

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



**ESCOAMENTO LAMINAR DE LÍQUIDOS NÃO-NEWTONIANOS EM
SEÇÕES ANULARES: ESTUDOS DE CFD E ABORDAGEM
EXPERIMENTAL**

FABIO DE ASSIS RESSEL PEREIRA

Uberlândia – Minas Gerais

2006

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**ESCOAMENTO LAMINAR DE LÍQUIDOS NÃO-NEWTONIANOS EM
SEÇÕES ANULARES: ESTUDOS DE CFD E ABORDAGEM
EXPERIMENTAL**

Fabio de Assis Ressel Pereira

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Química.

Uberlândia – Minas Gerais

2006

ESCOAMENTO LAMINAR DE LÍQUIDOS NÃO-NEWTONIANOS EM SEÇÕES ANULARES: ESTUDOS DE CFD E ABORDAGEM EXPERIMENTAL

Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Química.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Carlos Henrique Ataíde
(Orientador – FEQUI – UFU)

Prof. Dr. Marcos Antonio Souza Barrozo
(co – Orientador – FEQUI – UFU)

Prof. Dr. Humberto Molinar Henrique
(FEQUI – UFU)

Profa. Dra. Valéria Viana Murata
(FEQUI – UFU)

Profa. Dra. Maria Laura de Azevedo Passos
(DEQ – UFSCar /Pesquisador Associado)

Dr. André Leibsohn Martins
(PETROBRAS/CENPES)

Dedico este trabalho à minha família: aos meus pais que nunca pouparam esforços para investir em minha educação e a minha esposa pelo apoio nos momentos de decisão.

AGRADECIMENTOS

Antes de tudo agradeço a Deus pela oportunidade de vida e pelo espírito perseverante na busca do conhecimento.

Aos meus pais que sempre me apoiaram e me deram suporte nos momentos de decisão em minha vida. A querida esposa Gisele, pelo carinho, paciência e compreensão durante esta jornada acadêmica.

Ao corpo técnico da Faculdade de Engenharia Química pelo apoio e amizade, em especial ao “seu Alcides”, Anísio, Cleide, Édio, “dona Ione”, José Henrique, Tiago, Roberta e Silvino.

Agradeço aos meus ‘mais do que amigos’... aos meus ‘irmãos’ Cláudio Roberto Duarte (Mezenga) e Luis Gustavo Martins Vieira que juntos compartilhamos todos os momentos da pioneira turma de doutorandos em Engenharia Química do Estado de Minas Gerais.

A turma de trabalho da Unidade Avançada de Pesquisa (carinhosamente chamada de “postinho”) pelos momentos agradáveis de convivência.

Agradeço à FAPEMIG e ao CNPq pelo suporte financeiro e financiamento da pesquisa.

Em especial aos meus amigos e orientadores: professores Marcos Antônio Souza Barrozo e Carlos Henrique Ataíde, que ao longo desses anos com amizade e profissionalismo muito contribuíram para minha formação.

***“ A mente que se abre a uma nova idéia
jamais voltará ao seu tamanho original.”***

Albert Einstein

SUMÁRIO

Lista de figuras	i
Lista de tabelas	vi
Lista de símbolos	vii
Resumo	x
Abstract	xi
CAPÍTULO 1	11
1.1 Motivação pelo tema	2
1.1.1 A utilização de fluidos de perfuração	2
1.1.2 Evolução da perfuração de poços horizontais	3
1.1.3 Contribuição da fluidodinâmica computacional	4
1.2 Objetivos específicos	5
1.3 Temática da tese	6
CAPÍTULO 2	6
2.1 Fluidos Newtonianos	7
2.2 Fluidos não-Newtonianos	9
2.2.1 Fluidos pseudoplásticos	10
2.2.2 Fluidos dilatantes	12
2.2.3 Fluidos viscoplásticos	13
2.2.4 Fluidos de perfuração	16
2.3 Escoamento em tubos e analogia para o escoamento anular	23
2.3.1 As definições para o número de Reynolds	23
2.3.2 Efeito do comprimento de entrada	24
2.3.3 Regimes de escoamento e critérios de transição	26
2.3.4 Fator de atrito para fluidos Newtonianos	29
2.3.5 Fator de atrito para fluidos não-Newtonianos	30
2.4 Escoamento anular: resenha do material consultado	33
2.4.1 Critério de transição entre regimes de escoamento	34
2.4.2 Arranjos verticais	35
2.4.3 Arranjos horizontais	37
2.4.4 Influência da vazão do fluido e rotação do cilindro interno	39

2.4.5 Influência da excentricidade e viscosidade do fluido	40
2.4.6 Trabalhos empregando simulação numérica	40
2.5 Equacionamento do escoamento	44
2.5.1 Abordagem “macro” com uso de adimensionais	44
2.5.2 Modelagem das Equações de Conservação	46
2.6 Revisão sobre a fluidodinâmica computacional	47
2.6.1 Geração de malhas computacionais	49
2.6.2 Técnica dos Volumes Finitos	52
2.6.3 Métodos numéricos para solução de problemas em volumes finitos	58
2.6.4 Discretização	63
2.6.5 O resolvidor segregado	70
2.6.6 O resolvidor acoplado	75
2.6.7 Monitoramento da convergência pelos resíduos	76
2.6.8 Modelo de Fase Discreta (<i>particle track</i>)	78
2.7 Planejamento de experimentos	79
2.8 Análise canônica	82
2.9 Principais pontos de discussão	84
 CAPÍTULO 3	 86
3.1 Materiais	86
3.1.1 Determinação das propriedades físicas	86
3.1.2 Preparo das soluções poliméricas	87
3.2 Unidade experimental	91
3.2.1 Montagem principal e seus acessórios	91
3.2.2 Metodologia para os ensaios experimentais	98
3.3 Unidade virtual	99
3.3.1 Infraestrutura computacional	99
3.3.2 Montagem da malha computacional	99
3.3.3 Metodologia para as simulações numéricas	103
3.4 Planejamento de experimentos	104
 CAPÍTULO 4	 107
4.1 Propriedades físicas dos fluidos Newtonianos e não-Newtonianos	107
4.1.1 Densidade e viscosidade das soluções de glicerina hidratada	107

4.1.2 Densidade e reogramas das suspensões de goma xantana	107
4.1.3 Efeito da temperatura	108
4.1.4 Efeito da faixa de taxa de deformação	108
4.1.5 Escolha do modelo reológico	110
4.1.6 Efeito do tempo na qualidade das suspensões	111
4.2 Testes preliminares de simulação numérica	112
4.2.1 Tipo da alimentação do fluido	112
4.2.2 Comparação dos resultados da literatura	113
4.2.3 Avaliação das principais variáveis sobre a queda de pressão	118
4.3 Ensaios preliminares: ajustes na unidade experimental	123
4.4 Resultados experimentais	124
4.4.1 Efeito da concentração	125
4.4.2 Efeito da vazão	126
4.4.3 Efeito da rotação do eixo interno	126
4.4.4 Efeito da excentricidade	126
4.4.5 Análise da superfície de resposta	126
4.5 Simulação numérica das condições experimentais	133
4.5.1 Avaliação do comprimento de entrada	133
4.5.2 O perfil axial de queda de pressão	134
4.5.3 Contornos e perfis de velocidade	137
4.5.4 Algumas particularidades das simulações numéricas	143
4.5.5 Efeito da transição de regime na queda de pressão	146
4.6 Resultados complementares	147
4.6.1 Efeito da rotação do eixo interno	147
4.7 Abordagem da simulação numérica com modelo de fase discreta	149
4.7.1 Verificação da correlação de Haider e Levenspiel	149
4.7.2 Escoamento anular/helicoidal concêntrico	150
4.7.3 Escoamento anular/ <i>core-flow</i> excêntrico	152
 CAPÍTULO 5	 156
5.1 Principais conclusões	156
5.2 Sugestões para trabalhos futuros	158
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 159

APÊNDICE A	173
APÊNDICE B	177
APÊNDICE C	225

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Esquema da perfuração vertical de poços de petróleo.	2
Figura 1.2: Esboço do escoamento de fluidos de perfuração.	3
Figura 1.3: Esboço de um sistema de perfuração horizontal.	4
Figura 2.1: Representação esquemática de um escoamento unidirecional de fluido.	7
Figura 2.2: Viscosidade para fluidos Newtonianos; fonte: CHHABRA (1999).	8
Figura 2.3: Tipos de fluidos não-Newtonianos independentes do tempo.	10
Figura 2.4: Gráfico típico de dois fluidos viscoplásticos; fonte: CHHABRA (1999).	14
Figura 2.5: Exemplo de reograma para lamas MMH (<i>Dow Chemical Company</i>).	21
Figura 2.6: Reograma de uma suspensão polimérica de goma xantana.	22
Figura 2.7: Evolução do perfil de velocidade axial em função do comprimento de entrada. ..	25
Figura 2.8: Evolução do comprimento de entrada para fluidos não-Newtonianos; fonte: CHEBBI (2002).	26
Figura 2.9: Coeficiente de interação viscosa em função de Re_{MR} ; fonte: DESOUKY e AWAD (1998)	28
Figura 2.10: Fator de atrito em função do número de Reynolds para escoamento em tubos. ...	30
Figura 2.11: Fator de atrito em função do número de Reynolds generalizado; fonte: ESCUDIER <i>et al.</i> (1999).	31
Figura 2.12: Fator de atrito em função do número de Reynolds generalizado; fonte: RUDMAN <i>et al.</i> (2004).	31
Figura 2.13: Redução do atrito em função da concentração de polímero; fonte: MOWLA e NADERI (2006).	33
Figura 2.14: Influência do parâmetro ' n ' de <i>power law</i> no Reynolds crítico em função da razão entre diâmetro de tubos; fonte: GUCUYENER e MEHMETOGLU (1996).	34
Figura 2.15: Influência dos parâmetros ' n ' e ' T_o ' no Reynolds crítico para $k=0,6$; fonte: GUCUYENER e MEHMETOGLU (1996).	35
Figura 2.16: Fator de atrito em função de Re_G em arranjo excêntrico; fonte: NOURI e WHITELAW (1997).	36
Figura 2.17: Fator de atrito vs Re_G para fluxo anular concêntrico de fluido não-Newtoniano; fonte: ESCUDIER e GOULDSON (1995).	37
Figura 2.18: Efeito da velocidade angular do eixo interno sobre o gradiente de pressão; fonte ESCUDIER <i>et al.</i> (2002).	38
Figura 2.19: Queda de pressão vs rotação do eixo fluxo laminar concêntrico; fonte: McCANN <i>et al.</i> (1995).	39

Figura 2.20: Efeito da excentricidade na fluidodinâmica do escoamento anular; fonte: MANGLIK <i>et al.</i> (1999).....	42
Figura 2.21: Perfil de velocidade axial em função da excentricidade; fonte: SHARIFF e HUSSAIN (2000).	43
Figura 2.22: Influência da excentricidade e da velocidade de rotação do eixo interno na queda de pressão; fonte ESCUDIER <i>et al.</i> (2002).....	45
Figura 2.23: Soluções dotadas e desprovidas de realismo físico, para velocidade do fluido escoando em tubo.	53
Figura 2.24: Balanço de fluxos em um volume de controle.....	54
Figura 2.25: Representação de um volume de controle finito genérico em 2D.	56
Figura 2.26: Algoritmo do método de solução segregada.....	60
Figura 2.27: Algoritmo do método de solução acoplada.....	61
Figura 2.28: Volume de controle usado para ilustrar a discretização da equação de transporte de um escalar.	64
Figura 2.29: Alterações de uma variável ' ϕ ' entre $x=0$ e $x=L$	66
Figura 2.30: Volume de controle unidimensional.	67
Figura 2.31: Representação vetorial dos elementos da Equação (2.88).....	76
Figura 2.32: Matrizes da análise canônica, Equação (2.101)	82
Figura 2.33: Forma canônica para uma superfície de resposta em duas variáveis.....	83
Figura 3.1: Foto do conjunto banho termostatizado – reômetro.	87
Figura 3.2: Foto do aquecedor elétrico.....	88
Figura 3.3: Efeito do modo de adição de polímero na qualidade da suspensão.....	89
Figura 3.4: Preparo de uma batelada de 46 litros de solução polimérica.	90
Figura 3.5: Detalhes do mixer.	90
Figura 3.6: Detalhes do tanque de homogeneização.	91
Figura 3.7: Fotografia da unidade experimental.....	92
Figura 3.8: Detalhes da montagem do flange.....	93
Figura 3.9: Detalhes dos flanges para o arranjo excêntrico.....	93
Figura 3.10: Distribuidor de fluxo.....	94
Figura 3.11: Concentrador de fluxo com terminal para termômetro.....	94
Figura 3.12: Estroboscópio digital FRATA.	95
Figura 3.13: Detalhes do acoplamento entre eixos.....	95
Figura 3.14: Arranjo da bomba helicoidal e seus acessórios.....	96
Figura 3.15: Válvulas e medidor magnético de vazão.....	96

Figura 3.16: Sistema de queda de pressão.....	97
Figura 3.17: Detalhes do transdutor de pressão e válvulas para eliminação de bolhas.....	97
Figura 3.18: Definição das fronteiras da unidade virtual.	100
Figura 3.19: Definição do posicionamento entre tubos para $e=0,75$	100
Figura 3.20: Subdivisão do corpo principal para a situação excêntrica.	101
Figura 3.21: Malha da seção anular divida em quatro quadrantes para $e=0,0$	101
Figura 3.22: Malha da seção anular divida em quatro quadrantes para $e=0,75$	102
Figura 3.23: Refinamento de malha empregando a ferramenta de camada limite para $e=0,0$	102
Figura 3.24: Malha dos tubos externo e interno.	103
Figura 4.1: Reogramas das suspensões de goma xantana.	108
Figura 4.2: Dados reológicos da suspensão de goma xantana a 0,55 %.....	109
Figura 4.3: Início da decomposição da suspensão de goma xantana a 0,55 %.	111
Figura 4.4: Arranjo de alimentação ortogonal do anular.....	112
Figura 4.5: Velocidade axial adimensional na seção concêntrica.	116
Figura 4.6: Velocidade axial adimensional na seção excêntrica.	116
Figura 4.7: Perfis adimensionais de velocidade axial e tangencial para $e=0,00$	117
Figura 4.8: Perfis adimensionais de velocidade axial para $e=0,80$	117
Figura 4.9: Perfis adimensionais de velocidade tangencial para $e=0,80$	117
Figura 4.10: Efeito da vazão e da rotação sobre a queda de pressão para o Fluido 1 em arranjo concêntrico.	119
Figura 4.11: Efeito da vazão e da rotação sobre a queda de pressão para o Fluido 1 em arranjo excêntrico.	119
Figura 4.12: Efeito da vazão e da rotação sobre a queda de pressão para o Fluido 2 em arranjo concêntrico.	120
Figura 4.13: Efeito da vazão e da rotação sobre a queda de pressão para o Fluido 2 em arranjo excêntrico.	120
Figura 4.14: Comprimento de entrada para o escoamento do Fluido 1, nas condições de arranjo concêntrico, $U=0,406$ m/s e ausência de rotação.	121
Figura 4.15: Comprimento de entrada em função da rotação e excentricidade.	122
Figura 4.16: Perda de carga em função da vazão e rotação para solução de glicerina ($e=0,0$).	124
Figura 4.17: Superfície de resposta para vazão e concentração para $e=0,00$ em $X_2=0,00$	128
Figura 4.18: Superfície de resposta para vazão e rotação para $e=0,00$ em $X_3=0,00$	128

Figura 4.19: Superfície de resposta para rotação e concentração para $e=0,00$ em $X_1=0,00$...	129
Figura 4.20: Superfície de resposta para vazão e concentração para $e=0,75$ em $X_2=0,00$	131
Figura 4.21: Superfície de resposta para vazão e rotação para $e=0,75$ $X_3=0,00$	131
Figura 4.22: Superfície de resposta para rotação e concentração para $e=0,75$ $X_1=0,00$	132
Figura 4.23: Comprimento de entrada para o ensaio número 12 dos planejamentos.....	134
Figura 4.24: Efeitos da concentração polimérica nos ensaios 15, 16 e 17, para $e=0,00$	135
Figura 4.25: Efeitos da vazão nos ensaios 11, 12 e 17, para $e=0,00$	135
Figura 4.26: Perfil de queda de pressão para os testes 10, 13 e 14 para $e=0,00$	136
Figura 4.27: Comparação da queda de pressão para valores experimentais e simulados.	136
Figura 4.28: Contornos da velocidade axial para a condição 11 do planejamento concêntrico.	137
Figura 4.29: Contornos da velocidade axial para a condição 12 do planejamento concêntrico.	138
Figura 4.30: Contornos da velocidade axial para a condição 13 do planejamento concêntrico.	138
Figura 4.31: Contornos da velocidade axial para a condição 14 do planejamento concêntrico.	139
Figura 4.32: Contornos da velocidade axial para a condição 14 do planejamento do arranjo excêntrico.	139
Figura 4.33: Perfis de velocidade para a condição 11 do planejamento concêntrico.....	140
Figura 4.34: Perfis de velocidade para a condição 12 do planejamento concêntrico.....	141
Figura 4.35: Perfis de velocidade para a condição 13 do planejamento concêntrico.....	142
Figura 4.36: Perfis de velocidade para a condição 14 do planejamento concêntrico.....	142
Figura 4.37: Perfis de velocidade para a condição 14 do planejamento do arranjo excêntrico.	143
Figura 4.38: Exemplo da flutuação dos resíduos na solução numérica.....	144
Figura 4.39: Efeito da rotação sobre a queda de pressão para solução de glicerina 2 para o arranjo concêntrico.	146
Figura 4.40: Efeito da rotação do eixo interno sobre a queda de pressão.	148
Figura 4.41: Comparação da queda de pressão para valores experimentais e simulados.	148
Figura 4.42: Comparação da equação de Haider e Levenspiel com dados experimentais.....	150
Figura 4.43: Trajetória da partícula de fluido no ensaio 13 para $e=0,00$ (0 RPM).	151
Figura 4.44: Trajetória da partícula de fluido no ensaio 17 para $e=0,00$ (300 RPM).	151
Figura 4.45: Trajetória da partícula de fluido no ensaio 14 para $e=0,00$ (600 RPM).	152

Figura 4.46: Trajetória da partícula de fluido no ensaio 13 para $e=0,75$ (0 RPM).	153
Figura 4.47: Trajetória da partícula de fluido no ensaio 17 para $e=0,75$, partindo da seção superior do anular (300 RPM).	153
Figura 4.48: Trajetória da partícula de fluido no ensaio 17 para $e=0,75$, partindo da seção inferior do anular (300 RPM).	154
Figura 4.49: Trajetória da partícula de fluido no ensaio 14 para $e=0,75$, partindo da seção inferior do anular (600 RPM).	154
Figura 4.50: Trajetória da partícula de fluido no ensaio 14 para $e=0,75$, partindo da seção de menor espaço anular (600 RPM).	155

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Valores típicos de viscosidade a temperatura ambiente; fonte: CHHABRA (1999).	8
Tabela 2.2: Matriz do planejamento composto central.....	81
Tabela 3.1: Valores nominais e codificados para as variáveis do planejamento e propriedades do escoamento.	106
Tabela 4.1: Viscosidade e densidade das soluções de glicerina.	107
Tabela 4.2: Parâmetros reológicos do modelo de Herschel-Bulkley.....	111
Tabela 4.3: Condições de simulação para verificação.....	113
Tabela 4.4: Parâmetros reológicos do modelo de Cross.....	114
Tabela 4.5: Condições empregadas nas simulações numéricas.....	118
Tabela 4.6: Efeitos das variáveis investigadas na resposta da queda de pressão.	125
Tabela 4.7: Parâmetros da regressão múltipla para o arranjo concêntrico.	127
Tabela 4.8: Parâmetros da regressão múltipla para o planejamento do arranjo excêntrico....	130
Tabela 4.9: Condições dos ensaios complementares.....	147

LISTA DE SÍMBOLOS

a	fator de ortogonalidade do planejamento de experimentos, (–)
A	representação de área superficial, (m ²)
A_{RS}	parâmetro do modelo reológico de Robertson-Stiff, (–)
B	parâmetro do modelo reológico de Robertson-Stiff, (–)
C	constante de interação viscosa, Equação (2.29), (–)
C_D	coeficiente de arraste, (–)
C_P	concentração polimérica, (%)
D	diâmetro do tubo, (m)
D_E	diâmetro do tubo externo, (m)
D_I	diâmetro do tubo interno, (m)
D_H	diâmetro hidráulico, (m)
e	excentricidade, (–)
E	relação adimensional entre velocidades tangencial e axial, (–)
f	fator de atrito de Fanning, (–)
G_M	adimensional de MAGLIONE (1995), (–)
F	representação de um vetor força, (N)
He	adimensional de Hedstrom, (–)
k	razão entre diâmetros, (–)
L	comprimento, (m)
L_E	comprimento de entrada, (m)
m	índice de consistência do modelo reológico de <i>power-law</i> , (Pa.s ⁿ)
n	índice de comportamento do modelo reológico de <i>power-law</i> , (–)
Pe	adimensional de Peclet, (–)
PI	índice de plasticidade, (–)
P_0	pressão piezométrica inicial, (Pa)
P_L	pressão piezométrica na posição L , (Pa)
Q	vazão de escoamento, (m ³ /h)
Re	número de Reynolds, (–)
Re_G	número de Reynolds generalizado, (–)
Re_{MR}	número de Reynolds generalizado de METZNER e REED (1955), (–)
R_{EXT}	raio do tubo externo, (m)
R_{INT}	raio do tubo interno, (m)

s	parâmetro do modelo reológico de Carreau, (–)
Ta	adimensional de Taylor, (–)
T_0	tensão residual adimensional, (–)
U	velocidade média no anular, (m/s)
U_C	velocidade média no centro do anular para CHEBBI (2002), (m/s)
U_0	velocidade média inicial para CHEBBI (2002), (m/s)
w	velocidade angular, (rad/s)
w_i	variáveis da equação canônica, (–)
W	rotação do eixo interno, (RPM)
v_a	velocidade axial anular, (m/s)
x	constante adimensional da Equação (2.26), (–)
X_i	variável codificada do planejamento de experimentos, (–)
Y_i	resposta da queda de pressão para o planejamento de experimentos, (Pa)

LETRAS GREGAS

α	parâmetro de ruptura do modelo reológico de Cross, (s)
α'	parâmetro da Equação (2.26), (–)
α_c	parâmetro da Equação (2.27), (–)
α_E	parâmetro da Equação (2.8), (–)
β_i	parâmetros de ajuste da Equação (2.97), (–)
ΔP	queda de pressão, (Pa)
ζ	variável codificada para planejamento de experimentos, (–)
λ	constante de tempo do modelo reológico de Carreau, (s)
λ_i	raízes da equação canônica, (–)
μ	viscosidade dinâmica de fluidos Newtonianos, (Pa.s)
μ_B	viscosidade do modelo reológico de Bingham, (Pa.s)
μ_C	viscosidade do modelo reológico de Casson, (Pa.s)
μ_0	viscosidade zero, em baixas taxas de deformação (Pa.s)
μ_∞	viscosidade infinita, em altas taxas de deformação (Pa.s)
μ_E	viscosidade efetiva para fluidos não-Newtonianos, (Pa.s)
τ	tensão cisalhante, (Pa)
τ_v	tensão cisalhante viscosa, parâmetro da Equação (2.29), (Pa)

τ_0	tensão residual do modelo reológico de Herschek-Bulkley, (Pa)
τ_0^B	tensão residual do modelo reológico de Bingham, (Pa)
τ_0^C	tensão residual do modelo reológico de Casson, (Pa)
$\tau_{1/2}$	parâmetro do modelo reológico de Ellis, (Pa)
$\dot{\gamma}$	taxa de deformação característica, (s ⁻¹)
γ_0	taxa de deformação inicial, parâmetro do modelo reológico de Robertson-Stiff, (s ⁻¹)
ρ	densidade do fluido, (kg/m ³)

RESUMO

O escoamento de fluidos em regiões anulares tem grande destaque na indústria petrolífera, tanto na perfuração, com o carregamento das partículas pelos fluidos de perfuração, quanto na elevação artificial do petróleo por sistemas de bombeamento com cavidades progressivas. A constante preocupação com custos de operação e a necessidade cada vez mais freqüente de aumentos nas capacidades de produção implicam em vazões cada vez maiores nos poços. Com isso as perdas de carga ao longo do anular tubo/eixo passaram a representar uma quantia significativa da energia total a ser fornecida e conseqüentemente a sua determinação assumiu papel importante no dimensionamento de tais unidades.

No estudo desenvolvido, a análise do campo de escoamento de líquidos, baseou-se numa abordagem experimental e também na utilização de técnicas numéricas de fluidodinâmica computacional (CFD).

Na parte experimental, montou-se uma unidade piloto para investigar o fluxo horizontal de líquidos não Newtonianos na região anular formada por dois tubos em arranjos concêntrico e excêntrico. Os ensaios experimentais planejados foram conduzidos no sentido de avaliar o efeito das principais variáveis sobre a queda de pressão, como: excentricidade do sistema ($e=0,00$; $e=0,75$), rotação do eixo ($0 < W < 600$ RPM), concentração polimérica ($0,25 < C_p < 0,55$ %) e vazão de escoamento ($0,2 < Q < 2,2$ m³/h).

O trabalho realizado também contempla, através da simulação empregando códigos comerciais de CFD, a investigação das condições experimentais testadas na análise dos perfis: de queda de pressão, do comprimento de entrada, de velocidades axial e tangencial e trajetória de escoamento. Usualmente, considera-se que essas variáveis são relevantes no entendimento pormenorizado do escoamento de fluidos de perfuração e das partículas por elas transportadas.

A comparação dos resultados experimentais e simulados mostrou boa concordância, permitindo a satisfatória avaliação do desempenho da técnica numérica empregada. A capacidade preditiva da técnica numérica também foi observada, considerando alguns resultados experimentais reportados na literatura, buscando uma forma de verificação de modelos matemáticos adotados bem como os algoritmos de acoplamento e a malha computacional empregada.

ABSTRACT

The annular flow has great importance in the oil industry, in drilling operations with cuttings removal by drilling mud and also in petroleum artificial lifting, with progressive cavity pumping systems. The constant concern about operation costs and the more frequent necessity of raising the production capacity implies in larger flow through oil wells. In this way the pressure drop through the annular region started to represent a significant amount of the overall energy to be supplied, consequently its prediction assumed an important role in the dimensioning of these units.

In the present study, the flow field analysis was based on experimental approach and also applying numeric techniques of computational fluid dynamics (CFD).

In the experimental part, a pilot unit was assembled to investigate the horizontal flow of non-Newtonian liquids through the annular space formed by two tubes with concentric and eccentric layouts. The planned experimental assays were conducted to evaluate the effect of the main variables over the pressure drop, such as: system geometry ($e=0,00$; $e=0,75$), shaft rotation ($0 < W < 600$ RPM), polymeric concentration ($0,25 < C_p < 0,55$ %) and fluid flow ($0,2 < Q < 2,2$ m³/h).

This work also contemplates, through commercial CFD codes simulations, the investigation of experimental conditions by analyzing the profiles: of pressure drop, entrance length, axial and tangential velocities and flow trajectories. Considering that these variables are relevant to the whole understanding of drilling mud flow and cuttings transport.

The comparison between the results obtained by the two techniques showed good agreement, allowing a satisfactory performance valuation of the numeric technique. The prediction capacity was also observed considering some experimental results reported in the literature, in order to verify the adopted mathematical models, the coupling algorithms and the computational grid used.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação pelo tema

O escoamento de fluidos em espaços anulares passou a receber maior destaque na indústria petrolífera a partir do início da década de 80, tanto na perfuração com o carreamento de cascalho (*cuttings*) pelos fluidos de perfuração (esquema da Figura 1.1), quanto na elevação artificial do petróleo com sistemas de bombeamento em cavidades progressivas (BCP). Com a constante preocupação com custos de operação e a necessidade de aumento de capacidade de produção, vazões cada vez maiores são utilizadas e as perdas hidrodinâmicas ao longo do anular poço/eixo passaram a representar uma quantia significativa da energia total a ser fornecida e conseqüentemente sua determinação assumiu papel relevante no dimensionamento de tais unidades.



Figura 1.1: Esquema da perfuração vertical de poços de petróleo.

1.1.1 A utilização de fluidos de perfuração

A remoção dos cascalhos ocorre com a circulação do fluido de perfuração escoando pela broca (*drillbit*), fazendo sua lubrificação, resfriamento e limpeza da região de corte, evitando que o acúmulo de cascalhos aumente o torque desnecessariamente. O fluido de perfuração usualmente apresenta comportamento reológico não-Newtoniano, do tipo

pseudoplástico ou viscoplástico. O fluido de perfuração escoar no interior do eixo de acionamento até alcançar a broca, retornando à superfície carregando os cascalhos através do anular formado entre o poço perfurado e o eixo da broca. A Figura 1.2 apresenta um esboço do escoamento de fluidos de perfuração.

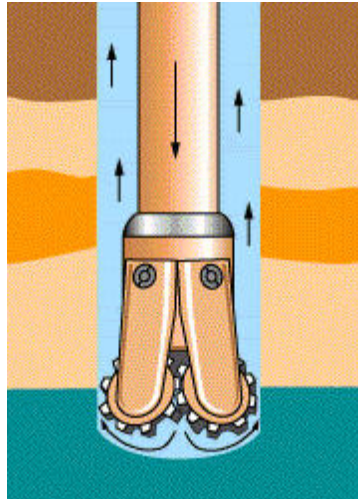


Figura 1.2: Esboço do escoamento de fluidos de perfuração.

1.1.2 Evolução da perfuração de poços horizontais

A perfuração horizontal passou a ter destaque a partir da década de 90, já que antes disso os altos custos de perfuração e as limitações tecnológicas desencorajavam investimentos. Contudo, pode-se destacar algumas das inovações que viabilizaram o uso dessa técnica de perfuração:

- Melhores sistemas de balanceamento da broca, permitindo a manutenção da direção de perfuração;
- Desenvolvimento de técnicas de deslocamento em poços, que facilitam o trabalho de transporte de equipamentos (colunas, cabos e revestimento);
- Melhoria da qualidade de fluidos de perfuração, permitindo a melhor remoção de sedimentos evitando o acúmulo na região anular.

Mesmo com o avanço tecnológico, os custos de perfuração ainda permanecem elevados quando comparados com os de perfuração vertical, chegando a ser de 1,5 a 3 vezes mais dispendiosos. Entretanto, a possibilidade de exploração de reservatórios delgados ou em fraturas verticais, conforme esquema da Figura 1.3, justifica sua implantação. A taxa de recuperação é outro aspecto extremamente favorável, por ser usualmente de 3 a 5 vezes superior em relação aos poços verticais. Fatores associados à segurança de operação e a

integridade física do poço também são evidenciados na perfuração horizontal. Nesta configuração, o controle dos fluidos de formação (água e gases) é mais eficiente, evitando os indesejáveis *kicks* (oscilações de pressão pela maior entrada de óleo e/ou gás no poço) e *blow-out* (aumento abrupto da pressão causada por gás podendo causar danos à estrutura do poço).

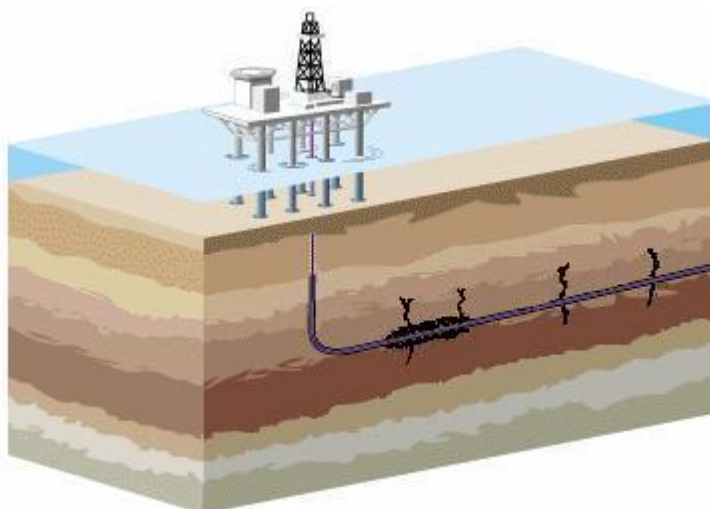


Figura 1.3: Esboço de um sistema de perfuração horizontal.

1.1.3 Contribuição da fluidodinâmica computacional

Os aspectos físicos de qualquer escoamento de fluido são governados por três princípios fundamentais: a conservação da massa, a segunda lei de Newton e a conservação da energia. Estes princípios fundamentais podem ser expressos em termos de equações matemáticas, as quais em sua maioria são equações diferenciais parciais. A fluidodinâmica computacional (do inglês CFD) é a ciência que visa determinar a solução numérica das equações que governam o escoamento de fluidos, enquanto a solução avança no tempo e espaço para obter a descrição numérica completa do campo de escoamento de interesse.

As leis governantes para a fluidodinâmica Newtoniana, as equações transientes de Navier-Stokes, são conhecidas há mais de um século. Entretanto, a investigação analítica das formas reduzidas destas equações é, ainda, uma área ativa de pesquisa assim como os aspectos relacionados à turbulência nas equações normalizadas de Reynolds. Para a fluidodinâmica não-Newtoniana, escoamentos com reações químicas e escoamentos multifásicos os desenvolvimentos científicos estão em um estágio ainda menos avançado.

A técnica de CFD quando associada à fluidodinâmica experimental tem exercido um importante papel na verificação e delineamento dos limites de diversas aproximações para as equações governantes, mostrando ser uma alternativa efetiva de menor custo para medições

em escalas totais. A fluidodinâmica computacional tem sido, usualmente, empregada no projeto de equipamentos que dependem criticamente da descrição do comportamento do escoamento dos fluidos. Particularmente, naquelas situações, cujas medições ou determinações em escala total, são economicamente impraticáveis.

O atual incremento na velocidade de processamento dos computadores e a quantidade de memória disponível, desde 1950, têm conduzido à emergência da fluidodinâmica computacional. Este braço da fluidodinâmica complementa os trabalhos experimentais e teóricos pelo fornecimento de alternativas economicamente interessantes, através da simulação numérica de escoamentos reais, permitindo avanços em condições indisponíveis experimentalmente.

O papel da CFD nas predições da engenharia se tornou tão forte que atualmente ela pode ser vista como a terceira dimensão da fluidodinâmica, que se somam as outras duas dimensões clássicas: experimental e teórica.

O desenvolvimento de computadores pessoais mais potentes antecipou os avanços que estavam sendo feitos no campo da fluidodinâmica computacional. Consequentemente, a CFD é agora o meio preferido de se testar projetos alternativos, em muitas empresas de engenharia, antes mesmo que qualquer teste experimental seja realizado.

1.2 Objetivos específicos

Os principais objetivos a serem alcançados neste trabalho são:

- Montar uma unidade piloto, em escala laboratorial, para aquisição de dados referentes às perdas hidrodinâmicas em sistemas anulares horizontais em função da geometria do sistema (excentricidade), vazão de escoamento, reologia do fluido e rotação do eixo interno;
- Simular o escoamento de fluidos de perfuração em regiões anulares com o uso da técnica de fluidodinâmica computacional para a determinação dos perfis de velocidade axial e tangencial além dos gradientes de pressão ao longo do escoamento;
- Verificar os modelos e a técnica de solução numérica a partir dos resultados experimentais, estendendo a análise para a predição da trajetória de partículas inseridas no escoamento do fluido. Estas informações ganham relevância à medida que possibilitam prever situações operacionais com torques excessivos e avaliar as situações fluidodinâmicas onde possam ocorrer entupimentos do poço horizontal pelos sedimentos gerados no processo de perfuração.

1.3 Temática da tese

No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica de trabalhos associados ao escoamento helicoidal de fluidos em espaços anulares. São abordados ainda: a classificação de fluidos, uma resenha dos trabalhos reportados na literatura, o equacionamento e modelagem matemática do fenômeno, a parte relacionada à fluidodinâmica computacional e a técnica de planejamento de experimentos.

No Capítulo 3, tem-se a descrição dos métodos empregados na investigação científica, a descrição individual dos equipamentos utilizados e a sua integração na unidade experimental e o detalhamento do uso da técnica de CFD para simulação do problema.

Os resultados obtidos e as discussões sobre os resultados experimentais e os simulados são apresentados no Capítulo 4.

Finalmente, o Capítulo 5 resume as principais conclusões deste estudo e também apresenta um elenco de sugestões para continuação desta linha de pesquisa e o desenvolvimento de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O principal objetivo deste capítulo é apresentar, de forma sucinta, tanto um conteúdo referencial quanto o material bibliográfico sobre o escoamento anular disponível na literatura; e ainda alguns dos princípios sobre a fluidodinâmica computacional.

A coletânea de artigos discutida neste capítulo não representa todos os trabalhos publicados sobre o assunto, mas representa uma amostra significativa dos estudos desenvolvidos sobre o tema.

2.1 Fluidos Newtonianos

Seja uma fina camada de fluido contida entre duas placas paralelas separadas por uma dada distância, como mostrado na Figura 2.1. Em condições de estado permanente, se este fluido for submetido a uma tensão pela aplicação de uma força ' F ' (na placa superior), essa será equilibrada por uma força de fricção interna no fluido de igual intensidade e sentido oposto. Para um fluido Newtoniano incompressível em regime laminar, a tensão de cisalhamento ' τ ', é igual ao produto entre a taxa de deformação ' $\dot{\gamma}$ ', e a viscosidade média do fluido ' μ '. Neste caso, a taxa de deformação pode ser expressa como o gradiente de velocidade na direção perpendicular à força de cisalhamento, ou seja, como a razão entre o diferencial da velocidade ' dV_x ' e o diferencial da espessura do fluido ' dy '.

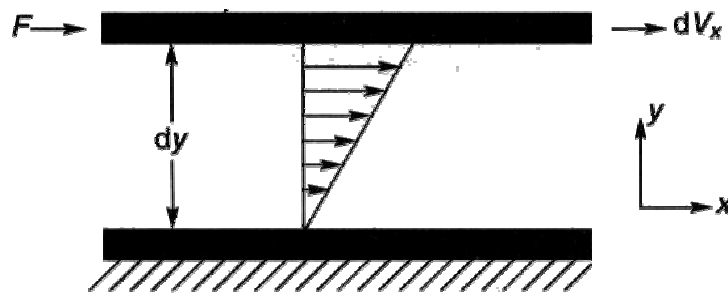


Figura 2.1: Representação esquemática de um escoamento unidirecional de fluido.

$$\mu \dot{\gamma} = \mu \left(-\frac{dV_x}{dy} \right) = \tau = \frac{F}{A} \quad (2.1)$$

O sinal negativo na Equação (2.1) indica que a tensão de cisalhamento é a medida de resistência do fluido ao movimento. A constante de proporcionalidade ou razão entre tensão

de cisalhamento e taxa de deformação é denominada de viscosidade Newtoniana, sendo por definição de fluido Newtoniano, independente da taxa de deformação ou da tensão de cisalhamento; dependendo somente do material e de sua temperatura e pressão. O diagrama da tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação é usualmente conhecido como reograma; sendo para um fluido Newtoniano, representado por uma linha reta de inclinação igual a ' μ ' que passa pela origem. Isto significa que a viscosidade Newtoniana é numericamente igual à linha tangente à curva do gráfico de ' τ ' em função de ' $\dot{\gamma}$ '. A Figura 2.2, mostra um diagrama típico de tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação para dois fluidos Newtonianos: óleo de cozinha e óleo de milho.

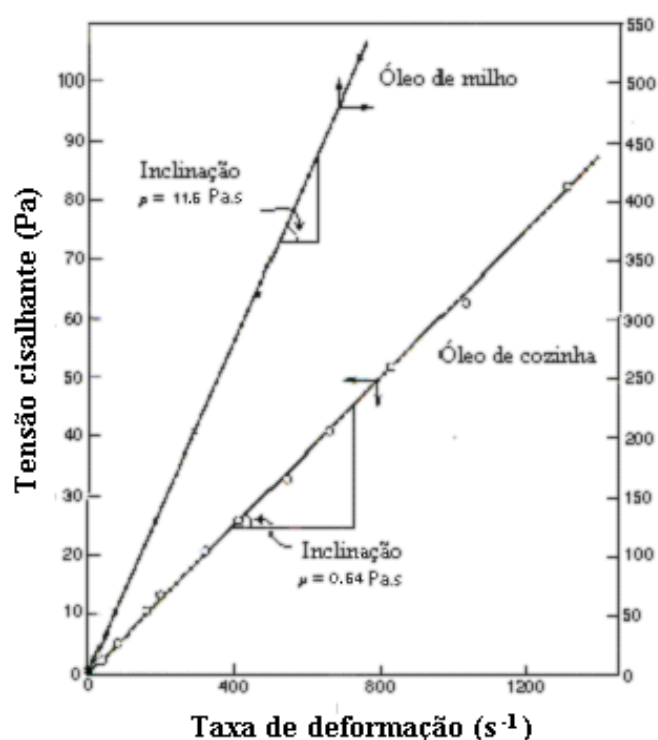


Figura 2.2: Viscosidade para fluidos Newtonianos; fonte: CHHABRA (1999).

A constante ' μ ', desse modo, caracteriza completamente o comportamento de um fluido Newtoniano a temperatura e pressão constantes. Gases, líquidos orgânicos simples, soluções de sais inorgânicos de baixo peso molecular e metais fundidos são exemplos clássicos de fluidos Newtonianos.

A Tabela 2.1 mostra alguns valores de viscosidade de substâncias, sendo algumas delas empregadas no cotidiano.

Tabela 2.1: Valores típicos de viscosidade a temperatura ambiente; fonte: CHHABRA (1999).

Substância	μ (mPa.s)
------------	---------------

Ar	10^{-2}
Benzeno	0,65
Água	1,00
Álcool etílico	1,20
Mercúrio	1,55
Etileno glicol	20
Óleo de oliva	100
Glicerina 100 %	1000
Betume	10^{11}
Vidro fundido	10^{15}

2.2 Fluidos não-Newtonianos

Fluido não-Newtoniano é aquele cujo diagrama de escoamento (tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação) não é linear ou não passa através da origem, ou seja, é aquele cuja viscosidade não é constante a uma dada temperatura e pressão, mas dependente de condições como, por exemplo: geometria do fluxo ou vazão de fluido e taxa de deformação. Dessa maneira, esses fluidos podem ser convenientemente agrupados em três classes:

- Fluidos nos quais a taxa de deformação em qualquer ponto é determinada somente pelo valor da tensão de cisalhamento naquele ponto e naquele instante; esses fluidos são conhecidos como “independentes do tempo”.
- Fluidos mais complexos onde a relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação depende ainda do tempo de duração do cisalhamento e de sua cinemática; estes fluidos são denominados “fluidos dependentes do tempo”.
- Substâncias com características de fluidos ideais e sólidos elásticos demonstrando recuperação elástica parcial após a deformação; caracterizadas como fluidos visco-elásticos.

Esse esquema de classificação é ainda arbitrário e a maioria dos materiais reais exhibe frequentemente, uma combinação de dois ou até três tipos destas características não-Newtonianas.

Neste capítulo, é abordada apenas a classe de fluidos não-Newtonianos independentes do tempo devido às características da proposta de estudo.

Em um cisalhamento simples, o comportamento da vazão de materiais clássicos pode ser descrito por equações que determinam o valor da taxa de deformação em qualquer ponto

do escoamento no qual o fluido é cisalhado. Inversamente, pode-se obter uma função que prediz a tensão de cisalhamento em função de sua taxa de deformação. Esta classe de fluidos independente do tempo pode ser dividida em três subgrupos de acordo com a forma da função representada nas Equações (2.2) e (2.3), a saber:

- Pseudoplásticos;
- Dilatantes;
- Viscopelásticos.

$$\dot{\gamma} = f(\tau) \quad (2.2)$$

$$\tau = g(\dot{\gamma}) \quad (2.3)$$

A Figura 2.3 esboça as curvas (em escala linear) do comportamento típico desses três subgrupos de fluido, comparando-as com a curva de um fluido Newtoniano.

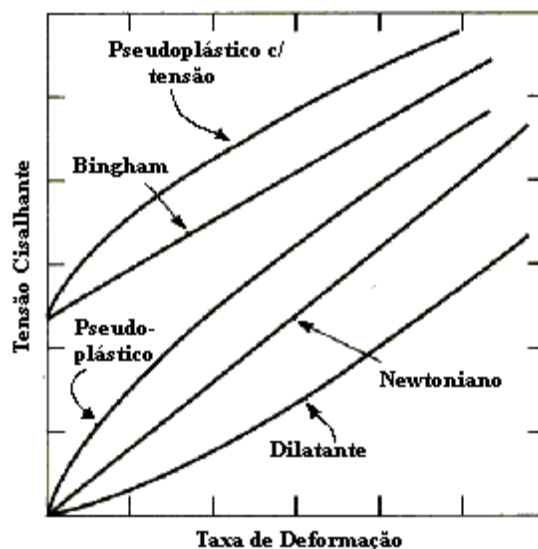


Figura 2.3: Tipos de fluidos não-Newtonianos independentes do tempo.

2.2.1 Fluidos pseudoplásticos

Dentre os fluidos não-Newtonianos independentes do tempo, um dos mais comumente observado é o pseudoplástico, caracterizado por uma viscosidade efetiva que decresce com o incremento da taxa de deformação.

Tanto em taxas de deformação muito baixas como muito altas, a grande maioria das soluções poliméricas com comportamento pseudoplástico exibe características Newtonianas, isto é, o gráfico da tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação aproxima-se de uma linha reta.

Os valores de viscosidade aparente a taxas de deformação muito baixas e muito altas são designados, respectivamente, viscosidade de deformação zero ' μ_0 ' e viscosidade de deformação infinita ' μ_∞ '. Desse modo, a viscosidade efetiva, para um fluido pseudoplástico, decresce de ' μ_0 ' para ' μ_∞ ' com o aumento da taxa de deformação.

Geralmente, numa faixa muito baixa de taxa de deformação, a viscosidade efetiva é constante (região de deformação zero) e o valor de ' μ_0 ' tende a aumentar com a elevação da massa molecular do polímero ou ainda com o incremento da concentração do mesmo.

2.2.1.1 Alguns modelos matemáticos para fluidos pseudoplásticos

Muitas expressões de complexidade e forma variadas foram propostas para modelar matematicamente as características pseudoplásticas dos fluidos; na verdade essas correlações são tentativas diretas de ajustes empíricos, oriundos de regressão linear ou não linear, de dados experimentais de tensão cisalhante em função da taxa de deformação. Por outro lado, algumas correlações fundamentam-se em bases teóricas da mecânica clássica (como uma extensão da teoria cinética do estado líquido). Os modelos reológicos reportados na literatura são os de *power-law*, Carreau, Cross e de Ellis, descritos a seguir:

Modelo de Ostwald de Waele ou *power-law*

Estes tipos de fluidos exibem uma relação não linear entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação, conforme representado na Equação (2.4). Esta abordagem com base em modelos de potência denomina ' m ' como o índice de consistência e ' n ' o índice de comportamento.

$$\tau = m(\dot{\gamma})^n \quad (2.4)$$

Desse modo, a viscosidade efetiva para um fluido de tipo *power-law* é expressa pela Equação (2.5).

$$\mu_E = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = m(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (2.5)$$

Para $n < 1$, o fluido exhibe propriedades pseudoplásticas; se $n = 1$ o fluido comporta-se como Newtoniano, e se $n > 1$ o fluido é caracterizado como dilatante.

Embora o modelo *power-law* seja a mais simples representação matemática para um fluido pseudoplástico, ele tem algumas imperfeições. Por exemplo, esse modelo não caracteriza fluidos nas regiões de viscosidade aparente para deformação tendendo a zero, ' μ_0 ', bem como nas regiões de viscosidade para deformação infinita, ' μ_∞ '.

Modelo de Carreau

Esse modelo foi proposto por CARREAU e KEE (1979) para representar o comportamento reológico de resinas e de soluções poliméricas. O modelo se baseia em três parâmetros: a viscosidade a baixas taxas de deformação ' μ_0 ', uma constante de tempo ' λ ' e um parâmetro adimensional ' s ', conforme visto na Equação (2.6).

$$\tau = \mu_0 \left[(\lambda \dot{\gamma})^2 \right]^s \dot{\gamma} \quad (2.6)$$

Modelo de Cross

Para representar o comportamento reológico de resinas e de soluções poliméricas, CROSS (1965) apud RAJU *et al.* (1993) propôs um modelo a três parâmetros para representar a viscosidade efetiva em função da viscosidade a altas taxas de deformação ' μ_∞ ', a viscosidade a baixas taxas de deformação ' μ_0 ' e um parâmetro associado à ruptura das ligações ' α ', de acordo com a Equação (2.7).

$$\mu_E = \mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + \alpha (\dot{\gamma})^{2/3}} \quad (2.7)$$

Esse modelo é bastante empregado para descrever o comportamento reológico em amplos intervalos de taxa de deformação.

Modelo de Ellis

O modelo de Ellis diferentemente dos dois anteriores, descreve a viscosidade efetiva em função da tensão de cisalhamento ao invés da taxa de deformação, segundo a Equação (2.8)

$$\mu_E = \frac{\mu_0}{1 + (\tau / \tau_{1/2})^{\alpha_E - 1}} \quad (2.8)$$

Nessa equação, ' μ_0 ' é a viscosidade para taxa de deformação tendendo a zero e as duas constantes, ' $\alpha_E > 1$ ' e ' $\tau_{1/2}$ ' são parâmetros de ajuste. Enquanto ' α_E ' é a medida do grau de comportamento pseudoplástico (maior valor de ' α_E ', maior dimensão de pseudoplasticidade), ' $\tau_{1/2}$ ' representa o valor da tensão de cisalhamento quando a viscosidade efetiva tender a assumir a metade do valor inicial, ou seja, $\tau \rightarrow \tau_{1/2}$ quando $\mu_E \rightarrow \mu_0/2$.

2.2.2 Fluidos dilatantes

Os fluidos dilatantes são similares aos pseudoplásticos por não possuírem uma tensão de cisalhamento inicial, porém sua viscosidade aparente aumenta com o incremento da taxa de deformação. Esse tipo de comportamento foi observado originalmente em suspensões concentradas e uma possível explicação para isso é que, em repouso, o espaço entre as partículas é mínimo e o líquido presente é suficiente para preenchê-lo. A baixas taxas de deformação, o líquido lubrifica a superfície de contato de uma partícula com outra resultando, conseqüentemente, em uma redução do atrito entre partículas e numa tensão de cisalhamento menor. As altas taxas de deformação, por outro lado, o material expande ou dilata ligeiramente (como é observado também no movimento de dunas de areia), de modo que o líquido existente passa a ser insuficiente para preencher o espaço vazio e prevenir o contato direto sólido-sólido, resultando num aumento de fricção e da tensão de cisalhamento. Esse mecanismo causa uma rápida elevação da viscosidade efetiva com o aumento da taxa de deformação.

Dentre os fluidos independentes do tempo, esta subclasse tem recebido pouca atenção, conseqüentemente poucos dados confiáveis estão disponíveis na literatura. Até recentemente, os fluidos dilatantes eram considerados como sendo os menos comuns nas indústrias de processos químicos. Porém, com o recente aumento de interesse no manuseio e processamento de sistemas com altas cargas de sólidos, tem aumentado o número de artigos publicados sobre esse tema.

Como exemplos de materiais com esse comportamento, podem-se citar: suspensões concentradas de argila para fabricação de louças, dióxido de titânio e farinha de trigo em água entre outros.

As limitadas informações relatadas na literatura sobre esse fluido sugerem que a viscosidade efetiva/taxa de deformação resulta, frequentemente, num gráfico linear (em coordenadas logarítmicas) acima de uma faixa limite de taxa de deformação. A modelagem matemática segue o modelo *power-law*, porém com índice de comportamento do fluido ' n ' maior que um, conforme a Equação (2.9).

$$\mu_E = m(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (2.9)$$

2.2.3 Fluidos viscoplásticos

Esse tipo de fluido é caracterizado pela existência de uma tensão de cisalhamento inicial (tensão residual) ' τ_0 ', diferente de zero, antes do fluido sofrer uma deformação ou escoamento. Tal material apenas se deforma quando uma tensão externa aplicada for maior

que esta tensão de cisalhamento inicial. Quando a tensão externa exceder o valor da tensão de cisalhamento inicial, a curva da tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação do fluido pode ser linear ou não-linear, mas não passa pela origem de coordenadas. Para níveis de cisalhamento maiores que ' τ_0 ', a substância comporta-se como um material viscoso.

Um fluido cuja curva de tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação é linear, para $|\tau| > |\tau_0|$, é chamado fluido plástico de Bingham, sendo caracterizado por uma constante de viscosidade plástica (tangente à curva) e pela tensão de cisalhamento inicial. Por outro lado, materiais que possuem uma tensão de cisalhamento inicial e uma curva não-linear no gráfico de ' τ ' em função de ' $\dot{\gamma}$ ' em coordenadas lineares (para $|\tau| > |\tau_0|$) são chamados pseudoplásticos com tensão residual.

A Figura 2.4 ilustra o comportamento viscoplástico observado num extrato de carne com comportamento de Bingham e numa solução polimérica como comportamento pseudoplástico com tensão residual (solução de Carbopol®).

É interessante notar que materiais viscoplásticos também apresentam uma viscosidade aparente que diminui com o acréscimo da taxa de deformação. É possível então, considerar esses materiais como sendo uma classe particular de fluidos pseudoplásticos.

Exemplos comuns de fluidos viscoplásticos incluem partículas em suspensão, emulsões, gêneros alimentícios, sangue, fluidos de perfuração etc (BARNES, 1999).

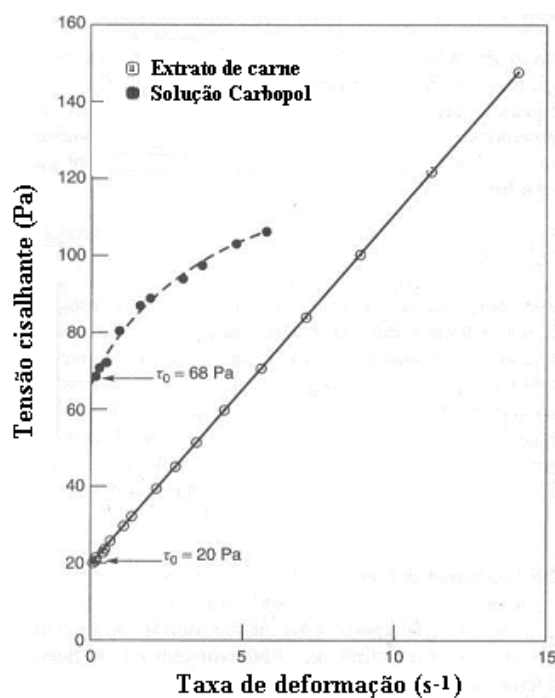


Figura 2.4: Gráfico típico de dois fluidos viscoplásticos; fonte: CHHABRA (1999).

2.2.3.1 Modelos matemáticos para fluidos viscoplásticos

Muitas expressões empíricas são propostas na literatura como resultado direto de ajuste de dados experimentais. Três modelos usualmente empregados para descrever fluidos viscoplásticos são apresentados a seguir:

O modelo plástico de Bingham

É a mais simples equação que descreve fluidos viscoplásticos com uma tensão cisalhante inicial. Para uma tensão cisalhante unidimensional e constante, têm-se as Equações (2.10) e (2.11).

$$\tau = \tau_0^B + \mu_B (\dot{\gamma}) \text{ para } |\tau| > |\tau_0^B| \quad (2.10)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \text{ para } |\tau| < |\tau_0^B| \quad (2.11)$$

Sendo τ_0^B e μ_B tratados como parâmetros de ajuste da regressão.

Modelo Herschel-Bulkley

Estudando soluções heterogêneas de borracha em benzeno, HERSCHEL e BULKLEY (1926) apresentaram um modelo baseado nas propostas de Bingham e *power-law* (apud BIRD *et al.*, 1960), que contempla ajustes não lineares para a taxa de deformação e um valor de tensão residual ' τ_0 ', como visto nas Equações (2.12) e (2.13).

$$\tau = \tau_0 + m(\dot{\gamma})^n \text{ para } |\tau| > |\tau_0| \quad (2.12)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \text{ para } |\tau| < |\tau_0| \quad (2.13)$$

Com o uso de um terceiro parâmetro adicional ao modelo de *power-law*, essa expressão fornece um ajuste mais satisfatório para algumas categorias de fluidos, como por exemplo: suspensões heterogêneas de bentonita e soluções poliméricas de Carbopol® (KEE *et al.*, 2005).

É comum a utilização da forma modificada, conforme a Equação (2.14), para expressar a viscosidade efetiva em função dos parâmetros da Equação (2.12) junto a um novo parâmetro: a viscosidade inicial ' μ_0 ', correspondente a baixas taxas de deformação (FLUENT, 2005).

$$\mu_E = \frac{\tau_0 + m \left[\dot{\gamma}^n + (\tau_0 / \mu_0)^n \right]}{\dot{\gamma}} \quad (2.14)$$

O modelo de Casson

Muitos gêneros alimentícios e materiais biológicos, especialmente sangue, são descritos por esse modelo:

$$(|\tau|)^{1/2} = (|\tau_0^C|)^{1/2} + (\mu_C |\dot{\gamma}|)^{1/2} \text{ para } |\tau| > |\tau_0^C| \quad (2.13)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \text{ para } |\tau| < |\tau_0^C| \quad (2.14)$$

Esse modelo tem sido frequentemente utilizado para descrever o comportamento da tensão de cisalhamento/taxa de deformação de sangue, iogurte, extrato de tomate, chocolate líquido etc.

O modelo de Robertson-Stiff

Também um modelo não linear a três parâmetros baseado em estudos da reologia de pastas e polpas, este modelo incorpora a taxa de deformação inicial ‘ γ_o ’, um adimensional ‘ B ’ e um parâmetro de ajuste ‘ A_{RS} ’. (ROBERTSON e STIFF, 1976; apud XU *et al.* 1994), conforme a Equação (2.15).

$$\tau = A_{RS} (\gamma_o + \dot{\gamma})^B \quad (2.15)$$

2.2.4 Fluidos de perfuração

A tecnologia envolvendo fluidos de perfuração vem recebendo aportes em pesquisa e desenvolvimento devido à necessidade de suplantar novos desafios para exploração e produção de petróleo. As perfurações de poços ultraprofundos com elevadas inclinações e longas seções horizontais deixaram de ser desafios e hoje se tornaram alternativas economicamente viáveis para altas taxas de exploração de petróleo (QUDAIHY *et al.*, 2005).

MARTINS *et al.* (2004) destacam os limites hidráulicos para perfuração de poços horizontais profundos brasileiros. Ressaltando que para cada avanço em termos de profundidade encontram-se faixas cada vez mais estreitas entre pressão de poro e pressão de fratura, exigindo progressivamente elevadas performances dos fluidos de perfuração.

Contudo estes incrementos de tecnologia não visam somente superar dificuldades técnicas. Buscam também atender parâmetros econômicos, já que uma limpeza de poço (*cuttings removal*) mais eficiente resulta em operações com menor consumo de energia (torque mais baixos) e com taxas de penetração mais altas, o que implica na redução de custos. Sendo que este último acaba se tornando um fator preponderante, visto que geralmente os equipamentos para perfuração são terceirizados ou alugados; sendo que a perfuração de um

poço pode chegar a cifras próximas a seis milhões de dólares (DODSON e SCHMIDT, 2004 apud PAES *et al.*, 2005).

Em termos de uma ordem de grandeza do volume da utilização destes materiais na indústria petrolífera, o Instituto Americano do Petróleo (API) estima que cerca de 24.000.000 m³ de dejetos de perfuração foram gerados em 1995 dos poços terrestres (*onshore*) apenas nos Estados Unidos. Desta forma, enquadra-se a relevância de estudos envolvendo fluidos de perfuração, na busca permanente de altas performances e condições otimizadas de operação.

A literatura técnica, a maioria dos livros-texto e os manuais de perfuração trazem uma lista de 10 a 20 funções para os fluidos de perfuração durante uma prospecção de poço de petróleo. As principais podem ser citadas resumidamente (CHILINGARIAN e VORABUTR, 1983; DARLEY e GRAYM, 1988; apud CHILINGAR e CAENN, 1996):

- Refrigerar a broca;
- Lubrificar as partes móveis da broca;
- Reduzir o atrito entre o eixo da broca e a parede do poço;
- Manter a estabilidade das paredes do poço;
- Prevenir a penetração de fluidos de formação (água e gás) pela parede do poço;
- Formar uma fina e pouco permeável torta de filtrado;
- Proporcionar resistência aos fluidos de formação;
- Fazer a limpeza do poço pelo carreamento dos cascalhos até a superfície.

A qualquer momento da perfuração de um poço, uma ou mais destas funções podem prevalecer sobre as demais. Como por exemplo, em poços profundos ou em recuperação horizontal, a capacidade de limpeza e a manutenção da integridade das paredes do poço se sobressaem em relação às demais funções. Já em situações de prospecção em regiões arenosas (*sensitive sands*), a resistência aos fluidos de formação passa a ser uma característica prioritária.

Recentemente fatores ambientais passaram a receber maior destaque e alguns autores, já os posicionam na condição de critério de seleção do fluido de perfuração. Revelando desta forma uma nova fronteira de investigação para pesquisadores, a de conjugar parâmetros técnico-econômicos com fatores ambientais. (AMANULLAH e YU, 2005).

2.2.4.1 Categorias de fluidos de perfuração

Existem essencialmente três principais categorias de fluidos de perfuração ou lamas de perfuração: a base de óleo (OBF, *oil based fluids*), sintético (SBF, *synthetic based fluid*) e a base de água (WBF, *water based fluids*).

Tradicionalmente os OBF têm uma restrita faixa de aplicação, situando-se entre 5 e 10 % dos casos. Estes se destacam pela temperatura de estabilidade e pela sua alta performance na perfuração (alta lubricidade e atributos de estabilização do poço). Contudo possuem características que limitam suas aplicações como: altos custos, necessidades especiais de manuseio e sobretudo um fraco apelo ambiental em relação à eco-toxicidade e à tendência residual.

Mais recentemente, o tipo SBF tem sido desenvolvido como aditivos para prover melhores performances de perfuração, similares aos OBF no que diz respeito à estabilidade do poço e com melhorias em parâmetros ambientais como a biodegradabilidade. Os fluidos sintéticos incluem as parafinas e “oleofinas internas”: poli-alfas oleofinas (PAO), linear-alfa oleofinas (LAO), acetais, fluidos a base de éteres/ésteres e detergentes aquilatos. Sua aplicação não segue uma regra definida, a decisão do uso é específica às particularidades encontradas em cada poço.

Os fluidos a base de água, WBF, geralmente não possuem performance de perfuração otimizada, principalmente em condições de perfuração mais complexas, entretanto fornecem a melhor performance ambiental em termos da sua natureza atóxica e de destacados níveis de biodegradabilidade. Outro aspecto favorável é o baixo custo quando comparado às outras categorias. Em sua maioria os fluidos são suspensões poliméricas solúveis em água com elevado poder de espessamento. Nesta categoria destacam-se a goma xantana e os celulósicos: CMC - carboximetilcelulose e HEC - hidroxietilcelulose (HUGHES *et al.*, 1993).

Na classe dos WBF's, a bentonita ainda tem grande aplicação, principalmente para produzir propriedades como:

- Aumento nas propriedades para limpeza do anular;
- Redução na filtração na formação do permeado (*water seepage*);
- Manutenção da estabilidade da parede do poço em formações mal “cementadas”.

Conduto a bentonita em baixas concentrações é incapaz de prover propriedades reológicas satisfatórias para a perfuração de poços de petróleo. Em muitas situações esta precisa ser conjugada com aditivos de espessamento.

Embora tenham-se três categorias de fluidos, é imperativo estabelecer preliminarmente as necessidades operacionais para então avaliar qual o melhor tipo de fluido que atenda às

expectativas. Pode-se destacar alguns trabalhos da literatura como HEMPHILL (1990) cujos resultados visam determinar as propriedades de OBF's que melhor se ajustam à operação com poços de elevada inclinação.

Trabalhando com a categoria dos SBF's, GROWCOCK e FREDERICK (1996) estudaram os limites de estabilidade do comportamento reológico e do fator de perda de fluido de perfuração em função de variações na temperatura de estabilização (30 a 150 °C). Os testes com poli-alfas oleofinas, linear-alfa oleofinas, fluidos a base de ésteres e detergentes aquilatos mostram melhores performance quando comparado ao OBF's, sugerindo ganhos em termos de custos operacionais e ressaltando a facilidade de manuseio dos fluidos sintéticos.

MORTON *et al.* (2004) avaliaram a performance de fluidos de perfuração sobre critérios de operação como: distância de perfuração (372 a 4392 m), taxa de penetração (3 a 55 m/h) e temperatura de circulação (62 a 132 °C). Os autores comparam os resultados obtidos a partir das três categorias de fluidos (OBF, SBF e WBF). Os resultados com fluidos a base de água se destacam de maneira tão significativa que os autores propõem a criação de um subgrupo de estudo: lamas a base de água de alta performance, do inglês HPWBM (*high performance water based muds*); acreditando que normas ambientais futuras subjugarão parâmetros técnico-operacionais, principalmente quando se tratar de operações marítimas, pois este delicado ecossistema traz consigo um apelo ecológico ainda maior.

2.2.4.2 Aditivos de fluidos de perfuração

Para a prospecção de um novo poço não há regra geral ou um fluido de perfuração padrão, cada poço tem suas particularidades. Desta forma, na prática, é muito comum o uso de aditivos aos fluidos de perfuração. Esses materiais visam potencializar determinadas propriedades, como a temperatura de estabilização, a lubricidade, o encerramento da broca (*bit balling*) e a viscosidade.

Atualmente, não há lamas a base de água estáveis em temperaturas acima dos 200 °C como as lamas a base de óleo. Há diversos trabalhos que sugerem o uso de polímeros sintéticos como aditivos. Dentre os trabalhos destaca-se o de PLANK (1992) que descreve a ação do dimetil-acrilamida e do hidrato-maleico-estirenosulfonato como agentes de estabilidade para elevadas temperaturas.

Alguns óleos vegetais modificados e glicerina são usualmente empregados como elementos para redução do fator de atrito entre o fluido de perfuração as paredes do poço e eixo da broca. Estes aditivos são conhecidos também como agentes de lubricidade. Autores

como BLAND (1994) sugerem o uso de glicóis e poliglicóis como aditivos aos WBF's, como alternativa ao uso de lamas à base de óleo.

A classe dos glicóis e seus derivados são empregados também com a finalidade de formar uma película hidrofóbica superficial sobre as partes metálicas da broca, evitando a formação de agentes ligantes (argamassas) entre as partes móveis durante a perfuração; efeito conhecido como encerramento da broca.

Espessantes são aditivos que visam modificar a reologia dos fluidos de perfuração, principalmente aumentando as “viscosidades de baixa deformação”. A goma xantana, produzida em uma rota biológica, além de fornecer alto poder de espessamento em baixas taxas de deformação, possui também respeitável nível de biodegradabilidade. Pesquisadores como SPARLING e WILLIAMSON (1991) sugerem o uso de hidróxidos-metálicos misturados (*mixed metal hydroxides* – MMH) que são materiais cristalinos cationicamente carregados. Estes materiais uma vez associados à bentonita formam uma suspensão na consistência de gel. Esta estrutura de gel quando bombeada desloca-se como uma massa sólida carregando consigo todos os cascalhos no anular. Entretanto, mais resultados de pesquisa sobre estes aditivos são necessários para comprovar esse mecanismo de transporte.

Aditivos com ação conjugada também vêm sendo estudados, como a proposta de ZAKHAROV e KONOVALOV (1992), sobre o uso de silicatos para promover alterações na reologia de lamas de perfuração e ao mesmo tempo atuar como agente de lubrificação. Destacam-se também os estudos de HUGHES *et al.* (1993) que visam a ação simultânea de suspensões de CMC como espessante e agente de redução de perda de fluido de perfuração.

Pode-se ressaltar também a proposta de SHARMA e MAHTO (2004) para o uso de goma de tamarindo e celulose polianiónica como aditivos nas suspensões de bentonita em água. Apresentando bons resultados tanto de biodegradabilidade, quanto no controle da perda de fluido e ainda produzindo propriedades reológicas apropriadas à perfuração de poços de petróleo. Na mesma linha, AMANULLAH e YU (2005) destacam o uso de amidos modificados como aditivos a fluidos WBF. Os dados reportados apontam que esta nova proposta pode atuar com agente de redução da perda de fluido tolerando temperaturas de operação em torno de 150 °C sem gerar resíduos nocivos ao ecossistema marítimo.

2.2.4.3 Propriedades reológicas e o carreamento de sólidos

A eficiência no transporte dos cascalhos gerados está fortemente associada às propriedades físicas dos fluidos como a densidade e principalmente a viscosidade, ou a reologia quando se tratar de fluidos não-Newtonianos. O comportamento reológico da lama de

perfuração deve estar ajustado para manter as partículas sólidas suspensas durante o transporte dos cascalhos de perfuração. Se a consistência for baixa pode ocorrer a sedimentação durante o processo, gerando acúmulo de sólidos na parte inferior do espaço anular. A presença de sólidos acumulados nessa região pode provocar desde um aumento no torque de acionamento da broca até a crítica situação de entupimento do poço. Neste sentido, necessita-se de um fluido que possa conjugar duas situações operacionais bem distintas. Quando sob bombeamento (altas deformações) este fluido deve apresentar uma viscosidade reduzida que permita seu deslocamento com baixo consumo de energia. Caso venha ocorrer escoamento a baixas vazões de circulação (baixas deformações) este possa apresentar uma viscosidade suficiente que evite ou minimize a sedimentação dos cascalhos no anular (FRIGAARD *et al.*, 2001). A Figura 2.5 apresenta um exemplo de reograma para o uso de aditivos metálicos (MMH) visando o aumento de viscosidade e de densidade do fluido de perfuração. Ressalta-se o eixo das ordenadas nas faixas de viscosidades usualmente encontradas em cada etapa do processo de perfuração; variando de 20 a 3000 mPa.s.

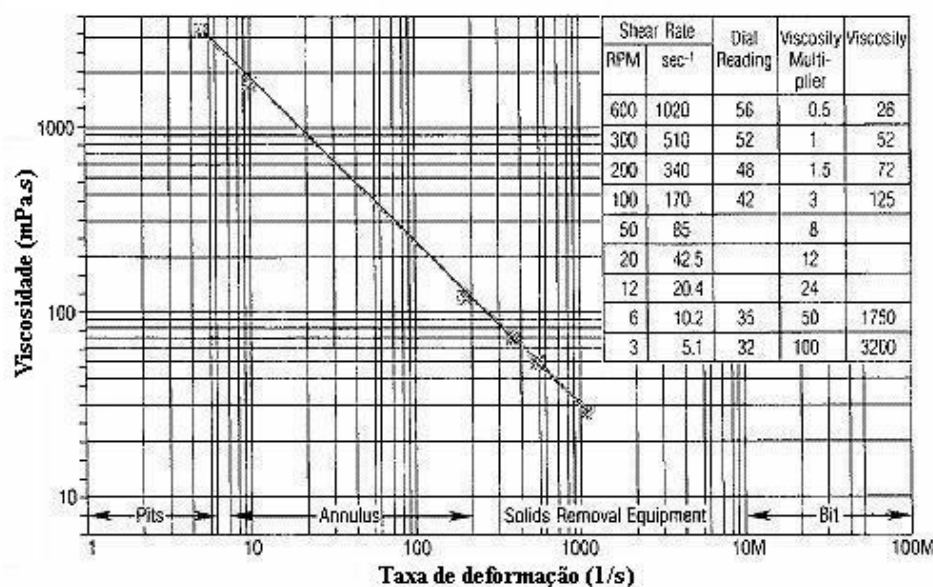


Figura 2.5: Exemplo de reograma para lamas MMH (Dow Chemical Company).

Algumas suspensões poliméricas produzem um comportamento não-Newtoniano do tipo pseudoplásticos e viscoplásticos, similares ao descrito na Figura 2.5. A Figura 2.6 apresenta um reograma típico da viscosidade e tensão cisalhante em função da taxa de deformação de uma suspensão de goma xantana com concentração de 0,31 %. Destacam-se as elevadas viscosidades efetivas para baixas taxas de deformação.

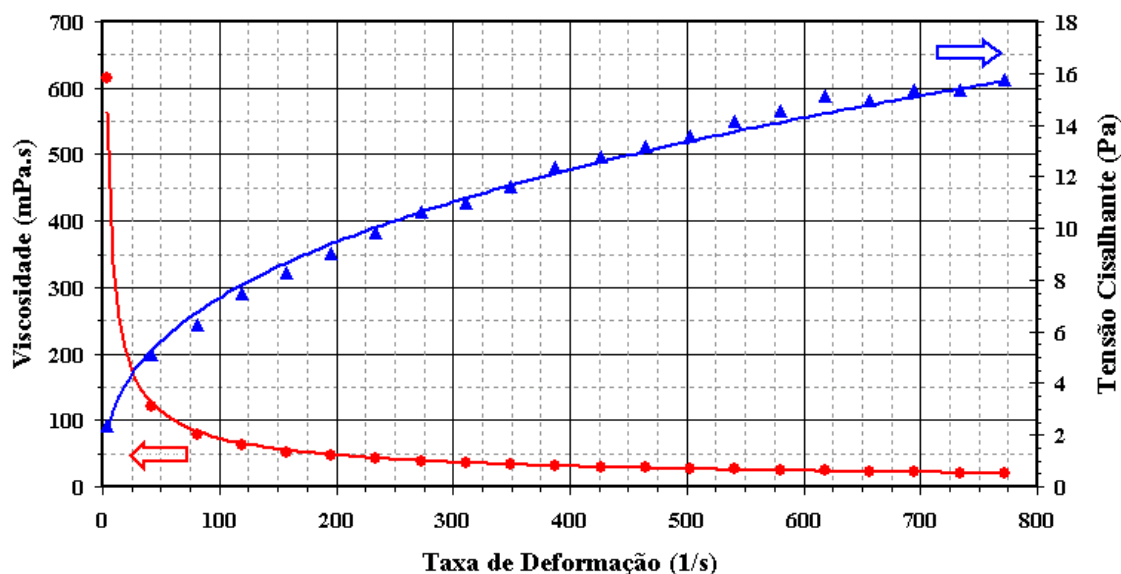


Figura 2.6: Reograma de uma suspensão polimérica de goma xantana.

O fato de apresentarem altas viscosidades em taxas de deformação muito baixas faz com que os fluidos pseudoplásticos tenham comportamento apropriado para lamas de perfuração; mantendo praticamente em suspensão os cascalhos em eventual redução ou mesmo interrupção do escoamento pelo anular.

Dos trabalhos reportados na literatura, encontram-se um apreciável número de publicações sobre o assunto, fato que traduz a importância do tema para as aplicações na indústria do petróleo.

Pode-se destacar como referência SIFFERMAN *et al.* (1974) pelo estudo do transporte de sólidos na perfuração em poços verticais. Neste trabalho os autores apresentaram o conceito da razão de transporte de sólidos, com base na velocidade terminal do sólido e na velocidade do fluido escoando pelo espaço anular. Seus resultados são avaliados sob efeito da vazão de fluido, das propriedades físicas dos fluidos, da distribuição de tamanhos do cascalho de perfuração e das respectivas concentrações, da rotação do eixo interno e das dimensões do espaço anular. Os autores destacam como fatores preponderantes na eficiência de “limpeza” do poço a velocidade anular do fluido e suas propriedades reológicas. De forma significativa mas com moderada importância estão a rotação do eixo interno e a excentricidade do sistema.

Ressaltando os efeitos viscoplásticos de fluidos, ESTES *et al.* (1996) apresentaram a análise da capacidade de limpeza do anular empregando fluidos de Bingham para poços horizontais, nos quais os fluidos escoam em regimes laminar e turbulento.

Para a estimativa de condições de limpeza de poços de elevada inclinação (55 a 90°) partindo da perfuração de poços horizontais, PLLEHVART *et al.* (1997) apresentaram uma abordagem alternativa com base em fatores de correção para predição de uma velocidade de fluido crítica para transporte de sólidos. As variáveis de correção investigadas foram as propriedades físicas do fluido, o tamanho médio das partículas e o ângulo de inclinação.

Buscando operações eficientes de perfuração, MAGLIONE (1999) ressalta a necessidade de integração de parâmetros reológicos e hidráulicos. Os resultados apresentados pelos autores buscam a otimização da operação de perfuração pela comparação entre estudos de casos.

Recentemente, materiais com comportamento reológico complexo quando em suspensão, como as espumas por exemplo, têm sido empregados para o aumento da capacidade de remoção de cascalhos gerados durante a perfuração de poços horizontais como no trabalho apresentado por OZBAYOGLU *et al.* (2005).

2.3 Escoamento em tubos e analogia para o escoamento anular

Em relação ao estudo sobre o escoamento anular é muito comum, para diversos autores, a analogia com deslocamento de fluidos em dutos de seção circular. A quantidade de informações sobre o fluxo de líquidos em tubos, tanto para fluidos Newtonianos quanto para os de comportamento não-Newtonianos é significativamente superior. Uma das principais analogias é o conceito do diâmetro hidráulico ' D_H ', segundo a Equação (2.16).

$$D_H = 2(R_{EXT} - R_{INT}) \quad (2.16)$$

Sendo que este substitui o valor do diâmetro interno do tubo em aplicações como o uso do número de Reynolds, o comprimento de entrada, em critérios de transição de escoamento e, ainda, em informações referentes ao fator de atrito.

2.3.1 As definições para o número de Reynolds

Desde o pioneiro trabalho sobre escoamento de REYNOLDS (1884) até os dias de hoje que o conceito do adimensional, que relaciona as forças inerciais com as forças viscosas, é empregado. Sua aplicação consiste em uma referência direta ao regime de escoamento de um fluido. Numa única expressão considera-se a geometria do sistema ' D ', a velocidade média do fluido ' v ' e suas principais propriedades físicas. A Equação (2.17) representa a definição clássica do número de Reynolds para fluidos Newtonianos incompressíveis.

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (2.17)$$

Quando o fluido passa a ter um comportamento não-Newtoniano, o conceito do número de Reynolds se mantém, sendo a viscosidade dinâmica substituída pela viscosidade efetiva, neste caso o número de Reynolds recebe o complemento de generalizado, representado pela Equação (2.18).

$$Re_G = \frac{\rho v D}{\mu_E} \quad (2.18)$$

A viscosidade efetiva é calculada como o auxílio de duas expressões, uma para o modelo de viscosidade em função da taxa de deformação e outra para a determinação de como o fluido é deformado durante o escoamento.

Pela ampla utilização do modelo reológico de *power-law* para fluxo em dutos circulares, representado pelos parâmetros ‘*m*’ e ‘*n*’, é comum também o emprego do número de Reynolds generalizado definido pela Equação (2.19), conhecido como Reynolds de METZNER e REED (1955).

$$Re_{MR} = \frac{\rho v^{(2-n)} D^n}{m} \quad (2.19)$$

2.3.2 Efeito do comprimento de entrada

À medida que um fluido entra no interior de um tubo uma camada limite se forma na superfície interna do duto, delimitando a região na qual os efeitos das forças viscosas são mais relevantes. Fora desta região o fluxo principal tem escoamento potencial, ou seja, os efeitos viscosos são negligenciáveis. Em algum ponto ao longo do eixo axial a camada limite ocupa toda a área da seção transversal. Este ponto marca o fim da região de alimentação, mas não o fim da “região de entrada” (MONHANTY e ASTHANA, 1978). Somente a partir deste ponto, o perfil de velocidade do fluido não apresenta mais variações significativas ao longo do seu escoamento (formação assintótica), que passa a ser considerado completamente estabelecido. Esta distância, contada a partir da entrada do duto, é denominada de comprimento de entrada ‘*L_E*’. A Figura 2.7 apresenta esquematicamente o perfil de velocidade axial do fluido na evolução da camada limite até atingir a região de escoamento plenamente estabelecido.

Um dos pioneiros trabalhos de quantificação do comprimento de entrada foi desenvolvido por LANGHAAR (1942) para escoamento laminar de fluidos Newtonianos, o qual resultou na Equação (2.20). Nessa equação, ‘*D*’ representa do diâmetro do duto e ‘*Re*’ o número adimensional de Reynolds.

$$\frac{L_E}{D} = 0,0575 Re \quad (2.20)$$

Na mesma linha de pesquisa, FOUMENY *et al.* (1993), com uma abordagem numérica do escoamento laminar de fluidos Newtonianos em dutos, apresentaram uma correlação, conforme a Equação (2.21), para avaliação do comprimento de entrada em função do número de Reynolds e do diâmetro do duto. Os resultados deste estudo foram confrontados com os dados experimentais de FRIEDMANN *et al.* (1968) e com a correlação proposta por CHEN (1973), segundo a Equação (2.22).

$$\frac{L_E}{D} = 0,379 e^{(-0,148 Re)} + 0,0575 Re + 0,260 \quad (2.21)$$

$$\frac{L_E}{D} = \frac{0,6}{(1 + 0,035 Re)} + 0,056 Re \quad (2.22)$$

A Equação (2.21) apresentou um desvio médio da ordem de 2,0 %, em relação aos dados experimentais de FRIEDMANN *et al.* (1968), enquanto que analogamente a Equação (2.22) apresentou um desvio médio de 4,0 %.

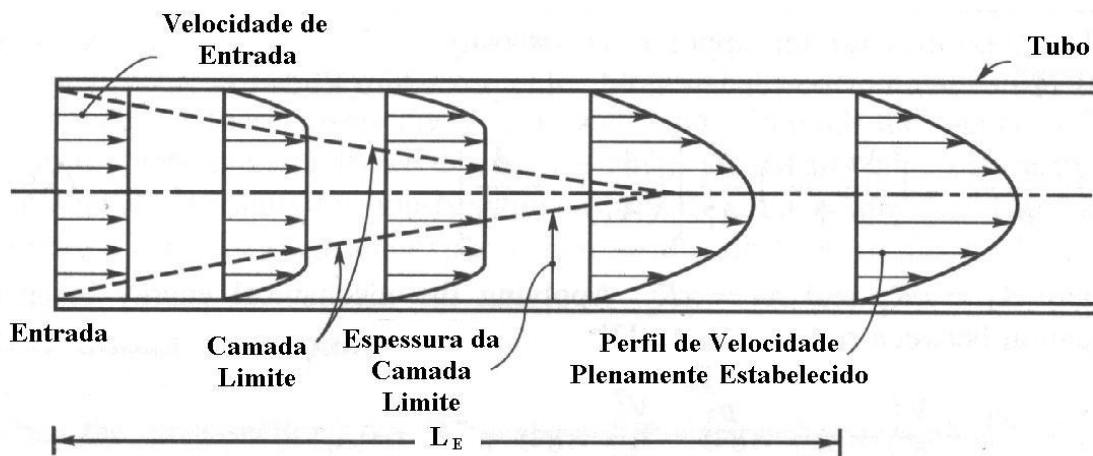


Figura 2.7: Evolução do perfil de velocidade axial em função do comprimento de entrada.

Pode-se destacar também o trabalho de JAYANTI *et al.* (2001) com o estudo do desenvolvimento do escoamento bifásico em região anular vertical para dois fluidos Newtonianos (ar e água). Os autores detalham experimentalmente os valores locais de gradiente de pressão, espessura da camada limite, tensão cisalhante na parede do duto, além do perfil de velocidade. Os resultados mostram as variações que ocorrem nos primeiros “50 diâmetros de tubo” caracterizando a região de alimentação, sendo que o comprimento de entrada responde de forma mais lenta, apresentando valores na faixa de 100 a 300 diâmetros

para atingir a condição de plenamente estabelecido. As condições experimentais de escoamento testadas foram de 71 a 154 kg/m².s para o ar e 10 a 120 kg/m².s para a água.

Mais recentemente, CHEBBI (2002) apresenta os resultados obtidos do escoamento laminar em dutos circulares para fluidos não-Newtonianos, representados pelo modelo de *power-law*. A Figura 2.8 apresenta um dos resultados obtidos, destacando a evolução do escoamento até atingir a condição de plenamente estabelecido (linha pontilhada).

A relação ' U_c/U_o ' representa a razão entre as velocidades central e de alimentação enquanto que ' x ' representa o comprimento axial, ' R ' o raio do duto e ' Re_G ' o número de Reynolds generalizado. O autor comenta a influência do índice comportamento de *power-law* ' n ' sobre o comprimento de entrada, reportando que quanto menor for seu valor, maior será a relação ' x/R '. Recalculando para ' L_E/D ' como convencionalmente é encontrado na literatura, seus resultados sugerem um valor de 0,20 vezes o número de Reynolds generalizado para a condição de escoamento plenamente estabelecido.

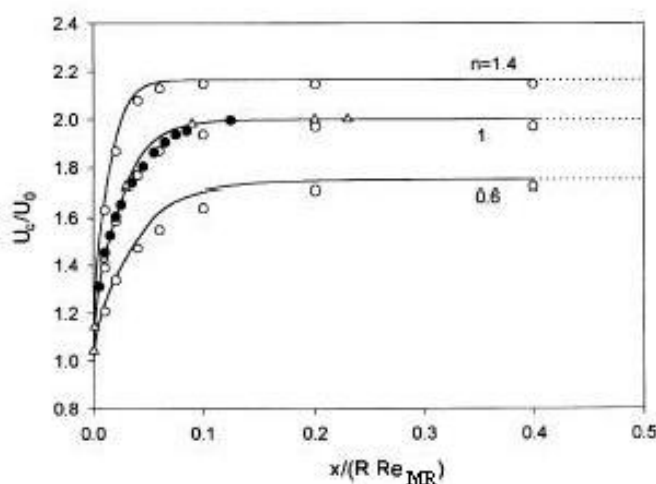


Figura 2.8: Evolução do comprimento de entrada para fluidos não-Newtonianos; fonte: CHEBBI (2002).

2.3.3 Regimes de escoamento e critérios de transição

Para todos os fluidos, a natureza do escoamento é governada pela relação entre forças viscosas e inerciais. Para fluidos Newtonianos, o balanço entre estas forças é traduzido pelo adimensional número de Reynolds. Com este conceito, tem-se estabelecido que valores de ' Re ' acima de 2100 não caracteriza mais o fluxo laminar no escoamento de fluidos em tubos (seção circular).

Como referência, pode-se citar talvez um dos primeiros trabalhos na tentativa de elucidar o critério de transição de escoamento de fluidos não-Newtonianos. HEDSTROM

(1952) propôs a avaliação do escoamento de fluido com comportamento viscoplástico do tipo de Bingham em tubos. O autor destaca como critério de início da turbulência a intersecção das curvas do fator de atrito com as curvas dos adimensionais: número de Hedstrom ' He ' e o Índice de Plasticidade ' PI ', respectivamente representados pelas Equações (2.23) e (2.24).

$$He = \frac{(\tau_0^B)^2 D \rho}{\mu_B^2} \quad (2.23)$$

$$PI = \frac{\tau_0^B D^2}{\mu_B U} \quad (2.24)$$

Para fluidos não-Newtonianos do tipo *power-law* pode-se citar a proposta de RAYAN e JOHNSON (1959), com o cálculo do número de Reynolds de transição em função do índice de comportamento ' n ', traduzida na Equação (2.25).

$$(Re_{MR})_C = \frac{6464n}{(3n+1)^2} (2+n)^{(2+n)/(1+n)} \quad (2.25)$$

Fornecendo valores de Reynolds críticos crescentes para a redução de ' n ', até atingir $n=0,4$ ($Re=2400$) onde se verifica que a partir desse valor de n , ocorre uma reversão seguindo de um forte decréscimo até atingir o valor de 1600 (para $n=0,1$). Resultados estes que não foram confirmados por DODGE e METZNER (1959). Os autores reportaram a presença do escoamento laminar em condições de $Re_{MR}=3100$ (para fluido com $n=0,38$) e de $Re_{MR}=2700$ (para fluido com $n=0,73$). Contudo, numa análise mais ampla, alguns autores sugerem que, devido à complexa relação do ' $(Re_{MR})_C$ ' com o índice de comportamento ' n ', é aceitável considerar o fim do regime laminar na faixa de valores de $Re_{MR} > 2000$ a 2500.

Outro trabalho da literatura frequentemente referenciado é o estudo matemático de HANK (1963), no qual o cálculo de uma constante de estabilidade visando estimar a transição entre regimes de escoamento. Esta constante é a razão de acoplamento entre a magnitude da taxa de variação de momento angular e a magnitude da taxa de perda de momento (apud GÜCUYNER e MEHMETOGLU, 1996).

De forma similar MISHRA e TRIPATHI (1971) propõem uma constante de estabilidade, com base na razão entre a energia cinética média por unidade de volume de fluido e a tensão cisalhante na parede do tubo. Esta constante (Equação 2.26) é dependente ao número de Reynolds generalizado e, uma vez testada para fluidos Newtonianos escoando em dutos com $Re_{MR}=2100$ e $\alpha'=1$, pôde ser quantificada em $\chi=62,5$. A partir de então, assume-se este valor como válido também para fluidos não-Newtonianos, calculando-se o valor do número de Reynolds generalizado crítico pelas Equações (2.27) e (2.28).

$$x = \frac{Re_{MR}}{\alpha'} \quad (2.26)$$

$$(Re_{MR})_C = 2100\alpha_c \quad (2.27)$$

$$\alpha_c = \frac{(4n+2)(5n+3)}{3(3n+1)^2} \quad (2.28)$$

Avaliando o escoamento de fluidos viscoplásticos (*yield-pseudoplastic*) em tubos, DESOUKY e AWAD (1998) propõem um novo critério para transição de regime, fundamentada no parâmetro chamado de coeficiente de interação viscosa ‘C’. Conceitualmente, pode-se dizer que esse parâmetro é resultado do movimento caótico característico de turbulência, sendo a tensão cisalhante viscosa ‘ τ^v ’ amplificada em valores muito superiores em relação à tensão cisalhante laminar ‘ τ ’, conforme a Equação (2.29). Sendo que para $C > 1$, tem-se fluxo turbulento, enquanto que para $C < 1$ tem-se o regime laminar.

$$C = \frac{\tau^v}{\tau} \quad (2.29)$$

A Figura 2.9 representa a aplicação do conceito do coeficiente de interação viscosa em função no número de Reynolds generalizado.

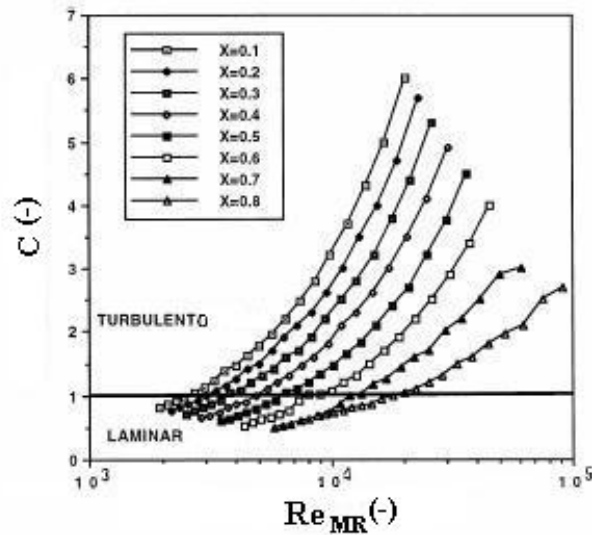


Figura 2.9: Coeficiente de interação viscosa em função de Re_{MR} ; fonte: DESOUKY e AWAD (1998)

Outros trabalhos reportados na literatura estudam a evolução do escoamento em dutos, muitos deles abordam a transição de regime com base na análise do fator de atrito em função do número de Reynolds.

2.3.4 Fator de atrito para fluidos Newtonianos

A definição de fator de atrito baseia-se na consideração do escoamento estacionário de um fluido com densidade constante. O fluido exerce uma força ' F ' na superfície sólida, convenientemente dividida em duas componentes: ' F_s ' a força que o fluido exerce mesmo estando parado e ' F_k ' uma força adicional associada ao comportamento cinético do fluido. Neste conceito, a magnitude da força ' F_k ' pode ser expressa arbitrariamente como o produto de uma área característica ' A ', por energia cinética característica por unidade de volume ' K ' e uma quantidade adimensional ' f ', conhecida como fator de atrito, segundo a Equação (2.30).

$$F_k = AKf \quad (2.30)$$

Embora a equação acima não represente a lei de mecânica dos fluidos, esta introduz uma definição para ' f ', onde a adimensionalidade e simplicidade pode ser fornecida por relações em funções de Reynolds e a geometria do sistema.

O exemplo clássico da correlação do fator de atrito com o regime de escoamento é o caso de escoamento de fluido no interior de um tubo cilíndrico, sendo ' A ' representado pela superfície interna do tubo e ' K ' pela quantidade $\frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2$, de acordo com a Equação (2.31).

$$F_k = (2\pi RL) \left(\frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2 \right) f \quad (2.31)$$

O termo ' F_k ' geralmente é obtido experimentalmente pela queda de pressão e a diferença de elevação, representadas pelas Equações (2.32) e (2.33).

$$F_k = [(p_0 - p_L) + \rho g (h_0 - h_L)] \pi R^2 \quad (2.32)$$

$$F_k = (P_0 - P_L) \pi R^2 \quad (2.33)$$

Igualando as Equações (2.31) e (2.33), tem-se a definição do conhecido fator de atrito de Fanning, segundo a Equação (2.34).

$$f = \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L} \right) \left(\frac{P_0 - P_L}{\frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2} \right) \quad (2.34)$$

A Figura 2.10 representa a evolução do fator de atrito de Fanning com o regime de escoamento no interior de um tubo. Um aspecto importante a acentuar nesta figura é a identificação de duas formas de curvas distintas separadas por uma descontinuidade entre $2100 < Re < 3500$. Na primeira região, a curva é contínua para Reynolds baixos até $Re = 2100$, correspondendo ao regime laminar. Pelo modelo de membranas de tensão é nesta região que os vórtices incipientes não têm energia suficiente para passar pela membrana de tensão. Na faixa de $Re > 3500$ o fluido está normalmente em escoamento turbulento. Nesta região, a

atividade dos vórtices é suficientemente violenta para ultrapassar as membranas de tensão e há transferência de momento não só pela atividade dos turbilhões, mas também pelo transporte molecular.

No intervalo entre 2100 e 3500, ocorre o escoamento de transição, instável; caracterizado pela possível existência combinada de escoamento laminar e de escoamento turbulento. O comportamento do fluido nesta região de transição é uma função das suas propriedades e da geometria do sistema.

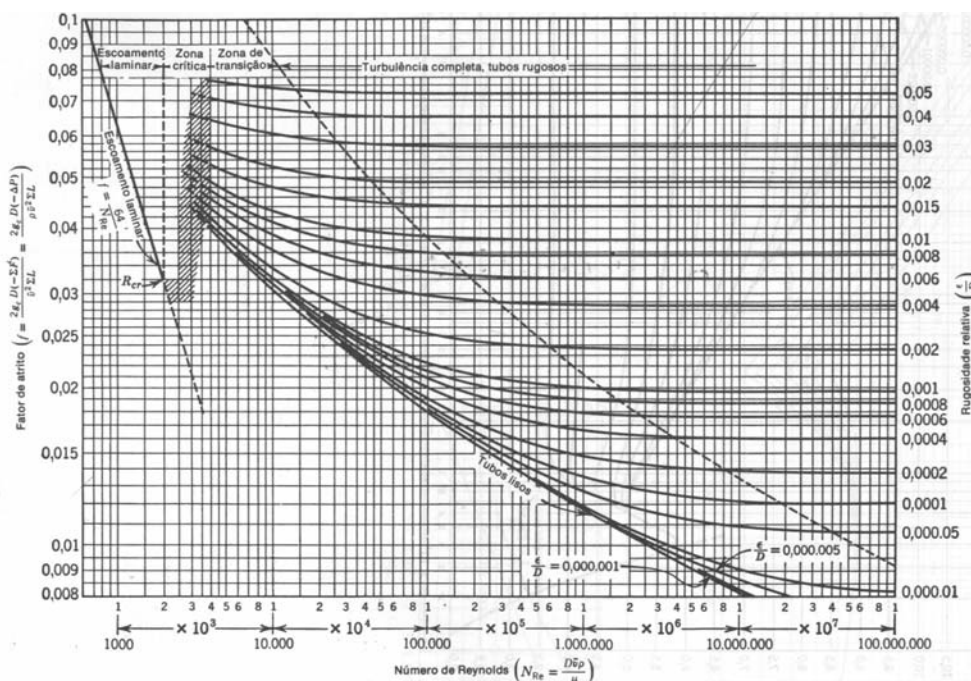


Figura 2.10: Fator de atrito em função do número de Reynolds para escoamento em tubos.

2.3.5 Fator de atrito para fluidos não-Newtonianos

De forma análoga à categoria dos fluidos Newtonianos, o fator de atrito em tubos tem um amplo número de publicações. A maioria destas publicações associa as perdas hidrodinâmicas às características reológicas dos fluidos e ao regime de escoamento. Pode-se citar, por exemplo, a proposta de PINHO e WHITELAW (1990), que além de quantificar as quedas de pressão em função de uma ampla faixa do número de Reynolds generalizado (214 a 111000), avaliaram também a influência da turbulência sobre os perfis de velocidade axial, tangencial e radial em suspensões de carboximetil celulose.

Na mesma linha de pesquisa, tem-se o trabalho experimental de ESCUDIER *et al.* (1999), que empregando diversas suspensões poliméricas de carboximetil celulose ‘CMC’, a goma xantana ‘XG’ e poliacrilamida ‘PAA’, quantificaram as perdas de carga em tubos utilizando o fator de atrito em função do regime de escoamento. A Figura 2.11 apresenta a

amplitude dos resultados experimentais obtidos pelos autores; ressaltando o fim da região laminar em torno de Reynolds generalizado a 2000, a região de transição de 2000 a 3500 e a turbulenta para valores superiores a 3500.

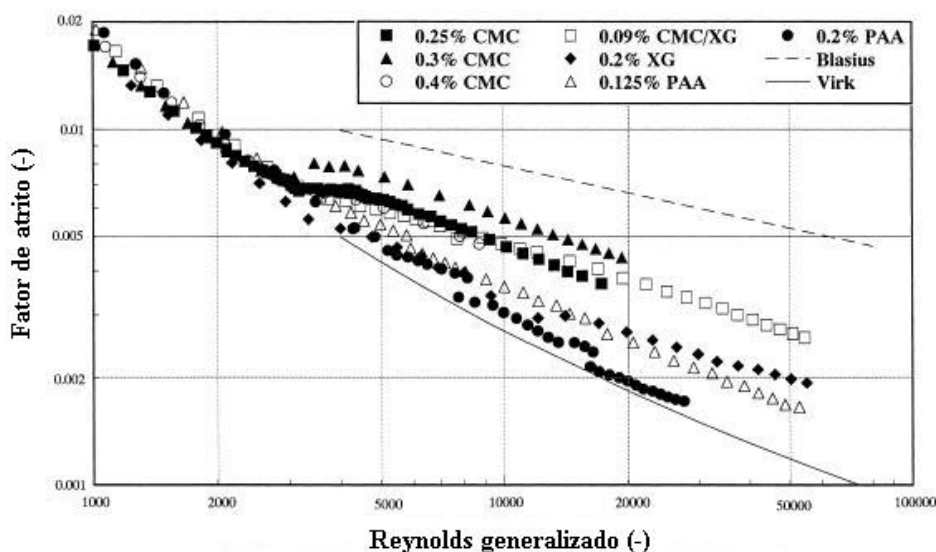


Figura 2.11: Fator de atrito em função do número de Reynolds generalizado; fonte: ESCUDIER *et al.* (1999).

Com a abordagem na simulação numérica, empregando a técnica de espectros de elementos de Fourier, RUDMAN *et al.* (2004) avaliaram o escoamento turbulento de fluidos pseudoplásticos em dutos. Os resultados apontam a influência na redução de arraste (*drag reduction*) do parâmetro ' n ' (modelo de *power-law*), principalmente para Reynolds generalizado maiores que 2000. A Figura 2.12 representa graficamente os resultados do fator de atrito em função do número de Reynolds generalizado.

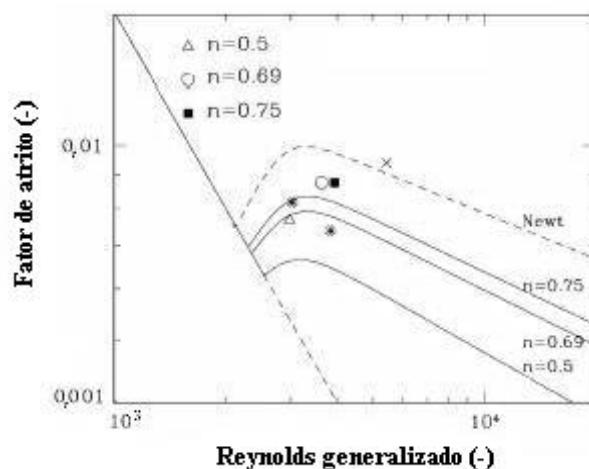


Figura 2.12: Fator de atrito em função do número de Reynolds generalizado; fonte: RUDMAN *et al.* (2004).

Na literatura, há um número considerável de artigos técnicos reportando o comportamento do fator de atrito em função do regime de escoamento. Contudo também há um número significativo de pesquisadores que investiram em contribuições sobre os mecanismos de redução de arraste; desde abordagens teóricas como em (RENARDY, 1995), como publicações específicas para indústria petrolífera no uso de aditivos a fluidos de perfuração para “redução do arraste” (*drag reduction*), até as mais recentes pesquisas com escoamentos bifásicos.

OUDEMAN e BACARREZA (1995) avaliaram a resposta da queda de pressão de operação durante a perfuração de poços *offshore* com altas pressões (bombeamento de lama) e temperaturas do eixo da broca. Os testes foram realizados no espaço anular de diâmetros de $9^{5/8}$ de polegadas por $13^{5/8}$ de polegadas. Os resultados apontaram que altas quedas de pressão, preditas por modelos teóricos em função de elevadas temperaturas, não ocorrem nos testes de campo. Os autores ainda sugerem novas abordagens para comprovar os resultados, como por exemplo o teste de resposta a pulsos de pressão.

Abordando a perda de carga em sistemas bifásicos, JOSEPH *et al.* (2003) propõem correlações para o fator de atrito em condições laminar e turbulenta de fluidos não-Newtonianos escoando em tubos. Os resultados apresentam uma tendência quanto à redução do fator de atrito similar àquelas reportados por ESCUDIER *et al.* (1999) e RUDMAN *et al.* (2004); ressaltando-se a mudança no ponto de transição entre regimes. Os resultados experimentais revelam valores do número de Reynolds generalizado bifásico próximos a 1000 como sendo o ponto de término do escoamento laminar.

Com o uso de soluções de poliacrilamidas em diversas concentrações (200 a 1000 ppm), HANRATTY *et al.* (2004) avaliaram a redução do atrito para escoamentos turbulentos com a degradação das massas moleculares das cadeias poliméricas. Os resultados apontam capacidades de redução na faixa de 34 a 38 % sem que uma degradação significativa nas massas moleculares das cadeias poliméricas.

Visando a aplicação em sistemas de separadores gás-líquido para unidades de perfuração, FERNANDES *et al.* (2004) apresentam as determinações experimentais da redução de arraste para escoamento bifásico. Os fluidos são a água e o ar, e o agente redutor de arraste é constituído de polímeros a base de poli-alfa-oleofinas. Os resultados mostram significativos valores de redução do atrito (40 a 50 %), sendo que estes mostram ser mais sensíveis à variação da velocidade superficial do líquido do que à variação da velocidade superficial do gás e ao diâmetro do tubo.

Avaliando a capacidade do ar na redução do atrito do escoamento laminar de graxas lubrificantes, FRANCO *et al.* (2006) quantificaram as perdas hidrodinâmicas do escoamento bifásico. Os resultados obtidos mostraram boa concordância com a clássica expressão do fator de atrito de Fanning para o escoamento laminar não-Newtoniano ($f=16/Re$).

MOWLA e NADERI (2006) reportam os resultados de agentes de redução de arraste para escoamentos de ar e óleo bruto (*crude oil*). O agente testado foi a poli-alfa-oleofina em diversas concentrações para sistemas tubulares lisos e rugosos em condições de escoamento turbulento. A Figura 2.13 apresenta um dos resultados obtidos mostrando o efeito da concentração no percentual de redução de arraste.

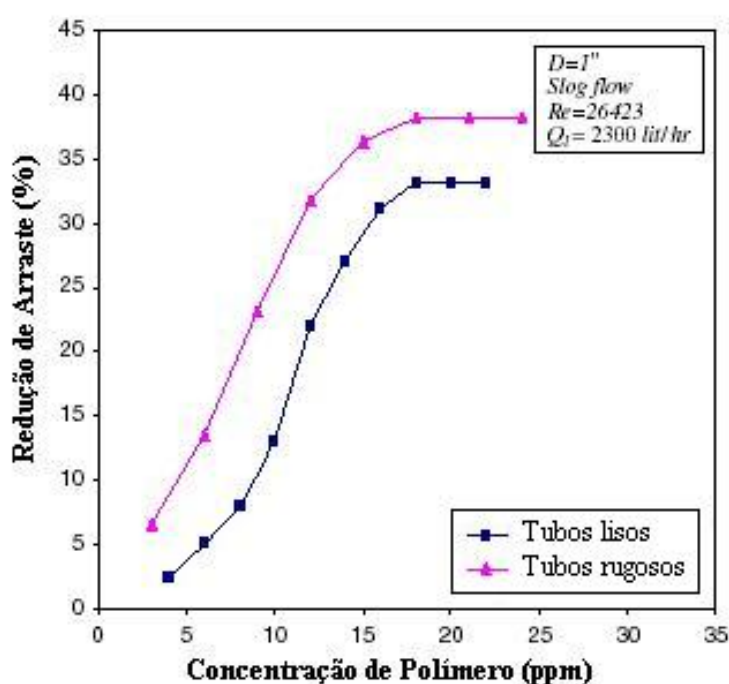


Figura 2.13: Redução do atrito em função da concentração de polímero; fonte: MOWLA e NADERI (2006).

2.4 Escoamento anular: resenha do material consultado

Dentre os diversos trabalhos disponíveis na literatura que tratam do escoamento anular seja concêntrico ou excêntrico, ressaltam-se alguns trabalhos nos quais especificidades como: aparato experimental, inovação de metodologia e aplicação de técnicas numéricas, fez com que recebessem destaque consagrando-os como referência. Os trabalhos aqui reportados são agrupados em categorias visando estabelecer não só uma cronologia, mas também permitir analogias.

2.4.1 Critério de transição entre regimes de escoamento

Buscado determinar os regimes de escoamento em tubos circulares e em tubos concêntricos para fluido não-Newtonianos do tipo Herschel-Bulckey, MAGLIONE (1995) apresenta um método, parametrizado em adimensionais, que visa predizer por correlações o fim do regime laminar. As Equações (2.35) e (2.36) representam as propostas para tubos e anulares respectivamente.

$$G_M = \frac{m}{\tau_0} \left(\frac{3m+1}{m} \frac{2v_a}{D} \right) \quad (2.35)$$

$$G_M = \frac{m}{\tau_0} \left(\frac{4m+1}{m} \frac{4v_a}{D_E - D_I} \right) \quad (2.36)$$

Sendo que ' v_a ' representa a velocidade média do fluido e ' D ' o diâmetro interno para tubos circulares. Para a situação anular sem os efeitos da rotação, ' D_E ' corresponde ao diâmetro interno do tubo externo e ' D_I ' o diâmetro externo do tubo interno. O autor sugere para o adimensional ' G_M ' que os valores críticos de transição seriam de 2,8 para tubos e 14,7 para anulares.

Ainda sobre o critério de transição de regimes de escoamento, pode-se destacar o estudo de GUCUYENER e MEHMETOGLU (1996) para fluidos pseudoplásticos e viscoplásticos em anulares concêntricos, mas sem os efeitos da rotação do eixo interno. Além de uma revisão sobre trabalhos publicados na literatura abordando este tema, os autores apresentam resultados da influência dos parâmetros reológicos no critério de transição. As Figuras 2.14 e 2.15 reproduzem dois de seus resultados.

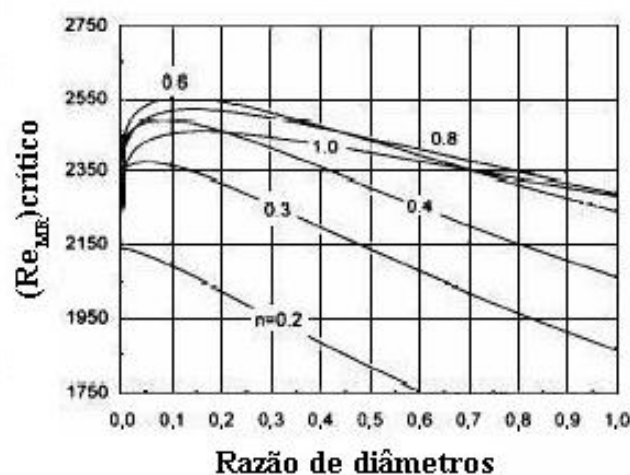


Figura 2.14: Influência do parâmetro ' n ' de *power law* no Reynolds crítico em função da razão entre diâmetro de tubos; fonte: GUCUYENER e MEHMETOGLU (1996).

Mostrando que para fluidos pseudoplásticos, do tipo por *power-law*, pode ocorrer uma redução no valor de Reynolds, que determina o término da condição de escoamento laminar em função do comportamento reológico do fluido (parâmetro ' n ') e da razão de diâmetros entre os tubos ' k '.

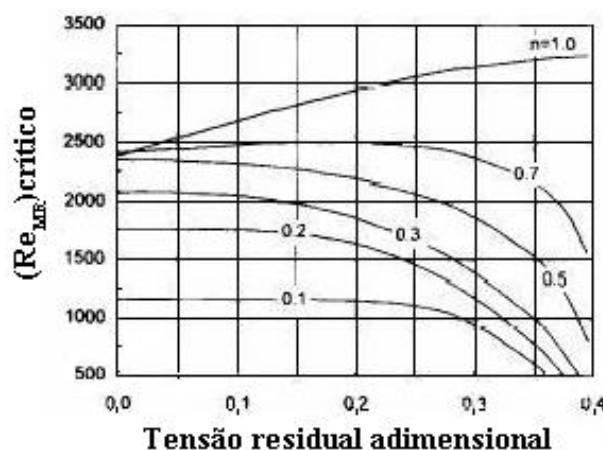


Figura 2.15: Influência dos parâmetros ' n ' e ' T_0 ' no Reynolds crítico para $k=0,6$; fonte: GUCUYENER e MEHMETOGLU (1996).

Considerando fixa a razão entre diâmetros ' k ' igual a 0,6; verifica-se para fluidos viscoplásticos representados por Hershel-Bulckley, mesmo operando com baixos valores de tensões residuais adimensionalizadas (T_0), que as condições de transição do regime laminar podem atingir valores de Reynolds inferiores a 1000.

2.4.2 Arranjos verticais

NOURI *et al.* (1993) avaliaram experimentalmente o fluxo anular de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos em situações bem acima do escoamento a laminar ($1150 < Re < 26600$), empregando a técnica de anemometria a laser para obter os perfis de velocidade axial, radial e tangencial. Como fluido de comportamento não-Newtoniano, foram empregadas soluções de CMC a 0,2 % (representadas pelo modelo de *power-law*). Os autores ainda obtiveram expressões de coeficiente de atrito superficial (*skin-friction*) tanto para fluidos Newtonianos quanto para os não-Newtonianos em arranjos concêntricos e excêntricos, como a Equação (2.37). As determinações experimentais, contudo, não quantificaram o efeito da rotação do eixo interno. Uma observação destacada pelos autores foi a redução da queda de pressão da ordem de 7 % em função do aumento da excentricidade. Também como resultado,

os autores analisaram os perfis de velocidade para as configurações concêntricas e excêntricas.

$$f = 0,36 Re_G^{-0,39} \quad (2.37)$$

Continuando a linha de pesquisa, NOURI e WHITELAW (1997) apresentam uma breve revisão sobre as técnicas experimentais reportadas na literatura, envolvendo escoamento em anulares. Como objeto de estudo, os autores investigaram o efeito da rotação do cilindro interno sobre o escoamento de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos. Neste trabalho foram empregados arranjos excêntricos. Os perfis de escoamento foram apresentados nas três componentes, destacando o efeito da rotação sobre o coeficiente de fricção superficial. A Figura 2.16 apresenta um dos resultados obtidos, mostrando que a influência da rotação do cilindro interno é mais significativa na faixa $Re_G < 3000$, sendo que para o escoamento turbulento a influência da rotação é menos expressiva.

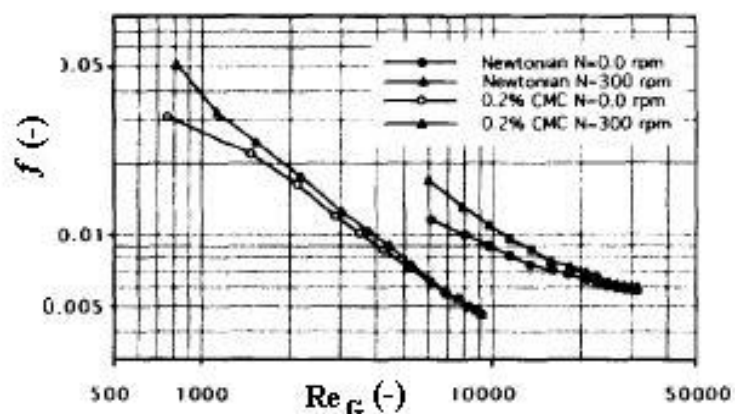


Figura 2.16: Fator de atrito em função de Re_G em arranjo excêntrico; fonte: NOURI e WHITELAW (1997).

Com uma unidade experimental SIGINER e BAKHTIYAROV (1998) avaliaram os perfis de velocidade do fluido empregando a técnica estroboscópica de visualização do escoamento. Os autores observaram que os campos de escoamento são influenciados pela excentricidade e parâmetros reológicos de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos. Os resultados experimentais foram reportados sobre os perfis de velocidade azimutal e confrontados com aqueles obtidos de predições analíticas.

Excluído os efeitos da rotação do eixo interno, MÜLLER *et al.* (2004) avaliaram o escoamento vertical anular concêntrico de areia em suspensões não-Newtonianas. O objeto deste estudo foi como a velocidade anular média e a concentração de polímero afetavam a distribuição axial de sólidos. Seus resultados mostraram que a capacidade de suspensão de

sólidos era potencializada pela presença do polímero. A adição deste reduzia a velocidade anular mínima para atingir a condição de distribuição homogênea de sólidos no espaço anular. Contudo nem sempre a capacidade de carregamento de sólidos era elevada pela adição de polímero.

2.4.3 Arranjos horizontais

FARIA (1995) abordou experimentalmente a variação do gradiente de pressão em tubulações anulares concêntricas e excêntricas com e sem rotação. Em seu trabalho, avaliou-se o efeito de luvas de conexão do eixo de acionamento na queda de pressão e no escoamento de fluidos Newtonianos. Um aspecto interessante é o estudo de proporção de escala (*scale-down*) que o autor apresenta, utilizando uma comparação adimensionalizada, as situações encontradas usualmente em aplicações de escala industrial.

De forma similar ESCUDIER e GOULDSON (1995) também estudaram experimentalmente o escoamento de fluidos Newtonianos e pseudoplásticos sob a influência da rotação do corpo central. Como técnica de medida os autores usaram o LDA (*laser doppler anemometer*) e apresentaram os perfis de velocidade para diversas situações de escoamento (vazão de fluido e rotação do cilindro interno), além de ressaltar o comportamento do fator de atrito sob influência do escoamento. Para fluidos de característica Newtoniana foram empregadas soluções de xarope de glicose, enquanto que a carboximetilcelulose foi a base para as soluções de comportamento não-Newtoniano. A Figura 2.17 apresenta um dos resultados obtidos nos testes com CMC, destaca-se o efeito da rotação (30 a 126 rpm) que influencia o escoamento a partir de valores de Re_G próximos a 500-700.

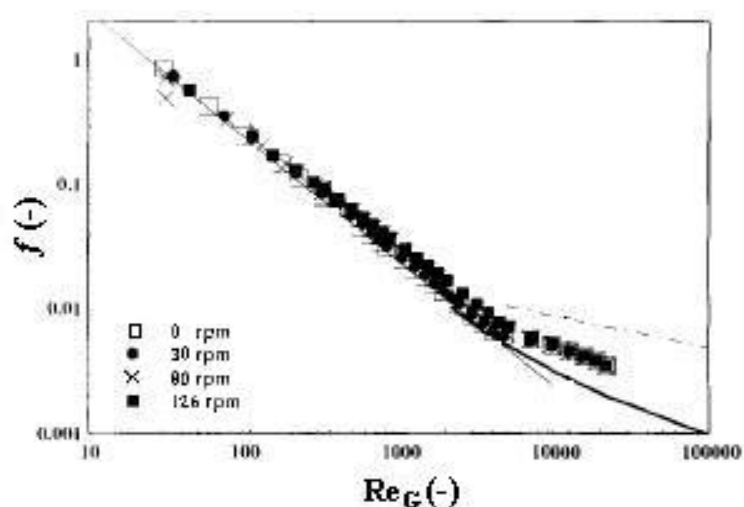


Figura 2.17: Fator de atrito vs Re_G para fluxo anular concêntrico de fluido não-Newtoniano; fonte: ESCUDIER e GOULDSON (1995).

ESCUDIER *et al.* (2000) avaliaram o efeito da rotação do cilindro interno no escoamento laminar de fluidos Newtonianos em região anular excêntrica. Os autores verificaram simulações numéricas de escoamento bi-dimensional a partir de dados obtidos experimentalmente por LDA. Os perfis de velocidades numéricos e simulados foram confrontados mostrando boa concordância entre os resultados obtidos pelas duas técnicas. Também como resultado os autores apresentam o efeito do fator de atrito sob influência da condição de escoamento e da excentricidade do arranjo.

ESCUDIER *et al.* (2002) estendem o estudo para fluidos de características não-Newtonianas comparando os resultados experimentais com aqueles oriundos da simulação numérica. Destacando os perfis de velocidade e confrontando também com aqueles obtidos em outros trabalhos publicados na literatura, como NOURI e WITHELAW (1997) e NOUAR *et al.* (1987). A Figura 2.18 mostra alguns dos resultados obtidos referentes ao gradiente de pressão em função da rotação do eixo interno.

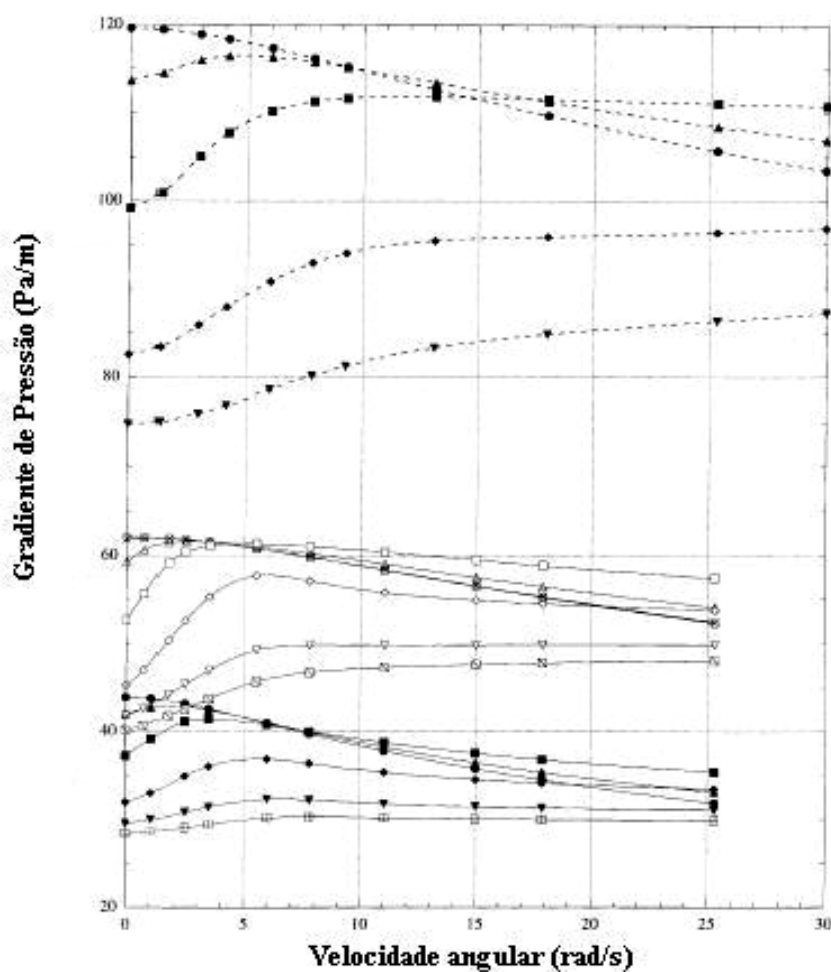


Figura 2.18: Efeito da velocidade angular do eixo interno sobre o gradiente de pressão; fonte ESCUDIER *et al.* (2002).

Analisando a Figura 2.18, observa-se a presença de diversas tendências para o comportamento do gradiente de pressão em função da rotação do eixo interno para o escoamento laminar de fluidos não-Newtonianos, podendo ressaltar: a queda contínua deste gradiente com aumento da rotação, o aumento progressivo e ainda um aumento seguido de uma região de estabilidade. Os autores justificam estes comportamentos pela influência das características não-Newtonianas e da predominância do escoamento helicoidal, fundamentando a discussão na relação entre as velocidades tangencial e axial.

2.4.4 Influência da vazão do fluido e rotação do cilindro interno

McCANN *et al.* (1995), com os resultados de uma unidade experimental da Mobil E&P, determinaram a influência da vazão do fluido sobre a queda de pressão ao longo de um anular com rotação do cilindro interno. Os autores constataram a queda de pressão comporta-se de maneira distinta em relação aos regimes de escoamento. Para o regime turbulento excêntrico, a queda de pressão na região anular aumenta com a elevação da rotação do cilindro interno, enquanto que para o escoamento laminar a queda de pressão diminui com o incremento da rotação. Os autores obtiveram resultados similares para o arranjo concêntrico. A Figura 2.19 apresenta o comportamento da queda de pressão em função da rotação do eixo interno e da vazão de fluido em arranjo concêntrico.

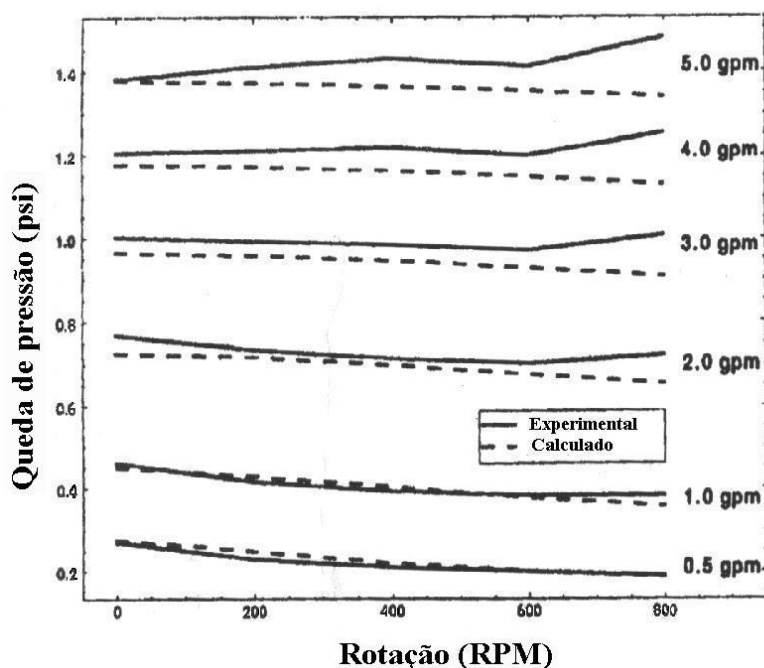


Figura 2.19: Queda de pressão vs rotação do eixo fluxo laminar concêntrico; fonte: McCANN *et al.* (1995).

Para o escoamento de fluidos viscoplásticos (modelo de Herschel-Bulckley), HEMPHILL e RAVI (2005) estudaram o escoamento laminar concêntrico sobre a influência da rotação do eixo interno. Os autores destacaram a ausência de concordância entre os resultados encontrados na literatura e apresentaram um estudo experimental em escala real juntamente com técnicas numéricas para predição dos perfis de velocidade no espaço anular. Os resultados indicaram um aumento da perda de carga sob ação do movimento do eixo interno em rotações acima de 100 RPM, embora as simulações numéricas realizadas apontassem, em alguns casos, para a redução do gradiente de pressão. Ainda como resultado, apresentaram os perfis de velocidade axial, mostrando boa concordância com aqueles reportados na literatura.

2.4.5 Influência da excentricidade e viscosidade do fluido

Avaliando os efeitos da reologia do fluido (modelo de *power-law*) e da geometria do anular (dimensões e excentricidade) MARTINS (1990) propõe, numa abordagem numérica, a quantificação destas variáveis na eficiência de limpeza de poços horizontais e de altas inclinações. Os resultados foram ainda confrontados com correlações empíricas como a IYOH (1989) apud MARTINS (1990), mostrando que em muitas situações a vazão crítica predita, via correlações empíricas, fornecem valores subestimados.

Na sequência, MARTINS *et al.* (1999) avaliaram o comportamento de três soluções poliméricas (goma xantana, carboximetil celulose e poliacrilamida parcialmente hidrolisada) sobre o escoamento de um leito de partículas (*cuttings*) na perfuração de poços de petróleo horizontais. Os três fluidos ainda foram testados em diversas concentrações, obtendo comportamentos reológicos em uma ampla faixa de viscosidade. Os autores destacaram o papel da excentricidade para a redução das perdas hidrodinâmicas e propõem ressaltar as características elásticas e viscoplásticas (tensão residual) em futuras investigações.

2.4.6 Trabalhos empregando simulação numérica

Embora muitos dos trabalhos consultados associam a parte experimental com a parte numérica, algumas das referências citadas a seguir apresentam as contribuições mais significativas às técnicas de simulação numérica.

Utilizando da técnica de modelagem por elementos finitos, HASSAGER e SZABO (1992) simularam o escoamento de fluidos viscoplásticos em geometria anular excêntrica, empregando uma modificação no modelo reológico de Bingham. Os resultados obtidos foram confrontados com os dados do trabalho de WALTON e BITTLESTON (1991), mostrando boa

concordância. Estes autores destacaram as etapas que contribuíram para a otimização da convergência das simulações implementadas.

O trabalho de CHUKWU e YANG (1995) ressalta a comparação de resultados obtidos na simulação numérica com aqueles oriundos da solução analítica. Com um enfoque nos perfis de queda de pressão em função da excentricidade da região anular e das propriedades reológicas dos fluidos, os resultados mostraram concordância apenas para valores de excentricidades abaixo de 0,7.

Investigando o escoamento de fluidos viscoplásticos em anulares, MEURIC *et al.* (1998) propuseram a resolução numérica das equações de conservação (continuidade e momento) adimensionalizadas. Os perfis de velocidade axial foram determinados sob a influência do comportamento reológico dos fluidos e da rotação do cilindro interno. A partir dos resultados obtidos, os autores constataram que para um gradiente de pressão constante, há um aumento na vazão de escoamento causado pelo incremento na rotação do eixo interno em geometria concêntrica. Na situação de geometria excêntrica, observou-se o inverso, ou seja, uma redução na vazão em função da elevação do nível de rotação do eixo interno.

Trabalhando a modelagem do escoamento com as equações governantes na forma adimensionalizada, MANGLIK *et al.* (1999) propuseram simulações numéricas usando a técnica das diferenças finitas para o escoamento de fluidos pseudoplásticos em anulares excêntricos. Neste estudo foi abordado o efeito da excentricidade e da viscosidade sobre o fator de atrito associado ao escoamento. Os autores confrontaram seus resultados com aqueles reportados em outros trabalhos, como por exemplo: NOURI e WHITELAW (1997) e ESCUDIER e GOULDSON (1997). A Figura 2.20 apresenta um dos resultados obtidos da simulação, destacando o efeito da redução do gradiente de pressão (embutido no adimensional fRe_G) em função da excentricidade e do índice de comportamento de fluido do modelo *power-law*. Apresenta-se ainda nesta figura três geometrias anulares, definidas pelo parâmetro ' k ', que traduz a razão entre os diâmetros dos tubos externo e interno.

Similarmente, contudo empregando o algoritmo de volumes finitos, SHARIFF e HUSSAIN (2000) simularam o escoamento helicoidal de fluidos pseudoplásticos em anulares excêntricos. Neste trabalho os autores reportam parâmetros inerentes à técnica da simulação, como a independência da malha (*grid*), balizando a evolução dos resultados com aqueles obtidos de forma analítica. Os resultados do perfil de velocidade axial apresentado sob a forma de curvas de nível revelaram a influência da excentricidade sobre o escoamento; conforme a Figura 2.21, ressaltando o perfil de velocidade axial obtido para valores constantes tanto de rotação do eixo (16,67 rad/s) quanto de gradiente de pressão (25 Pa/m).

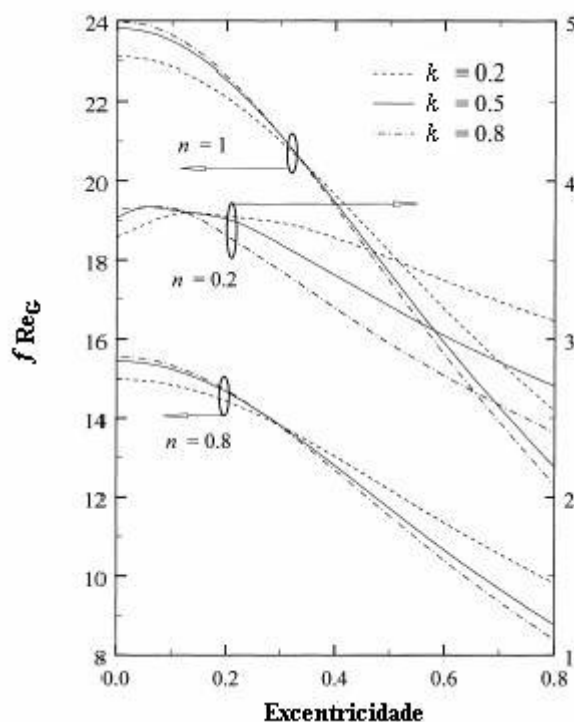


Figura 2.20: Efeito da excentricidade na fluidodinâmica do escoamento anular; fonte: MANGLIK *et al.* (1999).

Na sequência dos estudos desenvolvidos, MEURIC *et al.* (2000) incorporam o efeito de porosidade na fronteira do sistema às simulações. O objetivo visa levantar a fluidodinâmica do escoamento para predição do comportamento de perda de fluido de perfuração e de formação de uma espessura de torta junto à parede do poço. Os resultados consideram as influências da excentricidade e da rotação do eixo interno. Os autores reportam a boa concordância com outras informações disponíveis na literatura sem, entretanto, confrontar o resultados numéricos com dados experimentais.

Avaliando o escoamento bifásico de água e óleo, BANNWART (2001) apresenta a modelagem do escoamento nucleado (*core flow*) desenvolvendo as equações de conservação de massa e momento para a fração volumétrica das fases e a perda de carga. Os resultados de gradiente de pressão foram comparados às determinações experimentais para arranjos horizontais e verticais, mostrando bom ajuste entre as bandas de $\pm 20\%$ de desvio.

Empregando códigos comerciais de fluidodinâmica computacional, ALI (2002) avalia escoamento anular concêntrico de fluidos Newtonianos para arranjos verticais e horizontais. Os efeitos da rotação do eixo interno não foram quantificados. O foco do estudo foi a determinação, via modelagem de fase discreta, da fração de transporte de sólidos em função da vazão de escoamento e das propriedades físicas do fluido (densidade e viscosidade).

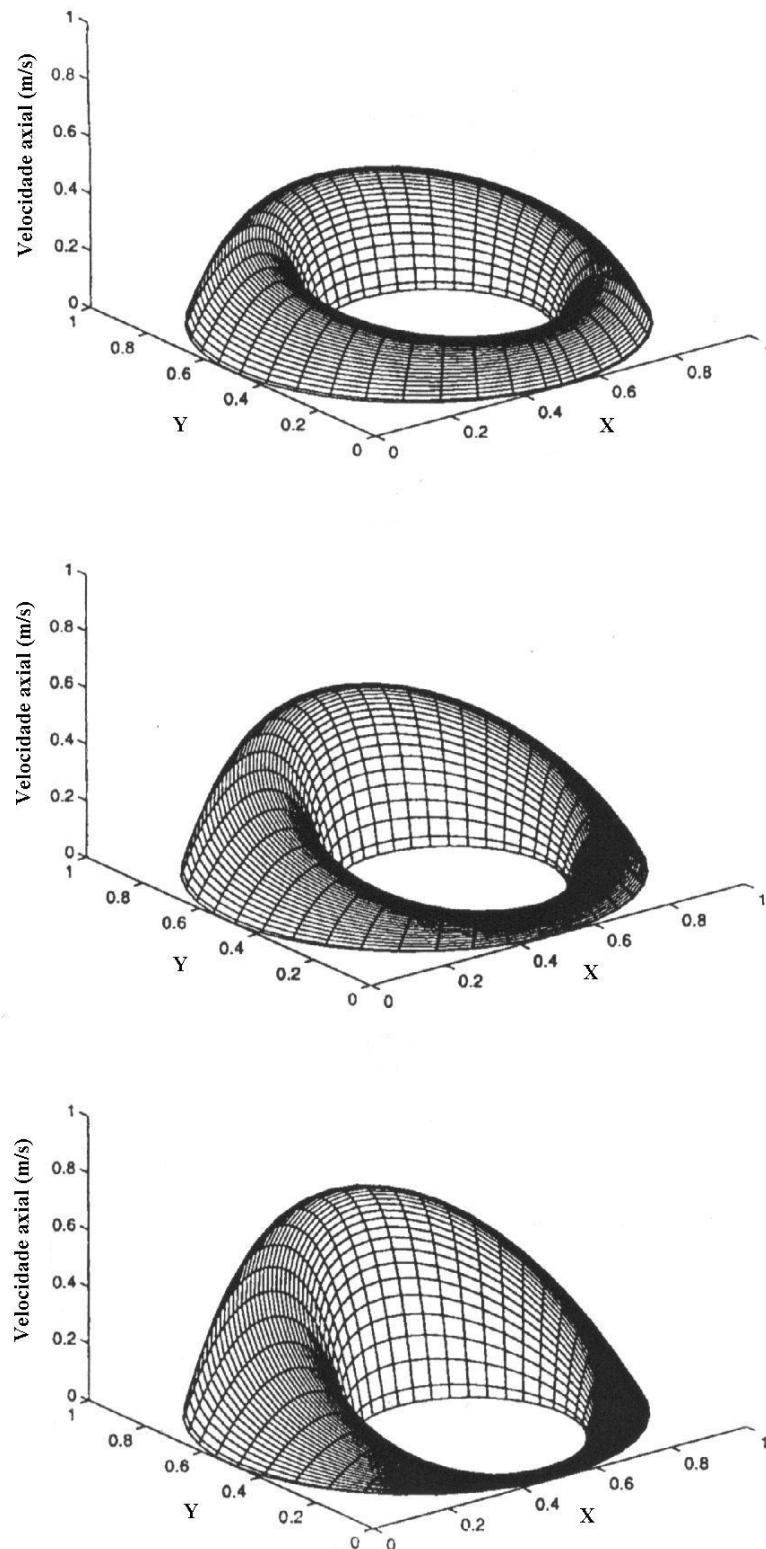


Figura 2.21: Perfil de velocidade axial em função da excentricidade; fonte: SHARIFF e HUSSAIN (2000).

Incorporando os efeitos de turbulência ao escoamento nucleado (*core-flow*), JOSEPH *et al.* (2002) incorporaram o modelo de $k-\omega$ à estratégia de elementos finitos empregando o

modelo de transporte de tensões de cisalhamento. Como resultados os autores obtiveram a quantificação dos gradientes de pressão em função do número de Reynolds, além de confrontar os resultados com a clássica fórmula de Blasius para turbulência; obtendo bons ajustes quando correlacionado com expressões de potência, pela razão entre velocidade média e o diâmetro interno do tubo.

Para a determinação da distribuição do tempo de residência em células anulares, LEGRAND *et al.* (2002) empregaram a abordagem Lagrangeana para modelo de trajetória em escoamento turbulento. Os resultados de simulação foram confrontados com dados experimentais obtidos pela técnica de velocimetria de imagem de partícula (PIV). Pela concordância dos resultados, pôde-se avaliar os perfis de flutuação de velocidade do fluido e a partir destes, quantificar a distribuição do tempo de residência.

Avaliando o efeito da turbulência em anulares concêntricos, LU e LIU (2005) aplicaram o modelo de largas escalas (*large eddy simulation*) visando investigar o escoamento turbulento próximo às paredes interna e externa do canal anular. Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com os dados experimentais de NOURI *et al.* (1993) e com aqueles oriundos da simulação numérica direta (DNS, *direct numeric simulation*). Com base nestes resultados, pôde-se não só constatar a presença, mas também quantificar a escala dos vórtices durante o escoamento; além de prever os perfis de velocidade axial.

2.5 Equacionamento do escoamento

O escoamento axial em um espaço anular entre cilindros, com rotação do cilindro interno ou externo, é conhecido como fluxo helicoidal, uma vez que as “partículas de fluido” se deslocam em trajetórias helicoidais (HUSSAIN e SHARIF, 2000). A representação do fenômeno físico do escoamento anular pode ser abordada de duas maneiras: uma empregando expressões adimensionalizadas visando uma análise macro e a outra com base na modelagem das equações conservação objetivando a simulação numérica.

2.5.1 Abordagem “macro” com uso de adimensionais

ESCUDIER *et al.* (2002) reportam a análise do escoamento anular com auxílio de adimensionais como o número de Reynolds generalizado (ver Equação 2.18) e o número de Taylor (Equação 2.38), que traduz a contribuição do efeito do movimento rotacional do eixo interno ‘ w ’.

$$Ta = \left(\frac{\rho w}{\mu_E} \right)^2 R_I (R_E - R_I)^3 \quad (2.38)$$

Os cálculos dos adimensionais ' Re_G ' e ' Ta ' dependem da determinação da viscosidade efetiva ' μ_E ' ou da taxa de deformação característica. Uma das expressões mais citadas na literatura para determinar a taxa de deformação característica é a proposta de LOCKETT (1992) apud ESCUDIER *et al.* (2002), definida pela Equação (2.39).

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{U}{D_H} \right)^2 (1 + E^2)} \quad (2.39)$$

Sendo que ' E ' representa a razão entre as componentes de velocidade tangencial e axial, segundo a Equação (2.40).

$$E = \frac{w R_I}{U} \quad (2.40)$$

Uma vez calculado o valor da taxa de deformação característica, pode-se determinar a viscosidade efetiva empregando uma expressão que represente a reologia do fluido não-Newtoniano, podendo ser por exemplo a de *power-law* (Equação 2.5), a de Cross (Equação 2.7), ou a de Herschel-Bulckley (Equação 2.14) entre outras.

A Figura 2.22 reproduz um dos resultados obtido por ESCUDIER *et al.* (2002). Os resultados são agrupados em adimensionais visando a interpretação do efeito da rotação do eixo interno e da excentricidade do anular.

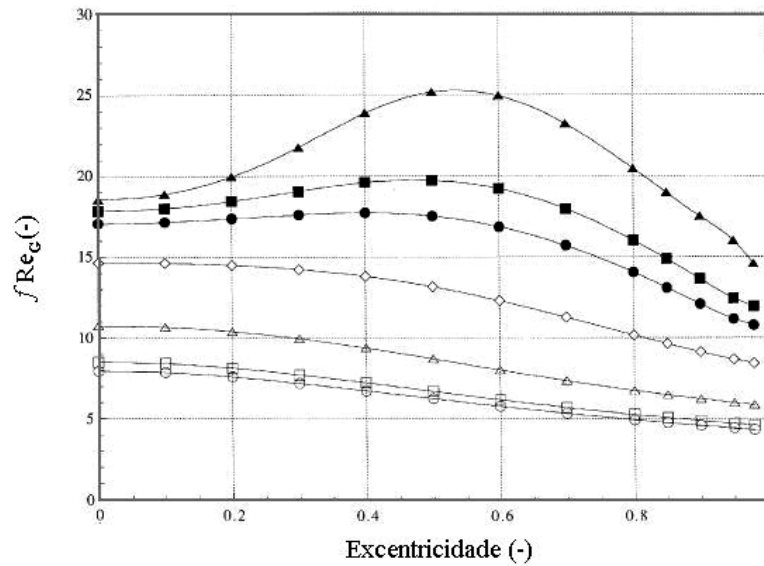


Figura 2.22: Influência da excentricidade e da velocidade de rotação do eixo interno na queda de pressão; fonte ESCUDIER *et al.* (2002).

Sendo os efeitos da rotação do eixo interno representados pelo número adimensional de Taylor ‘ Ta ’ nos símbolos: ($\circ$) $Ta=0$, ($\square$) $Ta=10$, (Δ) $Ta=100$, ($\diamond$) $Ta=1000$, ($\bullet$) $Ta=5000$, ($\blacksquare$) $Ta=10000$, ($\blacktriangle$) $Ta=50000$. E todos os casos na condição de fluxo laminar ($Re_G=1000$) para um fluido do tipo *power-law*, com parâmetro reológicos de $m=0,5$ e $n=0,5$.

Pode-se ressaltar que, na maioria dos casos, o efeito da excentricidade reduz a queda de pressão no anular e que a rotação do eixo interno (no adimensional Ta) promove um aumento do gradiente de pressão (no adimensional f).

2.5.2 Modelagem das Equações de Conservação

Equação da Continuidade

A equação da continuidade é escrita a partir de um balanço de massa em um volume de controle estacionário através do qual o fluido escoar. Esta equação descreve a taxa de variação de massa resultante das variações dos vetores ‘velocidade de massa’ ($\rho\mathbf{v}$). A Equação (2.41) representa este balanço em coordenadas cilíndricas (BIRD *et al.*; 1961).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi}(\rho v_\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0 \quad (2.41)$$

Equação do movimento

De forma análoga a equação do movimento é obtida a partir de um balanço de quantidade de movimento, assumindo dois mecanismos de transporte: o convectivo e o transporte molecular. Considerando o sistema de coordenadas cilíndricas em termos dos gradientes de velocidade expressos para um fluido Newtoniano incompressível, têm-se as Equações (2.42) a (2.44).

Para a componente radial:

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\phi^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] + \rho g_r \quad (2.42)$$

Para a componente tangencial:

$$\rho \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\phi}{r} + v_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\phi) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 v_\phi}{\partial z^2} \right] + \rho g_\phi \quad (2.43)$$

Para a componente axial:

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_z) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \quad (2.44)$$

Para os casos de fluidos não-Newtonianos, a viscosidade dinâmica é substituída pela viscosidade efetiva, determinada por de um modelo de representação reológica associado a uma expressão para a taxa de deformação característica. Em geral, a viscosidade efetiva é função das três invariantes do tensor taxa de deformação. Para as simulações efetuadas neste estudo emprega-se a clássica aproximação de considerar apenas o efeito da segunda invariante do tensor taxa de deformação, definida pelas Equações (2.45) e (2.46).

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{\gamma} : \dot{\gamma}} \quad (2.45)$$

$$\dot{\gamma}^2 = 2 \left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\phi}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right]^2 + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} + \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right]^2 + \left[\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right]^2 \quad (2.46)$$

2.6 Revisão sobre a fluidodinâmica computacional

O trabalho de RICHARDSON (1910) é considerado por muitos autores como sendo pioneiro no desenvolvimento de métodos numéricos aplicados ao estudo da fluidodinâmica de escoamento. Neste trabalho, o autor introduziu os esquemas iterativos e desenvolveu uma técnica de relaxação para a solução numérica das equações de Laplace.

Naquela época, poucas foram as contribuições na análise numérica. Anos depois, SOUTHWELL e ALLEN (1950) desenvolveram e aplicaram um esquema de relaxação para efetuar um dos primeiros cálculos de escoamento viscoso incompressível sobre um cilindro. A solução foi obtida com cálculos manuais e representou um excessivo trabalho braçal. Outra importante contribuição foi o trabalho de O'BRIEN *et al.* (1950) que apresentou a descrição do cálculo de estabilidade de Von Newman, para esquemas numéricos. DOUGLAS e RACHFORD (1956) desenvolveram uma nova família de métodos implícitos aplicado para a solução de equações elípticas e parabólicas. Livros tratando de vários aspectos da análise numérica aplicada à dinâmica dos fluidos começaram a surgir no início dos anos 60, como o livro de FORSYTHE e WASOW (1960), que enfatizava métodos para a solução de problemas

envolvendo o equacionamento elíptico; e o livro de RICHTMYER e MORTON (1967) que representou uma importante fonte de informação para solução de problemas com marcha no tempo (transientes).

Apesar dos enormes esforços no desenvolvimento de métodos numéricos aplicados à dinâmica dos fluidos, até 1965, métodos computacionais foram utilizados na indústria aerodinâmica somente para análise estrutural. Ressalta-se que a indústria aerodinâmica foi a principal impulsionadora dos estudos e do avanço da fluidodinâmica computacional.

Atualmente, existe uma grande quantidade de métodos numéricos eficientes que são empregados, dependendo da necessidade e viabilidade, para a solução dos mais diversos problemas em dinâmica dos fluidos. A contribuição dos pesquisadores nesta área tem sido ampla e diversa permitindo o estudo de problemas envolvendo escoamentos viscosos compressíveis instáveis e o uso de malhas não-estruturadas nos cálculos de escoamentos complexos.

O computador abriu novas possibilidades para a abordagem deste problema, com a utilização de cálculos de soluções para os mais completos modelos matemáticos. Atualmente os PC's já apresentam velocidade e memória suficientes para o estudo de sistemas complexos.

Visto o avanço na capacidade de processamento e no armazenamento de dados em computadores, um grande avanço tem sido obtido na geração de *softwares* de CFD comerciais. Os códigos CFD comerciais são mais do que simples resolvidores de sistemas de equações, estes códigos permitem a geração de malhas, o controle e acompanhamento da solução ao longo das iterações e disponibilizam recursos com alta capacidade gráfica na geração dos resultados. Uma das principais vantagens destes códigos refere-se à rápida geração de resultados para sistemas simples (geometria simples, uma única fase e duas dimensões).

Uma das mais importantes e significantes áreas de avanço em CFD nas últimas décadas tem sido a flexibilidade das malhas. Atualmente os *softwares* permitem refinamentos detalhados em regiões específicas do domínio de um campo de escoamento. Em casos mais sofisticados a malha pode acompanhar possíveis deformações do volume de controle durante a simulação.

A maior parte dos códigos CFD comerciais usa a metodologia de volumes finitos, na qual equações governantes são discretizadas na forma de um volume integral. Estes códigos possuem diferentes esquemas de interpolação e métodos de discretização que podem ser adotados conforme exigência de estabilidade ou outros critérios que o usuário julgue apropriados.

2.6.1 Geração de malhas computacionais

A geração de malha é citada frequentemente como a parte mais importante e que consome um maior tempo na análise de CFD. A qualidade da malha possui um papel direto na qualidade da análise, independente do tipo de resolvidor de fluxo utilizado. Adicionalmente, os códigos CFD são mais robustos e eficientes ao usar uma malha bem construída. Pensando nisto, é importante entender as características dos métodos de geração de malha ou grade (*grid*).

2.6.1.1 Métodos de malha estruturada

Métodos de malha estruturada possuem este nome devido ao fato da malha ser disposta em um padrão regular repetido e chamado de bloco. Estes tipos de grades utilizam elementos quadriláteros em duas dimensões (2D) e elementos hexahédricos em três dimensões (3D) para uma malha regular computacional. Malhas estruturadas apresentam uma considerável vantagem sobre outros métodos que permitem ao usuário um alto grau de controle. Além disso, elementos quadriláteros e hexahédricos são muito eficientes e permitem ao usuário condensar pontos nas regiões de altos gradientes de fluxo da grandeza de interesse e também gerar regiões menos densas quando de interesse.

Embora a topologia de elemento seja fixa, a grade pode ser moldada para sofrer alterações como torcer ou esticar. Geradores de malhas bem estruturadas utilizam equações elípticas sofisticadas para aperfeiçoar a forma da malha automaticamente, buscando a uniformidade e ortogonalidade.

Costumeiramente malhas estruturadas poderiam consistir somente de um bloco. O usuário desta forma seria forçado a gerar vários blocos que se interconectavam para garantir malhas estruturadas ou quase estruturadas para todo o domínio. Com o desenvolvimento das técnicas de geração de malhas surgiu o sistema multiblocos estruturados, ou seja, esquemas de geração de grade que permitem conectar vários blocos juntos e construir o domínio inteiro. Nos últimos anos, vários métodos de conexão bloco-bloco têm sido desenvolvidos.

Os métodos multibloco geralmente incluem conexão ponto a ponto, no qual os blocos têm que emparelhar topologicamente e fisicamente aos contornos. Enquanto grades de multibloco fornecem ao usuário mais liberdade para construir a malha, as exigências de conexão podem restringir e dificultar a construção da malha. Adicionalmente, os vários graus de liberdade de conectividade de blocos podem gerar maior precisão da solução ou robustez do resolvidor.

Existe um outro método de malha estruturada, que busca evitar os problemas associados à conexão de blocos. O método de malha *Chimer* ou *overse* permite aos blocos individuais adaptarem aos contornos físicos, mas isto pode gerar sobreposições de blocos conectados. Programas sofisticados podem identificar e localizar *hole cutting* em torno do contorno de um bloco. O que estes métodos ganham em conveniência para o usuário geralmente, perdem em precisão na solução. Porém, estes métodos podem gerar malhas para geometrias que seriam uma tarefa difícil com métodos convencionais (exemplo: modelagem de um helicóptero com lâminas de um rotor).

Quando uma malha está alinhada ao fluxo, esta gera maior precisão dentro do resolvidor. Blocos estruturados requerem dos resolvidores uma menor quantidade de memória para um determinado tamanho de malha e executam mais rapidamente os cálculos.

A desvantagem principal de malhas de blocos estruturados é o tempo e perícia exigidas para se obter uma ótima estrutura de bloco. Algumas geometrias, como cones rasos e cunhas, não comportam formatos de blocos estruturados. Nestas situações, o usuário é forçado a torcer ou deformar enormemente os elementos da malha o que afeta a precisão e desempenho do resolvidor. Tempos de geração de malhas para casos mais extremos são normalmente medidos em dias ou até semanas.

2.6.1.2 Métodos de malha não-estruturada

Métodos de malhas não-estruturadas utilizam uma coleção arbitrária de elementos para preencher o domínio. Como o arranjo de elementos não tem nenhum padrão discernível, a malha é chamada não-estruturada. Estes tipos de grades geralmente utilizam triângulos em 2D e tetraedros em 3D. Existem alguns códigos que podem gerar elementos quadriláteros não estruturados em 2D, porém atualmente não existem códigos capazes de gerar elementos hexaédricos não estruturados em 3D. Como ocorrem com as malhas estruturadas, os elementos podem sofrer deformações para se ajustar ao domínio.

Uma vez definido o domínio no qual se deve gerar a malha, pode-se adicionar triângulos automaticamente na superfície e tetraedros no volume com pouca contribuição do usuário. Isto é obtido mais facilmente devido à maior flexibilidade na conexão dos elementos das malhas para o caso de uma malha não-estruturada.

A vantagem de métodos de malha não estruturada é que eles são muito automatizados e, então, requerem pequenos tempos ou esforço do usuário. O usuário não precisa se preocupar com a disposição dos blocos, estrutura ou conexões. Métodos de malhas não estruturadas também habilitam a solução de problemas muito complexos e detalhados em um

período relativamente curto de tempo. No caso de malhas não-estruturadas, os tempos de geração de grade são normalmente medidos em minutos ou horas.

A principal desvantagem de malhas não estruturadas é a falta de controle do usuário sobre a disposição da malha. Notadamente, o usuário nestes casos se restringe a definir os limites e tamanho das células da malha. Os elementos triangulares e tetraédricos apresentam o problema de não se acomodarem bem às deformações do corpo. Esta malha é geralmente limitada, sendo largamente isotrópica com elementos com mesmo tamanho e formato.

Este é o principal problema ao tentar refinar a malha em uma área local, frequentemente uma malha deve ser feita apresentando densidades de ponto requeridas localmente. Códigos que resolvem problemas de malha não estruturada requerem mais memória e têm execução mais longa que códigos que resolvem malhas estruturadas.

2.6.1.3 Métodos de malhas híbridas

O método de malhas híbridas apresenta os aspectos positivos do método de malha estruturada e não estruturada. Malhas híbridas utilizam forma de grade estruturada em regiões locais, enquanto usam grades não-estruturada no domínio. Malhas híbridas podem conter elementos hexahédricos, tetrahédricos, dentre outros em 3D e triângulos e quadriláteros em 2D. Os vários elementos são usados de acordo com as particularidades e necessidade.

A vantagem de métodos de malha híbrida é a utilização das propriedades positivas de elementos de grade estruturadas nas regiões de mais detalhamento e o uso de malha não-estruturada onde o perfil a ser analisado for de menor interesse. A habilidade para controlar a forma e distribuição da malha localmente é uma ferramenta poderosa que pode render malhas excelentes e garantir resultados satisfatórios.

As desvantagens dos métodos híbridos é que eles exigem muita prática e experiência na geração de malhas em corpos com geometrias complexas. Métodos híbridos são tipicamente menos robustos que métodos de malhas não-estruturadas. A geração das porções estruturadas da malha frequentemente apresenta problemas de conexão devido à complexidade da geometria.

Com o avanço dos códigos computacionais de fluidodinâmica, o estudo de escoamentos em três dimensões com malhas altamente refinadas tem se tornado mais comum. Porém, o estudo de sistemas multifásicos envolvendo interações partículas-partículas e partículas-fluido ainda é pouco explorado devido à sua maior complexidade.

2.6.2 Técnica dos Volumes Finitos

A maioria dos métodos numéricos pode ser derivada do método de resíduos ponderados, como é o caso de diferenças finitas, elementos finitos, volumes finitos entre outros. A minimização dos resíduos, no método de volume finitos, é equivalente aos princípios de conservação sobre cada volume de controle. Quando não ocorrer sobreposição do volume de controle com seus vizinhos, é fácil criar um conjunto de equações discretas que satisfaçam o balanço global de conservação. A garantia de que os princípios de conservação são satisfeitos, em nível elementar e global, é o que torna o método de volumes finitos atrativo e fisicamente consistente.

No âmbito do método dos volumes finitos, o tipo de função de interpolação que se adota pode ser considerado como uma das principais características de um modelo numérico, senão a principal, responsável pela qualidade da solução obtida. Entende-se por função de interpolação, ou esquema numérico, o meio utilizado para se expressar o valor da incógnita do problema e de suas derivadas normais, nas faces dos volumes de controle que são usados para discretizar o domínio de cálculo.

Neste sentido, muitos métodos de interpolação são utilizados para a solução das equações de transporte, muitos deles visando a diminuição da dispersão numérica. As difusões numéricas geralmente são menores quando a função interpolação é de alta ordem, mas em contrapartida, geralmente apresenta oscilações que podem comprometer totalmente o significado físico da solução obtida.

Os principais passos que devem ser seguidos para o desenvolvimento e implementação de esquemas numéricos são:

- A escolha adequada da localização das variáveis dependentes na malha;
- O tratamento do acoplamento entre a pressão e a velocidade;
- A obtenção da função de interpolação entre os pontos discretos;
- A escolha da sequência de solução das equações diferenciais;
- A escolha do método de solução do sistema de equações lineares.

Sabe-se que as equações presentes na metodologia Euler-Euler, e parte das presentes na metodologia Euler-Lagrange, caracterizam-se como Equações Diferenciais Parciais *EDPs*, sendo que os dois principais métodos numéricos aplicáveis a tais equações são: método dos Elementos Finitos e o método dos Volumes Finitos.

Vale ressaltar a crescente utilização do método dos volumes finitos para a resolução numérica de sistemas de equações parciais diferenciais. Tal fato pode ser justificado pelas peculiaridades do método dos Volumes Finitos em fornecer resultados providos de realismo físico, caso a convergência seja atingida, até mesmo em situações onde são empregadas malhas numéricas “grosseiras” (pouco refinadas).

Ao considerar o perfil de velocidade de um fluido no interior de um tubo, sabe-se que a velocidade diminui do centro para a parede tubo, de modo análogo à curva real (solução exata) mostrada na Figura 2.23. Nesta figura, retratam-se três soluções numéricas que satisfazem as condições de contorno: $V(0)$ =velocidade máxima e $V(R)$ =zero, embora nem todas apresentem realismo físico, após a convergência.

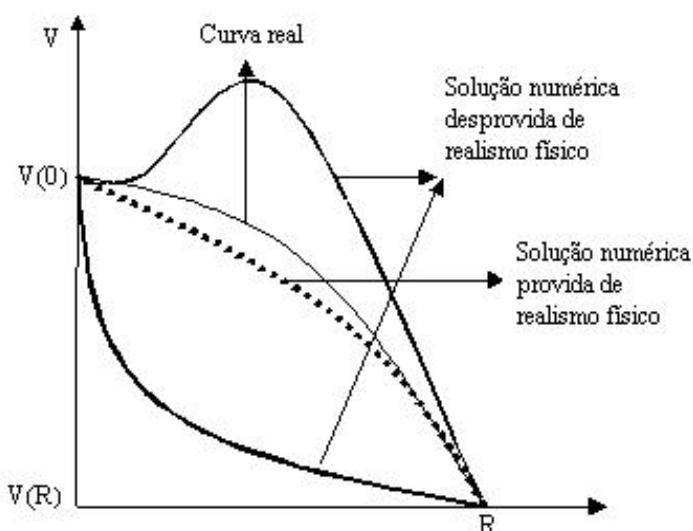


Figura 2.23: Soluções dotadas e desprovidas de realismo físico, para velocidade do fluido escoando em tubo.

O método dos Volumes Finitos, quando converge, fornece resultados dotados de realismo físico, o que não quer dizer que os mesmos sejam acurados. Ressalta-se que a solução numérica se aproxima da solução exata dentro de uma exatidão estabelecida, pois os resultados das simulações fornecem o comportamento do modelo, o qual depende das simplificações e das considerações feitas ao retratar os fenômenos mais relevantes no sistema real e das simplificações das equações visando seu manuseio, bem como, da precisão dos parâmetros envolvidos.

2.6.2.1 Descrição matemática do método de Volumes Finitos

A solução numérica dos problemas de transferência de quantidade de momento, de energia e de massa só pode existir com base numa descrição matemática adequada dos

processos de transporte. Esta descrição é normalmente obtida pelas equações diferenciais. Não é de interesse a obtenção de equações diferenciais particulares, mas sim a identificação da forma geral destas equações para que se possa estabelecer regras, também gerais, na sua solução.

Considere a Figura 2.24 e suponha que o fluxo ' $\vec{J}$ ' represente o escoamento da grandeza por unidade de tempo/unidade de área.

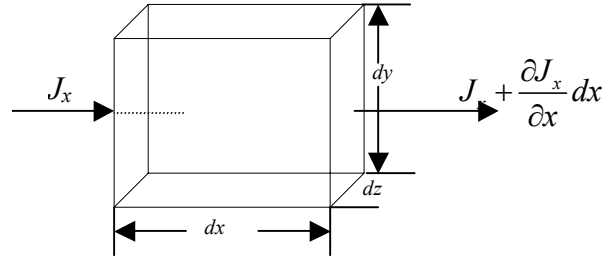


Figura 2.24: Balanço de fluxos em um volume de controle.

Os termos da equação diferencial de transporte (equações governantes) são definidos por unidade de volume e por unidade de tempo.

ϕ propriedade específica (grandeza/unidade de massa);

$\rho\phi$ grandeza por unidade de volume;

$\frac{\partial}{\partial t} \rho\phi$ taxa de variação da grandeza por unidade de volume;

J_x é o componente de $\vec{J}$ na direção x;

$\vec{J}$ o fluxo da grandeza que pode ser devido à convecção e à difusão.

No volume representado na Figura 2.24, tem-se:

Taxa de variação da grandeza por unidade de volume: $\frac{\partial}{\partial t} \rho\phi$

Efluxo líquido da grandeza através da área superficial $dydz = \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy dz$;

Efluxo líquido da grandeza por unidade de volume: $\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = \text{div} \vec{J} \equiv (\nabla \cdot \vec{J})$;

Taxa de geração/destruição da grandeza por unidade de volume: S_ϕ ;

Com base no princípio da conservação, pode-se obter a Equação (2.47):

$$\text{Taxa de Acumulo} + \text{Efluxo} = \text{Taxa Geração/Destruição} \quad (2.47)$$

Ou ainda a Equação (2.48):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \text{div}\vec{J} = S_\phi \quad (2.48)$$

Desta forma pode-se, então, escrever a Equação (2.49) como sendo o fluxo total.

$$\vec{J} = \underbrace{(\rho\vec{u})}_{\text{convecção}}\phi + \underbrace{[-\Gamma \text{grad}\phi]}_{\text{difusão}} \quad (2.49)$$

Substituindo $\vec{J}$ na Equação (2.48) pela Equação (2.49), obtém-se:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{\text{acúmulo}} + \underbrace{\text{div}(\rho\vec{u})\phi}_{\text{convecção}} = \underbrace{\text{div}([- \Gamma \text{grad}\phi])}_{\text{difusão}} + \underbrace{S_\phi}_{\text{geração/destruição}} \quad (2.50)$$

O método dos Volumes Finitos é uma técnica numérica capaz de resolver equações diferenciais parciais, desde que estas sejam oriundas do balanço infinitesimal de uma propriedade ‘ ϕ ’ (por exemplo: massa, quantidade de movimento, energia etc); representando portanto, o princípio físico da conservação da referida propriedade. Equação (2.51) é a forma compacta da equação de transporte (conservação da propriedade ‘ ϕ ’):

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\phi) = \nabla \cdot (\Gamma_\phi \text{grad}\phi) + S_\phi \quad (2.51)$$

A forma conservativa da equação supracitada é obtida diretamente pela aplicação do princípio da conservação na variável dependente de interesse, num volume infinitesimal (volume finito), sendo a mesma utilizada na derivação do método dos Volumes Finitos (BARREIRA, 2003).

Como as demais técnicas numéricas empregadas na resolução de *EDP's*, o método dos Volumes Finitos transfere informações das fronteiras, condições de contorno, que são especificadas para o interior do domínio de solução, obtendo a distribuição espacial e temporal. [$\phi = \phi(x, y, z, t)$] da variável dependente em pontos discretos. Numa visão simplificada o mesmo consiste de 4 etapas:

- Divisão do domínio de solução em volumes de controle finitos;
 - Integração da equação diferencial parcial nos volumes de controle finitos, nos quais foi dividido o domínio de solução;
 - Discretização de cada termo da *EDP* de modo a convertê-la num conjunto de equações algébricas;
 - Solução do sistema de equações algébricas resultante, empregando métodos iterativos.
- Visando um melhor entendimento do método, linguagem e nomenclatura associada ao

mesmo, ilustra-se este método na Figura 2.25, empregando o sistema de coordenadas cartesianas e a abordagem em 2D, tendo em vista a facilidade da obtenção por analogia da abordagem em 3D.

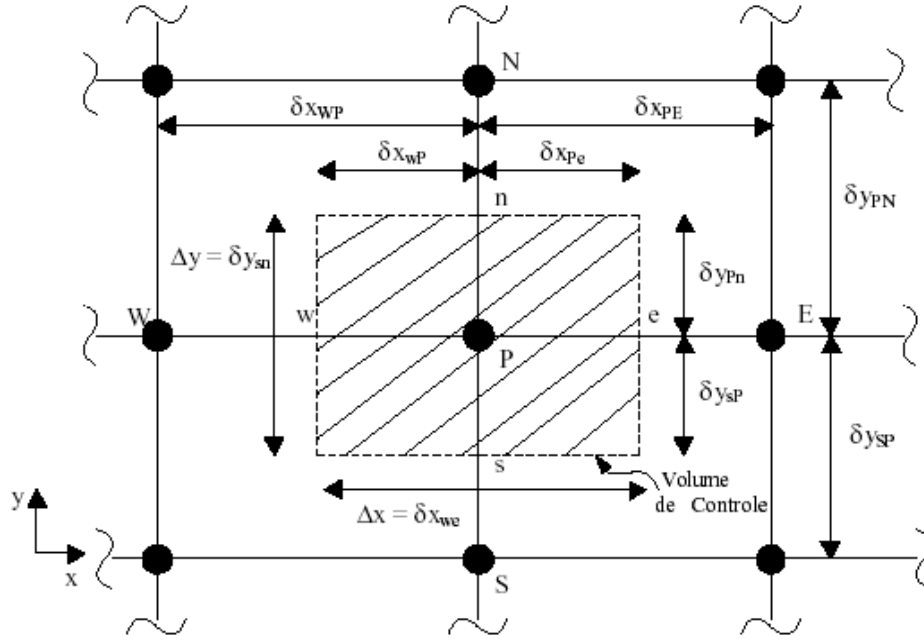


Figura 2.25: Representação de um volume de controle finito genérico em 2D.

Definições da Figura 2.25:

δ_{xWP} : distância entre o ponto nodal W e o ponto nodal P;

δ_{xPE} : distância entre o ponto nodal P e o ponto nodal E;

δ_{xWP} : distância entre a interface “w” e o ponto nodal P;

δ_{xPe} : distância entre o ponto nodal P a interface “e”;

δ_{ySP} : distância entre o ponto nodal S e pontos nodal P;

δ_{yPN} : distância entre o ponto nodal P e o ponto nodal N;

δ_{ysP} : distância entre a interface “s” o ponto nodal P;

δ_{yPn} : distância entre o ponto nodal P e a interface “n”.

$\Delta x = \delta_{xwe}$: largura do volume de controle finito;

$\Delta y = \delta_{ysn}$: altura do volume de controle finito.

Quando $\delta_{xWP} = \delta_{xPE}$ e $\delta_{ySP} = \delta_{yPN}$ a malha é dita uniforme. O emprego de malhas uniformes é frequentemente desejável e recomendável. Tendo em vista que a precisão da

solução aumenta com o refinamento da malha (supondo sempre que a convergência seja obtida) implicando num aumento do esforço computacional até alcançar o limite da capacidade de processamento. Portanto malhas não-uniformes podem vir a utilizar efetivamente a capacidade de processamento disponível. As melhores malhas devem ser mais refinadas nas regiões onde há grandes alterações na variável dependente ' ϕ ' e das propriedades físicas (ρ , μ , C_p etc), e grosseiras nas regiões que apresentam variações relativamente pequenas. Muitos programas refinam automaticamente a malha nas áreas onde ocorrem variações acentuadas nas variáveis de interesse (VERSTEEG e MALALASEKERA, 1996).

Uma vez que a distribuição $\phi(x,y,z)$ não é conhecida no domínio de cálculo, espera-se um conhecimento prévio acerca do sistema a ser modelado de modo a prever qualitativamente um comportamento da variável dependente, o qual pode ser empregado no refinamento da malha. Sugere-se que, inicialmente, obtenham-se soluções empregando malhas “grosseiras” (pouco refinadas) de modo a se ter uma avaliação inicial sobre as variações de ' ϕ '. A partir desta avaliação, pode-se construir a malha não-uniforme. Isto é uma das razões porque os autores insistem que o método numérico deva fornecer soluções dotadas de realismo físico até mesmo nos casos utilizando malhas grosseiras. As análises das soluções obtidas a partir de malhas grosseiras não são úteis quando o método utilizado só fornece soluções dotadas de realismo físico em malhas suficientemente refinadas (PATANKAR, 1980).

O número de pontos da malha numérica necessário para fornecer uma solução acurada e a maneira que os mesmos se distribuem no domínio de cálculo são questões que dependem da natureza do problema a ser resolvido. Estudos usando uma malha com poucos pontos nodais consistem num modo conveniente de se compreender a natureza da solução. Tal procedimento é comumente empregado nos experimentos em laboratório, pois experimentos preliminares são conduzidos e as informações resultantes são usadas para decidir o número e a localização dos pontos de medição a serem instalados no experimento final (PATANKAR, 1980).

2.6.2.2 Estabilidade numérica

A solução de problemas de Engenharia, envolvendo escoamento de fluidos com transferência de calor e massa, requer a solução de um conjunto de equações diferenciais parciais não lineares acopladas, que expressam a conservação de massa, quantidade de movimento e energia.

Devido às não linearidades e ao forte acoplamento existente entre as equações, na maioria dos casos, torna-se necessária a utilização de métodos numéricos para a obtenção da solução destes problemas. Na aplicação destes métodos, as equações diferenciais originais são discretizadas, gerando um conjunto de equações algébricas. Estas ainda mantêm as não linearidades e o acoplamento entre as equações diferenciais originais pelos seus coeficientes, que dependem da solução do problema, como apresentado no item anterior.

Se o conjunto completo de equações algébricas fosse resolvido por um método direto, seriam necessárias diversas iterações, com coeficientes atualizados sucessivamente, devido às não linearidades. O número de equações algébricas em geral é muito elevado que o custo na utilização de solução direta torna-se proibitivo, sendo os sistemas de equações algébricas resolvidos sequencialmente. Para se obter a solução do conjunto completo de equações, devido ao acoplamento existente entre elas, cada sistema precisa ser resolvido várias vezes, mesmo que os coeficientes sejam mantidos inalterados. No caso particular da solução de problemas que envolvem escoamento de fluidos, o tratamento deste acoplamento é extremamente importante para o sucesso da simulação.

Quando se trabalha com sistemas de equações não lineares resolvidas de forma sequencial e acopladas de forma complexa, uma aproximação numérica requer certas condições para ser estável e convergente, condições como tamanho da malha, tamanho do passo de tempo, coeficientes de relaxação etc. Diz-se que quando o tamanho da malha e o passo de tempo tendem a zero, os erros de truncamento devem tender a zero, ou seja, as equações discretizadas devem tender às equações diferenciais.

2.6.3 Métodos numéricos para solução de problemas em volumes finitos

Os dois principais métodos numéricos mais empregados para solução de problemas em Volumes Finitos são:

- Resolvedor segregado ou sequencial;
- Resolvedor acoplado ou simultâneo.

Em ambos os métodos, as equações integrais governantes da conservação de massa, da quantidade de movimento e, quando apropriado, da equação da energia são resolvidos, assim como outros escalares: a turbulência e o transporte de espécies químicas. Nas duas situações, uma técnica baseada em volume de controle é usada nesta resolução, consistindo de:

- Divisão do domínio em volumes de controle discretos, usando uma malha computacional;

- Integração das equações governantes em volumes de controle individuais para construção de equações algébricas para as variáveis dependentes discretas (não conhecidas) assim como velocidade, pressão, temperatura e grandezas escalares conservadas;
- Linearização das equações discretizadas e solução do sistema de equações lineares resultante para obter valores atualizados das variáveis dependentes.

Os dois métodos numéricos disponíveis empregam um processo similar de discretização, mas a aproximação usada para linearizar e resolver as equações discretizadas são diferentes.

2.6.3.1 Método de solução segregada

No método de solução segregada, as equações governantes são resolvidas sequencialmente, isto é, segregada uma da outra. Por causa das não linearidades das equações governantes, várias iterações devem ser realizadas até se obter uma convergência. Cada iteração consiste de passos ilustrados na Figura 2.26 e destacados a seguir:

- Propriedades fluidas são atualizadas, baseadas na solução atual;
- As equações de quantidade de movimento são resolvidas usando valores correntes da pressão e fluxos de massa na face, ao invés de atualizar o perfil de velocidade;
- Como as velocidades obtidas anteriormente podem não satisfazer localmente a equação da continuidade, uma equação do tipo Poisson para a correção da pressão é derivada da equação da continuidade e das equações de quantidade de movimento linearizadas. Esta equação de correção da pressão é então resolvida para obter os ajustes necessários para a pressão, o perfil de velocidade e o fluxo de massa na face até que a continuidade seja satisfeita;
- Quando apropriado, as equações para escalares como a turbulência, a energia, as espécies e a radiação são resolvidas utilizando valores previamente atualizados de outras variáveis;
- A checagem da convergência do conjunto de equações é realizada.

Estas etapas são executadas até o critério de convergência ser satisfeito.

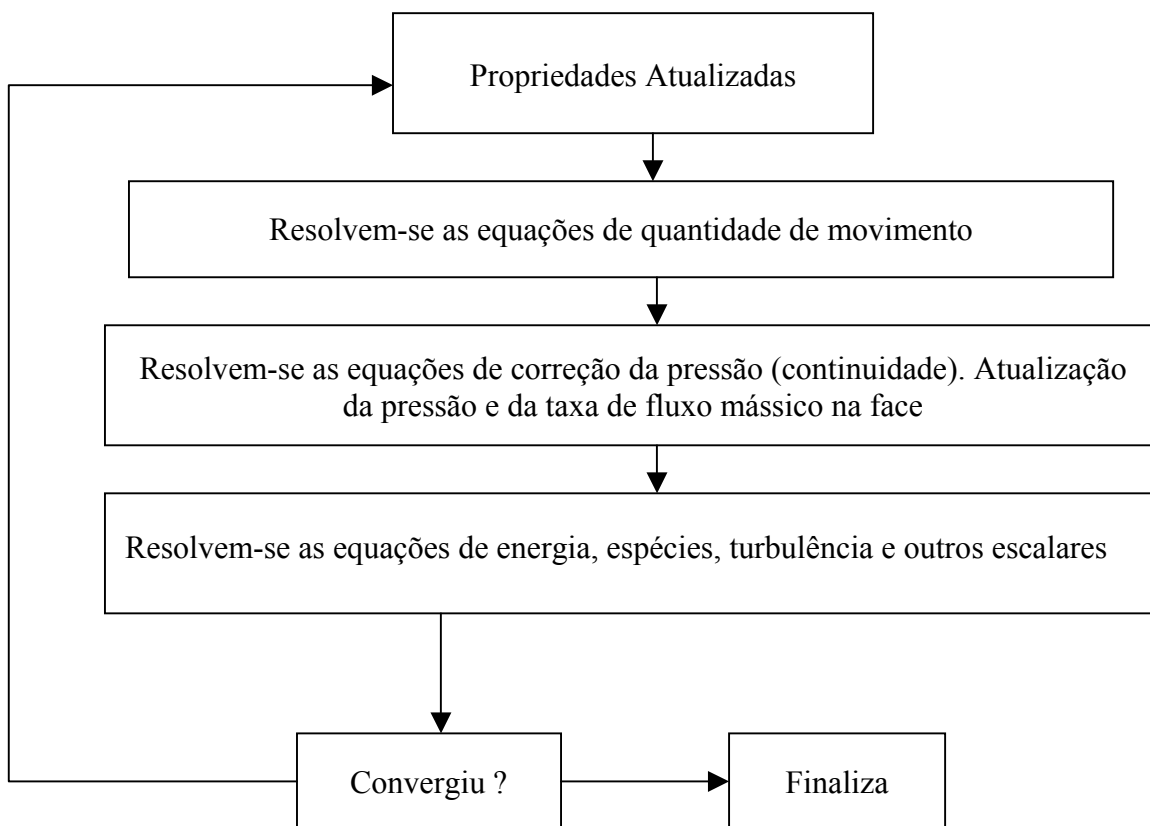


Figura 2.26: Algoritmo do método de solução segregada.

2.6.3.2 Método de solução acoplada

O método de solução acoplada resolve as equações governantes da continuidade, quantidade de movimento e, quando apropriado, as equações de energia e transporte de espécies simultaneamente. As equações governantes de escalares adicionais são resolvidas sequencialmente aplicando o procedimento descrito para o resolvidor segregado. Por causa da não linearidade das equações governantes, várias iterações do ciclo de solução são necessárias até atingir a convergência. Cada iteração consiste de etapas ilustradas na Figura 2.27 e destacadas a seguir:

- As propriedades do fluido são atualizadas, baseadas na solução corrente (partindo das condições iniciais);
- As equações da continuidade, quantidade de movimento, energia e espécies são resolvidas simultaneamente;
- Quando apropriado, as equações para escalares como a turbulência e a radiação são resolvidas usando valores atualizados de outras variáveis;
- Uma checagem para convergência da equação é efetuada.

Estas etapas são executadas até o critério de convergência ser satisfeito.

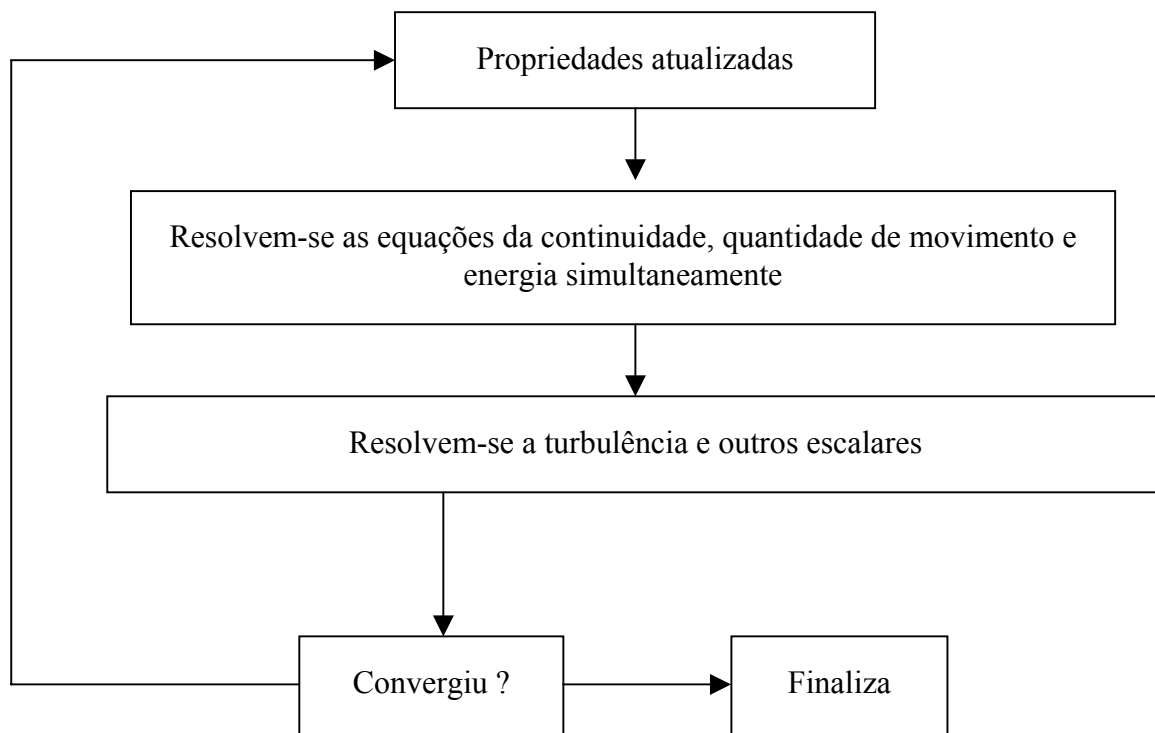


Figura 2.27: Algoritmo do método de solução acoplada.

2.6.3.4 Linearização: implícita e explícita

Tanto no método de solução segregada quanto no método de solução acoplada, as equações governantes não lineares são linearizadas para se obter um sistema de equações das variáveis dependentes em cada célula da malha computacional. A maneira na qual as equações governantes são linearizadas pode ser de forma implícita ou explícita com respeito a variável (ou conjunto de variáveis) de interesse.

No método implícito, para uma dada variável, o valor não conhecido em cada célula é calculado empregando uma relação que inclui os valores conhecidos e desconhecidos das células vizinhas. Portanto, cada valor desconhecido aparece em mais de uma equação do sistema, e estas equações devem ser resolvidas simultaneamente para quantidades desconhecidas.

No método explícito, para uma dada variável, o valor não conhecido em cada célula é calculado usando uma relação que inclui somente os valores conhecidos. Contudo, cada valor desconhecido aparece somente em uma equação do sistema e as equações com estas variáveis de valores desconhecidos em cada célula podem ser obtidas de uma vez para fornecer os estes valores.

No método de solução segregado, cada equação governante discreta é linearizada implicitamente com respeito às variáveis dependentes das equações. Isto resultará em um sistema de equações lineares com uma equação para cada célula no domínio, ou também conhecida como sistema escalar de equações. No ponto implícito um resolvidor de equações lineares (Gauss-Seidel) é usado em conjunto com um método algébrico multimalha (AMG) visando resolver o sistema de equações escalares para a variável dependente em cada célula. Por exemplo, a equação da quantidade de movimento- x é linearizada para produzir um sistema de equações no qual a velocidade u é desconhecida. Soluções simultâneas deste sistema de equações (usando o resolvidor AMG) geram um perfil de velocidade u atualizado.

Em resumo, o modelo segregado resolve as equações para um campo de uma variável simples, considerando todas as células ao mesmo tempo. Na sequência ele resolve estas equações para o próximo campo da variável, empregando novamente todas as células ao mesmo tempo, e assim sucessivamente. Não existe a opção explícita para o resolvidor segregado.

No método de solução acoplada é necessário escolher entre usar uma linearização explícita ou implícita das equações governantes. Esta escolha aplica-se somente para as equações governantes. Equações governantes para escalares adicionais são resolvidas na forma segregada a partir do conjunto acoplado, como turbulência, radiação etc, que não linearizadas e resolvidas implicitamente empregando o mesmo procedimento como no método segregado.

Caso seja escolhida a opção de resolvidor acoplado, cada equação governante acoplada é linearizada implicitamente com respeito a todas as variáveis dependentes. Isto resultará em um sistema de N equações lineares para cada célula no domínio, sendo N o número de equações acopladas. Como existem N equações por célula, este é às vezes chamado de um sistema de equações “bloco”. Um resolvidor de equação linear com ponto implícito (*block* Gauss-Seidel) é usado em conjunto com um método algébrico multimalha (AMG) para resolver o sistema “bloco” de equações resultante para todas as N variáveis dependentes em cada célula. Por exemplo, a linearização da equação da continuidade acoplada, x -, y -, z - quantidade de movimento e equações da energia produz um sistema de equações no qual p , u , v , w e T são desconhecidas.

Em resumo, a opção de resolução implícita acoplada busca a solução para todas as variáveis (p , u , v , w , T) em todas as células ao mesmo tempo.

Caso se opte pelo resolvidor acoplado e o método explícito, cada equação é acoplada e as equações governantes são linearizadas explicitamente. Como na opção implícita, isto

também resulta em um sistema de equações com ‘ N ’ equações para cada célula do domínio. Contudo, este sistema de equações é explícito nas variáveis dependentes não conhecidas. Neste caso, o resolvidor de equações lineares não é necessário, a solução é atualizada usando um resolvidor multi-estágio (Runge-Kutta). Aqui se tem a opção adicional de empregar um esquema multimalha (FAS, *full approximation storage*) para acelerar o resolvidor multi-estágio.

Em resumo, a opção de resolução acoplada explícita obtém a solução para todas as variáveis (p , u , v , w e T) em uma célula no tempo. Observe que o esquema FAS multimalha é um componente opcional do método explícito, enquanto o AMG é um elemento requerido em ambos os métodos segregado e acoplado implícito.

2.6.4 Discretização

A técnica baseada em volumes de controle converte as equações governantes em equações algébricas que podem ser resolvidas numericamente. Esta técnica de volumes de controle consiste de integrar as equações governantes sobre cada volume de controle, gerando equações discretas que conservam cada quantidade em um volume de controle.

A discretização das equações governantes pode ser ilustrada mais facilmente considerando uma equação de conservação em estado estacionário para o transporte da quantidade escalar ‘ ϕ ’. Isto é demonstrado pela Equação (2.52) escrita na forma integral para um volume de controle arbitrário ‘ V ’.

$$\oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_{\phi} \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_{\phi} dV \quad (2.52)$$

Sendo as definições para a Equação (2.52):

ρ = densidade;

$\vec{v}$ = vetor velocidade ($= u\hat{i} + v\hat{j}$ em 2D);

$d\vec{A}$ = vetor área de superfície;

Γ_{ϕ} = coeficiente de difusão para ϕ ;

$\nabla \phi$ = gradiente de ϕ ($= (\partial \phi / \partial x)\hat{i} + (\partial \phi / \partial y)\hat{j}$) em 2D;

S_{ϕ} = superfície de ϕ por unidade de volume

A Equação (2.52) é aplicada a cada volume de controle, ou célula, no domínio na malha computacional. A célula bidimensional triangular apresentada na Figura 2.28 é um

exemplo de um volume de controle. A discretização da Equação (2.52) em um dado volume de controle é dada por:

$$\sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi (\nabla \phi)_n \vec{A}_f + S_\phi V \quad (2.53)$$

Sendo as definições para a Equação (2.53):

N_{face} = número de faces que compõe a célula,

ϕ_f = valor de ϕ que atravessa a face f ,

$\rho_f \vec{v}_f \vec{A}_f$ = fluxo mássico através da face,

$\vec{A}_f$ = área da face f ,

$(\nabla \phi)_n$ = magnitude de $\nabla \phi$ normal a face f ,

V = volume da célula.

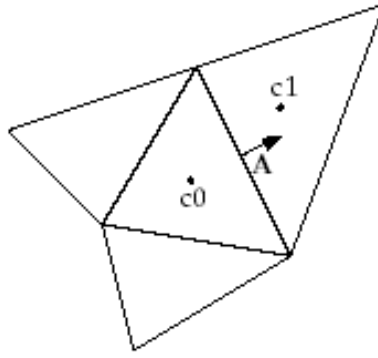


Figura 2.28: Volume de controle usado para ilustrar a discretização da equação de transporte de um escalar.

A equação resolvida considera uma mesma forma geral, como a fornecida na Equação (2.53), e aplica aos sistemas multidimensionais compostos por malhas não estruturadas e estruturadas.

É usual armazenar valores discretos de escalares ' ϕ ' no centro das células ($c0$ e $c1$). O esquema de interpolação utilizado para obter os valores no centro de cada célula é o esquema *upwind*.

O método *upwind* considera que o valor de ' ϕ_f ' na face é obtido a partir das quantidades nas células anteriores, ou *upwind*, relativo à direção normal do vetor velocidade ' v_f ' na Equação (2.53). Além deste, existem outros esquemas de interpolação, nos quais pode-se destacar: *upwind* de primeira-ordem, *upwind* de segunda-ordem, *power law* e *QUICK*.

2.6.4.1 Esquema *upwind* de primeira ordem

Quando o esquema *upwind* de primeira ordem é utilizado, quantidades nas faces das células são determinadas assumindo que o valor no centro da célula de algum campo da variável representa um valor médio ao longo de toda a célula. Considera-se ainda que as quantidades na face são idênticas a quantidade na célula. Assim quando a opção *upwind* de primeira ordem é selecionada, o valor da face ' ϕ_f ' é igual ao valor de ' ϕ ' na face a jusante.

2.6.4.2 Esquema *power-law*

O esquema de discretização *power-law* interpola o valor da face de uma variável, ϕ , usando a solução exata. No caso de uma equação unidimensional de difusão convectiva pode-se escrever a Equação (2.54).

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.54)$$

Sendo ' Γ ', ' ρ ' e ' μ ' são constantes em um intervalo ' ∂x '. A Equação (2.54) pode ser integrada para gerar a seguinte solução descrevendo como ' ϕ ' varia com ' x ':

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{\exp\left(Pe \frac{x}{L}\right) - 1}{\exp(Pe) - 1} \quad (2.55)$$

Para:

$$\phi_0 = \phi|_{x=0}$$

$$\phi_L = \phi|_{x=L}$$

Sendo ' Pe ' o número de Peclet, dado pela Equação (2.56):

$$Pe = \frac{\rho u L}{\Gamma} \quad (2.56)$$

A variação de ' $\phi(x)$ ', entre $x=0$ e $x=L$ é descrita na Figura 2.29 para uma faixa de valores de número de Peclet, mostrando que para altos valores de ' Pe ', o valor de ' ϕ ' em $x=L/2$ é aproximadamente igual ao valor da célula a jusante. Isto implica que quando o fluxo é dominado pela convecção, a interpolação pode ser acompanhada simplesmente pela leitura do valor da variável da face *upwind* ou valor *upstream*.

Observa-se também que ϕ pode ser interpolado usando uma média linear simples entre os valores de $x=0$ e $x=L$, quando o número de Peclet é nulo. Quando Pe possui um valor

intermediário, o valor interpolado para ‘ ϕ ’ em $x=L/2$ deve ser obtido aplicando o modelo *power-law*.

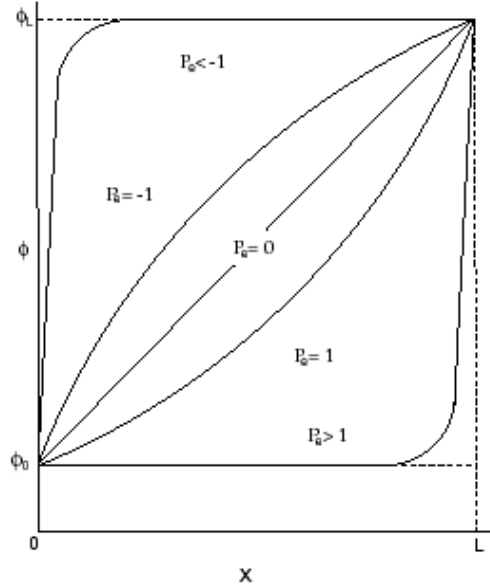


Figura 2.29: Alterações de uma variável ‘ ϕ ’ entre $x=0$ e $x=L$.

2.6.4.3 Esquema *upwind* de segunda ordem

Quando uma maior precisão é desejada, as quantidades nas células são calculadas empregando uma reconstrução linear multidimensional aproximada. Nesta aproximação, uma precisão de alta ordem é atingida nas faces das células, utilizando-se uma expansão em séries de Taylor de soluções de células centradas sobre uma célula centróide. Assim quando um *upwind* de segunda-ordem é selecionado, o valor de ‘ ϕ_f ’ é calculado usando a Equação (2.57).

$$\phi_f = \phi + \nabla \phi \cdot \Delta \vec{s} \quad (2.57)$$

Sendo ‘ ϕ ’ e ‘ $\nabla \phi$ ’ os valores centrados na célula e seu gradiente na célula *upstream*, e ‘ $\Delta \vec{s}$ ’ o vetor deslocamento a partir de uma célula centróide a jusante para o centróide da face. Esta formulação requer a determinação do gradiente ‘ $\nabla \phi$ ’ em cada célula. Este gradiente é calculado usando o teorema divergente, o qual na forma discreta é escrito pela Equação (2.58).

$$\nabla \phi = \frac{1}{V} \sum_f^{N_{\text{faces}}} \bar{\phi}_f \vec{A} \quad (2.58)$$

Aqui o valor da face ‘ $\bar{\phi}_f$ ’ é calculado pela média de ‘ ϕ ’ a partir das duas células adjacentes à face.

2.6.4.4 O Esquema QUICK

Este método é indicado para malhas quadrilaterais e hexaédricas, quando, uma única face a jusante e a montante, pode ser identificada. O esquema *QUICK* é baseado na média ponderada do *upwind* de segunda ordem e interpolação central da variável. Para a face ‘e’ na Figura 2.30 se o fluxo é direcionado da esquerda para a direita pode-se escrever a Equação (2.59).

$$\phi_e = \theta \left[\frac{S_d}{S_c + S_d} \phi_P + \frac{S_d}{S_c + S_d} \phi_E \right] + (1 - \theta) \left[\frac{S_u + 2S_c}{S_u + S_c} \phi_P + \frac{S_c}{S_u + S_c} \phi_W \right] \quad (2.59)$$

Na equação $\theta=1$ resulta em uma interpolação de segunda ordem central enquanto que $\theta=0$ obtém-se um valor *upwind* de segunda ordem. O esquema *QUICK* tradicional é obtido fixando $\theta=1/8$.

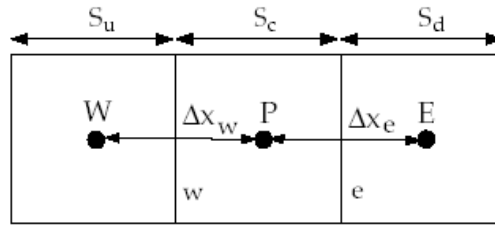


Figura 2.30: Volume de controle unidimensional.

O esquema *QUICK* é mais preciso em malhas estruturadas alinhadas com a direção do fluxo. O esquema *QUICK* para malhas não estruturadas ou híbridas também pode ser empregado, contudo nestes casos, usualmente aplica-se o esquema de discretização *upwind* de segunda ordem.

2.6.4.5 Forma linearizada da equação discreta

A equação de transporte de um escalar discretizada contém a variável escalar ‘ ϕ ’ não conhecida no centro da célula bem como valores desconhecidos em torno de sua vizinhança. Esta equação, em geral, é não linear em relação a esta variável. Uma forma linearizada pode ser escrita, conforme a Equação (2.60):

$$a_p \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (2.60)$$

Sendo que o subscrito ‘*nb*’ se refere às células vizinhas e ‘ a_p ’ e ‘ a_{nb} ’ são coeficientes linearizados para ‘ ϕ ’ e ‘ ϕ_{nb} ’.

O número de células vizinhas para cada célula depende do tipo de malha, mas será tipicamente igual ao número de faces que fecham a célula. Equações similares podem ser escritas para cada célula que compõem a malha.

2.6.4.6 Sub-relaxação

Por causa da não linearidade das equações que são resolvidas é necessário o controle de atualização do valor de ' ϕ '. Isto é tipicamente atingido por sub-relaxação, a qual reduz a troca de ϕ produzida durante cada iteração. Em uma forma simples, o novo valor da variável ' ϕ ' dentro da célula depende do valor antigo (passo anterior), ' ϕ_{old} ' a troca calculada em ' ϕ ', ' $\Delta\phi$ ', e o fator de sub-relaxação, ' α_s ', é dada pela Equação (2.61) a seguir.

$$\phi = \phi_{old} + \alpha_s \Delta\phi \quad (2.61)$$

2.6.4.7 Discretização temporal

Para simulações transientes, as equações governantes devem ser discretizadas no tempo e no espaço. A discretização espacial para a equação dependente no tempo é idêntica ao caso de estado estacionário. A discretização temporal envolve a integração de todos os termos na equação diferencial em um tempo ' Δt '. A integração do termo transiente segue o procedimento apresentado a seguir.

Uma expressão genérica para a evolução do tempo de uma variável ' ϕ ' é fornecida pela Equação (2.62).

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (2.62)$$

Nesta equação a função ' F ' incorpora uma discretização espacial. Caso o tempo derivativo seja discretizado usando diferenças *backward*, a discretização temporal de primeira ordem será obtida por:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi) \quad (2.63)$$

E a discretização de segunda ordem é dada por:

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi) \quad (2.64)$$

Definidas por:

ϕ = uma quantidade escalar;

$n+1$ = valor no próximo nível de tempo, $t + \Delta t$;

n = valor no nível de tempo corrente, t ;

$n-1$ = valor no nível de tempo anterior, $t - \Delta t$.

Discretização temporal: Integração implícita no tempo

Um método para calcular ' $F(\phi)$ ' em um nível de tempo futuro é representado pela Equação (2.65).

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^{n+1}) \quad (2.65)$$

Esta é uma integração implícita desde que ' ϕ^{n+1} ' em uma dada célula é relatada a ' ϕ^{n+1} ' em células vizinhas utilizando ' $F(\phi^{n+1})$ ':

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t F(\phi^{n+1}) \quad (2.66)$$

Esta equação implícita pode ser resolvida iterativamente inicializando ' ϕ^i ' para ' ϕ^n ', segundo a Equação (2.67).

$$\phi^i = \phi^n + \Delta t F(\phi^i) \quad (2.67)$$

Para a formulação de primeira ordem implícita, ou:

$$\phi^i = 4/3 \phi^n - 1/3 \phi^{n-1} + 2/3 \Delta t F(\phi^i) \quad (2.68)$$

Para a formulação de segunda ordem implícita. A vantagem de um esquema totalmente implícito é que este é, incondicionalmente, estável com respeito ao tamanho do passo no tempo.

Discretização temporal: Integração explícita no tempo

Este método calcula ' $F(\phi)$ ' no nível de tempo corrente:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^n) \quad (2.69)$$

Referido como integração explícita desde que ' ϕ^{n+1} ' possa ser explicitado em termos de ' ϕ^n ' (este método é também conhecido como *global time stepping*).

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t F(\phi^n) \quad (2.70)$$

2.6.4.8 Calculando as derivadas

O termo derivativo ‘ $\nabla\phi$ ’ de uma dada variável ‘ ϕ ’ é usado para discretizar os termos convectivos e difusivos da equação do movimento. O gradiente é calculado usando o teorema de Green-Gauss (FLUENT, 2005):

$$(\nabla\phi)_{c0} = \frac{1}{V} \sum_f \bar{\phi}_f \vec{A}_f \quad (2.71)$$

Sendo ‘ ϕ_f ’ o valor de ‘ ϕ ’ no centróide da face da célula, e a adição de todas as faces que fecham a célula.

2.6.5 O resolvidor segregado

Esta prática é mais facilmente descrita considerando as equações de quantidade de movimento e da continuidade em estado estacionário na forma integral:

$$\oint \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2.72)$$

$$\oint \rho \vec{v} \vec{v} \cdot d\vec{A} = - \oint p I \cdot d\vec{A} + \oint \bar{\tau} \cdot d\vec{A} + \int_V \vec{F} dV \quad (2.73)$$

Sendo ‘ I ’ a matriz identidade, ‘ $\bar{\tau}$ ’ o tensor tensão e ‘ $\vec{F}$ ’ o vetor força.

2.6.5.1 Discretização da equação da quantidade de movimento

O esquema de discretização da equação de transporte de uma grandeza escalar também é usado para discretizar as equações de quantidade de movimento. Por exemplo, a equação de x-quantidade de movimento pode ser obtida fixando $\phi=u$:

$$a_p u = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + \sum_f p_f A_f \hat{i} + S \quad (2.74)$$

Se o perfil de pressão e o fluxo de massa na face fossem conhecidos, a Equação (2.74) poderia ser resolvida. Porém, o perfil de pressão e os fluxos de massa na face não são conhecidos a priori e devem ser obtidos como uma parte da solução do sistema de equações.

2.6.5.2 Esquemas de interpolação de pressão

Há uma tendência para padrões, na qual o esquema interpola os valores de pressão nas faces usando quocientes da equação da quantidade de movimento. Este procedimento trabalha bem quando a variação da pressão entre centros de célula é tida como “comportada”. Quando há altos gradientes dentro das condições de fonte de quantidade de movimento entre volumes

de controle, o perfil de pressão tem um alto gradiente na face da célula, e não pode ser interpolado aplicando esta estratégia de solução.

Alguns métodos alternativos estão disponíveis quando o esquema “padrão” de interpolação não é válido:

- Um esquema linear calcula as pressões na face como uma média dos valores de pressão nas células adjacentes;
- O esquema de força-corpo ponderado calcula a pressão da face assumindo que o gradiente normal da diferença entre pressão e força-corpo é constante;
- O esquema PRESTO (*PREssure STaggering Option*) utiliza o balanço da continuidade discretizado para um volume de controle sobre a face para calcular a pressão.

2.6.5.3 Discretização da equação da continuidade

A Equação (2.75) deve ser integrada sob um volume de controle seguindo a equação discreta a seguir:

$$\sum_f^{N_{faces}} J_f A_f = 0 \quad (2.75)$$

Sendo o termo ‘ J_f ’ o fluxo mássico através da face ‘ f ’.

Como descrito anteriormente, as equações da continuidade e do movimento são resolvidas sequencialmente. Neste procedimento sequencial, a equação da continuidade é usada como uma equação para pressão. Contudo, a pressão não aparece explicitamente na Equação (2.75) para fluxos incompressíveis, desde que a densidade não esteja diretamente relacionada à pressão. O *SIMPLE* (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) é usado para introduzir a pressão na equação da continuidade. Este procedimento é descrito a seguir.

Faz-se necessário relacionar o valor da velocidade na face ‘ $\vec{v}_n$ ’ com o valor armazenado no centro da célula. O fluxo em uma face, ‘ J_f ’, pode ser escrito da seguinte forma:

$$J_f = \hat{J}_f + d_f (p_{c0} - p_{c1}) \quad (2.76)$$

Sendo os termos ‘ p_{c0} ’ e ‘ p_{c1} ’ os de pressão dentro das duas células em ambos os lados da face. A variável ‘ $\hat{J}_f$ ’ contém a influência das velocidades desta célula. O termo ‘ d_f ’ é função de ‘ $\bar{a}_p$ ’, a média dos coeficientes a_p da equação da quantidade de movimento para as células em ambos os lados da face ‘ f ’.

2.6.5.4 Esquema de interpolação da densidade

Para o cálculo de fluxo compressível é usual aplicar o esquema *upwind* de interpolação para variável densidade nas células. Para fluxos incompressíveis, três outros esquemas de interpolação podem ser usados: *upwind* de primeira ordem, *upwind* de segunda ordem e *QUICK*.

O esquema *upwind* de primeira ordem considera a densidade na face da célula como sendo o valor do centro da célula adjacente. Este esquema gera estabilidade para a equação de correção da pressão e gera bons resultados para muitas classes de fluxos.

O esquema *upwind* de segunda ordem gera mais estabilidade para fluxos supersônicos e capta choques melhor que o esquema de primeira ordem, o esquema *QUICK* para a densidade é similar ao *QUICK* para outras variáveis.

O esquema *upwind* de segunda ordem e o *QUICK* não podem ser usados para o caso de fluxos compressíveis multifásicos, o esquema *upwind* é usado para a fase compressível e uma média aritmética é usada para a fase incompressível.

2.6.5.5 Acoplamento pressão-velocidade

A solução segregada das equações de conservação da quantidade de movimento e de massa, para problemas incompressíveis, gera o problema do acoplamento pressão-velocidade. Neste sentido, é preciso encontrar um procedimento sequenciado e iterativo (algoritmo) que melhore a estimativa do campo de pressão de modo que o campo imperfeito de velocidade se aproxime progressivamente da solução que satisfaz a equação da continuidade na forma discretizada.

O acoplamento da pressão com a velocidade é feito usando a Equação (2.76) para obter a pressão a partir da equação da continuidade discreta. Os três algoritmos de acoplamento pressão-velocidade, mais comumente empregados são: *SIMPLE*, *SIMPLEC* e *PISO*.

Acoplamento pressão-velocidade: O algoritmo *SIMPLE*

Uma das formas de se abordar o problema acoplamento pressão-velocidade é seguindo o princípio dos métodos tipo *SIMPLE*.

Inicialmente estima-se um campo de pressão ' p^* ' e obtém-se utilizando as equações de conservação da quantidade de movimento, um campo de velocidades que, a priori, não satisfaz a equação de continuidade. Sendo que não há lógica em alterar aleatoriamente o campo de pressão a fim de que, em algum momento, um campo de velocidade satisfaça a equação de continuidade. O procedimento recomendado comumente é estabelecer expressões

de correção para as velocidades em função de gradientes de correção de pressão ' p' '. Quando esta correção de pressão não for mais necessária, estes gradientes de ' p' ' serão nulos e a correção sobre velocidades será nula. Para a evolução de ' p' ', utiliza-se a equação da continuidade, na qual as equações de correção são introduzidas gerando uma equação para ' p' ' com termo fonte envolvendo as velocidades.

O algoritmo *SIMPLE* usa uma relação de correção entre velocidade e pressão e garante que a conservação de massa seja satisfeita. Se a equação de quantidade de movimento é resolvida com um campo de pressão ' p^* ', o fluxo resultante na face, ' J_f^* ' é calculado a partir da Equação (2.77).

$$J_f^* = \widehat{J_f^*} + d_f (p_{c0}^* - p_{c1}^*) \quad (2.77)$$

Visto que a Equação (2.54) não satisfaz a equação da continuidade. Consequentemente, uma correção ' J_f' ' é adicionada ao fluxo da face ' J_f^* ' tal que o fluxo na face seja obtido corretamente.

$$J_f = J_f^* + J_f' \quad (2.78)$$

Uma vez satisfeito a equação da continuidade. O algoritmo *SIMPLE* postula que J_f' seja escrito como:

$$J_f = d_f (p_{c0}' + p_{c1}') \quad (2.79)$$

Sendo o termo ' p' ' a correção da pressão na célula.

O algoritmo *SIMPLE* substitui a equação de correção de fluxo na equação da continuidade para obter uma equação discreta para correção da pressão ' p' ' na célula.

$$a_p p' = \sum_{nb} a_{nb} p_{nb}' + b \quad (2.80)$$

Sendo o termo b a soma das taxas de fluxos na célula:

$$b = \sum_f^{N_{faces}} J_f^* A_f \quad (2.81)$$

A equação de correção de pressão pode ser resolvida empregando o método multimalha algébrico. Uma solução é obtida para pressão da célula e o fluxo na face é corrigido usando:

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (2.82)$$

$$J_f = J_f^* + d_f (p_{c0}' - p_{c1}') \quad (2.83)$$

Aqui ‘ α_p ’ é o fator de sub-relaxação para a pressão. O fluxo da face corrigida, ‘ J_f ’, satisfaz a equação da continuidade discreta durante cada iteração.

Acoplamento pressão–velocidade: O Algoritmo *SIMPLEC*

O procedimento *SIMPLEC* é similar ao *SIMPLE*, sendo que a única diferença esta na expressão utilizada para a correção do fluxo na face, ‘ J_f' ’. Como no *SIMPLE*, a equação de correção pode ser escrita como:

$$J_f = J_f^* + d_f (p'_{c0} - p'_{c1}) \quad (2.84)$$

Contudo, o coeficiente d_f é redefinido como uma função de $\left(a_p - \sum_{nb} a_{nb} \right)$. O uso desta equação de correção modificada tem acelerado a convergência em problemas onde a acoplagem de velocidade–pressão é o impedimento principal na obtenção da solução.

Acoplamento pressão–velocidade: O Algoritmo *PISO*

O algoritmo *PISO* (*Pressure-Implicite with Splitting of Operators*) de acoplagem de pressão–velocidade faz parte dos algoritmos da família *SIMPLE*. Uma das limitações dos algoritmos *SIMPLE* e *SIMPLEC* é que novas velocidades e fluxos correspondentes não satisfazem o balanço de quantidade de movimento, após a aplicação da equação de correção de pressão. Para melhorar a eficiência deste cálculo, o algoritmo *PISO* possui duas correções adicionais: correção das vizinhanças e correção “*skewness*”.

2.6.5.6 Cálculos com dependência de tempo e em estado estacionário

No caso de estado estacionário, as equações governantes para o resolvidor segregado não contém o termo dependente do tempo. Para o fluxo dependente do tempo (transiente), a forma discretizada das equações genéricas de transporte é fornecida pela Equação (2.85).

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (2.85)$$

Sendo os termos da Equação (2.85) definidos por:

$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}$ = forma conservativa da derivada transiente de ϕ ;

ρ = densidade;

$\vec{v}$ = vetor velocidade;

$\vec{A}$ = vetor área superficial;

Γ_ϕ = coeficiente de difusão para ϕ ;

$\nabla\phi$ = gradiente de ϕ ;

S_ϕ = geração de ϕ por unidade de volume.

Como uma aproximação do padrão todos os termos convectivo, difusivo e fonte são calculados a partir do perfil de tempo no nível $n+1$.

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho^{n+1} \phi^{n+1} \vec{v}^{n+1} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi^{n+1} \nabla \phi^{n+1} \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi^{n+1} dV \quad (2.86)$$

2.6.5.7 A Formulação de fluxo *frozen*

O padrão de discretização completamente implícito da parte convectiva produz termos não lineares na equação resultante. A resolução desta equação geralmente requer muitas iterações por *time step*. Como uma alternativa, há uma opção para discretizar a parte convectiva do fluxo de massa na face da célula a partir de um nível de tempo anterior.

$$\oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \rho^n \phi^{n+1} \vec{v}^n \cdot d\vec{A} \quad (2.87)$$

A solução possui o mesmo nível de precisão, mas o caráter não linear da equação de transporte discretizada é essencialmente reduzido e a convergência dentro de cada *time step* é obtida. Esta opção somente está disponível para problemas transientes de fase simples que usam o resolvidor segregado.

2.6.6 O resolvidor acoplado

O resolvidor acoplado resolve as equações governantes da continuidade, quantidade de movimento, energia e transporte de espécies simultaneamente. Equações governantes para escalares adicionais são resolvidas sequencialmente.

O sistema de equações governantes para um fluido é escrito para descrever as propriedades médias de escoamento, na forma cartesiana para um volume de controle arbitrário ' V ' com área de superfície diferencial ' dA ', com na Equação (2.88).

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V W dV + \oint [F - G] \cdot d\vec{A} = \int_V H dV \quad (2.88)$$

Nesta equação o vetor H representa termos como as forças de campo e as fontes de energia e os vetores W , F e G são definidos na Figura 2.31:

$$\mathbf{W} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{Bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho v u + p\hat{i} \\ \rho v v + p\hat{j} \\ \rho v w + p\hat{k} \\ \rho v E + p v \end{Bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xi} \\ \tau_{yi} \\ \tau_{zi} \\ \tau_{ij} u_j + q \end{Bmatrix}$$

Figura 2.31: Representação vetorial dos elementos da Equação (2.88).

As equações de Navier-Stokes, representadas na Equação (2.88), tornam-se numericamente rígidas em escoamentos incompressíveis com baixos números de Mach (subsônico) e resultando em uma taxa convergência baixa. Para contornar esta dificuldade é usual empregar a técnica conhecida como pré-condicionante (*time-derivative*). Esta técnica modifica o termo da derivada temporal da Equação (2.88) pela multiplicação de uma matriz pré-condicionante. Esta tem o efeito de re-escalar o termo de velocidade das equações do sistema, aliviando a rigidez numérica.

2.6.6.1 Marcha de tempo para escoamentos estacionários

O conjunto de equações governantes acopladas pode ser discretizadas tanto para simulações estacionárias quanto para simulações transientes. No caso independente do tempo, assume-se que a marcha de tempo evolui até alcançar o regime estacionário. Já no caso transiente, a discretização pode ser feita com base em dois algoritmos de marcha de tempo: implícito e explícito.

2.6.7 Monitoramento da convergência pelos resíduos

Durante o processo de solução pode-se monitorar dinamicamente a convergência conferindo os resíduos, as estatísticas, os valores de força, as integrais de superfície, e as integrais de volume. Para escoamento transiente, pode-se também monitorar o tempo decorrido.

Ao término de cada interação do resolvidor, a soma residual para cada uma das variáveis conservadas é computada e armazenada, registrando assim a história de convergência. Esta história também é gravada no arquivo de dados. A soma residual é definida a seguir.

2.6.7.1 Definição de resíduos para o resolvidor segregado

Depois da discretização, a equação de conservação para uma variável geral em uma célula ' P ' pode ser escrita como:

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (2.89)$$

Nesta equação, ' a_P ' é o quociente de centro, ' a_{nb} ' são os quocientes de influência sobre as células vizinhas e ' b ' é a contribuição da parte constante do termo de fonte ' S_c ' em $S = S_c + S_P$ e das condições de contorno.

$$a_P = \sum_{nb} a_{nb} - S_P \quad (2.90)$$

O resíduo ' R^ϕ ' computado no resolvidor segregado é o desequilíbrio em Equação (2.90) somada sobre toda as células computacionais ' P '. Isto pode ser chamado de resíduo não escalar. Pode ser escrito como:

$$R^\phi = \sum_{\text{células } P} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P \right| \quad (2.91)$$

Em geral, é difícil julgar a convergência examinando os resíduos definidos pela Equação (2.91) desde que nenhum escalonamento é empregado. Isto é especialmente verídico dentro escoamento confinado como a convecção natural em um quarto onde não há nenhuma taxa de fluxo de entrada de ' ϕ ' para comparar o resíduo. Geralmente, ponderam-se os resíduos usando um fator de escala representativo da taxa de escoamento ' ϕ ' através do domínio. Este resíduo é definido como

$$R^\phi = \frac{\sum_{\text{células } P} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P \right|}{\sum_{\text{células } P} |a_P \phi_P|} \quad (2.92)$$

Para as equações de quantidade de movimento o termo do denominador ' $a_P \phi_P$ ' é substituído por ' $a_P v_P$ ' sendo ' v_P ' a magnitude da velocidade em célula ' P '. O resíduo é um indicador mais apropriado de convergência para a maioria dos problemas.

2.6.7.2 Definição de resíduos para o resolvidor acoplado

O resíduo para o resolvidor acoplado é simplesmente a taxa de tempo de mudança da variável de conservação ' W '. O resíduo é a raiz quadrada da média dos quadrados dos resíduos em cada célula do domínio:

$$R(W) = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)^2} \quad (2.93)$$

Os resíduos para as equações que são resolvidas consecutivamente pelo resolvidor acoplado (turbulência e outros escalares) são os mesmos descritos para o resolvidor

segregado. Em geral, é difícil julgar a convergência examinando os resíduos definidos pela Equação (2.93) desde que nenhum escalonamento seja empregado.

2.6.8 Modelo de Fase Discreta (*particle track*)

O Modelo de Fase Discreta podem ser aplicados a sistemas nos quais a fração volumétrica da fase discreta é pequena (sistemas diluídos com $\alpha_d < 12\%$). À trajetória das partículas (entendidas como bolhas, gotas, pequenas estruturas sólidas etc.), podem ser associados os efeitos de turbulência, considerando as flutuações instantâneas ou médias da velocidade da fase contínua. Independente da consideração adotada, as partículas não exercem influência na geração ou dissipação de turbulência da fase contínua (abordagem Lagrangeana).

O Modelo de Fase Discreta em estado estacionário é indicado para aqueles casos em que as partículas são injetadas numa fase contínua e o sistema em si tem entradas e saídas bem definidas. É o tipo de modelo que não deve ser aplicado para escoamentos dotados de suspensão indefinida de partículas num fluido, como acontece em sistemas fechados tais como tanques agitados, vasos de mistura ou leitos fluidizados. Todavia, a restrição anterior não mais se aplica quando o modelo é aplicado numa abordagem transiente.

Pelo Fluent[®], as trajetórias das partículas são preditas pela da integração da equação do movimento, na qual está contemplado o balanço entre as principais forças atuantes sobre a fase discreta, conforme descreve a Equação (2.94) para uma direção x em coordenadas cartesianas.

$$\frac{du_p}{dt} = F_D(u - u_p) + \frac{g_x(\rho_p - \rho)}{\rho_p} + F_x \quad (2.94)$$

O termo ' $F_D(u - u_p)$ ' representa as forças de arraste por unidade de massa da partícula e pode ser representado como:

$$F_D = \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \frac{C_D Re}{24} \quad (2.95)$$

Nas equações anteriores, u representa a velocidade da fase fluida, ' u_p ' a velocidade da partícula, ' ρ ' a densidade do fluido, ' ρ_p ' a densidade da partícula e finalmente, ' d_p ' o diâmetro característico da partícula.

O coeficiente de arraste ' C_D ', pode ser calculado por modelos disponíveis na literatura, como por exemplo, os sugeridos por MORIS e ALEXANDER (1972) e HAIDER e LEVENSPIEL (1989). Já o termo ' F_x ' representa as forças adicionais, por unidade de massa,

que possam atuar sobre a trajetória da partícula, como por exemplo, a força mássica virtual que representa aquela requerida para acelerar o fluido nas vizinhanças da partícula, tornando-se relevante quando a densidade do fluido é maior que a densidade da partícula.

2.7 Planejamento de experimentos

Um método científico de planejamento e análise deve ser seguido para que se obtenha um plano de experimentos visando racionalizar o esforço experimental. Quando o problema envolve dados que possam conter erros experimentais, um modo adequado de análise é por métodos estatísticos. Em qualquer experimento, há duas etapas: o planejamento do experimento e a análise estatística dos dados obtidos. Estas etapas estão intimamente ligadas, uma vez que o método a ser utilizado para análise depende diretamente do planejamento realizado.

O método univariado onde o pesquisador altera uma variável enquanto as outras são mantidas constantes, é totalmente inviável nos casos em que se possuem variáveis múltiplas, por exigir um número muito elevado de experimentos. Além disso, este método não permite uma análise sobre as possíveis interações entre as variáveis independentes.

Quando existem diversas possibilidades de combinação das variáveis relevantes no processo, como no caso do escoamento helicoidal, a análise dos experimentos é mais confiável utilizando técnicas estatísticas para esse fim. O planejamento fatorial dos experimentos (BOX *et al.*, 1978) permite verificar a influência de efeitos individuais, como também, os de interação entre as variáveis. A técnica de superfície de resposta proporciona o ajuste empírico de equações que relacionam as respostas obtidas em função de variáveis estudadas (MYERS, 1976).

Pelo planejamento fatorial são selecionados os níveis das variáveis a serem estudadas e as combinações possíveis do experimento são determinadas. A determinação da quantidade de experimentos é feita de acordo com a quantidade de variáveis estudadas e com os níveis estipulados para essas variáveis. Um planejamento do tipo 2^K determina a quantidade de experimentos de um estudo em dois níveis com 'K' variáveis. Os planejamentos fatoriais a dois níveis são recomendados para sistemas cujas equações experimentais são de primeira ordem. Quando um sistema tiver um forte componente não linear, um planejamento fatorial com mais níveis, avaliados em cada fator, se faz necessário (BOX *et al.*, 1978).

Uma desvantagem em utilizar o planejamento fatorial convencional para obter equações preditivas de segunda ordem é a quantidade excessiva de experimentos que devem ser realizados. Em planejamentos do tipo 3^K (3 níveis), para um estudo com 5 variáveis

independentes, seriam necessários 243 experimentos. Dependendo do tipo de estudo, a realização deste número de ensaios seria inviável. Com a necessidade de contornar esse problema, foi desenvolvido (BOX e WILSON, 1951) um método alternativo que fornece uma resposta equivalente a estes experimentos, porém com uma quantidade de experimentos menor. Esse método é denominado de planejamento composto central (pcc). O planejamento composto central nada mais é do que um planejamento fatorial de primeira ordem aumentado de pontos adicionais que permitem a estimação de parâmetros de segunda ordem. A quantidade de experimentos a ser realizado num planejamento do tipo composto central com ‘K’ variáveis é calculada a partir do planejamento fatorial a dois níveis (2^K), acrescido dos ensaios ou réplicas nos níveis centrais (n_2) e dos ensaios nos níveis extremos ($2K$). A Equação (2.96) mostra a codificação dos fatores que serão organizados em uma matriz de planejamento:

$$X = \frac{\zeta_i - \zeta_0}{(\zeta_1 - \zeta_{-1}) / 2} \quad (2.96)$$

Sendo ‘X’ o valor da variável codificada, ‘ ζ_i ’ o valor original ou não codificado, ‘ ζ_0 ’ representa o valor original no nível central, ‘ ζ_1 ’ é o valor original referente ao nível 1 e ‘ ζ_{-1} ’ o valor original referente ao nível -1.

Os pontos adicionais do planejamento composto central são escolhidos pelo pesquisador. Esses pontos são os valores extremos de cada variável. Essa escolha deve ser feita de forma a deixar a matriz de variância e covariância diagonal (pcc ortogonal), o que elimina as correlações entre os parâmetros (MYERS, 1976).

A Tabela 2.2 apresenta a distribuição de 16 experimentos, envolvendo as variáveis independentes codificadas X_1 , X_2 e X_3 , com duas réplicas no centro. A variável resposta é ‘ Y_i ’ e ‘+a’ e ‘-a’, são respectivamente o nível superior e inferior de cada variável.

Pelo método dos mínimos quadrados, pode-se estimar os parâmetros ‘ β_{ij} ’ da Equação (2.97). A análise de variância da regressão é feita com base no quadrado do coeficiente de correlação múltipla ‘ r^2 ’, em testes de hipótese usando as distribuições ‘F’ de Fisher e t-Student.

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j>1}^k \beta_{ij} X_i X_j \quad (2.97)$$

O quadrado do coeficiente de correlação múltipla avalia a porcentagem de variabilidade dos dados explicada pela equação.

Tabela 2.2: Matriz do planejamento composto central.

X_1	X_2	X_3	Y_i
1	1	1	Y_1
-1	1	1	Y_2
1	-1	1	Y_3
-1	-1	1	Y_4
1	1	-1	Y_5
-1	1	-1	Y_6
1	-1	-1	Y_7
-1	-1	-1	Y_8
0	0	0	Y_9
0	0	0	Y_{10}
+a	0	0	Y_{11}
-a	0	0	Y_{12}
0	+a	0	Y_{13}
0	-a	0	Y_{14}
0	0	+a	Y_{15}
0	0	-a	Y_{16}

O valor da distribuição *t-Student* é importante para o cálculo da significância dos parâmetros e é definido como a relação entre o valor do parâmetro estimado e o seu desvio padrão. O valor de '*F*' (Fisher) é determinado pela razão entre o quadrado médio da equação ajustada (QME) e o quadrado médio do resíduo (QMR), como mostra a Equação (2.98). Quanto maior o valor de '*F*', melhor será o ajuste do modelo em questão.

$$F = \frac{\text{QME}}{\text{QMR}} \quad (2.98)$$

O quadrado médio da equação 'QME' e o quadrado médio do resíduo 'QMR', são dados pelas Equações (2.99) e (2.100) respectivamente.

$$\text{QME} = \frac{\text{Soma dos quadrados dos valores preditos}}{\text{Número de graus de liberdade da equação}} \quad (2.99)$$

$$\text{QMR} = \frac{\text{Soma do quadrados do resíduo}}{\text{Número de graus de liberdade do resíduo}} \quad (2.100)$$

O número de graus de liberdade da equação é igual ao número de parâmetros da equação reduzido de um e o número de graus de liberdade do resíduo é obtido pela diferença entre o número total de experimentos e o número de parâmetros existentes na equação ajustada.

O valor estatístico de ‘ F ’ é tabelado de acordo com o nível de significância e os graus de liberdade do resíduo e da equação. Mais detalhes sobre esta metodologia e valores tabelados de ‘ F ’ podem ser encontrados na literatura específica como BOX *et al.* (1978) e MYERS (1976).

2.8 Análise canônica

Supondo que dentro da região experimental, uma determinada resposta (perda de carga por exemplo) seja relacionada como uma função das variáveis independentes estudadas (vazão, rotação, concentração e excentricidade) da seguinte forma:

$$\hat{y} = b_0 + \underline{x}' \underline{b} + \underline{x}' B \underline{x} \quad (2.101)$$

Sendo ‘ $\underline{x}$ ’, ‘ $\underline{b}$ ’, e ‘ B ’ definidos pelas matrizes:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}/2 & \dots & b_{1k}/2 \\ b_{21}/2 & b_{22} & \dots & b_{2k}/2 \\ \dots & & \dots & \dots \\ & & & b_{k-1,k}/2 \\ & & & \dots & b_{kk} \end{bmatrix}$$

Figura 2.32: Matrizes da análise canônica, Equação (2.101)

O ponto de máxima resposta, se existir, é dado por um conjunto de condições ($x_1, x_2, \dots, x_k$) que tornam as derivadas parciais $\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1}, \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_k}$ iguais a zero. Diferenciando a Equação (2.101) em relação ao vetor ‘ $\underline{x}$ ’ e igualando-a a zero, tem-se o ponto estacionário:

$$\underline{x}_0 = -\frac{1}{2} B^{-1} \underline{b} \quad (2.102)$$

O ponto estacionário ‘ $\underline{x}_0$ ’ (Equação 2.102) pode representar um ponto de máxima ou de mínima resposta, ou ainda um ponto de sela (*saddle point*) da superfície ajustada. Para se determinar a natureza do ponto estacionário, deve-se realizar uma translação da superfície ajustada da origem o ($x_1=0, x_2=0, \dots, x_k=0$) até o ponto estacionário ‘ $\underline{x}_0$ ’. A superfície de resposta é então, expressa por novas variáveis, ‘ $w_1, w_2, \dots, w_k$ ’, cujos eixos correspondem aos eixos principais do sistema de contornos (Figura 2.33). A função em termos dessas novas

variáveis é chamada de forma canônica da superfície ajustada e pode ser representada pela Equação (2.103)

$$\hat{y} = \hat{y}_0 + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2 \quad (2.103)$$

Na qual é a resposta estimada no ponto estacionário, ou seja, $\hat{y}_0 = b_0 + \underline{x}'_0 \underline{b} + \underline{x}'_0 B \underline{x}_0$; e λ_i são as raízes características da matriz ' B '. A redução da superfície de resposta ajustada para a forma canônica é chamada de análise canônica.

Devido à translação de eixos da origem até o ponto estacionário ' $\underline{x}_0$ ', a Equação (2.104) é reescrita em termos de um novo vetor ' $\underline{z}$ ', tal que ' $\underline{z} = \underline{x} - \underline{x}_0$ ':

$$\hat{y} = b_0 + \underline{x}_0 \underline{b} + \underline{x}'_0 B \underline{x}_0 + \underline{z}' \underline{b} + \underline{z}' B \underline{x}_0 + \underline{x}'_0 B \underline{z} + \underline{z}' B \underline{z} \quad (2.104)$$

Considerando que $\underline{z}' B \underline{x}_0 = \underline{x}'_0 B \underline{z}$ e que os três primeiros termos representam a resposta avaliada no ponto estacionário ' $\hat{y}_0$ ', a Equação (2.104) pode escrita como:

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \hat{y}_0 + \underline{z}' (\underline{b} + 2B \underline{x}_0) + \underline{z}' B \underline{z} \\ \hat{y} &= \hat{y}_0 + \underline{z}' B \underline{z} \end{aligned} \quad (2.105)$$

A Equação (2.105) representa a superfície de resposta ajustada, após a translação para a nova origem. Ante ao exposto, existe uma transformação ortogonal ' $\underline{z} = M \underline{w}$ ' tal que:

$$\underline{z}' B \underline{z} = \underline{w}' M' B M \underline{w} = \hat{y}_0 + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2 \quad (2.106)$$

Sendo ' M ' uma matriz $k \times k$ ortogonal ($M' M = I_k$) e $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ são as raízes características da matriz ' B ' e ' I_k ' é a matriz identidade. A determinação da matriz ' M ' é importante pois a transformação ' $\underline{w} = M' \underline{z}$ ' permite relacionar as variáveis ' $\underline{z}_i$ ' (consequentemente ' $\underline{x}_i$ ', pois $\underline{z} = \underline{x} - \underline{x}_0$) com as variáveis canônicas ' w_i '. A matriz ' M ' é a matriz dos autovetores normalizados associados às raízes características ' λ_i '.

A Figura 2.33 representa um exemplo dos contornos da superfície ajustada no caso de duas variáveis independentes.

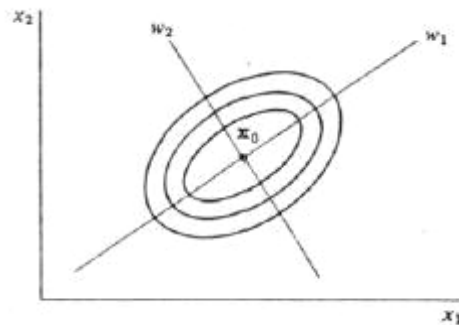


Figura 2.33: Forma canônica para uma superfície de resposta em duas variáveis.

A natureza do ponto estacionário é determinada pela análise das raízes características. Se $\lambda_i < 0$, um deslocamento a partir do ponto estacionário em qualquer direção implicará em um decréscimo na resposta ' $\hat{y}$ ', veja Equação (2.106). Neste caso, ' $\underline{x}_0$ ' é um ponto de máximo. Caso $\lambda_i > 0$, um deslocamento a partir do ponto estacionário em qualquer direção implicará em um acréscimo na resposta ' $\hat{y}$ '. Neste caso, ' $\underline{x}_0$ ' representa um ponto de mínimo. Se as raízes características possuírem sinais diferentes, então ' $\underline{x}_0$ ' é um ponto de sela.

Neste trabalho, propõe-se a análise canônica utilizando uma rotina implementada no software *Maple* na versão 7. A determinação dos parâmetros de regressão do modelo (Equação 2.102) e os respectivos níveis de significância será implementado utilizando-se o software *Statistica* na versão 6.

2.9 Principais pontos de discussão

A partir da análise dos trabalhos disponíveis na literatura científica, foram encontradas situações nas quais diferentes autores reportam resultados as vezes divergentes para a mesma proposta de estudo. Não foi identificado consenso em relação ao efeito que a rotação do eixo interno promove na fluidodinâmica do escoamento anular de fluidos não-Newtonianos (McCANN *et al.*, 1995; ESCUDIER *et al.* 2002 e HEMPHILL e RAVI, 2005). Constatou-se em alguns trabalhos consultados que pesquisadores ainda apontam dificuldades de concordância entre dados obtidos experimentalmente e por simulação numérica (McCANN *et al.*, 1995 e RUDMAN *et al.*, 2004).

Neste sentido, dentro dos objetivos desta Tese, o trabalho pode ser dividido em duas etapas principais: uma de cunho experimental e outra focada na simulação empregando ferramentas/códigos comerciais de CFD. Mas tanto uma etapa quanto a outra passa por um processo de “revisão conceitual”, pretendendo repassar os fundamentos aplicados ao fenômeno em questão.

Na etapa experimental que envolve a montagem de uma unidade piloto e a formulação dos procedimentos que visam a quantificação do gradiente de pressão em função de variáveis como: a vazão, a excentricidade, a rotação do eixo interno e as propriedades reológicas; pretende-se:

- Enquadrar o conceito de comprimento de entrada para fluxo laminar não-Newtoniano, visto que se constatou em diversos estudos, o uso de unidades compactas (1,2 a 12 metros de comprimento com diâmetros na faixa de 25 mm a 310 mm). Pois admitindo como válida as considerações de CHEBBI (2002) e considerando uma situação hipotética de escoamento com $Re_G=1000$, verifica-se a necessidade de que tais

unidades experimentais deveriam possuir comprimentos de entrada superiores a 200 diâmetros (D_H). Relação esta não observada em diversos trabalhos da literatura, o que poderia colocar em questão os resultados de alguns dos trabalhos.

- Desenvolver um sistema de distribuição de fluxo pelo anular evitando ao máximo os efeitos de expansão e de fluxos preferencialmente tangenciais; permitindo ainda um sistema de sustentação e acionamento do eixo interno (NEOFYTOU e DRIKAKIS, 2003 e ESCUDIER *et al.*, 2005).
- Seleção e montagem de sistema para a medição de escoamento de fluidos não-Newtonianos, preferentemente sistemas não invasivo (OWEN *et al.*, 2004).
- Rever o conceito de transição de regime de escoamento visando a influência do movimento rotacional do eixo interno (SHARIF *et al.*, 1997; TAN e TORPE, 2003; ESCUDIER *et al.*, 2005 e ESCUDIER *et al.*, 2005)
- Preparo das suspensões poliméricas buscando reproduzir o comportamento reológico das lamas/fluidos de perfuração, analisando parâmetros como a estabilidade reológica sob deformações prolongadas (ESCUDIER *et al.*, 2001).
- Montar um sistema de acompanhamento da temperatura do escoamento, dada a importância que esta variável pode apresentar como elemento de desvio nas condições que visam comparar e checar a reprodutibilidade dos testes (YASSEN *et al.*, 1996).

Já nos procedimentos numéricos planeja-se empregar ferramentas de CFD (ALI, 2002) para a reprodução das condições testadas experimentalmente, buscando não só a predição dos perfis de pressão e de velocidades axial e tangencial (SILVA *et al.*, 1996), mas também o levantamento do campo de escoamento como um todo (*flowfield*), visando fazer inferências quanto aos mecanismos presentes no carregamento/transporte de partículas (JONES e GRAHAM, 1994; RAMADAN *et al.*, 2001; RAMADAN *et al.*, 2004 e TALMON e HUISMAN, 2005).

Acredita-se que a tentativa de análise mais aprofundada dos pontos citados anteriormente e das respectivas propostas de investigação, permita um primeiro passo para a consolidação de mais uma linha de pesquisa aplicada no âmbito da Engenharia Química e ainda a expansão do uso de técnicas de CFD como ferramenta de estudo para o Grupo de Sistemas Particulados da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia.