

EFEITOS NÃO LINEARES EM UMA ASA SUPER FLEXÍVEL

por

Dimas Silvério da Silva Junior

Trabalho de Conclusão de Curso
Graduação em Engenharia Aeronáutica
Bacharelado
(Engenharia Aeronáutica)
Universidade Federal de Uberlândia
2019

Banca Avaliadora:

Professor Dr. Tobias Souza Moarais, Orientador
Professor Dr. Felipe Machini Malachias Marques
Professor Dr. Thiago Augusto Machado Guimarães

© Dimas Silvério 2020

All Rights Reserved

Para a família, amigos e colegas de curso.

ÍNDICE

DEDICAÇÃO	ii
LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS	vi
LISTA DE ABREVIACÕES E SÍMBOLOS	vii
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
CAPÍTULO	
I. Introdução	1
1.1 Análise Histórica	1
1.2 Objetivo	4
II. Formulação Teórica	5
2.1 Sistema de Referência	5
2.2 Princípio dos Trabalhos Virtuais	7
2.2.1 Trabalho das Forças Internas	8
2.2.2 Trabalho das Forças Externas	12
2.3 Equações Elásticas do Movimento	14
2.4 Modelo Aerodinâmico	15
III. Modelo em Elementos Finitos	17
3.1 Modelo Estrutural	17
3.2 Modelo Aerodinâmico	18
IV. Análises	23

4.1	Análise Estática Estrutural	23
4.2	Análise Modal	24
4.3	Reversão de Comando	31
V.	Conclusões	34
	BIBLIOGRAFIA	36

LISTA DE FIGURAS

Figuras

1.1	Preparação para o primeiro voo do 14-Bis.	2
1.2	Aeronave Nasa Helios.	3
2.1	Sistema de coordenadas na viga elástica.	6
3.1	Seção Transversal Modelo FEM.	18
3.2	Modelo Aerodinâmico - FEM	19
3.3	Comparação entre os modelos aerodinâmicos utilizados(Peter e DLM).	20
3.4	Distribuição de sustentação para os modelos considerando uma asa flexível (Peter e DLM).	21
3.5	Efeitos não lineares se tornam mais significativos com o aumento da velocidade do escoamento.	22
4.1	Flexão Pura para validação estática estrutural	24
4.2	Primeiro modo de vibrar	26
4.3	Segundo modo de vibrar	27
4.4	Terceiro modo de vibrar	28
4.5	Quarto modo de vibrar	29
4.6	Quinto modo de vibrar	30
4.7	Distribuição de sustentação para diferentes velocidades (AeroFlex)	31
4.8	Efetividade pela velocidade (NASTRAN)	32
4.9	Deformação Aeroflex	33

LISTA DE TABELAS

Tabelas

3.1	Propriedades Material Isotrópico.	18
3.2	Propriedades geométricas - Modelo FEM.	18
4.1	Resultados flexão pura: exato e AeroFlex	24
4.2	Frequências naturais para uma viga de alto alongamento	25

LISTA DE ABREVIACÕES E SÍMBOLOS

ρ	Massa Específica
ε	Deformação
ε_x	Extensão
κ_x	Torção
κ_y, κ_z	Flexão em y e z
λ_0	Estado de Atraso
Mi_i	Momento
C_{d0}	Coefficiente de Arrasto
C_l	Coefficiente de Sustentação
m	Massa
D	Arrasto
F_i	Força
h	Posição Global de um Ponto da Estrutura
I	Propriedade de Inércia
J	Jacobiano
w	Sistema de Coordenada Auxiliar
K	Matriz de Rigidez
M	Matriz de Massa
C	Matriz de Amortecimento
c	Amortecimento
k	Rigidez
L	Sustentação
W	Trabalho
PTV	Princípio dos Trabalhos Virtuais
r	Vetor Posição do Centro de Massa
s	Posição na Envergadura
SF	Super Flexível
T	Matriz Transposta
t	Tempo
v	Velocidade
p	Vetor Posição
a	Aceleração
A	Área
AR	Aspect Ratio

B	Sistema de Coordenada Inercial do Corpo
NASTRAN	NASA Structure Analysis
DLM	Doublet Lattice Method
FEM	Finite Element Model
HALE	High Altitude Long Endurance

RESUMO

Efeitos Não Lineares em uma Asa Super Flexível

por

Dimas Silvério da Silva Junior

Esse trabalho estuda os efeitos não lineares na formulação de dinâmica de estruturas super flexíveis. Um resumo da formulação matemática é apresentada para contextualização do leitor e para maior entendimento da ferramenta computacional utilizada.

O trabalho é feito a partir da simplificação da aeronave em uma asa semi-engastada e definida como uma viga. Dois modelos são considerados tanto para a estrutura quanto para a aerodinâmica associada. Um dos modelos é linear e apresenta o modelo aerodinâmico DLM, o outro apresenta estrutura não linear e modelo aerodinâmico baseado na teoria de Peters.

Para entender melhor os efeitos dos grandes deslocamentos o modelo aeroelástico foi feito para um modelo de alto alongamento e analisado em relação a suas frequências naturais, modos de vibrar e deformações. Além disso, para complementar o estudo também foi realizada uma análise de reversão de comando afim de visualizar como esse fenômeno ocorre com as considerações feitas para o modelo não linear.

ABSTRACT

Nonlinear Effects on a Highly Flexible Wing

by

Dimas Silvério da Silva Junior

This work studies the effects of nonlinearities in the dynamical formulation of highly flexible structures. A summary of the mathematical formulation is presented for context and a better understanding of the computational tool used.

The work is done by simplifying the aircraft into a semi-fixed wing and defined as a beam. Two models are considered for both structure and associated aerodynamic. One of the models is linear and presents the DLM aerodynamic model, the other has a nonlinear structure and an aerodynamic model based on Peters theory.

To better understand the effects of large displacements, the aeroelastic model was made with large aspect ratio and analyzed on its natural frequencies, vibration modes, and deformations. Also, to complement the study, a control reversal analysis was performed to visualize how this phenomenon occurs with the considerations of the nonlinear model.

CAPÍTULO I

Introdução

1.1 Análise Histórica

A indústria da aviação está constantemente em desenvolvimento. Desde os seus primórdios, novas tecnologias vêm sendo desenvolvidas para a construção de aeronaves cada vez mais leves e mais eficientes. Esses avanços podem ser vistos em diversas áreas como: materiais, propulsão, aerodinâmica e outros. Essas inovações muitas vezes requerem novos métodos de análise e novas atenções devem ser dadas ao projeto, como no caso da aeroelasticidade.

Realizando o primeiro voo autopropelido da história, Santos Dumont foi um dos engenheiros que deu o pontapé necessário para que aeronaves mais pesadas que o ar se desenvolvessem. O 14-bis era um biplano propelado por um motor náutico de 50 cavalos e chegava a aproximadamente 30,8 km/h. As baixas velocidades que essas aeronaves atingiam contribuíam para o não surgimento de problemas aeroelásticos.

Bisplinghoff [2] cita em seu livro um dos possíveis primeiros casos de fenômenos aeroelásticos documentados. Se trata da aeronave monoplana de Langley do Instituto Smithsonian. O teste realizado em 1903 teve uma falha estrutural que foi descrita na época de forma muito parecida com o que hoje descrevemos o fenômeno de divergência.

O não entendimento desses fenômenos podem ter direcionado a aeronáutica da

época a se manter em aeronaves biplanas pois, devido a maior rigidez dessas aeronaves, fenômenos aeroelásticos não aconteciam com tanta frequência como em monoplanos, por exemplo.

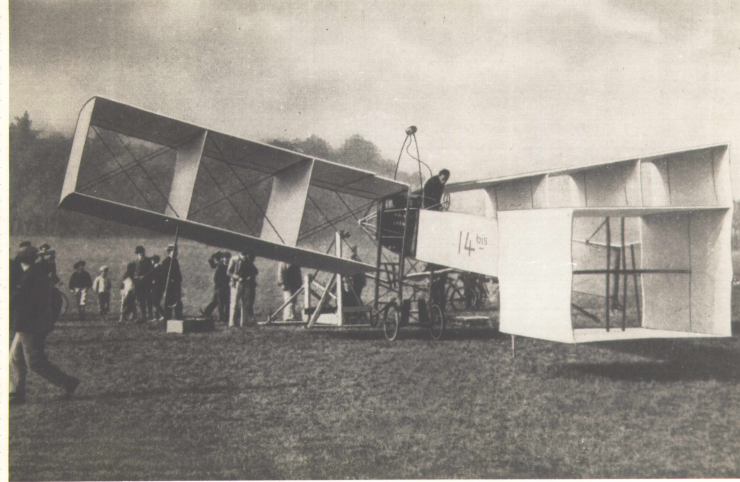


Figura 1.1: Preparação para o primeiro voo do 14-Bis, também conhecido como *Oiseau de Proie* (francês para “ave de rapina”). Autoria desconhecida, 1906. Acervo do Museu Paulista da USP.

Porém, o modelo biplano logo se provou ineficiente quando aeronaves mais leves precisaram ser projetadas. Mesmo assim, devido as baixas velocidades e alta rigidez adotada nos projetos, a aeroelasticidade se manteve desconhecida até meados da Segunda Guerra Mundial, quando aeronaves mais velozes foram desenvolvidas e por consequência mais suscetíveis a fenômenos aeroelásticos.

As aeronaves militares então logo começaram a apresentar fenômenos de instabilidade estrutural como o *flutter* por exemplo, pois essas aeronaves eram adaptadas de biplanos e pouca mudança na rigidez torcional era realizada no projeto. Mesmo com essa transição para o monoplane, um dos primeiros casos de flutter registrados se deu em um biplano, o Handley Page 0/400, o qual apresentou o fenômeno em sua empenagem. A partir desse momento, maior atenção começou a ser dada para a área de aeroelasticidade.

Com o avanço da engenharia aeronáutica, métodos de predição desses fenômenos

se tornaram possíveis. Hoje, a indústria busca por materiais com maior ponto de escoamento e menor módulo de elasticidade para conseguir projetos com cada vez maior eficiência estrutural. Por consequência as aeronaves tendem a ser cada vez mais flexíveis. Além disso, alongamentos cada vez mais altos são desejáveis para melhorar a eficiência aerodinâmica e isso também contribui para maior elasticidade das aeronaves.

Nesse contexto então surge o conceito de aeronaves super flexíveis. Essas são aeronaves que apresentam grandes deformações principalmente ligadas a superfícies sustentadoras. Um exemplo de aeronaves super flexíveis são as aeronaves não tripuladas que voam em grande altitudes e com grande autonomia, conhecidas como **HALE! (HALE!)**. Elas estão sendo desenvolvidas para aplicações como sensoria-mento, reconhecimento militar e telecomunicação. Esse conceito de aeronaves se beneficia das características de eficiência aerodinâmica e da redução de peso, mas, por outro lado, as grandes deformações apresentadas geram comportamentos geométricos não lineares na estrutura. Além disso, as características dinâmicas dessas aeronaves se afastam ainda mais das de um corpo rígido, consideração muito utilizado em matérias como mecânica do voo, pois os efeitos elásticos se tornam mais influentes ao se descrever o movimento.



Figura 1.2: Aeronave Nasa Helios - Exemplo de aeronave super flexível desenvolvida pela NASA. Crédito: NASA Photo

Muitos autores exploraram a não linearidade de sistemas sofrendo grandes deformações, porém vale citar alguns aqui que foram essenciais para a confecção desse

trabalho. Hodges [6] foi um dos primeiros a considerar as grandes deflexões em suas formulações. Brown [3] em seu trabalho inseriu deflexões não lineares no modelo. Cesnik e Su [4] estudaram métodos de modelar o sistema com efeitos de flexibilidade induzida da fuselagem e cauda em aeronaves de configurações de asas únicas e unidas. Shearer [9] deu continuidade a esses estudos realizando modificações nos cálculos e inserindo também técnicas de controle para aeronaves flexíveis.

1.2 Objetivo

Esse trabalho se baseia nas formulações citadas e tem como objetivo analisar os efeitos das grandes deflexões na aeroelasticidade de aeronaves super flexíveis.

Inicialmente será feita uma revisão da teoria utilizada mostrando os principais equacionamentos e considerações feitas. Em seguida o método é utilizado em um modelo de asa simplificado através de um programa desenvolvido no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) por Flávio Luiz [5] conhecido como *AeroFlex* e os resultados serão comparados com um solver aeroelástico já consolidado (Nx-NASTRAN) afim de tirar conclusões da validade e dos efeitos não lineares sobre o modelo.

CAPÍTULO II

Formulação Teórica

Este capítulo tem por objetivo apresentar o equacionamento utilizado na modelagem do sistema aeroelástico de uma asa retangular. A fim de simplificar o equacionamento, a asa é idealizada como uma viga semi engastada e suas equações do movimento são deduzidas para descrever a dinâmica da estrutura. As equações do movimento serão derivadas a partir do trabalho realizado por forças generalizadas internas e externas de acordo com os deslocamentos dos graus de liberdade do sistema. As coordenadas generalizadas são as deformações de cada elemento como sugerido por Brown [3]. Posteriormente, uma breve explicação da aerodinâmica acoplada será realizada.

Todo o equacionamento presente aqui é derivado de estudos já realizados pelos autores citados na introdução deste trabalho e estes podem ser consultados para maiores detalhes.

2.1 Sistema de Referência

O sistema de referência adotado consiste em um referencial inercial B . Em se tratando de uma aeronave completa esse sistema poderia ser considerado como um observador fixo na terra, porém como nosso sistema está engastado podemos considerar que esse sistema se encontra na região do engaste que é fixa em todos os graus

de liberdade.

Um sistema auxiliar $w(s,t)$ é utilizado para determinar a posição (p) de cada elemento flexível. Essas coordenadas podem ser escritas em função do comprimento da asa (s) e do tempo (t). Ambos são definidos em relação ao sistema de coordenadas inercial B como visto na figura abaixo.

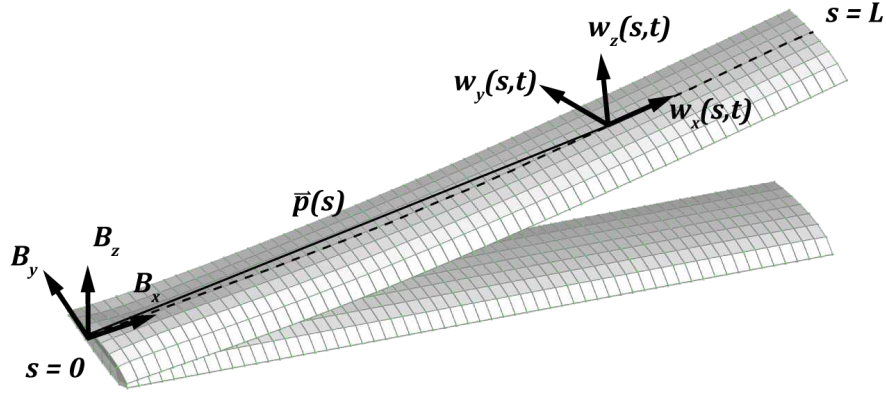


Figura 2.1: Sistema de coordenadas na viga elástica.

Cada elemento é considerado com quatro graus de liberdade que estão associados a uma deformação: extensão (ε_x), torção (κ_x) e duas flexões (κ_y , κ_z). O vetor ε (2.1) contém as deformações e estas são consideradas constantes em todo o elemento.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \kappa_x & \kappa_y & \kappa_z \end{bmatrix}^T \quad (2.1)$$

Observando então os sistemas de referência adotados é possível definir uma matriz coluna h que define a posição global de qualquer ponto na estrutura. Ela é escrita como uma matriz 12×1 que contém p e w , definidos em relação ao sistema de

coordenada inercial.

$$\mathbf{h}(s) = \begin{bmatrix} p(s) \\ w_x(s) \\ w_y(s) \\ w_z(s) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Sabendo que $\mathbf{h}$ é função da deformação (ε) e do comprimento da asa (s) é possível relacionar a variação nesses dois sistemas (posição e deformação) através de matrizes Jacobianas (J) como mostra as relações cinemáticas a seguir.

$$\delta \mathbf{h} = J_{h\varepsilon} \delta \varepsilon \quad (2.3a)$$

$$d\mathbf{h} = J_{h\varepsilon} d\varepsilon \quad (2.3b)$$

$$\dot{\mathbf{h}} = J_{h\varepsilon} \dot{\varepsilon} \quad (2.3c)$$

$$\ddot{\mathbf{h}} = J_{h\varepsilon} \ddot{\varepsilon} + \dot{J}_{h\varepsilon} \dot{\varepsilon} \quad (2.3d)$$

Onde o jacobiano é definido como

$$J_{h\varepsilon} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \varepsilon} \quad (2.4)$$

O cálculo do Jacobiano não será explorado nesse trabalho, mas métodos podem ser encontrados na dissertação de Shearer [9].

2.2 Princípio dos Trabalhos Virtuais

Ao analisar uma aeronave completa o Princípio dos Trabalhos Virtuais deveria ser aplicado tanto para os elementos elásticos como para os elementos considerados rígidos que são acoplados ao sistema. Como esse trabalho se limita a modelar uma

asa semiengastada a formulação para corpos rígidos não será formulada. Essa seção irá analisar o trabalho devido a forças internas e externas ao elemento elástico.

2.2.1 Trabalho das Forças Internas

O trabalho virtual interno é composto pela contribuição das forças de inércia, deformações internas e devido as taxas de deformações. Cada um dos trabalhos deve ser calculado separadamente e somado para gerar o trabalho total do sistema.

Forças Inerciais

Voltando a observar o sistema de coordenadas apresentado na Figura 2.1, é possível escrever a posição de uma partícula qualquer na asa como

$$\mathbf{p}_a = \mathbf{p} + x\mathbf{w}_x + y\mathbf{w}_y + z\mathbf{w}_z \quad (2.5)$$

Derivando então para a velocidade e aceleração:

$$\mathbf{v}_a = \dot{\mathbf{p}} + x\dot{\mathbf{w}}_x + y\dot{\mathbf{w}}_y + z\dot{\mathbf{w}}_z \quad (2.6)$$

$$\mathbf{a}_a = \ddot{\mathbf{p}} + x\ddot{\mathbf{w}}_x + y\ddot{\mathbf{w}}_y + z\ddot{\mathbf{w}}_z \quad (2.7)$$

Definindo então um deslocamento virtual $\delta\mathbf{p}_a$ e ρ a massa específica do material, o trabalho virtual da força de inércia pode ser escrito para um volume infinitesimal como

$$\delta W_a^{int} = \delta\mathbf{p}_a \cdot (-\mathbf{a}_a \rho dAds) \quad (2.8)$$

Substituindo as equações encontradas anteriormente em 2.8 chegamos na equação:

$$\delta W_a^{int} = (\delta\mathbf{p} + x\delta\mathbf{w}_x + y\delta\mathbf{w}_y + z\delta\mathbf{w}_z) \cdot (\ddot{\mathbf{p}} + x\ddot{\mathbf{w}}_x + y\ddot{\mathbf{w}}_y + z\ddot{\mathbf{w}}_z) \rho dAds \quad (2.9)$$

Resolvendo o produto e colocando na forma matricial temos

$$\delta W_a^{int} = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{p} & \delta \mathbf{w}_x & \delta \mathbf{w}_y & \delta \mathbf{w}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & y & z \\ x & x^2 & xy & xz \\ y & yx & y^2 & yz \\ z & zx & zy & z^2 \end{bmatrix} \rho dA ds \quad (2.10)$$

Para finalizar o cálculo do trabalho interno devido as forças inerciais resta apenas integra a equação 2.10 ao longo de toda a coordenada S e para cada seção transversal. Assim, temos

$$\delta W_a^{int}(s) = -\delta \mathbf{h}^T M(s) \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{p}} \\ \ddot{w}_x \\ \ddot{w}_y \\ \ddot{w}_z \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Onde:

- M(s) é a matriz de massa definida por

$$M(s) =$$

$$\begin{bmatrix} m_{cs} & m_{cs}r_x & m_{cs}r_y & m_{cs}r_z \\ m_{cs}r_x & \frac{1}{2}(I_{22} + I_{33} - I_{11}) & I_{12} & I_{13} \\ m_{cs}r_y & I_{21} & \frac{1}{2}(I_{11} + I_{33} - I_{22}) & I_{23} \\ m_{cs}r_z & I_{31} & I_{32} & \frac{1}{2}(I_{11} + I_{22} - I_{33}) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

- m_{cs} é a massa por unidade de comprimento;
- I_{ij} são propriedade de inércia;
- r_x, r_y, r_z são componentes do vetor posição do centro de massa da seção em

relação ao sistema de coordenadas com origem no nó.

Retomando as relações de 2.3 pode-se colocar a equação 2.11 em relação as deformações. Assim, a equação para o trabalho virtual fica

$$\delta W_a^{int}(s) = -\delta\varepsilon(s)^T (J_{h\varepsilon}^T M(s) J_{h\varepsilon} \ddot{\varepsilon} + J_{h\varepsilon}^T M(s) \dot{J}_{h\varepsilon} \dot{\varepsilon}) \quad (2.13)$$

Deformação Interna e Taxa de Deformação

Para o trabalho interno devido a deformação e a taxa de deformação é preciso considerar definir uma matriz de rigidez $k(s)$ (constante ao longo do elemento e em função do comprimento) além de uma matriz de amortecimento $c(s)$ definido como proporcional a rigidez (2.14).

$$c(s) = \alpha k(s) \quad (2.14)$$

Assim o trabalho devido a deformação e taxa de deformação são iguais a

$$\delta W_\varepsilon^{int}(s) = -\delta\varepsilon(s)^T k(s) \varepsilon(\dot{s}) \quad (2.15)$$

$$\delta W_{\dot{\varepsilon}}^{int}(s) = -\delta\varepsilon(s)^T c(s) \dot{\varepsilon}(s) \quad (2.16)$$

Trabalho Virtual Interno Elementar

Para obter o trabalho virtual interno em um elemento é preciso realizar a junção dos trabalhos calculados até agora (Forças Inerciais, Deformação Interna e Taxa de Deformação). Realizando então uma integração numérica da sumarização das equações 2.13, 2.15, 2.16, temos o trabalho interno em um elemento:

$$\delta W_e = -\delta\varepsilon^T [J_{h\varepsilon}^T M_e J_{h\varepsilon} \ddot{\varepsilon} + (J_{h\varepsilon}^T M_e \dot{J}_{h\varepsilon} + C_e) \dot{\varepsilon} + K_e \varepsilon] \quad (2.17)$$

onde

$$K_e = k\Delta s \quad (2.18a)$$

$$C_e = c\Delta s \quad (2.18b)$$

$$M_e = \frac{1}{2}\Delta s \begin{bmatrix} \frac{1}{4}M_1 + \frac{1}{12}M_2 & \frac{1}{12}M_1 + \frac{1}{12}M_2 & 0 \\ \frac{1}{12}M_1 + \frac{1}{12}M_2 & \frac{1}{12}M_1 + \frac{1}{2}M_2 + \frac{1}{12}M_3 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}M_2 + \frac{1}{12}M_3 & \frac{1}{12}M_2 + \frac{1}{4}M_3 \end{bmatrix} \quad (2.18c)$$

Para a confecção dessas equações algumas considerações [3] foram feitas :

- Um elemento de 3 nós é utilizado na implementação;
- As propriedades de inercia e deslocamentos variam linearmente entre os nós do elemento;
- A rigidez e o amortecimento das seções transversais são consideradas constantes e avaliadas no meio do elemento;
- M_i é a matriz de massa referente a cada nó i para cada seção transversal.

Vale ressaltar que a notação Jacobiana agora representa a variação dos três nós em relação a deformação. Assim,

$$J_{h\varepsilon} = \begin{bmatrix} J_{h\varepsilon,1} \\ J_{h\varepsilon,2} \\ J_{h\varepsilon,3} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

2.2.2 Trabalho das Forças Externas

O trabalho aplicado sobre um volume diferencial pode ser escrito como a integral das forças generalizadas atuando sobre os deslocamentos virtuais.

$$\delta W^{ext} = \int_V \delta \mathbf{u}(x, y, z) \cdot \mathbf{f}(x, y, z) dV \quad (2.20)$$

Forças e Momentos Pontuais

Assim, pensando em forças pontuais aplicadas nos nós de um elemento temos que o trabalho virtual para as forças será o produto escalar entre o deslocamento virtual e cada força ($\mathbf{F}_i$).

$$\delta W_{F,pt}^{ext} = \sum_{i=1}^3 \delta \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{F}_i \quad (2.21)$$

Já para os momentos pontuais a diferença está apenas no deslocamento virtual que é angular. Assim, o trabalho virtual devido aos momentos ($\mathbf{M}_i$) é

$$\delta W_{M,pt}^{ext} = \sum_{i=1}^3 \delta \theta_i \cdot \mathbf{M}_i \quad (2.22)$$

Fazendo então essas equações em relação as deformações através de um jacobiano em cada nó do elemento, temos:

$$\delta W_{F,pt}^{ext} = \delta \varepsilon^T J_{p\varepsilon}^T F^{pt} \quad (2.23)$$

$$\delta W_{M,pt}^{ext} = \delta \varepsilon^T J_{\theta\varepsilon}^T M^{pt} \quad (2.24)$$

Forças e Momentos Distribuídos

Para uma força distribuída sobre um elemento, sendo função da posição (s), o trabalho virtual pode ser escrito como

$$\delta W_{F,dist}^{ext} = \int_{\Delta s} \delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{f}(s) ds \quad (2.25)$$

Supondo então que as forças variam de forma linear entre os nós, é possível escrever essa equação na forma

$$\delta W_{F,dist}^{ext} = \delta \varepsilon^T J_{p\varepsilon}^T B_e^F F^{dist} \quad (2.26)$$

sabendo que F_{dist} são as forças distribuídas calculadas em cada nó.

De forma análoga temos o trabalho para o momento distribuído

$$\delta W_{M,dist}^{ext} = \delta \varepsilon^T J_{\theta\varepsilon}^T B_e^M M^{dist} \quad (2.27)$$

onde

$$B_e^F = B_e^M = \frac{\Delta s}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{3}[I]_{3 \times 3} & \frac{1}{6}[I]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \\ \frac{1}{6}[I]_{3 \times 3} & \frac{2}{3}[I]_{3 \times 3} & \frac{1}{6}[I]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & \frac{1}{6}[I]_{3 \times 3} & \frac{1}{3}[I]_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

e Δs é o comprimento do elemento.

Trabalho Virtual Externo Elementar

Assim como para o trabalho interno, o trabalho externo considerado será a contribuição de todos os trabalhos calculados (pontuais e distribuídos).

Assim, o trabalho virtual elementar externo é igual a

$$\delta W_e^{ext} = \delta \varepsilon^T (J_{p\varepsilon}^T F^{pt} + J_{\theta\varepsilon}^T M^{pt} + J_{p\varepsilon}^T B_e^F F^{dist} + J_{\theta\varepsilon}^T B_e^M M^{dist}) \quad (2.29)$$

2.3 Equações Elásticas do Movimento

O trabalho virtual total do sistema é a soma de todos os trabalhos elementares calculados (internos e externos).

$$\delta W = \sum (\delta W_e^{int} + \delta W_e^{ext}) \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \delta W = \delta \varepsilon^T [& -J_{h\varepsilon}^T \mathbf{M} J_{h\varepsilon} \ddot{\varepsilon} - (J_{h\varepsilon}^T \mathbf{M} \dot{J}_{h\varepsilon} + \mathbf{C}) \dot{\varepsilon} - \mathbf{K} \varepsilon + \\ & J_{p\varepsilon}^T F^{pt} + J_{\theta\varepsilon}^T M^{pt} + J_{p\varepsilon}^T B_e^F F^{dist} + J_{\theta\varepsilon}^T B_e^M M^{dist}] \end{aligned} \quad (2.31)$$

$\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, onde cada elemento da diagonal é a matriz de um dos elementos estruturais (M_e, C_e, K_e).

A equação do movimento pode ser obtida ao zerar o trabalho virtual total. Como o deslocamento virtual é arbitrário a equação do movimento elástico fica

$$\begin{aligned} & J_{h\varepsilon}^T \mathbf{M} J_{h\varepsilon} \ddot{\varepsilon} + (J_{h\varepsilon}^T \mathbf{M} \dot{J}_{h\varepsilon} + \mathbf{C}) \dot{\varepsilon} + \mathbf{K} \varepsilon = \\ & J_{p\varepsilon}^T F^{pt} + J_{\theta\varepsilon}^T M^{pt} + J_{p\varepsilon}^T B_e^F F^{dist} + J_{\theta\varepsilon}^T B_e^M M^{dist} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Podemos escrever essa equação de uma forma mais simplificada:

$$M_{FF} \ddot{\varepsilon} + C_{FF} \dot{\varepsilon} + K_{FF} \varepsilon = R_F \quad (2.33)$$

onde

$$M_{FF}(\varepsilon) = J_{h\varepsilon}^T \mathbf{M} J_{h\varepsilon} \ddot{\varepsilon} \quad (2.34)$$

$$C_{FF}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = J_{h\varepsilon}^T \mathbf{M} \dot{J}_{h\varepsilon} + \mathbf{C} \quad (2.35)$$

$$K_{FF} = K \quad (2.36)$$

$$R_F = J_{p\varepsilon}^T F^{pt} + J_{\theta\varepsilon}^T M^{pt} + J_{p\varepsilon}^T B_e^F F^{dist} + J_{\theta\varepsilon}^T B_e^M M^{dist} \quad (2.37)$$

Conclui-se então a formulação dinâmica estrutural do sistema. O método de encontrar os deslocamentos estruturais assim como a determinação das Jacobianas não será explorada nesse trabalho, mas podem ser encontradas na dissertação de Shearer [9], a qual foi muito utilizada na formulação apresentada.

2.4 Modelo Aerodinâmico

Para completar o modelo aeroelástico é necessário acoplar um modelo aerodinâmico ao modelo dinâmico descrito. Isso se dá através de adição de forças e momentos distribuídos sobre a viga na equação 2.37.

O modelo considerado para esse trabalho é o modelo aerodinâmico não estacionário baseado na teoria de Peters, Hsieh e Torreno [7]. Shearer explorou essa teoria e chegou nas seguintes equações para sustentação e momento no sistema de coordenadas aerodinâmico:

$$L = \pi \rho b^2 (-\ddot{z} + \dot{y}\dot{\alpha} - d\ddot{\alpha}) + 2\pi \rho b \dot{y}^2 \left[-\frac{\dot{z}}{\dot{y}} + \left(\frac{1}{2}b - d \right) \frac{\dot{\alpha}}{\dot{y}} - \frac{\lambda_0}{\dot{y}} \right] \quad (2.38)$$

$$M_{ea} = Ld + 2\pi \rho b^2 \left(-\frac{1}{2}\dot{y}\dot{z} - \frac{1}{2}d\dot{y}\dot{\alpha} - \frac{1}{2}\dot{y}\lambda_0 - \frac{1}{16}b^2\ddot{\alpha} \right) \quad (2.39)$$

onde

$$\lambda_0 \approx \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N_A} b_n \lambda_n \quad (2.40)$$

Existem alguns métodos de calcular b_n e esse são mostrados na referência [8]. Esse parâmetro é função do número de estados de atraso aerodinâmico λ_n . O cálculo desse atraso pode ser encontrado em [1].

Para o cálculo de arrasto é considerado um coeficiente de arrasto de perfil constante.

$$D = \frac{1}{2} \rho \dot{y}^2 C_{d0} \quad (2.41)$$

CAPÍTULO III

Modelo em Elementos Finitos

A fim de comparar os resultados obtidos no modelo não linear, um segundo modelo foi feito através do solver NX-NastranTM. Esse modelo não leva em consideração as grandes deflexões, possibilitando então visualizar mais facilmente a diferença resultante dos efeitos não lineares. O equacionamento por trás desse modelo não será abordado nesse trabalho, porém algumas diferenças serão ressaltadas para melhor entendimento dos resultados. Caso o leitor se interesse, a formulação desse modelo pode ser encontrada em [10].

Esse capítulo irá abordar as considerações feitas para esse modelo, suas principais características estruturais e também abordará as diferenças entre os modelos aerodinâmicos adotados.

3.1 Modelo Estrutural

O modelo estrutural consiste em uma viga semiengastada em conformidade com a formulação teórica já apresentada. Foram utilizados elementos lineares do tipo *beam*.

O material utilizado para as propriedades de rigidez foi baseado nas propriedades do alumínio e está apresentado na Tabela 3.1.

A seção transversal escolhida foi no formato I por ser uma geometria comumente utilizada. A Figura 3.1 mostra a seção e suas características resultam nas propriedades

Propriedade	Notação	Valor	Unidade
Densidade	ρ	2.810E3	kg/cm^3
Módulo de Elasticidade	E	71.7	GPa
Módulo de Cisalhamento	G	2.69	GPa

Tabela 3.1: Propriedades do material isotrópico considerado nas análises.

apresentadas na Tabela 3.2.

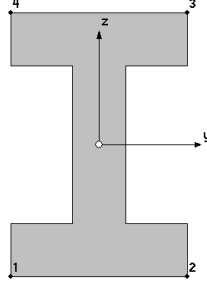


Figura 3.1: Seção transversal considerada para o modelo estrutural. Gerado pelo NX-NASTRAN.

Propriedade	Notação	Valor	Unidade
Área	S	8.7E-3	m^2
Momento de Inércia (<i>Flat Bend</i>)	I_{zz}	5.2025E-6	m^4
Momento de Inércia (<i>Chord Bend</i>)	I_{yy}	2.3872E-5	m^4
Momento polar de Inércia	J	2.7611E-6	m^4

Tabela 3.2: Principais propriedades geométricas da seção trasnversal implementadas no modelo FEM (NX-NASTRAN).

3.2 Modelo Aerodinâmico

O modelo aerodinâmico foi realizado utilizando painéis (CAERO1) e a sua conexão com os nós estruturais foi dada através de uma *spline* linear (SPLINE2). A Figura 3.2 exibe os painéis aerodinâmicos aplicados na viga, destacando-se os painéis referentes ao *flap* e mostra também a *spline* utilizada para a interpolação dos dados aerodinâmicos e estruturais.

Diferentemente do modelo apresentado na formulação teórica (Capítulo II) o modelo utilizado aqui é o **DLM!** (**DLM!**) que se trata de um modelo não-estacionário,

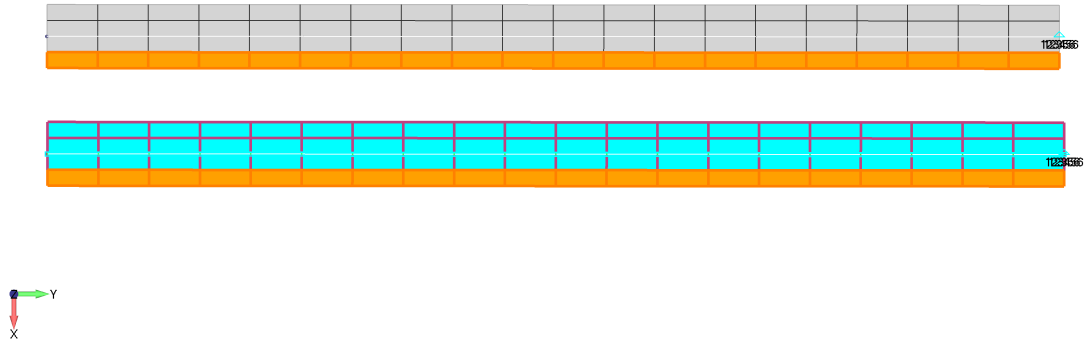


Figura 3.2: Painéis Aerodinâmicos utilizados na confecção do modelo aeroelástico em FEM (NX-NASTRAN) e SPLINE utilizada para unir o modelo estrutural ao aerodinâmico.

3-D e linear. Por serem metodologias diferentes, achou-se necessário comparar as duas aerodinâmicas utilizadas para garantir a validade das análises apresentadas no capítulo seguinte. Isso foi realizado através da sustentação gerada nos dois modelos aerodinâmicos considerando uma asa rígida para que os efeitos elásticos não fossem predominantes na comparação.

A Figura 3.3 mostra que apesar de apresentarem diferenças, os modelos calcularam uma distribuição de sustentação próxima. Assim, sabendo essa diferença, é possível realizar as análises aeroelásticas e saber melhor o que é resultado da não linearidade da estrutura.

Realizando então a mesma análise porém para a asa flexível foi possível perceber que a aerodinâmica resultante do modelo Aeroflex se distanciava do seu comportamento rígido de forma mais significativa do que o modelo Nastran. Isso pode ser notado ao comparar para uma mesma velocidade a diferença entre a distribuição apresentada na Figura 3.3 e na Figura 3.4.

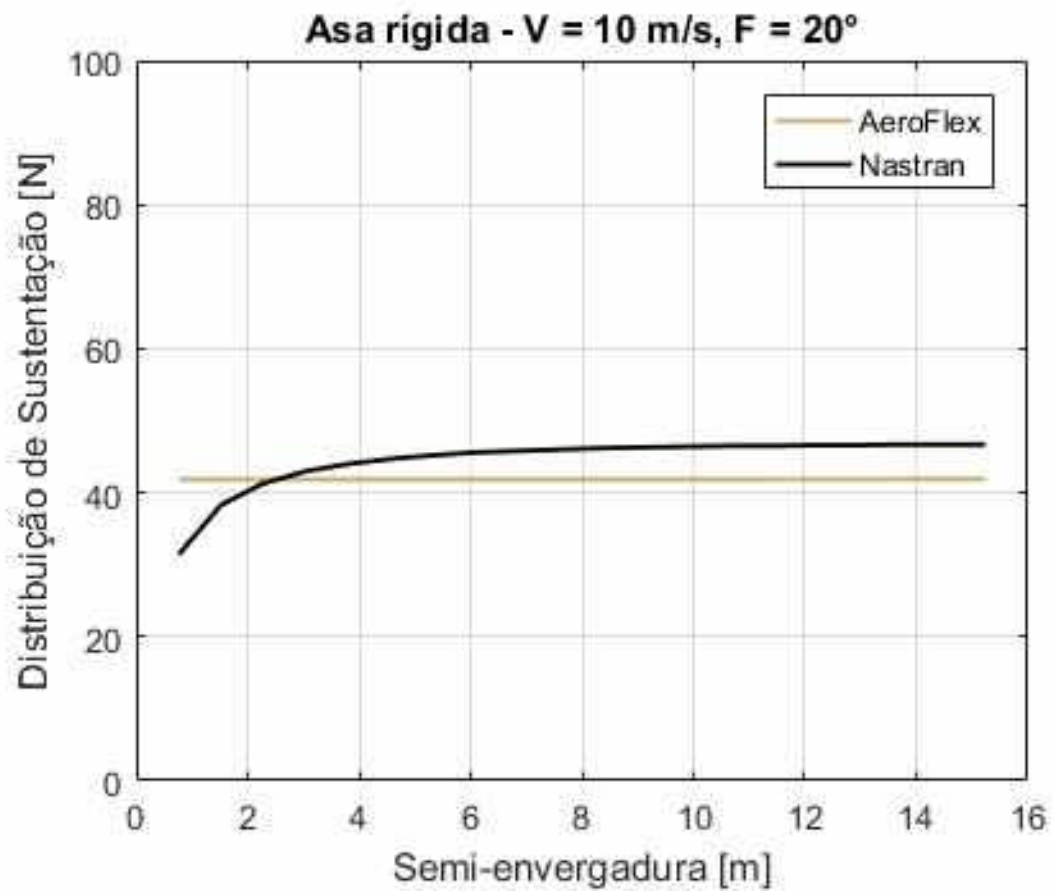


Figura 3.3: Gráfico de sustentação por envergadura para comparação das teorias aerodinâmicas utilizadas no modelo AeroFlex e Nastran (Peters e DLM respectivamente).

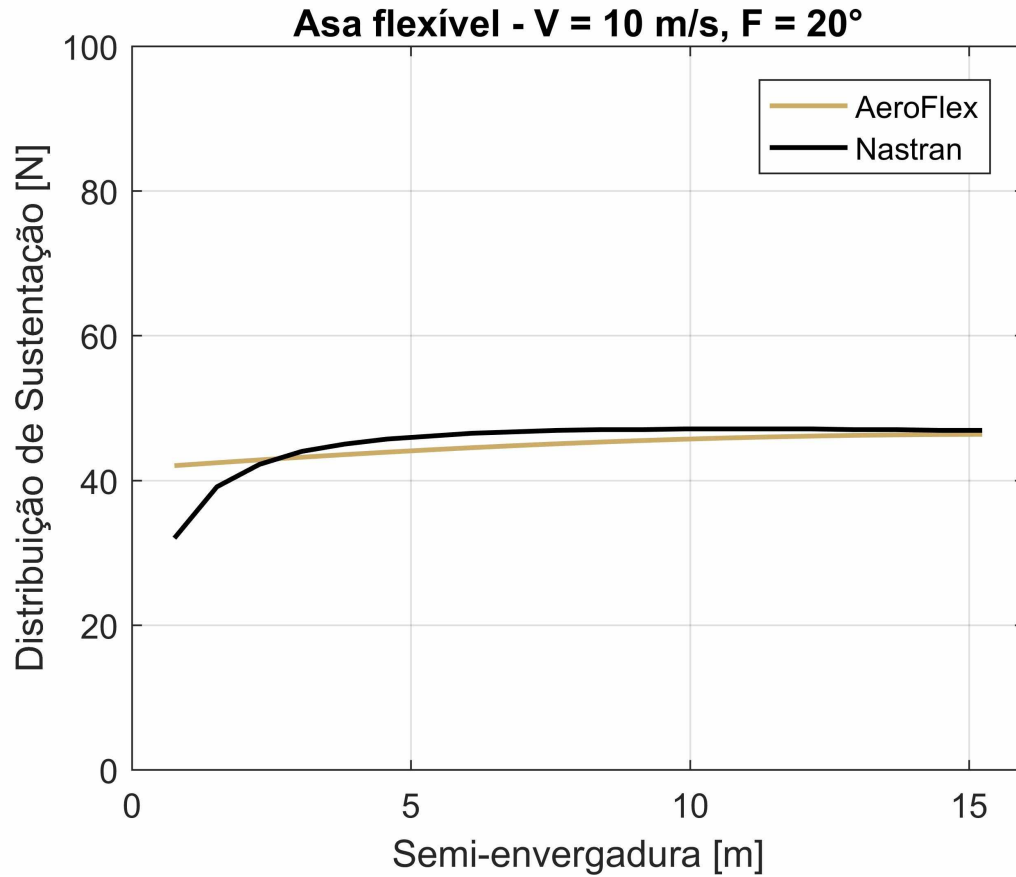


Figura 3.4: Gráfico de distribuição de sustentação considerando uma asa flexível.

Aumentando agora a velocidade do escoamento o resultado obtido mostrou um maior distanciamento entre os dois modelos, ou seja, para maiores velocidades, o comportamento não linear da estrutura se torna cada vez mais relevante. Observe a Figura 3.5.

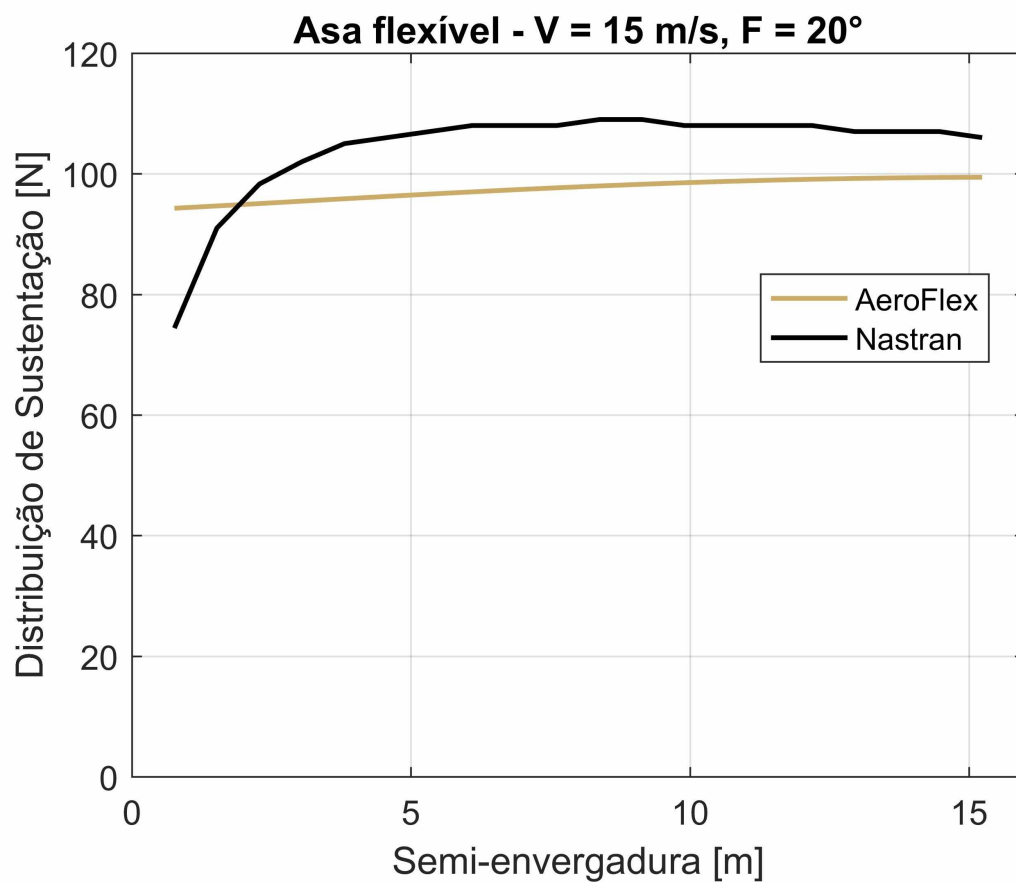


Figura 3.5: Efeitos não lineares se tornam mais significativos com o aumento da velocidade do escoamento.

CAPÍTULO IV

Análises

Esse capítulo tem por objetivo estudar os efeitos da não linearidade de aeronaves super flexíveis através da comparação dos dois modelos apresentados anteriormente (Capítulo II e Capítulo III). Será feita a análise modal da estrutura, análise de deformações das estruturas e por fim a análise do fenômeno de reversão de comando.

4.1 Análise Estática Estrutural

Além da comparação aerodinâmica, antes de realizar as análises aeroelásticas, foram comparados os resultados estáticos estruturais do modelo AeroFlex com as equações analíticas para flexão pura de uma barra engastada-livre como mostra a Figura 4.1 e a Equação 4.1.

$$\delta_b = \frac{qL^4}{8EI} \quad (4.1)$$

Na equação, q é uma força pontual aplicada sobre o modelo e L é o comprimento da barra analisada.

Com isso foi possível observar os resultados apresentados na Tabela 4.1 que compara a solução exata com os valores obtidos no modelo Aeroflex.

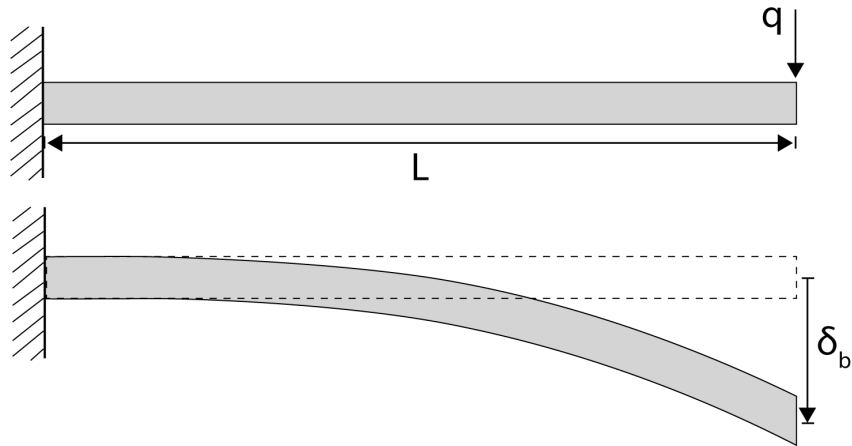


Figura 4.1: Aplicação de uma força (q) na ponta da barra para observação da flexa (δ_b) em uma barra engastada-livre.

Carga [N]	Analítico [m]	AeroFlex [m]
100	0.0798	0.080
500	0.3988	0.398
1000	0.7977	0.797
1500	1.1965	1.194
5000	3.9880	3.730

Tabela 4.1: Comparação dos valores de flexa para a equação exata e para o modelo AeroFlex

Foi possível concluir que o comportamento estrutural do modelo se mostrava muito próximo do esperado pela teoria linear para esforços menores porém, quando aplicada uma força maior, é possível perceber que os resultados começam a divergir. Isso se deve a não linearidade dos elementos de barra utilizados. Assim pode-se considerar que o comportamento do modelo AeroFlex se mostrou condizente com o esperado pela teoria não linear.

4.2 Análise Modal

Também foi realizada a comparação dinâmica dos modelos através da análise modal. Essa diz respeito as frequências naturais da estrutura e seus modos de vibrar.

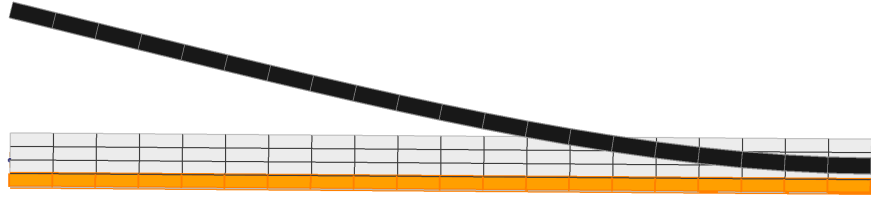
Para os dois modelos essa análise foi feita para uma asa de alto alogamento ($AR = 16$). As frequências foram encontradas para a condição semi-engastada da viga e são apresentadas na Tabela 4.2.

	FEM (NASTRAN)	Modelo AeroFlex
1	0.270	0.271
2	0.578	0.580
3	1.685	1.702
4	3.607	3.646
5	4.706	4.793

Tabela 4.2: Frequências naturais em Hz para os dois modelos apresentados (FEM Nastran e Modelo SF)

Pode-se então comparar os modos de vibrar. As figuras abaixo mostram a comparação entre os modos de vibrar encontrados.

V1
C1



Output Set: Mode 1, 0.269697 Hz
Deformed(0.101): Total Translation

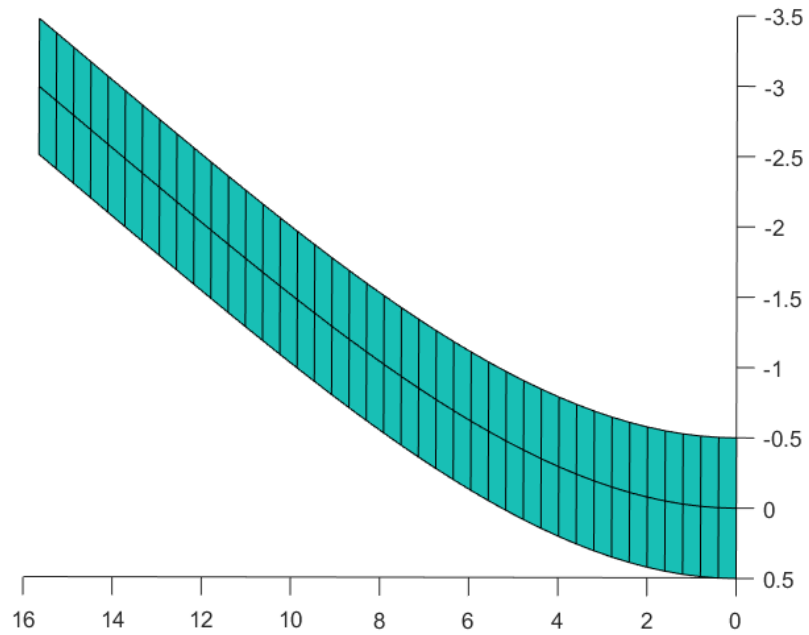


Figura 4.2: Primeiro modo *inplane* de flexão. FEM e Aeroflex respectivamente. $F_n = 0.27$ Hz

V1
C1

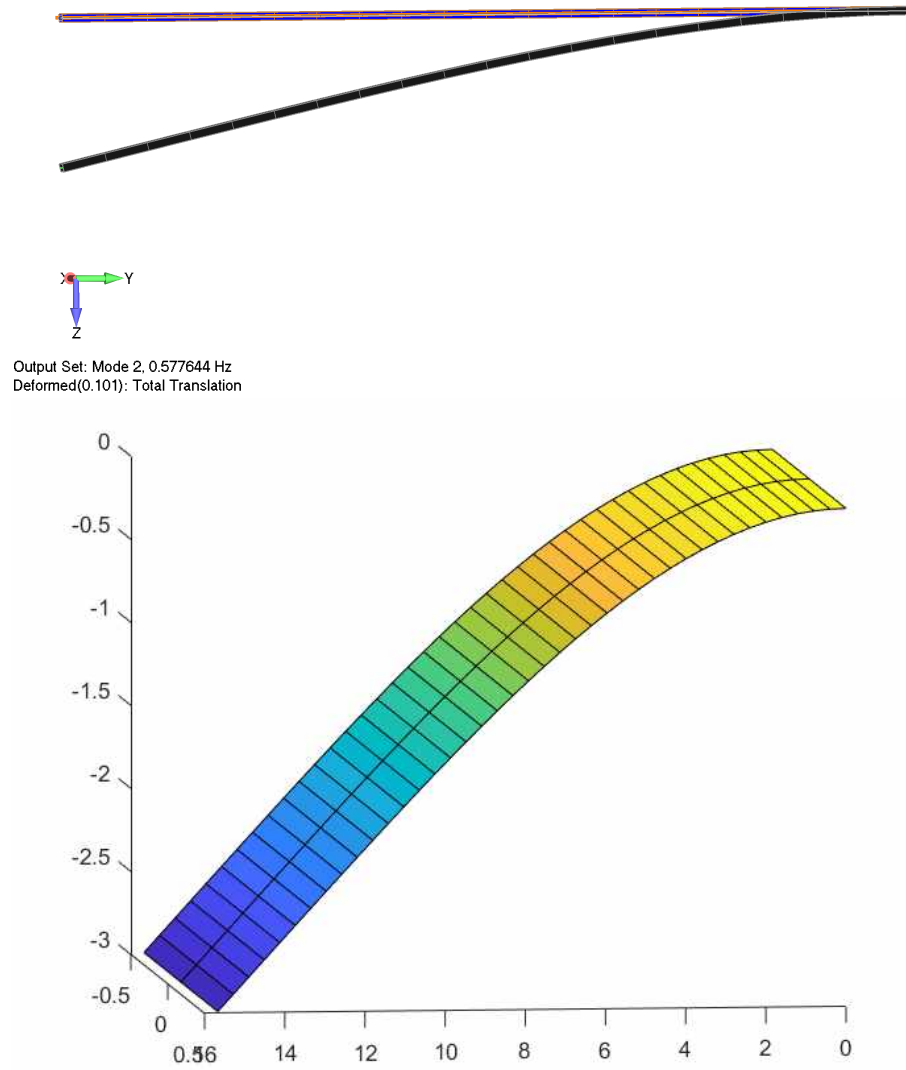


Figura 4.3: Primeiro modo de flexão. FEM e AeroFlex respectivamente. $F_n = 0.578$ Hz

V1
C1

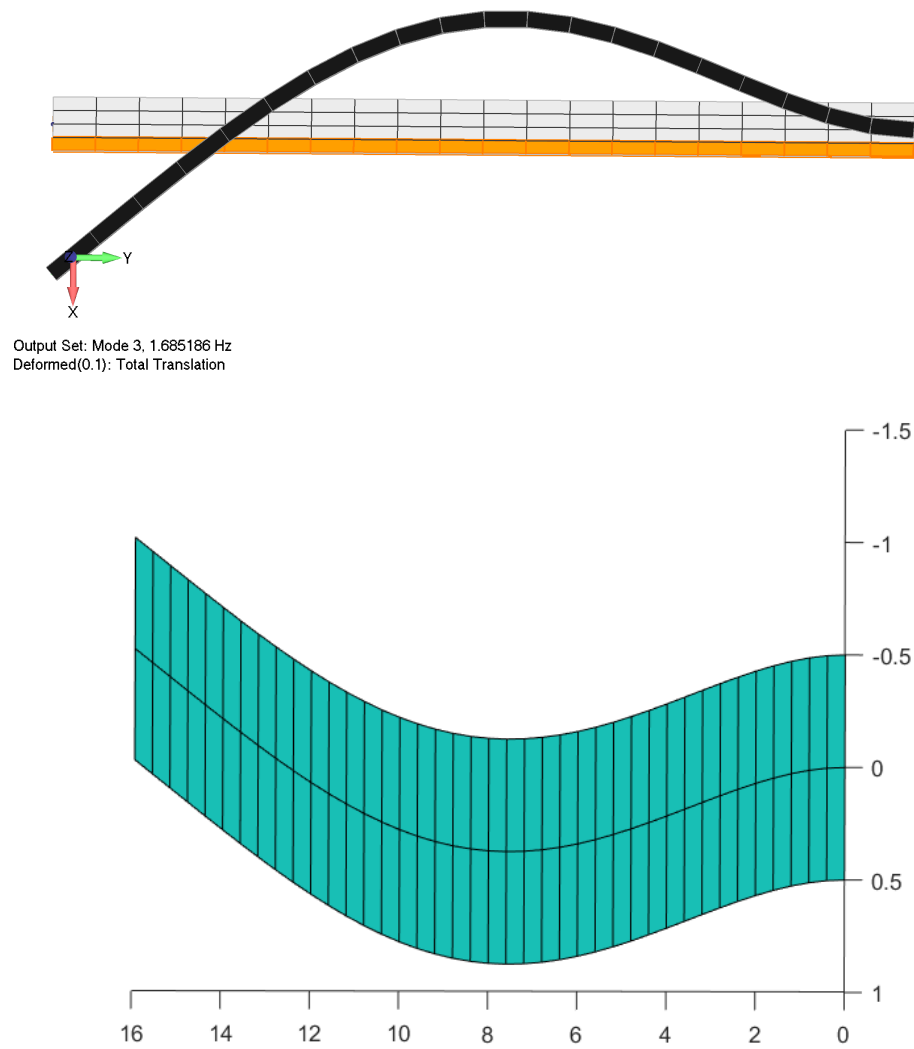


Figura 4.4: Modo *inplane* de flexão com dois nós. FEM e SF respectivamente. $F_n = 1.685$ Hz

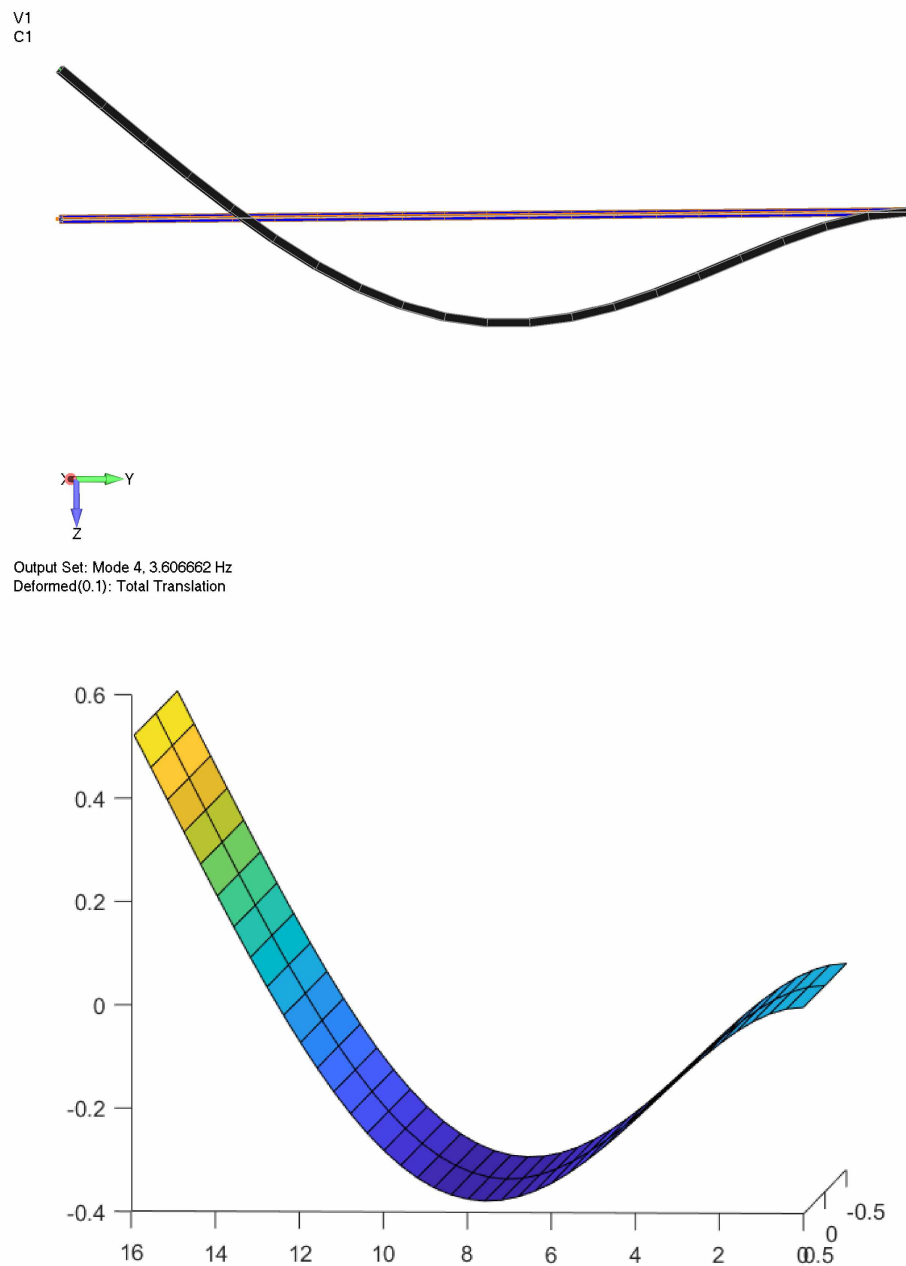


Figura 4.5: Segundo modo de flexão. FEM e SF respectivamente. $F_n = 3.607$ Hz

V1
C1

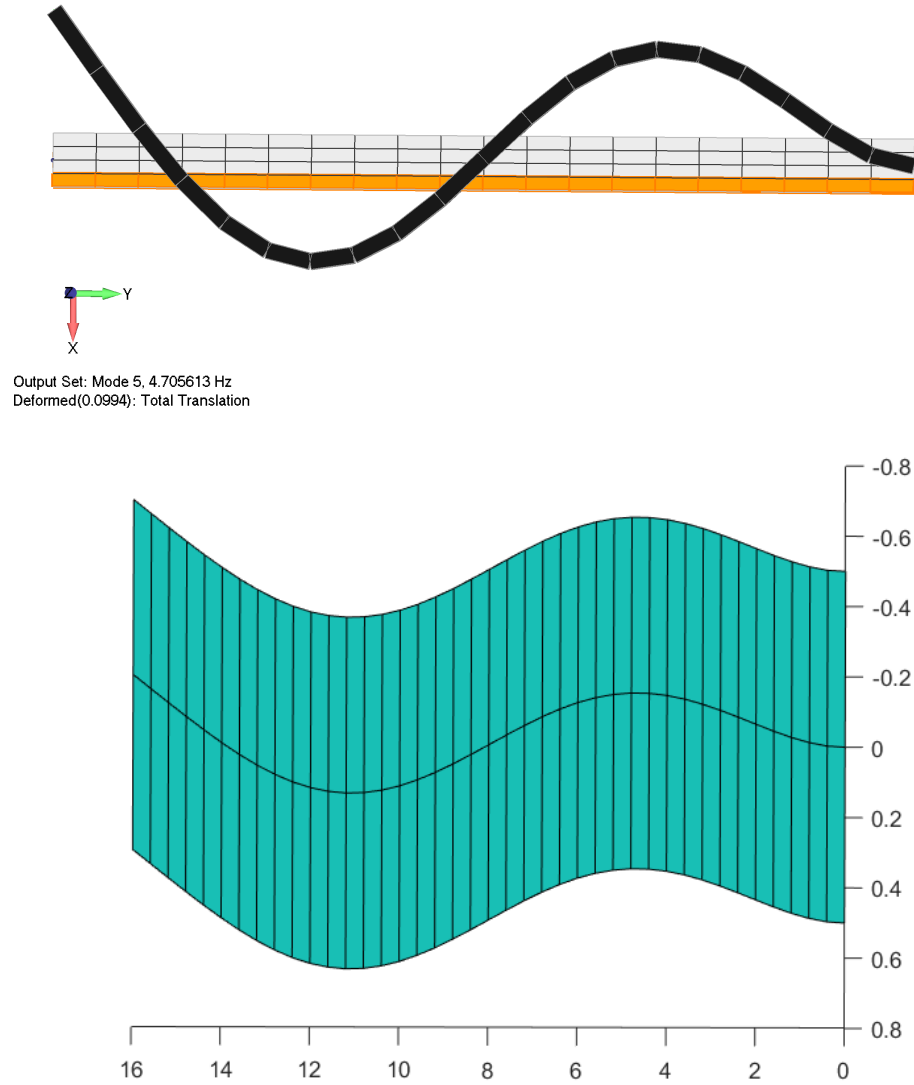


Figura 4.6: Modo de flexão *inplane* com 3 nós. FEM e SF respectivamente. $F_n = 4.706$ Hz

4.3 Reversão de Comando

Realizando então a análise da distribuição de sustentação no modelo AeroFlex para diferentes velocidades, foi possível perceber que ao atingir determinada velocidade a sustentação deixava de aumentar e começava a diminuir (Figura 4.7). Apesar de isso não categorizar exatamente uma reversão dos comandos, pois a sustentação não se inverteu na semi-asa, podemos considerar que esse comportamento se dá devido a maior torção da asa super flexível.

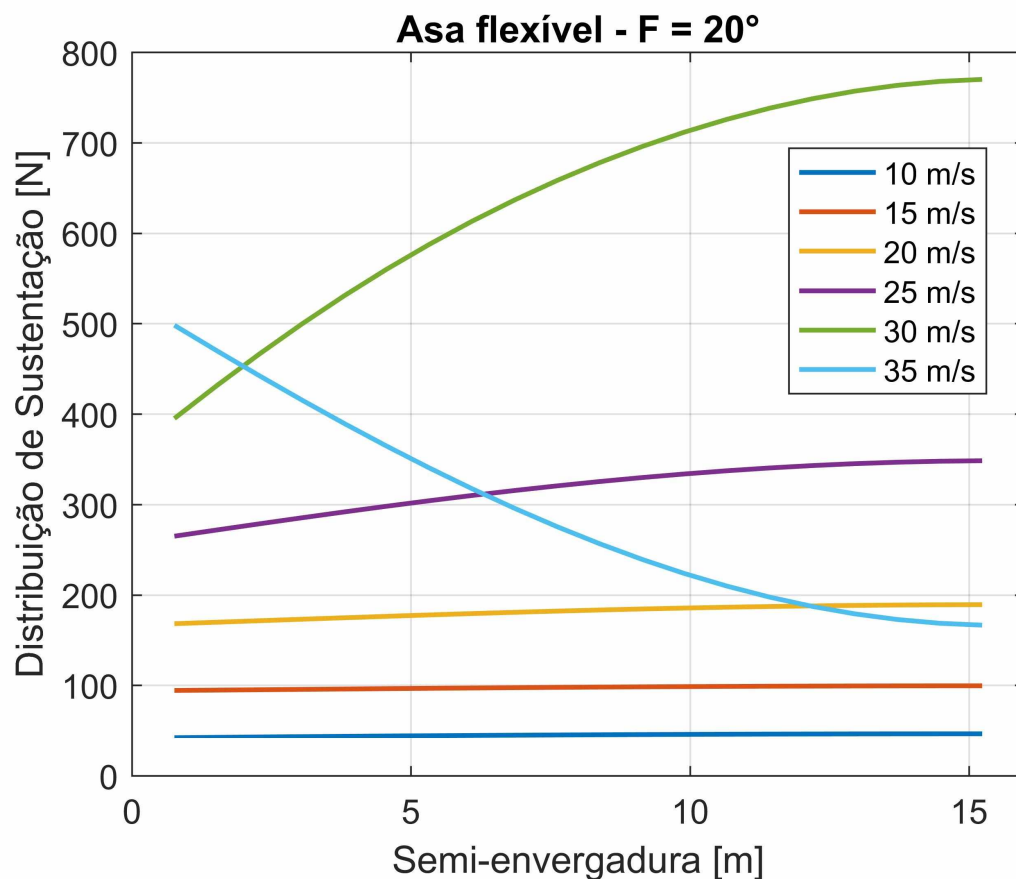


Figura 4.7: Gráfico da distribuição de sustentação para diferentes velocidades com flap em 20 graus.

Observando o gráfico de efetividade (Figura 4.8) realizado para o modelo em Nastran é possível perceber que perto da velocidade de 30 m/s a reversão de comando começa a ocorrer. A diminuição da sustentação a partir dessa velocidade no modelo

não linear mostra o comportamento paralelo dos dois modelos, mas que divergem em resultado devido a grande flexibilidade da asa que pode causar com que a reversão de comando ocorra a velocidades maiores do que as observadas no modelo linear.

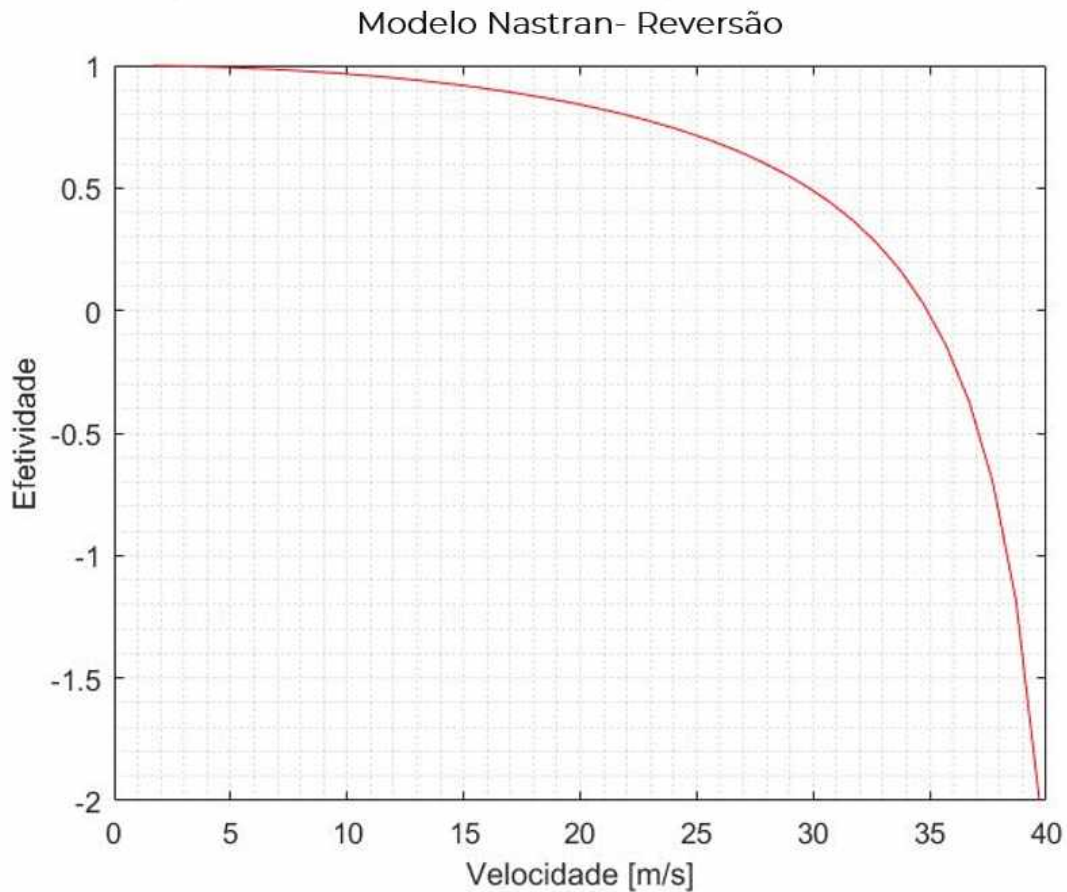


Figura 4.8: Gráfico da efetividade pela velocidade. O fenômeno de reversão ocorre na velocidade em que efetividade cruza o zero.

A fim de observar o que ocorre em cada velocidade, a Figura 4.9 mostra o de-
formação da asa que resultou nas distribuições mostradas anteriormente na Figura 4.7.

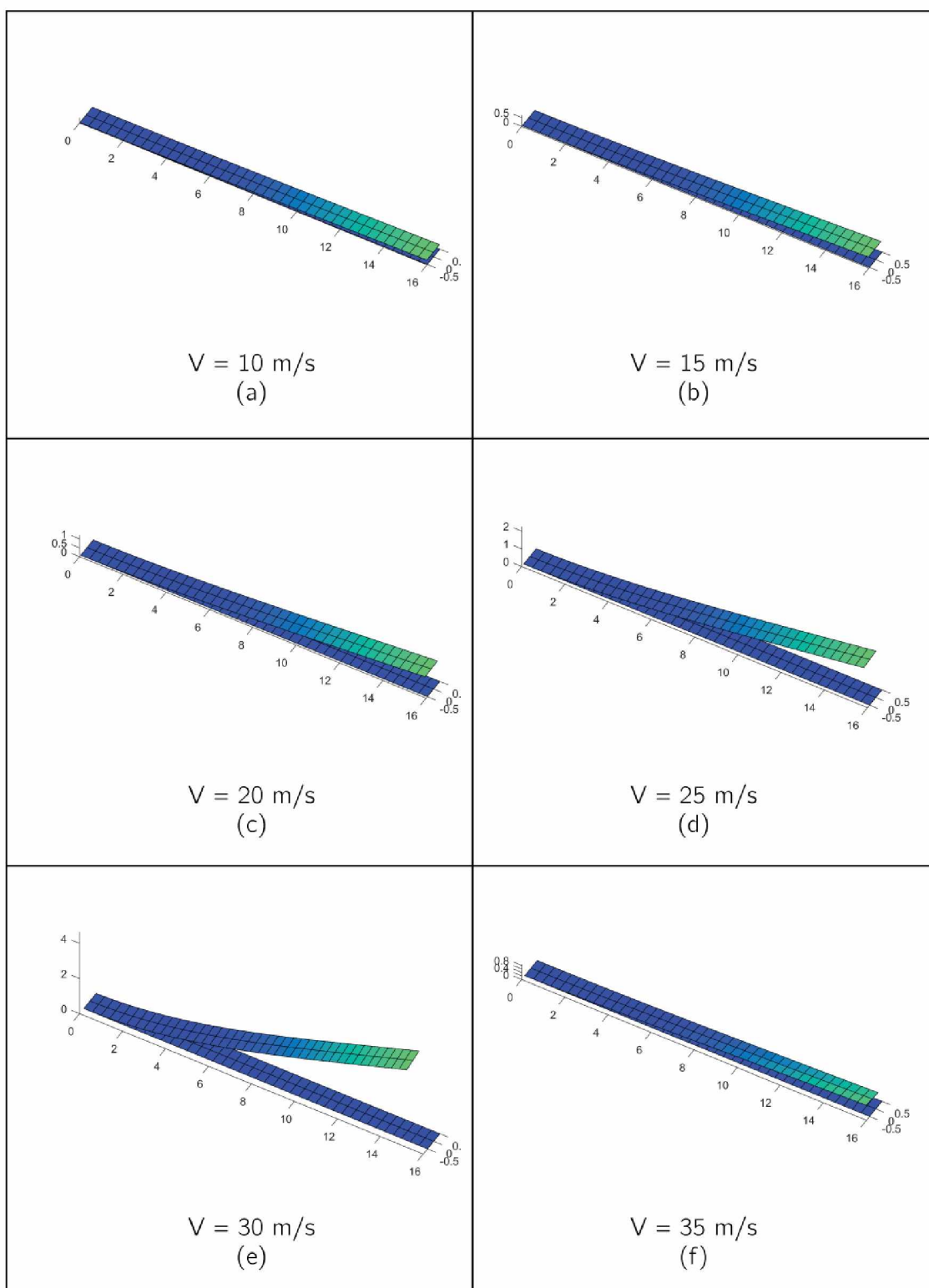


Figura 4.9: Deformações da asa para cada velocidade.

CAPÍTULO V

Conclusões

Este trabalho teve por objetivo observar os efeitos não lineares em modelos de solução aeroelástica que consideram aeroanves com asas muito flexíveis. Isso se deu através da utilização de um elemento de barra não linear na modelagem de uma viga com alto alongamento. O modelo não-linear foi feito através do código AeroFlex desenvolvido no ITA que serviu de base para a comparação com o software linear Nastran.

Inicialmente foram feitas comparações isoladas em partes do modelo para então entrar nas análises aeroelásticas. Essas análises mostraram que a teoria aplicada tanto na aerodinâmica quanto na parte estrutural eram válidas para a comparação, pois operavam de forma semelhante quando a elasticidade do modelo não era fator predominante. Assim, foi possível visualizar as diferenças que ocorriam nos modelos de acordo com as modificações nas condições de voo e então visualizar as diferenças no modelo super flexível.

A partir das análises de reversão foi possível concluir que os efeitos não-lineares se mostraram presentes em velocidades relativamente baixas. Apesar da simplicidade do modelo, os resultados obtidos mostram a relevância desse estudo, principalmente devido a inclinação da indústria para aeronaves cada vez mais flexíveis. Assim, o próximo passo é ampliar o estudo na área afim de conseguir aumentar a aplicação da

teoria até hoje desenvolvida.

Esse trabalho se limitou a analisar a resposta aeroelástica estática, porém para futuros trabalhos, a avaliação pode ser extrapolada para soluções dinâmicas, como análise do fenômeno aeroelástico *flutter* e análise de resposta a rajada. Esses estudos seriam de grande ajuda para compreender melhor os efeitos não lineares na aeroelasticidade de aeronaves super flexíveis.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- [1] E. A. Balvedi. Linear and nonlinear aeroelastic analyses of a typical airfoil section with control surface freeplay. 2010.
- [2] R. L. Bisplinghoff, H. Ashley, and R. L. Halfman. *Aeroelasticity*. Addison-Wesley Publishing Company, United States of America, 1955.
- [3] Erick L. Brown. Integrated Strain Actuation In Aircraft With Highly Flexible Composite Wings. 2003.
- [4] Carlos Cesnik and Weihua Su. Nonlinear Aeroelastic Modeling and Analysis of Fully Flexible Aircraft. 2005.
- [5] Cardoso Ribeiro Fávio Luiz. Dinâmica de Aeronaves muito Flexíveis. 2011.
- [6] D.H. Hodges and G.A. Pierce. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*. Cambridge Aerospace Series. Cambridge University Press, 2002.
- [7] D. A. Peters, M. C. A. Hsieh, and A. Torrero. A state-space airloads theory for flexible airfoils. 2007.
- [8] David Peters, Wen-Ming Cao, and Swaminathan Karunamoorthy. Finite-state induced flow models, part i: Two-dimensional thin airfoil. *Journal of Aircraft - J AIRCRAFT*, 32:313–322, 03 1995.
- [9] Christopher M. Shearer. Coupled Nonlinear Flight Dynamics, Aeroelasticity, and Control of Very Flexible Aircraft. 2006.
- [10] MSC Software. *MSC Nastran 2012 Quick Reference Guide*. MacNeal-Schwendler Corporation, 2011.