

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

Os hidrociclones pertencem a um importante grupo de equipamentos destinados à separação sólido-líquido e líquido-líquido em campo centrífugo. Patenteados e conhecidos desde o final do século XIX, quando eram empregados primeiramente na remoção de areia de águas, os hidrociclones permaneceram com o uso pouco difundido, durante algumas décadas, restrito apenas a algumas atividades. Este contexto começou a se modificar por volta de 1940, quando os hidrociclones começaram a ser empregados na indústria de extração e processamento mineral. Desde então, inúmeros estudos científicos com hidrociclones foram surgindo, colaborando cada vez mais na divulgação desse equipamento.

Distintamente das centrífugas, os hidrociclones não possuem partes móveis. Dependendo das relações geométricas entre as principais dimensões de um hidrociclone (*família*), é possível adequá-lo à execução de várias atividades industriais. O emprego de uma determinada *família* de hidrociclones geralmente é restrito à necessidade de equipamentos com um alto poder classificador (baseado no tamanho das partículas coletadas no *underflow*) ou com um grande poder concentrador. Além disso, podem ser extremamente eficientes na separação de partículas com tamanho situado entre 5 a 400 μm .

É em função dessa versatilidade de que os hidrociclones são dotados, que se permite a aplicação destes equipamentos nos mais variados processos de separação sólido-líquido, tais como: a classificação seletiva, a deslamagem, o espessamento, o fracionamento, a pré-concentração, a recuperação de líquidos etc. Devido a essas aplicações, os hidrociclones tornaram-se, atualmente, equipamentos bastante utilizados tanto na separação sólido-fluido quanto na separação líquido-líquido, podendo ser encontrados em diversos setores industriais, tais como, o têxtil, o alimentício, o químico, o petroquímico, o metalúrgico etc.

Os hidrociclones são equipamentos simples e de fácil construção, sendo basicamente dotados de uma parte cilíndrica acoplada a uma região cônica. As dimensões geométricas de cada parte são importantes no processo de separação, pois estão diretamente relacionadas com a capacidade e o poder de classificação destes equipamentos.

Na Figura 1.1 são representadas as principais dimensões geométricas de um hidrociclone empregado na separação sólido-líquido. A parte cilíndrica possui uma entrada tangencial por onde a suspensão é alimentada. Há ainda um tubo localizado axialmente na parte superior que é por onde a suspensão diluída (*overflow*), dotada de partículas finas, é

coletada. Já a parte cônica possui um orifício inferior, que é o responsável pelo direcionamento da suspensão concentrada (*underflow*), constituída de partículas maiores.

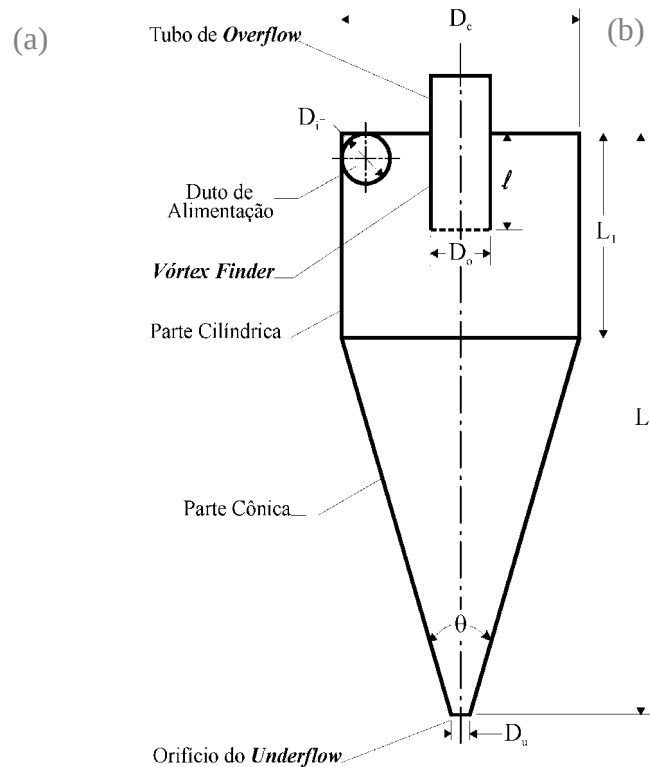


Figura 1.1 – Hidrociclone (a) e seu esquema (b) com as principais dimensões de projeto.

A Figura 1.2 apresenta, de maneira simplificada, a trajetória adquirida pela suspensão no interior de um hidrociclone. A separação ocorre por ação de forças de arraste e de pressão sobre as partículas de diferentes tamanhos e densidades presentes na suspensão alimentada. Tais forças são geradas através da alimentação da suspensão sob pressão, tangencialmente à câmara cilíndrica do hidrociclone. Um vórtice é originado, fazendo com que a força centrífuga atue nas partículas, direcionando-as ao encontro da parede do hidrociclone, num movimento em espiral descendente que adentra a seção cônica. Nessa seção, as partículas de maiores tamanhos e densidades permanecem em seu caminho espiral descendente, próximas à parede, saindo pelo orifício inferior (*underflow*). Por sua vez, as partículas de menores tamanhos e densidades tendem a ser arrastadas para o interior do equipamento, seguindo uma trajetória em espiral ascendente inversa e saindo pelo orifício superior (*overflow*).

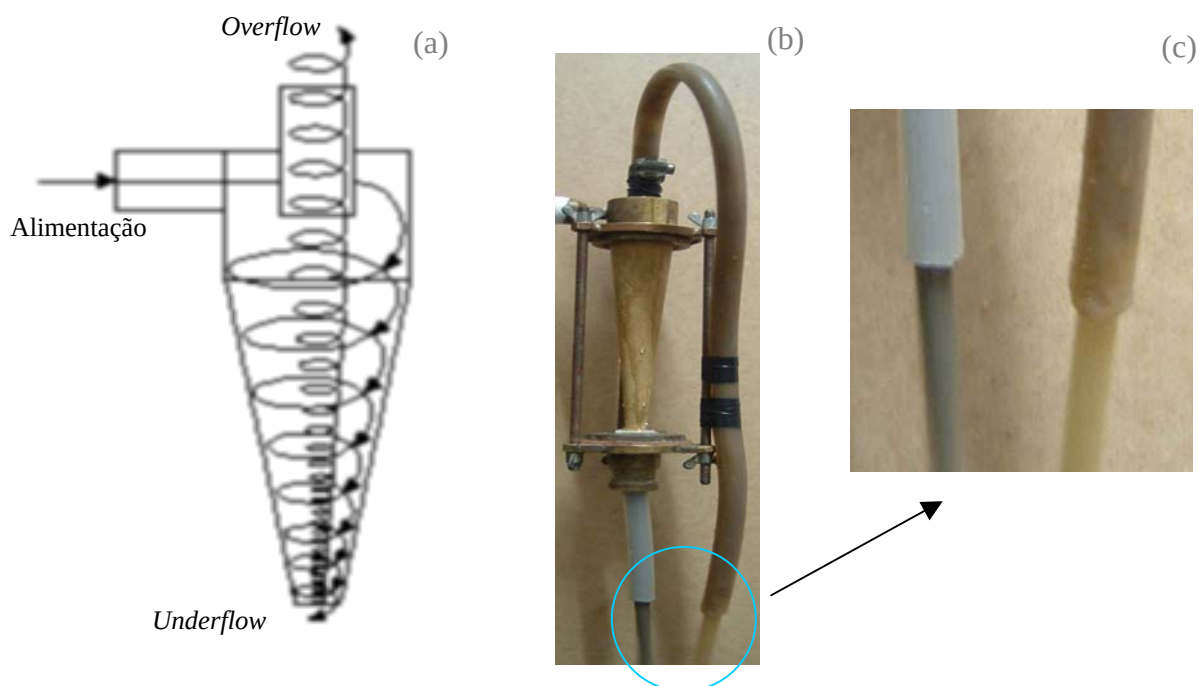


Figura 1.2 – Trajetória simplificada adquirida pela suspensão (a), hidrociclone em funcionamento (b) e correntes de *underflow* e *overflow* (c), respectivamente.

A Universidade Federal de Uberlândia (UFU) está localizada no Triângulo Mineiro, região de grande destaque econômico, exatamente por agregar parte significativa do parque industrial do Estado de Minas Gerais, principalmente no que se refere às indústrias do setor mineral. Além disso, esta região exerce forte influência econômica no sul do Estado de Goiás e Norte do Estado de São Paulo, assim como noutras regiões do próprio Estado de Minas Gerais, como são os casos do Alto Paranaíba e do Noroeste do Estado. Além do mais, faz parte do histórico da Faculdade de Engenharia Química da UFU, desenvolver trabalhos em sistemas particulados, direcionados e associados com problemas técnicos das indústrias regionais. Devido a isso, inúmeros são os casos de indústrias que procuram a universidade para que juntas formem parcerias a fim de buscarem as melhores soluções técnicas de seus problemas.

Sabe-se que os hidrociclones são um dos equipamentos mais difundidos em qualquer ramo da indústria química. Destarte, todo e qualquer estudo relacionado com a otimização de hidrociclones contribui para o aprimoramento da tecnologia de separação, podendo ser aplicado e assimilado imediatamente pelas empresas regionais.

Neste panorama, pesquisadores da Faculdade de Engenharia Química da UFU propuseram a incorporação de um cone permeável a um hidrociclone de geometria

convencional. A incorporação de uma parede filtrante originou um tipo de separador até então inédito, cuja denominação recebida foi a de hidrociclone filtrante (HENRIQUE *et al.*, 1987).

A operação do hidrociclone filtrante é análoga ao do equipamento convencional, acrescido do fato de que além das vazões volumétricas de alimentação (Q), *underflow* (Q_u) e *overflow* (Q_o), há uma corrente adicional de fluido, advinda da coleta de filtrado produzido na região cônica do separador. Um esquema simplificado, correlacionando o hidrociclone convencional e o filtrante, pode ser visualizado na Figura 1.3.

Os primeiros resultados provenientes da operação de um hidrociclone filtrante, construído segundo a geometria Bradley e dotado de um meio filtrante de nylon, foram apresentados por BARROZO *et al.* (1992). Neste trabalho, foram observadas mudanças significativas nas principais variáveis operacionais, conduzindo principalmente a acréscimos na capacidade de processamento e a decréscimos na razão de líquido e eficiência de coleta.

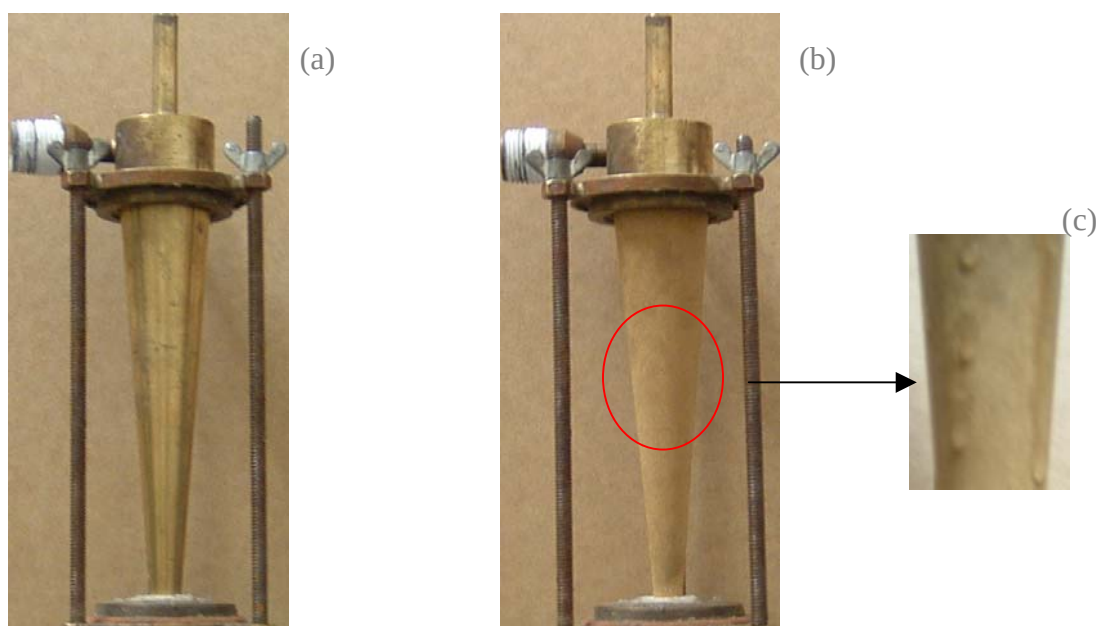


Figura 1.3 – Esquema simplificado entre um hidrociclone convencional (a) e seu respectivo hidrociclone filtrante (b), bem como o filtrado afluindo da parede porosa (c).

Posteriormente, VIEIRA (1997) utilizou um hidrociclone de Bradley com meio filtrante de polipropileno e observou que as variáveis operacionais deste, ainda mantinham as mesmas tendências daquelas oriundas do hidrociclone filtrante de nylon, distinguindo-se apenas quanto à ordem de grandeza.

Diante destas informações, SOUZA (1999) sugeriu que fosse feita a quantificação do comportamento das variáveis operacionais dos hidrociclones filtrantes através de um procedimento mais generalizado. Para isso, além dos meios filtrantes até então utilizados (nylon e polipropileno), foram estudados ainda outros dois meios filtrantes manufaturados com partículas de bronze sinterizadas. Das informações obtidas, foi possível desenvolver uma metodologia que incorporou a resistência do meio filtrante às equações de projeto e desempenho de hidrociclones filtrantes segundo a geometria Bradley. O pesquisador inferiu, ainda, sobre a possibilidade de imediata aplicação destes equipamentos nos processos cotidianos de separação das indústrias, haja vista que o uso de hidrociclones filtrantes subentenderiam um menor consumo de energia e produziriam um produto de fundo mais concentrado, quando empregados nas mesmas condições operacionais do hidrociclone convencional.

No entanto, todo o conhecimento adquirido até aquele momento a respeito de hidrociclones filtrantes encontrava-se única e exclusivamente correlacionado à geometria Bradley. Seria inconsistente generalizar as características desses separadores e extrapolá-las a outras *famílias* de hidrociclones, pois, incorrer-se-ia na possibilidade de que as constatações experimentais verificadas para a geometria Bradley pudessem ser inválidas frente a outras configurações geométricas.

A fim de dar continuidade aos estudos com hidrociclones filtrantes, VIEIRA (2001), em sua Dissertação de Mestrado pela FEQUI/UFU, propôs a investigação da performance de hidrociclones filtrantes segundo a geometria Rietema. Neste trabalho, novamente foi verificada a influência da filtração no processo de separação, observando ainda que, ao contrário dos hidrociclones filtrantes de Bradley, os hidrociclones filtrantes de Rietema, em relação ao equipamento convencional, possuíam maiores eficiências de coleta e menores custos energéticos. Em função das constatações anteriores, foi concluído que tanto a filtração quanto a geometria utilizada para o tronco de cone interferiram simultaneamente na fluidodinâmica do sistema. A preponderância de um fator sobre o outro foi o motivo pelo qual a influência das variáveis operacionais dos hidrociclones filtrantes de Rietema caminhavam em sentido adverso àquele oriundo dos hidrociclones filtrantes de Bradley.

Sobre as conclusões anteriores, acreditou-se na possibilidade de existir uma geometria ótima que poderia combinar, em um único equipamento, as vantagens da diminuição do número de Euler com as do aumento da eficiência de coleta. Todavia, antes de se partir para este estudo propriamente dito (amparado por um planejamento experimental das relações geométricas), foram ainda estudados por BARBOSA *et al.* (2002), hidrociclones

filtrantes segundo as geometrias Krebs e Demco. No que se refere aos comportamentos desses dois últimos hidrociclones filtrantes, BARBOSA *et al.* (2002) concluíram que a filtração os alterava de forma menos significativa do que as perturbações verificadas para as geometrias Bradley e Rietema.

Devido às inúmeras questões supracitadas, foi imprescindível a continuidade dos estudos relacionados a hidrociclones filtrantes empregando relações geométricas que cobrissem toda a faixa daquelas usadas comercialmente. Portanto, o presente trabalho visou à investigação e otimização da performance de hidrociclones filtrantes, segundo relações geométricas advindas da técnica de planejamentos de experimentos, no intuito de maximizar as eficiências de coleta e em contrapartida, minimizar os custos energéticos.

Porém, os objetivos deste trabalho não se exauriram nesta última proposta e novas metas foram ainda colocadas de acordo com os caminhos da fluidodinâmica computacional. Senão vejamos.

Apesar da simplicidade de construção, sabe-se que o escoamento interno em um hidrociclone é altamente complexo e de difícil modelagem matemática. Já é de domínio público que o escoamento interno nestes equipamentos é turbulento e apresenta alta preservação de vorticidade, quebra de vórtices (*vortex breakdown*), inversão de escoamento, *air core* etc. (Figura 1.4).

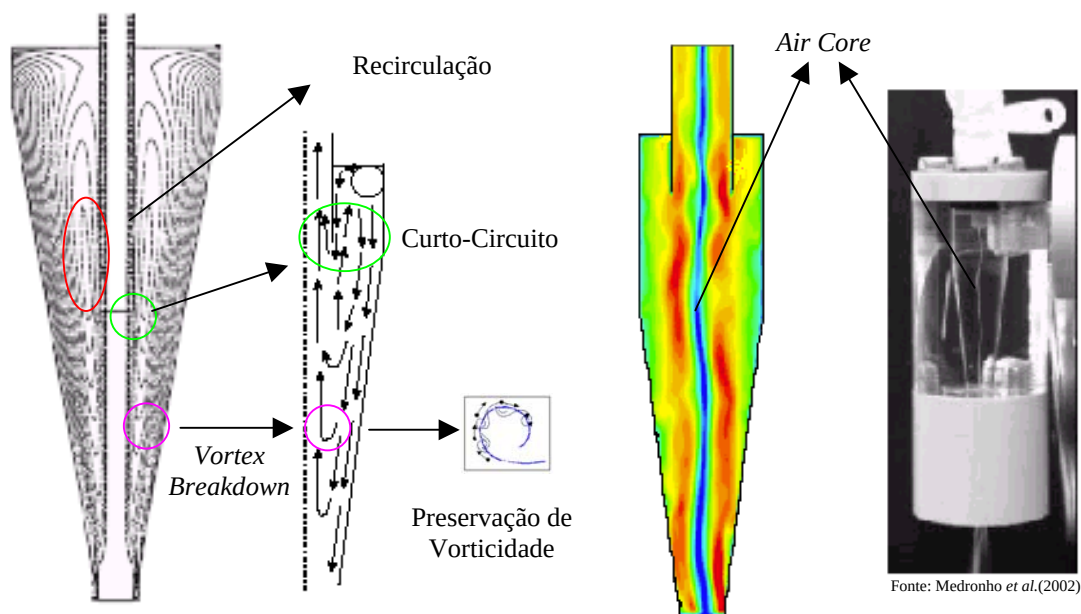


Figura 1.4 – Esquema de *vortex breakdown*, recirculação, curto-circuito, preservação de vorticidade e *air core* em hidrociclones.

Em função da complexidade do escoamento em hidrociclones, a maioria dos projetos centrava seus esforços em modelos empíricos, na tentativa de relacionar a performance com as principais variáveis geométricas e operacionais do sistema.

Evidentemente que, sem olvidar do mérito proporcionado pelas metodologias empíricas, tal praxe conduzia ao inconveniente fato de que as correlações empíricas geralmente encontradas eram limitadas e válidas a um conjunto também restrito de informações experimentais. Outrossim, toda vez que novas condições operacionais e geométricas fossem empregadas num determinado projeto, tornar-se-ia inevitável a realização de testes práticos, a fim de caucionar o desempenho almejado.

De forma concomitante e alternativa, juntamente com o desenvolvimento tecnológico, a fim de sanar a grande dependência de informações essencialmente empíricas, tem sido utilizada, recentemente, em estudos de performance de hidrociclones (LAUNDER & SPALDIG (1972), MALHOTRA *et al.* (1994), MEIER *et al.* (1999), MA *et al.* (2000), LUBBERSTEDT *et al.* (2001), CULLIVAN *et al.* (2003) etc.) a técnica da Fluidodinâmica Computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*). Por essa abordagem, as causas fundamentais dos fenômenos de turbulência passaram a ser compreendidas à luz dos princípios de conservação de massa, energia e momento, requerendo portanto, menos informações empíricas.

Neste aspecto, além do procedimento experimental adotado, buscou-se também neste trabalho, um melhor entendimento do fenômeno através da aplicação subsidiária de técnicas de fluidodinâmica computacional no rol de hidrociclones contidos nesta tese.

1.1 – Objetivos

Ante ao todo exposto, o estudo da otimização dos processos de separação em hidrociclones filtrantes teve como principais objetivos:

- 1 - dar continuidade aos promissores resultados obtidos previamente com o estudo de hidrociclones filtrantes (Bradley, Rietema, Krebs e Demco);
- 2 – realizar um planejamento composto central (PCC) das principais relações geométricas de um hidrociclone filtrante, como subsídio do processo de otimização;

- 3 – construir os hidrociclones filtrantes com fulcro nas dimensões geométricas estabelecidas pelas técnicas de planejamento de experimentos;
- 4 – montar uma unidade piloto experimental para que os hidrociclones filtrantes fossem devidamente instalados a fim de que pudessem ser reproduzidas as mesmas condições industriais nas dependências do laboratório de Sistemas Particulados da Universidade Federal de Uberlândia (LSP/UFU);
- 5 – selecionar através de técnicas estatística de planejamento experimental, de superfície de resposta e pacotes numéricos, as dimensões geométricas e condições operacionais ótimas, nas quais os hidrociclone filtrantes possam apresentar uma máxima eficiência de classificação associada a um custo energético mínimo (baixos números de Euler);
- 6 – aplicar subsidiariamente técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD), mediante o uso de um pacote numérico comercial (FLUENT[®] 6.2), no intuito de simular o escoamento interno em hidrociclones, tanto na ausência, quanto na presença do processo de filtração;
- 7 – conjugar os dados experimentais com as simulações fluidodinâmicas, propondo uma justificativa técnica sobre os motivos pelos quais o binômio filtração-geometria interage e influencia na separação sólido-líquido em hidrociclones.

CAPÍTULO II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 – Famílias de Hidrociclones

Os hidrociclones são agrupados em *famílias*. Define-se como *família* de hidrociclones um conjunto específico de separadores que mantêm entre si uma proporção constante e exclusiva de suas principais dimensões geométricas com o diâmetro da parte cilíndrica. Essa proporcionalidade existente entre as dimensões geométricas é extremamente importante no processo de separação, pois está diretamente relacionada com a capacidade e o poder de classificação destes equipamentos.

Verifica-se, na prática, que *famílias* de hidrociclones, dotadas de uma região cilíndrica relativamente grande, são equipamentos que oferecem uma maior capacidade de processamento, enquanto as que têm a altura da parte cônica de maior dimensão induzem a uma maior eficiência de coleta. É diante da enorme versatilidade oferecida pelos hidrociclones, que se encontra uma gama considerável de *famílias* empregadas tanto na indústria como no âmbito acadêmico. Dentre as *famílias* clássicas podem ser citadas como exemplo a de Bradley, Rietema, Krebs, CBV/Demco, Hi-Klone, Mosley, RW, Warman. As principais relações geométricas referentes as essas *famílias* são apresentadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Razões entre as principais relações geométricas pertencentes a algumas das *famílias* clássicas de hidrociclones (SVAROVSKY, 1984).

Família de Hidrociclone	D _c (m)	Proporções Geométricas (Figura 1.1)				
		D _i /D _c	D _o /D _c	D _u /D _c	L/D _c	θ
Rietema	0,075	0,280	0,340	0,400	5,00	20°
Bradley	0,038	0,133	0,200	0,330	6,85	9°
Mosley	0,022	0,154	0,214	0,570	7,43	6°
Mosley	0,044	0,160	0,250	0,570	7,71	6°
Warman	0,076	0,290	0,200	0,310	4,00	15°
Hi-Klone	0,097	0,175	0,250	0,920	5,60	10°
RW 2515	0,125	0,200	0,320	0,800	6,24	15°
Demco	0,051	0,217	0,500	1,000	4,70	25°
Demco	0,102	0,244	0,313	0,833	3,90	20°

2.2 – Funcionamento Básico de um Hidrociclone

Hidrociclones são equipamentos que promovem a separação sólido-líquido e líquido-líquido em campo centrífugo. Uma alimentação, dotada de energia de pressão, é injetada

tangencialmente no topo da parte cilíndrica do hidrociclone, induzindo o fluido a realizar, ao longo de sua trajetória, um movimento rotacional. O movimento rotacional do fluido, ao longo de seu percurso, gera acelerações centrífugas diretamente atuantes nas partículas presentes no meio, forçando-as a moverem-se em direção à parede do equipamento (SVAROVSKY, 1984).

À medida que o fluido adentra à parte cônica do hidrociclone, maiores são as velocidades do fluido, já que a seção disponível ao escoamento vai se reduzindo. Uma vez que o orifício de *underflow* é relativamente pequeno, este permite que apenas parte da suspensão inicialmente alimentada no hidrociclone seja descarregada. Diante disso, a parcela que não é descarregada no *underflow* migra para o centro do eixo do equipamento (*vortex breakdown*), formando um vórtice interno direcionado para cima e com movimento rotacional inverso àquele criado pelo primeiro vórtice.

A distribuição de velocidade do escoamento da suspensão em hidrociclones é complexa e pode ser decomposta em três componentes: axial, radial e tangencial. A componente tangencial desse escoamento mostra-se altamente relevante porque é a responsável pela geração das forças centrífugas e de cisalhamento atuantes em um hidrociclone. Estas mantêm a parede ausente de acúmulo de sólidos (torta), aquelas (dependentes da posição axial e radial no hidrociclone) são as diretamente responsáveis pela coleta de uma determinada partícula. A transferência da quantidade de movimento de uma componente para outra é constantemente executada, principalmente quando o fluido se aproxima do orifício de *underflow*, onde este, com movimento rotacional, vai cedendo energia simultaneamente para as componentes radial e axial (SCHAPEL e CHASE, 1998).

Em termos gerais, a coleta de uma partícula em um hidrociclone tem como forças atuantes àquelas criadas pelo movimento rotacional do fluido, pelo empuxo (devido à diferença de densidades do fluido e partícula) e pelo arraste (inerente a qualquer escoamento que envolve mais de uma fase).

A velocidade terminal da partícula é determinada pelo balanço dessas forças descritas anteriormente e seu módulo é definido de acordo com o tamanho e forma da partícula. Reputam-se coletadas, todas as partículas que conseguem atingir a parede. Desta forma, durante o escoamento, as partículas maiores experimentam uma maior força centrífuga, sendo direcionadas à parede. Enquanto isso, as partículas de menores dimensões não terão tempo suficiente para alcançá-la e serão arrastadas para o vórtice interno. Uma vez no vórtice interno, é praticamente certo que as partículas serão descarregadas no *overflow*,

mas ressalva-se a possibilidade de uma ou outra partícula ser reclassificada por estar situada próxima às interfaces de escoamento (SCHAPEL e CHASE, 1998).

Além do escoamento básico, descrito anteriormente, num hidrociclone, há outras particularidades no escoamento que podem ser constatadas. Nestes casos, pode ser incluído um pequeno curto-circuito que ocorre no topo do hidrociclone devido aos gradientes de pressão e às bordas de escoamento causadas pela diferença de tamanho entre o *vortex finder* e o turbilhão interno (SOUZA *et al.*, 2000). Neste sistema, há ainda, a tendência de aparecer um vórtice interno de ar (*air core*) ao longo do eixo central do hidrociclone, mas que, geralmente, é destruído pela adição de contrapressão ou pela faixa de operação na qual o hidrociclone é manuseado.

2.3 – Separação Sólido-Líquido em Hidrociclones pela Abordagem Clássica

Apesar da simplicidade de construção, operação e manutenção que os hidrociclones são capazes de oferecer, a descrição e previsão da separação sólido-líquido neste tipo de equipamento são ainda complexas do ponto de vista matemático. De acordo com essa realidade, grande parte dos trabalhos científicos com hidrociclones recorre a recursos fundamentados num cunho mais experimental do que teórico.

Frente a estas constatações, tornar-se-á fácil notar que as abordagens, sejam teóricas ou empíricas, não se excluem, antes se complementam. Desta forma, nas subseções a seguir, serão descritos os principais procedimentos associados ao processo de separação em hidrociclones, segundo a abordagem clássica. Essa descrição será inicialmente feita sobre a relevância que os grupos adimensionais desempenham no processo de separação sólido-líquido (Subseção 2.3.1). *A posteriori*, serão realizadas abordagens sobre as principais formulações semi-empíricas existentes, referentes à predição de eficiência em tais equipamentos (Subseção 2.3.2). Em seguida, como informação, são catalogados alguns dos diversos trabalhos, desenvolvidos nos últimos anos (Subseção 2.3.3).

2.3.1 – Grupos adimensionais Aplicados a Hidrociclones

O escoamento em um hidrociclone dá-se em todas as direções possíveis (radial, axial e angular). Teoricamente, esse fenômeno pode ser descrito pelas equações da Continuidade e do Movimento. Entretanto, do ponto de vista matemático, a resolução exata dessas equações é altamente complexa e ainda desconhecida. Em face desta dificuldade, grande parte dos estudos efetuados com hidrociclones, fundamenta-se nos grupos adimensionais relevantes do

fenômeno (SVAROVSKY,1981). Os grupos adimensionais mais importantes no estudo com hidrociclones são os números de Stokes (Stk_{50}), Euler (Eu) e Reynolds (Re) que estão respectivamente relacionados com o poder de classificação, com os custos energéticos e com o tipo de escoamento, cujas expressões são descritas a seguir.

$$Stk_{50} = \frac{(\rho_s - \rho)u_c (d'_{50})^2}{18\mu D_c} \quad (2.1)$$

$$Eu = \frac{2(-\Delta P)}{\rho u_c^2} \quad (2.2)$$

$$Re = \frac{\rho D_c u_c}{\mu} \quad (2.3)$$

Na prática, os números de Stokes, Euler e Reynolds são correlacionados entre si de acordo com a influência que desempenham no processo de separação; podendo associá-los também à concentração volumétrica de sólidos (C_v) e à razão de líquido (R_L – quociente entre a vazão volumétrica de líquido do *underflow* e a vazão de líquido alimentada), de tal forma a se obter uma função matemática dotada da seguinte estrutura (SILVA e MEDRONHO, 1988):

$$Stk_{50} Eu = f(Re, R_L, C_v) \quad (2.4)$$

2.3.2 – Modelos Clássicos de Separação

Os modelos de separação em hidrociclones tentam através de considerações teóricas, descrever a forma como uma determinada partícula é classificada. De acordo com as hipóteses adotadas, os principais modelos existentes atualmente podem ser situados em quatro grupos: Modelo da Órbita de Equilíbrio, Modelo do Tempo de Residência, Modelo Populacional e Modelo do Escoamento Bifásico em regime Turbulento (SVAROVSKY, 1984). A seguir, serão tratados, de maneira sucinta, tais modelos, oferecendo uma maior atenção ao Modelo do Tempo de Residência, justamente por ser este a fonte para o embasamento de muitos outros modelos empregados na clássica previsão de performance de hidrociclones.

2.3.2.1 – Modelo da Órbita de Equilíbrio

O Modelo da Órbita de Equilíbrio parte da premissa de que partículas de um mesmo tamanho possuem uma órbita radial de equilíbrio no hidrociclone (CRINER, 1950; DRIESSEN, 1951), de tal forma que as velocidades terminais de sedimentação no campo centrífugo dessas partículas sejam exatamente iguais à velocidade radial do líquido no sentido do eixo do equipamento.

Decorrente dessa hipótese, YOSHIOKA e HOTTA (1955), obtiveram as seguintes correlações:

$$Stk_{50}Eu = 0,154 \left(\frac{D_c}{D_u} \right)^{0,3} \quad (2.5)$$

$$Eu = 54,3 \left(\frac{D_c}{D_i} \right)^{1,2} \left(\frac{D_c}{D_o} \right)^{1,9} \quad (2.6)$$

O diâmetro de *underflow* é uma variável operacional e em função de seu valor, a razão de líquido é estabelecida. Sendo assim, o modelo da órbita de equilíbrio prevê que o adimensional $Stk_{50}Eu$ seja uma função da razão de líquido, justamente porque a Equação (2.5) depende do diâmetro de *underflow*. Do mesmo modo, a Equação (2.6) também depende das relações geométricas do equipamento, fornecendo para suspensões diluídas valores constantes para o número de Euler, uma vez que tais relações para uma determinada família são também invariáveis.

Na mesma década, BRADLEY e PULLING (1959) obtiveram, a partir da Teoria da Órbita de Equilíbrio, correlações mais genéricas, que se tornaram bem mais difundidas e de uso notório, tendo, na sua formulação, coeficientes de natureza empírica (n e v) dependentes do tipo de família de hidrociclone, conforme mostram as correlações descritas a seguir.

$$Stk_{50}Eu = \frac{2(0,38)^{2n}}{\pi n} (1 - R_L) \operatorname{tg} \left[\frac{\theta}{2} \left(\frac{D_c}{D_u} \right)^{2n} - 1 \right] \quad (2.7)$$

$$Eu = \left(\frac{D_c}{D_i} \right)^4 \frac{v^2}{n} \left[\left(\frac{D_c}{D_o} \right)^{2n} - 1 \right] \quad (2.8)$$

O Modelo da Órbita de Equilíbrio conduz a resultados satisfatórios quando a operação do hidrociclone se processa com suspensões diluídas. Porém, à medida que a

concentração de sólidos é acrescida, este modelo começa a se desviar, justamente porque desconsidera o tempo de residência das partículas, os efeitos de turbulência inerentes ao escoamento da suspensão e por fim, a interação partícula-partícula.

2.3.2.2 – *Modelo do Tempo de Residência*

Inicialmente proposto por RIETEMA (1961), o Modelo do Tempo de Residência fundamenta-se na hipótese de que uma dada partícula será coletada se conseguir deslocar-se radialmente da entrada até à parede do hidrociclone num tempo menor ou igual àquele em que essa permanece no interior do hidrociclone (tempo de residência).

Este modelo constitui-se de importantes hipóteses, tais como a distribuição homogênea das partículas no duto de alimentação, a validade do regime de Stokes para a velocidade terminal e a negligência dos efeitos de turbulência e concentração no processo de separação.

Ao considerar que as partículas estão distribuídas homogeneamente no duto de alimentação, o diâmetro de corte será o tamanho da partícula que, ao entrar exatamente no centro do duto de alimentação, será separada exatamente no tempo de residência disponível. De tal consideração, deduz-se que a integral da velocidade radial da partícula em função do tempo de residência equivale à metade do diâmetro do duto de alimentação.

$$\int_0^T u_r dt = \frac{D_i}{2} \quad (2.9)$$

RIETEMA (1961) expressou a velocidade radial da partícula como função do seu tamanho, da viscosidade e da força centrífuga e, após a integração da equação (2.9), obteve:

$$\frac{-\Delta P(\rho_s - \rho)}{\mu \rho Q} L d'_{50} = \frac{18}{\pi} \frac{v_z}{v_i} \frac{D_c}{D_i} \quad (2.10)$$

De acordo com RIETEMA (1961), a razão entre as velocidades axial (v_z) e de alimentação (v_i) torna-se constante a partir de um número de Reynolds mínimo. Nessa condição, deduziu-se que o segundo membro da Equação (2.10) era constante, passando a ser denominado de número característico de ciclone (C_{y50}). Logo, o diâmetro de corte reduzido poderia ser expresso da seguinte forma:

$$d'_{50} = \left[C_{y50} \frac{\mu \rho Q}{(-\Delta P)(\rho_s - \rho)L} \right]^{0,5} \quad (2.11)$$

No entanto, a expressão (2.11) pode ser posta em função do produto $Stk_{50}Eu$:

$$Stk_{50}Eu = \frac{\pi}{36} C_{y50} \frac{D_c}{L} \quad (2.12)$$

RIETEMA (1961) obteve para a geometria preestabelecida (*família* Rietema), um valor de 3,5 para o número característico do ciclone e a seguinte correlação entre os números de Euler e Reynolds:

$$Eu = 24,38 Re^{0,3748} \quad (2.13)$$

Tanto a teoria proposta por BRADLEY e PULLING (1959) como a de RIETEMA (1961), prevêm que o adimensional $Stk_{50}Eu$ é uma função da razão de líquido.

MEDRONHO e SVAROVSKY (1984) partindo de uma gama de resultados experimentais, advindos do estudo com hidrociclones de Rietema, concluíram que o produto $Stk_{50}Eu$ não era uma constante e deveria ser expresso em termos da razão de líquido e da concentração volumétrica de sólidos da alimentação. MEDRONHO (1984) desenvolveu seus experimentos com hidrociclones de Rietema de diferentes tamanhos ($D_c = 22, 44$ e 88 mm), empregando como material particulado o carbonato de cálcio ($1\% < C_v < 10\%$) e a bauxita ($C_v = 1\%$) e chegou às seguintes previsões de performance e *scale-up*:

$$Stk_{50}Eu = 0,0474 \left[\ln \left(\frac{I}{R_L} \right) \right]^{0,742} \exp(8,96 C_v) \quad (2.14)$$

$$Eu = 371,5 Re^{0,116} \exp(-2,12 C_v) \quad (2.15)$$

$$R_L = 1218 \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{4,75} Eu^{-0,30} \quad (2.16)$$

Decorrente dessa mesma metodologia, poucos anos após, SILVA (1989) propôs para a previsão da performance e *scale-up* de hidrociclones segundo a geometria Bradley, o seguinte equacionamento:

$$Stk_{50} Eu = 0,055 \left[\ln \left(\frac{I}{R_L} \right) \right]^{0,66} \exp(12,0 C_v) \quad (2.17)$$

$$Eu = 258 Re^{0,37} \quad (2.18)$$

$$R_L = 1,21 \cdot 10^6 \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{2,63} Eu^{-1,12} \quad (2.19)$$

Em seguida, MASSARANI (1989), partindo também do Modelo do Tempo de Residência, modificou um pouco a metodologia, inicialmente proposta por RIETEMA, (1961) e apresentou as mesmas variáveis importantes no processo de separação sólido-líquido, organizadas sob um outro prisma, conforme mostra a equação a seguir:

$$\frac{d_{50}}{D_c} = K \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.20)$$

Através da Equação (2.20), foi possível estabelecer uma relação direta entre as propriedades físico-químicas do sistema sólido-líquido com as características geométricas e operacionais do hidrociclone.

Como mostrada anteriormente, a Equação (2.20) é válida para suspensões diluídas e desconsidera os efeitos da concentração de sólidos e da razão de líquido na predição do diâmetro de corte. Diante disso, MASSARANI (1989), a partir de estudos experimentais, incorporou funções em que os efeitos da concentração de sólidos e da razão de líquido fossem considerados na predição do diâmetro de corte reduzido, conforme mostram as seguintes equações:

$$\frac{d'_{50}}{D_c} = K \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{I}{1 + 1,73 R_L} \exp(4,5 C_v) \quad (2.21)$$

onde:

$$R_L = B \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^C \quad (2.22)$$

$$Eu = \frac{2(-\Delta P)}{\rho u_c^2} \quad (2.23)$$

Nessa metodologia, o efeito do tipo de família utilizada na separação está embutido nos valores das constantes K , B e C . Cada *família* de hidrociclone possui valores exclusivos para tais constantes e suas determinações são experimentais (HALAZ e MASSARANI, 1997). E por fim, FRACON (1998) verificou que quando o número de Euler se mantém constante numa faixa operacional, as metodologias de Massarani e Svarovsky convergem aos mesmos resultados, pois, tanto numa metodologia como em outra, as variáveis relevantes são as mesmas.

2.3.2.3 – Modelo Populacional

Este modelo foi sugerido, inicialmente por FAHLSTROM (1960), que propôs que o diâmetro de corte é, em princípio, uma função da dimensão do diâmetro do orifício de *underflow* e da distribuição granulométrica da alimentação. Esse autor afirmou que o efeito populacional na saída do *underflow* pode afetar a correlação de forças a tal ponto que o diâmetro de corte poderia ser estimado a partir da recuperação de massa no *underflow*. As informações estabelecidas, através desta teoria, não produziram, até o momento, resultados quantitativos, servindo, entretanto, para explicar diversas observações qualitativas da operação com hidrociclones, com a presença de sólidos grossos na corrente de *overflow*.

2.3.2.4 – Modelo do Escoamento Bifásico Turbilhonar

Os modelos comentados anteriormente não incluem, em suas hipóteses básicas, o efeito da turbulência no processo de separação. Este efeito modifica o perfil de velocidades, o que altera o desempenho do equipamento como separador. Entretanto, a teoria turbilhonar não se configura em um modelo propriamente dito e deve ser sempre usada em conjunção com outros modelos.

2.3.3 – Alguns Desenvolvidos e Aplicabilidade Atual

Por muito tempo, o escoamento interno de um hidrociclone ainda representou uma seara pouco conhecida e todo tipo de análise de performance convergia para um estudo no qual se analisavam basicamente as correntes de *underflow* e *overflow*.

Como é inerente ao mundo científico, esforços não faltaram no sentido de adequar o uso da hidrociclonagem a novos processos industriais, quer sejam na otimização ou monitoramento desses separadores, com auxílio de novas tecnologias. Portanto, ao longo do último decênio, surgiram inúmeros trabalhos neste aspecto, que serão apresentados a seguir.

CILLIERS *et al.* (1997) estudaram pequenos hidrociclones, segundo a família Mozley, dotados de 10 mm de diâmetro e empregados na separação de leveduras. Observaram que o uso de mini-hidrociclones era viável para concentração de suspensões microbiológicas (mesmo em face das semelhantes densidades entre as fases), haja vista ser um processo contínuo, dotado de altas capacidades, de fácil esterilização e de pouca manutenção. Foi concluído que os mini-hidrociclones apresentavam satisfatórias eficiências de coleta e que mesmo diante das fortes forças cisalhantes atuante sobre as partículas de levedura, a viabilidade celular do produto coletado era mantida. De forma análoga, pode ser citado o trabalho de PASQUIER *et al.* (2000) que também estudaram o processo de separação de pequenas partículas em processos de tratamento de água mediante o uso de mini-hidrociclones.

Na mesma época, ASOMAH *et al.* (1997) estudaram a performance de hidrociclones, segundo as dimensões geométricas sugeridas por NAGESWARARAO (1995), variando no ato da instalação, a inclinação do eixo do equipamento em relação à posição vertical. De acordo com esse trabalho, dependendo das condições operacionais e geométricas dos hidrociclones, os mesmos quando utilizados com certa inclinação, poderiam sofrer mudanças significativas em suas performances. Foi verificado que nas mesmas condições operacionais e geométricas de um hidrociclone vertical, um aumento na inclinação diminuía a razão de líquido e a eficiência de coleta. Esse efeito era mais pronunciado naqueles casos em que a inclinação fosse superior a 45⁰, principalmente para os hidrociclones dotados de maiores diâmetros ou manuseados a pressões mais baixas.

Pragmaticamente, SVOBODA *et al.* (1998), no intuito de aumentar a concentração de ferro-silicato no produto de fundo de certos hidrociclones industriais, propuseram a aplicação de um campo magnético sobre a estrutura de um equipamento em operação. Concluíram que dependendo da intensidade e disposição do campo magnético, havia uma força adicional no sistema que beneficiava a coleta de partículas de certos minerais em detrimento de outros, bem como servia para o controle da diferença de densidade entre as correntes de *overflow* e *underflow*.

No ano subsequente, PATIL *et al.* (1999) propuseram algumas alterações num hidrociclone de Krebs através da inserção de um pequeno cone truncado e da injeção de água

próxima a esta região. Foi observado que a taxa de líquido na corrente de *overflow* era majorada à medida que decresciam o tamanho dos cones truncados e que a injeção de água na região próxima ao *underflow* favorecia um maior arraste de finos para a corrente de *overflow*, reduzindo consideravelmente a quantidade dos mesmos no produto de fundo.

Na mesma época, DAI *et al.* (1999) estudaram a distribuição da concentração de partículas dentro de um hidrociclone e levantaram as componentes radial e axial das mesmas através de um *Particle Dynamics Analyser* (PDA) (versão estendida do *Laser Doppler Anemometry* - LDA). Pela técnica de medida utilizada, foi possível discutir e analisar o mecanismo de separação das partículas, entender as principais causas que às vezes provocavam a troca de partículas entre os vórtices livre e forçado e ainda, fazer algumas inferências sobre o processo de abrasão nas paredes do equipamento. Com o auxílio de dados experimentais, os autores levantaram os pontos cuja componente axial do fluido era nula. Observaram que nem todas as partículas que se encontravam no vórtice livre eram descarregadas pelo *overflow*, podendo conforme a situação, serem carreadas novamente para o vórtice forçado. Segundo os mesmos, as partículas que se moviam para baixo nas proximidades do *vortex finder* eram arrastadas para a corrente de *overflow*, influenciando diretamente na separação. Num corte radial do equipamento, notaram também que o tamanho das partículas decrescia no sentido da parede para o centro do equipamento e que a concentração máxima de sólidos, ao invés de se encontrar próxima à parede, estava situada nas adjacências da linha de velocidade axial nula. Por fim, concluíram que uma das principais causas de abrasão nas paredes do hidrociclone era causada pelo impacto das partículas sólidas que em regra, ao atingirem-nas, ainda possuíam grande quantidade de movimento.

Numa diretriz semelhante ao trabalho anterior, WILLIAMS (1999), realizando medidas experimentais com a técnica de ERT (*Electrical Resistance Tomography*) em hidrociclones industriais, conseguiram desenvolver uma metodologia capaz de monitorar algumas particularidades importantes no processo de separação. Pela técnica empregada, puderam ser levantados os perfis de concentração de sólido no interior do equipamento, bem como serem medidos com grande precisão, o tamanho e a forma do *air core*. A principal conclusão desse trabalho foi que a metodologia adotada era capaz de monitorar o funcionamento de hidrociclones, principalmente prevendo possíveis falhas na corrente de descarga, susceptível a entupimentos ou desgastes do diâmetro de *underflow*.

Neste mesmo interregno, SCHLABERG *et al.* (2000) utilizaram-se da técnica de tomografia por ultra-som para também estudar o *air core* durante a operação de hidrociclones. Mostraram neste trabalho que a eficiência de separação dependia do tamanho do *air core*

dentro do hidrociclone e que se o mesmo fosse relativamente grande próximo ao duto de *underflow*, haveria uma maior dificuldade da lama ser descarregada. Concluíram que a técnica era perfeitamente aplicável na localização e no levantamento da forma, tamanho e movimento do *air core*. Além disso, afirmaram que a metodologia poderia ser uma poderosa ferramenta de monitoramento de hidrociclones, usada tanto para o controle da vazão de alimentação (conforme a variabilidade do diâmetro do *air core*) quanto para identificação de possíveis desgastes no duto de *underflow*.

Logo após, CASTILHO *et al.* (2000) estudaram experimentalmente a performance de hidrociclones segundo as geometrias Bradley e Rietema e propuseram uma metodologia de projeto, baseada em números adimensionais intrinsecamente relacionados ao processo de hidrociclonagem (Euler, Stokes, Reynolds). Foi concluído que a metodologia adotada permitia o projeto e previsão da performance dos hidrociclones estudados. Comprovaram ainda que nas mesmas condições operacionais, os hidrociclones Bradley forneciam maiores eficiências enquanto que os de Rietema apresentavam maiores capacidades.

Neste mesmo ano, NAGESWARARAO (2000) publicou um artigo, abordando do ponto de vista meramente acadêmico, a origem, a evolução, a aceitação no meio científico, as teorias e os esforços técnicos a respeito da compreensão do *fish hook* (região da curva de eficiência dos hidrociclones, dotada de uma inflexão, na qual incrementos no diâmetro da partícula acarretam decréscimos de eficiência). Concluiu o pesquisador que o completo entendimento do fenômeno do *fish hook* era ainda um longo caminho a ser percorrido e que a ocorrência esporádica do fenômeno fazia com que muitos simplesmente o desprezassem ou pelo contrário, fosse o mesmo motivo de acaloradas discussões acadêmicas. Todavia, declarou que a imprecisão de medidas das curvas de eficiências conjuntamente com a influência de quem as observava, eram ainda os pontos fundamentais para a evolução e parcial admissão do *fish hook* nas metodologias de separação em hidrociclones.

No biênio subsequente, KRAIPECH *et al.* (2002) modelaram o efeito do *fish hook* no escoamento interno de um hidrociclone. Os resultados experimentais mostraram que o efeito da pressão na forma das curvas de seletividade era significativamente menor do que quando comparado àquele exercido pela concentração de partículas na alimentação ou pela razão entre os tamanhos do *vortex finder* e do *underflow*. Concluíram que à medida que a concentração de sólido aumentava, as interações entre as partículas tornavam-se mais pronunciadas, ao ponto das menores serem arrastadas incondicionalmente pelas linhas de corrente das maiores.

COELHO *et al.* (2001) estudaram a performance de hidrociclones e perceberam que a hipótese pregada pelas teorias da órbita de equilíbrio e do tempo de residência a respeito da constância do produto entre números adimensionais de Stokes e Euler, não era verificada nos experimentos realizados. Pela análise efetuada, com o uso de diferentes famílias de hidrociclone, foi concluído que o número Stokes-Euler não era constante e dependia da concentração de alimentação, da razão de líquido e do tipo de família empregada na separação.

Não obstante, DEVENTER *et al.* (2003) monitoraram a performance de um hidrociclone através do estudo do jato de descarga que abandonava o duto de *underflow*. Aplicando técnicas de imagens e CFD, esses autores analisaram a geometria do escoamento do *umbrella* e concluíram que conforme o seu formato, poderiam ser feitas previsões satisfatórias para o cálculo da razão de líquido, eficiência de coleta e velocidade tangencial.

2.4 – Separação Sólido-Líquido em Hidrociclones pelas Técnicas de CFD

Antes do estudo propriamente dito sobre a aplicação das técnicas de CFD em hidrociclones, nada mais oportuno do que serem apresentadas algumas considerações básicas a respeito do fenômeno de turbulência. Uma vez cumprida a etapa anterior, serão apresentados de forma sucinta, os principais modelos disponíveis para a modelagem do fenômeno. Essa exposição fornecerá condições para o entendimento e a consecução das metas anteriormente propostas para a esta tese de doutorado.

2.4.1 - Turbulência

Essa subseção apresenta de forma sucinta algumas considerações básicas a respeito do fenômeno de turbulência (SILVEIRA-NETO, 2001).

A turbulência é um regime de operação de qualquer sistema dinâmico cuja operação pode ser caracterizada por um número de graus de liberdade suficientemente elevado. O fenômeno de turbulência está presente numa vasta gama de problemas práticos de grande interesse para a engenharia.

Ressalta-se que atualmente, qualquer tipo de definição para o fenômeno de turbulência seria ainda insuficiente para descrever a complexidade que o mesmo representa no escoamento de fluidos. Todavia, mesmo em função de tais dificuldades, algumas características podem ser enumeradas, o que indubitavelmente contribui para sua melhor análise e compreensão.

Os escoamentos turbulentos são irregulares e de difícil predição determinística, requerendo para tanto, o uso de ferramentas estatísticas para a análise e compreensão do fenômeno. Em virtude dessa irregularidade, é corrente na literatura a menção de que a turbulência é um processo randômico. Já uma visão mais eclética e realista a respeito do assunto, considera a turbulência como determinística para as chamadas estruturas coerentes e randômicas para as pequenas estruturas.

Num regime turbulento, o processo de mistura de todas as propriedades ligadas ao escoamento do fluido (quantidade de movimento, energia, espécies químicas etc.) é muitas vezes maior do que no regime laminar. No regime turbulento há a presença de flutuações térmicas e de concentração, responsáveis pela criação de fortes e numerosos gradientes locais, que se propagam tridimensionalmente, tornando o processo de difusão molecular mais eficiente. Essa particularidade acresce a transferência de calor e massa e representa grande aplicabilidade para os processos de engenharia que em grande parte empregam escoamentos turbulentos.

A turbulência acontece a altos números de Reynolds. A transição de um escoamento para o regime turbulento, bem como a sua manutenção, dependem da importância relativa entre os efeitos convectivos e difusivos. Os efeitos convectivos são altamente não lineares, amplificam as perturbações e geram as instabilidades, ao passo que os efeitos difusivos são amortecedores ou inibidores da formação de instabilidades.

A turbulência é um fenômeno altamente dissipativo, pois toda a energia injetada no sistema é dissipada até alcançar o espectro dos turbilhões que são as estruturas mais dissipativas. A manutenção de um escoamento turbulento necessita do fornecimento contínuo de energia, senão, o mesmo entra num regime de turbulência em decaimento.

A turbulência é um fenômeno contínuo e qualquer escoamento de fluidos newtonianos pode ser modelado, utilizando-se as equações de Navier-Stokes (densidade e viscosidades do fluido constantes). Se o fluido for não newtoniano estas equações devem ser modificadas no seu termo viscoso. É importante enfatizar que estas equações modelam qualquer escoamento independentemente do regime ser ou não turbulento. Demonstra-se, inclusive que as menores escalas de comprimento da turbulência são ainda muito maiores que o livre caminho médio molecular do fluido. Este fato, no entanto, está limitado a escoamentos com número de Mach inferior a 15. Acima deste patamar, a aplicação das equações da Navier-Stokes torna-se questionável.

A turbulência é um fenômeno que sob as mesmas condições extremas de controle, não é possível desenvolver duas realizações idênticas. Do ponto de vista da simulação

numérica, torna-se impossível reproduzir exatamente as condições iniciais e de contorno experimentadas no laboratório. Devido aos fortes efeitos não lineares, um escoamento turbulento tem uma alta capacidade de amplificação destes pequenos erros, conduzindo a resultados completamente diferentes, em duas realizações que diferem minimamente nas condições iniciais e de contorno.

2.4.2 - Modelagem de Turbulência

É de domínio público que as equações de Navier-Stokes são suficientes para modelar escoamentos para quaisquer valores do número de Reynolds. O problema reside no fato de que quanto maior o número de Reynolds, mais largo se torna o espectro de energia associado ao escoamento. Como as maiores estruturas são reguladas pela geometria do problema, isto significa que grandes valores de Re implicam em altas frequências ou estruturas viscosas muito pequenas. Conseqüentemente para calculá-las numericamente, faz-se necessário o uso de malhas cada vez mais refinadas, o que implicaria diretamente em custos computacionais mais elevados.

REYNOLDS (1894) iniciou uma reflexão sobre este assunto e propôs um processo de decomposição das equações governantes, de tal forma a se analisar o comportamento médio do escoamento e modelar suas flutuações. Esta decomposição deu origem a um vasto domínio de pesquisa, denominado *problema de fechamento e modelagem da turbulência*.

Contemporaneamente, a modelagem de escoamentos turbulentos pode ser norteadada através de duas tendências: uma delas referente à simulação numérica do comportamento médio dos escoamentos turbulentos (modelagem estatística clássica) e outra centrada na simulação numérica de grandes escalas, onde as grandes estruturas são resolvidas explicitamente e as menores modeladas (modelagem sub-malha).

No intuito de modelar o fenômeno de turbulência, o processo de decomposição das escalas deu origem às Equações médias de Reynolds (REYNOLDS, 1884) e às Equações de Navier-Stokes filtradas (SMAGORINSKY, 1963). No primeiro grupo de equações, as escalas da turbulência são separadas nas escalas relativas ao comportamento médio das propriedades do fluido e nas escalas relativas às flutuações em relação a esta média. Já no segundo grupo de equações, as escalas de turbulência são resolvidas segundo a metodologia sub-malha.

No processo de decomposição de escalas, tanto adotando as equações médias quanto considerando as equações filtradas (abordagem sub-malha), há em ambas metodologias, a introdução de termos adicionais nas equações governantes, os quais necessitam de ser

modelados para satisfazerem ao inevitável problema de fechamento da turbulência. Portanto, os termos adicionais introduzidos são modelados sob a ótica dos modelos de turbulência, no intuito de que exista um número suficiente de equações para todas as variáveis desconhecidas.

Os modelos de turbulência podem ser classificados segundo a dependência ou não do conceito de viscosidade turbulenta. Salienta-se que a viscosidade turbulenta é uma propriedade do escoamento (no espaço e tempo) e não do fluido (viscosidade molecular). A avaliação da viscosidade turbulenta não é algo elementar, pois a mesma depende da natureza do próprio escoamento e introduz no rol de equações a ser resolvido, uma forte não linearidade.

Didaticamente, os modelos de turbulência dependentes da viscosidade turbulenta são subdivididos em Modelos a Zero Equações de Transporte, Modelos a Uma Equação de Transporte e Modelos a Duas Equações de Transporte. Na categoria dos Modelos a Zero Equações de Transporte podem ser enquadrados o Modelo de Mistura de Prandtl e o *Large Eddy Simulation* (LES), que não adicionam ao sistema nenhuma equação de transporte para a viscosidade turbulenta. Na categoria dos Modelos a Uma Equação de Transporte podem ser citados o Modelo Spalart-Allmaras e o Modelo $k-L$, onde a energia cinética turbulenta (k) é calculada pela solução de uma equação de transporte adicional, a passo que o comprimento característico (L) é estimado para cada problema em análise. Finalmente, na categoria dos Modelos a Duas Equações de Transporte, estão inclusos os Modelos $k-\epsilon$ e os Modelos $k-\omega$, nos quais duas equações de transporte são deduzidas e resolvidas.

Por outro lado, os modelos de turbulências que não dependem da viscosidade turbulenta são particionados em Modelos a Zero Equações de Transporte e Modelos a Seis Equações de Transporte. Na primeira categoria, inclui o Modelo das Tensões Algébricas (ASM), onde as tensões turbulentas são relacionadas algebricamente com as componentes médias da velocidade. Por fim, na última categoria está inserido o modelo *Reynolds Stress Model* (RSM), dotado de seis equações de transporte, cada qual representando uma das componentes do tensor de Reynolds.

2.4.3 – Considerações Importantes sobre os Modelos de Turbulência

Frisa-se que os escoamentos turbulentos são caracterizados pelas flutuações da velocidade do fluido no tempo e espaço. A resolução direta das equações de transporte instantâneas de Navier-Stokes forneceria ao engenheiro uma riqueza imensurável de detalhes acerca do fenômeno. Todavia, a resolução completa dessas equações instantâneas é ainda

limitada por questões de ordem tecnológica, principalmente para escoamentos em complexas geometrias e dotados de altos números de Reynolds.

Em virtude da limitação retromencionada, a maneira plausível para contorná-la, como já fora dita anteriormente, consiste na manipulação das equações de Navier-Stokes, considerando de acordo com a sistemática adotada, um grupo equações médias ou um rol de equações filtradas. Independentemente da metodologia a ser considerada, surgem novos termos que devem ser modelados, tornando inevitável o emprego de modelos de turbulência. A escolha de modelos de turbulência depende de inúmeras considerações, tais como as características norteadoras do escoamento, a prática estabelecida para uma específica classe de problema, o nível de precisão requerido, a disponibilidade dos recursos computacionais, o total de tempo disponível para a simulação, entre outras.

As equações médias de Navier-Stokes são conhecidas na literatura como RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) e representam apenas as grandezas médias do escoamento, com todas as escalas de turbulência sendo modeladas. Este tipo de aproximação reduz consideravelmente o esforço computacional e pode ser aplicado tanto para escoamentos transientes como permanentes. Por consequência, grande parte dos projetos e otimizações em engenharia emprega as Equações médias de Navier-Stokes (RANS), as quais são açambarcadas pelos mais distintos modelos de turbulência (Spalart-Allmaras, k - ϵ e variantes, k - ω e variantes, RSM e outros).

A Simulação em Grandes Escalas (SGE), conhecida mundialmente como *Large Edge Simulation* (LES), por sua vez, considera a forma filtrada das equações de Navier-Stokes. Neste aspecto, a filtragem é essencial para a manipulação dessas equações a fim de remover somente as escalas que são menores do que o tamanho de um determinado filtro. Sendo assim, as escalas removidas são modeladas ao passo que as maiores (não removidas) são resolvidas diretamente. A simulação em grande escala consegue descrever níveis de turbulência com maiores detalhes e com erros menores em sua predição. Em contrapartida, a LES demanda robustos recursos computacionais que ainda encarecem ou inviabilizam a simulação, principalmente para escoamentos e geometrias complexos.

Portanto, no quesito referente à aplicação de CFD no estudo de hidrociclones, associada aos recursos computacionais disponíveis na instituição, dar-se-á maior ênfase à metodologia das Equações Médias de Transporte. Para tanto, antes da apresentação e discussão propriamente dita do modelo de turbulência utilizado neste trabalho, é condição *sine qua non*, uma breve abordagem sobre a manipulação das Equações Instantâneas de Navier-Stokes até a obtenção das equações médias de Transporte (RANS).

2.4.3.1 - Equações Médias de Reynolds (RANS) e a Hipótese de Boussinesq

Para entender como funciona o processo de decomposição médio das Equações de Transporte, é importante ter em mente algumas propriedades acerca da média temporal de uma determinada variável. Considerando ξ e γ como variáveis quaisquer de interesse para o escoamento de um fluido e $\bar{\xi}$ e $\bar{\gamma}$ suas respectivas médias temporais, pode-se seguramente propor as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned}\overline{\nabla \xi} &= \nabla \bar{\xi} \\ \overline{\bar{\xi}} &= \bar{\xi} \\ \overline{\xi'} &= 0 \\ \overline{\xi'_1 \xi'_2} &\neq 0 \\ \overline{a \cdot \xi} &= a \bar{\xi} \quad (a \text{ é uma constante qualquer}) \\ \overline{\xi_1 + \xi_2} &= \bar{\xi}_1 + \bar{\xi}_2\end{aligned}\tag{2.24}$$

Pela abordagem média das equações de Navier-Stokes, a componente da variável velocidade (u_i), pode ser por exemplo, decomposta numa média ($\bar{u}_i$) e numa componente flutuação (u'_i):

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (i = 1, 2, 3)\tag{2.25}$$

Analogamente, outras grandezas escalares (ϕ = pressão, energia, espécies químicas etc.), podem ser também decompostas:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi'\tag{2.26}$$

Tomando um tempo médio nas equações instantâneas e aplicando as informações anteriores às equações da continuidade e do movimento, têm-se em coordenadas cartesianas, as seguintes equações:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0\tag{2.27}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i u_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (2.28)$$

As Equações (2.27) e (2.28) são chamadas de RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*), têm a mesma forma geral das equações instantâneas de Navier-Stokes e suas variáveis estão a partir de agora, representadas por um valor numa média temporal. Para escoamentos com densidade variável, as Equações (2.27) e (2.28) são amplamente conhecidas como *Favre-Averaged Navier-Stokes* (FANS). Pelas equações RANS, surge agora, um termo adicional que simboliza os efeitos de turbulência ($-\overline{\rho u'_i u'_j}$), os quais são denominados de tensores de Reynolds e necessitam de modelos de turbulência para descrevê-los, tudo no sentido de “fechar” a Equação (2.28).

Nesse fimco, um método comumente empregado para relacionar os tensores de Reynolds com a média dos gradientes de velocidade do escoamento, consiste na hipótese de Boussinesq (HINZE, 1975), representada pela Equação (2.29). Nota-se que por meras questões de grafia, exceto nas grandezas flutuantes, as barras de todas as variáveis médias, a partir de então, serão suprimidas.

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + u_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (2.29)$$

A hipótese de Boussinesq tem sido fonte de inspiração para inúmeros modelos de turbulência, entre os quais estão compreendidos o Modelo Spalart-Allmaras, o Modelo k - ϵ e o Modelo k - ω . Em todos, a viscosidade turbulenta é considerada como um escalar e posta na dependência da energia cinética turbulenta (k), da taxa de dissipação de turbulência (ϵ) ou da taxa específica de dissipação (ω). A distinção entre tais modelos de turbulência está centrada na forma de como k , ϵ ou ω são modeladas. A desvantagem suscitada sobre a hipótese de Boussinesq é que a mesma torna-se falha ao considerar a viscosidade turbulenta como uma grandeza escalar isotrópica, o que em termos práticos, não é observada.

Uma aproximação alternativa, baseia-se no modelo RSM (*Reynolds Stress Model*), onde existe uma determinada equação de transporte para modelar especificadamente cada um dos tensores de Reynolds. Neste tipo de abordagem, cinco equações de transporte adicionais são necessárias quando se trabalha com escoamentos bidimensionais ou sete equações de transporte adicionais devem ser resolvidas para os casos em que as simulações se procedem tridimensionalmente. Tanto nas simulações em 2D como em 3D, uma equação adicional de

escala determinada (normalmente para a ε) é requerida. A literatura adverte que em muitos casos, modelos baseados na hipótese de Boussinesq fornecem bons resultados, não se justificando às vezes, o uso do RSM, cujos custos computacionais são maiores. Todavia, o RSM é evidentemente superior para as situações em que a anisotropia de turbulência tem um efeito dominante no escoamento médio do fluido, principalmente naqueles escoamentos dotados de altas vorticidades, que é o caso dos hidrociclones.

2.4.4 - Modelos de Turbulência

Nesta seção, serão apresentadas algumas considerações básicas a respeito dos principais modelos de turbulência disponíveis no pacote computacional FLUENT®. A discussão partirá do Modelo de Spalart-Allmaras, passando pelos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$ e suas variantes, finalmente desembocando no Modelo dos Tensores de Reynolds (RSM).

O modelo de Spalart-Allmaras (SPALART *et al.*, 1992) foi concebido especificamente para aplicações aeroespaciais, adquirindo considerável popularidade na simulação de turbomáquinas. Tal modelo considera apenas uma equação de transporte para modelar a viscosidade turbulenta e não necessita do cálculo do comprimento de escala relacionado com a espessura da camada limite local. Originalmente, o modelo de Spalart-Allmaras foi efetivamente aplicado a escoamentos com baixos números de Reynolds, requerendo uma solução mais simplificada para a camada limite, onde as forças viscosas são relevantes.

Pelo FLUENT®, entretanto, o Modelo de Spalart-Allmaras tem sido implementado com funções de parede, principalmente quando a resolução da malha não é suficientemente fina. Além disso, os gradientes das variáveis transportadas próximos à parede são bem menores do que aqueles verificados nos modelos $k-\varepsilon$ ou $k-\omega$. É necessário esclarecer que o Modelo de Spalart-Allmaras é relativamente novo e nenhuma restrição, em princípio, inibe sua aplicação na simulação de escoamentos complexos de engenharia. Todavia, pelo fato do Modelo de Spalart-Allmaras ser um modelo a uma equação, às vezes insurgem críticas a respeito de sua incapacidade de acomodar rápidas mudanças na escala de comprimento, principalmente quando mudanças abruptas de escoamento ocorrem das proximidades de uma parede em direção a uma região totalmente livre do efeito parietal.

Outra tendência em simular os escoamentos turbulentos está centrada na aplicação dos modelos $k-\varepsilon$. Desde que o modelo $k-\varepsilon$ padrão foi proposto por LAUNDER *et al.* (1972), o mesmo tornou-se a sensação dos projetos de engenharia, envolvendo escoamentos industriais

e transferência de calor. Tal modelo popularizou-se rapidamente devido à robustez, economia e precisão satisfatória na predição de escoamentos turbulentos. O modelo k - ε padrão é um modelo a duas equações de transporte, cuja resolução em separado, fornece de forma independente, a velocidade turbulenta e as escalas de comprimento. É interessante ressaltar que o modelo k - ε é um modelo semi-empírico, simultaneamente baseado em considerações fenomenológicas e empíricas.

Como é inerente a todo sistema, melhoramentos no modelo k - ε padrão foram sugeridos no sentido de otimizar sua performance. Neste aspecto, duas outras variantes desse modelo surgiram e ambas estão disponíveis no FLUENT®: o modelo RNG k - ε e o modelo *Realizable* k - ε .

O modelo RNG k - ε foi proposto por YAKHOT *et al.* (1986) e baseia-se em rigorosas técnicas estatísticas (*Renormalization Group Theory*). O modelo RNG k - ε possui um termo adicional na equação de transporte da taxa de dissipação de turbulência (ε), responsável pela significativa melhora na precisão dos escoamentos rapidamente forçados ou espiralados (CHOUDHURY, 1993). Pela teoria RNG, tal modelo fornece uma fórmula analítica para o cálculo dos números turbulentos de Prandtl, possibilidade esta inexistente no modelo k - ε padrão, cujos valores são meras constantes fornecidas pelo usuário.

Por sua vez, o modelo *Realizable* k - ε foi apresentado por SHIH *et al.* (1995), cujo termo *Realizable* transmite a idéia de que o modelo certamente satisfaz as restrições matemáticas para os tensores de Reynolds em consonância com as propriedades físicas do escoamento turbulento. Neste modelo, foram propostas novas formulações para a viscosidade turbulenta e para a taxa de dissipação de turbulência. Pragmaticamente, conforme relatado na literatura, as modificações incorporadas pelo modelo *Realizable* k - ε , promoveram uma maior precisão na simulação de jatos planares e redondos, escoamentos rotacionais, camadas limites sob fortes gradientes de pressão, recirculação de fluido etc.

Tanto o modelo RNG k - ε quanto o modelo *Realizable* k - ε têm mostrado substanciais melhoramentos quando comparados ao modelo k - ε padrão, especialmente nos escoamentos caracterizados por fortes curvaturas de correntes, grandes vorticidade e rotação.

Na mesma linha de raciocínio, o FLUENT® apresenta o modelo k - ω padrão, no qual estão incorporados os efeitos de compressibilidade, expansão e escoamento a baixos Reynolds (WILCOX, 1998). Apresenta ainda, uma variante desse modelo proposta por MENTER (1994), conhecida como modelo SST k - ω (*Shear-Stress Transport*). O SST k - ω efetivamente combina a robustez e precisão da formulação do modelo k - ω na região próxima à parede com

a independência do modelo k - ε em regiões distantes dela. Essas características fazem com o modelo SST k - ω seja mais preciso e seguro para uma ampla classe de escoamento quando comparado ao modelo k - ω padrão.

E por fim, o modelo de turbulência mais elaborado e à disposição no FLUENT[®] é o modelo RSM (*Reynolds Stress Model*), inicialmente proposto por LAUNDER *et al.* (1975). O modelo RSM despreza a hipótese de isotropia do escoamento e introduz para cada um dos tensores de Reynolds, uma equação de transporte específica para o fechamento das equações RANS. O modelo RSM possui em relação aos demais modelos de turbulência, um maior potencial para modelar escoamentos em geometrias complexas.

Cumprido o breve relato a respeito dos principais modelos de turbulência disponíveis no FLUENT[®], as próximas subseções apresentam a descrição matemática dos modelos k - ε (variantes) e do modelo RSM. A exclusão dos demais modelos não foi aleatória, já que o modelo k - ε e suas variantes fornecem os subsídios necessários para o entendimento didático da matéria, ao passo que o modelo RSM representa aquele que efetivamente é aplicado no estudo de hidrociclones, segundo a abordagem das equações médias de Reynolds.

2.4.4.1 - Modelo dos Tensores de Reynolds (RSM)

O modelo de turbulência RSM (*Reynolds Stress Model*) envolve a resolução dos tensores individuais de Reynolds ($\overline{u'_i u'_j}$) através do uso de equações diferenciais de transporte para fechar a equação do Movimento quando apresentada na forma das equações RANS. A equação de transporte exata para o transporte dos tensores de Reynolds ($\overline{\rho u'_i u'_j}$) pode ser descrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\overline{\rho u'_i u'_j} \right) + C_{ij} = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + G_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij} + F_{ij} + S_{usu} \quad (2.30)$$

Na equação anterior, C_{ij} representa a convecção, $D_{T,ij}$ a difusão turbulenta, $D_{L,ij}$ a difusão molecular, P_{ij} a produção de tensão, G_{ij} a produção de flutuação, ϕ_{ij} a tensão devido à contribuição da pressão, ε_{ij} a dissipação, F_{ij} a produção pela rotação do sistema e S_{usu} um termo fonte definido pelo usuário. (2.68)

Alguns dos termos apresentados na Equação (2.30), tais como C_{ij} , $D_{L,ij}$, P_{ij} e F_{ij} não requerem nenhuma modelagem. Entretanto, os termos $D_{T,ij}$, G_{ij} , ϕ_{ij} e ε_{ij} precisam ser modelados no sentido de fechar i -conjunto de equações.

O termo $D_{T,ij}$ pode ser modelado conforme o modelo generalizado da difusão gradiente, proposto por DALY *et al.* (1970). O termo que acopla o binômio pressão-tensão (ϕ_{ij}) é modelado de acordo com as propostas de GIBSON *et al.* (1978), FU *et al.* (1987) e LAUNDER (1989).

Quando o RSM é aplicado em escoamentos próximos à parede usando um tratamento de parede melhorado, o termo pressão-tensão (ϕ_{ij}) precisa ser modificado, segundo as sugestões de modificações sugeridas LAUNDER *et al.* (1989).

O termo G_{ij} devido às flutuações pode ser modelado da seguinte maneira:

$$G_{ij} = \beta \frac{\mu_t}{Pr_t} \left(g_i \frac{\partial T}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (Pr_t = 0,85) \quad (2.31)$$

O tensor de dissipação (ε_{ij}) é modelado segundo a equação (2.32).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{I}{2} (P_{ii} + G_{ii}) - \rho \varepsilon (1 + 2M_t^2) + S_k \quad (2.32)$$

A taxa de dissipação escalar (ε) pode ser calculada por intermédio da equação de transporte do modelo k - ε padrão, conforme os ensinamentos de LAUNDER *et al.* (1972). Maiores detalhes a respeito da sistemática e equacionamento do modelo RSM estão contidos em LAUNDER *et al.* (1975) e FLUENT INC[®] (2005).

2.4.5 – Escoamentos Multifásicos e Modelagem

No estudo de hidrociclones, o conhecimento das particularidades da fluidodinâmica do sistema é de suma importância para projeto e otimização dessa classe de equipamentos. Sabe-se ainda, que nem sempre, os escoamentos em hidrociclones são monofásicos, coexistindo na maioria dos casos, outras fases, quer sejam sólidas (partículas) ou gasosas (*air core*). Diante do exposto, antes da abordagem propriamente dita a respeito desses temas, mister é o registro dos principais modelos multifásicos disponíveis na literatura. Tal registro foi conduzido como base nas considerações advindas da FLUENT INC. (2005).

É fato que uma ampla quantidade de escoamentos encontrados na natureza e nos processos industriais são constituídos por uma mistura de fases. Nestes tipos de escoamento, denominados de multifásicos, cada uma das fases pode ser em tese, definida como uma classe identificável de material que possui características próprias e interações típicas com o meio no qual está imersa.

Atualmente, os avanços proporcionados pelas técnicas de Fluidodinâmica Computacional, têm contribuído para uma melhor compreensão da dinâmica dos escoamentos multifásicos. Nesta seara, a resolução numérica dos escoamentos multifásicos pode ser compreendida tanto pela abordagem Euler-Lagrange quanto pela Euler-Euler.

Pela abordagem Euler-Lagrange, a fase discreta é tratada de forma lagrangeana. Tal fato implica em modelar a fase contínua pela resolução das equações médias de Navier-Stokes (RANS), completamente ausente da fase discreta, e *a posteriori*, utilizar as informações fluidodinâmicas previamente levantadas, como dados de entrada para a descrição do comportamento da fase discreta. Ressalta-se que esse tipo de abordagem é procedente somente naqueles casos em que a fase secundária (discreta) ocupa uma pequena fração volumétrica do sistema.

Por outro lado, a abordagem Euler-Euler, do ponto de vista matemático, considera que as diferentes fases do sistema se interpenetram. Outrossim, como o volume de uma fase não pode ser ocupado pelo da outra, surge então, o conceito de fração volumétrica de fase. Estas frações volumétricas de fase são consideradas como funções contínuas no tempo e no espaço, cuja soma de todas, equivale evidentemente à unidade. Destarte, equações de conservação para cada uma das fases, são apresentadas para modelar o escoamento multifásico. Por sua vez, relações constitutivas, de cunho empírico ou teórico, são necessárias a fim de satisfazer ao clássico problema de “fechamento”.

A FLUENT INC. (2005) disponibiliza por intermédio do *software* FLUENT® três distintos modelos multifásicos, segundo a abordagem Euler-Euler, a saber: o Modelo Volume de Fluido (VOF), o Modelo de Mistura e o Modelo Euleriano.

O Modelo VOF (*Volume of Fluid*) é uma técnica de localização de interfaces aplicadas a malhas eulerianas fixas. Este modelo multifásico deve ser empregado para escoamentos nos quais existe uma posição de interface bem definida entre dois ou mais fluidos imiscíveis. Este tipo de modelagem é comumente aplicado a escoamentos onde existe estratificação, superfícies livres em tanques agitados, movimento de grandes bolhas num líquido, movimento de líquido em comportas de represas ou em valas, quebra de jatos de líquido, *air core* em hidrociclones etc.

Já o Modelo de Mistura é concebido para duas ou mais fases (fluido ou partícula), sendo ambas tratadas como fluidos contínuos interpenetrantes. O Modelo de Mistura calcula as equações de transporte para a mistura e dita velocidades relativas para descrever as fases dispersas. Sua utilização é aconselhada para sistemas nos quais a fração volumétrica da fase discreta não ultrapasse o patamar de 10%. As aplicações mais freqüentes do modelo de mistura encontram-se em escoamentos dotados de pequenas bolhas, ciclones, hidrociclones, transportadores pneumáticos ou hidráulicos etc.

Por fim, o Modelo Euleriano representa o mais complexo dos modelos multifásicos usados pelo FLUENT[®]. Baseia-se na resolução de um conjunto de n -equações de momento e continuidade de acordo como o número de fases incorporadas ao sistema. Neste modelo multifásico, o acoplamento é realizado por intermédio da pressão e dos coeficientes de transferência entre as fases. Quando as fases são partículas e fluidos, o escoamento recebe a nomenclatura de escoamento multifásico euleriano granular, ao passo que se as fases envolvidas forem apenas fluidos, denomina-se de escoamento multifásico não-granular euleriano. Exemplos típicos de aplicação desse modelo multifásico geralmente são para escoamentos em colunas de bolha, *risers*, leitos fluidizados, sedimentadores etc.

Apresentadas as considerações gerais a respeito dos escoamentos multifásicos e de seus respectivos modelos, nada mais propício do que, com base no objeto de estudo dessa tese de Doutorado, direcionar discussões específicas sobre quais são os modelos multifásicos necessários e mais apropriados para a simulação e otimização em hidrociclones.

Neste aspecto, com base no trabalho de VIEIRA (2001), verifica-se que a separação sólido-líquido em hidrociclones é geralmente conduzida com suspensões aquosas diluídas (1% a 1,5% em volume de sólidos). Portanto, para o estudo proposto para essa tese de Doutorado, o modelo de Fase Discreta foi o selecionado, haja vista que as restrições impostas por esse modelo são obedecidas.

2.4.5.1 – Modelos de Fase Discreta

Os Modelos de Fase Discreta podem ser aplicados a sistemas nos quais a fração volumétrica da fase discreta é pequena (sistemas diluídos com $\alpha_d < 12\%$). À trajetória das partículas (entendidas como bolhas, gotas, pequenas estruturas sólidas etc.) podem ser associados os efeitos de turbulência, considerando as flutuações instantâneas ou médias da velocidade da fase contínua. Independente da consideração adotada, as partículas não exercem influência na geração ou dissipação de turbulência da fase contínua (abordagem lagrangeana).

O Modelo de Fase Discreta em estado estacionário é indicado para aqueles casos em que as partículas são injetadas numa fase contínua e o sistema em si, tem entradas e saídas bem definidas. É o tipo de modelo que não deve ser aplicado para escoamentos dotados de indefinida suspensão de partículas num fluido, como acontece em sistemas fechados tais como tanques agitados, vasos de mistura ou leitos fluidizados. Todavia, a restrição anterior já não mais se perfaz quando o modelo é aplicado numa abordagem transiente.

Pelo FLUENT[®], as trajetórias das partículas são preditas através da integração da equação do movimento, na qual está contemplado o balanço entre as principais forças atuantes sobre a fase discreta, conforme descreve a Equação (2.33) para uma direção x em coordenadas cartesianas.

$$\frac{du_p}{dt} = F_D(u - u_p) + \frac{g_x(\rho_p - \rho)}{\rho_p} + F_x \quad (2.33)$$

O termo $F_D(u_p - u)$ representa as forças de arraste por unidade de massa da partícula e pode ser representado como:

$$F_D = \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \frac{C_D Re}{24} \quad (2.34)$$

Nas equações anteriores, u representa a velocidade da fase fluida, u_p a velocidade da partícula, ρ a densidade do fluido, ρ_p a densidade da partícula e finalmente, d_p o diâmetro característico da partícula.

O coeficiente de arraste (C_D), pode ser calculado por modelos disponíveis na literatura, como por exemplo, os sugeridos por MORSI e ALEXANDER (1972) e HAIDER e LEVENSPIEL (1989). Já o termo F_x representa todas as forças adicionais que podem atuar sobre a trajetória da partícula, como por exemplo, a força mássica virtual que representa a aquela requerida para acelerar o fluido nas vizinhanças da partícula, tornando-se relevante quando a densidade do fluido é maior que a densidade da partícula.

2.4.6 - Equações de Transporte para Simulação Bidimensional

Apresentadas as principais considerações sobre os modelos de turbulência e escoamentos multifásicos, cumpre neste momento, apresentar as formas das equações do

movimento e da continuidade utilizadas nas simulações bidimensionais em hidrociclones através do FLUENT®.

Para todos os tipos de escoamentos, o FLUENT® resolve as equações de conservação para a massa e momento. A estas equações, sempre que houver escoamentos envolvendo transferência de calor, compressibilidade ou turbulência, devem ser adicionadas equações para que o fenômeno seja adequadamente previsto.

A equação da continuidade (conservação da massa) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m \quad (2.35)$$

A expressão anterior representa a conservação de massa, sendo válida tanto para escoamentos incompressíveis quanto compressíveis. O termo que aparece no lado direito da mesma (S_m) representa a massa adicionada para a fase contínua por causa da dispersão da segunda fase. Em geometrias simétricas bidimensionais, a equação da continuidade pode ser escrita conforme a Equação (2.36), onde x é a coordenada axial, r a coordenada radial, w a velocidade axial, u a velocidade radial e v a velocidade tangencial do fluido.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho w) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho u) + \frac{\rho v}{r} = S_m \quad (2.36)$$

De acordo com BATCHELOR (1967), a equação do movimento para um referencial fixo pode ser descrita genericamente pela Equação (2.37), onde p representa a pressão estática, $\bar{\tau}$ o tensor resultante do escoamento, $\rho \vec{g}$ e $\vec{F}$ são as forças gravitacionais e de campo respectivamente.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2.37)$$

O tensor $\bar{\tau}$ pode ser descrito pela Equação (2.38), onde μ é a viscosidade molecular, I o tensor unitário e o segundo termo do segundo membro da equação é o efeito da dilação de volume.

$$\bar{\tau} = \mu \left[\left(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T \right) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right] \quad (2.38)$$

Para geometrias bidimensionais com simetria de eixo, as equações do movimento para as componentes axial, radial e tangencial do fluido podem ser escritas, respectivamente como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \rho w w) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u w) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[r \mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} \right) \right] \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + F_x \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \rho w u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u u) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[r \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} \right) \right] - 2 \mu \frac{u}{r^2} + \frac{2}{3} \frac{\mu}{r} \nabla \cdot \vec{v} + \rho \frac{v^2}{r} + F_r \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \rho w v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u v) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[r \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^3 \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \right] - \rho \frac{uv}{r} \quad (2.41)$$

onde: $\nabla \cdot \vec{v}$ pode ser descrito como:

$$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \quad (2.42)$$

2.4.7 – Métodos Numéricos

De acordo com o apresentado nas seções anteriores, os fenômenos que atuam num determinado tipo de escoamento são governados por um conjunto de equações diferenciais parciais. Contudo, mesmo sendo possível representar fidedignamente o escoamento, do ponto de vista matemático, tais equações, infelizmente, não possuem soluções analíticas e demandam a aplicação de adequadas técnicas numéricas para resolvê-las.

Sempre que métodos numéricos são aplicados, a solução para uma determinada variável de interesse (ϕ), é apenas conhecida em alguns pontos do domínio (nós), devido à transformação das equações diferenciais em equações algébricas pela técnica de discretização. Tal procedimento é comumente adotado pelo Método das Diferenças Finitas e pelo Método dos Elementos Finitos.

No Método dos Elementos Finitos (geralmente empregado para malhas regulares), os valores de uma variável são calculados em pontos específicos da malha e funções de interpolações são posteriormente utilizadas para descrevê-los entre os respectivos pontos,

mesmo que de forma aproximada. Já pelo Método de Diferenças Finitas (geralmente aplicado às malhas irregulares), os valores das variáveis são calculados somente em nós específicos da malha, inexistindo posteriormente, qualquer descrição de comportamento entre um nó e outro.

De acordo com PATANKAR (1980), uma outra possibilidade numérica, consiste na aplicação do *Método dos Volumes Finitos*. Este método tem a aparência do Método de Diferenças Finitas, mas faz uso de idéias típicas do Método dos Elementos Finitos. Segundo esse autor, a característica mais atrativa do método é que a solução resultante possibilita a conservação integral de quantidades de massa, momento e energia, satisfeitas sobre qualquer grupo de volumes de controle e sobretudo, no domínio inteiro.

Pela técnica de volumes finitos, o domínio do escoamento é dividido em inúmeros volumes de controle, cada qual recebendo em sua posição central, um ponto de interesse da malha. Em cada volume de controle, ocorre a integração das equações de transporte, mediante aproximações apropriadas (MEIER, 1998), o que resulta num conjunto de equações algébricas. Por sua vez, neste conjunto de equações algébricas, inevitavelmente acabam sendo incorporadas informações advindas de outros volumes de controle adjacentes àquele sob análise, devido aos termos convectivos e difusivos inerentes às equações de transporte (MALISKA, 1995). Por conseguinte, os termos convectivos e difusivos destas equações algébricas, devem ser necessariamente compartilhados entre os volumes de controle adjacentes mediante técnicas de interpolação (MINKOWYCZ *et al.*, 1988).

Sem adentrar no mérito dos principais esquemas de interpolação, cabe apenas esclarecer que o FLUENT[®] disponibiliza para tal fim os esquemas: *DIFERENÇAS CENTRAIS* (FLUENT INC., 2005), *UPWIND* de primeira e segunda ordem (BARTH e JESPERSEN, 1989), *POWER LAW* (PATANKAR, 1980) e *QUICK* (LEONARD e MOKHTARI, 1990).

Neste tipo de estudo, a pressão merece uma atenção especial. Durante a integração e manipulação matemática das equações de transporte em cada um dos volumes de controle, o termo de pressão não é naquele momento, levado em consideração (MEIER, 1998). O cálculo da pressão ocorre em momento posterior, através do seu acoplamento com o termo da velocidade que se procede mediante uma combinação específica da equação do movimento com a equação da continuidade. Em razão disso, vários são os algoritmos disponíveis pelo FLUENT[®] que permitem o acoplamento da pressão com a velocidade.

Entre eles, o SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) é um dos algoritmos mais empregados no acoplamento pressão-velocidade (PATANKAR e SPALDING, 1972). O acoplamento é efetuado através de uma relação que permite corrigir a

pressão a cada nova iteração de velocidade (CARETTO *et al.*, 1972). Outro algoritmo disponível é o SIMPLEX (*SIMPLE-Consistent*), cuja estrutura é similar ao SIMPLE, diferindo-se apenas na expressão responsável pela correção da pressão (VANDOORMAAL e RAITHBY, 1984). Finalmente, segundo ISSA (1986), tem-se disponível o algoritmo PISO (*Pressure-Implicit with Splitting of Operators*) que pode ser utilizado para satisfazer de maneira mais adequada os balanços de momento após as correções de pressão (FERZIEGER e PERIC, 1996).

Pelos algoritmos de acoplamento pressão-velocidade, a pressão é calculada com base no ponto central de cada volume de controle. Da mesma forma que os termos convectivos e difusivos, esquemas de interpolação devem ser utilizados para descrever o comportamento da pressão em regiões situadas entre diferentes nós. Por conseguinte, o FLUENT[®] disponibiliza vários esquemas de interpolação para a pressão (FLUENT INC., 2005), doravante apresentados.

Pelo esquema de *interpolação padrão*, os valores de pressão nas faces dos volumes de controle são interpolados através dos coeficientes da equação do movimento (RIEH e CHOW, 1983), sendo indicado nos casos onde a variação de pressão entre os centros das células computacionais não é tão brusca. Já o *esquema linear de interpolação*, calcula a pressão na face como a média dos valores entre as células fronteiriças. Por sua vez, o *esquema de interpolação de segunda ordem* pode ser usado, desde que não haja escoamentos com gradientes de pressão descontínuos (devido à presença de meio porosos no domínio) ou uso de modelos multifásicos (VOF e de Mistura). Outra possibilidade consiste na interpolação da pressão *pelo esquema de forças de campo equilibradas* que calcula a pressão na fase, assumindo que o gradiente normal da diferença entre a pressão e as forças de campo, seja constante. Por fim, há possibilidade de se aplicar à interpolação da pressão, o esquema PRESTO! (*PREssure STaggering Option*), cujos maiores detalhes são discutidos por PATANKAR (1980).

A resolução das equações de transporte pelo FLUENT[®] pode ser conduzida mediante esquemas numéricos *segregados* ou *acoplados*. Em linhas gerais, tanto por um método como pelo outro, o FLUENT[®] baseia-se nas técnicas dos volumes finitos.

A solução pelo Método Segregado considera a resolução sequencial das equações governantes, haja vista que as mesmas são não lineares e requerem várias iterações até que uma solução convergente seja alcançada. A cada passo de iteração, as propriedades do fluido são atualizadas e as equações do movimento para as componentes da velocidade são

resolvidas. Após a resolução do campo velocidade, são feitas neste mesmo passo de iteração, as correções para a pressão e atualizações dos fluxos de massas em todos os volumes de controle. Somente após a etapa anterior é que as equações da energia, turbulência e demais escalares, são resolvidas.

Já pelo Método Acoplado, a cada passo de iteração, há uma resolução simultânea das equações da continuidade, momento, energia e transporte de espécies. Somente após a etapa anterior, é que ocorre a resolução sequencial das equações governantes dos demais escalares.

Tanto pelo método Acoplado quanto pelo método Segregado, as equações governantes não lineares devem ser linearizadas no intuito de gerar um conjunto de equações em cada célula computacional, passível de ser resolvido. A maneira pela qual tais equações são linearizadas, podem resultar num conjunto de variáveis dependentes, apresentadas de forma *implícita* ou *explícita*. A *forma implícita* pode ser utilizada tanto no resolvidor segregado quanto no acoplado. Em contrapartida, a *forma explícita* somente é aplicada ao método acoplado. Em termos gerais, pela *forma implícita*, uma determinada incógnita é compartilhada por mais de uma equação linearizada, o que requer a resolução simultânea das mesmas. Por sua vez, pela *forma explícita*, uma determinada incógnita aparece somente em uma equação linearizada, permitindo uma resolução sequencial.

2.4.8 – Aplicabilidade de CFD em Hidrociclones

Através de uma consulta breve na literatura, pode-se facilmente constatar uma gama considerável de trabalhos científicos a respeito da aplicação de CFD em ciclones e hidrociclones, principalmente no que se refere à dinâmica de escoamento e à operação de separação.

Um dos primeiros estudos relacionados à fluidodinâmica em separadores centrífugos pode ser reportado a KELSALL (1952) que investigou padrões de escoamento em hidrociclones, mediante a sugestão de teorias extremamente simplificadas. Apesar do pouco êxito técnico da metodologia adotada, por causa das inúmeras simplificações nela embutidas, tal trabalho foi de vanguarda e contribuiu no sentido de motivar vários outros pesquisadores que se dedicaram ao aprimoramento da matéria no decorrer das próximas décadas.

PERICLEOUS (1987) apresentou um trabalho onde as técnicas de CFD foram aplicadas a hidrociclones. Neste estudo foi empregado um modelo bidimensional centrado nas equações de Navier-Stokes para mistura sólido-líquido, onde a modelagem dos tensores de Reynolds foi conduzida pela adoção de um modelo isotrópico com fundamento na teoria do

comprimento de Prandtl. Neste estudo, o modelo de turbulência recebeu uma relação adicional para prever os efeitos de turbulência ligados à convecção na corrente de entrada do hidrociclone e os efeitos de população de partículas foram introduzidos por um modelo empírico na viscosidade turbulenta. A técnica dos volumes finitos foi empregada mediante o uso do código comercial PHOENICS para promover a resolução das equações diferenciais parciais associadas ao caso. Segundo esse autor, devido ao fato da simulação dar-se praticamente pela resolução de equações de transporte, tal metodologia era confiável e poderia ser aplicada na obtenção de resultados para uma gama de hidrociclones, dotados das mais variadas configurações geométricas, fornecendo, portanto, significativa economia em esforços experimentais, bem como ser expandida para o estudo de ciclones. Todavia, os resultados das simulações careceram de validações experimentais, cujos dados experimentais eram ainda de difícil obtenção para as condições tecnológicas da época.

Constata-se que a partir de 1990 houve uma considerável expansão das técnicas de CFD aplicadas aos problemas de engenharia. A popularização da Fluidodinâmica Computacional ocorreu graças aos melhoramentos de capacidade de processamento computacional (até então incipiente e dispendiosa), ao desenvolvimento de algoritmos mais robustos para a solução das equações diferenciais parciais envolvidas no fenômeno e à proposição de modelos mais elaborados para representar a fase dispersa.

Mesmo diante das inúmeras tentativas de otimização dos modelos que previam os escoamento em ciclones e hidrociclones, todos os modelos de turbulência até então empregados, falhavam na representação adequada dos escoamentos vorticiais. Destarte, ZHOU *et al.* (1990) em uma de suas publicações, mostraram que o modelo $k-\varepsilon$ tinha dificuldades para apresentar a predição de movimentos vorticiais. Segundo esses autores, o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ proporcionava níveis de viscosidade turbulenta acima dos valores esperados, induzindo portanto, a efeitos de mistura mais pronunciados do que nas condições reais. As constatações anteriores foram possíveis graças à validação da simulação através de informações experimentais levantadas por um medidor do tipo *laser-doppler velocimeter* (LDV).

Neste mesmo período, RAJAMANI *et al.* (1991) discutem exaustivamente um modelo matemático para o escoamento no interior de hidrociclones, no qual considerava invariância das componentes do vetor velocidade do fluido na direção azimutal, reduzindo enfim, o problema a um caso bidimensional. As condições de axisimetria também foram abordadas, cuja validação das simulações com os dados experimentais levaram à conclusão de

que as mesmas são aplicáveis na região situada logo abaixo do tubo de alimentação do separador.

Posteriormente, DYAKOWSKI *et al.* (1993) realizaram a modelagem e a simulação do escoamento em hidrociclones de pequeno diâmetro e abordaram em pormenores alguns fenômenos fluidodinâmicos como o *vortex breakdown* (reversão do escoamento na direção axial). Neste estudo, os autores desprezaram a influência que a parte líquida recebia da fase sólida, uma vez que as partículas durante o escoamento, concentravam-se somente numa região muito próxima à parede do separador. Esses autores mantiveram as mesmas linhas delineadas por DUGGINS (1987) e WILLIAMS (1991) a respeito do modelo anisotrópico para os tensores de Reynolds, com modificações mínimas evidentemente, na prerrogativa de que os fortes efeitos de mistura provenientes do modelo $k-\varepsilon$ padrão fossem minimizados. Para tanto, a anisotropia dos tensores de Reynolds foi abordada mediante a aplicação de duas diferentes viscosidades. A primeira advinha do modelo $k-\varepsilon$ padrão usada para as componentes axial e radial do tensor, enquanto que a outra viscosidade era predita para a componente azimutal do mesmo através da teoria do comprimento de mistura. Neste trabalho, os autores ainda combinam o modelo $k-\varepsilon$ padrão com as tensões algébricas sugeridas por SAFFMAN (1974) a fim de modelar mais eficiente os efeitos de rotação sobre os componentes normais do tensor de Reynolds. Na simulação propriamente dita, os autores utilizaram o método das diferenças finitas associado a um acoplamento pressão-velocidade em conformidade com os moldes propostos por LILLEY *et al.* (1982). Utilizaram uma malha deslocada para as componentes radial e axial da velocidade assim como o método tradicional linha por linha para obter a solução do sistema de equações algébricas. Segundo tais pesquisadores, as modificações acrescidas ao processo de modelagem e simulação foram satisfatórias, haja vista que os resultados numéricos foram ratificados por dados experimentais levantados através de medidores do tipo *Laser Doppler Anemometry* e *Laser Doppler Velocimeter*. No triênio subsequente, DYAKOWSKI *et al.* (1994,) e DYAKOWSKI *et al.* (1996) publicaram ainda, respectivamente, a simulação numérica para escoamentos de fluidos não-Newtonianos e os resultados para predição de regiões com alta concentração de sólidos em hidrociclones.

Em seguida, MALHOTRA *et al.* (1994) apresentam uma modelagem alternativa para escoamento em hidrociclones agregada ainda à hipótese de simetria dos eixos. Esses autores justificaram o uso de simetria, sustentando através de observações empíricas, que o escoamento do fluido atingia rapidamente uma condição de simetria logo abaixo da entrada tangencial do separador. Em virtude dessa constatação, os efeitos da entrada tridimensional

estariam num plano secundário de importância, o que permitiria a simplificação da entrada em termos bidimensionais, desde que uma malha mais refinada fosse então empregada. Mediante uma análise dos trabalhos prévios de KIM *et al.* (1988) e DYAKOWSKI *et al.* (1993), tais autores concluíram que a combinação do modelo $k-\varepsilon$ com os tensores algébricos pouco contribuía na representação da turbulência, ao passo que o esforço numérico insurgido dessa metodologia era por conseguinte, exacerbado devido à introdução de equações algébricas nos modelos diferenciais. Portanto, o cerne desse trabalho consistiu em modificações dos termos de produção e dissipação presente nos termos fontes do modelo $k-\varepsilon$, onde as simulações neste sentido, foram conduzidas pela aplicação do código CFD TEACH do *Imperial College of London-UK*. Segundo esses autores, as modificações sugeridas foram promissoras no sentido de que os resultados numéricos para os perfis de pressão e velocidade tangencial, foram satisfatórios em face das informações experimentais disponíveis.

A partir de então, frente aos inúmeros modelos de turbulência e métodos de resolução das equações de transporte, as técnicas de CFD foram largamente aplicadas no entendimento e otimização dos correntes processos de separação em ciclones e hidrociclones, conforme os trabalhos enumerados a seguir.

DYAKOWSKI *et al.* (1995) propuseram um método de predição do tamanho e forma do *air core* em hidrociclone mediante a resolução das equações de transporte. Neste trabalho foram levadas em consideração as características da suspensão (viscosidade molecular e tensão superficial) bem como as condições operacionais (vazão) e geométricas do hidrociclone. As simulações realizadas neste tipo de separador mostraram que o tamanho do *air core* era diretamente proporcional à vazão de alimentação do hidrociclone e inversamente proporcional à viscosidade da suspensão. Ainda neste aspecto, tais constatações foram posteriormente confirmadas por WILLIAMNS *et al.* (1995), através de dados experimentais obtidos pela técnica ERT (*Electrical Resistance Tomography*), cuja conclusão pugnada foi pelo reconhecimento da potencialidade que as técnicas de CFD representavam para este tipo de análise.

GRIFFITHS *et al.* (1996) estudaram as performances de coleta de mini-hidrociclones comerciais através do uso do código fluidodinâmico FLUENT. Simultaneamente, as performances simuladas foram comparadas com dados experimentais e com várias outras performances advindas de teorias semi-empíricas. As curvas de eficiência simuladas para todos os hidrociclones mostraram-se mais concordantes com os dados experimentais do que aqueles provenientes dos modelos semi-empíricos. A conclusão foi no sentido de que a

metodologia usada era confiável e menos dispendiosa do que estudos experimentais de caracterização.

No mesmo sentido, AVEROUS *et al.* (1997) mediante o estudo de hidrociclones comerciais (Plexiglas) com o auxílio do código FLUENT, apresentaram vantagens da aplicação de fluidodinâmica computacional no levantamento das suas curvas de classificação. De acordo com os mesmos, o uso das técnicas de CFD era uma poderosa ferramenta no entendimento do mecanismo de separação sólido-fluido e que a turbulência desempenhava papel extremamente significativo na trajetória das partículas, requerendo conseqüentemente, uma interpretação e modelagem sob uma égide probabilística. Concluíram ainda que dentro da seção cônica do hidrociclone, as flutuações radiais de turbulência eram capazes de transportar as partículas da região da parede para a do *air core*, interferindo na separação. Esta última constatação explicaria, por exemplo, as limitações apresentadas por muitos modelos de hidrociclones, que negligenciam por completo tal fenômeno, haja vista confiarem sua performance a parâmetros essencialmente empíricos.

Interessante estudo foi realizado por LÜBBERSTEDT *et al.* (2001) que aplicaram as técnicas de CFD para preverem se era viável a separação de células animais HeLa (provenientes de um biorreator operando em perfusão) em hidrociclones. As simulações foram realizadas aplicando o modelo de turbulência RSM (*Reynolds Stress Model*) e um modelo de multifásico VOF (*Volume of Fluid*), mostrando que a proposta era viável, sendo posteriormente ratificada com ensaios experimentais. Uma comparação entre os resultados provenientes da simulação numérica e dos experimentos mostrou que a técnica empregada era capaz de estimar com boa precisão a fração de líquido descarregada no concentrado, o diâmetro de corte reduzido, a eficiência total de separação e a curva de eficiência granulométrica reduzida. Concluíram ainda que nas condições operacionais empregadas, a viabilidade do mosto era mantida, pois mesmo promovendo a separação em hidrociclones, onde as forças cisalhantes eram drásticas, não havia rompimento da células animais, as quais poderiam ser novamente inoculadas no reator.

CULLIVAN *et al.* (2003) estudando um tipo de hidrociclone industrial, utilizado para classificação de uma argila dotada de interesse econômico, fizeram importantes inferências a respeito de como procedem os mecanismos de separação dentro de um hidrociclone. Afirmaram que uma análise tridimensional é essencial para capturar certas particularidades do escoamento em hidrociclones, conforme já havia sido ressaltado por HE *et al.* (1999) e MA *et al.* (2000). Verificaram que a hipótese de simetria era razoável para a parte cônica, mas imprópria para a região cilíndrica, haja vista os efeitos de entrada e curtos

circuitos na região próxima ao *vortex finder*. Concluíram que a velocidade radial do fluido desempenhava importante papel na separação das partículas e que perturbações nesta componente poderiam influenciar drasticamente na separação das partículas. As simulações conduziram à formação do *air core* e técnicas de imagens advindas de uma montagem experimental confirmaram que dependendo das condições operacionais utilizadas, o duto central de ar era quase estacionário em sua forma e tamanho.

Neste mesmo período, SOUZA (2003) estudou a fluidodinâmica de um hidrociclone segundo a geometria Rietema através da Simulação de Grandes Escalas (SGE), também conhecida na literatura como *Large Edge Simulation* (LES), até então inédita nos problemas de escoamentos ciclônicos. Esta abordagem requeria que as estruturas turbilhonares grandes e anisotrópicas fossem resolvidas diretamente ao passo que as estruturas menores (submalha) fossem modeladas. Como as escalas menores tendem a ser mais isotrópicas, esta modelagem de turbulência não precisava ser modificada como a modelagem convencional e apresentava-se mais adequada à simulação de escoamentos em hidrociclones. O modelo de Smagorinsky foi o de submalha mais simples e foi empregado para contabilizar efeitos turbulentos. A SGE permitiu que o comportamento instantâneo do escoamento em 3D fosse capturado, fornecendo informações importantes com relação à física do escoamento e seus mecanismos intrínsecos. Resultados numéricos para os números de Reynolds investigados realmente capturam as principais características físicas bem como as instabilidades do escoamento. Foram verificados que a Simulação de Grandes Escalas forneceu resultados fisicamente consistentes para a simulação em um hidrociclone Rietema e concordantes com os dados experimentais oriundos do estudo de DABIR (1983). Pôde-se verificar ainda que características do escoamento, tais como a reversão e a presença do vórtice de Rankine, foram evidenciadas pela metodologia sem qualquer modificação conceitual, normalmente necessária nas metodologias clássicas.

2.5 – Hidrociclones Filtrantes

O hidrociclone filtrante é um equipamento destinado à separação sólido-líquido, de mesma geometria que a do convencional, diferenciando-se apenas quanto à presença de uma parede cônica permeável. Durante a operação deste equipamento, é verificada, além das correntes de *underflow* e *overflow*, a existência de uma corrente de filtrado, gerada pelo processo de filtração na região cônica do hidrociclone.

O hidrociclone filtrante foi objeto de pedido de patente do Departamento de Engenharia Química da UFU (atualmente Faculdade de Engenharia Química) em 1991 (INPI, patente n. 9001889). Este equipamento teve como fonte de inspiração os interessantes resultados advindos de um sedimentador de fundo filtrante que apresentara decréscimos de até 50% na área requerida para a sedimentação nas condições convencionais (DAMASCENO e MASSARANI, 1986; HENRIQUE *et al.*, 1987).

Os primeiros resultados provenientes da operação de um hidrociclone filtrante foram apresentados por LANNA *et al.* (1992). Construiu-se, na época, um hidrociclone filtrante segundo a geometria Bradley, dotado de uma região cônica formada por um tecido de nylon. O diâmetro da parte cilíndrica do equipamento era de 3 cm e os orifícios de *underflow* utilizados eram de 3, 4 e 5 mm. Os materiais particulados utilizados foram o carbonato de cálcio e a barita. A faixa de queda de pressão utilizada na operação do equipamento foi aproximadamente entre 0,55 e 2,25 kgf/cm².

Constatou-se que nas mesmas condições operacionais de um equipamento convencional, esse hidrociclone filtrante apresentava algumas particularidades interessantes. Entre as vantagens oferecidas pelo novo equipamento, foram verificados acréscimos na capacidade de processamento e na concentração de sólidos da corrente de *underflow*, simultaneamente, acompanhados pelos decréscimos nos custos energéticos em virtude da queda no valor do número de Euler. Em contrapartida, esse mesmo equipamento sofreu perdas na eficiência total, comprovadas pelos aumentos nos valores dos diâmetros de corte reduzidos experimentais.

As principais informações experimentais obtidas por LANNA *et al.* (1992) decorrentes desse estudo, foram correlacionadas através da sistemática de MASSARANI (1989), mostrada a seguir:

$$\frac{d'_{50}}{D_c} = 0,039 \left[\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + 1,73 R_L} \exp(4,5 C_v) \quad (2.43)$$

$$R_L = 1,88 \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{0,67} \quad (2.44)$$

$$Eu = 5313 \quad (2.45)$$

Não obstante, VIEIRA (1997) propôs a continuidade do trabalho com hidrociclones filtrantes de Bradley, nas mesmas condições operacionais e geométricas do trabalho anterior

(LANNA *et al.*, 1992). Foi utilizado o sulfato de bário (barita) como material particulado e a região cônica filtrante passou a ser constituída por um tecido de polipropileno.

Assim como o hidrociclone filtrante de nylon, o hidrociclone filtrante de polipropileno apresentou as mesmas particularidades acarretadas pela presença da parede filtrante ao ser comparado ao hidrociclone convencional. A partir dessas informações, foram obtidas, pela sistemática de MASSARANI (1989), as equações de projeto para o hidrociclone filtrante de polipropileno (geometria Bradley) descritas a seguir:

$$\frac{d'_{50}}{D_c} = 0,047 \left[\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + 1,73 R_L} \exp(4,5 C_v) \quad (2.46)$$

$$R_L = 0,80 \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{0,49} \quad (2.47)$$

$$Eu = 4265 \quad (2.48)$$

Apesar da metodologia de MASSARANI (1989) poder ter sido aplicada aos hidrociclones filtrantes, tal procedimento tornara-se muito restrito, pois não incorporava em sua concepção a resistência do meio filtrante de cada equipamento.

SOUZA (1999), diante de tal situação, propôs para os hidrociclones filtrantes de Bradley uma metodologia na qual estivessem contidos os efeitos da resistência do meio filtrante. Às informações já obtidas, foram propostos para esse estudo, outros dois hidrociclones filtrantes de Bradley, com meios filtrantes distintos até então não utilizados. O material utilizado na manufatura desses meios foi constituído de partículas de bronze sinterizadas e o material particulado empregado nos ensaios foi o pirocloro (minério com aproximadamente 63,2% de Nb₂O₅).

Na obtenção das performances experimentais dos novos hidrociclones filtrantes foram utilizadas as mesmas condições operacionais do equipamento convencional e empregado pirocloro como material particulado. Fizeram parte ainda desse estudo experimental a determinação das resistências de todos os meios filtrantes utilizados.

Além das variáveis clássicas utilizadas no estudo de hidrociclones, passou-se, a partir de então, incorporar características exclusivas do processo de filtração à metodologia usual, representadas pela resistência do meio filtrante (R_m) e pela resistividade da torta (α), presentes na forma de novos grupos adimensionais. Contudo, apenas a resistência do meio filtrante mostrou-se relevante neste estudo, já que não havia a formação de torta no processo

de hidrociclonagem por causa das altas forças cisalhantes atuante sobre as paredes dos equipamentos.

Frente à grande quantidade de informações experimentais, foi possível generalizar, de maneira satisfatória, a performance de hidrociclones filtrantes de Bradley, relacionando-a diretamente com a resistência do meio filtrante. Os principais resultados decorrentes desse trabalho podem ser visualizados pelas equações apresentadas a seguir.

$$Q = Q_{conv} + (29,6 \pm 2,3) R_L \sqrt{\frac{(-\Delta P)}{\mu}} f(R_m) \quad (2.49)$$

$$Eu = \frac{I}{\left(\frac{I}{\sqrt{Eu_{conv}}} + (29,6 \pm 2,3) R_L \sqrt{\frac{8\rho}{\mu\pi^2 D_c^4}} f(R_m) \right)^2} \quad (2.50)$$

$$f(R_m) = \frac{2\pi\epsilon(L - L_1)}{R_m \ln \left(1 + \frac{4\epsilon}{D_c + D_{inf}} \right)} \quad (2.51)$$

$$R_L = \frac{I}{1,69 - 8,66 \cdot 10^{-6} (R_m D_c)^{0,5}} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{\exp(-0,69 + 1,06 \cdot 10^{-21} (R_m D_c)^2)} \quad (2.52)$$

$$\frac{d'_{50}}{D_c} = (0,0640 \pm 0,0042) \left[\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{0,5} (1 - R_L)^2 \quad (2.53)$$

SOUZA (1999) verificou que os incrementos de vazão volumétrica em relação ao hidrociclone convencional eram proporcionais ao inverso da resistência do meio filtrante. Tal afirmação estava coerente fisicamente, pois, à medida que a permeabilidade do cone aumentava, sua importância como via alternativa de escoamento crescia, exigindo que maior fosse a vazão de alimentação a ser fornecida ao hidrociclone filtrante numa mesma queda de pressão, justamente para suprir a parcela enviada à corrente de filtrado.

O número de Euler do hidrociclone filtrante expressou claramente o efeito do processo de filtração na vazão volumétrica de alimentação, mostrando-se menor que o do hidrociclone convencional.

SOUZA (1999) notou ainda que, à medida que a resistência do meio filtrante aumentava, a variação da razão de líquido como função do diâmetro de *underflow* também recebia acréscimos. Uma possível explicação dada para esse fenômeno foi o efeito de migração que ocorreria nos hidrociclones filtrantes. Nestes separadores, acreditava-se que

haveria uma migração de suspensão em direção à parede porosa, sendo que parte desta corrente é abandonada do sistema na forma de filtrado. Este processo poderia, em função da turbulência provocada entre os vórtices interno e externo, interferir nas relações entre os volumes das respectivas correntes que compõem estes vórtices. Com base nessa hipótese, para meios filtrantes de baixa resistência, o efeito de migração seria mais pronunciado, o que provocaria um processo de mistura mais intenso entre as correntes ascendente e descendente e a saída de um maior volume de suspensão através do duto de *overflow*. Conseqüentemente, a razão de líquido diminuiria, pois volumes menores de suspensão abandonariam o hidrociclone através do orifício de *underflow*. No caso oposto, a migração, e por conseqüência a turbulência, seriam inferiores e os vórtices ascendente e descendente tenderiam a percorrer suas trajetórias sem uma mistura muito intensa. Portanto, a razão de líquido sofreria incrementos em relação a meios mais permeáveis e o hidrociclone filtrante tenderia a apresentar maiores diâmetros de corte reduzido e menores números de Euler.

Baseado nessa constatação, SOUZA (1999) concluiu que meios filtrantes de baixa resistência seriam interessantes na obtenção de produtos mais concentrados, já que as vazões de alimentação eram altas enquanto as razões de líquido eram baixas. Por outro lado, meios de resistência mais alta seriam interessantes como classificadores, já que mantinham os aumentos de vazão volumétrica, associados a maiores razões de líquido.

SOUZA (1999) observou que a operação dos hidrociclones filtrantes fornecia valores de diâmetros de corte reduzido maiores que os do hidrociclone convencional. Como conseqüência, notara também menores eficiências reduzidas para tais equipamentos nas mesmas condições operacionais do hidrociclone convencional. Como explicação sugeriu que tal fato ocorria porque parte da força centrífuga dos hidrociclones filtrantes seria destinada não apenas à separação sólido-líquido, mas também à produção de filtrado.

No entanto, todo o conhecimento adquirido até aquele momento a respeito de hidrociclones filtrantes, encontrava-se única e exclusivamente correlacionado à geometria Bradley. Seria incipiente naquele momento, generalizar as características desses separadores e extrapolá-las a outras *famílias* de hidrociclones, pois se incorreria na possibilidade de que as tendências experimentais verificadas para a geometria Bradley pudessem ser inválidas frente a outras configurações geométricas.

Neste contexto, VIEIRA (2001) estudou a performance de hidrociclones filtrantes segundo a geometria Rietema para confirmar se o comportamento apresentado por esses equipamentos era análogo ou não àquele já verificado para os hidrociclones filtrantes de Bradley. Se porventura as semelhanças fossem constatadas, a influência do meio filtrante

poderia ser generalizada e utilizada como premissa na previsão do processo de separação sólido-líquido em qualquer tipo de hidrociclone filtrante, independentemente da geometria.

Para tanto, VIEIRA (2001) estudou três hidrociclones filtrantes, segundo a geometria Rietema, cada qual possuindo 3 cm de diâmetro e tendo um meio cônico filtrante de porosidade conhecida.

De acordo com os principais resultados experimentais obtidos por VIEIRA (2001), juntamente com as informações advindas de SOUZA (1999), foi verificado que de uma maneira geral, nas condições operacionais, as variáveis dos hidrociclones filtrantes de Rietema apresentavam uma tendência oposta àquelas verificadas pelas variáveis dos hidrociclones filtrante de Bradley.

As razões de líquido dos hidrociclones filtrantes de Rietema apresentaram acréscimos significativos em relação às do hidrociclone convencional, fornecendo corrente de *underflow*, mais diluídas. Apresentou ainda, nas mesmas condições de queda de pressão de um hidrociclone convencional, uma menor vazão volumétrica de alimentação. A explicação dada por VIEIRA (2001) para tal comportamento foi no sentido de que se a razões de líquido nesses equipamentos eram maiores, maiores seriam também as restrições ao escoamento, justamente porque, nesta região, passaria a existir uma quantidade superior de líquido que praticamente escoava na mesma seção transversal de antes. Uma vez acrescidas as restrições, menores seriam conseqüentemente, as vazões volumétricas de alimentação admitidas pelo sistema.

VIEIRA (2001) observou que os hidrociclones filtrantes de Rietema apresentavam, nas mesmas condições de queda de pressão de um hidrociclone convencional Rietema, acréscimos para os números de Euler. Tal fato pôde ser perfeitamente entendido, haja vista os decréscimos constatados empiricamente para as vazões volumétricas desses equipamentos.

Verificou-se ainda, que os hidrociclones filtrantes de Rietema apresentavam, nas mesmas condições de vazão volumétrica de um hidrociclone convencional, decréscimos nos valores de diâmetro de corte reduzido. Este desempenho foi conseguido graças aos acréscimos sofridos pela razão de líquido, fazendo com que as partículas antes carregadas pela corrente de *overflow*, fossem a partir de então, arrastadas pela corrente de *underflow*, devido à maior quantidade de líquido nela descarregada.

De forma conseqüente, VIEIRA (2001) constatou que os hidrociclones filtrantes de Rietema tinham sofrido acréscimos nas eficiências de coleta, principalmente à medida que maiores diâmetros de *underflow* eram utilizados, cuja explicação centrava-se nas maiores

razões de líquido desses equipamentos, as quais proporcionavam um maior arraste de sólidos para a corrente de *underflow*.

Com base no rol de experimentos, VIEIRA (2001) concluiu que a geometria do tronco de cone filtrante era extremamente importante no processo de separação sólido-líquido em hidrociclones filtrantes. De acordo com o ângulo de abertura do tronco de cone, o hidrociclone filtrante poderia apresentar uma determinada performance por manter uma maior ou menor distância entre os vórtices livre e forçado.

Segundo o autor, acreditava-se que pelo fato de os hidrociclones filtrantes de Bradley manterem uma menor abertura para o tronco de cone (9°) durante a separação, havia uma interferência mais pronunciada do vórtice forçado sobre a região do vórtice livre, promovendo o arraste de líquido e de partículas desta região para a corrente de *overflow*. Como consequência, havia uma diminuição da razão de líquido, responsável pelos decréscimos na eficiência total e pelos acréscimos sofridos pela vazão volumétrica de alimentação (aumento do número de Euler). Inversamente, pelo fato do ângulo do tronco de cone dos hidrociclones filtrantes de Rietema ser maior que o dos hidrociclones filtrantes de Bradley (20°), acreditava-se que, durante a operação, haveria uma maior distância entre os vórtices livre e forçado. Consequentemente, o líquido e as partículas presentes no vórtice livre estariam menos propensos a serem arrastados pelo vórtice forçado e estariam mais aptos a manterem-se naquela região, até alcançarem a corrente de *underflow*.

Frente à grande quantidade de informações experimentais, VIEIRA (2001) pôde propor um conjunto de equações que regiam a performance dos hidrociclones filtrantes de Rietema:

$$R_L = \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{1,66 \pm 0,07} (R_m D_c)^{0,092 \pm 0,006} \quad (2.54)$$

$$Eu = Re^{(0,63 \pm 0,02)} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{(-0,73 \pm 0,08)} \quad (2.55)$$

$$\frac{d'_{50}}{D_c} = (0,036 \pm 0,001) \left[\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{0,5} \frac{1}{1 + (0,51 \pm 0,12) R_L} \exp(4,5 C_v) \quad (2.56)$$

Finalmente, VIEIRA (2001) concluiu que os hidrociclones filtrantes de Rietema poderiam ser extremamente úteis naqueles processos em que a separação por tamanho de

partículas era visada, pois, apesar do acréscimo nos custos energéticos, este era compensado pelo aumento na eficiência global de coleta e pelo decréscimo no diâmetro de corte reduzido.

Sem olvidar da importância da filtração no processo de hidrociclonagem e da geometria dos equipamentos, mais ainda incertos sobre a real natureza do fenômeno, BARBOSA *et al.* (2002) propuseram a continuidade dos estudos com hidrociclones filtrantes de Krebs, cujo ângulo do cone ($\theta = 12,7^\circ$) era intermediário àqueles até então utilizados.

Em linhas gerais, os autores verificaram que nas mesmas condições operacionais de um hidrociclone convencional de Krebs, a incorporação do meio filtrante praticamente não influenciou na performance desse tipo de *família*. Quando comparados entre as demais *famílias*, os hidrociclones filtrantes de Krebs tiveram números de Euler próximos àqueles verificados para os hidrociclones filtrantes de Rietema.

BARBOSA *et al.* (2002) notaram ainda, que dentre as três famílias de hidrociclones filtrantes estudadas, a de Krebs era a que apresentava os menores diâmetros de corte reduzido por causa das maiores razões de líquido e de vazões volumétrica de alimentação. Frente às informações experimentais catalogadas, os autores também propuseram um conjunto de equações para explicar a performance dos hidrociclones filtrantes de Krebs, a saber:

$$R_L = \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{0,9678} (R_m D_c)^{-0,0450} \quad (2.57)$$

$$Eu = Re^{0,6064} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{-0,9748} \quad (2.58)$$

$$\frac{d'_{50}}{D_c} = 0,0295 \left[\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + 1,307 R_L} e^{(4,5 C_v)} \quad (2.59)$$

Um ano após, BARBOSA (2003) estudou hidrociclones filtrantes segundo a geometria Demco, caracterizados por terem um cone com idênticas dimensões da família Rietema. Neste estudo, o autor concluiu que o meio filtrante não exercia uma influência significativa nas performances dos hidrociclones Demco e Krebs, ao contrário do que ocorria com os hidrociclones Bradley e Rietema.

Constatou-se ainda que dentre todos os hidrociclones filtrantes, os da família Demco tinham as menores razões de líquido ao passo que os da família Krebs possuíam os maiores valores. Os números de Euler dos hidrociclones filtrantes Demco foram os menores dentre todos os equipamentos estudados, com valores próximos àquele observados para o

hidrociclone convencional de Rietema. Verificou-se também, que tais equipamentos conduziam aos maiores diâmetros de corte reduzido, revelando o poder concentrador dessa classe de separadores.

Finalmente, BARBOSA (2003) diante das informações experimentais catalogadas ao longo de todo o estudo com hidrociclones filtrantes (Bradley, Rietema, Krebs e Demco), propôs segundo a abordagem de COELHO e MEDRONHO (2001), as seguintes equações de projeto:

$$Stk_{50} Eu = 0,0055 \left(\frac{D_c}{D_o} \right)^{0,0075} \left(\frac{D_c}{L-l} \right)^{-1,921} \left[\ln \left(\frac{l}{R_L} \right) \right]^{1,417} e^{(-2,264 C_v)} \quad (2.60)$$

$$Eu = 2408 D_c^{-1,017} \left(\frac{D_c}{D_i} \right)^{0,179} \left[\frac{D_c}{L-l} \right]^{-1,317} Re^{-0,626} e^{(0,72 C_v)} \quad (2.61)$$

$$R_L = 0,0477 \left(\frac{D_c}{D_o} \right)^{0,919} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{0,988} Eu^{-0,27} (R_m D_c)^{0,209} \quad (2.62)$$

$$d'_{50} = \frac{5,072 D_c^{1,351}}{D_c^{0,263} (L-l)^{1,251}} \left[\frac{\mu \rho Q}{(\rho_s - \rho)} \right]^{0,139} \left[\ln \left(\frac{l}{R_L} \right) \right]^{0,373} \exp(8,438 C_v) \quad (2.63)$$

$$Q = 0,0036 D_c^{0,0072} D_i^{0,476} (D_o^2 - D_u^2)^{0,574} (L-l)^{-0,176} \mu^{0,0144} \rho^{-0,014} \Delta P^{0,418} e^{(-1,9 \cdot 10^{-5} C_v)} \quad (2.64)$$

2.6 – Otimização por Análise Canônica

Supondo que dentro da região experimental, uma determinada resposta (número de Euler, eficiência, diâmetro de corte, razão de líquido etc.) seja equacionada como uma função das variáveis geométricas independentes estudadas ($D_i/D_c, D_o/D_c, L/D_c$ e θ) da seguinte forma:

$$\hat{y} = b_o + \underline{x}' \underline{b} + \underline{x}' B \underline{x} \quad (2.65)$$

em que:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}/2 & \cdots & b_{1k}/2 \\ b_{21}/2 & b_{22} & \cdots & b_{2k}/2 \\ \cdots & & \cdots & \cdots \\ & & \cdots & b_{k-1,k}/2 \\ & & & b_{kk} \end{bmatrix}$$

O ponto de máxima resposta, se existir, será dado por um conjunto de condições ($x_1, x_2, \dots, x_k$) que tornam as derivadas parciais $\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1}, \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_k}$ iguais a zero. Diferenciando a Equação (2.65) em relação ao vetor $\underline{x}$ e igualando-a a zero, tem-se o ponto estacionário:

$$\underline{x}^o = -\frac{1}{2} B^{-1} \underline{b} \quad (2.66)$$

O ponto estacionário $\underline{x}^o$ (Equação 2.66) pode representar um ponto de máxima ou de mínima resposta, ou ainda um ponto de sela (*saddle point*) da superfície ajustada. Para se determinar a natureza do ponto estacionário, deve-se realizar uma translação da superfície ajustada da origem ($x_1=0, x_2=0, \dots, x_k=0$) até o ponto estacionário $\underline{x}^o$. A superfície de resposta é então, expressa por novas variáveis, $w_1, w_2, \dots, w_k$, cujos eixos correspondem aos eixos principais do sistema de contornos (Figura 2.1). A função em termos dessas novas variáveis é chamada de *forma canônica* da superfície ajustada e pode ser representada pela Equação (2.67).

$$\hat{y} = \hat{y}_o + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2 \quad (2.67)$$

na qual $\hat{y}_o$ é a resposta estimada no ponto estacionário $\hat{y}_o = b_o + \underline{x}_o' \underline{b} + \underline{x}_o' B \underline{x}_o$ e λ_i são as raízes características da matriz B . A redução da superfície de resposta ajustada para a forma canônica é chamada de *análise canônica*.

Devido à translação de eixos da origem até o ponto estacionário $\underline{x}_o$, a Equação (2.65) deve ser rescrita em termos de um novo vetor, $\underline{z}$, tal que $\underline{z} = \underline{x} - \underline{x}_o$:

$$\hat{y} = b_o + (\underline{z}' + \underline{x}_o') \underline{b} + (\underline{z}' + \underline{x}_o') B (\underline{z} + \underline{x}_o)$$

ou

$$\hat{y} = b_o + \underline{x}_o' \underline{b} + \underline{x}_o' B \underline{x}_o + \underline{z}' \underline{b} + \underline{z}' B \underline{x}_o + \underline{x}_o' B \underline{z} + \underline{z}' B \underline{z} \quad (2.68)$$

Considerando que $\underline{z}' B \underline{x}_o = \underline{x}_o' B \underline{z}$ e que os três primeiros termos representam a resposta avaliada no ponto estacionário ($\hat{y}_o$), a Equação (2.68) pode escrita como:

$$\hat{y} = \hat{y}_o + \underline{z}' (\underline{b} + 2B \underline{x}_o) + \underline{z}' B \underline{z} \quad \text{ou}$$

$$\hat{y} = \hat{y}_o + \underline{z}' B \underline{z} \quad (2.69)$$

A Equação (2.69) representa a superfície de resposta ajustada, após a translação para a nova origem. Ante ao exposto, existe uma transformação ortogonal $\underline{z} = M\underline{w}$ tal que

$$\begin{aligned}\underline{z}'B\underline{z} &= \underline{w}'M'BM\underline{w} \\ &= \hat{y}_o + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2\end{aligned}\quad (2.70)$$

sendo M é uma matriz $k \times k$ ortogonal ($M'M = I_k$) e $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ são as raízes características da matriz B e I_k é a matriz identidade. A determinação da matriz M é importante pois a transformação $\underline{w} = M'\underline{z}$ permite relacionar as variáveis $\underline{z}_i$ (consequentemente x_i , pois $\underline{z} = \underline{x} - \underline{x}_o$) com as variáveis canônicas w_i . A matriz M é a matriz dos autovetores normalizados associados às raízes características λ_i .

A Figura 2.1 representa um exemplo dos contornos da superfície ajustada no caso de duas variáveis independentes.

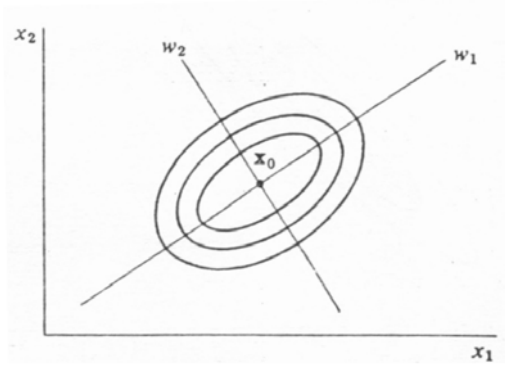


Figura 2.1 – Forma canônica para uma superfície de resposta em duas variáveis.

A natureza do ponto estacionário é determinada através da análise das raízes características. Se $\lambda_i < 0$, um deslocamento a partir do ponto estacionário em qualquer direção implicará em um decréscimo na resposta $\hat{y}$ (veja Equação (2.70)). Neste caso, $\underline{x}_o$ é um ponto de máximo. Caso $\lambda_i > 0$, um deslocamento a partir do ponto estacionário em qualquer direção implicará em um acréscimo na resposta $\hat{y}$. Neste caso, $\underline{x}_o$ representa um ponto de mínimo. Se as raízes características possuírem sinais diferentes, então $\underline{x}_o$ é um ponto de sela.

Neste trabalho, a análise canônica foi realizada através de uma rotina implementada no *software Maple 7*. A determinação dos parâmetros de regressão do modelo (Equação 2.66) foi feita utilizando-se o *software Statistica*.

Maiores detalhes a respeito do processo de otimização através de análise canônica estão dispostos no *Apêndice H*.

CAPÍTULO III - MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 – EXECUÇÃO EXPERIMENTAL

3.1.1 – Planejamento experimental

No intuito de otimizar a separação em hidrociclones filtrantes, além da variação das condições de queda de pressão, um planejamento experimental, levando em conta as dimensões geométricas mais relevantes de um hidrociclone, foi efetuado. As variáveis geométricas escolhidas para esse tipo de estudo (Figura 3.1) foram o diâmetro da alimentação (D_i), o diâmetro de *overflow* (D_o), o comprimento total do hidrociclone (L) e o ângulo do tronco de cone (θ), sendo as três primeiras postas em termo de uma relação geométrica com o diâmetro da parte cilíndrica do hidrociclone (D_c).

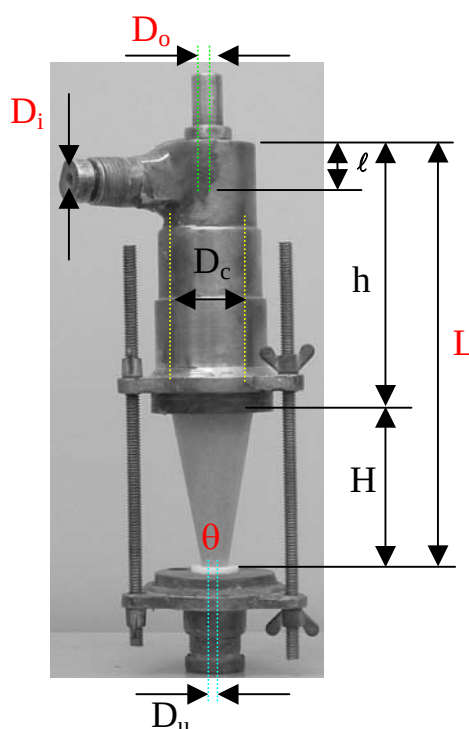


Figura 3.1 – Dimensões relevantes utilizadas no estudo de hidrociclones filtrantes

Uma vez escolhidas as quatro variáveis retromencionadas, ou melhor dizendo, os quatro fatores ($k = 4$), um planejamento experimental a três níveis (n) para cada um dos fatores, levaria à realização de 81 diferentes hidrociclones filtrantes (n^k). Todavia, em função do enorme esforço experimental requerido pela análise em comento, um planejamento composto central (PCC) foi proposto. Vale ressaltar que planejamentos compostos centrais

são planejamentos fatoriais de 1ª ordem, aumentados por pontos adicionais para permitir a estimação dos parâmetros de uma superfície de 2ª ordem (MYERS, 1976).

Um planejamento composto central (PCC) leva, em tese, aos mesmos resultados de um planejamento fatorial completo e reduz substancialmente o esforço experimental, haja vista que os parâmetros estimados por essa técnica são igualmente não correlacionados entre si (maiores detalhes sobre o PCC e análise canônica: *Apêndice H*). Pelo planejamento composto central, considerando os quatro fatores escolhidos anteriormente ($k = 4$), as cinco réplicas no centro ($n_r=5$) e os três níveis ($n=3$), pôde-se propor uma sistemática de experimentos, contabilizando 25 diferentes hidrociclones filtrantes ($2^k + n_r + 2k$). Nas condições descritas anteriores, um planejamento composto central foi realizado mediante a utilização do *software* STATISTICA®, cujo resultado está contido na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Planejamento Composto Central para 4 fatores, 3 níveis e 5 réplicas no centro ($\alpha = 1,66$)

Hidrociclones	D_i/D_c	D_o/D_c	L/D_c	θ
H_1	-1	-1	-1	-1
H_2	-1	-1	-1	+1
H_3	-1	-1	+1	-1
H_4	-1	-1	+1	+1
H_5	-1	+1	-1	-1
H_6	-1	+1	-1	+1
H_7	-1	+1	+1	-1
H_8	-1	+1	+1	+1
H_9	+1	-1	-1	-1
H_{10}	+1	-1	-1	+1
H_{11}	+1	-1	+1	-1
H_{12}	+1	-1	+1	+1
H_{13}	+1	+1	-1	-1
H_{14}	+1	+1	-1	+1
H_{15}	+1	+1	+1	-1
H_{16}	+1	+1	+1	+1
H_{17}	$-\alpha$	0	0	0
H_{18}	$+\alpha$	0	0	0
H_{19}	0	$-\alpha$	0	0
H_{20}	0	$+\alpha$	0	0
H_{21}	0	0	$-\alpha$	0
H_{22}	0	0	$+\alpha$	0
H_{23}	0	0	0	$-\alpha$
H_{24}	0	0	0	$+\alpha$
$H_{25} (5)$	0	0	0	0

Recapitulando, resta esclarecer que pelo PCC, cada fator passa a ser representado por $-\alpha$, -1 , 0 , $+1$ e $+\alpha$. No que se refere à nomenclatura -1 , 0 e $+1$, as mesmas para uma

determinada variável (δ), são decorrentes de uma equação de codificação, conforme é mostrada a seguir:

$$X_i = 2 \frac{\delta_i - \bar{\delta}_i}{d_i} \quad (3.1)$$

sendo: δ_i é o valor do fator na escala original, $\bar{\delta}_i$ é média entre os níveis na escala original e d_i a diferença entre o nível alto (+1) e o nível baixo (-1).

Já os valores de $-\alpha$ e $+\alpha$ assumem valores adequados para que o produto entre a matriz de planejamento e a sua inversa (matriz de variância e covariância), seja uma matriz ortogonal (todos os elementos da matriz são nulos, exceto os da diagonal principal) a fim de que os parâmetros do modelo quando estimados, não possuam correlação entre si (BOX *et al.*, 1978).

Com base na equação de codificação e com o valor de α (1,66) apropriadamente escolhido, a correspondência de cada um dos fatores com a sua forma codificada, pode ser vislumbrada na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Correspondência entre os fatores e suas formas codificadas

	D_i/D_c	D_o/D_c	L/D_c	θ
$-\alpha$	0,13	0,19	3,9	9,0°
-1	0,16	0,22	4,7	11,2°
0	0,21	0,27	5,8	14,5°
+1	0,26	0,32	6,9	17,8°
$+\alpha$	0,29	0,35	7,6	20,0°

Cumprе esclarecer que os limites máximos e mínimos de cada fator estão em consonância com aqueles verificados e sugeridos na literatura para o estudo de hidrociclones (SVAROVSKY, 1984).

Inconteste a natureza comparativa desse trabalho, foram inevitáveis e, portanto, necessários, a confecção e o estudo de outros 25 hidrociclones, dotados das mesmas dimensões geométricas dos hidrociclones filtrantes, exceto pela ausência de meio poroso na região cônica. Logo, no Capítulo dos Resultados e Discussões, os hidrociclones filtrantes receberão a nomenclatura HF, ao passo que os hidrociclones convencionais serão identificados pela abreviatura HC.

3.1.2 - Manufatura dos Hidrociclones Convencionais e Filtrantes

Devido às características deste trabalho e à grande quantidade de equipamentos requeridos pelo Planejamento Composto Central (PCC), por motivos técnicos e econômicos, tornou-se primordial a construção individual das partes essenciais de cada hidrociclone para posterior acoplamento.

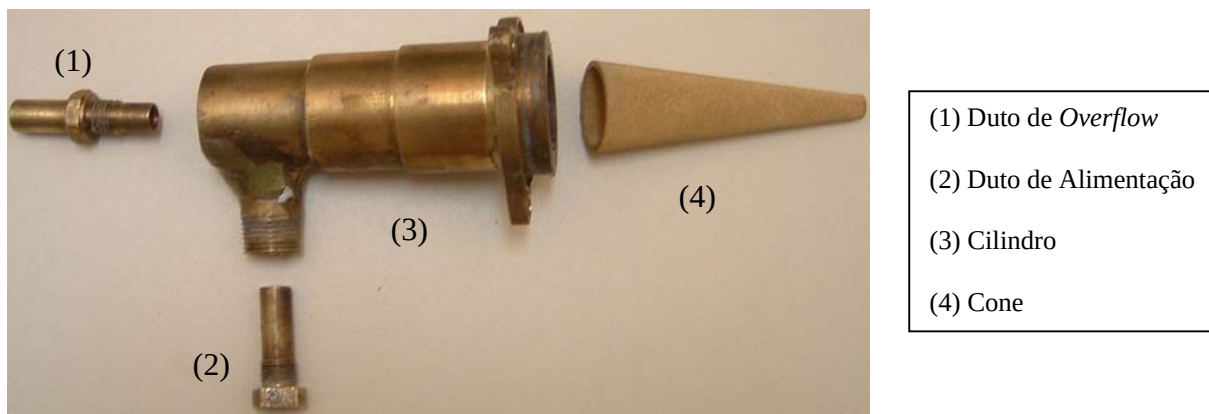


Figura 3.2 – Principais componentes de um hidrociclone

Neste sentido, foram confeccionados individualmente os dutos de alimentação, os tubos de *overflow*, os cilindros e os troncos cones, tanto impermeáveis quanto filtrantes. Os cilindros foram construídos de tal forma a permitir o acoplamento dos tubos de *overflow* e alimentação através de um sistema de rosca, bem como o encaixe do cone filtrante pela parte inferior. Portanto, foram confeccionados sete partes cilíndricas, cinco tubos de *overflow*, cinco dutos de alimentação e dez troncos de cones (5 impermeáveis e 5 porosos), conforme elucidam as Figuras 3.3, 3.4 e 3.5.

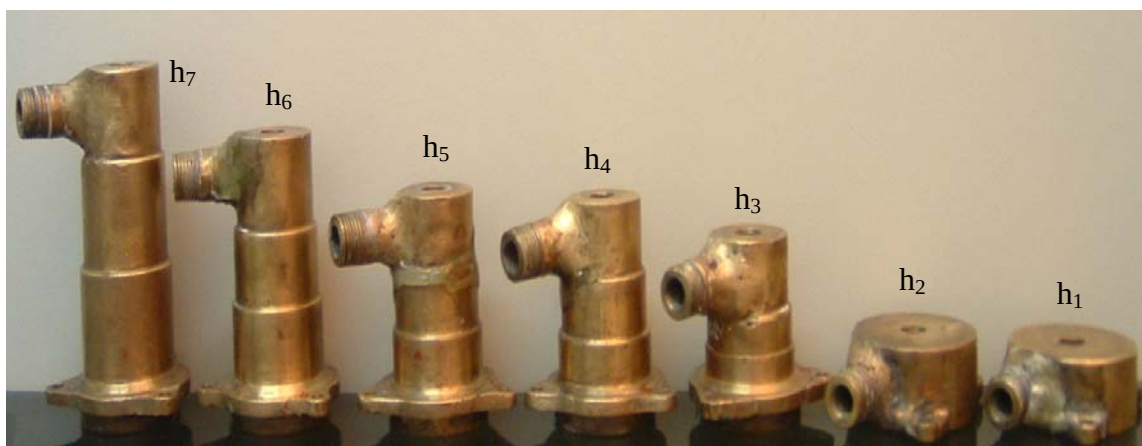


Figura 3.3 – Cilindros dos hidrociclones com as respectivas denominações de altura

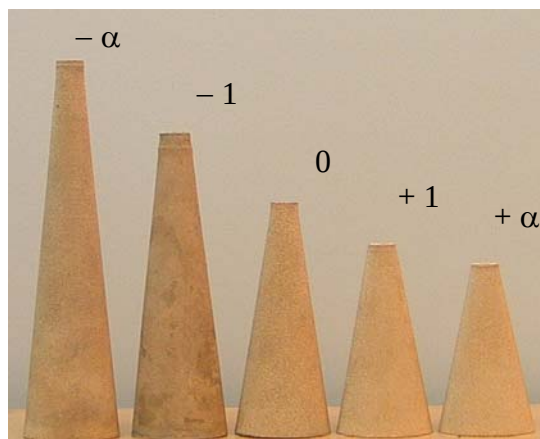
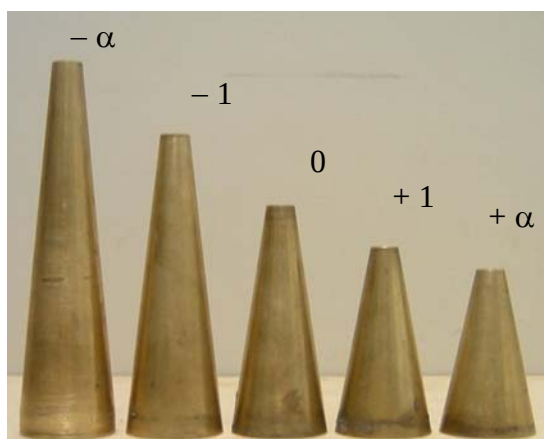


Figura 3.4 – Trocos de cones impermeáveis e porosos, respectivamente.

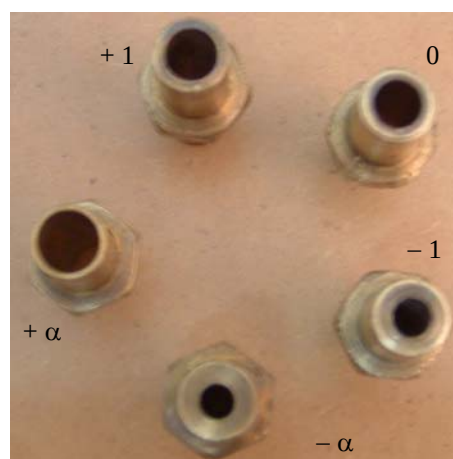
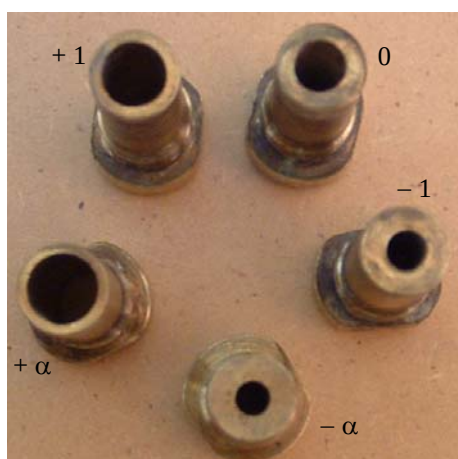


Figura 3.5 – Dutos de Alimentação e *Overflow*, respectivamente

Considerando o planejamento de experimentos e ainda, o diâmetro da parte cilíndrica (D_c) e o comprimento do *vortex finder* (ℓ) iguais a 30 e 12 mm respectivamente, os hidrociclones mencionados na Tabela 3.1 receberam as medidas dispostas na Tabela 3.3.

A construção dos cilindros, dos troncos de cone impermeáveis, dos dutos de *overflow* e alimentação foi feita com latão, devido às suas facilidades de usinagem e aos seus baixos custos de aquisição.

A priori, a dimensão do diâmetro de *underflow* (D_u) não consta das dimensões apresentadas nas tabelas anteriores, justamente por ser reputada como uma variável operacional fixa e não de projeto. Sabe-se que por causa da modificação na dimensão do diâmetro de *underflow* é que se pode alterar o poder de classificação de partículas num hidrociclone com dimensões geométricas já fixadas, justamente porque é essa dimensão que modifica a razão de líquido. Para os hidrociclones filtrantes a serem estudados, essa dimensão

foi originalmente estabelecida em 5 mm (lembrando que a mesma pode ser convertida, caso a demanda experimental um dia requeira, em 3 e 4 mm por intermédio de pequenas peças). Estas peças podem ser pequenos troncos de cone, facilmente acopláveis ao diâmetro de *underflow* original, de tal forma que na extremidade acoplada há coincidência de diâmetros (5 mm), enquanto que na oposta tem-se, conforme o caso, a dimensão requerida, quer seja de 3 ou de 4 mm.

Tabela 3.3 – Principais Dimensões dos Hidrociclones filtrantes

Hidrociclones	D _i (mm)	D _o (mm)	L (mm)	h (mm)	H (mm)	θ(°)
HF ₁	4,8	6,6	142	h ₁ = 15	127	11,2
HF ₂	4,8	6,6	142	h ₃ = 61	80	17,8
HF ₃	4,8	6,6	207	h ₅ = 80	127	11,2
HF ₄	4,8	6,6	207	h ₇ = 130	80	17,8
HF ₅	4,8	9,6	142	h ₁ = 15	127	11,2
HF ₆	4,8	9,6	142	h ₃ = 61	80	17,8
HF ₇	4,8	9,6	207	h ₅ = 80	127	11,2
HF ₈	4,8	9,6	207	h ₇ = 130	80	17,8
HF ₉	7,8	6,6	142	h ₁ = 15	127	11,2
HF ₁₀	7,8	6,6	142	h ₃ = 61	80	17,8
HF ₁₁	7,8	6,6	207	h ₅ = 80	127	11,2
HF ₁₂	7,8	6,6	207	h ₇ = 130	80	17,8
HF ₁₃	7,8	9,6	142	h ₁ = 15	127	11,2
HF ₁₄	7,8	9,6	142	h ₃ = 61	80	17,8
HF ₁₅	7,8	9,6	207	h ₅ = 80	127	11,2
HF ₁₆	7,8	9,6	207	h ₇ = 130	80	17,8
HF ₁₇	3,9	8,1	174	h ₄ = 76	98	14,5
HF ₁₈	8,7	8,1	174	h ₄ = 76	98	14,5
HF ₁₉	6,3	5,7	174	h ₄ = 76	98	14,5
HF ₂₀	6,3	10,5	174	h ₄ = 76	98	14,5
HF ₂₁	6,3	8,1	117	h ₂ = 19	98	14,5
HF ₂₂	6,3	8,1	228	h ₇ = 130	98	14,5
HF ₂₃	6,3	8,1	174	h ₆ = 103	159	9,00

HF₂₄	6,3	8,1	174	$h_4 = 76$	71	20,0
HF₂₅ (5C)	6,3	8,1	174	$h_4 = 76$	98	14,5

Devido à elevada abrasão, provocada pelo material particulado próximo à saída da suspensão na parte debaixo dos hidrociclones, inviável foi a utilização de latão ou PVC para o orifício de *underflow* por causa do desgaste contínuo a que está subordinado durante o funcionamento (VIEIRA, 2001). Como alternativa, recorreu então, ao uso de teflon, material resistente à abrasão e que se adequou satisfatoriamente às condições requeridas.

Assim, de acordo com o planejamento de experimentos, são apresentados na Figura 3.6 e 3.7, todas as configurações possíveis de hidrociclones com base no comprimento total (L) e no tamanho do tronco de cone (H).

Dentre as diversas possibilidades de meios porosos a serem empregados na confecção da seção cônica filtrante, optou-se por um material constituído de partículas de bronze sinterizadas. A escolha desse material deveu-se principalmente ao fato de que os cones feitos de bronze sinterizado fornecem estruturas rígidas, permitem o aproveitamento de toda a área filtrante durante o acoplamento no hidrociclone filtrante, distintamente daquilo que ocorre quando materiais poliméricos são utilizados (nylon e polipropileno).

A construção dos cones filtrantes foi solicitada e gentilmente atendida pela METALSINTER (Indústria e Comércio de Filtros e Materiais Sinterizados Ltda), empresa brasileira situada na cidade de São Paulo, a qual trabalha com uma grande diversidade de produtos nesta área. Na medida do possível, os cinco cones porosos solicitados para este estudo foram confeccionados nos mesmos padrões de sinterização a fim de possuírem permeabilidades próximas entre si.

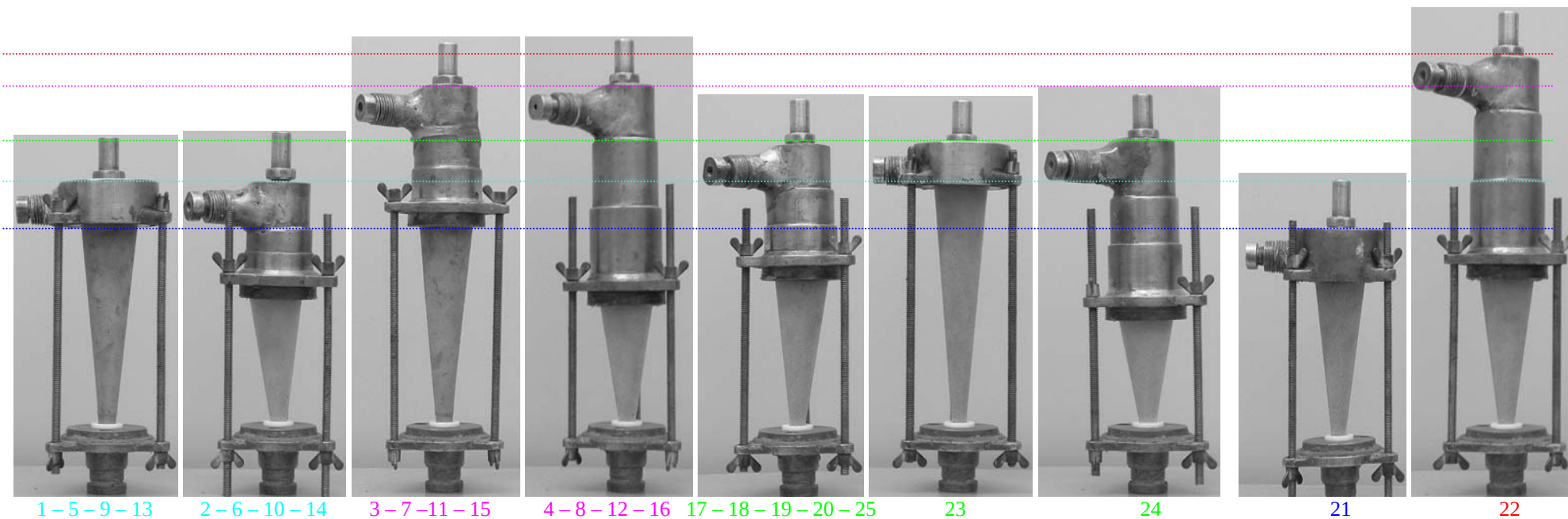


Figura 3.6 – Configurações dos hidrociclones tomando como base o comprimento total

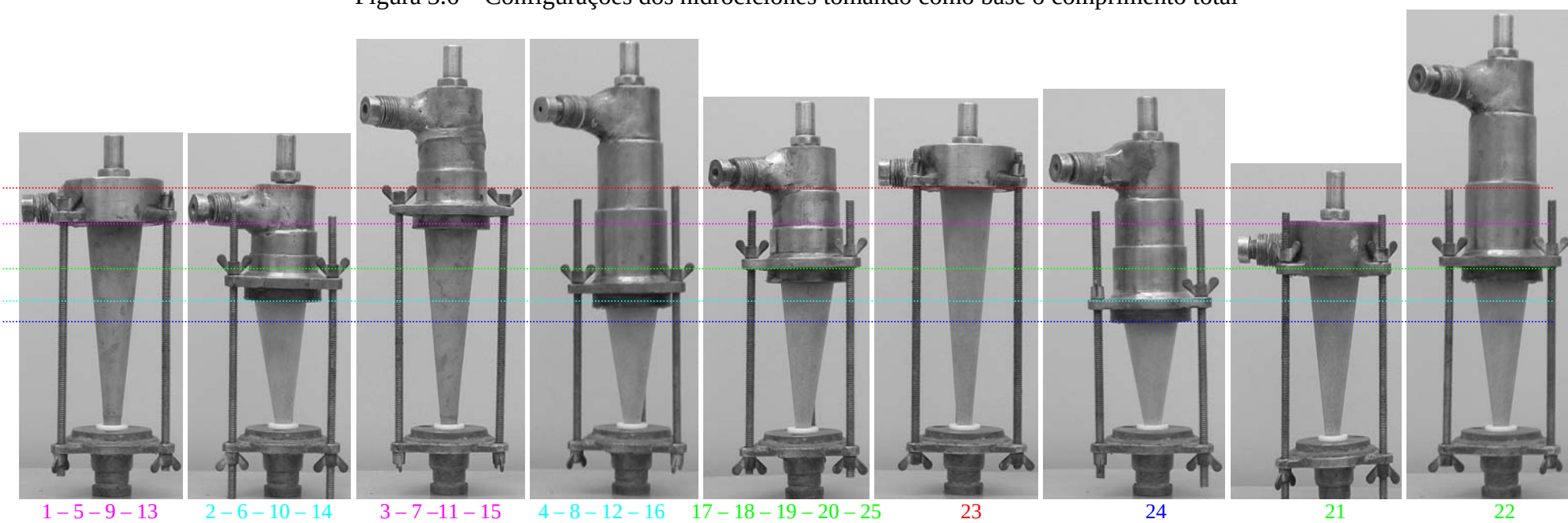


Figura 3.7 – Configurações dos hidrociclones tomando como base o tamanho do cone

3.1.3 - Caracterização da Permeabilidade e Porosidade dos Troncos de Cone Porosos

A caracterização dos meios filtrantes consiste numa etapa empírica de essencial importância ao se estudar hidrociclones filtrantes. É através dela que se obtêm os valores das permeabilidades dos meios filtrantes, podendo, assim, estabelecer um elo de correlação entre as características do tronco de cone filtrante com a performance de separação resultante do hidrociclone e com as simulações em CFD.

Os troncos de cone porosos adquiridos da METALSINTER eram desprovidos de tais informações e necessária foi a aplicação de uma metodologia para se obter a resistência dos meios porosos à passagem do filtrado.

A caracterização dos meios filtrantes foi conduzida de acordo com a metodologia proposta no *Apêndice A*, correlacionando a taxa volumétrica do fluido (Q_F) que atravessava a parede filtrante com a queda de pressão ($-\Delta P$) (Equação 3.2). Esta equação foi obtida a partir da Equação do Movimento, considerando o fluido (água) como incompressível, dotado de um escoamento darcyano (lento) e unidirecional.

$$Q_F = \psi [-\Delta P] \quad (3.2)$$

sendo:

$$\frac{1}{\psi} = \frac{1}{2\pi H} \frac{\mu}{K_m} \ln \left(\frac{D_u + D_c + 4\varepsilon}{D_u + D_c} \right) \quad (3.3)$$

Nesta metodologia foi fácil perceber que uma vez conhecido o valor do parâmetro ψ , poderia ser diretamente obtido o valor da permeabilidade do meio filtrante (K_m), já que as demais propriedades do sistema eram todas conhecidas (propriedades do fluido e dimensões geométricas do tronco de cone). Portanto, a estimativa do parâmetro da Equação (3.2) foi feita através de uma regressão, empregando o *software* STATISTICA®, cujos valores estão no *Apêndice A*.

Na determinação da permeabilidade à filtração de cada meio poroso, foi utilizada a própria unidade experimental dos hidrociclones. Inicialmente, foram vedados os orifícios de *underflow* e de *overflow*, deixando apenas livre o duto de alimentação pelo qual foi fornecida água pura para os testes. Desta maneira, houve a garantia de que o líquido abandonaria o hidrociclone filtrante unicamente pelos poros do tronco de cone.

As pequenas vazões do líquido foram calculadas por técnicas gravimétricas. Um manômetro de Bourdon esteve instalado devidamente no duto original da alimentação do hidrociclone, possibilitando a leitura das quedas de pressão. Também um termômetro foi colocado próximo à saída do filtrado, a fim de se acompanhar a temperatura do fluido durante as medidas. Os ensaios foram conduzidos com água isenta de qualquer material particulado, de tal forma que para uma condição estável de vazão, fosse imediatamente registrado o respectivo valor de queda de pressão através do meio filtrante.

Assim, uma permeabilidade média ($\bar{K}_m$) foi determinada para o conjunto de troncos de cone porosos, cujo valor encontrado foi de aproximadamente $6,63 \times 10^{-16} \text{ m}^2$.

Por sua vez, uma porosidade média foi também calculada para o rol de tronco de cone. No caso desse parâmetro, as principais medidas efetuadas foram levantadas através do relato das massas dos troncos de cone. Logo, o valor médio encontrado para a porosidade ($\bar{E}$) dos troncos de cone utilizados neste trabalho, foi de aproximadamente 10%. Maiores detalhes estão dispostos no *Apêndice A*.

3.1.4 - Análise Granulométrica e Material Particulado

Ao serem realizados estudos com hidrociclones em geral, grande parte dos pesquisadores procura empregar em suas investigações empíricas, materiais que lhes possam lograr alguns benefícios. Torna-se conveniente o uso de materiais que apresentem estabilidade no tamanho de suas partículas, devido às condições drásticas de operação no hidrociclone (altas forças cisalhantes), bem como proporcionem distribuições granulométricas regulares e de fácil determinação experimental.

No estudo da performance de qualquer tipo de hidrociclone, as análises granulométricas das correntes de alimentação e *underflow* permitem a obtenção do diâmetro de corte reduzido. O diâmetro de corte reduzido é importantíssimo para estudo do processo de separação, exatamente por servir de base ao poder de classificação do equipamento e de ser utilizado como critério de comparação frente às performances de outros hidrociclones.

Uma das principais dificuldades no trabalho com material pulverulento é quase sempre a grande irregularidade de formato que as partículas possam apresentar. A fim de se estabelecer uma dimensão única e representativa a todas as partículas, geralmente, adota-se, nas distribuições granulométricas, dimensões características de uma esfera (diâmetro, área ou volume), de mesmas propriedades físico-químicas que a partícula (ALLEN, 1981).

A dimensão característica atribuída à partícula é diretamente dependente do tipo de método utilizado na determinação da distribuição. Dependendo do método a ser empregado na determinação das distribuições granulométricas, as partículas podem ser relacionadas ao diâmetro de peneira, ao diâmetro volumétrico, ao diâmetro de Stokes etc.

A distribuição granulométrica pode ser representada na forma cumulativa descrita por uma função $X(d)$, na qual X é a fração mássica de partículas com diâmetros inferiores ao diâmetro d , sendo esta uma dimensão característica qualquer. A função $X(d)$ é sempre crescente e pode ser ajustada a modelos estatísticos, usados para representar uma distribuição granulométrica, dos quais os mais utilizados estão listados a seguir:

a) Modelo Gates-Gaudin-Schumann (GGS):

$$X(d) = \left(\frac{d}{D_{100}} \right)^m \quad (3.4)$$

b) Modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB):

$$X(d) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{d}{D_{63,2}} \right)^n \right] \quad (3.5)$$

c) Modelo Sigmóide:

$$X(d) = \frac{1}{1 + \left(\frac{d_s}{d} \right)^p} \quad (3.6)$$

d) Modelo Log Normal:

$$X(d) = \frac{(1 + \operatorname{erf}(z))}{2} \quad (3.7)$$

onde:

$$z = \frac{\ln\left(\frac{d}{D_{50}}\right)}{\sqrt{2} \ln(\delta)} \quad (3.8)$$

$$erf(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^z e^{-y^2} dy \quad (3.9)$$

Verifica-se que os modelos de distribuição granulométrica são dotados de parâmetros, cuja determinação é feita estatisticamente através dos dados experimentais de distribuição granulométrica do material particulado. Neste sentido, existem, atualmente, algumas técnicas para a determinação de distribuições granulométricas, de uso notório e aplicadas àqueles casos em que as partículas são irregulares e dotadas de pequenas dimensões. Entre tais métodos experimentais, destacam-se: a Pipeta de Andreasen (ALLEN, 1981), a Proveta LADEQ (SILVA e MEDRONHO, 1986), o SediGraph, o MasterSizer, a Técnica de Atenuação por Raios Gama etc.

Para o estudo da otimização dos hidrociclones filtrantes, o material particulado utilizado foi a rocha fosfática, cujo principal componente é P_2O_5 . A escolha desse material deu-se especialmente pelo fato de ser um importante produto regional. A rocha fosfática é a matéria-prima base das indústrias de fertilizantes fosfatados, cujas maiores unidades de lavra e beneficiamento encontram-se nas dependências e circunvizinhanças dos municípios de Patos de Minas (MG), Araxá (MG) e Catalão (GO), todos próximos à cidade de Uberlândia.

A densidade da rocha fosfática foi determinada por técnicas de picnometria convencionais, realizadas na própria universidade e também por um picnômetro a hélio, cujas medidas foram conduzidas nas dependências da Universidade Federal de São Carlos (SP). Os valores de densidade obtidos pela picnometria convencional e a hélio foram de 2,98 e 2,99 $g.cm^{-3}$, respectivamente.

A distribuição granulométrica da rocha fosfática que foi utilizada no estudo da otimização dos hidrociclones filtrantes está apresentada na Figura 3.8, cuja determinação experimental procedeu-se pelo analisador de partículas a *laser* (*MasterSizer* da Malvern).

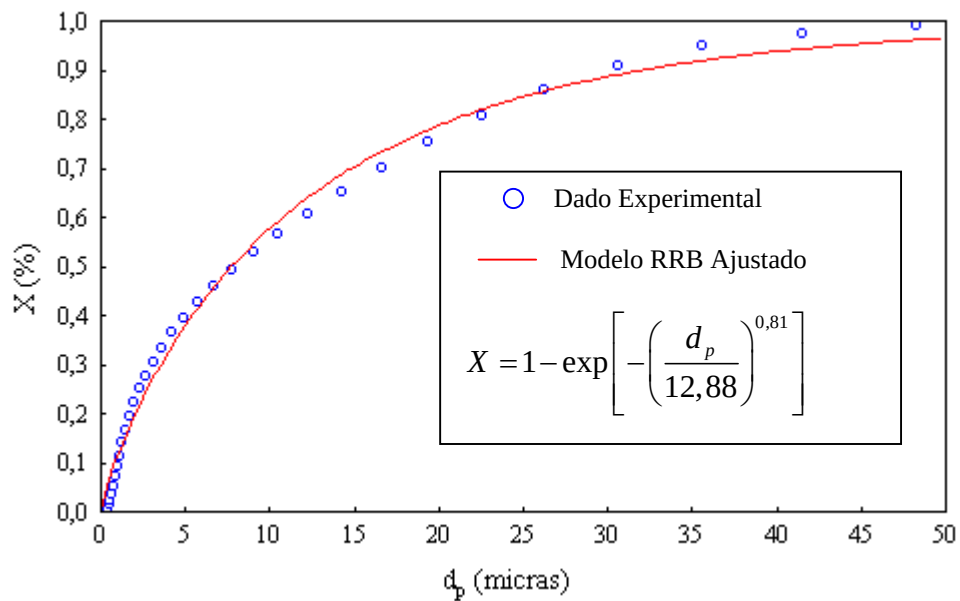


Figura 3.8 – Distribuição granulométrica da rocha fosfática

3.1.5 - Unidade Experimental

Para o estudo da otimização dos hidrociclones filtrantes foi construída uma unidade experimental (Figura 3.9). Essa unidade conta com todos os componentes essenciais à devida instalação dos hidrociclones (filtrantes e convencionais), assim como aqueles necessários a manter as condições operacionais ótimas requeridas na separação sólido-líquido.



Figura 3.9 – Unidade Experimental para o estudo de hidrociclones

A unidade experimental utilizada neste estudo foi composta por um tanque com capacidade de 250 litros, responsável pelo armazenamento da suspensão de rocha fosfática. A fim de manter homogênea a concentração de rocha fosfática em todo o volume do tanque, durante a operação, foi nele instalado, um sistema de homogeneização formado por um agitador e por um par de chicanas. Ao agitador mecânico (potência de 0,5 hp), instalado na parte central do tanque, competiu o fornecimento de energia suficiente para a

homogeneização de toda a suspensão, enquanto que as chicanas, feitas com placas perfuradas de aço, visaram a evitar que se formasse um vórtice na parte central (Figura 3.10).

Foi acoplada ao tanque de suspensão retromencionado, uma bomba helicoidal, resistente à abrasão, com uma potência de 5 *hp*, responsável pelo fornecimento de energia à suspensão.

Em função desse aparato, a suspensão era bombeada através da tubulação que, em seu trajeto, era dividida em duas partes. A primeira delas foi carregada para a tubulação na qual um hidrociclone estava devidamente instalado e a segunda foi desviada para o duto de *bypass*. O controle da vazão em cada uma das linhas era feito através de um ajuste manual, proporcionado por válvulas globo e gavetas, devidamente instaladas.



Figura 3.10 – Sistema de *bypass*, manômetro digital e um hidrociclone filtrante em funcionamento

Cumprе ressaltar que, imediatamente anterior à entrada da alimentação do hidrociclone filtrante, foi acoplado um manômetro de Bourdon digital a fim de se efetuar as leituras de queda de pressão entre aquele ponto e o meio externo. Por sua vez, todas as correntes efluentes do hidrociclone filtrante (*underflow*, *overflow* e filtrado) eram descarregadas novamente no tanque de armazenamento (Figura 3.11).



Figura 3.11 – Sistema de homogeneização do tanque e um hidrociclone filtrante em funcionamento

3.1.6 - Procedimento Experimental

3.1.6.1 - Na unidade experimental

De acordo com as considerações anteriores, foram empregados neste trabalho, cinquenta (50) hidrociclones, metade deles na modalidade *filtrante* e metade na categoria de *convencional*.

Na coleta dos principais dados experimentais foram fixadas para cada equipamento, quatro condições de queda de pressão (0,9; 1,2; 1,5 e 1,8 kgf/cm^2 ou na forma codificada -1,0; -0,33; +0,33 e +1,0, respectivamente) e estabelecido *a priori*, um diâmetro de *underflow* de 5 mm.

Anteriormente ao início da operação em cada uma das condições preestabelecidas, o tanque da unidade experimental foi completado com aproximadamente 200 litros de suspensão numa concentração de aproximadamente 1% em volume de rocha fosfática, necessários a manter condições estáveis para a operação da bomba helicoidal e do manômetro digital.

Em seguida, era homogeneizada a suspensão do tanque pelo agitador e acionada a bomba helicoidal para o início dos ensaios. Com o auxílio das válvulas gaveta e globo, foi

regulada a quantidade de suspensão diretamente enviada ao hidrociclone até que se registrasse a queda de pressão desejada. Em condições estáveis de queda de pressão, a vazão volumétrica de alimentação, *overflow*, *underflow* e filtrado foram medidas através de técnicas gravimétricas (balanças com precisão de $\pm 0,01g$).

Foram coletadas, também, em cada condição de queda de pressão, pequenas amostras da corrente de *underflow* e do tanque para que *a posteriori*, pudessem ser analisadas quanto à distribuição granulométrica. Tiveram que ser coletadas ainda, três pequenas alíquotas de suspensão de cada uma das correntes do separador, utilizadas na determinação gravimétrica das respectivas concentrações mássicas.

Enquanto as pequenas alíquotas para a determinação das concentrações mássicas foram enviadas à estufa, por um período de 24 horas à temperatura de 80°C, as amostras referentes ao cálculo das distribuições granulométricas tiveram destino ao MasterSizer.

3.1.6.2 - No MasterSizer

O *Mastersizer* é um equipamento destinado à análise do tamanho de partículas baseado no princípio de difração a *laser* (Figura 3.12).



Figura 3.12- *Mastersizer* (a), compartimento de análise (b) e sistema de agitação e bombeamento (c)

O *Mastersizer* é um equipamento dotado de um circuito fechado de bombeamento, onde a amostra de interesse geralmente circula diluída em água. A agitação e a velocidade de bombeamento da suspensão podem ser controladas e postas em diferentes níveis, segundo o interesse do usuário. Pelos dispositivos anteriores, a suspensão analisada é carregada para uma pequena câmara no interior do equipamento, de tal forma que um feixe de *laser* incide perpendicularmente ao escoamento. Ao incidir sobre a amostra, cada *laser* sofre um desvio em função do tamanho das partículas que encontrara no meio. Neste exato momento, um

sistema de detectores é capaz de interpretar cada desvio e atribuir-lhe determinado tamanho à partícula na forma de um diâmetro volumétrico ($d_p = d_v$).

Como salientado anteriormente, as pequenas amostras de rocha fosfática coletadas da corrente de *underflow* e do tanque de suspensão (equivalente à da alimentação de cada hidrociclone) deveriam ser analisadas para que suas distribuições granulométricas fossem estimadas e posteriormente usadas no cálculo de outras variáveis.

Neste intuito, cada amostra foi transferida quantitativamente e diluída em um béquer com água destilada, até o volume aproximado de 500 mL. A fim de se evitar a presença de aglomerados de partículas, durante a análise, recomendou-se a aplicação do banho ultrassônico e de um dispersante antes de se efetuar a análise propriamente dita. O banho ultrassônico serviu para romper os possíveis aglomerados de partículas que existiam na amostra durante 30 s numa frequência moderada. O dispersante, por sua vez, manteve as partículas afastadas umas das outras, evitando a formação de novos aglomerados – utilizou-se o hexametáfosfato de sódio (*Calgon*), numa concentração aproximada de 1 grama por litro de suspensão.

Todavia, antes da etapa descrita anteriormente, houve uma calibração do sistema ótico, através da medida do “branco” (água destilada e *Calgon*) que serviu como referencial para todas as demais medidas.

Portanto, uma vez feito o “branco” e transferida a amostra, o sistema estava apto para iniciar a análise que se procedeu mediante o uso do *software Malver Mastersizer*[®]. Ao término de cada análise, as contagens registradas pelo *software* foram enviadas a uma planilha na forma de diâmetros de partículas e suas correspondentes frações mássicas acumulativas. De posse dessas informações e através de uma regressão não linear no *software STATISTICA*[®], os parâmetros do modelo RRB foram respectivamente estimados para as amostras inframenciadas.

3.1.7 - Obtenção das Principais Variáveis na Separação em Hidrociclones Filtrantes

Através do procedimento descrito na seção anterior, pôde-se obter todas as informações necessárias ao estudo da separação sólido-líquido em hidrociclones. Destarte, será mostrado a seguir, o procedimento pelo qual as principais medidas experimentais (queda de pressão, vazão mássica, concentração mássica e distribuições granulométricas) foram manipuladas para obtenção das principais variáveis associadas ao estudo da performance e otimização de hidrociclones filtrantes (concentração volumétrica, vazão volumétrica, razão de

líquido, eficiência total, eficiência total reduzida, eficiência granulométrica, eficiência granulométrica reduzida, diâmetro de corte, diâmetro de corte reduzido etc.).

As concentrações volumétricas foram calculadas a partir do conhecimento prévio das concentrações mássicas (determinadas gravimetricamente) e das densidades do fluido e do material particulado (determinadas por picnometria), conforme mostram as equações a seguir:

$$C_v = \frac{1}{\left[\frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{1}{C_w} - 1 \right) + 1 \right]} \quad (3.10)$$

$$C_{vu} = \frac{1}{\left[\frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{1}{C_{wu}} - 1 \right) + 1 \right]} \quad (3.11)$$

As vazões volumétricas das correntes de *underflow* e *overflow* foram calculadas através das concentrações mássicas (determinadas experimentalmente), de acordo com as seguintes expressões:

$$Q_u = \frac{W_u}{\rho_u} \quad (3.12)$$

$$Q_o = \frac{W_o}{\rho_o} \quad (3.13)$$

onde: ρ_u e ρ_o são respectivamente as densidades das suspensões do *underflow* e *overflow*:

$$\rho_u = \frac{\rho}{1 - C_{wu} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)} \quad (3.14)$$

$$\rho_o = \frac{\rho}{1 - C_{wo} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)} \quad (3.15)$$

Vale à pena ressaltar que mesmo que uma suspensão seja alimentada com baixa velocidade num hidrociclone, haverá independentemente de forças centrífugas, uma natural divisão de fluxo entre os orifícios de *underflow* e *overflow*. Verifica-se, neste caso, que a

própria divisão de fluxo da suspensão é suficiente e capaz de por si só promover o arraste de parte do sólido para o *underflow*. Este arraste, inerente ao escoamento e independente da existência de campo centrífugo, acaba contribuindo para o processo de separação (SILVA, 1989). A esse fenômeno dá-se a denominação popular de *Efeito T*, correlacionando-o diretamente com a razão de líquido.

A razão de líquido foi calculada a partir da Equação (3.16):

$$R_L = \frac{Q_u (1 - C_{vu})}{Q (1 - C_v)} \quad (3.16)$$

Desta forma, independentemente do modo como o hidrociclone esteja separando as partículas, quer seja pelo arraste que o líquido proporciona (*Efeito T*), quer seja pela ação efetiva do campo centrífugo, a Eficiência Total (η) considera todos os sólidos coletados no *underflow*, indistintamente daquilo que os levou a serem classificados. Já a Eficiência Total Reduzida (η') considera apenas aqueles sólidos coletados no *underflow* pelo efeito exclusivo do campo centrífugo. Daí então, decorrem as respectivas definições, haja vista que a influência da divisão de fluxo (simbolizada pela razão de líquido) deve ser descontada na segunda hipótese:

$$\eta = \frac{C_{wu}}{C_w} \frac{W_u}{W} \quad (3.17)$$

$$\eta' = \frac{\eta - R_L}{1 - R_L} \quad (3.18)$$

A eficiência granulométrica (G), também conhecida por eficiência por tamanho, é uma grandeza relacionada ao poder de separação do hidrociclone frente ao tamanho das partículas inicialmente introduzidas pelo duto de alimentação. Considerando os diferentes tamanhos de partículas existente na suspensão a ser tratada, a eficiência granulométrica pode ser relacionada com a eficiência total (η) e com a variação dos tamanhos de partículas após a hidrociclonagem:

$$G = \eta \frac{dX_u}{dX} \quad (3.19)$$

Estabelecidas as condições operacionais do sistema, é possível definir para o hidrociclone uma referência para o seu poder de classificação. Essa referência é geralmente representada pelo diâmetro de corte (d_{50}) que, na verdade, representa o diâmetro de uma partícula separada com uma eficiência granulométrica de 50%. Logo, partículas maiores que o diâmetro de corte terão maiores probabilidades de serem coletadas com uma eficiência granulométrica superior a 50%; enquanto as menores provavelmente serão coletadas com uma eficiência abaixo deste patamar.

Analogamente, a eficiência granulométrica reduzida (G') distingue-se da eficiência granulométrica justamente pelos mesmos critérios já explanados. Reputa-se como eficiência granulométrica reduzida aquela resultante apenas da atuação do campo centrífugo aplicado na separação das partículas por tamanho. Portanto, o efeito da razão de líquido deve também ser novamente negligenciado e sintetizado de maneira análoga àquela utilizada para a eficiência total reduzida, conforme expõe a seguir a Equação (3.20):

$$G' = \frac{G - R_L}{1 - R_L} \quad (3.20)$$

Analogamente ao cálculo do diâmetro de corte, cumpre aqui definir o diâmetro de corte reduzido (d'_{50}) como o diâmetro da partícula que é classificado com uma eficiência granulométrica reduzida de 50%. Definidas as condições operacionais, o diâmetro de corte reduzido presta-se como referência ao poder de classificação de um hidrociclone, quando no processo de separação só se considera a atuação do campo centrífugo.

Finalmente, uma vez calculadas as distribuições granulométricas da alimentação e do *underflow*, cada qual devidamente representadas pelo modelo RRB, devem as mesmas serem utilizadas no cálculo do diâmetro de corte reduzido, por intermédio da Equação (3.21), à medida que G' assume o valor de 0,5.

$$\frac{\eta \left\{ \frac{\left(\frac{d_p}{d_u} \right)^{n_u} n_u \exp \left[- \left(\frac{d_p}{d_u} \right)^{n_u} \right]}{\left(\frac{d_p}{d_a} \right)^{n_a} n_a \exp \left[- \left(\frac{d_p}{d_a} \right)^{n_a} \right]} \right\} - R_L}{1 - R_L} - 0,5 = 0 \quad (3.21)$$

Na equação anterior, d_a e d_u representam o parâmetro $D_{63,2}$ do modelo RRB para a alimentação e *underflow* respectivamente e n_a e n_u representam o parâmetro n do modelo RRB para a alimentação e *underflow*, respectivamente.

A Equação (3.21) é uma expressão não-linear, cuja solução analítica na variável diâmetro da partícula (d_p) inexistente. Logo, a obtenção do diâmetro de corte reduzido deve ser feita numericamente. Para tanto, foi implementado neste trabalho, um algoritmo no *software Maple* para a obtenção do parâmetro.

3.2 - DA EXECUÇÃO NUMÉRICA

Visando ao estudo da performance e otimização dos hidrociclones filtrantes, simulações numéricas bidimensionais foram empregadas para a determinação de algumas características do escoamento fluidodinâmico desses separadores. As simulações numéricas foram conduzidas através do *software* comercial FLUENT[®] (FLUENT INC., 2003), cuja licença fora adquirida pela Faculdade de Engenharia Química da UFU.

Todavia, antes da apresentação da metodologia utilizada nas simulações através do código comercial supracitado, *mister* será primeiramente a discussão sobre a confecção da malha computacional.

3.2.1 - Confecção da Malha Computacional

Como discutido no CAPÍTULO II, o domínio da simulação numérica é dividido em pequenos volumes de controle para a posterior aplicação das equações de transporte. Pragmaticamente, a estrutura base da malha utilizada pelo FLUENT[®] durante as simulações, advém da utilização do *software* comercial GAMBIT[®] (FLUENT INC., 2005). Portanto, era por intermédio do GAMBIT[®] que uma malha computacional foi manufaturada para que domínio de escoamento dos hidrociclones fosse devidamente simulado pelo FLUENT[®].

Como já fora dito anteriormente, a presente tese de doutorado visou à simulação bidimensional de hidrociclones convencionais e filtrantes a fim de se levantar as principais características da fluidodinâmica desses equipamentos, tais como, perfis de velocidade, campos de pressão, trajetória de partículas, razão de líquido etc.

Em regra, os hidrociclones possuem um eixo de simetria, particularidade esta que permitiu a redução considerável do número de células computacionais nas simulações bidimensionais. Tal fato é plausível, haja vista que durante a operação de um hidrociclone, o escoamento de uma parte é praticamente idêntico àquele verificado para a outra.

No ambiente GAMBIT[®], a construção bidimensional da malha para hidrociclones foi orientada pela escolha de um referencial no plano xy . Desta forma, apenas uma das partes que compõe a simetria foi construída, desde que obedecidas algumas exigências impostas pelo *software*. A primeira delas clama para que o eixo de simetria do equipamento coincida com o eixo x . A outra preceitua que todo o domínio da malha esteja situado numa região cujos valores de y sejam positivos. Maiores detalhes a respeito da simetria, malha e células computacionais podem ser vistos na Figura 3.13.

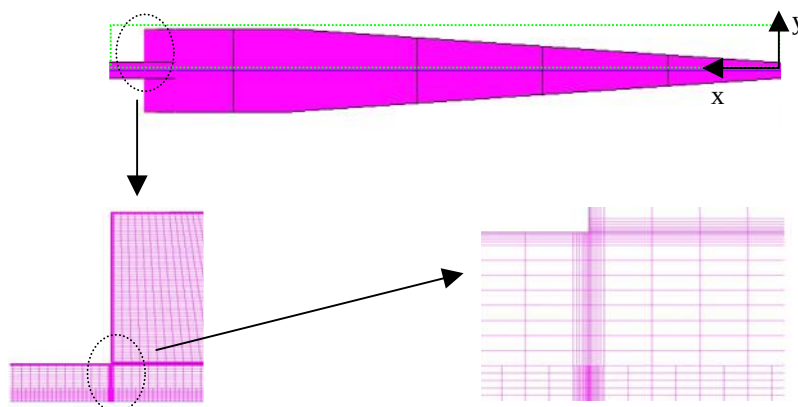


Figura 3.13 – Simetria, malha e células computacionais para os hidrociclones

A partir do referencial descrito anteriormente, todos os demais extremos do sistema foram definidos de forma pontual (*vortex*) pelo fornecimento das respectivas coordenadas (x , y). Uma vez definidos os principais *vortexs* do sistema, os mesmos foram conectados através de segmentos de retas denominados de *edges*. As *edges*, num momento posterior, representaram os tipos de fronteiras existentes no sistema (parede, entrada, saída, interior, eixo, meio poroso etc.) a serem definidas segundo o interesse do usuário. Por sua vez, um espaço delimitado por um conjunto de *edges* recebeu a denominação de *face*. São nas *faces* que o usuário estabelece o tipo de fluido (monofásico ou mistura) ou sólido (estruturas rígidas internas ao escoamento ou necessárias à transferência de calor) utilizados na simulação. Finalmente, um conjunto de *faces* deu origem aos *volumes*, os quais representaram por inteiro todo o domínio a ser simulado (volume do interior e do meio filtrante do hidrociclone).

O GAMBIT[®] permite que em simulações bidimensionais, sejam usadas malhas triangulares, quadrangulares ou híbridas (combinação das duas primeiras), de acordo com o problema e interesse do usuário. No presente trabalho, a malha computacional foi dotada de apenas células quadrangulares, cuja confecção é descrita a seguir.

Numa determinada *face*, cada *edge* recebeu um determinado número de pontos, os quais em tese, representavam a dimensão de um dos lados de cada célula computacional. Evidentemente que se muitos pontos são escolhidos em cada *edge*, maior será o número de células computacionais resultantes em cada *face* e maior será conseqüentemente o esforço computacional exigido no FLUENT®.

Devido à vasta gama de dimensões geométricas escolhidas nesta tese, estima-se que a maioria das simulações foi conduzida com malhas dotadas de 45000 a 120000 células computacionais. O GAMBIT® permitiu ainda, o refinamento da malha próximo às paredes a fim de melhor representar os efeitos de camada limite (forças viscosas atuantes), o que foi feito neste trabalho.

Antes da transferência da malha do GAMBIT® para o FLUENT®, deve-se atribuir a cada *edge* um tipo de fronteira, para que em momento posterior e oportuno, estejam as mesmas aptas a receberem as condições de contorno necessárias para a consecução da simulação. O GAMBIT® possui uma nomenclatura própria dependendo da natureza da *edge*. No caso de hidrociclones, por exemplo, as paredes foram denominadas de *wall*, a entrada de *velocity inlet*, as saídas (*underflow*, *overflow* e filtrado) de *pressure outlet*, o cone de *porous zone* (quando poroso) e de *solid* (quando impermeável), as divisórias internas de *interior* e o eixo de simetria de *axis*.

3.2.2 - Condições de Contorno

Transferida a malha computacional do GAMBIT® para o FLUENT®, deve-se antes de iniciar a simulação propriamente dita, entrar com as condições de contorno apropriadas.

Na entrada do hidrociclone, definida como *velocity inlet* (utilizada para escoamentos incompressíveis), eram fornecidos ao *software* os valores das componentes da velocidade do fluido (axial, radial e tangencial). No caso em epígrafe, o cálculo das componentes de cada uma das velocidades merece algumas considerações.

A componente axial da velocidade (w_e) do fluido na entrada do hidrociclone era nula, haja vista que o líquido foi introduzido no separador na direção de seu diâmetro e não de seu eixo de simetria. Por sua vez, a componente radial da velocidade (u_e) do fluido foi calculada com base na transformação teórica da entrada dos hidrociclones (essencialmente assimétrica) em uma entrada bidimensional simétrica (Equação 3.22), de acordo com esclarecimentos de BOYSAN *et al.* (1982), ZHOU e SOO (1990), DYAKOWSKI (1993) e MADSEN *et al.* (1994). Cumpre ressaltar que pelo fato da componente radial de velocidade do fluido ser uma

grandeza vetorial, em regra, a mesma poderá vir acompanhada dum sinal negativo (de acordo com a disposição do eixo das ordenadas).

$$u_e = \frac{Q}{\pi D_i D_c} \quad (3.22)$$

Já a componente tangencial (v_e) do fluido foi calculada normalmente, considerando as dimensões exatas do tubo de alimentação do hidrociclone, conforme mostra a Equação (3.23). No entanto, para que esta condição estivesse disponível durante as simulações, houve necessidade de mencionar ao pacote numérico, o fato de que o espaço da simulação foi regido pela simetria e por escoamento rotacional do fluido (*Axisymmetric Swirl*).

$$v_e = \frac{4Q}{\pi D_i^2} \quad (3.23)$$

Na entrada do hidrociclone, foi informada ainda, que a fração de volume da água equivaleu à unidade, inexistindo portanto, qualquer traço de ar. Ao FLUENT foi informado apenas a existência de um fluido (água), bem como uma coordenada onde a pressão do sistema estivesse bem caracterizada (*pressure gauge*). Nesta última hipótese, em regra, o centro da saída do *overflow* foi o escolhido, cuja pressão nele equivaleu à pressão atmosférica. Conseqüentemente, o programa passou a adotar nos cálculos, a partir de então, uma pressão relativa, considerada como a diferença da pressão de qualquer ponto do sistema pela pressão posta no referencial.

No que se refere às saídas de *underflow* e *overflow*, foram consideradas para efeito deste trabalho, que ambas eram descarregadas à pressão atmosférica local. Portanto, durante as simulações, seriam fornecidos ao resolvidor, no quesito *pressure gauge*, valores nulos nestas fronteiras. No caso dos hidrociclones filtrantes, cujos cones foram porosos, foram informadas ao FLUENT®, a espessura, a permeabilidade, a porosidade e a direção de escoamento do filtrado, a fim de que as características do processo de filtração pudessem ser incorporadas durante as simulações.

3.2.3 - Seleção dos Modelos

Além das informações descritas anteriormente, tantas outras devem ser fornecidas, referentes ao tipo de resolvidor, modelo de turbulência, modelo multifásico, métodos de interpolação, métodos de acoplamento etc.

Nesta tese, foram realizadas simulações numéricas considerando apenas um regime permanente de escoamento e ausência de formação de *air core*. Se no caso de hidrociclones, os mesmos estivessem sujeitos ao aparecimento de *air core*, dever-se-ia informar ao FLUENT® o número de fases envolvidas nas simulações será equivalente a dois (ar e água). Neste aspecto, no simulador deveria ser consignado que o ar constituiria a fase primária (compressível), enquanto a água seria a fase secundária (incompressível). Nesta hipótese, um modelo multifásico deveria ser aplicado às simulações, como por exemplo o VOF (*Volume of Fluid*). Logo, em virtude deste modelo multifásico, o resolvidor selecionado pelo FLUENT® seria necessariamente um resolvidor SEGREGADO.

Referente aos modelos de turbulência, foi utilizado neste estudo, devido à complexidade de escoamento no interior dos hidrociclones, o modelo RSM (*Reynolds Stress Model*), que conforme fora visto anteriormente, é o que melhor representa o escoamento em hidrociclones.

Na matéria referente aos esquemas de interpolação da pressão, foi aplicado o esquema PRESTO! enquanto para o acoplamento do binômio pressão-velocidade foi utilizado o algoritmo SIMPLE. No que tange às demais variáveis fluidodinâmicas, optou-se pela escolha de esquemas de interpolação do tipo UPWIND, quer sejam de primeira ou segunda ordem.

No que diz respeito à fase particulada foi utilizado o Modelo de Fase Discreta para descrição das trajetórias das partículas e cálculo das respectivas eficiências (quando necessárias), haja vista que nas condições almejadas para este trabalho, as suspensões de rocha fosfática eram diluídas.

3.2.4 - Obtenção das Principais Variáveis Simuladas

Evidentemente que a condução das simulações não é algo elementar. Um resultado digno de mérito demanda grandes esforços pessoais e computacionais. A simulação através de pacotes comerciais deve ser encarada como uma ferramenta complementar e à disposição dos pesquisadores a fim de que os mesmos tenham subsídios para avançar na compreensão de certos fenômenos físicos de difícil ou onerosa medição.

Desta forma, a consecução de qualquer simulação em pacotes comerciais de CFD requer tempo e a combinação de diversos fatores, tais como o tipo de malha, o número de células, o grau de refinamento da malha, os níveis de turbulências, a tolerância dos resíduos, os fatores de relaxação, o número de fases envolvidas, a geometria do escoamento, os esquemas de interpolação, os métodos de acoplamento, os modelos de turbulência, os modelos multifásicos etc.

Entretanto, à medida que as dificuldades anteriores são sanadas e um resultado satisfatório é obtido, pode-se através do FLUENT[®], obter as principais variáveis relevantes na fluidodinâmica de hidrociclones, conforme exposto a seguir.

A razão de líquido (R_L) simulada para os hidrociclones pôde ser calculada pelo FLUENT[®] a partir da taxa mássica média que entrava no sistema pela que o deixava através corrente de *underflow*, de acordo com as expressões a seguir:

$$\bar{m} = \frac{1}{A} \int m_i dA = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n m_i |A_i| \quad (3.26)$$

Analogamente, a queda de pressão simulada em hidrociclones foi obtida pela diferença entre os valores médios de pressão na alimentação e *overflow* do hidrociclone, de acordo com a Equação (3.27) aplicada a cada uma das fronteiras:

$$\bar{p} = \frac{1}{A} \int p_i dA = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n p_i |A_i| \quad (3.27)$$

Quanto aos contornos de qualquer variável, o FLUENT[®] possibilitou através de ferramentas gráficas, a visualização das mesmas em todo o domínio simulado ou em regiões específicas escolhidas pelo usuário. Desta forma, foi possível a visualização dos perfis de pressão, velocidades etc.

O FLUENT[®] possibilitou que se definisse na *edge* de alimentação do hidrociclone, um conjunto de partículas dotado de uma distribuição granulométrica (RRB) ou de uma distribuição uniforme. Neste trabalho, foram selecionadas um conjunto de partículas de mesmo tamanho e densidade, distribuídas igualmente no duto de alimentação. Posteriormente, as trajetórias das mesmas eram calculadas, observando a quantidade de partículas direcionadas para o *overflow* e *underflow*. A porcentagem de partículas nessas condições, carregada para o *underflow*, constituiu a eficiência granulométrica referente àquele tamanho de partícula. Sucessivamente, adotando o mesmo procedimento e variando o tamanho das partículas, outros valores de eficiência granulométrica puderam ser levantados. Por fim, adverte-se que a trajetória da partícula foi realizada mediante a integração da sua equação do movimento, que por sua vez era uma função de um passo de integração (*length scale*), devendo tal parâmetro ser devidamente escolhido, conforme as condições fluidodinâmicas do sistema.