

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS DO PONTAL

SILVANIA GONÇALVES VAZ

ANÁLISE DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE FUNÇÃO
QUADRÁTICA NO ENSINO MÉDIO

ITUIUTABA-MG

2020

SILVANIA GONÇALVES VAZ

**ANÁLISE DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE FUNÇÃO
QUADRÁTICA NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais do
Pontal da Universidade Federal de Uberlândia,
como requisito para obtenção do título de
Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Fernando Pires

ITUIUTABA-MG

2020

SILVANIA GONÇALVES VAZ

Análise de Representações Semióticas de Função Quadrática no Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais do
Pontal da Universidade Federal de Uberlândia,
como requisito para a obtenção do Título
Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Fernando Pires

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Rogério Fernando Pires – UFU/ICENP
ORIENTADOR

Profa. Dra. Cristiane Coppe de Oliveira – UFU/ICENP

Prof. Dr. Vlademir Marim – UFU/ICENP

ITUIUTABA-MG

2020

Dedico este trabalho a Deus, a minha filha e ao meu esposo pelo apoio em tudo que faço!

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois sem ele nada seria. Nos momentos de angústia, tristeza, desânimo e nas alegrias sempre pude sentir sua presença.

A minha família, pelo envolvimento, dedicação e credibilidade na minha formação. Em especial a minha filha Natália Gonçalves Araújo, por ter sido sempre compreensiva quando me ausentei para ir à busca de um dos meus sonhos que era ser graduada, ela sempre incentivou. Agradeço ao meu esposo Marcos Gonçalves Siqueira que sempre pude contar com ele nesse processo.

Aos meus pais, Júlio Senador Vaz e Batista Gonçalves Vaz, que mesmo ausentes, tenho certeza que, de onde eles estiverem, ficarão honrados e felizes em me ver concluir o ensino superior. Devo isso a eles também, pois sempre fizeram de tudo para que eu pudesse concluir os estudos e ter uma profissão.

Ao meu sobrinho Fernando Gonçalves de Souza, pelo incentivo que fez com que eu retornasse os estudos e que não desanimasse no meio do caminho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Rogério Fernando Pires, pela atenção prestada na orientação deste estudo. Foi sempre paciente e esperou o meu momento.

Aos demais Professores, integrantes fundamentais na realização do curso, pela dinâmica aplicada ao transmitir conhecimento na área.

Aos colegas, na troca de informações e experiências durante o cumprimento das disciplinas.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para mais uma etapa de minha formação profissional.

Uma verdade matemática não é simples nem complicada por si mesma. É uma verdade (Emile Lemoine).

RESUMO

Este trabalho refere-se à Análise de Representações Semióticas de Função Quadrática no Ensino Médio, pois a percepção da professora pesquisadora enquanto estagiária foi de grandes dificuldades dos alunos em relação a este tema. Para que um registro semiótico se transforme em um registro de representação, segundo Duval (2012), é necessário realizar três atividades cognitivas, sendo a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão, sendo que neste trabalho, analisa-se o tratamento e a conversão, visto que a formação é relacionada com a parte cognitiva do indivíduo, que não contemplaria o estudo aqui proposto. Com o objetivo de analisar as propostas, a mobilização e coordenação das diferentes representações semióticas de função polinomial de segundo grau, em onze exercícios do livro didático “Interação e tecnologia”, visto que o contexto do livro didático tem como objetivo articular os acontecimentos teóricos e práticos que ocorrem no contexto social juntamente com a teoria estudada. Destaca-se a importância do professor em relação à questão motivacional e seu empenho em instigar o aluno a ler, interpretar e resolver situações problemas, articulando teoria e prática. Durante a pesquisa desenvolvida, pontua-se que, nos exercícios analisados, fica evidenciado o foco apenas no registro algébrico e gráfico, dando pouca ênfase na articulação destes com as demais formas de representação da função quadrática.

Palavras-chave: Representação Semiótica. Função Quadrática. Processo de Ensino e Aprendizagem. Educação Matemática.

ABSTRACT

This work refers to the Analysis of Semiotic Representations of Quadratic Function in High School, since the perception of the researcher teacher as an intern was of great difficulties of the students in relation to this theme. For a semiotic record to become a record of representation, according to Duval (2012), it is necessary to perform three cognitive activities, the formation of an identifiable representation, the treatment and the conversion, and in this work, the treatment is analyzed and conversion, since training is related to the individual's cognitive part, which would not include the study proposed here. In order to analyze the proposals, the mobilization and coordination of the different semiotic representations of polynomial function of the second degree, in eleven exercises of the textbook "Interaction and technology", since the textbook context aims to articulate the theoretical and practices that occur in the social context together with the theory studied. It highlights the importance of the teacher in relation to the motivational question and his effort to instigate the student to read, interpret and solve problem situations, articulating theory and practice. During the research developed, it is emphasized that, in the analyzed exercises, the focus is evidenced only on the algebraic and graphic record, with little emphasis on the articulation of these with the other forms of representation of quadratic function.

Key-words: Semiotic representation. Quadratic function. Teaching and Learning Process. Mathematical Education.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E FUNCIONAMENTO COGNITIVO DO PENSAMENTO	13
1.1 Noesis e Coordenação de Registros de Representação	15
1.2 Gráficos e Equações: A Articulação de Dois Registros	17
1.3 Função Quadrática e as Explicações de Cada Etapa da Resolução para Análise ...	19
2 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA	26
2.1 Caminho Metodológico	26
2.2 Método de Abordagem	27
2.3 Procedimento Técnico	28
3 ANÁLISE E DISCUSSÃO	31
3.1 Exercícios de Função Quadrática, Resolução e Análise	31
3.2 Discussão e Resultados	46
CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
REFERÊNCIAS	49

INTRODUÇÃO

Saber ler e interpretar dados e informações, vem ocupando um lugar de destaque na educação. São crescentes as pesquisas desenvolvidas na Educação Matemática que discutem interpretação, tratamento e análise de dados (LOPES, 2004). Este trabalho se destaca pela estrutura representacional, que exige dos envolvidos interação com a leitura e interpretação e a desenvoltura visual que é empregada pelo empenho cognitivo.

Realizar este movimento organizacional se torna primordial para o desenvolvimento de ações em sala de aula que privilegiem o aprendizado de conteúdos em matemática. O debate relacionado ao ensino de funções no espaço escolar tem se tornado destaque nos ambientes educacionais, incentivando a identificar os procedimentos metodológicos e de resolução empregados neste processo, contribuindo efetivamente para o desempenho cognitivo dos alunos.

A temática deste estudo se refere à Análise de Representações Semióticas de Função Quadrática no Ensino Médio, com o objetivo de analisar as propostas, a mobilização e coordenação de diferentes representações semióticas de função.

Quanto aos objetivos específicos aponta-se demonstrar as aplicações da função quadrática, e ainda analisar as resoluções com base nas três atividades cognitivas, sendo elas formação, tratamento e conversão.

Como objeto de estudo, as funções quadráticas delimita o tema, sendo norteadas especificamente pelo livro didático de Matemática de nível Ensino Médio, do autor Rodrigo Dias Balestri, aprovado pela Portaria nº 62, de 1º de agosto de 2017, PNLD 2017 (BRASIL, 2018).

Este estudo se justifica pelas dificuldades enfrentadas pela autora na condição de estagiária no espaço escolar, desde a trajetória na Educação Básica até o momento no Ensino Superior como acadêmica, durante praticamente todo o processo de graduação, pela ausência de conhecimentos prévios que não foram sanados durante o processo de ensino e aprendizagem escolar, e principalmente por ter observado que os alunos apresentam as mesmas dificuldades de compreensão e resolução da matéria funções na realidade atual.

Neste sentido, a problemática a ser investigada tem como questão motivadora, “como é proposta a mobilização e a coordenação de diferentes representações semióticas de função quadrática no livro adotado pela escola em estudo?”.

A importância de buscar dados e informações em diferentes fontes remete à necessidade de investigar para explicar as aplicações de função quadrática, pelo fato de se perceber a grandiosidade de fenômenos que podem ser descritos matematicamente e de relacionar com a vida cotidiana, dando sentido ao conceito e ao formalismo matemático envolvido nessa temática. O conceito de função está entre um dos temas importantes da Matemática e sua aplicação se estende a outras áreas do conhecimento como Física, Biologia, Química e Economia (LOPES, 2013). Entretanto:

Diferentemente da Física, da Química ou da Biologia, nas quais os fenômenos são observáveis, na natureza ou em laboratórios, podendo ser estudados em muitas de suas ocorrências, em Matemática, os objetos existem como construções mentais e são conhecidos por meio de suas representações. Isso significa que o ensino-aprendizagem da Matemática precisa levar em conta o par objeto-representação, uma vez que, para possibilitar a compreensão dos objetos matemáticos, é necessário trabalhar com suas representações (BONOMI, 2007, p. 2).

O processo do ensino de matemática envolve construções mentais e provocam a necessidade de utilização de diferentes registros de representação.

A relevância deste estudo está em instigar o acadêmico na pesquisa para que seja possível contextualizar, por meio da aplicação teórica e também prática, e elaborar uma produção científica, apresentando os conceitos estudados por meio de pesquisa em bibliografias pertinentes.

Este trabalho foi desenvolvido através da pesquisa qualitativa de caráter exploratório, baseado em fontes específicas e literatura relacionada ao tema, envolvendo levantamento bibliográfico para o desenvolvimento do referencial teórico, analisando e viabilizando a proposta do trabalho, além de contribuir para um efetivo aprendizado. O caminho metodológico leva a compreender o desenvolvimento do processo, onde o destaque da análise é mediado pela possibilidade da reflexão cognitiva, auxiliando diretamente no ensino de Matemática.

As escolas públicas têm o livro adotado como principal ferramenta didática e metodológica, a fim de direcionar possíveis mudanças e aperfeiçoamento na prática pedagógica. Diante desta realidade, da dificuldade dos alunos em relação ao conceito de função e a importância de estudar tais conceitos, observa-se a necessidade de revisar a bibliografia utilizada nas escolas.

Para contextualizar epistemologicamente a pesquisa, o trabalho está organizado em três capítulos, de modo que o primeiro trata dos registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento; o segundo refere-se ao desenvolvimento da

pesquisa com base no problema proposto; e o terceiro capítulo destaca a análise e discussão da resolução de diferentes funções quadráticas. Por fim, nas considerações finais, a partir das análises, são apresentados os resultados da investigação, respondendo o problema proposto.

1 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E FUNCIONAMENTO COGNITIVO DO PENSAMENTO

Os autores de livros didáticos evidenciam em diversas obras as representações e sua importância para o ensino de matemática. Tal problemática se fundamenta na ausência da distinção entre os objetos representados e sua significância nas diversas representações semióticas possíveis. Estas representações se tornam relevantes no processo de ensino e aprendizagem uma vez que é necessário reconhecer e dar representatividade aos objetos que trazem em sua estrutura a parte conceitual em consonância com os significados.

Santaella (2002, p. 13) define semiótica como a “ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno de produção de significado e sentido”.

Para melhor compreensão, Duval (2012) define as representações mentais e semióticas buscando uma melhor explicação interpretando-as em ações práticas cotidianas.

As representações e ações que ocorrem em nosso cotidiano, sejam de matemática ou não, expressam diversos símbolos que decodificam o modo de externalizar as impressões do mundo, sendo conhecidas como representações mentais. Segundo o autor, as representações mentais são como um conjunto de imagens, bem como as contextualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, uma situação e o que lhe é associado.

Lopes (2004) corrobora com o autor ao afirmar que a capacidade de reconhecer e de classificar dados como quantitativos ou qualitativos, e a habilidade para ver que cada tipo de organização de dados, conduz a um tipo específico de representação.

Para compreensão e aprendizado em matemática, tem-se como forte aliado as representações semióticas. Duval (2012) aponta tais representações como sendo constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e funcionamento, estas são usualmente definidas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, sendo um pensamento enganoso, pois interfere diretamente no pensamento cognitivo, como as representações mentais, na realização de diferentes funções de cognição e para a produção de conhecimento.

O interesse do autor pelo conhecimento da existência das representações semióticas se dá pela possibilidade de entendimento cognitivo para a aprendizagem matemática, e também

pelas funções cognitivas que estas representações preenchem e que, portanto, auxiliam no processo da educação matemática.

Pensar em significância ou exemplificação interpretativa, constituem mecanismos para a construção do processo de significação e produção introdutória de tais significados, podendo estes ser originários dos objetos e contextos sociais permeados pela vivência que geram a significância e que desenvolvem a semiose e a noese. Duval chama de semiose a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e de noese a apreensão conceitual de um objeto (DAMM, 2010).

Para Duval (2009, p. 17) “não há noésis sem semiósis, é a semiósis que determina as condições de possibilidade e de exercício da noésis”. Noésis refere-se à mobilização do entendimento ou à inteligência no sentido da matemática, e semiósis representa o signo ou sinal.

O que se refere a esta teoria se estrutura nas habilidades de se aprender matemática, pautando-se na compreensão da representação de sinais e objetos. As grandes dificuldades em matemática se consolidam em grande parte pela disjunção destas proposições. Para que um registro semiótico se transforme em um registro de representação, segundo Duval (2012, p. 271-272), é necessário realizar três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

A formação de uma representação identificável consiste em enunciação de uma frase, composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, etc. Esta se estabelece como um conjunto de regras que assegura as condições de identificação e de reconhecimento da representação, podendo afirmar que estas não formam representações, mas auxiliam a reconhecê-las.

O tratamento de uma representação se configura em uma transformação interna do registro, utilizando como exemplo o cálculo que é uma forma de tratamento próprio de expressões simbólicas. Para cada representação há um tipo de tratamento próprio empregado.

A conversão de uma representação é uma transformação externa da função em relação ao registro de representação (DUVAL, 2012, p. 272), sendo uma atividade cognitiva diferente do tratamento. As grandes dificuldades em operações e reconhecimento ocorrem em grande parte dos contextos devido a ausência de interpretação do tratamento e de suas formas de representação, sendo usualmente utilizadas de forma deturpada, priorizando a decodificação e a transcrição sem considerar os reais significados.

Estes processos de representação semióticas permitem estruturar algumas regras de codificação e revelam alguns processos cognitivos presentes na semiose que estruturam a

capacidade de formação, tratamento e conversão dos registros de representação semiótica, sendo estes necessários para a compreensão e tratamento da informação destinados aos processos de aprendizagem matemática. “A conversão das representações acontece por si mesma desde que haja capacidade de formar representações nos registros diferentes e efetuar tratamentos sobre as representações” (DUVAL, 2012, p. 277), não tendo nenhuma importância real para a compreensão dos objetos ou dos conteúdos representados, pois o seu resultado se limita a uma mudança de registro, desempenhando um papel essencial na conceitualização.

As principais dificuldades encontradas nas pesquisas de Duval evidencia a conversão das representações semióticas, sendo a primeira fonte de dificuldade de compreensão em matemática. Pesquisas apresentam uma análise de dados referentes às representações empregadas, tendo como foco a utilização das representações semióticas e suas aplicações, buscando estabelecer um grau de análise para a construção de conceitos em matemática, desenvolvendo nos alunos a capacidade investigativa para solucionar problemas.

1.1 Noesis e Coordenação de Registros de Representação

O desenvolvimento do pensamento humano registra a identificação de objetos, sendo caracterizada como representação, relacionada entre os registros de tratamento e conversão.

Se a conceitualização implica coordenação de registros de representação, o principal caminho das aprendizagens de base matemática não pode ser somente a automatização de certos tratamentos ou a compreensão de noções, mas deve ser a coordenação de diferentes registros de representação, necessariamente mobilizados por estes tratamentos ou por esta compreensão (DUVAL, 2012, p. 19).

O autor destaca a importância destes registros de representação para o funcionamento do pensamento humano, e evidencia que existem alguns traços na inteligência humana que a distingue do pensamento animal, e o principal deles é o recurso a muitos sistemas de representação que o homem possui.

O processo da criação é sempre acompanhado do sistema semiótico. Para que haja interpretação e uma diversidade de registro de pensamento, estas ações estão centradas nos custos de tratamento e nas formas representativas de cada registro. São subsidiadas por duas respostas centradas sobre os custos de tratamento, sustenta-se em uma situação de descrição superficial, a segunda resposta, mais semiótica, supõe uma comparação de diferentes modos de representação de um mesmo objeto, a terceira pluralidade de registros é fundamental

(DUVAL, 2012).

A primeira resposta é a economia de tratamento, a mudança de registro tem por objetivo permitir a realização de tratamentos de uma maneira mais econômica e mais potencializada, fica evidente o propósito da expressão dos números e das notações algébricas. A segunda resposta esta pautada sobre as possibilidades de cada sistema semiótico, feita em função do tratamento de cada representação semiótica escolhida, como por exemplo, utilizar a linguagem e um diagrama, ambos possuem representações completamente distintas, resultando então que toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que ela representa. A terceira resposta é a escolha do registro de representação correto, pois permite representações destes registros suficientes para a compreensão do conteúdo conceitual.

“A significação é postulada como sendo de imediato trans-registro, evidenciando as operações realizadas e suas diversas formas de representação, os registros se destacam em relação às operações de formação ou de tratamento das representações” (DUVAL, 2012, p. 281). A aprendizagem em matemática se constitui como uma organização dos registros de representação, seu tratamento implica diretamente na compreensão e nas mudanças que podem ocorrer depois de analisar determinados registros. De acordo com o autor, para que haja de fato uma aprendizagem significativa é necessário que ocorra uma conscientização global que leve em um primeiro momento à apreensão das representações semióticas, à aprendizagem de tratamentos próprios de uma categoria de registros e ao tipo de modos de produção de representações complexas (DUVAL, 2012).

Uma aprendizagem significativa dos tratamentos em um registro de representação é proposta para os registros em que os tratamentos são unicamente de cálculo. Este tratamento apresenta em sua resolução produtividade heurística das figuras geométricas, que se constituem de operações que não possuem abordagens puramente perceptivas nem conceituais.

A figura possui dois fatores que determinam sua orientação caracterizada como homotética: a orientação das formas das duas figuras - objeto e imagem, e a posição do centro de homotetia em relação ao envelope convexo. Segundo Duval (2012), as configurações homotéticas planas podem ser reagrupadas em três classes, de acordo com o grau de exposição que elas oferecem para a operação de superposição em profundidade. Deste modo, a ação possibilita uma aprendizagem de tipo de tratamento figural.

Os avanços são consideráveis nas pesquisas referentes a esta perspectiva (MEIER E GRAVINA, 2012; VIEIRA, 2011). Centram-se em realizar uma melhoria significativa no ensino de matemática, por meio da resolução de problemas cotidianos que possibilite a

compreensão do enunciado do problema e das conversões, os tratamentos podem ser aplicados considerando o raciocínio em suas formas mais elaboradas: a argumentação e a dedução.

Em todos os casos de relações de representação utilizam-se registros em linguagem natural, fundamentais para uma aprendizagem significativa em matemática. Ressalta-se que deva haver vários registros de representação para o funcionamento cognitivo do pensamento humano e a importância da compreensão das atividades de conversão, sendo estas em níveis introdutórios ou avançados.

1.2 Gráficos e Equações: A Articulação de Dois Registros

As dificuldades de leitura e de interpretação das representações gráficas cartesianas são evidentes nos trabalhos de Duval (2009), explanam dados referentes à ausência da transposição algébrica para a representação geométrica. Estes acontecimentos ocorrem mesmo após os alunos trabalharem tais conteúdos em sala de aula, sendo assim considerados como dificuldades de aprendizagem.

Segundo o autor, a causa conseguinte para esta ação ocorre devido à ausência de regras de correspondência semiótica, o que perpassa pela didática de aprendizagem e se configura como instrumento para a construção de conceitos em matemática.

Duval (2011) cita três tratamentos heterogêneos aos quais as representações cartesianas provocam diferentes abordagens:

- ponto a ponto que se refere à localização de pontos aos dois eixos graduados, sendo de importância significativa para a leitura de pontos e interpretação de uma reta afim ou equação do segundo grau;
- de extensão do traçado efetuado estabelece uma relação mental com a interpretação gráfica, sendo um elemento que não pode ser representado por meio de papel e caneta, esta extensão é interpretada por meio de conceitos matemáticos empregados em sua resolução e interpretação;
- de interpretação global de propriedades figurais consiste em um conjunto traçado/eixos que forma uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica, que consiste em interpretar todas as modificações e alterações gráficas.

Existem variáveis que interferem diretamente na representação algébrica e conseguinte na representação gráfica, estes são chamados de análise de congruência. As mesmas exigem a discriminação das unidades significativas sendo estas representacionais e representadas por

meio dos símbolos, sendo cada símbolo empregado nesta equação como uma unidade significativa, estas possuem variáveis gerais que são determinantes. Dentre estas variáveis, possui duas principais, sendo uma de implementação da tarefa que se destaca como figura sobre o fundo, chamado linha ou zona; e a outra relativa à forma da tarefa, a linha traçada que delimita ou não uma zona, chamada reta ou curva, e se for curva pode ser aberta ou fechada.

Possui também três variáveis particulares que correspondem a uma simples modificação de configuração linha traçada/eixos orientados, uma representação referente à correspondência entre a representação gráfica e expressão algébrica que permite encontrar a expressão algébrica das propriedades geométricas. Estas variáveis gerais, diferentemente das variáveis particulares, correspondem às modificações intrínsecas da imagem.

Analisando as variáveis envolvidas neste processo é perceptível que estas implicações não fazem parte dos currículos e das práticas de ensino em sala de aula, percebe-se que estas relações ainda não se estabelecem, deixando lacunas no ensino de funções pensando em representações gráficas e algébricas.

Para Duval (2009) o fenômeno de congruência nas conversões é facilmente identificado pelo estudante na realização dos exercícios. O autor enfatiza que a dificuldade da conversão de um registro de representação para outro ocorre quando a conversão é não-congruente. Assim, uma conversão se diz congruente quando é possível segmentar o registro de partida e associar as unidades significantes dessa segmentação com as unidades de sentido presentes no registro de chegada. Já na conversão congruente essa associação não é possível de ser realizada.

Duval (2011) destaca que não se pode haver utilização correta das representações gráficas cartesianas sem a discriminação das variáveis visuais pertinentes e sem uma correspondência sistematicamente estabelecida entre os valores dessas variáveis e as unidades significativas da expressão algébrica. O professor não consegue atingir o objetivo de uma utilização correta dos gráficos cartesianos para a maioria dos alunos do primeiro ano do ensino médio com faixa etária entre 15 a 16 anos.

O aluno precisa saber ler e interpretar enunciados propostos por registros natural e figural, isto é, além de saber a linguagem natural ou fazer a leitura de um gráfico, é necessário organizar os dados contidos na representação e operar de forma objetiva, sendo necessário uma análise do funcionamento tanto cognitivo, como semiótico nas representações gráficas na educação matemática. “O sujeito só aprende um determinado conceito matemático quando consegue mobilizar simultaneamente pelo menos dois registros de representação, ou seja, trocar espontaneamente de um registro de representação para outro” (DUVAL, 2003, p. 14).

Diante deste fato, as pesquisas apontam a dificuldade da interpretação gráfica referente à análise de gráficos em consonância com sua representação algébrica. Poucos conseguem estabelecer essa relação entre as representações supracitadas, evidenciando o que está descrito como uma construção intuitiva, a referida é simplesmente uma abordagem ponto a ponto, que se distingue da construção racional que não leva em conta jamais a articulação entre as variáveis visuais do gráfico e as unidades significativas da expressão simbólica. “O registro da representação e o registro da expressão das fórmulas são tratados separadamente e de modo sincrético” (HERSCOVICS, 1980, p. 366-371). Deste modo, para que haja uma aprendizagem significativa deve-se atentar aos recursos gráficos que complementem dados matemáticos e grandezas de diferentes naturezas.

A apresentação de um fenômeno físico, econômico ou biológico, propicia maior interesse para os gráficos, mas não facilita a apreensão do funcionamento semiótico de um registro, pelo contrário, ela pressupõe uma discriminação entre as variações visuais e as variações correspondentes na expressão algébrica.

1.3 Função Quadrática e as Explicações de Cada Etapa da Resolução para Análise

Relacionar gráfico e equação que define a função quadrática é feito com base na simetria de reflexão existente no gráfico de parábolas. É importante ler, construir e interpretar gráfico de uma função quadrática para que os estudantes deduzam essas propriedades desenhando parábolas, a fim de remetê-los à aprendizagem do gráfico cartesiano da função quadrática (IEZZI, 2011).

Apresentam-se a seguir as etapas da resolução e construção dos gráficos, cada qual com suas interpretações.

Função quadrática ou função polinomial do 2º grau:

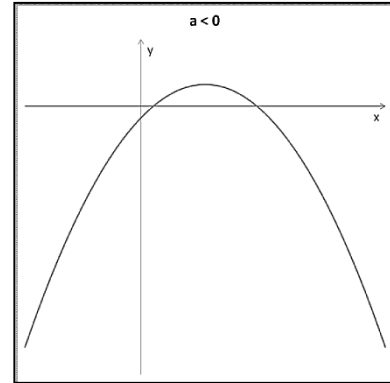
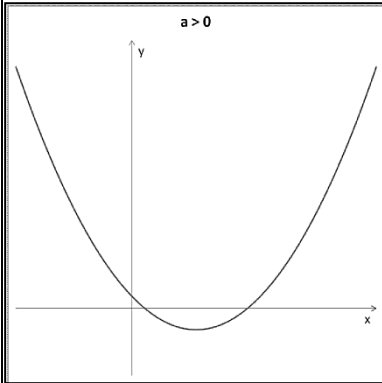
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

NÚMEROS REAIS	
Função f , de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ a, b, c são números reais $a \neq 0$	Os elementos que caracterizam determinada função quadrática, distinguindo-a de outra, são os seus coeficientes (BALESTRI, 2016): a = coeficiente principal* b = coeficiente secundário c = termo independente * O valor de a não pode ser zero, caso contrário,

	não seria uma função quadrática e sim afim. Essa restrição é apenas para o valor de a , pois b e c podem ser iguais a zero, pois mesmo assim a função continuará sendo quadrática.
--	---

GRÁFICOS

→ O coeficiente **a** irá determinar se a parábola terá concavidade para **cima** ou para **baixo**.



→ O coeficiente **c** vai determinar em qual ponto a parábola intercepta o eixo y, pois para $x = 0$, $f(x) = c$.

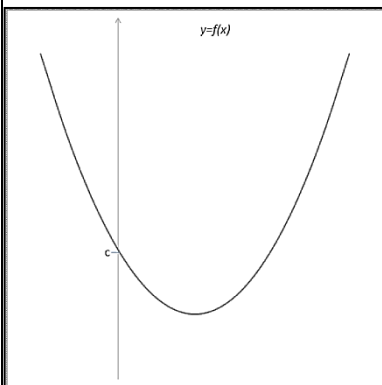
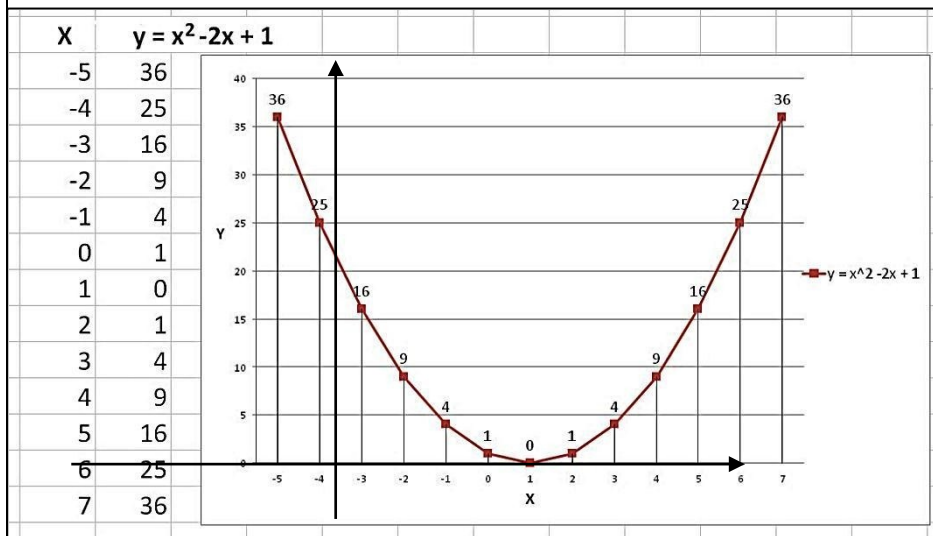


GRÁFICO CARTESIANO

- Toda função pode ser representada por um gráfico em um plano cartesiano.
- O gráfico da função quadrática corresponde a uma curva chamada **parábola**.
- A parábola é uma curva do plano cujos pontos satisfazem uma condição bem definida.
- Para construir o gráfico de uma função quadrática, devem-se determinar alguns pontos que pertencem à parábola e representá-los no plano cartesiano.
- Como em toda função, pode-se plotar seu gráfico construindo uma tabela de pares (x, y) , ou seja, atribui-se valores para x e calcula seus y correspondentes, que são iguais a $f(x)$.
- x é a incógnita, isto é, é o número desconhecido de uma equação, e os coeficientes são os números conhecidos, na maioria dos casos.

GRÁFICO



A partir do gráfico, observa-se que:

- a **concavidade** (voltada para cima ou para baixo)
- a **ordenada** do ponto onde a parábola corta o 0y
- a raiz real
- o **vértice**
- o **eixo de simetria**

RAÍZES

- São os valores que a variável independente assume e que fazem com que a imagem da função seja zero.
- Raízes da função ou zeros da função são os valores de x para os quais $f(x) = 0$.
- Para encontrar as raízes de uma função do 2º Grau, simplesmente iguala-se $f(x)$ a 0 e resolve a equação.
- No gráfico, as raízes serão os pontos onde a parábola corta o eixo x , pois, para estes pontos, $y = 0$.

As raízes são:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

(Fórmula resolutiva de uma equação de 2º grau *)

*método resolutivo para equações do 2º Grau utilizado para encontrar raízes a partir dos coeficientes da equação.

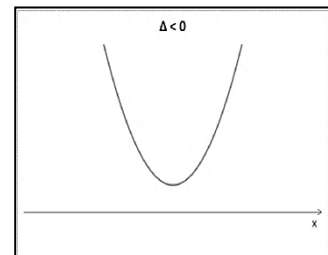
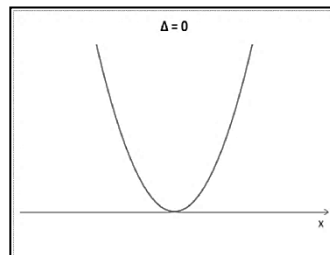
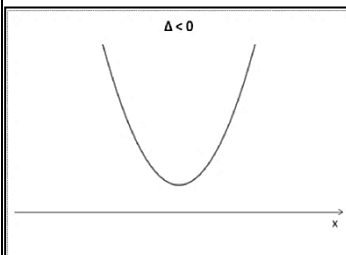
Δ é o discriminante
 $\Delta = b^2 - 4ac$

QUANTIDADE DE RAÍZES

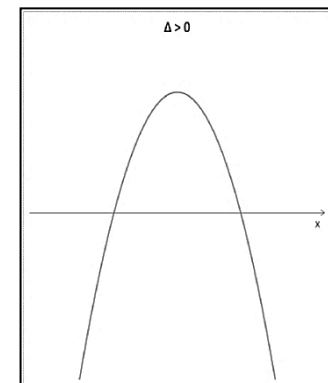
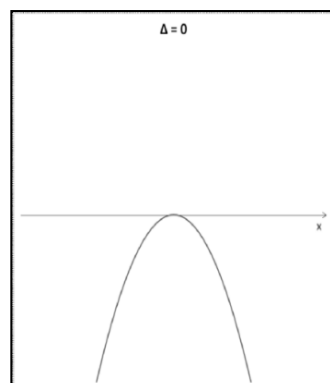
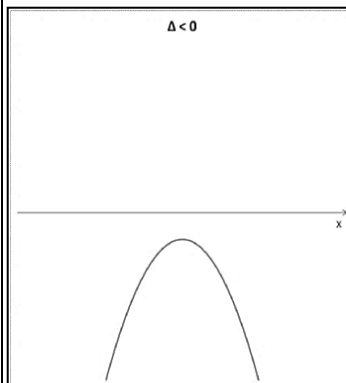
- $\Delta > 0$, duas raízes reais → gráfico corta o eixo x em 2 pontos
- $\Delta = 0$, uma raiz real → gráfico corta o eixo x em 1 ponto
- $\Delta < 0$, nenhuma raiz real → gráfico NÃO corta o eixo x

GRÁFICOS

→ Para $a > 0$



→ Para $a < 0$



SOMA DAS RAÍZES

→ **Soma das raízes** é um método prático para encontrar as raízes sem utilizar a fórmula resolutiva.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

PRODUTO DAS RAÍZES

→ **Produto** das raízes é um método prático para encontrar as raízes sem utilizar a fórmula resolutiva.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

COORDENADAS DO VÉRTICE DA PARÁBOLA

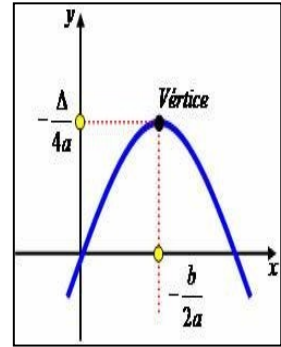
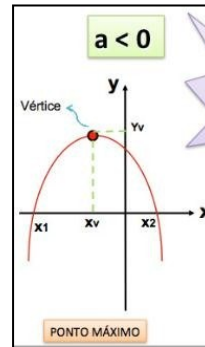
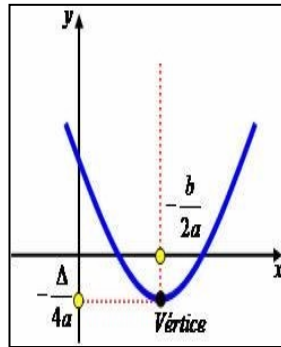
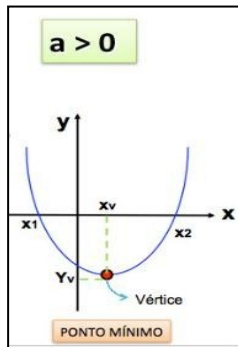
- O vértice da parábola é o ponto de inversão no sentido crescente ou decrescente de y , isto é, o **vértice** é o **ponto de mínimo** ou de **máximo** da função.
- Se a função tem **concavidade para cima**, o vértice é o “**ponto de mínimo**” da função, ou seja, é o ponto em que ela assume seu menor valor (**valor mínimo**).
- Se a função tem **concavidade para baixo**, o vértice é o “**ponto de máximo**” da função, ou seja, é o ponto em que ela assume seu maior valor (**valor máximo**).
- Para encontrar as coordenadas do vértice (x_v, y_v) utiliza-se as seguintes fórmulas:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$V(x_v, y_v)$$

GRÁFICOS



DOMÍNIO

- O domínio das funções quadrática é o conjunto $\mathbb{R}$.

IMAGEM

- O conjunto imagem das funções do 2º Grau depende de a :

$$a > 0$$

$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq y_v = -\frac{\Delta}{4a}\}$$

$$a < 0$$

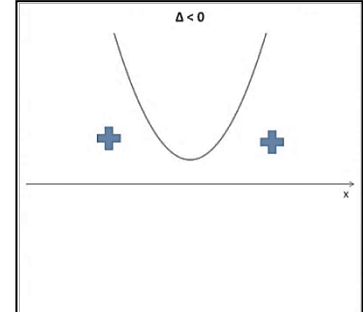
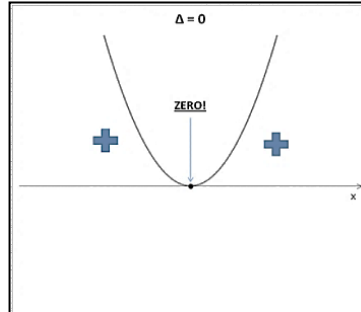
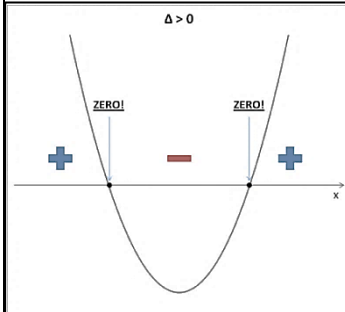
$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq y_v = -\frac{\Delta}{4a}\}$$

ESTUDO DO SINAL

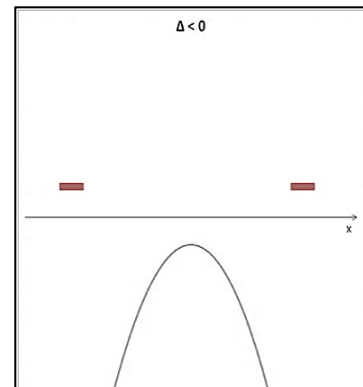
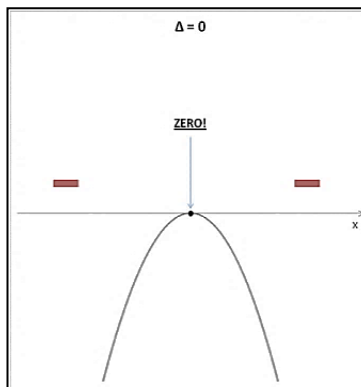
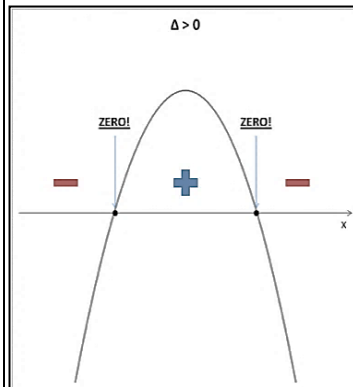
- A função do segundo grau é uma parábola, sendo possível analisar o sinal de Δ para saber quantas raízes essa função terá.
- Os sinais das funções do 2º Grau são determinados analisando-se o coeficiente a e o Δ .

GRÁFICOS

→ $a > 0$



→ $a < 0$



CONSTRUÇÃO DA PARÁBOLA

- Coeficiente a define a concavidade da parábola
- As raízes ou zeros definem os pontos em que a parábola intercepta o eixo $0x$
- O vértice $V \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$ indica o ponto de mínimo (se $a > 0$) ou de máximo (se $a < 0$)
- A reta que passa por V e é paralela ao eixo $0y$ é o eixo de simetria da parábola
- Interseção com o eixo y : para $x = 0$, $(0, c)$ é o ponto em que a parábola corta o eixo $0y$
- Para $a > 0$, $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq y_V = -\frac{\Delta}{4a}\}$ —
- Para $a < 0$, $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq y_V = -\frac{\Delta}{4a}\}$ —

Foram apresentadas acima a interpretação de registros de representação algébrica e gráfica, bem como suas transformações, referentes ao sistema semiótico proposto por Duval.

O próximo capítulo descreve o caminho metodológico que norteou o desenvolvimento do contexto deste estudo.

2 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Para o desenvolvimento deste estudo, alguns passos são fundamentais para a construção e estruturação de todo o desenvolvimento do trabalho. A questão inicial se baseia em uma ideia que consiste em um problema ou ideia que seja real e possa ser desenvolvida mediante a exploração e coleta de dados. Com o questionamento, delinear-se-á seus pressupostos por meio de leituras e coletas de dados exploratórias, adotando a pesquisa bibliográfica em livros e artigos que trazem teorias já estudadas e aplicadas por diversos autores.

Confrontar a ideia inicial e desenvolver a problemática se pauta como uma forma de interrogar o objeto de estudo, realizando o levantamento das perspectivas e coletas de dados exploratórias, identificando e comparando as perspectivas com os dados coletados. Uma das preocupações que devem ser exploradas configura em se referenciar nas pesquisas científicas como fontes ricas em dados a fim de acrescentar dados diferentes daqueles já coletados.

A seguir, dois passos devem ser realizados concomitantemente, sendo a construção do modo de análise e a coleta de dados, um depende diretamente do outro. A análise estrutura o modo de coleta de informações que são as fontes utilizadas para responder a problemática em questão, podendo ser uma abordagem de temas e conhecimentos que já possui ou uma abordagem de temas novos que devam ser exploratórios aprendidos pelo pesquisador. É de suma importância a coleta de informações utilizáveis para confrontar o modo de análise.

As informações são coletadas e analisadas para compreender se os dados correspondem às expectativas permeadas pela problemática, dando assim uma nova roupagem às relações construídas inicialmente, podendo assim delinear novas convicções referentes à pesquisa e possivelmente às futuras que podem vir a ser desenvolvidas.

Por meio das análises e referenciais de diferentes autores torna-se possível elaborar as considerações finais, e apresentar os resultados alcançados por meio de resposta da problemática levantada, bem como responder ao objetivo proposto.

2.1 Caminho Metodológico

O caminho metodológico leva a desenvolver o delineamento da pesquisa e compreender o desenvolvimento do processo (GIL, 2008), no qual o estudo a ser empreendido será viabilizado pela apresentação das representações relevantes no processo de

ensino e aprendizagem, com base nas três atividades cognitivas: formação, tratamento e conversão.

O desenvolvimento deste trabalho por meio de pesquisa qualitativa, de caráter exploratório, foi baseado em fontes específicas e literatura relacionada ao tema, envolvendo levantamento de informações e pesquisa bibliográfica para o desenvolvimento do referencial teórico, analisando e viabilizando a proposta do trabalho, além de contribuir para um efetivo aprendizado.

2.2 Método de Abordagem

O desenvolvimento deste estudo, delineado mediante seus objetivos, tem como abordagem metodológica a pesquisa bibliográfica, que se estrutura no levantamento de informações e conhecimentos acerca do tema por meio exploratório, permeadas pelos pressupostos de pesquisadores que já publicaram e desenvolveram estudos que venham a contribuir com informações, de maneira a explorar conceitos e permitir o conhecimento do contexto a que estão envolvidos, reunindo aos dados a fim de subsidiar a construção da investigação realizada a partir da temática proposta (SEVERINO, 2007).

A pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, permitindo ao investigador o contato com trabalhos já reconhecidos no domínio científico, sem precisar recorrer diretamente aos fatos da realidade empírica.

A principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. Esta vantagem se torna particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço. Por exemplo, seria impossível a um pesquisador percorrer todo o território brasileiro em busca de dados sobre a população ou renda per capita; todavia, se tem à sua disposição uma bibliografia adequada, não terá maiores obstáculos para contar com as informações requeridas. A pesquisa bibliográfica também é indispensável nos estudos históricos. Em muitas situações, não há outra maneira de conhecer os fatos passados senão com base em dados secundários (GIL, 1991, p. 3).

A realização da análise qualitativa do material didático através de leitura, escrita e interpretação, será feita por documentação indireta, com pesquisa documental do livro adotado, confrontando com os autores referenciados. Para a realização desta abordagem deve-se atentar à qualidade dos dados e das informações do livro didático (GIL, 1991).

A análise proporcionará a reflexão mediada pelos conhecimentos expostos por Duval, referentes ao ensino e aprendizagem em matemática, denominadas categorização, buscando o

melhor desenvolvimento dos dados coletados.

O tratamento de dados por categorização significa um processo de classificação ou organização de informações, que podem estar relacionadas a uma ideia ou conceito central capaz de abranger todas as categorias emergentes no processo de investigação (FIORENTINI & LORENZATO, 2006). Assim, será possível organizar o estudo teórico e metodológico presente nas análises conceituais podem ser instrumentos significativos entre o desejado, o esperado e o que de fato faz parte da atualidade.

2.3 Procedimento Técnico

A técnica de análise das informações será qualitativa, por meio de análise do discurso contextualizado do livro didático. Nesse sentido, é fundamental a análise da teoria que permite compreender os detalhes das informações obtidas.

A escolha por analisar os exercícios de um livro didático ocorreu no primeiro semestre de 2015, no qual a pesquisadora realizou a disciplina de Estágio Supervisionado II, e sentiu-se inquieta quanto ao modo de abordagem do conteúdo durante as aulas. O objetivo deste contato com o ambiente escolar se fundamenta em favorecer a articulação entre o conhecimento teórico específico e pedagógico e a prática docente, elaborando, aplicando e avaliando sequências didáticas com uso de materiais específicos, utilizando a produção e veiculação de instrumentos pedagógicos que privilegiem uma educação de qualidade.

Num primeiro momento, o livro seria Matemática Paiva, de autoria de Manoel Paiva, publicado no ano de 2016, quando a pesquisadora decidiu então fazer análise do livro didático. Porém, quando deu início a análise o livro em questão já não estava em uso pela escola. Então houve a decisão em fazer a troca do livro Matemática Paiva pelo livro Matemática: Interação e Tecnologia, volume 1, de autoria de Rodrigo Dias Balestri, também de 2016, que traz exercícios com contextualizações significativas e de linguagem adequada, isto é, de fácil entendimento, diversificados tanto na linguagem natural quanto figural, sendo este a opção para o estudo. Dessa forma, será realizada a análise dos exercícios do livro do Balestri, que dialogam com o conteúdo de funções polinomiais do segundo grau.

O contexto do livro tem como objetivo articular os acontecimentos teóricos e práticos que ocorrem no contexto social juntamente com a teoria estudada. Galatti (2006, p. 15, *apud* KLUPPEL; BRANDT, 2012) considera que o livro didático utilizado pelo professor e a ação docente tem fundamental importância no processo de ensino e aprendizagem, que compreende desde a escolha do livro até a forma de sua utilização em sala de aula.

O autor do livro didático analisado busca um diálogo aprazível com as diversas áreas do conhecimento, dispostas em todas as seções do livro, sendo convergentes para as perspectivas de ingresso no ensino superior (BALESTRI, 2016).

A obra didática passou por uma avaliação de vários especialistas das diferentes áreas do conhecimento, conforme critérios estabelecidos em edital de chamada pública da SEB/MEC 1/2015 composta pela Coordenação de Avaliação Pedagógica do PNLD 2017, sendo aprovada e passando a compor o Guia Digital do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), que orienta o corpo discente e o corpo diretivo da escola na escolha das coleções para aquela etapa de ensino, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (BRASIL, 2018).

Os materiais distribuídos pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) às escolas públicas de educação básica do país são escolhidos pelas escolas, desde que inscritos no PNLD e aprovados em avaliações pedagógicas coordenadas pelo Ministério da Educação e que conta com a participação de Comissões Técnica específica, integrada por especialistas das diferentes áreas do conhecimento correlatas (BRASIL, 2018).

A compra e distribuição dos livros didáticos selecionados pelo MEC, no âmbito da Secretaria de Educação Básica (SEB), é de responsabilidade do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), tanto da logística do provimento quanto do remanejamento dos materiais didáticos para todas as escolas públicas do país cadastradas no censo escolar, segundo projeções de dois anos anteriores ao ano do programa, com as informações disponíveis no momento do processamento da escolha feita pelas escolas, podendo haver pequenas oscilações entre o número de livros e o de estudantes (BRASIL, 2018).

A adesão passa por uma série de critérios de escolha, desde o conteúdo abordado aos pressupostos que o autor pesquisa e realiza na escrita de suas obras, e desde que inscritos no PNLD e aprovados em avaliações pedagógicas coordenadas pelo MEC, conta com a participação de Comissões Técnica específica, integrada por especialistas das diferentes áreas do conhecimento correlatas, cuja vigência corresponderá ao ciclo a que se referir o processo de avaliação (BRASIL, 2018). Sendo aprovado, o livro foi lançado no ano de 2016, com uma coleção de três volumes, volume 1 - 416 páginas, volume 2 - 352 páginas, volume 3 - 416 páginas, com o Manual do Professor contendo os exercícios respondidos, com comentários e observações sobre os temas abordados, direcionando e auxiliando o professor em sua execução.

Foi analisado o capítulo 4 do volume 1, intitulado função quadrática, conhecido

também como função polinomial do segundo grau, com 36 páginas (86 a 122), incluindo 66 exercícios entre problemas e operações. O capítulo possui passagens que constroem de forma interdisciplinar, por meio de alguns exemplos, e exercícios que relatam acontecimentos do contexto sociocultural e vivência cotidiana.

No capítulo a seguir será apresentada a resolução e discussão dos exercícios propostos com as devidas análises.

3 ANÁLISE E DISCUSSÃO

Para melhor definição do recorte, neste capítulo será realizada resolução e análise de 11 exercícios propostos do livro Matemática, Interação e Tecnologia, de 2016, capítulo 4 do volume 1, utilizando um olhar voltado ao tratamento e conversão, sob a perspectiva de Duval, referente à análise de representações semióticas. Machado (2003, p. 8) salienta que “A Teoria dos Registros de Representação de Raymond Duval tem-se mostrado importante instrumento de pesquisa, no estudo da complexidade da aprendizagem matemática”. O fato é que muitos pesquisadores se preocupam com o ensino e a aprendizagem em Matemática, e também com o processo de construção do conhecimento matemático.

É relevante destacar que haverá análises repetitivas, mesmo com exercícios diferenciados, já que a proposta tem resolução baseada em três atividades cognitivas: formação, tratamento e conversão.

3.1 Exercícios de Função Quadrática: Resoluções e Análises

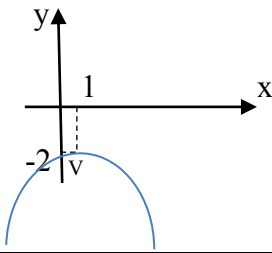
EXERCÍCIO 1: nº 25, pág. 106

Determinar o valor máximo ou valor mínimo de cada função, esboce o gráfico e escreva o conjunto imagem de cada uma das funções:

a) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$

RAÍZES	
$\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3)$ $\Delta = 4 + 12$ $\Delta = -8$	$(x \notin \mathbb{R})$ (função não tem zeros reais)

COORDENADAS DO VÉRTICE DA PARÁBOLA
$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2(-1)} = -\frac{2}{-2} = -(-1) = 1$ $y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-8}{4 \cdot (-1)} = -\frac{-8}{-4} = -2$ coordenadas de $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ $V(1, -2)$ $a < 0$ parábola tem concavidade voltada para baixo admite ponto de máximo, valor máximo é $y_v = -2$

GRÁFICO**IMAGEM**

$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq -2\}$$

b) $f(x) = x^2 - 4x - 1$

RAÍZES

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-1)$$

$$\Delta = 16 + 4$$

$$\Delta = 20$$

$$(x \notin \mathbb{R})$$

(função não tem zeros reais)

COORDENADAS DO VÉRTICE DA PARÁBOLA

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(1)} = -\frac{4}{2} = 2$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{20}{4 \cdot (1)} = -\frac{20}{4} = -5$$

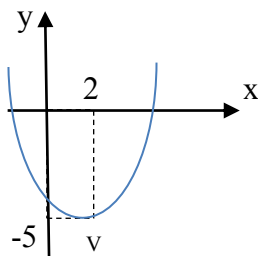
$$\text{coordenadas de } V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$V(2, -5)$$

$$a > 0$$

parábola tem concavidade voltada para cima

admite ponto de mínimo, valor mínimo é $y_v = -5$

GRÁFICO**IMAGEM**

$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -5\}$$

ANÁLISE

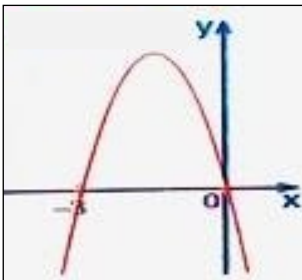
O exercício inicialmente pede para determinar os valores de máximo ou mínimo das funções, que pode ser feita calculando as coordenadas do vértice da parábola por meio de uma fórmula. Como o exercício é proposto na representação algébrica e as coordenadas do vértice são encontradas resolvendo uma equação, de acordo com Duval (2011), ocorreu um tratamento, pois não foi preciso sair do registro algébrico para a conclusão da atividade. Já no item que se pede para esboçar o gráfico, é necessário uma conversão, uma vez que o enunciado é apresentado no registro algébrico e há uma transformação para a representação gráfica. Para determinar o conjunto imagem da função é necessária uma interpretação da representação gráfica, seguida de uma conversão para a representação algébrica, que o autor chama de interpretação global, que ocorre ao interpretar as modificações e alterações gráficas, e desenvolve habilidades no estudante, de observação e análise.

EXERCÍCIO 2: n° 26, pág. 106

Para a parábola a seguir, determine:

- as coordenadas do vértice
- a imagem e o valor máximo ou valor mínimo da função correspondente

a) $f(x) = -2x^2 - 6x$



COORDENADAS DO VÉRTICE DA PARÁBOLA

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2(-2)} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-36}{4 \cdot (-2)} = -\frac{-36}{-8} = \frac{9}{2}$$

coordenadas de $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$$V\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

$$a < 0$$

admite ponto de máximo, valor máximo é $y_v = \frac{9}{2}$

IMAGEM

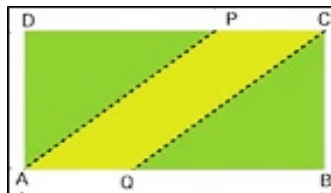
$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq \frac{9}{2}\}$$

ANÁLISE

Neste exercício é dada uma equação, seguida de um gráfico para auxiliar na análise. Pede para o aluno encontrar as coordenadas do vértice, a imagem e o valor máximo ou mínimo da função correspondente. Para determinar os valores de máximo ou mínimo neste exercício, foram calculadas as coordenadas do vértice da parábola. O exercício é proposto na representação algébrica para a sua resolução. Portanto, para encontrar as coordenadas dos vértices desta função, recorreremos ao tratamento, visto que os valores foram encontrados após a resolução de uma equação. Em relação ao encontro do conjunto imagem desta função pôde ser facilmente vista através do valor máximo encontrado. Para resolução dessa atividade foi possível usar apenas o tratamento.

EXERCÍCIO 3: nº 31, pág. 107

Um terreno retangular tem 800 m de perímetro e será dividido [...] em três partes, como mostra a figura:



Admita que os segmentos de reta PA e CQ estão contidos nas bissetrizes de dois ângulos retos do terreno e que a área do paralelogramo PAQC tem medida S.

Determine o maior valor, em m^2 , que S pode assumir.

Considerando a figura temos:

$$4x + 2y = 800 \quad (: 2)$$

$$2x + y = 400$$

$$y = -2x + 400$$

Logo, a área do paralelogramo PAQC é:

$$S_{PAQC} = x \cdot y$$

$$S_{PAQC} = x \cdot (-2x + 400)$$

$$S_{PAQC} = -2x^2 + 400x$$

MAIOR VALOR DE S

Portanto, o maior valor de S:

$$\begin{aligned} \frac{-\Delta}{4a} &= \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \\ &= \frac{-(400^2 - 4(-2)(0))}{4(-2)} \\ &= \frac{-160000}{-8} \\ &= 20.000m^2 \end{aligned}$$

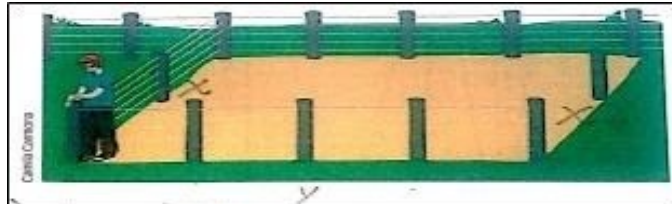
ANÁLISE

O enunciado do exercício utiliza a linguagem natural. Para determinar os valores da área, foram calculados os perímetros por meio de fórmulas. O ponto máximo da parábola foi encontrado resolvendo uma equação, que de acordo com Duval (2011) ocorreu uma conversão, pois saiu da linguagem natural para a algébrica para conclusão da atividade. A figura foi para ajudar na interpretação, mais seria possível para o aluno a resolução do mesmo sem a figura.

EXERCÍCIO 4: nº 33, pág. 107

Bruno dispõe de 950 metros de arame para cercar uma superfície retangular. A cerca deverá ser composta de cinco de arame igualmente espaçados. Para economizar arame, ele utilizará uma das cercas já existentes na propriedade, tendo assim que cercar apenas três lados.

Quais deverão ser as medidas da superfície cercada por Bruno de maneira que sua área seja máxima?



Suponha que a área cercada tenha medidas X e Y.

A soma das medidas dos três lados que faltam deve ser:

$$\frac{950}{5} \\ 190\text{m}$$

Ou seja:

$$2x + y = 190$$

$$y = 190 - 2x$$

Logo a área do terreno é dada por:

$$A = x \cdot y$$

$$A = x \cdot (190 - 2x)$$

$$A = -2x^2 + 190x$$

A área máxima é:

$$A_{\max} = -\frac{190^2}{4(-2)}$$

$$A_{\max} = \frac{361000}{8}$$

$$A_{\max} = 45125\text{m}$$

$$A_{\max} = 4512,5\text{m}^2$$

OS VALORES DE X E Y PARA QUE A ÁREA SEJA MÁXIMA SÃO:

$$x \cdot (190 - 2x) = 0$$

$$190 - 2x = 0$$

$$2x = 190$$

$$A_{\max} = x \cdot y$$

$$4512,5 = 95 \cdot y$$

$$y = \frac{14512,5}{95}$$

$x = \frac{190}{2}$ $x = 95\text{m}$	$y = 47,5\text{m}$
---	--------------------

ANÁLISE

O exercício proposto possui uma representação figural, porém essa representação não é fundamental para a resolução, pois ele é proposto na forma língua natural. As áreas são encontradas resolvendo equações, de acordo com Duval (2011) ocorreu uma conversão, pois passou da linguagem natural para algébrica. Para calcular as medidas das superfícies para que suas áreas fossem máximas, foi feito o tratamento novamente, pois não saiu do mesmo registro.

EXERCÍCIO 5: n° 38, pág. 114

Realize o estudo do sinal de cada função:

a) $f(x) = -3x^2 + 5x + 2$

RAÍZES

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2$$

$$\Delta = 25 + 24$$

$$\Delta = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2(-3)}$$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{-6}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{-6} = -\frac{1}{3}$$

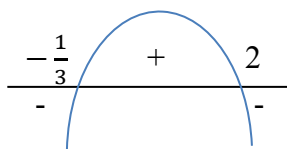
$$x_2 = \frac{-5 - 7}{-6} = 2$$

ESTUDO DO SINAL

$$a < 0$$

parábola tem concavidade voltada para baixo, e duas raízes distintas.

GRÁFICO



ANÁLISE DO GRÁFICO

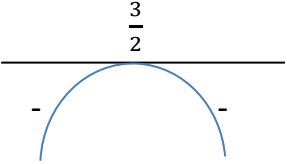
$$f(x) = 0, x = -\frac{1}{3} \text{ e } x = 2$$

$$f(x) < 0, x < -\frac{1}{3} \text{ ou } x > 2$$

$$f(x) > 0, \text{ valores entre } -\frac{1}{3} \text{ e } 2, -\frac{1}{3} < x < 2$$

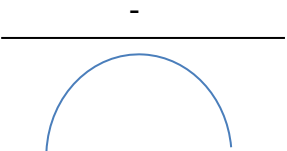
b) $f(x) = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$

RAÍZES	
$\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)$ $\Delta = 9 - 9$ $\Delta = 0$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{0}}{2(1)}$ $x = \frac{3 \pm 0}{2} \quad x_1 \text{ e } x_2 = \frac{3}{2}$

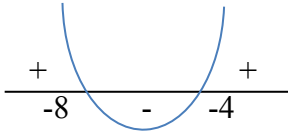
ESTUDO DO SINAL
$a > 0$ parábola tem concavidade voltada para cima, e uma única raiz real
<u>GRÁFICO</u> 
ANÁLISE DO GRÁFICO
$f(x) = 0, x = \frac{3}{2}$ $f(x) > 0, x \neq \frac{3}{2}$

c) $f(x) = -2x^2 + 4x - 7$

RAÍZES	
$\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = (4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-7)$ $\Delta = 16 - 56$ $\Delta = -40$	$(x \notin \mathbb{R})$ (função não tem zeros reais)

ESTUDO DO SINAL
$a < 0$ parábola tem concavidade voltada para baixo, mas não possui raízes reais, pois $\Delta < 0$
<u>GRÁFICO</u> 
ANÁLISE DO GRÁFICO
$\nexists x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) > 0, f(x) = 0, f(x) < 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ A função será negativa para qualquer valor real de x .

d) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 3x + 8$

RAÍZES	
$\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 3^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot (8)$ $\Delta = 9 - 8$ $\Delta = 1$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2\left(\frac{1}{4}\right)}$ $x = \frac{-3 \pm 1}{\frac{1}{2}}$ $x_1 = -2 \cdot 2 = -4 \quad x_2 = -4 \cdot 2 = -8$
ESTUDO DO SINAL	
$a > 0$ parábola tem concavidade voltada para cima, e duas raízes distintas.	
GRÁFICO	
	
ANÁLISE DO GRÁFICO	
$f(x) > 0$, $x < -8$ ou $x > -4$ $f(x) = 0$, $x = -8$ ou $x = -4$ $f(x) < 0$, $-8 < x < -4$	
ANÁLISE (a, b, c, d)	
O exercício pede para determinar as raízes das funções, que pode ser feita calculando as coordenadas do vértice da parábola por meio de fórmula. Como o exercício é proposto na representação algébrica é resolvida por uma equação, de acordo com Duval (2011) ocorreu um tratamento. Para o estudo do sinal há conversão da representação algébrica para o registro gráfico, concluindo a atividade com notações algébricas como resposta, havendo conversão da representação gráfica para algébrica, que o autor chama de interpretação global, a qual instiga o estudante a desenvolver habilidades de observação e análise.	

EXERCÍCIO 6: nº 41, pág. 114

Uma revenda de aparelhos celulares compra determinado modelo por R\$ 150,00 a unidade. Após o estudo sobre o preço e a quantidade de vendas, verificou-se que a quantidade de unidades vendidas varia de acordo com a função $v(x) = 350 - x$, em que x é o preço de venda do celular e v a quantidade de celulares vendidos no mês.

- a lei de formação da função L que permite calcular o lucro.
- para quais preços de venda, a empresa obtém lucro com a venda?
- para qual preço de vendas, o lucro com a comercialização desse modelo é o máximo? De quanto é esse lucro?

O lucro por celular vendido é $x - 150$

Assim, o lucro L dessa revenda com a comercialização desse modelo de celular é dado por:

$$L(x) = v(x) \cdot (x - 150)$$

onde $v(x)$ é quantidade de celular vendido e $(x - 150)$ é lucro por celular vendido

$$v(x) = 350 - x$$

a)

$$L(x) = v(x) \cdot (x - 150)$$

$$L(x) = (350 - x) \cdot (x - 150)$$

$$L(x) = -x^2 + 500x - 52500$$

b)

$$L(x) > 0$$

$$-x^2 + 500x - 52500 > 0$$

$$-x^2 + 500x - 52500 = 0$$

$$(350 - x) \cdot (x - 150) = 0$$

$$x = 350$$

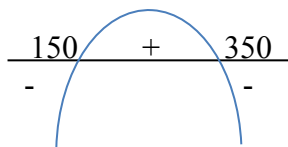
$$x = 150$$

GRÁFICO

$$a < 0$$

parábola tem concavidade voltada para baixo, e duas raízes distintas.

GRÁFICO



ANÁLISE DO GRÁFICO

$$150 < x < 350$$

c)

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$-\frac{500}{2(-1)}$$

$$-\frac{500}{-2}$$

$$250$$

$$250 = \text{R\$ } 250,00$$

$$L(x_v) = L(250)$$

$$L(250) = -(250)^2 + 500 \cdot 250 - 52500$$

$$-62500 + 125000 - 52500$$

$$10.000 = \text{R\$ } 10.000,00$$

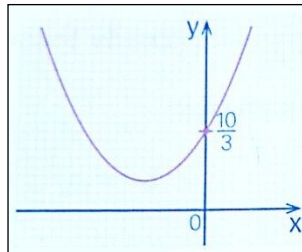
ANÁLISE

Os valores de venda e de lucro foram calculados por meio de fórmulas. O exercício é proposto na linguagem natural. A representação algébrica representa o maior valor de venda e de lucro, e então a representação gráfica para representar o lucro das vendas, ocorrendo uma conversão segundo Duval (2011), para obter a representação algébrica e

concluir a atividade ao determinar o lucro máximo com as vendas.

EXERCÍCIO 7: nº 45, pág. 114

Realize o estudo do sinal da função quadrática correspondente ao gráfico:



ANÁLISE DO GRÁFICO

$f(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$
 $\nexists x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 0$ ou $f(x) < 0$

O gráfico da parábola está acima do eixo x , quer dizer que não existe valor de y , pertencente ao conjunto dos números reais, que seja igual ou menor do que zero, portanto ela é sempre positiva.

$f(x) > 0$ para qualquer x

ANÁLISE

O enunciado é apresentado no registro gráfico, para determinar o conjunto imagem da função por meio de uma interpretação da representação gráfica, seguida de uma conversão, designada de interpretação global (Duval, 2011). Em relação os fenômenos de congruência, discutidos por Duval (2011), pode-se perceber que a conversão dos registros, apresentados no processo resolutivo, é congruente, pois na sua resolução, utilizamos as informações contidas no gráfico, que é o registro de partida. Neste tipo de conversão, é possível sair da resolução ou resposta e chegar na representação inicial, fazendo um caminho inverso.

EXERCÍCIO 8: nº 48, pág. 114

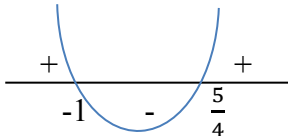
Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações:

a) $4x^2 - x - 5 < 0$

Seja $f(x) = 4x^2 - x - 5$, temos:

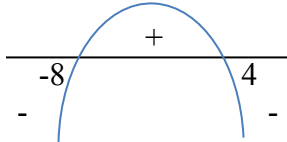
RAÍZES	
$\Delta = b^2 - 4ac$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5)$	$x = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 4}$
$\Delta = 1 + 80$	$x = \frac{1 \pm 9}{8}$
$\Delta = 81$	

	$x_1 = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ $x_2 = \frac{-8}{8} = -1$
--	--

ESTUDO DO SINAL	
$a > 0$ parábola tem concavidade voltada para cima, e duas raízes distintas.	
<u>GRÁFICO</u> 	
ANÁLISE DO GRÁFICO	
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < \frac{5}{4}\}$	

b) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 16$

RAÍZES	
$\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 16$ $\Delta = 4 + 32$ $\Delta = 36$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}$ $x = \frac{2 \pm 6}{-1}$ $x_1 = \frac{-1}{-1} = -8$ $x_2 = \frac{-4}{-1} = 4$

ESTUDO DO SINAL	
$a < 0$ parábola tem concavidade voltada para baixo, e duas raízes distintas.	
<u>GRÁFICO</u> 	
ANÁLISE DO GRÁFICO	
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -8 < x < 4\}$	

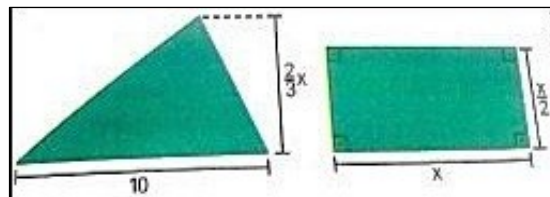
ANÁLISE (a, b)
O exercício é proposto na representação algébrica, encontradas resolvendo uma equação. De acordo com Duval (2011) ocorreu um tratamento, pois não foi preciso sair do registro algébrico para a conclusão da atividade. Já no item que se pede para esboçar o gráfico, é necessária uma conversão, uma vez que o enunciado é apresentado no

registro algébrico e há uma transformação para a representação gráfica. Para determinar o estudo do sinal é necessária uma interpretação da representação algébrica, seguida de uma conversão para a representação gráfica, havendo interpretação global. Em relação aos fenômenos de congruência, a conversão dos registros apresentados nesse exercício, é não-congruente, pois, não existe uma relação direta entre os termos do registro inicial, com os termos encontrados no processo resolutivo.

EXERCÍCIO 9: nº 50, pág. 115

As medidas de alguns dos lados do triângulo e do retângulo a seguir estão em função de x .

Determine os valores de x para os quais a área do triângulo é maior que a área do retângulo.



Área do triângulo:

$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{10 \cdot \frac{2}{3}x}{2}$$

$$A_{\Delta} = 10 \cdot \frac{2}{3}x \cdot \frac{1}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{10}{3}x$$

Área do retângulo:

$$A_{\blacksquare} = b \cdot h$$

$$A_{\blacksquare} = x \cdot \frac{x}{2}$$

$$A_{\blacksquare} = \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{10}{3}x > \frac{x^2}{2}$$

$$-\frac{x^2}{2} + \frac{10}{3}x > 0$$

$$-\frac{x^2}{2} + \frac{10}{3}x = 0$$

$$x \left(-\frac{1}{2}x + \frac{10}{3} \right) = 0$$

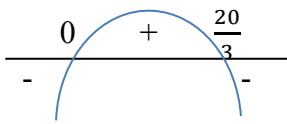
$$\boxed{x = 0}$$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{10}{3} = 0$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{10}{3}$$

$$x = \frac{10}{3} \cdot 2$$

$$\boxed{x = \frac{20}{3}}$$

GRÁFICO	
$a < 0$	parábola tem concavidade voltada para baixo, e duas raízes distintas.
<u>GRÁFICO</u> 	
ANÁLISE DO GRÁFICO	
$0 < x < \frac{20}{3}$	

ANÁLISE
O exercício está na representação figural, sendo necessário fazer uma conversão para o registro algébrico, e resolvido por meio de cálculos algébricos, havendo assim a conversão, segundo Duval (2011). O esboço do gráfico do estudo do sinal representa a diferença entre as áreas do triângulo e do retângulo, comprovando que a área maior é do triângulo, sendo necessária uma conversão, havendo uma transformação para a representação gráfica. Em relação ao fenômeno de congruência, a conversão dos registros apresentados nesse exercício, não são congruente, ressalta-se que nesse tipo de conversão não existe uma relação direta dos termos do registro inicial ou com a solução, outro ponto a discutir é que não conseguimos sair do resultado final, para o enunciado. De acordo com Duval, quando acontece o fenômeno de não-congruência, os alunos tem mais dificuldade em resolver as atividades, e leva as vezes o aluno a desistir da atividade proposta.

EXERCÍCIO 10: n° 58, pág. 120

Qual é a taxa de variação instantânea, em x , das funções a seguir:

a) $f(x) = 5x - 4$

$$\frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = \frac{5x_1 - 4 - (5x - 4)}{x_1 - x} = \frac{5(x_1 - x)}{x_1 - x} = 5$$

b) $g(x) = -\frac{1}{3}x + 6$

$$\frac{g(x_1) - g(x)}{x_1 - x} = \frac{-\frac{1}{3}x_1 + 6 - (-\frac{1}{3}x + 6)}{x_1 - x} = \frac{-\frac{1}{3}(x_1 - x)}{x_1 - x} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{-1/3(x1-x)}{(x1-x)}$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

c) $h(x) = -x^2 + 2x - 7$

$$\frac{h(x1)-h(x)}{x1-x}$$

$$\frac{-x1^2+2x1-7-(-x^2+2x-7)}{x1-x}$$

$$\frac{-(x1^2-x^2)+2(x1-x)}{x1-x}$$

$$\frac{-(x1+x)(x1-x)+2(x1-x)}{x1-x}$$

$$-(x1+x)+2$$

Considerando o intervalo de x a x , muito pequeno, isto é, $x = x$, obtemos a taxa de variação instantânea em x .

$$-(x+x)+2$$

$$-2x+2$$

$$x = -1$$

d) $m(x) = \frac{4x^2-3x}{2}$

$$\frac{m(x1)-m(x)}{x1-x}$$

$$\frac{4x1^2-3x/2-4x^2-3x/2}{x1-x}$$

$$\frac{4(x1^2-x^2)-3(x1-x)/2}{x1-x}$$

$$\frac{4(x1+x)(x1-x)-3(x1-x)/2}{x1-x}$$

$$\frac{4(x1+x)-3}{2}$$

Considerando o intervalo de x a x , muito pequeno, isto é, $x = x$, obtemos a taxa de variação instantânea em x .

$$\frac{4(x+x)-3}{2}$$

$$\frac{8x-3}{2}$$

$$4x - \frac{3}{2}$$

$$8x - 3$$

$$x = \frac{3}{8}$$

ANÁLISE

O exercício pede para determinar a taxa de variação instantânea, em x , que pode ser feita calculando por meio de uma fórmula, a fim de alcançar um intervalo muito pequeno. Como o exercício é proposto na representação algébrica, o x é encontrado resolvendo uma equação, de acordo com Duval (2011), ocorreu um tratamento, pois não foi preciso sair do registro algébrico para a conclusão da atividade. De acordo com Duval, quando o exercício se resolve apenas com o tratamento, não é possível identificar se o aluno realmente aprendeu, porque o aluno consegue resolver usando só os procedimentos.

EXERCÍCIO 11: nº 64, pág. 120

O jamaicano Usain Bolt escreveu seu nome na história do esporte mundial após ganhar inúmeras medalhas de ouro e quebrar diversos recordes mundiais no atletismo. Um de seus recordes foi estabelecido em 2009, no Campeonato Mundial de Atletismo realizado em Berlim, Alemanha, quando Bolt completou a prova de 200 metros rasos em 19,19 segundos. Responda às questões a seguir supondo que durante essa prova Bolt tenha executado um MUV descrito pela função $s(t) = 0,54t^2$, sendo s a distância em metros e t o tempo em segundos.



- Qual a velocidade média de Bolt nessa prova?
- Qual a velocidade no instante 5 segundos?
- Qual o valor de sua aceleração média?

a)

$$V_M = \frac{S(t) - S_0}{t - t_0}$$

$$V_M = \frac{0,54 \cdot (19,19)^2 - 0}{19,19 - 0}$$

$$V_M = \frac{0,54 \cdot (19,19)^2 - 0}{19,19 - 0}$$

$$V_M = \frac{0,54 \cdot 19,19 \cdot 19,19}{19,19}$$

$$V_M = 0,54 \cdot 19,19$$

$$V_M = 10,36 \cong 10,4 \text{ m/s}$$

b)

$$V_M = \frac{S(t_1) - S(t)}{t_1 - t}$$

$$V_M = \frac{0,54t_1^2 - 0,54t^2}{t_1 - t}$$

$$V_M = 0,54 \cdot (t_1 + t)$$

Considerando $t = t$, obtemos a taxa de variação instantânea em t .

$$V(t) = 0,54 \cdot (t + t)$$

$$V(t) = 0,54t + 0,54t$$

$$V(t) = 1,08t$$

Segue que, em $t = 5\text{s}$, a velocidade do atleta é:

$$V(5) = 1,08 \cdot 5$$

$$V(5) = 5,4 \text{ m/s}$$

c)

$$a_m = \frac{v(t_1) - v(t)}{t_1 - t}$$

$$a_m = \frac{1,08 \cdot t_1 - 1,08t}{t_1 - t}$$

$$a_m = 1,08 \text{ m/s}^2$$

ANÁLISE

O exercício é apresentado na linguagem natural, sendo necessário converter para o registro algébrico. De acordo com Duval houve uma conversão da linguagem natural para o registro algébrico e assim com o tratamento foi possível encontrar as respostas para a conclusão da atividade.

3.2 Discussão e Resultados

Após a resolução e análise dos exercícios, proposto neste trabalho, realizando uma triangularização das análises dos exercícios com a teoria desenvolvida por Duval (2011), pondera-se que:

- se o exercício pede para determinar as raízes das funções, pode ser resolvido fazendo o cálculo por meio de fórmulas e equações, havendo tratamento.
- ocorre tratamento quando o exercício proposto na representação algébrica é resolvido por meio de uma equação, pois não é preciso sair do registro algébrico para a conclusão da atividade.
- ocorre conversão quando se pede para esboçar um gráfico, uma vez que o enunciado é apresentado no registro algébrico e há uma transformação para a representação gráfica.
- se o exercício é dado na linguagem natural e/ou figural, proposto na representação gráfica, é necessário fazer uma conversão para o registro algébrico, e resolvido por meio de cálculos algébricos, havendo tratamento.
- se o exercício pede para determinar o conjunto imagem da função é necessária uma interpretação da representação algébrica, seguida de uma conversão para a representação gráfica, assim como o estudo do sinal, designado de interpretação global, instigando o estudante a desenvolver habilidades de observação e análise, contribuindo efetivamente para seu desempenho cognitivo.

Analisando o contexto teórico, as resoluções dos exercícios e suas análises, é possível afirmar que o livro didático contempla a proposta estudada de acordo com as teorias de Durval. Refletindo sobre a aprendizagem dos estudantes, a estratégia é trabalhar os diferentes registros de representação das funções do segundo grau, indo ao encontro com as sugestões do autor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No processo de aprendizagem em matemática, do ponto de vista cognitivo, os registros de representações semióticas são fundamentais na aprendizagem Matemática, uma vez que o acesso aos objetos de estudo só são possíveis por meio de suas representações. A análise dos registros é uma estratégia que possibilita enxergar o objeto em diferentes representações.

A teoria de Duval considera as diferentes representações com suas particularidades, como gráficos, tabelas, enunciados propostos por registros natural e figural, que leva à uma melhor compreensão dos objetos matemáticos. Esses registros devem ser usados para desenvolver os cálculos por meio de análise, auxiliando assim no desenvolvimento cognitivo.

Leituras mais abrangente das informações contidas nos enunciados, interpretação e a resolução matemática, também são importantes e se fazem necessárias para o ensino de matemática, como atividades essenciais para a aprendizagem desta disciplina.

Os diferentes exercícios, com diversificadas funções podem proporcionar uma aprendizagem mais dinâmica e interativa, a fim de instigar, estimular e motivar os alunos para uma crescente participação nas aulas.

A leitura e interpretação dos exercícios, do livro em questão, levam aos demais cálculos e suas propriedades para que esboce o desenho das parábolas, havendo assim diferentes representações, sendo muitas conversões. Durante o processo resolutivo dos exercícios, o livro didático evidencia o foco apenas no registro algébrico e gráfico, porém, ele contempla diferentes representações.

Assim, como a pesquisadora, a maioria dos alunos podem concluir a Educação Básica com dificuldades no entendimento de função quadrática, porém conforme discutido, uma possibilidade para essa defasagem é o trabalho com o livro didático, pois esse material contempla as sugestões propostas na teoria de Duval, tratamento e conversão. Sendo importante e necessário um ensino de Matemática pautado na mobilização, manipulação e articulação de diferentes registros de representação, para que então possibilite ao aluno adquirir o mínimo de compreensão efetiva de um determinado objeto matemática.

Dessa forma, vale destacar que no que tange a mobilização e a coordenação de diferentes representações semióticas de função quadrática, o material analisado, na maioria das atividades é enfático na articulação entre as representações algébrica e gráfica, promovendo o tratamento e a conversão entre esses dois registros, sendo menos frequente a articulação entre as outras representações possíveis da função quadrática.

REFERÊNCIAS

- BALESTRI, R. D. **Matemática: Interação e Tecnologia**. 2. ed. São paulo: Leya, 2016. v. 1.
- BONOMI, M. C. Matemática: Objetos e representações. **In: Seminários de Estudo em Epistemologia e Didática** (SEED). Faculdade de Educação/USP, 2007.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2018: Matemática - Ensino Médio**. Guia digital / Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB. Brasília: 2017.
- DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. (et al). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. São Paulo: EDUC, 2010, p.167-188.
- DUVAL, R. Gráficos e Equações: a articulação de dois registros. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.
- _____. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **REVEMAT**. Florianópolis, v. 7, n. 2, p.266-297, 2012.
- _____. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- FIORENTINI, D.; LOREZANTO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1991.
- HERSCOVICS, N. **Constructing Meaning for linear equations: a problem of representation**. In: RDM, v. 3, p. 351-383, 1980.
- KLUPPEL, G. T.; BRANDT, C. F. Reflexões sobre o Ensino da Geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval. **In: IX ANPED Sul Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul**, 2012.
- LEZZI, G. (et al). **Conecte: Matemática, Ciências e Aplicações**. São Paulo: Saraiva, 2011. v. 1.
- LOPES, S. P. Registros de representações semióticas no estudo das funções polinomiais de segundo grau. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM). **Anais...** Curitiba: PUC-PR, 2013, p. 1-16.
- MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003.
- MEIER, M.; GRAVINA, M. A. Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental. Conferência Latino Americana de GeoGebra. **Anais...** São Paulo, 2012, p. 250-264.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 2002.

SEVERINO, J. A. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo**. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 1.