

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA - FEMEC
BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DULLES ARAUJO GOMES

**INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA DA INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES
REOLÓGICAS DE UM FLUIDO VISCOPLÁSTICO NA TRANSFERÊNCIA DE
CALOR**

Uberlândia – MG

Fevereiro de 2018

DULLES ARAUJO GOMES

Investigação numérica da influência das propriedades reológicas de um fluido viscoplástico na transferência de calor

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Fenômenos de transporte.

Orientador: Prof. Daniel Dall'Onder dos Santos

Uberlândia – MG

Fevereiro de 2018

**INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA DA INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES
REOLÓGICAS DE UM FLUIDO VISCOPLÁSTICO NA TRANSFERÊNCIA DE
CALOR**

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Daniel Dall'Onder dos Santos

Profa. Ana Marta de Souza

Eng. Abgail Paula Pinheiro

AGRADECIMENTO

O trabalho de conclusão de curso possui finalidade acadêmica. Porém, o real trabalho realizado para chegar a este ponto não foi trilhado sozinho. Aproveito esta seção para externar meus sinceros agradecimentos:

A Deus, por me oferecer saúde e condições necessárias para perseguir meus sonhos. Além da dádiva de ter me inserido na vida das pessoas a quem deixo os demais agradecimentos.

Aos meus pais *Dulles* e *Eda*, por me proporcionar a educação que possuo, por acreditarem e investirem em mim; por zelarem pelo meu bem-estar e garantirem muito mais do que eu precisava para chegar até esta etapa da minha vida.

Às minhas irmãs *Myrrha* e *Hanny*, pelo companheirismo, pelos momentos de grande alegria, por todo o apoio e confiança depositado em mim.

A toda família Gomes e família Borges, por terem corroborado pela minha escolha por engenharia mecânica, por nunca terem deixado faltar carinho e por todas as oportunidades que me proporcionaram.

Aos verdadeiros amigos que me acompanham desde o ensino médio e SENAI, além dos grandes amigos que pude fazer ao longo da graduação. Obrigado pelo companheirismo e por todos os momentos de diversão que me proporcionaram.

À equipe Cerrado de competição baja SAE, por todas as experiências inesquecíveis que me forneceu, por tornar mais agradável meu período na faculdade.

À Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU, por todo o conhecimento fornecido, por todo apoio e dedicação ao longo desses anos.

Ao Professor Orientador e amigo Daniel Dall'Onder dos Santos, pela parceria e apoio durante meu período na equipe Cerrado e durante a realização deste trabalho.

A todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para o alcance desta etapa.

RESUMO

Fluidos não newtonianos são largamente utilizados na indústria, portanto o estudo sobre o comportamento destes se faz necessário a fim de evitar erros em projetos e falhas recorrentes. Alguns desses fluidos não newtonianos apresentam uma de tensão limite aparente, isto é, a tensão que atua sobre o fluido deve ultrapassar determinado valor para que o escoamento ocorra, sendo este comportamento denominado viscoplástico. O presente trabalho tem por objetivo estudar a interferência da variação das propriedades reológicas de um fluido viscoplástico na transferência de calor. Para tanto, o modelo mecânico para escoamento de fluido não newtonianos é aproximado por um modelo numérico, utilizando o modelo SMD proposto por De Souza Mendes e Dutra, 2004. O código de simulação numérica NNFEM é baseado na metodologia de Galerkin mínimos-quadrados e possui validação em diversos trabalhos encontrados na literatura. O número de Reynolds, *plastic number* e índice *power-law* foram os objetos de estudo, de modo a determinar o impacto que cada um gera na capacidade de transferir calor ao longo do escoamento. As simulações foram feitas para um escoamento em um canal planar que possui uma expansão seguida de uma contração abrupta. As paredes do canal são isoladas e a transferência de calor ocorre apenas nas paredes da expansão-contração. Os resultados apresentados possuem sentido físico e estão em convergência com o que é obtido na literatura.

Palavras-chave: comportamento viscoplástico; propriedades reológicas; modelo SMD; transferência de calor; expansão e contração abrupta.

ABSTRACT

Non-Newtonian fluids are largely used in industry, therefore, a study of their behavior is necessary in order to avoid errors in projects and recurrent failures. Some of these fluids presents yield stress characteristics – the fluid must overpass a certain amount of stress to actually flow. This is called the viscoplastic behavior. This work presents a study on the influence of the rheological properties of a viscoplastic fluid on heat transfer. The mechanical model is approximated in a numerical simulation code, using the SMD viscoplastic model proposed by De Souza Mendes and Dutra, 2004. The NNFEM code is based on the Galerkin least-squares methodology and it is validated in several works found in the literature. The Reynolds number, *plastic number* and *power-law* index are varied in order to take into account the impact of these parameter on the ability to the fluid exchange heat along the flow. The flow analyzed is through a planar channel which has an expansion followed by an abrupt contraction. The channel walls are kept insulated and the heat transfer occurs only at the expansion-contraction walls. The obtained results have physical meaning and are in accordance with the ones found in the literature.

Keywords: viscoplastic behavior; rheological properties; SMD model; heat transfer; abrupt expansion and contraction.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. TENSÃO VERSUS TAXA DE DEFORMAÇÃO PARA FLUIDOS NEWTONIANOS E NÃO NEWTONIANOS. [FONTE: PAPANASTASIOU <i>ET AL</i> , 2000].....	14
FIGURA 2. CURVA DE VISCOSIDADE VERSUS TENSÃO DE UM FLUIDO VISCOPLÁSTICO.	15
FIGURA 3. VARIAÇÃO DA MASSA DE ENTRADA EM RELAÇÃO À MASSA DE SAÍDA NA DIREÇÃO X DE UM VOLUME INFINITESIMAL. [FONTE: WHITE, F.M., 2011]	20
FIGURA 4. GRÁFICO - VISCOSIDADE NÃO NEWTONIANA VERSUS TENSÃO, AVALIANDO MODELO DE PAPANASTASIOU VERSUS MODELO DA BI-VISCOSIDADE. [(A) FONTE: DE SOUZA MENDES E DUTRA, 2004].....	30
FIGURA 5. TENSÃO VERSUS TAXA DE DEFORMAÇÃO EMPREGANDO O MODELO VISCOPLÁSTICO SMD. [FONTE: (B) DE SOUZA MENDES E DUTRA, 2004]	31
FIGURA 6. VISCOSIDADE VERSUS TENSÃO EMPREGANDO O MODELO VISCOPLÁSTICO SMD. [FONTE: (B) DE SOUZA MENDES E DUTRA, 2004].....	32
FIGURA 7. TENSÃO VERSUS TAXA DE DEFORMAÇÃO DE MATERIAIS REAIS. (A) LAMA DE PERFURAÇÃO; (B) EMULSÃO DE ÁGUA E ÓLEO; (C) MAIONESE COMERCIAL; (D) FORMULAÇÃO DE PAPEL; (E) SOLUÇÃO DE ÁGUA E CARBOPOL. [FONTE:(B) DE SOUZA MENDES E DUTRA, 2004].....	33
FIGURA 8. GEOMETRIA DO CANAL PLANAR.	41
FIGURA 9. MALHA UTILIZADA PARA SIMULAÇÃO NUMÉRICA.	41
FIGURA 10. COMPORTAMENTO DAS CAMADAS DE TEMPERATURA PARA VARIAÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS (A) $Re=1$; (B) $Re=5$; (C) $Re=20$; (D) $Re=25$; (E) $Re=35$; (F) $Re=40$	43
FIGURA 11. PERFIL DAS ZONAS RÍGIDAS PARA VARIAÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS (A) $Re=1$; (B) $Re=15$; (C) $Re=20$; (D) $Re=25$; (E) $Re=35$; (F) $Re=40$	45
FIGURA 12. DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA AO LONGO DA LINHA DE SIMETRIA DA GEOMETRIA DE ESCOAMENTO PARA DIFERENTES NÚMEROS DE REYNOLDS.....	46
FIGURA 13. DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA AO LONGO DO TRECHO 5-6 PARA NÚMERO DE REYNOLDS VARIÁVEL.	47
FIGURA 14. VARIAÇÃO DO NUSSELT MÉDIO NA CAVIDADE EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS.....	48
FIGURA 15. COMPORTAMENTO DAS CAMADAS DE TEMPERATURA PARA VARIAÇÃO DO ÍNDICE <i>POWER-LAW</i> (A) $N=0.25$; (B) $N=0.40$; (C) $N=0.55$; (D) $N=0.65$; (E) $N=0.85$; (F) $N=1.0$	49
FIGURA 16. COMPORTAMENTO DO PERFIL DAS ZONAS RÍGIDAS PARA DIFERENTES ÍNDICES <i>POWER-LAW</i> (A) N $=0.25$; (B) $N=0.40$; (C) $N=0.55$; (D) $N=0.65$; (E) $N=0.85$; (F) $N=1.0$	51
FIGURA 17. DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA AO LONGO DA LINHA DE CENTRO DA GEOMETRIA DE ESCOAMENTO PARA DIFERENTES ÍNDICES <i>POWER-LAW</i>	52
FIGURA 18. DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA AO LONGO DO TRECHO 5-6 PARA ÍNDICE <i>POWER-LAW</i> VARIÁVEL.	52
FIGURA 19. VARIAÇÃO DO NUSSELT MÉDIO NA CAVIDADE PARA DIFERENTES ÍNDICES <i>POWER-LAW</i>	53
FIGURA 20. COMPORTAMENTO DAS CAMADAS DE TEMPERATURA PARA VARIAÇÃO DO <i>PLASTIC NUMBER</i> (A) $PL=0.083$; (B) $PL=0.233$; (C) $PL=0.380$; (D) $PL=0.449$; (E) $PL=0.727$; (F) $PL=0.796$	55
FIGURA 21. PERFIL DAS ZONAS RÍGIDAS PARA DIFERENTES VALORES DE <i>PLASTIC NUMBER</i> (A) $PL=0.083$; (B) $PL=0.145$; (C) $PL=0.233$; (D) $PL=0.380$; (E) $PL=0.437$; (F) $PL=0.449$; (G) $PL=0.727$; (H) $PL=$ 0.796 ;	56
FIGURA 22. DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA AO LONGO DA LINHA DE CENTRO DA GEOMETRIA DE ESCOAMENTO PARA DIFERENTES VALORES DE <i>PLASTIC NUMBER</i>	57
FIGURA 23. DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA AO LONGO DO TRECHO 5-6 PARA <i>PLASTIC NUMBER</i> VARIÁVEL.	57
FIGURA 24. VARIAÇÃO DO NUSSELT MÉDIO NA CAVIDADE EM FUNÇÃO DO <i>PLASTIC NUMBER</i>	58

LISTA DE TABELAS

TABELA 1. PARÂMETROS ADOTADOS NAS SIMULAÇÕES.....	42
---	----

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área	m^2
a	Aceleração	$[m/s^2]$
Bn	Número de Bingham	$[-]$
C	Calor específico	$[J/(kg\ K)]$
C_v	Calor específico a volume constante	$[J/(kg\ K)]$
C_p	Calor específico a pressão constante	$[J/(kg\ K)]$
E	Energia	$[J]$
F	Força	$[N]$
g	Campo Gravitacional	$[m/s^2]$
h	Coeficiente de transferência de calor	$[W/(m^2K)]$
HB	Número de Herschel-Bulkley	$[-]$
$\mathbf{i}$	Vetor unitário na direção ‘x’ do plano cartesiano	$[-]$
I_D	Primeiro invariante do tensor taxa de deformação	$[s^{-1}]$
II_D	Segundo invariante do tensor taxa de deformação	$[s^{-1}]$
III_D	Terceiro invariante do tensor taxa de deformação	$[s^{-1}]$
$\mathbf{j}$	Vetor unitário na direção ‘y’ do plano cartesiano	$[-]$
J	Número de salto	$[-]$
$\mathbf{k}$	Vetor unitário na direção ‘z’ do plano cartesiano	$[-]$
k	Coeficiente de condutividade térmica	$[W/(m\ K)]$
K	Índice de consistência	$[Pa.s^n]$
L_c	Comprimento característico	$[m]$
m	Massa	$[kg]$

m	Parâmetro regularizador de Papanastasiou	[s]
$\dot{m}$	Vazão mássica	[kg/s]
M	Massa total dentro de um volume de controle qualquer	[kg]
n	Índice de <i>power-law</i>	[-]
Nu	Número de Nusselt	[-]
$\overline{Nu}$	Número de Nusselt médio	[-]
p	Pressão	[Pa]
Pl	Número Plástico	[-]
Pr	Número de Prandtl	[-]
q''	Fluxo de Calor	[W/m ²]
Q	Calor	[J]
Re	Número de Reynolds	[-]
SC	Sistema de controle	[-]
t	Tempo	[s]
T	Temperatura	[K]
u	Componente da velocidade na direção ‘x’ do plano cartesiano	[m/s]
v	Componente da velocidade na direção ‘y’ do plano cartesiano	[m/s]
$\mathcal{V}$	Volume de uma região arbitrária do espaço	[m ²]
$\boldsymbol{v}$	Vetor velocidade	[m/s]
V_c	Velocidade característica	[m/s]
VC	Volume de controle	[m ³]
w	Componente da velocidade na direção ‘z’ do plano cartesiano	[m/s]
W	Trabalho	[J]

LETRAS GREGAS

τ	Tensão de cisalhamento	[Pa]
$\boldsymbol{\tau}$	Tensor de tensão	[Pa]
τ_0	Tensão limite de escoamento	[Pa]
μ	Viscosidade dinâmica newtoniana	[Pa.s]
α	Difusividade térmica	[m ² /s]
$\dot{\gamma}$	Magnitude do tensor taxa de deformação	[s ⁻¹]
$\dot{\gamma}_0$	Taxa de cisalhamento no fim da região de alta viscosidade da curva SMD	[s ⁻¹]
ρ	Massa específica	[kg/ m ³]
η	Viscosidade não newtoniana	[Pa.s]
η_0	Viscosidade não newtoniana para baixas taxas de cisalhamento	[Pa.s]
η_∞	Viscosidade não newtoniana para altas taxas de cisalhamento	[Pa.s]
Φ	Função de dissipação viscosa	[W/ m ³]
σ	Tensão de superfície	[Pa]

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	12
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1. Conceitos Básicos	17
2.2. Balanço de Massa	19
2.3. Balanço da Quantidade de Movimento	21
2.4. Balanço de Energia.....	24
2.5. Fluido Newtoniano Generalizado.....	27
2.6. Modelo Viscoplastico.....	29
2.7. Modelo Viscoplastico SMD.....	31
2.8. Grupos Adimensionais	34
2.9. Simulação Numérica	38
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
3.1. Condições de Escoamento.....	40
3.2. Variação do Reynolds	43
3.3. Variação do índice de <i>power-law</i>	48
3.4. Variação do <i>plastic number</i>	53
4. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS.....	59
5. REFERÊNCIAS	61

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho será apresentada uma análise das propriedades reológicas e seus efeitos sobre a transferência de calor de fluidos viscoplásticos escoando em um canal plano, sendo o mesmo submetido a uma expansão abrupta seguida de uma contração.

Fluido compreende o estado físico da matéria, ou estrutura molecular, que tem a característica de não se deformar continuamente sob a ação de uma tensão tangencial, não importando o quão diminuto possa ser esta tensão. Baseado neste conceito, os sólidos se diferenciam dos fluidos devido à característica de se deformarem proporcionalmente à tensão tangencial imposta a eles. Além disso, a deformação nessa classe de material ocorre até que a tensão imposta supere a resistência ao cisalhamento do material. O fluido por sua vez deforma-se continuamente enquanto existir uma tensão aplicada, não possuindo um limite de resistência que provoque uma falha catastrófica e interrompa a ação da tensão, como observado nos sólidos.

Embora os fluidos se deformem continuamente e não possuam um mecanismo de falha que interrompa a aplicação da tensão, eles têm como característica a capacidade de resistirem à deformação devido a tensão de cisalhamento. Essa é uma das propriedades termodinâmicas mais importantes em um escoamento e na transferência de calor, sendo ela denominada viscosidade. Utilizando como exemplo o escoamento que será tratado neste trabalho, fazendo uma análise do perfil de velocidade em uma seção normal ao escoamento, é possível chegar à conclusão de que o fluido em contato com a parede possui velocidade igual a zero, e o fluido que está escoando ao longo do eixo de simetria da seção longitudinal possui a maior velocidade. A forma do perfil de velocidades entre a partícula em contato com a parede e a partícula com a maior velocidade é decorrente da viscosidade do fluido.

Matematicamente a viscosidade dinâmica equivale à derivada do gráfico tensão de cisalhamento (τ) versus a taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$). Sendo assim, $\tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$, onde $\dot{\gamma} = \frac{dv}{dx}$ (taxa de cisalhamento) e $\tau = \text{Força}/\text{Área}$, logo $\mu = \frac{d\tau}{d\dot{\gamma}}$ (viscosidade) [Polito, 2005].

Os fluidos ainda podem ser classificados pela forma com que a viscosidade varia. Em fluidos newtonianos, assim nomeados devido ao fato de Newton ter sido o primeiro a observar este fenômeno, a viscosidade pode ser obtida pelo coeficiente angular da reta do gráfico tensão de cisalhamento versus taxa de cisalhamento, sendo que neste caso a reta intersecta a origem. Em outros casos, o gráfico tensão de cisalhamento versus taxa de cisalhamento não apresenta uma reta e pode ou não passar

pela origem do sistema de coordenadas. Estes fluidos são denominados não newtonianos.

Um fluido não newtoniano apresenta uma relação não linear quando se analisa a curva de escoamento do mesmo (tensão de cisalhamento versus taxa de cisalhamento), podendo, em alguns casos, não intersectar a origem dos eixos. Isto é, a viscosidade aparente não é constante a uma dada temperatura e pressão, mas depende das condições de escoamento, como geometria de escoamento e tensão aplicada sobre o fluido. Estes fluidos podem ser convenientemente agrupados em três categorias gerais:

- Fluidos para os quais a taxa de cisalhamento em qualquer ponto é determinada pelo valor da tensão de cisalhamento no ponto para determinado instante. Fluidos conhecidos como independentes do tempo, puramente viscoso, inelástico ou Fluidos Newtonianos Generalizados (FNG);
- Fluidos mais complexos para os quais a relação entre tensão de cisalhamento e taxa de cisalhamento depende da duração da tensão aplicada e da cinemática do escoamento, os quais chamados de fluidos dependentes do tempo;
- Substâncias que exibem características de fluidos ideais e sólidos elásticos, mostrando recuperação elástica parcial após a deformação, os quais são classificados como fluidos visco-elásticos [Chhabra e Richardson, 1999].

Uma definição clássica de fluido viscoplástico descreve o mesmo pertencente à classe de fluidos newtonianos generalizados, necessitando de uma tensão limite de escoamento para se deformar. Sendo assim, para uma tensão abaixo da tensão limite (τ_0) o fluido não escoar e apresenta características de um sólido. Já para tensões acima da tensão limite, o fluido escoar de forma linear ou não-linear. Na ausência de tensão de cisalhamento e sob a simples ação da gravidade, tal material não tende a se equilibrar formando uma superfície plana, como ocorre com a água. Logo, materiais viscoplásticos podem apresentar diferentes geometrias quando não estão sujeitos a tensões maiores que a tensão limite. O modelo matemático proposto por Bingham para este tipo de fluido assumiu uma viscosidade infinita quando a tensão aplicada é menor que a tensão limite. Porém para tensão maior que a tensão limite o fluido possui um escoamento linear. Pouco tempo depois Herschel-Bulkley propôs um modelo semelhante ao de Bingham,

mas previa características pseudoplásticas quando o fluido se deformava. A Fig. 1 apresenta a curva de tensão pela taxa de deformação para diferentes fluidos, nesta figura é possível diferenciar os fluidos com comportamento viscoplástico devido ao fato de que os mesmos não intersectam a origem dos eixos de coordenadas. Muitos fluidos multifásicos e/ou estruturados, como espumas, emulsões e suspensões encontradas em uma variedade de aplicações de engenharia apresentam comportamento viscoplástico. Alguns exemplos típicos são: alimentos processados e chocolates, artigos de higiene pessoal e cosméticos, lamas de perfuração, lubrificantes e graxas, materiais de construção, entre outros [Chhabra, Nirmalkar, Bose, 2014]

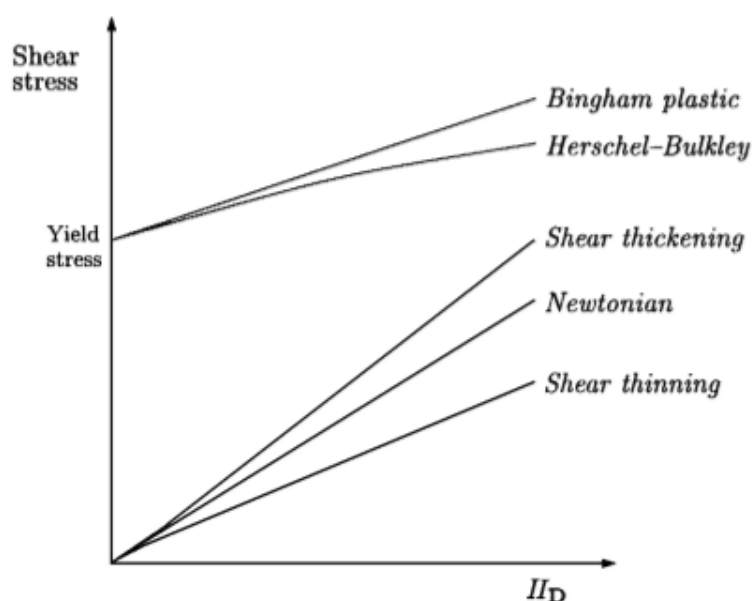


Figura 1. Tensão versus taxa de deformação para fluidos newtonianos e não newtonianos. [Fonte: Papanastasiou *et al*, 2000]

Os modelos matemáticos citados acima apresentam descontinuidade na derivada da equação da tensão dos modelos de viscosidade, o que dificulta a simulação numérica para este tipo de escoamento. Porém, com o avanço tecnológico e o aperfeiçoamento dos reômetros, equipamento responsável por medição das propriedades reológicas, foi possível constatar que a região rígida é uma região de viscosidade alta e finita. Constatada essa característica dos fluidos viscoplásticos, um novo modelo matemático foi proposto por Papanastasiou em 1987, no qual a região de alta viscosidade é controlada por um parâmetro numérico. Esta adaptação das equações matemáticas existentes facilitou a simulação numérica de escoamentos de materiais viscoplásticos.

A regularização de Papanastasiou foi proposta apenas para Bingham. Após a validação da adaptação, os demais autores utilizaram o mesmo modelo de regularização

para o modelo de Herschel-Bulkley, com a importante vantagem de contemplar a região indeformada e a região deformada. Infelizmente a função de Papanastasiou é incapaz de prever um patamar de viscosidade finita no limite da taxa de cisalhamento zero [(a) De Souza Mendes e Dutra, 2004].

Neste trabalho será utilizada a função proposta por De Souza Mendes e Dutra, denominada fluido SMD. Este modelo é contínuo e possui derivadas contínuas, tornando mais conveniente para a simulação numérica e procedimento de ajuste de curva. O comportamento qualitativo é o mesmo observado na maioria dos fluidos viscoplásticos de interesse, ou seja, um platô de viscosidade para baixas tensões, seguido por uma queda acentuada do nível de viscosidade e então segue em uma região *power-law* [(a) De Souza Mendes e Dutra, 2004]. Este comportamento é visualizado na Fig. 2, onde é plotado um gráfico de viscosidade obtido pelo modelo SMD.

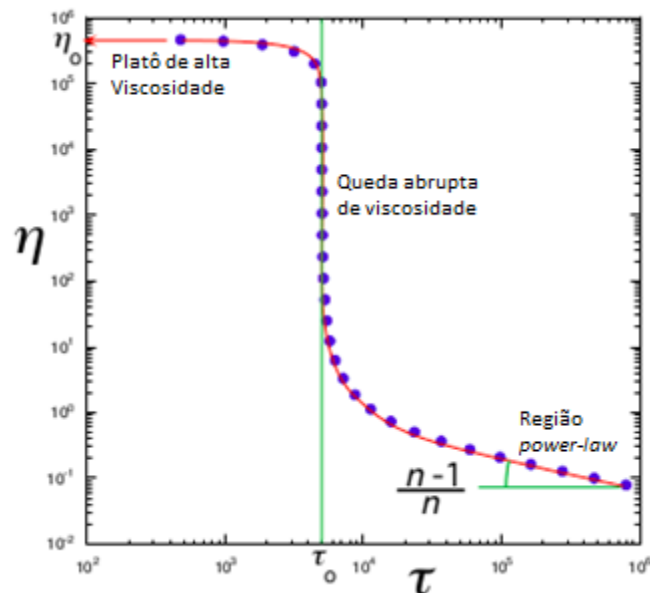


Figura 2. Curva de viscosidade versus tensão de um fluido viscoplástico.

Além da importância de encontrar uma função que melhor se adeque ao escoamento em questão, a análise das propriedades térmicas ao longo de um escoamento é de suma importância. A transferência de calor e a queda de pressão são parâmetros importantes nas indústrias que lidam com fluidos. Esses parâmetros são utilizados para prever o comportamento do escoamento do fluido e estimar a energia necessária para o aquecimento e o transporte.

Um exemplo importante do estudo de transferência de calor em fluidos não newtonianos é encontrado em processos de perfuração de poços de petróleo. A broca tem papel fundamental neste processo e trabalha com soluções concentradas quase

totalmente não-newtonianas. Os fluidos devem ter densidade apropriada para fornecer a pressão necessária para manter a integridade do sistema e evitar a produção prematura de hidrocarbonetos. Suas propriedades reológicas devem ser tais que permitam o transporte de partículas de rocha, resíduos da operação. O sucesso de uma operação de consolidação de poços depende do conhecimento e controle das propriedades reológicas do cimento, sendo que estas propriedades estão em função da temperatura. Informações sobre transferência de calor são necessárias para garantir a execução confiável das operações de perfuração [De Souza Mendes, Naccache e Soares, 1999]

Neste contexto trabalho objetiva a simulação numérica de fluidos viscoplásticos SMD em um canal plano, submetido a transferência de calor. Os capítulos que seguem são distribuídos em:

- Capítulo 2: Revisão da lei de conservação de massa, balanço de quantidade de movimento e balanço de energia, além da apresentação dos modelos que descrevem o comportamento viscoplástico;
- Capítulo 3: Apresentação dos resultados e uma discussão sobre as possíveis causas dos fenômenos presentes durante a variação do número de Reynolds, variação do índice *power-law* e variação do *plastic number*;
- Capítulo 4: Encerramento do trabalho, fornecendo um resumo sobre o tema e as principais conclusões sobre os resultados das simulações. Perspectivas futuras também são apresentadas, a fim de incentivar outras pesquisas nessa área.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Conceitos Básicos

A fim de estudar as propriedades de transferência de calor e escoamento de um fluido não newtoniano, esta revisão busca apresentar, de forma sucinta, as leis físicas, com suas respectivas equações, que governam os escoamentos de fluidos newtonianos e não newtonianos, com foco em escoamento de viscoplásticos.

Seria impossível estudar numericamente as propriedades locais de um escoamento sem discretizar a secção transversal do perfil por onde o fluido escoar. Para este fim, é preciso criar pequenos volumes de controle de dimensões infinitesimais e bem orientadas no espaço. Este volume de controle (VC) funciona como um corpo fixo imerso ao escoamento e com capacidade de não influenciar nas propriedades reológicas do fluido.

A Eq. (2.1) apresenta a forma vetorial cartesiana de um campo de velocidade, a partir de um referencial inercial, que varia no espaço e no tempo. Essa equação significa dotar as partículas do fluido de um “endereço” [White, 2011].

$$\mathbf{v}(x, y, z, t) = \mathbf{i}u(x, y, z, t) + \mathbf{j}v(x, y, z, t) + \mathbf{k}w(x, y, z, t) \quad (2.1)$$

As variáveis “ x ”, “ y ” e “ z ” estão relacionadas ao eixo cartesiano e são quantificadas de acordo com o referencial inercial adotado. Já a variável “ t ” possui relação com o tempo e é quantificada de acordo com a conveniência da análise.

Sendo a velocidade igual à derivada da posição em relação ao tempo, obtemos a relação apresentada na Eq. (2.2).

$$dx/dt = u ; dy/dt = v ; dz/dt = w \quad (2.2)$$

Outro parâmetro relevante durante a análise cinemática das partículas é a aceleração, que por sua vez quantifica a variação da velocidade ao longo do tempo, matematicamente representada por:

$$\frac{d\mathbf{v}(r, t)}{dt} = \mathbf{a} = \mathbf{i}\frac{du}{dt} + \mathbf{j}\frac{dv}{dt} + \mathbf{k}\frac{dw}{dt} \quad (2.3)$$

Assim como feito para as coordenadas cartesianas, o vetor velocidade também pode ser derivado. As equações que seguem apresentam a derivada da velocidade para cada eixo cartesiano:

$$\begin{cases} \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)u \\ \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)v \\ \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)w \end{cases} \quad (2.4)$$

Agregando os termos apresentados nas equações (2.4) à equação da aceleração, obtemos a forma mais elegante e generalizada de representação da mesma:

$$\frac{d\mathbf{v}(r,t)}{dt} = a = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \left(u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right) = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} \quad (2.5)$$

A parcela $\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\right)$ é conhecida como aceleração local e a parcela $\left(u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}\right)$ é denominada aceleração advectiva. Na Eq. (2.5) é apresentado o operador nabla (∇) , utilizado para simplificação da equação e será utilizado ao longo deste trabalho. Sua apresentação busca simplificar a seguinte expressão matemática:

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.6)$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.7)$$

Outro operador simplificador que será utilizado ao longo deste trabalho é $\left(\frac{D}{Dt}\right)$. Sua utilização tem como finalidade resumir a Eq. (2.8), o mesmo serve com um lembrete de que a derivada em questão possui quatro termos, quando a análise é tridimensional.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \quad (2.8)$$

Uma vez revisado os principais parâmetros do estudo cinemático do escoamento, agora faz-se necessário à conceituação física por trás dos modelos de balanço de massa, balanço de quantidade de movimento e balanço de energia. Neste ponto o estudo parte da premissa de que o fluido está no estado líquido, o que torna aceitável a hipótese de incompressibilidade. A quantidade de fluido, em unidade de massa ou em unidade de

volume, que entra em um volume de controle deve ser igual à quantidade que sai. Caso as quantidades de entrada e de saída não sejam iguais, a pressão dentro do volume de controle não será constante, subentendendo que há compressão ou expansão e isso viola a premissa de incompressibilidade. A forma matemática de representar este conceito é dada pela seguinte derivada:

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (2.9)$$

A primeira restrição física é apresentada na equação acima. Para que uma partícula do fluido se movimente é preciso de uma excitação, uma vez em estado de equilíbrio, o fluido só se movimentará a partir de uma ação externa a ele. Ou seja, para haver escoamento é preciso que uma força (F) atue sobre o volume de controle. O modelo que representa a força foi proposto por Newton e é dada por:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} \quad (2.10)$$

Outra restrição física está relacionada à termodinâmica de um sistema. A primeira lei da termodinâmica relaciona informações de trabalho e calor com a energia interna.

$$\delta Q + \delta W = \frac{dE}{dt} \quad (2.11)$$

A Eq. (2.11) apresenta um conceito essencial na termodinâmica de que se há quantidade de calor sendo transferida pelo sistema ou se há trabalho sendo realizado pelo sistema ou sendo fornecido ao sistema, haverá uma variação na energia do sistema.

2.2. Balanço de Massa

Para iniciar a formulação do balanço de massa é preciso adotar um volume de controle fixo e “imerso” ao escoamento com dimensões (dx, dy, dz). Devido à sua dimensão infinitesimal é aceitável considerar que o escoamento em cada face do volume de controle é aproximadamente unidimensional. Para desenvolvimento da equação, o fluido não será considerado incompressível, sendo assim, a conservação da massa para este caso se apresenta da seguinte forma:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \sum \dot{m} (entrada) - \sum \dot{m} (saida) \quad (2.12)$$

Outra forma de apresentar a equação de conservação de massa mantendo a conceituação é apresentada na Eq. (2.13). Neste caso é discretizado cada membro da Eq. (2.12):

$$\int_{V_C} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \sum \rho A v (\text{saida}) - \sum \rho A v (\text{entrada}) = 0 \quad (2.13)$$

A variável V é referente à quantificação do volume do volume de controle, ou seja, a multiplicação de suas três dimensões. Devido ao tamanho infinitesimal do volume de controle, a integral da equação anterior pode ser reduzida para:

$$\int_{V_C} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \simeq \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz \quad (2.14)$$

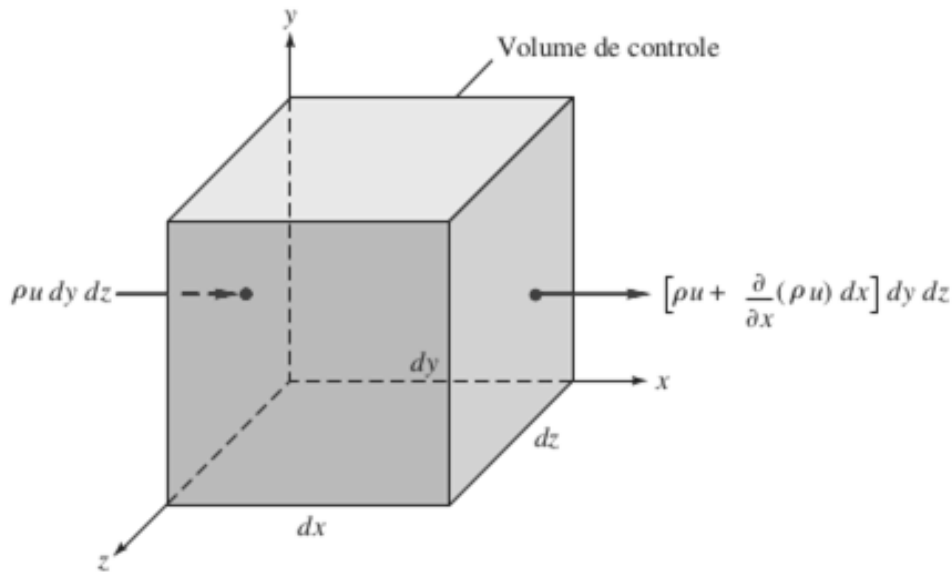


Figura 3. Variação da massa de entrada em relação à massa de saída na direção x de um volume infinitesimal. [Fonte: White, F.M., 2011]

A Fig.3 apresenta a diferenciação entre a entrada e saída de massa na direção x em um volume de controle. Aplicando este mesmo conceito para direção y e z, é possível obter o excedente ou o déficit de fluxo de massa para cada direção do eixo cartesiano, basta subtrair o fluxo de saída pelo fluxo de entrada. Substituindo este resultado na Eq. (2.13) será possível avaliar que todos os termos estão em função do volume de controle, o que permite fazer a simplificação do mesmo. Utilizando os

operadores apresentados anteriormente, a forma compacta da equação da continuidade é apresentada pela Eq. (2.15).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.15)$$

Esta equação pode ser aberta de forma a melhor identificar os termos que a compõe,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.16)$$

Neste trabalho, assumimos um escoamento bidimensional em um canal plano, de um fluido incompressível e em regime permanente. Deste modo, a Eq. (2.16) é simplificada como

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.17)$$

2.3. Balanço da Quantidade de Movimento

Formulando o balanço da quantidade de movimento para o mesmo volume de controle utilizado para realizar o balanço de massa, temos que a relação da quantidade de movimento linear na direção x é:

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} v \rho dV \right) + \sum \dot{m} v (saida) - \sum \dot{m} v (entrada) \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \sum F = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} v \rho dV \right) \\ + \sum (\rho A u) v (saida) - \sum (\rho A u) v (entrada) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Por possuir a mesma dimensão infinitesimal mencionada anteriormente, a integral do volume de controle pode ser novamente simplificada.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} v \rho dV \right) \simeq \frac{\partial (\rho v)}{\partial t} dx dy dz \quad (2.20)$$

Para identificar o déficit do fluxo de quantidade de movimento, basta subtrair a quantidade de saída pela quantidade de entrada. Lembrando que o fluxo de saída, na direção x, por exemplo, é igual a $(\rho u v dy dz)$. O resultado dessa operação gera:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} dx dy dz \\ \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} dy dx dz \\ \frac{\partial(\rho w v)}{\partial z} dz dx dy \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Introduzindo os termos apresentados na Eq. (2.21) na Eq. (2.20), obtemos:

$$\sum F = dx dy dz \left[\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w v)}{\partial z} \right] \quad (2.22)$$

A partir dos operadores apresentados na seção 2.1, é possível simplificar os termos em colchetes da Eq. (2.22).

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w v)}{\partial z} &= \mathbf{v} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \right] \\ &+ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

O termo $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \right)$ já foi apresentado neste trabalho, trata-se da Eq. (2.15), e assim como mostrado anteriormente, este termo se iguala a zero. Já o termo entre parênteses pode ser compactado, facilitando a leitura da equação da quantidade de movimento.

$$\sum F = \rho \frac{D \mathbf{v}}{Dt} dx dy dz \quad (2.24)$$

Esta equação fornece o somatório das forças externas atuantes sobre o volume de controle. A origem desta força resultante de força pode ser, por exemplo, devido ao campo gravitacional, o qual age sobre toda a massa presente no volume de controle. A força gravitacional possui a forma:

$$dF(\text{gravidade}) = \rho g dx dy dz \quad (2.25)$$

Nesta configuração, as forças de superfície são decorrentes das tensões sobre as faces do volume de controle, sendo estas tensões resultantes da atuação da pressão hidrostática e das tensões viscosas ($\tau(\mathbf{ij})$), as quais surgem do movimento em função da existência de gradientes de velocidade. A fim de facilitar a manipulação das fórmulas, a partir deste ponto será desconsiderada a condição de tridimensionalidade, ou seja, a análise será bidimensional. Portanto

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} -p + \tau(xx) & \tau(yx) \\ \tau(xy) & -p + \tau(yy) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ são as tensões de superfície, que é um resultado da soma da pressão hidrostática e das tensões viscosas.

A diferença entre a tensão atuante em uma face e a tensão atuante sobre a face oposta é que geram as forças de superfície sobre o corpo. Para o plano (x,y) este gradiente de tensão é:

$$\begin{cases} dF(x, sup) = \left[\frac{\partial \sigma(xx)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma(yx)}{\partial y} \right] dx dy \\ dF(y, sup) = \left[\frac{\partial \sigma(xy)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma(yy)}{\partial y} \right] dx dy \end{cases} \quad (2.27)$$

A Eq. (2.27) possui relação direta com a Eq. (2.26). Relacionando as tensões devido à pressão com as tensões devido às tensões viscosas, obtemos:

$$\begin{cases} \frac{dF(x)}{dV} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau(xx)}{\partial x} + \frac{\partial \tau(yx)}{\partial y} \\ \frac{dF(y)}{dV} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau(xy)}{\partial x} + \frac{\partial \tau(yy)}{\partial y} \end{cases} \quad (2.28)$$

Multiplicando a Eq. (2.28) pelos vetores unitários dos eixos do plano cartesiano, torna-se possível relacionar as forças de superfície com as forças de origem viscosa.

$$\frac{dF}{dV}(sup) = -\nabla p + \frac{dF}{dV}(visc) \quad (2.29)$$

Sendo que a força viscosa para o plano em questão será

$$\frac{dF}{dV}(visc) = \nabla \cdot \tau(\mathbf{ij}) \quad (2.30)$$

onde

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{ij}) = \begin{bmatrix} \tau(xx) & \tau(yx) \\ \tau(xy) & \tau(yy) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

A partir da Eq. (2.24) e Eq. (2.25):

$$\rho g - \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{ij}) = \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \quad (2.32)$$

Para um fluido newtoniano e considerando escoamento incompressível, a tensão possui a seguinte formulação

$$\begin{aligned} \tau(xx) &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \tau(yy) &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & ; \\ \tau(yx) &= \tau(xy) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido. A substituição da Eq. (2.33) na Eq. (2.32) fornece a conhecida equação de Navier-Stokes para a quantidade de movimento linear.

$$\rho g - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} = \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \quad (2.34)$$

2.4. Balanço de Energia

Assim como realizado nos desenvolvimentos anteriores, tomando como referência o mesmo volume de controle apresentado na Fig.2. A equação de energia adequada para o volume de controle em questão é:

$$\dot{Q} + \dot{W}_v = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} e \rho dV \right) + \int_{SC} \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA \quad (2.35)$$

Considerando a dimensão do volume de controle como infinitesimal, é possível fazer a mesma simplificação integral que foi realizada anteriormente.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} e \rho dV \right) \simeq \frac{\partial(e\rho)}{\partial t} dx dy dz \quad (2.36)$$

$$\int_{SC} \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) dA \quad (2.37)$$

$$\simeq \left[\frac{\partial \left(\rho u \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right)}{dx} + \frac{\partial \left(\rho v \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right)}{dy} + \frac{\partial \left(\rho w \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right)}{dz} \right] dx dy dz$$

O fluxo de calor será avaliado partindo da lei de Fourier e considerando a condução como sistema de troca térmica que prevalece no volume de controle. Sendo q'' o fluxo de calor por condução e k o coeficiente de condutividade térmica do fluido, a lei de Fourier é dada por

$$q'' = -k \nabla T \quad (2.38)$$

O fluxo de calor no volume de controle é decorrente de um gradiente entre o calor que entra em uma face e o calor que sai na face oposta. A fim de determinar esse gradiente, a seguir está apresentado a equação do mesmo para os três eixos cartesianos.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(q(x))}{dx} dx dy dz \\ \frac{\partial(q(y))}{dy} dy dx dz \\ \frac{\partial(q(z))}{dz} dz dx dy \end{array} \right. \quad (2.39)$$

O fluxo de calor é o somatório do gradiente em cada eixo de coordenadas:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \left[\frac{\partial(q(x))}{dx} + \frac{\partial(q(y))}{dy} + \frac{\partial(q(z))}{dz} \right] dx dy dz = \\ &= -\nabla \cdot q dx dy dz = \nabla \cdot (k \nabla T) dx dy dz \end{aligned} \quad (2.40)$$

A taxa de trabalho segue o mesmo raciocínio de gradiente, logo as equações a seguir dispensam explicações.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(w(x))}{dx} dx dy dz \\ \frac{\partial(w(y))}{dy} dy dx dz \\ \frac{\partial(w(z))}{dz} dz dx dy \end{array} \right. \quad (2.41)$$

A relação entre velocidade com o produto do componente de tensão é representada pela matriz a seguir, denominada matriz w .

$$w = \mathbf{v} \cdot \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

A taxa de trabalho relaciona a matriz w com a área onde está ocorrendo o trabalho, à forma compacta da equação de taxa líquida de trabalho viscoso é:

$$\dot{W}v = -\nabla \cdot (\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau}) dx dy dz \quad (2.43)$$

Portanto, para obter a equação diferencial da energia basta substituir as equações (2.41) e (2.44) na Eq. (2.36). O resultado é a equação diferencial da energia

$$\rho \frac{De}{Dt} + \mathbf{v} \cdot \nabla p + p \nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \nabla \cdot (\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau}) \quad (2.44)$$

onde

$$E = \hat{u} + \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + gz \quad (2.45)$$

A Eq. (2.44) em sua forma compacta é uma equação de difícil leitura. Desenvolvendo o termo do trabalho viscoso é possível obter uma relação mais clara

$$\nabla \cdot (\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau}) \equiv \mathbf{v} \cdot (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}) + \mu \boldsymbol{\Phi} \quad (2.46)$$

onde

$$\begin{aligned} \mu \boldsymbol{\Phi} = \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.47)$$

O termo $\boldsymbol{\Phi}$ é denominado dissipação viscosa, seu equacionamento conta com todos os termos quadráticos, isto implica que ele sempre será positivo, esta conclusão apresenta o fato de que o fluido tem parte da sua energia mecânica dissipada em calor. Substituindo a Eq. (2.46) na Eq. (2.6) e utilizando a Eq. (2.32) para manipular o resultado, obtemos:

$$\rho \frac{d\hat{u}}{dt} + p (\nabla \cdot \mathbf{v}) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \mu \boldsymbol{\Phi} \quad (2.48)$$

Esta equação é válida para fluidos newtonianos em condições de escoamento não permanentes, compressível e considerando a dissipação viscosa. A fim de escrever a

equação do balanço de energia tendo como variável primal a temperatura, introduz-se a seguinte aproximação

$$d\hat{u} = CdT \quad (2.49)$$

Aplicando novamente as hipóteses de escoamento bidimensional, em regime permanente e incompressível, desprezando a dissipação viscosa, a Eq. (2.49) pode ser escrita como

$$\rho C \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial t} \right) = k \nabla^2 T \quad (2.50)$$

2.5. Fluido Newtoniano Generalizado

Em nível de graduação, os estudos de mecânica dos fluidos e transferência de calor são comumente tratados com base em fluidos newtonianos. Durante a modelagem matemática desses fluidos observa-se a forte influência da viscosidade no escoamento, sendo nesse caso tratada como uma constante.

A viscosidade dinâmica newtoniana (μ) e a viscosidade não newtoniana (η) são propriedades significativas de fluidos macromoleculares, porém no caso de fluidos newtonianos essa propriedade é constante para o escoamento, essa mesma premissa não é verdadeira quando se trabalha com fluidos não newtonianos, pois essa propriedade pode apresentar saltos de diversas ordens de magnitude à medida que o fluido é cisalhado. O conceito de Fluido Newtoniano Generalizado (FNG) foi criado para adaptar a lei da viscosidade de Newton da viscosidade para fluidos com viscosidade variável.

A primeira relação de definição da viscosidade foi apresentada por Newton, considerando um escoamento onde $u = u(y)$ e $v = w = 0$, a viscosidade se resume a :

$$\tau_{xy} = -\mu \frac{du}{dy} \quad (2.51)$$

A equação apresentada acima não é verossímil para fluidos não newtonianos. Como dito anteriormente, nesta classe de fluido a relação tensão de cisalhamento versus taxa de cisalhamento não é linear. Portanto, a lei de Newton da viscosidade deve ser adaptada com o termo de viscosidade η , onde $\eta = f\left(\frac{du}{dy}\right)$.

$$\tau_{xy} = -\eta \frac{du}{dy} \quad (2.52)$$

O termo η é a viscosidade não newtoniana, nesta nova equação o sinal negativo que antecede o termo de viscosidade é mantido, uma vez que a adaptação foi realizada para lidar com a variação de magnitude no escoamento não newtoniano e não ao sinal do gradiente de velocidade.

Todavia o modelo de Fluido Newtoniano Generalizado é aplicável para qualquer campo de velocidade

$$\boldsymbol{\tau} = 2 \eta \mathbf{D}(\mathbf{v}) \quad (2.53)$$

onde $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ é o tensor taxa de deformação.

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) \quad (2.54)$$

O termo de viscosidade aparente apresentado é uma função do gradiente de velocidade, portanto, é uma grandeza escalar dependente do tensor taxa de deformação (grandeza vetorial) e suas invariantes, independentes do sistema de coordenadas. Segundo Papanastasiou *et al*, 2000, os invariantes do tensor taxa de deformação são definidos como:

$$\begin{cases} I_D = \text{tr } \mathbf{D} \\ II_D = \text{tr } \mathbf{D}^2 \\ III_D = \det \mathbf{D} \end{cases} \quad (2.55)$$

Os invariantes apresentados acima são definidos utilizando o operador traço de uma matriz. Como a matriz $\mathbf{D}$ é quadrada, o traço representa a soma dos elementos da diagonal principal.

Contudo, o termo I_D é nulo quando se assume a hipótese de fluido incompressível, pois $I_D = \text{tr } \mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ assim como já apresentado anteriormente. Para escoamentos puramente cisalhantes, é possível concluir que o terceiro invariante (III_D) também é nulo. Logo, em escoamentos puramente cisalhantes e incompressíveis, a viscosidade aparente é dependente apenas do segundo invariante. A magnitude do tensor taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, conhecido com taxa de cisalhamento em escoamentos puramente cisalhantes, é definida por:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 II_D} = \sqrt{2 \text{tr } \mathbf{D}^2(\mathbf{v})} \quad (2.56)$$

2.6. Modelo Viscoplastico

Ao longo dos anos, muitas expressões empíricas foram propostas como resultado de um trabalho de ajuste de curva. Os primeiros estudos apresentavam os fluidos viscoplasticos como fluido que apontavam características sólidas para tensões abaixo da tensão limite (τ_0). O desenvolvimento tecnológico dos reômetros e aprimoramento das técnicas experimentais trouxeram consigo novas descobertas sobre o comportamento viscoplastico, isto é, a existência de um platô de alta viscosidade atuante em tensões abaixo da tensão limite. Vencido este platô de alta viscosidade o fluido apresenta uma queda brusca de viscosidade que pode ser seguida de uma região *power-law*, conforme aumenta-se a tensão aplicada.

Seguindo o raciocínio dos primeiros estudos sobre a viscoplasticidade, Bingham propôs o seguinte modelo matemático para o comportamento viscoplastico

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma} & \text{para } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{para } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (2.57)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento, τ_0 é a tensão limite de escoamento, $\dot{\gamma}$ é a taxa de cisalhamento μ_p é a viscosidade plástica. O modelo de Bingham apresenta um comportamento linear da viscosidade, uma vez excedido τ_0 , porém muitos fluidos não se adequam a esta premissa, por exemplo, sistemas poliméricos. Um dos modelos que se adequam à sistemas que não possuem resposta linear é o modelo de Herschel-Bulkley, o qual trata-se de uma generalização do modelo de Bingham com o intuito de abranger relações tensão versus taxa de deformação não lineares [Chhabra e Richardson, 1999].

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 + K \dot{\gamma}^n & \text{para } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{para } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (2.58)$$

Neste modelo, n é o índice *power-law* e K é o índice de consistência, em que a dimensão de K é dependente do valor do índice *power-law*. Com a adição destes parâmetros o modelo de Herschel-Bulkley proporciona um melhor ajuste de curva [Chhabra, R.P. e Richardson, J.F. , 1999]. Quando $n = 1$, recupera-se o modelo de Bingham. Porém os dois modelos preveem viscosidade infinita quando $\tau \leq \tau_0$, sendo que este comportamento não se adequa às equações de conservação que governam muitos fluxos complexos [(a) De Souza Mendes e Dutra, 2004].

Para melhor representar o comportamento de fluidos viscoplásticos e o ajuste de curvas para dados experimentais, Papanastasiou, 1987, propôs uma regularização no modelo clássico de Bingham. Esta ideia foi aplicada também por diferentes autores ao modelo de Herschel-Bulkley. Tem-se então,

$$\tau = (1 - e^{-m\dot{\gamma}})\tau_0 + \mu_p \dot{\gamma} \quad (2.59)$$

$$\tau = (1 - e^{-m\dot{\gamma}})\tau_0 + K\dot{\gamma}^n \quad (2.60)$$

Para as Eqs. (2.59) e (2.60), quando m tende a infinito, retoma-se os modelos originais [De Souza Mendes e Dutra, 2004].

A regularização de Papanastasiou facilitou a implementação computacional dos modelos clássicos, porém ainda não representa de modo fiel o comportamento viscoplástico, uma vez que não possui embutida a representação do platô de alta viscosidade, assim como apresentado na Fig. 4. Para tanto, um modelo mais adequado para este fim é o da bi-viscosidade, dado por

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n & \text{para } \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0 \\ \tau = \eta_0 \dot{\gamma} & \text{para } \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_0 \end{cases} \quad (2.61)$$

onde $\dot{\gamma}_0 = \frac{\tau_0}{(\tau_0 + K\dot{\gamma}^{n-1})} \simeq \frac{\tau_0}{\eta_0}$ é a taxa de cisalhamento limite de escoamento.

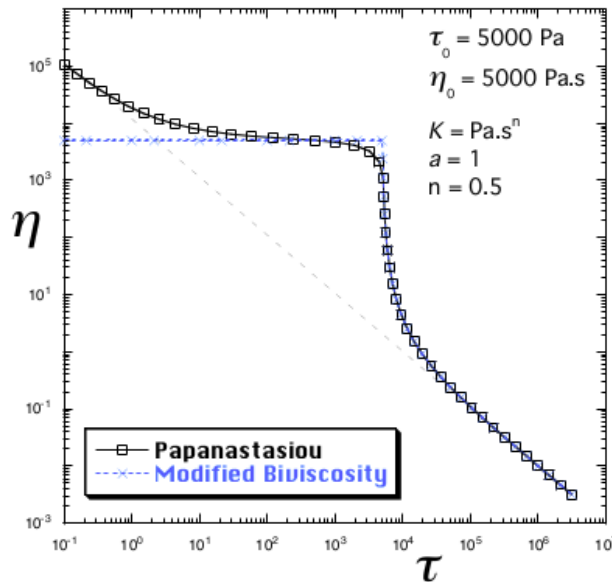


Figura 4. Gráfico - viscosidade não newtoniana versus tensão, avaliando modelo de Papanastasiou versus Modelo da Bi-viscosidade. [(a) Fonte: De Souza Mendes e Dutra, 2004]

2.7. Modelo Viscoplastico SMD

Uma vez apresentados os modelos mais empregados na literatura e suas particularidades, apresenta-se nesta seção o modelo SMD proposto por De Souza Mendes e Dutra em 2004. Este modelo, tem intenção de contornar as dificuldades de ajuste de curvas experimentais e de implementação computacional, apresentando resposta qualitativa representativa para maioria dos fluidos viscoplasticos de interesse, ou seja, platô de alta viscosidade em baixas tensões seguido de uma queda acentuada da viscosidade e a possibilidade de uma região *power-law*. Além disso, o modelo é contínuo e possui derivada continua, o que o torna conveniente para implementação computacional e ajuste de curvas [(a) De Souza Mendes e Dutra, 2004].

O modelo matemático apresentado por De Souza Mendes e Dutra, 2004, é representado graficamente na Fig.5 e matematicamente em sua forma para tensão cisalhante na Eq. (2.64). A Fig.5 ainda apresenta o significado físico dos parâmetros τ_0 , η_0 , K e n presentes na função viscosidade SMD.

$$\tau = (1 - \exp(-\eta_0 \dot{\gamma} / \tau_0))(\tau_0 + K \dot{\gamma}^n) \quad (2.62)$$

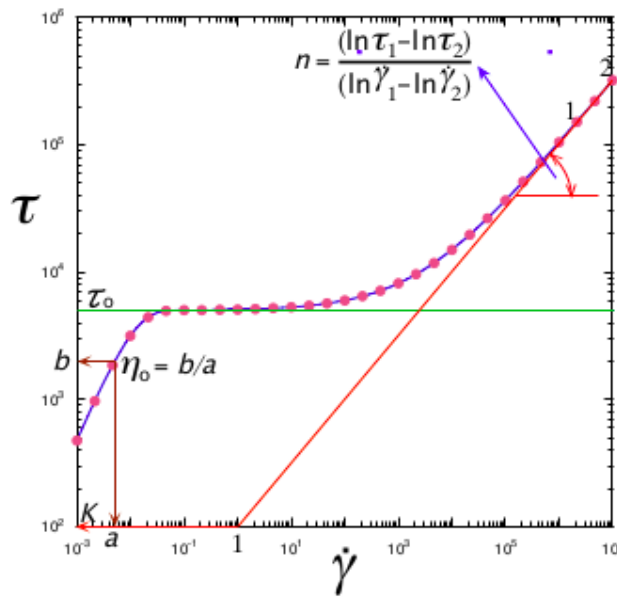


Figura 5. Tensão versus taxa de deformação empregando o modelo viscoplastico SMD. [Fonte: (b) De Souza Mendes e Dutra, 2004]

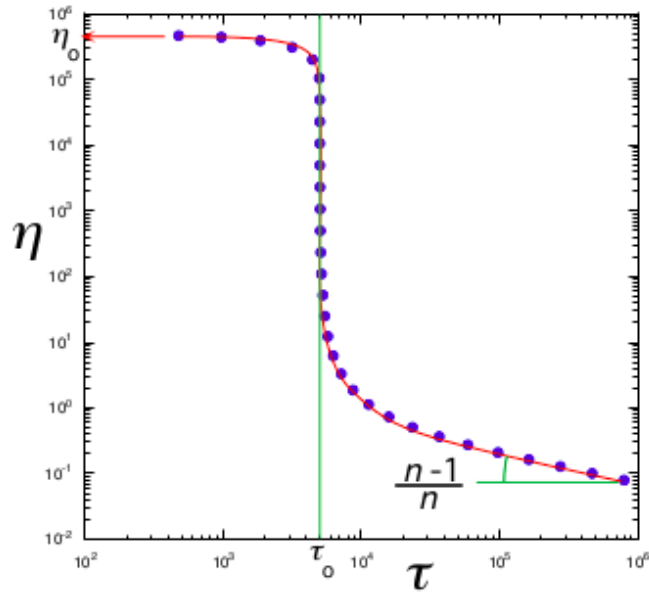


Figura 6. Viscosidade versus tensão empregando o modelo viscoplástico SMD. [Fonte: (b) De Souza Mendes e Dutra, 2004]

A viscosidade para baixas taxa de cisalhamento é igual a relação $\tau/\dot{\gamma}$, desde que τ seja menor que τ_0 para garantir que $\dot{\gamma}$ esteja dentro da região de platô de alta viscosidade e taxa de cisalhamento zero. A tensão limite de escoamento fica evidente devido ao platô em τ_0 . O índice n descreve a inclinação da região *power-law*. O intercepto da região *power-law* extrapolada com a linha vertical onde $\dot{\gamma} = 1 \text{ s}^{-1}$ ocorre em $\tau = K$. O platô da taxa de cisalhamento zero é seguido por uma queda acentuada em $\tau = \tau_0$ e então segue a região *power-law*, sendo este comportamento bastante semelhante ao apresentado pelo modelo da bi-viscosidade, porém no modelo SMD não há descontinuidade na derivada em $\tau = \tau_0$ [(a) De Souza Mendes e Dutra, 2004]

Como citado anteriormente, uma característica do modelo SMD é que este prevê uma viscosidade finita quando a taxa de cisalhamento tende a zero - diferentemente do que é proposto através da regularização de Papanastasiou, sem sentido físico:

$$\eta(0) = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{(1 - \exp(-\eta_0 \dot{\gamma} / \tau_0))(\tau_0 + K \dot{\gamma}^n)}{\dot{\gamma}} \quad (2.63)$$

$$= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{(\eta_0 / \tau_0) \exp(-\eta_0 \dot{\gamma} / \tau_0) (\tau_0 + K \dot{\gamma}^n)}{1} = \eta_0 \quad (2.64)$$

A Fig.7 apresenta o modelo SMD representando o comportamento de materiais viscoplásticos reais, exibindo todas as características acima citadas.

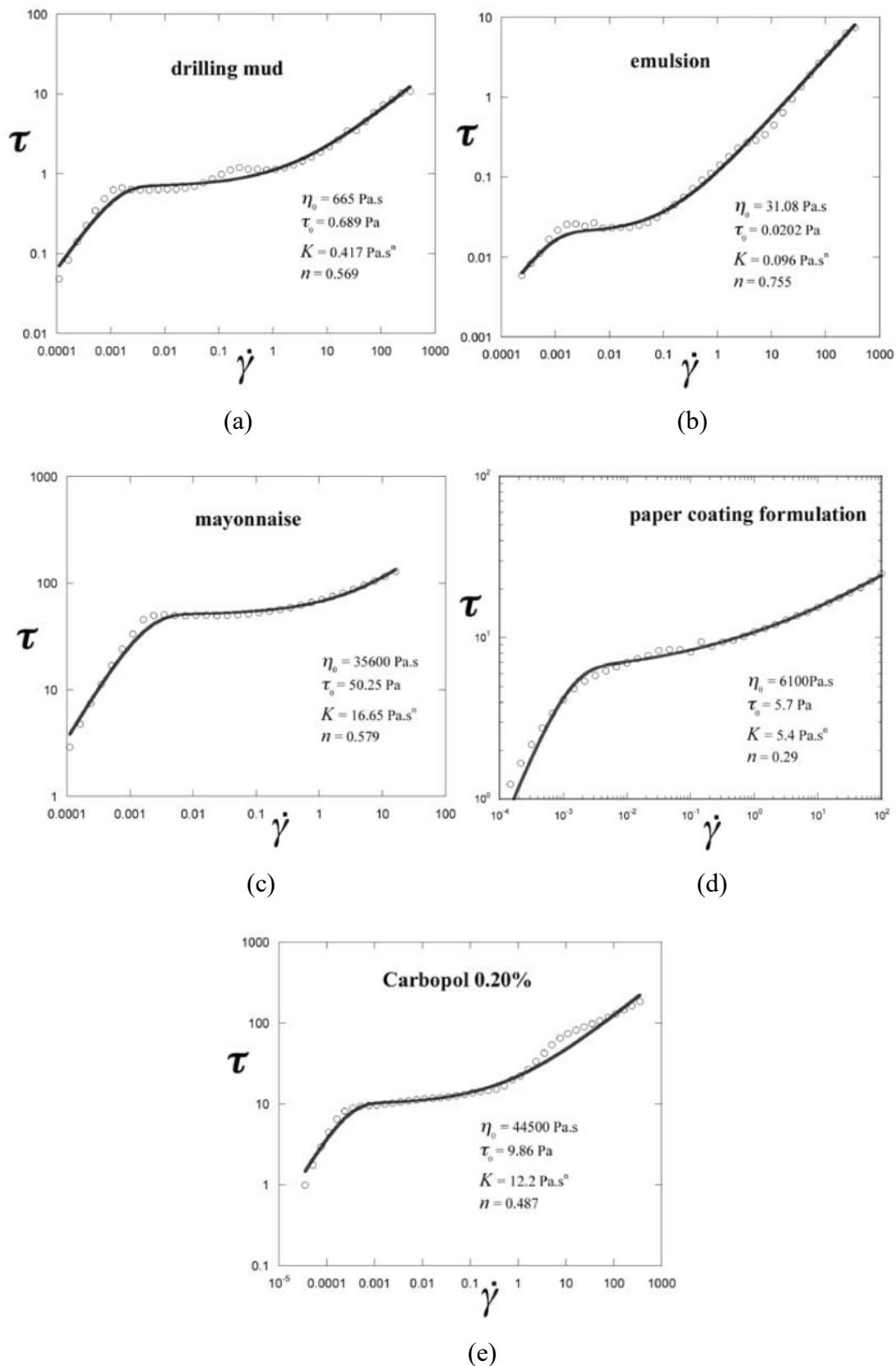


Figura 7. Tensão versus taxa de deformação de materiais reais. (a) Lama de perfuração; (b) Emulsão de água e óleo; (c) Maionese comercial; (d) Formulação de papel; (e) Solução de água e carbopol.

[Fonte:(b) De Souza Mendes e Dutra, 2004]

Conforme apresentado anteriormente, quando $\dot{\gamma}$ tende à zero, a viscosidade tende a η_0 , mas quando a taxa de cisalhamento tende ao infinito a viscosidade tende a zero. Uma vez que a viscosidade igual a zero não possui significado físico, De Souza Mendes, 2009, propôs uma modificação no modelo SMD, de forma que, quando a taxa de cisalhamento tender ao infinito, a viscosidade tenderá ao um valor finito e diferente de zero, ou seja, a viscosidade tenderá a η_∞ . A equação do modelo SMD modificado é apresentada em De Souza Mendes, 2009.

$$\tau = \left(1 - \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0}\right)\right) (\tau_0 + K \dot{\gamma}^n) + \eta_\infty \dot{\gamma} \quad (2.65)$$

Aplicando o limite para $\dot{\gamma}$ tendendo a zero e $\dot{\gamma}$ tendendo ao infinito, temos:

$$\begin{aligned} \eta(0) &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{\left(1 - \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0}\right)\right) (\tau_0 + K \dot{\gamma}^n) + \eta_\infty \dot{\gamma}}{\dot{\gamma}} \\ &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{(\eta_0/\tau_0) \exp(-\eta_0 \dot{\gamma} / \tau_0) (\tau_0 + K \dot{\gamma}^n)}{1} = \eta_0 + \eta_\infty \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \eta(\infty) &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \frac{\left(1 - \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0}\right)\right) (\tau_0 + K \dot{\gamma}^n) + \eta_\infty \dot{\gamma}}{\dot{\gamma}} \\ &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \frac{\left(1 - \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0}\right)\right) (\tau_0 + K \dot{\gamma}^n)}{\dot{\gamma}} + \eta_\infty = \eta_\infty \end{aligned} \quad (2.67)$$

2.8. Grupos Adimensionais

Grupos adimensionais são utilizados constantemente na engenharia. Muitos dos problemas práticos da fluidodinâmica são complexos, devido à geometria onde ocorre o escoamento e/ou devido a física do problema, o que dificulta a resolução analítica do problema. O objetivo desta prática de adimensionalizar as características físicas de um problema é o benefício da compactação dos dados experimentais e a abrangência que os mesmos podem apresentar. Assim como o próprio nome sugere, utilizar números adimensionais possibilita, por exemplo, analisar as forças de sustentação de um avião sem necessariamente construir um avião, afinal, um protótipo em pequena escala pode ser analisado e apresentar resultados adimensionais que quando convertidos para escala de um avião, possuem boa representatividade [White, 2011].

Tratando de escoamento viscoplástico com transferência de calor, os termos adimensionais utilizados devem ser representativos quanto à cinemática do escoamento e quanto à capacidade de troca térmica do fluido ao longo do escoamento. Neste trabalho utilizaremos o número de Reynolds (Re), Prandtl (Pr), *jump number* (J), *plastic number* (Pl) e Nusselt (Nu). Os grupos adimensionais utilizados neste trabalho não possuem sua formulação convencional. As equações adaptadas para escoamento de fluido viscoplástico são apresentadas em Thompson e Soares, 2016.

O número de Reynolds desempenha um papel importante na análise do escoamento, este adimensional apresenta uma forma de avaliar quando a inercia é insignificativa e quando a inercia é dominante em relação às forças viscosas. Esse parâmetro apresenta matematicamente uma relação entre forças de inerciais e forças viscosas [Thompson e Soares, 2016]. A forma clássica do número de Reynolds (Re) é

$$Re = \frac{\rho V_c L_c}{\mu} \quad (2.68)$$

onde V_c e L_c são, respectivamente, velocidade e comprimento característicos do problema; ρ é a massa específica e μ a viscosidade dinâmica do fluido. Para baixos números de Reynolds as forças inerciais são insignificantes em relação às forças viscosas, então as perturbações do escoamento são dissipadas e o regime permanece laminar, mas quando estamos lidando com altos números de Reynolds, as forças de inércia podem ser suficientes para ampliar as perturbações do escoamento e então há a transição para regime turbulento [Incropera, Dewitt, Bergman e Lavine, 2008]. Uma vez dependente do tipo de fluido e da geometria do escoamento, para fluidos não newtonianos o número de Reynolds deve ser modificado. Portanto, para escoamento de um fluido viscoplástico modelado pela equação SMD modificada, temos que.

$$Re = \frac{\rho V_c^2}{\tau_0 + K \left(\frac{V_c}{L_c} \right)^n + \eta_\infty \left(\frac{V_c}{L_c} \right)} \quad (2.69)$$

O número de Prandtl (Pr) exprime uma relação entre difusividade de quantidade de movimento linear e difusividade térmica. Quando se trata de fluido newtoniano esse número, ao contrário do número Reynolds, é uma característica do fluido e do estado físico do mesmo, isto é, independe da geometria do escoamento. O número de Prandtl é uma medida da efetividade relativa dos transportes por difusão, de momento e de energia no interior das camadas limites de velocidade e térmica, respectivamente. Logo

é possível interpretar que o valor de Pr influencia fortemente o crescimento relativo das espessuras das camadas limites de velocidade e térmica [Incropera, Dewitt, Bergman e Lavine, 2008]. O modelo clássico do número de Prandtl é apresentado na Eq. (2.72).

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} \quad (2.70)$$

O modelo clássico do número de Prandtl possui apenas parâmetros referentes ao fluido, isso confirma a afirmativa de que este adimensional apresenta uma característica do fluido e não das condições de escoamento. Porém, quando o modelo do número de Prandtl é adaptado para o caso viscoplástico, Eq. (2.71), é possível notar parâmetros referentes à cinemática do escoamento. Isso ocorre pelo fato de que este fluido possui suas características drasticamente modificadas conforme as condições de escoamento. Todavia, a presença destas informações não altera o significado físico deste adimensional.

$$\frac{1}{Pr} = \left[\frac{K \left(\frac{V_c}{L_c} \right)^n + \eta_\infty \left(\frac{V_c}{L_c} \right)}{\tau_0 + K \left(\frac{V_c}{L_c} \right)^n + \eta_\infty \left(\frac{V_c}{L_c} \right)} \right] \frac{\rho \alpha}{K \left(\frac{V_c}{L_c} \right)^{n-1} + \eta_\infty} \quad (2.71)$$

Souza Mendes, 2007, propõe a utilização de um número adimensional denominado de *jump number*. O número de salto possui esse nome pois exprime uma medida relativa da discrepância, de diversas ordens de grandeza, existente entre a taxa de cisalhamento limite do escoamento, $\dot{\gamma}_0$, e a taxa de cisalhamento no início da região *power-law* da curva SMD, $\dot{\gamma}_1$, quando $\tau \approx \tau_0$.

$$J = \frac{\dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_0}{\dot{\gamma}} = \frac{\eta_0 \tau_0^{\frac{(n-1)}{n}}}{K^{\frac{1}{n}}} - 1 = \frac{\eta_0 \dot{\gamma}_1}{\tau_0} - 1 \quad (2.72)$$

O *jump number* é uma propriedade reológica adimensional de fluidos viscoplásticos. Quando $n = 1$, este parâmetro torna-se independente de τ_0 e a equação se reduz a $J = \eta_0/K - 1$, isto é, a relação entre η_0 e K (índice de consistência) é dada apenas por $J + 1$ [De Souza Mendes *et al*, 2007].

Anteriormente foi apresentado os modelos de Bingham e Herschel-Bulkley para fluidos viscoplásticos, juntamente com estes modelos foi proposto um adimensional que informa o quão viscoplástico é o fluido em estudo. O número de Bingham (Bn) e o

número de Herschel-Bulkley (HB) trazem esta informação consigo, sendo que cada um deve ser utilizado para o seu respectivo modelo.

$$Bn = \frac{\tau_0 L_c}{\mu_p V_c} \quad (2.73)$$

$$HB = \frac{\tau_0}{K \left(\frac{V_c}{L_c} \right)^n} \quad (2.74)$$

Thompson e Soares, 2016, propõem um adimensional que normaliza os modelos de Bingham e Herschel-Bulkley, batizado de *plastic number* (número plástico). Este adimensional traz consigo a informação da viscosidade aparente de um fluido, com o benefício de que essa informação está compreendida no intervalo [0,1]. Caso o número plástico seja zero, o fluido em questão não apresenta viscoplasticidade, e caso o número plástico seja 1 (um), o fluido em questão é o mais viscoplástico possível e não escoar. A Eq. (2.77) foi proposta por Thompson e Soares em 2016.

$$Pl = \frac{\tau_0}{\tau_0 + K \left(\frac{V_c}{L_c} \right)^n + \eta_\infty \left(\frac{V_c}{L_c} \right)} \quad (2.75)$$

No âmbito de estudar a influência da reologia do fluido na transferência de calor, utilizamos o número de Nusselt (Nu) como parâmetro para mensurar a troca térmica por convecção entre a parede da geometria e o fluido [Santo e Machado, 2015].

A representação clássica do número de Nusselt é dada por

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (2.76)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor, conforme mostra do na Eq. (2.77)

$$h = \frac{q''}{T_w - T_\infty} \quad (2.77)$$

A razão entre troca térmica por convecção pela troca térmica por condução ao longo de uma superfície é medida pelo número Nusselt médio. Consiste na integral no Nusselt ao longo do comprimento analisado.

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu(x) dx \quad (2.78)$$

Neste trabalho o Nusselt médio foi adaptado a fim de deixá-lo em função do perímetro da cavidade. Portanto, sendo L o perímetro da cavidade e $x^* = x/L$ o adimensional do comprimento, o Nusselt médio se resumirá à

$$\overline{Nu} = \int_0^1 Nu(x^*) dx^* \quad (2.79)$$

2.9 Simulação Numérica

O software utilizado para simular as condições de escoamento de fluido viscoplástico é conhecido como NNFEM, o mesmo é de código aberto e foi empregado em diversos estudos de escoamento de fluidos não newtonianos. Portanto, esta dissertação utiliza um modelo validado e que pode ser empregado para análise de comportamento da maioria dos fluidos não newtonianos de interesse.

Para garantir que o código esteja adequado para simular o escoamento de um fluido incompressível, é preciso dota-lo das equações físicas que regem o escoamento. Para este fim, as equações que seguem resumem o que foi apresentado até este ponto.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.80 \text{ a})$$

$$\rho(\nabla \mathbf{v})\mathbf{v} = -\nabla p + \text{div } \boldsymbol{\tau} \quad (2.80 \text{ b})$$

$$\rho C(\nabla T)\mathbf{v} = k \nabla^2 T \quad (2.80 \text{ c})$$

$$\boldsymbol{\tau} = 2 \eta \mathbf{D}(\mathbf{v}) \quad (2.80 \text{ d})$$

$$\eta = \left(1 - \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0}\right)\right) \left(\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K \dot{\gamma}^n\right) + \eta_\infty \quad (2.80 \text{ e})$$

Quanto a simulação computacional, as principais técnicas numéricas utilizadas são: método de diferenças finitas, método do volume finito e método de elementos finitos. Sendo que este ultimo é o método utilizado no código numérico NNFEM. A popularização do método de elementos finitos iniciou-se com simulações voltadas para estruturas metálicas e avaliação do comportamento dos sólidos. Porém, maiores estudos sobre a utilização desta metodologia, trouxeram os elementos finitos para próximo das

simulações numéricas envolvendo fluidos, sendo hoje empregada em diversas pesquisas de dinâmica dos fluidos computacional.

O método de elementos finitos pode ser encontrado na literatura como método de Galerkin. Inicialmente introduzido para aproximar a solução de equações diferenciais parciais em cálculos de estruturas elásticas lineares. O Galerkin clássico apresenta operadores elípticos assimétricos, que promovem uma boa aproximação dos resultados quando o foco da simulação é preferencialmente materiais sólidos.

Uma vez aplicado na simulação de escoamentos incompressíveis, o método de Galerkin apresenta problemas quanto à compatibilização dos subespaços de elementos finitos de velocidade e pressão. Essa restrição forneceu espaço para desenvolvimento de novos métodos de simulação via elementos finitos.

O método de Galerkin mínimos-quadrados (GLS) é a resposta para simulação de escoamentos incompressíveis através de elementos finitos. A metodologia GLS modifica a formulação clássica de Galerkin, não requerendo a satisfação das condições de compatibilidade envolvendo os subespaços de elementos finitos para os pares pressão-velocidade e tensão-velocidade. Esta estabilização garante bons resultados inclusive para escoamentos com altos números de Bingham, ou números de Herschel-Bulkley. Além de convergir quando sujeito a altos números de Reynolds.

Maiores informações sobre a metodologia GLS são encontradas em Zinani e Frey, 2006, Franca e Frey, 1991, Zinani *et al*, 2008. É possível encontrar outras informações na tese de doutorado de Flavia S. F. Zinani “Desenvolvimento e implementação computacional de formulações Galerkin mínimos-quadrados para escoamentos não newtonianos sensíveis à cinemática”.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo fornecerá resultados e discussões acerca da influência do escoamento de um fluido viscoplástico na transferência de calor. A simulação numérica é realizada pelo código de elementos finitos NNFEM. A validação do mesmo é encontrada nos trabalhos de Zinani, 2006, Zinani e Frey, 2008, Dos Santos, 2016 e Dos Santos *et al*, 2017. Este capítulo é dividido em quatro partes, sendo elas:

- Definição das condições de escoamento: neste tópico é apresentada a geometria que restringe o escoamento do fluido e a metodologia utilizada para escolha dos adimensionais;
- Variação do número de Reynolds: este tópico fornecerá o resultado das simulações baseadas na variação do número de Reynolds, serão analisados a capacidade de troca térmica ao longo da geometria e o padrão das zonas rígidas ao longo do escoamento;
- Variação do índice *power-law*: neste item será apresentado o resultado das simulações para diferentes valores do índice *power-law*, o estudo contemplará a capacidade de troca térmica do escoamento e o surgimento, ou desaparecimento, das zonas rígidas;
- Variação do *plastic number*: neste item é apresentada a influência da viscoplasticidade em um escoamento com troca de calor, para tanto, é estudado a influência da variação do número plástico na troca de calor e no padrão das zonas rígidas.

3.1. Condições de Escoamento

O fluido escoar em um canal plano, com as dimensões apresentadas na Fig.8. A razão entre a dimensão H2 (altura da cavidade) e a dimensão H1 (altura do canal) é igual a 6,3. A razão entre o comprimento da cavidade (L2) e a altura da cavidade é igual a 1 e a razão do comprimento L1 (comprimento do canal) e a altura do canal é igual a 16,85. O perfil analisado possui comprimento de 40 unidades, isto é, distância do ponto 1 ao ponto 6. Nos trabalhos de De Souza Mendes *et al.*, 2007 e Hermany, 2012, é encontrada uma geometria semelhante, porém axissimétrica.

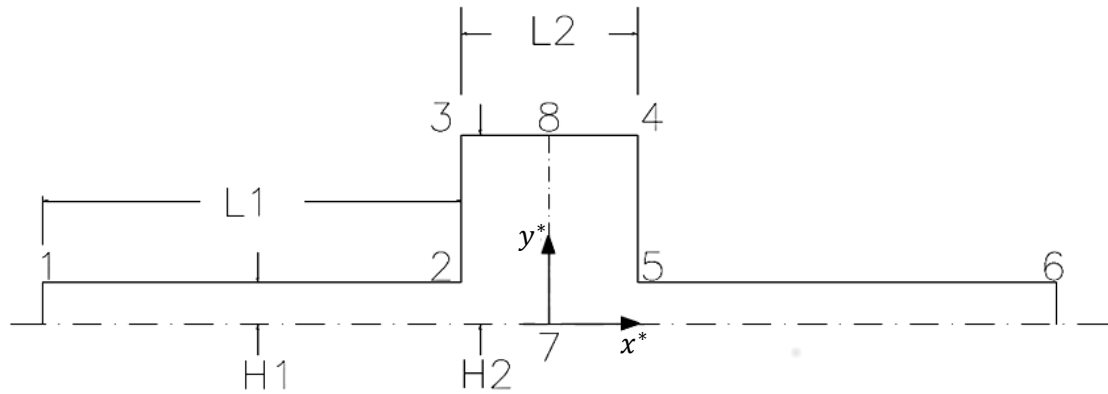


Figura 8. Geometria do canal planar.

As condições de contorno fluidodinâmicas utilizadas foram impermeabilidade e não-deslizamento nas paredes do canal, velocidades horizontais e verticais prescritas na entrada e saída da geometria e simetria na linha de centro, uma vez que estes escoamentos são simétricos e evita-se gasto computacional excessivo. Como condições de contorno térmicas empregou-se isolamento térmico nas paredes do canal e linha de centro, temperatura adimensional prescrita na entrada do canal igual a 0 e nas superfícies da cavidade igual a 1.

O procedimento de independência de malha foi feito através de uma análise da tensão na seção transversal no centro da expansão-contração, para cada refinamento de malha. A malha selecionada possui 5200 elementos finitos. Em geral esta malha apresentou um erro menor que 1% quando comparada com malhas mais refinadas. Maiores informações podem ser encontradas em Dos Santos *et al*, 2013. Os elementos da malha podem ser vistos na Fig. 9.

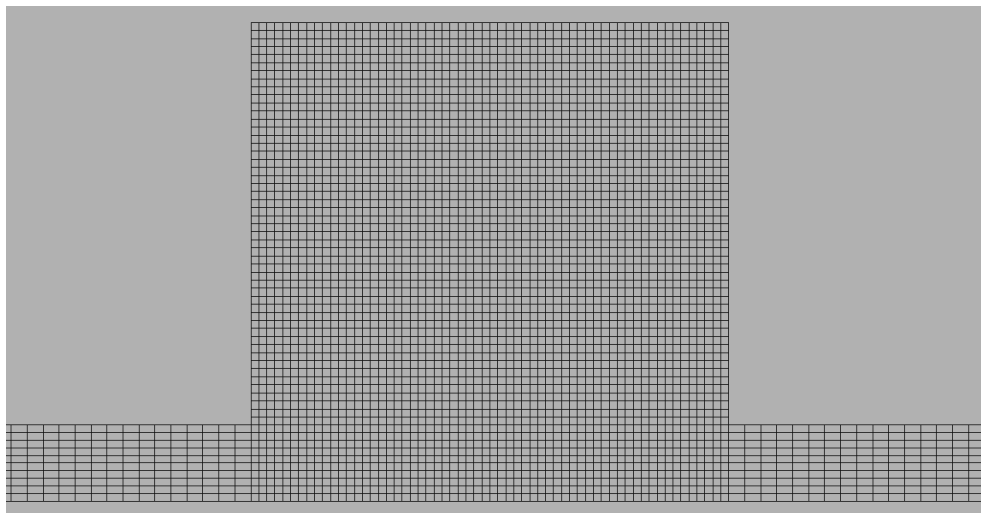


Figura 9. Malha utilizada para simulação numérica.

As simulações numéricas foram focadas em três casos distintos, sendo que em cada caso apenas um adimensional sofre variação. Os adimensionais analisados foram número de Reynolds, índice *power-law* e *plastic number*. Logo, para as simulações propostas não há variação no valor do número de Prandtl, *jump number*, η_{∞} e comprimento característico. O número de Prandtl é fixo em $Pr = 14$, valor próximo ao Pr da água. A influência deste parâmetro na transferência de calor pode ser encontrada em Chhabra *et al*, 2012. O *jump number* é fixado em 10^4 , sendo este valor representativo para alguns dos fluidos viscoplásticos de interesse. Maiores informações sobre a escolha do valor deste adimensional são encontradas em Dos Santos *et al* 2015.

No capítulo anterior foi apresentado os adimensionais mais importantes para este trabalho. É possível observar que o número de Reynolds, número de Prandtl e *plastic number* são dependentes do η_{∞} e do comprimento característico. O comprimento característico não varia, uma vez que a geometria do canal plano é a mesma para todas as simulações, sendo este igual à altura canal. O valor de η_{∞} também é mantido constante, igual à 10^{-2} , sendo fidedigno aos fluidos viscoplásticos de interesse.

A tabela 1 resume o valor dos parâmetros adotados ao longo das três simulações.

Tabela 1. Parâmetros adotados nas simulações.

Nº de Reynolds	Índice <i>Power-law</i>	Plastic Number	Jump Number	Nº de Prandtl	η_{∞} [Pa.s]
-	0,5	0,411	10^4	14	10^{-2}
24,87	-	0,411	10^4	14	10^{-2}
24,87	0,5	-	10^4	14	10^{-2}

Definida estas condições, as seções que seguem apresentam a variação apenas do adimensional de interesse, sendo que para isso, todos os parâmetros dimensionais foram modificados a medida do possível, exceto os já citados neste capítulo, a fim de manter os demais adimensionais fixos.

Para todos os casos, o número de Nusselt local foi calculado sobre as paredes da expansão-contracção. O Nusselt médio foi calculado por integração numérica utilizando a regra do trapézio.

3.2. Variação do Reynolds

A Fig. 10 apresenta as zonas térmicas, que são induzidas pelo diferencial de temperatura da cavidade, para número de Reynolds variando de 1 a 40. Nesta condição o *plastic number*, número de Prandtl, *jump number* e índice de *power-law* assumem valores iguais à 0.411, 14, 10^4 , 0.5 respectivamente.

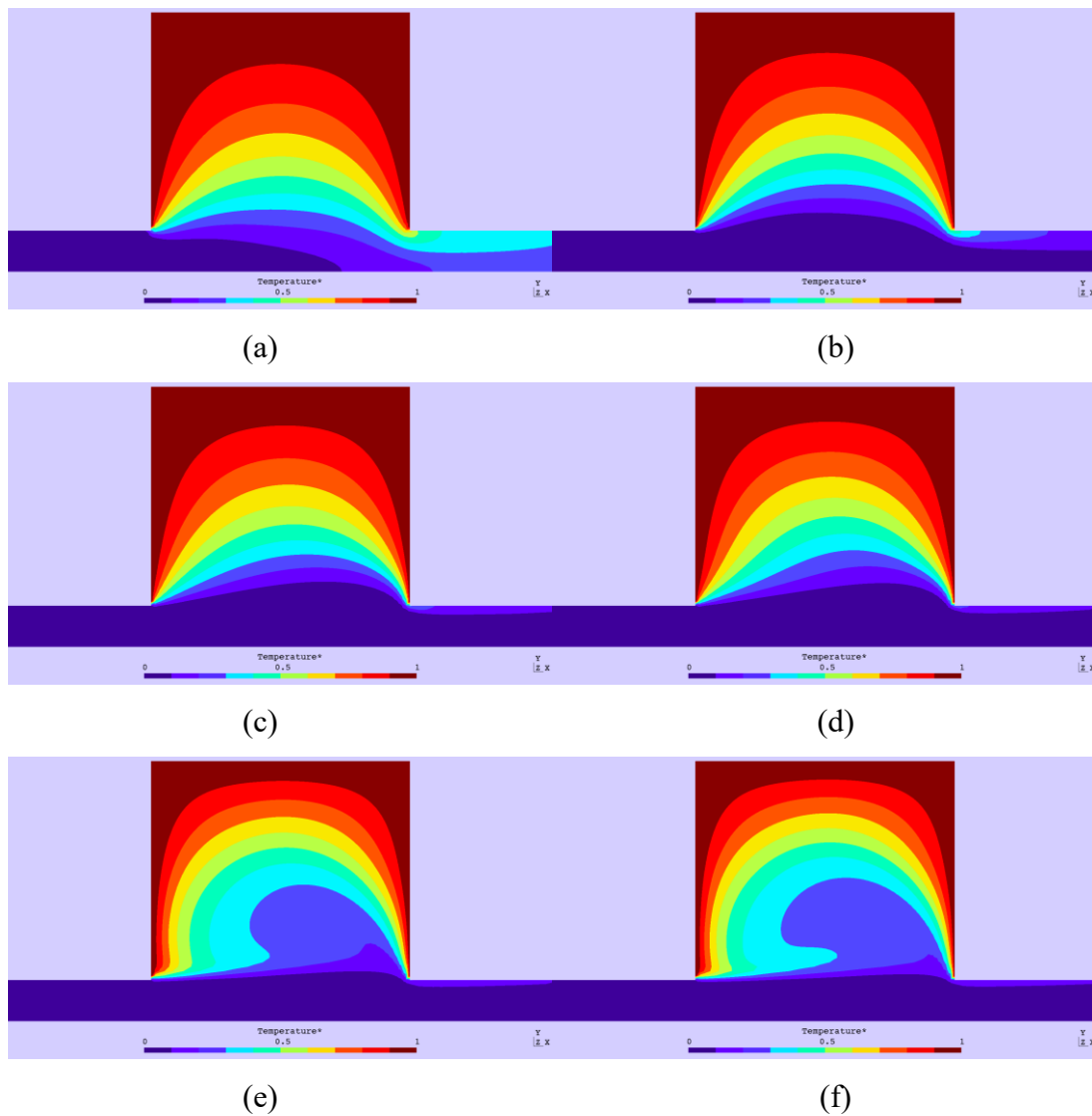


Figura 10. Comportamento das camadas de temperatura para variação do número de Reynolds (a) $Re=1$; (b) $Re=5$; (c) $Re=20$; (d) $Re=25$; (e) $Re=35$; (f) $Re=40$.

As imagens dos campos de temperatura dizem muito sobre a forma como o escoamento está se comportando, é possível notar que para $Re=1$ o fluido a jusante da cavidade sofre grande influência da temperatura do fluido dentro da cavidade, sendo que este fenômeno diminui conforme o Reynolds aumenta. Já dentro da cavidade, para baixos números de Reynolds, o campo de temperatura apresenta comportamento laminar e manifesta um aumento gradativo da temperatura quando se aproxima da

parede da cavidade, mas entre $Re = 20$ e $Re = 25$ há uma perturbação no escoamento que desorganiza o campo de temperatura.

A perturbação no campo de temperatura é induzida pela presença de um vórtice no interior da cavidade que tem sua intensidade aumentada com o aumento de Re . Assim como descrito na seção 2.9, o número de Reynolds traduz a relação das forças de inércia versus as forças viscosas. Assim, para $Re = 1$, as forças de inércia tem mesma magnitude que as forças viscosas, e para $Re > 1$ as forças de inércia prevalecem. Essa definição permite estudar a Fig. 9 com relação à inércia do escoamento em cada situação, sendo assim, para baixos Re o fluido do canal possui maior interação com o fluido dentro da cavidade e assim permitindo maior troca de informação térmica nesta seção, conseqüentemente, o fluido que está logo abaixo da cavidade está participando da transferência de calor com as paredes da cavidade e levando consigo esta informação para o canal a jusante. Conforme o número de Reynolds aumenta, o fluido vai perdendo esta capacidade de interação e segue o escoamento para jusante do canal sem ter sido submetido à troca térmica considerável quando comparado com o caso de baixo número de Reynolds. Por outro lado, entre $Re = 20$ e $Re = 25$ há um aumento na influência do escoamento do fluido do canal com o fluido que está dentro da cavidade, conforme aumenta-se a relação entre forças de inércia e forças viscosas, o fluido do canal induz um escoamento secundário mais ativo dentro da cavidade, esse escoamento secundário por sua vez conta com a presença de um vórtice, sendo que este aumenta o coeficiente convectivo no setor em que se encontra e causa uma perturbação nas camadas de temperatura.

A Fig. 11 apresenta os perfis das zonas rígidas para o escoamento analisado. Nestas imagens fica claro que há simetria no escoamento quando $Re = 1$, porém, conforme as forças de inércia vão aumento em relação às forças viscosas, essa simetria desaparece e os perfis de zonas rígidas vão assumindo outras configurações. Assim como nas camadas de temperatura, entre $Re = 20$ e $Re = 25$ surge um escoamento secundário mais atuante dentro da cavidade e a presença do vórtice induz um trajeto para o escoamento secundário que gera o perfil de zona rígida observado a partir da Fig.10 (d). Próximo ao centro do vórtice as velocidades relativas entre as partes de fluido diminuem e induzem a zona rígida nesta região, conforme o número de Reynolds aumenta as dimensões desse vórtice aumentam e a zona rígida próxima ao centro do vórtice também aumenta. Porém, com o crescimento da ação do escoamento secundário dentro da cavidade e o aumento da região induzida pelo vórtice, a zona rígida superior

passa a ser influenciada pelo fluido com altas tensões de cisalhamento que, por fim, tendem a diminuí-la.

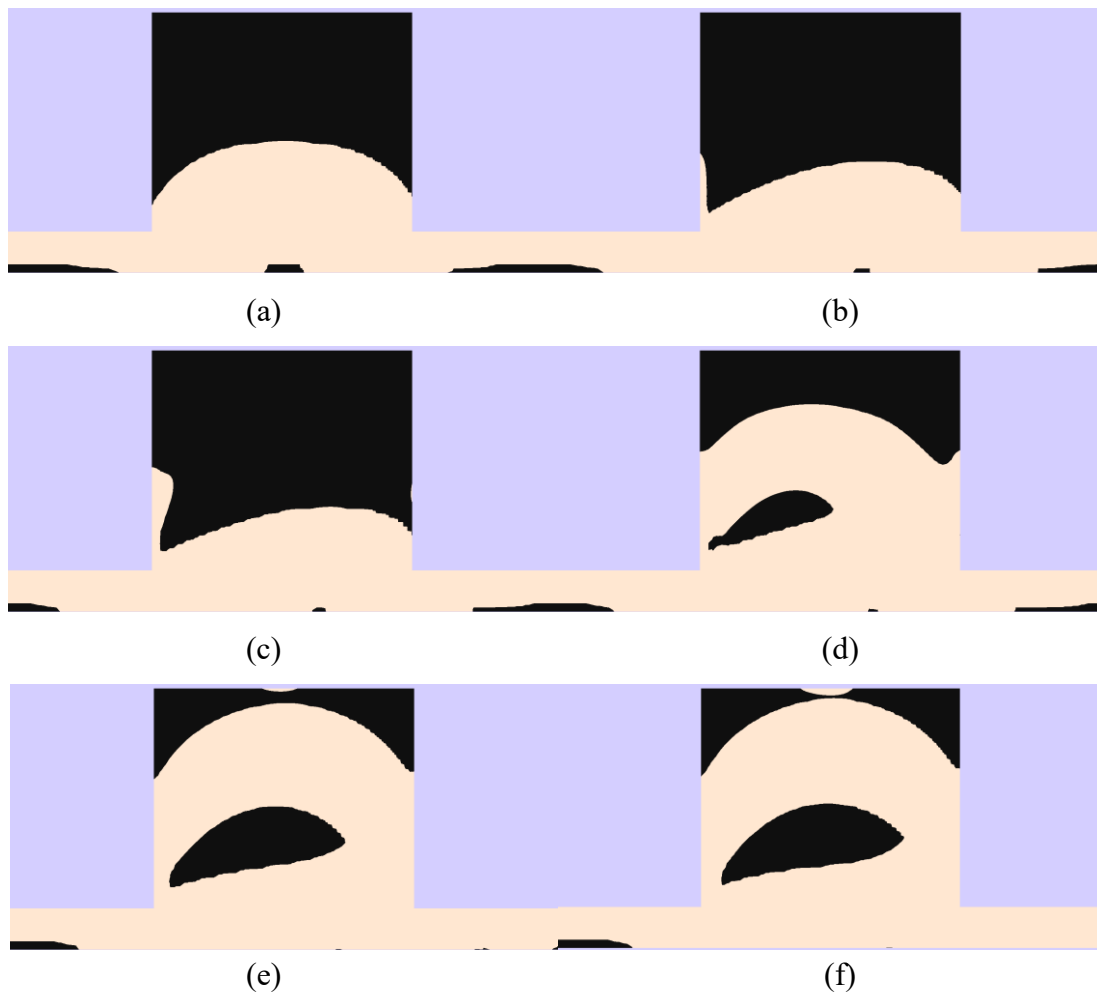


Figura 11. Perfil das zonas rígidas para variação do número de Reynolds (a) $Re=1$; (b) $Re = 15$; (c) $Re = 20$; (d) $Re = 25$; (e) $Re = 35$; (f) $Re = 40$.

A Fig. 12 plota a temperatura do fluido ao longo do eixo vertical de simetria da geometria de escoamento, representado pela linha que parte do ponto 7 e termina no ponto 8 representados na Fig. 8. Neste gráfico é possível observar que em $Re = 1$ o fluido parte de uma temperatura, no ponto 7, acima da temperatura com que ele adentrou no canal e sofre um aumento gradativo da temperatura até o ponto 8. Conforme o número de Reynolds aumenta, o fluido do canal perde interação com o fluido da cavidade, partindo do ponto 7 com a mesma temperatura com que adentrou o canal, temperatura 0, e sofre aumento gradativo da temperatura conforme se aproxima do ponto 8. Interessante analisar que a partir de $Re = 25$ as curvas de temperatura começam a sobrepor as demais curvas logo após atingir a dimensão $H1$, isso ocorre devido ao aumento na atividade do escoamento secundário, que possui trajetória tal que

acaba transportando as informações de temperatura para mais próximo da região de contato entre o fluido do canal e o fluido da cavidade. Observando as camadas de temperatura da Fig. 10 é possível constatar esta tendência. Uma vez que o vórtice aumenta o coeficiente convectivo da região, a temperatura em seu interior não possui grandes variações, sendo que a mesma volta a subir quando se aproxima da zona rígida superior e se aproxima da parede da cavidade. A Fig. 13, oferece informação do fluido a jusante da cavidade, entre o ponto 5 e 6. Este gráfico confirma a análise feita anteriormente para $Re = 1$, neste caso a grande interação do fluido do canal com o fluido da cavidade modifica toda temperatura do fluido que segue do ponto 5 para o ponto 6. Como as paredes do canal estão isoladas termicamente, então o fluido tende a trocar calor com ele mesmo e acaba homogeneizando a temperatura do escoamento a jusante da cavidade. Conforme o número de Reynolds aumenta, a baixa interação entre os dois setores da geometria tende a diminuir a informação de temperatura que será encaminhada para fora da cavidade, além disso, a pequena parcela de fluido com sofreu ganho de temperatura, troca calor com o resto do escoamento e a tendência de homogeneização diminui a temperatura global do escoamento a jusante da cavidade, logo a curva assume o aspecto decrescente apresentado na Fig. 13.

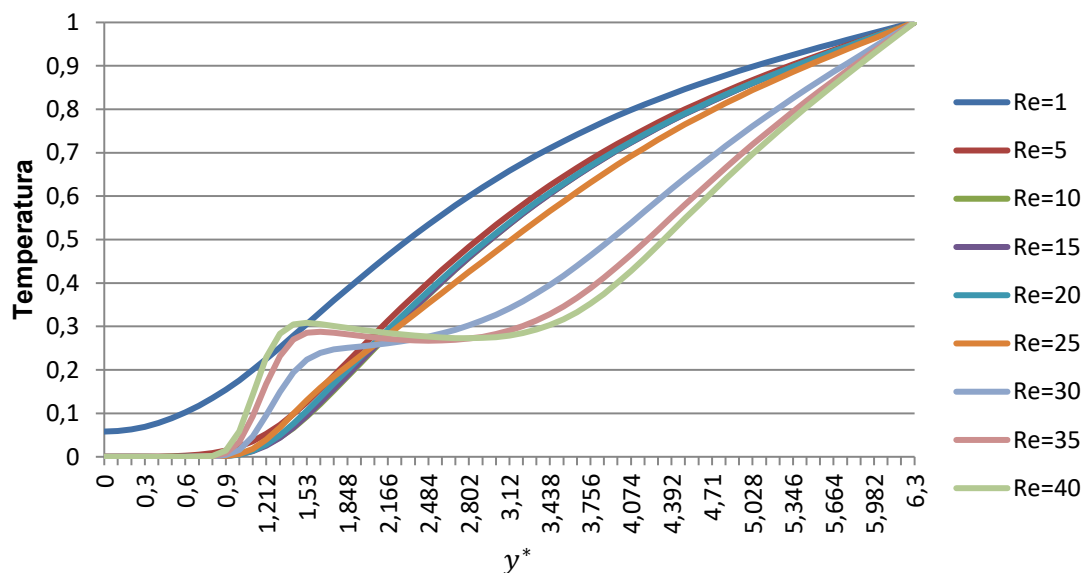


Figura 12. Distribuição da temperatura ao longo da linha de simetria da geometria de escoamento para diferentes números de Reynolds.

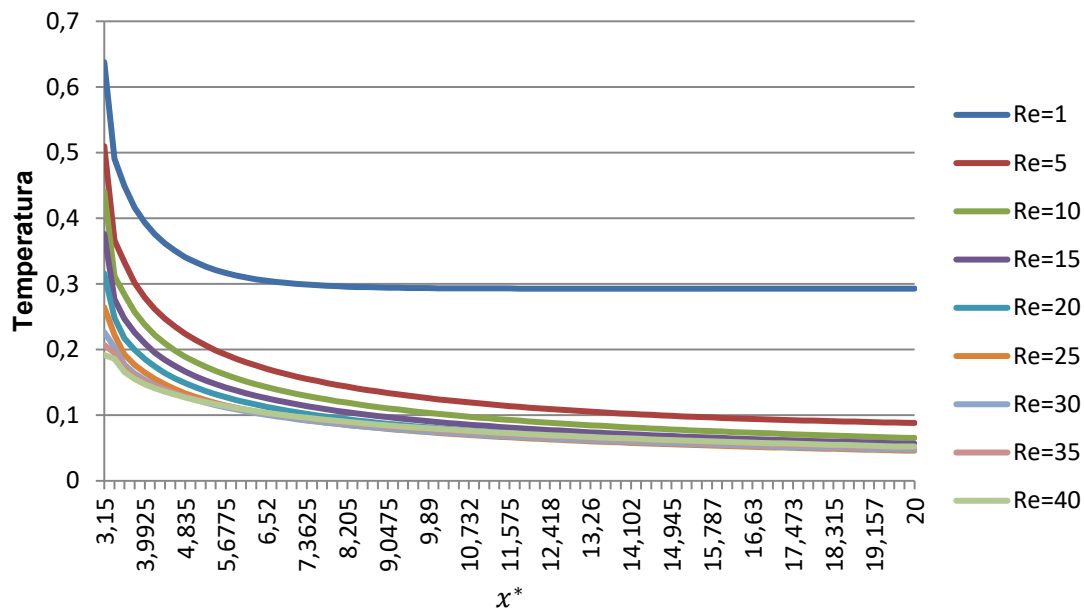


Figura 13. Distribuição de temperatura ao longo do trecho 5-6 para número de Reynolds variável.

O número de Nusselt expressa a razão entre a troca de calor por convecção pela troca de calor por condução. Para o caso estudado com variação do número de Reynolds, a variação do Nusselt global é apresentada na Fig.14. Um aspecto geral da curva sugere que o aumento do Re gera um aumento do Nu , essa informação pode ser associada à presença de zona rígida em cada escoamento, sendo que nestas zonas há maior troca térmica por condução quando comparado com as regiões escoadas. Na Fig. 11 é notável o aumento da zona rígida conforme diminui o número de Reynolds e consequentemente diminuindo o Nusselt desses escoamentos. O aumento das forças de inércia sobre as forças viscosas tendem a diminuir as zonas rígidas causando o aumento do Nusselt. Quando Re assumi valores maiores que 25, o escoamento secundário modifica o perfil das zonas rígidas, de forma que as mesmas permanecem diminutas, em relação ao observado para baixos valores do número de Reynolds, causando um salto no número de Nusselt

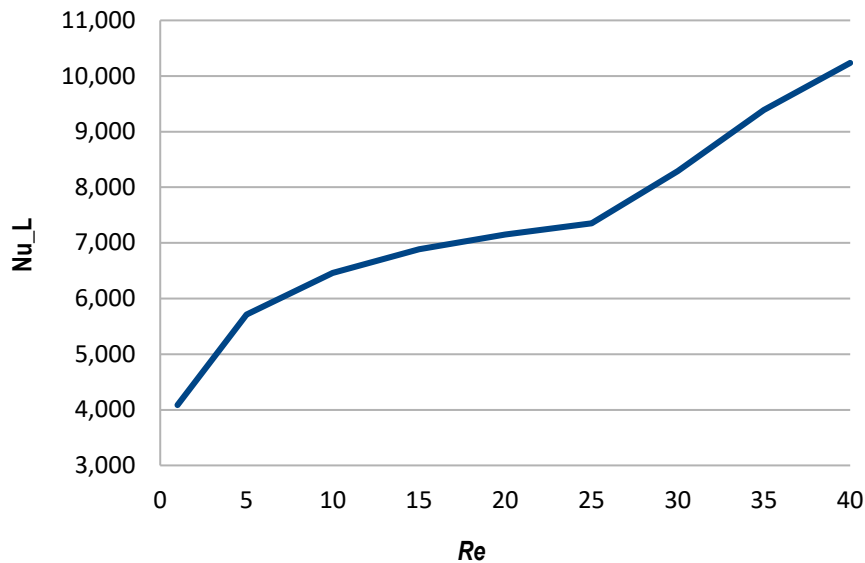
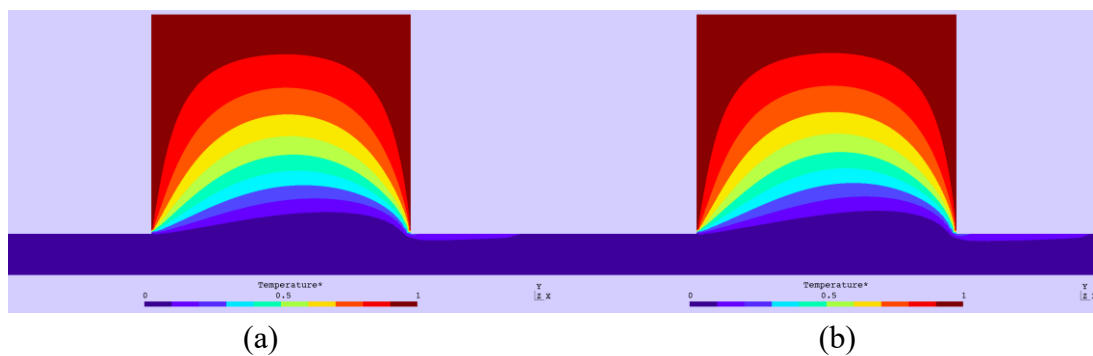


Figura 14. Variação do Nusselt médio na cavidade em função do número de Reynolds.

3.3. Variação do índice de *power-law*

O parâmetro analisado nesta seção está diretamente relacionado com o comportamento da viscosidade de um fluido viscoplástico para escoamentos com tensões acima da tensão limite (τ_0). Para $n < 1$, na região deformada o fluido possuirá comportamento de um fluido *shear-thinning* (pseudoplástico) e atenderá a proposta de fluido viscoplástico de Herschel-Bulkley, já para $n = 1$, a viscosidade tem comportamento linear e se aproxima de um comportamento newtoniano, após o vencimento da tensão limite de escoamento, sendo este comportamento linear descrito pelo modelo proposto por Bingham.

Na Fig. 15 as camadas de temperatura são apresentadas para índices de *power-law* variando de 0,25 a 1. Nesta condição de estudo o número de Reynolds, número de Prandtl, *jump number* e *plastic number* são mantidos constantes, com valores iguais a 24.87, 14, 10^4 , 0.411 respectivamente.



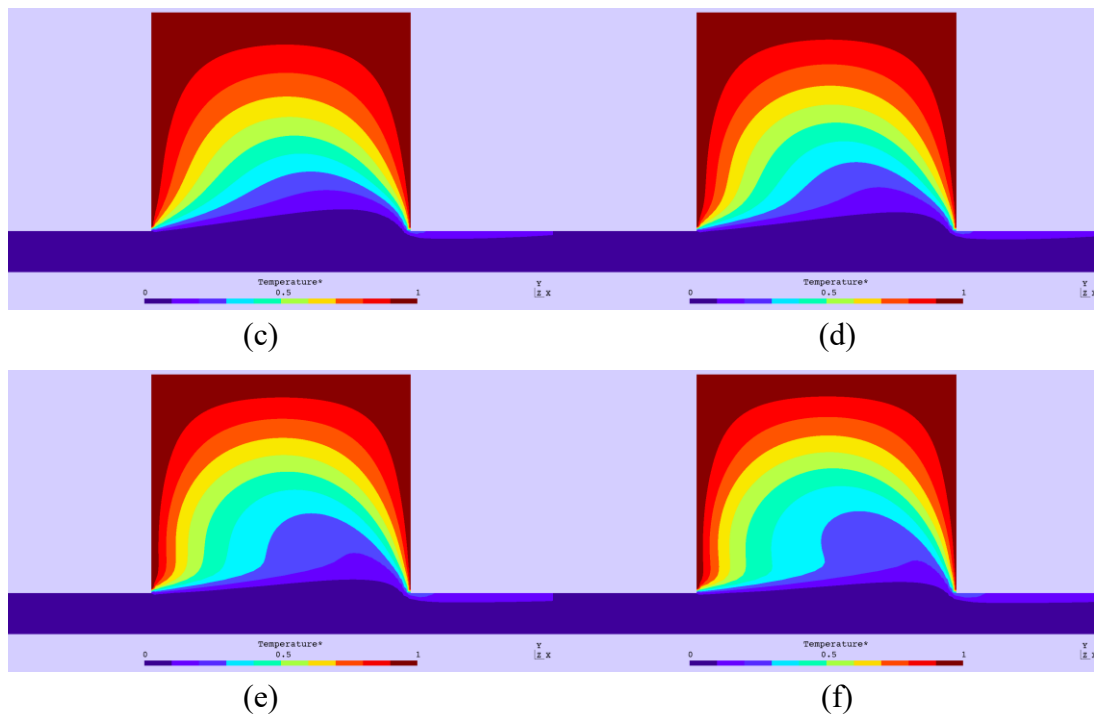


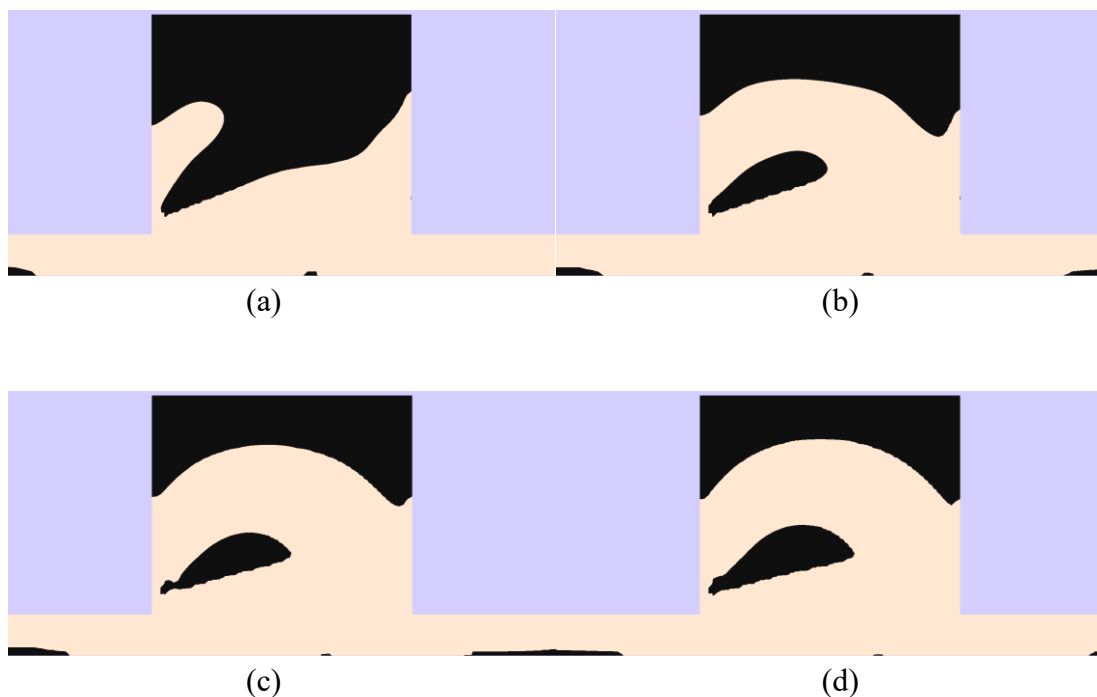
Figura 15. Comportamento das camadas de temperatura para variação do índice *power-law* (a) $n = 0.25$; (b) $n = 0.40$; (c) $n = 0.55$; (d) $n = 0.65$; (e) $n = 0.85$; (f) $n = 1.0$.

O comportamento das zonas de temperatura com o aumento do índice de *power-law* apresentaram comportamento global próximo ao analisado para o aumento do número de Reynolds. A principal diferença entre os efeitos da variação dos dois parâmetros é observada no estudo da distribuição de temperatura no canal a jusante da cavidade. Neste setor a distribuição de temperatura no canal, 5 até 6, aumenta conforme o n aumenta, isto é, comportamento contrário ao observado para o Re . Vale enfatizar que neste estudo o número de Reynolds é mantido constante, logo, conforme a viscosidade aumenta e consequentemente as forças viscosas também, é necessário o aumento das forças de inércia para que o Re siga inalterado.

A análise da cavidade para baixos índices de *power-law* apresenta zonas térmicas com comportamento laminar, com gradiente de temperatura bem definido do centro da cavidade até o fluido em contato com a parede. Conforme explicitado na seção anterior, altos números de Reynolds diminuem a interação do canal com a cavidade, isso também é observado nestes primeiros casos de n baixos, uma vez que o Re foi mantido igual a 24.87 em todas as simulações. Portanto não é possível visualizar grandes gradientes de temperatura entre o fluido do canal e o fluido da cavidade. Com o aumento do índice *power-law* a viscosidade no escoamento aumenta e a coesão entre as partes de fluido também aumenta, e assim é possível retirar o fluido da cavidade e transportá-lo para o canal a jusante, o que provoca este aumento da camada de

temperatura entre o ponto 5 e 6. Uma vez que a coesão entre as partes de fluido aumenta, o escoamento do canal apresenta maior influência no escoamento secundário dentro da cavidade e novamente é possível constatar o surgimento de um vórtice que altera as camadas de temperatura utilizando o mesmo mecanismo apresentado na seção anterior.

A influência do escoamento secundário é observada a partir da Fig. 15 (c) onde já é possível avaliar uma tendência à desorganização das zonas térmicas. A Fig. 16 fornece a variação do perfil das zonas rígidas com o aumento do n . A zona rígida se concentra dentro da cavidade, setor onde as velocidades relativas são menores e consequentemente as tensões são baixas. Com índice de *power-law* baixo, o fluido do canal possui pouca interação com a cavidade e assim induz um escoamento secundário pouco atuante. Com um pequeno aumento do n é possível observar a quebra de vínculo entre as zonas rígidas, sendo que isto é causado pela maior influência do escoamento principal sobre o escoamento secundário, decorrente do aumento da viscosidade. O trajeto do escoamento secundário governado pelo vórtice é evidenciado e assume proporções cada vez maiores. *A priori* é observada uma diminuição da zona rígida próxima ao centro do vórtice e uma organização do perfil da zona rígida superior que tende à simetria. O aumento do vórtice no escoamento causa o aumento da zona rígida próxima ao centro do mesmo, isso ocorre devido à grande proporção que o escoamento secundário assume e, consequentemente, o centro do vórtice, onde há baixas tensões de cisalhamento, também tende a crescer.



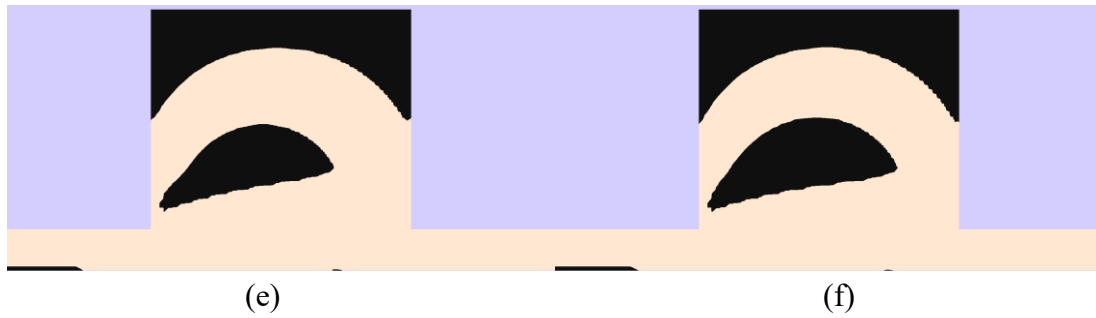


Figura 16. Comportamento do perfil das zonas rígidas para diferentes índices *power-law* (a) $n = 0.25$; (b) $n = 0.40$; (c) $n = 0.55$; (d) $n = 0.65$; (e) $n = 0.85$; (f) $n = 1.0$.

A Fig. 17 apresenta o perfil de temperatura entre o ponto 7 e 8. Ao contrário do que ocorre com o número de Reynolds, neste caso todos os perfis de temperatura partem do ponto 7 com temperatura igual a 0 e passam a sofrer aumento conforme se aproxima da cavidade, onde há maior troca de calor devido à proximidade com as paredes que possuem diferencial de temperatura. A partir de $n = 0.55$ é observado a sobreposição das curvas apresentando um aumento da temperatura quando adentra a cavidade. Este fenômeno ocorre através do mesmo mecanismo observado no aumento do número de Reynolds. O aumento no coeficiente convectivo, devido às maiores velocidades induzidas ao escoamento secundário, cria uma região onde há maior homogeneização da temperatura e consequentemente um aumento de temperatura abrupto do canal para dentro da cavidade.

A Fig. 18 reforça a análise feita com as camadas de temperatura na Fig. 14, ou seja, com o aumento do índice *power-law* o fluido do canal apresenta maior capacidade de transportar parte do fluido de dentro da cavidade para fora da mesma. Sendo assim, os perfis de temperatura a jusante da cavidade tendem a aumentar conforme o n aumenta. Além disso, a troca térmica existente devido à diferença de temperatura entre o fluido que está sendo carregado e o fluido do canal causa a diminuição da temperatura global e o perfil apresenta uma inclinação negativa, diferindo do que foi observado para $Re = 1$.

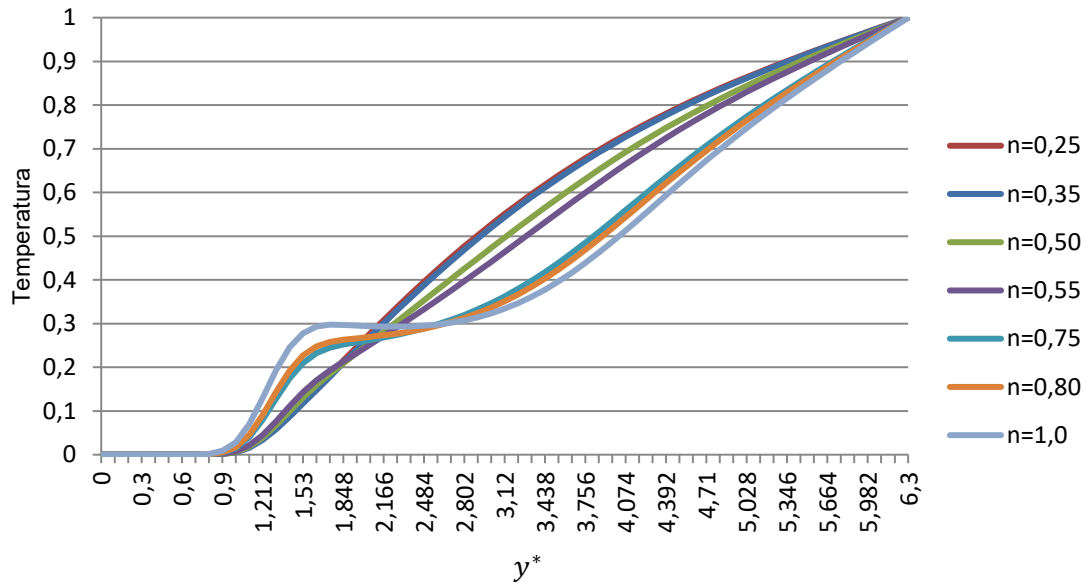


Figura 17. Distribuição da temperatura ao longo da linha de centro da geometria de escoamento para diferentes índices $power-law$.

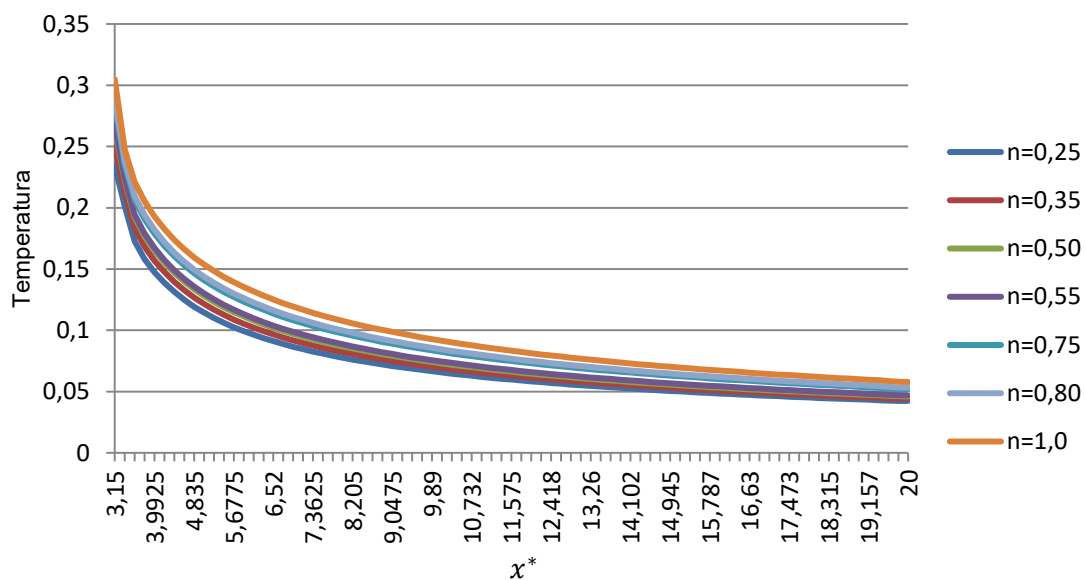


Figura 18. Distribuição de temperatura ao longo do trecho 5-6 para índice $power-law$ variável.

O aspecto global da Fig. 19 apresenta o que foi discutido nesta seção. O aumento do índice de $power-law$ causa aumento no coeficiente convectivo, devido ao crescimento do vórtice, que por sua vez aumenta o Nusselt médio do escoamento. Da mesma forma que justificado na seção anterior, o aumento do Nusselt médio pode ser associado à diminuição nas dimensões das zonas rígidas no escoamento. Baixos n provocam baixa participação do escoamento secundário dentro da cavidade e consequentemente baixas tensões dentro da mesma, o que aumenta o aparecimento de zonas rígidas, mantendo o Nusselt médio baixo. A maior participação do escoamento secundário dentro da cavidade, proporcionado pelo aumento do n , causa o aumento do

coeficiente convectivo do escoamento de determinados pontos e por fim causa o aumento do Nusselt médio. O perfil da curva apresentado na Fig.19 é decorrente do surgimento do vórtice em aproximadamente $n=0,55$, causando um aumento considerável do Nusselt médio conforme é aumentado o índice de *power-law*.

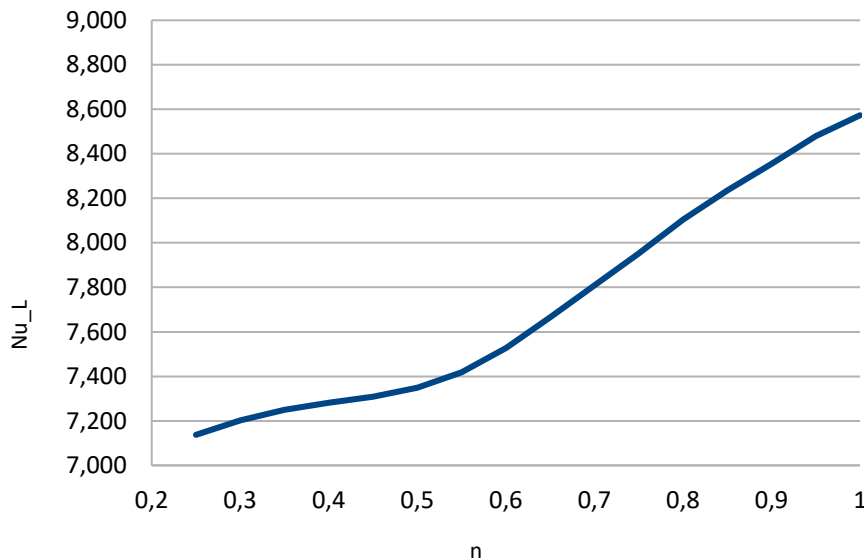


Figura 19. Variação do Nusselt médio na cavidade para diferentes índices *power-law*.

3.4. Variação do *plastic number*

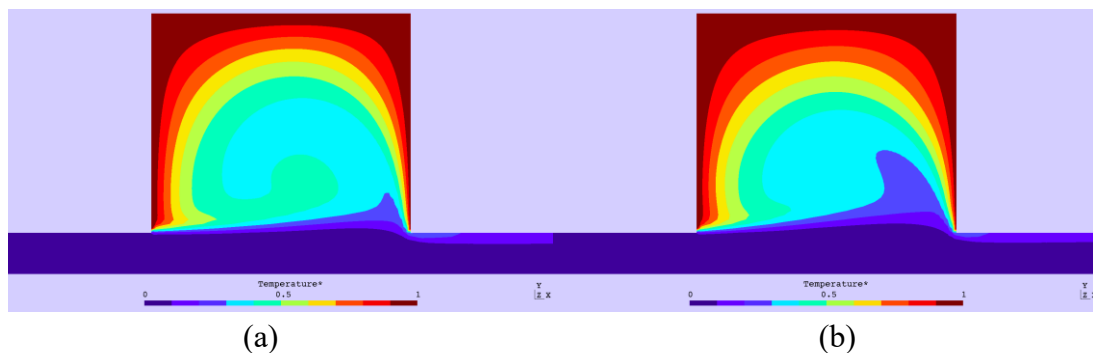
Neste item serão apresentados resultados obtidos via simulação numérica, de um escoamento variando apenas o adimensional *plastic number*. Ao longo deste item serão apresentadas imagens e discussões sobre a distribuição de temperatura no escoamento e configuração das zonas rígidas.

O escoamento estudado nesta seção possui variação apenas do *plastic number*, sendo assim, o número de Reynolds é fixado em 24.87, o número de Prandtl é 14, o *jump number* permanece fixo e igual a 10^4 , e o índice de *power-law* é fixo em 0,5. Portanto, as análises que seguem possuem influência apenas do *plastic number*.

O parâmetro adimensional estudado é submetido à uma variação que parte de 0,083 até 0,727. A Eq. (2.75) sugere a influência da variação do *plastic number*, isto é, quanto mais próximo de 0 menos viscoplástico é o fluido pois menor deverá ser a tensão limite para que o fluido comece a escoar. Essa consideração é possível já que os demais fatores que poderiam gerar variação foram fixados, logo, apenas o τ_0 e a velocidade característica possuem flexibilidade. Para número plástico próximo a 1, mais viscoplástico é o fluido e mais alta será a tensão limite para que o fluido escoe, o que facilita o aparecimento de zonas rígidas. Uma vez fixado $n = 0.5$, é possível constatar

que o fluido possuirá comportamento pseudoplástico. Caso o *plastic number* seja igual a 0, o fluido será puramente pseudoplástico.

A Fig. 20 apresenta as zonas térmicas para diversos escoamentos com diferentes valores do *plastic number*. Devido ao valor do número de Reynolds fixado nestas simulações já é esperado uma baixa interação das camadas térmicas da cavidade com as camadas térmicas do canal. Ao contrário do que foi observado nos parâmetros anteriores, baixos *plastic number* geram perturbações nas zonas térmicas, sendo que o aumento do mesmo tende a organiza-las. Este fenômeno acontece devido ao fato de que para baixas tensões limites o fluido possui maior facilidade para escoar, portanto o escoamento é mais influenciado pelas forças externas. Em $Pl = 0.083$, o fluido possui baixa influência de sua viscoplasticidade, o que permite o escoamento principal encontrar maior facilidade em induzir um escoamento secundário dentro da cavidade, e assim produz um vórtice que desorganiza as camadas de temperatura utilizando os mesmos mecanismos citados nas seções anteriores. A facilidade em escoar o fluido e o tamanho do vórtice formado dentro da cavidade, observado pelo semicírculo criado pela camada de temperatura da Fig.20 (a), impulsionam partes de fluido para fora da cavidade, causando um gradiente de temperatura maior no canal a jusante da cavidade. Conforme o *plastic number* aumenta, a tensão limite também aumenta e o fluido passa a apresentar maiores restrições no escoamento, uma vez que o mesmo tende a migrar para zona rígida mais facilmente. Este acontecimento diminui a ação do escoamento secundário e tende a diminuir os efeitos discutidos anteriormente, até neutralizá-los.



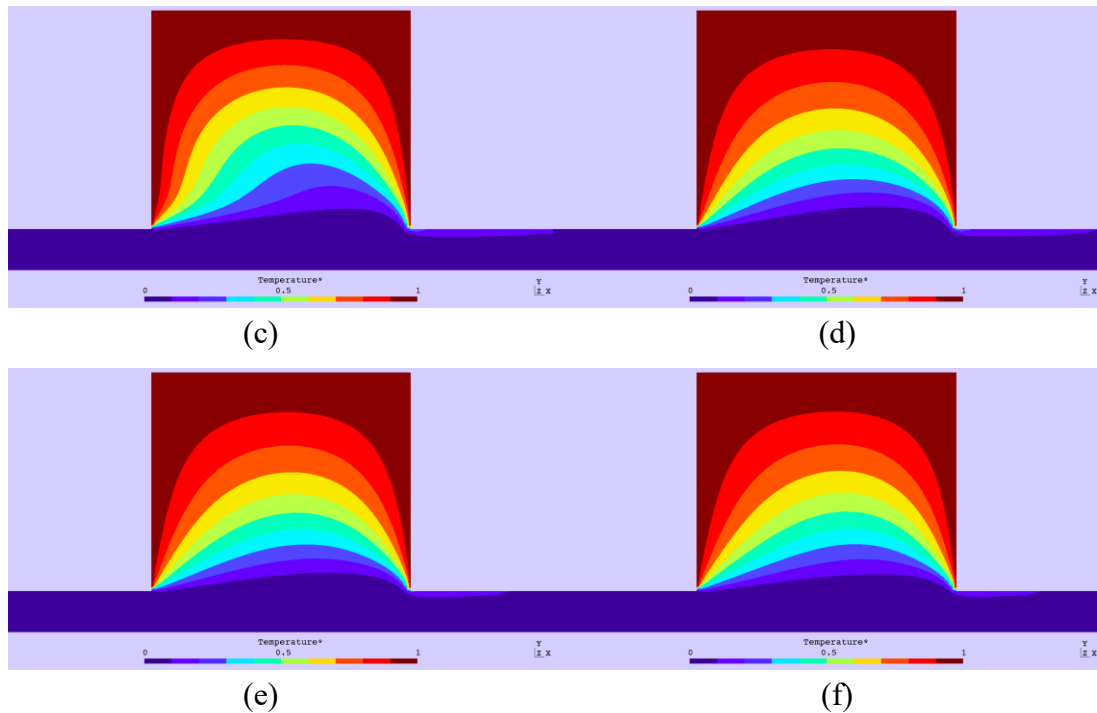


Figura 20. Comportamento das camadas de temperatura para variação do *plastic number* (a) $Pl = 0.083$; (b) $Pl = 0.233$; (c) $Pl = 0.380$; (d) $Pl = 0.449$; (e) $Pl = 0.727$; (f) $Pl = 0.796$.

O comportamento da zona rígida no escoamento pode ser observado na Fig. 21. Para $Pl=0$, o escoamento não apresenta zonas rígidas, pois todas as tensões atuantes estão acima da tensão limite. Conforme o fluido passa a ser dotado de viscoplasticidade, as zonas rígidas começam a surgir, é possível observar na Fig.21 (b) o trajeto do fluido causado pelo escoamento secundário e o surgimento da zona rígida próxima ao centro do vórtice e próxima aos vértices da cavidade, local onde há baixas velocidades relativas, o que propicia o aparecimento dessas regiões. O perfil criado pelo vórtice começa a ser restringido pelo aumento do τ_0 , o que diminui a capacidade de troca térmica na cavidade. Quando o *plastic number* assume um valor entre 0.437 e 0.449 o vórtice é eliminado e o escoamento primário perde capacidade de indução do escoamento secundário. É possível observar que a cavidade começa a ter predominantemente zona rígida e o escoamento no canal passa a sofrer influência do aumento do número plástico também.

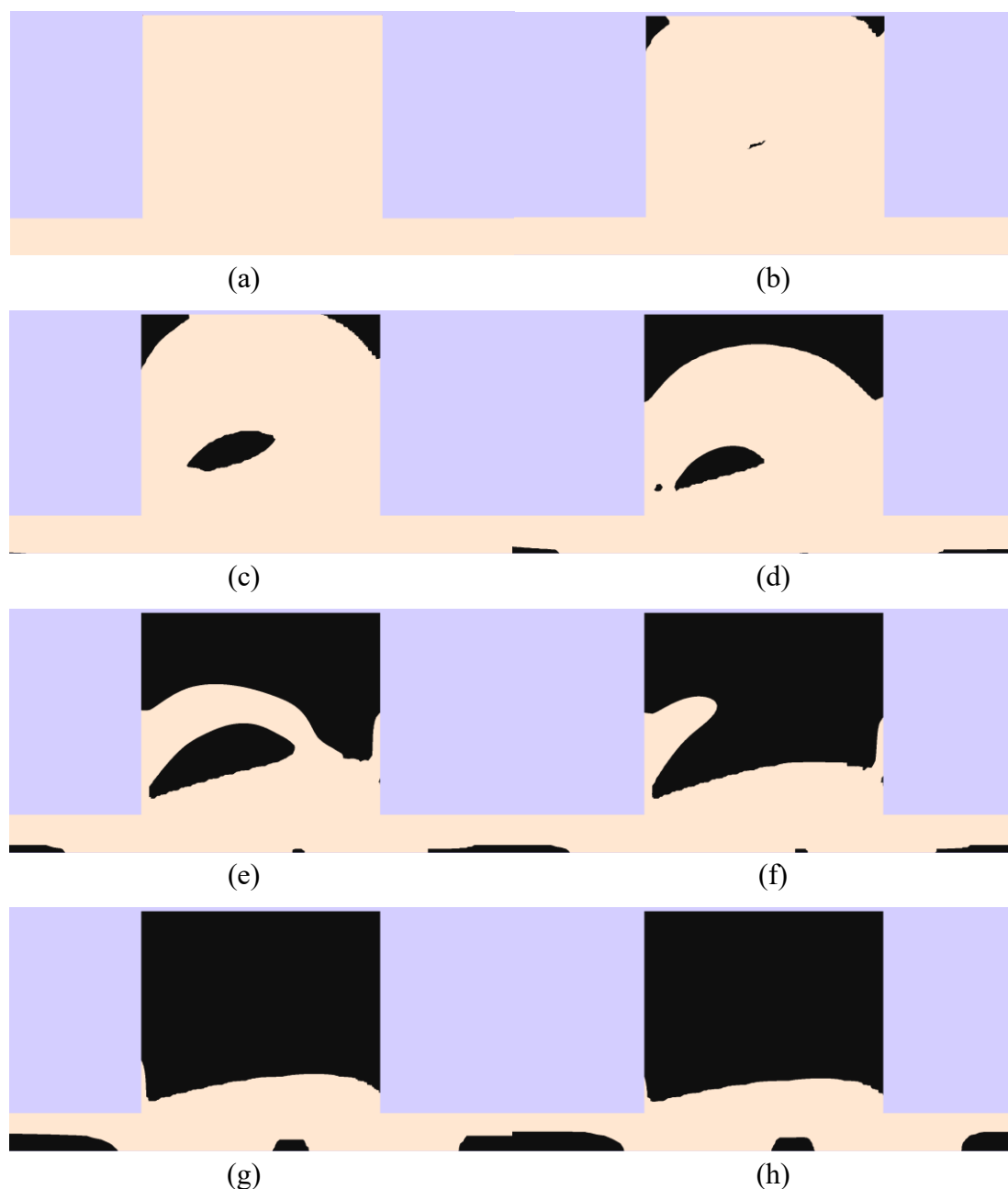


Figura 21. Perfil das zonas rígidas para diferentes valores de *plastic number* (a) $Pl = 0.083$; (b) $Pl = 0.145$; (c) $Pl = 0.233$; (d) $Pl = 0.380$; (e) $Pl = 0.437$; (f) $Pl = 0.449$; (g) $Pl = 0.727$; (h) $Pl = 0.796$;

A Fig. 22 plota os perfis de temperatura entre o ponto 7 e o ponto 8, apresentado o que foi discutido anteriormente. Para baixos valores de *plastic number*, o escoamento é facilmente induzido e há pouca zona rígida influenciando o mesmo. O aumento da zona rígida causa a diminuição no tamanho do vórtice, até o ponto em que este desaparece e o escoamento secundário perde proporções.

Devido ao aumento da zona rígida dentro da cavidade, o coeficiente convectivo diminui e o fluido sofre menos influência da troca térmica causada pelo vórtice. Essa informação pode ser observada pelo aumento gradativo da temperatura para altos

números plásticos, mas um aumento abrupto da temperatura em baixos números plásticos.

A distribuição de temperatura no canal a jusante da cavidade é fornecida na Fig. 23, a facilidade que o fluido encontra em escoar e o vórtice na cavidade auxiliam a saída de partes de fluido para o canal, essa constatação é observada na Fig. 20 (a) e representada no gráfico da Fig. 23. Com o aumento das zonas rígidas, ocasionada pelo aumento do número plástico, o escoamento secundário e restringido e a cavidade fica cada vez mais dominada por estas regiões, dificultando que algum fluido seja impulsionado para fora da mesma.

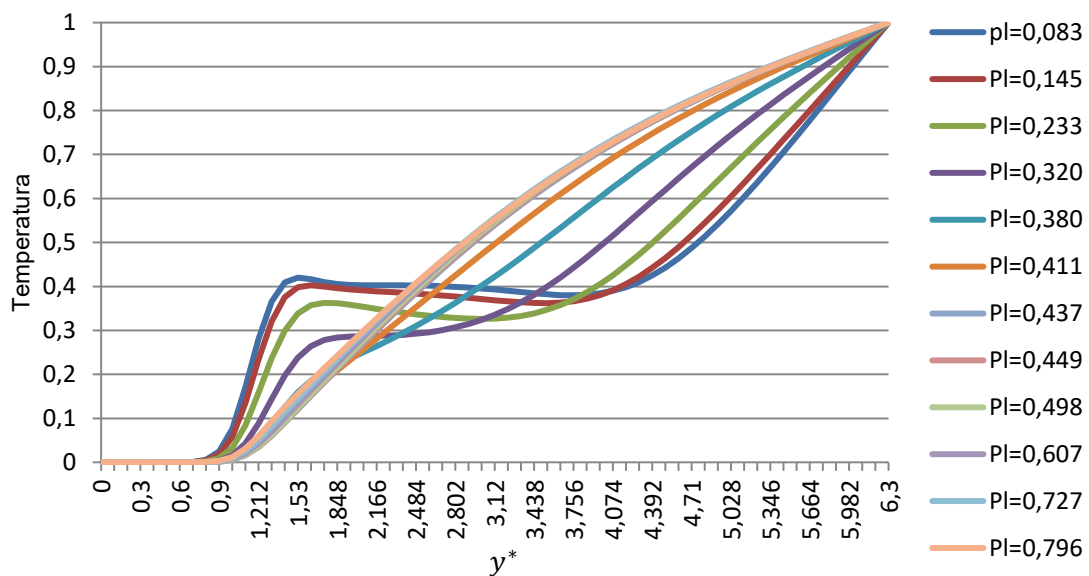


Figura 22. Distribuição da temperatura ao longo da linha de centro da geometria de escoamento para diferentes valores de *plastic number*.

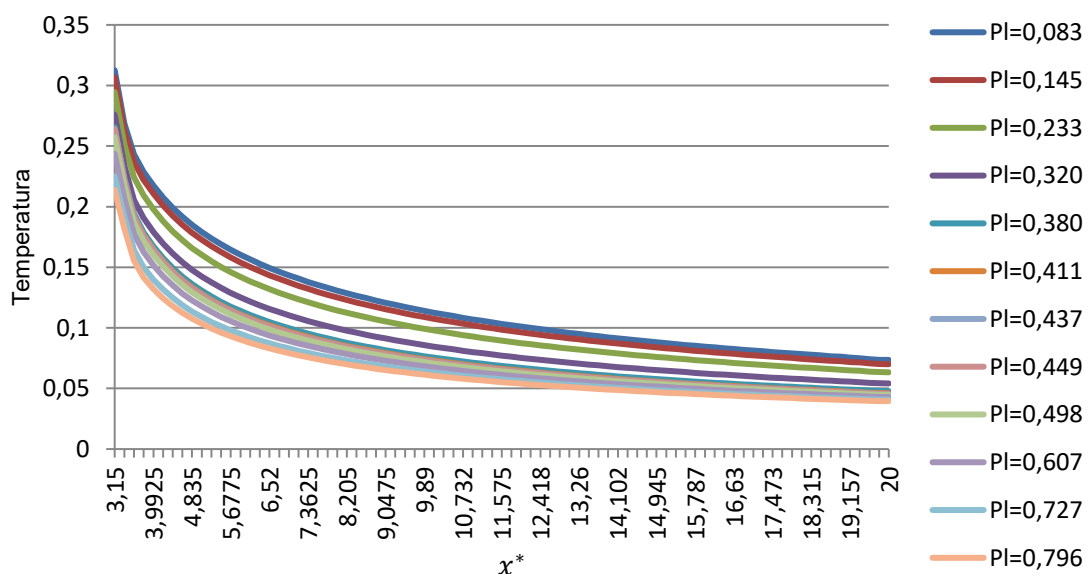


Figura 23. Distribuição de temperatura ao longo do trecho 5-6 para *plastic number* variável.

Assim como explicado anteriormente, o número de Nusselt fornece uma razão entre a troca de calor por convecção versus a troca de calor por condução. Uma vez que nas zonas rígidas a troca de calor por condução possui maior influência quando comparado com as regiões deformadas, o aumento destas zonas causa a diminuição do número de Nusselt.

No começo da análise, para baixos *plastic number*, a constante restrição ao crescimento do vórtice gera uma diminuição na troca de calor por convecção e, por isso, uma diminuição no número de Nusselt. Em uma região de número plástico compreendido entre $Pl = 0.437$ e $Pl = 0.449$ o vórtice é eliminado e as zonas rígidas passam a predominar na cavidade. Sendo assim, com Nusselt baixo devido ao fim do vórtice, as zonas rígidas passam a ter um crescimento mais ameno e apresentar influência menos considerável no Nusselt, quando comparada aos efeitos relacionados com a restrição continua do vórtice. Este fenômeno é observado pelo perfil da curva do Nusselt da Fig. 24.

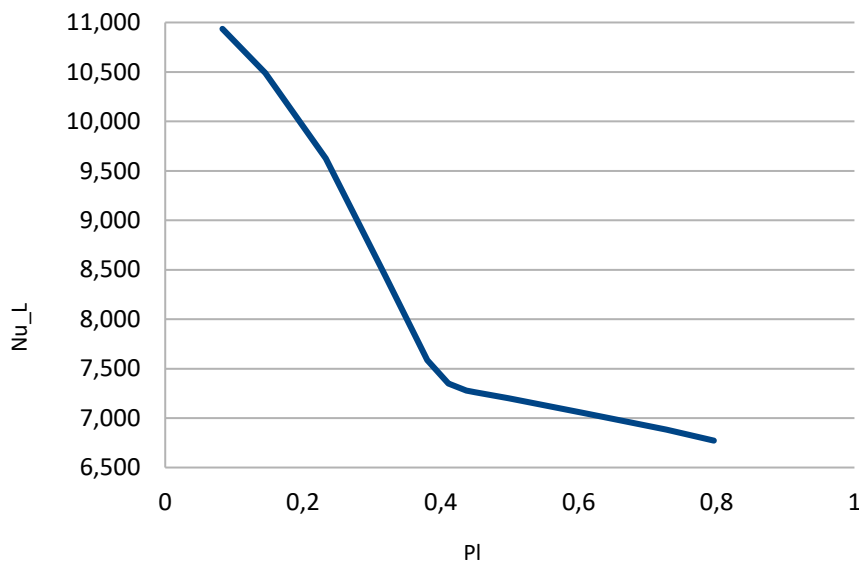


Figura 24. Variação do Nusselt médio na cavidade em função do *plastic number*.

4. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho objetivou-se o estudo da influência da variação do número de Reynolds, índice de *power-law* e *plastic number* em um escoamento de fluido viscoplástico SMD com influência da transferência de calor, porém foi desconsiderado a influência da temperatura sobre a viscosidade do fluido. O estudo foi realizado utilizando o código de simulação NNFEM.

As variações do número de Reynolds, mantendo os demais adimensionais fixos, mostrou que, para faixa estudada, o aumento do número de Reynolds diminui a interação térmica do canal com cavidade, porém há o aumento da participação de um escoamento secundário que causa o aumento da troca de calor por convecção e consequentemente o aumento do Nusselt médio. O acréscimo do valor deste parâmetro apresentou uma perda na temperatura do canal à jusante da cavidade, devido à baixa interação entre as partes de fluido que se encontram em diferentes setores da geometria. O perfil das zonas rígidas, por sua vez, apresentam a presença de um vórtice dentro da cavidade e que influencia na distribuição das tensões.

Para variação do índice de *power-law* foi observado características próximas ao do escoamento com variação do número de Reynolds, porém, o aumento da coesão entre as partes de fluido auxiliou no aumento da temperatura na parede do canal a jusante da cavidade. O fluido presente no canal apresentou maior capacidade em retirar o fluido aquecido de dentro da cavidade. Já o escoamento secundário, quando comparado com o aumento das forças de inércia em relação às forças viscosas, possui às mesmas características para o aumento do índice de *power-law*.

As simulações numéricas para a variação do *plastic number* forneceram respostas intrínsecas a este adimensional. Ao contrário do que foi observado nos parâmetros anteriores, o aumento do *plastic number* por sua vez diminui a capacidade de interação térmica do fluido do canal com o fluido da cavidade conforme sofre acréscimo. Esta avaliação apresentou a conclusão de que o aumento do *plastic number* restringe o escoamento, devido ao aumento da tensão limite e consequentemente provoca o aumento das zonas rígidas também, diminuindo a capacidade de troca térmica por convecção e, portanto, diminuindo o Nusselt médio. O aumento da predominância de zona rígida dentro da cavidade também provocou uma diminuição na temperatura da parede do canal a jusante da mesma.

Para dar continuidade ao estudo da influência das propriedades reológicas de um fluido viscoplástico na transferência de calor, pode-se sugerir como perspectiva futura:

- Estudar a influência da temperatura na variação do número de Prandtl;
- Estudar a influência da temperatura para número de Reynolds acima de 40;
- Implementar a influência da temperatura na viscosidade.

5. REFERÊNCIAS

- Chhabra, R.P.; Richardson, J.F. “*Non-Newtonian Flow in the Process Industries*” 1st. ed. Butterworth – Heinemann, 1999;
- Chhabra, R.P.; Shyam, R. “*Effect of Prandtl number on heat transfer from tandem square cylinders immersed in power-law fluids in the low Reynolds number regime*”, International Journal of Heat and Mass Transfer, 2012;
- Chhabra, R.P.; Nirmalkar, N.; Bose, A. “*Free convection from a heated circular in Bingham plastic fluids*” International Journal of Thermal Sciences, 2014;
- De Souza Mendes, P.R. “*Dimensionless non-Newtonian fluid mechanics*” Journal of non-Newtonian fluid mechanics, 2007
- (a) De Souza Mendes, P. R.; Dutra, E.S.S. “*Viscosity Function for Yield-Stress Liquids*”, Applied Rheology, 2004;
- (b) De Souza Mendes, P.R.; Dutra, E.S.S. “*A Viscosity Function for Viscoplastic Liquids*”, Annual transactions of the nordic rheology society, 2004
- De Souza Mendes, P.R. “*Modeling the thixotropic behavior of structured fluids*”, Journal of Non-Newtonian fluid mechanics, 2009;
- De Souza mendes, P.R.; Naccache, M.F.; Soares, M. “*Heat transfer to viscoplastic materials flowing laminarly in the entrance region of tubes*”, International Journal of Heat and Fluid Flow, 1999;
- De Souza mendes, P.R.; Naccache, M.F.; Soares, M. “*Heat transfer to viscoplastic materials flowing axially through concentric annuli*”, International Journal of heat and fluid flow, 2003;
- Dos Santos, D.D.; Furtado, G.M.; Frey, S.; Naccache, M.F.; De Souza Mendes, P.R. “*Numerical onvestigation of elastic and viscous effects on inertial viscoplastic fluid flows*”, 22nd International Congress of Mechanical Engineering, 2013;
- Dos Santos, D.D. “*Numerical Simulation of Mixed Covection from a Cylinder Immersed in Viscoplastic Fluids*”, 16th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, 2016;
- Dos Santos, D.D.; Machado, L.G.S. “*Numerical Investigation of Forced Convection of Non-Newtonian Fluids Across a Square Cylinder*”, 23rd International Congress of Mechanical Engineering, 2015;
- Dos Santos, D.D.; Padilla, E.L.M.; Filho, E.P.B.; Fontes, D.H. “*Numerical study of natural convection of nanofluids based on mineral oil with properties evaluated experimentally*”, International communications in heat and mass transfer, 2017;

Franca, L.P.; Frey, S.L.; Hughes, T.J.R. “*Stabilized finite elements methods: I. Application to the advective-diffusive model*”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1992;

Georgiou, T.C.; Georgiou, G.C.; Alexandrou, A.N. “*Viscous Fluid Flow*” 1st. Ed. New York: CRC Press LLC, 2000;

Incropera, F.P.; Dewitt, D.P.; Bergman, T.L.; Adrienne, S.L. “*Fundamentals of heat and mass transfer*” 6th. Ed. John Wiley and Sons, 2007;

Joshi, S.D. “*Heat transfer in in-tube flow of non-Newtonian fluids*”, Retrospective Theses and Dissertations, 1978;

Labsi, N.; Benkahla, Y.K.; Boutra, A.; Ammouri, A. “*Heat na Flow properties of a temperature dependente viscoplastic fluid including viscous dissipation*”, Journal of Food Process Engineering, 2012;

Nouar, C.; Lebouche, M.; Devienne, R. “*Numerical analysis of the termal convection for Herschel-Bulkley fluids*”, Butterworth –Heitnemann, 1995;

Papanastasiou, T.C.; Georgiou, G.C.; Alexandrou, A.N. “*Viscous fluid flow*”, CRC Press LLC, 2000;

Polito, P.S., 2005. “*Oceanografia Dinâmica I*” . Instituto de Oceanografia da USP, São Paulo, SP.

Thompson, R.L.; Soares, E.J. “*Viscoplastic dimensonless numbers*” Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2016;

White, F. M. “*Fluid Mechanics*”. 6th. ed. New York: AMGH, 2007;

Zinani, F.; Frey, S. “*Galerkin Least-Squares Finite Element Approximations for Isochoric Flows of Viscoplastic Liquids*”, The American Society od Mechanical Engineers, 2006;

Zinani, F.; Frey, S. “*Galerkin least-squares multifield approximations for flows of inelastic non-Newtonian fluids*”, Journal of Fluid Engineering, 2008;

Zinani, F.; Siqueira, E.S.; Indrusiak, M.L.S. “*Numerical study of force convection of a power-law fluid across a square cylinder*”, 22nd International Congresso f Mechanical Engineering, 2013;