

Universidade Federal de Uberlândia

Faculdade de Ciências Integradas do Pontal

Curso de Engenharia de Produção

Trabalho de Conclusão de Curso

**Métodos heurísticos aplicados ao problema
de agrupamento de entregas em veículos de
uma frota heterogênea**

por

Luana Alves Andrade

Graduação em Engenharia de Produção – Ituiutaba - MG

Orientador: Prof. Dr. Jorge Von Atzingen dos Reis

Métodos heurísticos aplicados ao problema de agrupamento de entregas em veículos de uma frota heterogênea

Este exemplar corresponde à redação final da Monografia devidamente corrigida e defendida por **Luana Alves Andrade** e aprovada pela comissão julgadora.

Ituiutaba, 21 de fevereiro de 2015.

Prof. Dr. Jorge Von Atzingen dos Reis

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Jorge Von Atzingen dos Reis

Prof. Dr. Antônio Álvaro de Assis Moura

Prof. Dr. Fernando Lourenço de Souza

Monografia apresentada a Faculdade de Ciências Integradas do Pontal, Universidade Federal de Uberlândia como requisito para obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Dedico este trabalho a todos aqueles que contribuíram, de alguma forma, para que este se realizasse.

Agradeço a Deus, aos meus pais, ao meu orientador e todos que contribuíram para minha caminhada.

RESUMO

O problema de agrupamento de entregas em uma frota heterogênea de veículos é complexo e essencial para a distribuição de mercadorias em uma indústria. Conhecido na literatura como *Variable Sized Bin Packing* (VSBPP), este problema consiste em, dado um conjunto de objetos (entregas), determinar o número mínimo de *bins* (veículos) necessários para a alocação deste transporte. O presente trabalho buscou solucionar cem problemas de diferentes instâncias de teste *benchmarking* da literatura com funções de custos distintos, através dos métodos: modelagem matemática, heurística construtiva gulosa, *Simulated Annealing*, *Variable Neighborhood Search*, meta-heurística híbrida de *Simulated Annealing* com *Variable Neighborhood Search*; verificando qual método sobressai aos demais quanto sua eficiência e eficácia. Os resultados experimentais mostraram que, nos problemas em que a função custo é linear ou côncava, a heurística construtiva gulosa possui o melhor desempenho, e para o custo com a função convexa a meta-heurística híbrida possui o melhor desempenho. Nos problemas pertencentes ao subgrupo das instâncias de pequeno porte, considerou-se as soluções do VNS robusta, a modelagem matemática solucionou problemas com até 20 itens e o SA obteve soluções de boa qualidade.

Palavras-chave: Logística, *Variable Sized Bin Packing*, Meta-heurística.

SUMÁRIO

1.0	Bin Packing Problem.....	14
1.1	Bin Packing Problem.....	14
1.2	Variable Size Bin Packing Problem.....	16
1.3	Estado da Arte.....	16
2.0	Métodos Exatos e Heurísticos	19
2.1	Formulação Matemática	20
2.2	Métodos Heurísticos.....	21
2.2.1	Heurística Construtiva Gulosa	21
2.2.2	Meta-heurística Variable Neighborhood Search.....	23
2.2.3	Meta-heurística Simulated Annealing.....	24
2.2.4	Meta-heurística SA com VNS.....	25
3.0	Simulação Numérica.....	27
3.1	Metodologia.....	27
3.2	Resultados e Discussão	28
4.0	Conclusões e Trabalhos Futuros.....	37
4.1	Conclusões.....	37
4.2	Trabalhos Futuros.....	38

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Algoritmo da heurística construtiva gulosa. (Autoria própria).....	22
Figura 2. Pseudocódigo Algoritmo VNS. (SILVA, 2007).....	23
Figura 3. Pseudocódigo Algoritmo SA. (SILVA, 2007).....	24
Figura 4. Pseudocódigo Algoritmo SA/VNS (Autoria Própria).....	26
Figura 5. Instância de Testes (Autoria Própria).....	28
Figura 6. Porcentagem do ótimo global (Autoria Própria).....	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados obtidos nos problemas de pequeno porte.....	29
Tabela 2 – Erro Relativo Porcentual.....	31
Tabela 3 – Média e Desvio Padrão do Erro Relativo Porcentual.....	32
Tabela 4 – Resultados obtidos nos problemas de médio e grande porte.....	34
Tabela 5 – Quantidades de melhores soluções em relação aos itens.....	36
Tabela 6 – Quantidades de melhores soluções em relação aos casos.....	36

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BPP	Bin Packing Problem
VSBBP	Variable Size Bin Packing Problem
HCG	Heurística Construtiva Gulosa
VNS	Variable Neighborhood Search
SA	Simulated Annealing
SA/VNS	Meta-heurística Simulated Annealing com Variable Neighborhood Search
ILS	Iterated Local Search
RVND	Random Variable Neighborhood Descent
PCA	Análise de Componentes Principais
DJD	Djang and Finch whith Initial Fullness

INTRODUÇÃO

A logística é utilizada desde tempos remotos em operações militares, nas atividades de planejamento de tropas, distribuição de serviços, transporte e armazenamento de alimentos e armas. Contudo, a globalização e o ambiente competitivo obrigaram as organizações a otimizarem seus processos produtivos e minimizarem seus custos para sobreviverem no atual cenário econômico. Esta busca, somado às tecnologias disponíveis tornaram os produtos e processos similares entre si. Desta forma, as empresas utilizam a logística como área-chave para agregação de valor à cadeia de suprimentos e para diferenciar seus produtos conquistando este mercado exigente (OLIVEIRA, 2005; PICININ & KOVALESKI, 2009; MENDONÇA, 2011).

Para Moura (2006), a logística não influencia somente as organizações na obtenção de materiais para a utilização no processo de produção e na garantia de entrega das mercadorias ao destino final. Mas também, atua no cenário econômico, pois é através desta que, os consumidores têm acesso aos produtos, com rapidez e qualidade, no tempo, na hora e no lugar desejado.

Esta disponibilização de mercadoria do ponto de partida até cliente representa um dos principais custos logísticos para as organizações. Para Ballou (2006), um transporte eficiente e eficaz busca a minimização dos espaços ociosos dos veículos (*bins*) reduzindo os custos envolvidos neste transporte. Este problema é visto na literatura como *Bin Packing Problem* – BPP e possui vasta aplicação no cotidiano como no planejamento de telecomunicação, na produção e, como dito anteriormente, no transporte de mercadorias, nos sistemas logísticos e *supply chain*. (CRAINIC *et. al.*, 2011; LOPEZ-CAMACHO *et. al.*, 2013).

A acomodação de cargas brasileiras é feita na maior parte em caminhões e carretas (*bins*), uma vez que o modal rodoviário é responsável por 58% do transporte de cargas e, nos centros urbanos, esse fluxo de mercadorias é um dos maiores problemas da logística

atualmente. Conhecido como Logística Urbana, esse transporte de cargas dentro das cidades influencia diretamente no bem estar dos indivíduos da sociedade, impactando na qualidade de vida dos cidadãos (LOPES *et. al.*, 2008; CARVALHO, 2013).

Um dimensionamento ineficiente do fluxo logístico de cargas nos centros urbanos resulta nos altos congestionamentos, na poluição e em maiores riscos de acidentes. A otimização deste transporte urbano representa uma redução no número de veículos que utiliza a infraestrutura das cidades reduzindo os congestionamentos; além da diminuição do tempo de viagem, consumo de combustível, desgaste de frota, poluição do ar, entre outros problemas do transporte urbano (Mukai *et al.*, 2007; CARVALHO, 2013; REIS, 2013).

Os problemas propostos são instâncias de diferentes portes utilizadas por Haouari & Serairi (2009) e Reis (2013). Os resultados obtidos em cada um dos métodos foram confrontados entre si e analisados para verificar o mais eficiente. Para isto, dividiu-se o trabalho em duas etapas, sendo que, a primeira etapa foi utilizada para resolver problemas de pequenas instâncias para verificar o comportamento dos métodos heurísticos quanto comparados com o método exato. E, na segunda etapa, solucionaram-se os problemas de média e grande instâncias. A partir dos experimentos computacionais, percebeu-se que, a heurística construtiva gulosa é eficiente em problemas cuja função custo é linear ou côncava e para os custos com função convexa a meta-heurística híbrida obteve maior desempenho.

O levantamento bibliográfico realizado comprovou a existência de diversos estudos acadêmicos utilizando *Variable Neighborhood Search* – VNS para a resolução do VSBPP. Entretanto não foram identificadas nenhuma aplicação da meta-heurística do *Simulated Annealing* – SA e da meta-heurística híbrida do *Simulated Annealing* com *Variable Neighborhood Search* para a resolução do VSBPP durante a revisão da literatura.

Isso ocorre pois, segundo Glover & KOCHENBERG (2003), o SA somente começou a ser utilizado na década de 1990 em problemas de otimização discreta e contínua. Entretanto, existem outros problemas da literatura com resultados de qualidade obtidos por meio destas meta-heurísticas justificando, assim a utilização destas para solucionar o VSBPP.

Objetivo do Trabalho

O presente trabalho tem como objetivo é comparar a eficiência e a eficácia de cinco métodos distintos: modelagem matemática, heurística construtiva gulosa – HCG, *Simulated Annealing* – SA, *Variable Neighborhood Search* – VNS e uma meta-heurística híbrida *Simulated Annealing* com *Variable Neighborhood Search* – SA/VNS; solucionando

problemas de várias instâncias de uma variante do BPP aplicada em uma frota heterogênea de caminhões (*Variable-Sized Bin Packing* – VSBPP), visando otimizar o arranjo de cargas em caminhões com sete diferentes volumes, buscando a melhor solução para o empacotamento e minimizando o custo total com transporte de um conjunto de produtos entre duas localidades.

Organização do Trabalho

O trabalho será dividido em quatro capítulos descritos resumidamente a seguir:

No primeiro capítulo são apresentados os conceitos e o estado da arte do *Bin Packing Problem* – BPP, juntamente com sua variante, o VSBPP (*Variable Sized Bin Packing Problem*). O segundo capítulo são detalhados os cinco métodos de solução: a formulação matemática, a heurística construtiva gulosa, *Simulated Annealing*, *Variable Neighborhood Search*, *Simulated Annealing* com *Variable Neighborhood Search*. No terceiro capítulo são apresentados os resultados obtidos, a análise e a discussão destes dados. Por último, são apresentadas a conclusão e as considerações finais.

CAPITULO 1

BIN PACKING PROBLEM

Nesta seção serão apresentados as definições e conceitos do Bin Packing Problem e do *Variable-Sized Bin Packing Problem*, além da apresentação dos resultados de alguns estudos na literatura acadêmica.

1 *Bin Packing Problem*

Bin Packing Problem – BPP pertence à um grupo de problemas complexos de otimização combinatória de espaço, tempo e valor; sendo os mais estudados na literatura e em problemas práticos do dia a dia (ALVIN, 2003; BEIRÃO, 2009; ROSIN *et. al.*, 2009).

O BPP tem muitas aplicações práticas como em problemas de corte e empacotamento, no transporte de mercadorias, nos sistemas logísticos e de *supply chain*; além do planejamento de telecomunicação e da produção (MIURA, 2008; CRAINIC, 2011, REIS, 2013).

O *Bin Packing* foi originado a partir do *knapsack problem* (problema da mochila) criado por Richard Karp e extraído por Matello e Toth (1990) e apresentada por Miura (2008), em seu trabalho. Nos problemas da classe *knapsack*, os termos *bins* e mochilas referem-se a todo e qualquer dispositivo de unitização, a exemplo dos contêineres, caminhões, vagões ferroviários ou paletes.

O problema da mochila metaforicamente é formado por um alpinista que precisa colocar em sua mochila de tamanho limitado vários objetos j de extrema utilidade e o objetivo é maximizar a quantidade de itens a serem alocados na mochila (MIURA, 2008). Lembrando que x_j representa um vetor binário onde j pertence ao conjunto $M = \{1, \dots, n\}$; e levando em conta os dados a seguir:

p_j : proporcional de utilidade do objeto j ;

w_j : o tamanho do objeto j ;

c : a capacidade da mochila;

Tem-se o modelo matemático a seguir:

$$Maxz = \sum_{j=1}^n p_j x_j \quad (1)$$

$$Sujeito a \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c$$

$$x_j \in \text{Binário} \quad (3)$$

O problema consiste em selecionar os vetores binários x_j que solucione a restrição que assegure que a capacidade da mochila não seja ultrapassada (2), de forma que maximize a utilidade dos objetos que serão postos na mochila (1).

O BPP parte do mesmo princípio de otimizar os objetos a serem alocados, contudo em diversas mochilas (*bins*). Em outras palavras, o problema de *Bin Packing* caracteriza-se pela otimização da alocação de um conjunto de diferentes itens em *bins* buscando a minimização dos espaços ociosos e, conseqüentemente, os custos (ALVIN, 2003; MIURA, 2008; HEMMELMAYR *et. al.*, 2011).

Devido ao BPP possuir uma estrutura simples, este é decomposto em diversas estruturas que o tornam complexo e transformam em diferentes variantes, tais como: unidimensional (BPP-1D), bidimensional (BPP-2D), tridimensional (BPP-3D), frota heterogênea (VSBPP), entre outros. No BPP-1D, a característica dos itens é apenas o peso ou tamanho, para BPP-2D, é fornecido a largura e o comprimento e no BPP-3D, as características são largura, comprimento e altura. Para o VSBPP se diferencia, pois a frota do problema é composta por

caminhões heterogêneos e este também pode ser unidimensional, bidimensional e tridimensional (LIBERALINO, 2005; ROSIN *et. al.*, 2009; REIS, 2013).

2 *Variable Size Bin Packing Problem*

O *Variable Size Bin Packing Problem* – VSBPP consiste na alocação de um conjunto de objetos de diferentes pesos no menor número possível de *bins* (caminhões) de uma frota heterogênea. O VSBPP é a generalização do *Bin Packing Problem* – BPP. Entretanto, o que difere os dois problemas são as características dos *bins*. Ou seja, enquanto no BPP os *bins* são uniformes, o VSBPP trabalha com *bins* de capacidades/volumes diferentes (ALVIN, 2003; HEMMELMAYR, 2011; REIS, 2013).

Esses problemas possuem um grau de complexidade do tipo *NP-HARD*, devido ao tempo de resolução destes problemas crescerem de forma não linear em relação ao tamanho das instâncias de teste (SILVA & SOMA, 2002; BEIRÃO, 2009; HEMMELMAYR, 2011).

3 Estado da Arte

O problema de *Bin Packing* e suas variantes é um caso clássico da literatura, uma vez que estes foram os primeiros tipos de problemas a serem explorados pela literatura e pela pesquisa operacional. Além disso, estes problemas estendem-se para aplicação no cotidiano como no planejamento da produção e *supply chain* (CRAINIC *et. al.*, 2011; LÓPEZ-CAMACHO *et. al.*, 2013).

Fleszar & Hindi (2002), organizaram os itens em ordem decrescente e por meio de uma série de novos algoritmos heurísticos resolveram os problemas com frota homogênea (BPP). Os autores concluíram que, apesar de serem de alta complexidade computacional, os algoritmos são eficientes.

Alvim (2003), utilizou o VSBPP em problemas de escalonamento de tarefas em processamento idêntico, e através de heurísticas feitas em estudos com outros tipos de problemas, o autor determinou um novo limite inferior.

Silva & Soma (2003), utilizou os pontos de cantos para preencher os *bins* homogêneos de forma a solucionar o BPP-3D. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles da literatura e percebeu-se que a heurística proposta pode ser útil na área industrial.

Correia *et. al.* (2006), empregou um método de relaxamento linear e duas heurísticas genérica de programação inteira não-linear para solucionar problemas de acomodação de itens em uma frota heterogênea, apresentando novos métodos úteis para solução do VSBPP.

Araújo *et al.* (2006) considerou características do empacotamento tridimensional de contêineres, como: estabilidade, projeção da base de apoio, centro de gravidade. Além do VSBPP-3D, a pesquisa também incluía o roteamento de veículos. Para tais estudos foram implementados meta-heurísticas com memória adaptativa para solucionar amplos testes para demonstrar o desempenho de tais modelos heurísticos.

Hemmelmayr *et al.* (2011) utilizou uma meta-heurística híbrida do VNS com fragmentos de algoritmos da programação dinâmica e técnicas de delimitações para resolver problemas de duzentas instâncias do VSBPP e obteve o ótimo global em oitenta e seis.

Silva *et al.* (2012) estudou o problema de roteamento de veículos inspirada na concepção do BPP, empregou a meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS – Busca Local Iterativa) com o método de *Random Variable Neighborhood Descent* (RVND – Busca Aleatória em Vizinhaça Variável Descendente) para solucionar os problemas em questão.

López-Camacho *et al.* (2013) recorreu ao método de Análise de Componentes Principais (PCA) para entender os problemas de empacotamento. Então, para solucionar BPP com uma e duas dimensões, utilizou seis heurísticas e seus fragmentos para construir uma *hyper-heuristic* – heurística padrão que resolve qualquer tipo de problema sem que altere seu algoritmo. Os autores determinaram a relação entre o desempenho das heurísticas e as características das instancias dos problemas estudados, e perceberam que as DJD (*Djang and Finch with initial fullness*) resolveram a maior parte dos casos.

Reis (2013) propôs duas meta-heurísticas baseadas em VNS para resolver problemas de acomodação de cargas em diferentes *bins* bidimensionais e o problema de programação da tabela de horários, de veículos e de tripulantes de ônibus. Através de dados reais e de dados *brenchmarking*, o trabalho comprovou a eficácia das meta-heurísticas ao comparar os resultados obtidos com soluções do software de otimização do GUROBI®.

Como pôde-se observar, existem numerosos métodos heurísticos implementados na literatura para solucionar os problemas de empacotamento. Contudo, não se encontrou nenhum registro da utilização da meta-heurística *Simulated Annealing* (SA) e da meta-heurística híbrida *Simulated Annealing* com *Variable Neighborhood Search* (SA/VNS).

CAPÍTULO 2

MÉTODOS EXATO E HEURÍSTICOS

Segundo Blum *et. al.* (2005), a otimização se caracteriza em selecionar a melhor solução em meio a muitas possibilidades de resolução de um problema. Esta técnica está presente nas decisões que se toma no dia a dia como, quando seleciona-se o menor caminho entre o trabalho e a residência; ou quando arruma-se a mala para uma viagem acrescentando os objetos e roupas que serão úteis. Contudo, para problemas de maiores instâncias, são necessários métodos da literatura para determinar uma solução otimizada. Tais metodologias podem ser exatas ou heurísticas, e o que as diferenciam são as características das soluções obtidas em cada método. Desta forma, os métodos exatos encontram a solução ótima e os métodos heurísticos determinam soluções aproximadas (GOLDBARG & LUNA, 2000; BLUM *et. al.*, 2005; STEFANELO, 2011).

Neste capítulo, são expostos os métodos de solução que foram utilizados neste trabalho. Estes métodos estão apresentados nesta sequência: Formulação Matemática, Métodos Heurísticos; e neste último tópico encontram-se as meta-heurísticas *Simulated Annealing*

(SA), *Variable Neighborhood Search* (VNS) e a meta-heurística híbrida *Simulated Annealing* com *Variable Neighborhood Search*.

2.1 Formulação Matemática

Os métodos exatos são caracterizados por encontrar a solução ótima do problema estudado. Exemplo destes são o método de geração de coluna e modelagem matemática (STEFANELO, 2011).

Na formulação matemática são utilizadas duas variáveis binárias: y_i e x_{ij} , onde essas caracterizam respectivamente a utilização do *bin* i e a alocação do item j no *bin* i . Caso os valores das variáveis seja igual a um, isto representa que o *bin* i está sendo utilizado e o item j foi alocado ao *bin* i , e as variáveis recebem zero caso contrário. O custo e a capacidade relacionados ao *bin* i estão representados, respectivamente, pelas constantes f_i e b_i . A constante w_j representa o tamanho dos itens (REIS & CUNHA, 2007).

Um modelo matemático foi avaliado e adaptado (Reis & Cunha, 2007).

$$\text{Minz} = \sum_{i=1}^m f_i y_i \quad (4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n w_j x_{ij} \leq b_i y_i; \forall i = 1, \dots, m \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1; \forall j = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$x_{ij} \in (0,1); \forall i = 1, \dots, m; \forall j = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$y_j \in (0,1); \forall j = 1, \dots, n \quad (8)$$

A função objetivo (Eq. 4) visa à minimização dos custos envolvidos na utilização dos *bins*, enquanto que as restrições (Eq. 5) e (Eq. 6) representam a limitação da capacidade do *bin*, onde cada item e cada item deve ser alocado apenas uma vez em um *bin*, respectivamente. As restrições (Eq. 7) e (Eq. 8) estabelecem qual é o espaço domínio que i e j pertencem.

2.2 Métodos Heurísticos

A abordagem mais simples e lógica para solucionar problemas combinatórios é analisar as possíveis soluções e selecionar a melhor. Contudo, esta abordagem é impraticável para

problemas de médias e grandes instâncias. Assim, são necessárias metodologias alternativas, como as heurísticas, para obtenção de resultados de qualidade em tempos computacionais aceitáveis (LORANCA, 2013). O tempo computacional aceitável é o tempo no qual é possível obter a solução antes de ser necessário a aplicação desta solução ao problema.

A palavra heurística é originária da palavra grega *Heuriskein* que denota: descobrir ou achar. Contudo, para Pesquisa Operacional, heurística é definida como um método cuja suas soluções não asseguram qualquer sucesso (GOLDBARG & GOUVÊA, 2000).

Esta metodologia é utilizada em problemas combinatórios discretos, onde os métodos do tipo *branch-and-bound* geram um elevado número de combinações possíveis. E seus atributos são simplicidade, eficiência e robustez, garantindo assim, a obtenção de soluções satisfatórias em tempos computacionais aceitáveis (MACHADO, 2009; CAMPELLO & MACULAN, 1994 *apud* MACHADO, 2009).

As principais vantagens das heurísticas são a solução de problemas de grandes instâncias e a facilidade em adaptar-se aos dados. Entretanto, as heurísticas possuem comportamentos instáveis, além de tender a ótimos locais. Uma alternativa para fugir destes ótimos locais são as heurísticas de aprimoramento conhecidas como Meta-heurísticas (STEFANELO, 2011; SILVA, 2012).

As meta-heurísticas por sua vez, são algoritmos não específicos de busca que exploram o espaço de possíveis soluções buscando, eficientemente, encontrar o ótimo global. Assim, as meta-heurísticas são estratégias utilizadas para escapar dos mínimos e máximos locais de um problema (SILVA, 2007).

2.2.1 Heurística Construtiva Gulosa

As heurísticas construtivas são heurísticas que seguem passos definidos e constroem uma solução a partir da adição de um elemento após o outro. Para tornar-se gulosa, esta tem que analisar qual é a melhor forma de adicionar um elemento (STEFANELO, 2011).

O algoritmo da heurística utilizada neste trabalho encontra-se na Figura 1. Esta heurística é composta por duas fases: a alocação e a realocação. A alocação consiste em designar os itens para os maiores *bins*. Enquanto que, na fase de realocação busca-se um “*bin* ideal” que acondicione os itens aos *bins* com espaços ociosos. Assim, pode-se considerar esta heurística como uma Heurística Construtiva Gulosa – HCG de acordo com os critérios descritos por Stefanello (2011).

Início

Ordenação decrescente por tamanho dos itens utilizando o Quick Sort;
 Ordenação decrescente por capacidade dos *bins* utilizando o Quick Sort;

Para $i=1$ **até** ultimo_item **faça**

Para $j=1$ **até** ultimo_bin **faça**

Se folga_bin(j) $\geq$ tamanho_item(i) **então**

 item(i) é alocado bin(j);

 folga_bin(j) = folga_bin(j) - tamanho_item(i);

 total_itens(j) = total_itens(j) + 1;

Fim_se

Fim_para

Fim_para

Para $i=1$ **até** ultimo_bin **faça**

 bin_ideal(i) = tamanho_bin(i) - folga_bin;

Se bin_ideal(i) > 0 **então**

Para $j =$ ultimo_bin **até** 1 **faça**

Se (tamanho_bin(j) - bin_ideal(i) ≥ 0) **E** (tamanho_bin(j) $<$ tamanho_bin(i)) **então**

 todos os itens do bin(i) são alocados para bin(j);

 folga_bin(j) = tamanho_bin(j) - bin_ideal(i);

 folga_bin(i) = tamanho_bin(i);

 total_itens(j) = total_itens(i);

 total_itens(i) = 0;

Fim_se

Fim_para

Fim_se

Fim_para

Fim

Figura 1. Algoritmo da heurística construtiva gulosa. (Autoria Própria, 2014)

Pode-se observar pelo algoritmo que esta heurística não analisa o custo de utilização de determinado tipo de *bin*, tendo em vista, apenas a otimização do acondicionamento dos itens no *bin* mais adequado aos objetos alocados. Para Blum *et. al.* (2005), apesar das heurísticas construtivas serem consideradas o método de solução aproximada mais rápida em tempo computacional; quando comparadas a outros métodos, esta técnica obtém as respostas de pouca qualidade na maioria dos casos. Desta forma, percebeu-se a necessidade de utilizar alternativas (meta-heurísticas) que garantam a qualidade das soluções dos problemas propostos neste trabalho, escolhendo-se assim o VNS e a SA.

2.2.2 Meta-heurística Variable Neighborhood Search

O *Variable Neighborhood Search* – VNS é uma meta-heurística proposta por Hasen e Mladenovic em 1999 e 2001 que parte do princípio que é possível existir mínimos locais em

toda vizinhança, podendo estar ou não próximos um do outro; desta forma, para escapar dos ótimos locais, esta meta-heurística utiliza a estratégia troca entre estruturas de vizinhança. Está baseada em uma ideia simples (principal característica), de fácil utilização e aplicação. Além disso, é robusta, ou seja, resolve grande variedade de problemas (GLOVER & KOCHENBERG, 2003; SILVA, 2007; HEMMELMAYR *et. al.*, 2011).

O pseudocódigo da meta-heurística *Variable Neighborhood Search* foi retirado de Silva (2007) e encontra-se na Figura 2 logo abaixo.

Algoritmo VNS

```

1 inicio
2   s ← GeraSolucaoInicial(.);
3   funcaovizinhanca ← 1;
4   enquanto CriterioDeParada nao for satisfeito
5     s' ← GeraVizinho(s, funcaovizinhanca);
6     s'' ← BuscaLocal(s')
7     se f(s'') < f(s')
8       s ← s';
9     senao
10      TrocarFuncaoVizinhanca(funcaovizinhanca);
11   fim_se
12 fim enquanto
13 fim

```

Figura 2. Pseudocódigo Algoritmo VNS (SILVA, 2007)

O VNS é composto por duas buscas locais: uma no espaço de soluções e a outra na solução corrente. No espaço de soluções, a busca local altera as estruturas de vizinhança iterativamente. Na solução corrente, a busca local pode ser usada em diferentes estruturas. Essa meta-heurística difere das demais, pois as vizinhanças não são visitadas seguidamente em uma trajetória, mas são percorridas de acordo com a “maior distância” entre a solução corrente e a vizinhança (GLOVER & KOCHENBERG, 2003; MLADENOVIC & HANSEN, 1997 apud REIS, 2013).

2.2.3 Meta-heurística *Simulated Annealing*

Em 1983, Kirkpatrick propôs a meta-heurística *Simulated Annealing* – SA com base no estudo de um modelo computacional de mecânica dos sólidos de Metropolis. Apesar de ser uma meta-heurística criada recentemente, existe uma gama de aplicações bem sucedidas em vários tipos de problemas (GLOVER & KOCHENBERG, 2003; SABOURY *et. al.*, 2013).

O SA consiste em uma técnica de busca local probabilística e cuja principal característica é a capacidade de realizar movimentos de piora da função objetivo. Semelhante ao comportamento termodinâmico do recozimento de um sólido onde um sólido aquecido e, após isso, este é resfriado lentamente para obter uma estrutura cristalina livre de imperfeições (GOMES, 2003; GLOVER & KOCHENBERG, 2003).

Essa analogia tem a temperatura como parâmetro principal. A função objetivo é representada pela energia, as possíveis e as soluções substituem os diversos estados da matéria, os ótimos locais são os estados metaestáveis da matéria e o ótimo global é a estrutura cristalina, onde o cristal é levado em uma temperatura de fusão (GOMES, 2003; SILVA, 2007).

Na Figura 3, encontra-se o algoritmo do *Simulated Annealing* (SILVA, 2007).

```

Algoritmo SA(.)
1 inicio
2    $s_0 \leftarrow \text{GeraSolucaoInicial}(.);$ 
3    $T \leftarrow T_0;$ 
4   enquanto CriterioDeParada nao for satisfeito
5      $s' \leftarrow \text{GeraVizinho}(s);$ 
6     se  $f(s') < f(s)$ 
7        $s \leftarrow s';$ 
8     senao
9       Aceitar  $s'$  como nova solução com probabilidade  $p(T, s', s);$ 
10    fim_se
11     $\text{atualizaTemperatura}(T);$ 
12  fim enquanto
13fim

```

Figura 3. Pseudocódigo Algoritmo SA (SILVA, 2007)

Em cada iteração deste algoritmo trabalha-se com duas soluções, a selecionada e candidata, onde ambas são comparadas. A melhor solução entre elas é aceita. Entretanto, para fugir do ótimo local, dependendo da probabilidade de aceitação, a solução de piora é aceita. Tal probabilidade está relacionada com a temperatura, à medida que esta diminui, a probabilidade de aceitação do movimento de piora reduz (GLOVER & KOCHENBERG, 2003).

2.2.4 Meta-heurística híbrida SA com VNS

A estrutura de vizinhança influencia diretamente na eficiência do SA, isto ocorre devido ao SA explorar uma área muito grande do espaço de soluções viáveis e uma estrutura

de vizinhança eficiente é essencial para evitar que o SA fique retido em ótimos locais (GLOVER & KOCHENBERG, 2003).

E, como dito anteriormente, o VNS é composto por diferentes estruturas de vizinhança, o que amplia o campo de solução do problema a ser otimizado, possibilitando ao SA encontrar soluções de melhores qualidades. Tal fato é lembrado por Glover & Kochenberg (2003), ao afirmarem que a adição do VNS em outra meta-heurística se torna uma ferramenta viável para a solução de problemas de grandes portes.

Na literatura encontra-se poucos estudos aplicados com esta meta-heurística híbrida *Simulated Annealing* com *Variable Neighborhood Search* (SA/VNS). Abbasi *et. al.* (2011) utilizou VNS junto com SA para gerar parâmetros estimados da distribuição de *Weibull* e ao comparar com estimativas obtidas por outros métodos, esta meta-heurística forneceu soluções de qualidade com baixo tempo computacional.

Loranca *et. al.* (2013) resolve o *clusterin problem geographic dada* utilizando as meta-heurística SA, VNS e uma meta-heurística híbrida SA com VNS. E após analisar os resultados obtidos, os autores perceberam que a meta-heurística híbrida obteve uma performance melhor ao comparar com os resultados das meta-heurísticas individuais. Hosseini *et. al.* (2014) obteve resultados de qualidade nos problemas de alocação e realocação de células de manufatura utilizando uma meta-heurística híbrida do Algoritmo de Competição Imperialista com SA e VNS.

A seguir, encontra-se o algoritmo da meta-heurística híbrida *Simulated Annealing Variable Neighborhood Search* implementada neste trabalho.

Algoritmo SA/VNS(.)**1 inicio**2 $s_0 \leftarrow \text{GeraSolucaoInicial}(.);$ 3 $T \leftarrow T_0;$ 4 **enquanto** CriterioDeParada nao for satisfeito5 $\text{funcao vizinhanca} \leftarrow 1;$ 6 $s' \leftarrow \text{GeraVizinho}(s);$ 7 **se** $f(s') < f(s)$ 8 $s \leftarrow s';$ 9 **senao**10 Aceitar s' como nova solução com probabilidade $p(T, s', s);$ 11 TrocarFuncaoVizinhanca(funcao vizinhanca);12 **fim_se**13 atualizaTemperatura(T);14 **fim enquanto**15**fim****Figura 4. Pseudocódigo Algoritmo SA/VNS (Fonte: Autoria Própria).**

CAPÍTULO 3

SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo são apresentados a metodologia seguida durante o trabalho e os resultados obtidos em cada método utilizado. As soluções encontradas foram comparadas verificando qual metodologia se destaca na eficiência e eficácia para resolver o problema de agrupamento de entregas em veículos de uma frota heterogênea.

3.1 Metodologia

O trabalho foi dividido em duas etapas, sendo que ambas as etapas foram implementadas em linguagem C/C++ e utilizando um processador Intel Core i5-4200U, 1.60 GHz, HD de 1 TB com 6 GB de Memória RAM. Os dados utilizados foram obtidos do trabalho Haouari & Serairi (2009), onde os problemas são de instâncias de médio e grande porte. Para etapa em que solucionou os problemas de pequeno porte, os dados foram adaptados.

Em cada etapa, resolveram-se dez problemas de cinco diferentes instâncias. Todas as instâncias são compostas por sete tipos de *bins* que se diferenciam entre si pela capacidade e pela função de custo. Segundo Reis (2013), esta função pode ser:

- Caso 1: linear ($c_i = w_i; i = 1, \dots, m$);
- Caso 2: côncava ($c_i = 10 * \sqrt{w_i}; i = 1, \dots, m$);
- Caso 3: convexa ($c_i = 0,1 * w_i^{3/2}; i = 1, \dots, m$).

Para Reis (2013), na função de custo côncava (caso 2) quanto maior o tamanho do *bin* (caminhão) menor o custo por unidade de carga transportada, sendo este mais comum em problemas reais de transporte. Enquanto que na função de custo convexa (caso 3) quanto maior o tamanho do *bin* (caminhão) maior o custo por unidade de carga transportada.

Assim, em cada instância foram resolvidos quatro problemas do primeiro caso e três dos casos 2 e 3. As meta-heurísticas solucionaram três vezes cada problema, uma vez que a geração de vizinhança é aleatória e então, entre as três soluções, selecionou-se a melhor e a pior solução para fazer a análise dos resultados. Na Figura 5, encontra-se um diagrama para ilustrar a dimensão dos problemas utilizados neste trabalho.

Como a modelagem matemática e a heurística construtiva gulosa não possuem a aleatoriedade em sua estrutura, então resolveu-se cada problema apenas uma vez.

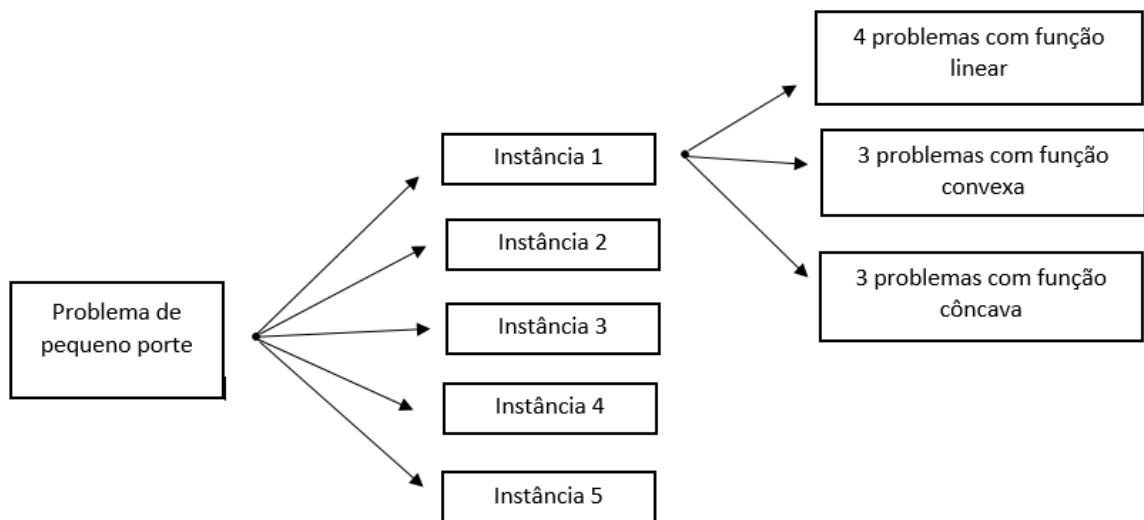


Figura 5. Instância de Testes. (Autoria Própria, 2015)

Na primeira etapa, foram resolvidos os problemas das instâncias de pequeno porte e o tamanho máximo foi limitado pelo modelo matemático, uma vez que o objetivo desta etapa era comparar os métodos heurísticos com o método exato. Na segunda etapa, o objetivo era solucionar os problemas de médio e grande porte e verificar o comportamento das heurísticas.

3.2 Resultados e discussão

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos na primeira etapa, a partir das metodologias desenvolvidas neste trabalho, onde a solução é dada por unidade monetária (u.m.) e o tempo em segundos (s). A quantidade de itens a serem alocados foi determinada pela modelagem matemática, uma vez que a partir dos 25 itens, este método superou a capacidade de processamento do computador utilizado nos testes, após o programa ter sido executado por, aproximadamente, quarenta e oito horas. As tabelas apresentadas no trabalho possuem cores de fundo diferente com o objetivo de separar os tipos de problema: fundo verde são para os problemas com função de custo linear (caso 1), para os problemas com função de custo côncava (caso 2) a cor de fundo é cinza, enquanto que, o fundo azul é para os problemas com função de custo convexa (caso 3).

Tabela 1 – Resultados obtidos nos problemas de pequeno porte

Itens	Gurobi		HCG		VNSas				SA/VNS				Solução (u.m.)	Tempo (s)	Solução (u.m.)	Tempo (s)
	Solução (u.m.)	Tempo (s)	Solução (u.m.)	Tempo (s)	Solução (u.m.)	Tempo (s)	Solução (u.m.)	Tempo (s)	Solução (u.m.)	Tempo (s)	Solução (u.m.)	Tempo (s)				
5	820	<1	850	<1	850	10	850	10	860	3	850	3	820	3	820	3
	980	<1	980	<1	980	10	980	10	980	3	980	3	980	3	980	3
	730	<1	730	<1	730	10	730	10	770	4	770	4	730	3	730	3
	600	<1	600	<1	690	10	690	10	610	3	600	3	600	3	600	3
	467	<1	467	<1	467	10	467	10	467	3	467	3	477	3	467	4
	425	<1	443	<1	445	10	445	10	443	2	443	2	435	2	435	2
	551	<1	551	<1	551	10	551	10	551	3	551	3	551	3	551	3
	754	<1	851	<1	851	10	851	10	772	3	772	3	851	2	772	2
	1412	<1	1412	<1	1412	10	1412	10	1412	3	1412	3	1412	3	1412	3
	714	<1	807	<1	941	10	941	10	732	3	732	3	714	2	714	2
10	1350	<1	1380	<1	1470	10	1470	10	1440	6	1360	6	1360	6	1360	6
	1730	<1	1730	<1	1730	10	1730	10	1740	6	1730	7	1730	5	1730	5
	1580	<1	1580	<1	1580	10	1580	10	1580	6	1580	6	1580	6	1580	6
	1290	<1	1320	<1	1320	10	1320	10	1350	5	1290	6	1300	4	1290	6
	1193	<1	1193	<1	1193	10	1193	10	1272	7	1252	6	1262	5	1213	5
	785	<1	785	<1	795	10	795	10	785	6	785	6	795	5	785	6
	1230	<1	1230	<1	1262	10	1262	10	1230	6	1230	6	1230	4	1230	4
	1898	<1	2011	<1	2307	10	2307	10	1926	10	1926	10	1985	4	1898	4
	2466	3	2579	<1	2579	10	2579	10	2476	7	2476	7	2566	5	2466	5
	1490	<1	1733	<1	1733	10	1733	10	1490	7	1490	7	1544	5	1521	5
15	1760	1	1790	<1	1970	10	1970	10	1800	8	1760	8	1840	7	1770	7
	2230	6	2260	<1	2290	10	2290	10	2300	9	2260	8	2900	8	2250	8
	2230	1	2230	<1	2230	10	2230	10	2260	10	2250	11	2250	8	2250	8
	1850	27	1850	<1	1970	10	1970	10	1960	8	1900	9	1930	6	1880	8

	1644	8	1644	<1	1654	10	1654	10	1729	10	1664	9	1732	8	1664	8
	1361	15	1361	<1	1371	10	1371	10	1431	9	1407	9	1832	6	1431	6
	1631	1	1641	<1	1673	10	1673	10	1694	9	1631	9	1676	6	1652	7
	3155	15	3302	<1	3371	10	3371	10	3183	10	3183	10	3189	6	3165	6
	3006	3	3178	<1	3168	10	3168	10	3006	9	3006	9	3055	6	3006	6
	2554	1	2862	<1	2931	10	2931	10	2554	10	2554	10	2742	7	2660	7
20	2600	4	2660	<1	2690	10	2690	10	2750	13	2640	12	2710	11	2680	11
	2940	329	2970	<1	2970	10	2970	10	3000	15	3000	15	3000	12	2990	11
	2790	127	2790	<1	2790	10	2790	10	2840	13	2810	13	2820	11	2820	11
	2290	7	2350	<1	2350	10	2350	10	2390	14	2360	14	2380	11	2320	12
	1813	3	1813	<1	1813	10	1813	10	1908	16	1829	11	1908	9	1908	9
	1718	5	1728	<1	1728	10	1728	10	1749	13	1749	13	1749	11	1728	9
	2087	1	2087	<1	2109	10	2109	10	2097	13	2088	14	2108	9	2100	9
	4680	10	4827	<1	4896	10	4896	10	4708	13	4708	13	4708	9	4708	9
	3417	82	3767	<1	3767	10	3767	10	3427	12	3427	12	3610	9	3561	9
	3426	11	3847	<1	3916	10	3916	10	3426	12	3426	12	3694	13	3639	9
25	nd	nd	3610	<1	3640	10	3640	10	3760	18	3700	21	3670	14	2680	14
	nd	nd	3320	<1	3320	10	3320	10	3490	20	3450	18	3430	15	3320	15
	nd	nd	3320	<1	3320	10	3320	10	3410	16	3350	16	3460	15	3410	14
	nd	nd	2280	<1	3000	10	3000	10	2990	19	2910	17	2980	14	2940	12
	nd	nd	2321	<1	2365	10	2365	10	2385	18	2385	18	2385	11	2385	11
	nd	nd	2156	<1	2166	10	2166	10	2166	16	15	2166	2226	11	2226	11
	nd	nd	2415	<1	2415	10	2415	10	2576	16	2426	18	2553	12	2490	12
	nd	nd	6048	<1	6153	10	6153	10	5965	17	5965	17	6036	12	5971	13
	nd	nd	4559	<1	4549	10	4549	10	4082	17	4082	17	4635	11	4265	11
	nd	nd	4842	<1	4911	10	4911	10	4470	28	4470	28	4797	11	4579	11

Para fazer a análise das soluções encontradas, eliminaram-se os problemas com a quantidade de vinte cinco itens, pois o método exato não obteve resultados para estes problemas. A fim de comparar os resultados, foi calculado o erro relativo percentual das soluções obtidas pelos métodos heurísticos quanto comparados a modelagem matemática. Desta forma, na Tabela 2 encontram-se os erros relativos, em porcentagem, dos métodos em cada problema solucionado de pequena instância.

Tabela 2: Erro Relativo Percentual

Itens	HCG(%)	VNS (%)		SA (%)		SA/VNS (%)	
		Melhor	Pior	Melhor	Pior	Melhor	Pior
5	3,7	3,7	3,7	4,9	3,7	0,0	0,0
	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	0,0	0,0	0,0	5,5	5,5	0,0	0,0
	0,0	15,0	15,0	1,7	0,0	0,0	0,0
	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,1	0,0
	4,2	4,7	4,7	4,2	4,2	2,4	2,4
	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	12,9	12,9	12,9	2,4	2,4	12,9	2,4
	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	13,0	31,8	31,8	2,5	2,5	0,0	0,0
10	2,2	8,9	8,9	6,7	0,7	0,7	0,7
	0,0	0,0	0,0	0,6	0,0	0,0	0,0
	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	2,3	2,3	2,3	4,7	0,0	0,8	0,0
	0,0	0,0	0,0	6,6	4,9	5,8	1,7
	0,0	1,3	1,3	0,0	0,0	1,3	0,0
	0,0	2,6	2,6	0,0	0,0	0,0	0,0
	6,0	21,5	21,5	1,5	1,5	4,6	0,0
	4,6	4,6	4,6	0,4	0,4	4,1	0,0
	16,3	16,3	16,3	0,0	0,0	3,6	2,1
15	1,7	11,9	11,9	2,3	0,0	4,5	0,6
	1,3	2,7	2,7	3,1	1,3	30,0	0,9
	0,0	0,0	0,0	1,3	0,9	0,9	0,9
	0,0	6,5	6,5	5,9	2,7	4,3	1,6
	0,0	0,6	0,6	5,2	1,2	5,4	1,2
	0,0	0,7	0,7	5,1	3,4	34,6	5,1
	0,6	2,6	2,6	3,9	0,0	2,8	1,3
	4,7	6,8	6,8	0,9	0,9	1,1	0,3
	5,7	5,4	5,4	0,0	0,0	1,6	0,0
	12,1	14,8	14,8	0,0	0,0	7,4	4,2
20	2,3	3,5	3,5	5,8	1,5	4,2	3,1
	1,0	1,0	1,0	2,0	2,0	2,0	1,7
	0,0	0,0	0,0	1,8	0,7	1,1	1,1
	2,6	2,6	2,6	4,4	3,1	3,9	1,3
	0,0	0,0	0,0	5,2	0,9	5,2	5,2
	0,6	0,6	0,6	1,8	1,8	1,8	0,6

	0,0	1,1	1,1	0,5	0,0	1,0	0,6
	3,1	4,6	4,6	0,6	0,6	0,6	0,6
	10,2	10,2	10,2	0,3	0,3	5,6	4,2
	12,3	14,3	14,3	0,0	0,0	7,8	6,2

A partir da Tabela 2 percebe-se uma dispersão nos erros relativos percentuais entre os problemas, principalmente no terceiro caso. Assim, na Tabela 3, calculou-se a média e o desvio padrão destes erros em cada tipo de problema e a média total do erro porcentual de cada método heurístico utilizado durante o trabalho.

Da Tabela 3, percebe-se que em cada caso uma heurística sobressaiu às demais, sendo que, na função de custo linear, a SA/VNS na melhor solução encontrada resultou em uma média de erro igual a 0,7% com desvio padrão de 1,4. Para o custo côncavo, a menor média obtida foi de 0,5% com desvio padrão de 0,7 pela a heurística construtiva gulosa. E a média de erro relativo de 0,7% com desvio padrão de 5,1 no terceiro caso pela meta-heurística SA.

Tabela 3: Média e Desvio Padrão do Erro Relativo Percentual

	HCG (%)	VNS (%)		SA (%)		SA/VNS (%)	
		Pior	Melhor	Pior	Melhor	Pior	Melhor
Caso 1	1,1 ± 1,1	3,6 ± 3,5	3,6 ± 3,5	3,2 ± 3,5	1,4 ± 1,3	3,3 ± 3,8	0,7 ± 1,4
Caso 2	0,5 ± 0,7	1,2 ± 1,1	1,2 ± 1,1	2,7 ± 2,3	1,4 ± 1,5	5,2 ± 5,0	1,5 ± 1,4
Caso 3	8,4 ± 4,4	11,9 ± 6,7	11,9 ± 6,7	0,7 ± 0,7	0,7 ± 5,1	4,1 ± 3,0	1,7 ± 1,8
Total	3,3 ± 1,6	5,6 ± 1,9	5,6 ± 1,9	2,2 ± 1,0	1,2 ± 1,6	4,2 ± 0,7	1,3 ± 0,4

Em relação a discrepância entre as soluções “melhor” e “pior” de cada método, o maior pertence ao SA/VNS. E percebe-se que, as soluções encontradas pelo VNS em cada problema são iguais, podendo considerar este método robusto.

Na Figura 6 encontra-se um gráfico que mostra a porcentagem de obtenção da solução ótima em cada um dos casos para todos os métodos heurísticos. Como as soluções de “melhor” e “pior” do VNS foram igual entre si, foi desconsiderado um resultado de cada problema deste método para a plotagem, transformando apenas em “VNS” no gráfico.

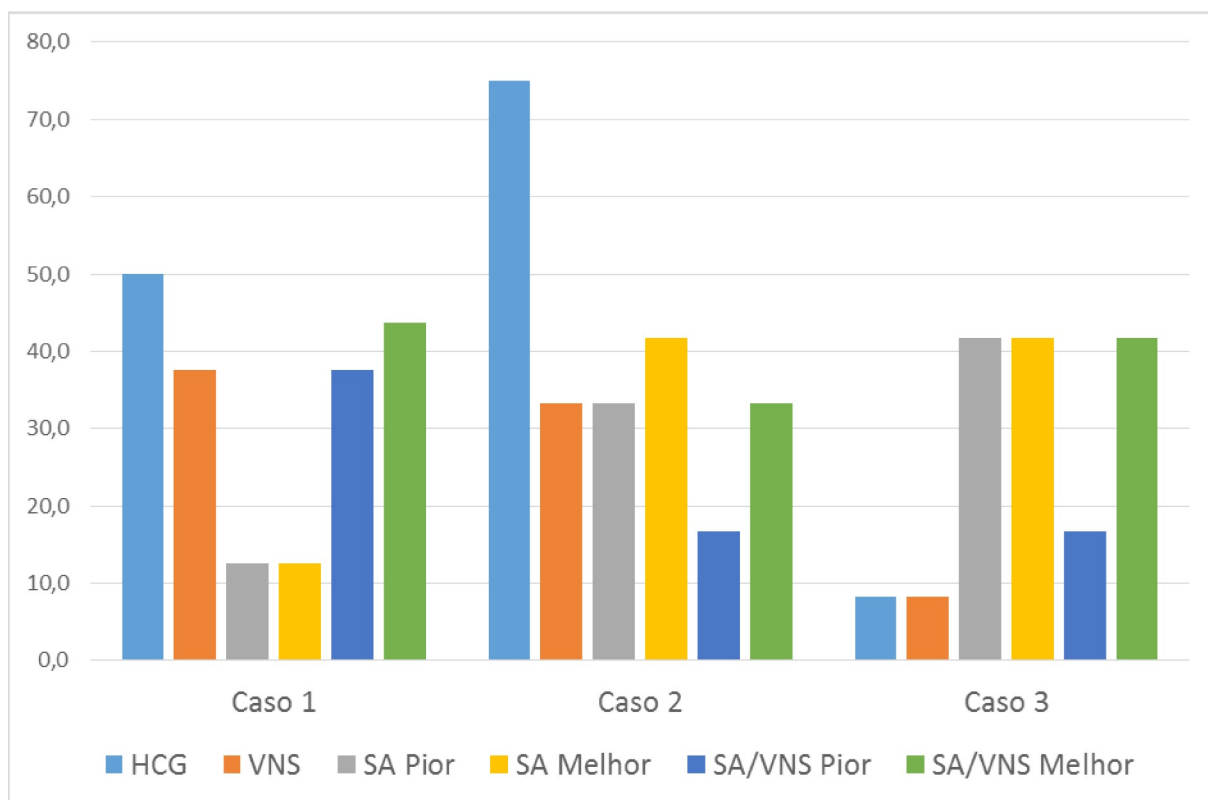


Figura 6: Porcentagem do ótimo global. (Autoria Própria)

Através do gráfico da Figura 6, observa-se que a heurística construtiva gulosa sobressaiu aos demais métodos no caso 1 e 2 com 50% e 75% respectivamente. Além disso, no segundo caso, exceto pela HCG, nenhum dos métodos utilizados no trabalho alcançou os 50% dos ótimos globais.

Para o caso 3, a heurística construtiva gulosa teve uma queda considerável de eficiência ficando abaixo de 10% juntamente com o VNS. O SA e a meta-heurística híbrida obtiveram desempenhos iguais com porcentagem superior a 40%, exceto o SA/VNS Pior que não alcançou 20%.

Os resultados obtidos na segunda etapa do trabalho estão apresentados na Tabela 4, onde a solução está em unidade monetária (u.m.) e o tempo em (s). Observa-se na Tabela 4 que o tempo da heurística construtiva gulosa foi inferior a um segundo até mesmo para os problemas relativos às instâncias de grande porte.

TABELA 4: Resultados obtidos nos problemas de médio e grande porte

Itens	HCG		VNS				SA				SA/VNS			
	Solução (u.m)	Tempo (s)	Pior (u.m)	Tempo (s)	Melhor (u.m)	Tempo (s)	Pior (u.m)	Tempo (s)	Melhor (u.m)	Tempo (s)	Pior (u.m)	Tempo (s)	Melhor (u.m)	Tempo (s)
100	12760	<1	12850	10	12820	10	13000	143	12940	141	13000	141	13000	141
	12260	<1	12350	10	12290	10	12500	170	12500	170	12500	138	12500	138
	13110	<1	13230	10	13200	10	13470	149	13470	149	13500	143	13500	143
	12940	<1	12970	10	12940	10	13000	145	13000	145	13000	142	13000	142
	9094	<1	9188	10	9178	10	9469	168	9435	145	9435	143	9435	143
	7863	<1	7981	10	7896	10	8109	156	8099	143	8109	151	8109	151
	9433	<1	9478	10	9469	10	10139	142	10035	156	10049	95	9986	104
	21009	<1	21380	10	21242	10	19460	160	19460	160	19795	163	19577	147
	18643	<1	18677	10	18643	10	16710	189	16710	189	18734	101	16710	142
	19325	<1	19528	10	19325	10	17259	132	17259	132	17796	101	17259	156
200	25600	<1	25690	10	25690	10	25750	538	25750	538	25750	356	25750	356
	28060	<1	28150	10	28120	10	28710	555	28580	540	28840	337	28760	350
	25920	<1	25920	10	25920	10	26900	554	26550	556	26910	351	26550	462
	28760	<1	28820	10	28760	10	29560	561	29290	579	29990	525	29010	542
	17404	<1	17503	10	17459	10	17738	550	17717	527	17738	541	17738	541
	16758	<1	16781	10	16760	10	171412	625	17132	538	171412	573	171412	573
	18284	<1	18328	10	18306	10	19908	547	18833	544	19178	578	18800	579
	39097	<1	39462	10	39393	10	35689	526	34695	522	356695	541	36293	532
	38412	<1	38412	10	38412	10	34610	532	34572	503	35757	1011	34610	704
	39804	<1	40046	10	39904	10	36175	561	36169	556	37302	1061	36169	1034
500	62320	<1	62650	10	62590	10	63250	2977	63220	2917	63250	5891	63250	5891
	64270	<1	64490	10	64450	10	65860	2945	65580	2953	66700	5880	6665	5888
	62640	<1	63480	10	63270	10	64170	2878	64080	3277	65090	5941	64960	5832
	62130	<1	62460	10	62430	10	63000	3067	63000	3067	63000	5931	63000	5931
	39984	<1	40030	10	40028	10	40227	3049	40217	3537	40227	5843	40227	5843
	37290	<1	37365	10	37365	10	37365	3559	37365	3559	37365	5832	37365	5832

	42105	<1	42256	10	42105	10	43376	2951	43342	2950	43376	5875	43376	5875
	104961	<1	107515	10	105352	10	98802	2936	98680	2949	98359	5805	98033	5783
	99860	<1	100532	10	99860	10	92049	2998	91982	2996	91943	5889	91123	5891
	100741	<1	100875	10	100875	10	91589	2951	91545	2954	91560	5861	91188	5872
1000	127020	<1	127350	10	127320	10	127350	10013	127350	10013	127350	6391	127320	6389
	123220	<1	123250	10	123250	10	123250	10024	123250	10024	123250	6388	123250	6388
	125930	<1	126860	10	126530	10	127130	10015	127130	10015	127130	6391	127130	6391
	128070	<1	129000	10	128970	10	129330	10022	129330	10022	129330	6381	129330	6381
	78619	<1	78824	10	78709	10	78864	10036	78864	10036	78864	6382	78864	6382
	81778	<1	82003	10	81963	10	82083	10034	82083	10034	82083	6389	82083	6389
	80335	<1	80542	10	80440	10	80593	10056	80593	10056	80593	6387	80593	6387
	196435	<1	197466	10	197190	10	183246	10015	182552	10009	181891	6390	179423	6394
	204779	<1	218569	10	215162	10	194564	10035	194259	10043	191556	6383	191019	6389
	200156	<1	203737	10	203599	10	186920	10031	186805	10029	186920	6380	186320	6391
2000	259440	<1	264890	10	264800	10	261130	13923	260630	19226	264540	24894	264040	24892
	254680	<1	261280	10	261130	10	257480	39333	256980	39125	261370	26454	261250	24849
	251300	<1	252920	10	252920	10	253010	39326	253010	39326	253010	24866	253010	24866
	259340	<1	264890	10	264890	10	261160	40092	260590	39575	264500	24866	264430	24891
	160568	<1	160838	10	160838	10	160838	39321	160838	39321	160838	24861	160838	24861
	252410	<1	256040	10	256040	10	254760	40032	254700	39789	256310	24875	160838	24897
	153425	<1	153435	10	153435	10	153435	39438	153435	39438	153435	24891	153435	24891
	395161	<1	398173	10	398173	10	374500	39812	373772	40010	364325	24876	360668	24869
	394232	<1	395328	10	395328	10	378169	39559	376608	39641	367097	24848	364846	24863
	394516	<1	394812	10	394812	10	378571	39894	377444	40015	364299	24815	360262	24836

Nas meta-heurísticas SA e SA/VNS o tempo aumentou de forma exponencial a medida que o tamanho do problema crescia, confirmando o VSBPP ser de classe *NP-HARD*. Apesar do tempo computacional destas meta-heurísticas terem sido altos para problemas de grandes instâncias (aproximadamente 12 horas), foi possível a obtenção de boas soluções.

Para determinar a heurística de maior desempenho, calculou-se a quantidade de melhores soluções encontradas quando comparadas aos demais resultados dos outros métodos. A Tabela 5 demonstra essa quantidade em cada variação de itens.

TABELA 5: Quantidades de melhores soluções em relação aos itens

Itens	HCG	VNS	SA	SA/VNS
100	7	1	3	2
200	7	2	3	1
500	6	1	0	4
1000	7	0	0	3
2000	6	0	0	4
Total	33	4	6	14

A partir da Tabela 5, percebe-se que a heurística construtiva gulosa sobressaiu aos demais métodos em 66% dos cinquenta problemas solucionados. A meta-heurística híbrida obteve apenas 14 melhores soluções entre os métodos. Contudo, para uma melhor análise, a Tabela 5 apresenta a quantidade de melhores resultados em cada tipo de função de custo estudado neste trabalho.

TABELA 6: Quantidade de melhores soluções em relação aos casos

	HCG	VNS	SA	SA/VNS
Caso 1	19	3	0	1
Caso 2	14	1	0	1
Caso 3	0	0	6	12

Através da Tabela 6, pode-se concluir que a heurística construtiva gulosa possui maior desempenho nos casos em que a função de custo é linear ou é côncava, contudo para os problemas em que a função de custo é convexa a meta-heurística híbrida se destaca em 100% dos doze problemas do terceiro caso.

CAPÍTULO 4

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este capítulo apresenta o resumo dos resultados obtidos a partir do trabalho, expondo os tópicos relevantes e possíveis estudos futuros.

4.1 Conclusões

O VSBPP é um problema complexo de otimização de empacotamento de objetos em *bins* heterogêneos. Contudo, podem-se utilizar métodos eficazes para solucionar o VSBPP em um tempo computacional aceitável. Este trabalho utilizou cinco métodos distintos: modelagem matemática, heurística construtiva gulosa – HCG, *Simulated Annealing* – SA, *Variable Neighborhood Search* – VNS e uma meta-heurística híbrida *Simulated Annealing* com *Variable Neighborhood Search* – SA/VNS.

Para os problemas relativos às instâncias de pequeno porte, confrontaram-se os resultados obtidos pelo método exato com as soluções encontradas pelas heurísticas e, percebeu-se que, cada método destaca-se em um tipo de função de custo, sendo SA na função

de custo convexa; SA/VNS para problemas com função de custo linear e HCG para problema com função côncava. Apesar do VNS não ter sobressaído às demais metodologias, esta foi a meta-heurística mais robusta, isto é, foi a meta-heurística com a menor variação entre as soluções obtidas.

Entre os problemas relativos às instâncias de médio e de grande porte, a heurística construtiva gulosa obteve o melhor desempenho nos casos em que a função de custo era linear e côncava e, para os problemas em que a função de custo era convexa, o método de maior eficiência foi a meta-heurística híbrida SA/VNS. Considerando que na função de custo côncava, quanto maior o tamanho do *bin* (caminhão) menor o custo por unidade de carga transportada, e este é o caso mais comum em problemas reais de transporte a HCG mostrou ser, entre os métodos desenvolvidos neste trabalho, o mais adequado para a aplicação em problemas reais.

Em relação ao tempo computacional, a HCG resolveu problemas de grande instâncias em um tempo inferior a um segundo, contudo as meta-heurísticas SA e SA/VNS gastaram quase 12 horas para solucionar os problemas das instâncias de grande porte (instâncias com 2.000 objetos).

É importante salientar a eficiência e eficácia da HCG para a solução de problemas de VSBPP, contrariando Blum *et. al* (2005) que afirma que, quando comparadas a outros métodos, as heurísticas construtivas obtêm respostas de pouca qualidade.

4.2 Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros, é interessante estudar o comportamento da meta-heurística híbrida SA com VNS em outros problemas da literatura e confrontar os resultados com as meta-heurísticas SA e VNS. Além disso, como o SA só recentemente está sendo explorado pela literatura, e é importante empregar meta-heurísticas híbridas utilizando esta heurística com métodos já consagrados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBASI; B. SNIKI, S.T.A.; KHALIFE, M.A.; FAIZE Y. A hybrid variable neighborhood search and simulated annealing algorithm to estimate the tree parameters of the Weibull distribution. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, vol. 38, p. 700-708, 2011

ALVIN, A. C. F., **Uma Heurística Híbrida de Melhoria para o Problema de Bin Packing e sua Aplicação ao Problema de Escalonamento de Tarefas**. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica – PUC. Rio de Janeiro, 2003.

ARAÚJO, O. C. B.; ARMENTANO, V. A. **Problemas de corte e empacotamento tridimensional e integração com roteamento de veículos**. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas, 2006.

BALLOU, R.H. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos / Logística Empresarial**. 5 ed. Ed. Bookman, São Paulo, 2006.

BLUM, C.; ROLI, A.; ALBA, E. Na introduction to metaheuristic Techniques. **Parallel Metaheuristics – A new class of algorithms**. E. Alba, Ed. Wiley, p. 3 – 42, 2005.

CARVALHO, L.S. Logística urbana: um caso de mobilidade. **Site da Logística**, 2013. Disponível em: <<http://www.sitedalogistica.com.br/news/logistica-urbana-um-caso-de-imobilidade/>>. Acessado em: 08/12/2014.

CORREIA, I.; GOUVEIA, L.; GAMA, F. S. Solving the Variable Size Bin Packing Problem with discretized formulations. **Computers & Operations Research**, Elsevier, vol. 35, p. 2103-2113, 2008.

CRAINIC, T.G.; PERBOLI, G.; REI, W.; TADEI, R. Efficient lower bounds and heuristics for the variable cost a size bin packing problem. **Computers & Operations Research**, Elsevier, vol. 38, p. 1474-1482, 2011.

FLESZAR, K.; HINDI, K. S. New heuristics for one-dimensional bin-packing. **Computers & Operations Research**, Elsevier, vol. 29, p. 821 – 839, 2002.

GOLDBARG, M.C; GOUVÊA, E.F. Transgenética computacional. **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL**, Anais, Viçosa: UFV, vol. 32, p. 1537-1569, 2000.

GOMES, H. A. S. **Utilização da meta-heurística Simulated Annealing no problema de alocação de pessoal em empresas de transporte coletivo por ônibus**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Ceará – UFC. Fortaleza, 2003.

GLOVER, F.; KOCHENBERG, G. A. **Handbook of Metaheuristics**. International Series in Operations Research & Management Series, Kluwer's International Series, Stanford University, 556p. EUA, 2003.

HAOUARI, M.; SERAIRI, M. Heuristics for the variable sized bin-packing problem. **Computers & Operations Research**, Elsevier, vol.36, p. 2877 – 2884, 2009.

HEMMELMAYR, V.; SCHIMID V.; BLUM, C. Variable neighbourhood search for variable sized bin packing problem. **Computers & Operations Research**, Elsevier, vol. 39, p. 1097-1108, 2011.

HOSSEINI, S.; KHALED, A.AL.; VADLAMANI S. Hybrid imperialis competitive algorithm, variable neighborhood search, and simulated annealing for dynamic facility layout problem. **Neural Comput & Applications**, Springer, vol. 25, p. 1971-1885, 2014.

LIBERALINO, C.H.P **Problema de Bin Packing Tridimensional em contêineres usando a interação com usuário**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, 2005.

LOPES, S. S.; CARDOSO, M.P.; PICCININI, M.S. O transporte rodoviário de carga e o papel do BNDES. **Revista do BNDES**, Rio de Janeiro, vol. 14, n. 29, p. 35-60, 2008.

LÓPEZ-CAMACHO, E.; TERASHIMA-MARÍN, H.; OCHOA, G.; CONANT-PABLOS, S.E. Understanding The Structure Of Bin Packing Problems Through Principal Component Analysis. **International Journal Production Economics**, Elsevier, vol. 145, p. 488-499, 2013.

LORANCA, M.B.B; AVENDAÑO, D.P.; BENITEZ, E.O.; RODRÍGUEZ, J.R.; FLORES, J.L.M. Simulated annealing and Variable Neighborhood Search Hybrid Metaheuristic for the Geographic Clustering. **Fourth International Workshop Proceedings on knowledge Discovery, knowledge Management and Decision Support**, Atlantis Press, p. 140-147, 2013.

MACHADO, E. S. **Utilização da meta-heurística do recozimento simulado na otimização do planejamento de sistemas regionais de tratamento de efluentes e sua expansão da capacidade**. Tese (Doutorado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – POLI-USP, 2009.

MENDONÇA, A. A. A. **Modelos e técnicas de local branching para o problema de abastecimento de linhas de montagem**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, 2011.

MIURA, M. **Modelagem Heurística no Problema de Distribuição de Cargas Fracionadas de Cimento**. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – POLI-USP, 2008.

MOURA, B. **Logística: Conceitos e Tendências**. 1. ed. Portugal: Centro Atlântico, 2006.

MUKAI, H.; DIAS, S.I.S.; FEIBER, F.N.; RODRIGUEZ, C.M.T. (2007) Logística urbana. **XXVIII Encontro Nacional De Engenharia De Produção – ENEGEP**, ABEPRO, 9p. 2007.

OLIVEIRA, E.S. **A abordagem da pesquisa operacional aplicada a gestão de materiais e a logística: contribuição para o ensino do modelo de programação linear em dois níveis**. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual do Norte Fluminense – UENF, 2005.

PICININ, C. T.; KOVALESKI, J. L. Sistema logístico e a tendência para empresas prestadoras de serviços em logística. **XXIX Encontro Nacional De Engenharia De Produção – ENEGEP**, ABEPRO, vol. 1, p. 1-15, 2009.

REIS, J. A. **Meta-heurísticas baseadas em busca em vizinhança variável aplicadas a problemas de operação de transporte**. Tese (Doutorado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – POLI-USP. São Paulo, 2013.

ROSIN, R.; GUAZZELLI, C.S.; CUNHA, C. B. Heurísticas pra o problema de bin packing com bins de diferentes tamanhos no contexto logístico. **Pesquisa Operacional na Gestão do conhecimento – SBPO**, p. 1155 – 1167, 2009.

SILVA, D. M. **Uma heurística para o problema de roteamento de veículos com múltiplas viagens**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal Fluminense – UFF, 2012.

SILVA, M.A.L. **Modelagem de uma arquitetura multiagente para a solução, via meta-heurísticas, de problemas de otimização combinatória**. Dissertação (Mestrado). Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG, 2007.

SILVA, J.L.C.; SOMA, N.Y. Um algoritmo polinomial para o problema de empacotamento de contêineres com estabilidade estática da carga. **Pesquisa. Operacional**, v. 23, p.79-98, 2003.

STEFANELO, F. **Hibridização de métodos exatos e heurísticos para resolução de problemas de otimização combinatória**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, 2011.