

CLEBER SPODE

**SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS E
SIMULAÇÃO HÍBRIDA RANS/LES
DO ESCOAMENTO SOBRE O DEGRAU COM
CONDIÇÕES DE CONTORNO TURBULENTAS**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2006

CLEBER SPODE

**SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS E SIMULAÇÃO HÍBRIDA
RANS/LES DO ESCOAMENTO SOBRE O DEGRAU COM
CONDIÇÕES DE CONTORNO TURBULENTAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

UBERLÂNDIA – MG

2006

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

- S762s Spode, Cleber, 1981-
 Simulação de grandes escalas e Simulação Híbrida RANS/LES do escoamento sobre o degrau com condições de contorno turbulentas / Cleber Spode. - 2006.
 134 f. : il.
- Orientador: Aristeu da Silveira Neto.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
 Inclui bibliografia.
1. Mecânica dos fluidos - Teses. 2. Escoamento turbulento - Teses. I. Silveira Neto, Aristeu da. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 532



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
Av. João Naves de Ávila, 2121 - 38400-902 Fone: 0XX(34)32394149 Ramal 42
FAX: 0XX(34)32394282 – Campus Santa Mônica - Uberlândia MG



ALUNO: Cleber Spode

NÚMERO DE MATRÍCULA: 5041202-4

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

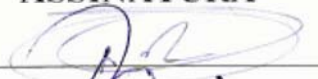
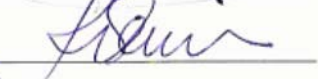
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA: NÍVEL MESTRADO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:

“Simulação de Grandes Escalas e Simulação Híbrida RANS/LES do Escoamento sobre o Degrau com Condições de Contorno Turbulentas”

ORIENTADOR: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

A Dissertação foi **APROVADA** em reunião pública, realizada na Sala 218, Bloco “1M”, Campus Santa Mônica, em 02 de junho de 2006, às 09:00 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME	ASSINATURA
Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto	UFU 
Prof. Dr. Carlos Roberto Ribeiro	UFU 
Prof. Dr. Luís Fernando Figueira da Silva	PUC/RIO 

Uberlândia, 02 de junho de 2006.

AGRADECIMENTOS

À minha família pelo apoio e incentivo à ciência.

Ao meu grande amigo e Orientador Aristeu por incentivar e guiar meu trabalho com excepcional competência e inteligência.

A todos meus colegas do LTCM pelos momentos de extrema alegria, companheirismo e parceria.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por financiar meus estudos junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (POSMEC-UFU) da Universidade Federal de Uberlândia onde tive todo suporte para desenvolver um trabalho científico de qualidade.

Spode, C. **Simulação de Grandes Escalas e Simulação Híbrida RANS/LES do escoamento sobre o degrau com condições de contorno turbulentas**. 2006, 134 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

A simulação numérica de escoamentos turbulentos através da hipótese de Boussinesq é representada, atualmente, por duas grandes metodologias distintas, a Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large-Eddy Simulation*) e as Equações Médias de Reynolds (RANS – *Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Uma nova metodologia, chamada de Híbrida RANS/LES, está em desenvolvimento, tirando proveito das potencialidades das metodologias tradicionais LES e RANS através de um único modelo. O presente trabalho trata da avaliação das três metodologias, LES, RANS e Híbrida RANS/LES de modelagem da turbulência através da simulação numérica do escoamento turbulento sobre um degrau. Os modelos são avaliados através deste escoamento, que apesar de simples geometricamente, é capaz de gerar um escoamento complexo, com regiões de escoamento parietal e cisalhante livre. Juntamente com a modelagem da turbulência, um estudo de imposição de condições de contorno turbulentas na entrada do domínio utilizado revelou que tão importante quanto o modelo de turbulência, as condições de contorno empregadas modificam substancialmente os resultados obtidos. Foi implementado um modelo de geração de contorno baseado no escalonamento de informações internas do escoamento de forma a satisfazer estatística e topologicamente o caráter turbulento da condição de contorno na entrada. Resultados para as três metodologias revelam que a Simulação de Grandes Escalas e métodos Híbridos RANS/LES apresentam descrições muito semelhantes para o escoamento turbulento sobre o degrau, diferindo dos resultados da metodologia RANS, onde momentos estatísticos de segunda ordem são suprimidos, com ausência de estruturas tridimensionais e transientes.

Palavras Chave: Modelagem da Turbulência. Condições de Contorno. Simulação de Grandes Escalas. RANS. RANS/LES.

Spode, C. **Large-Eddy Simulation and Hybrid RANS/LES Simulation of the backward-facing step flow with turbulent boundary conditions**. 2006, 134 f. M, Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia,

Abstract

The turbulent flow simulation through the Boussinesq's hypothesis is represented, currently, by two distinct methodologies, the Large-Eddy Simulation (LES) and the Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations (RANS). New Hybrid RANS/LES methods are in development, taking off advantage of LES and RANS potentialities through a one only model. The present work deals with the evaluation of these three methodologies, LES, RANS and Hybrid RANS/LES through the turbulent backward-facing step flow simulation. This classical flow is a benchmark for new turbulence models due to the fact that, despite its simple geometry, it presents a very complex generation of three-dimensional structures, influencing the transition phenomenon and properties such as characteristics frequencies of vortex emission and reattachment length. Parallel to this, an inlet turbulent boundary condition influence study showed that the statistical and topological content of the inlet boundary layer profile can modify substantially results like reattachment length and pressure coefficient. A recycling method for generating three-dimensional, time-dependent turbulent boundary layer inflow data for Large-Eddy and Hybrid RANS/LES simulation is employed. Results for the three methodologies disclose that Large-Eddy Simulation and Hybrid RANS/LES methods present very similar descriptions for the turbulent backward-facing step flow, differing from the RANS's results, where the second order statistical moments are totally suppressed, with absence of three-dimensional and transient structures.

Keywords: Turbulence Modeling, Boundary Conditions. Large-Eddy Simulation. RANS. RANS/LES.

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

AR	alongamento, ($AR = W/h$);
C_f	coeficiente de atrito;
C_p	coeficiente de pressão;
C_s	constante de Smagorinsky;
CFL	parâmetro de Courant-Friederichs-Lewy para o passo de tempo;
d	distância entre os centros dos volumes, distância à parede;
D	diâmetro do canal de entrada;
dS	área diferencial;
ER	razão de expansão do degrau, ($ER = H/(H - h)$);
h	altura do degrau;
H	altura total do domínio nas simulações do degrau, fator de forma da camada limite;
H_{12}	fator de forma da camada limite, $H_{12} = \delta^* / \theta$.
k	energia cinética turbulenta;
p	pressão;
q	termo fonte;
Q	termo fonte;
q_ϕ	termo fonte associado a variável genérica ϕ ;
Re	número de Reynolds;
Re_h	número de Reynolds baseado na altura do degrau, $Re_h = U_0 h / \nu$;
Re_θ	número de Reynolds em função da espessura de <i>momentum</i> , $Re_\theta = U_0 \theta / \nu$;
t	tempo;
T	tempo de simulação;
Tu	intensidade turbulenta;
u	velocidade na direção x ;
U	velocidade média u ;

U_0	velocidade U na corrente livre;
u_τ	velocidade de cisalhamento;
u'	flutuação da velocidade u ;
v	velocidade na direção y ;
V	velocidade média v ;
v'	flutuação da velocidade v ;
w	velocidade na direção z ;
W	velocidade média w , profundidade do domínio computacional, função peso;
w'	flutuação da velocidade w ;
X_R	comprimento de recolamento;
X_S	comprimento da bolha de recirculação secundária;
y^+	distância adimensionalizada pela velocidade de cisalhamento na entrada;

Letras Gregas

α	parâmetro de função peso, coeficiente de interpolação;
δ	espessura da camada limite;
Δ	largura do volume finito;
ϕ	variável genérica;
Γ	fator do método p.d.f.;
γ	função peso;
μ	viscosidade dinâmica;
μ_{ef}	viscosidade efetiva;
λ	coeficiente de <i>blending</i> ;
ν	viscosidade cinemática;
$\tilde{\nu}$	viscosidade modificada;
ν_t	viscosidade turbulenta;
η	espessura da camada limite adimensionalizada por δ ;
ρ	densidade;
τ_{ij}	tensor de Reynolds;
τ_w	tensão de cisalhamento junto à parede;

θ	espessura de <i>momentum</i> ;
ω	vorticidade;

Operadores

Δ	variação;
∂	derivada parcial;
∇	nabla;
$\int$	integral;
Σ	somatório;
$\prod$	produtório;
$\langle \rangle$	filtro espacial;
$\langle \rangle_z$	média espacial na direção z;

Índices

a	advectivo;
d	difusivo;
ent	referente a entrada do domínio;
P	centro do volume de controle;
N, n	ponto e face ao norte do centro do volume de controle;
S, s	ponto e face ao sul do centro do volume de controle;
E, e	ponto e face ao leste do centro do volume de controle;
W, w	ponto e face ao oeste do centro do volume de controle;
T, t	ponto e face superior do centro do volume de controle;
B, b	ponto e face inferior do centro do volume de controle;
i, j	ponto central, componente de tensor;
0	corrente livre;
∞	corrente livre de influências da camada limite;
ef	efetiva;
parede	referente a fronteiras com velocidade imposta nula;
rec	referente ao plano de escalonamento;
max	máximo;

min	mínimo;
total	tempo total de simulação;

Superíndices

*	grandezas adimensionais, estimativa de propriedade;
'	diferença entre valores reais e aproximados;
ext	porção externa da camada limite;
H	alta ordem de interpolação;
int	porção interna da camada limite;
L	baixa ordem de interpolação;
n	iteração;
t	tempo atual;

Siglas

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics;</i>
DES	<i>Detached-Eddy Simulation;</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation;</i>
LES	<i>Large-Eddy Simulation;</i>
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes;</i>
URANS	<i>Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Breve Histórico da Turbulência nos Fluidos.....	2
1.2	Características da Turbulência nos Fluidos.....	3
1.3	Objetivos	5
1.4	Metodologia	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1	Metodologia RANS ou URANS	8
2.2	Metodologia LES.....	10
2.3	Metodologia Híbrida RANS/LES	11
2.4	O escoamento sobre o degrau	12
2.4.1	Características do escoamento sobre o degrau	13
2.4.2	Regime da camada limite na entrada (turbulenta ou laminar)	16
2.4.3	Espessura da Camada Limite na Entrada	18
2.4.4	Nível de Turbulência da Camada Limite na Entrada	18
2.4.5	Razão de Expansão do Degrau (ER)	22
2.4.6	Alongamento do Degrau (AR).....	25
2.5	Condições de Contorno em Escoamentos Turbulentos.....	26
2.5.1	Influência do espectro de energia das condições de contorno.....	27
2.5.2	Métodos de geração de condições de contorno turbulentas	31
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	33
3.1	Simulação de Grandes Escalas - LES	33
3.1.1	O Modelo de Smagorinsky.....	38
3.2	Equações Médias de Reynolds – RANS.....	40
3.2.1	O modelo de Spalart-Allmaras.....	42
3.3	Modelagem Híbrida RANS/LES – DES.....	44
3.4	O método de Lund, Wu e Squires de Geração de Condições de Contorno	45
4	METODOLOGIA NUMÉRICA	51
4.1	O Algoritmo SIMPLEC	54

5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	59
5.1	Metodologia de análise dos resultados	61
5.2	Descrição do domínio, condições de contorno e avanço temporal	62
5.3	Resultados topológicos	68
5.4	Comprimento de recolamento	82
5.5	Coeficiente de pressão	86
5.6	Velocidade média, flutuações e tensor de Reynolds	89
5.7	O escoamento sobre o degrau com condições de contorno turbulentas	103
5.7.1	Simulação da camada limite de entrada	105
5.7.2	Influência da condição de contorno de entrada	114
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	123
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	127

CAPÍTULO I

Introdução

A presença da Dinâmica dos Fluidos nas mais diversas áreas da Engenharia é uma realidade. Soluções acopladas envolvendo interações fluido-estrutura, transferência de calor e massa, escoamentos multi-fásicos ou em mudança de fase, escoamentos com reações químicas, combustão são possíveis na atualidade.

O desenvolvimento do que conhecemos hoje por CFD (*Computational Fluid Dynamics*), começou em meados de 1960, tendo seus primeiros sucessos na década de 1970 e início em aplicações industriais na década de 1980. A divulgação e aceitação da metodologia vieram a partir de 1990, com a disseminação da CFD em projetos aeronáuticos e veiculares. A partir daí, passou a ser uma ferramenta de desenvolvimento e melhoria de projetos.

Paralelo a isso, as técnicas experimentais também evoluíram muito, com o advento de instrumentos não intrusivos ou de dimensões praticamente microscópicas e alta precisão. Destacam-se entre esses avanços: modernos anemômetros de fio quente, anemometria *Laser-Doppler* e PIV (*Particle Image Velocimetry*). Essas técnicas são aplicadas a nível acadêmico para estudar e quantificar escoamentos de base como camada limite, escoamentos cisalhantes livres, jatos e esteiras ou mesmo em escoamentos complexos, utilizados na indústria moderna como parte do projeto de aeronaves, veículos, máquinas térmicas, bombas, edificações e etc.

Em alguns casos, a realização de um ensaio experimental exige a execução do projeto em si, ou requer uma condição difícil e ou cara de se obter em laboratório. Neste ponto torna-se interessante a iteração do projetista com a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD). Muitas vezes em partes preliminares de projetos, onde dimensões básicas precisam ser determinadas e não se têm dados experimentais confiáveis, a metodologia de CFD pode ser uma excelente opção de estudo tanto qualitativa como quantitativa, dependendo do grau de conhecimento do projetista ou de exigência do projeto.

Condições de operação extremas de temperaturas, pressões, velocidades ou geometrias complexas em geral são de difícil reprodução em laboratório e demandam tempo e dinheiro para serem realizadas. Aplicando-se modelos e métodos apropriados, resultados confiáveis podem ser obtidos via CFD.

Escoamentos transicionais e turbulentos são dominantes em atividades de Engenharia que envolvam dinâmica dos fluidos. São poucos os escoamentos industriais que se desenvolvem em regime laminar, sendo estes, mais interessantes para fins acadêmicos, ocorrendo geralmente sob condições controladas ou em escoamentos altamente viscosos.

Presente em válvulas, difusores, escoamentos sobre corpos rombudos, aeronaves ou mesmo edificações, escoamentos turbulentos influenciam aerodinâmica e estruturalmente sistemas onde estão presentes. A emissão de vórtices em esteiras turbilhonaes, os descolamentos e recolamentos são influenciados pelas características turbulentas dos escoamentos. A forte advecção presente em escoamentos turbulentos acelera de forma drástica a difusão de calor e massa, fazendo com que processos naturais ou industriais possam ser acelerados ou retardados, conforme a necessidade.

Sendo a turbulência uma característica inerente aos escoamentos reais, sua compreensão e modelagem são desafios ainda inesgotados, constituindo um tema atual e promissor de pesquisa.

1.1 Breve Histórico da Turbulência nos Fluidos

Saint Venant, Boussinesq, Osborne Reynolds e Lorde Rayleigh, no século XIX, foram os pioneiros no estudo de instabilidades e turbulência nos fluidos. Através de seu famoso experimento do escoamento no interior de um tubo, Reynolds observou e descreveu dois regimes diferentes. Um deles era permanente e outro “sinuoso”, sendo o segundo o regime turbulento. Através de seu famoso número adimensional, Reynolds propôs um parâmetro de controle da transição, onde para valores acima de 2300 o escoamento torna-se turbulento no interior de um tubo. Além disso, ele propôs as equações médias de Reynolds (1884).

Contemporâneo a Reynolds, Rayleigh investigou o comportamento de instabilidades em escoamentos paralelos e iniciou o estudo de propagação e amplificação das mesmas. Sua maior contribuição foi a constatação da necessidade de um campo de velocidade inflexional para que um escoamento paralelo se torne instável (1880). Em 1887, Boussinesq propôs o conceito de viscosidade turbulenta, através do qual o tensor de Reynolds oriundo da decomposição das equações de Navier-Stokes seria modelado de forma análoga ao modelo de Stokes para as tensões viscosas moleculares.

Um grande progresso no entendimento da turbulência e da mecânica dos fluidos em geral foi marcado com a descoberta da camada limite, feita por Prandtl em 1904. A partir daí Prandtl (1925) propôs o modelo de comprimento de mistura que calculava a viscosidade turbulenta variável no espaço e no tempo.

No período entre 1939 e 1953 desenvolveu-se a teoria estatística da turbulência, destacando-se os trabalhos de Kolmogorov (1941), Millionschikov (1939), Obukov (1941), Heisenberg (1948) e Batchelor (1953).

A partir dos anos de 1950 vários avanços foram feitos nas áreas de transição e caracterização de estruturas derivadas da transição. Shubauer e Skramstad (1947) foram os primeiros a comprovar a teoria da estabilidade linear através da observação das ondas de Tolmien-Schlichting previstas teoricamente. Brown e Roshko (1974) realizaram o experimento com uma camada de mistura evidenciando a existência das instabilidades de Kelvin-Helmholtz, denominadas por eles de estruturas coerentes.

Paralelo a isso, muitos modelos matemáticos, desenvolvidos até a atualidade, procuram descrever os escoamentos turbulentos. Duas correntes distintas surgiram, uma baseada nas equações médias de Reynolds (RANS – *Reynolds Average Navier-Stokes*) e outra no conceito de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*) iniciada com o trabalho Smagorinsky (1963).

Nos últimos tempos, refinadas técnicas experimentais têm sido desenvolvidas com o intuito de caracterizar e quantificar escoamentos turbulentos, tais como Laser-Doppler e PIV (*Particle Image Velocimetry*), permitindo visualizar estruturas turbilhonares em escoamentos complexos e obter dados estatísticos de velocidades médias e flutuações. Técnicas mais tradicionais, como anemometria de fio quente e a utilização de traçadores também tiveram evoluções permanecendo como importantes métodos.

Juntamente com os computadores, as técnicas numéricas tiveram uma evolução fantástica. A simulação numérica de escoamentos já atingiu um nível elevado, podendo ser chamada de experimentação numérica, numa analogia à experimentação física. Resultados de DNS (*Direct Numerical Simulation*) reproduzem com alta fidelidade os fenômenos envolvidos em escoamentos turbulentos, dando informações algumas vezes mais refinadas que os próprios modelos experimentais construídos em laboratório.

1.2 Características da Turbulência nos Fluidos

A turbulência nos fluidos apresenta características que conferem um caráter totalmente não linear e é importante ressaltar que a turbulência é uma característica do

escoamento e não do fluido, ocorrendo a altos números de Reynolds. Pode-se caracterizar a turbulência como um fenômeno:

Tridimensional e rotacional: a turbulência só ocorre em escoamentos rotacionais, onde se pode identificar algum processo de geração de vorticidade. Aplicando o operador rotacional às equações de Navier-Stokes se obtém uma equação de transporte para a vorticidade, a chamada Equação de Helmholtz, onde é fácil identificar que para um escoamento bidimensional o termo de geração de vorticidade é nulo, o que implica que a turbulência deve ser encarada de forma tridimensional;

Altamente difusivo: por apresentar flutuações de velocidade nas três dimensões do espaço, a turbulência é um potente acelerador da difusão de calor, massa e quantidade de movimento;

Altamente dissipativo: os altos cisalhamentos provocados pelos fortes gradientes de velocidade acentuam a dissipação viscosa, sendo necessário o fornecimento contínuo de energia para que o escoamento permaneça turbulento, caso contrário, as flutuações serão atenuadas até ser atingido o estado estacionário;

Contínuo: apesar das menores estruturas turbilhonares serem de dimensões bastante reduzidas, elas superam ainda em diversas ordens de grandeza o livre caminho médio das partículas, podendo ser modelada sob a hipótese do contínuo;

Impredicível: devido à alta não linearidade dos escoamentos turbulentos, é muito difícil reproduzir, em fase, duas ou mais realizações de um mesmo fenômeno físico. As condições iniciais impostas nunca serão perfeitamente idênticas fornecendo diferentes caminhos para que as instabilidades se gerem e se propaguem ao longo do tempo. No entanto, é possível prever a formação de estruturas turbilhonares e suas iterações, retirando valiosas informações.

Além dos adjetivos acima mencionados, escoamentos turbulentos apresentam um amplo espectro de energia, possuindo uma larga banda de frequências, ou seja, apresentam estruturas com baixas (grandes comprimento de onda) e altas frequências (pequenos comprimentos de onda). As interações entre estruturas de tamanhos e frequências variadas constituem um refinado e complexo processo de troca de energia. Apesar de a turbulência ser classificada como impredicível, é possível através de processos estatísticos determinar médias e flutuações a fim de caracterizar o fenômeno. Segundo Ferziger (2001) para escoamentos turbulentos identifica-se uma parte determinística constituindo cerca de apenas 10% do escoamento na forma de estruturas coerentes que são responsáveis por aproximadamente 90% do transporte de energia e outra aleatória (aproximadamente 90%)

que aparece na forma de ruído isolado ou mesmo como pequenas oscilações sobre as estruturas coerentes.

1.3 Objetivos

A presente dissertação trata da utilização da modelagem matemática e simulação numérica da turbulência do escoamento sobre uma geometria teste: o degrau descendente, mais conhecido na língua inglesa como *backward-facing step*. O caso é utilizado para avaliar o comportamento de três metodologias distintas de modelagem da turbulência:

- Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large-Eddy Simulation*);
- Equações médias de Reynolds (RANS – *Reynolds Average Navier-Stokes*);
- Metodologia Híbrida LES/RANS.

A geometria do degrau é simples e existem resultados, tanto numéricos como experimentais, disponíveis à comunidade acadêmica. O escoamento é altamente transiente e apresenta formações tridimensionais, com parcelas de escoamento parietal e parcelas de escoamento cisalhante livre, assim como regiões de descolamento e recolamento de camada limite, constituindo-se um problema físico muito útil na avaliação de novos modelos de turbulência e códigos de dinâmica dos fluidos computacional.

Diferenças evidentes são documentadas para as duas primeiras metodologias acima citadas. A terceira metodologia é uma combinação das duas primeiras. Tratando-se de uma técnica bastante recente, é plenamente justificável investigá-la.

Além da avaliação das três metodologias, é apresentado um estudo de influência do conteúdo turbulento das condições de contorno utilizadas. Confirmando constatações experimentais, considerar os níveis de flutuações e ou perturbação das condições de contorno na simulação de escoamentos turbulentos é uma prática importante na obtenção de resultados confiáveis.

1.4 Metodologia

A abordagem da presente dissertação é numérica, através da utilização e aperfeiçoamento de um código desenvolvido no Laboratório de Transferência de Calor e Massa e Dinâmica dos Fluidos (LTCM -UFU).

O programa desenvolvido é baseado na metodologia de Volumes Finitos e resolve as equações de Navier-Stokes transientes e incompressíveis para um domínio cartesiano tridimensional. O código utiliza esquemas de segunda ordem para o tempo e espaço, com diferenças centradas para as derivadas espaciais, esquema de avanço temporal *three-time-level* e malha co-localizada. O acoplamento pressão-velocidade é feito pelo algoritmo SIMPLEC, utilizando o solver SOR (*Successive Over Relaxation*), para as velocidades e SIP (*Strong Implicit Procedure*) para a equação de correção da pressão. O código é processado em paralelo em um *cluster Beowulf* de 10 microcomputadores Pentium 4 (2.8GHz/1.5Gb RAM), disponível no LTCM. Todo o algoritmo é escrito em FORTRAN 90, utilizando a biblioteca de paralelização MPCIH, e compilado pelo IFC (*Intel Fortran Compiler*), ambos *softwares* livre para uso acadêmico. A visualização dos resultados é realizada através da análise da velocidade e quantidades turbulentas, incluindo iso-superfícies de velocidade, pressão e vorticidade.

As três metodologias de modelagem da turbulência aqui apresentadas são objeto de contínuo estudo acadêmico e vêm sendo confrontadas nos últimos anos. A importância do presente trabalho reside no fato da inexistência de dados detalhados, abordando essas metodologias para casos teste, onde possam ser comparadas em iguais condições e expor suas deficiências e méritos.

CAPÍTULO II

Revisão Bibliográfica

A turbulência nos fluidos tem sido pesquisada por mais de um século, mas nenhuma teoria completamente fechada sobre ela foi escrita (TENNEKES e LUMLEY, 1994). A diversidade de escalas e frequências envolvidas em um escoamento turbulento cresce muito à medida que aumenta o número de Reynolds.

Calcular todas as escalas da turbulência definitivamente não é uma tarefa fácil. Metodologias como a Simulação Numérica Direta (DNS – *Direct Numerical Simulation*), que consiste em resolver as equações de Navier-Stokes diretamente, sem a imposição de um modelo de turbulência, procuram resolvê-las. Isso implica na utilização de uma malha capaz de descrever todo o espectro de frequências, desde as menores frequências (grandes estruturas) até a as maiores frequências (Escala de Kolmogorov – pequenas estruturas de altas frequência). Além do refino de malha, são exigidos esquemas de discretização espacial e temporal de alta ordem, que não imponham difusão numérica ao cálculo. Soma-se a isso o cuidadoso uso de condições de contorno adequadas com níveis de perturbação específicos para cada caso. O emprego da DNS aumentou consideravelmente nos últimos anos devido ao avanço dos microcomputadores, que, mais potentes, já são capazes de processar cálculos para números de Reynolds mais altos, em torno de 10.000. Estudos referentes à camada limite e escoamentos de base têm utilizado a DNS, obtendo resultados muito interessantes.

Não se podendo resolver todas as escalas da turbulência, surge o conceito de decomposição das escalas da turbulência, podendo ser realizada via filtragem temporal ou espacial. Quando se aplica o conceito de média temporal, decompondo a velocidade em uma parte média e outra flutuante, obtêm-se as Equações Médias de Reynolds (RANS – *Reynolds Average Navier-Stokes*). Para os casos onde é aplicada a filtragem espacial das equações de Navier-Stokes surgem as equações filtradas, utilizadas na metodologia de Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large-Eddy Simulation*). Diferente dos métodos

RANS onde todo o espectro de energia é modelado, na metodologia LES as grandes escalas são resolvidas e apenas as menores escalas são modeladas, dependendo obviamente da discretização espacial e temporal empregadas.

Independente da metodologia, o problema em fazer uma filtragem temporal ou espacial é o surgimento de novos termos nas equações de Navier-Stokes, resultando em um sistema com mais incógnitas que equações: é o problema de fechamento da turbulência.

Boussinesq, em 1877, através do conceito de viscosidade turbulenta introduz o fechamento das equações de Navier-Stokes filtradas em uma analogia ao modelo de viscosidade molecular adotado por Stokes.

Tanto modelos LES quanto RANS são desenvolvidos para calcular a viscosidade molecular resultante do modelo de Boussinesq, que tem por objetivo modelar o tensor de Reynolds, o termo mais importante derivado da filtragem aplicada.

Tirando proveito das metodologias acima, um terceiro campo de pesquisa na modelagem da turbulência surge recentemente:

- A modelagem híbrida da turbulência, que vem a utilizar a boa descrição parietal de escoamentos turbulentos das metodologias RANS juntamente com a boa descrição dos escoamentos livres das metodologias LES, são os chamados modelos híbridos RANS/LES.

Existem ainda modelos que não passam pela aproximação de Boussinesq, nos quais o tensor de Reynolds é modelado de forma diferente. Alguns fazem analogias com as componentes médias de velocidade e outras geram equações de transporte para as componentes do tensor de Reynolds. Metodologias desse tipo fogem do escopo desta dissertação, não sendo de interesse investigá-las no momento.

A seguir são apresentadas algumas das características de três metodologias de modelagem da turbulência baseadas na hipótese de Boussinesq citadas acima.

2.1 Metodologia RANS ou URANS

As metodologias RANS e URANS são baseadas na decomposição das componentes de velocidade em uma parte média e outra flutuante. Vale a pena enfatizar que qualquer método RANS que seja resolvido incluindo o termo de variação temporal, ou seja, resolvendo a equação na forma transiente, torna-se um URANS (*Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Porém, a literatura em geral não faz distinção em relação a isso, nomeando de modelos RANS aqueles que são transientes ou permanentes, sendo essa

nomenclatura adotada no decorrer da dissertação. Aplicando a filtragem temporal às equações de Navier-Stokes, surge do termo não linear da equação de movimento um tensor extra, o chamado tensor de Reynolds. Modelando este tensor, pode-se realizar o fechamento das equações. Muitos modelos RANS foram desenvolvidos a partir da decomposição proposta por Reynolds, sendo essa metodologia dominante nas aplicações de modelagem da turbulência para escoamentos industriais. Modelos algébricos e modelos a uma equação ou a duas equações de transporte são os mais encontrados.

Os modelos algébricos se destacam pela fácil implementação e estabilidade numérica. Sua deficiência reside na grande dependência de constantes que calibram os modelos para situações particulares, principalmente na descrição de escoamentos com descolamentos, ou que evoluem de um escoamento parietal para um escoamento cisalhante livre. Entre os modelos algébricos mais empregados encontramos os modelos de Cebeci e Smith (1974), Baldwin e Lomax (1978) e Johnson-King (1985).

Os modelos a uma equação de transporte tiveram precursores pouco superiores aos modelos algébricos. Porém, com os modelos de Baldwin-Barth (1990) e Spalart-Allmaras (1994) esse quadro foi revertido. O modelo de Baldwin-Barth ainda apresenta dificuldades em descrever a camada limite e conseqüentemente remete a valores incorretos de coeficientes de atrito quando comparados aos dados experimentais. Já o modelo de Spalart-Allmaras apresenta resultados muito bons para escoamentos parietais, com grande aplicação em escoamentos ligados à aerodinâmica.

Modelos a duas equações de transporte são largamente aplicados a escoamentos industriais. O modelo $k-\varepsilon$ é o carro chefe desta classe, porém autores como Wilcox (2000) condenam o seu uso e destacam sua deficiência na descrição de escoamentos com gradiente adverso de pressão, não apresentando reais vantagens nem mesmo sobre os modelos algébricos. Já o modelo $k-\omega$ apresenta bom desempenho em escoamentos do tipo camada limite com gradiente adverso e favorável de pressão. Porém, modelos a duas equações de transporte em geral apresentam dificuldades nos escoamentos sobre superfícies curvas, podendo, às vezes, essa dificuldade ser associada à aproximação de Boussinesq para a viscosidade turbulenta.

Apesar das dificuldades apresentadas acima, as metodologias RANS apresentam grandes atributos. Métodos RANS necessitam de malhas menos refinadas que metodologias como DNS e LES, viabilizando com isso a simulação de casos a elevados números de Reynolds. Para escoamentos parietais, tais como aerofólios ou mesmo aeronaves completas, são ainda superiores ou mesmo a única alternativa viável para números de Reynolds reais.

2.2 Metodologia LES

A Simulação de Grandes Escalas teve como precursor Smagorinsky (1963), que buscava simular, nos seus trabalhos de meteorologista, apenas as grandes escalas da turbulência. A metodologia LES se apresenta como uma alternativa intermediária entre DNS e RANS, sendo resolvidas as grandes estruturas, que transportam a maior parte da energia, modelando apenas as menores. Parte-se do princípio que pequenas estruturas apresentam um comportamento mais homogêneo e isotrópico e são menos sensíveis a condições de contorno. A separação das grandes escalas das pequenas se dá através da filtragem, que geralmente está associada ao tamanho da malha, fazendo com que estruturas que possuam tamanho de até a ordem de grandeza da malha sejam modeladas e as maiores calculadas.

Assim como a Simulação Numérica Direta, LES aplica-se a escoamentos tridimensionais e transientes, mas ainda é necessário certo grau de refinamento da malha. Quanto mais refinada a malha, menor será a parte do espectro sobre a qual o modelo sub-malha estará atuando. Se a malha for suficientemente fina, os modelos LES devem convergir para DNS.

Entre os modelos sub-malha mais utilizados destacam-se:

- Modelo de Smagorinsky (1963);
- Modelo Função Estrutura de Velocidade, Métails e Lesieur (1992);
- Modelo Dinâmico, Germano et al. (1991).

O Modelo de Smagorinsky e seus derivados sustentam-se na hipótese de equilíbrio local, ou seja, que a produção de tensões turbulentas seja igual à dissipação. O modelo é algébrico e de fácil implementação, descrevendo a viscosidade turbulenta como função da taxa de deformação e da escala de comprimento que caracteriza o filtro, além do coeficiente de proporcionalidade de Smagorinsky. Os resultados obtidos com a modelagem de Smagorinsky são bons, mas o modelo apresenta dificuldades em escoamento parietais, onde, em geral, provoca descolamento prematuro da camada limite.

No modelo de Função Estrutura de Velocidade o cálculo da viscosidade turbulenta passa pelo cálculo de diferenças de velocidades, como pode ser visto em Lesieur et al. 2005. Correções e atualizações ao modelo de Função Estrutura foram desenvolvidas, mas ainda assim ele é dependente de constantes impostas, sendo indicado, assim como o modelo de Smagorinsky, para escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos.

Um terceiro e promissor modelo foi proposto por Germano (1996), o modelo Dinâmico sub-malha. A grande vantagem é a ausência de coeficientes *ad-hoc* de proporcionalidade,

que é substituído por uma função variável no tempo e no espaço. O modelo se baseia na aplicação de dois filtros com tamanhos diferentes. O primeiro filtro utiliza as dimensões da malha para calcular o comprimento característico (filtro a nível de malha), já o segundo utiliza um múltiplo das dimensões da malha para calcular o comprimento característico (filtro teste). Utilizando as informações contidas nas menores escalas resolvidas, na região entre os dois filtros, pode-se modelar a transferência de energia entre as escalas resolvidas e não resolvidas.

2.3 Metodologia Híbrida RANS/LES

As metodologias RANS apresentam boa descrição de escoamentos parietais, mas com sérias dificuldades em identificar estruturas altamente transientes. Porém, segundo Spalart et al. (1997), a Simulação de Grandes Escalas para uma aeronave comercial inteira é no mínimo um milhão de vezes mais cara do que os recursos computacionais atuais, e, assumindo que a potência dos computadores cresce 5 vezes a cada 5 anos, esse desafio permanecerá por mais 4 décadas. Como consequência, o abandono de metodologias RANS pode significar um passo errado para qualquer um que pense em simulação numérica de escoamentos turbulentos com aplicações industriais.

O maior desafio para modelos de turbulência calibrados para escoamentos parietais, como os RANS, é a descrição de regiões com separação, onde estruturas transientes, muitas vezes formadas por outras estruturas menores, interagem e desprendem-se sendo transportadas pelo escoamento. Essas são situações onde modelos LES são competentes.

Modelos híbridos vêm a unir as qualidades das duas metodologias, reduzindo-se a RANS junto às paredes e a LES nas regiões de separação ou escoamento cisalhante livre. Modelos híbridos já começam a ser difundidos no meio acadêmico e industrial, sendo um novo campo de pesquisa na modelagem da turbulência.

Entre os modelos híbridos existentes podemos destacar:

- O modelo de Nichols e Nelson (2001), desenvolvido em conjunto com o modelo SST a duas equações de Menter e Rumsey (1994) e recebeu o nome de *Multi-Scale*. Esse método apresenta uma suave transição entre as partes modelada por URANS e LES, Nichols e Nelson (2003);

- O modelo Híbrido LES-RANS de Davidson e Peng (2001), que combina o modelo de Yoshizawa (1993) juntamente com um modelo $k-\omega$. Nesse modelo há uma linha bem

definida que divide a parte modelada por LES e por RANS, sendo essa distância imposta explicitamente pelo usuário do modelo;

- O modelo LNS – *Limited Numerical Scales* proposto por Baten, Goldberg e Chakravarthy (2002) faz uma mescla de um modelo $k-\varepsilon$ com o modelo de Smagorinsky e através de um fator α decide automaticamente o uso de URANS ou LES;

- O modelo BLS – *Baldwin-Lomax-Smagorinsky* proposto por Camelli e Löhrner (2002) utiliza o clássico modelo de Baldwin-Lomax para as regiões parietais e o modelo de Smagorinsky para as demais localidades do escoamento. Os resultados obtidos são animadores, porém a necessidade de um ponto de divisão entre as duas modelagens deixa o modelo suscetível ao erro do usuário ao definir uma distância incorreta;

- O modelo SAS – *Scale-Adaptive Simulation* de Menter, Roland e Kuntz, (2003) que tem sua formulação baseada em uma equação de transporte adicional para a viscosidade cinemática com um termo de destruição que dinamicamente decide pela utilização de URANS ou LES;

- O modelo DES – *Detached-Eddy Simulation* que consiste em uma modificação do modelo de Spalart e Allmaras (1994) no termo referente à distância parietal, dando um caráter híbrido ao modelo. Este tem sido o modelo híbrido com maior aceitação no meio acadêmico, com ampla aplicação aeronáutica.

No presente trabalho concentrar-se-á no último modelo citado, DES de Spalart e Allmaras (1994), por apresentar uma boa formulação, embasada na experiência em modelagem da turbulência de seus autores. O modelo foi testado em algumas configurações, principalmente na área de aerodinâmica, mas caracterizações do modelo através de casos testes ainda não foram esgotadas, sendo importante e justificável realizá-las com o intuito de aprovar ou refutar o seu uso. Para tanto, o escoamento turbulento sobre um degrau é selecionado para analisar a performance do modelo comparado às metodologias LES e RANS. A próxima seção descreve as características inerentes desse escoamento, a fim de criar uma base teórica acerca dos fenômenos envolvidos.

2.4 O escoamento sobre o degrau

Considerando propriedades como descolamentos e recolamentos, regiões de escoamento parietal e cisalhante livre, o escoamento sobre um degrau torna-se um atraente caso teste, sendo capaz de reproduzir, apesar de sua geometria simples, todas essas características. O escoamento apresenta um ponto de descolamento bem definido, a quina

do degrau, e este ponto é único, facilitando o estudo do comprimento da bolha de recirculação. Esse fato não ocorre em casos como os escoamentos sobre aerofólios ou corpos rombudos, onde tanto o ponto de descolamento como o ponto de recolamento são incógnitas.

Diversos estudos à cerca do escoamento turbulento sobre um degrau, ou expansão brusca foram realizados pela comunidade científica. Duas grandes revisões sobre o degrau foram publicadas, através dos trabalhos de Bradshaw e Wong (1972) e Eaton e Johnston (1981), destacando-se o último, que, além de revisar tudo o que de relevante havia sido feito até a época, destacou pontos importantes ainda não solucionados.

Estudos importantes sobre o regime laminar e transicional do escoamento foram feitos por Goldstein et al. (1970) e Armaly et al. (1983).

2.4.1 Características do escoamento sobre o degrau

A estrutura básica destes escoamentos pode ser visualizada na Fig. 2.1, em uma vista lateral. A camada limite que escoava sobre o canal de entrada se separa quando alcança o degrau, formando uma camada cisalhante livre, apresentando comportamento semelhante a uma camada de mistura com desenvolvimento espacial. Esse comportamento é mantido até praticamente a metade do comprimento de recolamento (X_R).

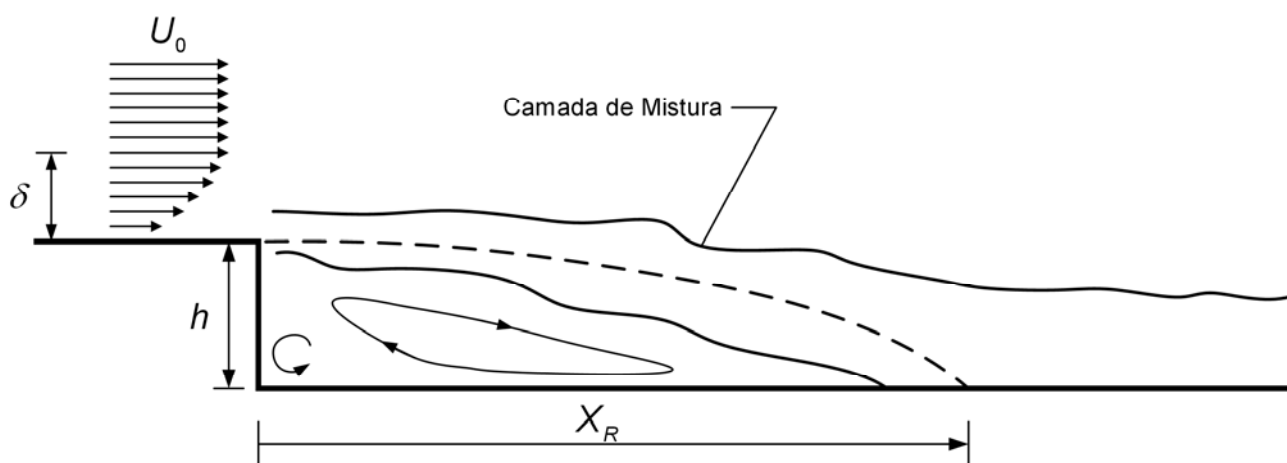


Figura 2.1. Estrutura básica do escoamento sobre o degrau.

O comportamento da camada cisalhante do escoamento sobre o degrau difere de uma camada de mistura espacial em um aspecto importante: o escoamento na região de baixa velocidade da camada cisalhante (abaixo da linha de corrente que divide a camada

cisalhante, identificada pela linha tracejada na Fig. 2.1) para o caso do degrau pode ser turbulento, ao contrário de uma camada de mistura típica, onde as flutuações podem ser modestas e não há interação com uma parede.

Depois de passar por $0,5 X_R$, a camada cisalhante se curva rapidamente e atinge a parede inferior, sendo então dividida, conforme a linha tracejada (Fig. 2.1), fazendo com que parte do fluido seja direcionada para dentro da zona de recirculação e parte seja transportada à jusante no canal de saída. Além do efeito da curvatura, a camada cisalhante é submetida a um forte gradiente de pressão e interação com a parede inferior. O escoamento na região de recolamento é altamente transiente, apresentando um largo espectro de frequências, com estruturas que podem atingir a ordem da altura do degrau (h) e estruturas muito pequenas que são transportadas por essas de maior porte.

O número de Reynolds baseado na altura do degrau e na velocidade de corrente livre (U_0) é definido para o degrau na forma:

$$Re_h = \frac{U_0 h}{\nu} \quad (2.1)$$

Dependendo do número de Reynolds e das propriedades da camada limite de entrada, na camada cisalhante se formam instabilidades de Kelvin-Helmholtz, instabilidades estas características de camadas de mistura. Experimentos conduzidos por Kostas et al. (2002) identificam a formação e desenvolvimento de instabilidades de Kelvin-Helmholtz bem como o emparelhamento de vórtices no degrau para $Re_h=4660$ ao longo do tempo, ver seqüência de fotos na Fig. 2.2.

Devido ao transporte destas instabilidades o ponto de recolamento não é estacionário, apresentando oscilações que o movimentam para frente e para trás na direção longitudinal. Estudos de Abbott e Kline (1962) e de Kim, Kline e Johnston (1978) comprovam isso e denominam de *flapping* o movimento da camada cisalhante e do ponto de recolamento.

A zona de recirculação apresenta flutuações bastante intensas, tendo uma velocidade máxima em torno de 20% U_0 . A jusante do ponto de recolamento, a camada limite que se desenvolve no canal de saída sofre grande influência da camada cisalhante, não estabelecendo um perfil de camada limite plenamente desenvolvido mesmo a uma distância de $50h$ após o ponto de recolamento, conforme Bradshaw e Wong (1972) e Smyth (1979).

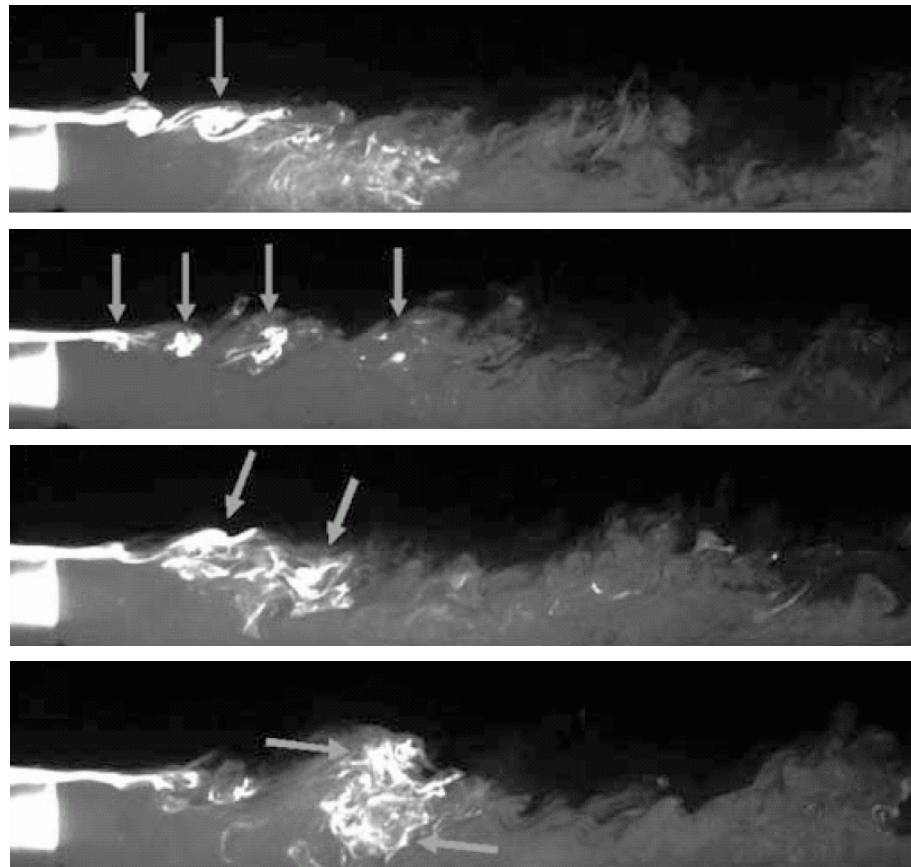


Figura 2.2. Evolução de instabilidades de Kelvin-Helmholtz. $Re_h = 4660$ – Kostas, Soria e Chong (2002).

Uma das formas mais clássicas de quantificar o escoamento sobre o degrau é através do comprimento de recolamento (X_R), sendo este influenciado por diversos fatores. A comparação entre os mais diversos casos já explorados até hoje, indicam que o comprimento de recolamento para o degrau apresenta-se na faixa de $4,9h$ a $8,2h$. Eaton e Johnston (1981) propõem que o comprimento de recolamento é função de cinco fatores:

- Regime da camada limite na entrada (turbulenta ou laminar);
- Espessura da camada limite na entrada;
- Nível de turbulência da camada limite na entrada;
- Razão de expansão do degrau (ER);
- Alongamento do degrau (AR).

As seções seguintes apresentam esses cinco fatores juntamente com dados experimentais comprovando sua importância no estudo do escoamento sobre o degrau.

2.4.2 Regime da camada limite na entrada (turbulenta ou laminar)

Esta condição foi estudada por Eaton, Johnston e Jeans (1979) e Eaton e Johnston (1980), que observaram uma dependência significativa desse fator, ver Fig. 2.3. Nota-se que o comprimento de recolamento cresce à medida que o número de Reynolds (baseado na espessura de *momentum*) cresce na faixa laminar, passando pelo seu máximo em torno de $Re_\theta = 400$ e decaindo durante a fase de transição. Aparentemente o comprimento de recolamento tende a um valor constante quando entra no regime turbulento da camada limite de entrada.

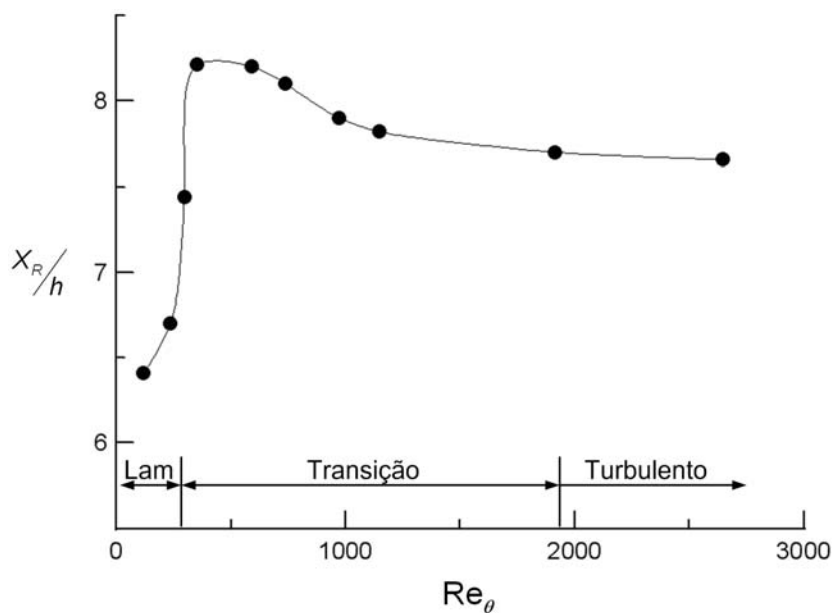


Figura 2.3. Comprimento de recolamento *versus* Re_θ - Eaton e Johnston (1981).

Um estudo experimental e numérico interessante, porém na faixa laminar e transicional do escoamento, foi realizado por Armaly et al. (1983), analisando a evolução do tamanho da bolha de recirculação em uma mesma geometria quando submetida a diversos números de Reynolds. Foi variado o número de Reynolds (baseado na altura do canal de entrada, $D = 2h$) na faixa $70 < Re_D < 8000$, observando não só grande variação no comprimento da bolha, como o surgimento de novas bolhas de recirculação em determinados intervalos de Re , ver Fig. 2.4. Três regimes são claramente identificados: laminar ($Re_D < 1200$), transicional ($1200 < Re_D < 6600$) e turbulento ($Re_D > 6600$).

O regime laminar é caracterizado pelo contínuo crescimento da bolha de recirculação principal, X_1 na Fig. 2.4, com o aumento do número de Reynolds, mas não linearmente como sugerido por Macagno e Hung (1967) em uma expansão axissimétrica. Denham e Patrick (1974) obtiveram resultados semelhantes para uma configuração muito próxima, porém o perfil de entrada desviava de um perfil parabólico.

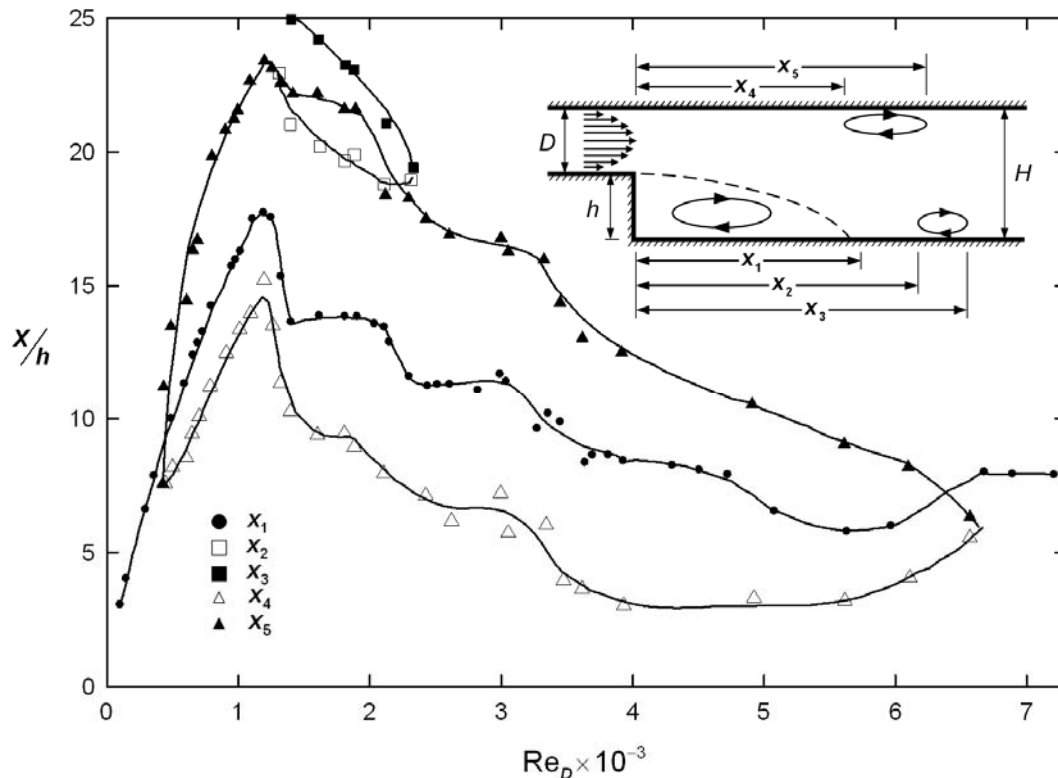


Figura 2.4. Bolhas de recirculação em função do Re_D - Armaly et al. (1983).

O regime de transição é caracterizado por uma queda brusca no comprimento X_1 , com um posterior decaimento irregular até atingir o regime turbulento, onde a tendência é de atingir um valor estacionário em torno de $7h$. Além disso, no início da transição, surge uma pequena bolha de recirculação, dimensões X_2 e X_3 na Fig. 2.4, decorrente possivelmente da queda brusca sofrida por X_1 , que apresenta uma vida curta, não passando de $Re = 2300$. Uma terceira bolha de recirculação, dimensões X_4 e X_5 , surge na parede superior, nascendo no período laminar e estendendo-se durante todo o período de transição. Acredita-se que esta recirculação advenha do forte gradiente adverso de pressão imposto pela expansão, sendo sua existência condicionada a razão de expansão do degrau $ER = H/(H - h)$. O aumento de ER em geral inibe ou mesmo extingue essa recirculação.

2.4.3 Espessura da Camada Limite na Entrada

A influência da espessura da camada limite δ/h no canal de entrada do degrau é um ponto de desentendimento entre alguns autores. Conforme a Fig. 2.5, pode-se observar que os dados de Narayanan demonstram uma pequena influência da espessura da camada limite sobre o comprimento de recolamento. Porém, os dados de Etheridge e Kemp, Tani et al. e Backer, segundo Eaton e Johnston (1981), para condições semelhantes, vão na direção exatamente oposta, demonstrando que o comprimento de recolamento é sim dependente de δ/h .

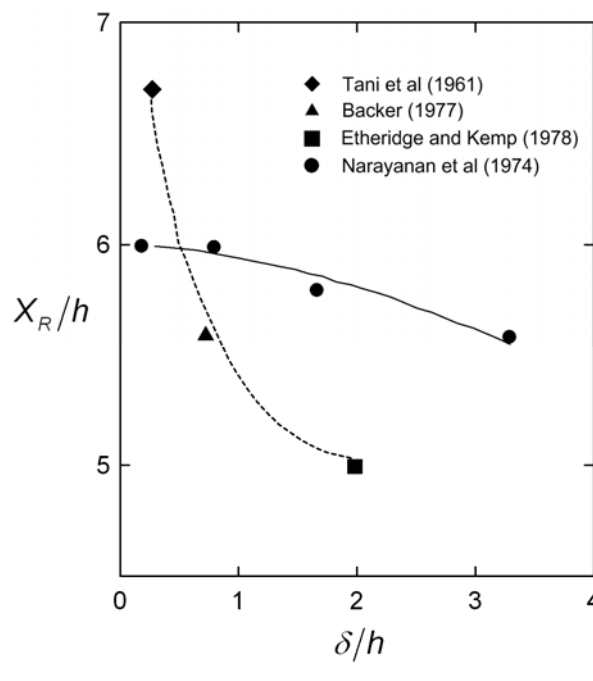


Figura 2.5. Comprimento de recolamento *versus* espessura de camada limite na entrada - Eaton e Johnston (1981).

2.4.4 Nível de Turbulência da Camada Limite na Entrada

Isomoto e Honami (1989) apresentam resultados para diferentes tipos e intensidades de perturbação na camada limite de entrada no escoamento sobre o degrau, em regime turbulento ($Re_h = 3,2 \times 10^4$) e razão de expansão $ER = 1,5$, demonstrando a forte influência que as perturbações podem exercer sobre o comprimento de recolamento. Não só perturbações, mas níveis mais altos de intensidade turbulenta na camada limite reduzem o

comprimento de recolamento. O comprimento de recolamento obtido ficou na faixa de $6,09 < X_R/h < 8,43$ com uma incerteza de $\pm 0,1h$.

Diferentes intensidades turbulentas são impostas à camada limite e, sobre essas, diferentes perturbações são impostas. A intensidade turbulenta (Tu), nos estudos de Isomoto e Honami (1989), é definida em função apenas da flutuação da velocidade na direção x :

$$Tu = \frac{\sqrt{u'^2}}{U_0}, \quad (2.2)$$

sendo a intensidade medida em um ponto de referência $X_0 = -4h$. A Tab. 2.1 apresenta os diversos casos analisados e a influência da intensidade turbulenta sobre X_R , mantendo-se a espessura da camada limite praticamente constante.

Tabela 2.1. Parâmetros da camada limite de entrada - Isomoto e Honami (1989).

	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D	Caso E	Caso F
Tu (%)	0,25	1,3	3,3	5,3	5,7	7,4
Re_0	$2,07 \times 10^3$	$2,00 \times 10^3$	$1,65 \times 10^3$	$1,41 \times 10^3$	$1,36 \times 10^3$	$1,39 \times 10^3$
δ/h	0,548	0,598	0,586	0,589	0,577	0,588
θ/h	0,0638	0,0618	0,0508	0,0435	0,0420	0,0430
H_{12}	1,37	1,36	1,35	1,33	1,34	1,33
$C_f/2$	$1,88 \times 10^{-3}$	$1,92 \times 10^{-3}$	$2,11 \times 10^{-3}$	$2,36 \times 10^{-3}$	$2,33 \times 10^{-3}$	$2,31 \times 10^{-3}$
X_R/h	8,21	8,10	7,61	6,97	6,91	6,28

Percebe-se uma forte influência do nível de intensidade turbulenta sobre o comprimento de recolamento, tendo uma redução de praticamente $2h$ entre o nível mais alto e mais baixo. Além dos valores de intensidade turbulenta, certas perturbações na camada limite podem alterar o comprimento de recolamento. Isomoto e Honami (1989) perturbaram de duas formas distintas os casos da Tab. 2.1, ver Fig. 2.6.

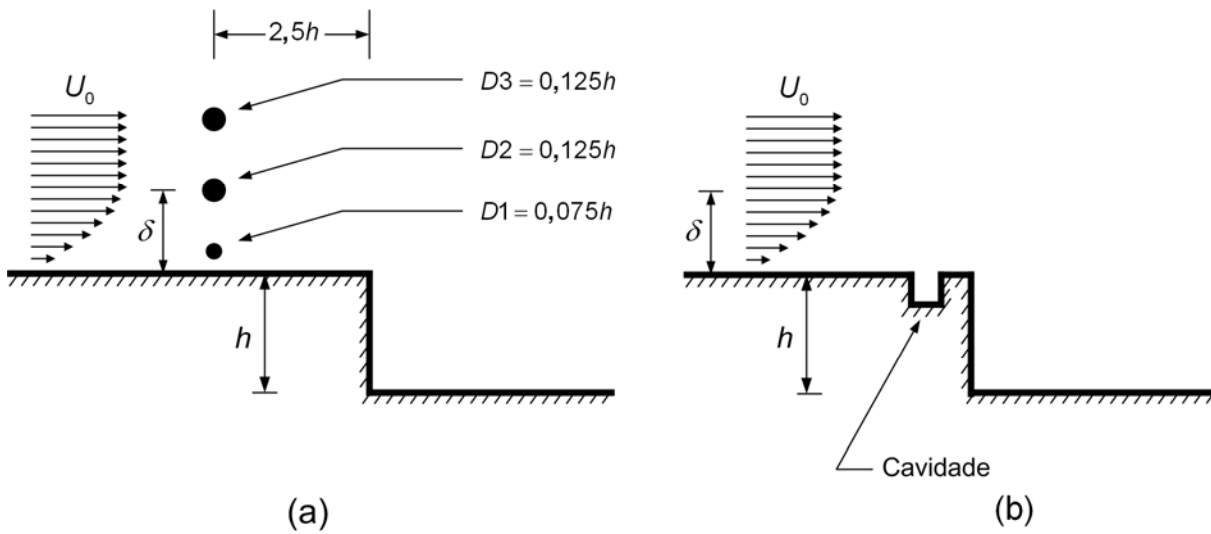


Figura 2.6. Métodos de perturbar a camada limite. (a) perturbação via cilindro; (b) perturbação via cavidade - Isomoto e Honami (1989).

Através destes dois métodos de perturbação, obtém-se perturbações nos níveis de turbulência da camada limite, sem alterar o perfil médio, podendo-se assim avaliar separadamente os efeitos. Todos os resultados apresentados nessa seção se referem a perfis extraídos no ponto de descolamento, ou seja, a quina do degrau.

O cilindro D3 (Fig. 2.6 (a)), gera perturbações apenas na região de corrente livre, ficando os perfis de U e Tu inalterados até cerca de $y^+ \cong 3.000$, onde a presença do cilindro causa um grande acréscimo na intensidade turbulenta, ver Fig. 2.7. Apesar da grande perturbação, o comprimento de recolamento sofre pequena influência, uma redução de apenas 2,5%.

Já para o cilindro D2 (Fig. 2.6 (a)), onde as perturbações são injetadas na extremidade superior da camada limite ($y \cong h + \delta$, $y^+ \cong 1000$), percebe-se que uma redução no comprimento de recolamento, principalmente para o Caso A, apesar dos níveis máximos de perturbação para os casos A e F serem muito semelhantes.

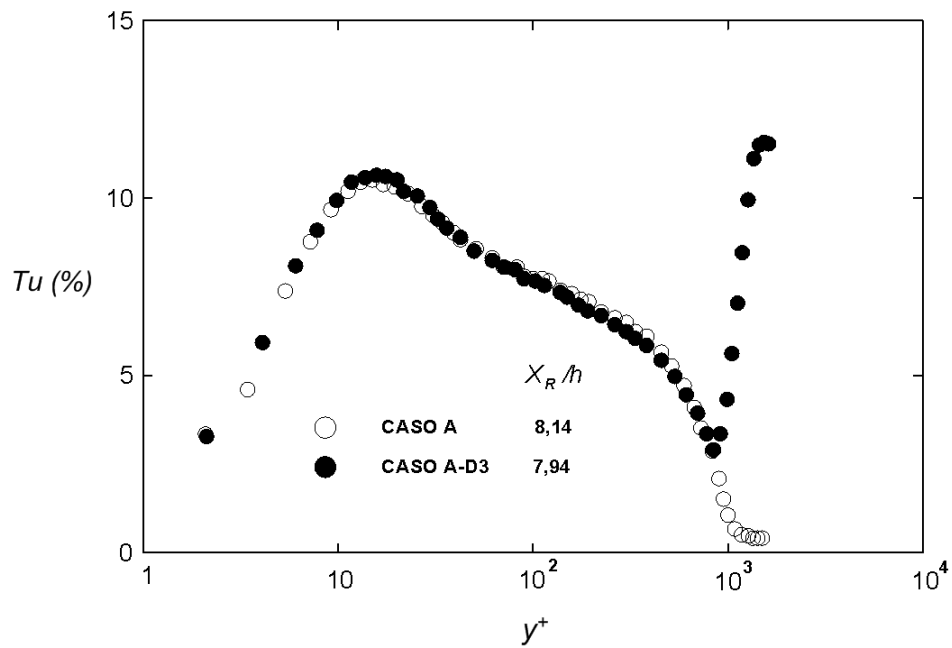


Figura 2.7. Tu para a perturbação D3. Caso A - Isomoto e Honami (1989).

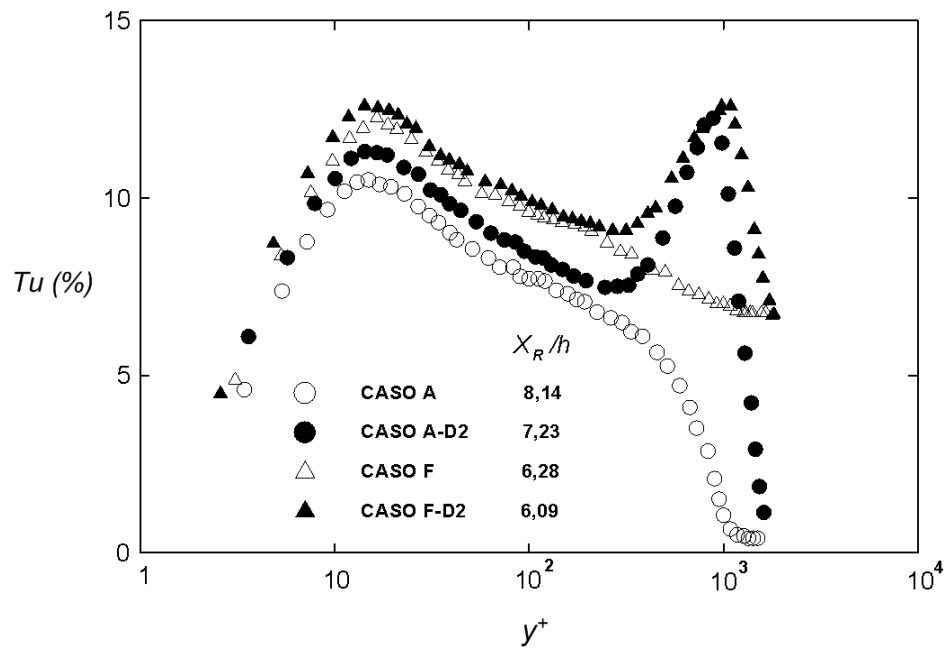


Figura 2.8. Tu para a perturbação D2. Casos A e F - Isomoto e Honami (1989).

Uma terceira configuração de perturbação é estabelecida com a inserção do cilindro D1 (Fig. 2.6 (a)), injetando uma perturbação em $y^+ \cong 500$ para o Caso A. Percebe-se que

contrariamente às experiências anteriores, o comprimento de recolamento sofre um acréscimo quando da presença da perturbação nessa posição.

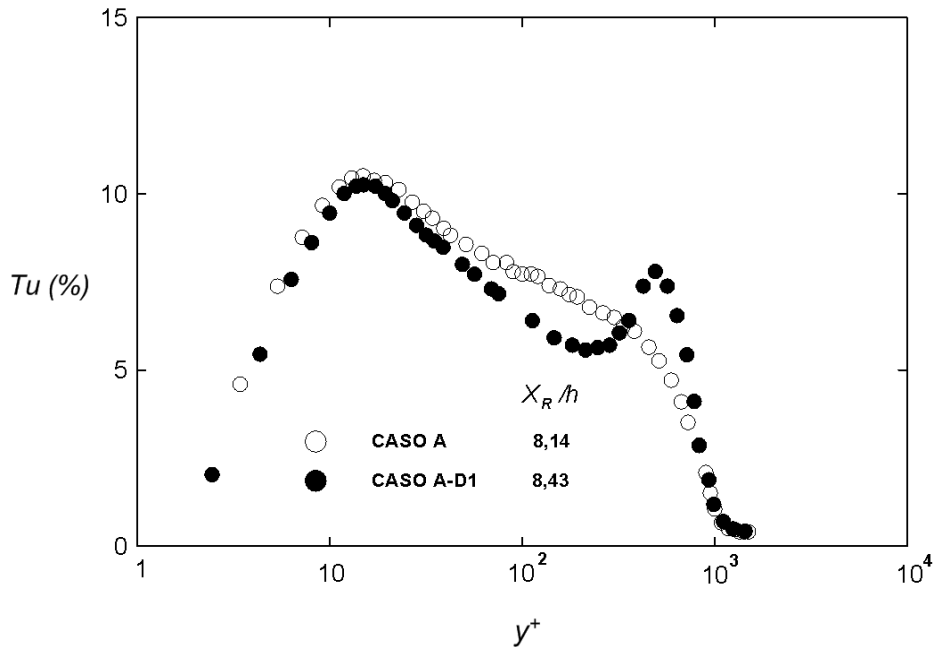


Figura 2.9. Tu para a perturbação D1. Caso A - Isomoto e Honami (1989).

Os resultados apresentados nessa seção revelam a importância do conhecimento da camada limite no ponto de descolamento, que dependendo dos níveis de turbulência pode modificar substancialmente o comprimento de recolamento e demais estatísticas relevantes.

2.4.5 Razão de Expansão do Degrau (ER)

O gradiente de pressão no escoamento sobre o degrau é, em grande parte, controlado pela razão de expansão ER do degrau ($ER = H/(H - h)$), modificando assim o comprimento de recolamento. Em geral, com uma camada limite turbulenta no ponto de descolamento, X_R tende a diminuir com o aumento de ER .

Experimentos realizados por Ötügen (1991), comprovam que X_R diminui quando ER cresce, ver Tab. 2.2. Foram testadas três razões de expansão, mantendo-se as características da camada limite de entrada constante. O número de Reynolds baseado na velocidade de corrente livre e na altura do canal de entrada é 16.600.

Tabela 2.2. ER versus comprimento de recolamento - Ötügen (1991).

ER	X_R/h
1,5	7,0
2,0	6,7
3,13	6,3

Além de diferenças em X_R , observam-se particularidades na espessura da camada cisalhante à jusante da separação, mesmo sendo as camadas limite de entrada idênticas. Para a posição $X/h=0,6$ a espessura de cisalhamento para $ER = 1,5$ é praticamente o dobro de $ER = 3,13$, porém essa diferença cai rapidamente em menos de $1h$ de distância. Também são observados maiores níveis de turbulência para altas ER , podendo isso auxiliar em uma distância de recolamento menor.

Driver e Seegmiller (1985) experimentaram, através da imposição de uma divergência no canal de saída do degrau, os efeitos do gradiente de pressão sobre o comprimento de recolamento, para $Re_h=37.500$ e $ER = 1,125$, ver Fig. 2.10.

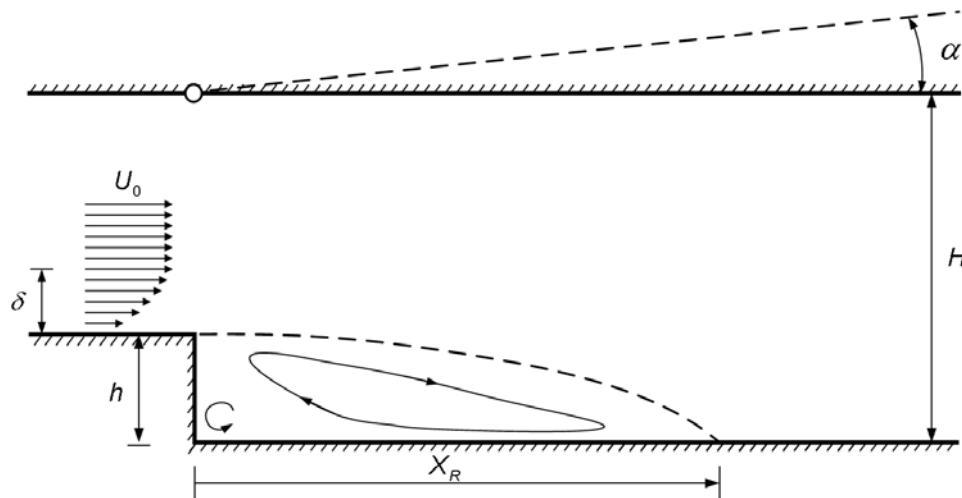


Figura 2.10. Canal de saída divergente - Driver e Seegmiller (1985).

Como mencionado anteriormente, o gradiente de pressão exerce uma forte influência no comprimento de recolamento. A Fig. 2.11 apresenta os resultados obtidos para uma variação entre -2° e $+10^\circ$, ressaltando o aumento de X_R quando α cresce.

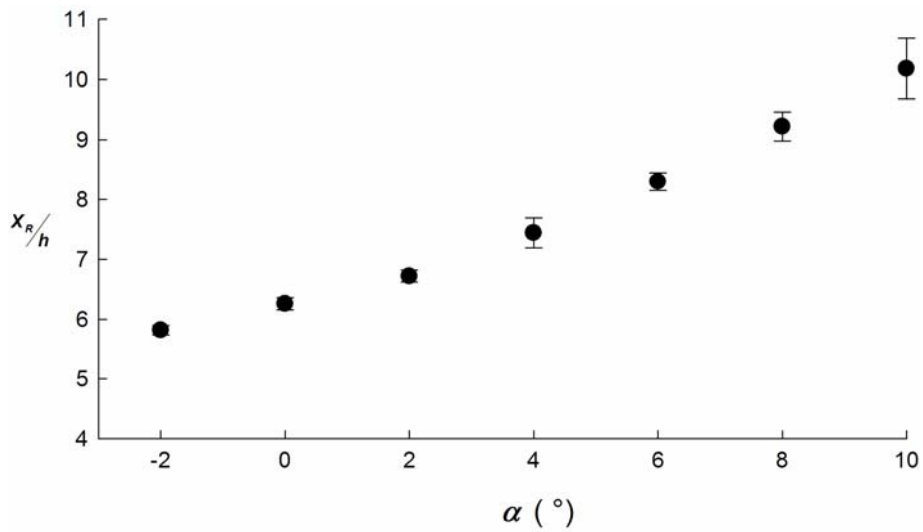


Figura 2.11. X_R versus deflexão da parede superior - Driver e Seegmiller (1985).

O coeficiente de pressão é mostrado na Fig. 2.12, onde para o caso $\alpha = 6^\circ$ o gradiente de pressão é mais suave, enquanto que para o caso $\alpha = 0^\circ$ é mais abrupto, mudando de uma inclinação praticamente vertical para uma horizontal em um curto espaço, forçando o recolamento prematuro da camada cisalhante. Para $\alpha = -2^\circ$ o gradiente de pressão é ainda mais acentuado, sofrendo uma brusca mudança de direção, diminuindo X_R para $5,82h$.

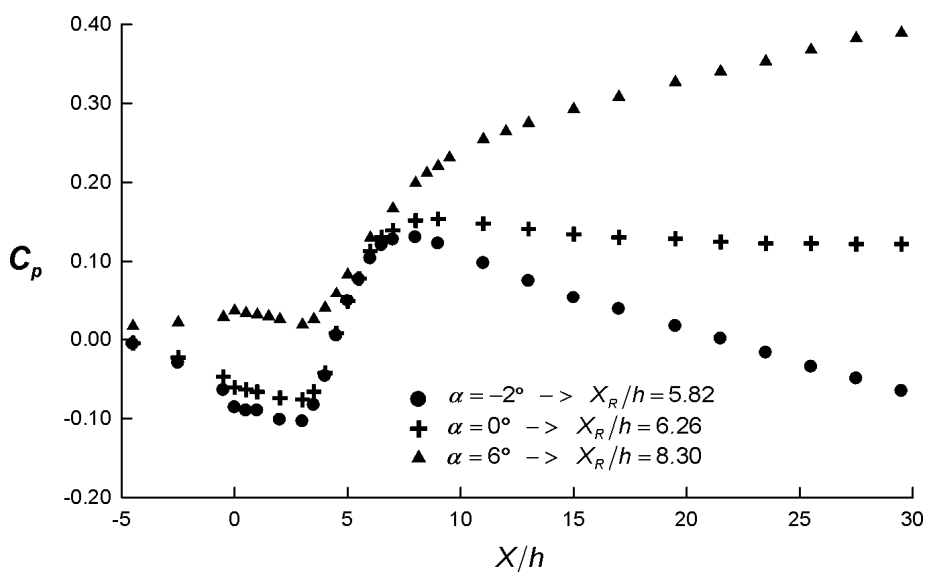


Figura 2.12. C_p na parede inferior do degrau. Driver e Seegmiller (1985).

2.4.6 Alongamento do Degrau (AR)

O alongamento do degrau é definida como:

$$AR = \frac{W}{h}, \quad (2.3)$$

de acordo com a Fig. 2.13.

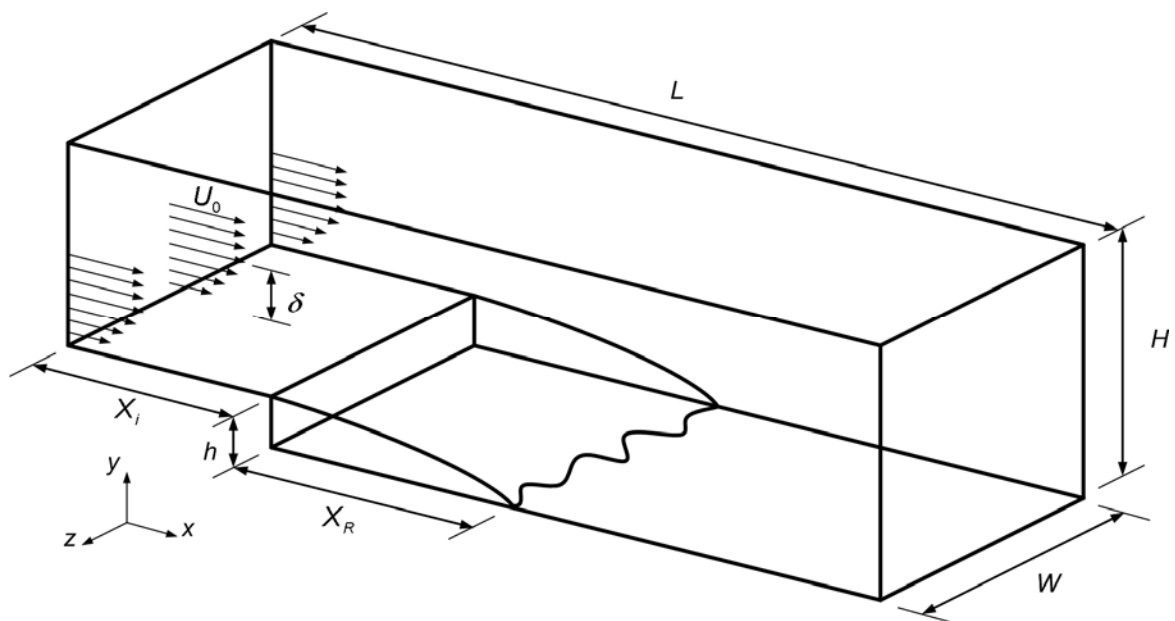


Figura 2.13. Esquema tridimensional do escoamento sobre o degrau.

Segundo Brederode e Bradshaw (1972), escoamentos com razão de aspecto superior a dez possuem propriedades na faixa central do canal independente das paredes. Para $AR < 10$, o comprimento de recolamento cresce se a camada limite de entrada for laminar e diminui se for turbulenta.

Armaly et al. (1983) apresentam resultados para perfis de velocidade próximos das paredes para o regime laminar e transicional em uma configuração com $AR = 36$. Williams e Baker (1997) confirmaram os dados experimentais de Armaly et al. (1983) simulando, através de um código de elementos finitos, a influência das paredes laterais, onde é observada uma mudança no padrão do escoamento em torno de $Re_h = 400$. As simulações tridimensionais esclareceram a importância dos efeitos tridimensionais e a influência das paredes laterais principalmente no regime $100 \leq Re \leq 800$. Para Reynolds superiores os

efeitos são suprimidos e a faixa central do escoamento permanece independente das paredes.

Estudos dessa natureza são de fundamental importância, pois dão suporte à correta imposição das condições de contorno na simulação numérica do escoamento sobre o degrau, onde em geral é imposta a condição de periodicidade nas paredes laterais.

2.5 Condições de Contorno em Escoamentos Turbulentos

Simular escoamentos turbulentos com precisão através de métodos transientes e tridimensionais exige a imposição de condições de contorno igualmente turbulentas. Escoamentos com desenvolvimento temporal tais como decaimento isotrópico, camadas de mistura, jatos e canais planos usufruem da condição de periodicidade na direção preferencial do escoamento, onde as informações no plano de saída são introduzidas na entrada dando o suporte necessário para o correto desenvolvimento da turbulência no interior do domínio.

Em escoamentos com desenvolvimento espacial as condições de contorno devem ser impostas de forma fiel ao fenômeno físico. Se a região de entrada do problema em questão é laminar ou transicional, uma boa aproximação é impor um perfil médio sobre o qual são sobrepostas flutuações infinitesimais e o desenvolvimento dessas flutuações em turbulência ou não é responsabilidade do código utilizado e faz parte do domínio de cálculo. Porém, se a condição de entrada é turbulenta, a questão se torna mais complexa.

A forma mais fácil de gerar uma condição de contorno turbulenta, e de certa forma ingênua, é aplicando flutuações aleatórias ao perfil médio imposto, mas para códigos de baixa ordem, espacial e temporal, essas pequenas flutuações são rapidamente dissipadas e seu efeito é aniquilado nas primeiras células adjacentes à entrada do domínio. Além disso, esse tipo de flutuação não possui nenhum caráter turbulento, sendo aplicada energia apenas nas altas frequências, o que justifica a sua rápida dissipação.

Para aproximações tridimensionais e transientes de escoamentos turbulentos, as contribuições de estruturas turbilhonares e do espectro de energia são importantes e devem ser levadas em conta no momento de impor as condições de contorno. Disto, faz-se necessário que o vetor de condições de contorno seja função do tempo e espaço, satisfazendo pelo menos momentos estatísticos de primeira e segunda ordem bem como o espectro de energia e a fase entre os modos de flutuação das velocidades.

Construir séries que satisfaçam os momentos e espectro de energia é via de regra possível através de métodos estocásticos, porém a especificação da fase das oscilações é

um problema ainda maior. Sem o conhecimento das fases, fica impossível fazer a descrição completa da condição de contorno, sendo necessário um comprimento adicional para que o escoamento desenvolva as estruturas e produza uma condição turbulenta real.

A seção 2.5.1 demonstra os efeitos do espectro de energia da condição de entrada sobre o desenvolvimento de um escoamento. Os resultados são oriundos de simulações de Keating et al. (2004) para um canal plano a $Re = u_\tau \delta / \nu = 400$. Na seção 2.5.2 são comentados métodos de geração de condições de contorno turbulentas, dando especial atenção à geração de camadas limite.

2.5.1 Influência do espectro de energia das condições de contorno

Os testes de Keating et al. (2004) são baseados na simulação de um canal plano com periodicidade nas direções longitudinal e transversal empregando o modelo dinâmico sub-malha. Essa simulação periódica é tomada como referência e dela é extraída uma seqüência de planos utilizadas como condição de contorno na simulação do canal plano.

Nas simulações com desenvolvimento espacial, o espectro de energia original, retirado da simulação periódica, é filtrado de forma a retirar partes de alta ou baixa freqüência, observando as mudanças no coeficiente de atrito e a recomposição ou não do espectro de energia. O coeficiente de atrito é um bom indício de quão desenvolvido está o escoamento médio e é definido como:

$$C_f = \frac{\tau_w}{1/2 \rho U_0^2}, \quad (2.4)$$

onde τ_w é a tensão de cisalhamento junto á parede, ρ a densidade do fluido e U_0 a velocidade de referência no centro do canal.

São apresentados sete casos, onde diferentes filtragens sobre o espectro de energia original foram aplicadas. As séries temporais foram filtradas no espaço de Fourier, utilizando filtros passa alta e passa baixa. Os filtros são definidos em função dos comprimentos de escala e tempo L e T , ou número de onda e freqüências, $K = 2\pi / L$ e $\Omega = 2\pi / T$, ver Tab. 2.3.

Tabela 2.3. Filtragem aplicada aos diferentes casos simulados - Keating et al. (2004).

CASO	FILTRAGEM
P1	Sem filtragem
P2a	Passa-baixa, $k \leq K$, $\omega \leq \Omega$
P2b	Passa-baixa, $k \leq K/2$, $\omega \leq \Omega/2$
P2c	Passa-baixa, $k \leq K/4$, $\omega \leq \Omega/4$
P3a	Passa-alta, $k \geq K/4$, $\omega \geq \Omega/4$
P3c	Passa-alta, $k \geq K$, $\omega \geq \Omega$
P4	Passa-banda, $K/4 \geq k \geq K$, $\Omega/4 \geq \omega \geq \Omega$

A Fig. 2.14 apresenta o espectro de energia para os casos P1, P2a e P2c, demonstrando a influência da condição de contorno no escoamento, com o desenvolvimento do espectro de energia ao longo da coordenada longitudinal.

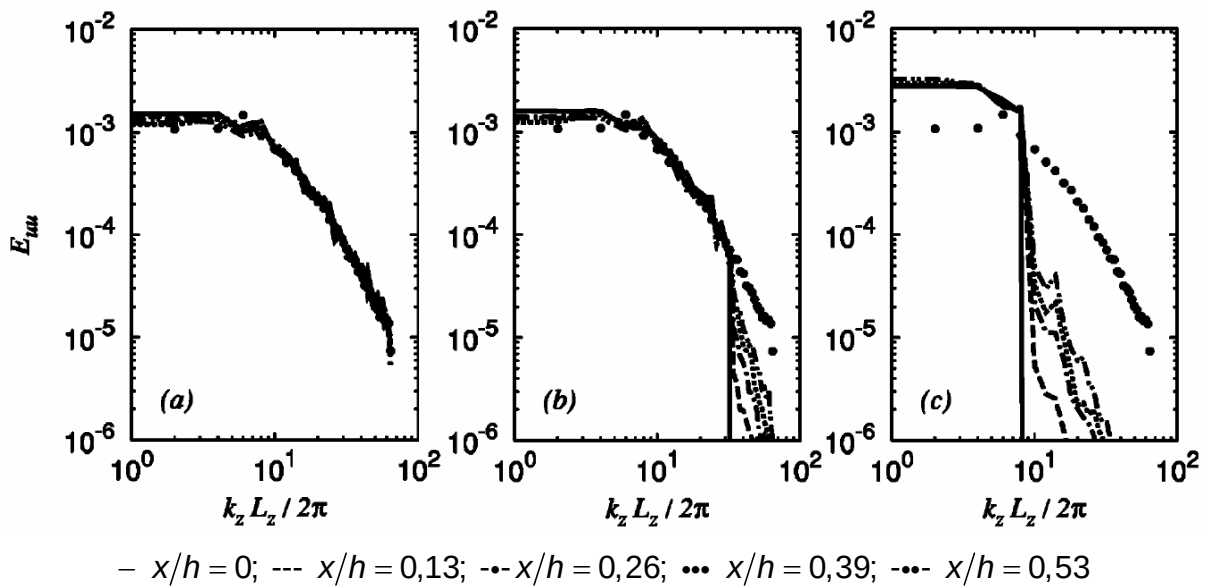


Figura 2.14. Desenvolvimento do espectro de energia longitudinal para a velocidade u , próximo à entrada, $y/\delta = 0,25$. (a) P1; (b) P2a; (c) P2c - Keating et al. (2004).

O caso P2a reproduz de forma satisfatória o espectro produzido pela simulação sem filtragem, com rápida produção de pequenas escalas por iterações não lineares das maiores escalas.

O caso P2c, onde um corte mais severo foi aplicado, o espectro de energia tem uma retomada mais lenta, necessitando de um longo comprimento para desenvolver estruturas de alta frequência até formar as características estrias próximo à parede, ver Fig. 2.15.

O coeficiente de atrito manifesta o mesmo tipo de comportamento, tendo sua convergência mais lenta para os casos onde o corte no espectro de energia no plano de entrada é maior, Fig. 2.16.

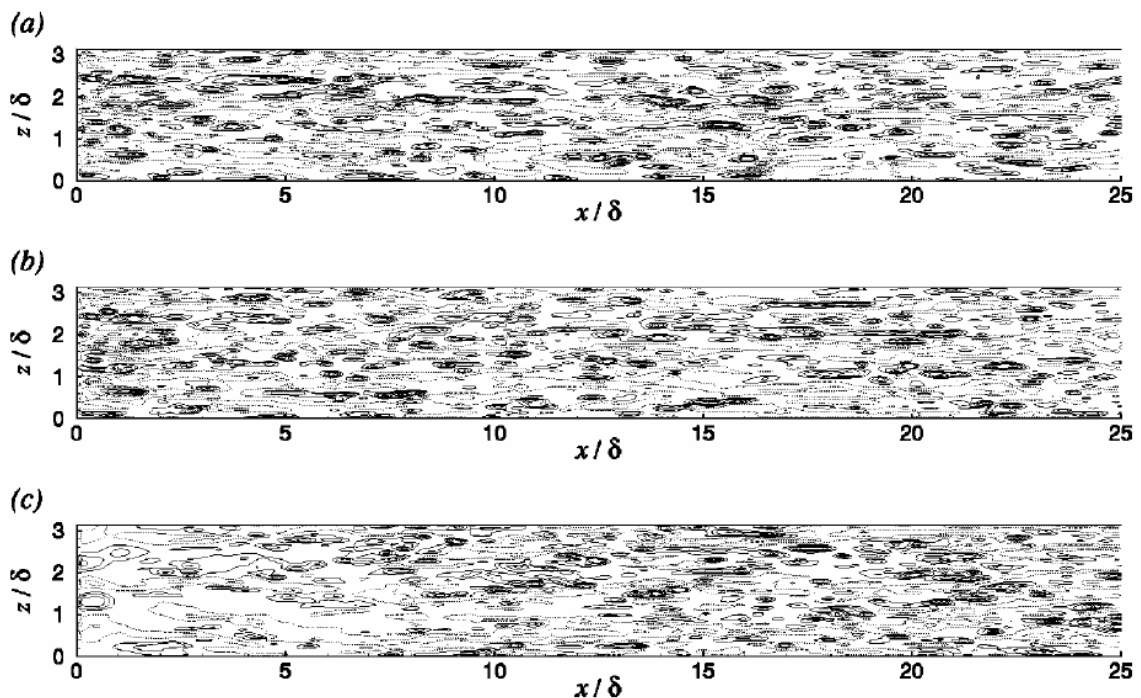


Figura 2.15. Contornos de flutuação de velocidade u , $y/\delta = 0,01$. (a) P1; (b) P2a; (c) P2c - Keating et al. (2004).

Os casos de filtragem passa-alta e passa-banda apresentam forte influência das baixas frequências. Para o filtro P3a e P3c observa-se a produção de grandes escalas a partir de pequenas, mas o nível de energia associado é muito pequeno, como pode ser visto na Fig. 2.17.

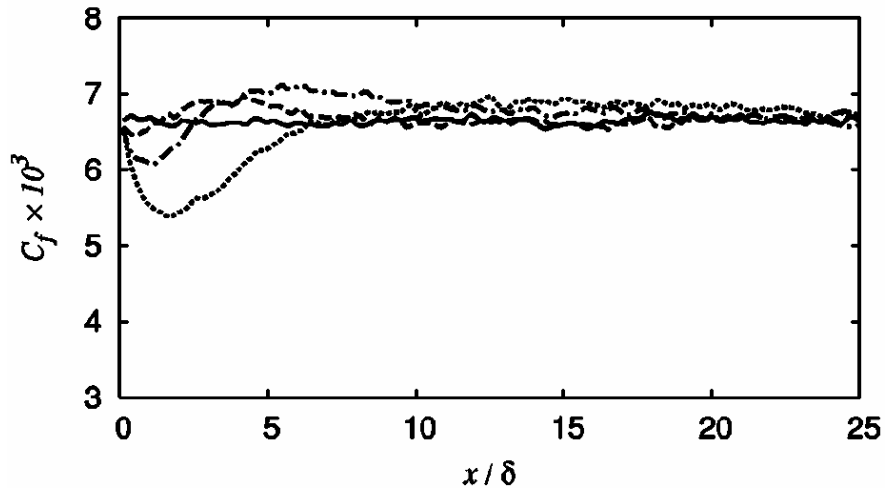


Figura 2.16. Coeficiente de atrito, — P1; --- P2a; -.-P2b; ... P2c - Keating et al. (2004).

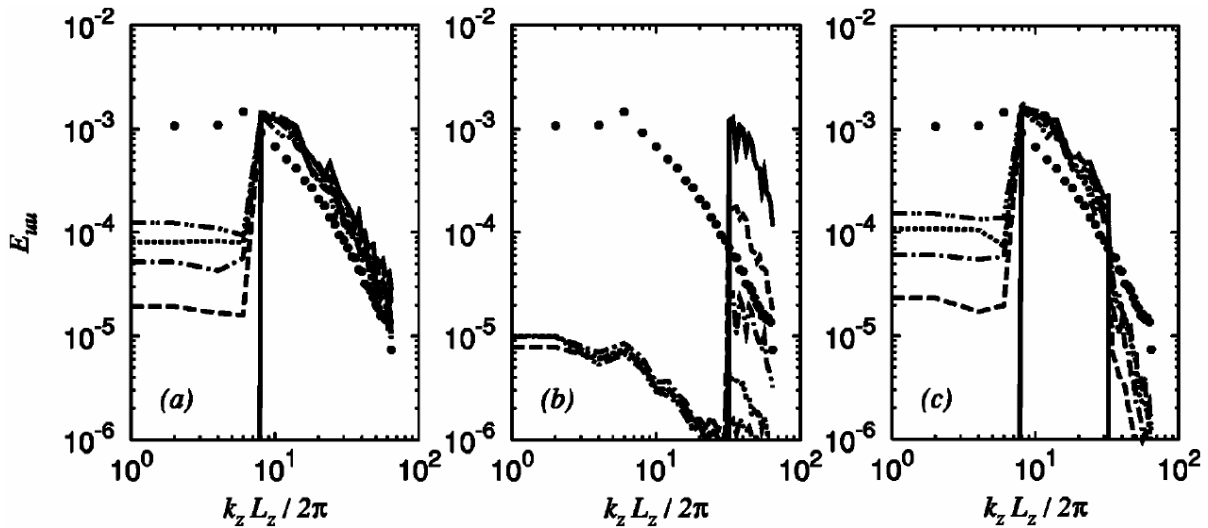


Figura 2.17. Desenvolvimento do espectro de energia longitudinal para a velocidade u , próximo à entrada, $y/\delta = 0,25$. (a) P3a; (b) P3c; (c) P4 - Keating et al. (2004).

O caso P3c apresenta um comportamento interessante para o coeficiente de atrito, Fig. 2.18, ocorrendo a laminarização do escoamento devido a retirada de grande parte da energia das grandes escalas, restando apenas energia nas pequenas escalas que são rapidamente dissipadas.

O caso P4 apresenta um comportamento muito semelhante ao caso P3a para o coeficiente de atrito, como pode ser visto na Fig. 2.18, indicando que estruturas de elevado número de onda são rapidamente produzidas por iterações não lineares e as baixas

Outra abordagem consiste em executar uma simulação, à parte, de uma camada limite em equilíbrio, podendo-se assim utilizar a condição de periodicidade e armazenar uma seqüência de planos perpendiculares a direção predominante do escoamento. Esses planos são então lidos como condição de contorno para uma nova simulação com desenvolvimento espacial. A metodologia possibilita o controle de variáveis da camada limite como C_f , θ e δ^* , porém implica em um custo computacional adicional de armazenamento.

Uma variante da simulação a parte foi proposta por Schlüter, Pitsch e Moin (2004) para simulações acopladas RANS/LES de escoamentos em turbinas. Utilizando dados anteriores condicionados para satisfazer os tensores de Reynolds, oriundos de uma simulação RANS, são introduzidos como condição de contorno para a porção LES do domínio. Os resultados são animadores, porém o armazenamento de dados impede sua utilização para malhas refinadas.

Outra família de geração de condições de contorno que não se baseia na reciclagem ou correção de um plano a jusante são os métodos sintéticos. Le, Moin e Kim (1997) aplicaram com êxito a proposta desenvolvida por Lee, Lele e Moin (1992), na simulação numérica direta do escoamento sobre o degrau. O método baseia-se na imposição de um perfil que satisfaz as estatísticas de primeira e segunda ordem bem como o espectro de energia, mas nenhum conteúdo confiável sobre a fase entre as flutuações é fornecido. Com isso, um comprimento adicional, um terço do domínio total, foi necessário para o desenvolvimento dessa condição de contorno imposta.

Klein, Sadiki e Janika (2003) desenvolveram outra metodologia, baseada na filtragem digital de sinais aleatórios para a geração artificial de condições de entrada turbulentas. A metodologia é válida não somente para escoamentos como camada limite, mas para jatos e camadas de mistura. O método é capaz de gerar dados que satisfazem momentos de primeira e segunda ordem, porém, a necessidade de imposição de comprimentos de escalas dificulta sua aplicação para escoamentos parietais. Além disso, o transiente das flutuações produzidas pode ser irreal, produzindo espectros de energia não físicos.

Spille-Kohoff e Kaltenbach (2001) propuseram uma forma diferente de gerar as condições de contorno, obtendo turbulência real com um comprimento de entrada menor. Nesse método, na entrada é injetada a condição produzida por algum método sintético, como o anterior, por exemplo, e planos de controle são posicionados próximos da entrada. Em cada um desses planos são monitoradas as velocidades e dependendo do estado e que se encontra o campo, pequenas perturbações são injetadas na direção normal à parede a fim de produzir os níveis de turbulência desejados. Com esse controle, o comprimento necessário para o desenvolvimento das instabilidades se reduz consideravelmente.

CAPÍTULO III

Modelagem Matemática

Como comentado anteriormente, o presente trabalho trata de escoamentos turbulentos modelados através das equações de Navier-Stokes filtradas, utilizando a hipótese de viscosidade turbulenta de Boussinesq.

Observam-se atualmente duas abordagens distintas na modelagem de escoamentos turbulentos, baseadas na hipótese da viscosidade turbulenta de Boussinesq, a Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*) e metodologia RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Uma terceira metodologia, a híbrida RANS/LES, começa a ser desenvolvida e aplicada com o intuito de unir as potencialidades das duas anteriores.

O presente capítulo apresenta o equacionamento e hipóteses das três metodologias abordadas na dissertação, LES, RANS e híbrida RANS/LES, através dos modelos de Smagorinsky, Spalart-Allmaras e DES (*Detached-Eddy Simulation*) respectivamente. Além disso, a seção 3.4 apresenta o método de Lund, Wu e Squires (1998), desenvolvido para simular camadas limites com desenvolvimento espacial utilizando Simulação de Grandes Escalas, adotado no presente trabalho para modelar a condição de entrada turbulenta na simulação do escoamento sobre o degrau para as metodologias LES e DES.

3.1 Simulação de Grandes Escalas - LES

Classificada como uma metodologia intermediária entre a Simulação Numérica Direta (DNS – *Direct Numerical Simulation*) e a metodologia RANS, a Simulação de Grandes Escalas computa diretamente estruturas tridimensionais e transientes dos escoamentos, através da filtragem das equações de Navier-Stokes. As escalas inferiores ao filtro utilizado, as chamadas escalas sub-malha, são avaliadas via um modelo apropriado, que exerce o

papel de transferir energia entre as escalas resolvidas as escalas não resolvidas que compõem o espectro.

A metodologia LES tem por característica principal calcular mais e modelar menos, ou seja, as características globais do escoamento, representadas pelas grandes escalas turbulentas, são calculadas diretamente e apenas as pequenas escalas, mais universais e isotrópicas, são modeladas. As grandes escalas são fortemente afetadas pelas condições de contorno e responsáveis por transportar a maior parte da energia, enquanto as pequenas escalas, com altas frequências são responsáveis pela difusão e são passíveis de modelagem.

A separação entre pequenas e grandes escalas pode ser ilustrada através do espectro de energia cinética turbulenta em função do comprimento de onda na Fig. 3.1.

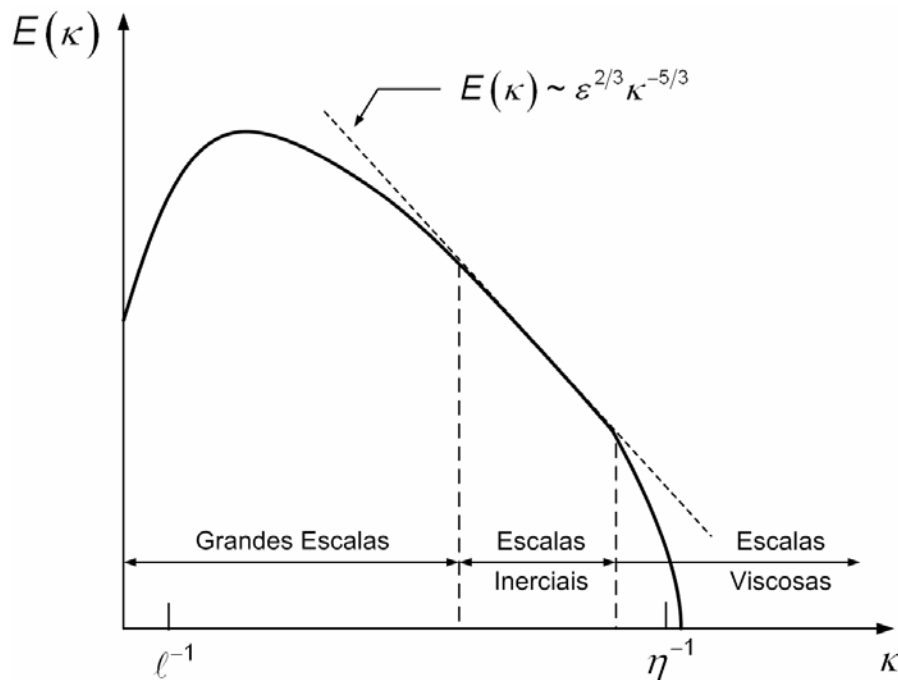


Figura 3.1. Espectro de energia em função do comprimento de onda para um escoamento turbulento. Escala log-log. Wilcox (1998).

A maior parte da energia está contida nas grandes escalas, caracterizadas por baixos números de onda (baixas frequências), sendo transferida de forma não linear até as menores escalas (altas frequência), responsáveis pela dissipação.

Quando se pretende modelar um escoamento utilizando simulação de grandes escalas, é interessante que a frequência de corte (frequência a partir da qual o escoamento será modelado) esteja o mais próximo das escalas viscosas, ou pelo menos na faixa inercial, evitando com isso que ocorra acúmulo indevido de energia nas escalas de corte.

Com esse tipo de cuidado, o modelo age apenas na faixa para a qual ele foi desenvolvido, caracterizando uma verdadeira simulação de grandes escalas e não apenas um modelo que injeta difusão numérica em locais onde há fortes gradientes de velocidade.

A filtragem utilizada em LES, geralmente associada ao tamanho da malha, apresenta um tamanho característico muitas vezes maior que a escala de Kolmogorov. Com isso, passos de tempo maiores que os utilizados em simulação numérica direta DNS podem ser utilizados, viabilizando a simulação de escoamentos tridimensionais em tempo hábil, ou mesmo a simulação de casos com números de Reynolds elevados.

Por outro lado, a precisa descrição de escoamentos tridimensionais da metodologia LES apresenta dificuldades em escoamentos parietais, onde as escalas dissipativas são muito reduzidas e o passo de tempo e níveis de refinamento necessários são praticamente iguais aos necessários para a execução de uma DNS. Além disso, modelos algébricos para LES, como o de Smagorinsky, baseados no tensor taxa de deformação, podem induzir a produção excessiva de viscosidade turbulenta junto às paredes quando da não utilização de uma função de amortecimento para a mesma.

Pioneiro na simulação de Grandes Escalas, Smagorinsky (1963), com a motivação de simular apenas as grandes escalas de escoamentos atmosféricos deu os primeiros passos nessa nova filosofia de modelagem da turbulência, com um embasamento físico e pouco influenciado por constantes, ou como no caso de modelos mais sofisticados, totalmente livres de valores *ad-hoc*.

Restringindo-se a escoamentos em regime incompressível e a fluidos newtonianos, podemos escrever as equações de Navier-Stokes na forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3.2)$$

Considerando uma abordagem tridimensional, as equações acima representam um sistema de quatro equações e quatro incógnitas, ou seja, um sistema fechado. Para escoamentos a baixo Reynolds e com um método numérico adequado, consegue-se resolver essas equações diretamente. No entanto, para números de Reynolds mais elevados, onde o espectro de energia se torna largo, e não é possível refinar a malha de modo a captar todas as escalas, torna-se atraente a metodologia de Grandes Escalas. Com

isso, separa-se o escoamento em duas parcelas, as resolvidas (grandes escalas) e as modeladas (escalas sub-malha ou pequenas escalas) através de um processo de filtragem.

As variáveis presentes nas Eq. (3.1) e (3.2) são separadas em escalas filtradas $\bar{f}(\vec{x}, t)$ e escalas flutuantes ou sub-malha $f'(\vec{x}, t)$:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}, t) + f'(\vec{x}, t). \quad (3.3)$$

A parte filtrada é definida como:

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \int_D f(\vec{x}', t) G(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}', \quad (3.4)$$

onde a função filtro é definida, no presente trabalho, na forma de um filtro volumétrico:

$$G(\vec{x}) = \begin{cases} 1/\Delta^3 & \text{se } |\vec{x}| \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{se } |\vec{x}| > \Delta/2 \end{cases}, \quad (3.5)$$

onde Δ caracteriza o filtro e por consequência o número de onda ou frequência de corte. Nesse ponto é interessante ressaltar, que em metodologias como a de Volumes Finitos, o simples fato de discretizar uma equação e assumir que dentro de um volume de controle as variáveis são constantes já caracteriza um processo de filtragem.

Em função do processo de filtragem, as Eq. (3.1) e (3.2) assumem a forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3.7)$$

Devido ao processo de filtragem, o termo não linear torna-se um produto filtrado, inviabilizando a solução direta do sistema anterior. Assim, pode-se decompor esse termo de acordo com a Eq. (3.3) de forma que:

$$\overline{u_i u_j} = (\overline{u_i} + \overline{u_i'}) (\overline{u_j} + \overline{u_j'}) = \overline{u_i u_j} + \overline{u_i' u_j} + \overline{u_i u_j'} + \overline{u_i' u_j'}. \quad (3.8)$$

O produto filtrado ainda se faz presente nos dois últimos termos da Eq. (3.8), sendo usual definir um tensor turbulento adicional:

$$L_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}. \quad (3.9)$$

Substituindo a Eq. (3.9) em Eq. (3.8), obtém-se:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i} \overline{u_j} + \overline{u_i' u_j} + \overline{u_i u_j'} + \overline{u_i' u_j'} + L_{ij}. \quad (3.10)$$

Com isso, o termo não linear fica escrito em função de do produto das variáveis filtradas e alguns tensores adicionais:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \overline{u_i' u_j'} && \text{tensor de Reynolds sub-malha,} \\ C_{ij} &= \overline{u_i' u_j} + \overline{u_i u_j'} && \text{tensor cruzado,} \\ L_{ij} &= \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} && \text{tensor de Leonard.} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Substituindo Eq. (3.11) na Eq. (3.6) obtemos:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - (\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij}) \right], \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0. \quad (3.13)$$

Este é um sistema de quatro incógnitas e quatro equações acrescidas dos três tensores $(\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij})$, configurando um sistema aberto, com mais incógnitas que equações. Novas equações de transporte podem ser geradas para modelar os novos tensores decorrentes da decomposição realizada, mas isso só retardaria o fechamento, uma vez que ocorreria o aparecimento de momentos de terceira ordem e assim sucessivamente. Esse é o chamado problema de fechamento da turbulência e ponto em que um modelo de turbulência começa a agir.

Através da hipótese de Boussinesq propõe-se expressar o tensor de Reynolds sub-malha em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidades filtrado e da energia cinética turbulenta:

$$\tau_{ij} = -\nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad (3.14)$$

onde a viscosidade turbulenta ν_t pode ser calculada via um modelo de turbulência e a energia cinética turbulenta será incorporada à pressão.

Shaanan, Ferziger e Reynolds (1975) e Silveira Neto et al. (1993) demonstram, através de testes em casos como o escoamento sobre uma expansão brusca que, utilizando esquemas de até terceira ordem para o termo advectivo, não vale a pena modelar os tensores de Leonard e cruzado separadamente. Seus valores perante o tensor de Reynolds sub-malha são negligenciáveis, sendo mais de uma ordem de grandeza menor. Com isso, é mais interessante expressar decomposição através do produto filtrado $\overline{u_i u_j}$ através do chamado tensor de Germano:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j. \quad (3.15)$$

A equação final assume a forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (3.16)$$

Resta agora propor uma maneira eficiente de calcular a viscosidade turbulenta, papel exercido pelo modelo de turbulência.

3.1.1 O Modelo de Smagorinsky

Proposto por Smagorinsky (1963) o modelo que tem por base a hipótese do equilíbrio local para as pequenas escalas, sendo a produção de tensões turbulentas igual à dissipação:

$$\mathcal{P} = \mathcal{E}, \quad (3.17)$$

onde a produção pode ser escrita em função da taxa de cisalhamento do campo filtrado e a dissipação em função da escala de velocidade e do comprimento característicos sub-malha.

A viscosidade turbulenta proposta por Smagorinsky é dada como:

$$\nu_t = (C_s \ell)^2 \sqrt{2\overline{S_{ij}S_{ij}}}, \quad (3.18)$$

onde C_s é o coeficiente de Smagorinsky, ℓ é o comprimento característico e S_{ij} o tensor taxa de deformação:

$$\ell = \sqrt[3]{\prod_{i=1}^3 \Delta x_i}, \quad (3.19)$$

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right). \quad (3.20)$$

A dependência do tensor taxa de deformação e do filtro utilizado garante um caráter totalmente tridimensional ao modelo. Fisicamente, a hipótese adotada de que os turbilhões se comportam como moléculas não é verdadeira. Entretanto, assim como o modelo de comprimento de mistura pode ser calibrado para uma classe de escoamentos, também o coeficiente de Smagorinsky C_s o pode. Seu valor varia de escoamento para escoamento e localmente dentro de um dado escoamento. Lilly (1966) determinou $C_s = 0,18$ para turbulência homogênea isotrópica, entretanto, seu valor em aplicações práticas é na faixa de $0,05 \leq C_s \leq 0,30$.

Essa dependência da constante de proporcionalidade de Smagorinsky tem fortes efeitos colaterais quando tratamos com escoamentos parietais, devido aos altos gradientes de velocidade que acarretam produção excessiva de viscosidade turbulenta devido à dependência do tensor taxa de deformação. Diferentemente dos chamados modelos dinâmicos, onde a constante é função do tempo e espaço, o modelo de Smagorinsky não faz nenhuma consideração com relação à proximidade de paredes, sendo necessário adicionar uma função externa de amortecimento que leve em conta esse efeito e anule o seu valor próximo às paredes.

Uma solução bem sucedida para anular a constante próximo a paredes de forma consistente é o amortecimento de Van Driest, que modifica a constante C_s conforme:

$$C_S = C_{S0} \left(1 - e^{-d^+/A^+}\right)^2 \quad (3.21)$$

onde $d^+ = du_\tau/\nu$ é a distância à parede, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ a velocidade de cisalhamento, τ_w a tensão de cisalhamento junto a parede, A^+ uma constante de valor 25 (FERZIGER e PERIC, 1999) e $C_{S0} = 0,05 - 0,3$ é a constante de Smagorinsky.

Embora a função cumpra o seu papel de amortecer o valor da constante junto às paredes e obtenha-se o resultado desejado, é difícil justificar sua utilização em meio à existência de modelos mais modernos, onde esse tipo de amortecimento já está embutido. Porém, o modelo de Smagorinsky produz bons resultados quando utilizado com perícia e a custos computacionais e de implementação menores.

3.2 Equações Médias de Reynolds – RANS

O tratamento dado às equações de Navier-Stokes na metodologia RANS é de certa forma semelhante ao dado na metodologia de Grandes Escalas, porém, o processo de filtragem das equações é temporal e não espacial, separando um sinal $f(\vec{x}, t)$ em uma parte média $\bar{f}(\vec{x})$ e outra flutuante $f'(\vec{x}, t)$:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}) + f'(\vec{x}, t). \quad (3.22)$$

Nessa seção será utilizada a mesma notação da filtragem espacial para a filtragem temporal, mas observe que as propriedades do filtro temporal apresentam diferenças em relação à filtragem espacial. As operações envolvidas na separação de escalas por meio de médias temporais apresentam certas propriedades:

- A média de uma flutuação é nula:

$$\begin{aligned} f(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}) + f'(\vec{x}, t), \\ \bar{f}'(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}, t) - \bar{f}(\vec{x}); \\ \bar{f}'(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}) - \bar{f}(\vec{x}) = 0. \end{aligned} \quad (3.23)$$

- A média do produto de uma variável pela flutuação de uma variável é nula:

$$\overline{\bar{f} f'} = \bar{f} \bar{f}' = \bar{f} \cdot 0 = 0. \quad (3.24)$$

- A média do produto de duas médias é igual ao produto das duas médias:

$$\overline{\bar{f} \bar{f}} = \bar{f} \bar{f} \cdot \bar{1} = \bar{f} \bar{f}. \quad (3.25)$$

Aplicando-se as propriedades acima às equações de conservação da massa e de quantidade de movimento se obtém as equações médias de Reynolds:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3.27)$$

Novamente surge a média do produto $(\overline{u_i u_j})$, que pode ser substituído por $(\overline{u_i u_j} + \overline{u'_i u'_j})$, sendo possível reescrever a Eq. (3.26) na forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right]. \quad (3.28)$$

Assim como nas equações filtradas na simulação de grandes escalas, o tensor de Reynolds $(\overline{u'_i u'_j})$ está presente. Novamente pode-se aplicar a hipótese de Boussinesq, Eq. (3.14) obtendo uma equação idêntica à Eq. (3.16), porém filtrada no tempo.

A seguir é apresentado o modelo de Spalart-Allmaras, um dos modelos de turbulência derivado das Equações Médias de Reynolds quem tem por objetivo calcular a viscosidade turbulenta que fará o fechamento das Equações de Navier-Stokes filtradas.

3.2.1 O modelo de Spalart-Allmaras

O modelo de Spalart-Allmaras foi desenvolvido e calibrado com base em relações empíricas de diferentes tipos de escoamentos e análise dimensional. O modelo é baseado em uma equação de transporte para a variável auxiliar $\tilde{\nu}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tilde{\nu}) = c_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] \\ - \left[c_w f_w - \frac{c_{b1}}{k^2} f_{t2} \right] \left[\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right]^2 + f_{t1} \Delta U^2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Os termos do lado direito da Eq.(3.29) representam a produção, difusão molecular e turbulenta, dissipação e destruição de viscosidade, os termos de transição são indicados pelo sub-índice t respectivamente.

A viscosidade turbulenta ν_t é definida através da viscosidade modificada $\tilde{\nu}$ e amortecida pela função f_{v1} junto a paredes:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad \text{e} \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}. \quad (3.30)$$

Para regiões distantes da parede a função de amortecimento f_{v1} tende à unidade ficando portanto: $\nu_t = \tilde{\nu}$.

O termo de produção também apresenta dependência com relação à distância parietal, sendo amortecido pela função f_{v2} :

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{(kd_w)^2} f_{v2} \quad \text{e} \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad (3.31)$$

onde d_w é a distância à parede mais próxima e S o módulo do tensor taxa de deformação:

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}. \quad (3.32)$$

A função f_w é definida como unitária para a região logarítmica da camada limite, intensificando o termo de produção à medida que se aproxima da parede e tendendo a zero para as regiões mais distantes, sendo definida como:

$$f_w = g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{1/6}, \quad g = r + c_{w2} (r^6 - r) \quad \text{e} \quad r \equiv \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} k^2 d_w^2}. \quad (3.33)$$

Os termos indicados pelo índice t se referem à transição à turbulência, permitindo ao usuário do modelo controlar as regiões de transição de regime laminar para turbulento. O controle é feito através da adição de um termo fonte controlado pela função f_{t1} e uma redução no termo de produção controlada pela função f_{t2} , definidas como:

$$f_{t1} = c_{t1} g_t \exp \left(-c_{t2} \frac{\omega_t^2}{\Delta U^2} [d_w^2 + g_t^2 d_t^2] \right) \quad \text{e} \quad f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2), \quad (3.34)$$

onde d_t é a distância até o ponto de início da transição, ω_t é a vorticidade no ponto de transição da camada limite e ΔU a norma da diferença da velocidade entre o escoamento e o ponto de transição. A função g_t é definida como $\min[0,1; \Delta U / (\omega_t \Delta x_t)]$, onde Δx_t é o tamanho da malha ao longo da parede na região de transição.

As demais constantes de modelo são:

$$\begin{aligned} c_{w1} &= \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma}, \quad c_{w2} = 0,3, \quad c_{w3} = 2, \quad k = 0,41 \\ c_{v1} &= 7,1, \quad \sigma = 2/3, \quad c_{b1} = 0,1355, \quad c_{b2} = 0,622, \\ c_{t1} &= 1, \quad c_{t2} = 2, \quad c_{t3} = 1,2, \quad \text{e} \quad c_{t4} = 0,5. \end{aligned} \quad (3.35)$$

A quantidade de variáveis do modelo deixa claro que ele foi projetado com base em escoamentos conhecidos, principalmente camada limite turbulenta, tirando um pouco do caráter universal do modelo. Além disso, os termos associados com a transição são de difícil compreensão e pouco embasamento físico, fazendo com que a sua correta utilização fique comprometida.

Em vista dos fatos, no presente trabalho optou-se por suprimir os termos referentes à transição, dada a sua complexidade de compreensão e utilização, além de estarmos

interessados no escoamento completamente turbulento sobre o degrau. Com isso, a equação de transporte Eq.(3.29) se reduz a:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tilde{\nu}) = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - c_w f_w \left[\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right]^2 + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] \quad (3.36)$$

3.3 Modelagem Híbrida RANS/LES – DES

Peculiaridades à parte, a formulação final das equações de Navier-Stokes filtradas no espaço ou no tempo converge para uma só forma funcional quando utilizada a hipótese de Boussinesq, proporcionando intercambiabilidade entre as formulações LES e RANS.

Spalart et al. (1997) propuseram uma nova abordagem de modelagem da turbulência, procurando tirar proveito de características positivas das metodologias de Grandes Escalas (LES) e Equações Médias de Reynolds (RANS) através do modelo *Detached-Eddy Simulation* (DES). O modelo é em essência o modelo de Spalart-Allmaras (SA) com a substituição da distância à parede d_w por uma distância modificada $\tilde{d}$, que automaticamente seleciona as regiões onde o modelo atuará como LES ou RANS.

$$\tilde{d} = \min(d_w, C_{DES} \Delta) \quad \text{onde} \quad \Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z). \quad (3.37)$$

Essa nova distância $\tilde{d}$ age como um filtro, um novo comprimento de escala para o modelo de Spalart-Allmaras. Em regiões de camada limite ($\tilde{d} < \Delta C_{DES}$) o modelo atua como RANS, recuperando a formulação original do modelo SA. Já para regiões afastadas de paredes ($\tilde{d} > \Delta C_{DES}$) o comprimento de escala torna-se dependente do tamanho da malha ($\tilde{d} = \Delta C_{DES}$), fazendo com que os termos de produção e destruição sejam balanceados e o modelo opere de forma muito semelhante a um modelo sub-malha algébrico, onde $\tilde{\nu}$ é proporcional à $S \Delta^2$. Além disso, o modelo DES apresenta um coeficiente de proporcionalidade, assim como no modelo de Smagorinsky, calibrada para turbulência homogênea e isotrópica ($C_{DES} = 0,65$).

3.4 O método de Lund, Wu e Squires de Geração de Condições de Contorno

Parte fundamental da solução de qualquer equação diferencial, as condições de contorno ditam o comportamento do escoamento no interior do domínio de interesse. Conhecê-las é de vital importância na reprodução de experimentos numéricos ou práticos. De nada adianta a utilização de métodos sofisticados de solução, se as condições de contorno impostas não tiverem o mesmo grau de refinamento. No presente trabalho optou-se por investir nesse aspecto, caracterizando de forma bastante completa as condições de contorno, principalmente a condição de entrada, através do método de Lund, Wu e Squires (1998). Em virtude do apresentado na revisão bibliográfica, fica claro que em métodos transientes e tridimensionais, informações do nível de perturbação do escoamento na entrada do domínio podem alterar efetivamente os resultados obtidos e isto visto no capítulo de resultados.

Sendo uma modificação do método proposto por Spalart (1988), o método de reciclagem de Lund, Wu e Squires (1998), possui a vantagem de não necessitar de nenhuma operação extra com as equações de Navier-Stokes, podendo o método ser adicionado a um código já existente através de uma sub-rotina.

A idéia básica do método é estimar o perfil de velocidades na entrada do domínio baseando-se em um plano a jusante no escoamento, o qual é escalonado (*rescaling*) e introduzido na entrada, ver Fig. 3.2.

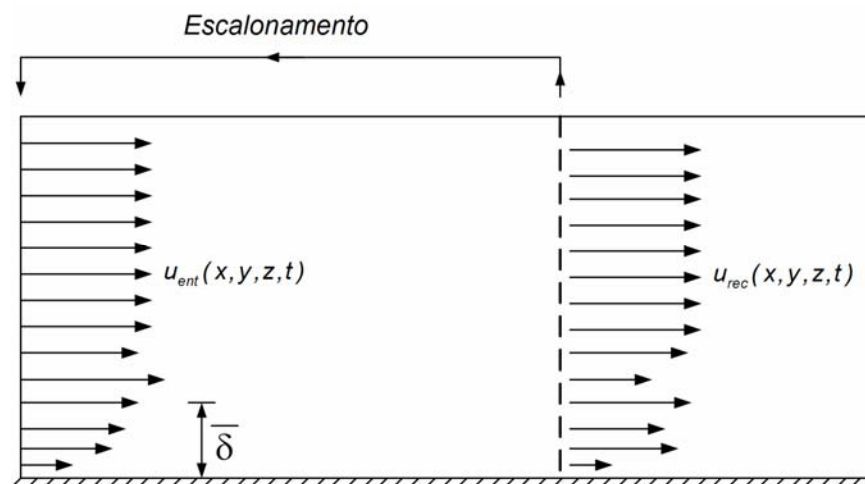


Figura 3.2. Processo de escalonamento (*Rescaling*).

Inicialmente, o método separa o vetor velocidade em uma parte média e outra flutuante:

$$u_i'(x, y, z, t) = u_i(x, y, z, t) - U_i(x, y). \quad (3.38)$$

O vetor velocidade média é então corrigido de acordo com a lei de parede para camada limite turbulenta, separada em suas duas porções, interna e externa.

$$U^{\text{int}} = u_\tau(x) f_1(y^+), \quad (3.39)$$

onde $u_\tau = \sqrt{\nu(\partial u / \partial y)_{\text{parede}}}$ é a velocidade de cisalhamento, $y^+ = u_\tau y / \nu$ coordenada interna e f_1 uma função a ser determinada.

$$U_\infty - U^{\text{ext}} = u_\tau(x) f_2(\eta), \quad (3.40)$$

onde $\eta = y / \delta$ é a coordenada externa, δ é a espessura da camada limite, U_∞ a velocidade na corrente livre e f_2 a segunda função a ser determinada. Definindo U_{rec} e U_{ent} como a velocidade média (no tempo e na direção transversal ao escoamento (z)) no plano de escalonamento e na entrada respectivamente, a lei de parede para camada limite permite escrever:

$$U_{\text{ent}}^{\text{int}} = \gamma U_{\text{rec}}(y_{\text{ent}}^+) \quad (3.41)$$

e

$$U_{\text{ent}}^{\text{ext}} = \gamma U_{\text{rec}}(\eta_{\text{ent}}) + (1 - \gamma) U_\infty, \quad (3.42)$$

onde

$$\gamma = \left(\frac{u_{\tau, \text{ent}}}{u_{\tau, \text{rec}}} \right). \quad (3.43)$$

As variáveis y_{ent}^+ e η_{ent} são as coordenadas interna e externa da malha na entrada, ou seja, $U_{\text{rec}}(y_{\text{ent}}^+)$ é a velocidade média no plano de reciclagem expressa em coordenadas y^+ do plano de entrada. Como as coordenadas variam do plano de entrada para o plano de

escalonamento, uma interpolação é necessária, sendo as aproximações lineares suficientes. Para a coordenada externa o procedimento se dá da mesma forma.

O escalonamento para a velocidade média vertical é dada como:

$$V_{ent}^{int} = V_{rec} \left(y_{ent}^+ \right) \quad (3.44)$$

e

$$V_{ent}^{ext} = V_{rec} \left(\eta_{ent} \right). \quad (3.45)$$

A velocidade média na direção transversal ao escoamento (z), é assumida como nula e nenhuma correção é necessária.

As flutuações nas regiões interna e externa são decompostas como:

$$\left(u_i' \right)^{int} = u_{\tau} (x) g_i \left(x, y^+, z, t \right) \quad (3.46)$$

e

$$\left(u_i' \right)^{ext} = u_{\tau} (x) h_i \left(x, \eta, z, t \right). \quad (3.47)$$

Assumindo que g_i e h_i são periódicas, as flutuações de velocidades na entrada podem ser correlacionadas com a estação de reciclagem via:

$$\left(u_i' \right)_{ent}^{int} = \gamma \left(u_i' \right)_{rec} \left(y_{int}^+, z, t \right) \quad (3.48)$$

e

$$\left(u_i' \right)_{inlet}^{outer} = \gamma \left(u_i' \right)_{recy} \left(\eta_{inlet}, z, t \right). \quad (3.49)$$

As Eq. (3.41)-(3.45), (3.47) e (3.48) fornecem as velocidades médias e flutuações para ambas as porções, interna e externa, da camada limite. Um perfil composto, que é válido para toda camada limite, pode ser construindo com uma função peso, compactando em uma só equação as duas parcelas:

$$(u_i)_{ent} = \left[(U_i)_{ent}^{int} + (u_i)_{ent}^{int} \right] [1 - W(\eta_{ent})] + \left[(U_i)_{ent}^{ext} + (u_i)_{ent}^{ext} \right] W(\eta_{ent}). \quad (3.50)$$

A função peso $W(\eta)$ é definida como

$$W(\eta) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[\frac{\alpha(\eta - b)}{(1 - 2b)\eta + b} \right] / \tanh(\alpha) \right\}, \quad (3.51)$$

onde $\alpha = 4$ e $b = 0,2$. A função é nula quando $\eta = 0, 0,5$ em $\eta = b$ e assume a unidade em $\eta = 1$. Com as constantes adotadas, os valores de W podem exceder a unidade, sendo necessária à imposição de um limitador para a variável.

O processo de *rescaling* requer os parâmetros de correção u_τ e δ tanto na estação de escalonamento como na entrada. Essas quantidades podem ser obtidas através dos perfis médios na estação de escalonamento, mas devem ser impostos na entrada. Fica claro que, impondo duas quantidades na entrada, u_τ e δ temos excesso de restrições, portanto faz-se necessária uma nova relação, que conecte a entrada com o plano de escalonamento. Uma boa opção é fixar δ na entrada e computar u_τ como:

$$u_{\tau,ent} = u_{\tau,rec} \left(\frac{\theta_{rec}}{\theta_{ent}} \right)^{1/8}, \quad (3.52)$$

onde θ é a espessura de *momentum*.

Pretendendo suavizar o transiente inicial da simulação, uma forma conveniente de computar a média temporal é através de uma função peso que é atenuada com o tempo,

$$U^{n+1} = \frac{\Delta t}{T} \langle u^n \rangle_z + \left(1 - \frac{\Delta t}{T} \right) U^n, \quad (3.53)$$

onde Δt é o passo de tempo, T é a escala de tempo característica utilizada para a média e $\langle \rangle_z$ o operador média espacial na direção z . Um tempo característico $T = 10\delta/U_\infty$ foi utilizado até atingir o tempo total de simulação de $100\delta/U_\infty$, após foi adotado $T = 100\delta/U_\infty$.

O método de Lund et al. (1998) foi utilizado para as simulações com modelos LES e DES, sendo que para modelos LES nenhuma modificação é necessária, visto que o método

foi desenvolvido para essa metodologia. Já para a metodologia DES, há a necessidade de escalonar além das três componentes da velocidade, a variável auxiliar $\tilde{v}$ presente na equação de transporte do modelo.

O escalonamento adotado segue os mesmo padrões adotados para a componente vertical da velocidade:

$$\tilde{v}_{ent}^{int} = \tilde{v}_{rec} \left(y_{ent}^+ \right) \quad (3.54)$$

e

$$\tilde{v}_{ent}^{ext} = \tilde{v}_{rec} \left(\eta_{ent} \right). \quad (3.55)$$

As flutuações de $\tilde{v}$ na entrada podem ser correlacionadas com a $\tilde{v}$ no plano de reciclagem através de:

$$\left(\tilde{v}' \right)_{ent}^{int} = \gamma \left(\tilde{v}' \right)_{rec} \left(y_{int}^+, z, t \right) \quad (3.56)$$

e

$$\left(\tilde{v}' \right)_{ent}^{ext} = \gamma \left(\tilde{v}' \right)_{rec} \left(\eta_{ent}, z, t \right). \quad (3.57)$$

Sendo o perfil composto válido para toda a camada limite dado por:

$$\left(\tilde{v} \right)_{ent} = \left[\left(\tilde{v} \right)_{ent}^{int} + \left(\tilde{v}' \right)_{ent}^{int} \right] \left[1 - W \left(\eta_{ent} \right) \right] + \left[\left(\tilde{v} \right)_{ent}^{ext} + \left(\tilde{v}' \right)_{ent}^{ext} \right] W \left(\eta_{ent} \right), \quad (3.58)$$

com a coordenada η dada pela Eq. (3.51).

O processo de média temporal acontece da mesma forma como feito para as componentes da velocidade, através da Eq. (3.53).

O presente trabalho é pioneiro na utilização desse tipo de geração de condições de contorno com métodos híbridos RANS/LES, sendo os resultados obtidos satisfatórios, com o funcionamento similar ao obtido com metodologia de Grandes Escalas.

CAPÍTULO IV

Metodologia Numérica

Apresentadas as bases matemáticas envolvidas na modelagem de escoamentos turbulentos tridimensionais, descrevem-se, agora, os procedimentos numéricos empregados na solução das equações através do método de volumes finitos. Resumindo, o código computacional utilizado é implícito, de segunda ordem no tempo e espaço, utilizando arranjo co-localizado de variáveis e algoritmo SIMPLEC com interpolação de Rhie-Chow.

A seguir é apresentada a discretização por volumes finitos da equação de transporte para uma variável genérica ϕ , Eq. (4.1), em um volume de controle elementar, Fig. 4.1.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + Q. \quad (4.1)$$

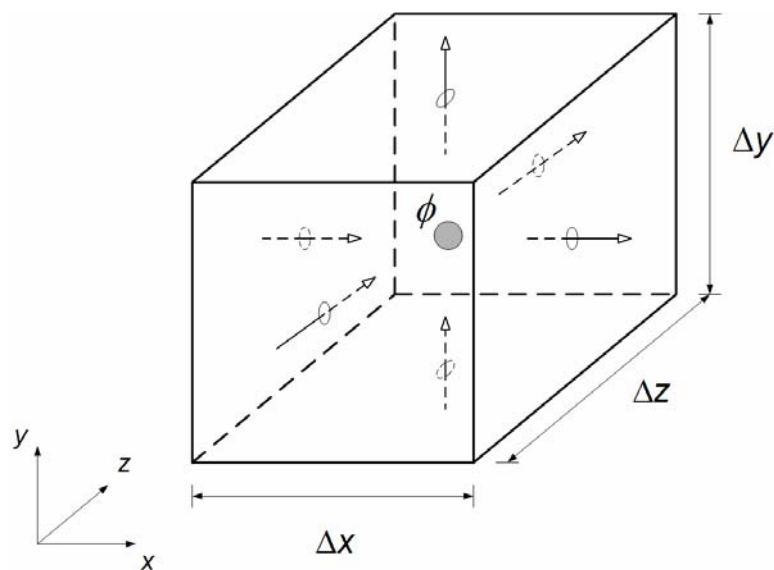


Figura 4.1. Volume de controle elementar.

A integração da Eq. (4.1) no tempo e espaço produz:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3\phi_p^n - 4\phi_p^{n-1} + \phi_p^{n-2}}{2\Delta t} \right) \Delta x \Delta y \Delta z + (\rho_e u_e \phi_e - \rho_w u_w \phi_w)^n \Delta y \Delta z + (\rho_n u_n \phi_n - \rho_s u_s \phi_s)^n \Delta x \Delta z + \\ & (\rho_t u_t \phi_t - \rho_b u_b \phi_b)^n \Delta x \Delta y = \left[\left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \Delta z + \\ & \left[\left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x \Delta z + \left[\left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_t - \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_b \right] \Delta x \Delta y + q_\phi \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (4.2)$$

O primeiro termo do lado esquerdo da Eq. (4.2) representa a discretização do termo transiente pelo esquema *three-time level* (MUZAFERIJA e PERIC, 1997), um esquema implícito de segunda ordem que não acarreta maiores complicações numéricas ou de implementação, com passo de tempo pré-definido.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{3\phi_p - 4\phi_p^{n-1} + \phi_p^{n-2}}{2\Delta t}, \quad O(\Delta t^2) \quad (4.3)$$

As aproximações para os valores do transporte de ϕ em cada uma das faces i do volume elementar da Fig. 4.1, pelos fluxos $F_i = F_{a,i} + F_{d,i} = \rho u_i \phi_i - \Gamma_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i$, têm um papel fundamental na consistência e estabilidade do algoritmo numérico desenvolvido. Os índices e (east), w (west), n (north), s (south), t (top), b (bottom) denotam as faces compartilhadas pelos volumes vizinhos (cujos centróides recebem índices maiúsculos) com o volume elementar central P. O termo $F_{a,i} = \rho u_i \phi$ representa a parcela advectiva e o termo $F_{d,i} = -\Gamma_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i$, a parcela difusiva do fluxo da propriedade ϕ que atravessa a face do volume elementar.

As interpolações das derivadas de primeira ordem são aproximadas por diferenças centradas, porém o valor de ϕ nas faces requer uma análise mais detalhada, pois tratando-se do transporte de quantidade de movimento, origina termos não lineares responsáveis pela dificuldade matemática em resolver as equações de Navier-Stokes.

Esquemas de baixa ordem, em geral, injetam uma forte difusão numérica na solução numérica, estabilizando-a, mas podem gerar resultados sem consistência física. Já esquemas de alta ordem, principalmente os de diferença centrada, são conhecidos por gerar menor difusão, mas podem produzir oscilações numéricas, além de utilizarem um estêncil

maior (MARCHI, 1993). Esquemas que procuram mesclar as qualidades de esquemas de baixa e alta ordem são uma alternativa inteligente de se obter uma aproximação precisa e livre de oscilações numéricas.

O presente trabalho adota a estratégia conhecida como correção atrasada (*deferred-correction*) (FERZIGER e PERIC, 2002), que interpola o fluxo advectivo em uma face qualquer i , no instante de tempo n como:

$$(F_{a,i})^n = (F_{a,i}^L)^n + \lambda (F_{a,i}^H - F_{a,i}^L)^{n-1}, \quad (4.4)$$

onde os índices L e H significam termos de baixa e alta ordem respectivamente, e o coeficiente λ permite uma combinação entre os termos. Na convergência os termos de baixa ordem se anulam, restando o termo de alta ordem $F_{a,i}^H$. A aproximação de baixa ordem empregada é o esquema *up-wind* e, para a componente de alta ordem de diferenças centradas.

Os termos no instante de tempo anterior, denotados pelo índice $n-1$ são adicionados ao termo fonte, de forma que na convergência, os termos de baixa ordem se cancelam, restando apenas o termo de alta ordem quando $\lambda = 1$. Com esse esquema, é possível ter uma aproximação de segunda ordem com as facilidades numéricas de um esquema de primeira ordem.

Com as aproximações acima descritas, a equação de balanço de quantidade de movimento apresentada no capítulo anterior pode ser integrada no tempo e espaço, resultando:

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_T \phi_T + A_B \phi_B + B, \quad (4.5)$$

onde:

$$A_I = \max(-Flux_i, 0) + Diff \quad I = E, N, T \quad i = e, n, t \quad (4.6)$$

$$A_I = \max(Flux_i, 0) + Diff \quad I = W, S, B \quad i = w, s, b \quad (4.7)$$

$$Flux_i = \rho_i u_i S_i \quad i = e, w, n, s, t, b \quad (4.8)$$

$$Diff_i = \frac{\mu_{ef,i} S_i}{\delta_i} \quad i = e, w, n, s, t, b \quad (4.9)$$

$$A_p = \sum_l A_l + B_p \Delta V \quad l = E, W, N, S, T, B \quad (4.10)$$

$$B = q_\phi \Delta V, \quad (4.11)$$

sendo: S_i a área transversal ao escoamento da face do volume de controle, $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$, δ_i é a distância entre os centróides adjacentes a face i e B_p contém todas as componentes do termo fonte. Os índices maiúsculos se referem aos centróides dos volumes elementares. Os termos que compõem os coeficientes A_l foram calculados com base nos valores obtidos no instante de tempo anterior ($n-1$). O gradiente de pressão está incluído no termo fonte q_ϕ e é calculado por diferenças centradas tomando como referência o nó central P . A equação (4.5) aplicada a todos os volumes do domínio juntamente com as condições de contorno origina um sistema linear que ao ser resolvido fornecerá valores atualizados para a variável ϕ .

Formadas por 4 incógnitas (u , w , v e p), as equações de Navier-Stokes não apresentam uma equação de transporte para a pressão, sendo necessário adotar alguma tática de fechamento do sistema de equações de forma a englobar as três componentes de velocidade juntamente com a pressão. No presente trabalho isso é feito através do algoritmo SIMPLEC descrito na próxima seção, sendo este método um preditor-corretor, ou seja, o método se baseia em uma velocidade estimada que é corrigida pela pressão de forma a satisfazer a continuidade.

4.1 O Algoritmo SIMPLEC

O algoritmo SIMPLEC aqui utilizado foi proposto por van Doormal e Raithby (1984) e será exposto através da Eq. (4.5) reescrita para o transporte de uma componente U_i^* da velocidade estimada, separando-se o gradiente de pressão do termo fonte B :

$$A_p U_{i,P}^* - \sum_l A_l U_{i,l}^* = B^{n-1} - \nabla P_{i,P}^* \Delta V, \quad (4.12)$$

onde o índice I representa todos os vizinhos ao nó central P , o sobrescrito $n-1$ denota a variável conhecida no instante de tempo anterior. O subscrito P no gradiente de pressão indica que o mesmo foi calculado com relação a esse nó. O índice $*$ indica que se trata de uma aproximação, pois ainda não se sabe o valor do campo de pressão (no instante n) que satisfaça a conservação da massa. Entretanto, se o campo correto de velocidade fosse imposto, a equação assumiria a forma:

$$A_P U_{i,P} - \sum_I A_I U_{i,I} = B^{n-1} - \nabla P_{i,P} \Delta V. \quad (4.13)$$

Subtraindo-se a Eq. (4.12) de (4.13), tem-se:

$$A_P U'_{i,P} - \sum_I A_I U'_{i,I} = -\nabla P'_{i,P} \Delta V, \quad (4.14)$$

onde $U' = U - U^*$ e $P' = P - P^*$ são as correções necessárias a serem aplicadas às variáveis estimadas.

No método SIMPLEC as correções das velocidades vizinhas ao ponto P são substituídas por uma média ponderada dos valores das correções nos termos vizinhos, da forma:

$$U'_{i,P} = \frac{\sum_I A_I U'_{i,I}}{\sum_I A_I}, \quad (4.15)$$

que inserido na Eq. (4.14) pode fornecer:

$$U_{i,P} = U_{i,P}^* - d_P^{U_i} \nabla P'_{i,P}, \quad (4.16)$$

sendo:

$$d_P^{U_i} = \frac{\Delta V}{A_P - \sum_I A_I}. \quad (4.17)$$

A equação (4.16) permite efetuar as correções nos campos de velocidade uma vez conhecido o campo de correção de pressão P' , cuja equação discretizada é obtida aplicando as condições de conservação da massa às componentes de $U_{i,P}$, resultando em:

$$A_P P'_P = A_E P'_E + A_W P'_W + A_N P'_N + A_S P'_S + A_T P'_T + A_B P'_B + B \quad (4.18)$$

onde:

$$A_P = \sum A_I, \quad (4.19)$$

$$A_I = \frac{\rho d_I^{U_i} S_{i_l}}{\delta_i}, \quad I = E, W, N, S, T, B \quad i = e, w, n, s, t, b \quad (4.20)$$

$$B = \nabla \cdot \mathbf{u}_i^*, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4.21)$$

onde δ_i é a distância, no sentido de i , entre o centróide do volume central P e o do seu vizinho I e o termo fonte B o divergente do campo estimado de velocidades.

O uso de malhas co-localizadas tende a provocar oscilações numéricas no campo de velocidades, devidas aos campos de pressão do tipo *checkerboard* (PATANKAR, 1980). As equações de balanço de quantidade de movimento são basicamente as mesmas para arranjos co-localizados e deslocados. Entretanto, para o arranjo co-localizado, as velocidades que são necessárias nas faces devem ser interpoladas a partir do centro do volume de controle. A função de interpolação mais usada é a interpolação de Rhie-Chow (RHIE e CHOW, 1983) e foi adotada no presente trabalho com sucesso.

Rearranjando a Eq. (4.12):

$$A_P U_{i,P}^* + \nabla P_{i,P}^* \Delta V_P = B_P^{n-1} + \left(\sum_I A_I U_{i,I}^* \right)_P. \quad (4.22)$$

Aplicando-se a mesma equação para o ponto nodal E , tem-se:

$$A_E U_{i,E}^* + \nabla P_{i,E}^* \Delta V_E = B_E^{n-1} + \left(\sum_I A_I U_{i,I}^* \right)_E \quad (4.23)$$

E para uma face e entre os pontos nodais P e E :

$$A_e U_{i,e}^* + \nabla P_{i,e}^* \Delta V_e = B_e^{n-1} + \left(\sum_I A_I U_{i,I}^* \right)_e \quad (4.24)$$

Considerando-se que o lado esquerdo da Eq. (4.24) pode ser aproximada, na interface e , por uma interpolação linear (termos representados por uma barra superior) a partir das Eqs. (4.22) e (4.23), segue-se que:

$$A_e U_{i,e}^* + \nabla P_{i,e}^* \Delta V_e = \overline{B_e^{n-1} + \left(\sum_l A_l U_{i,l}^* \right)_e} = \overline{A_e U_{i,e}^*} + \overline{\nabla P_{i,e}^*} \Delta V_e. \quad (4.25)$$

Rearranjando-se a equação acima e assumindo que $A_e \approx \overline{A_e}$:

$$U_{i,e} = \overline{U_{i,e}^*} - \overline{d_e^{U_i}} \left(\overline{\nabla P_{i,e}^*} - \nabla P_{i,e}^* \right), \quad (4.26)$$

onde:

$$\overline{U_{i,e}^*} = \alpha U_{i,P}^* + (1-\alpha) U_{i,E}^* \quad (4.27)$$

$$\overline{\nabla P_{i,e}^*} = \alpha \nabla P_{i,P}^* + (1-\alpha) \nabla P_{i,E}^* \quad (4.28)$$

$$\nabla P_{i,e}^* = \frac{p_E - p_P}{\delta x_e} \quad (4.29)$$

$$\nabla P_{i,P}^* = \frac{p_W - p_P}{\delta x_e + \delta x_w} \quad (4.30)$$

$$\nabla P_{i,E}^* = \frac{p_{EE} - p_P}{\delta x_{ee} + \delta x_e} \quad (4.31)$$

$$\overline{d_e^{U_i}} = \alpha d_p^{U_i} + (1-\alpha) d_E^{U_i}. \quad (4.32)$$

Percebe-se claramente que α é um coeficiente de interpolação e costuma se baseado na distância entre os pontos nodais envolvidos. Alguns autores preferem um valor de $\alpha = 0,5$ para a interpolação da pressão e um valor ponderado pela distância para as velocidades. No presente trabalho foi adotada a interpolação ponderada para todas as variáveis.

Agora as velocidades nas faces do volume dependem da pressão nos nós adjacentes, exatamente como no caso de malhas deslocadas, permitindo que o mesmo tipo de acoplamento pressão-velocidade seja usado.

A discretização da equação de transporte do modelo de Spalart-Allmaras segue rigorosamente os mesmos padrões utilizados na discretização das equações de quantidade de movimento descritas acima. Foi utilizada uma aproximação de segunda ordem implícita para o termo temporal do tipo *three-time-level*, diferenças centradas para os termos difusivo e advectivo com aplicação do método *deferred-correction* para o mesmo. Especial atenção deve ser dada aos termos de produção e destruição, que por apresentarem muitas constantes e correções em função da distância parietal podem gerar algum tipo de erro durante a implementação.

Os sistemas de equações gerados pelas discretizações são resolvidos utilizando dois *solvers* distintos. As equações de *momentum* assim como o sistema linear proveniente da discretização do modelo de Spalart-Allmaras são resolvidas utilizando o SOR (*Successive Over Relaxation*), enquanto a equação de correção da pressão é resolvida com o SIP (*Strong Implicit Procedure*). Esses dois métodos foram escolhidos dentre diversos *solvers* implementados e testados, convergindo para a melhor combinação resultando nos menores tempos de processamento serial e paralelo. Dentre os *solvers* testados estão o MSI (*Modified Strongly Implicit Procedure*), Gradiente Conjugado Pré-Condicionado e Gradiente Bi-Conjugado.

Apesar de não ser o foco do trabalho, todas as implementações foram feitas de forma a permitir sua utilização com processamento paralelo. A biblioteca de paralelização utilizada é a MPICH, juntamente com o compilador Intel Fortran Compiler. O método de paralelização é unidimensional, sendo trocadas informações entre planos perpendiculares à direção longitudinal do escoamento.

CAPÍTULO V

Resultados e Discussão

As metodologias de modelagem da turbulência e geração de condições de contorno são testadas e comparadas no presente capítulo através da análise do escoamento sobre o degrau, a um número de Reynolds igual a 5000.

O algoritmo numérico desenvolvido já foi validado em conjunto com o trabalho de Campregher (2005), para o escoamento em uma cavidade fechada, cavidade aberta, degrau e escoamento em torno de uma esfera.

O caso em questão, o escoamento sobre o degrau, é largamente difundido como teste para novos códigos de dinâmica dos fluidos e, apesar da geometria simples, é capaz de gerar um escoamento muito complexo. Parcelas parietais de escoamento, descolamento, recolamento e iteração entre essas estão presentes, testando com rigor os modelos utilizados.

Três combinações de escoamentos sobre o degrau são observadas na prática:

- Escoamento laminar no descolamento e laminar no recolamento;
- Escoamento laminar no descolamento e turbulento no recolamento;
- Escoamento turbulento no descolamento e turbulento no recolamento.

Na presente dissertação, interessa-se pela última configuração, visto que é mais aplicável do ponto de vista de engenharia, mais exigente aos modelos empregados e, de certa forma, não muito documentada de forma clara e objetiva pela comunidade científica, principalmente no que tange a influência das condições de contorno de entrada.

Os dados aqui utilizados como referência serão os dados experimentais de Jovic e Driver (1994), que através de ensaios em túnel de vento e velocimetria *laser Doppler* caracterizaram o escoamento para o Reynolds em questão. Os dados foram originalmente

gerados para validar a simulação numérica direta de Le, Moin e Kim (1997), que também servirão de base de comparação para resultados obtidos no presente trabalho.

Os experimentos foram conduzidos em um túnel de vento com uma seção com expansão simétrica (Fig. 5.1).

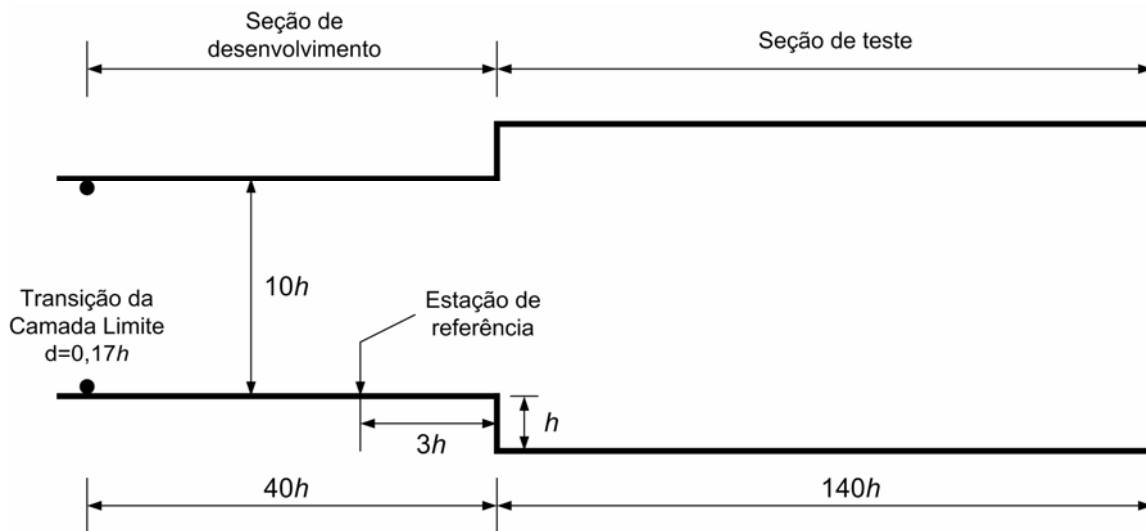


Figura 5.1. Vista esquemática das seções de desenvolvimento e teste do túnel de vento (o desenho não está em escala).

As condições de entrada são bem controladas e a intensidade da turbulência não passa de 1% na corrente livre. Apesar de bem controlada, a condição de entrada é uma camada limite turbulenta e por definição apresenta flutuações de velocidade nas três componentes. Um fio de diâmetro $0,17h$ foi utilizado para forçar a transição da camada limite, que chega às proximidades do degrau com uma espessura de $1,15h$. Os valores integrais da camada limite turbulenta de entrada em uma estação $3h$ a montante do degrau são apresentados na Tab. 5.1.

Tabela 5.1. Parâmetros integrais e coeficiente de atrito para a camada limite de entrada.

δ	θ	H	C_f
$1,15h$	$0,12h$	1,45	0,0049

O valor da espessura de *momentum* remete a um $Re_\theta = 610$, quantidade essa muito útil na comparação com outros resultados. Tendo em vista que em escoamentos sobre

degraus onde a espessura da camada limite de entrada é da mesma ordem de grandeza da altura do degrau, a condição e propriedades da camada limite tornam-se fatores determinantes no comportamento de todo o escoamento.

O alongamento do túnel (W / h) é 31, ver Fig. 5.2, sendo muito maior que a mínima razão indicada por Brederode and Bradshaw (1972), assegurando que os efeitos das paredes laterais podem ser desprezados. As medidas de pressão foram realizadas com um transdutor e as velocidades médias e flutuações com *laser Doppler*, com incerteza de $\pm 2\%$ para as velocidades médias e $\pm 15\%$ para as flutuações. O comprimento de recolamento foi medido através de visualização com óleo e através da determinação do ponto de coeficiente de atrito nulo, sendo os resultados equivalentes e iguais a $X_R / h = 6 \pm 0,15$.

A seguir, é descrita a forma de análise e comparação entre os casos computados com diferentes metodologias de modelagem da turbulência, bem como definição da nomenclatura utilizada no decorrer do capítulo.

5.1 Metodologia de análise dos resultados

A análise dos resultados obtidos é feita através de dados qualitativos como: visualização de campos de velocidade, viscosidade, coeficiente de pressão e módulo da vorticidade; e de forma quantitativa através do comprimento de recolamento, coeficiente de pressão, perfis de velocidade média, flutuações de velocidade e tensor de Reynolds.

As diferentes metodologias utilizadas são nomeadas de acordo com a tabela a seguir.

Tabela 5.2. Nomenclatura dos casos analisados.

CASO	Descrição
LES	Metodologia de Grandes Escalas (LES) aplicando o modelo de Smagorinsky ($C_s = 0,1$).
LESVD	Metodologia de Grandes Escalas (LES) , modelo de Smagorinsky ($C_s = 0,1$) com adição da função de amortecimento de Van Driest.
SA	Metodologia de Equações Médias de Reynolds (URANS ou RANS), utilizando o modelo de Spalart-Allmaras.
DES	Metodologia híbrida, utilizando o modelo de Spalart-Allmaras modificado para atuar como URANS junto às paredes e LES no restante do domínio.

Resultados de simulações sem o emprego de modelagem da turbulência também foram analisadas e encontram-se publicadas em: Spode et al. (2004), Campregher (2004) e Spode et al. (2005). A necessidade de utilização da modelagem da turbulência se mostra clara, mesmo em malhas refinadas como as apresentadas no decorrer desse capítulo e serão suprimidas do texto.

Os resultados serão apresentados inicialmente para condições de contorno de entrada constantes. Posteriormente, condições de entrada variáveis são aplicadas demonstrando a importância de condição de contorno na análise do escoamento no degrau.

5.2 Descrição do domínio, condições de contorno e avanço temporal

O domínio e a malha empregados nos diferentes casos são idênticos, deixando as metodologias e modelos em igualdade de condições para descrever o escoamento. O domínio é apresentado na Fig. 5.2.

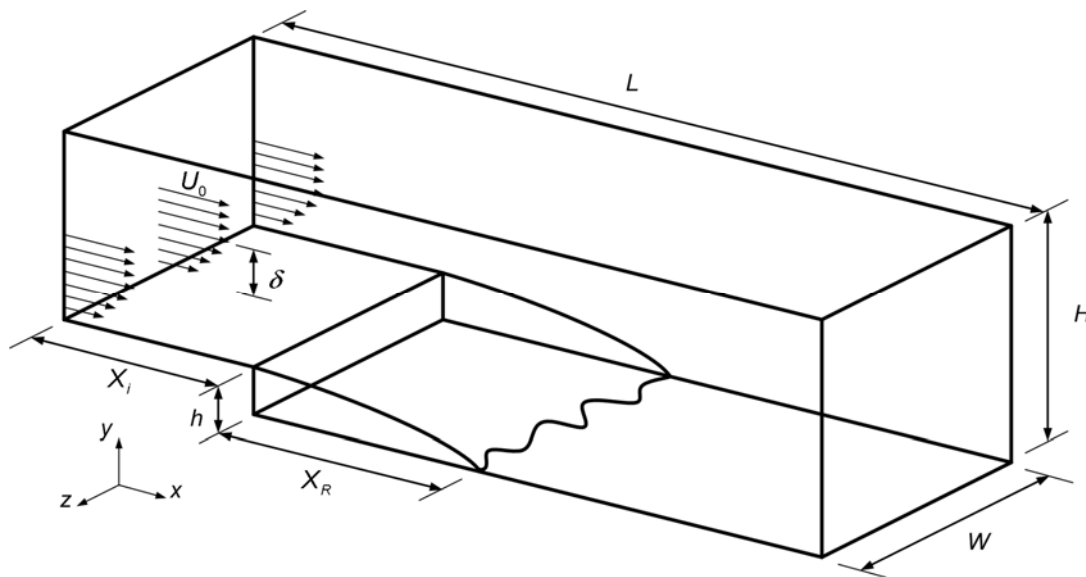


Figura 5.2. Domínio utilizado nas simulações.

Baseado em estudos de outros autores e parâmetros experimentais, a escolha do tamanho do domínio é a primeira incógnita na simulação do escoamento sobre o degrau. Depois de trabalhar com diversas configurações, estabeleceu-se uma, com dimensões reduzidas de forma a simular corretamente o problema físico, sem influenciar, através da proximidade das condições de contorno, o escoamento. Classicamente, a dimensão W , Fig.

5.2, tem seu valor mínimo de $4h$, e este é o adotado no presente trabalho. A altura H foi escolhida em função do arranjo experimental, visto que para $H=6$ temos a fronteira superior do domínio coincidindo com a linha de simetria da expansão, facilitando com isso a imposição das condições de contorno. Além disso, uma altura de $5h$ mostrou-se suficiente para simular a camada limite de entrada.

A escolha mais delicada reside no comprimento necessário após o degrau. Uma certa extensão mínima é necessária para a formação da zona de recirculação e o posterior recolamento com o início do desenvolvimento de uma nova camada limite. Muitos autores defendem o uso de um comprimento bastante longo, da ordem de $30h$, como utilizado por Silveira Neto et al. (1993) evitando assim que ocorram efeitos elípticos da condição de contorno imposta na saída do domínio. Outros autores optam por domínios mais curtos, priorizando assim o refino de malha, como no caso de Delcayre e Lesieur (1997), que utilizaram um comprimento pós-degrau de $15h$. Na presente dissertação optou-se por utilizar um comprimento pós-degrau igual a $20h$, uma solução intermediária sem efeito elíptico da condição de saída e com bom refinamento de malha.

A seção de entrada constitui outra importante incógnita, negligenciada por muitos. No presente trabalho adotou-se $X_i = 3h$ baseado nos dados experimentais existentes. Nessa estação são fornecidos os perfis médios de velocidade, flutuações e tensor de Reynolds, resultando em uma boa descrição da condição da camada limite de entrada. Como veremos nas seções seguintes, a condição de entrada no escoamento sobre o degrau é um fator crucial na determinação do comprimento de recolamento, sendo dada especial atenção a esse quesito.

Diversas configurações e níveis de refinamento de malha foram testados ao longo do trabalho, sendo aqui exposta a que apresentou os melhores resultados, ver Fig. 5.3.

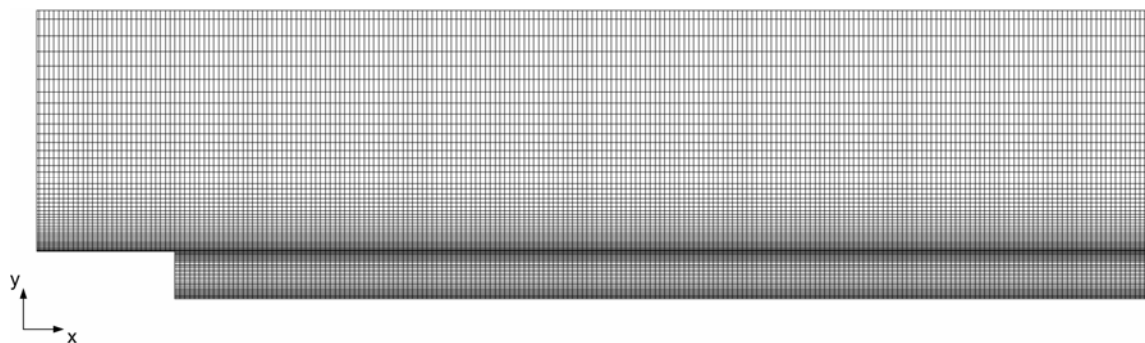


Figura 5.3. Vista frontal da malha empregada.

Percebe-se um grande refinamento junto às paredes, buscando uma boa descrição da camada limite nessas regiões. Não há refinamento nas direções x e z como se nota na Fig. 5.4. Na direção x , muitos autores priorizam o refinamento junto ao degrau, porém, tendo em vista que o número de volumes nessa direção já é grande, optou-se por uma distribuição uniforme. Os dados da malha encontram-se na Tab. 5.3.

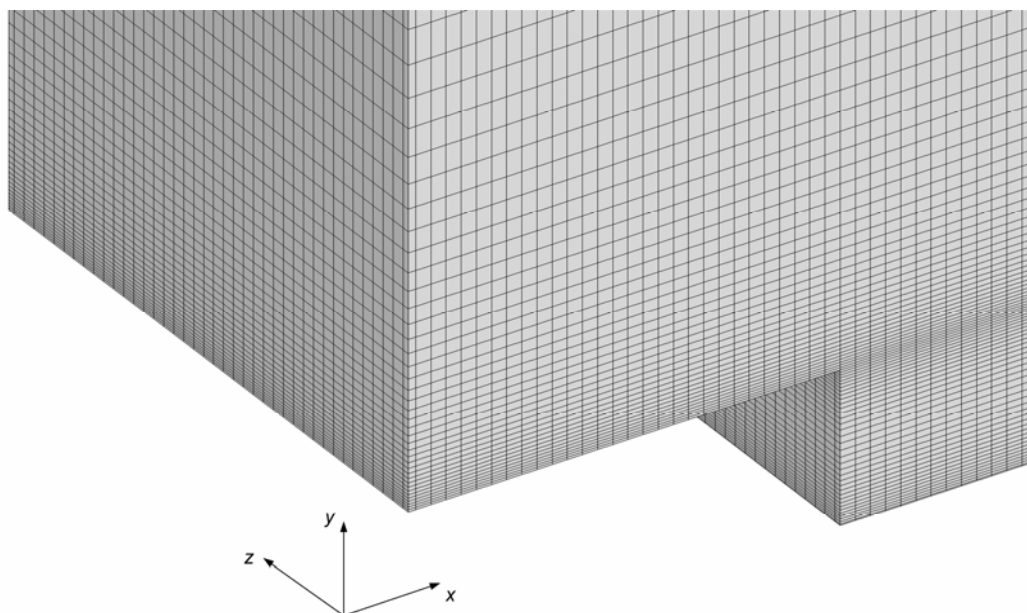


Figura 5.4. Detalhe da malha empregada.

Tabela 5.3. Dados da malha.

Dimensão	Nº de volumes	
$x \rightarrow L = 23h$	230	$\Delta x^+ \approx 24$
$y \rightarrow H = 6h$	81	$\Delta y_{\max}^+ \approx 83, \Delta y_{\min}^+ \approx 3,7$
$z \rightarrow W = 4h$	40	$\Delta z^+ \approx 24$

Observando os dados da Tab. 5.3, constata-se que o domínio foi discretizado em 745.200 volumes, sendo este total menos de um décimo do número de pontos utilizados na simulação numérica direta de Le, Moin e Kim. (1997). Os valores Δx^+ , Δy^+ e Δz^+ se referem às dimensões dos volumes adimensionalizados pela velocidade de cisalhamento da camada limite na entrada do domínio.

Na direção y , 81 volumes foram utilizados na discretização, dos quais 36 estão na região abaixo do degrau e 45 na região superior ao degrau, fazendo a descrição da camada

limite de entrada. O grande refinamento se deve à necessidade de descrever a camada limite de entrada com acurácia, visto que, com malhas mais grosseiras se perderiam propriedades importantes, como o coeficiente de atrito e a espessura de *momentum*.

Na direção z , 40 volumes foram suficientes para a descrição tridimensional do escoamento, não se obtendo reais vantagens nas estatísticas de segunda ordem ao refinar a malha nessa direção.

Cabe ressaltar, que estudos com malhas bastante refinadas, com 2,4 milhões de volumes foram realizados e os resultados encontram-se documentados em Spode, Campregher e Silveira Neto (2005). O que se verifica é a independência de malha, sendo mais interessante investir em melhoraria da qualidade das condições do contorno de entrada em detrimento de refinamento da malha.

As condições de contorno aplicadas ao domínio são de fluxo nulo na face superior,

$$v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0. \quad (5.1)$$

Na direção z o escoamento é assumido como homogêneo e a periodicidade é aplicada e na face inferior e sobre o degrau é assumida condição de não deslizamento.

Na face leste do domínio, à saída, aplica-se a condição de derivada nula da componente u da velocidade e anula-se as componentes v e w :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad v = w = 0. \quad (5.2)$$

Um perfil de velocidade prescrito é aplicado na entrada do domínio, obtido dos dados de Jovic e Driver (1994), ver Fig. 5.5. Supõe-se que a velocidade média segue a lei *log*, apresentando as características integrais já descritas na Tab. 5.1. O método de interpolação entre os pontos experimentais disponíveis e os da malha gerada é a *spline*, garantindo que o perfil de velocidade imposto seja muito próximo do experimental. Esse tipo de cuidado, ao impor um perfil de entrada fiel, garante que os resultados não serão susceptíveis a erros provenientes da prescrição das condições de contorno de velocidade média.

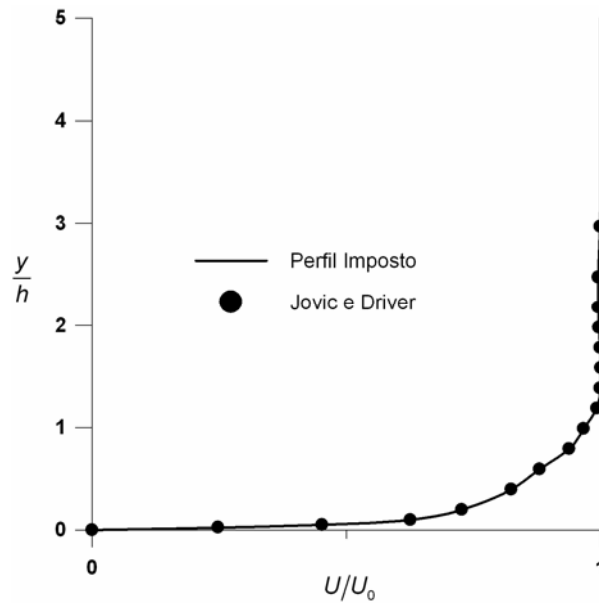


Figura 5.5. Perfil médio de velocidade aplicado na entrada do domínio.

Nos casos SA e DES, onde a variável $\tilde{\nu}$ deve ter seu valor imposto nas fronteiras, optou-se por um perfil constante e igual a $0,01 \mu/\rho$ na entrada. Esse tipo de opção mostrou-se eficiente, apesar de não muito realista, pois a camada limite de entrada não tem uma distribuição uniforme de $\tilde{\nu}$, porém, devido aos termos de produção, rapidamente a equação de transporte tem um campo de $\tilde{\nu}$ estabelecido. Nas paredes $\tilde{\nu}$ foi assumido como nulo. A condição de derivada nula na direção x foi aplicada à saída do domínio, periodicidade na direção z , e condição de derivada nula na direção y na face superior,

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial y} = 0. \quad (5.3)$$

O campo inicial utilizado em todas as simulações é o proveniente de uma simulação bidimensional utilizando-se o modelo de Spalart-Allmaras, onde se obtém um campo praticamente permanente, Fig. 5.6. Esse campo é aplicado em todo o domínio tridimensional, podendo com isso se acompanhar a formação das primeiras instabilidades e a posterior transição. Além de interessante do ponto de vista da transição, esse tipo de procedimento ajuda o código a evoluir mais rápido para um estado de regime estatisticamente estabelecido, visto que desde o início da simulação tem-se um campo que obedece a conservação da massa, evitando que os algoritmos de solução da velocidade e pressão gastem muitas iterações no início da simulação.

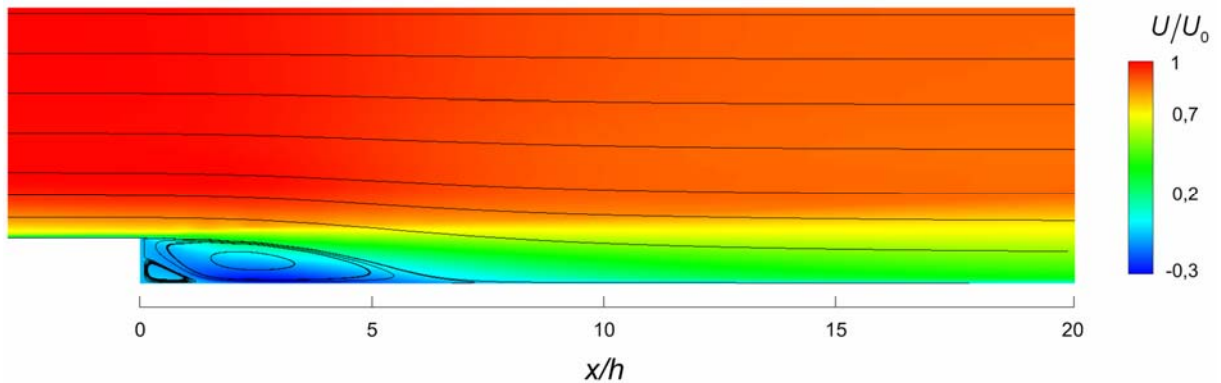


Figura 5.6. Campo de velocidade inicial utilizado nas simulações.

O avanço temporal é constante e o $\Delta t = 0,01h/U_0$, assegurando que:

$$CFL = \frac{U_0}{\frac{\min(\Delta x, \Delta y, \Delta z)}{\Delta t}} \approx 0,6. \quad (5.4)$$

Apesar do código ser implícito, parte dos termos viscosos e dos termos advectivos são tratados de forma explícita, sendo coerente utilizar passos de tempo moderados. Além disso, por razões físicas necessita-se de um Δt suficientemente pequeno para uma boa amostragem.

O tempo total de simulação é $T_{total} = 2500h/U_0$, sendo que, os primeiros $500h/U_0$ são descartados das estatísticas, eliminando assim qualquer resquício das condições iniciais impostas. A amostragem é feita a cada $0,1h/U_0$, totalizando 20.000 amostras para as variáveis u , v , w , p e μ_{ef} .

Sondas numéricas são dispostas em quatro estações de interesse, em $x/h = 4$, $x/h = 6$, $x/h = 10$ e $x/h = 19$, considerando a coordenada x iniciando no degrau. Essas estações estão em posições antes do recolamento, sobre o recolamento, depois do recolamento e afastada do recolamento respectivamente, adquirindo sinais de velocidade, pressão e viscosidade que são processados e comparados com os dados experimentais.

Além das sondas utilizadas no levantamento de perfis, existem outras utilizadas para avaliar o coeficiente de pressão e comprimento de recolamento. Essas são dispostas em uma linha no centro do domínio, estendendo-se ao longo da coordenada x , conforme a Fig. 5.7.

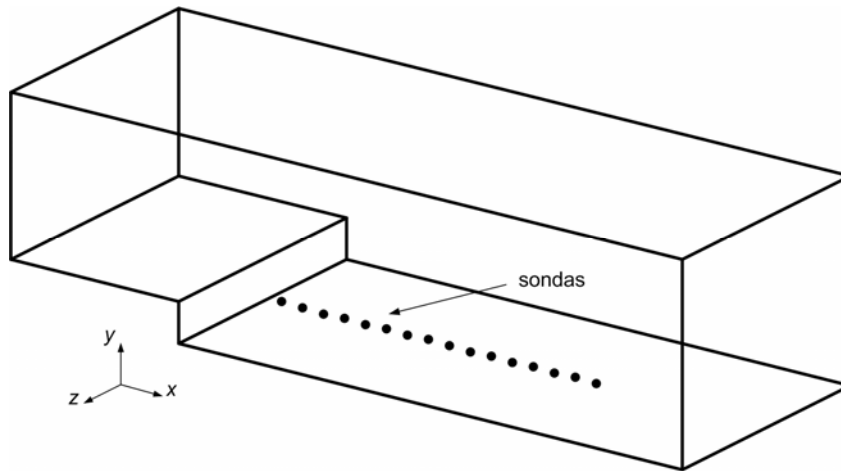


Figura 5.7. Sondas para determinação do C_p e X_R .

5.3 Resultados topológicos

A presença de estruturas coerentes no escoamento sobre o degrau foi objeto de amplo estudo de Silveira Neto et al (1993). O comportamento semelhante a uma camada de mistura foi evidenciado, com a existência de instabilidade de Kelvin-Helmholtz e vórtices longitudinais contrarotativos. Delcayre e Lesieur (1997) também conseguiram através de simulação de grandes escalas e modelo de função estrutura de velocidade evidenciar estruturas coerentes no escoamento sobre o degrau para um número de Reynolds igual a 5.000. Entretanto, a existência de estruturas coerentes em escoamentos altamente turbulentos sobre o degrau é objeto de discussão, sendo defendido por muitos autores que, em um escoamento em que a camada limite de entrada é turbulenta, estruturas coerentes não são facilmente identificáveis, ou ocorrem apenas em um breve período de transição.

Roos e Kegelman (1986), em seus experimentos com escoamentos sobre o degrau, evidenciam instabilidades de Kelvin-Helmholtz para escoamento laminar, porém em condições de camada limite turbulenta na entrada não se observa coerência nas estruturas turbilhonares formadas. Existe uma camada de mistura definida, mas devido aos fortes efeitos tridimensionais, as estruturas coerentes não são identificáveis. O que se observa é uma variação temporal do ponto de recolamento de acordo com a formação e transporte das estruturas formadas na camada cisalhante.

Essa movimentação do ponto de recolamento se dá a uma frequência baixa, como documentados por Eaton e Johnston (1981-a) e Driver, Seegmiller e Marvin (1987). Estudos

detalhados que ajudam a distinguir essa movimentação de flutuações causadas pela turbulência do escoamento são importantes na caracterização do fenômeno. A movimentação do ponto de recolamento é atribuída ao movimento vertical oscilatório de baixa frequência da camada cisalhante, denominado de *flapping*, fazendo com que o ponto de recolamento oscile com uma amplitude de até $2h$. Esse movimento da camada de cisalhamento pode ser fortemente influenciado pela condição de entrada de modo que, quando turbulenta é intensificado, diminuindo o comprimento de recolamento médio.

Devido a esses efeitos de baixa frequência, deve-se ter cuidado com a amostragem utilizada, tanto em experimentos em laboratório, como em experimentos numéricos, optando-se por longas amostragens, garantindo convergências das estatísticas.

Campos de velocidade instantânea u são apresentados na Fig. 5.8 para as metodologias de modelagem aplicadas em um plano x - y central na coordenada $z=W/2$. Percebe-se a descrição transiente obtida com as metodologias LES, LESVD e DES, com a formação de estruturas características de uma camada cisalhante turbulenta que incide sobre a parede inferior do domínio. Para o modelo SA, há ausência de estruturas, tendo o resultado um aspecto característico de campo médio.

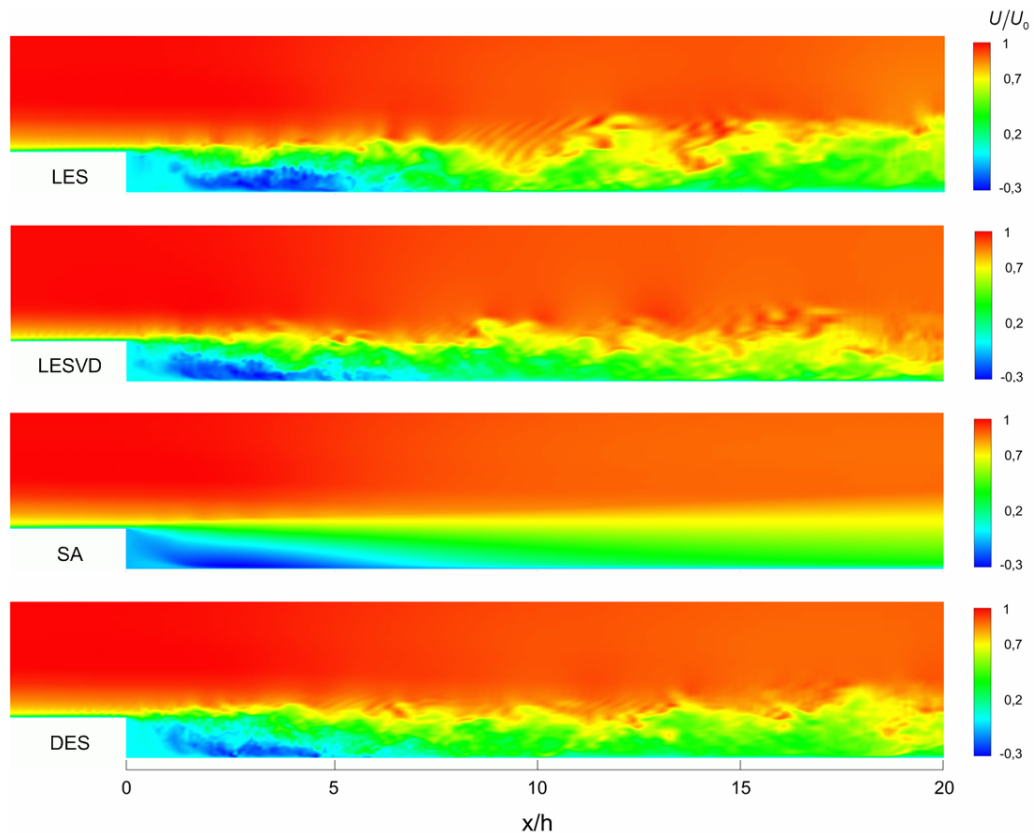


Figura 5.8. Campos de velocidade instantânea u , $z = W/2$ e $t = 2000h/U_0$.

A formação e transporte de estruturas turbilhonares são observados nas metodologias LES, LESVD e DES. Algumas diferenças são observadas quanto ao comprimento de recolamento, que, apesar de instantâneo, é maior para o caso LES em relação aos casos LESVD e DES, ver Fig. 5.8. O comprimento de recolamento instantâneo pode ser visto pela mudança de sinal de u/U_0 , conforme indicado pela escala no lado direito da Fig. 5.8.

A intensa atividade no interior da recirculação principal induz oscilações na camada cisalhante, que tem seu ponto de colisão com a face inferior do domínio modificado, provocando alterações do ponto de recolamento ao longo do tempo. O *flapping*, bem como a variação do comprimento de recolamento são identificados na Fig. 5.9, onde os resultados para a velocidade instantânea u são apresentados no caso DES.

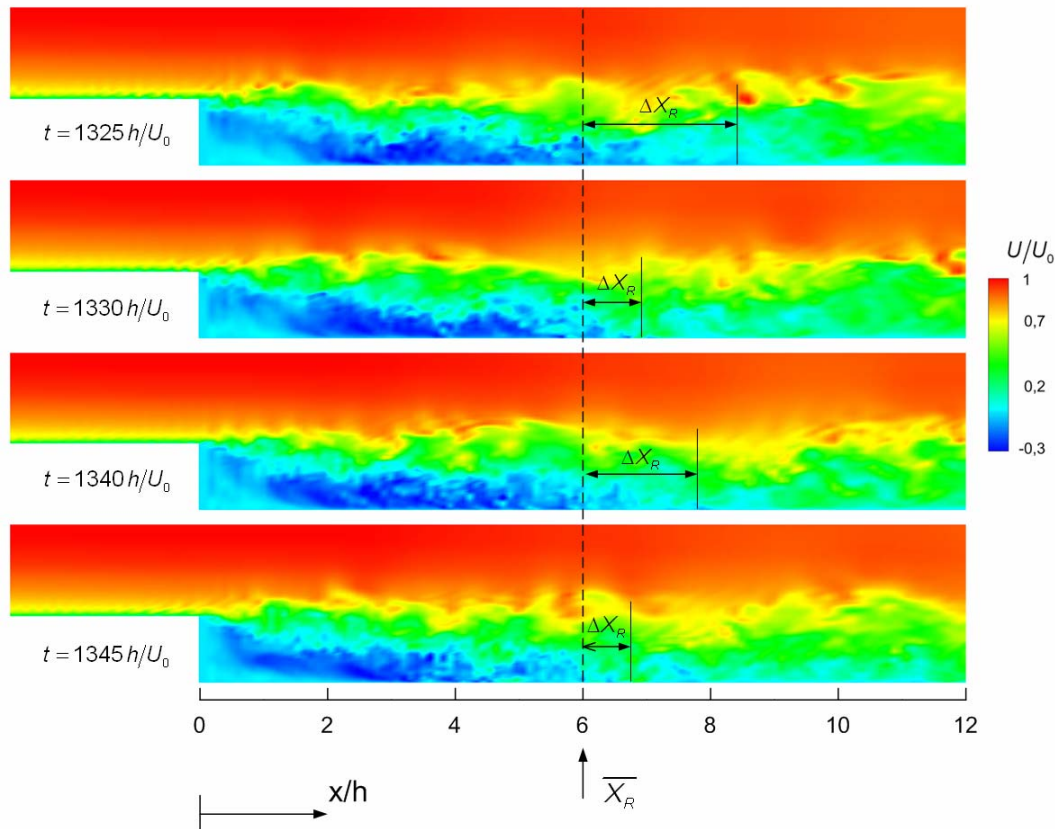


Figura 5.9. Movimentação do ponto de recolamento, plano x - y , $z = W/2$ - DES.

Esse comportamento oscilatório do ponto de recolamento torna-se bastante intenso conforme pode aumentar se o número de Reynolds for aumentado. Além de variar na coordenada x , o ponto de recolamento não é uma grandeza unidimensional, com variações na terceira dimensão inerentes a escoamentos turbulentos. A não homogeneidade do ponto

de recolamento na coordenada z é observada para os casos LES, LESVD e DES, mas não para o caso SA, onde variações tridimensionais são suprimidas (Fig. 5.10 à Fig. 5.13).

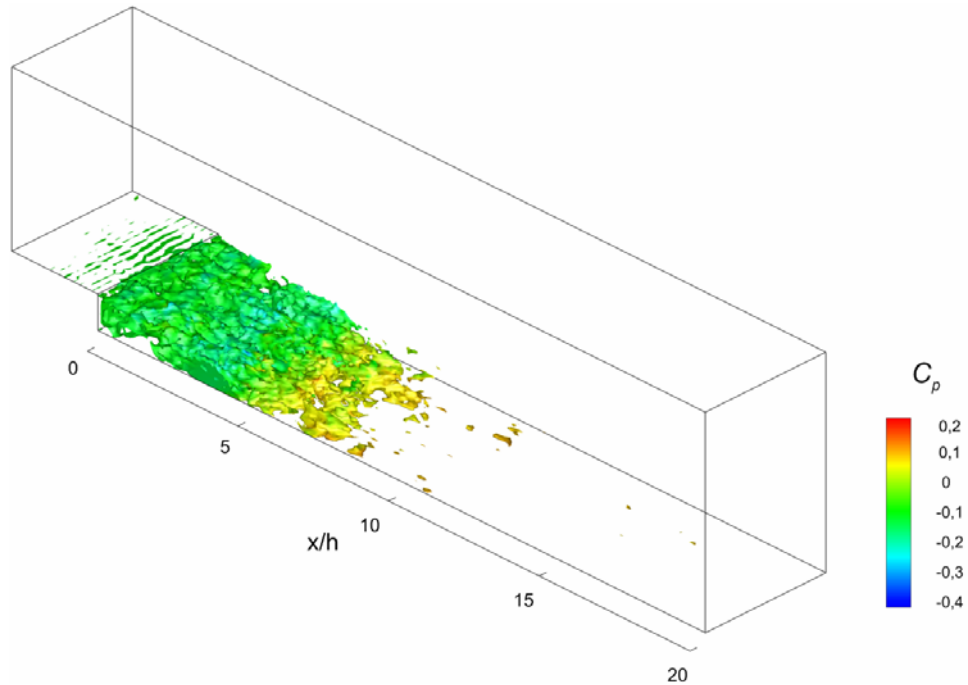


Figura 5.10. Iso-superfície de velocidade $u = 0$. Caso LES, $t = 2000h/U_0$.

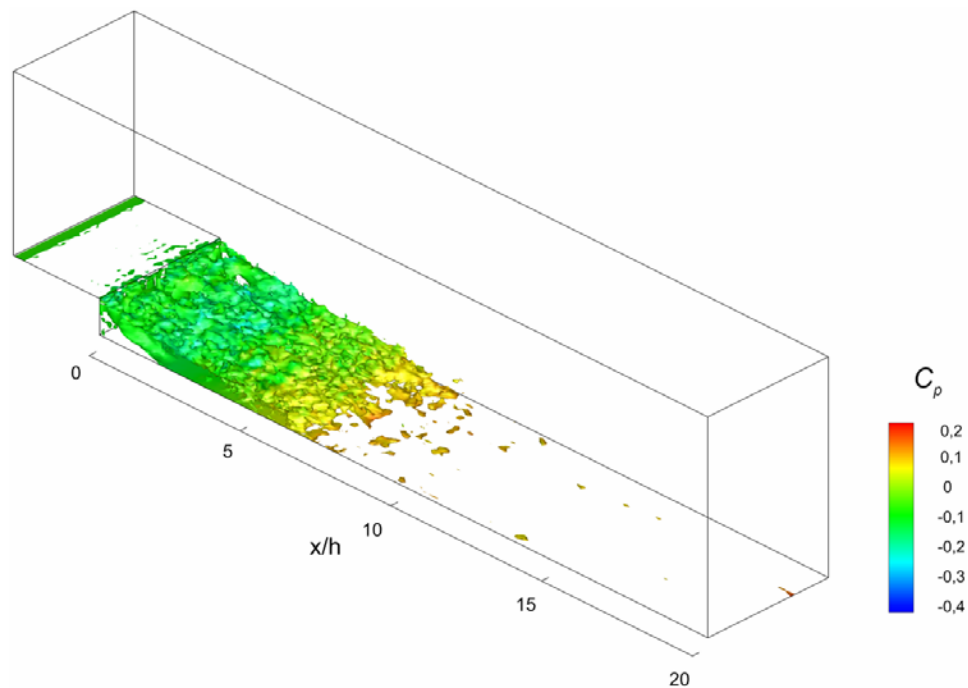


Figura 5.11. Iso-superfície de velocidade $u = 0$. Caso LESVD, $t = 2000h/U_0$.