Representa a função suavizada.

No presente trabalho foi utilizada a Equação de Lanczos (3.72) para filtrar ou suavizar as oscilações próximo ao carregamento no desenvolvimento do campo de pressões e na porosidade. Próximo às fronteiras, consideradas indeformáveis e impermeáveis, como condição de contorno as derivadas dos deslocamentos $\frac{du}{dx}$, $\frac{dv}{dy}$ e $\frac{dw}{dz}$, bem como as derivadas das pressões $\frac{dp}{dx}$, $\frac{dp}{dy}$ e $\frac{dp}{dz}$ são nulas. Foi aplicado o sistema de filtragem nos pontos de colocação próximos a estas fronteiras.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Foram realizadas neste trabalho as simulações numéricas de alguns casos de acoplamentos fluxo-tensão-deformação em maciços geotécnicos saturados com fluido compressível em sistemas transientes, estáticos ou cíclicos. Para tal foram utilizadas as equações da conservação da massa, de Darcy, da compressibilidade de um fluido, da definição de porosidade de um meio geotécnico, mais as equações diferenciais de equilíbrio dinâmico da mecânica e as equações de tensões – deformações, que são as equações constitutivas da teoria da elasticidade. O domínio geométrico adotado foi sempre a figura de um cubo ou quadrado de 20 metros de lado, com lados $2L_x = 2L_y = 2L_z = 20$ metros. (lembrando que uma das característica do método numérico espectral é que o domínio de cálculo varia de -1(menos um) a +1(mais um), e que as adimensionalizações de comprimento empregadas foram em relação a L_x , L_y e L_z). Fisicamente considerou-se um maciço geotécnico homogêneo, com propriedades definidas inicialmente, para cada caso estudado, com o carregamento no topo e na parte central desta face. *As condições de contorno adotadas foram: condições de drenagem e deslocamentos livres no topo do maciço, drenagem livre e indeslocável ou indeformável na base. Nas laterais do cubo, indeformável ou indeslocável e impermeável.* A malha do domínio computacional foi obtida fixando-se um número de pontos de colocação em cada direção, seguindo a distribuição de Gauss-Lobato. Apesar ser possível trabalhar com refinamento da malha, principalmente próximo do carregamento, esse recurso não foi usado devido ao acréscimo de tempo na geração de resultados, pois o tempo computacional cresceria muito, mas, principalmente, por constatar-se durante alguns testes de validação e análise de resultados, que os valores obtidos estavam muito próximos de dados conhecidos, principalmente para cálculos de deslocamentos, ou seja, que os valores obtidos estavam lógicos e dentro das faixas de valores esperados. Sendo assim, após diversos experimentos e tentativas numéricas, trabalhou-se nas análises tridimensionais com trinta e um (31) pontos de colocação na direção x, quinze (15) pontos de colocação na direção y (na direção vertical) e trinta e um (31) na direção z, ($N_x = 31$; $N_y = 15$; $N_z = 31$) formando uma malha de 31x15x31. Nas análises bidimensionais, a malha utilizada é simplesmente de trinta e

um (31) na direção x e de quinze (15) na direção y, com a malha 31x15. Assim feito, com o código computacional desenvolvido, obteve-se informações sobre os deslocamentos superficiais ou recalques, o campo de velocidades do fluido nos poros, o campo de porosidades, o campo de tensões verticais e deslocamentos nos domínios espaciais e temporais no interior de maciços geotécnicos, submetido a carregamentos superficiais estáticos ou cíclicos, para análises bidimensionais e tridimensionais. As análises das tensões verticais e velocidade de fluido no maciço foram executadas e apresentadas somente para carregamentos tridimensionais e solo argiloso, pois a quantidade de dados gerados foi muito grande.

Inicialmente, para efeito de validação foram executados alguns testes com simulações e comparações dos resultados com fórmulas presentes na literatura corrente. Os valores de deslocamentos superficiais (recalques) obtidos com o programa foram comparados com os resultados calculados pelas fórmulas da mecânica dos solos e teoria da elasticidade clássica para o carregamento estático condição permanente ou depois de tempo muito longo, para que toda deformação já tivesse ocorrido. Resultados muito próximos foram encontrados. Um dos testes será mostrado como exemplo de validação na sequência.

4.1. Cálculo de Recalques (deslocamentos superficiais) pela Teoria da Elasticidade

A teoria de elasticidade empregada para cálculo das tensões no interior do meio dos maciços no Capítulo 2, utilizada nas Equações (2.46), (2.47), (2.56), (2.57) (2.66) e (2.67), pode ser empregada para determinação dos recalques. A teoria da elasticidade, segundo Sousa Pinto (2002), indica que os recalques na superfície de uma área carregada podem ser expressos pela equação:

$$R = I \frac{\sigma_o \cdot B_s}{E} (1 - \nu^2) \quad (4.1)$$

Onde:

R é o recalque total ou deslocamento superficial final;

σ_o : É a pressão ou tensão distribuída na superfície;

E e ν : São os parâmetros elásticos do meio geotécnico, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson, respectivamente, conforme já citados e definidos anteriormente;

B_s : É a largura (ou diâmetro) da área carregada;

I: é o fator de forma ou coeficiente que leva em consideração a forma da superfície carregada e o sistema de aplicação de tensões, pois as tensões podem ser aplicadas ao terreno por meio de elementos rígidos (sapatas rígida e blocos de concreto – recalque uniforme) ou elementos flexíveis (sapatas flexíveis, placas ou aterros – recalques no centro são maiores do que na borda), conforme ilustrado na Figura 4.1.

- **Exemplo utilizado para validação:** Cálculo do deslocamento superficial ou recalque total devido um carregamento superficial concentrado atuando em um meio poroso saturado com fluido incompressível. Carregamento estático que gera uma pressão média de 1000 kPa na superfície do maciço, formando um carregamento axissimétrico, semelhante à Figura 4.1, supondo sapata flexível:

Os seguintes parâmetros foram adotados para os cálculos de verificação e validação inicial:

Largura de cálculo da sapata flexível: $B_s = 0,94 \text{ m}$;

Pressão ou tensão média de cálculo: 1000kPa;

Fator ou coeficiente de forma: $I = 1,11$;

Material geotécnico: Maciço de solo areno - siltoso medianamente compacto;

Coeficiente de Poisson: $\nu = 0,20$;

Módulo de Elasticidade: $E = 10000000 \text{ kPa}$;

Condutividade Hidráulica: $K = \frac{k}{\mu} \cdot \gamma_{\text{fluido}} = 10^{-5} \text{ m/s}$;

Permeabilidade absoluta do meio poroso: $k = 10^{-12} \text{ m}^2$;

Viscosidade dinâmica do fluido: $\mu_{\text{água}} = 10^{-6} \text{ kN.s/m}^2$;

Massa específica do fluido: $\gamma_{\text{água}} = 10 \text{ kN/m}^3$;

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} (\text{kPa});$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\text{kPa});$$

$$\text{Coeficiente de adensamento } cv = \frac{k(\lambda + 2G)}{\mu} (\text{m}^2/\text{s});$$

Compressibilidade do fluido (água): $\beta_{\text{água}} = 5,0 \times 10^{-7} (1/\text{kPa})$;

Compressibilidade do meio poroso: $\alpha = 10^{-5} (1/\text{kPa})$;

Porosidade inicial do meio: $n = 0,40 = 40\%$, e

$B = 1,0$ e $D = 1/3$ para fluido incompressível (água).

(Fonte: Lambe & Witmann, 1969; Craig, 1974; Timonshenko & Goodier, 1980; White, 2002; e Bai & Abousleimann, 1997)



Figura 4.1 – Carregamentos “concentrados” em sapatas rígidas ou flexíveis

A Tabela 4.1 seguinte mostra os valores do fator de forma I.

Tabela 4.1 – Valores do fator ou coeficiente de forma I para cálculo de recalques.

(Sousa Pinto, 2002).

Geometria da Placa	Relação Comprimento/Largura (L_s / B_s)	Placa rígida	Placa flexível Centro	Placa flexível Canto Ou Borda
Circular	-----	0,79	1,00	0,64
Quadrada	$L_s / B_s = 1,0$	0,86	1,11	0,56
Retangular	$L_s / B_s = 2,0$	1,17	1,52	0,75
Retangular	$L_s / B_s = 5,0$	1,66	2,10	1,05
Retangular	$L_s / B_s = 10,0$	2,00	2,54	1,27

As Figuras 4.2, 4.3 e 4.4 seguintes, ilustram a geração de pressão neutra e o campo de deslocamentos no interior e na superfície do maciço em um dado instante, devidos ao carregamento na superfície do maciço cúbico.

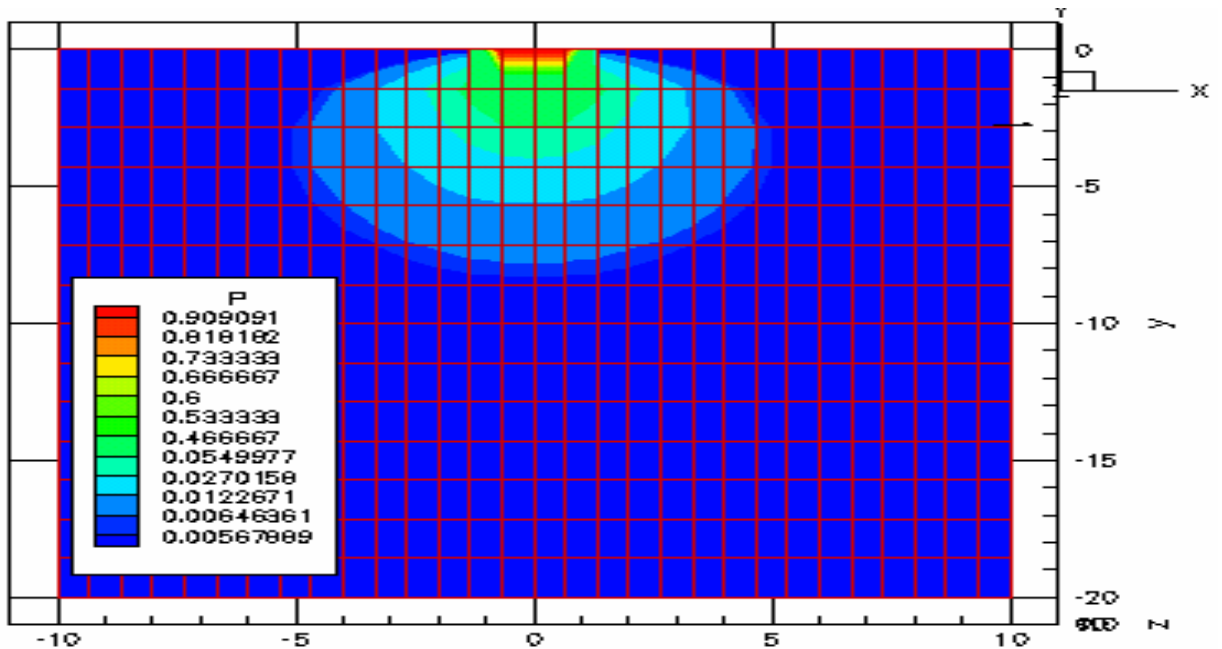


Figura 4.2 - Geração do campo de pressões neutras para o maciço totalmente saturado com água carregamento central de 1000kPa, com as direções de fluxo ou drenagem, para um tempo adimensional $T = 0,1$.

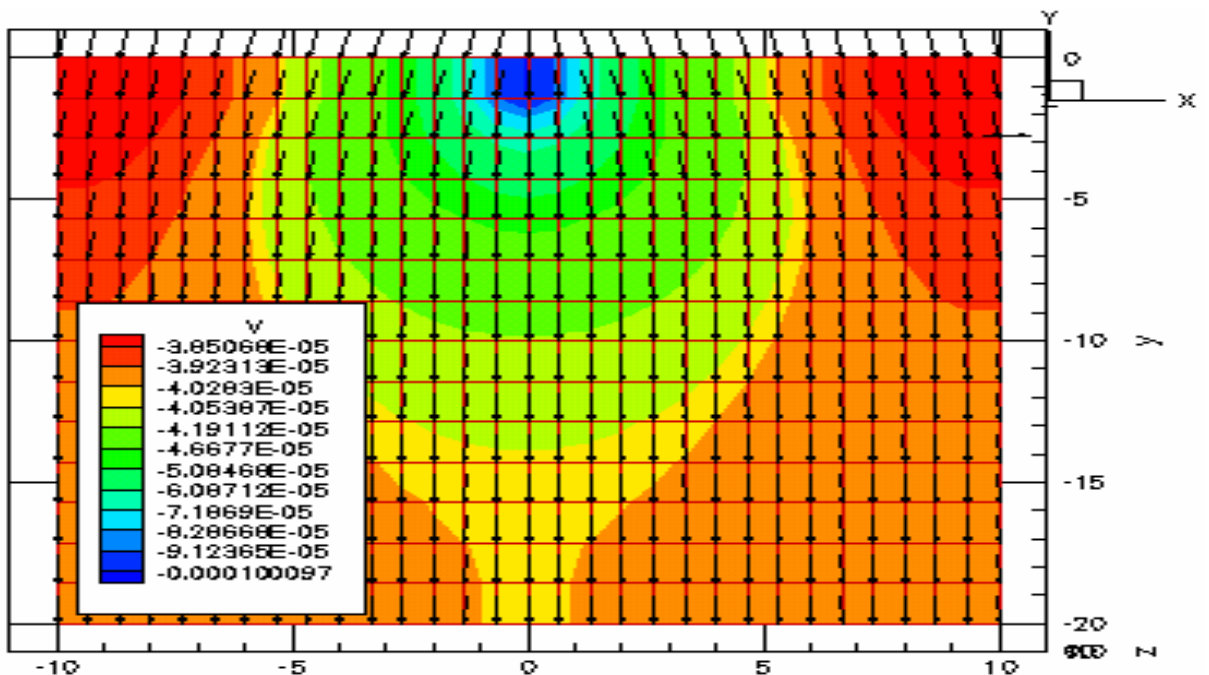


Figura 4.3 – Geração dos vetores do campo de deslocamentos para o maciço totalmente saturado com água carregamento central de 1000kPa para um tempo adimensional $T = 0,1$.

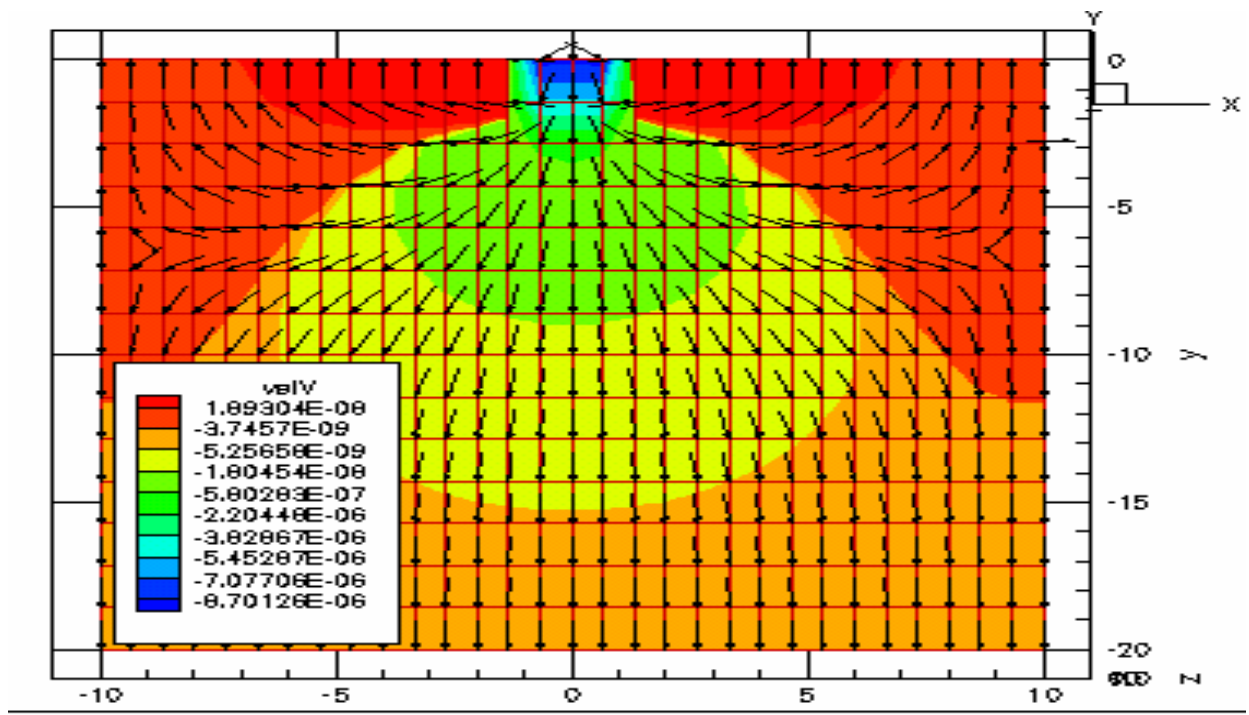


Figura 4.4 – Campo de velocidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento central de 1000kPa, tempo adimensional $T = 0,1$. ($t_{\text{real}} = 11,1$ segundos)

A Tabela 4.2 seguinte apresenta o resultado final para o deslocamento superficial pela teoria da elasticidade e pelo código desenvolvido neste trabalho.

Tabela 4.2 – Carga concentrada-tensão média de 1000 kPa: Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: Deslocamento na superfície do maciço – Recalque elástico é ultrapassado após um tempo adimensional $T = 0,2$.

Profundidade (metros)	Deslocamento na superfície gerado pela carga concentrada (metros) (Teoria da elasticidade)	*Deslocamento na superfície gerado pelo programa (metros) (Método espectral)
Superfície do maciço (0,0)	$1,002 \times 10^{-3}$	$1,00097 \times 10^{-3}$

- Deslocamento real = Deslocamento adimensional $\times L_y$, $L_y = 10$ metros.

Análise:

Os valores dos deslocamentos superficiais ou recalques são o somatório do recalque elástico mais o recalque por acoplamento fluxo-deformação, adensamento superficial do solo. Como este solo é granular, o efeito do adensamento é instantâneo, produzindo um efeito muito menor do que os deslocamentos elásticos. Ou seja: o recalque total é praticamente o recalque elástico. Assim, para este solo analisado, os deslocamentos calculados pelo código computacional aproximam-se muito dos resultados dados pela teoria da elasticidade, principalmente no topo do maciço, e devido às propriedades do material estudado, o valor do deslocamento superficial calculado pelo programa desenvolvido neste trabalho, gera um valor praticamente idêntico no caso do recalque superficial dado pela teoria da elasticidade. O material drena rápido o fluido e o efeito do adensamento é muito pequeno perto do efeito elástico.

4.2 Simulações dos casos propostos

Foram simulados numericamente ainda, os seguintes casos para apresentação e discussão:

- 1) Carregamento estático bidimensional na superfície do maciço, para um sistema geotécnico saturado com água (poros com água) ou totalmente seco (poros com ar), simulando-se o carregamento distribuído de uma barragem ou aterro de estradas;
- 2) Carregamento estático concentrado na superfície do maciço (efeito tridimensional), para o sistema geotécnico saturado com água ou totalmente seco, simulando-se o efeito de uma carga de uma estrutura de fundações;
- 3) Carregamento concentrado cíclico ou harmônico, na superfície do maciço (efeito tridimensional), com um carregamento cíclico $Q = Q_0 \sin(2\pi t)$, para um sistema geotécnico saturado com água ou totalmente seco, simulando a carga de roda de um veículo que passa no topo do maciço.

Em todos os casos estudados, procurou-se observar o comportamento da pressão neutra, dos deslocamentos, das porosidades e tensões, ao longo do tempo, principalmente, no primeiro ponto de colocação logo abaixo da carga concentrada, pois é onde, se concentram as maiores tensões e onde ocorrem as maiores deformações. Para carga cíclicas, foram plotados gráficos das porosidades versus tempo adimensional, para os três (3) pontos de colocação, situados na vertical da carga, pois se constatou que, para carregamentos cíclicos, principalmente com fluido compressível, as deformações se concentram muito mais próximo da superfície de carregamento do que para cargas estáticas, de tal forma que a porosidade no topo (no primeiro ponto de colocação), passa a ser muito menor do que o valor inicial e do que dos outros pontos próximos abaixo ao longo do tempo.

4.2.1 Análise bidimensional

Como primeiro experimento dos casos propostos para estudo, partiu-se inicialmente para uma análise bidimensional, onde se simulou o comportamento de maciços geotécnicos, classificados como solos silto-arenosos 1 e 2, para duas porosidades diferentes, 20 e 40%, respectivamente.

4.2.1.1 Solos silto - arenosos - fluido:ar

Dados para as análises:

Carga $Q = 1600 \text{ kPa}$ (tensão média aplicada na superfície do maciço);

Módulo de elasticidade, $E = 10^6 \text{ kPa}$;

Porosidade, $n_1 = 20\%$ e $n_2 = 40\%$ (solo silto-arenoso 1 e solo silto-arenoso 2);

Coefficiente de Poisson, $\nu = 0,2$;

Peso específico do ar, $\gamma_{ar} = 1,2 \times 10^{-2} \text{ kPa}$;

Viscosidade dinâmica do ar, $\mu_{ar} = 1,8 \times 10^{-8} \text{ kN.s/m}^2$;

Condutividade hidráulica do ar, $K_{ar} = 7 \times 10^{-9} \text{ m/s}$;

Compressibilidade do ar: $\beta_{ar} = 10^{-2} \text{ (1/kPa)}$.

Considerou-se um maciço bidimensional de comprimento infinito em uma direção, submetido a um carregamento estático distribuído de $\Delta Q = Q = 1600\text{kPa}$, por exemplo, Figura 1.1. O maciço é representado por um plano onde é gerado uma malha de pontos de colocação ou simplesmente malha de cálculo mostrada na Figura 3.2. Em cada um destes pontos determinaram-se os deslocamentos, as tensões, a pressão neutra nos poros, a velocidade de escoamento, ao longo do tempo, em todos pontos de colocação, determinando após um tempo longo, a deformação total na superfície, ou o recalque total do sistema ao carregamento. Foram feitas as simulações considerando-se fluido compressível: ar nos poros. A carga é distribuída simetricamente na superfície do maciço, para facilitar a análise, e eventualmente, para evitar efeitos de fronteira. As Figuras 4.5 a 4.10 são exemplos de resultados das gerações de campos de pressão, de deslocamentos e de porosidades para o item 4.2.1.1, para um dado tempo.

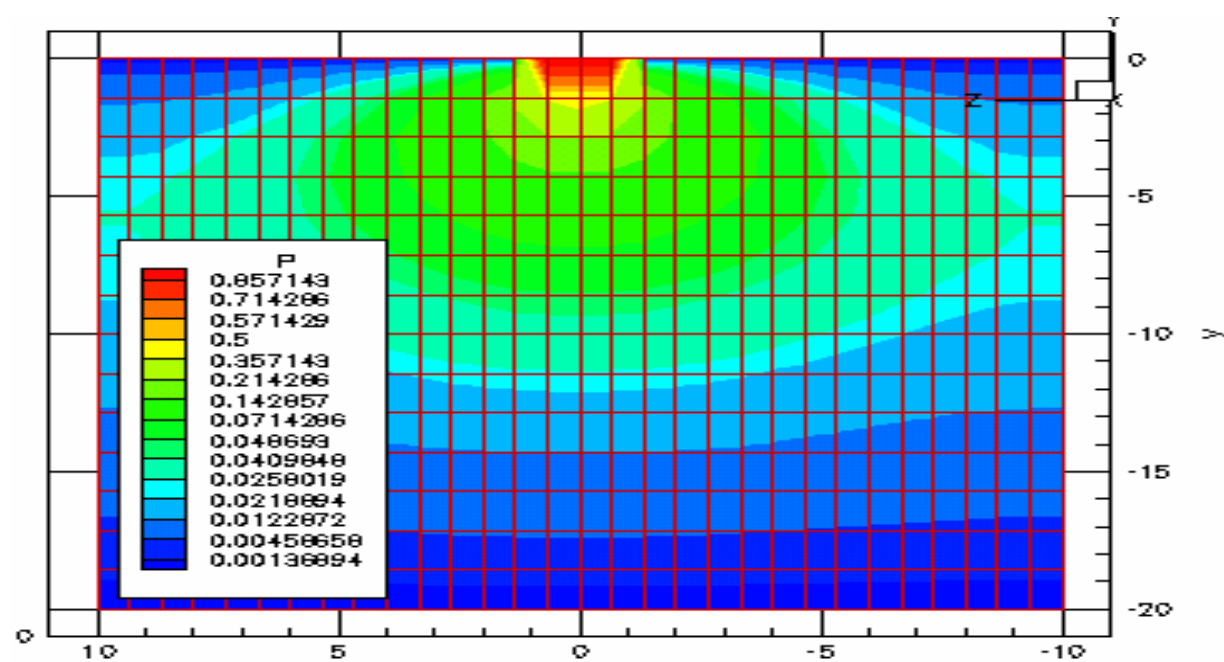


Figura 4.5 – Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar, carregamento central de 1600kPa , $n = 40\%$. Carregamento inicial tempo adimensional, $T = 0,10$.

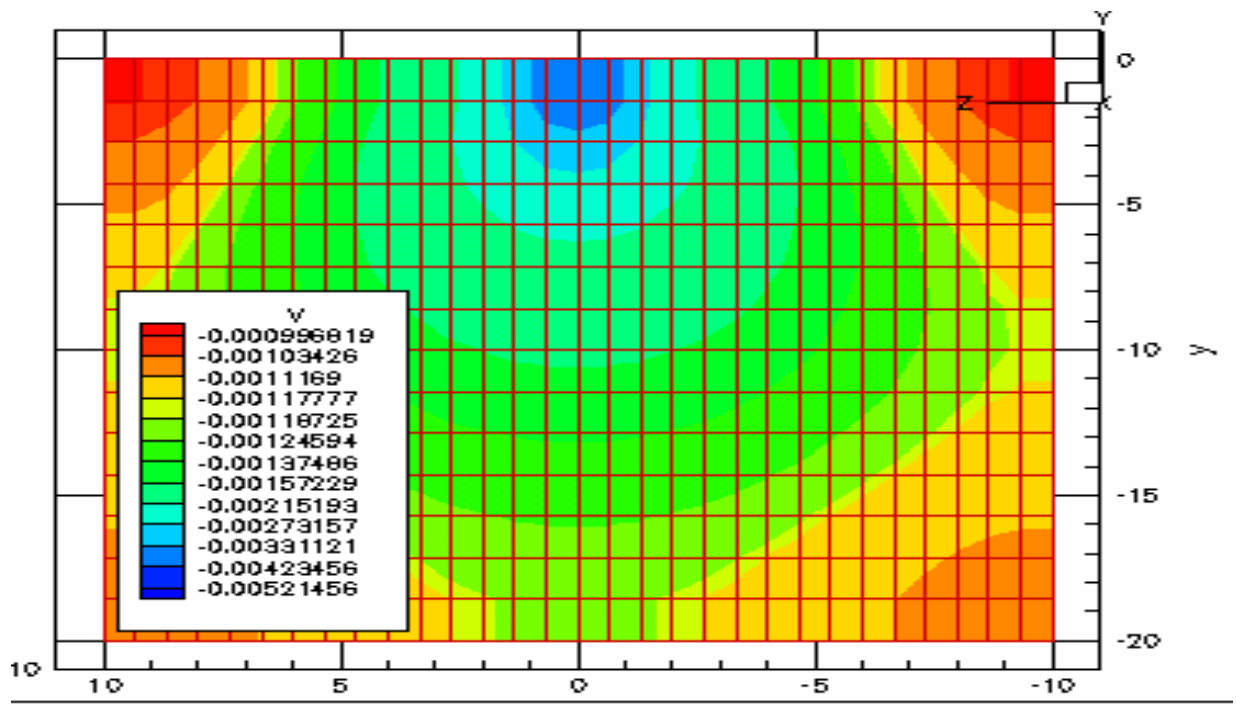


Figura 4.6 – Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 40\%$, tempo adimensional $T = 0,1$.

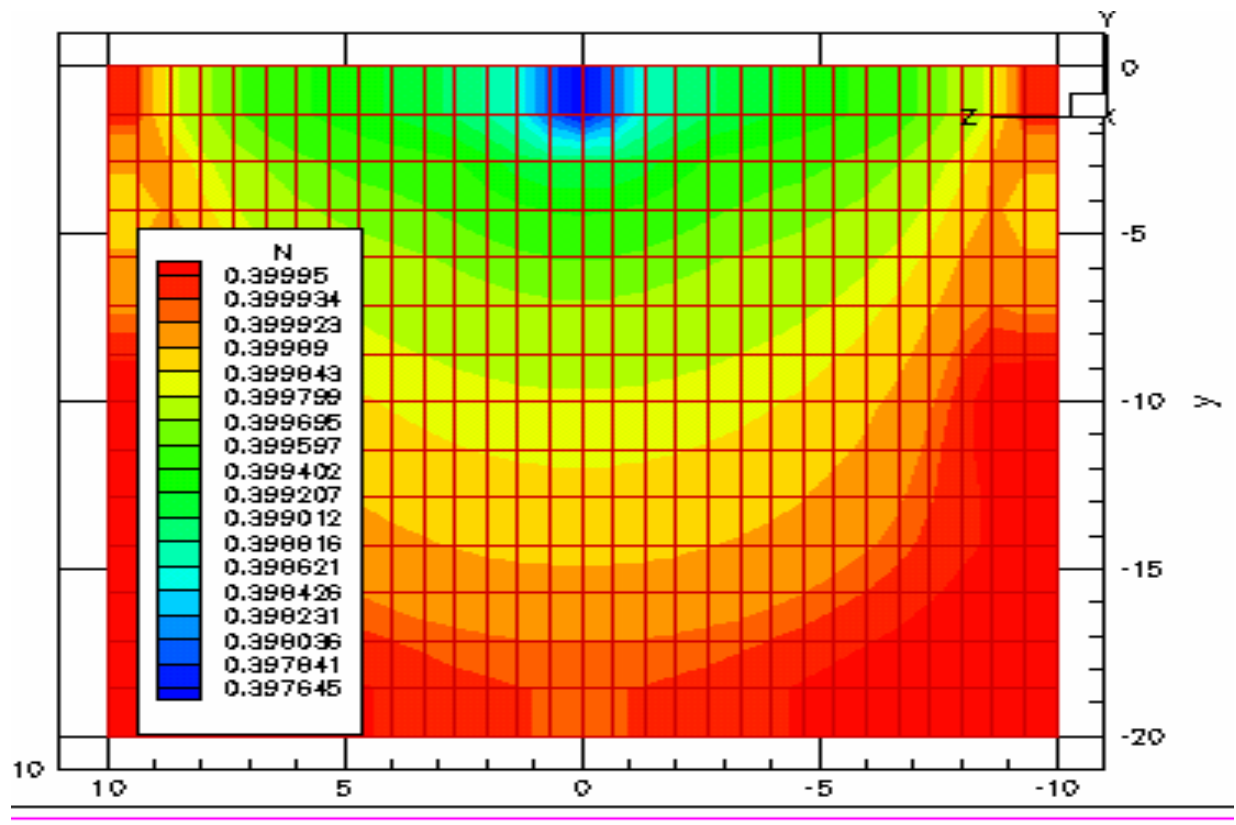


Figura 4.7 – Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 40\%$, tempo adimensional $T = 0,1$.

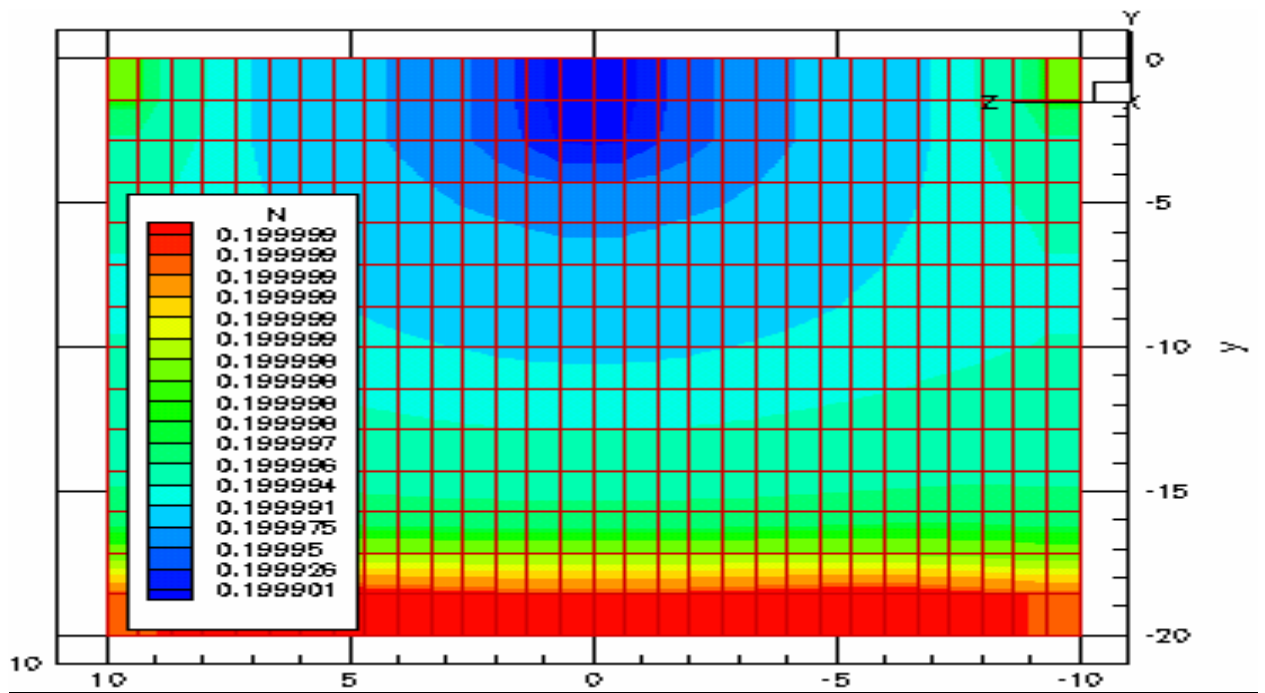


Figura 4.8 – Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,1$.

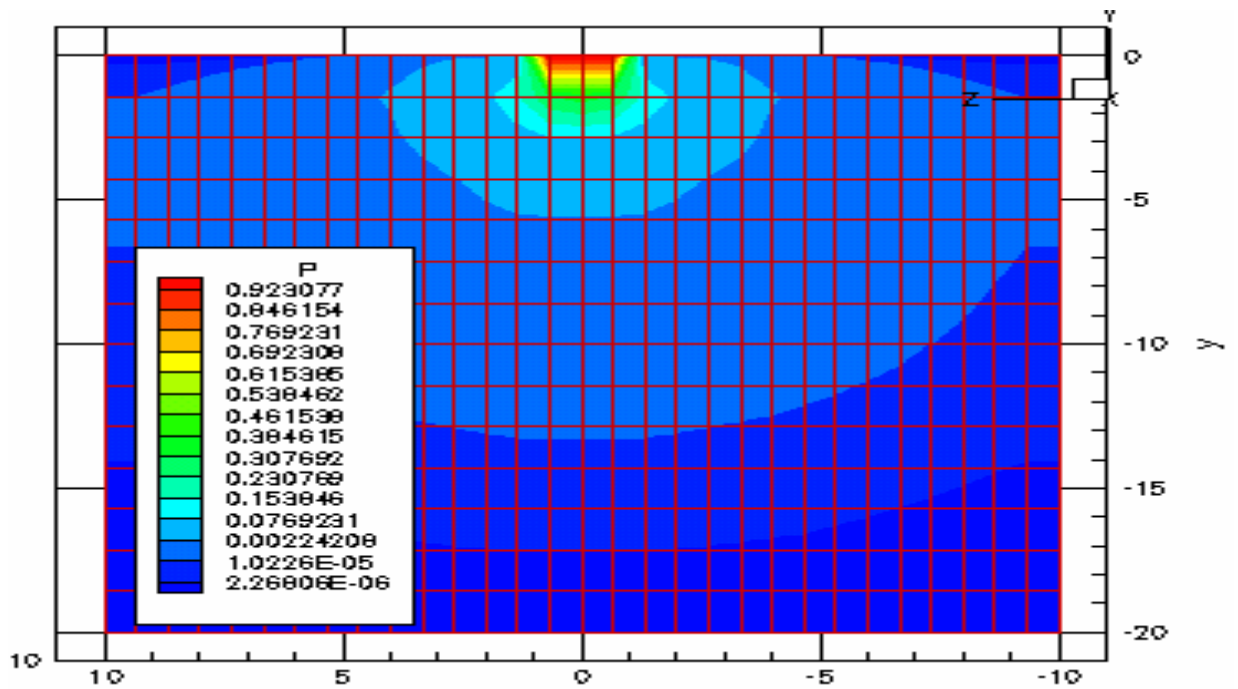


Figura 4.9 – Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

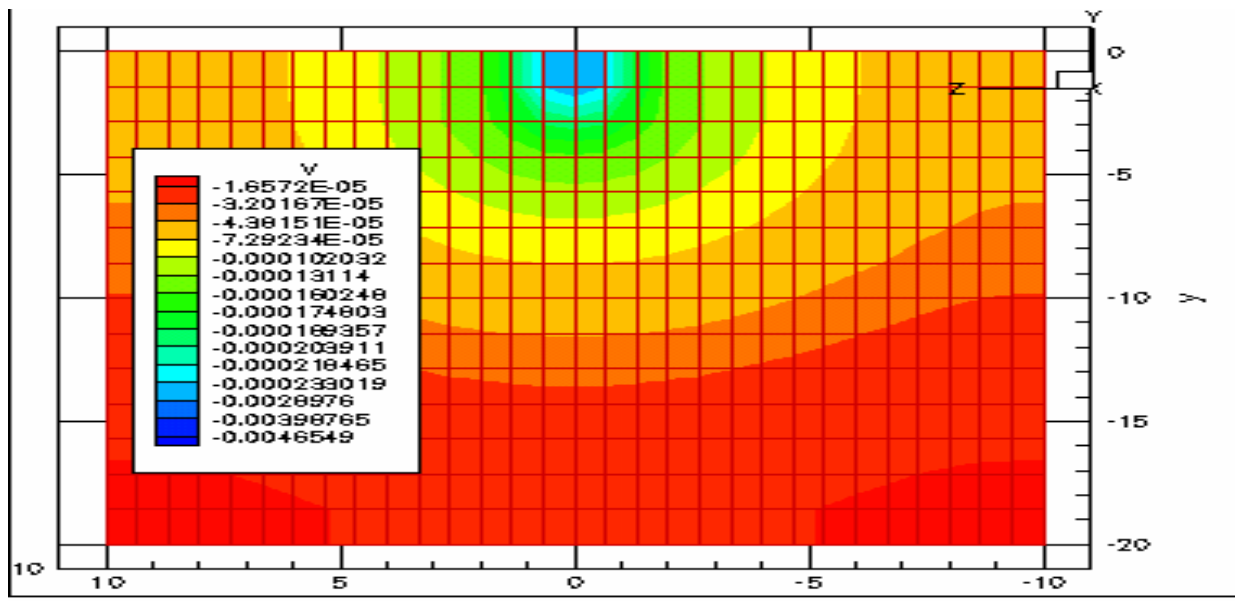


Figura 4.10 – Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T=0,1$.

As Figuras 4.11 e 4.12 apresentam os deslocamentos, pressão neutra e valores da porosidade para o ponto de colocação logo abaixo da carga ($y=1,3\text{m}$) para dois solos silto-arenosos, um com 20 % e outro com 40% de porosidade.

Deslocamentos Adimensional, Pressão Neutra Adimensional e Porosidade x Tempo Adimensional
Recalque máximo calculado = $5,0 \times 10^{-3}\text{m}$ para CARGA DISTRIBUÍDA 1600kPa
- FLUIDO AR- $n = 20\%$

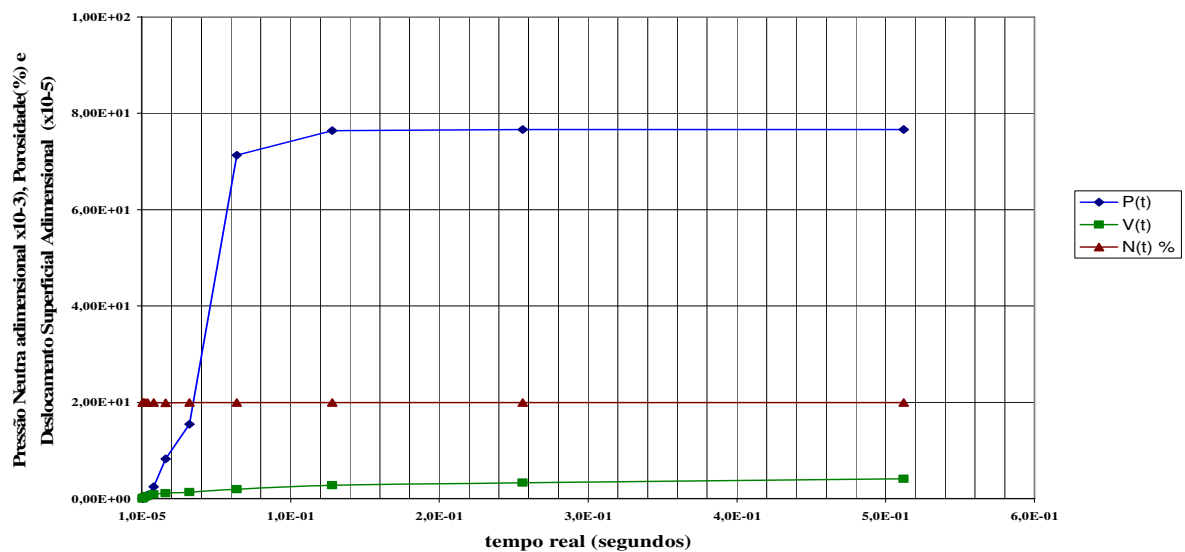


Figura 4.11 – Gráficos de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades abaixo da carga versus tempo adimensional – solo silto-arenoso - fluido: ar – porosidade inicial = 20%.

Deslocamentos adimensionais, Pressão Neutra Adimensional e Porosidade x Tempo Adimensional
Recalque máximo calculado = $5 \times 10^{-3} \text{m}$ para CARGA DISTRIBUÍDA 1600kPa
- Fluido AR - $n = 40\%$

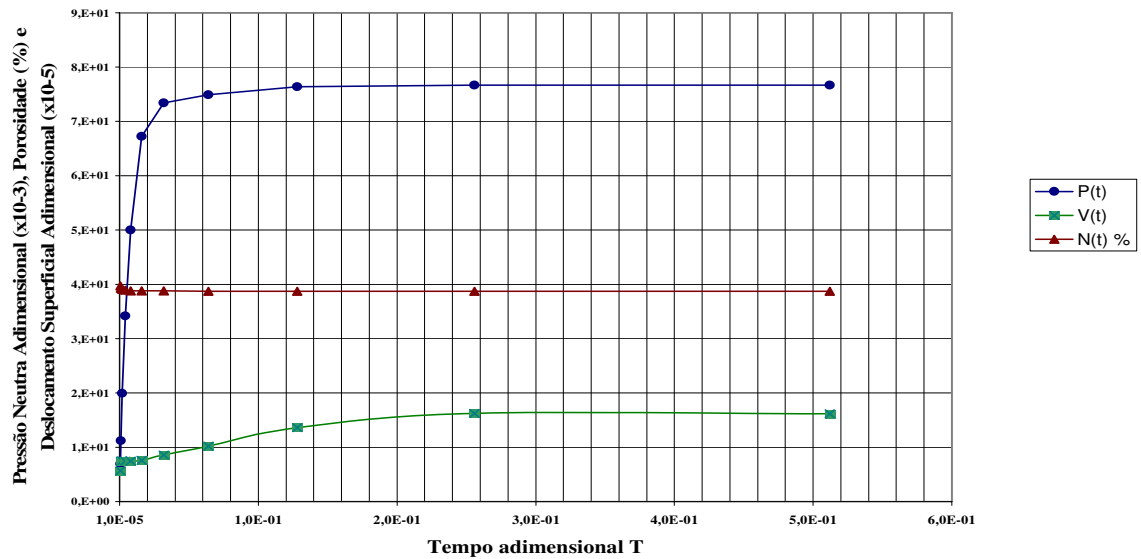


Figura 4.12 – Gráficos de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades abaixo da carga versus tempo adimensional – solo silto-arenoso - fluido: ar – porosidade inicial = 40%.

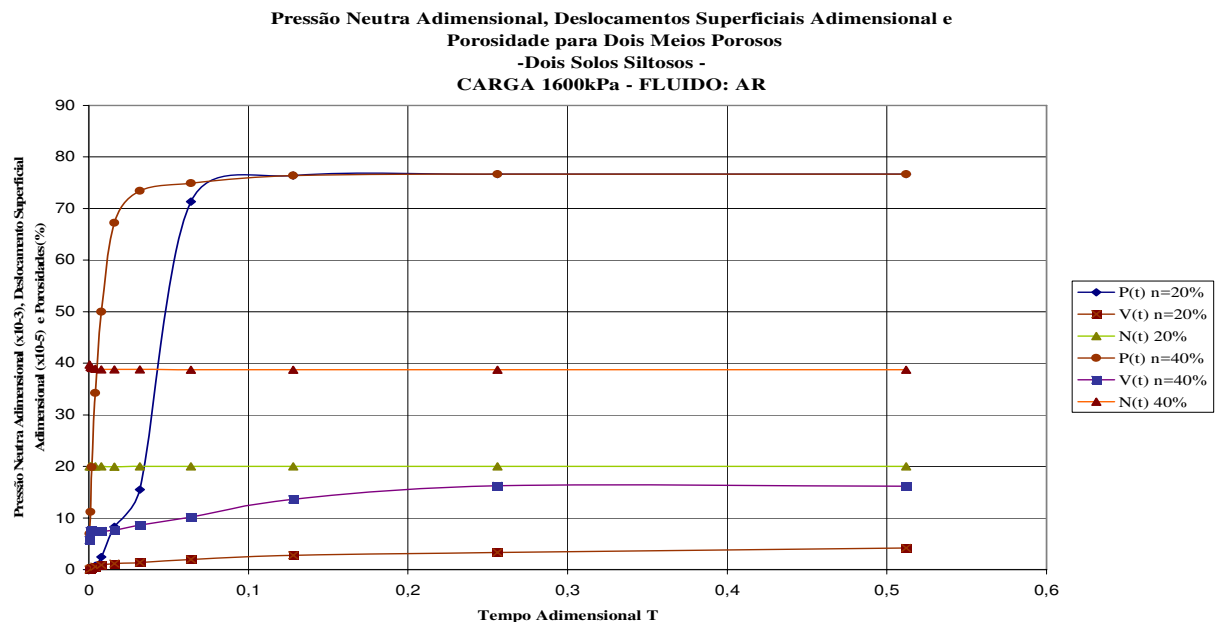


Figura 4.13 - Gráficos de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para os dois solos silto-arenosos – mostrando o início do processo de acoplamento.

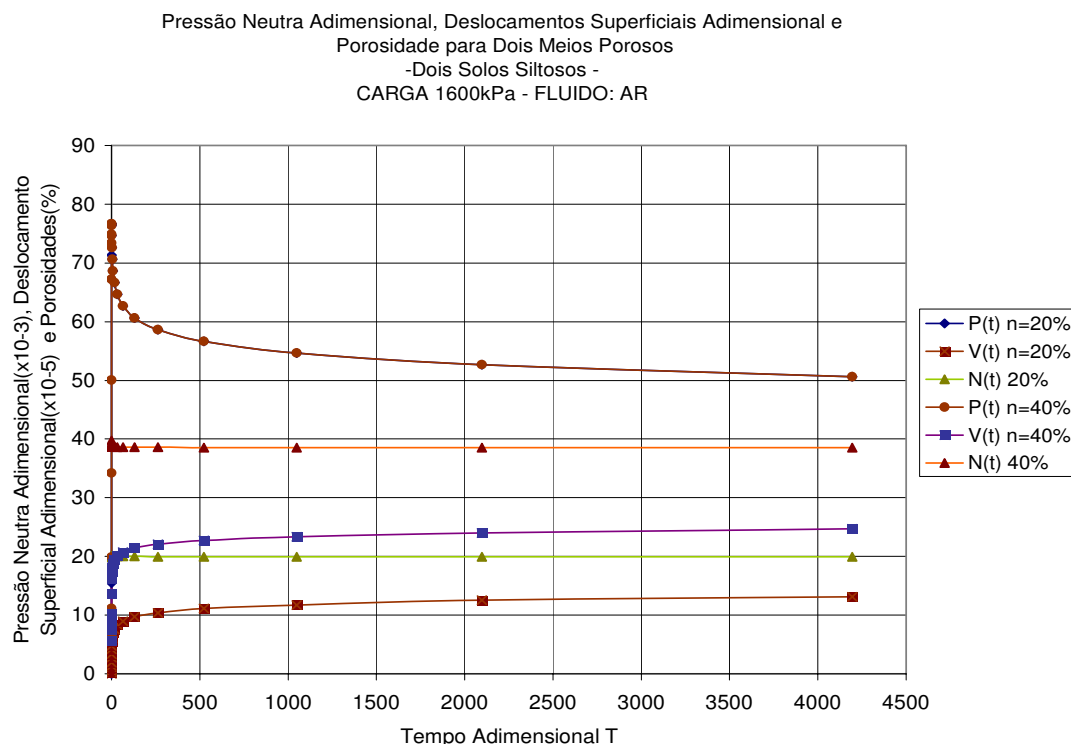


Figura 4.14 - Gráfico de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para os dois solos silto-arenosos – mostrando o final do processo de acoplamento

Análises e discussões:

Este experimento numérico foi realizado para verificar a sensibilidade e a influência da variável porosidade no fenômeno em estudo, pois pelo modelo físico e matemático desenvolvido neste trabalho, o acoplamento pressão neutra e a deformação se processam com a variação da porosidade do meio geotécnico, conforme a Equação 2.42. Pelo gráfico da Figura 4.13 é possível verificar que o solo com maior porosidade (40%) se deforma mais rapidamente do que o de menor porosidade (20%), embora num tempo infinito, os deslocamentos finais sejam aproximadamente iguais, Figura 4.14. A pressão neutra inicial aparece mais rapidamente no solo de menor porosidade, embora a diferença e os valores de pressão sejam muito pequenos, a dissipação de pressão neutra se dá de maneira praticamente instantânea para os dois solos. Assim, embora as tensões aplicadas sejam elevadas na superfície, a variação da porosidade embaixo do carregamento é pequeno, pois o efeito se propaga para todo maciço, e uma grande parte da deformação acontece, também, de maneira

imediate. A deformação superficial final é um processo lento. Pela análise da Figura 4.14, verifica-se que as porosidades variam logo no início da aplicação da carga, mantendo-se praticamente constante ao longo do tempo. Os deslocamentos superficiais finais para os dois solos, num tempo infinito convergem para o mesmo valor.

Como segundo experimento dos casos propostos para estudo, executou-se ainda mais uma análise bidimensional, onde se simulou o comportamento de um maciço geotécnico, classificado como solo silto-argiloso com porosidade 20%, mas com fluidos diferentes nos poros, com água ou ar, para efeito de comparação dos valores entre os dois fluidos. Apresenta-se diretamente os gráficos finais

4.2.1.2 Comparação entre o solo silto - arenoso saturado com água e saturado com ar.

Dados para análise:

Carga $Q = 50$ kPa.(tensão média aplicada na superfície do maciço);

Módulo de elasticidade, $E = 10^6$ kPa.;

Porosidade, $n = 20\%$;

Coeficiente de Poisson, $\nu = 0,2$;

Peso específico da água, $\gamma_{\text{água}} = 10$ kPa;

Viscosidade dinâmica da água. $\mu_{\text{água}} = 10^{-6}$ kN.s/ m^2 ;

Condutividade hidráulica à água, $K_{\text{água}} = 10^{-7}$ m/s;

Compressibilidade para água: $\beta_{\text{água}} = 5 \times 10^{-7}$ (1/kPa).

Considerou-se um maciço bidimensional de comprimento infinito em uma direção, e este maciço é submetido a um carregamento estático distribuído de $Q = 50$ kPa. De maneira idêntica ao caso anterior o maciço é representado por um plano que “corta” todo sistema transversalmente. Neste mesmo plano é gerada a mesma malha de pontos de colocação ou simplesmente malha de cálculo da Figura 3.2. Em cada um destes pontos determinaram-se os deslocamentos, as tensões, a pressão neutra nos poros, a velocidade de escoamento, ao longo do tempo, em todos pontos de colocação, determinando após um tempo longo, a deformação total na superfície, ou o recalque total do sistema ao carregamento. Foram feitas as simulações considerando-se fluido incompressível: água nos poros. Depois é feita a comparação com os

valores determinados anteriormente quando o fluido considerado era compressível: ar. A carga é distribuída simetricamente na superfície do maciço, para evitar efeitos de fronteira.

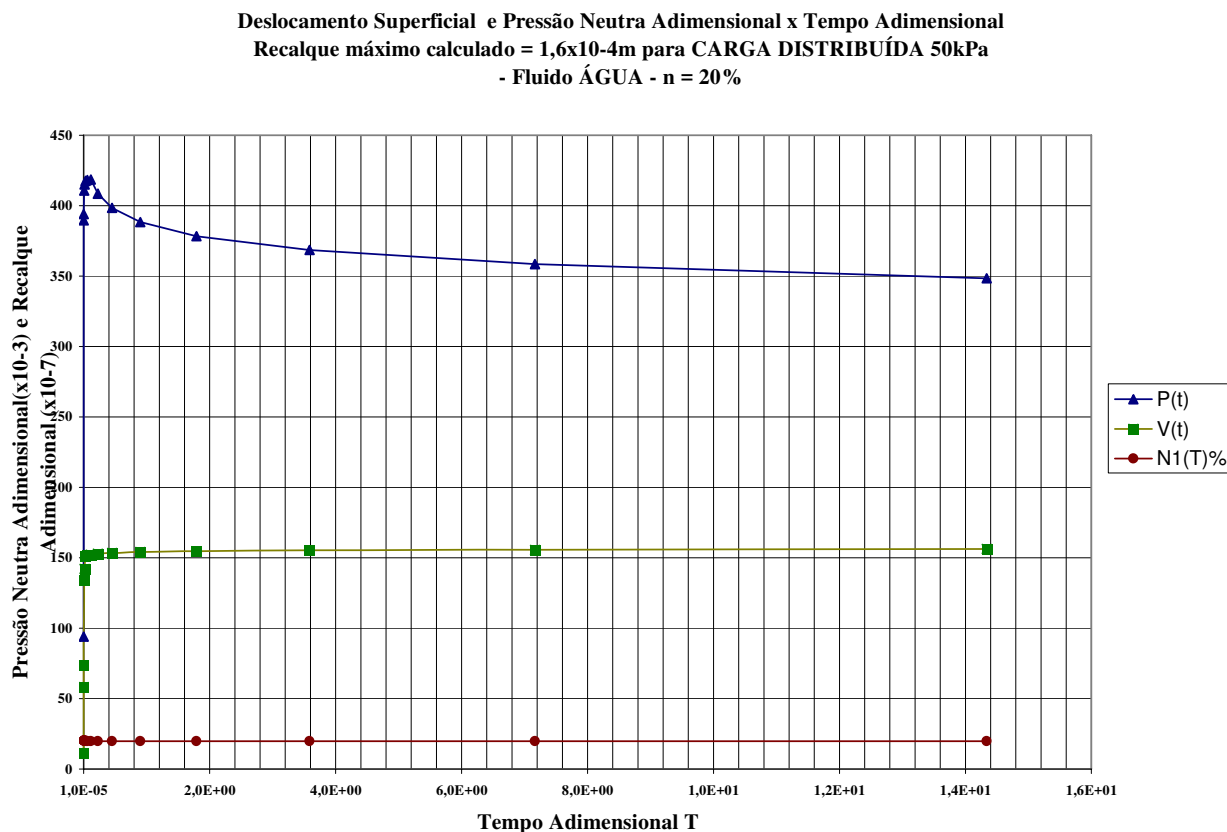


Figura 4.15—Gráficos de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para o solo silto - arenoso, $n = 20\%$ – Fluido: água, início do processo de acoplamento.

Considerou-se novamente o mesmo maciço bidimensional de comprimento infinito em uma direção, e este maciço é submetido ao carregamento estático distribuído de $Q = 50 \text{kPa}$. Novamente de maneira idêntica o maciço é representado por um plano que “corta” todo sistema transversalmente, com o mesmo procedimento descrito anteriormente. Foram feitas as simulações considerando-se fluido compressível: ar nos poros.

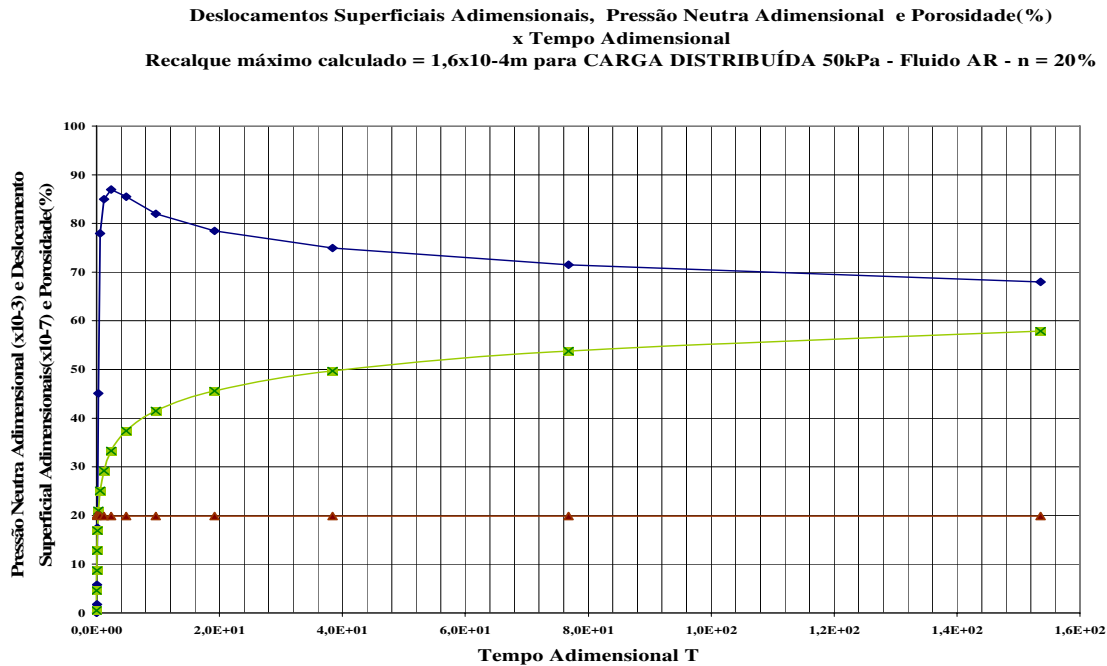


Figura 4.16-Gráficos de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para o solo silto-arenoso $n = 20\%$. fluido: ar mostrando o início do processo de acoplamento.

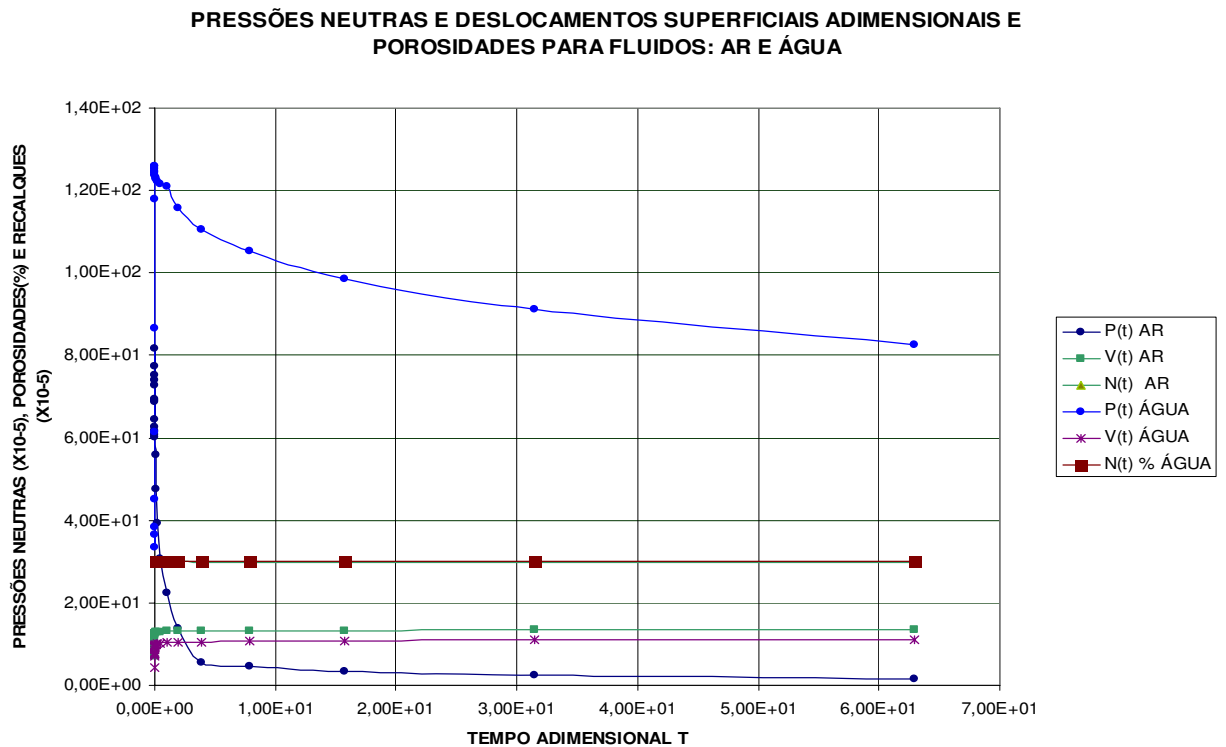


Figura 4.17-Gráficos de deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para o solo siltoso – comparando os valores para os dois fluidos: ar e água, mostrando valores finais para o acoplamento.

Análises e discussões:

Percebe-se claramente pelos gráficos das Figuras 4.15 a 4.17 que a pressão gerada no solo saturado com água é muito superior e demora um tempo muito maior para drenagem do excesso de poro-pressão do que o solo seco (com ar nos poros). O deslocamento no solo com ar, por este ser muito mais compressível, atinge primeiro o valor final do recalque, como era de se esperar, embora prossiga a drenagem lentamente, mas com pouco efeito no deslocamento final que ocorre de maneira praticamente instantânea. O efeito do carregamento na porosidade é pequeno, pois o valor do carregamento, por ser de pouca magnitude, produz baixas tensões e deformações, e se dissipa para todo maciço. Foi notado durante as simulações que a variação da porosidade altera muito pouco com passar do tempo para os dois fluidos. O efeito de pressão neutra se processa inicialmente de maneira rápida, atingindo logo o pico, para decair e se difundir por todo o maciço, sendo que para água o valor da pressão gerado é muito maior e o processo se dissipa ou drena muito mais lentamente comparado com o ar, muito embora o efeito físico para a percepção humana, os dois são muito rápidos para serem observados.

4.3 Análise tridimensional

Para as análises dos casos tridimensionais com carga superficial estática e os carregamentos superficiais cíclicos ou harmônicos utilizaram-se os parâmetros de três (3) tipos de maciços: rochoso, arenoso e argiloso, e dois (2) fluidos, um (1) fluido compressível: ar, e um (1) fluido incompressível: água, conforme especificado na tabela 4.1, seguinte.

Tabela 4.3 Propriedades elásticas e hidráulicas dos maciços geotécnicos e dos fluidos utilizados nas simulações dos casos tridimensionais estáticos e cíclicos.

	Rocha Seca (ar nos poros)	Rocha Saturada (com água)	Areia seca (ar nos poros)	Areia Saturada (com água)	Argila seca (ar nos poros)	Argila Saturada (com água)
E (kPa) Módulo de Elasticidade	10^7	10^7	10^6	10^6	10^5	10^4
ν Coefficiente de Poisson	0,25	0,25	0,3	0,3	0,30	0,4
μ_{fluido} (kN.s/(m ²)) Viscosidade Dinâmica	1,8x 10 ⁻⁸	10 ⁻⁶	1,8x10 ⁻⁸	10 ⁻⁶	1,8x10 ⁻⁸	10 ⁻⁶
K (m/s) Condutividade Hidráulica	7x10 ⁻¹³	10 ⁻¹¹	7x10 ⁻⁴	10 ⁻²	7x10 ⁻⁹	10 ⁻⁷
γ (kN/(m ³)) Peso específico do Fluido	1,2x 10 ⁻²	10	1,2x10 ⁻²	10	1,2x10 ⁻²	10
n (%) Porosidade	2	2	30	30	40	40
β (1/kPa) Compressibilidade	10 ⁻²	5x10 ⁻⁷	10 ⁻²	5x10 ⁻⁷	10 ⁻²	5x10 ⁻⁷

(Fonte: Craig, 1974; Lambe e Witmann, 1969; Bastos, 1983 e White, 1995)

4.3.1 Carga estática 1600kPa – solo arenoso – fluido: ar

As figuras 4.18 a 4.20 são exemplos de resultados das gerações de campos de pressão, de deslocamentos e de porosidades para este item, para um dado tempo.

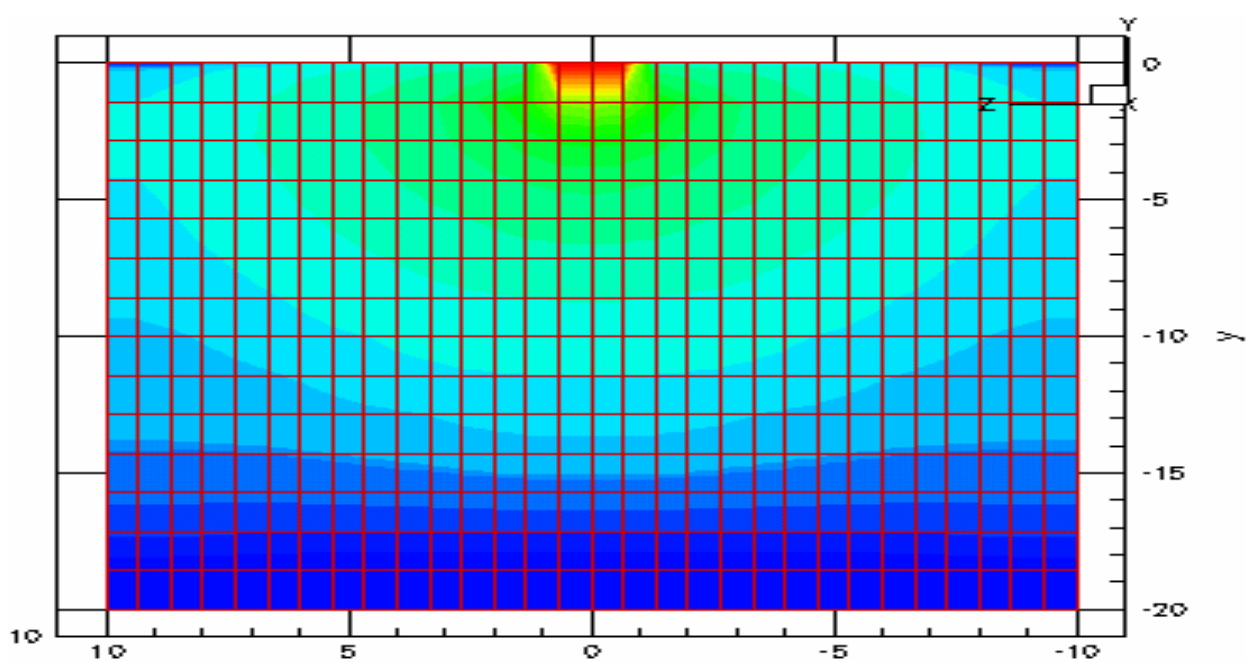


Figura 4.18 – Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

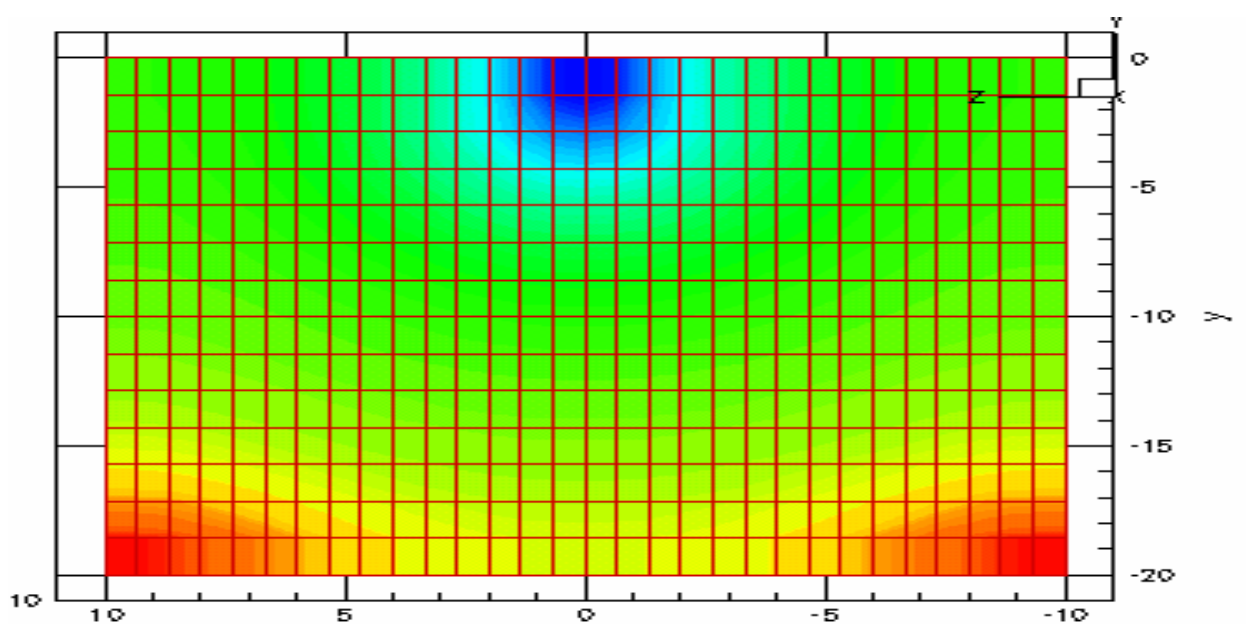


Figura 4.19 – Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

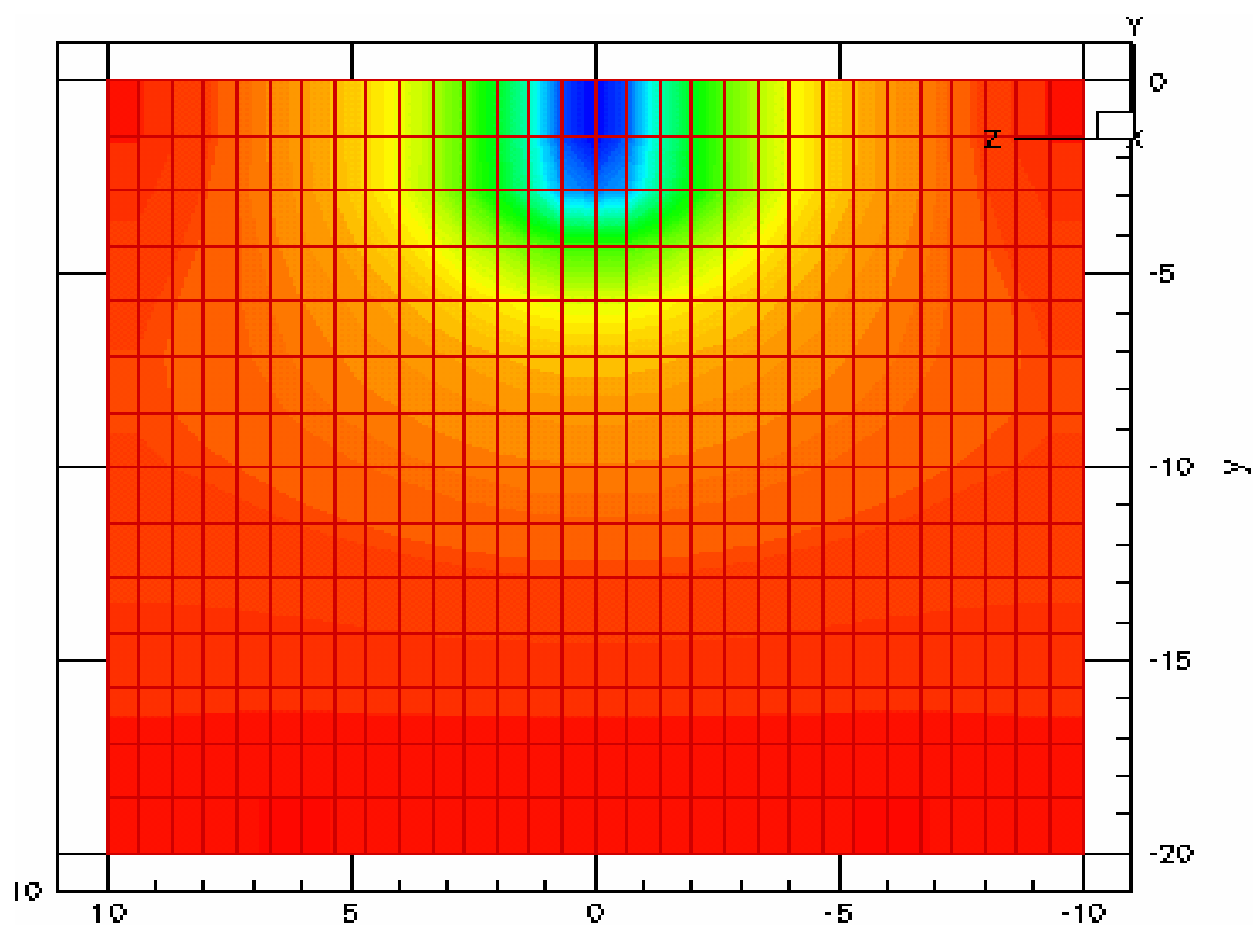


Figura 4.20 – Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

A Figura 4.21 mostra o gráfico gerado quando se plotam os valores de pressão neutra, deslocamentos e porosidade versus tempo adimensional no primeiro ponto de colocação logo abaixo do carregamento concentrado.

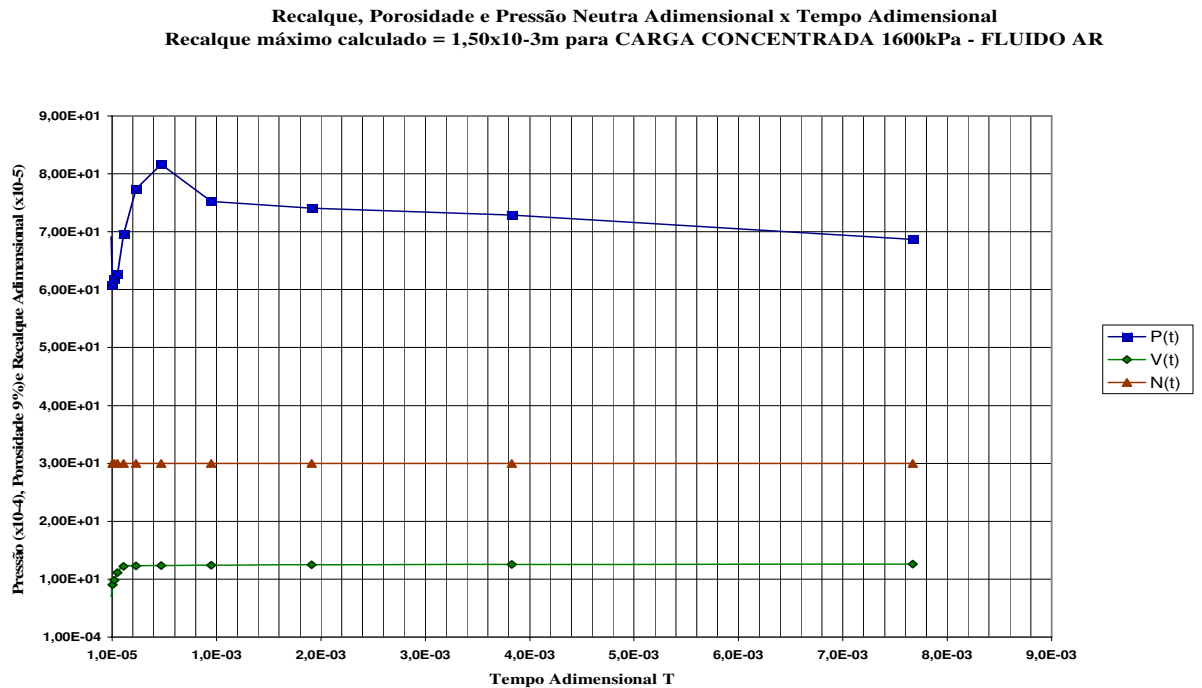


Figura 4.21 – Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos e variação da porosidade logo abaixo do centro de carregamento em um maciço arenoso devido à tensão superficial de 1600kPa-Fluido:ar.

4.3.2 Carga estática 1600kPa – solo arenoso – fluido: água.

As Figuras 4.22 a 4.24 são exemplos de resultados das gerações de campos de pressão, de deslocamentos e de porosidades para este item, para um dado tempo.

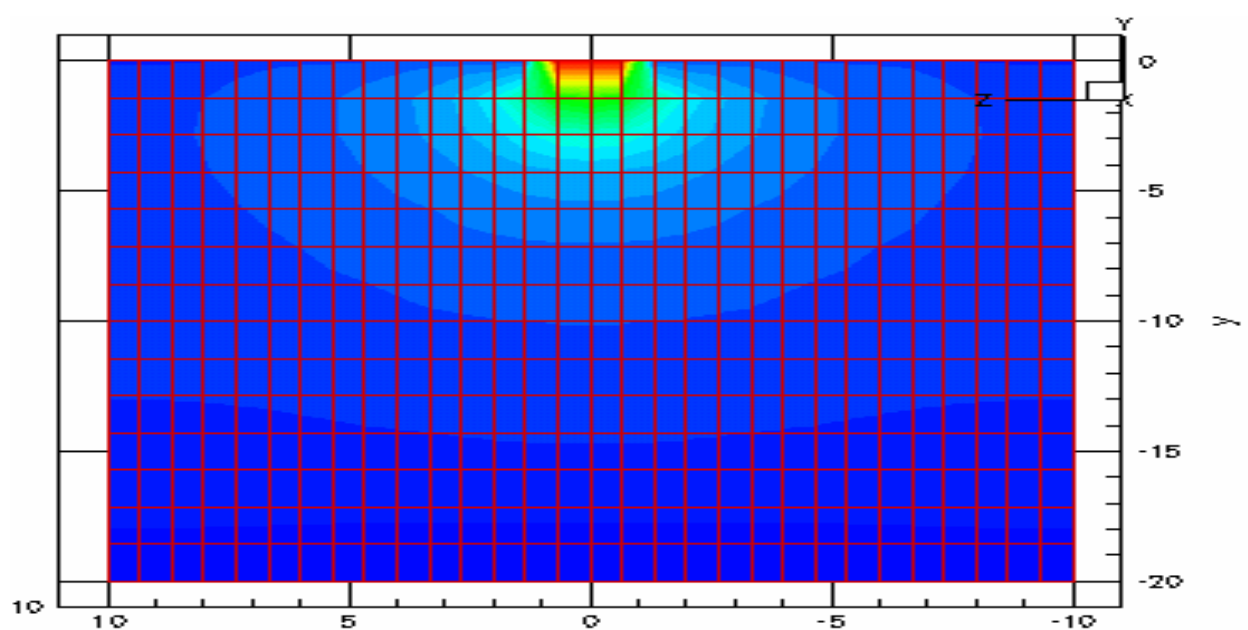


Figura 4.22 – Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

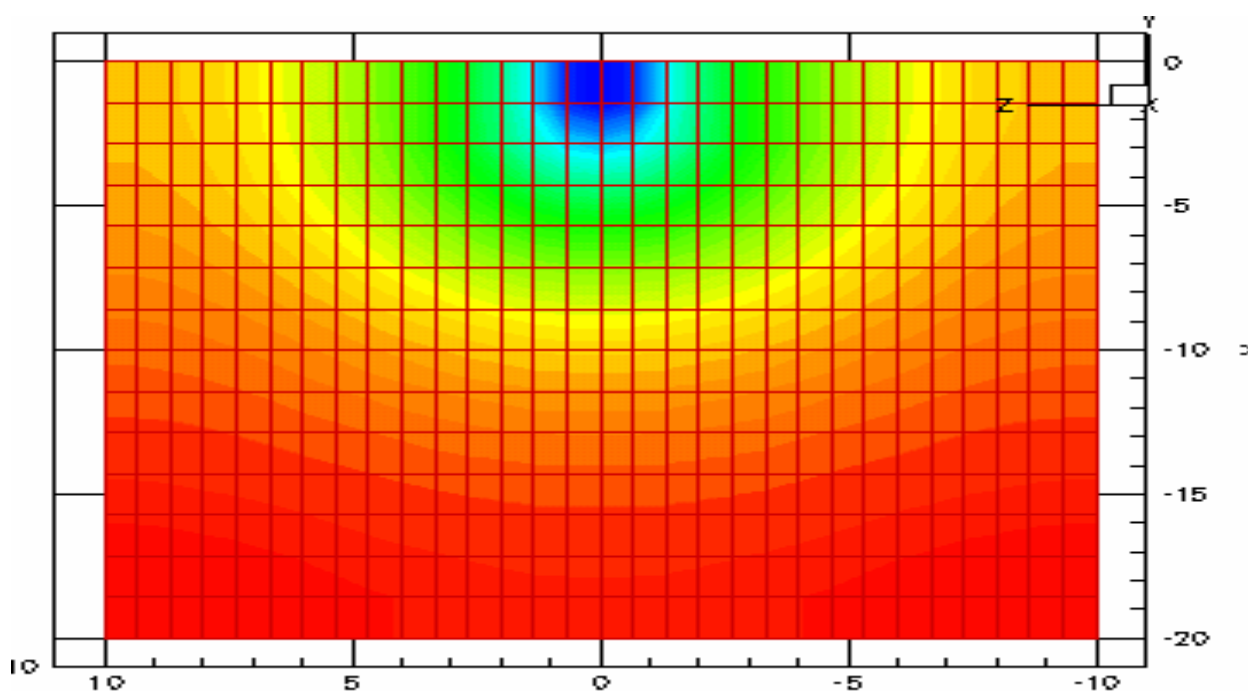


Figura 4.23 – Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

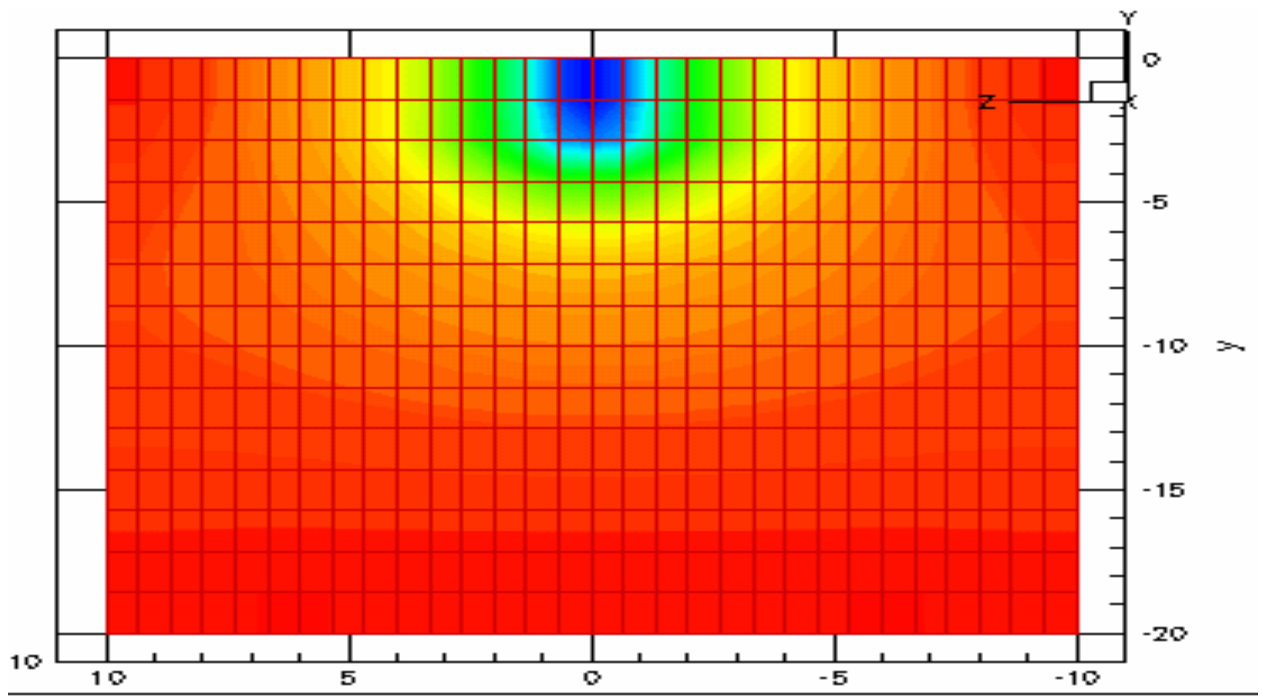


Figura 4.24 – Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 20\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

A Figura 4.25 mostra o gráfico gerado quando se plotam novamente os valores de pressão neutra, deslocamentos e porosidade versus tempo adimensional no primeiro ponto de colocação logo abaixo do carregamento concentrado. Na figura 4.26, aparecem os gráficos deslocamentos, pressões neutras e porosidades ainda para o solo arenoso, mas para os dois fluidos, ar e água, para efeito de comparação.

Recalque, Porosidade e Pressão Neutra Adimensional x Tempo Adimensional
Recalque máximo calculado = $1,50 \times 10^{-3} \text{m}$ para CARGA CONCENTRADA 1600kPa - FLUIDO ÁGUA

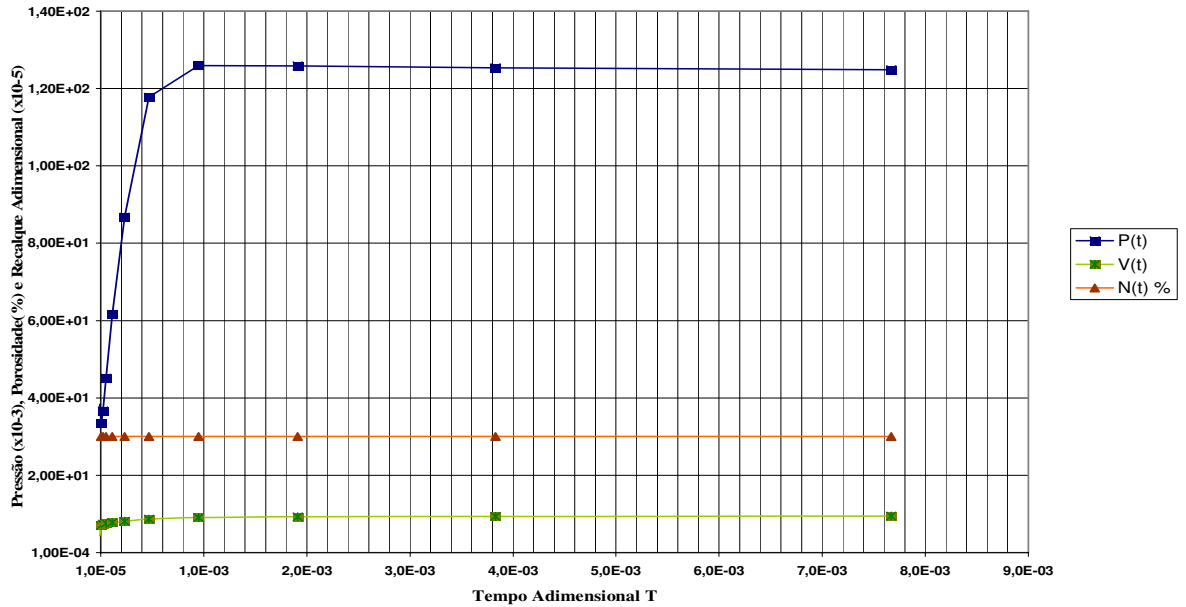


Figura 4.25 – Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos e variação da porosidade logo abaixo do centro de carregamento em um maciço arenoso devido à tensão superficial de 1600kPa-Fluido: água.

PRESSÕES NEUTRAS E DESLOCAMENTOS SUPERFICIAIS ADIMENSIONAIS E POROSIDADES PARA FLUIDOS: AR E ÁGUA

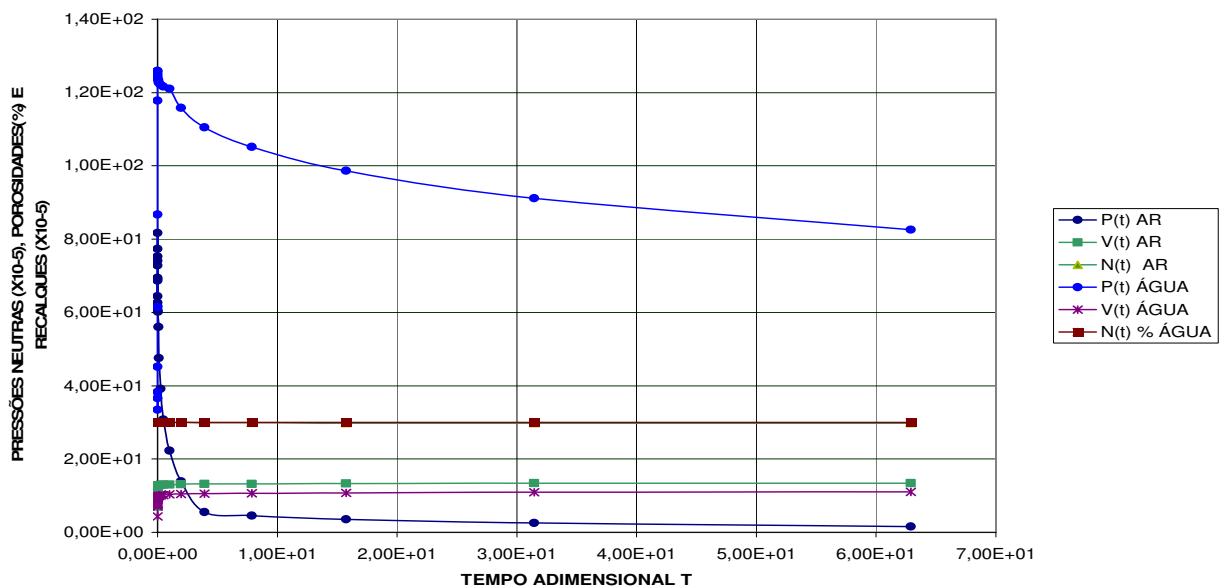


Figura 4.26 - Gráficos deslocamentos superficiais, pressão neutra e porosidades versus tempo adimensional para o solo arenoso – comparando os valores para os dois fluidos: ar e água, mostrando valores finais para o acoplamento, carregamento de 1600kPa.

4.3.3 Análises e discussões: solo arenoso.

Os gráficos das Figuras 4.25 e 4.26 mostram claramente que a pressão neutra é gerada e dissipada de maneira instantânea, não só pela drenagem, mas também, devido também à própria deformação imediata do ar, muito compressível. O deslocamento superficial acontece também de uma maneira muito rápida, de maneira instantânea, devido à deformação do ar. A deformação devida ao rearranjo do arcabouço sólido ocorre de uma maneira mais lenta, mas muito mais rápido se comparado com o solo saturado com água. Os gráficos das Figuras 4.25 e 4.26, mostram claramente que as pressões neutras nos poros com água são geradas e dissipadas de maneira rápida, (embora mais lento se comparado com o solo com ar nos poros), comprovando o que se encontra na prática, principalmente nas areias de praia. Basta caminhar no trecho úmido, perto do mar para perceber como a água é drenada, transmitindo o peso da pessoa para as partículas de areia. O deslocamento superficial acontece também de uma maneira muito rápida, de maneira instantânea, comprovando o que se vê normalmente em construção civil de casas, prédios e aterros em solos arenosos, onde ao final da construção, praticamente todo o recalque já ocorreu, independente se o solo arenoso está seco (poros cheio de ar), ou se os poros estão totalmente saturados com água.

4.3.4 Carga estática 1600kPa – maciço rochoso – fluido: ar

As Figuras 4.27 a 4.29 seguintes, são exemplos de resultados das gerações de campos de pressão, de deslocamentos e de porosidades para este item, para um dado tempo.

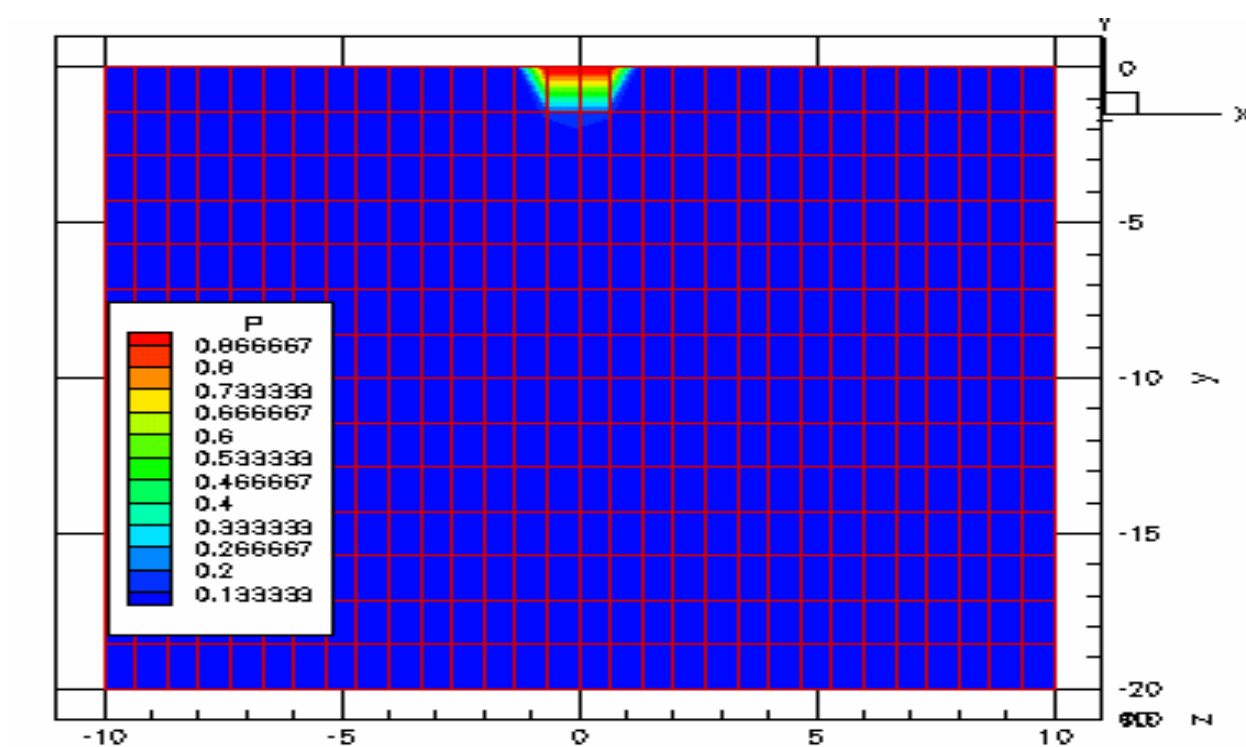


Figura 4.27 – Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço rochoso totalmente saturado com ar carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

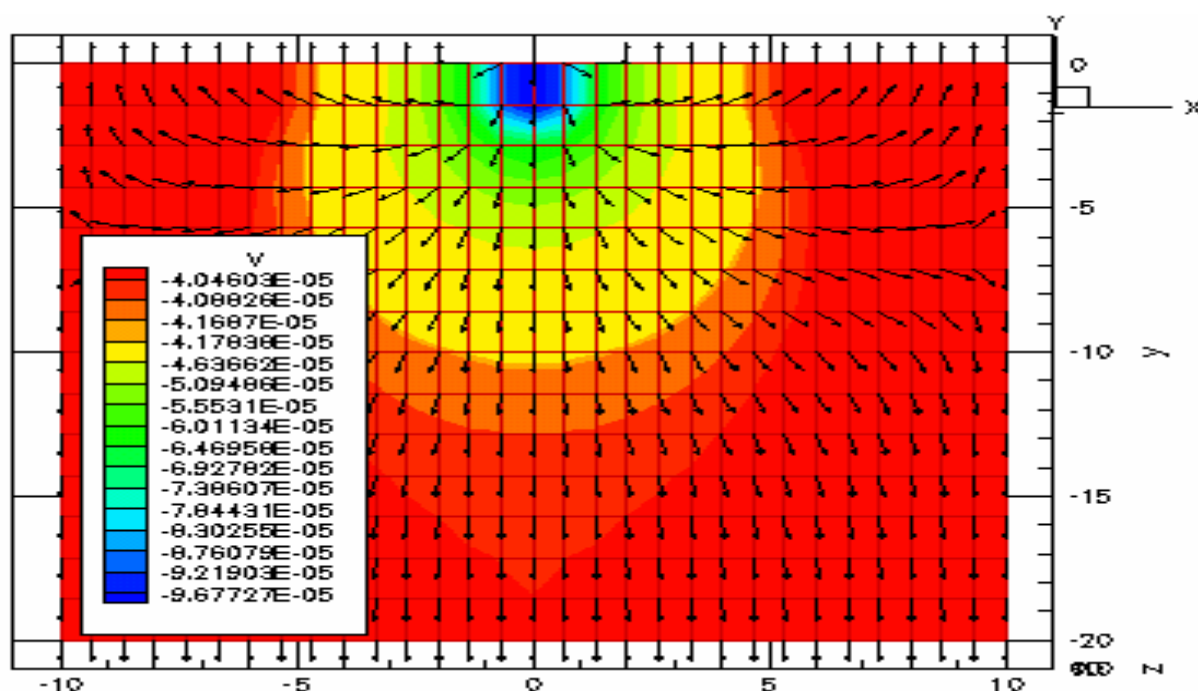


Figura 4.28 – Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

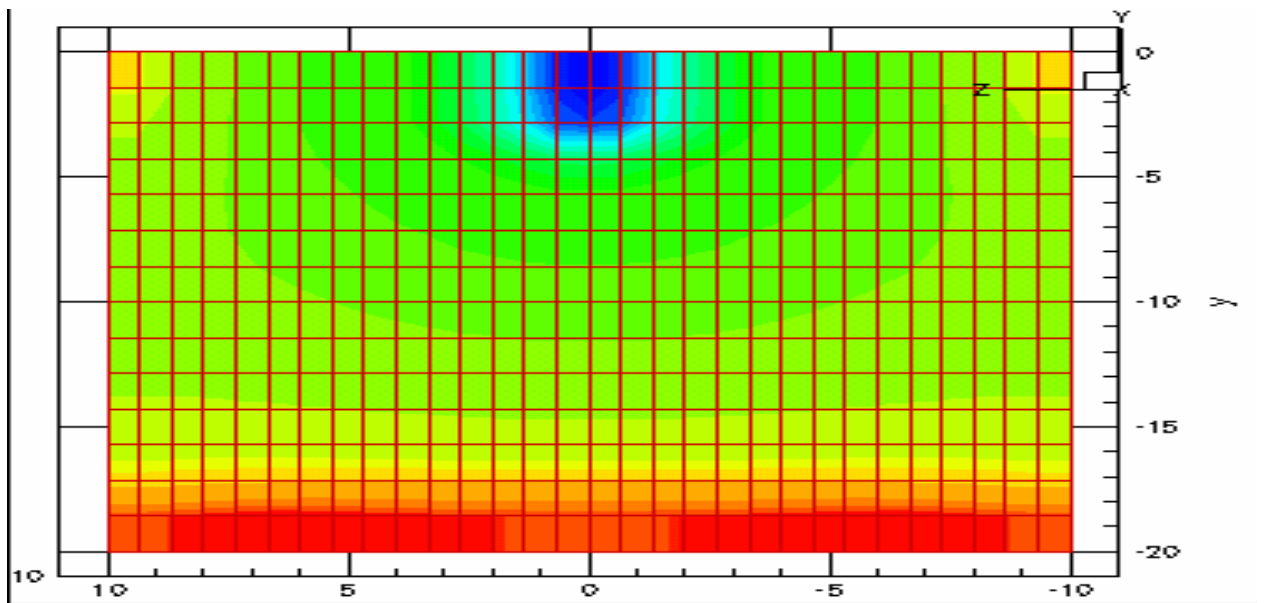


Figura 4.29 – Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço totalmente saturado com ar carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

A figura 4.30 mostra o gráfico gerado quando se plota os valores de pressão neutra, deslocamentos e porosidade versus tempo adimensional no primeiro ponto de colocação logo abaixo do carregamento concentrado para maciço rochoso e ar nos poros

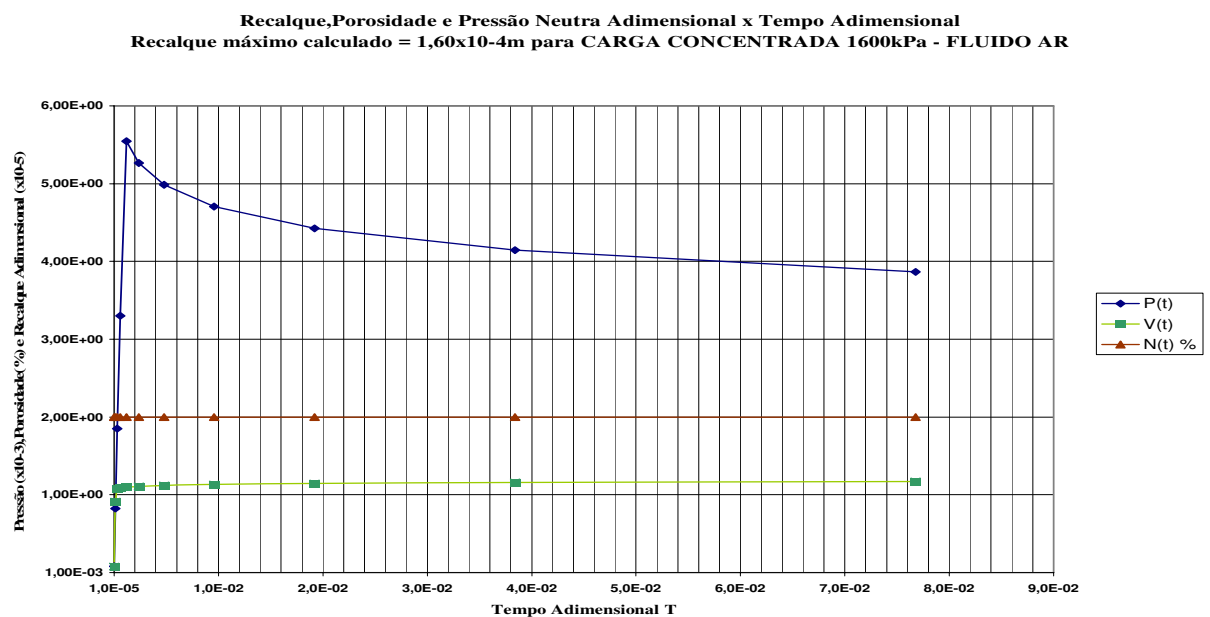


Figura 4.30 - Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos e variação da porosidade versus tempo adimensional logo abaixo do centro de carregamento em um maciço rochoso devido à tensão superficial de 1600kPa-Fluido: ar.

4.3.5 Carga estática 1600kPa – maciço rochoso – fluido: água

As Figuras 4.31 a 4.33 são exemplos de resultados das gerações de campos de pressão, de deslocamentos e de porosidades para este item, para um dado tempo.

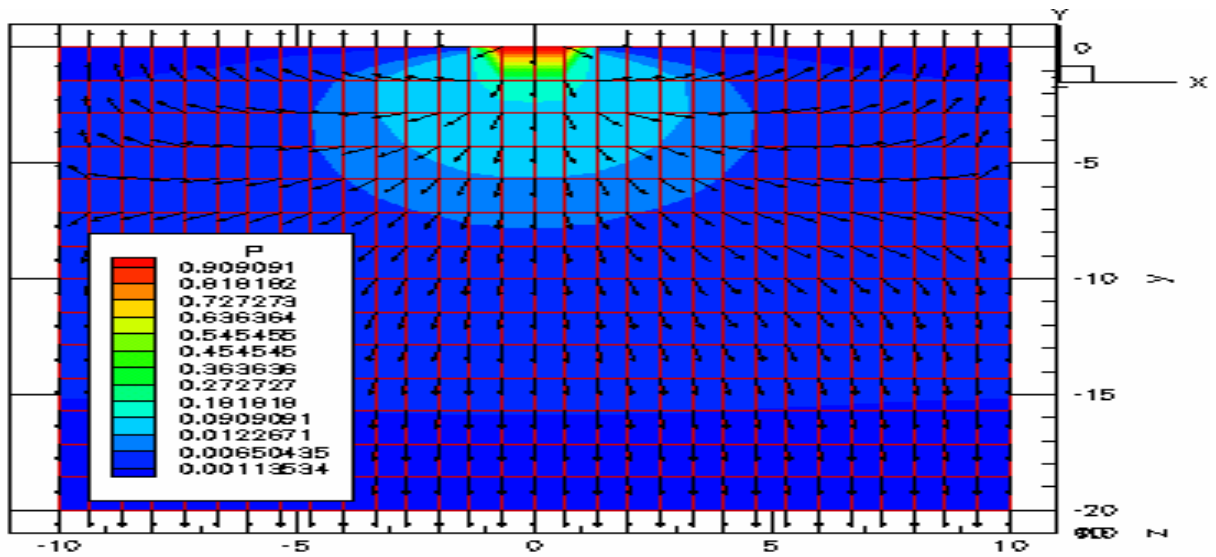


Figura 4.31 – Campo de pressão – adimensional - do fluido no maciço rochoso totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

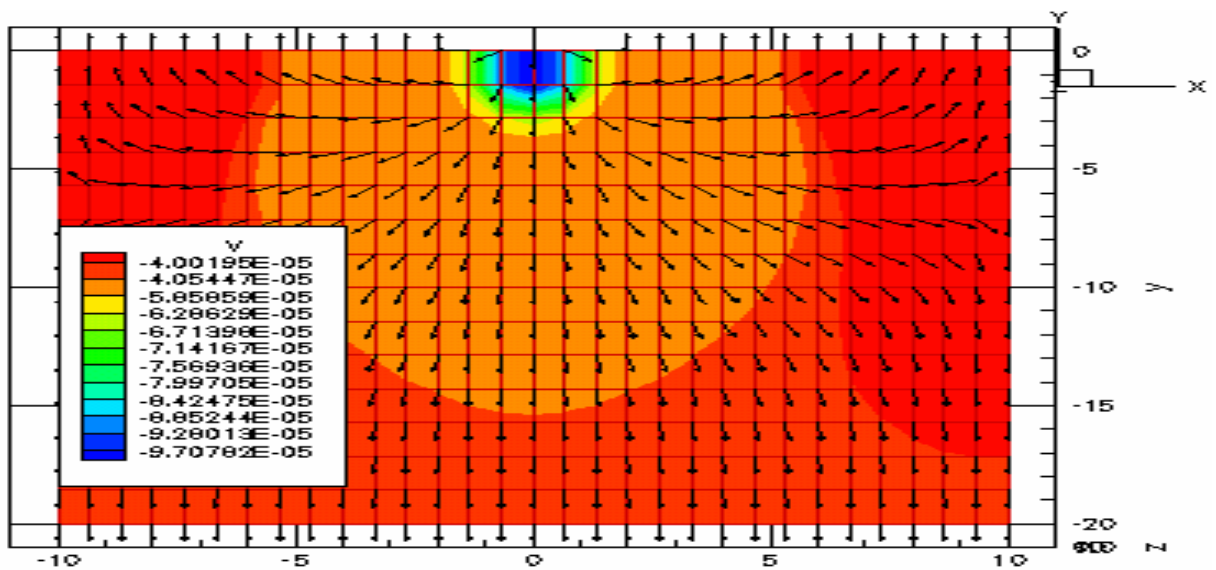


Figura 4.32 – Campo de deslocamentos – adimensional - do fluido no maciço rochoso totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$.

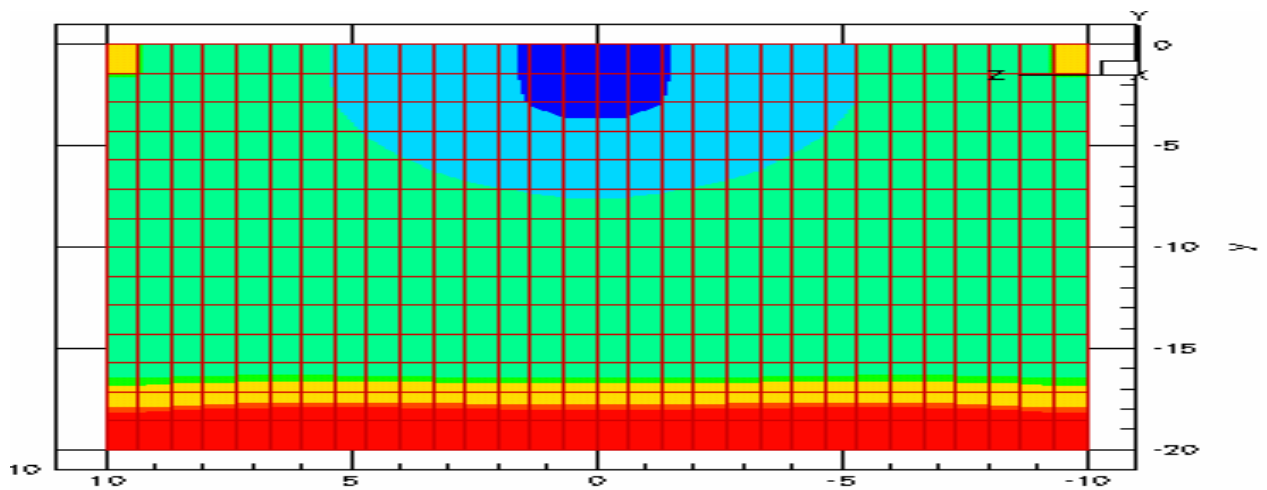


Figura 4.33– Campo de porosidades – adimensional - do fluido no maciço rochoso totalmente saturado com água carregamento distribuído central de 1600kPa, $n = 2\%$, tempo adimensional $T = 0,10$

A Figura 4.34 apresenta o gráfico gerado quando se plotam os valores de pressão neutra, deslocamento e porosidade no primeiro ponto de colocação versus tempo adimensional logo abaixo do carregamento concentrado versus o tempo adimensional. Nas Figuras 4.35 e 4.36 seguintes aparecem os gráficos deslocamentos, pressões neutras e porosidades versus tempo adimensionais ainda para o maciço rochoso, mas para os dois fluidos, ar e água, para efeito de comparação.

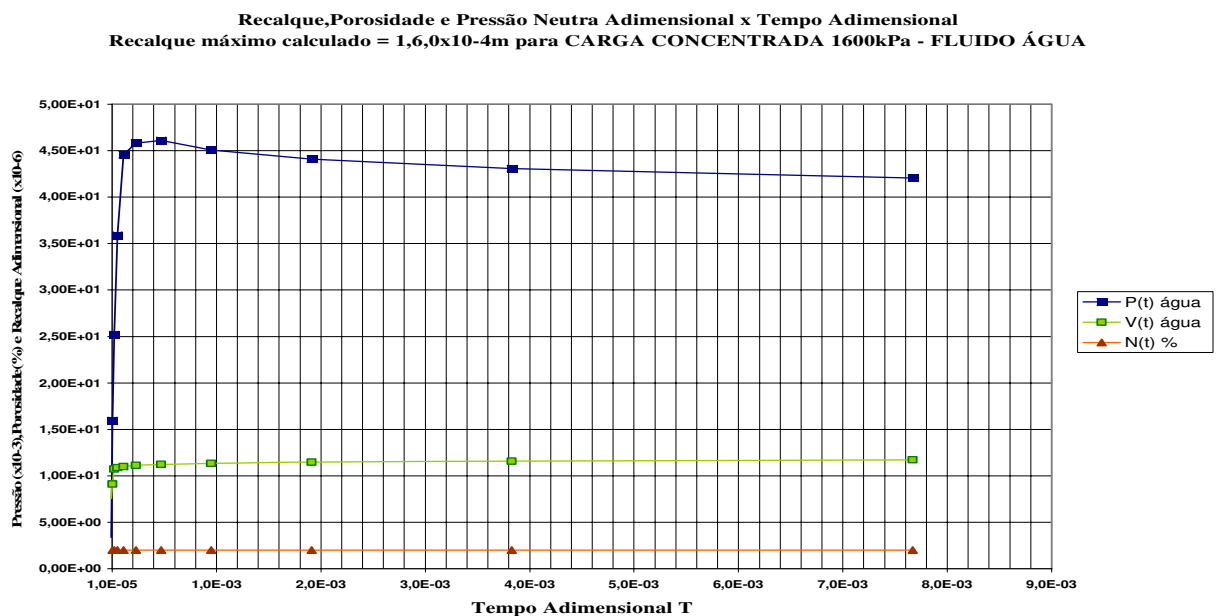


Figura 4.34 - Geração de pressão neutra, deslocamentos e variação da porosidade versus tempo adimensional logo abaixo do centro de carregamento em um maciço rochoso devido à tensão superficial de 1600kPa-Fluido: água

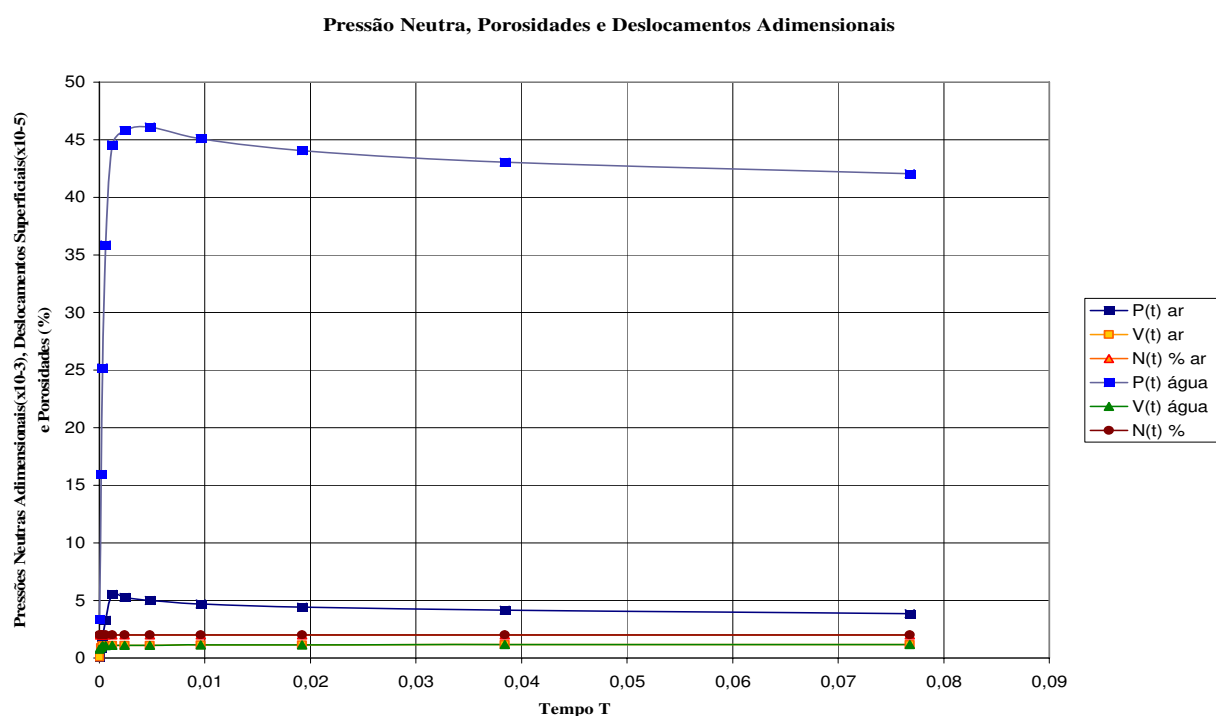


Figura 4.35 — Comparação dos valores iniciais de pressão neutra, deslocamentos verticais superficiais e porosidades embaixo do carregamento, para maciço rochoso: fluidos ar e água.

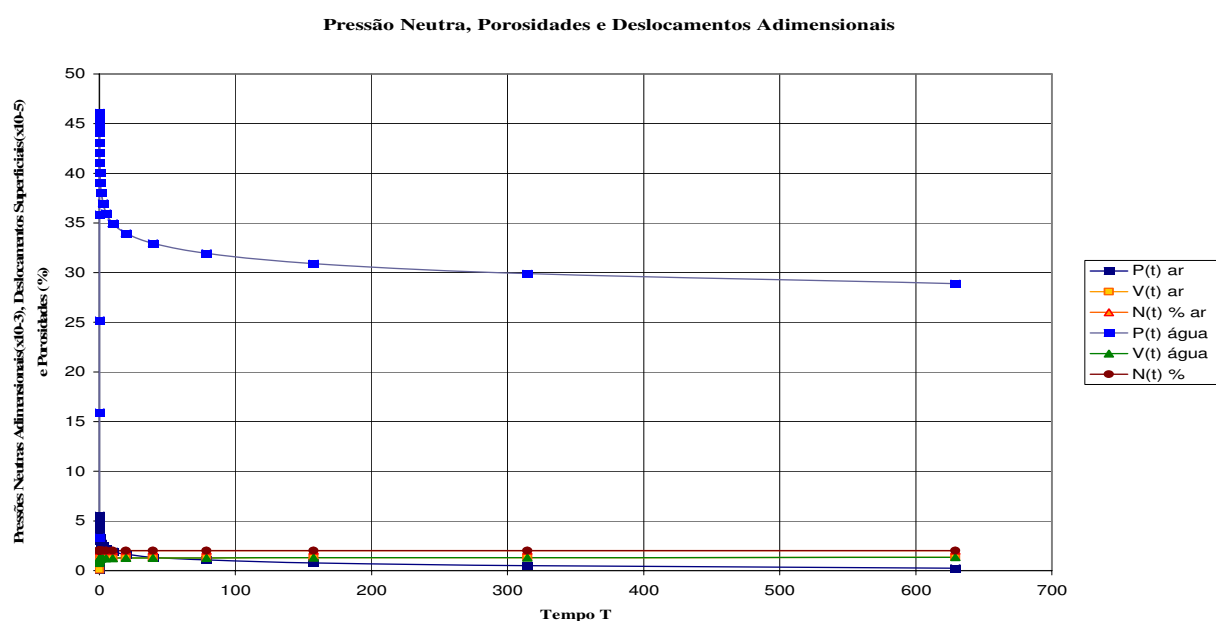


Figura 4.36 — Comparação dos valores – próximos da estabilização - valores num tempo infinito - de pressão neutra, deslocamentos verticais superficiais e porosidades embaixo do carregamento, para maciço rochoso: fluidos ar e água.

4.3.6 Análises e discussões: maciço rochoso.

Devido principalmente à rigidez e porosidade reduzidas da rocha, as deformações são pequenas, e assim o arcabouço da rocha imediatamente suporta as tensões, gerando baixíssimas pressões neutras no fluido compressível e muito baixas pressões no fluido incompressível, água. O efeito na porosidade, tanto para fluido compressível, quanto incompressível, é muito pequeno. A pressão neutra gerada no ar é desprezível também porque este é muito compressível, e transmite instantaneamente as tensões para o arcabouço sólido. Para o maciço saturado com água, as pressões neutras geradas são maiores do que o maciço com ar, e devido também à baixa permeabilidade do maciço rochoso, demora mais tempo para drenar, mesmo assim, o intervalo de tempo de dissipação é muito pequeno, não causando problemas de estabilidade para qualquer tipo de obra civil. Como as deformações são pequenas devido à rigidez, produz-se, então, deslocamento desprezível na superfície do maciço. As simulações confirmam que na prática da engenharia já se sabe, que os maciços são excelente suporte para todo tipo de obra, sendo especialmente recomendados sempre para prédios altos, fundações de barragens de concreto e hidrelétricas e ancoragens em geral.

4.3.7 Carga estática 1600kPa – maciço argiloso – fluido: ar

Por ser, geralmente, um solo menos resistente, muito impermeável e mais deformável, e de constituição física muito complexa, sendo mais problemático, podendo causar grandes deformações superficiais, além de levar muito tempo para dissipar o excesso de poropressão ou pressão neutra, induzindo o aparecimento de complicações construtivas na execução de aterros e obras civis em geral, serão apresentado, de maneira semelhante, e novamente, a geração de pressão neutra, os campos de tensões verticais, de deslocamentos, de porosidades, de velocidades do fluido, e os gráficos de pressão neutra, deslocamentos, porosidades versus tempo adimensional.

Exemplos de determinação dos campos de pressão neutra, de deslocamentos, porosidades, de tensões verticais e campo de velocidades para maciço argiloso – carga estática concentrada com tensão média de 1600kPa - fluido: ar.

As Figuras 4.37 a 4.42 mostram os gráficos de campos de pressão, de deslocamentos, de velocidades do fluido nos poros, de porosidades e de tensões verticais.

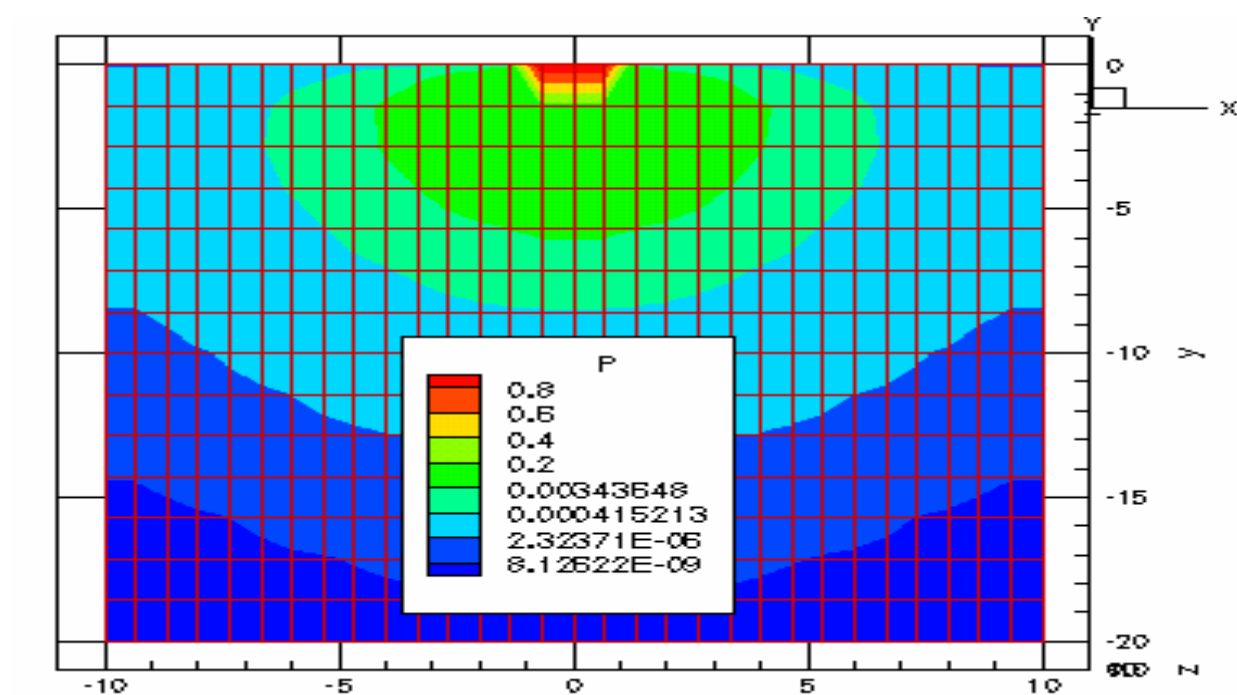


Figura 4.37 - Geração do campo de pressões neutras, com legenda, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição para tempo adimensional $T = 0,10$. - fluido: ar

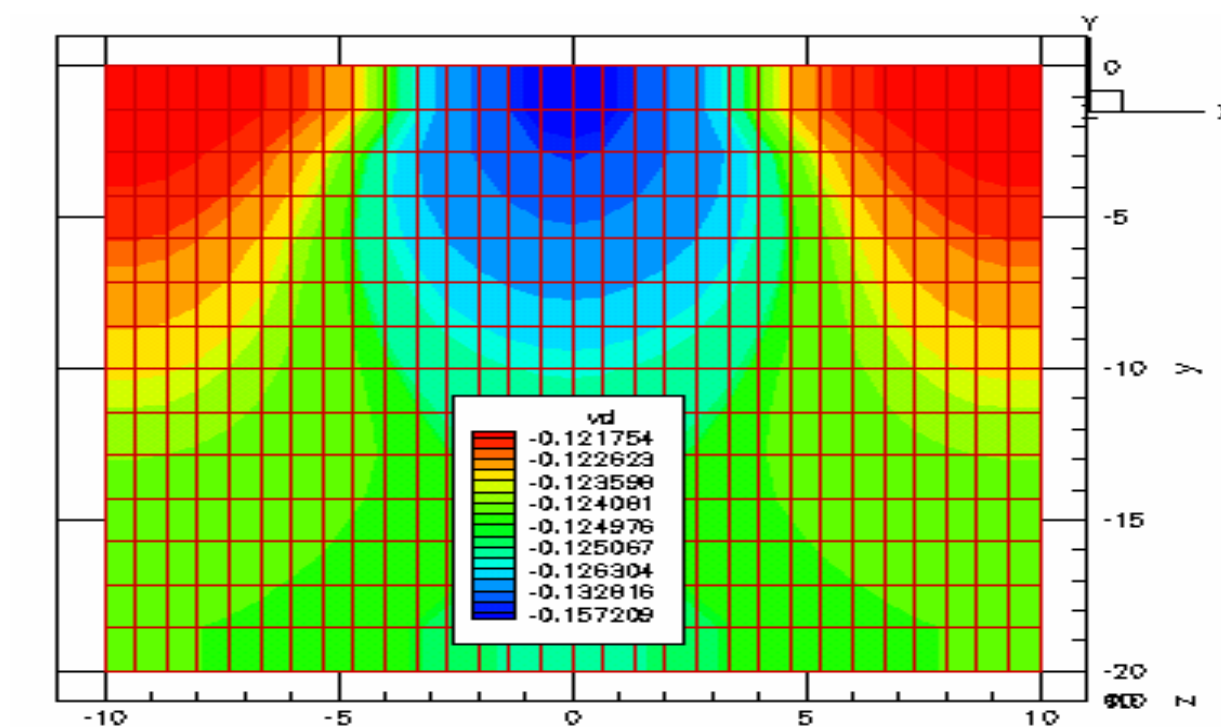


Figura 4.38 - Geração do campo de deslocamentos real (m) em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição $T = 0,10$ - fluido: ar

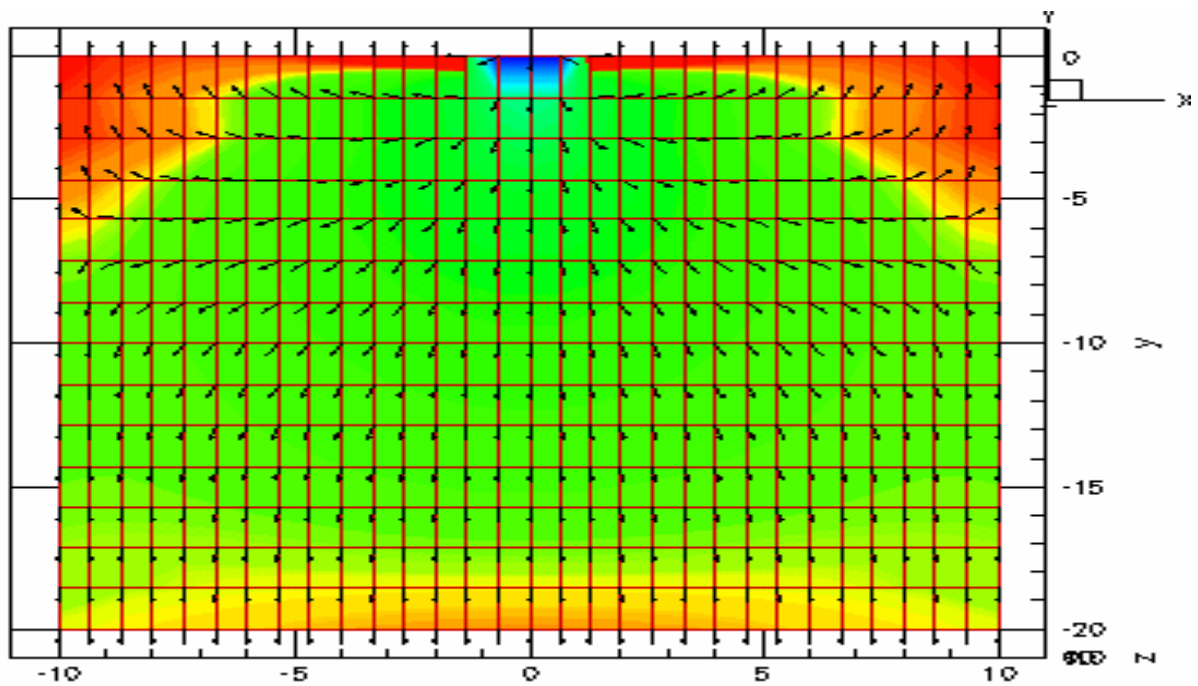


Figura 4.39 - Geração do campo de velocidades em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição $T = 0,10$ - fluido: ar.

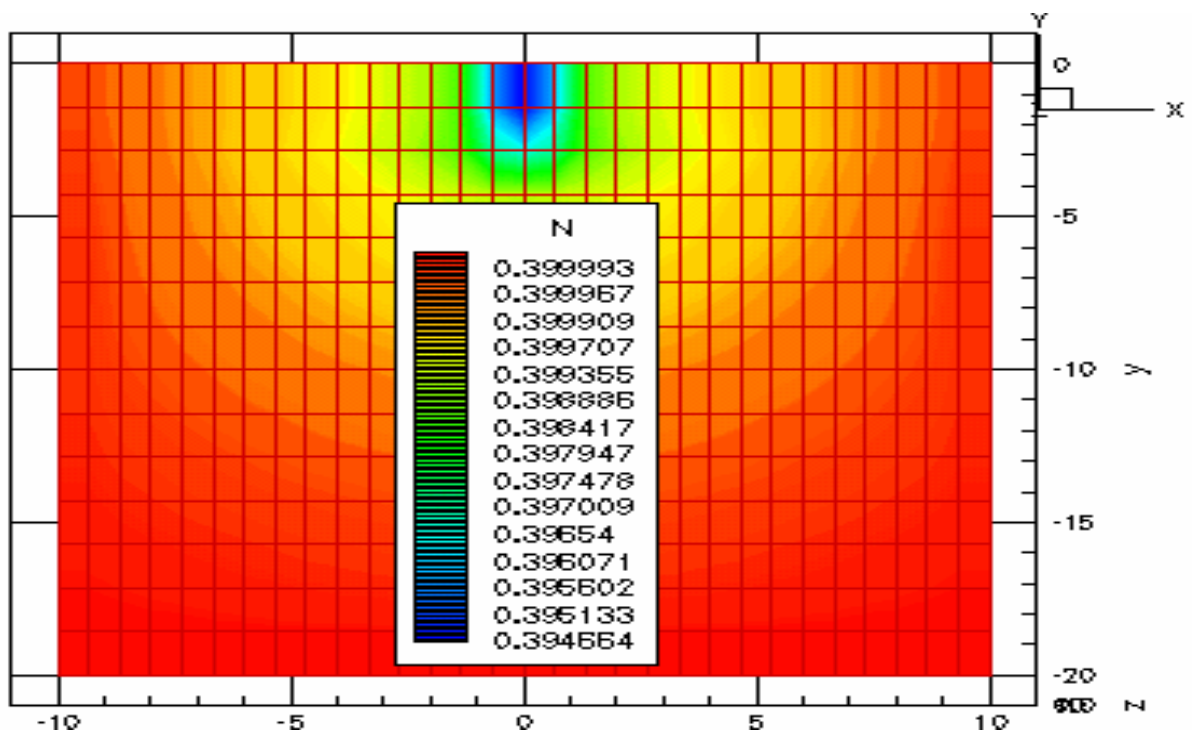


Figura 4.40 Geração do campo de porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição para $T = 0,10$ - fluido: ar.

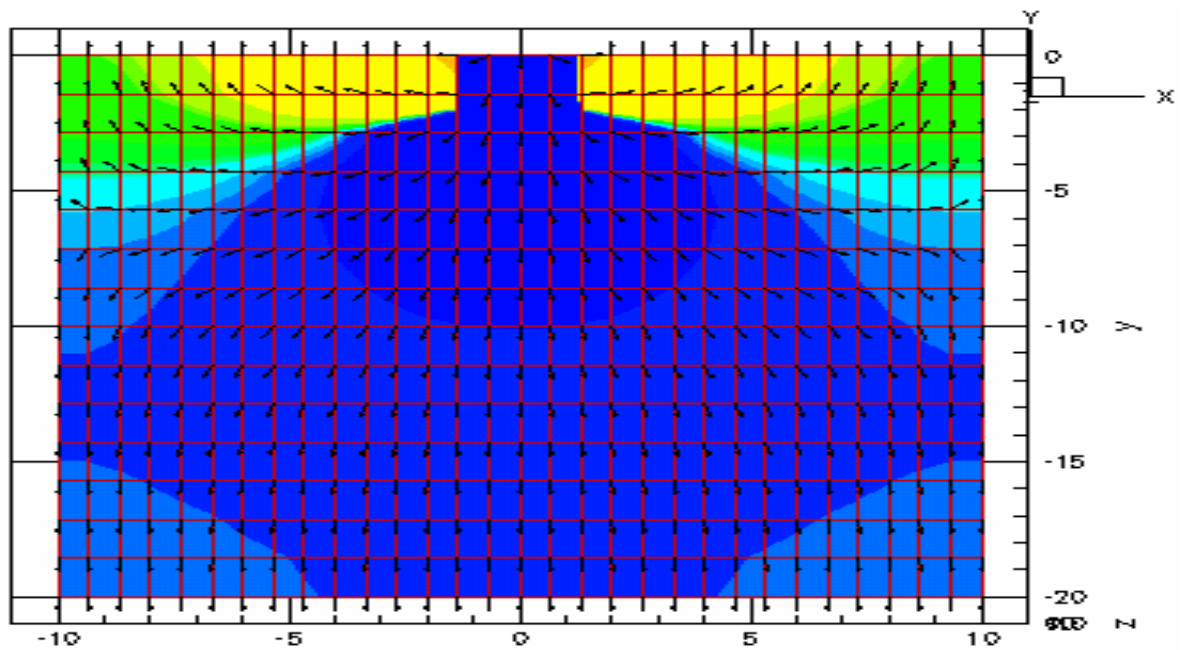


Figura 4.41 - Geração do campo de velocidades do fluido em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição $T = 0,10$. – fluido ar.

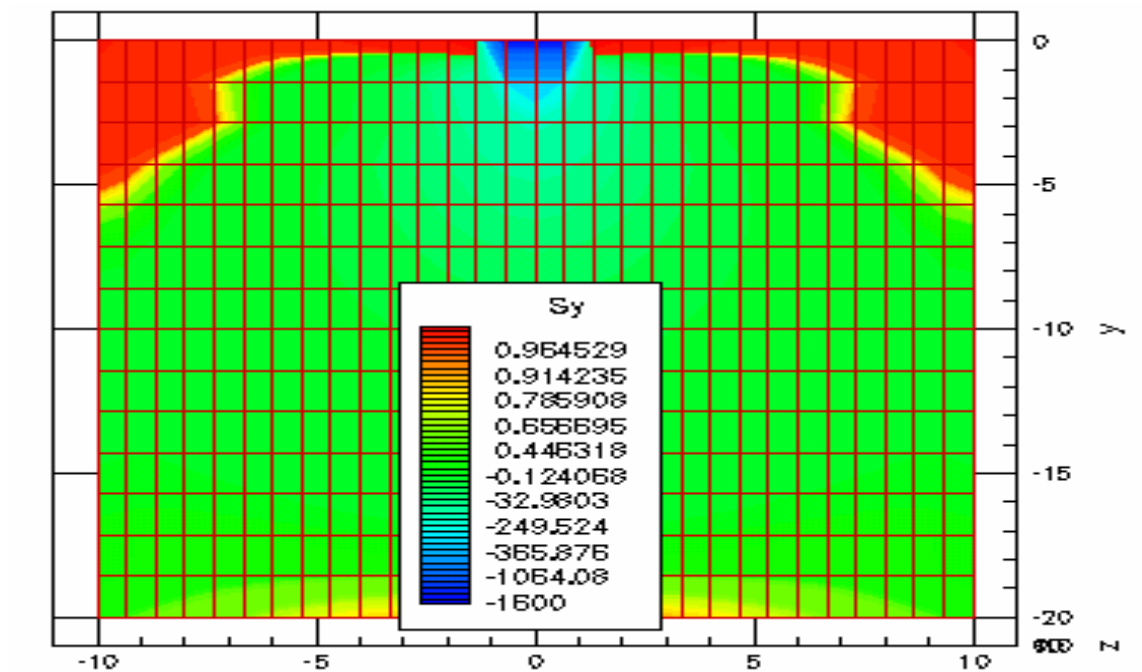


Figura 4.42 - Geração do campo de tensões verticais efetiva σ_y embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – condição $T = 0,10$ - fluido: ar.

As Tabelas 4.4 e 4.5 seguintes apresentam a comparação de valores dos cálculos dos deslocamentos e tensões verticais pela teoria da elasticidade e pelo código desenvolvido neste trabalho.

Tabela 4.4 – Carga concentrada-tensão média de 1600 kPa: Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: Deslocamento na superfície do maciço – Recalque para $T = 0,10$. Fluido: ar.

Profundidade (metros)	Deslocamento na superfície gerado pela carga concentrada (metros) (Teoria da elasticidade)	*Deslocamento na superfície gerado pelo programa (metros) (Método espectral)	Desvio Relativo (Método espectral / Teoria da elasticidade) (%)
Superfície do maciço (0,0)	0,152	0,157	3,18

Tabela 4.5 – Carga concentrada-tensão média de 1600 kPa - Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: tensões abaixo do carregamento. $T=0,10$ e Fluido:ar.

Profundidade (metros)	Tensão vertical σ_y (Teoria da elasticidade)	Tensão vertical σ_y (Método espectral)	Diferença ou Desvio Relativo (Método espectral / Teoria da elasticidade) (%)
1,42m	378,86	360,69	-4,79

4.3.8 Análises e discussões:

A partir da análise das Figuras 4.37 a 4.42 e das Tabelas 4.3 e 4.4 é possível verificar que o cálculo das tensões apresenta uma discrepância maior do que o cálculo dos deslocamentos e recalques, mas em termos de engenharia, os resultados são muito bons, principalmente para tensões verticais, apresentando erros da ordem de 5 a 10%, em módulo, na maioria dos casos estudados e de outras simulações realizadas.

É interessante notar na Figura 4.42 que aparecem zonas de tração próxima ao carregamento e nas proximidades das fronteiras laterais (e próximo da superfície).

O efeito de tração próximo ao carregamento comprova o princípio de Saint Venant (Timonshenko & Goodier, 1980). Nas laterais próximos ao topo, as zonas de tração são devidas ao “efeito de fronteira” (por se ter colocado a condição de indeslocável nas laterais como condição de contorno, e na superfície, deslocável. Além disso, por ser uma região de “quina”, aparecem distorções).

Para uma análise mais detalhada do comportamento da geração e dissipação de pressão neutra, da determinação de deslocamentos superficiais e da porosidade abaixo do carregamento superficial, foram executados gráficos gerados quando se plotam os valores de pressão neutra adimensional, deslocamento adimensional e porosidade versus tempo adimensional, figuras 4.43 e 4.44, cujos valores foram retirados dos resultados no primeiro ponto de colocação logo abaixo do carregamento, gerados pelo programa desenvolvido, como já foi feito anteriormente.

Recalque e Pressão Neutra Adimensional x Tempo Adimensional
Recalque máximo calculado = 0,152m para CARGA CONCENTRADA DE 1600kPa - Fluido: AR

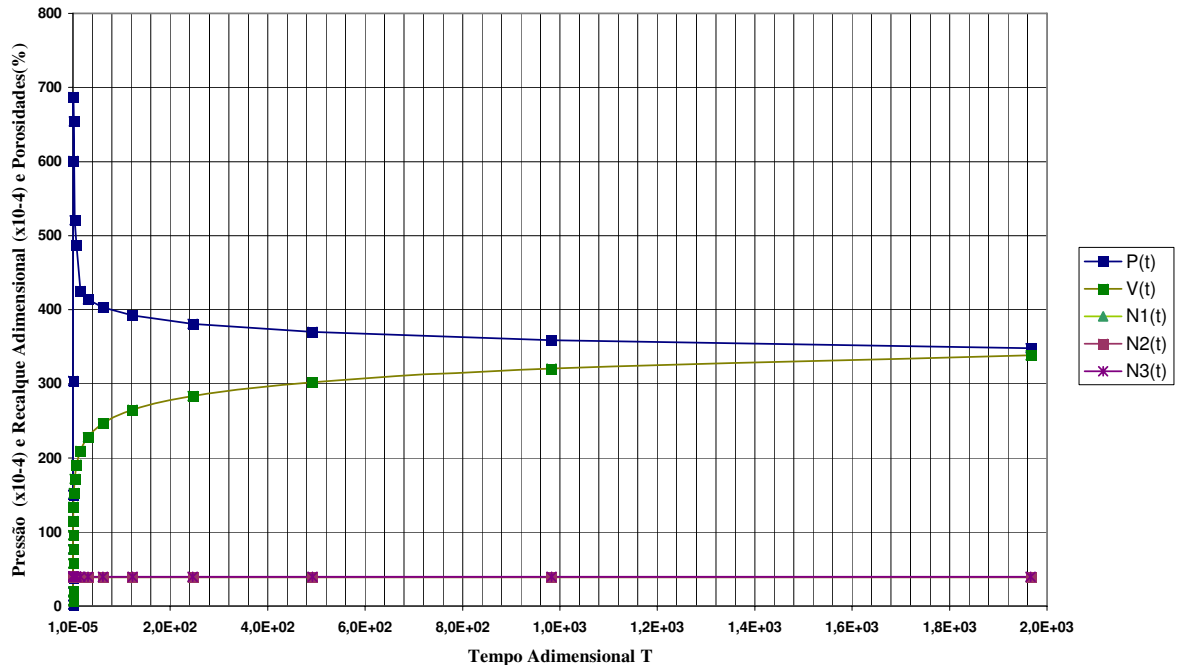


Figura 4.43 - Geração próximos da estabilização para pressão neutra, deslocamentos superficiais, e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa - Fluido: ar.

4.3.9 Análise do maciço argiloso seco – poros com ar - e carga cíclica ou harmônica de 1600kPa.

Passou-se a gerar diretamente gráficos dos valores de pressão, deslocamentos e porosidades versus tempo adimensional, no ponto de colocação abaixo do carregamento, pois as Figuras geradas, 4.45 a 4.52 são de formato semelhante às apresentadas até agora, Figuras 4.37 a 4.42. Na realidade, as Figuras 4.45 a 4.52 se apresentam como se fosse um instantâneo, um “flash”, em um tempo T especificado.

Recalque, Porosidade e Pressão Neutra x Tempo Adimensional
CARGA CONCENTRADA CÍCLICA DE 1600kPa - 0,1HZ - FLUIDO AR

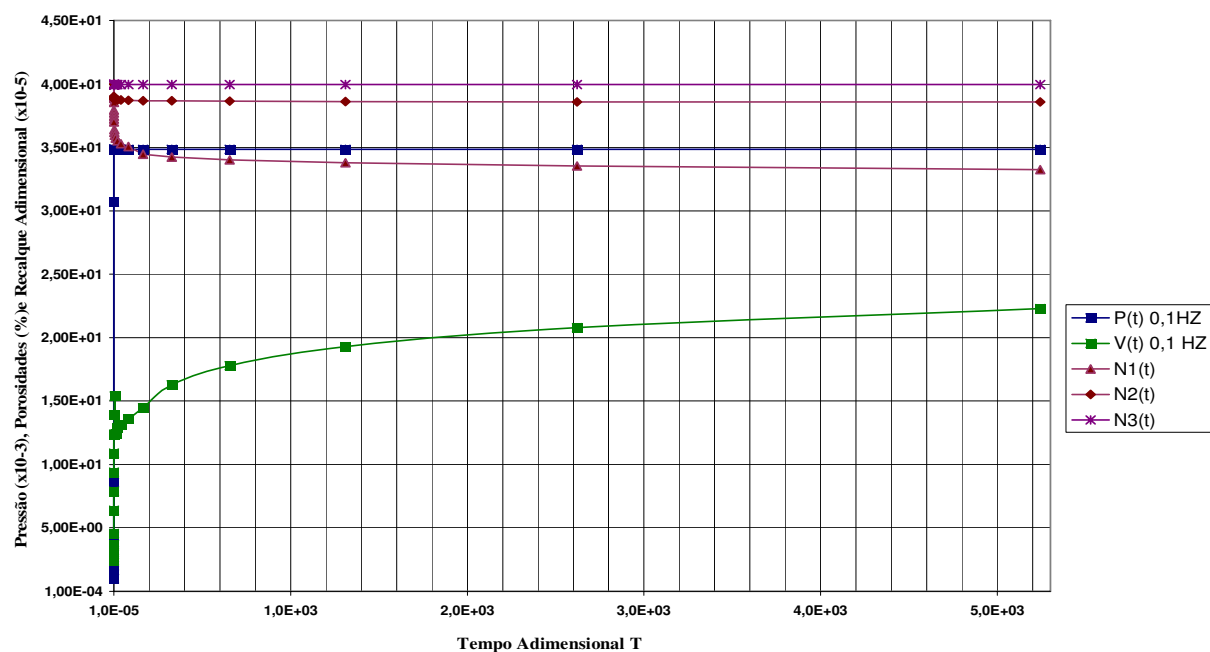


Figura 4.44- Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 0,1 Hz- Fluido :ar

Recalque, Porosidade e Pressão Neutra x Tempo Adimensional
CARGA CONCENTRADA CÍCLICA DE 1600kPa - 1HZ - FLUIDO AR

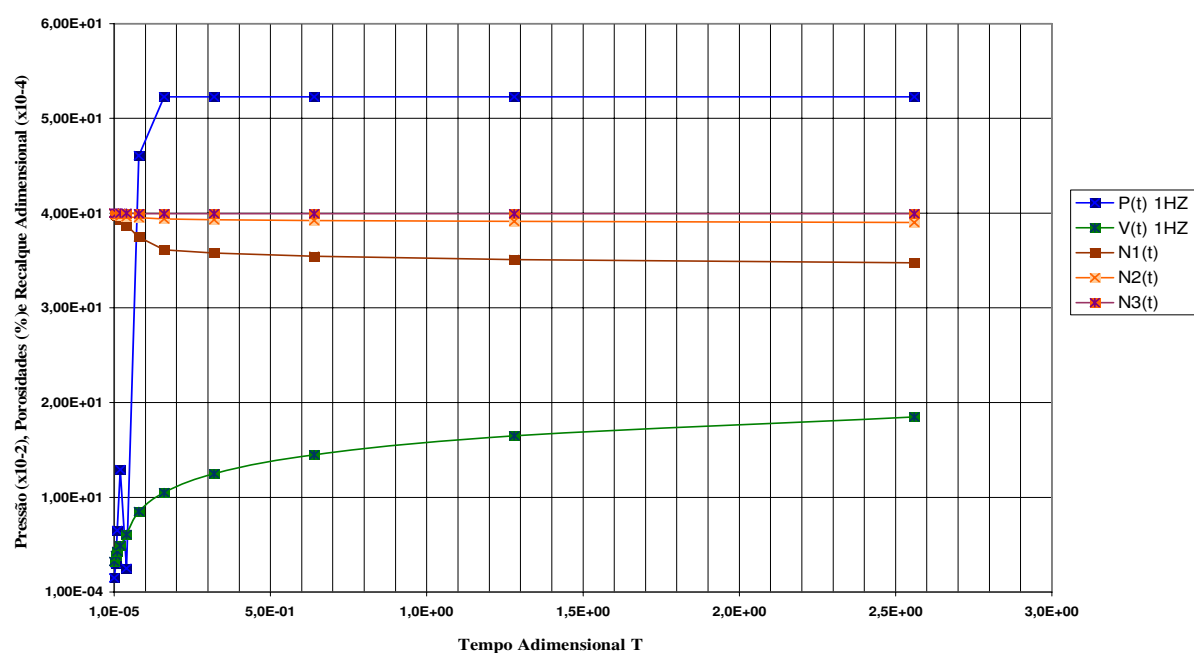


Figura 4.45 - Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 1 Hz- Fluido:ar

Recalque, Porosidade e Pressão Neutra x Tempo Adimensional
CARGA CONCENTRADA CÍCLICA DE 1600kPa - 2HZ - FLUIDO AR

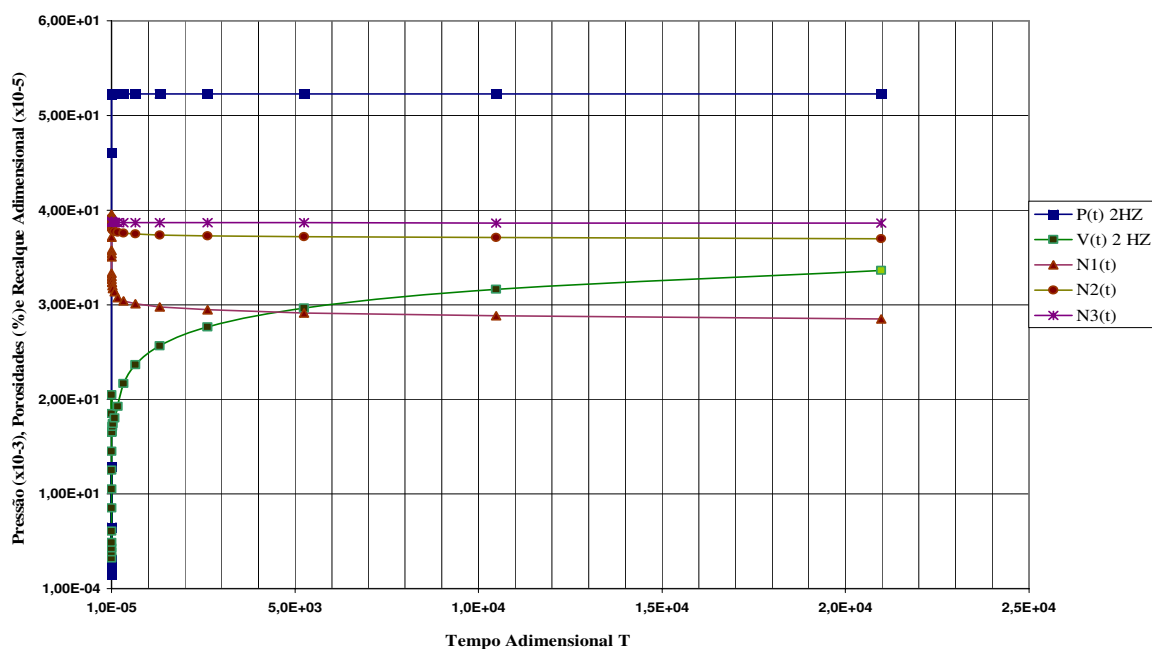


Figura 4.46 - Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 2 Hz-Fluido:ar

Recalque, Porosidade e Pressão Neutra x Tempo Adimensional
CARGA CONCENTRADA CÍCLICA DE 1600kPa - 5HZ - FLUIDO AR

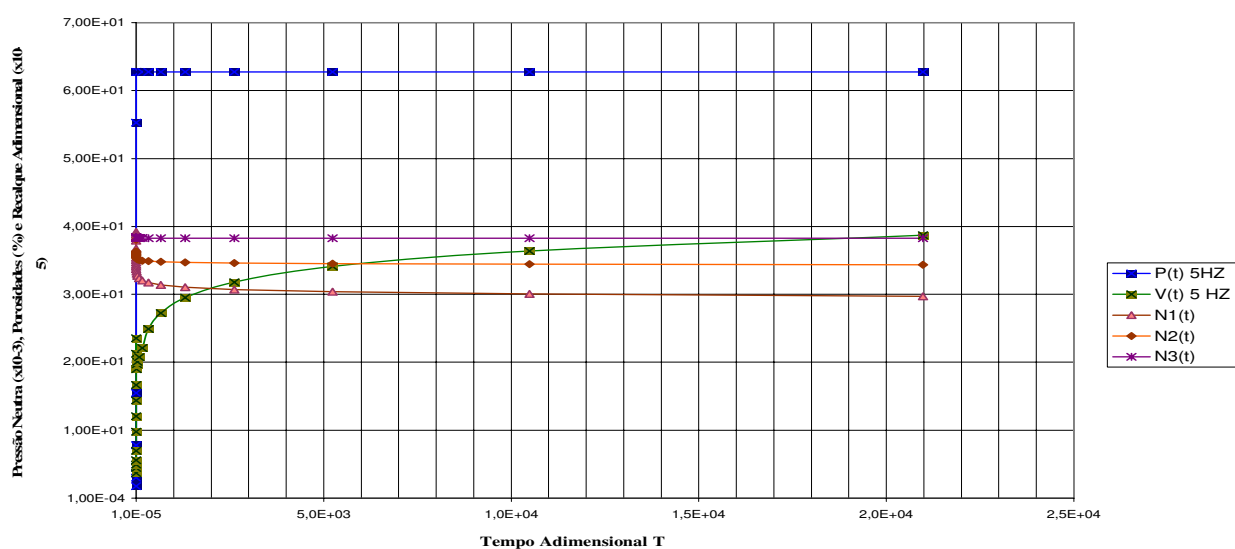


Figura 4.47 - Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 5 Hz-Fluido:ar

Recalque, Porosidade e Pressão Neutra x Tempo Adimensional
CARGA CONCENTRADA CÍCLICA DE 1600kPa - 10HZ - FLUIDO AR

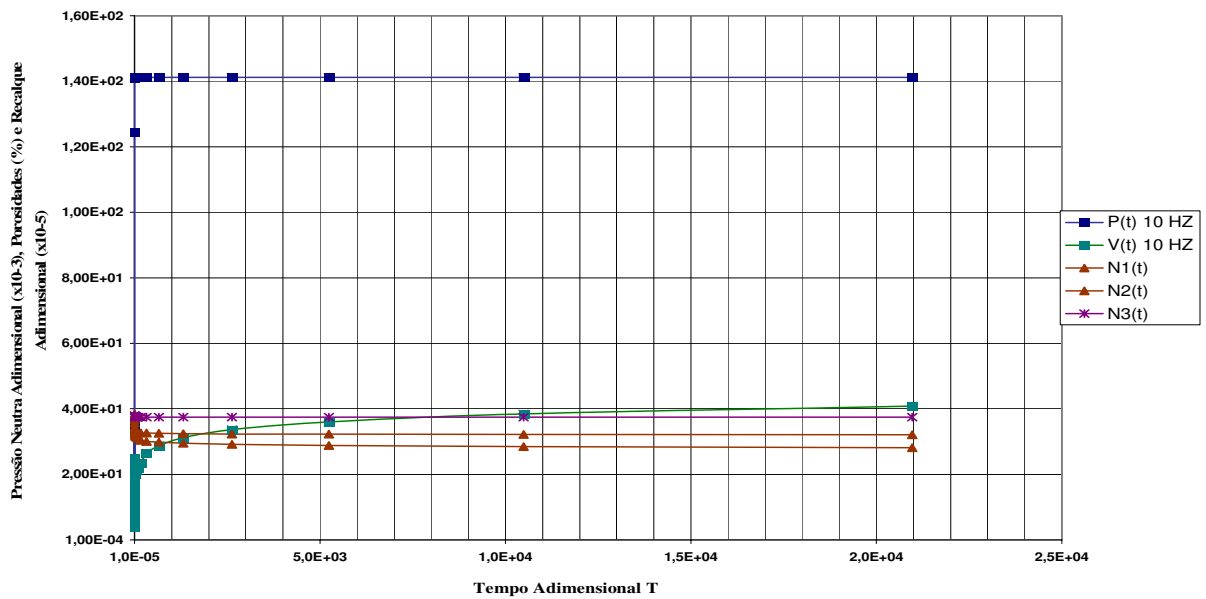


Figura 4.48 - Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 10 Hz - Fluido: ar.

Pressões Neutras e Deslocamentos Superficiais Gerados por Carga Estática e Cíclicas - Fluido: Ar

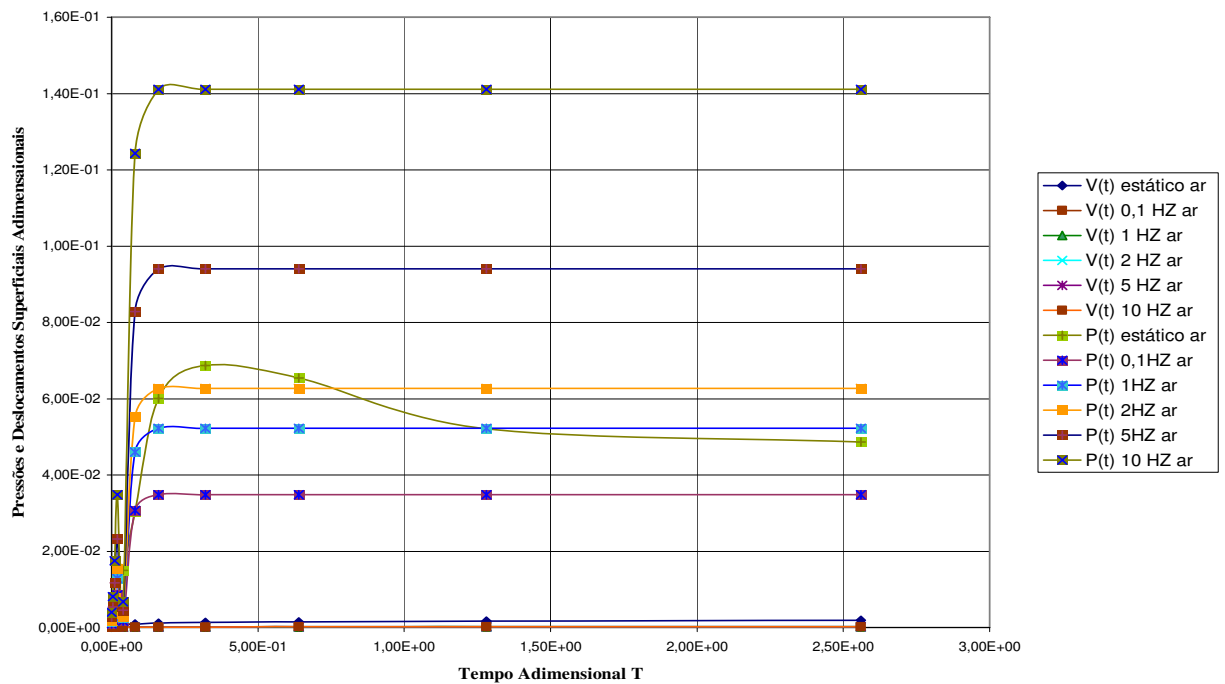


Figura 4.49 - Geração de pressão e deslocamentos superficiais, embaixo da carga, em maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclicos superficiais de 1600kPa - Fluido: ar- condições iniciais.

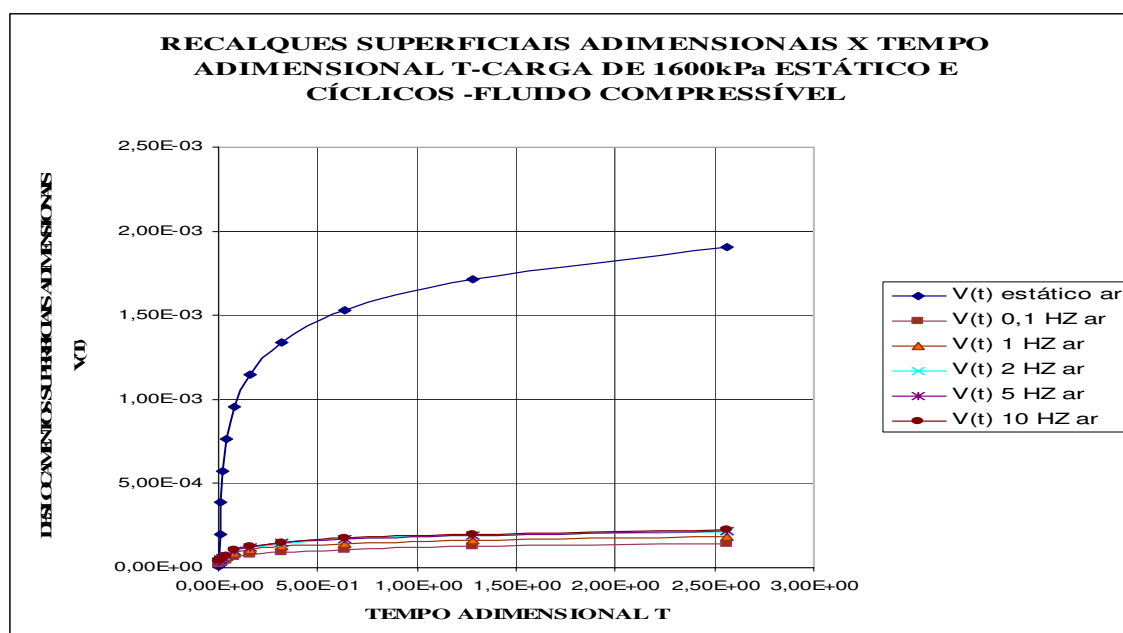


Figura 4.50 - Geração de deslocamentos superficiais – recalques - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclico superficial de 1600kPa – condição inicial - fluido: ar.

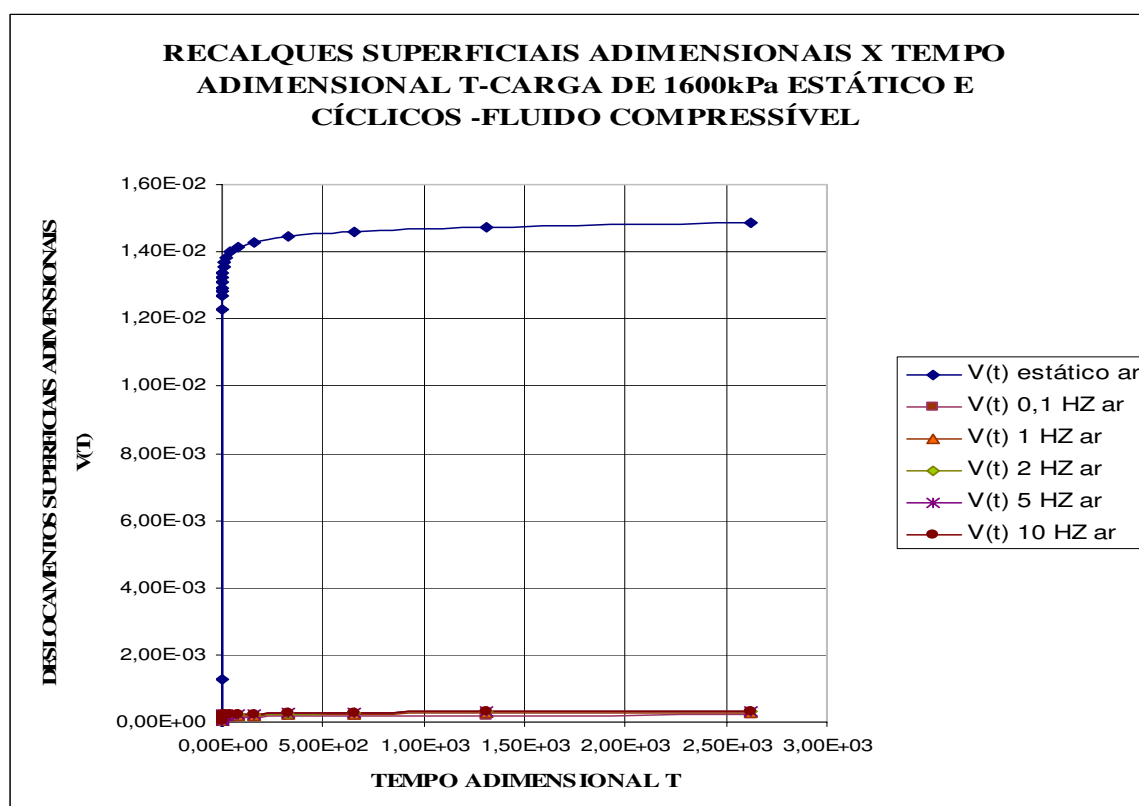


Figura 4.51 - Geração campo de pressão neutra inicial em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – tempo adimensional $T = 0,10$. Fluido: água.

Carga estática 1600kPa – maciço argiloso – fluido: água

As Figuras 4.52 a 4.58 seguintes são exemplos de resultados das simulações para as gerações de campos de pressão, de deslocamentos e de porosidades, devidas a um carregamento estático de 1600kPa na superfície de um maciço argiloso saturado com água, sendo que a Figura 4.58 se refere aos valores de pressão neutra, deslocamento superficial e porosidade.

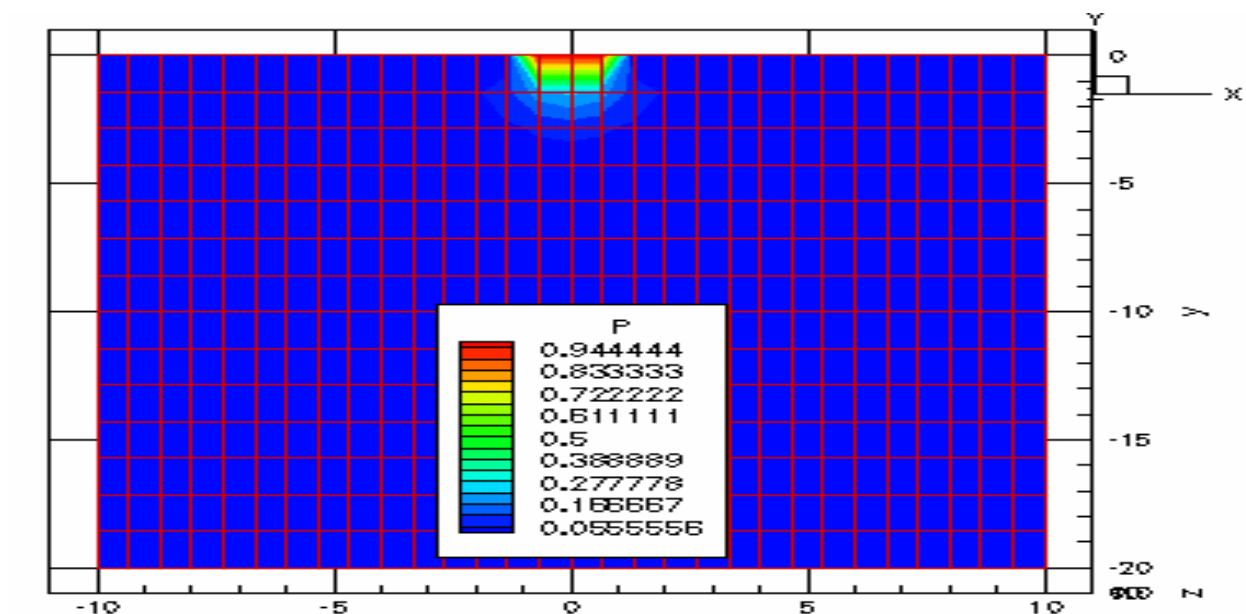


Figura 4.52 - Geração campo de pressão neutra inicial em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – tempo adimensional $T = 0,10$. Fluido: água.

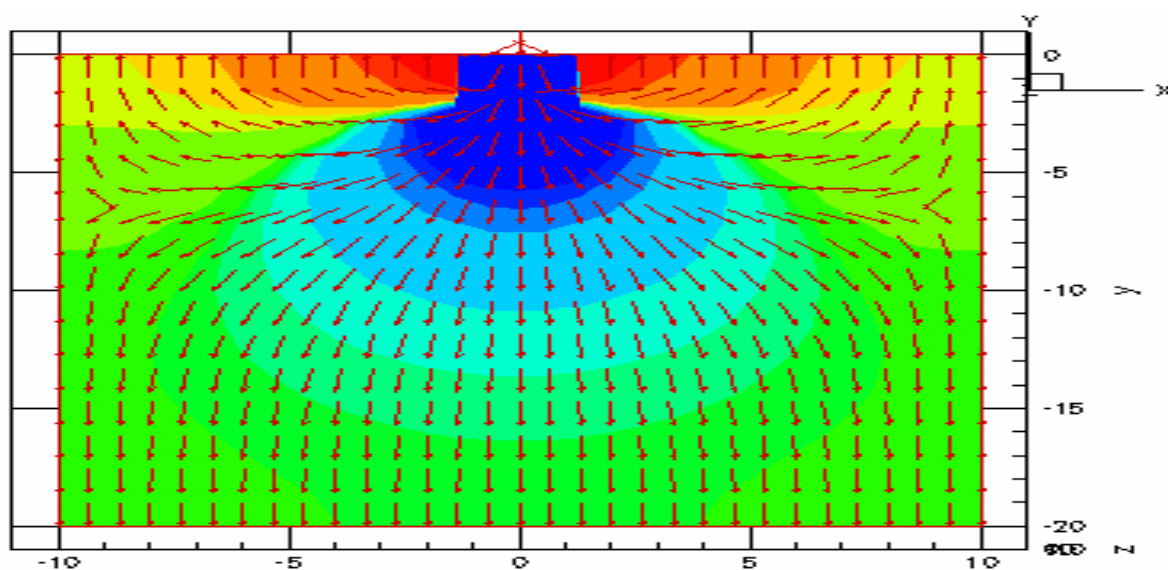


Figura 4.53 - Geração campo de velocidades do fluido, mostrando as direções das “linhas de fluxo” ou de “drenagem” em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – $T = 0,1$ - fluido: água.

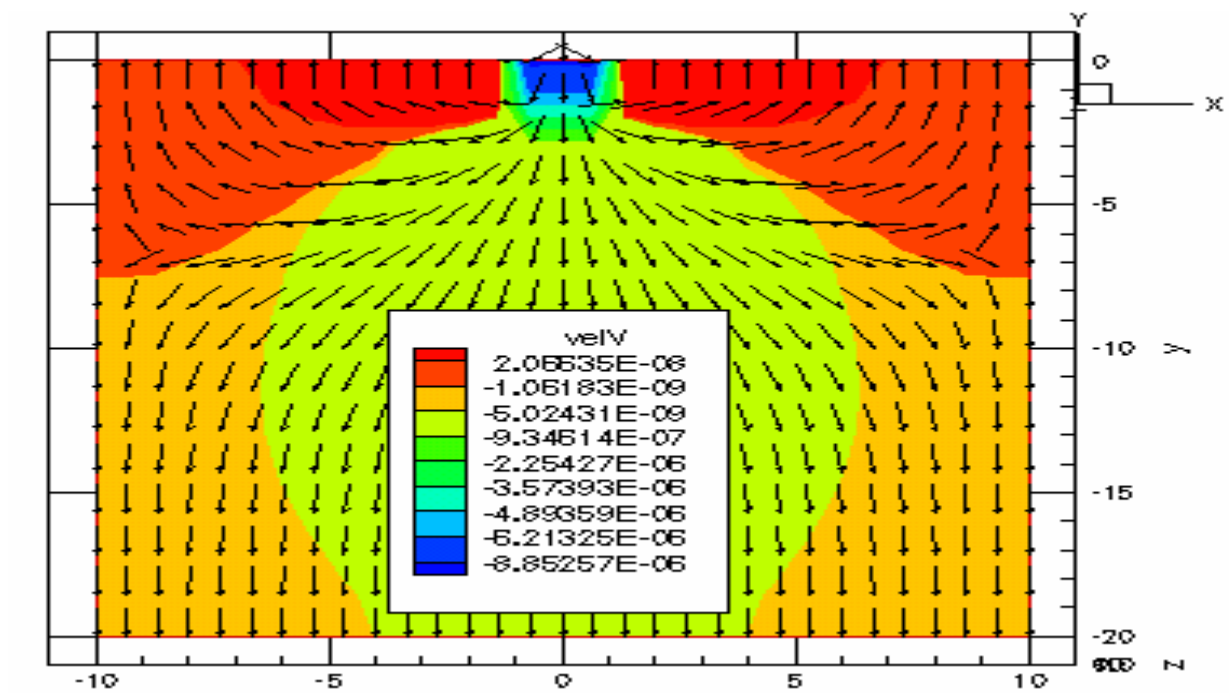


Figura 4.54 - Geração campo de velocidade do fluido, com legenda, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – fase de drenagem – $T = 0,20$. fluido: água.

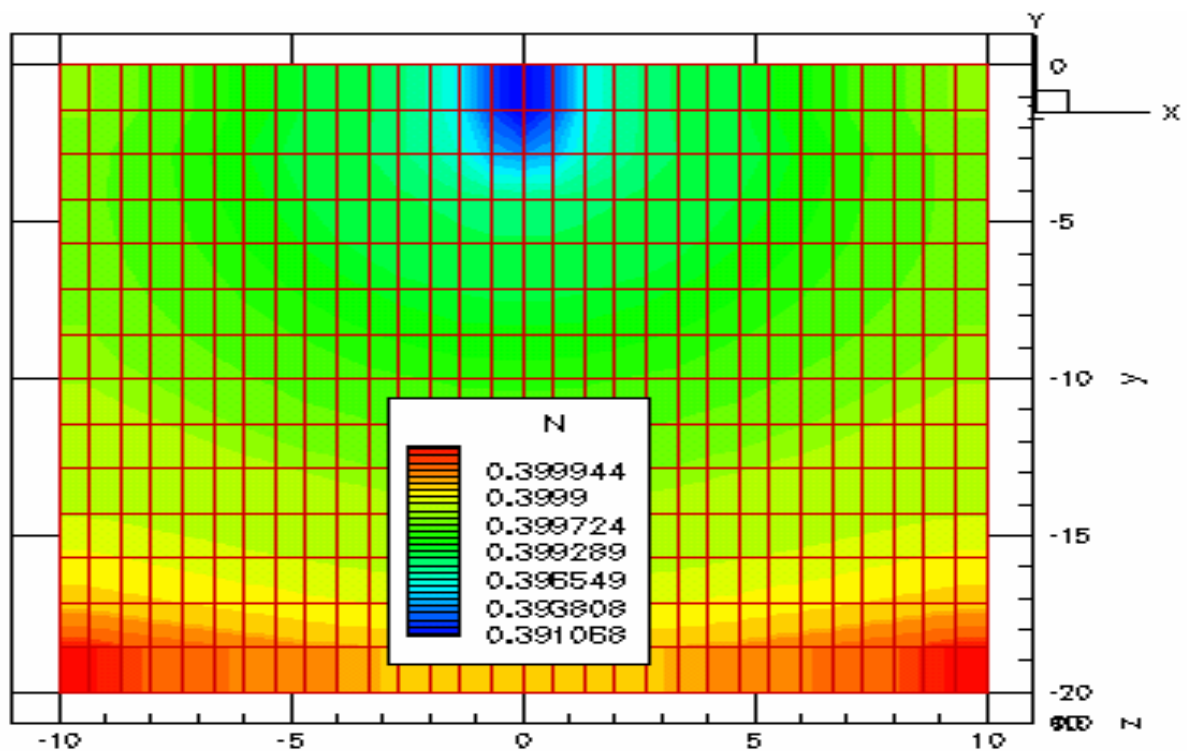


Figura 4.55 - Geração campo de porosidades, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – $T = 1,0$ - fluido: água.

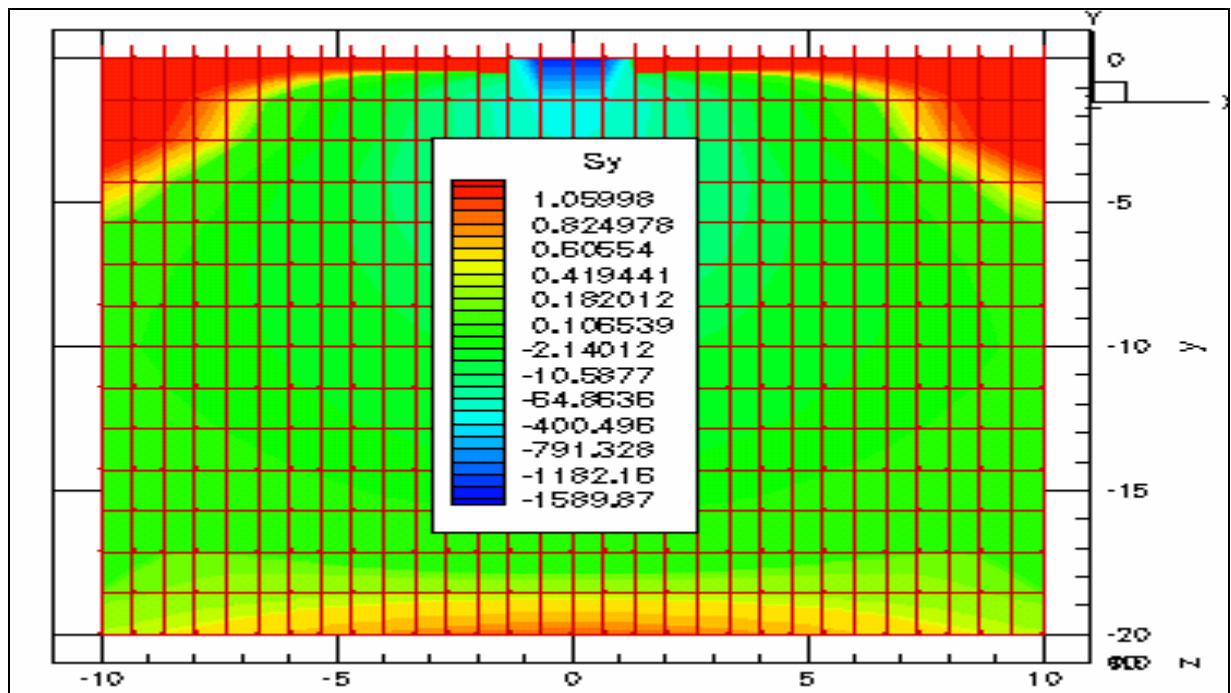


Figura 4.56 - Geração campo de tensões verticais efetivas, com legenda, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – fluido: água. T correspondente a um excesso de pressão neutra próxima de zero.

Tabela 4.6 – Carga concentrada-tensão média de 1600 kPa - Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: tensões abaixo do carregamento.

Profundidade (metros)	Tensão vertical σ_y (Teoria da elasticidade)	Tensão vertical σ_y (Método espectral)	Erro Relativo (Método espectral / Teoria da elasticidade) (%)
1,42m	378,86	395,76	4,46

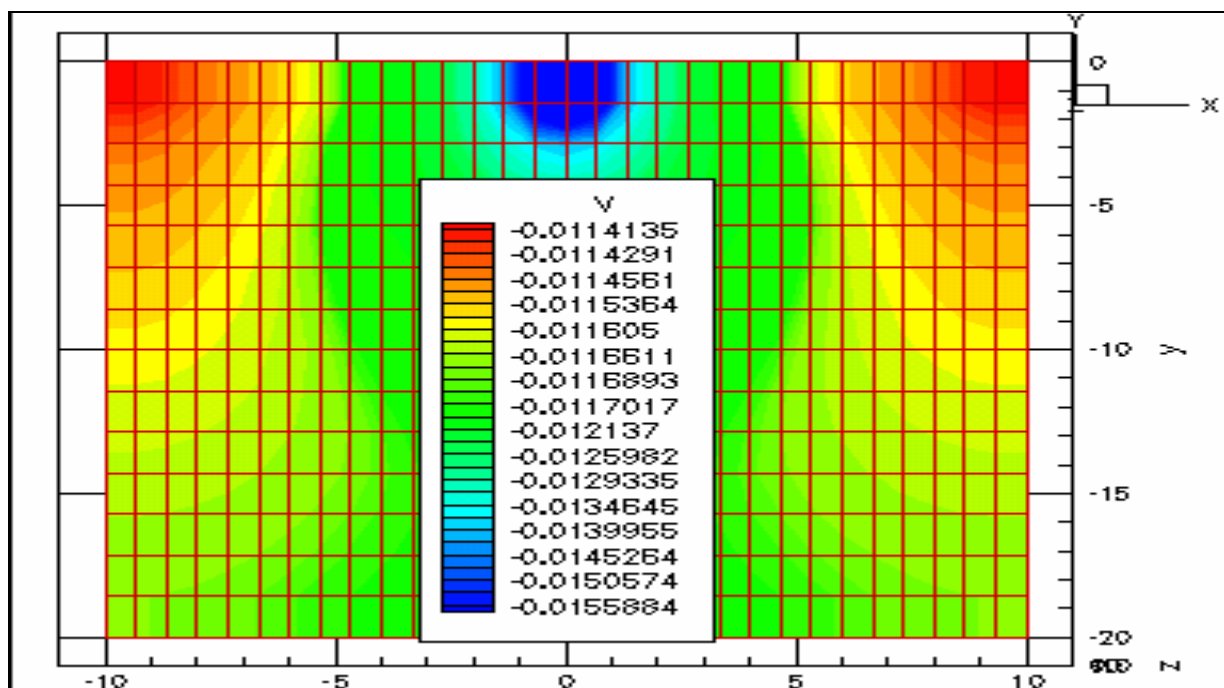


Figura 4.57 - Geração campo de deslocamentos verticais adimensionais, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa – $T = 1,0$ - fluido: água.

A tabela seguinte apresenta a comparação entre valores da teoria da elasticidade e o da simulação numérica.

Tabela 4.7 – Carga concentrada-tensão média de 1600 kPa: Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: Deslocamento na superfície do maciço – Recalque após um tempo adimensional $T = 1,0$ infinito – fluido: água..

Profundidade (metros)	Deslocamento na superfície gerado pela carga concentrada (metros) (Teoria da elasticidade)	*Deslocamento na superfície gerado pelo programa (metros) (Método espectral)	Desvio Relativo (Método espectral / Teoria da elasticidade) (%)
Superfície do maciço (0,0)	0,152	0,156	2,63

- Deslocamento real = Deslocamento adimensional $\times L_y$, $L_y = 10$ metros.

Recalque, Pressão Neutra Adimensional e Porosidade x Tempo Adimensional
Recalque calculado = 0,146m- Fluido: água.

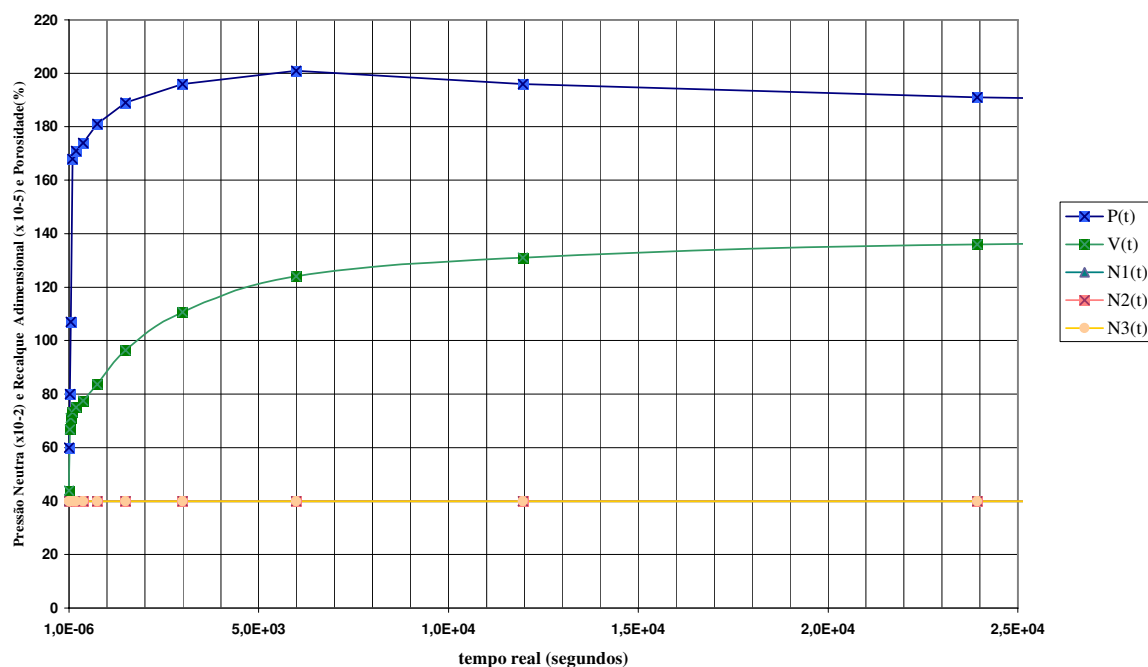


Figura 4.58 - Geração de pressão e deslocamentos superficiais, embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kPa - Fluido: água.

As figuras 4.59 a 4.68 mostram gráficos de geração de pressão neutra, porosidade e deslocamentos superficiais obtidos para carregamento de 1600kPa, superficial, estático ou cíclico (ou harmônico), variando de 0,1 Hertz a 10 hertz, para maciço argiloso totalmente saturado com água ou totalmente seco (poros cheios de ar).

Recalque, Porosidade e Pressão Neutra Adimensional x Tempo Adimensional
CARGA CONCENTRADA CÍCLICA DE 1600kPa - 0,1HZ - FLUIDO ÁGUA

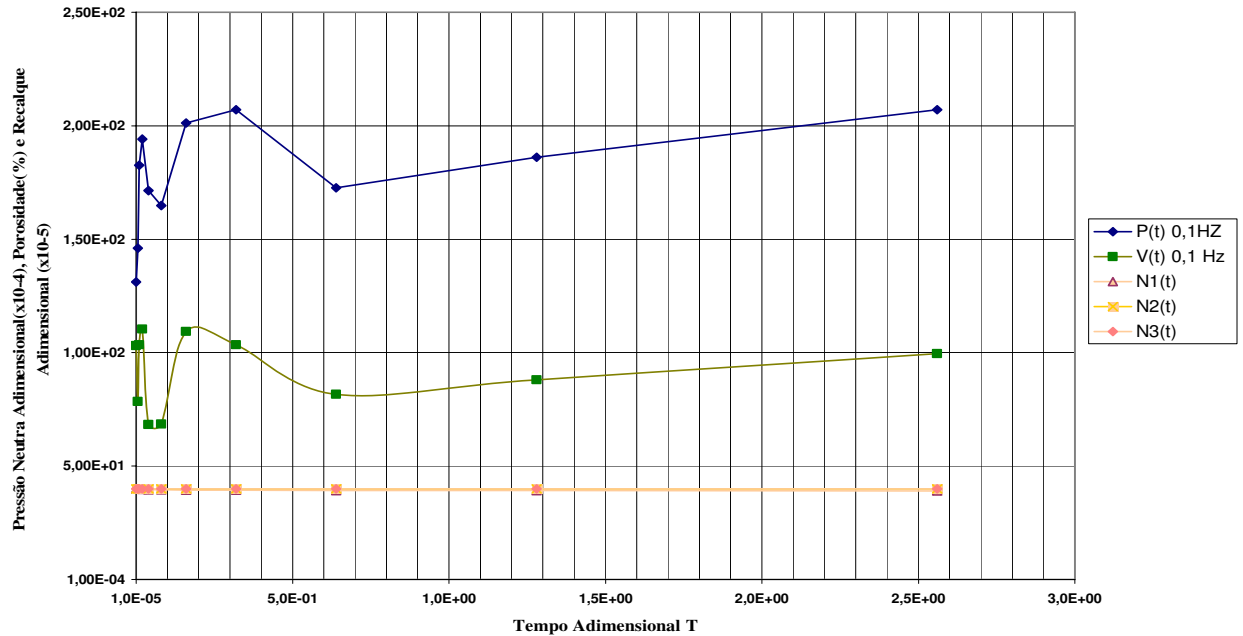


Figura 4.59 – Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 0,1 Hz- Fluido: água.

Recalque, Porosidade e Pressão Neutra x Tempo Adimensional
CARGA CONCENTRADA CÍCLICA DE 1600kPa - 1HZ - FLUIDO ÁGUA

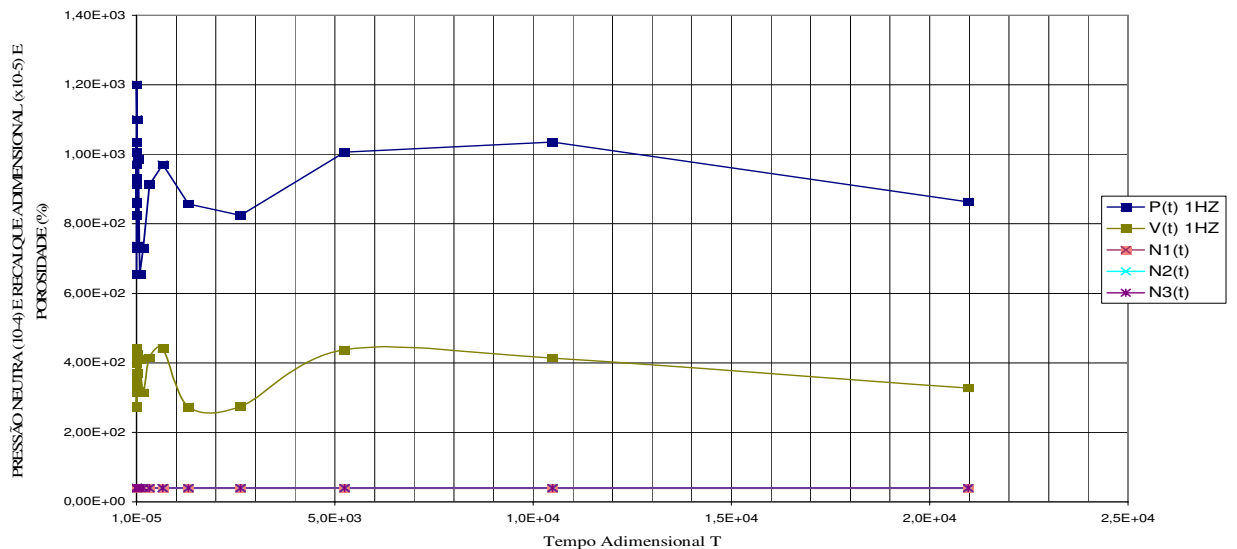


Figura 4.60 - Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 1 Hz- Fluido: água

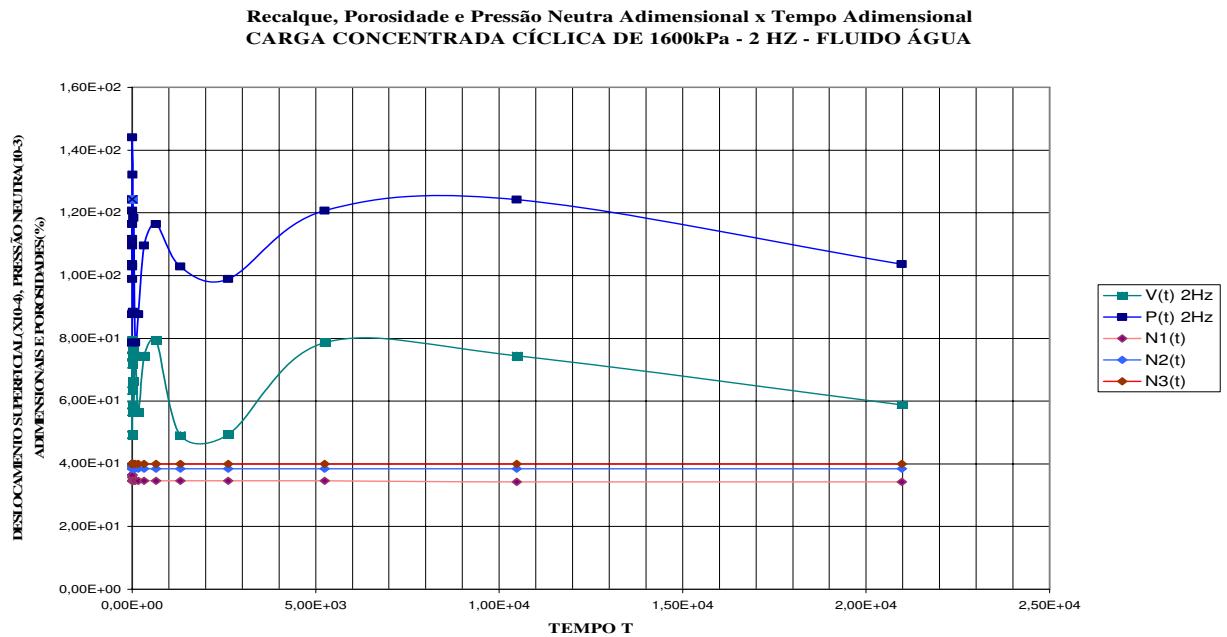


Figura 4.61 - Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 2 Hz- Fluido: água.

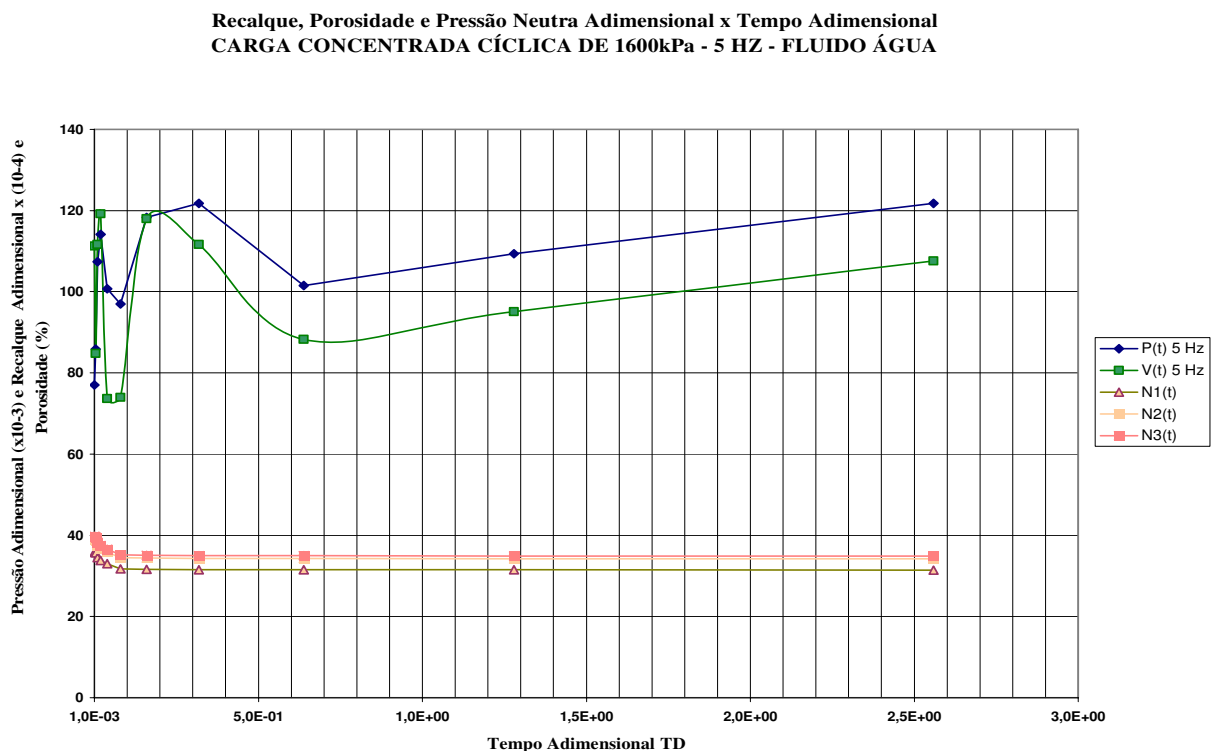


Figura 4.62 - Geração inicial de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em m maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 5 Hz- Fluido: água.

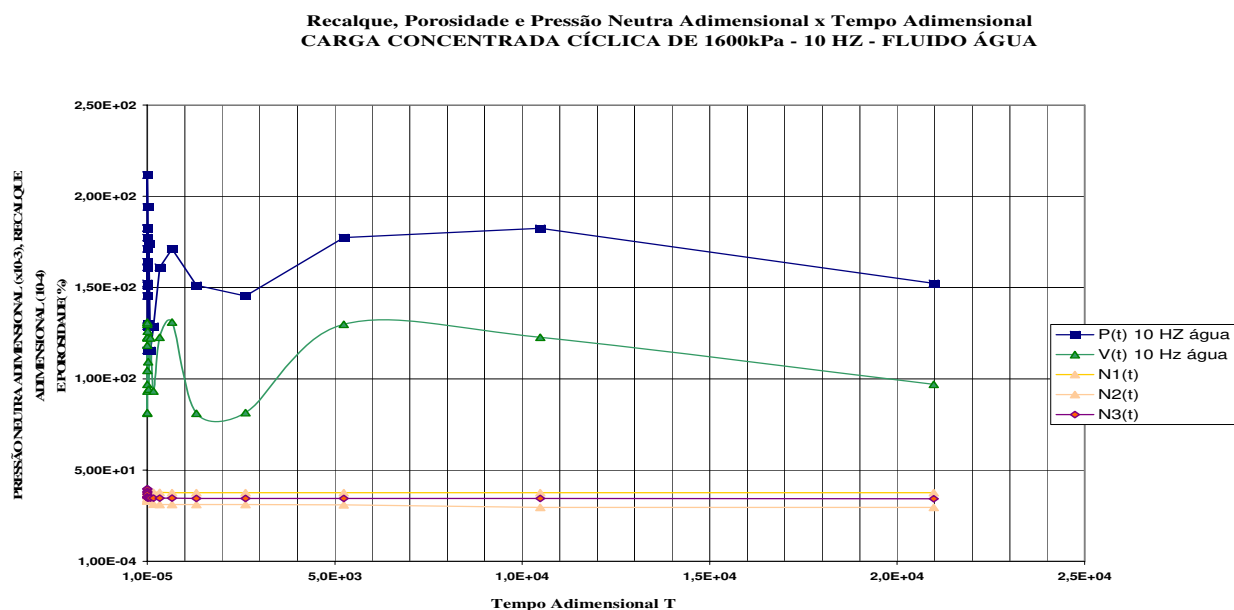


Figura 4.63 – Geração de pressão neutra, deslocamentos superficiais e porosidades em um maciço argiloso devido ao carregamento superficial de 1600kPa cíclico de 10 Hz- Fluido: água.

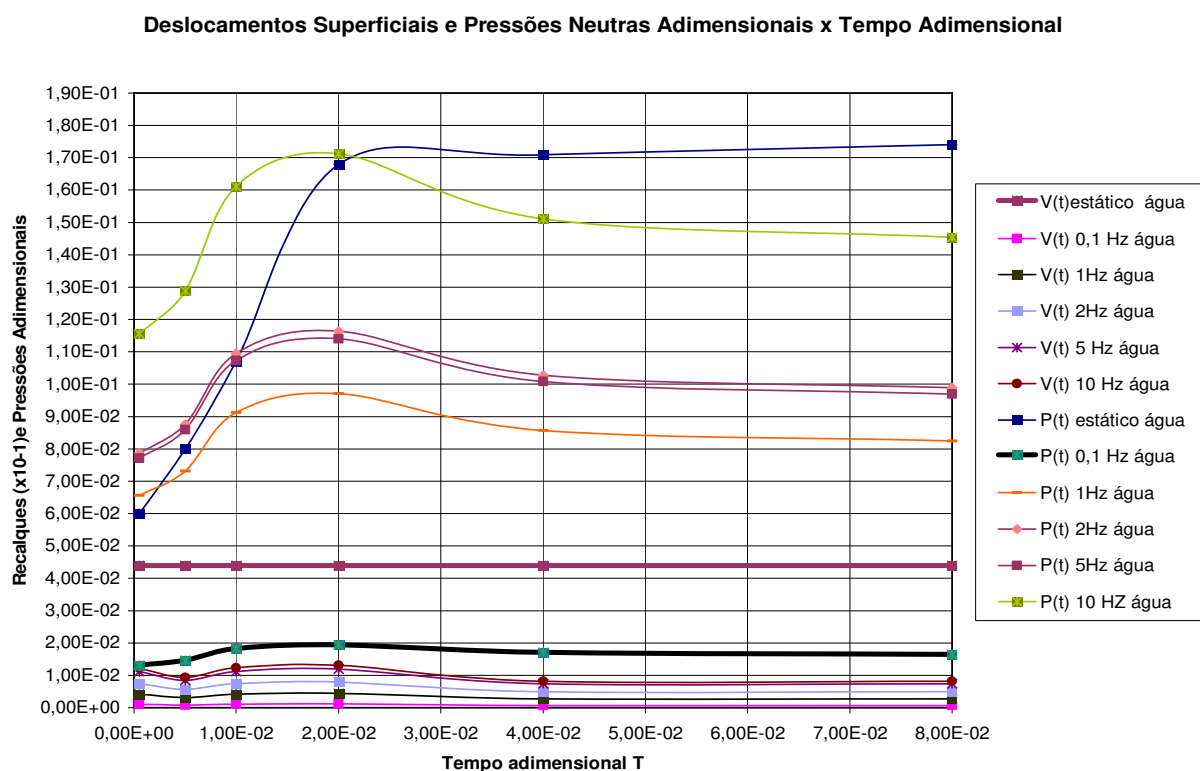


Figura 4.64 - Geração inicial de deslocamentos superficiais – recalques - e pressões neutras - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclicos superficiais de 1600kPa - fluido: água.

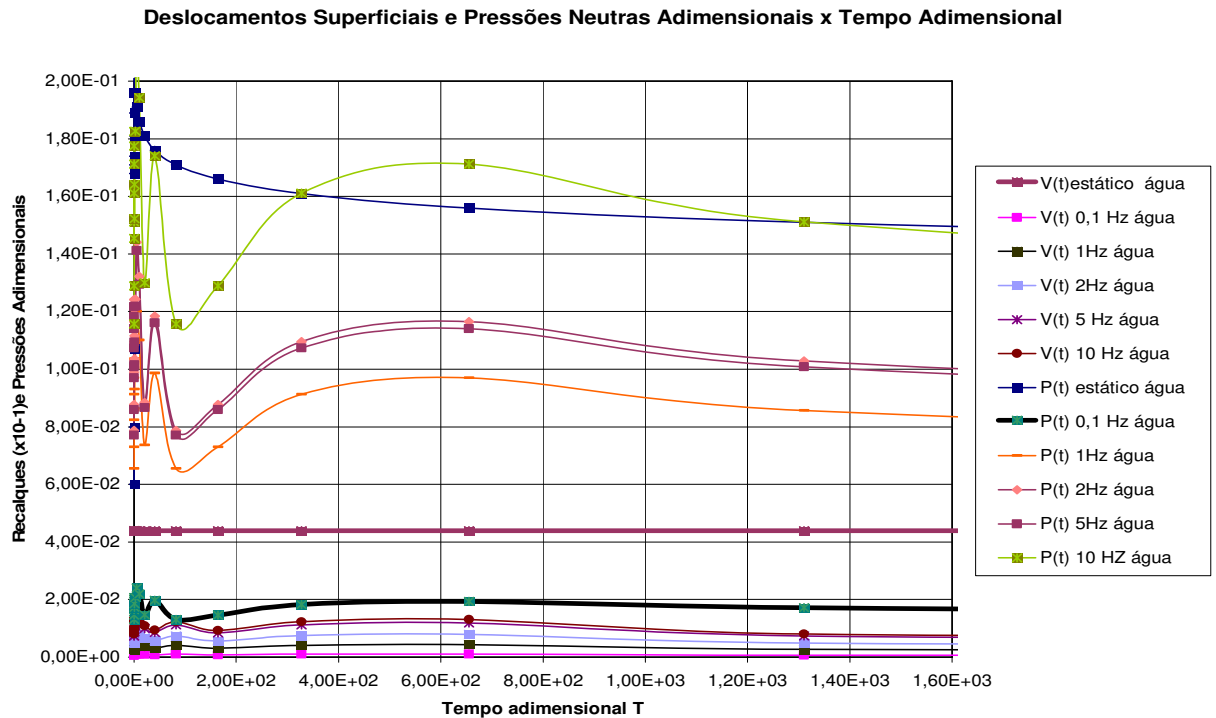


Figura 4.65 Geração final de deslocamentos superficiais – recalques - e pressões neutras embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclicos superficiais de 1600kPa - fluido: água

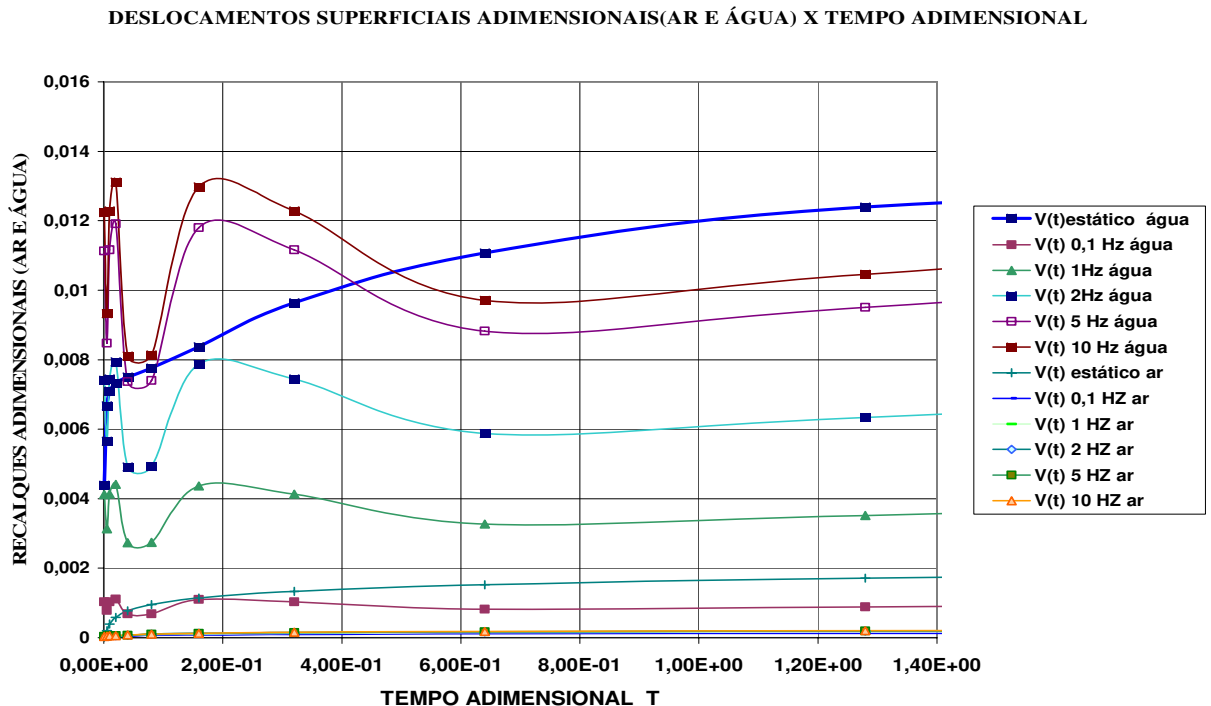


Figura 4.66 - Geração de deslocamentos superficiais – recalques - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclico superficial de 1600kPa – condição inicial - fluido: água.

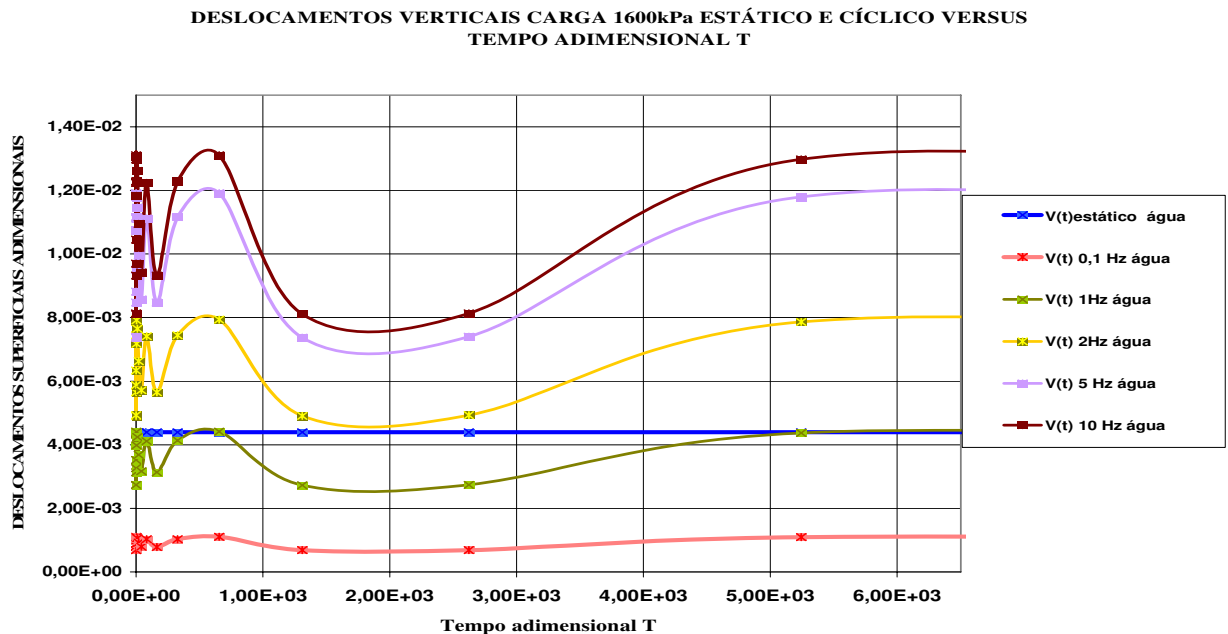


Figura 4.67 - Geração de deslocamentos superficiais – recalques - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclicos superficiais de 1600kPa –condição intermediária e final- fluido: água.

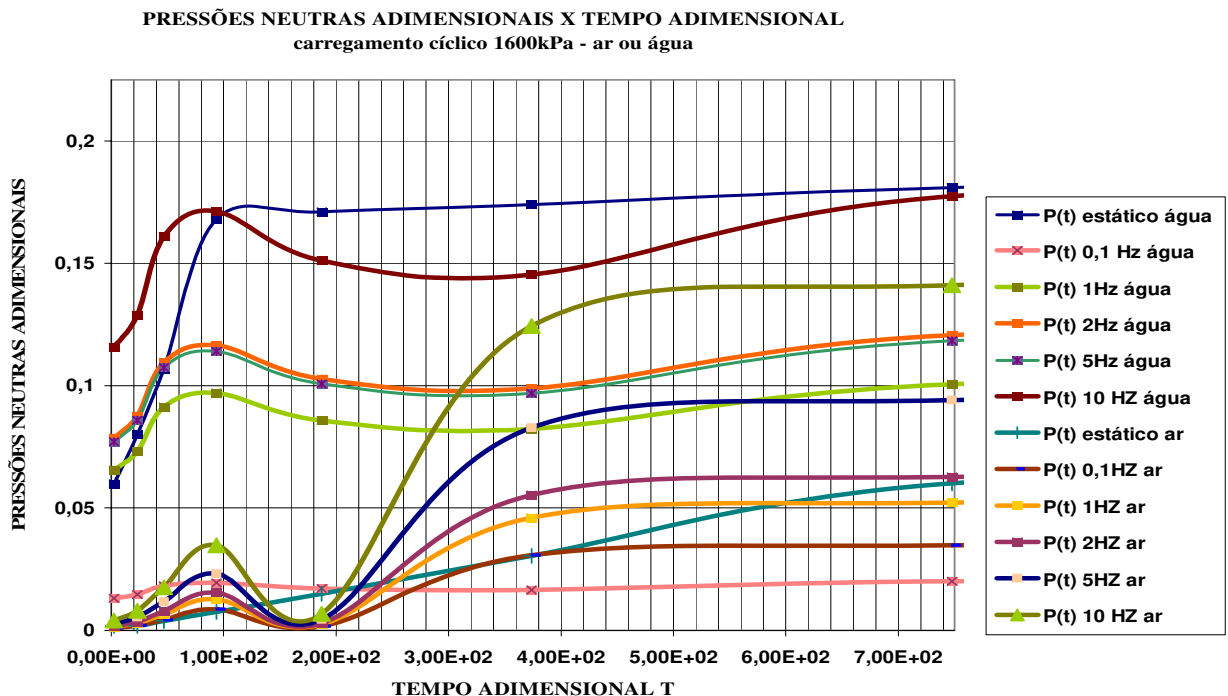


Figura 4.68 - Geração de pressão neutra - embaixo da carga, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático e cíclico superficial de 1600kPa - condição intermediária e final - fluidos: água e ar.

A tabela a seguir apresenta-se resultado de uma simulação de cálculo de tensão vertical para maciço argiloso - carga estática concentrada com tensão média de 1000kPa - fluido: água

Tabela 4.8 – Carga concentrada-tensão média de 1000 kPa: Comparação dos valores de cálculo pela teoria da elasticidade e gerados pelo código computacional: tensões abaixo do carregamento.

Profundidade (metros)	Tensão vertical σ_y (Teoria da elasticidade)	Tensão vertical σ_y (Método espectral)	Desvio Relativo (Método espectral / Teoria da elasticidade (%))
1,42m	236,93	253,78	7,2

* Tensão real = tensão adimensional (0,25378) x Q, onde Q =1000 kPa..

O cálculo das tensões apresenta uma discrepância maior do que o cálculo dos deslocamentos e recalques, mas em termos de engenharia, os resultados são muito bons, principalmente para tensões verticais, apresentando erros da ordem ou menores do que 10%, na maioria dos casos.

4.3.11 Análises e discussões: maciço argiloso – fluido: ar.

Através das Figuras 4.53 a 4.68 verifica-se que os recalques ou deslocamentos superficiais cíclicos evoluem ao longo do tempo de maneira muito semelhante, mesma taxa de crescimento, e que, num tempo infinito, tendem a alcançar o valor do recalque máximo, que é o recalque estático. Muito embora apresentem inicialmente e ao longo de um tempo intermediário, valores bem diferentes. Pelas Figuras 4.67 e 4.68 observa-se que as pressões neutras, de maneira diferente dos deslocamentos, apresentam inicialmente um crescimento que evolui rapidamente, onde as maiores frequências apresentam maiores pressões geradas e diferentes da pressão neutra estática, mas num tempo grande, a tendência é de descaimento lento das pressões, tendendo num tempo muito longo – infinito - à zero (0).

Observou-se claramente que, para carregamentos cíclicos, a porosidade logo abaixo da carga sofre uma variação muito maior do que pontos de colocação analisados mais afastados na vertical da carga cíclica, quando comparados com o efeito de carga estática. Esse efeito é mais

pronunciado para o solo com ar do que com solo com água. Ou seja, as deformações para carga cíclica são maiores perto da superfície, por que como o ciclo de carregamento-descarregamento geralmente é muito rápido, não há tempo da deformação - deslocamento se difundir - transferir para todo maciço, como ocorre para carga estática. Este comportamento faz com que apareçam nas rodovias as conhecidas trilhas de roda, causadas por carregamentos cíclicos como consequência da fadiga do asfalto e da base de apoio da estrada, e mesmo em vias urbanas asfaltadas, devido à carga cíclica das rodas dos veículos, de aplicação muito rápida. Como as tensões e as deformações são maiores próximos da superfície do maciço, existe a necessidade de que o material de melhor resistência e durabilidade fique no topo de maciço. Esta análise reforça o procedimento prático utilizado em construções de estradas, que é de tirar o material mais mole, substituí-lo, compactar as camadas de base e sub-base, para aumentar a resistência, diminuir a compressibilidade e a permeabilidade, colocando no topo do maciço o material mais resistente, geralmente asfalto usinado a quente (CBUQ-concreto betuminoso usinado a quente) ou concreto simples ou armado com telas de aço. O CBUQ é mais usado por ser mais barato e de construção mais rápida. O concreto convencional de cimento portland tem uma durabilidade maior, mas o preço inicial é muito maior também, e de construção mais lenta. A vantagem é a baixa manutenção destas pistas de concreto. Embora o efeito de maior deformação mais próximo da superfície tenha ficado mais evidente durante as simulações para o solo com ar do que com água, para solo com água, esse efeito também foi observado, embora de maneira mais discreta. Na prática, o efeito da presença de água é mais deletério, pois basta aparecer um defeito no asfalto para ocorrer infiltração de água, que amolece o solo de apoio, aumentando o dano. Além disso, a água por ser incompressível, durante o impacto dos pneus, transfere integralmente as pressões e desagrega vários pontos do asfalto e do próprio solo, formando as conhecidas “panelas”, principalmente durante os períodos chuvosos.

4.3.12 Análises e discussões: maciço argiloso – fluido: água.

Pela análise do gráfico da Figura 4.67, observa-se que a ordem de grandeza dos deslocamentos cíclicos são os mesmos, independente da frequência, tendendo num tempo infinito ao deslocamento estático final. A geração de pressão neutra, inicialmente aparece dependente da frequência, sendo a maior pressão neutra gerada inicialmente, associada à maior frequência, Figura 4.68. Mas constata-se, também, que num tempo muito grande, as

pressões vão decaindo e convergem no tempo infinito para um mesmo valor, próximo de zero (0), Figura 4.68. A geração inicial de pressão neutra é muito maior nos maciços saturados com água, do que os poros cheios de ar. A dissipação da pressão neutra e a estabilização do deslocamento superficial são muito mais lentas para maciços com água, do que os maciços secos, poros cheios de ar.

4.3.13 Análises, discussões e comparações entre cargas estáticas e cíclicas.

Quando se compara a pressão gerada no meio geotécnico com ar ou água nos poros, observa-se claramente que as pressões iniciais geradas na água são muito maiores do que as pressões geradas no ar, tanto no carregamento estático quanto nos cíclicos, como era de se esperar. De uma maneira geral foi observado que tanto para cargas estáticas quanto para cargas cíclicas, existe a tendência de decaimento da pressão com o tempo e o crescimento dos deslocamentos superficiais, independentemente do tipo de fluido, da frequência ou do tipo de solo analisado. As diferenças estão na velocidade em que se dão estes crescimentos ou decaimentos, ou seja, se convergem mais rapidamente para um valor (ar) ou mais lentamente (água), influenciados pela frequência e o valor do estímulo externo. Os resultados e o comportamento dos maciços estudados serão a seguir comparados com os resultados de ensaios de campo ou laboratório. Assim, serão abordados alguns tópicos de ensaios “in situ” (ou de campo) ou de laboratórios.

4.3.13.1 - Prova de carga nos maciços:

Na prova de carga direta nos maciços aplica-se tensão na superfície por meio de uma placa, em geral circular, como aparece esquematicamente na Figura 4.69a. Também nesse ensaio, obtém-se curvas como as da Figura 4.69b, mas diferentes entre si, para o caso de solos compactos ou friáveis, e fofos ou moles.

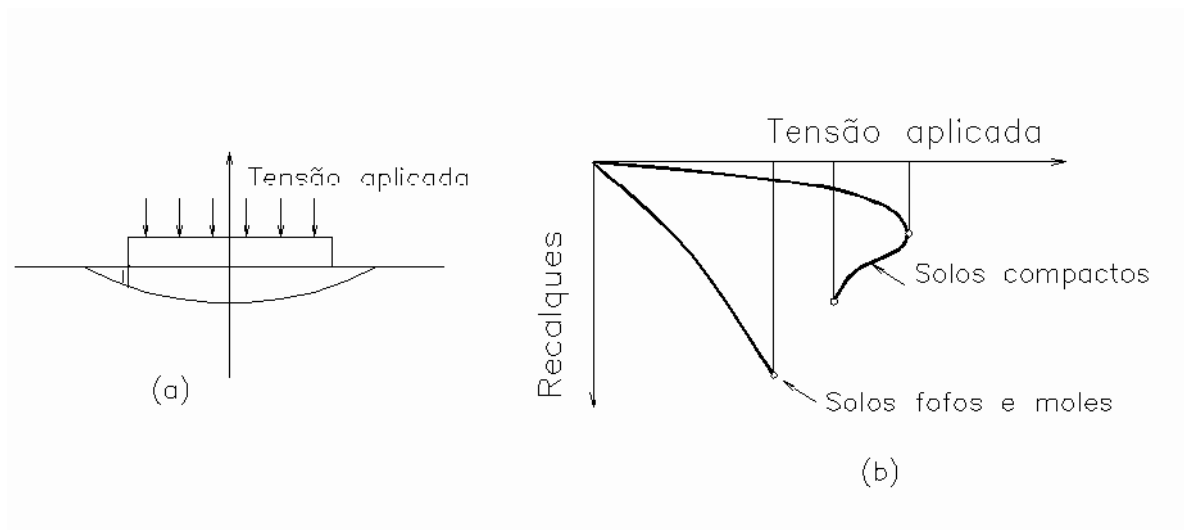


Figura 4.69. Ensaios “in Situ” para determinação capacidade de carga e recalques:

(a) Prova de carga e (b) Deslocamentos versus tensão aplicada na superfície, para solos moles ou fofos e compactos ou friáveis.

(Fonte: Manual do Engenheiro Globo - Editora Globo - Quarto volume - tomo I - 1975)

4.3.13.2 Efeito da velocidade de carregamento

Procedendo-se análises das progressões das deformações específicas ou dos recalques com o tempo, obtêm-se curvas semelhantes a mostradas na Figura 4.70, seguinte. Para cada acréscimo de carga, os recalques aumentam com o correr do tempo até se estabilizarem. Daí resultarem dois tipos de ensaios: os chamados “ensaios lentos” em que se aplicam os acréscimos de tensão e espera-se passar o tempo até a estabilização, observando-se os recalques totais, e os chamados “ensaios rápidos” em que os acréscimos de pressão são aplicados em intervalos de tempo Δt , constantes, observando-se somente os acréscimos de recalques Δr_1 , Δr_2 e Δr_3 que são apenas frações dos recalques totais.

Ainda na Figura 4.70 é possível observar que para as três (3) curvas dos ensaios de campo para determinação dos recalques superficiais apresentam um perfil assintótico em relação ao tempo, para tensões aplicadas na superfície fixas e carga constante. E este mesmo efeito é gerado pelo programa em relação aos deslocamentos superficiais estáticos, validando por semelhança e lógica os resultados obtidos.

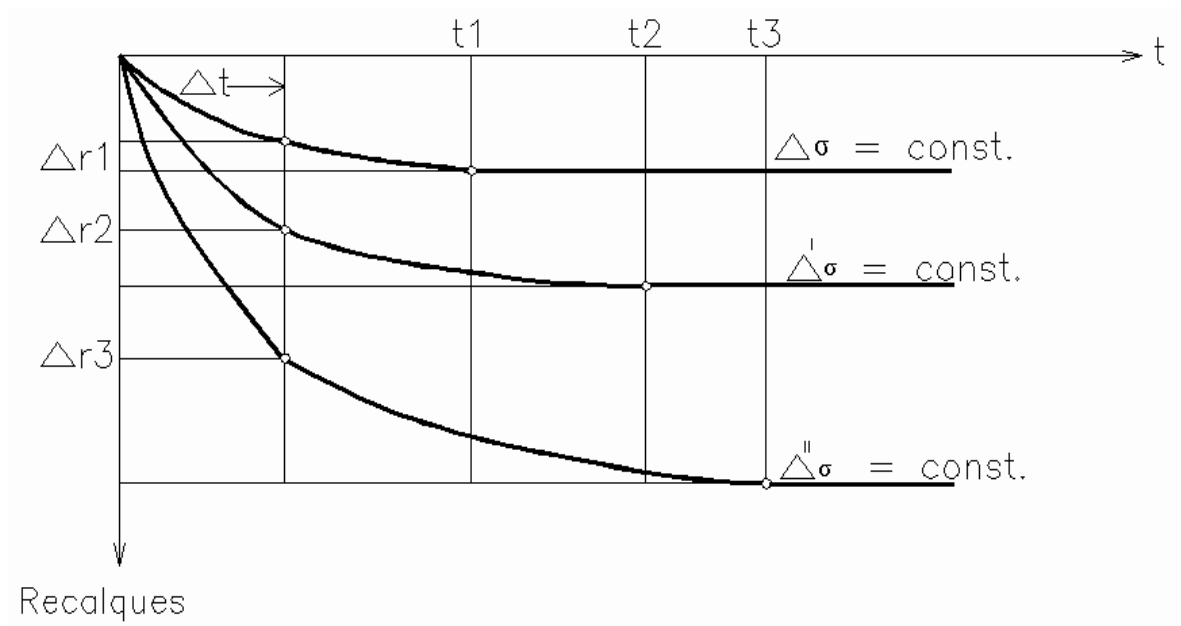


Figura 4.70 - Ensaios “in Situ” para determinação de recalques – Deslocamentos superficiais Versus Tempo de atuação do carregamento ou tensões superficiais.

(Fonte: Manual do Engenheiro Globo - Editora Globo - Quarto volume - tomo I - 1975).

Na prática da engenharia, mesmo em carregamentos estáticos, a maneira como se aplica a tensão (a velocidade com que se atinge a tensão final) influencia sobremaneira a análise de resultados conforme pode se ver pela Figura 4.71 seguinte. Na realidade, o efeito da velocidade de carregamento é sempre no sentido de diminuir os recalques e aumentar a carga de ruptura, como mostra a mesma Figura 4.71. Na curva do ensaio rápido (A) em que a velocidade de carregamento é muito grande, a tensão de ruptura cresce de σ_1 para σ_2 e a deformação específica na ruptura diminui de ϵ_1 para ϵ_2 . Na realidade, ao se variar o tempo de aplicação das tensões, o ponto C tende ao ponto D, ou seja, se, no ensaio rápido, ao atingir o ponto de ruptura C, a solicitação for mantida, então a resistência do solo decrescerá de C para D, isto é, descerá até o ponto de ruptura do ensaio lento, mas a deformação final será maior ($\epsilon_1 > \epsilon_2$).

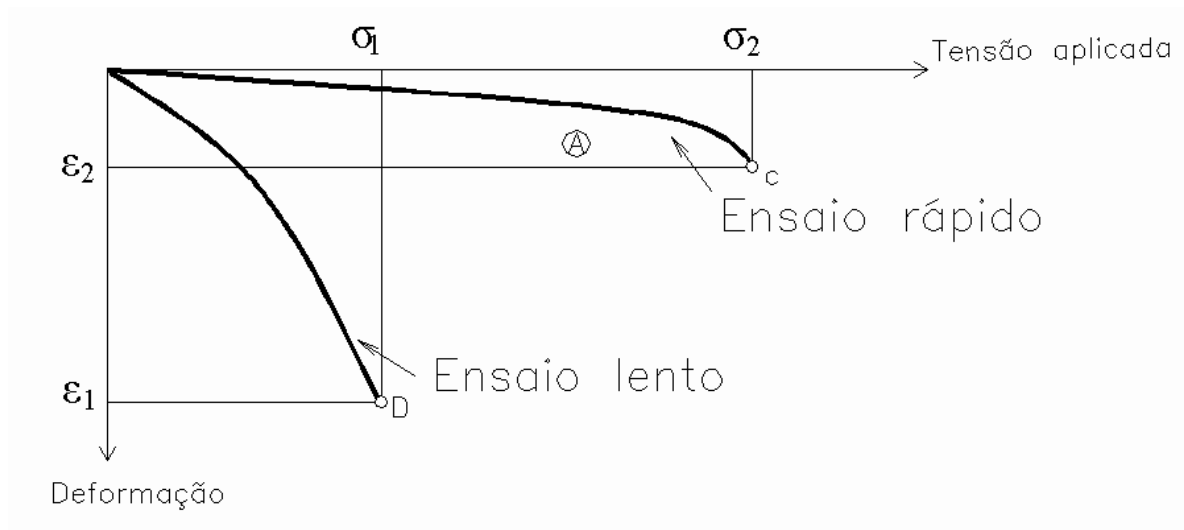


Figura 4.71 – Ensaio de Laboratórios mostrando as diferenças entre ensaio rápido e lento, em duas amostras de um solo: Efeito da velocidade de carregamento sobre a curva tensão x deformação de um solo.

(Fonte: Manual do Engenheiro Globo - Editora Globo - Quarto volume - tomo I - 1975).

4.3.10.3 Efeito de carregamentos e descarregamentos com tensões crescentes em cada solicitação.

Se o solo é carregado até uma certa tensão σ_1 e o descarregado, em seguida, a zero para novamente carregá-lo até a tensão σ_2 , a compressibilidade nesse segundo carregamento é bem menor, pois como se vê na figura 4.72 seguinte. Há um efeito histerético no descarregamento do solo. As tangentes OA, O'A', O''A'', cujas inclinações com o eixo das tensões dão a medida dos módulos de deformação correspondentes a cada novo carregamento, tornam-se tanto menos inclinadas quantos forem os carregamentos sucessivos. Depois de atingir a tensão máxima aplicada no carregamento anterior, a curva tensão versus deformação tende a seguir uma envolvente que é a própria curva tensão versus deformação de um carregamento original sem interrupção. Esse fato dá-se em qualquer tipo de carregamento ou ensaio e observa-se coisa semelhante em todos os tipos de solo, quer sejam arenosos ou argilosos, conforme ilustra a mesma Figura 4.72.

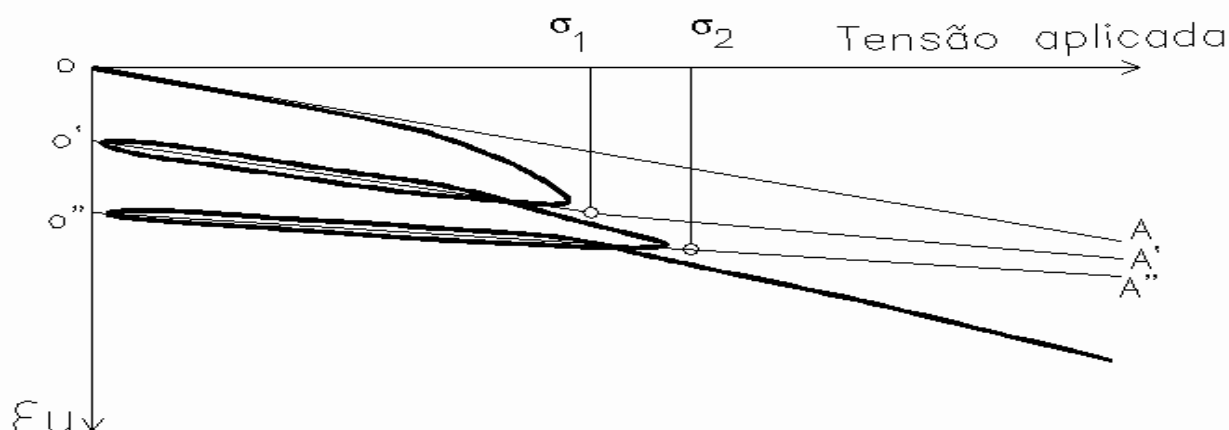


Figura 4.72 - Ensaios de Laboratórios mostrando os efeitos de carregamentos cíclicos onde em cada novo ciclo se aumenta a tensão.

(Fonte: Manual do Engenheiro Globo - Editora Globo - Quarto volume - tomo I - 1975).

Comentário final: através da análise da Figura 4.71, é possível verificar que as deformações induzidas por carregamentos cíclicos com tensões aumentando nos ciclos seguintes são acumulativas. Através das simulações realizadas com cargas cíclicas, mas onde se mantém o mesmo valor máximo do ciclo anterior, as deformações ou deslocamentos superficiais vão também se acumulando lentamente, tendendo para os valores máximos, que para um tempo infinito, é o valor dado pelo recalque máximo (que é o calculado para carregamento estático). A diferença é a velocidade com que se atinge o valor do recalque máximo, que está vinculado à frequência do carregamento cíclico. Quanto maior a frequência do carregamento cíclico, mais rápido se alcançara a deformação superficial máxima, embora num tempo infinito todas as frequências tendam para o mesmo valor: recalque superficial estático ou recalque máximo.

Ainda pela análise da Figura 4.71 e com as análise das simulações para carregamentos cíclicos efetuadas neste trabalho, pode-se concluir que, se em um carregamento cíclico, uma carga ou tensão maior é aplicada em cada novo ciclo, as deformações vão se acumulando, produzindo um valor maior de recalque do que aquele que se obteria mantendo-se um carregamento cíclico, mas com um valor de carga máximo constante, como o que foi feito neste trabalho. Este valor de recalque (para carregamentos aumentando em cada ciclo) também seria um valor maior do que aquele que seria obtido por um carregamento estático (carga inicial mantida constante).

Capítulo 5

Conclusões

O modelo matemático-físico desenvolvido e utilizado neste trabalho permite a simulação de vários casos práticos de problemas de engenharia civil, com vasta aplicação na construção de estradas, barragens e fundações. Embora, por uma questão de tempo e para que o trabalho não se tornasse muito dispendioso e longo, apresentou-se o estudo de apenas alguns casos. O código computacional desenvolvido permite, além dos casos estudados, várias aplicações, por exemplo análise de outras condições de contorno, permitindo também a utilização de vários carregamentos simultâneos. É possível também para trabalhos futuros, adaptar o programa para análise de várias camadas de materiais, simulando condições mais reais dos pavimentos urbanos, rodoviários e de aeroportos. É possível também simular diversas etapas de construção de uma barragem variando o módulo do carregamento (Q) na superfície, de acordo com as diversas etapas ou avanços da obra, e a análise de vários carregamentos simultâneos (duas, três ou mais cargas superficiais estáticas ou cíclicas).

No estudo do acoplamento tensão – deformação – fluxo, devido a cargas superficiais, estáticas ou cíclicas, aparecem fenômenos complexos no interior e na superfície dos maciços geotécnicos. Entre eles, pode-se citar como os mais importantes: a geração e dissipação de pressão neutra, acoplados ao fluxo de fluidos no interior dos poros, e à variação da porosidade dos maciços. A variação da porosidade (ou do índice de vazios) acontece como forma de deformação específica em diversos pontos e de forma simultânea à variação das tensões normais e cisalhantes, sendo que o efeito mais pronunciado aparece na forma de deslocamentos superficiais ou recalques.

Constatou-se que existe uma tendência de descaimento das pressões ao longo do tempo, independente do tipo de carregamento, do fluido, da frequência e do tipo de maciço geotécnico em estudo. Observou-se, também, de maneira simultânea, que os deslocamentos superficiais tendem para o valor do deslocamento máximo, ou seja, daquele determinado simplesmente pelo carregamento estático (que coincide com o valor máximo da carga cíclica). Ficou claro também com as simulações realizadas para os carregamentos cíclicos, que existe uma tendência das tensões e deformações se concentrarem no topo ou na superfície do maciço, próximo ao carregamento. Este efeito é mais acentuado para maciços cujos poros estejam totalmente ocupados com fluido compressível, ar (material seco), do que aqueles

maciços totalmente saturados com água (fluido incompressível). Para carregamentos estáticos, muito embora as tensões sejam altas no topo, abaixo da carga, as deformações se distribuem mais uniformemente e se difundem em uma maior parte do maciço, e, assim, o efeito de deformação “localizada” é bem menos prejudicial aos pavimentos, não produzindo também o conhecido efeito de “fadiga”, que fatalmente aparecerá nos carregamentos cíclicos.

Referências Bibliográficas

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1990, NBR 12007 - Ensaio de adensamento.

Aguilera, R., 1980, “Naturally Fractured Reservoirs”, Petroleum Publishing Company.

Aifants, E. C., 1977, “Introducing a Mult - Porous Medium”. *Developments in Mechanics*, 8, 209-211.

Aifants, C., 1980, “On the Problem of Diffusion in Solids” *Acta Mechanics*, 37, 265-296.

Bai, M. and Abousleimann, Y., 1997, “ Thermoporoelastic Coupling With Application to Consolidation”. *International Journal For Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 21, 121-132.

Barenblatt, G. I., Zheltov, I. P. and Kochina, I. N., 1960, “Basic Concepts in Theory of Seepage of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks”, *Journal Applied Mechanics.*” USSR, 24, 1286-1303.

Barenblatt, G. I., 1964, “On The Motion of a Gas-Liquid Mixture in Porous Fissured Media”, (tradução do original em russo para o inglês, sem registro do tradutor), *Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh, Machionst.* N₀. 3, 47-50.

Barks, J., 1955, “A Theoretical Investigation Into The Recovery of Oil From Fissured Limestone Formations by Water and Gas Cap Drive, *Proc., Fourth World Pet. Cong., Rome, Sec. II/F*, 425-440.

Bastos Francisco de Assis A., 1983, “Problemas de Mecânica dos Fluidos”. Editora Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, RJ. Brasil.

Bear, J., 1971, "Dynamics of Fluids in Porous Media". American Elsevier, New York, N.Y., USA.

Bear, J., Tsang, C. F. and de Marsily, G., 1983, "Flow and Contaminant Transport in Fractured Rocks", Published by Academic Press.

Biot, M. A., 1941, "General Theory of Three-Dimensional Consolidation." J. Applied Physics. 12, 151 -164.

Biot, M. A., 1956, "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Media Solid. I. Low Frequency Range" in The Journal of Acoustical Society of America – vol. 28, number 2.

Braester, C., 1972, "Simultaneous Flow of Immiscible Liquids Porous Media, Soc. Pet. Eng. J., 297-305, Aug.

Caputo, H. P., 1988, "Mecânica dos Solos e suas aplicações - volume 1 - 6^a edição, Livros Técnicos e Científicos Editora".

Chammas, R; Abraham, O; Cote, P; Pedersen, H. A; Semblat, J. F., 2002, "Characterization of Heterogeneous Soils Using Surface Waves: Homogenization and Numerical Modeling", *Laboratoire Central des Ponts ET Chaussées (LCPC), Engineering Modelling Dept., Numerical Modelling Group, 15 Paris Cedex, France.*

Chen, W. H., Wasserman, M. L., and Fitzmorris, R. E., 1987, "A thermal Simulator for Naturally Fractured Reservoirs", SPE 16008 presented at Ninth SPE Symposium on Reservoir Simulation, San Antonio, Texas, USA.

Chiossi, N. J., 1979, "Geologia Aplicada à Engenharia", Grêmio Politécnico, USP, 2ª Edição.

Correa, A. C. F., 1984, "Escoamento de Fluidos em Meios Porosos" - Petrobrás - Cenpes – Senba, Salvador, BA, Brasil.

Craig, R. F., 1974, "Soil Mechanics", Van Nostrand Reinhold Company, London, 1974.

Cook, R. D., Malkus, D. S. and Plesha, M. E., 1989, "Concepts and Application of Finite Element Analysis", third edition, John Wiley & Sons.

Dake, L. P., 1978, "Fundamentals of Reservoir Engineering", Elsevier Scientific Publishing Company - New York, N.Y., USA.

Das, B. M., 1985, "Advanced Soil Mechanics", International Student Edition - McGraw - Hill book Company.

deSwaan, A., 1978, "Theory of Waterflooding in Fractured Reservoirs", Soc. Pet. Eng. J. , 117-22, April.

Duguid, J. O. and Lee, P.C.Y., 1977, "Flow in Fractured Porous Media", Water Resour. Res., 558-566.

Elsworth, D., 1989, "Thermal Permeability Enhancement of blocky Rocks: One Dimensional Flows" Int. J. Rock Mechanics Min. G. Abstr., 26(3/4), 329-339.

Fernandes dos Santos, M., 1998, "Simulação Numérica de Camadas de Mistura em Desenvolvimento Temporal e Espacial, usando a Técnica Espectral da Colocação", Dissertação de Mestrado, Pós – Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.

Ferreira, J. B., 1980, "Dicionário de Geociências", Edição da Fundação Gorceix, Ouro Preto, MG, Brasil.

Geertsma, J., 1957, "The Effect of Fluid Pressure Decline on Volumetric Changes of Porous Rocks", Petroleum Transactions, AIME, 210: 331-339.

Ghafouri, H. R. and Lewis, R.W., 1996, “ A Finite Element Double Porosity Model for Heterogeneous Deformable Porous Media”, *Int. Journal for Num. Meth. In GeoMechanics*; Vol. 20, 831-844.

Gilman, J. R. and Kazemi, H., 1988, “Improved Calculations for Viscous and Gravity Displacement in Matrix Blocks in Dual - Porosity Simulators”, *J. Pet. Tech.* 60-70.

Goodman, R. E., 1974, “The Mechanical Properties of Joints”, *Proc. of the Third Congress of Int. Soc. for Rock Mech.*, 127-140.

Goodman, R. E., 1989, “ Introduction to Rock Mechanics” - Second Edition - John Wiley and Sons.

Harr, M. E., 1966, “Foundations of Theoretical Soil Mechanics”, McGraw – Hill Book Company – International Student Edition, Tokio, Japan.

Hubbert, M. K., 1940, “The Theory of Ground Water Motion”, *J. Geology*, 785-944.

Hubbert, M. K. & Rubey, W. W., 1959, “Role of Fluid Pressure in Mechanics of Overthrust Faulting”, *Bulletin of the Geological Society of America*, 115-166.

Jaeger, J. C. & Cook, G. W., 1979, “Fundamentals of Rock Mechanics”
- 3rd edition - Chapman and Hall – London.

Kazemi, H., 1969, “Pressure Gradient Analysis of Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution”, *SPE, J. Trans., AIME*, 246, 451 – 461.

Kazemi, H., Seth, M.S., and Thomas, G. W., 1969, “The Interpretation of Interference Tests in Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution”, *Soc. Pet. Eng. J.*, 463-472; *trans., AIME*, vol. 246.

Kazemi, H., Merrill, L. S., Porterfield, K. L., and Zeman, P. R., 1976, “Numerical Simulation of Water-Oil Flow in Naturally Fractured Reservoirs”, *Soc. Pet. Eng. J.* 317-26.

Kazemi, H., and Merrill, L. S. Jr. 1979, "Numerical Simulation of Water Imbibition in Fractured Cores" Soc. Pet. Engrg. J., 19, 175 -182.

Kochen, R. e de Zagottis, D., 1983, "Conceitos Básicos sobre a Teoria Tridimensional do Adensamento", Publicação da Escola Politécnica de São Paulo.

Lambe, T. W. & Whitman, R. V., 1969, "Soil Mechanics" John Wiley & Sons.

Lee, B. Y. Q. and Tan, T. B. S., 1987, "Application of a Multiple Porosity -Permeability Simulator in Fractured Reservoir Simulation", SPE 16009 presented at Ninth SPE Symposium on Reservoir Simulation on Reservoir Simulation, San Antonio, TX, USA.

Lima, L. C. de, 1988 "Simulação Numérica do Fenômeno de cone de Água em reservatório Fraturado", Dissertação de Mestrado em Engenharia de Petróleo, Departamento de Mineração, Escola de Minas, UFOP, 1988.

Litvak, B. L., 1985, "Simulation and Characterization of Naturally Fractured Reservoir", proc., Reservoir Characterization technical Conference, Dallas, Academic Press, New York City, USA.

Lubinski, A., 1954, "The Theory of Elasticity for Porous Bodies Displaying a Strong Pore Structure", American Petroleum Institute, USA.

Manual do Engenheiro Globo – Editora Globo - 4º Volume - 1º Tomo – 1975- Porto Alegre - Brasil.

Mattax, C. C. and Kyte, J. R., 1962, "Inbibition Oil Recovery from Fractured", Water-Drive Reservoirs, Soc. Pet. Eng. J., 177-184; trans., AIME, Vol.225.

Nelson, R. A., 1985, "Geologic Analisis of Naturally Fractured Reservoirs", Gulf publishing Co., USA.

Nur, A. & Byerlee, J. D., 1971, "An Exact Effective Stress Law for Elastic Deformation of rock With Fluids", J. Geophys. Res., 76(26), 6414-6419.

Ortigão, J. A. R., 1995, "Introdução à Mecânica dos Solos dos Estados Críticos" - 2^a edição - Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Pruess, K., and Narasimhan, T.N., 1985, "A Practical Method for Modelling Fluid and Heat Flow in Fractured Porous Media." Soc. Pet. Engrg. J., 25, 14-26, USA.

Quandale, P. and Sabathier, J. C., 1989, "Typical Features of a New Multipurpose Reservoir Simulator, Soc. Pet. Eng. Res. Engr., 475-480, USA.

Reiss, L. H., 1980, "The Reservoir Engineering Aspects of Fractured Formations", Gulf Publishing Co, USA.

Rocha, M., 1981, "Mecânica das Rochas" - LNEC - Laboratório Nacional de Engenharia Civil - Lisboa, Portugal.

Rossen, R. H., 1977, "Simulation of Naturally Fractured Reservoirs with Semi-Implicit Source Terms", Soc. Pet. J., 201-10. USA.

Saidi, A. M., 1987, "Reservoir Engineering of Fractured Reservoirs", Total Edition Press.

Scott, R. F., 1963, "Principles of Soil Mechanics", Addison - Wesley Publishing company, Inc., Palo Alto, Califórnia, CA, USA.

Shapiro, A. M., 1985, "Transport Equations for Fracture Porous Media", NATO Advanced Study Institute on Fundamentals in Porous Media", J. Bear et al. eds., University of DelaWare, Newark, DE, USA.

Silva Júnior, P. L., 1998, " Simulação Numérica de Escoamentos Turbulentos Compressíveis 1-D e 2-D, utilizando a Técnica dos Elementos Espectrais ", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil.

Sinnock, S., Lin, Y. T., and Brannen, J. P., 1987, "Preliminary Bounds on The Postclosure Performance of Yucca Mountain Repository Site", Southern Nevada. J. Geophys. Res., 92, 7820-7842, USA.

Skempton, A. W., 1954, "The Pore Pressure Coefficient A and B", Geotechnique, Vol. 4, 143-147.

Sonier, F., Souillard, P., and Blaskovitch, F. T., 1988, "Numerical Simulation of Naturally Fractured Reservoirs, SPE Reservoir Engineering, 1114-1122.

Sousa Pinto, C. de "Curso de Mecânica dos Solos", 2^a Edição, com exercícios resolvidos, Oficina de Textos, 2002.

Tavenas, F.; Leblond, P.; Jean, P.; e Lerqueil, S., 1983, " The Permeability of Natural Soft Clays" . – Part I. Methods of Laboratory Measurement. Canadian Geotechnical Journal, V. 20, número 4.

Terzaghi, K. e Peck, R. B., 1967, "Soil Mechanics in Engineering Practice", John Wiley, New York, USA.

Timonshenko, S. P. & Goodier, J. N., 1980, " Teoria da Elasticidade", Editora Guanabara dois, 3^a edição, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Thomas, L. K., Dixon, T. N., and Pierson, R. G., 1983, "Fractured Reservoir Simulation", Soc. Pet. Eng. J., 42-54, USA.

van Golf-Racht, T.D., 1982, "Fundamentals of Fractured Reservoir Engineering", Elsevier.

van Wunnik, J. N. M. & Wit, K., 1992, "Improvement of Gravity Drainage by Steam Injection Into a Fissured Reservoir: An Analytical Evaluation", Soc. Pet. Eng. Res. Engr., 59-66, USA.

Vargas Jr, E., 1986, “Uma Revisão de Modelos Representativos de Rochas e Maciços Rochosos e das Técnicas Numéricas para a Solução de Problemas em Mecânicas das Rochas”, anais do II Simpósio Sul Americano de Mecânica das Rochas, Porto Alegre, outubro de 1986.

Verruijt, A., 1970, “ Theory of Groundwater Flow”, Delft University of Technology, The Netherlands, Macmillan and Co. Ltda.

Xiao, M. & Reddi, L. N., 2004, “ Effect of Vibrations on Pore Fluid Distribution in Porous Media—Experimental Investigations”, in Engineering, Construction, and Operations in Challenging Environments: Earth & Space 2004, pp. 333-339, Conference Proceeding, ASCE, USA.

Yamamoto, R. H., Padgett, J. B., Ford, W. T., and Boubeguir, A., 1971, “Compositional Reservoir Simulator for Fissured Systems - The Single Block Model”. Soc. Pet. Engrg. J., 11, 113-128, USA.

Walsh, J. B., 1965, “The Effect of Cracks on the Compressibility of rock. Journal of Geophysical Reserch, 70(2) : 381-9.

Warren, J. E. & Root, P. J., 1963, “The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs”, SPE J. Trans, AIME, 228, 244-255.

White, F, 2002, “ Mecânica dos Fluidos ”, 4ª edição, editora McGraw Hill - interamericana do Brasil.

Zienkiewicz, O. C. & Taylor, R. L., 1991, “The Finite Element Methods” - Volume 1 - 4th edition, 1989 and volume 2 - 4th edition.