CHRISTIAN ELIGIO RODRÍGUEZ BURBANO

DIAGNÓSTICO DE FALHAS EM MÁQUINAS ROTATIVAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenheria Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Área de Concentração: Mecânica de sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Valder Steffen Jr.

UBERLÂNDIA – MG

2005

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UFU / Setor de Catalogação e Classificação

R696d Rodríguez Burbano, Christian Eligio, 1973-
Diagnóstico de falhas em máquinas rotativas / Christian Eligio Rodríguez Burbano. - Uberlândia, 2005.
117p. : il.
Orientador: Valder Steffen Jr.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.
1. Rotores - Dinâmica - Teses. 2. Localização de falhas (Engenharia) - Teses. I. Steffen Junior, Valder. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

621.81 (043.3)

Agradecimentos

Um agradecimento especial ao Professor Valder Steffen Jr, pela sua colaboração para a execução deste trabalho. Quero resaltar sua disposição e sua atitude como docente e especialmente como orientador.

À minha família e em especial à minha filha pela sua colaboração, compreensão e até sacrifício para poder realizar meus estudos de mestrado, e ao mesmo tempo entender o que representa para meu desenvolvimento profissional a realização deste trabalho.

A todos os que participaram desde trabalho, especialmente ao Manuel, que foi um excelente colaborador na parte final.

Sumário

Agradecimentos.....iii
Sumário.....v
Lista de Figuras vii
Simbologia x
Resumo.....xiii
Abstract xiv
CAPÍTULO I: 1
Introdução.....1
1.1. Revisão Bibliográfica.....4
CAPÍTULO II 9
Descrição dos modelos matemáticos mais importantes para rotores com trincas.....9
2.1. Equações de movimento de um rotor de Jeffcot em coordenadas rotativas.....9
2.2. Modelo de Gasch (hinge model).....11
2.3. Modelo de Mayes Modificado:.....15
2.4. Modelo "SWITCHING".....19
2.5. Modelo da região de falha uniforme 21
2.6. Modelo "breathing" baseado na mecânica da fratura.....23
2.6.1. Modos de falha 23
2.6.2. Fator de intensificação de tensão (SIF).....24
2.6.3. Flexibilidade local de um eixo com trinca 24
CAPÍTULO III.....29
Aplicação do modelo de Mayes usando o Método dos Elementos Finitos (MEF).....29
3.1 Cálculo da matriz de flexibilidade de um elemento de eixo com trinca 29
3.1.1. Dedução dos coeficientes de flexibilidade adicional baseados na mecânica da fratura linear. 29
3.1.2. Matriz de flexibilidade de um elemento sem trinca.....31
3.1.2.1. Inclusão do efeito de cisalhamento (Deformação cisalhante).....32
3.1.2.2. Cálculo da Matriz de Rigidez de um Elemento de Viga Livre -livre em Flexão.....34
3.1.3. Matriz de flexibilidade de um elemento com trinca.....36
3.1.4. Matriz elementar de rigidez de um elemento com trinca.....40
3.2 Aplicação do modelo de Mayes usando o Método dos Elementos Finitos (MEF).....43
CAPÍTULO IV 45
Cálculo da resposta dinâmica do rotor com e sem trinca no regime transiente 45
4.1 Método de Newmark.....46

CAPÍTULO V.....55
Experimento: Medição da resposta dinâmica no regime transiente de um rotor flexível com e sem trinca 55
5.1 Descrição da bancada.....55
5.2 Instrumentação.....57
5.2.1. Sensores de deslocamento.....57
5.2.2. Sensor de velocidade.....58
5.2.3. Placa de aquisição 6024E.....59
5.3 Sistema de aquisição 59
5.4 Medição da freqüência natural do rotor.....61
5.5 Ajuste do modelo do rotor sem trinca 63
5.6 Dados experimentais do rotor sem trinca 65
5.6.1. Medições no regime permanente.....65
5.6.2. Medições no regime transiente 66
5.7 Dados experimentais do rotor com trinca 70
5.7.1. Medições no regime permanente.....70
5.7.2. Medições no regime transiente 73
CAPÍTULO VI.....79
Identificação de um rotor com trinca: Comparação dos resultados experimentais e simulações.....79
6.1 Comparação dos resultados experimentais entre o rotor com trinca e sem trinca. 79
6.2 Comparação dos resultados teóricos com os resultados experimentais para o rotor com trinca. 87
6.2.1. Comparação da resposta teórica do rotor com e sem trinca 87
6.2.2. Comparação da resposta teórica e a resposta experimental do rotor com trinca 90
6.3 Resultados de simulações 90
6.3.1. Simulações com variação na severidade da trinca 90
6.3.2. Simulações com variação nas condições de desbalanceamento.....92
CAPÍTULO VII.....95
Conclusões e Perspectivas.....95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....99
ANEXO 1 101
Disenhos da bancada 101

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Rotor de Jeffcot.....10
Figura 2.2 – Indicação dos sistemas de coordenadas inerciais e rotativas.....10
Figura 2.3 – Influência da força peso do rotor no estado da trinca.....12
Figura 2.4 – Variação da rigidez na direção do eixo da trinca em coordenadas rotativas, segundo o modelo de Gasch (hinge model).....12
Figura 2.5 – Variação dos termos principais da matriz de rigidez em coordenadas inercias no modelo de Gasch (hinge model).....14
Figura 2.6 – Variação do termo cruzado da matriz de rigidez em coordenadas inerciais no modelo de Gasch (hinge model).....14
Figura 2.7 – Variação da rigidez nas coordenadas rotativas no Modelo de Mayes.....17
Figura 2.8 – Variação dos termos principais da matriz de rigidez em coordenadas inerciais no modelo de Mayes modificado.....18
Figura 2.9– Variação do termo cruzado da matriz de rigidez em coordenadas inerciais no modelo de Mayes modificado.....18
Figura 2.10 – Exemplo de variação da rigidez em coordenadas rotativas no modelo *switching*.....19
Figura 2.11 - Exemplo de variação dos termos principais de rigidez em coordenadas inerciais no modelo *switching*.....20
Figura 2.12 –Exemplo de variação do termo cruzado em coordenadas inerciais no modelo *switching*.....20
Figura 2.13 – Ilustração dos modos de falha.....23
Figura 2.14 – Forças e momentos agindo na seção da trinca.....25
Figura 3.1 – Coeficientes de flexibilidade adimensionais em função da severidade da trinca. 30
Figura 3.2 - Viga engastada-livre.....31
Figura 3.3 – Representação da deformação cisalhante da viga.....32
Figura 3.4 – Elemento de viga livre-livre em flexão.....34
Figura 3.5 - Elemento de eixo com trinca localizada.....37
Figura 3.6 – Porção sem trinca (entre os pontos R e B).....38
Figura 4.1 – Fluxograma do algoritmo principal. Main.m.....48
Figura 4.2 – Fluxograma da função data.m.....49
Figura 4.3 – Fluxograma para o caso do rotor sem trinca.....50
Figura 4.4 – Fluxograma para o rotor com trinca no regime permanente.....51

Figura 4.5 - Fluxograma função K_rot2.m 52
Figura 4.6 - Fluxograma função fem_trans.m.....53
Figura 4.7 – Fluxograma da função force.m.....54
Figura 5.1 – Acoplamento usado na bancada.....56
Figura 5.2 Esquema da bancada indicando as principais partes.....56
Figura 5.3 – Vista geral da bancada 57
Figura 5.4 –Circuito usado para o sensor de velocidade e sinal de saída no tempo.....58
Figura 5.5 – Foto do sensor de velocidade no instante que é interrompida a luz pelo disco.58
Figura 5.6– Sistema de aquisição e instrumentação utilizada.....60
Figura 5.7 – Janela principal do programa de aquisição no Labview.....60
Figura 5.8 – Resultado do teste de impacto na direção horizontal.....61
Figura 5.9 – *Zoom* do teste de impacto na direção horizontal indicando o período 62
Figura 5.10 - *Zoom* do teste de impacto na direção vertical indicando o período.....62
Figura 5.11 – Modelo discretizado do rotor. 63
Tabela 5.1 – Coordenadas dos nós. 63
Figura 5.12 – Diagrama de Campbell do rotor sem trinca.....64
Figura 5.13 – Evolução das aptidões dos indivíduos na aplicação dos algoritmos genéticos 64
Figura 5.14 – Resposta do rotor sem trinca no regime permanente sem massas de desbalanceamento, a 1818 rpm.....66
Figura 5.15 - Resposta do rotor sem trinca no regime permanente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 90°. 1851 rpm. 66
Figura 5.16 – Resposta do rotor sem trinca no regime transiente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 270°. 67
Figura 5.17 – Resposta do rotor sem trinca na passagem pela velocidade de ½X da velocidade crítica.....68
Figura 5.18 – Rotor sem trinca com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 180°.....69
Figura 5.19 – Trinca no eixo.....70
Figura 5.20 – Rotor com trinca no regime permanente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 0° - 1857 rpm.....71
Figura 5.21 - Rotor com trinca no regime permanente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 180° - 1725 rpm.....72
Figura 5.22 - Rotor com trinca no regime permanente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 90 ° - 1863 rpm.....72

Figura 5.23 – Comparação das órbitas para massas de desbalanceamento de 1.42 e 2.84 gramas na mesma posição angular, 90° com velocidades de rotação similares. 73
Figura 5.24 – Rotor com trinca e 1.42 gr @ 90° de desbalanceamento. 74
Figura 5.25 - Rotor com trinca e 1.42 gr @ 270° de desbalanceamento. 75
Figura 5.26 – Rotor com trinca na partida e parada com 1.42 gr @ 180° de desbalanceamento. 76
Figura 5.27 – Rotor com trinca com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 0° e uma taxa de aceleração baixa. 77
Figura 5.28 – Comparação da resposta no tempo entre o sinal antes e na passagem pela ½X da velocidade crítica com a mesma taxa de aceleração da figura 5.27. 77
Figura 6.1 – Comparação da resposta aos testes de impacto na direção horizontal dos rotores com e sem trinca. 80
Figura 6.2 - Comparação da resposta aos testes de impacto na direção vertical dos rotores com e sem trinca 81
Figura 6.3 – Velocidade de rotação para a amplitude máxima de vibração na direção vertical com 1.42 gr @ 270°. a - Rotor sem trinca. b - Rotor com trinca. 82
Figura 6.4 – Rotor com trinca na passagem pela ½X da velocidade crítica. 84
Figura 6.5 – Resposta do rotor com trinca na passagem pela ? X da velocidade crítica. 85
Figura 6.6 – Resposta do rotor com trinca na passagem pela ¼X da velocidade crítica. 86
Figura 6.7 – Comparação da resposta do rotor com e sem trinca para a mesma condição de desbalanceamento e taxa de aceleração. 88
Figura 6.8 – Respostas no tempo e órbitas teóricas na passagem por ? X e ½X da velocidade crítica. 89
Figura 6.9 – Variação dos elementos (25,25) e (26,26) da matriz global de rigidez. 89
Figura 6.10 – Comparação da resposta no tempo na direção vertical para diferentes severidades de trinca na passagem pela ½X da velocidade crítica. 91
Figura 6.11 – Órbitas do rotor na passagem pela ½X da velocidade crítica com uma taxa de aceleração de 20 rad/s^2. 92
Figura 6.12 – Resposta no tempo na passagem pelas velocidades ½X e ? X da velocidade crítica para um desbalanceamento de 2.42 gramas e diferentes posições angulares. 93
Figura 6.13 – Órbitas na passagem pela ? X da velocidade crítica para um desbalanceamento nas posições angulares de 0° e 90°. 94
Figura 6.14 – Órbitas na passagem pela ½X da velocidade crítica para um desbalanceamento nas posições angulares de 0°, 90°, 180° e 270°. 94

Simbologia

A	Área do eixo
a	Profundidade da trinca
c	Amortecimento
c_1	$\cos(q)$
c_{ij}	Coeficiente de flexibilidade na direção *i* devido a forca *j*.
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[C_a^0]$	Matriz de flexibilidade no comprimento a sem trinca
$[C_b^0]$	Matriz de flexibilidade no comprimento b sem trinca
$[C_c]$	Matriz de flexibilidade do elemento com trinca
$[C_1]$	Matriz de flexibilidade adicional considerando flexão pura
D	Diâmetro do disco
d	Diâmetro do eixo
E	Módulo de Young
F	Força
F_{crack}	Matriz de flexibilidade adicional devido a trinca
F_n	Função de forma
$f(t)$	Função de passo
$\{F\}$	Vetor de forças
g	Força de gravidade
G	Módulo de rigidez transversal
$[G]$	Matriz giroscópica
h	Comprimento total do elemento de seção do eixo com trinca
h_o	Termo principal da matriz de flexibilidade do rotor sem trinca
I	Momento de Inércia
I_d	Momento de inércia do elemento com falha
J	Função densidade de energia
K_I, K_{II}, K_{III}	Fator de intensidade de esforços do modo de falha I, II e III respectivamente.
K_{hh}	Rigidez do rotor na direção *h*
K_{hx}, K_{xh}	Termos cruzados da matriz de rigidez em coordenadas rotativas

K_0	Termo principal da matriz de rigidez
$[K]$	Matriz de rigidez
$[K_c]^e$	Matriz de rigidez elementar de um elemento com trinca
L	Comprimento do elemento de disco
m	Massa
M	Momento Fletor
$[M]$	Matriz de massa
P_i	Força na direção *i*
P_n	Força na direção n
R	Raio do eixo
S	Area da seção do eixo
s_1	$sen(q)$
$[T]$	Matriz de transformação
u	Deslocamento na direção do eixo X
U	Energia de deformação
X,Y,Z	Sistema inercial de coordenadas
$\{X\}$	Vetor de deslocamento
a	Comprimento do elemento de seção do eixo com trinca
b	Ângulo da massa de desbalanceamento
d	Vetor de deslocamentos
Δh	Flexibilidade adicional devida à trinca
e	Excentricidade
f	Posição angular do rotor em torno do eixo de rotação.
g_{YZ}	Deformação cisalhante da viga
h	Eixo do sistema rotativo de coordenadas
$[j]$	Matriz de flexibilidade da viga engastada-livre
Π	Matriz de Transformação para coordenadas inerciais
q	Rotação em torno do eixo X
s	Esforço
t	Parâmetro de precisão e estabilidade do método de Newmark
n	Relação de Poisson
n	Parâmetro de precisão e estabilidade do método de Newmark

w	Deslocamento na direção do eixo Y
Ω	Velocidade de rotação [rad/seg]
w_s, u_s	Translação devida ao cisalhamento
w_b, u_b	Translação devida à flexão
x	Eixo do sistema rotativo de coordenadas
y	Rotação em torno do eixo Z

Burbano, Christian R, 2005, “Identifiacação de Falhas em máquinas rotativas”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais.

Resumo

Neste trabalho apresenta-se um estudo do comportamento dinâmico de um rotor com trinca no regime transiente, tanto na parada como na partida. Foi desenvolvido um modelo matemático-computacional de um rotor com trinca e foram também realizados testes experimentais com vistas à validação do modelo. Para o estudo experimental, foi construida uma bancada constituida por um rotor flexível horizontal com um disco rígido montado na posição média do comprimento. A resposta experimental do rotor foi comparada para os casos com e sem trinca. Para tanto, foram usados dois eixos, um com trinca e, o outro, sem trinca. Os testes experimentais foram feitos para diferentes taxas de aceleração e condições de desbalanceamento.

Para o estudo teórico da resposta dinâmica do rotor com trinca, foi determinada a matriz de flexibilidade para um elemento com falha, uma vez aplicado o modelo de trinca de Mayes modificado. O modelo do rotor foi obtido através do método dos elementos finitos, e para o cálculo da resposta dinâmica no regime transiente foi utilizado o método de integração numérica de Newmark.

O modelo foi validado mediante a comparação dos resultados teóricos com os experimentais, tendo sido mostrado que o Modelo de Mayes modificado representa adequadamente o comportamento dinâmico de um rotor com trinca.

Foram feitas simulações para estudar a influência das taxas de aceleração, da intensidade do desbalanceamento presente no sistema e da severidade da trinca sobre o comportamento do rotor com trinca no regime transiente.

Palavras chaves: Diagnóstico de Falhas, Rotor com trinca, Regime transiente, Dinâmica de Rotores.

Burbano, Christian R, 2005, "Fault Diagnosis in Rotating Machinery", M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais.

Abstract

The dynamic behavior of a cracked shaft was studied both in run-up and run-down transient motion. A mathematical model of the shaft was developed, and experimental tests were performed in order to validate the model. A experimental testing rig was conducted, containing an horizontal flexible rotor with a rigid disc in the mid point between the bearings. Experimental and theoretical responses were compared for both cracked and uncracked shafts. All tests were done for several acceleration rates and unbalance conditions.

For the theoretical study of dynamic response of the cracked shaft, the stiffness matrix for a cracked element was deduced, using the modified crack Model of Mayes. The rotor model was obtained by using the finite elements method. The equations of motion were integrated in the time domain by using Newmark method to obtain the transient response.

Comparing theoretical and experimental results validated the model. For this purpose, the modified Mayes model was used to represent the dynamic response of the crached shaft.

Further simulations were conducted to study the influence of acceleration rates, unbalance amplitude/orientation and crack severity on the response of a cracked shaft, running on transient motion.

Key words: Fault diagnosis, Cracked shaft, transient motion, dynamic response, flexible rotors.

CAPÍTULO I

Introdução

O homem sempre está procurando aproveitar as máquinas da melhor forma possível, fazendo-as mais eficientes, o que faz com que os componentes sejam cada vez mais solicitados, além do que as velocidades de operação são cada vez mais elevadas. Os padrões de segurança exigem também que a operação das máquinas tenha um nível satisfatório de confiabilidade e disponibilidade. Uma das ferramentas mais usadas nos últimos tempos para garantir a confiabilidade das máquinas rotativas tem sido o monitoramento do seu comportamento vibratório.

O diagnóstico das máquinas rotativas e a identificação de falhas mediante o monitoramento das vibrações, estão baseados na idéia de que uma mudança no comportamento da máquina implica uma mudança nos parâmetros mecânicos associados ou nas condições de operação. A principal vantagem do monitoramento por análise de vibrações é que normalmente não se exige a parada da máquina, o que permite manter a disponibilidade da planta. Para identificar uma falha mediante a análise de vibrações é imprescindível ter esta bem caracterizada, isto é, conhecer as modificações no comportamento vibratório devido a cada uma das possíveis falhas ou excitações que atuam sobre a máquina, ainda que se achem presentes mais de uma falha ou excitações, simultaneamente.

Na maquinaria rotativa existem alguns tipos de excitação impossíveis de se eliminar totalmente, como o desbalanceamento, e alguns que quase sempre estão presentes, como o desalinhamento. Nas máquinas usadas para geração de energia, por exemplo, sempre estão presentes esforços térmicos e mecânicos nos rotores. Estas excitações junto com outras características do funcionamento das máquinas causam fadiga. Isto, somado a possíveis defeitos do material, normalmente degeneram em falhas das partes constitutivas

do rotor, seja a curto a no longo prazo. Verifica-se, portanto, que a possibilidade de falha é uma presença constante ao se considerar as máquinas rotativas, algo cuja importância não pode ser desconsiderada.

Das possíveis falhas nas máquinas rotativas, provavelmente as trincas nos rotores causam os maiores danos. Por isto a pesquisa na procura de métodos para sua detecção tem evoluído ativamente nos últimos 30 anos (Penny e Friswell, 2003). Na detecção de trincas em rotores, os métodos de detecção direta, tais como ultra-som, radiação infravermelha e partículas magnéticas, nem sempre têm se mostrado eficientes, devido aos altos níveis de ruídos verificados nas estruturas de turbomáquinas complexas. Praticamente, o principal inconveniente destes métodos é que somente podem ser usados com a máquina fora de operação, o que é indesejável quando se está procurando um tipo de monitoramento que permita manter a confiabilidade e disponibilidade do equipamento, ao mesmo tempo.

No desenvolvimento do monitoramento por vibrações, procura-se identificar comportamentos vibracionais característicos associados a problemas como desbalanceamento, folgas mecânicas excessivas, pistas danificadas de rolamentos, dentre outros, permitindo fácil associação entre o sinal medido e o defeito. Em assim fazendo, pode-se promover a oportuna manutenção da máquina. Neste contexto, uma preocupação importante tem a ver com a identificação do comportamento vibratório de um rotor com trinca. Neste sentido, os pesquisadores têm concentrado seus esforços no desenvolvimento de modelos que permitem estudar o comportamento vibracional devido às mudanças dos diferentes parâmetros que caracterizam as trincas. Conseqüentemente, a principal motivação para o desenvolvimento deste trabalho está na compreensão do comportamento vibratório de um rotor com trinca. Nas máquinas de grande porte, e especialmente nos rotores flexíveis, que possuem uma baixa relação diâmetro/comprimento e operam acima da primeira ou segunda velocidade crítica, as forças devidas ao desbalanceamento são menores do que o peso do rotor. No caso de um rotor sem trinca, a rigidez escrita nas coordenadas fixas é constante; se o rotor tem uma trinca, esta abrirá e fechará com a rotação do rotor, isto é, a rigidez em coordenadas fixas mudará com a rotação, sendo este efeito conhecido na literatura internacional como "*breathing*".

O *"breathing"* tem sido de particular interesse na modelagem do comportamento das trincas nos rotores. A literatura propõe dois grupos de modelos do efeito abre-fecha para calcular a flexibilidade introduzida pela trinca (Saavedra e Cuitiño, 2002). O primeiro grupo calcula a rigidez determinando, para cada posição angular, a parcela da trinca que está aberta. A parcela aberta é determinada pela região onde o sinal do fator de intensidade de esforço é positivo. O segundo grupo calcula a rigidez em duas posições, quando a trinca

está completamente aberta e quando está completamente fechada, e assumem uma função de variação da rigidez entre estes dois pontos extremos.

É claro que o efeito primário da presença de uma trinca num rotor é claramente uma redução localizada da rigidez do sistema. Este efeito localizado não influencia a rigidez das regiões do rotor distantes da seção transversal contendo à trinca. Sem importar o tipo de modelo de trinca usado, a rigidez efetiva total do rotor já não é mais simétrica (Green and Casey, 2003).

A maioria dos pesquisadores tem usado o rotor de Laval com uma trinca no ponto médio para o estudo do comportamento vibracional do rotor com trinca. Já um rotor real, com seção transversal variável e uma trinca localizada em uma posição longitudinal qualquer, precisa ser modelado como um sistema de vários graus de liberdade.

O objetivo principal deste trabalho é o estudo do comporotamento vibracional dum rotor com trinca no regime transiente. Isto é feito em duas partes, uma experimental e uma teórica. Na primeira, é construída uma bancada experimental para medir a resposta do sistema no regime transiente de um rotor, para os casos com e sem trinca. O rotor consiste de um eixo flexível com um disco na posição média, sendo a trinca localizada no meio do comprimento do eixo. A medição é feita com sensores de deslocamento nas direções vertical e horizontal na posição do disco. A identificação dos parâmetros de rigidez do rotor sem trinca é feita usando técnicas de problemas inversos, a partir da identificação experimental das freqüências naturais e do método dos algoritmos genéticos. Estes parâmetros são usados para ajustar o modelo matemático do rotor sem trinca. A parte teórica consiste em aplicar o modelo de trinca de Mayes modificado ao modelo ajustado do rotor sem trinca. Para a modelagem do rotor é usado o método dos elementos finitos. Os resultados das simulações do rotor com trinca são comparados com os resultados experimentais. Para o cálculo da resposta no regime transiente é usado o método de integração de Newmark (Pacheco,1996). O modelo proposto permite fazer simulações para diferentes severidades e localizações de trinca ao longo do eixo, e também para diferentes condições de desbalanceamento. O programa foi escrito em Matlab ®.

A dissertação está dividida em seis capítulos, a saber: no capítulo inicial é apresentada uma introdução ao problema de caracterização do comportamento dos rotores com trincas, assim como as motivações que levaram ao desenvolvimento deste trabalho, encontrando-se também neste capítulo uma revisão bibliográfica sobre o tema. No capítulo II explicam-se as características dos modelos matemáticos de trinca considerados mais importantes, de acordo com a literatura. A aplicação do modelo de Mayes usando o método dos elementos finitos é apresentada no capítulo III. As equações de movimento para o regime transiente, e o cálculo da resposta usando o método de Newmark são apresentados

no capítulo IV, onde se encontra também o algoritmo desenvolvido em Matlab ®. No capítulo V trata-se da descrição do experimento para medição da resposta do rotor para os casos com e sem trinca, e a identificação dos parâmetros de rigidez para o rotor sem trinca usando algoritmos genéticos. Os resultados dos experimentos e a comparação com as simulações são apresentados no capítulo VI. O capítulo VII finaliza a dissertação apresentando as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

1.1. Revisão Bibliográfica

Os primeiros trabalhos nesta matéria foram feitos nos anos 70, sendo que um deles foi um projeto teórico-experimental feito por Mayes e Davies no ano de 1976, eles usaram um rotor simples com um disco na posição média suportado por mancais rígidos. A trinca foi modelada teoricamente usando o princípio do trabalho virtual e aplicando o princípio da conservação da energia para descrever seu comportamento. Foi encontrado que as equações de movimento do sistema são não lineares, devido à força de desbalanceamento agindo sobre a trinca e causando o fenômeno conhecido como "*breathing*". Os autores concluíram que quando a força síncrona é da ordem do peso do rotor, o efeito da trinca sobre a resposta na freqüência 1X somente é significativo quando a fase entre o desbalanceamento e a trinca está entre –45 e 135 graus, e a máxima resposta é obtida quando o vetor de desbalanceamento está em uma fase relativa de +45°. Fora destes limites o eixo tende a se comportar como se não tivesse trinca (Nelson e Nataraj, 1986).

No mesmo ano, Gash modelou o "breathing" através de uma dobradiça com uma mola carregada (spring-loaded hinge). Este modelo inclui flexibilidade adicional para a trinca no período que está aberta, e diminui a flexibilidade quando está fechada. Os resultados numéricos mostraram características similares às de um eixo com propriedades de rigidez assimétricas, isto é, ressonância na velocidade crítica média e instabilidade antes da primeira velocidade crítica. Além disso, foram encontradas ressonâncias nas relações 1/3 e 2/3 da velocidade crítica (Nelson e Nataraj, 1986).

A contribuição de Mayes e Gash foi muito importante no estudo do comportamento dos rotores com trincas. Tanto que, ainda hoje, tais modelos são bastante utilizados.

O estudo feito por Ziebarth sobre a influência da magnitude e orientação do desbalanceamento mostrou que, em velocidades específicas, existem mudanças na amplitude, na medida em que a trinca cresce, dependendo da quantidade e orientação do desbalanceamento presente no sistema (Nelson e Nataraj, 1986).

A influência da quantidade e orientação do desbalanceamento foi estudada experimentalmente por Inagaki, concluindo que a fase entre o eixo da trinca e o

desbalanceamento é extremamente importante no comportamento do rotor. Para a modelagem, foi usado o método das matrizes de transferência, sendo que o mecanismo do "*breathing*" foi representado por uma função passo envolvendo o momento fletor. As funções passo não lineares foram linearizadas mediante sua expansão em séries de Fourier (Nelson e Nataraj, 1986).

Grabowski e Graboswski e Mahrenholtz entre os anos 1978 e 1982 usaram uma formulação modal para pesquisar o comportamento de um rotor com trinca. Eles desenvolveram um modelo teórico da trinca. Este modelo apresentou uma boa correlação com os experimentos estáticos. O modelo foi aplicado posteriormente num modelo dinâmico do rotor. Da solução numérica das equações, eles concluíram que as vibrações em 1X e 2X são independentes do tamanho e posição do desbalanceamento. Grabowski, no ano 1982, concluiu que a fase da resposta é importante, uma vez que a amplitude resultante pode ser menor do que a amplitude original (Nelson e Nataraj, 1986). Muszynska, no ano de 1982, considerou dois tipos de modelo para a trinca, o "*breathing*" e o "*gap*", ambos como mudanças localizadas da rigidez. Ela desenvolveu a solução para o modelo tipo "*gap*", sendo o desbalanceamento e a gravidade considerados como excitação, e concluiu que o incremento na amplitude de vibração na freqüência 1X devido à trinca é maior do que o incremento na freqüência 2X. Em 1982 Nilsson concluiu, de resultados experimentais, que as alterações na amplitude das vibrações devido à trinca não são representativas, e, portanto, o vetor de vibração deve ser medido e monitorado para detecção de falhas. Ele aponta que, com a finalidade de predizer trincas em rotores, um fator muito importante é a sensibilidade do rotor à evolução da trinca, comparada com as alterações devido às mudanças normais em potência, temperatura, etc. Ele inferiu dos seus resultados que somente as freqüências 1X e 2X precisam ser monitoradas e que os harmônicos maiores são bastante amortecidos. Em 1983 Dimarogonas e Papadopoulos fizeram os cálculos da flexibilidade local de um eixo com trinca e verificaram-os experimentalmente. Eles reportaram que a ressonância sub-harmônica é uma fonte de informação para a identificação de eixos com trinca (Nelson e Nataraj, 1986).

Mayes e Davies em 1983 estenderam seu primeiro trabalho e compararam os resultados experimentais com um modelo analítico simples, e mostraram que para trincas pequenas, o eixo comporta-se como um eixo ranhurado (slotted shaft). Os autores comentam que se deve considerar técnicas de mecânica da fratura no estudo do comportamento dinâmico de trincas em rotores. Eles sugerem o uso de um mecanismo abre/fecha senoidal ao longo de uma revolução do rotor (Mayes e Davies, 1984)

Em 1986 foi apresentado um modelo de elementos finitos de um rotor com trinca. O elemento com falha leva em conta o "*breathing*", sendo este modelado por uma função

periódica "*switching*" que, por sua vez, é função da curvatura do rotor na posição da trinca. Esta função estabelece que quando a curvatura do eixo é negativa (trinca aberta), a mudança local da rigidez é diretamente proporcional à magnitude da curvatura (Nelson e Nataraj, 1986).

Quatro anos depois, Jun apresentou um modelo de trinca desenvolvido a partir do método tradicional de mecânica da fratura. Tanto os termos de rigidez cruzados como os diretos foram incluídos na análise, para representar o comportamento da trinca quando está parcialmente aberta. Usando somente os termos diretos, a trinca pode estar totalmente aberta ou totalmente fechada. Na realidade, no entanto, existe um período de tempo no qual a trinca está parcialmente aberta. Considera-se então que este modelo representa mais adequadamente o comportamento da trinca do que o modelo "switching". Os autores encontraram que uma trinca pode ser identificada na freqüência 2X. Isto porque a resposta devido ao desbalanceamento nesta freqüência é menos significativa do que na 1X, permitindo que a resposta devido à trinca seja mais facilmente identificada nesta freqüência (Jun et all, 1992a).

Gasch, no ano 1993, introduziu o método de perturbação na sua análise, permitindo que os termos cruzados da rigidez fôssem excluídos mediante a suposição de um comportamento dominado pelo peso do rotor. O trabalho recomenda formas para detecção de trincas através do monitoramento da deflexão estática média por longos períodos de tempo e da análise da sua tendência. Foi reportado que a presença de uma trinca pode ser diagnosticada mediante a análise das vibrações, já que as respostas nas freqüências 1X, 2X e 3X aumentam com o crescimento da trinca (Edwards et all, 1998).

A utilização de bancos de filtros Kalman para detectar a posição e severidade de uma trinca também foi implementada, onde cada um dos filtros representa um cenário de falha diferente, podendo a falha ser diagnosticada avaliando a probabilidade de ocorrência de cada um dos cenários apresentados (Seibold e Weinert, 1996).

Saavedra e Cuitiño no ano 2002 apresentaram uma análise dinâmica teórica e experimental de um rotor com trinca. Para modelar o sistema por MEF, desenvolveram um elemento de eixo circular com falha. O comportamento da rigidez foi inicialmente analisado usando a teoria da mecânica da fratura, mas já que este modelo requer um esforço computacional considerável, foi desenvolvido um modelo simplificado do "breathing". O sistema de equações não lineares foi resolvido usando o método de integração Hilbert,Hughes e Taylor implementado no Matlab. Os autores concluem que existem ressonâncias sub-harmônicas quando a velocidade de rotação coincide com frações inteiras da velocidade critica.

O método dos algoritmos genéticos foi usado para a identificação de falhas num rotor, conforme relatado por Simões. O rotor foi discretizado aplicando o MEF, e o elemento com falha foi modelado através de um elemento com momento de inércia que considera uma variação na seção transversal pela presença da trinca. Este modelo é explicado mais detalhadamente na seção 2.5.(Corrêa, 2002).

Num dos últimos trabalhos publicados, são analisados três modelos de trinca diferentes para um rotor de Jeffcot na sua passagem pela velocidade critica e as ressonâncias sub-harmônicas. Os modelos analisados são o "*breathing*" baseado na teoria da mecânica da fratura, o "*switching*" e o "*open crack*" ou trinca aberta. Os efeitos da taxa de aceleração, a profundidade da trinca e o amortecimento no comportamento do "*breathing*" são estudados. Os autores concluem que as mudanças na orientação da órbita quando o rotor passa pelas ressonâncias sub-harmônicas pode ser um método promissor para a identificação de rotores com trinca. Foi encontrado que a taxa de aceleração, o ângulo de orientação do desbalanceamento, a severidade e o amortecimento influem no comportamento da trinca. A comparação dos três modelos mostrou que a diferença entre o modelo "*breathing*" e "*switching*" quando as forças de desbalanceamento são baixas, não é considerável. No entanto, quando as forças são apreciáveis, o modelo "breathing" representa melhor o comportamento do sistema, resultando em respostas maiores do que as obtidas com o modelo "*switching*". Os dois modelos anteriores mostraram presença de harmônicos superiores (3X, 5X) que causam as correspondentes ressonâncias sub-harmônicas. O modelo "*open crack*" somente mostrou o segundo harmônico dominante (Darpe e Gupta, 2003).

CAPÍTULO II

Descrição dos modelos matemáticos mais importantes para rotores com trincas

Este capítulo apresenta cinco modelos matemáticos de trincas, sendo que quatro deles são os modelos usados na maioria dos trabalhos sobre rotores com trincas. Apresenta-se desde os modelos mais simples e básicos como o modelo de Gasch, até os modelos mais complexos e sofisticados como aquele baseado na mecânica da fratura. Também se inclui neste capítulo o modelo da região de falha uniforme usado por Corrêa (2002) em sua dissertação.

2.1. Equações de movimento de um rotor de Jeffcot em coordenadas rotativas

Considera-se um rotor de Jeffcot, constituído por um disco rígido de diâmetro D, localizado no ponto médio de um eixo flexível de comprimento L, diâmetro d e seção transversal uniforme, cujo material é homogêneo e sua massa desprezível. O rotor é suportado por mancais rígidos. O amortecimento c supõe-se igual nas duas direções. A excentricidade entre o centro de massa do disco e o centro geométrico do eixo é ε; β é o ângulo entre o desbalanceamento e o eixo da trinca. Na figura 2.1 apresenta-se um esquema do rotor acima descrito. Na figura 2.2 apresenta-se a nomenclatura e os sistemas de coordenadas adotados.

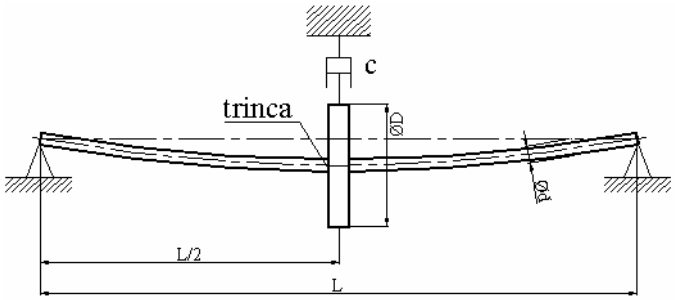


Figura 2.1 – Rotor de Jeffcot

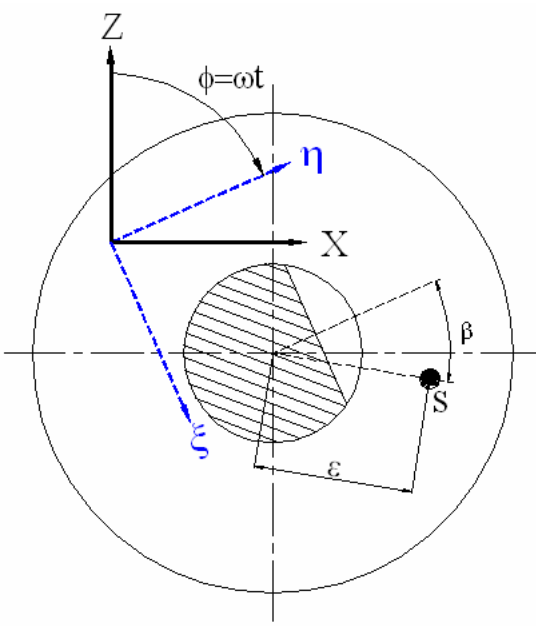


Figura 2.2 – Indicação dos sistemas de coordenadas inerciais e rotativas.

O sistema X, Y,Z corresponde ao sistema inercial de coordenadas. Os deslocamentos em cada uma das coordenadas são: u, y, w, respectivamente.

O sistema η,ξ corresponde ao sistema rotativo de coordenadas.

O ponto S indica a localização do centro de massa do disco.

Considera-se uma aceleração angular $\ddot{f}$. Os deslocamentos na direção Y não são considerados. O desbalanceamento e a força de gravidade são as únicas excitações consideradas. As equações resultantes são:

$$m(\ddot{h} - 2\dot{f}\dot{x} - \dot{f}^2 h) + c(\dot{h} - \dot{f}x) + K_{hh}h + K_{hx}x = m\varepsilon.\dot{f}^2\cos(b) - mg\cos(\dot{f}) + \ddot{f}m\varepsilon.sen(b) \tag{2.1}$$

$$m(\ddot{x} + 2\dot{f}\dot{h} - \dot{f}^2 x) + c(\dot{x} + \dot{f}h) + K_{xh}h + K_{xx}x = m\varepsilon.\dot{f}^2 sen(b) + mg\ sen(f) - \ddot{f}me\cos(b) \tag{2.2}$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \dot{f}\begin{bmatrix} 0 & -2m \\ 2m & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{hh} & K_{hx} \\ K_{xh} & K_{xx} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} h \\ x \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -c\dot{f} \\ c\dot{f} & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} h \\ x \end{Bmatrix} +$$

$$+\begin{bmatrix} -\dot{f}^2 m & 0 \\ 0 & -\dot{f}^2 m \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} h \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m.e.\dot{f}^2 \cos(b) - mg\cos(f) + \ddot{f}me\ sen(b) \\ m.e.\dot{f}^2 sen(b) + mg\ sen(f) - \ddot{f}me\cos(b) \end{Bmatrix} \tag{2.3}$$

2.2. Modelo de Gasch (hinge model)

De maneira geral, sabe-se que o deslocamento é igual à flexibilidade vezes a força. Pensando na situação de um eixo com trinca, esta vai produzir uma flexibilidade adicional no eixo. Assim, expressando este resultado em coordenadas rotativas tem-se:

$$\begin{Bmatrix} h \\ x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 + \Delta h_h & 0 \\ 0 & h_0 + \Delta h_x \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} f_h \\ f_x \end{Bmatrix} \tag{2.4}$$

O modelo de Gasch foi formulado para trincas pouco profundas. Por esta razão, e já que neste tipo de trincas a influência da flexibilidade na direção cruzada Δh_x é desprezível, este modelo somente leva em conta a flexibilidade adicional na direção do eixo da trinca.

Assim, a idéia principal desta formulação é considerar dois estados, quais sejam, com a trinca totalmente aberta ou totalmente fechada. Estes dois estados são determinados pelo valor de uma função que, por sua vez, depende do valor da coordenada rotativa η. A formulação deste modelo em coordenadas rotativas é:

$$\begin{Bmatrix} h \\ x \end{Bmatrix} = \left(\underbrace{\begin{bmatrix} h_0 & 0 \\ 0 & h_0 \end{bmatrix}}_{\text{flexibilidade do eixo sem trinca}} + f(t)\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta h_{h,\max} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{flexibilidade adicional com a trinca aberta}} \right)\begin{Bmatrix} f_h \\ f_x \end{Bmatrix} \tag{2.5}$$

sendo:

$$f(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \begin{matrix} para & h \le 0 \\ para & h > 0 \end{matrix} \tag{2.6}$$

Quando f(t)=0, não se tem flexibilidade adicional, e a matriz de flexibilidade é igual à de um eixo sem trinca, indicando assim que esta se encontra fechada. É claro que os termos da matriz de flexibilidade são dependentes da resposta do rotor, resultando em equações diferenciais não lineares para caracterizar o movimento do sistema.

Supondo que o comportamento do rotor é dominado pelo seu peso, o valor da deflexão estática determina o sinal do deslocamento na coordenada η, conforme mostrado na figura 2.3.

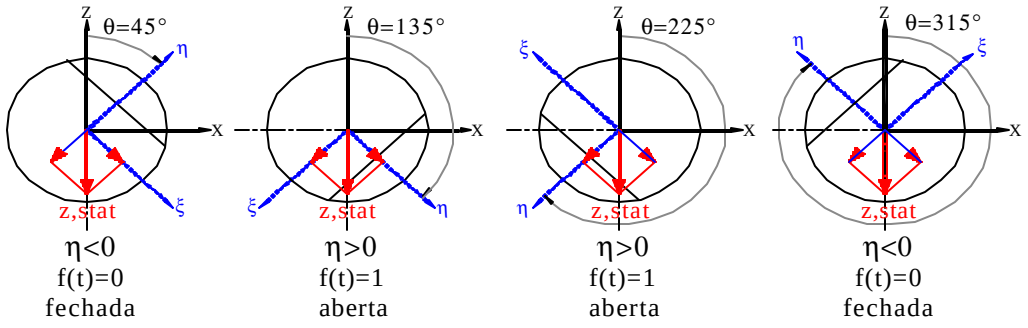


Figura 2.3 – Influência da força peso do rotor no estado da trinca.

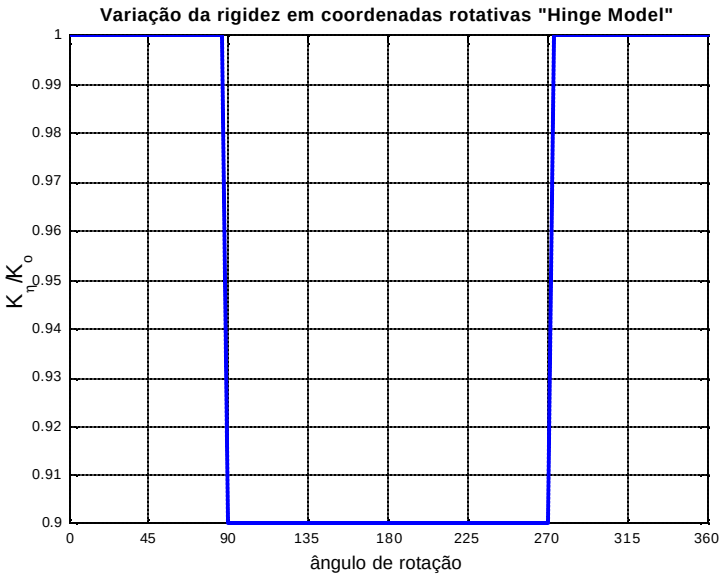


Figura 2.4 – Variação da rigidez na direção do eixo da trinca em coordenadas rotativas, segundo o modelo de Gasch (*hinge model*)

Da figura 2.2 pode-se deduzir a matriz de transformação que relaciona as coordenadas rotativas com o sistema inercial.

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} h \\ x \end{Bmatrix}}_{u_{ROT}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(f) & sen(f) \\ -sen(f) & \cos(f) \end{bmatrix}}_{T} \underbrace{\begin{Bmatrix} z \\ x \end{Bmatrix}}_{u_{INER}} \tag{2.7}$$

Para se obter a matriz de rigidez nas coordenadas inerciais, tem-se que inverter a expressão (2.5), ficando:

$$\begin{Bmatrix} f_h \\ f_x \end{Bmatrix} = \underbrace{\left(\begin{bmatrix} K_0 & 0 \\ 0 & K_0 \end{bmatrix} - f(t) \begin{bmatrix} \Delta K_h & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right)}_{K_{ROT}} \begin{Bmatrix} h \\ x \end{Bmatrix} \tag{2.8}$$

Substituindo (2.4) em (2.5) tem-se:

$$\begin{Bmatrix} f_h \\ f_x \end{Bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} K_0 & 0 \\ 0 & K_0 \end{bmatrix} - f(t) \begin{bmatrix} \Delta K_h & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) [T] \begin{Bmatrix} z \\ x \end{Bmatrix} \tag{2.9}$$

onde:

K_0: Rigidez do eixo sem trinca.

ΔK_h , ΔK_x : Variação da rigidez devido à trinca em cada uma das direções η e ξ.

Sabendo que as forças nas coordenadas inerciais são obtidas pela expressão:

$$\{f\}_{INER} = [T]^T \{f\}_{ROT} \tag{2.10}$$

e que:

$$\{f\}_{INER} = [K]_{INER} \{u\}_{INER} \tag{2.11}$$

então a matriz de rigidez nas coordenadas inerciais é dada pela expressão:

$$K_{INER} = [T]^T [K]_{ROT} [T] \tag{2.12}$$

Fazendo as operações indicadas na expressão (2.12), obtém-se:

$$K_{INER} = \begin{bmatrix} K_0 & 0 \\ 0 & K_0 \end{bmatrix} - f(t) \begin{bmatrix} c_1^{\,2}\Delta K_h & s_1 c_1 \Delta K_h \\ s_1 c_1 \Delta K_h & s_1^{\,2}\Delta K_h \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

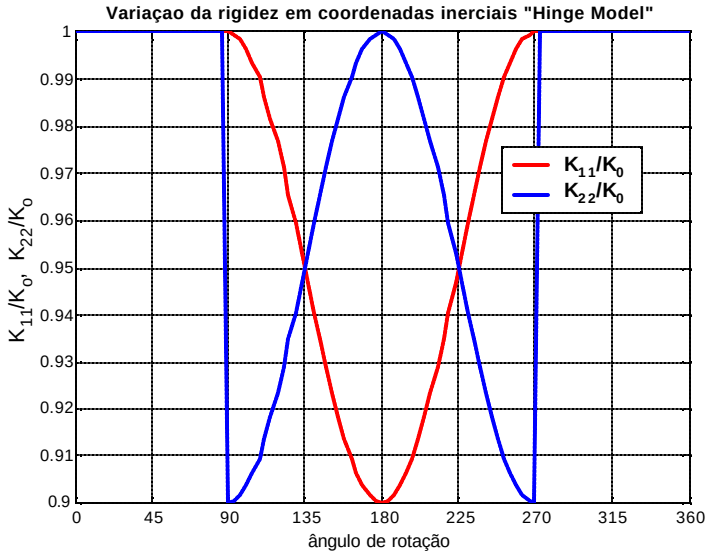


Figura 2.5 – Variação dos termos principais da matriz de rigidez em coordenadas inercias no modelo de Gasch (*hinge model*)

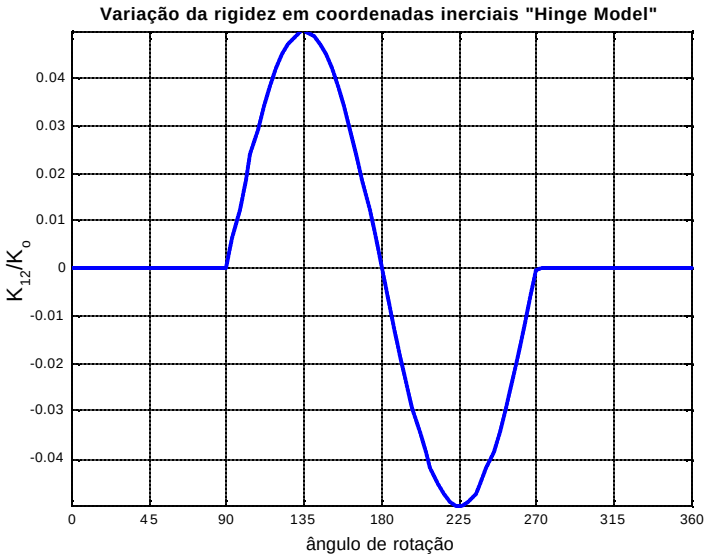


Figura 2.6 – Variação do termo cruzado da matriz de rigidez em coordenadas inerciais no modelo de Gasch (*hinge model*).

2.3. Modelo de Mayes Modificado:

Fazendo referencia à figura 2.2, a rigidez em cada uma das coordenadas rotativas neste modelo é definida pelas equações abaixo:

$$K_h(f) = K_{M_h} + K_{D_h}\cos(f) \tag{2.14}$$

e

$$K_x(f) = K_{M_x} + K_{D_x}\cos(f) \tag{2.15}$$

onde:

$$K_{M_x} = \frac{1}{2}(K_0 + K_x) \tag{2.16}$$

$$K_{D_x} = \frac{1}{2}(K_0 - K_x) \tag{2.17}$$

$$K_{M_h} = \frac{1}{2}(K_0 + K_h) \tag{2.18}$$

$$K_{D_h} = \frac{1}{2}(K_0 - K_h) \tag{2.19}$$

Substituindo as expressões (2.16) a (2.19) nas expressões (2.14) e (2.15), tem-se:

$$K_h(f) = \frac{1}{2}(K_0 + K_h) + \frac{1}{2}(K_0 - K_h)\cos(f) \tag{2.20}$$

$$K_x(f) = \frac{1}{2}(K_0 + K_x) + \frac{1}{2}(K_0 - K_x)\cos(f) \tag{2.21}$$

Quando $\cos(f)$ = 1, isto é, considerando $f = wt$, para f assumindo os valores 0, 2π, 4π, etc, tem-se que as expressões (2.20) e (2.21) ficam:

$$K_h(f) = \frac{1}{2}K_0 + \frac{1}{2}K_h + \frac{1}{2}K_0 - \frac{1}{2}K_h = K_0 \tag{2.22}$$

$$K_x(f) = \frac{1}{2}K_0 + \frac{1}{2}K_x + \frac{1}{2}K_0 - \frac{1}{2}K_x = K_0 \tag{2.23}$$

Ou seja, a rigidez em cada uma das coordenadas rotativas é igual à rigidez do eixo sem trinca, indicando que a trinca encontra-se completamente fechada.

Quando $\cos(f) = -1$, as expressões (2.20) e (2.21) ficam, semelhantemente:

$$K_h(f) = \frac{1}{2}K_0 + \frac{1}{2}K_h - \frac{1}{2}K_0 + \frac{1}{2}K_h = K_h \tag{2.24}$$

$$K_x(f) = \frac{1}{2}K_0 + \frac{1}{2}K_x - \frac{1}{2}K_0 + \frac{1}{2}K_x = K_x \tag{2.25}$$

As expressões acima indicam que, neste caso, a trinca encontra-se completamente aberta e a rigidez em cada uma das coordenadas rotativas é igual à rigidez nos coordenadas η e ξ da seção do eixo com trinca.

Na figura 2.7 apresenta-se a variação da rigidez em função do ângulo de rotação em coordenadas rotativas. Somente têm-se coeficientes de rigidez nos eixos η e ξ, já que estes coincidem com as direções dos eixos principais de inércia, e não se está considerando a possibilidade de abertura parcial da trinca. Neste caso os termos cruzados são nulos.

A matriz de rigidez em coordenadas rotativas fica:

$$K_R = \begin{bmatrix} K_h(f) & 0 \\ 0 & K_x(f) \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

A rigidez expressa em coordenadas fixas pode ser determinada da mesma forma que no modelo de Gasch. Após fazer as devidas operações, a matriz de rigidez em coordenadas inerciais fica:

$$K_F = \begin{bmatrix} c_1^{\,2}K_h + s_1^{\,2}K_x & s_1c_1(K_x - K_h) \\ s_1c_1(K_x - K_h) & s_1^{\,2}K_h + c_1^{\,2}K_x \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

sendo $c_1 = \cos(f)$ e $s_1 = sen(f)$

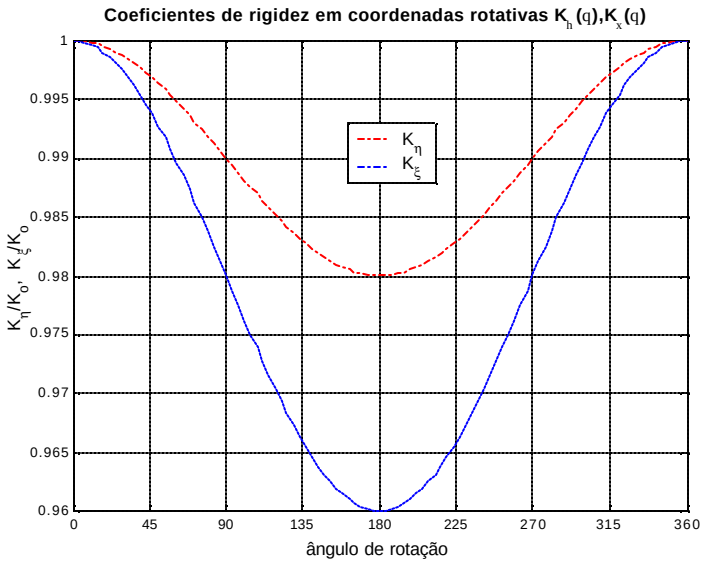


Figura 2.7 – Variação da rigidez nas coordenadas rotativas no Modelo de Mayes.

Após realizar algumas simplificações tem-se que os termos da matriz *KF* ficam:

$$K_{F11} = \frac{1}{2}\left(K_0 + c_1 K_0 + (1 - c_1)(c_1^{\,2} K_h + s_1^{\,2} K_x)\right) \tag{2.28}$$

$$K_{F22} = \frac{1}{2}\left(K_0 + c_1 K_0 + (1 - c_1)(s_1^{\,2} K_h + c_1^{\,2} K_x)\right) \tag{2.29}$$

$$K_{F12} = K_{F21} = \frac{1}{2} s_1 c_1 \left[K_x (1 - c_1) + K_h (c_1 - 1)\right] \tag{2.30}$$

Nas figuras 2.8 e 2.9 apresenta-se a variação da rigidez em coordenadas fixas para um eixo com trinca, onde a relações entre a rigidez nas direções η e ξ e a rigidez do eixo sem trinca são iguais a 0.96 e 0.98, respectivamente.

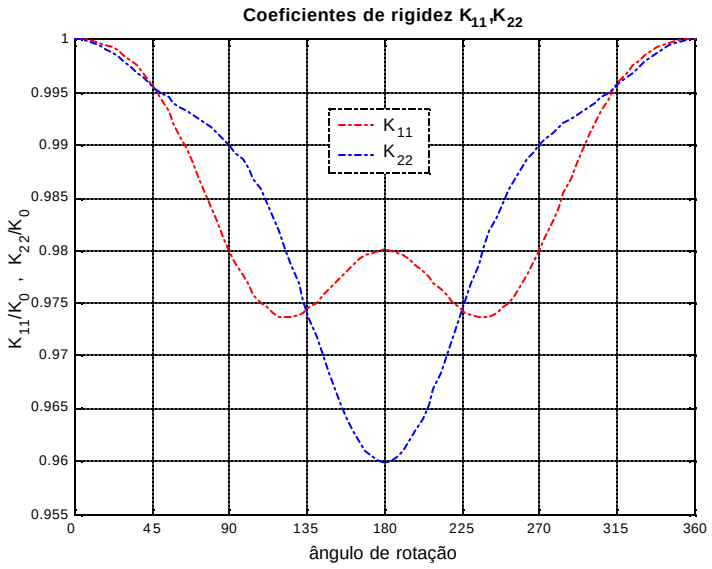


Figura 2.8 – Variação dos termos principais da matriz de rigidez em coordenadas inerciais no modelo de Mayes modificado.

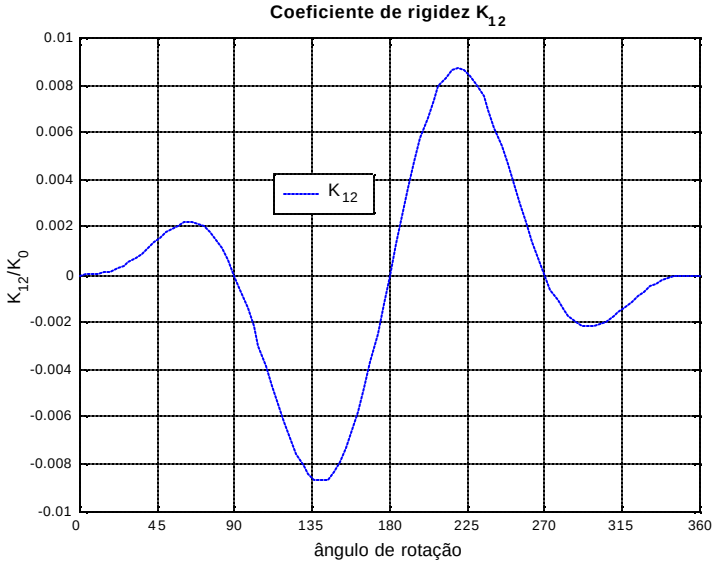


Figura 2.9– Variação do termo cruzado da matriz de rigidez em coordenadas inerciais no modelo de Mayes modificado.

2.4. Modelo "SWITCHING"

Neste modelo consideram-se também dois estados distintos para a trinca, quais sejam: totalmente aberta ou totalmente fechada (daí denominar-se "*switching*"). De maneira geral este modelo representa uma melhora do modelo de Gasch, onde o valor da rigidez vai depender do sinal da resposta na direção correspondente ao eixo da trinca, η. A principal diferença com relação ao modelo "*hinge*" de Gasch é que, neste, são consideradas as alterações nos termos de rigidez nas duas direções, η e ξ.

As equações de movimento (2.1) e (2.2), para o caso do modelo *switching*, considerando velocidade angular constante, $\dot{f} = \Omega$, são (Jun et al., 1992 b):

$$m(\ddot{h} - 2\Omega\dot{x} - \Omega^2 h) + c(\dot{h} - \Omega x) + \left[K_0 - \frac{K_0 - K_h}{2}\{1 + \mathrm{sgn}(h)\}\right]h = me\Omega^2 \cos(b) - mg\cos(\Omega t) \quad (2.31)$$

$$m(\ddot{x} + 2\Omega\dot{h} - \Omega^2 x) + c(\dot{x} + \Omega h) + \left[K_0 - \frac{K_0 - K_x}{2}\{1 + \mathrm{sgn}(h)\}\right]x = me\Omega^2 sen(b) + mgsen(\Omega t) \quad (2.32)$$

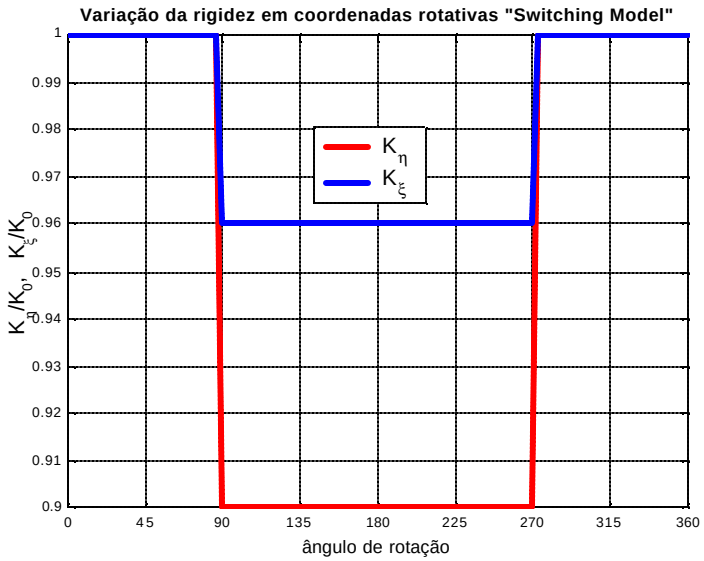


Figura 2.10 – Exemplo de variação da rigidez em coordenadas rotativas no modelo *switching*.

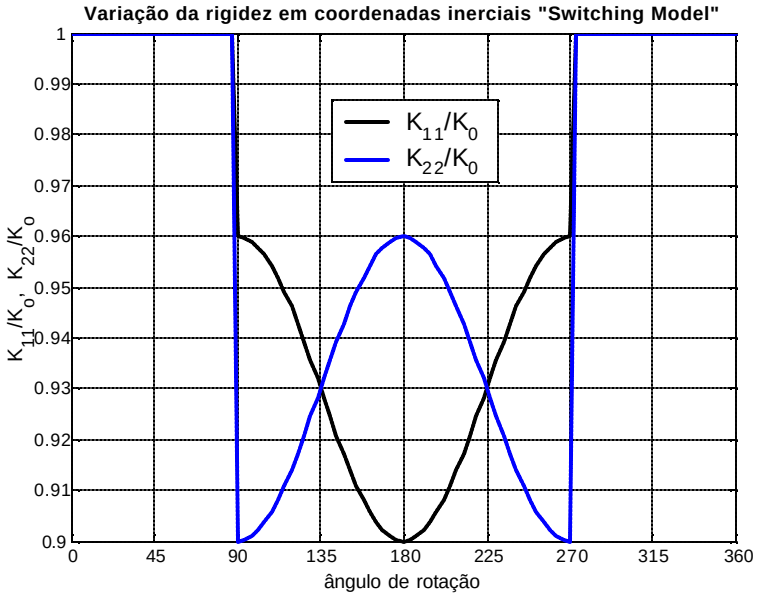


Figura 2.11 - Exemplo de variação dos termos principais de rigidez em coordenadas inerciais no modelo *switching*.

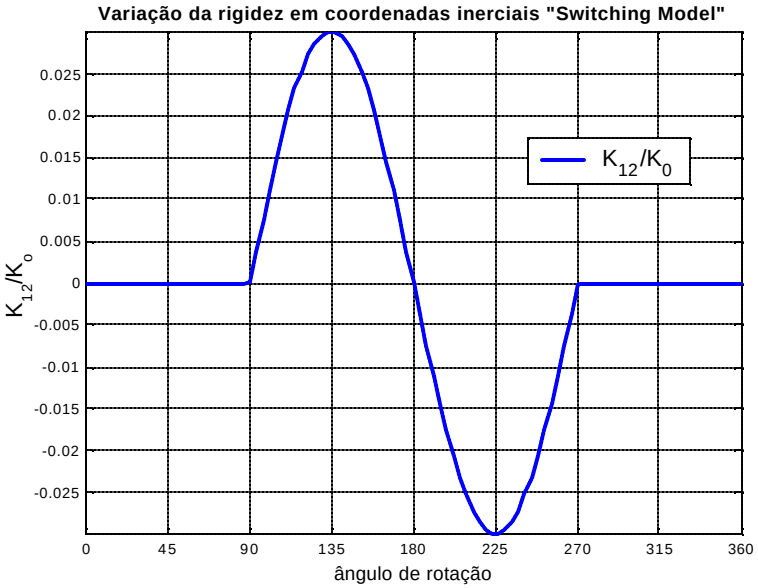


Figura 2.12 –Exemplo de variação do termo cruzado em coordenadas inerciais no modelo *switching*

2.5. Modelo da região de falha uniforme

Este modelo não considera o efeito "*breathing*". A falha é modelada considerando que o eixo possui uma região com um dano localizado, onde a falha é considerada uniforme por unidade de comprimento.

Uma aplicação deste modelo foi feita inicialmente Chen e Ku (1991). Neste trabalho os autores supõem um eixo em balanço com um disco na extremidade livre. É assumido que existe uma região do eixo com dano, e o efeito deste é representado pela presença de uma falha no intervalo a<y<b. Assume-se também que os deslocamentos axiais são o suficientemente pequenos para serem desprezados.

Os graus de liberdade considerados são duas translações, u(y,t) e w(y,t) nas direções X e Z, e duas rotações $q(y,t)$ e $y(y,t)$ em torno dos eixos X e Z, respectivamente. As duas translações (u,w) são devidas à flexão e ao efeito do cisalhamento; as rotações são devidas somente à flexão. Estas relações podem ser expressas da seguinte maneira:

$$u(y,t) = u_b(y,t) + u_s(y,t) \tag{2.33}$$

$$w(y,t) = w_b(y,t) + w_s(y,t) \tag{2.34}$$

$$q(y,t) = \frac{\partial w_b(y,t)}{\partial y} \tag{2.35}$$

$$y(y,t) = -\frac{\partial u_b(y,t)}{\partial y} \tag{2.36}$$

A energia de deformação dentro da região com falha, incluindo a energia devido ao cisalhamento, é dada pela expressão:

$$U^d = \frac{1}{2}\int_a^b EK_b \left\{ \left(\frac{\partial^2 u_b}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \right)^2 \right\} dy + \frac{1}{2}\int_a^b GK_s \left\{ \left(\frac{\partial^2 u_s}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \right)^2 \right\} dy \tag{2.37}$$

As constantes K_b e K_s na expressão (2.37) medem o comprometimento das propriedades do material na região com dano e refletem a capacidade da região danificada em armazenar energia de deformação.

A expressão para a energia de deformação de um eixo uniforme, com falha, incluindo as contribuições devidas à flexão e ao cisalhamento, é:

$$U = \frac{1}{2}\int_0^L EI\{R_b\}dy + \frac{1}{2}\int_0^L kGA\{R_s\}dy + \frac{1}{2}\int_a^b E(K_b - I)\{R_b\}dy + \frac{1}{2}\int_a^b G(K_b - kA)\{R_s\}dy \qquad (2.38)$$

sendo:

$$\{R_b\} = \left(\frac{\partial^2 u_b}{\partial y^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2}\right)^2; \quad \{R_s\} = \left(\frac{\partial^2 u_s}{\partial y^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2}\right)^2$$

Este modelo foi usado por Corrêa (2002) na sua de dissertação de mestrado, considerando somente a energia de deformação devido à flexão. O método dos elementos finitos foi usado para modelar um rotor vertical flexível com três discos, para o qual foram considerados quatro graus de liberdade por nó, sendo duas rotações e duas translações. O procedimento usado para a obtenção da matriz de rigidez do elemento de eixo com falha é semelhante ao descrito por Lalanne e Ferraris (1998) para obtenção da matriz de rigidez de um elemento de eixo geral. Este procedimento é possível em decorrência da consideração de que o aparecimento de uma falha tem a ver com a diminuição do momento de inércia de área na parte danificada do eixo, provocando perda na rigidez do eixo, modificando o comportamento dinâmico do rotor. A suposição de distribuição uniforme da falha permite supor que, na região com falha, o comprometimento das propriedades do material é igual nas direções z e x, isto é, não é considerada nenhuma assimetria decorrente da falha.

Desta forma, a diferença entre a matriz de rigidez clássica de um elemento de eixo não danificado e a de um elemento com falha, encontra-se na constante I_d da equação (2.39). Para um elemento sem falha, I representa o momento de inércia de área. Já em um elemento com falha, embora o significado físico seja semelhante ao momento de inércia, I_d mede a deterioração das propriedades do material do eixo dentro da região danificada.

A matriz de rigidez de um elemento com falha é dada por:

$$K = \frac{EI_d}{L^3(1+a)}\begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \qquad (2.39)$$

onde:

$$a = \frac{12EI_d}{GSL^2} \qquad (2.40)$$

e o vetor deslocamentos:

$$d = [u_1 \;\; w_1 \; q_1 \; y_1 \; u_2 \;\; w_2 \; q_2 \; y_2]^T \tag{2. 41}$$

2.6. Modelo “breathing” baseado na mecânica da fratura

2.6.1 Modos de falha

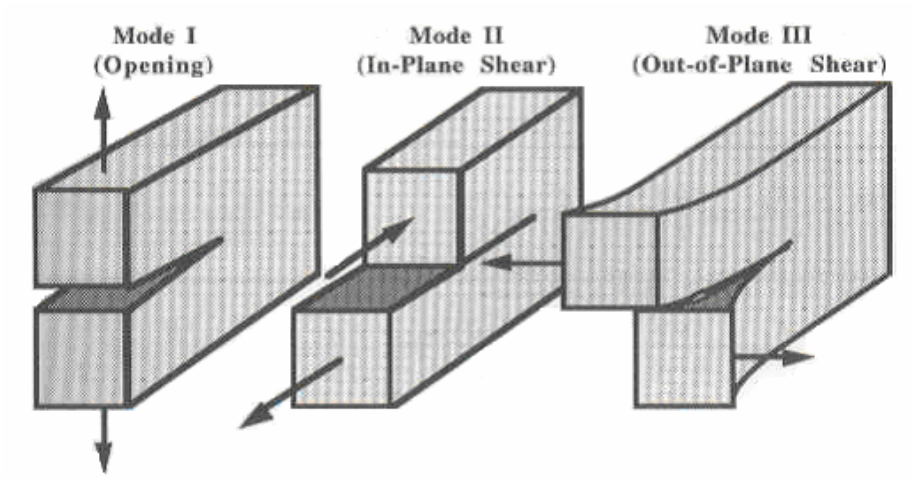


Figura 2.13 – Ilustração dos modos de falha

Para iniciar estudos relacionados com o aparecimento de fratura em uma peça estrutural, é necessário identificar os possíveis modos em que esta pode falhar (figura 2.13). Esta sistematização, relacionada com os “modos de carregamento”, foi introduzida por Irwin e permite estudar a concentração de tensões na ponta da trinca e os modos de propagação desta (Oller, 2001).

Identificam-se três modos básicos de carregamento, que descrevem três movimentos cinematicamente independentes (Oller, 2001):

Modo I (modo de tração): As faces da trinca separam-se quase paralelamente entre si. Supõe-se que neste modo somente estão presentes as tensões de tração.

Modo II (modo de cisalhamento): As faces da trinca deslizam-se uma sobre a outra. Supõe-se que neste modo somente estão presentes as tensões tangenciais.

Modo III (modo de cisalhamento fora do plano): As faces da trinca deslizam-se lateralmente uma em relação à outra. Supõe-se que também neste modo somente estão presentes as tensões tangenciais.

Na prática, o Modo I tem sido o mais estudado e onde se tem encontrado resultados experimentais satisfatórios. A dificuldade está em que raramente se tem a ocorrência destes modos de forma isolada. Ao contrário, no caso geral, a propagação da fratura apresenta-se como uma combinação dos três modos básicos mencionados. Neste caso, dize-se que se tem um "modo de fratura mista".

Num problema de fratura mista, as contribuições individuais do esforço são aditivas, isto é:

$$s_{ij}^{total} = s_{ij}^{(I)} + s_{ij}^{(II)} + s_{ij}^{(III)} \tag{2.42}$$

2.6.2 Fator de intensificação de tensão (SIF)

Trata-se de um parâmetro que caracteriza as condições da ponta da trinca em um material elástico linear. Se o fator de intensificação de tensão é conhecido, a distribuição de tensões pode ser calculada (Anderson, 1995).

De forma geral pode-se dizer que o fator de intensificação de tensão é representado pela tensão aplicada multiplicada por uma função que depende das propriedades geométricas, tanto do corpo em consideração, como da trinca.

Para materiais lineares elásticos, os componentes individuais de tensão, deformação e deslocamentos são aditivos. Por exemplo, duas tensões normais na direção *x* impostas por forças externas diferentes podem ser somadas para se obter a tensão total s_{xx}. Entretanto, uma tensão normal não pode ser somada com um esforço cortante. Similarmente, os fatores de intensificação de tensão são aditivos sempre que o modo de carregamento seja consistente. Isto é dado por:

$$K_I^{(TOTAL)} = K_I^{(A)} + K_I^{(B)} + K_I^{(C)} + ... \tag{2.43}$$

$$K^{(TOTAL)} \neq K_I + K_{II} + K_{III} \tag{2.44}$$

2.6.3 Flexibilidade local de um eixo com trinca

A geometria da seção do eixo onde se encontra a trinca e a geometria da trinca são apresentadas na figura 2.14. A profundidade da trinca é *a* e o raio do eixo é dado por *R*.

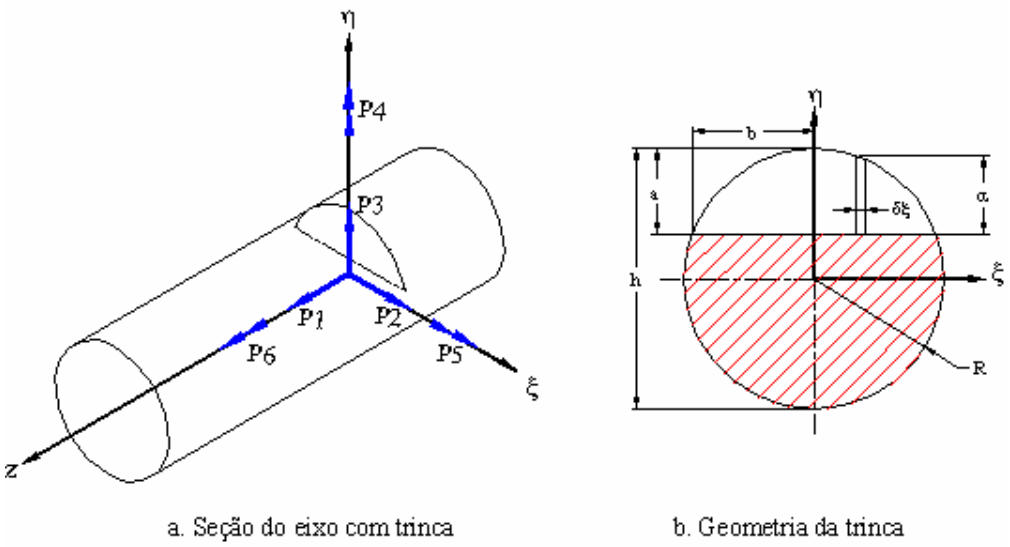


Figura 2.14 – Forças e momentos agindo na seção da trinca

O eixo tem flexibilidade local devido à trinca em várias direções, dependendo da direção das forças aplicadas (Dimarogonas e Paipetis, 1983). Um deslocamento generalizado, *ui*, na direção *i*, é obtido usando o teorema do Castigliano. Se U_T é a energia de deformação devido à trinca, o teorema do Castigliano diz que o deslocamento adicional devido à força *Pi* é:

$$u_i = \frac{\partial U_T}{\partial P_i} \tag{2.45}$$

A energia de deformação tem a forma:

$$U_T = \int_0^a J(a)da \tag{2.46}$$

Portanto,

$$u_i = \frac{\partial}{\partial P_i}\int_0^a J(a)da \tag{2.47}$$

A equação acima é conhecida como equação de Paris. A função de densidade de energia de deformação tem a forma geral:

$$J = \frac{1-\nu^2}{E}\left[\left(\sum_{i=1}^{6} K_{Ii}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{6} K_{IIi}\right)^2 + (1+\nu)\left(\sum_{i=1}^{6} K_{IIIi}\right)^2\right] \tag{2.48}$$

Onde v é a razão de Poisson, E é o módulo de Young, e Kni é o fator de intensificação de tensão na trinca para o modo n devido a Pi. O fator de intensificação de tensão para uma porção de eixo contendo uma trinca de profundidade a é obtido por:

$$K_{ni} = s_i \sqrt{pa}\, F_n\left(\frac{a}{h}\right) \tag{2.49}$$

onde s_i representa os esforços devidos às forças Pi na trinca, $F_n\left(\frac{a}{h}\right)$ são as funções de forma, e h é o comprimento total da porção de eixo, como indicado na figura 2.14.

A flexibilidade adicional devido à trinca pode ser escrita como:

$$c_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \int_0^a J(a)\, da \tag{2.50}$$

A expressão (2.50), após a integração ao longo do eixo da trinca, fica:

$$c_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \int_{-b}^{b} \int_0^a J(a)\, da\, dx \tag{2.51}$$

Para uma trinca com a geometria mostrada na figura 2.14, considerando que a deformação no eixo é devida somente à ação de um momento fletor puro, a função densidade de energia de deformação é dada por:

$$J = \int_{-b}^{b} \frac{(1-v) K_I^{\,2}(x)}{E} dx \tag{2.52}$$

A tensão de flexão, de uma maneira geral, é dada por:

$$s = \frac{M.c}{I} \tag{2.53}$$

O momento fletor P_5 para a seção de eixo indicada na figura 2.14 é dado por:

$$s_5 = \frac{4 P_5 (a'/2)}{pR^4} \tag{2.54}$$

sendo:

$$\frac{a'}{2} = \sqrt{R^2 - x^2} \tag{2.55}$$

O fator de intensificação de tensão devido a P_5 é:

$$K_{I5} = \frac{4P_5}{pR^4}\sqrt{R^2 - x^2}\sqrt{pa}\,F_2(a/a') \tag{2.56}$$

sendo:

$$F_2(a/a') = \sqrt{\frac{2a'}{pa}\tan\frac{pa}{2a'}}\,\frac{0.923 + 0.199(1 - \sin\frac{pa}{2a'})}{\cos\frac{pa}{2a'}} \tag{2.57}$$

A equação (2.51) resulta em:

$$c_x = c_{55} = \frac{1 - v^2}{E}\int_0^a\int_{-b}^b \frac{32}{p^2R^8}(R^2 - x^2)pa\,F_2^2(a/a')\,da\,dx \tag{2.58}$$

Para um momento P_4 sobre o eixo η, o esforço é dado por:

$$s_4 = \frac{4P_4x}{pR^4} \tag{2.59}$$

O fator de intensificação de tensão devido ao momento P_4 é:

$$K_{I4} = \frac{4P_4}{pR^4}x\sqrt{pa}\,F_1(a/a') \tag{2.60}$$

onde a função de forma para a trinca em questão é:

$$F_1(a/h) = \sqrt{\frac{2a'}{pa}\tan\frac{pa}{2a'}}\,\frac{0.752 + 2.02(a/a') + 0.37\left(1 - \sin\frac{pa}{2a'}\right)^3}{\cos\left(\frac{pa}{2a'}\right)} \tag{2.61}$$

A expressão (2.51) resulta em:

$$c_h = c_{44} = \frac{1-\nu^2}{E}\int_0^a\int_0^b \frac{32x^2 a p F_1^2(a/a')}{p^2 R^8} da dx \tag{2.62}$$

O coeficiente c_{45}=c_{54} resulta em:

$$c_{xh} = c_{hx} = c_{45} = c_{54} = \frac{32(1-\nu^2)}{p^2 R^8 E}\int_0^a\int_{-b}^b \sqrt{R^2 - x^2}.x.a F_1(a/a')F_2(a/a')dx da \tag{2.63}$$

Sempre e quando estejam disponíveis as funções de forma para calcular os fatores de intensificação de tensão, a matriz geral de flexibilidade adicional devido à trinca pode ser construída com os coeficientes de flexibilidade, da seguinte forma:

$$F_{crack} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & c_{14} & c_{15} & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & 0 & 0 & c_{26} \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 & 0 & c_{36} \\ c_{41} & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & 0 \\ c_{51} & 0 & 0 & c_{54} & c_{55} & 0 \\ 0 & c_{62} & c_{63} & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

CAPÍTULO III

Aplicação do modelo de Mayes usando o Método dos Elementos Finitos (MEF)

Como foi mencionado no capítulo I, optou-se neste trabalho por usar o método dos elementos finitos (MEF) para modelagem do rotor. Neste contexto, é preciso obter a matriz de rigidez para um elemento com trinca. Usam-se como base para a aplicação do MEF as expressões dadas por Lalanne (Lalanne,1998). São considerados quatro graus de liberdade por nó.

Como considerações especiais tem-se que os coeficientes de flexibilidade são obtidos com base na teoria da mecânica da fratura linear; para o cálculo da matriz de flexibilidade adicional devido à trinca, o efeito das forças de cisalhamento não é levado em conta. O deslocamento axial e o carregamento na mesma direção são desprezados.

3.1 Cálculo da matriz de flexibilidade de um elemento de eixo com trinca

3.1.1 Dedução dos coeficientes de flexibilidade adicional baseados na mecânica da fratura linear

Quando uma trinca está presente num eixo, seu principal efeito é reduzir a rigidez, ou seja, o eixo se torna mais flexível. Uma das formas de se obter a rigidez de um elemento com trinca é primeiramente calcular a flexibilidade adicional. Para um eixo com trinca, como apresentado na figura 2.14, e sem levar em conta as forças de cisalhamento P_2 e P_3, e a força axial P_1 e o momento torçor P_6, isto é, considerando um estado de flexão pura, a matriz de flexibilidade adicional é dada por:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{54} & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

Resolvendo numericamente as integrais indicadas nas equações 2.58, 2.62 e 2.63, podem-se calcular os valores adimensionais dos coeficientes de flexibilidade em função da relação adimensional da profundidade da trinca e do diâmetro. Para verificar a validade das equações mencionadas e do algoritmo de integração numérica desenvolvido para calcular os coeficientes de flexibilidade, foram obtidos tais coeficientes, conforme mostrados na figura 3.1. Observa-se que estes coincidem com os apresentados por Green e Casey (2003).

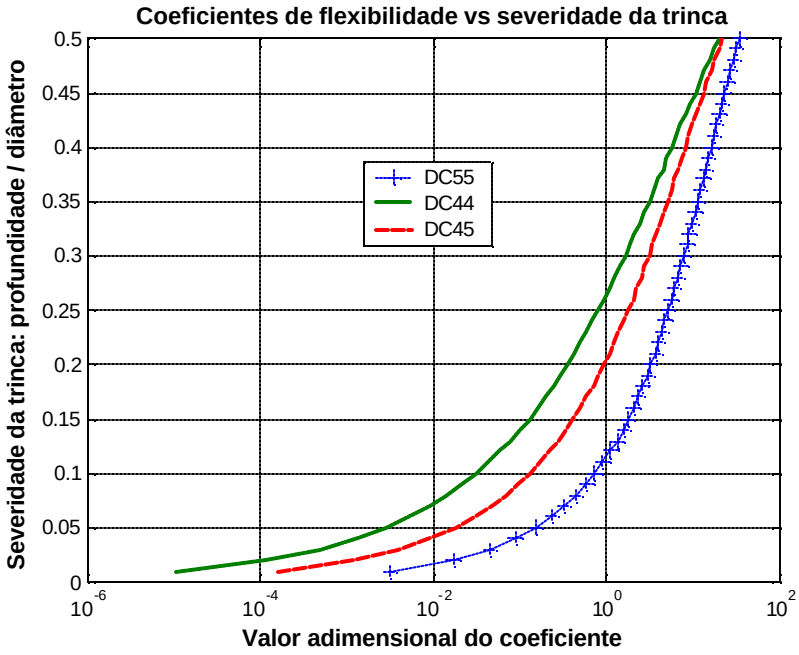


Figura 3.1 – Coeficientes de flexibilidade adimensionais em função da severidade da trinca.

3.1.2 Matriz de flexibilidade de um elemento sem trinca

Seja a viga representada abaixo:

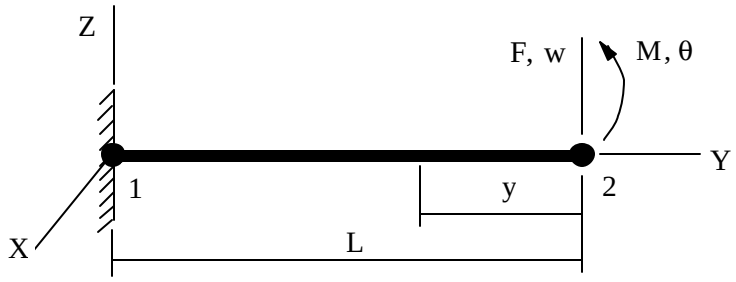


Figura 3.2 - Viga engastada-livre.

Na figura acima, (Y, Z) correspondem ao plano principal de flexão, F e M são respectivamente a força e o momento aplicados no nó 2.

Primeiramente vamos considerar somente o efeito do momento, e desprezar o efeito da força cortante. Ambos podem ser determinados respectivamente pelas seguintes equações:

$$T(y) = F \tag{3.2}$$

$$M(y) = M + F.y \tag{3.3}$$

A energia de deformação da viga em flexão pura, em função do momento aplicado no nó 2, pode ser determinada pela seguinte relação:

$$U_f = \int_0^L \frac{M(y)^2}{2EI_x} dy = \int_0^L \frac{(M + Fy)^2}{2EI_x} dy \tag{3.4}$$

Aplicando o segundo teorema de Castigliano, podem-se obter as expressões do deslocamento transversal e da rotação na extremidade da viga:

$$w = \frac{\partial U_f}{\partial F} = \int_0^L \frac{(M + Fy)}{EI_x} y dy = \frac{L^3}{3EI_x} F + \frac{L^2}{2EI_x} M \tag{3.5}$$

$$q = \frac{\partial U_f}{\partial M} = \int_0^L \frac{(M + Fy)}{EI_x} dy = \frac{L^2}{2EI_x} F + \frac{L}{EI_x} M \tag{3.6}$$

Das relações (3.5) e (3.6) anteriores, pode-se obter a seguinte relação matricial:

$$\begin{Bmatrix} w \\ q \end{Bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{EI_x}\begin{bmatrix} \frac{L^3}{3} & \frac{L^2}{2} \\ \frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix}}_{j} \begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} \tag{3.7}$$

Onde $[j]$ corresponde à matriz de flexibilidade da viga engastada-livre. Como conseqüência, a matriz de rigidez pode ser obtida da seguinte forma:

$$K = j^{-1} = \frac{EI_x}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & -6L \\ -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

3.1.2.1 Inclusão do efeito de cisalhamento (Deformação cisalhante)

Seja a Figura 3.3 abaixo que representa a deformação cisalhante da viga:

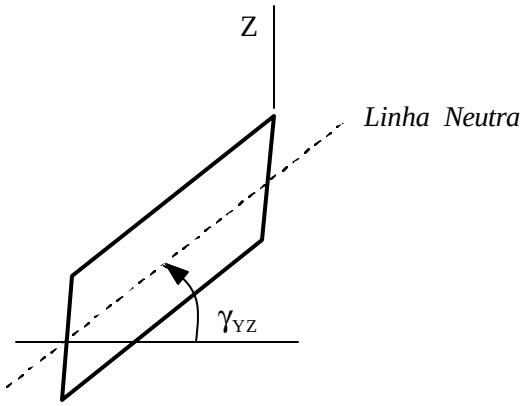


Figura 3.3 – Representação da deformação cisalhante da viga.

A deformação cisalhante da viga é calculada pela seguinte expressão:

$$g_{YZ} = \frac{t_{YZ}}{G} = \frac{F}{k_Z GS} \tag{3.9}$$

sendo que *kz* representa o fator de forma da seção cisalhante da viga segundo o eixo Z. Portanto, a flecha adicional Δw do deslocamento transversal devido ao esforço de cisalhamento é:

$$\Delta w = \gamma_{YZ} L = \frac{FL}{k_Z GS} \tag{3.10}$$

e a energia de deformação devido ao cisalhamento pode ser determinada a partir da seguinte equação:

$$U_c = \int_0^L \frac{k_Z GS}{2} g_{YZ}^2 dy = \int_0^L \frac{1}{2k_Z GS} F^2 dy = \frac{F^2 L}{2k_Z GS} \tag{3.11}$$

Aplicando o segundo teorema de Castigliano, pode-se obter a flecha adicional referente ao esforço cisalhante:

$$\Delta w = \frac{\partial U_c}{\partial F} = \frac{FL}{k_Z GS} \tag{3.12}$$

Desta forma, a flecha total referente ao movimento de flexão e ao efeito de cisalhamento pode ser obtida somando-se à equação (3.5) a expressão (3.12), o que permite obter a seguinte equação:

$$w = \left(\frac{L^3}{3EI_x} F + \frac{L^2}{2EI_x} M \right) + \Delta w = \underbrace{\left(\frac{L^3}{3EI_x} + \frac{L}{k_Z GS} \right)}_{A} F + \frac{L^2}{2EI_x} M \tag{3.13}$$

A relação acima pode ser convenientemente manipulada para fornecer:

$$w = \frac{L^3}{3EI_x} \left(1 + \frac{f_Z}{4} \right) F + \frac{L^2}{2EI_x} M \tag{3.14}$$

sendo:

$$\phi_Z = \frac{12EI_x}{k_Z GSL^2} \tag{3.15}$$

Desta forma, a relação matricial da flexibilidade da viga representada pela equação (3.7), incluindo o efeito do cisalhamento fica:

$$\begin{Bmatrix} w \\ q \end{Bmatrix} = \frac{1}{EI_x} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{L^3}{3}\left(1+\frac{f_Z}{4}\right) & \frac{L^2}{2} \\ \frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix}}_{j} \begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} \tag{3.16}$$

e a matriz de rigidez pode ser obtida de acordo com a seguinte relação:

$$K_{el} = j^{-1} = \frac{12EI_x}{L^3(1+f_Z)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-L}{2} \\ \frac{-L}{2} & \frac{(4+f_Z)L^2}{12} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

3.1.2.2 Cálculo da Matriz de Rigidez de um Elemento de Viga Livre-livre em Flexão

Considere-se um elemento de viga livre-livre em flexão, como mostrado na figura abaixo:

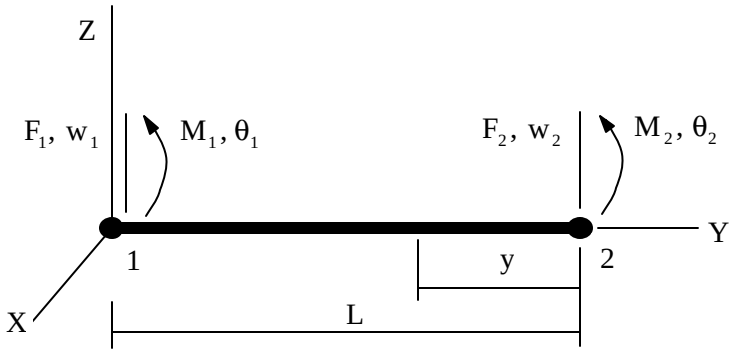


Figura 3.4 – Elemento de viga livre-livre em flexão

Ao contrário da viga engastada-livre mostrada na seção anterior (em que $w_1 = q_1 = 0$), no caso livre-livre, tem-se que $w_1 \neq 0$ e $q_1 \neq 0$.

As equações de equilíbrio das forças e dos momentos da viga livre-livre podem ser escritas da forma:

$$F_1 + F_2 = 0 \tag{3.18}$$

$$M_1 + F_2 L + M_2 = 0 \tag{3.19}$$

Escrevendo na forma matricial as equações (3.18) e (3.19), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -L & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\Pi} \begin{Bmatrix} F_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \tag{3.20}$$

Conhecendo a matriz de rigidez para uma viga engastada-livre, pode-se obter da matriz de rigidez para uma viga livre-livre através da relação:

$$K_{ll} = \Pi K_{el} \Pi^T \tag{3.21}$$

Isto é:

$$K = \frac{12EI_x}{L^3(1+f_Z)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -L & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-L}{2} \\ \frac{-L}{2} & \frac{(4+f_Z)L^2}{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

Esta equação permite obter a expressão da matriz de rigidez da viga livre-livre em flexão, considerando o plano OYZ:

$$K = \frac{12EI_x}{L^3(1+f_Z)} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & (4+f_Z)L^2 & -6 & (2-f_Z)L^2 \\ -12 & -6 & 12 & -6L \\ 6L & (2-f_Z)L^2 & (4+f_Z)L^2 & (4+f_Z)L^2 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

E o vetor de deslocamentos do elemento no plano considerado é:

$$d = \{w_1 \quad q_1 \quad w_2 \quad q_2\}^T . \tag{3.24}$$

Similarmente, para o plano OXY, tem-se a matriz de rigidez da viga à flexão para o caso livre-livre:

$$K = \frac{12EI_x}{L^3(1+f_X)}\begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & (4+f_X)L^2 & 6L & (2-f_X)L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & (2-f_X)L^2 & 6L & (4+f_X)L^2 \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

sendo:

$$f_X = \frac{12EI_z}{k_X GSL^2} \tag{3.26}$$

e o vetor de deslocamentos do elemento no plano considerado é:

$$d = \{u_1 \quad y_1 \quad u_2 \quad y_2\}^T \tag{3.27}$$

Admitindo que $I_x = I_z$ e que $k_x = k_z = 1$, a matriz de rigidez global da viga livre-livre em flexão é:

$$K = \frac{EI}{L^3(1+a)}\begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

sendo:

$$a = \frac{12EI}{GSL^2} \tag{3.29}$$

e o vetor deslocamentos é o mesmo da equação (2.41).

3.1.3 Matriz de flexibilidade de um elemento com trinca

Na figura 3.5 apresenta-se um elemento de eixo com trinca localizada a uma distância *a* da extremidade esquerda.

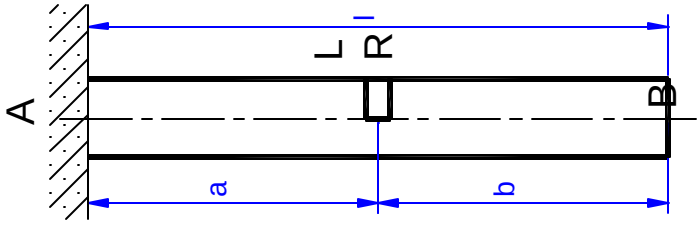


Figura 3.5 - Elemento de eixo com trinca localizada

O deslocamento relativo entre as seções esquerda e direita da trinca é dado por:

$$\{X_{R\to L}\} = \{X_R\} - \{X_L\} \tag{3.30}$$

$$\{F\} = \lfloor K^1 \rfloor (\{X_R\} - \{X_L\}) \tag{3.31}$$

com: $$\lfloor C^1 \rfloor = \frac{1}{\lfloor K^1 \rfloor} \tag{3.32}$$

Sendo F_R o carregamento na seção direita (R), tem-se:

$$\{X_R\} - \{X_L\} = \lfloor C^1 \rfloor \{F_R\} \tag{3.33}$$

Onde $[C^1]$ é a matriz de flexibilidade adicional introduzida pela trinca e $\{F_R\}$ é o vetor de força agindo na seção direita da trinca. O deslocamento do nó B, expresso em termos da força aplicada em B e do deslocamento em R, é:

$$\{F_B\} = \lfloor K^T \rfloor \{X_B\} \tag{3.34}$$

$$\{X_B\} = \{X_R\} + \{X_{B\to R}\} \tag{3.35}$$

onde:

$\{X_R\}$ é o deslocamento na seção à direita da trinca.

$\{X_{B\to R}\}$ é o deslocamento relativo entre B e R na porção de comprimento *b*

$$\{X_{B\to R}\} = [C_b^0]\{F_B\} \tag{3.36}$$

sendo $[C_b^0]$ a matriz de flexibilidade na porção de comprimento *b* sem trinca.

Substituindo a equação (3.36) em (3.35) e incluindo a matriz $[A]$ que relaciona os vetores de deslocamentos $\{X_R\}$ e $\{X_B\}$, tem-se:

$$\{X_B\} = [A]\{X_R\} + [C_b^0]\{F_B\} \tag{3.37}$$

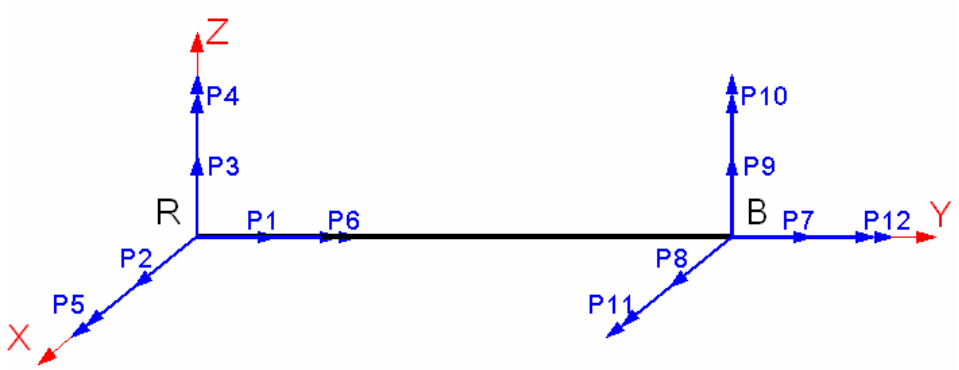


Figura 3.6 – Porção sem trinca (entre os pontos R e B)

Considerando a porção sem trinca entre R e B, conforme apresentada na figura 3.6, e escrevendo a relação entre os deslocamentos dos dois pontos na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} y \\ x \\ z \\ q \\ j \\ a \end{Bmatrix}^R = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[A]} \begin{Bmatrix} y \\ x \\ z \\ q \\ j \\ a \end{Bmatrix}^B \tag{3.38}$$

Para o deslocamento do lado esquerdo tem-se:

$$\{X_L\} = [C_a^0]\{F_L\} \tag{3.39}$$

Agora, substituindo as equações (3.37) e (3.39) na equação (3.33), resulta em:

$$[A]^{-1}\left(\{X_B\} - [C_b^0]\{F_B\}\right) - [C_a^0]\{F_L\} = [C^1]\{F_R\} \tag{3.40}$$

Usando as equações de equilíbrio:

$$\{F_R\} = -[B]\{F_B\} \tag{3.41}$$

sendo $[B]$ a matriz que relaciona os vetores de força localizados do lado direito (R) e no nó (B). Esta matriz pode ser obtida aplicando as equações de equilíbrio da seguinte maneira:

Para o plano *xy*:

$$\sum M = 0 \quad \Rightarrow P_4^{\ R} = -P_4^{\ B} + P_2 b \tag{3.42}$$

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow P_2^{\ R} = -P_2^{\ B} \tag{3.43}$$

$$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow P_1^{\ R} = -P_1^{\ B} \tag{3.44}$$

Para o plano *zy*:

$$\sum M = 0 \quad \Rightarrow P_5^{\ R} = -P_5^{\ B} - P_3 b \tag{3.45}$$

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow P_3^{\ R} = -P_3^{\ B} \tag{3.46}$$

Para o plano *zx*:

$$\sum M = 0 \quad \Rightarrow P_6^{\ R} = -P_6^{\ B} \tag{3.47}$$

Expressando as equações (3.42) a (3.47) na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix}^R = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_{[B]} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix}^B \tag{3.48}$$

Comparando as expressões (3.48) e (3.38) pode-se concluir que:

$$-[A] = [B]^T \tag{3.49}$$

Substituindo agora (3.41) em (3.40), resulta:

$$[A]^{-1}\left(\{X_B\} - [C_b^0]\{F_B\}\right) - [C_a^0]\left(-[B]\{F_B\}\right) = [C^1]\left(-[B]\{F_B\}\right) \tag{3.50}$$

$$\{X_B\} = [C_b^0]\{F_B\} - [A]\left([C_a^0] + [C^1]\right)[B]\{F_B\} \tag{3.51}$$

Substituindo (3.30) em (3.32), tem-se:

$$\{X_B\} = \left\{[B]^T\left([C_a^0] + [C^1]\right)[B] + [C_b^0]\right\}\{F_B\} \tag{3.52}$$

Desta última equação pode-se deduzir que a matriz de flexibilidade do elemento com trinca é dada por:

$$[C_C] = [B]^T\left([C_a^0] + [C^1]\right)[B] + [C_b^0] \tag{3.53}$$

Assim, para o caso onde a trinca está no meio do comprimento do elemento, a matriz de flexibilidade fica:

$$[C_C] = [C^1] + [C^0] \tag{3.54}$$

3.1.4 Matriz elementar de rigidez de um elemento com trinca

O deslocamento relativo entre o nó A e o nó B pode se expressar como segue:

$$\{F_B\} = [C_C]^{-1}\{X\}^{B/A} \tag{3.55}$$

A relação entre o vetor elementar de forças e o vetor de forças do nó do lado direito é dada pela expressão:

$$\{F\}^e = \Pi\{F\}^B \tag{3.56}$$

A aplicação das equações de equilíbrio resulta em:

$$P_1 = -P_7 \tag{3.57}$$

$$P_2 = -P_8 \tag{3.58}$$

$$P_3 = -P_9 \tag{3.59}$$

$$P_6 = -P_{12} \tag{3.60}$$

$$P_4 = -P_{10} + P_8 l \tag{3.61}$$

$$P_5 = -P_{11} - P_9 l \tag{3.62}$$

Escrevendo as equações (3.57) a (3.62) na forma matricial, pode-se obter a matriz de Π, assim:

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{Bmatrix}}_{\{F\}^e} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\Pi} \underbrace{\begin{Bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{Bmatrix}}_{\{F\}^B} \tag{3.63}$$

Os deslocamentos e rotações relativas entre os nós A e B são dados por:

$$y^{B/A} = y^B - y^A \tag{3.64}$$

$$x^{B/A} = x^B - x^A + q^A l \tag{3.65}$$

$$z^{B/A} = z^B - z^A - j^A l \tag{3.66}$$

$$q^{B/A} = q^B - q^A \tag{3.67}$$

$$j^{B/A} = j^B - j^A \tag{3.68}$$

$$a^{B/A} = a^B - a^A \tag{3.69}$$

Expressando as equações (3.64) a (3.69) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} y \\ x \\ z \\ q \\ j \\ a \end{Bmatrix}^{B/A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -l & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y^A \\ x^A \\ z^A \\ q^A \\ j^A \\ a^A \\ y^B \\ x^B \\ z^B \\ q^B \\ j^B \\ a^B \end{Bmatrix} \tag{3.70}$$

Da equação (3.70) pode-se concluir a seguinte relação:

$$\{X\}^{B/A} = [\Pi]^T \{X\}^e \tag{3.71}$$

Substituindo agora a equação (3.55) na (3.56), tem-se:

$$\{F\}^e = [\Pi][C_C]^{-1}\{X\}^{B/A} \tag{3.72}$$

Substituindo a equação (3.52) na (3.53), tem-se:

$$\{F\}^e = [\Pi][C_C]^{-1}[\Pi]\{X\}^e \tag{3.73}$$

sabendo que:

$$\{F\}^e = [K_C]^e \{X\}^e \tag{3.74}$$

Comparando as equações (3.74) e (3.73), pode-se concluir que a matriz de rigidez elementar de um elemento com trinca é:

$$[K_C]^e = [\Pi][C_C]^{-1}[\Pi]^T \tag{3.75}$$

3.2 Aplicação do modelo de Mayes usando o Método dos Elementos Finitos (MEF)

A explicação do modelo de Mayes foi apresentada na seção 2.3. A aplicação do modelo é feita em coordenadas inerciais, já que é o sistema escolhido para aplicação do MEF.

Uma vez calculados os valores de rigidez nos eixos principais da trinca, h e x, pode-se obter a matriz de rigidez para um sistema de dois graus de liberdade de acordo com a expressão 2.27. Deve-se lembrar que a expressão depende do ângulo de rotação.

Os termos principais são substituídos na matriz de rigidez do plano respectivo, e a montagem da matriz elementar é feita de acordo com o procedimento usado na seção 3.1.2.2. Deste modo, obtém-se uma matriz de dimensão oito por oito, que pode ser usada em conjunto com as matrizes dadas por Lalanne e Ferraris (1998) para aplicação do MEF. Os valores dos coeficientes da matriz são dependentes do ângulo de rotação e, por isto, para o cálculo da resposta do sistema, devem-se recalcular os coeficientes para cada um dos ângulos de rotação desejados.

CAPÍTULO IV

Cálculo da resposta dinâmica do rotor com e sem trinca no regime transiente

Na revisão bibliográfica, foi visto que uma das possíveis indicações do rotor com trinca, é a ressonância nas frações inteiras da velocidade crítica, e especialmente na situação em que a velocidade de rotação é a metade da velocidade crítica. Também foi visto que nem sempre no regime permanente, a presença da trinca implica um incremento considerável da amplitude da vibração, e por isto, muitos pesquisadores concordam com que o estudo do comportamento no regime transiente, é uma das melhores ferramentas para a detecção de falha em rotores.

A maioria das máquinas, e especialmente as de geração de energia, são de velocidade fixa, porém, neste tipo de máquinas, o regime transiente apresenta-se nas partidas e paradas. Por isto, usa-se geralmente um sistema de monitoramento permanente com análise da órbita. Fica claro, então, que para estudar o comportamento de um rotor com trinca, é preciso estudar seu comportamento no regime transiente. Por isto, neste capitulo, trata-se o cálculo da resposta de um rotor com e sem trinca no regime transiente.

No regime transiente a equação de equilíbrio do sistema na forma matricial é dada pela seguinte equação:

$$[M]\{\ddot{d}\}+\left([C]+[G]\dot{f}\right)\{\dot{d}\}+\left([K_1(f)]+[K_2]\ddot{f}\right)\{d\}=\dot{f}^2\{F_1(f)\}+\ddot{f}\{F_2(f)\} \qquad (4.1)$$

Para o caso do rotor com trinca, note-se que a matriz de rigidez $[K_1]$ é função do ângulo de rotação f. É exatamente neste termo onde se evidencia a utilização do modelo

de Mayes. Para o caso do rotor sem trinca, o sistema de equações é o mesmo e a matriz de rigidez é independente do ângulo de rotação (seus elementos têm sempre o mesmo valor).

4.1 Método de Newmark

Para a resolução da equação (4.1), utiliza-se geralmente um método numérico de integração passo-a-passo. Primeiramente foi testado o método de Runge Kutta de quarta ordem, porém, para um número considerável de elementos, os resultados não foram satisfatórios. Optou-se, portanto, pelo método de Newmark (Bathe e Wilson, 1976). Cabe salientar que este método foi também usado com sucesso no trabalho de dissertação de mestrado de Pacheco (1996), onde se estudou o movimento transiente de rotores flexíveis.

Neste método assume-se:

$$\dot{d}_{t+\Delta t} = \dot{d}_t + [(1-t)\ddot{d}_t + t\ddot{d}_{t+\Delta t}]\Delta t \tag{4.2}$$

$$d_{t+\Delta t} = d_t + \dot{d}_t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - u\right)\ddot{d}_t + u\ddot{d}_{t+\Delta t}\right]\Delta t^2 \tag{4. 3}$$

Onde t e u são parâmetros arbitrários relacionados à precisão e estabilidade do método. Newmark propôs um esquema incondicionalmente estável, fazendo s =½ e u =¼, resultando no chamado *método da aceleração média constante*. Este método resultou no procedimento usado neste trabalho.

Substituindo os valores de t e u mencionados acima, as equações (4.2) e (4.3) ficam:

$$\dot{d}_{t+\Delta t} = \dot{d}_t + \left[\frac{1}{2}\ddot{d}_t + \frac{1}{2}\ddot{d}_{t+\Delta t}\right]\Delta t \tag{4.4}$$

$$d_{t+\Delta t} = d_t + \dot{d}_t \Delta t + \frac{\Delta t^2}{4}\left[\ddot{d}_t + \ddot{d}_{t+\Delta t}\right] \tag{4.5}$$

A equação de equilíbrio do sistema escrita no instante seguinte de tempo é a mesma expressão (4.1) para o instante $t + \Delta t$, isto é:

$$[M]\{\ddot{d}_{t+\Delta t}\} + \left([C] + [G]\dot{f}_{t+\Delta t}\right)\{\dot{d}_{t+\Delta t}\} + \left([K_1(f_{t+\Delta t})] + [K_2]\ddot{f}_{t+\Delta t}\right)\{d_{t+\Delta t}\} = F_{t+\Delta t} \tag{4.6}$$

Da equação (4.5) tem-se:

$$\ddot{d}_{t+\Delta t} = \frac{4}{\Delta t^2}\left(d_{t+\Delta t} - d_t - \dot{d}_t \Delta t\right) - \ddot{d}_t \tag{4.7}$$

Substituindo a equação (4.7) em (4.4), resulta:

$$\dot{d}_{t+\Delta t} = \frac{2}{\Delta t}\left(d_{t+\Delta t} - d_t\right) - \dot{d}_t \tag{4.8}$$

Substituindo as equações (4.7) e (4.8) em (4.6), resulta:

$$d_{t+\Delta t}\left[\frac{4M}{\Delta t^2} + \frac{2}{\Delta t}\left\{C + \dot{f}_{t+\Delta t} G\right\} + K_1(f_{t+\Delta t}) + \ddot{f}_{t+\Delta t} K_2\right] = F_{t+\Delta t} + M\left[\frac{4d_t}{\Delta t^2} + \frac{4\dot{d}_t}{\Delta t} + \ddot{d}_t\right] + \left(C + \dot{f}_{t+\Delta t} G\right)\left[\frac{2}{\Delta t} d_t + \dot{d}_t\right] \tag{4.9}$$

Com a equação (4.9) pode-se calcular o valor do deslocamento ($d_{t+\Delta t}$) no instante $t + \Delta t$, já que os demais termos são conhecidos.

Para se começar o processo iterativo, é preciso conhecer os valores dos deslocamentos, velocidades e acelerações no instante t=0. No caso em tela, a condição inicial do rotor é o estado de repouso, logo os valores dos deslocamentos e velocidades são nulos e as acelerações podem ser calculadas a partir da equação de equilíbrio do sistema .

Uma vez calculado o valor do deslocamento no instante $t + \Delta t$, este valor é substituído nas equações (4.7) e (4.8) para se obter os valores de $\ddot{d}_{t+\Delta t}$ e $\dot{d}_{t+\Delta t}$. Assim, o processo segue passo-a-passo ao longo do intervalo de interesse, até o instante final.

Um dos parâmetros importantes para ter melhor estabilidade e precisão dos resultados, é o passo de integração Δt. Neste trabalho as simulações foram feitas com um passo de 0.00005 segundos.

É importante salientar que neste processo de cálculo da resposta dum rotor com trinca no regime transiente, a matriz de rigidez (K_1) tem que se calcular para cada posição angular em que é avaliada a resposta do rotor, por isto, na equação (4.9), o termo K_1, é função do ângulo de rotação. O cálculo da matriz de rigidez (K_1), depende do modelo de trinca usado. Como foi comentado anteriormente, neste trabalho optou-se pelo modelo de Mayes. Uma vez tendo-se a matriz de rigidez, o processo para o cálculo da resposta do rotor com trinca é semelhante ao do rotor sem trinca, lembrando-se, que para este último, não é preciso calcular a matriz de rigidez para cada uma das posições angulares desejadas, já que esta será sempre a mesma.

Para o cálculo da resposta do rotor com e sem trinca, foi desenvolvido um algoritmo em Matlab ®. A modelagem do rotor foi feita usando o MEF, com a aplicação do modelo de Mayes para a trinca conforme descrito no capítulo III. Nas figuras 4.1 até 4.7 apresentam-se os fluxogramas do programa principal e as funções usadas.

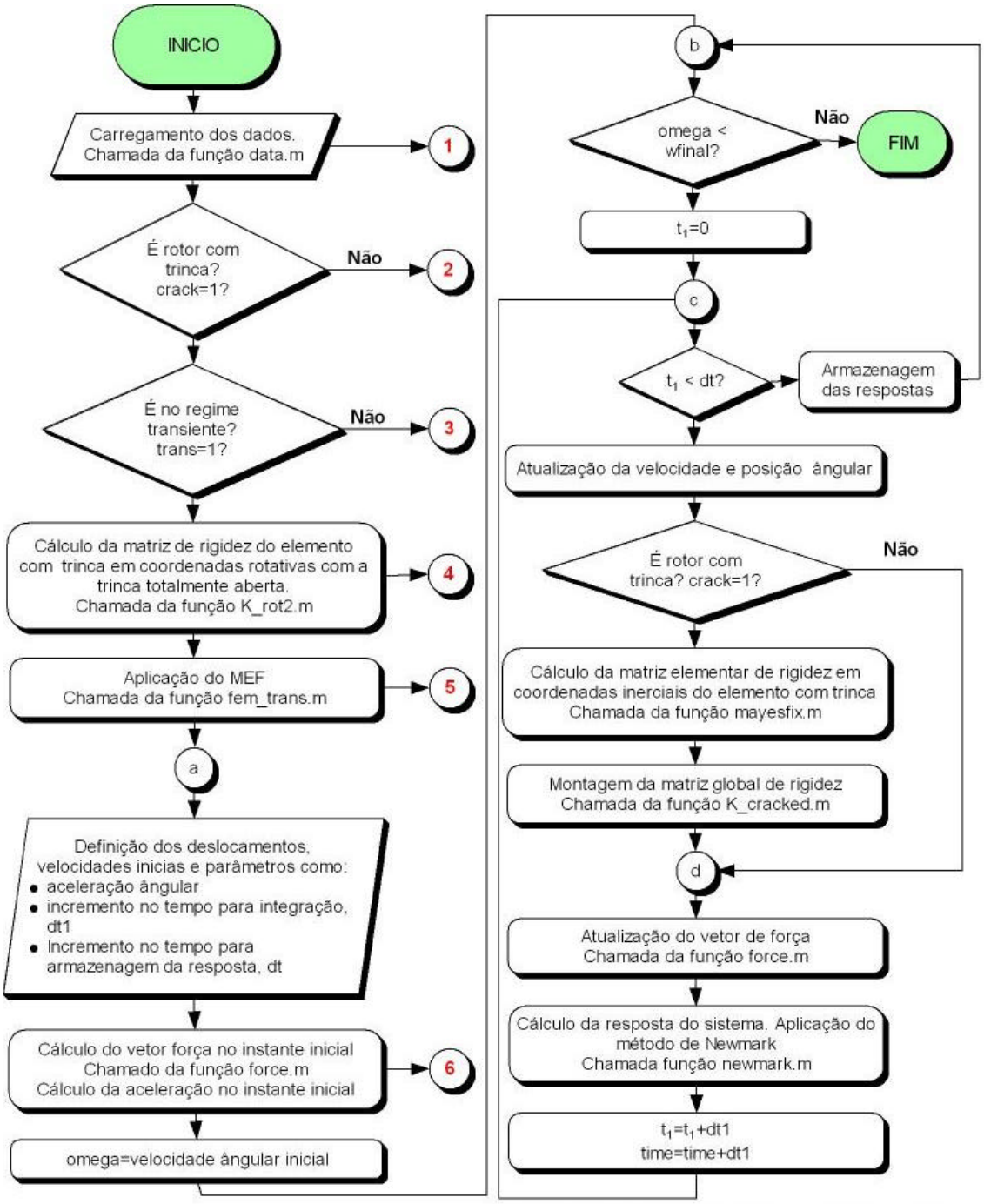


Figura 4.1 – Fluxograma do algoritmo principal. Main.m

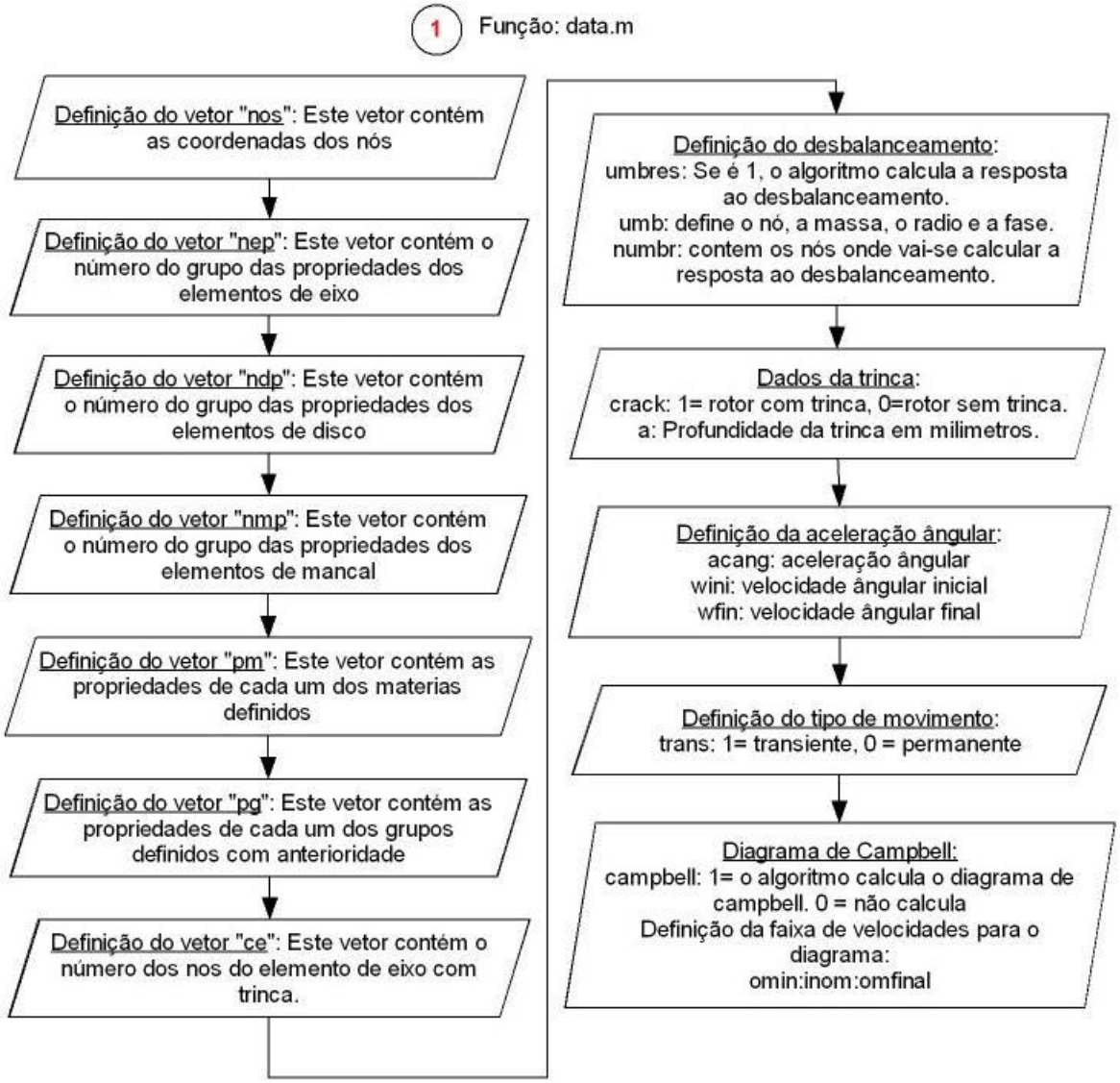


Figura 4.2 – Fluxograma da função data.m

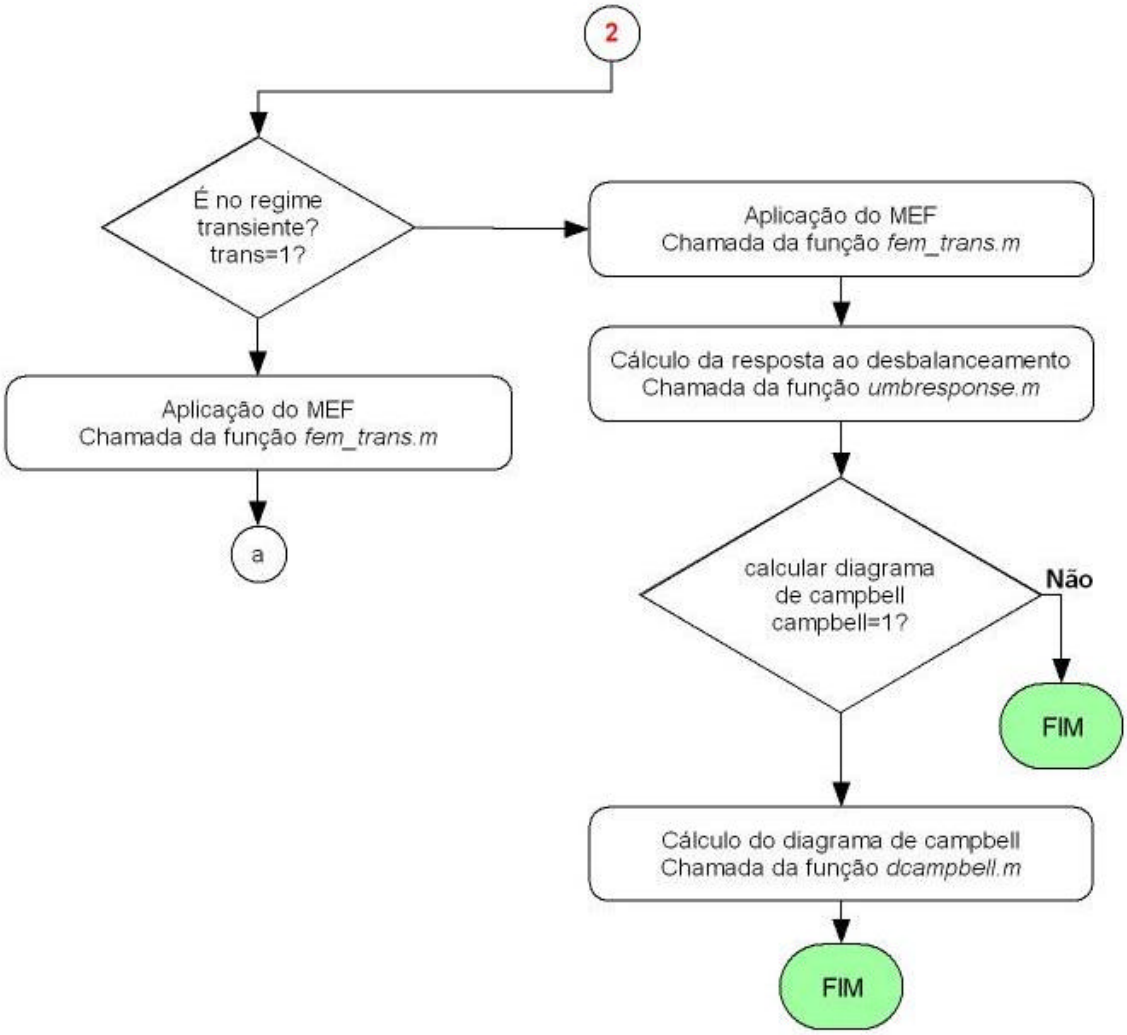


Figura 4.3 – Fluxograma para o caso do rotor sem trinca

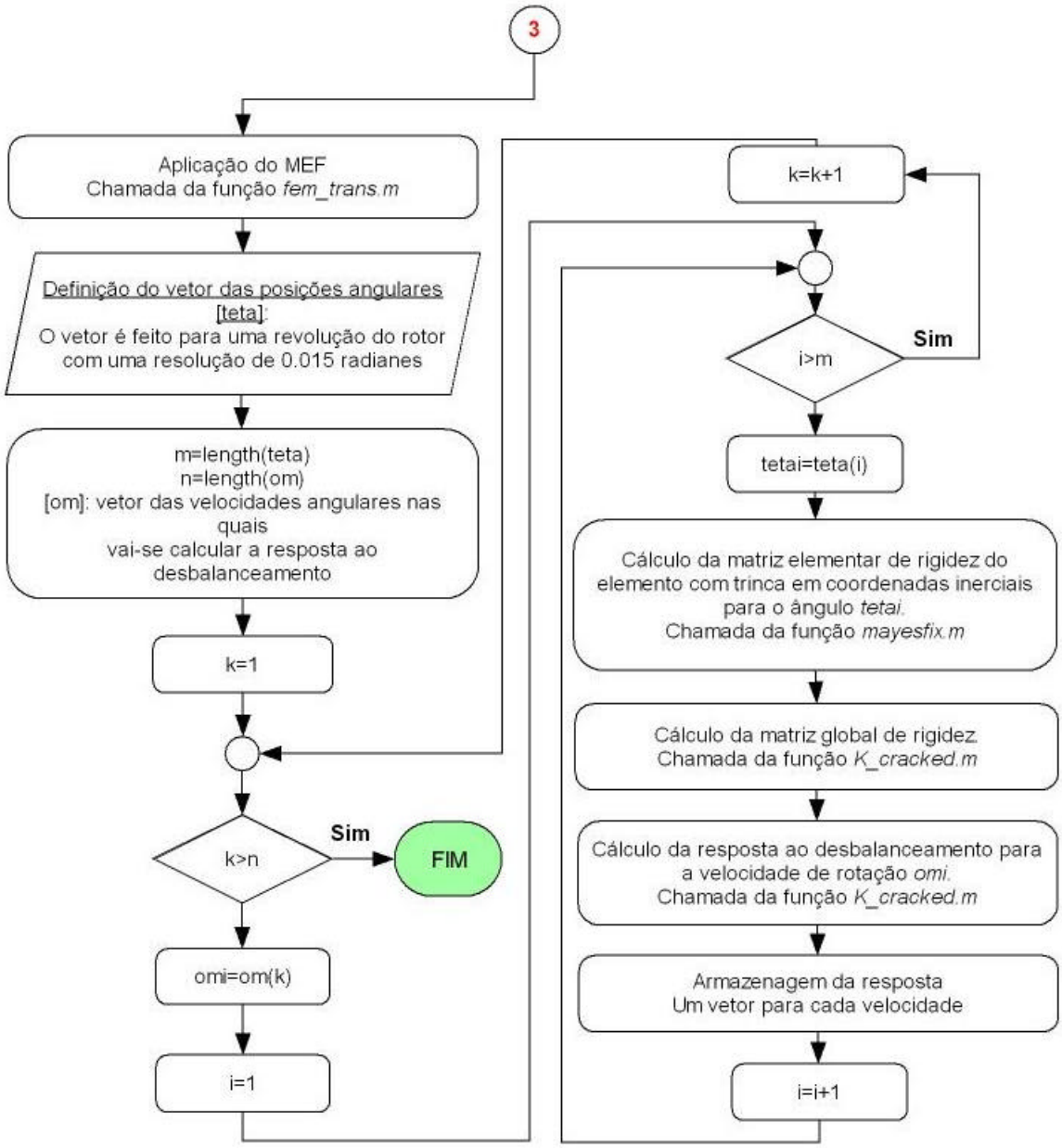


Figura 4.4 – Fluxograma para o rotor com trinca no regime permanente.

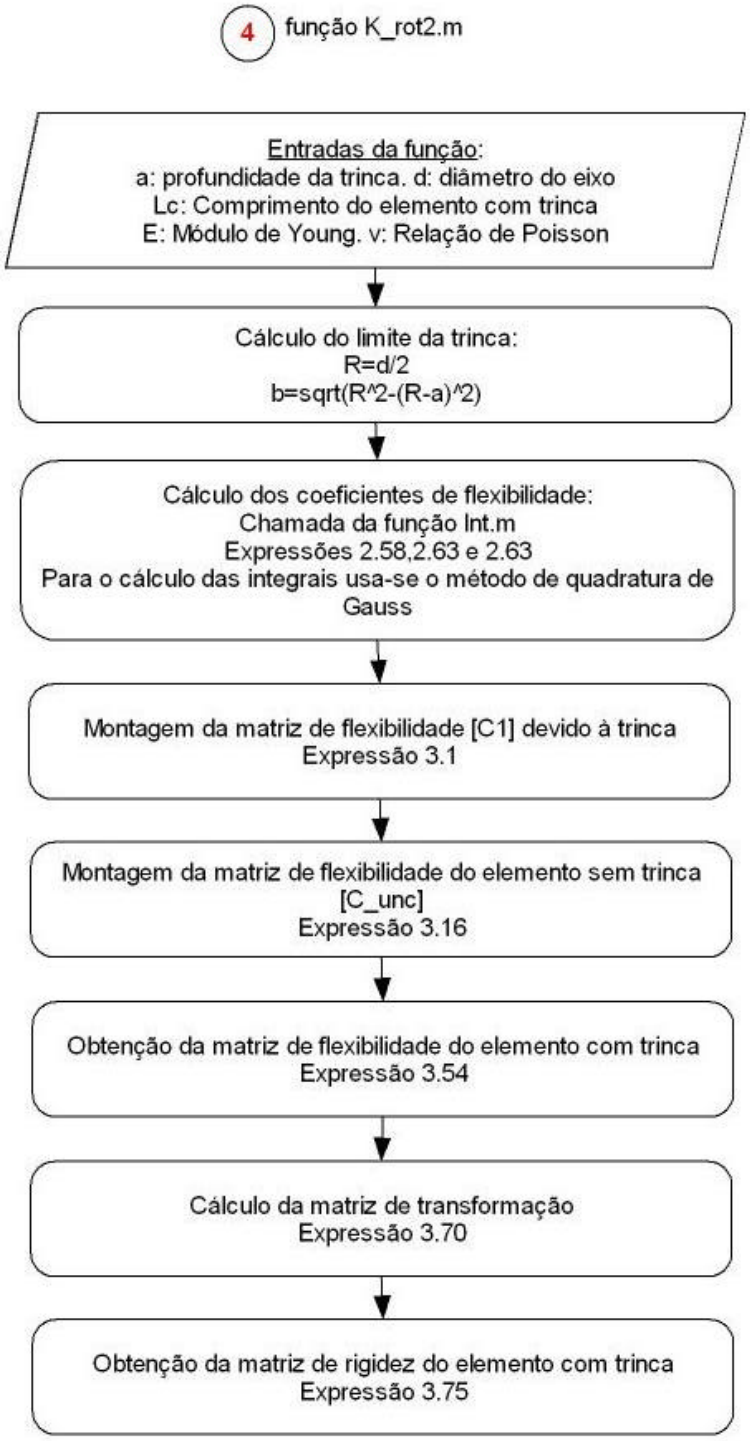


Figura 4.5 - Fluxograma função K_rot2.m

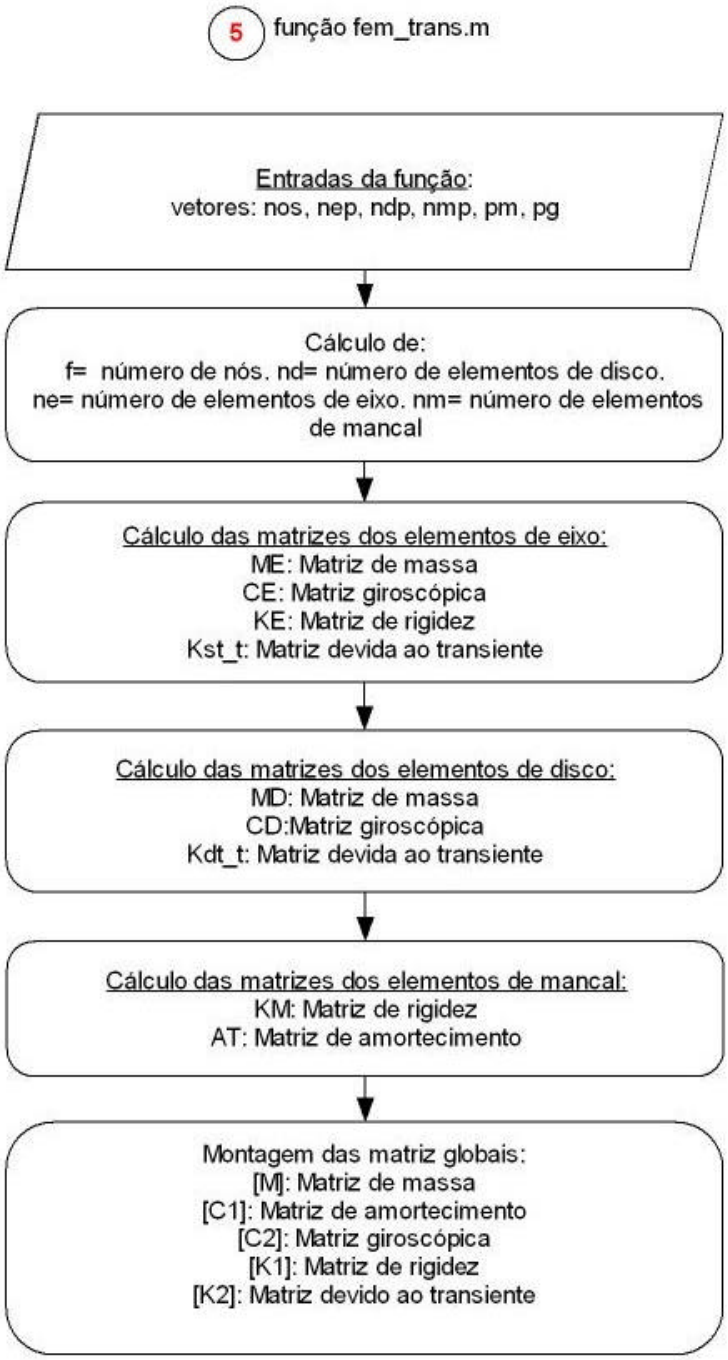


Figura 4.6 - Fluxograma função fem_trans.m

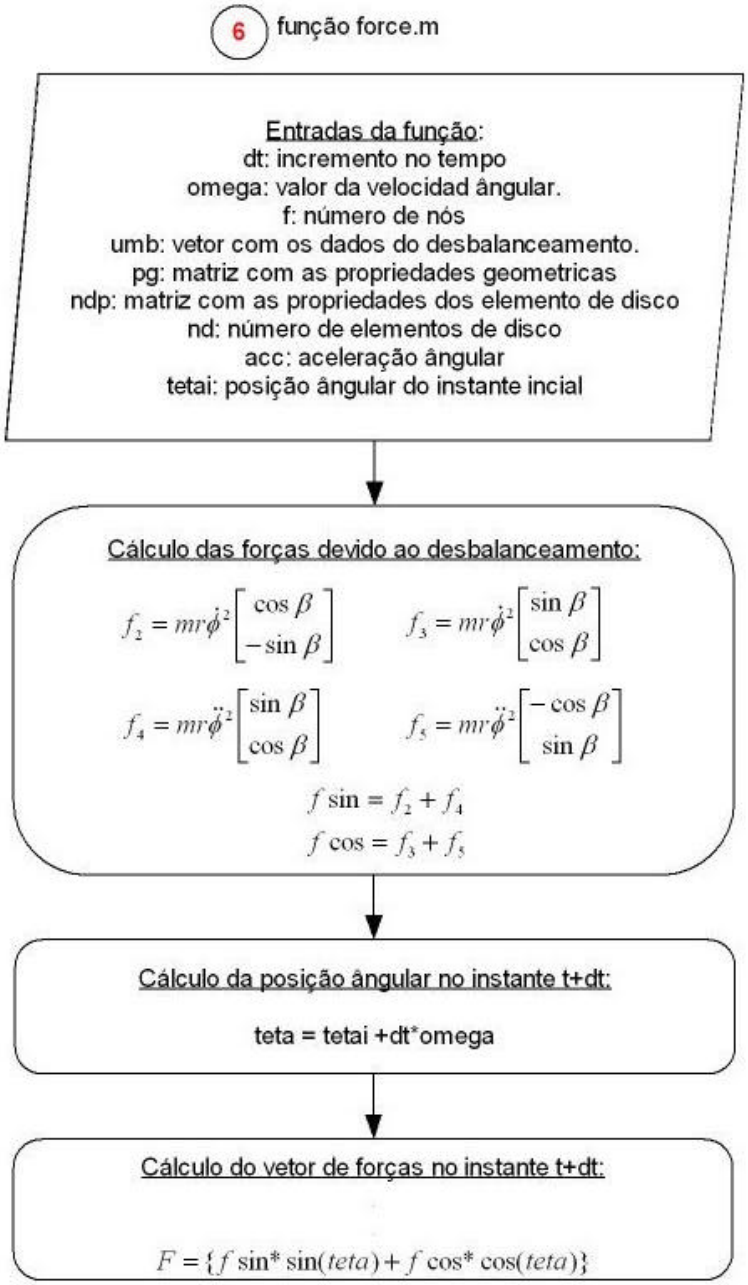


Figura 4.7 – Fluxograma da função force.m

CAPÍTULO V

Experimento: Medição da resposta dinâmica no regime transiente de um rotor flexível com e sem trinca

5.1 Descrição da bancada

A bancada consta de um eixo flexível, em aço, com diâmetro igual a 15.875 mm e comprimento de 640 mm. O eixo é suportado por dois rolamentos rígidos de esferas. A uma distancia de 297.5 mm da extremidade livre do eixo, tem-se um disco de 140 mm de diâmetro e 15 mm de espessura. A montagem do disco no eixo foi feita com uma interferência de 0.001.

O rotor é acionado por um motor DC de 2 HP, sendo a velocidade do motor variável e controlada por uma placa de circuito, e o controle da velocidade é feito manualmente. O acoplamento entre o rotor e o motor é feito por um acoplamento flexível, como ilustrado na figura 5.1.

A bancada é instrumentada com dois sensores de posição do tipo *eddy probes* marca SKF, e um opto acoplador é usado como sensor de velocidade. Como sistema de aquisição de dados, usou-se uma placa 6024E da National Instrument, com um programa escrito no Labview para aquisição e armazenamento de dados. Tem-se como saída um arquivo com os dados adquiridos, os quais são processados posteriormente no Matlab. As propriedades dos sensores, e a placa de aquisição são explicadas em detalhe na seguinte seção deste capítulo.

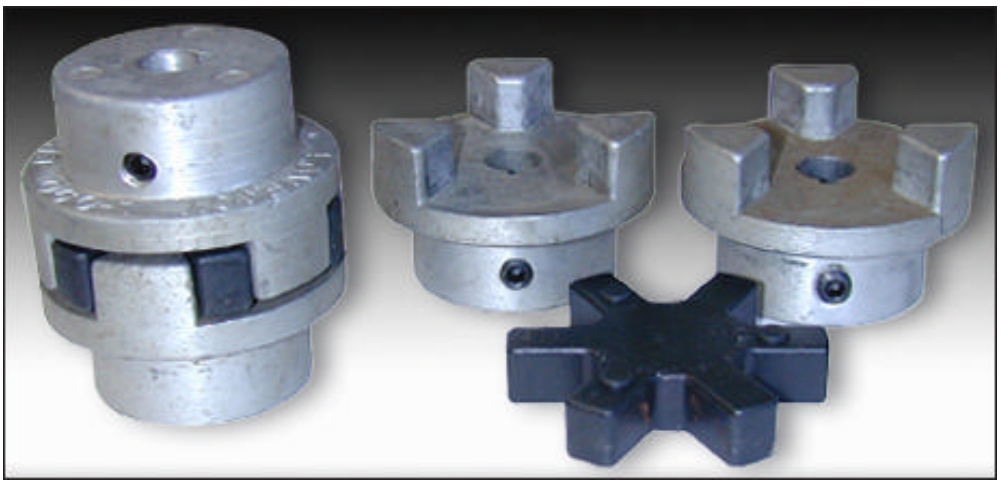


Figura 5.1 – Acoplamento usado na bancada

Na figura 5.2 apresenta-se um esquema da bancada, e na figura 5.3 é apresentada uma foto geral do conjunto. As medidas exatas e os desenhos da bancada encontram-se no anexo 1.

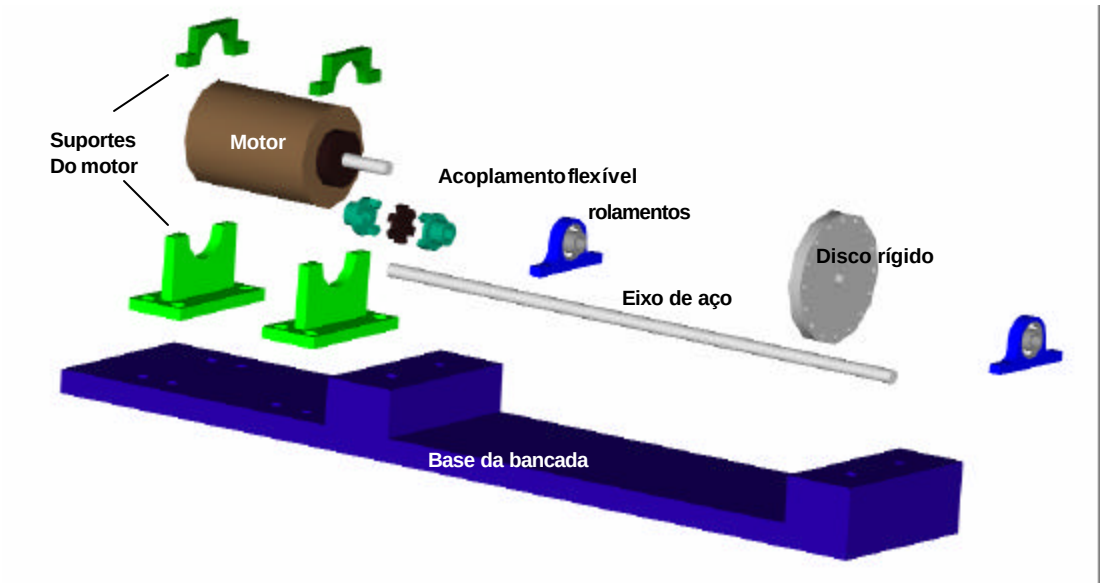


Figura 5.2 Esquema da bancada indicando as principais partes

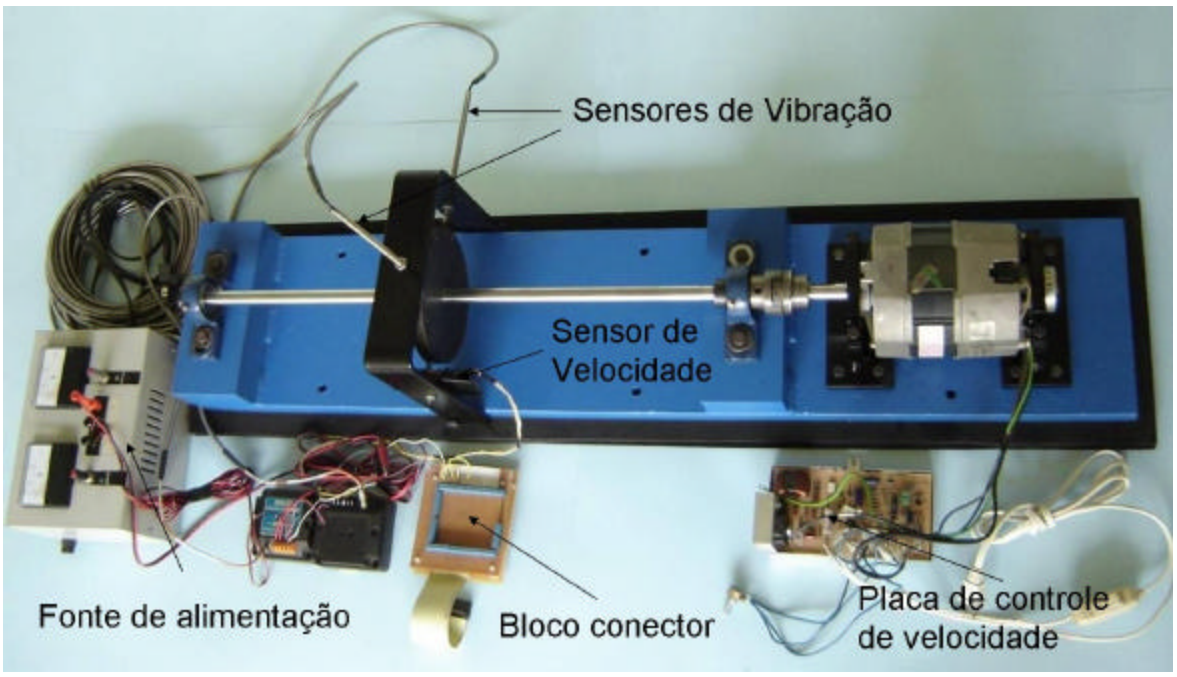


Figura 5.3 – Vista geral da bancada

5.2 Instrumentação

5.2.1 Sensores de deslocamento

Foram instalados dois sensores de deslocamento marca SFK referência CMSS68, sendo que um sensor foi posicionado na direção horizontal e, o outro, na direção vertical, isto para se ter a possibilidade de obter a órbita do rotor. Considerando o diâmetro reduzido do eixo, é normal aparecer a influência do movimento numa direção na leitura feita na outra direção. Por isso os sensores foram instalados num suporte solidário à base da bancada, de forma que trabalham na superfície exterior do disco.

Os sensores usam um *driver* CMSS 668-5 e tem uma faixa de utilização de 15 até 160 milésimos de polegada (mils) e uma sensibilidade nominal de 100 milivolts / milésimo de polegada (mV/mil). O conjunto sensor-driver foi calibrado para operar com 75 mV/mil de sensibilidade, e para os testes os sensores ficaram numa distancia de 82 mils da superfície do disco em sua posição de repouso.

5.2.2 Sensor de velocidade

Como sensor de velocidade foi usado um optoacoplador. O principio geral de funcionamento é o seguinte: de um lado tem-se uma emissão de luz que é percebida pelo sensor. Como saída, tem-se uma voltagem determinada. Então, para se usar o optoacoplador como sensor de velocidade, é instalado no disco um objeto que interrompe a passagem de luz entre o emissor e o receptor uma vez a cada volta completa do rotor. Esta interrupção de luz, no domínio do tempo, aparece como um pulso. Assim, determinando a freqüência deste pulso pode-se conhecer a velocidade de rotação do rotor. Na figura 5.4 apresenta-se o circuito usado para o sensor, e o sinal correspondente optido. Na figura 5.5 apresenta-se uma figura do sensor no momento em que a luz é interrompida.

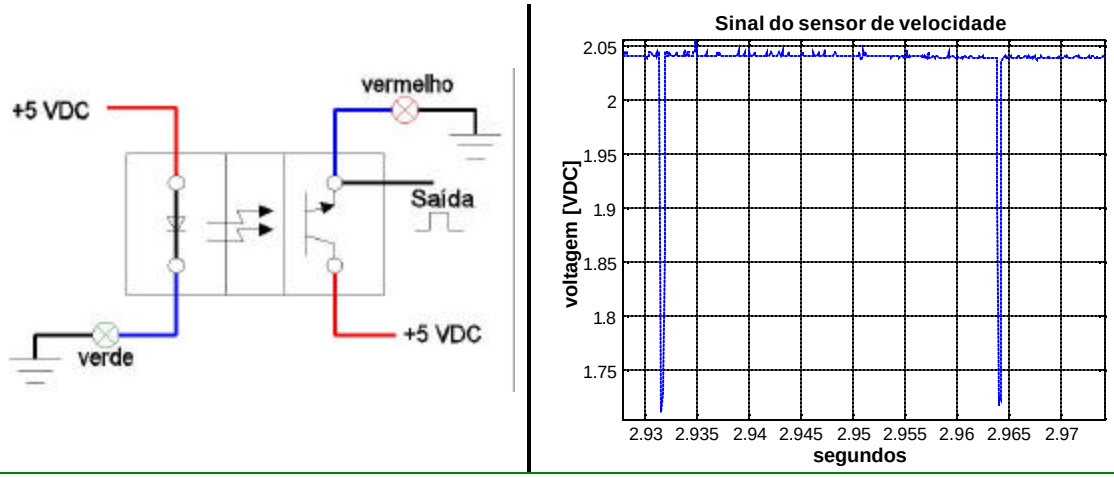


Figura 5.4 – Circuito usado para o sensor de velocidade e sinal de saída no tempo

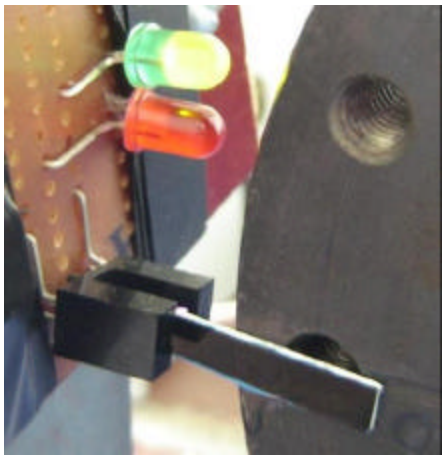


Figura 5.5 – Foto do sensor de velocidade no instante que é interrompida a luz pelo disco

5.2.3 Placa de aquisição 6024E

Para a aquisição dos dados foi usada uma placa PCMCIA referência 6024E da National Instruments. Esta placa tem 16 canais para entradas análogicas dois canais para saídas análogicas. A taxa máxima de aquisição é 200 Ks/s com uma faixa de entrada de ± 0.05 até ± 10 V. A resolução é de 12 bits.

5.3 Sistema de aquisição

O sistema de aquisição de dados consta de um computador portátil com entrada PCMCIA para a conexão da placa de aquisição. Usa-se um cabo especial é conectada a placa a um bloco conector onde são levados os sinais dos sensores. Na figura 5.6 apresenta-se um esquema geral indicando os componentes envolvidos neste processo.

Para aquisição dos dados foram feitos dois programas no software Labview 7.0 Student Edition. O primeiro foi para adquirir os dados dos testes de impacto para obtenção das freqüências naturais do rotor. O programa usa um canal de aquisição para cada um dos sensores de proximidade (*eddy probe*). As entradas são do tipo analógico. O segundo programa foi para obter dados com o rotor girando. Este programa utiliza três entradas análogicas, duas para os sensores de proximidade e uma para o sensor de velocidade.

Os dois programas lêem os sinais dos sensores de proximidade e do sensor de velocidade como voltagem. Como resultado final dos programas no Labview, é fornecido um arquivo de texto .txt, onde tem-se um vetor com informação sobre o tempo, contendo os valores correspondentes em volts de cada um dos canais adquiridos. O processamento dos dados foi feito em Matlab. Para a conversão dos valores de voltagem para unidades de deslocamento foi usada a sensibilidade dos sensores. Para o cálculo da velocidade de rotação foi calculado o período dos pulsos, coforme comentado anteriormente.

Na figura 5.7 apresenta-se a janela principal do programa feito em Labview para aquisição dos dados com o rotor girando. Pode-se ver que o valor da velocidade de rotação é apresentado na parte superior esquerda, o que foi feito com o fim de conhecer a velocidade durante a aquisição, já que o controle da velocidade do rotor é feito manualmente.

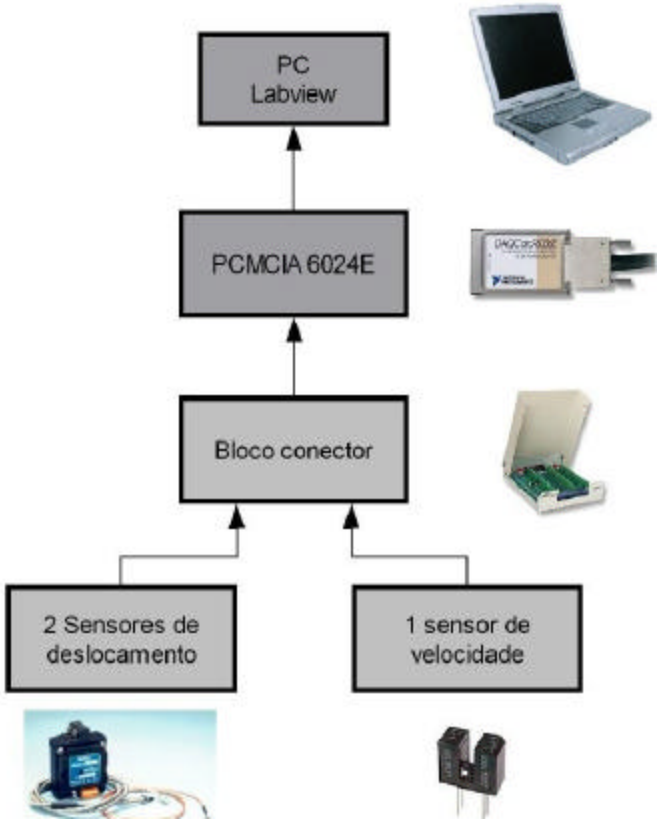


Figura 5.6– Sistema de aquisição e instrumentação utilizada.

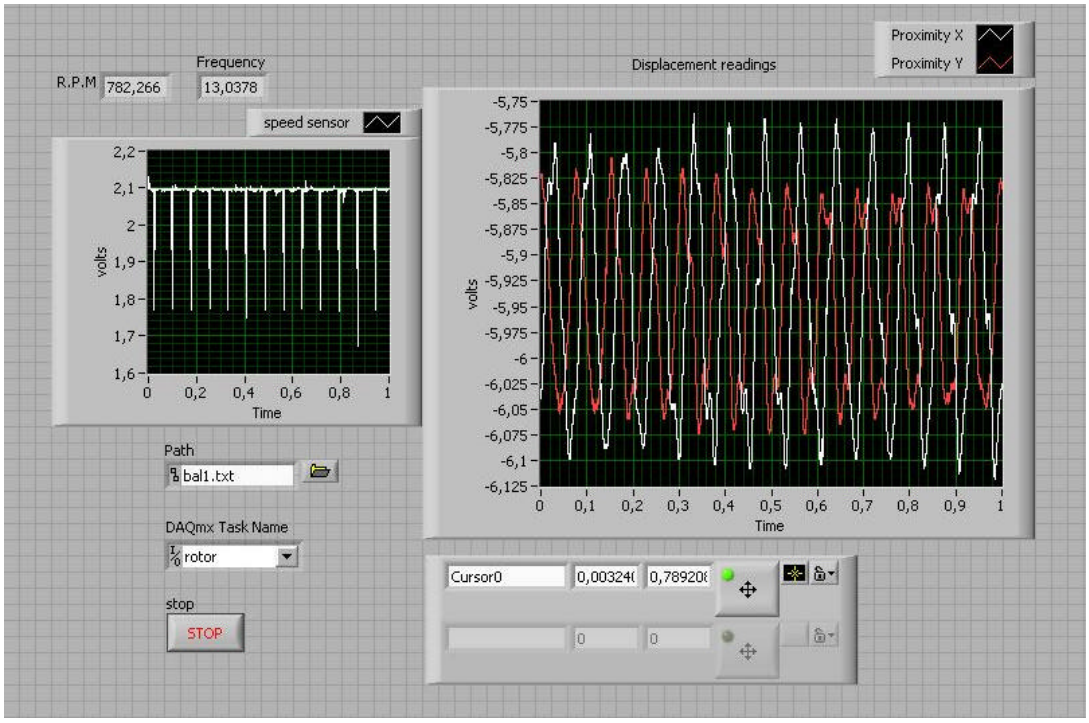


Figura 5.7 – Janela principal do programa de aquisição no Labview

5.4 Medição da freqüência natural do rotor

A medição da freqüência natural do rotor nas direções vertical e horizontal foi feita mediante um teste de impacto (*bump test*). Este consiste em realizar um impacto no rotor em cada uma das direções segundo as quais se deseja obter a freqüência natural, lendo-se, na mesma direção, a resposta do rotor. Considera-se que a freqüência natural é aquela na qual o rotor vibra após impacto.

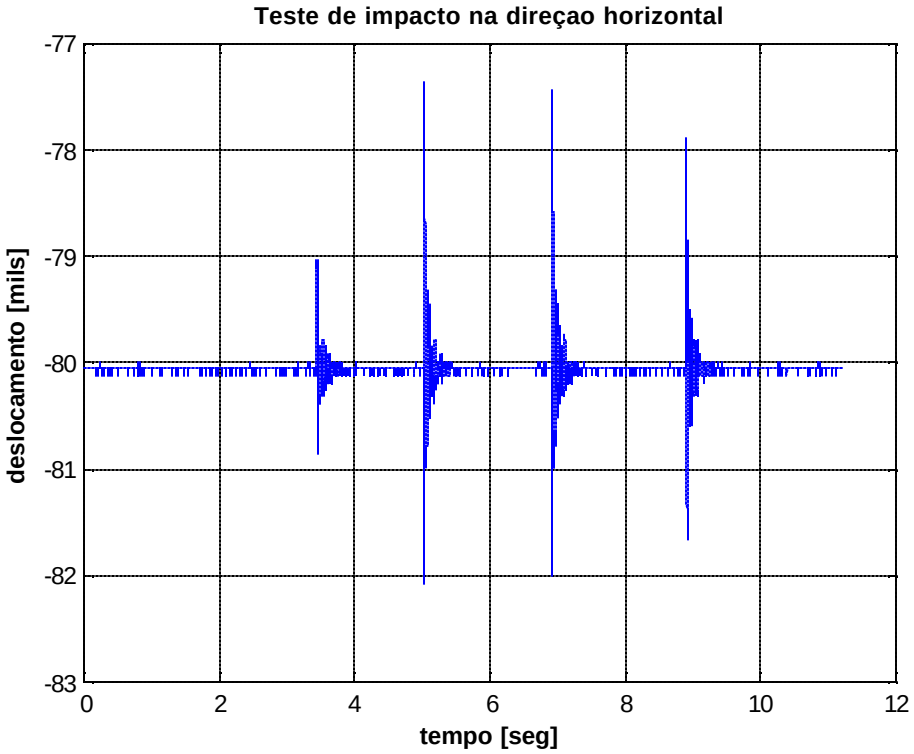


Figura 5.8 – Resultado do teste de impacto na direção horizontal

Fazendo um *zoom* nos gráficos dos testes de impacto pode-se medir a freqüência natural em cada uma das direções. Foram medidos dez períodos em cada uma das direções e calculada a media, resultando numa freqüência natural na direção horizontal de 44.738 Hz e na direção vertical de 44.3942 Hz. Nas figuras 5.9 e 5.10 apresenta-se um *zoom* dos testes nas direções horizontal e vertical respectivamente, indicando os períodos da vibração nos dois casos.

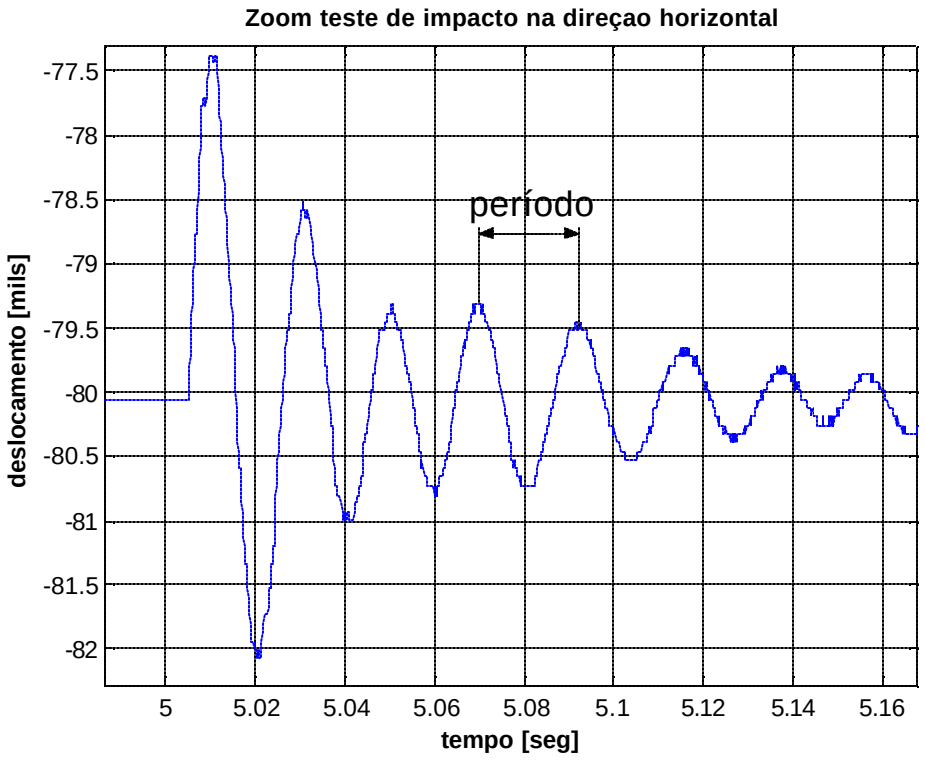


Figura 5.9 – *Zoom* do teste de impacto na direção horizontal indicando o período

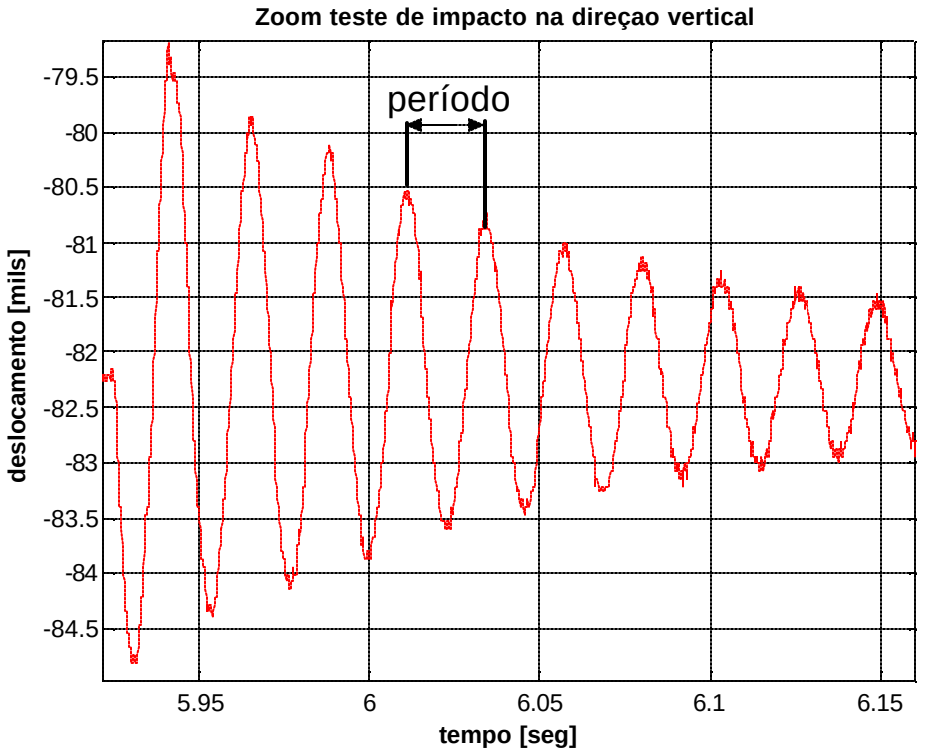


Figura 5.10 - *Zoom* do teste de impacto na direção vertical indicando o período

5.5 Ajuste do modelo do rotor sem trinca

A discretização do modelo do rotor é apresentada na figura 5.11, e as coordenadas dos nós são apresentadas na tabela 5.1.

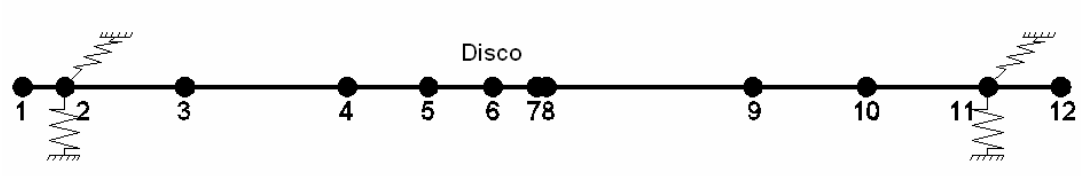


Figura 5.11 – Modelo discretizado do rotor.

Tabela 5.1 – Coordenadas dos nós.

# nó	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Posição [mm]	0	22	100	200	250	290	317	323	450	520	588	640

O ajuste do modelo do rotor foi feito com os valores da rigidez dos rolamentos, sendo que, para isto, foi usado o método dos algoritmos genéticos (AGs). A função objetivo foi escrita com a expectiva de que as freqüências naturais calculadas através do modelo coincidam com as obtidas experimentalmente. Assim, a função objetivo utilizada é dada por:

$$F = (44.738 - w_{nx})^2 + (44.3942 - w_{ny})^2 \tag{5.1}$$

Como resultado final da aplicação dos AGs tem-se o valor de 9.6506e6 N/m para a rigidez horizontal (Kxx), e o valor de 3.5597e6 N/m para a rigidez vertical (Kyy). Nas figuras 5.12 e 5.13 apresentam-se o diagrama de Campbell final e a evolução da função de adptação obtida ao longo das várias gerações dos algoritmos genéticos, respectivamente.

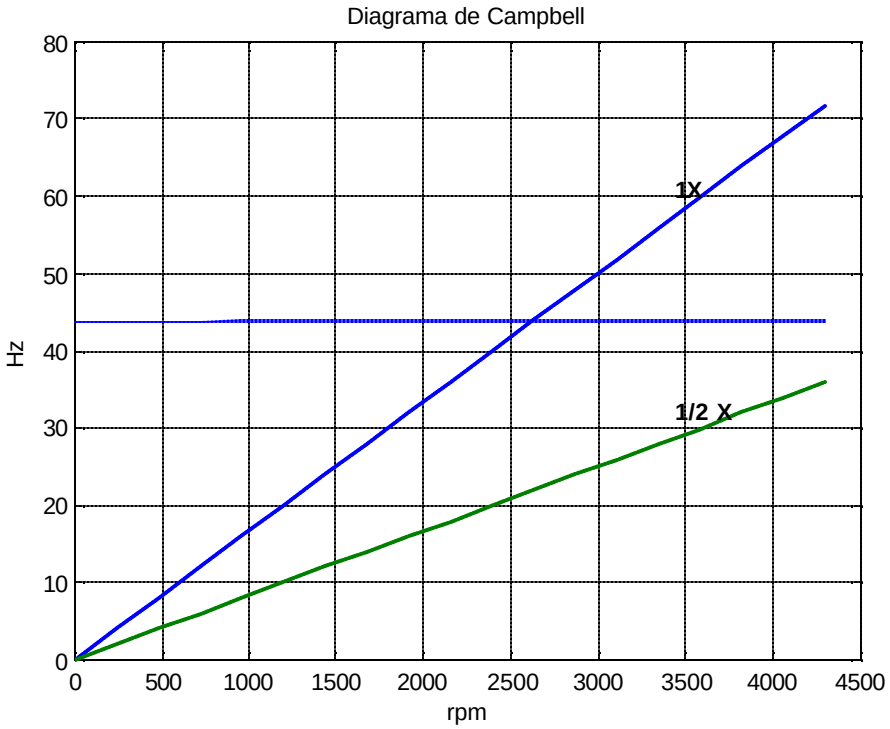


Figura 5.12 – Diagrama de Campbell do rotor sem trinca

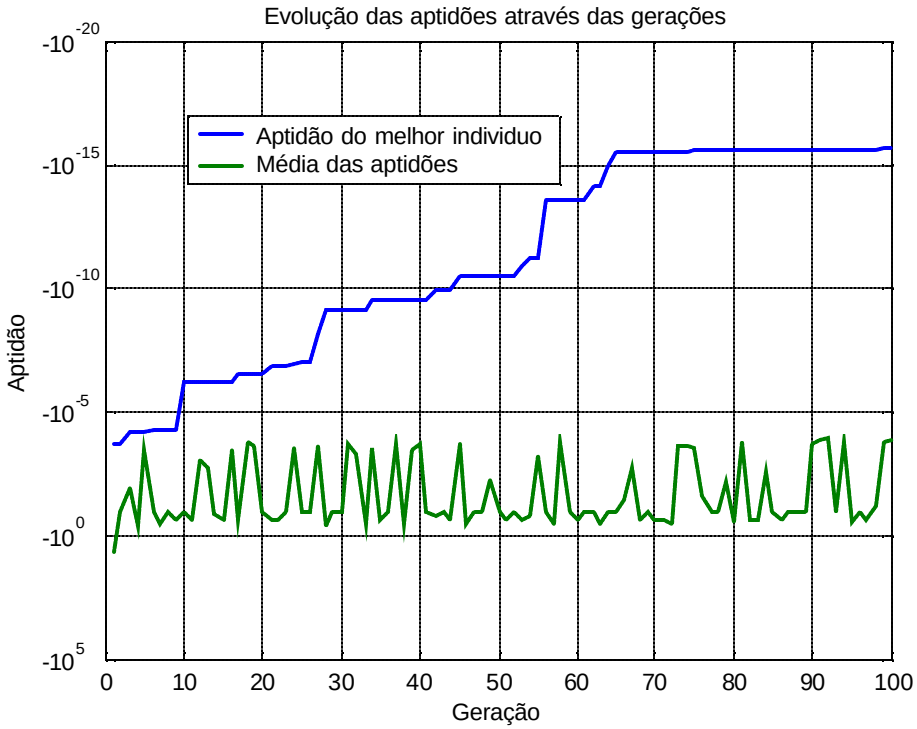


Figura 5.13 – Evolução das aptidões dos indivíduos na aplicação dos algoritmos genéticos

5.6 Dados experimentais do rotor sem trinca

Inicialmente, fez-se uma medição do *run-out* do rotor com um relógio comparador. Simultaneamente foi lida a voltagem de saída conforme cada um dos sensores de proximidade. Estas medições foram feitas a cada 22.5 graus, sendo o "zero" (posição de referência) dado pela mesma posição angular onde é gerado o pulso captado pelo sensor de velocidade. Considera-se que a origem do *run-out* são defeitos associados a usinagem do disco e do próprio eixo. Na tabela 5.2 apresentam-se os valores do *run-out* lidos através dos sensores de proximidade.

5.6.1 Medições no regime permanente

O primeiro teste foi realizado com o rotor sem massas de desbalanceamento, numa velocidade de 1818 rpm. Se o rotor fosse perfeitamente balanceado, para estas condições a vibração teria que ser nula. Entretanto, devido ao desbalanceamento residual e a outras causas não identificadas, isso não é assim. Na figura 5.14 apresenta-se o sinal no tempo e a órbita correspondente ao movimento do rotor. O tipo de onda senoidal obtido e a órbita quase circular fazem supor que o fator predominante que provoca vibração é o desbalanceamento residual. Na seqüência, todos os gráficos de sinais experimentais apresentados para o rotor com e sem trinca consideram o sistema após se fazer a correção do sinal devido ao *run-out*. As massas de desbalanceamento foram instaladas na periferia do disco, sendo o raio igual a 62 mm. Na figura 5.14 pode-se observar um sinal de alta freqüência do tipo ruído, por isto algumas figuras são apresentadas com o sinal filtrado. Na figura 5.15 apresenta-se a resposta do rotor para condições de desbalanceamento de 1.42 g instalada @ 90° - 1851 rpm.

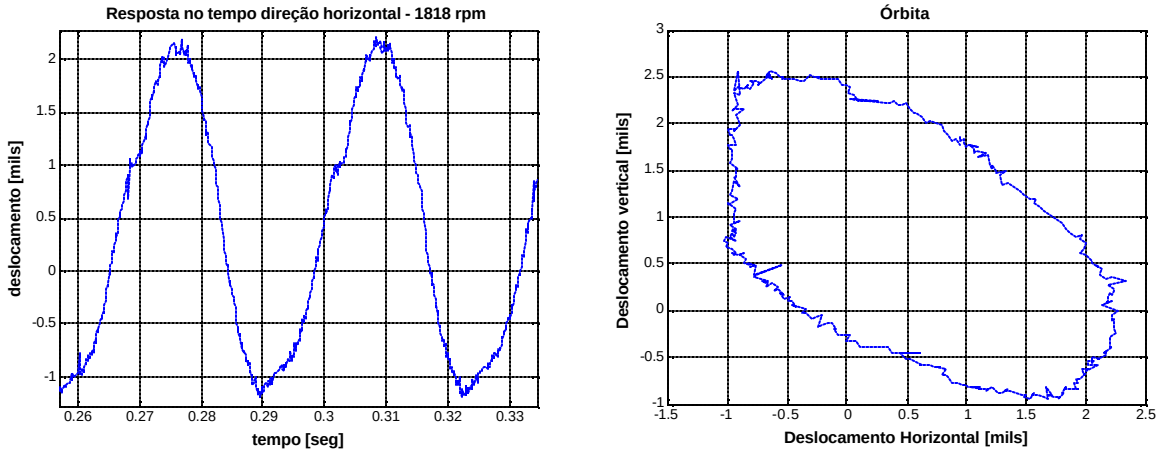


Figura 5.14 – Resposta do rotor sem trinca no regime permanente sem massas de desbalanceamento, a 1818 rpm.

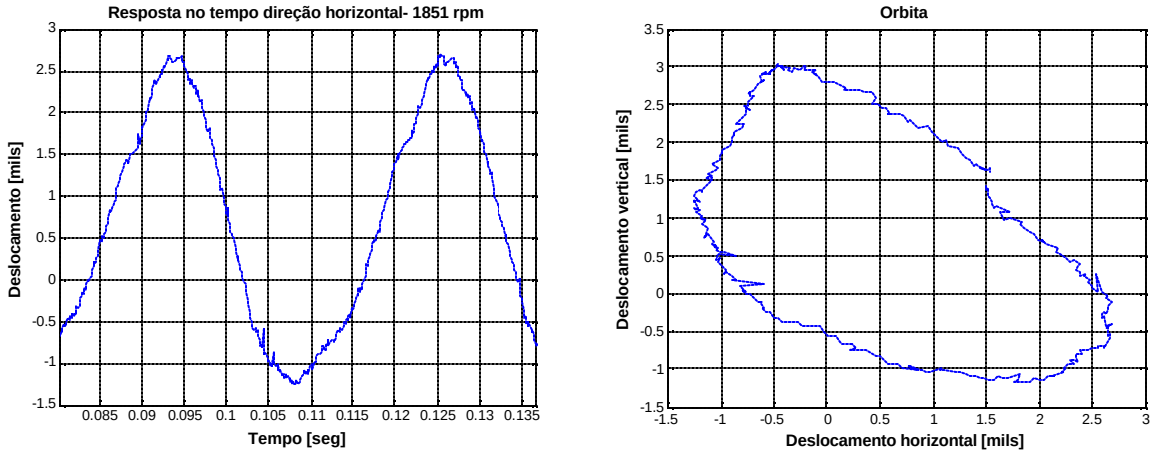
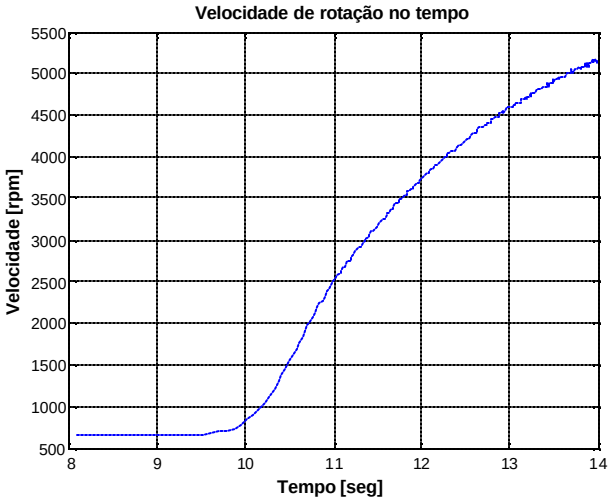


Figura 5.15 - Resposta do rotor sem trinca no regime permanente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 90°. 1851 rpm.

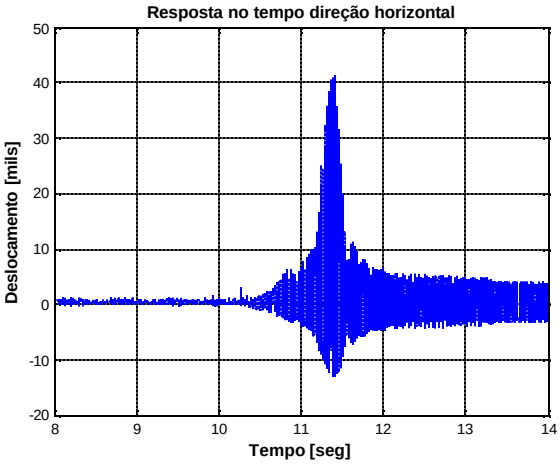
5.6.2 Medições no regime transiente

Os testes no regime transiente foram feitos iniciando com o rotor girando numa velocidade baixa. Depois de alguns segundos operando o rotor nesta condição, a velocidade foi aumentada até um valor acima dos 4600 rpm, mantendo o rotor nesta condição por algum tempo. A “parada” é feita diminuindo a velocidade até um valor abaixo de 1200 rpm, para se ter certeza que a velocidade crítica foi ultrapassada. Como o controle de velocidade é manual, a curva para aceleração (*run-up*) do rotor após a partida não é exatamente a mesma daquela usada no sentido oposto (*run-down*).

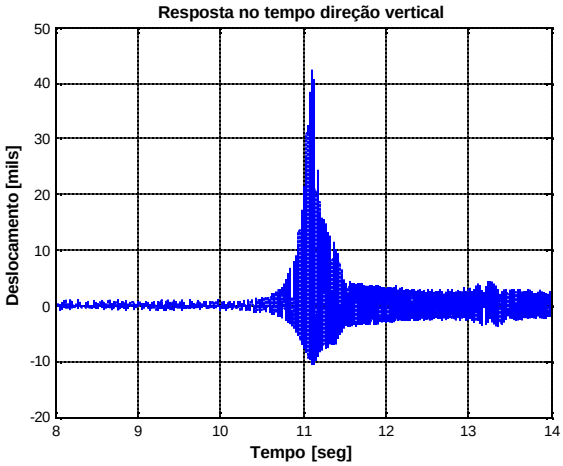
Os testes foram feitos com a mesma massa de desbalanceamento instalada em diferentes posições angulares. Nas figuras 5.16 até 5.18 apresentam-se a resposta do rotor para as diferentes condições de desbalanceamento.



(a) Velocidade de rotação aumentando no tempo

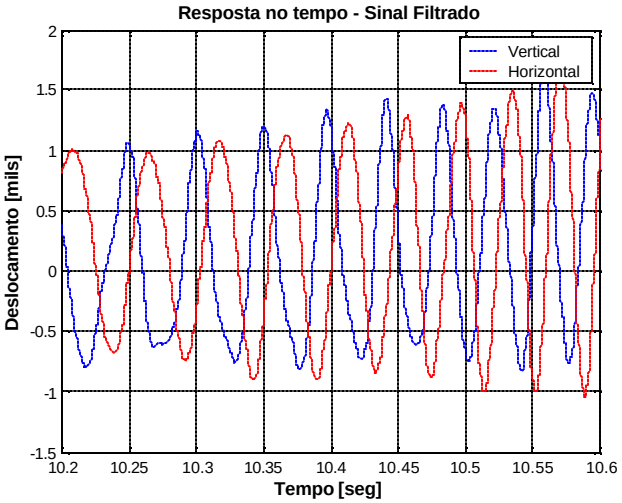


(b) Resposta na direção horizontal

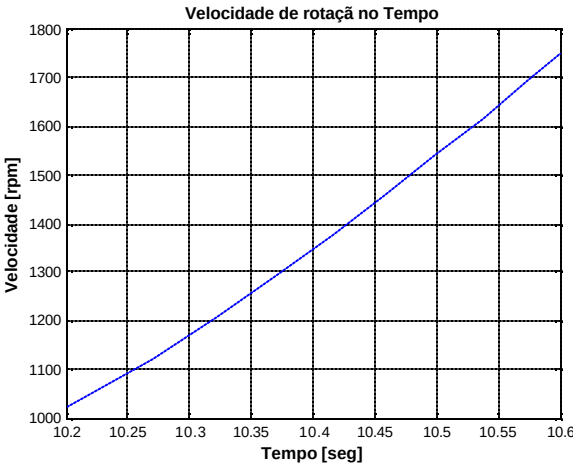


(c) – Resposta na direção vertical

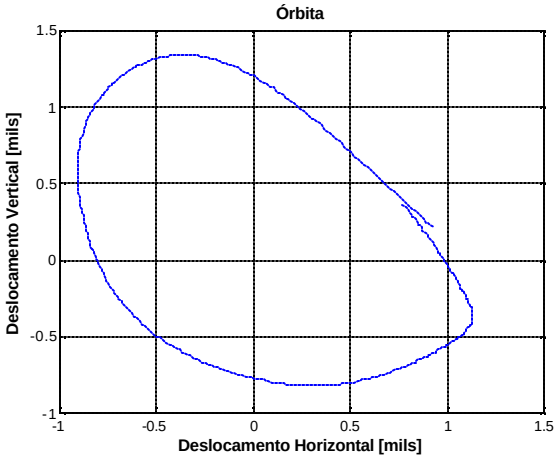
Figura 5.16 – Resposta do rotor sem trinca no regime transiente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 270°.



(a) Resposta no tempo

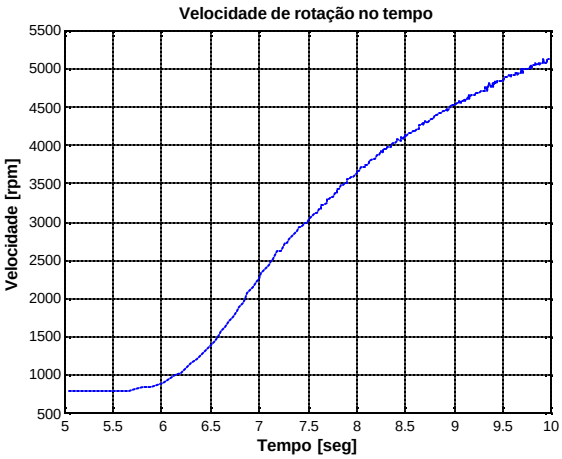


(b) – Velocidade de rotação no tempo

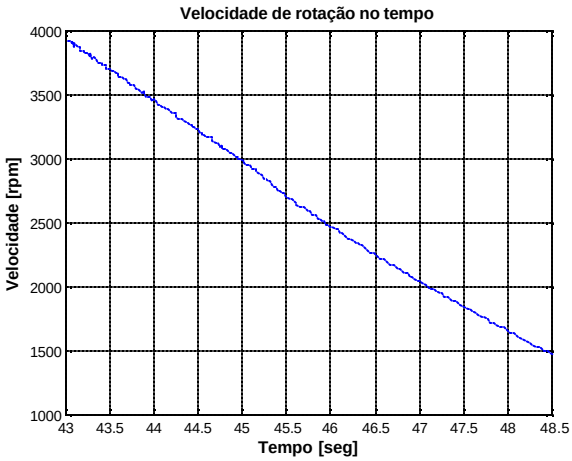


(c) Órbita

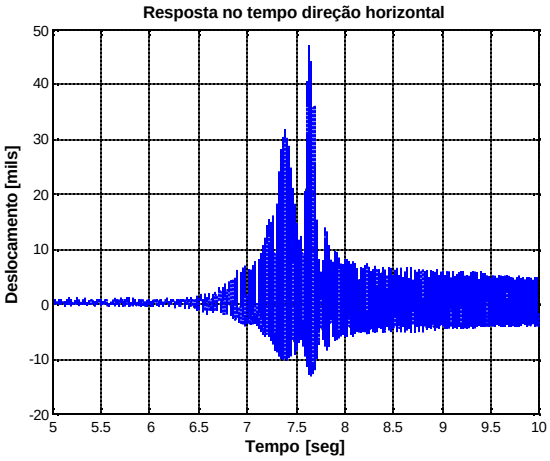
Figura 5.17 – Resposta do rotor sem trinca na passagem pela velocidade de ½X da velocidade crítica.



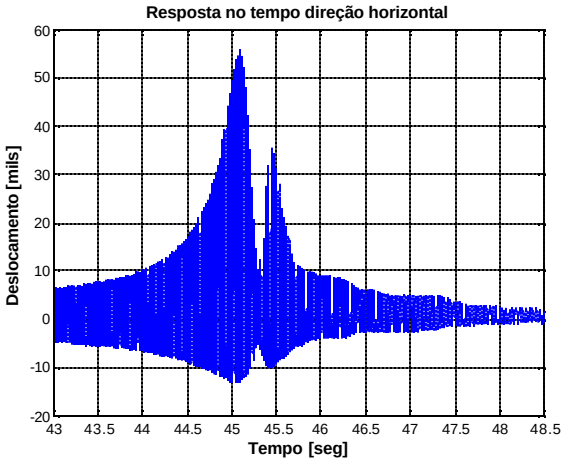
(a) Velocidade de rotação na partida



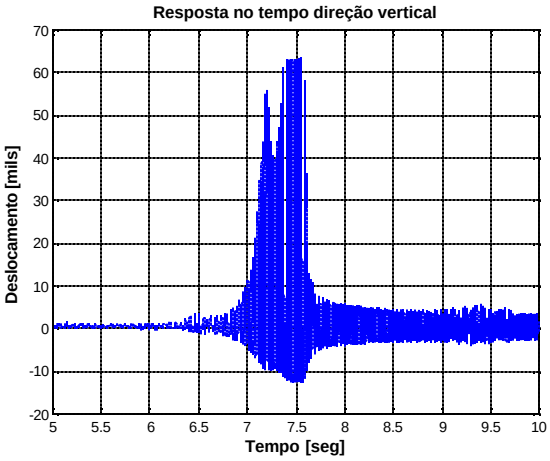
(d) Velocidade de rotação na parada



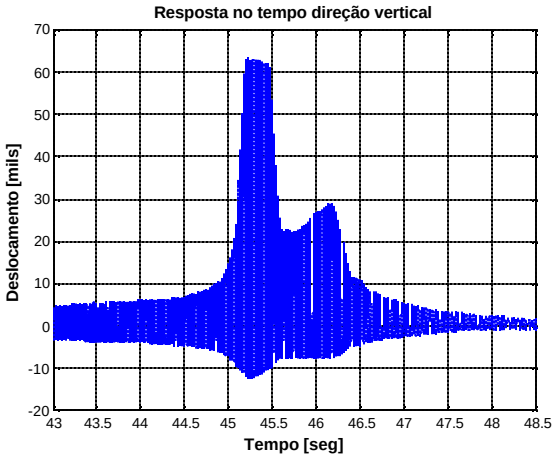
(b) Resposta na direção horizontal na partida



(e) Resposta na direção horizontal na parada



(c) Resposta na direção vertical na partida



(f) Resposta na direção vertical na parada

Figura 5.18 – Rotor sem trinca com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 180°.

5.7 Dados experimentais do rotor com trinca

O propósito deste trabalho era fazer os testes com uma trinca o mais real possível, o que poderia ser gerado numa máquina de ensaio de fadiga. Entretanto as máquinas disponíveis não permitem a montagem de um eixo com comprimento de 640 mm.

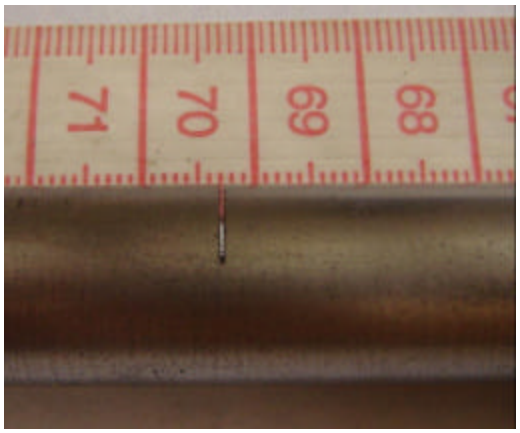


Figura 5.19 – Trinca no eixo

Assim, a trinca foi feita com um processo de eletro-erosão que deixa uma ranhura de 0.3 mm de largura, profundidade de 8 mm, o que corresponde a uma severidade (relação entre a profundidade da trinca e o diâmetro do eixo) de 0.504.

Usando o mesmo procedimento utilizado para o rotor sem trinca, foi lido o *run-out* do rotor com trinca, com os resultados que se apresentam na tabela 5.2.

5.7.1 Medições no regime permanente

Foram feitos testes com diferentes massas de desbalanceamento em diferentes posições angulares. Para este rotor, e acompanhando o que é adotado pela maioria dos autores, a posição de zero grau coincide com o eixo vertical da trinca, isto é, o eixo h na figura 2.14b. Nas figuras seguintes apresentam-se as respostas do rotor para diferentes condições de desbalanceamento.

Tabela 5.2 – Valores de *run-out* lidos na saída dos sensores de proximidade

Ângulo [graus]	Rotor sem trinca		Rotor com trinca	
	Sensor horizontal- [VDC]	Sensor Vertical – [VDC]	Sensor horizontal- [VDC]	Sensor Vertical – [VDC]
0	-5.82	-6.01	-5.91	-5.72
22.5	-5.83	-6.03	-5.92	-5.65
45	-5.86	-6.04	-5.95	-5.55
66.5	-5.89	-6.06	-5.87	-5.45
90	-5.95	-6.07	-5.85	-5.38
112.5	-5.99	-6.07	-5.79	-5.31
135	-6.03	-6.05	-5.71	-5.31
157.5	-6.06	-6.00	-5.6	-5.35
180	-6.09	-5.95	-5.55	-5.4
202.5	-6.1	-5.93	-5.51	-5.51
225	-6.08	-5.92	-5.52	-5.62
247.5	-6.04	-5.89	-5.56	-5.71
270	-6.00	-5.88	-5.62	-5.76
292.5	-5.95	-5.9	-5.7	-5.78
315	-5.87	-5.94	-5.79	-5.80
337.5	-5.84	-5.97	-5.87	-5.76

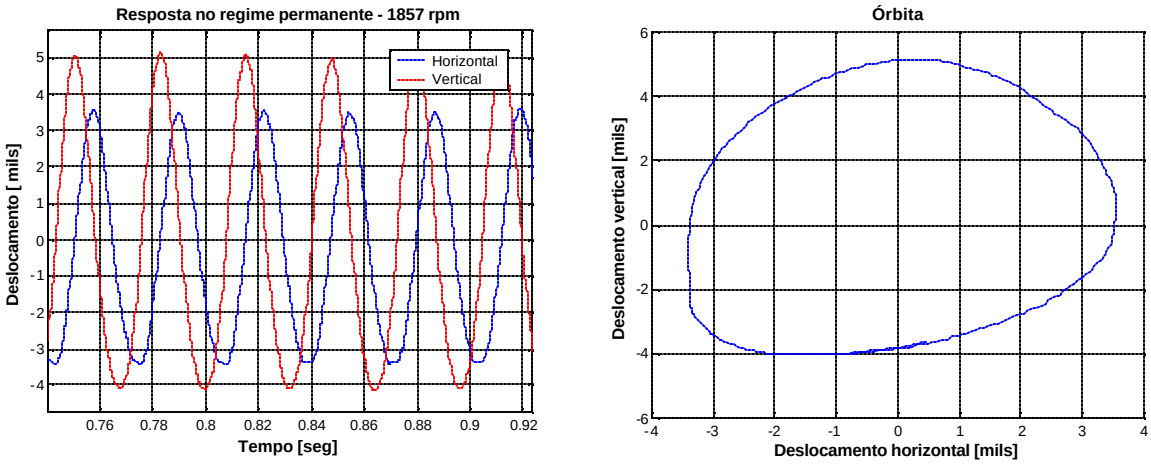


Figura 5.20 – Rotor com trinca no regime permanente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 0° - 1857 rpm.

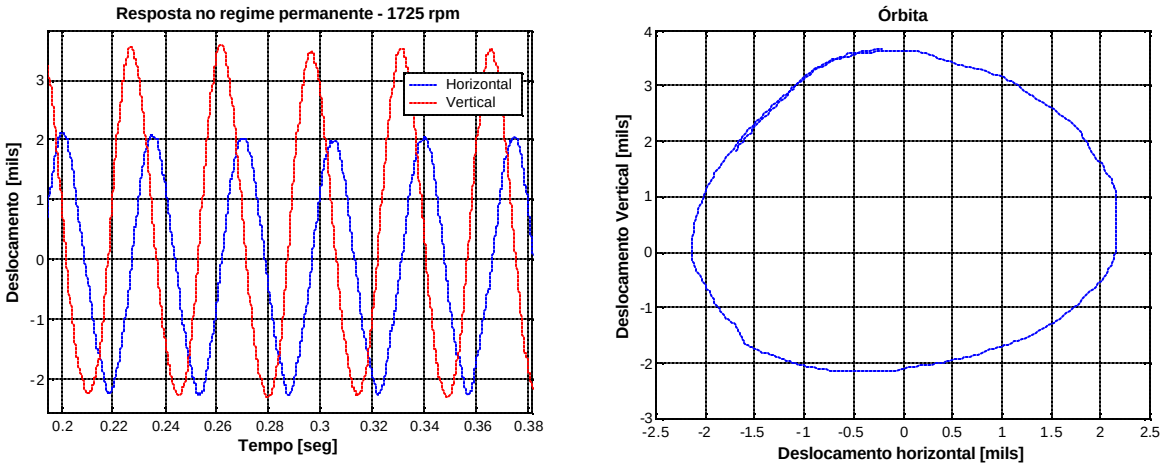


Figura 5.21 - Rotor com trinca no regime permanente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 180° - 1725 rpm

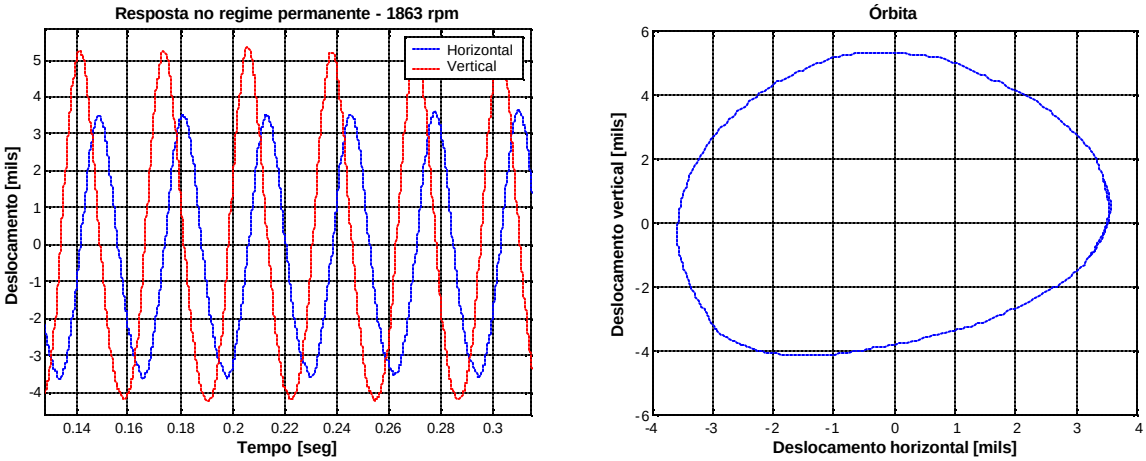


Figura 5.22 - Rotor com trinca no regime permanente com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 90° - 1863 rpm

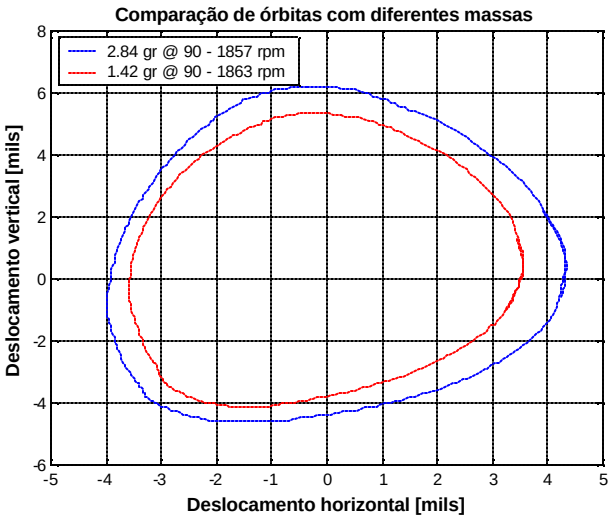
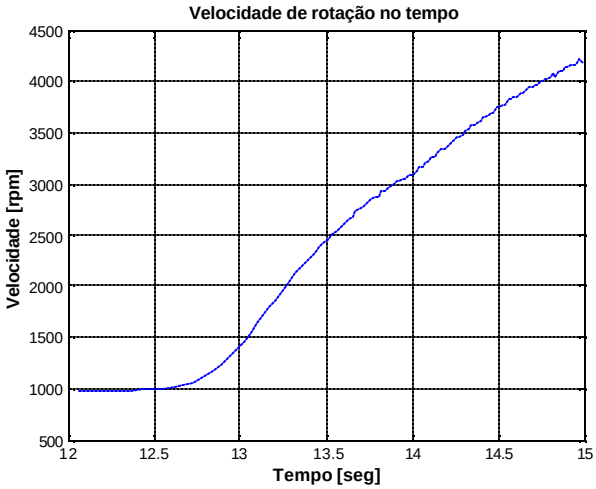


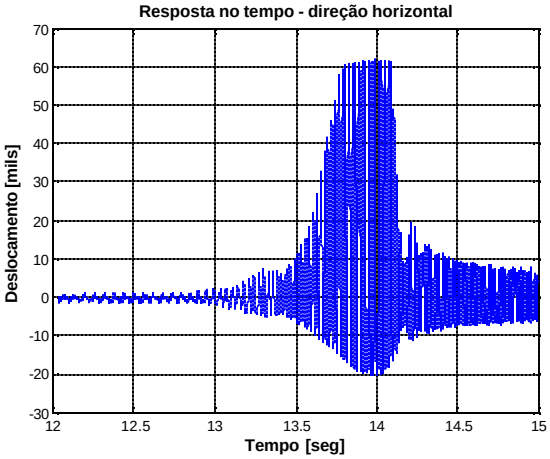
Figura 5.23 – Comparação das órbitas para massas de desbalanceamento de 1.42 e 2.84 gramas na mesma posição angular, 90° com velocidades de rotação similares.

5.7.2 Medições no regime transiente

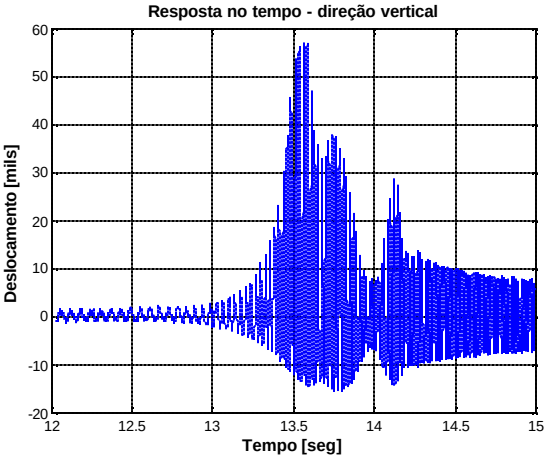
No regime transiente, que é o regime de interesse para o diagnóstico do rotor com trinca, foram feitos dois tipos de teste. O primeiro consiste de numa partida seguida de uma parada do rotor com 1.42 gramas de desbalanceamento em diferentes posições angulares, de tal forma que o rotor passa pela velocidade crítica. Este teste é similar ao feito com o rotor sem trinca. O segundo teste compreende partidas e paradas do rotor sem passar pela velocidade crítica, com a finalidade de trabalhar com taxas de aceleração menores e observar o comportamento do rotor na passagem pela velocidade de ½X da velocidade crítica. Nas figuras 5.24 até 5.28 apresentam-se algumas das respostas selecionadas do rotor para as diferentes condições de desbalanceamento e aceleração.



(a) Velocidade de rotação no tempo

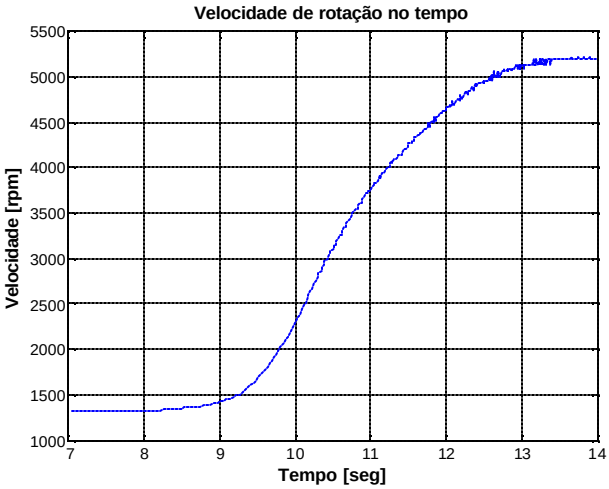


(b) Resposta na direção horizontal

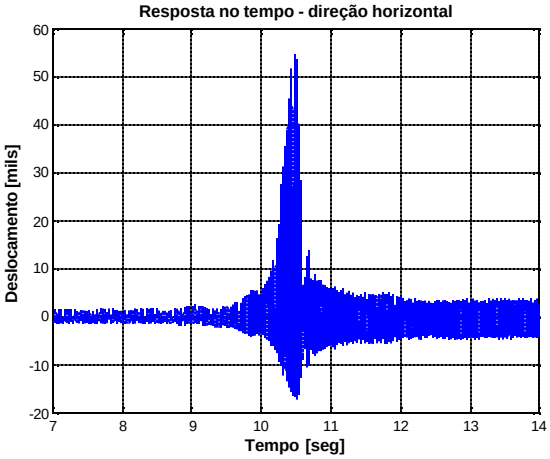


(c) Resposta na direção vertical

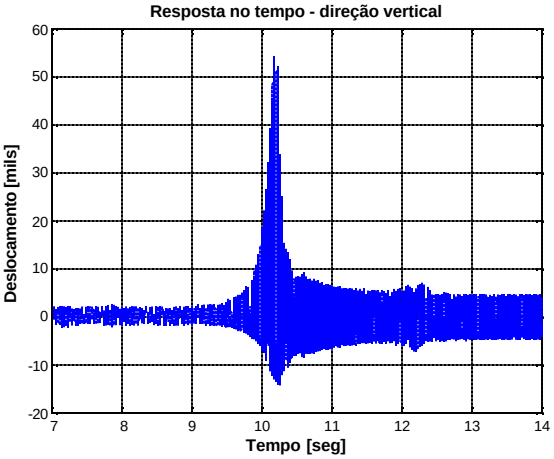
Figura 5.24 – Rotor com trinca e 1.42 gr @ 90° de desbalanceamento.



(a) Velocidade de rotação no tempo

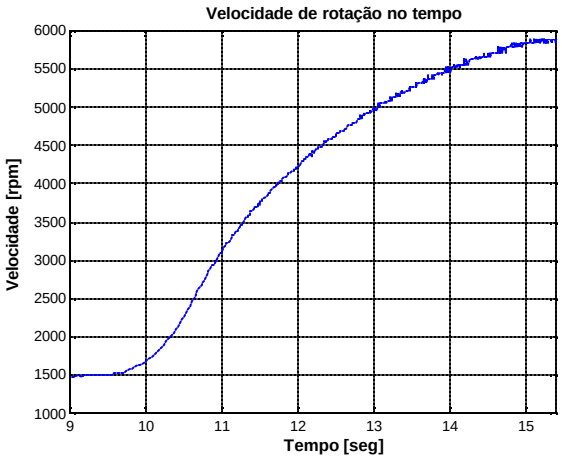


(b) Resposta na direção horizontal

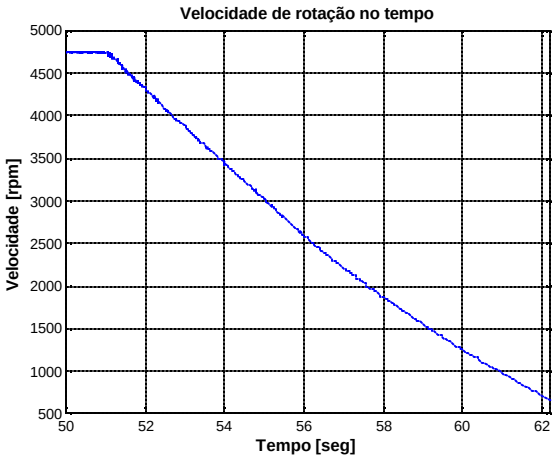


(c) Resposta na direção vertical

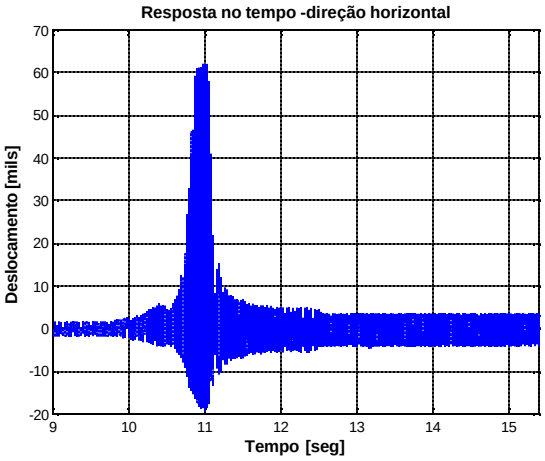
Figura 5.25 - Rotor com trinca e 1.42 gr @ 270° de desbalanceamento.



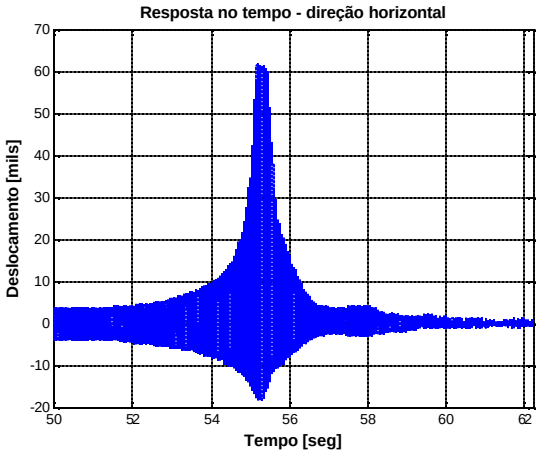
(a) Velocidade de rotação na partida



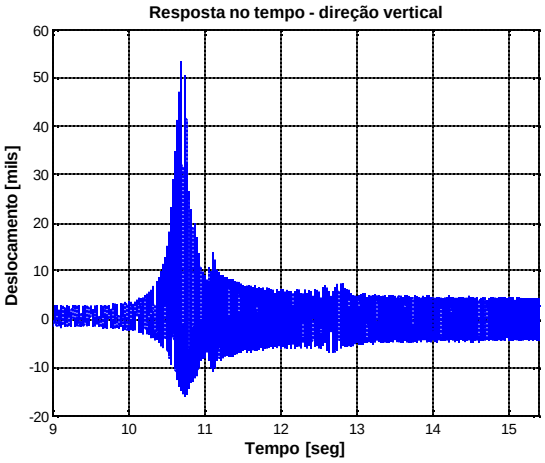
(d) Velocidade de rotação na parada



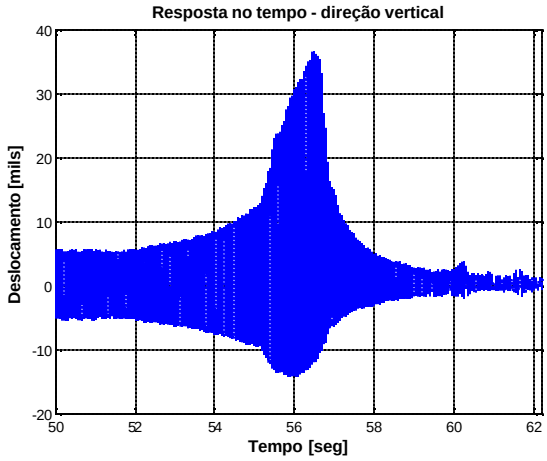
(b) Resposta na direção horizontal na partida



(e) Resposta na direção horizontal na parada



(c) Resposta na direção vertical na partida



(f) Resposta na direção vertical na parada

Figura 5.26 – Rotor com trinca na partida e parada com 1.42 gr @ 180° de desbalanceamento.

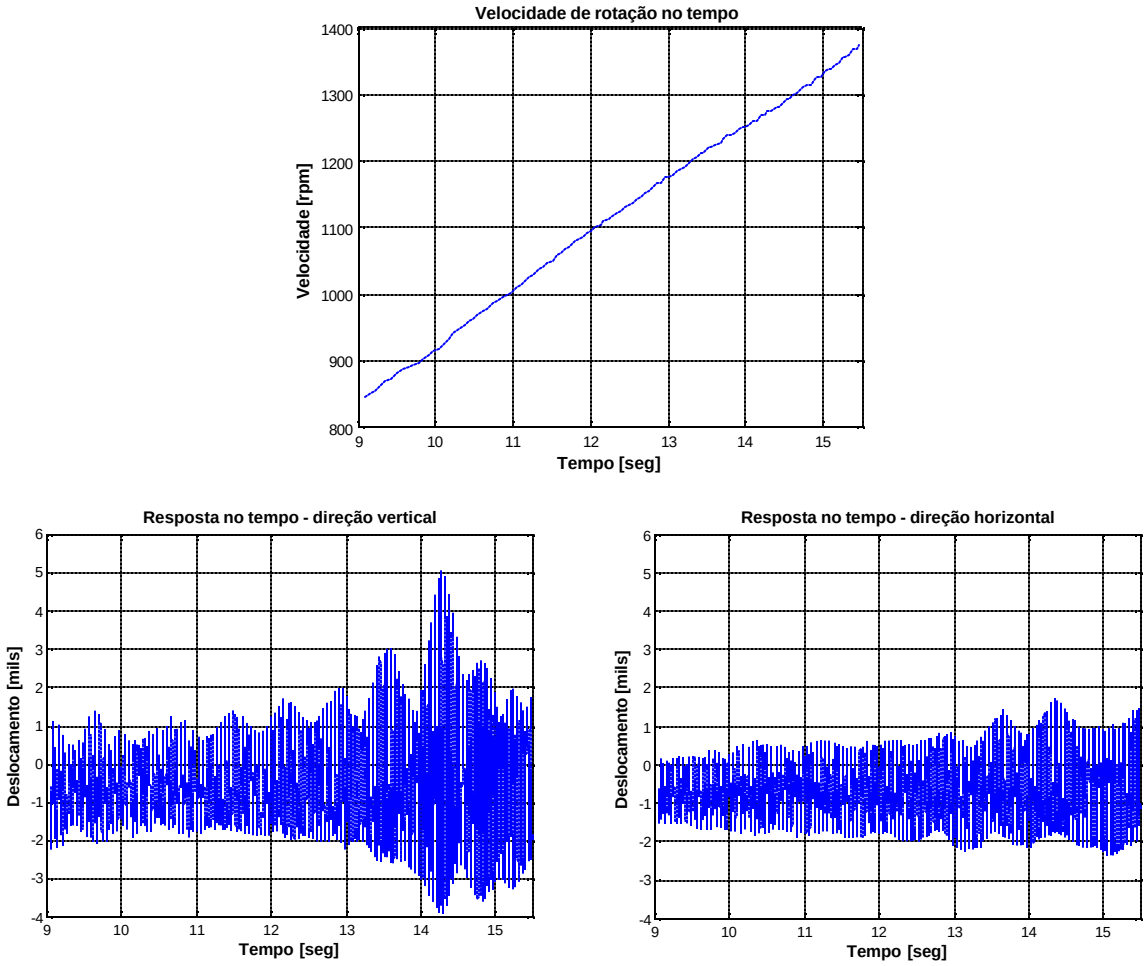


Figura 5.27 – Rotor com trinca com uma massa de desbalanceamento de 1.42 gramas @ 0° e uma taxa de aceleração baixa.

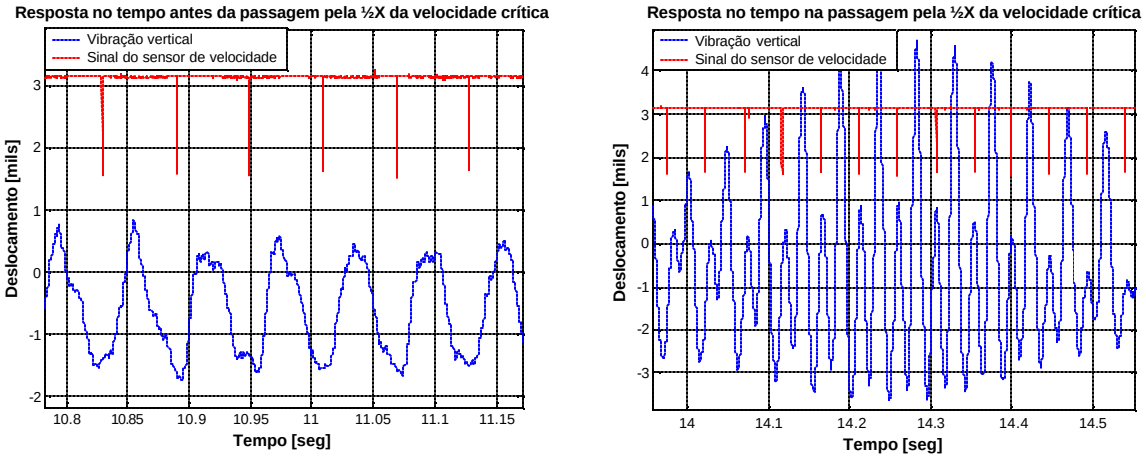


Figura 5.28 – Comparação da resposta no tempo entre o sinal antes e na passagem pela ½X da velocidade crítica com a mesma taxa de aceleração da figura 5.27.

CAPÍTULO VI

Identificação de um rotor com trinca: Comparação dos resultados experimentais e simulações

Neste capítulo é feita uma análise dos dados experimentais com dois propósitos, o primeiro para identificar experimentalmente as principais diferenças no comportamento dinâmico entre o rotor sem trinca e com trinca; o segundo, para verificar se o comportamento observado do rotor com trinca coincide com os resultados mencionados por outros pesquisadores.

Na segunda parte do capítulo e feita uma comparação entre os dados teóricos obtidos com o modelo de Mayes modificado e os dados experimentais, principalmente no regime transiente.

Finalmente, são apresentados os resultados das simulações para diferentes severidades de trinca, condições de desbalanceamento e taxas de aceleração.

6.1 Comparação dos resultados experimentais entre o rotor com trinca e sem trinca.

O eixo usado para os testes com trinca é diferente daquele usado nos testes sem trinca, mas guardando, entrentanto, as mesmas características. Para a desmontagem do conjunto foi preciso retirar o disco. Assim, ao se fazer de novo a montagem, as condições de desbalanceamento residual e desalinhamento envolvendo os testes com e sem trinca não são as mesmas.

No rotor com trinca foi repetido o teste de impacto para obter as freqüências naturais. Para cada uma das direções foram feitos dois testes, um com o eixo principal da trinca na posição vertical e o outro com o eixo da trinca na posição horizontal.

Na figura 6.1 apresenta-se uma comparação dos testes de impacto na direção horizontal para o rotor com e sem trinca. Na figura 6.2 apresenta-se a mesma comparação da figura anterior para o teste na direção vertical.

Das figuras acima pode-se observar que o período do sinal da resposta do rotor sem trinca é sempre menor do que o período para o caso do rotor com trinca, independentemente da posição da trinca. Isto implica que a freqüência natural do rotor sem trinca é maior.

Para o teste de impacto na direção horizontal, quando a trinca está na posição vertical, tem-se uma freqüência natural de 44.177 Hz e, quando a trinca está na posição horizontal, tem-se uma freqüência de 43.7875 Hz. Assim, dos testes do rotor sem trinca, tem-se que a freqüência natural na direção horizontal é 44.738 Hz.

Para o teste de impacto na direção vertical, quando a trinca está na posição vertical, tem-se uma freqüência natural de 41.679 Hz e, quando a trinca está na posição horizontal, tem-se uma freqüência de 43.3626 Hz. Logo, dos testes do rotor sem trinca, tem-se que a freqüência natural na direção vertical é 44.3942 Hz.

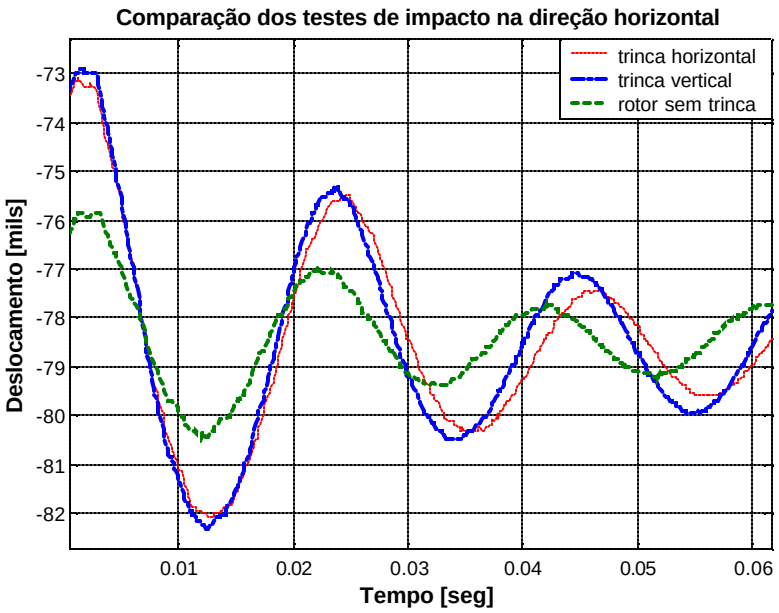


Figura 6.1 – Comparação da resposta aos testes de impacto na direção horizontal dos rotores com e sem trinca.

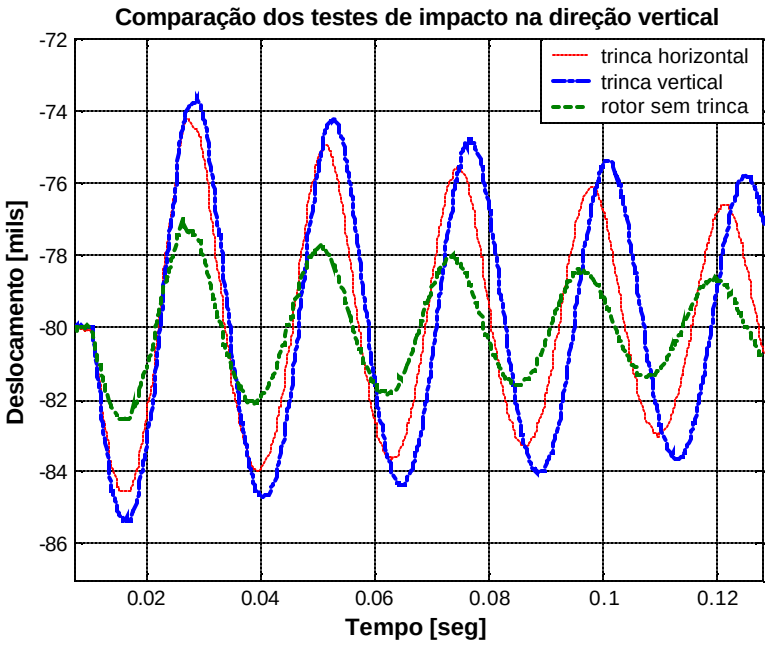


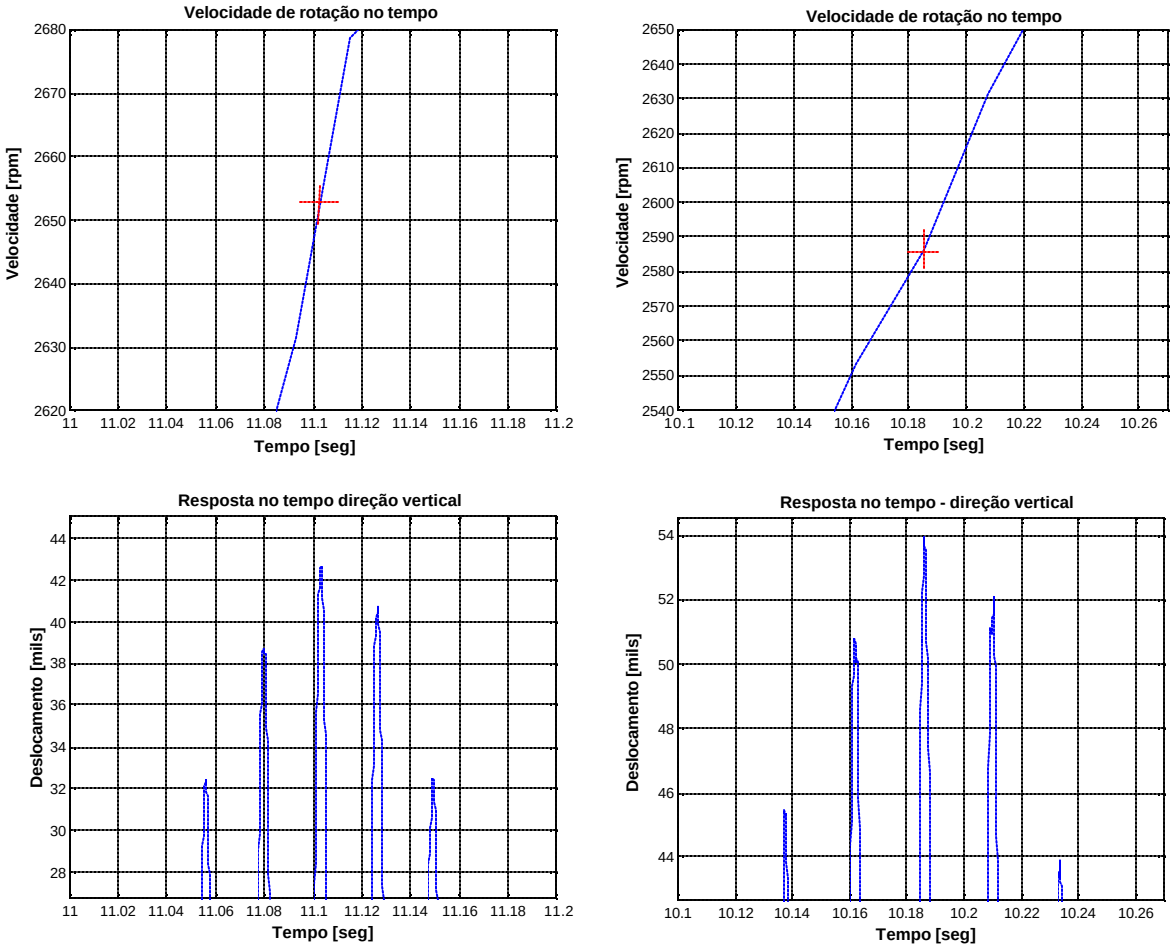
Figura 6.2 - Comparação da resposta aos testes de impacto na direção vertical dos rotores com e sem trinca

A variação das freqüências naturais ao se comparar os casos com e sem trinca é bastante pequena. Até mesmo, se não for usada uma resolução adequada na aquisição dos sinais, as diferenças podem não ser perceptíveis na prática. O monitoramento das freqüências naturais é uma técnica usada para diagnosticar problemas de alteração da rigidez principalmente em estruturas e eixos de grande porte. A comparação das freqüências naturais do rotor com e sem trinca deixam claro que a trinca no eixo produz uma redução nas freqüências naturais do rotor; esta redução faz supor que a velocidade de rotação na qual ocorre a maior amplitude de vibração tem que ser menor do que a velocidade para o rotor sem trinca. Para o caso de um desbalanceamento de 1.42 gramas na posição de 180 graus, o rotor sem trinca no regime transiente apresentou na direção vertical um valor máximo de 42.6 milésimos para uma velocidade de rotação de 2653 rpm. Para as mesmas condições de desbalanceamento o rotor com trinca apresentou como valor máximo da vibração na direção vertical 53.95 milésimos, porém observada para uma velocidade de 2587 rpm.

Uma comparação quantitativa das variações nas amplitudes de vibração e das diferenças resultantes nas respectivas velocidades de rotação não foi feita porque as taxas de aceleração para cada um dos testes não são exatamente as mesmas. Entretanto, de uma forma geral, observando os dados obtidos a partir de diferentes condições de desbalanceamento, pode-se concluir que dentre os efeitos da trinca sobre rotor está o

incremento nas amplitudes de vibração máximas, e que a máxima amplitude de vibração ocorre numa velocidade de rotação menor do que aquela observada para um rotor sem trinca. Na prática estas variações nas amplitudes de vibração podem ter diferentes causas e, por isto, não se constituem num diagnóstico eficiente para a identificação de um rotor com trinca. Além disso, tais variações podem ser bastante pequenas.

Na figura 6.3 apresenta-se a comparação das velocidades de rotação nas quais ocorrem os valores máximos de vibração do rotor com e sem trinca, mantido o mesmo desbalanceamento.



(a) (b)

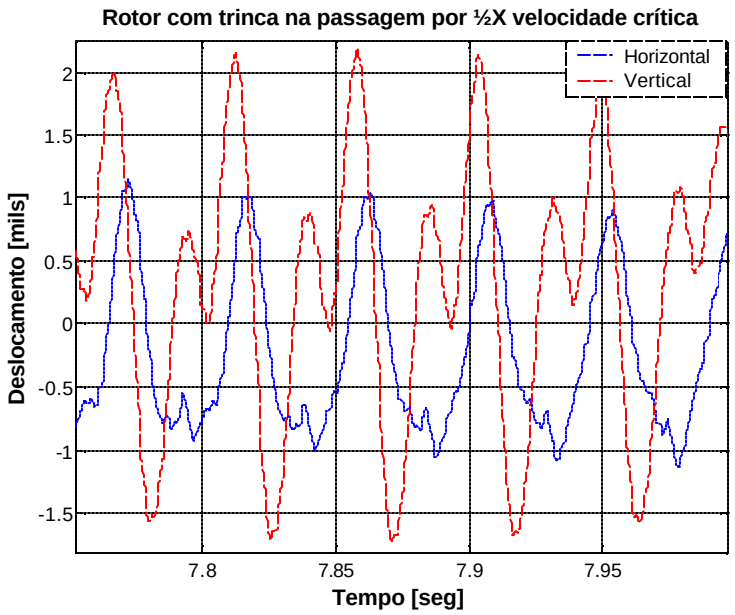
Figura 6.3 – Velocidade de rotação para a amplitude máxima de vibração na direção vertical com 1.42 gr @ 270°. a - Rotor sem trinca. b - Rotor com trinca.

Uma das principais características do rotor com trinca, mencionada pela maioria dos pesquisadores, é que estes rotores apresentam uma ressonância quando a velocidade de rotação é igual a uma fração inteira da velocidade crítica, especialmente quando a velocidad é a metade da crítica. A análise das respostas do rotor com trinca na partida e na parada manifestam efetivamente uma variação na resposta do rotor na passagem pela velocidade ½X da velocidade crítica, caracterizada pelo incremento na amplitude e pela presença da componente 2X. Na figura 5.17 apresenta-se a resposta do rotor sem trinca na passagem pela ½X da velocidade crítica, sendo este um comportamento típico caracterizado por uma onda senoidal com a componente 1X predominante. Na figura 5.28, onde é apresentada a resposta do rotor com trinca na passagem pela ½X da velocidade crítica, pode-se observar a presença da componente 2X na resposta temporal, assim como um incremento na amplitude da vibração. Na figura 6.4 apresenta-se a órbita e a resposta no tempo para o rotor com trinca na passagem pela ½X da velocidade crítica. Os sinais usados para o gráfico foram filtrados para eliminar o ruído. Pode-se observar a presença da componente 2X, cuja resposta é maior na direção vertical do que na horizontal. Pode-se observar que a órbita descrita pelo rotor com trinca coincide com a forma de órbita no trabalho de Darpe (2003) e outros pesquisadores, onde a diferença principal com o rotor sem trinca é a presença de um círculo pequeno dentro do círculo principal, sendo este tipo de órbita próprio de sinais onde se tem a componente do segundo harmônico.

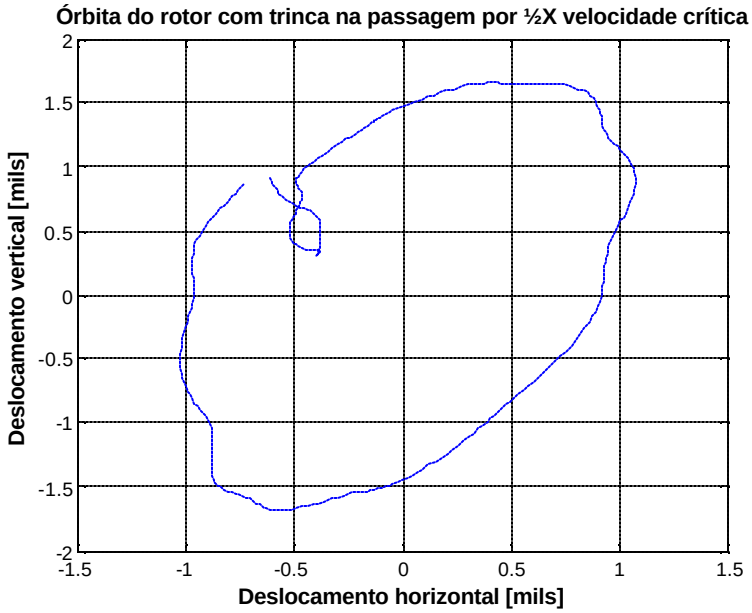
Na figura 6.5 apresenta-se a órbita e a resposta no tempo na passagem por ? X da velocidade crítica, onde também o efeito da trinca é maior na resposta referente à direção vertical. Na figura 6.6 apresenta-se a órbita e a resposta no tempo na passagem por ¼X da velocidade crítica.

As diferenças observadas na resposta do rotor evidenciam a influência da taxa de aceleração no resultado final, tanto assim que, para taxas de aceleração altas, as ressonâncias subharmônicas, especialmente nas velocidades ¼X, ? X, têm pouca influência na resposta do rotor. Os sinais mostrados nas figuras 6.5 e 6.6 foram adquiridos com taxas de aceleração baixas.

Deve-se observar que após a realização dos teste experimentais, o eixo com trinca foi testado com liquidos penetrantes. Verificou-se que não houve propagação da trinca.

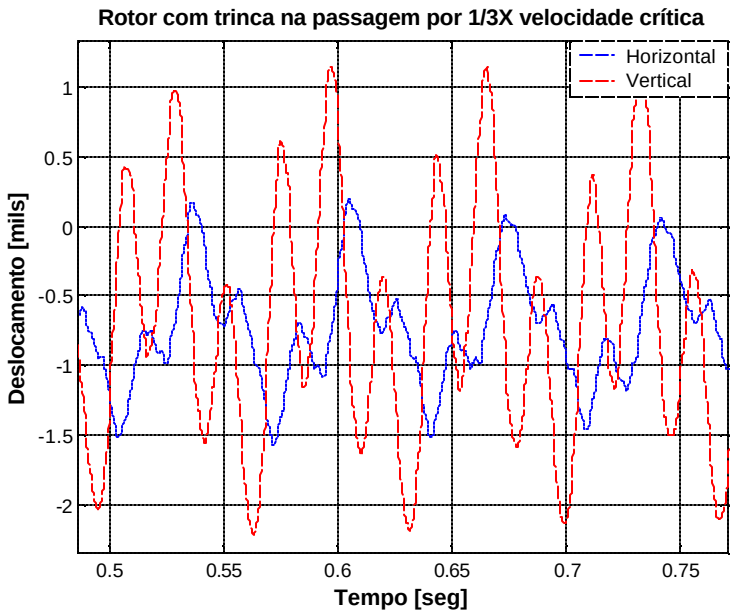


(a) Resposta no tempo nas direções vertical e horizontal

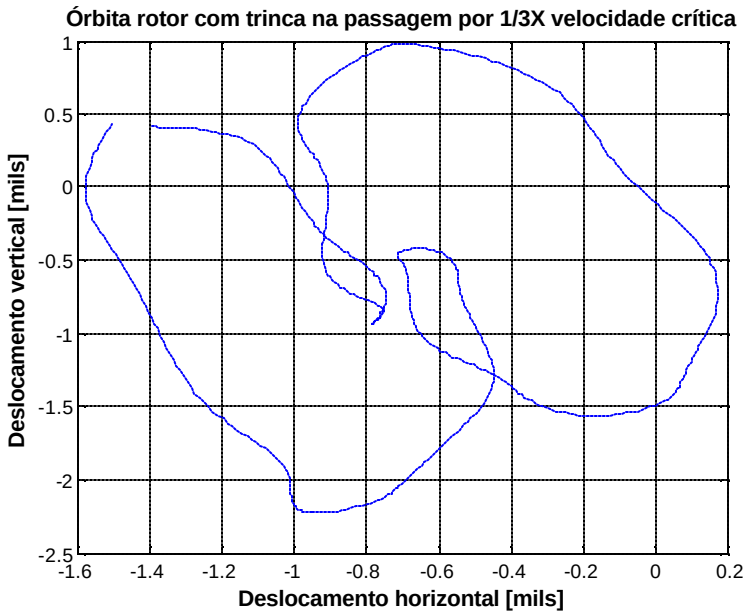


(b) Órbita

Figura 6.4 – Rotor com trinca na passagem pela ½X da velocidade crítica.

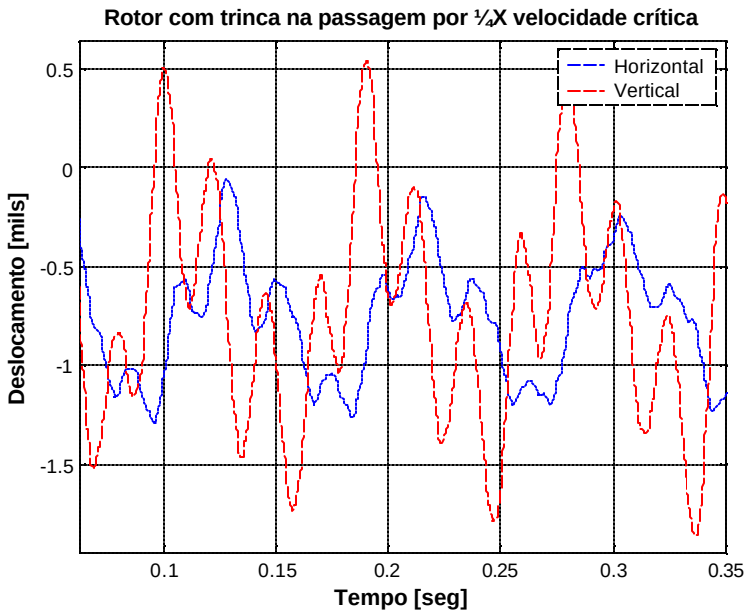


(a) Resposta no tempo

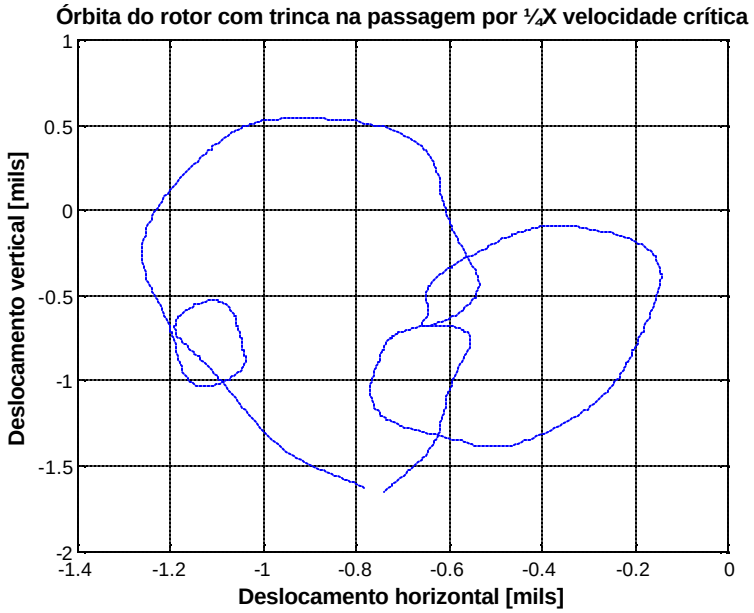


(b) Órbita.

Figura 6.5 – Resposta do rotor com trinca na passagem pela ? X da velocidade crítica.



(a) Resposta no tempo



(b) Órbita.

Figura 6.6 – Resposta do rotor com trinca na passagem pela ¼X da velocidade crítica.

6.2 Comparação dos resultados teóricos com os resultados experimentais para o rotor com trinca.

No capítulo III foi apresentado o modelo de Mayes modificado adotado neste trabalho. Resta dizer que a discretização e tamanho do elemento com trinca é escolhido de tal maneira que a posição da trinca fique no meio do comprimento do elemento, já que as equações usadas foram deduzidas para esta condição. A discretização usada para o MEF é a mesma indicada na figura 5.12. O elemento com trinca está entre os nós 7 e 8 do modelo.

As características de desbalanceamento e severidade da trinca são as mesmas da bancada, sem levar em conta o desbalanceamento residual do rotor, razão pela qual a resposta do modelo quanto à amplitude da vibração não é exatamente a mesma, mas para o propósito deste trabalho a diferença das amplitudes da resposta teórica e da experimental não é tão importante, já que o objetivo principal desta dissertação é verificar se o modelo teórico apresenta um comportamento similar ao obtido experimentalmente.

6.2.1 Comparação da resposta teórica do rotor com e sem trinca

No regime transiente as comparações da resposta teórica do rotor com e sem trinca são feitas procurando observar as diferenças que foram determinadas em relação aos experimentos. Quanto às amplitudes máximas de vibração, na resposta teórica também se observa que, no rotor com trinca, as amplitudes de vibração do rotor são maiores, e ocorrem em velocidades de rotação menores do que no rotor sem trinca, como é indicado na figura 6.7.

As órbitas descritas pelas respostas teóricas do rotor sem trinca, são características de um rotor onde a órbita seria circular se o rotor for simétrico. Neste caso a forma das órbitas não é exatamente circular por causa diferenças na rigidez. As principais diferenças com a resposta teórica do rotor com trinca se manifestam na passagem pelas velocidades ? X e ½X da velocidade crítica. A variação da resposta do rotor nestas velocidades também é bastante clara na resposta no tempo. Nas velocidades de rotação onde não há coincidência com as frações inteiras da velocidade crítica, a resposta do rotor com trinca apresenta maiores amplitudes do que o rotor sem trinca para as mesmas condições de desbalanceamento. Na figura 6.8 apresentam-se as respostas no tempo e as órbitas do rotor com trinca quando a velocidade de rotação é ? X e ½X da velocidade crítica.

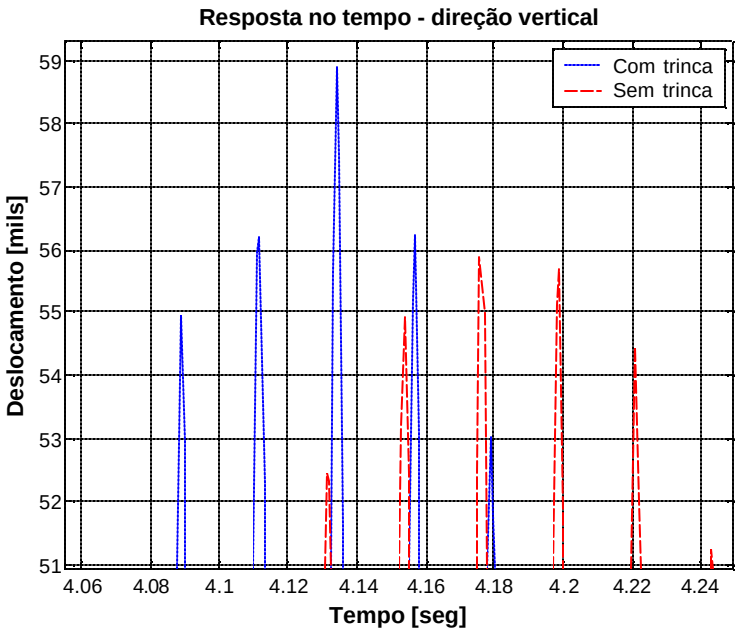


Figura 6.7 – Comparação da resposta do rotor com e sem trinca para a mesma condição de desbalanceamento e taxa de aceleração.

Do capítulo III viu-se que a principal influência da trinca é uma diminuição na rigidez do rotor. Na figura 6.9 apresenta-se a variação da rigidez no elemento (25,25) e (26,26) da matriz de rigidez global, que correspondem às direções horizontal e vertical do nó localizado à esquerda do elemento com trinca.

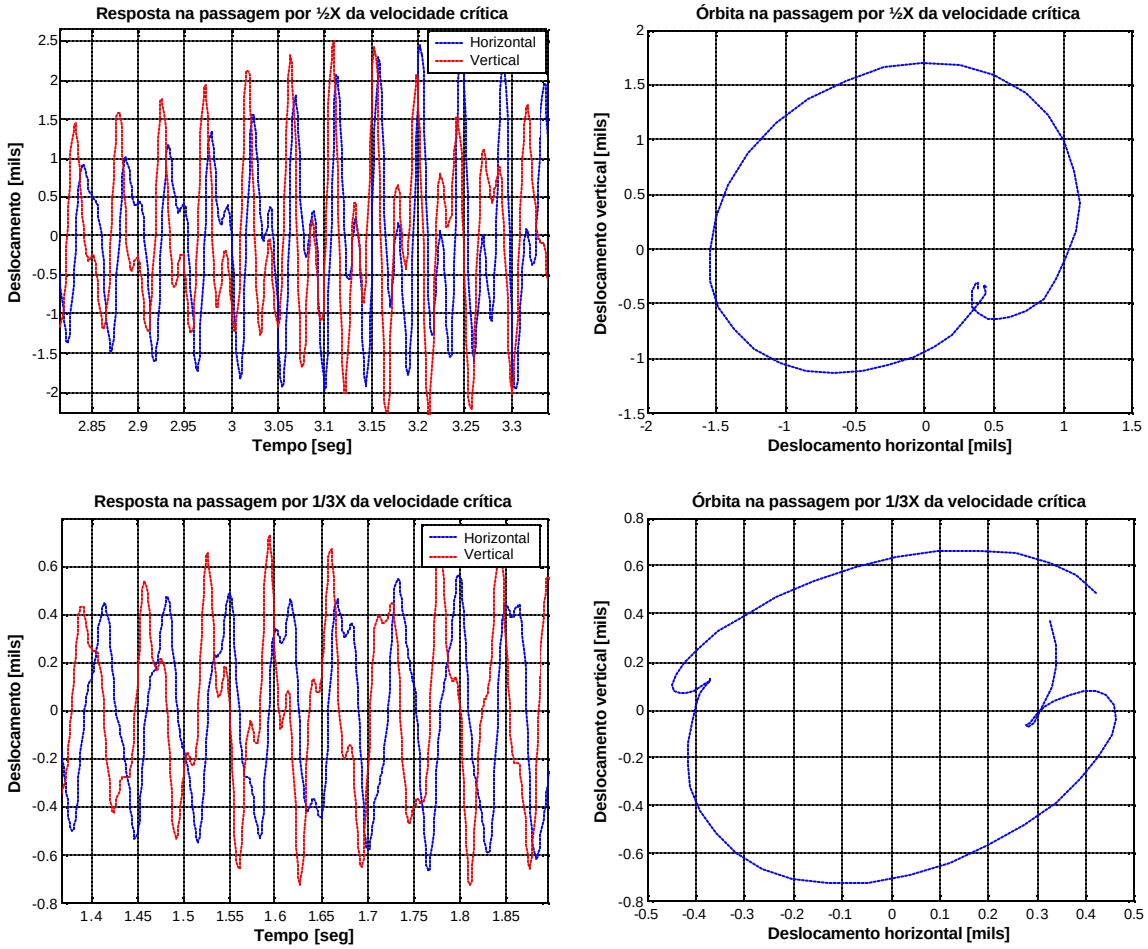


Figura 6.8 – Respostas no tempo e órbitas teóricas na passagem por ? X e ½X da velocidade crítica.

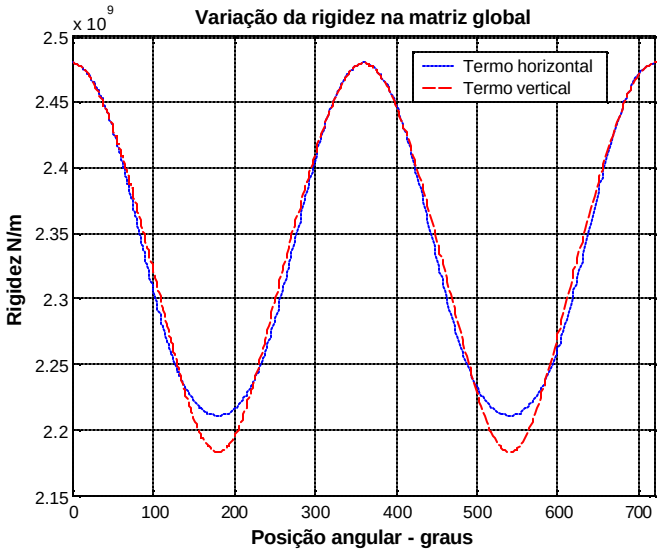


Figura 6.9 – Variação dos elementos (25,25) e (26,26) da matriz global de rigidez.

6.2.2 Comparação da resposta teórica e a resposta experimental do rotor com trinca

Da seção anterior, ficou claro que o modelo do rotor com trinca manifesta as diferenças observadas experimentalmente entre o rotor com e sem trinca. As diferenças no que diz respeito à magnitude da vibração e a velocidade na qual ocorre vibração máxima, apesar de serem bem representadas pelo modelo, não o foram nas mesmas magnitudes observadas experimentalmente. Uma das razões para este resultado pode ser a diferenças nas taxas de aceleração utilizadas e, principalmente, nos valores dos coeficientes de amortecimento que são um fator importante na resposta do rotor na passagem pela ressonância. A melhor manifestação do modelo é a forma das órbitas, que, comparadas com as experimentais, são bastante similares. Na resposta no tempo, tanto teórica como experimental, foi observado que na passagem por ½X, o deslocamento na direção vertical é maior que a componente 2X do que na direção horizontal. Isto pode ser vista na figura 6.4 para o caso experimental e, e na figura 6.8, para a simulação computacional. Para o caso onde o rotor apresenta uma diferença grande entre as freqüências naturais nas direções vertical e horizontal, é possível que a forma das órbitas seja diferente, já que a ressonância em cada uma das direções vai ocorrer em tempos diferentes, mas ainda assim é possível observar a influência da trinca na resposta no tempo.

Como foi dito anteriormente, o propósito deste trabalho é estudar se o modelo representa o comportamento de um rotor com trinca. Neste contexto, considera-se que o modelo usado é adequado para o estudo de um rotor com trinca.

6.3 Resultados de simulações

6.3.1 Simulações com variação na severidade da trinca

Para se observar o comportamento do modelo em relação à severidade da trinca, foram feitas simulações com suas taxas de aceleração, usando um desbalanceamento de 2.84 gramas posição angular que corresponde a zero grau. A comparação das respostas no tempo mostra que quanto maior é a severidade da trinca, a amplitude máxima de vibração ocorre em velocidades de rotação cada vez menores. Na resposta no tempo, tanto teórica como experimentalmente, foi observado que na passagem por ½X, o efeito da trinca na resposta no tempo é maior na direção vertical do que na direção horizontal. Na figura 6.4 pode-se ver experimentalmente, e na figura 6.8 teoricamente. Na figura 6.10 apresenta-se a comparação da resposta no tempo para diferentes severidades de trinca com uma taxa de

aceleração igual a 70 rad/s^2, lembrando que a severidade da trinca "*a*" é dada pela relação entre a profundidade da trinca e o diâmetro do eixo.

Pode-se observar que com severidades de trinca baixas, a variação da resposta comparada com a resposta do rotor sem trinca é quase imperceptível. Na figura 6.11 apresentam-se as órbitas para diferentes severidades de trinca com uma taxa de aceleração de 20 rad/s^2.

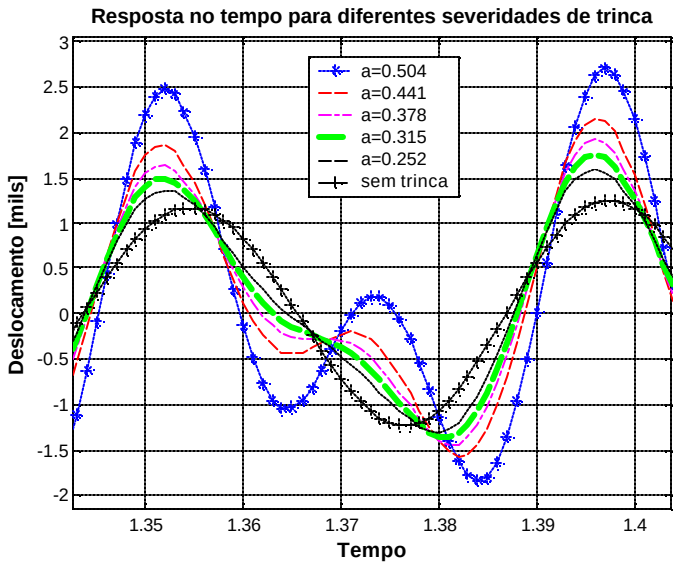


Figura 6.10 – Comparação da resposta no tempo na direção vertical para diferentes severidades de trinca na passagem pela ½X da velocidade crítica.

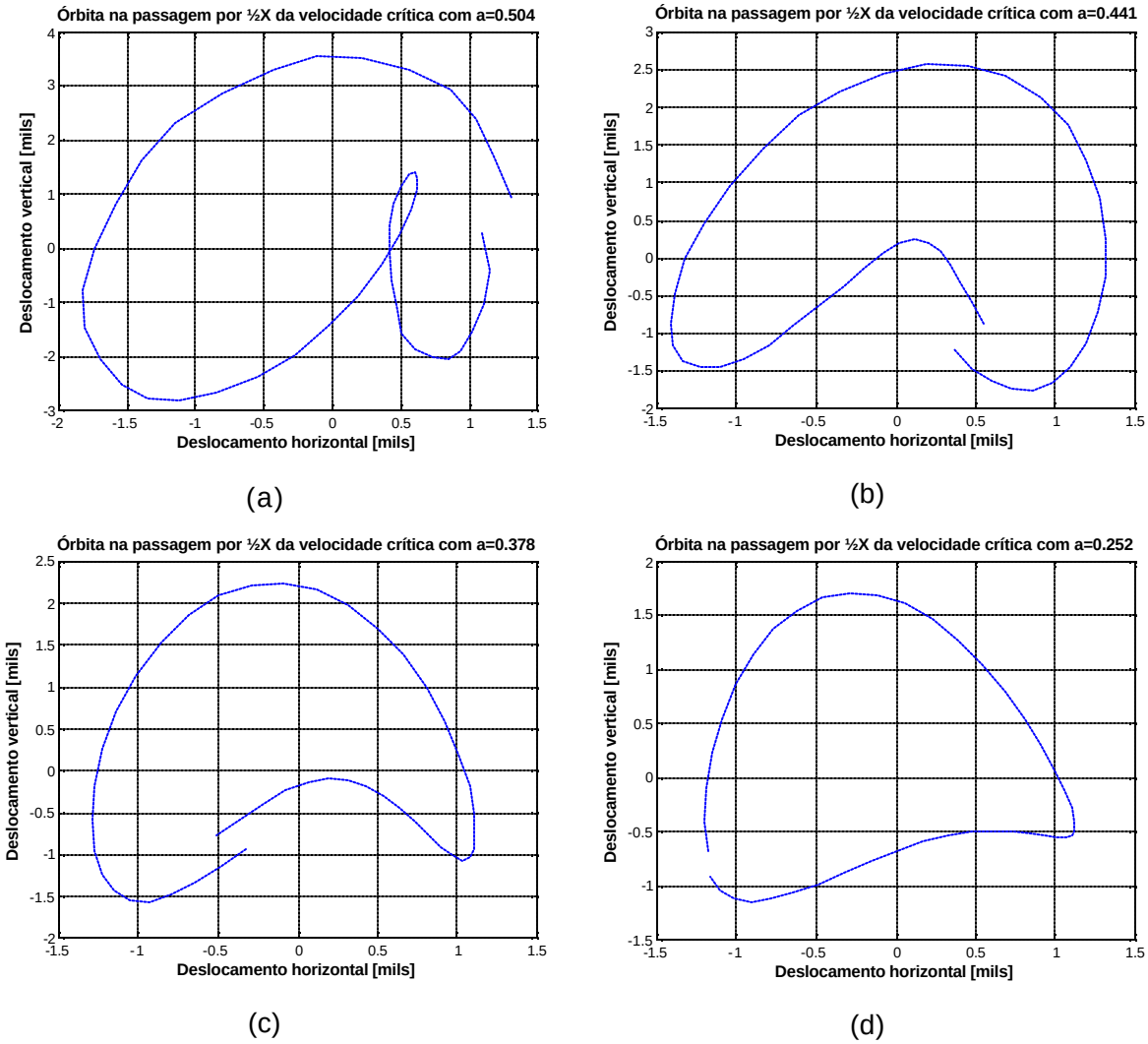


Figura 6.11 – Órbitas do rotor na passagem pela ½X da velocidade crítica com uma taxa de aceleração de 20 rad/s^2.

6.3.2 Simulações com variação nas condições de desbalanceamento

Para estudar a influência das condições de desbalanceamento num rotor com trinca, foi calculada a resposta para a mesma massa de desbalanceamento em diferentes posições angulares. O comportamento com o incremento da massa de desbalanceamento na mesma posição, é igual a um rotor sem trinca e manifesta-se no incremento da amplitude, embora como neste estudo está-se considerando o desbalanceamento como a única excitação presente, para desbalanceamentos pequenos a diferença da resposta comparada com um rotor sem trinca é pouca.

Na figura 6.12 apresenta-se as respostas no tempo na passagem por ½X e ? X da velocidade crítica, para diferentes posições angulares da massa de desbalanceamento. As

simulações foram feitas com uma taxa de aceleração de 20 rad/s^2. Na direção horizontal, a influência da trinca na resposta é maior quando o desbalanceamento está na posição de 90° ou 270°; já na direção vertical, a influência da trinca é clara para qualquer posição angular usada. Na passagem por ? X da velocidade crítica na direção horizontal, a influência da trinca na resposta é pequena. Isso pode também ser visto na forma das órbitas, conforme apresentado nas figuras 6.13 e 6.14.

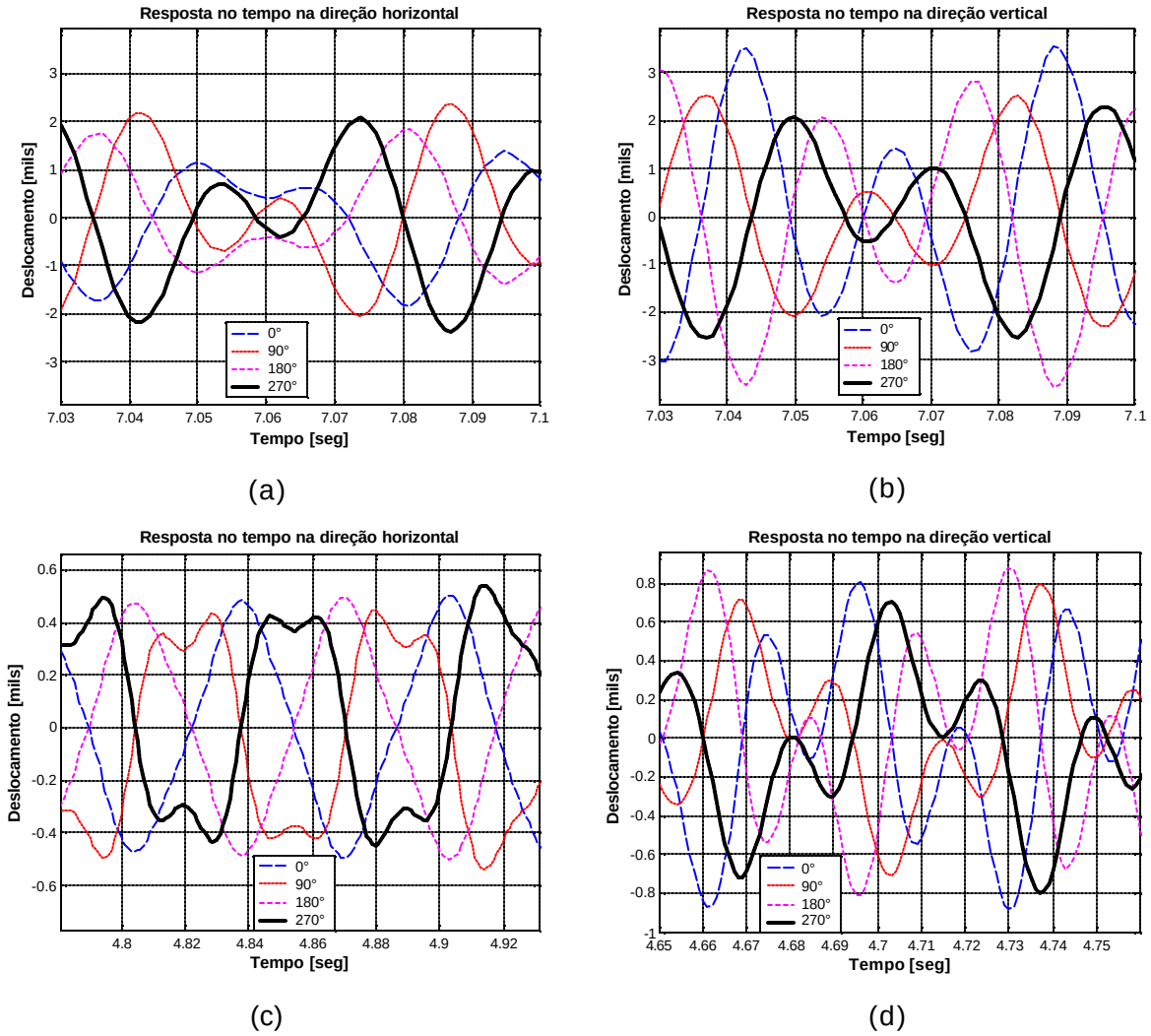


Figura 6.12 – Resposta no tempo na passagem pelas velocidades ½X e ? X da velocidade crítica para um desbalanceamento de 2.42 gramas e diferentes posições angulares.

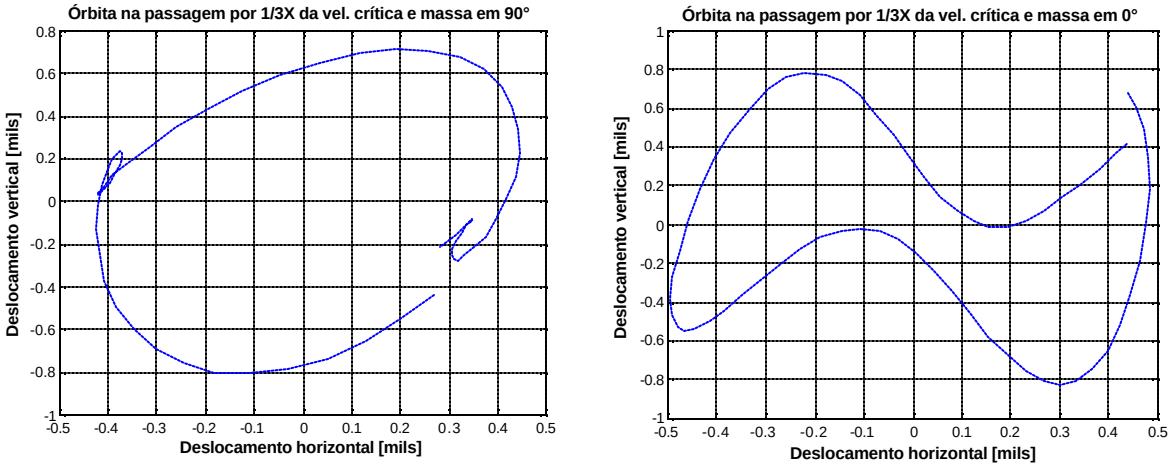


Figura 6.13 – Órbitas na passagem pela ? X da velocidade crítica para um desbalanceamento nas posições angulares de 0° e 90°.

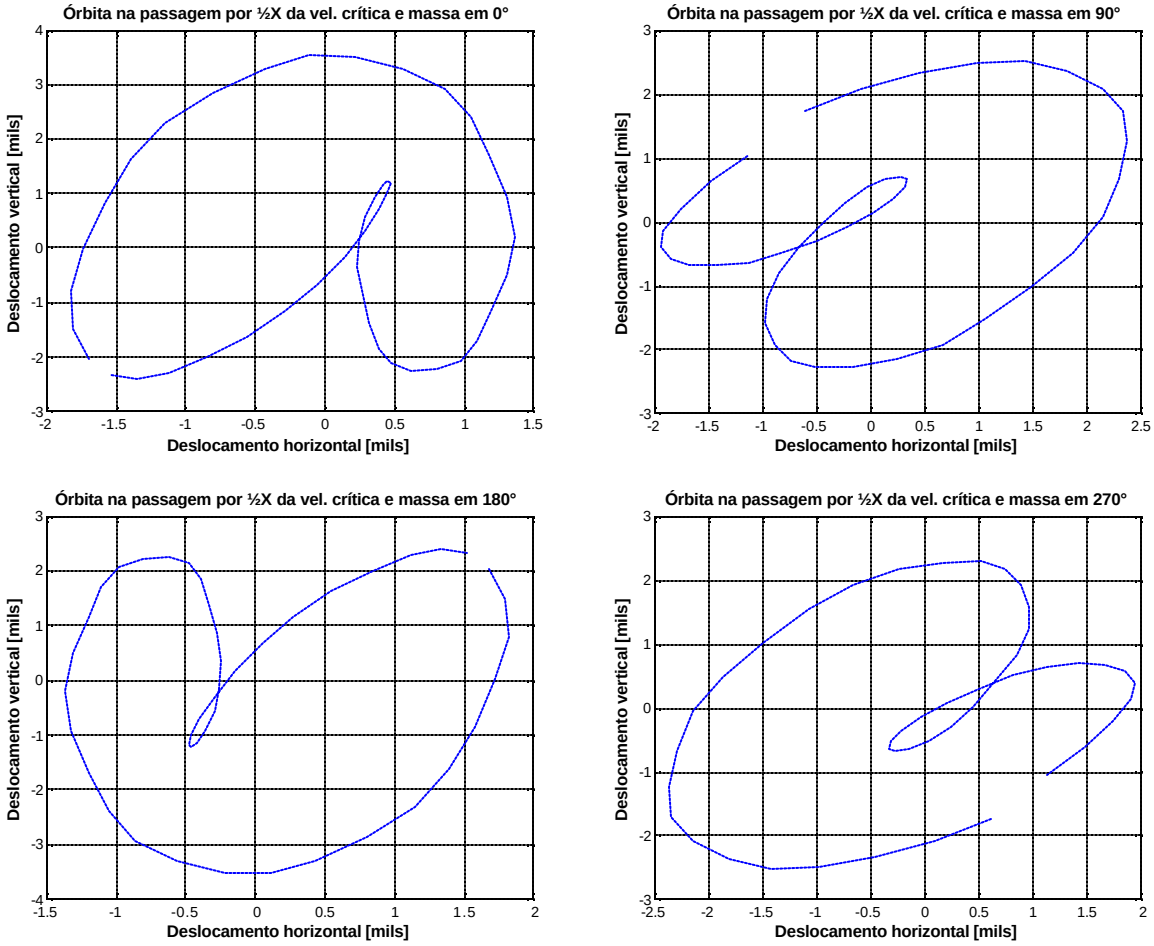


Figura 6.14 – Órbitas na passagem pela ½X da velocidade crítica para um desbalanceamento nas posições angulares de 0°, 90°, 180° e 270°.

CAPÍTULO VII

Conclusões e Perspectivas

O tema escolhido para este trabalho é considerado atualmente da maior relevância no contexto da indústria. Como o desempenho das máquinas rotativas é sempre crescente, juntamente com sua flexibilidade, os riscos decorrentes do aparecimento de trincas são altos. Neste sentido, em não havendo um diagnóstico prematuro, podem ocorrer falhas catastróficas, colocando em risco vidas humanas e compromentendo os serviços prestados pela indústria.

Além disso, no contexto da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU, trata-se do segundo trabalho, portando sobre este tema. O primeiro, conforme comentado ao longo desta dissertação, foi o trabalho de mestrado do aluno Ricardo Corrêa Simões, em 2002. Entretanto, naquela oportunidade, restringiu-se o estudo a casos de simulação computacional, com um modelo de trinca que não contém o efeito de *breathing*. Por outro lado, dedicou-se um esforço significativo na aplicação de técnicas de otimização, visando obter uma metologia para obtenção das características de falhas a partir do comportamento dinâmico de máquinas rotativas, aspecto que o presente trabalho não abordou.

Nesta dissertação, foi verificado que a presença da trinca no eixo de um rotor flexível produz uma redução da rigidez e, como conseqüência direta desta redução, tem-se também uma redução nas freqüências naturais do rotor e das velocidades críticas. Tal redução das freqüências naturais nem sempre é significativa, embora, na prática, o procedimento seja utilizado para diagnosticar mudanças na rigidez em vários tipos de estrutura encontrados na indústria. No caso da presente dissertação de mestrado, a mudança nas freqüências naturais foi observada experimentalmente através de testes de impacto, possíveis de serem aplicados à vista do porte da bancada experimental disponível. Na resposta de regime

transiente, a redução nas freqüências naturais faz com que as amplitudes máximas de vibração sejam atingidas em velocidades de rotação menores, caracterizando assim a diminuição das velocidades críticas do sistema.

Um dos efeitos característicos da existência de trinca num rotor, considerado pela maioria dos pesquisadores como o mais importante para o diagnóstico de rotores, é a chamada ressonância *sub-harmônica*, obtida quando a velocidade de rotação coincide com frações inteiras da velocidade crítica. Ainda que a trinca introduzida artificialmente no rotor através de uma operação realizada com uma máquina de eletro erosão não corresponda exatamente a uma trinca verdadeira, tal comportamento foi observado experimentalmente nas velocidades de rotação iguais à ½X, ? X e ¼X da velocidade crítica. A comparação das órbitas experimentais com as simuladas, assim como a resposta no tempo, permite verificar que o modelo de trinca usado, qual seja, o modelo de Mayes modificado, representa adequadamente o comportamento do rotor com trinca, levando a resultados cuja forma de órbita coincide com a apresentada pela maioria dos autores. Estas órbitas se conseguem com rotores simétricos, onde a mudança na resposta do rotor devido à trinca, apresenta-se em tempos similares nas direções vertical e horizontal. No caso onde as ressonâncias sub-harmônicas apresentam-se em diferentes instantes em cada uma das direções, não se tem as órbitas típicas do rotor com trinca, embora apareça uma mudança na órbita.

A influência da trinca na resposta temporal é maior na resposta obtida para a direção vertical do a determinada para a direção horizontal, tanto assim que para severidades de trinca baixas, a mudança na resposta do rotor na direção vertical é bastante evidente, mas, na direção horizontal, a mudança é quase imperceptível. Cabe salientar que o comportamento da diferença nas respostas entre as direções horizontal e vertical foi observado tanto experimentalmente como nas simulações computacionais.

Viu-se que a resposta do rotor com trinca é sensível à orientação do desbalanceamento. Assim é que, na direção horizontal, quando a massa de desbalanceamento está nas posições angulares correspondendo a 90° e a 270°, a variação da resposta é maior do que quando a massa se encontra nas posições 0° e 180°. Na direção vertical, ocorre o contrário, ou seja, a influência é maior quando a massa está nas posições 0° e 180°. Quanto à variação da massa de desbalanceamento mantida a mesma posição angular, o comportamento é igual para um rotor sem trinca, ou seja, quanto maior massa, maior a magnitude da resposta.

Este trabalho permitiu a aplicação da teoria sobre análise dinâmica de rotores flexíveis a casos em que existe uma trinca no rotor. Diversos modelos de trinca foram inicialmente estudados. Simulações computacionais permitiram visualizar o comportamento dinâmico do rotor com trinca. No campo experimental, foi projetada e construída uma máquina de testes constituída por um rotor flexível horizontal, com uma falha introduzida no eixo. O sistema foi instrumentado, de forma a se obter o sinal da vibração no domínio do tempo e, também, para se determinar as órbitas. Neste protótipo experimental não foi introduzido um sistema de controle de velocidade, capaz de impor uma taxa de aumento e de redução de velocidade, segundo uma lei pré-definida. Esta limitação impediu alguns tipos de ensaios e dificultou a análise de outros.

A principal contribuição deste trabalho tem a ver, primeiramente, com a dedução da matriz de rigidez para um elemento com uma trinca localizada em seu ponto médio. Em segundo lugar, a verificação experimental do comportamento do modelo de Mayes modificado se constitui igualmente num resultado considerado importante. O primeiro permite a aplicação do método dos elementos finitos para construir um modelo mais completo de rotor, incluindo a participação de trincas em um ou mais elementos, além das excitações típicas como o desbalanceamento e o desalinhamento. A verificação experimental do modelo de Mayes modificado permitiu validar um modelo teórico de trinca, conferindo ao mesmo uma posição de destaque, ao se considerar a implementação de modelos representativos de sistemas mais complexos.

Como recomendação para um trabalho futuro sobre o comportamento de um rotor com trinca, os testes do rotor com e sem trinca devem ser executados com o mesmo rotor, evitando desta forma diferenças de comportamento devido ao *run-out* e ao desbalanceamento residual, permitindo assim uma melhor comparação dos resultados. Uma sugestão seria a de usar um eixo com um diâmetro maior e um comprimento menor do que o utilizado, tornando mais fácil seu alinhamento e impedindo a possibilidade de ocorrência de grandes deslocamentos na proximidade da ressonância, e grandes deformações por flexão. Naturalmente, este tipo de rotor terá velocidades críticas maiores, sendo estas condições mais parecidas com as condições de trabalho das turbomáquinas em geral. Outro ponto a ser melhorado nos experimentos, é introduzir a possibilidade de controlar as taxas de aceleração segundo uma lei pré-determinada, facilitando a reprodução da taxa de aceleração nos vários experimentos. Quanto à trinca, para fins de sua obtenção num eixo, a mais real que se pode gerar é a obtida através de um processo de fadiga a partir de uma pequena trinca inicial. Assim sendo, para trabalhos futuros, este tipo de trinca seria a melhor

opção para os testes experimentais, já que neste caso o efeito do *breathing* estaria sempre presente e não apenas nos casos em que grandes deslocamentos são considerados, como ocorre no caso da trinca usada no presente trabalho.

Para o diagnóstico do rotor com trinca no regime transiente, a taxa de aceleração é um fator determinante, já que do tempo de permanência do rotor nas velocidades iguais a frações inteiras da velocidade crítica vai depender a mudança da resposta do rotor, principalmente para as trincas com severidade inferior a 0.4. Observou-se que a ressonância na ½X da velocidade crítica é a menos sensível à taxa de aceleração.

Finalmente, o uso de técnicas típicas de problemas inversos pode agregar a este trabalho outras ferramentas para identificação de trincas em rotores. O caso de ocorrência de várias trincas parece ser uma situação que merece atenção no futuro, especialmente em rotores com elevadas solicitações dinâmicas, operando em velocidades altas de rotação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, T.L. **Fracture Mechanics Fundamentals and Applications**, 2 ed. CRC Press, 1995.

BATHE, K.L.; WILSON, E.L. **Numerical Methods in Finite Element Analysis**, Prentice-Hall, 1976.

CHEN, L.W.; KU, D.M. Whirl speeds and unbalance response of a shaft-disk system with flaws. **The international Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis.** Volume 6 (4), pp. 279-289, oct. 1991.

CORRÊA Simões, R. **Identificação de falhas em eixos de rotores flexíveis utilizando técnicas de otimização.** 2002. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, MG.

DARPE, A.K.; GUPTA, K. Transient response and breathing behaviour of a cracked Jeffcot rotor. **Journal of Sound and Vibration.** Article in press accepted 2003.

DIMAROGONAS, A.D.; PAIPETIS S.A., **Analytical Methods in Rotor Dynamics.** London: Applied Science Publishers, 1983. 218p.

EDWARDS, S.; LEES, A.W.; FRISWELL, M.I., Fault diagnosis of rotating machinery. **Shock and Vibration Digest.**, Vol. 30, No. 1, pp. 4-13. 1998

GASH, R. A survey of the dynamic behavior of a simple rotor shaft with a transverse crack. **Journal of sound and vibration**. 62 (2), pp. 313-332. 1993

GREEN, I.; CASEY, C. Crack detection in a Rotor Dynamic system by vibration monitoring – Part I: Analysis. **ASME turbo Expo 2003 Power for Land, sea and air**. Jun, 2003.

JUN, O.S. et al. Modeling and vibration analysis of a simple rotor with a breathing crack. **Journal of Sound and Vibration.** Vol 155(2). pp-273-291. 1992a.

JUN, O.S. et al. Modeling of a simple rotor with a switching crack and its experimental verification. **Journal of Vibration and Acoustics**. Vol 114. pp-217-225. 1992b.

KEINER, H.; GADALA, M.S. Comparison of different modeling techniques to simulate the vibration of a cracked rotor. **Journal of sound and vibration**, 254 (5). 2002.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics Prediction in Engineering.** 2. ed. N. Y: John Wiley and Sons, 1998.

MAYES, I.W.; DAVIES, W.G.R. The vibrational behavior of a multi-shaft, multi-bearing system in the presence of a propagating crack. **ASME 146**. Vol 106. Jan, 1984.

NELSON, H.D.; NATARAJ, C. The Dynamics of a rotor system with a cracked shaft. **Journal of Vibration, Acoustics, Stress and reliability in design.** Vol 108. pp 189-196. Abr, 1986.

OLLER, S. **Fractura Mecánica un enfoque global.** Barcelona: CIMNE, 2001. 286p.

PACHECO, R.P. **Comportamento Transiente de Máquinas Rotativas.** 1996. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, MG

PENNY, J.E.T.; FRISWELL, M.I. The Dynamics of Rotating Machines with cracks. **Materials Science Forum**. Vol 440-441, pp 311-318. 2003,

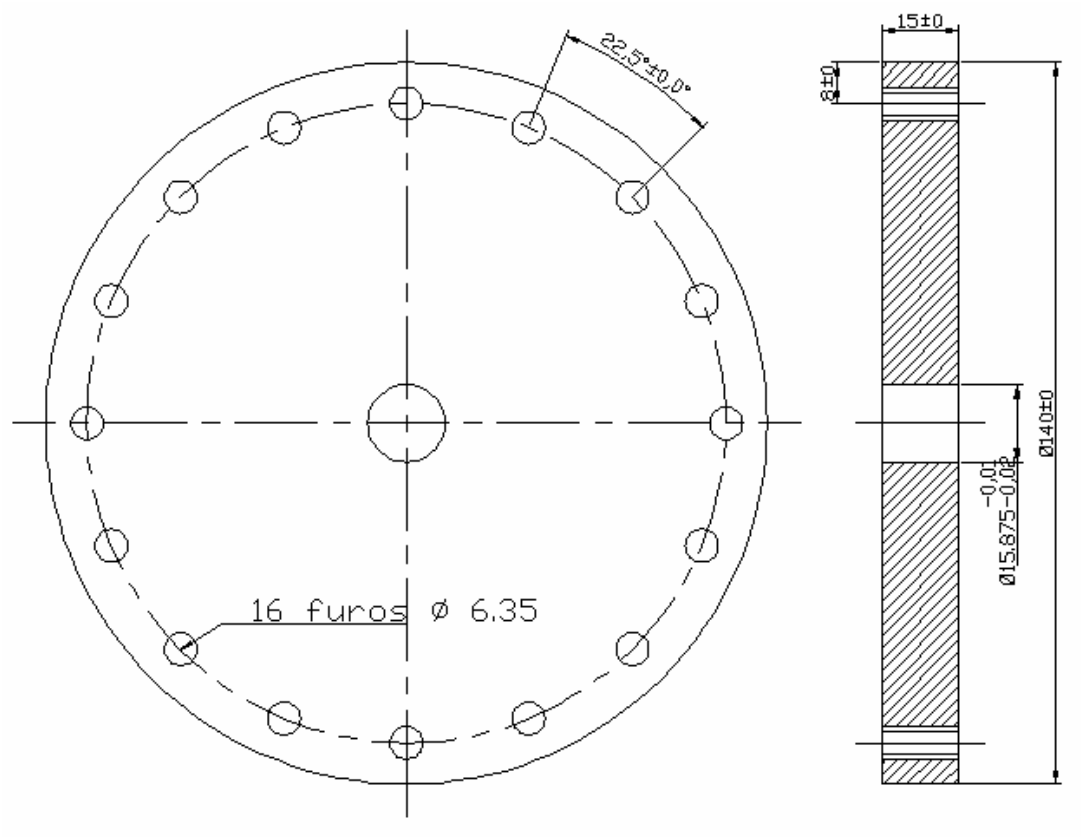
RANDY, L. Haupt.; SUE, Ellen Haupt, **Practical Genetic Algorithms**, Jhon Wiley & Sons, Inc. 177p. 1998

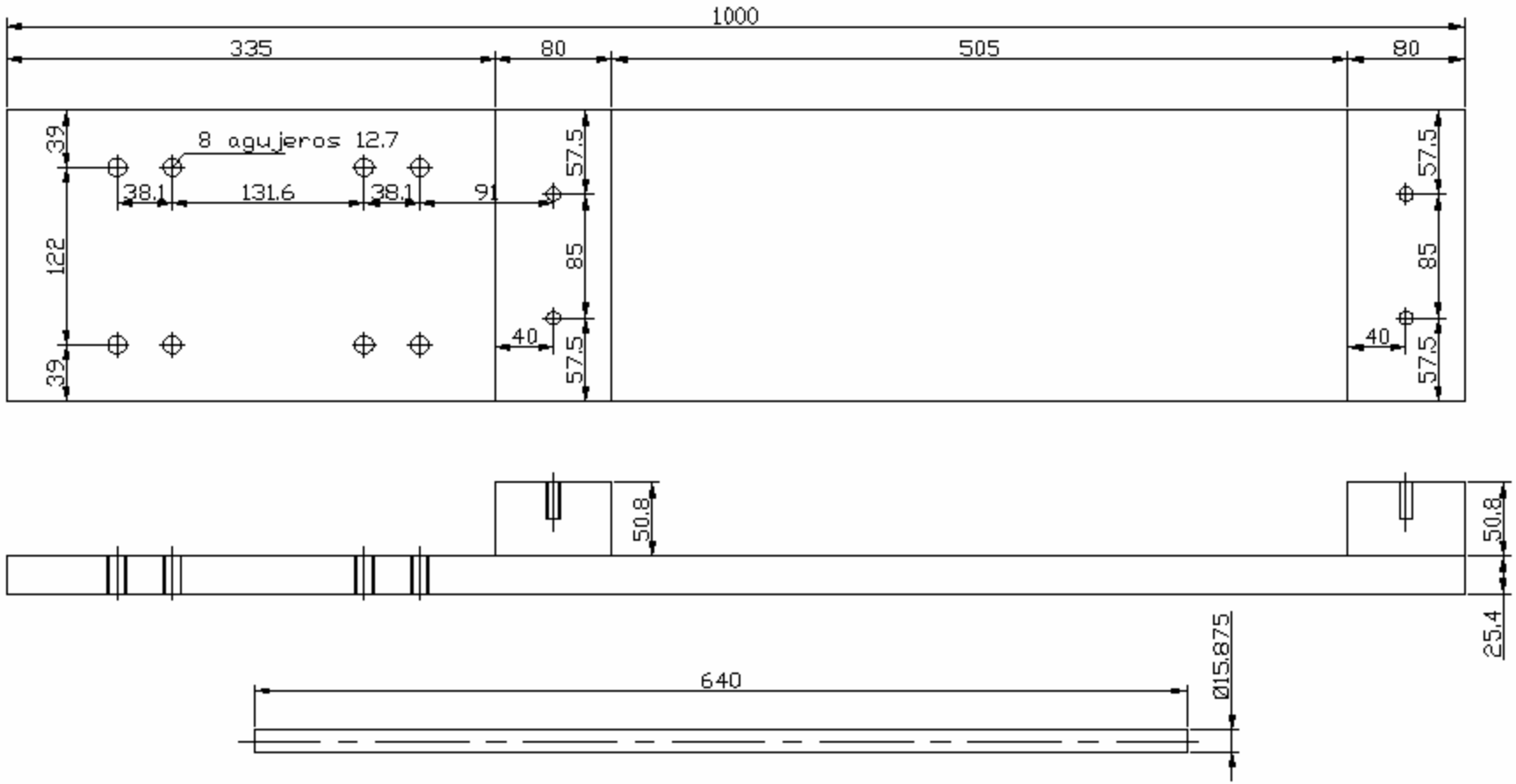
SAAVEDRA, P.N.; CUITIÑO, L.A. Vibration Analysis of Rotor for crack identification. **Journal of Vibration and Control**. Vol 8, pp 51-67. 2002

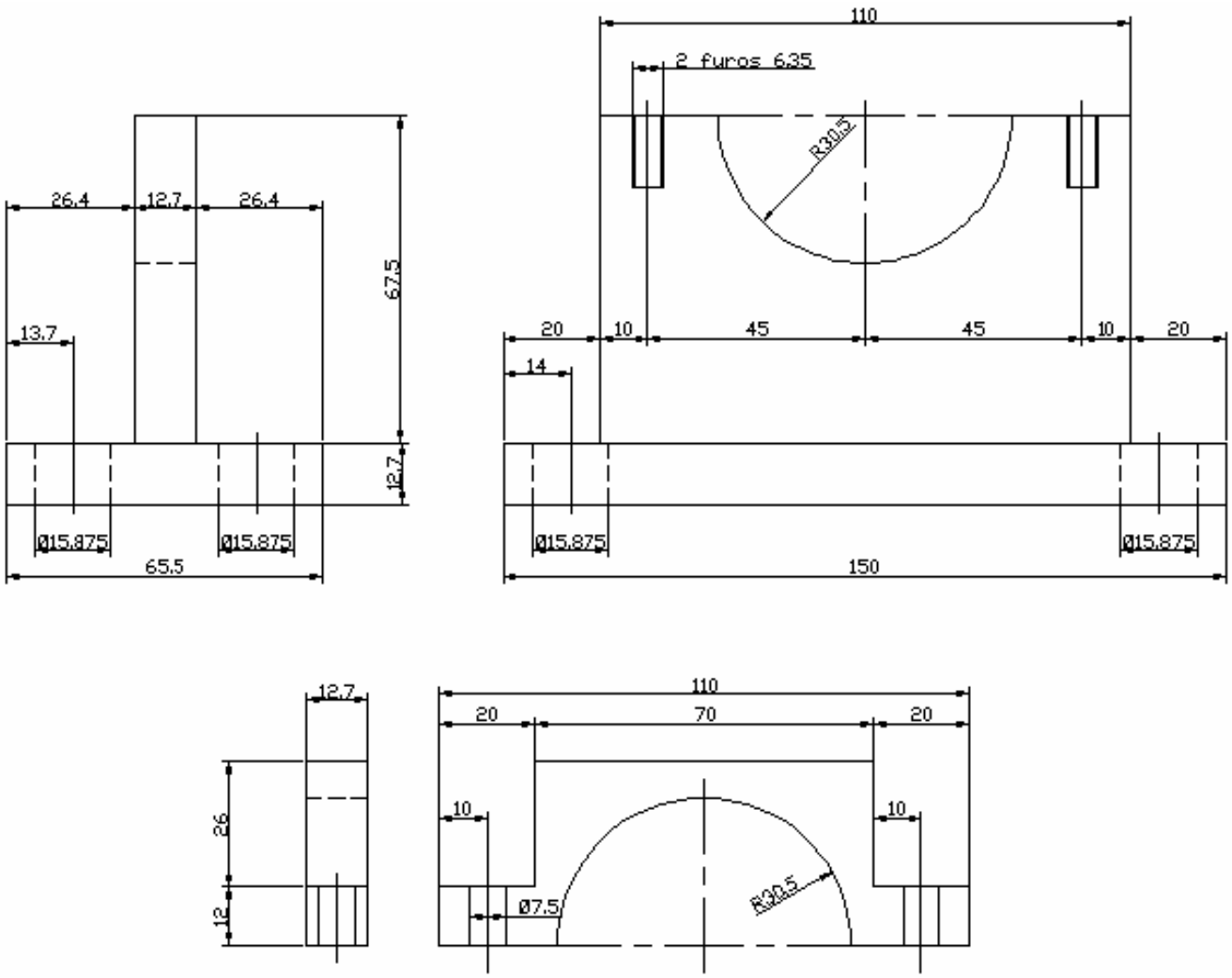
SEIBOLD, S.; WEINERT, K. A time domain method for localization of cracks in rotors., **Journal of sound and vibration**. Vol 195 (1), pp.57-73. 1996

ANEXO 1

Disenhos da bancada




1000
335
80
505
80
8 agujeros 12.7
39
122
39
38.1
131.6
38.1
91
57.5
85
57.5
40
57.5
85
57.5
40
50.8
50.8
25.4
640
Ø15.875


26.4
12.7
26.4
67.5
13.7
12.7
Ø15.875
Ø15.875
65.5
110
2 furos 6.35
R30.5
20
10
45
45
10
20
14
Ø15.875
Ø15.875
150
12.7
26
12
110
20
70
20
10
10
Ø7.5
R30.5