

JORGE ELIÉCER RANGEL DÍAZ

**MODELAGEM CINEMÁTICA E DINÂMICA DE UMA ESTRUTURA
RRP+PR**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2011

JORGE ELIÉCER RANGEL DÍAZ

**MODELAGEM CINEMÁTICA E DINÂMICA DE UMA ESTRUTURA
RRP+PR**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Mendes Carvalho.

UBERLÂNDIA - MG

2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU , MG, Brasil

R196m Rangel Díaz, Jorge Eliécer, 1961-
Modelagem cinética e dinâmica de uma estrutura RRP+PR / Jorge
Eliécer Rangel Díaz - 2010.
152 f. : il.

Orientador: João Carlos Mendes Carvalho.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Robótica - Teses. I. Carvalho, João
Carlos Mendes. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 621

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Uberlândia (Brasil) e Universidad De La Salle (Colômbia) pela oportunidade de realizar este Curso.

Ao Prof. Dr. João Carlos Mendes Carvalho, por sua capacidade de orientar e pela ajuda na estruturação deste trabalho.

À todo corpo docente do programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica desta Universidade.

Aos colegas professores da FEMEC, os quais auxiliaram nas horas mais difíceis, em especial ao Prof. e amigo Elie Luis Martinez Padilla.

Ao colega Werley, pela colaboração e amizade.

À CAPES, e FAPEMIG (projeto TEC 2166/07) pelo apoio financeiro deste trabalho.

Aos membros da banca que disponibilizaram tempo e estudo para avaliação desta tese.

Resumo

O objetivo deste trabalho consiste no estudo e desenvolvimento de um digitalizador tridimensional robótico que será empregado para adquirir as dimensões superficiais de objetos de tamanho reduzido. O digitalizador é composto por uma estrutura mecânica e um sistema de leitura ótico. A estrutura mecânica do digitalizador possui 5 graus de liberdade e é composta por duas cadeias cinemáticas acopladas cinematicamente, onde uma delas é utilizada para movimentar o sensor laser e a outra para movimentar o objeto. O sistema de leitura é composto por um sensor laser que é baseado no método da triangulação ativa espacial para adquirir as medidas superficiais do objeto. Neste trabalho é utilizado o método da triangulação espacial porque ele garante o acompanhamento superficial do objeto para diminuir os erros nas medições, facilita a redução da quantidade de dados, facilitando o processamento de dados nas tarefas de engenharia reversa. Para permitir analisar os modelos cinemático e dinâmico, com o conseqüente estudo de seu espaço de trabalho de leitura, análise de erros, e dos esforços nas articulações, foram propostas metodologias de leitura da superfície do objeto. Para as análises foram consideradas as características mecânicas e de resolução dos componentes utilizados para a construção de um protótipo.

Palavras Chave: Digitalizador tridimensional. Engenharia reversa. Medições superficiais. Método de triangulação. Sistema de leitura ótico.

Abstract

The aim of this work is to develop a non-contact 3D scanning robot to measure surfaces from objects of small sizes. The 3D scanner is shaped for a mechanical structure and an optic lecture system. The mechanical structure has 5 degrees of freedom. Such system is composed by two kinematic chains used to move the laser sensor and the workpiece respectively. The lecture system is derived from a laser sensor, based on 3D active triangulation technique that acquires the surface workpiece data. This technique assurance the scanning of the workpiece surface with reduced dimensional errors and consequently it makes possible the use less data points. Therefore it is achievable the fast data processing to reverse engineering method. In order to analyze its kinematics and dynamic model, its workspace, error analysis, and efforts at the joints, methods for reading the surface coordinates were proposed. For the analysis were considered the resolution and mechanical characteristics of the components used for the construction of a prototype.

Keywords: *3D Scanning. Reverse Engineering. 3D Surface Measures. Triangulation Technique. Optic Lecture System.*

Lista de símbolos

- a : Parâmetro geométrico - representa a distância da articulação q_1 ao sensor.
- A : Matriz de Vondermônde - Matriz do sistema composta pelos coeficientes do polinômio de interpolação $\vec{P}(\lambda)$.
- $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$: Vetores de posição - definem a posição dos vetores normais a três pontos consecutivos no plano da base em relação ao referencial fixo $OXYZ$.
- b : Comprimento de leitura do sensor (distância do sensor ao ponto Q) estabelecido por programação.
- B : Distância entre vértices P_1 e P_3 do triângulo $P_1P_2P_3$ da Fig. 3.1.
- CCD : *Charge-Coupled Device*.
- C_x , C_y e C_z : Vetores dos coeficientes $c_x(j)$, $c_y(j)$ e $c_z(j)$, do polinômio de interpolação $\vec{P}(\lambda)$ respectivamente, relativo a três pontos consecutivos Q_j ($j = 1, 2, 3$).
- D : Distância entre os vértices P_1 e P_2 do triângulo $P_1P_2P_3$ da Fig. 3.1.
- d : Raio do anel - parâmetro geométrico que representa o raio da circunferência que descreve articulação q_2 quando se movimenta no plano de leitura XY .
- e : Erro absoluto na medição da posição do vetor normal $\vec{N}$.
- e_o : Erro absoluto na medição da orientação do vetor $\vec{N}$.
- e_{oi} : Erro geométrico de orientação na leitura do vetor $\vec{N}$ devido a i -ésima articulação.
- e_{p_i} : Erro geométrico na posição de leitura do vetor $\vec{N}$ devido a i -ésima articulação.
- $\hat{G}$: Vetor unitário que define a orientação do plano da base.
- ISO : *International Organization for Standardization*.
- J : Jacobiano da estrutura - Matriz de transformação linear que relaciona as variações infinitesimais das articulações com as variações infinitesimais das coordenadas.
- l : Distância entre os dois pontos Q no plano da base.
- m : Na Fig. 4.8 - alcance que a articulação de rotação q_2 pode chegar fica definido pela escolha dos limites de q_1 .
- $\vec{N}$: vetor normal associado ao ponto Q na superfície de um objeto tridimensional.

- $\vec{N}_l$: Vetor normal $\vec{N}$ quando se encontra no plano de leitura XY do sensor laser.
- $\hat{N}_{ci}$: Vetor normal unitário ao contorno em cada ponto Q_i do contorno. Define a direção no vetor normal N_i no plano ZX .
- $\hat{N}_{pi}$: Vetor normal principal unitário da curva em cada ponto Q_i do contorno - Aponta ao lado côncavo da curva.
- $\overline{om}$: Na Fig. 4.8 - limites de leitura que impõe a configuração da estrutura RRP ao digitalizador.
- $OXYZ$: Origem do sistema de referencia fixo.
- $O_{x_i y_i z_i}$: Origem do referencial i em relação ao referencial fixo.
- P : Articulação prismática.
- P : Coordenadas do ponto da superfície do ponto Q num objeto tridimensional em relação ao referencial da base.
- $\vec{P}$: Vetor posição de qualquer ponto Q em relação ao referencial do plano da base.
- P_1, P_2 e P_3 : Vértices do triângulo $P_1 P_2 P_3$ da Fig. 3.1.
- PR : Cadeia cinemática composta por uma articulação Prismática e uma de Rotação.
- PSD : *Position-Sensitive Detectors*.
- $\vec{P}(\lambda_i)$: Polinômio de interpolação - Define o vetor de posição em qualquer ponto do contorno do objeto no plano da base em relação ao referencial utilizado.
- q_1 : Coordenada da articulação R (anel).
- q_2 : Coordenada da articulação R (anel).
- q_3 : Coordenada da articulação P (anel).
- q_4 : Coordenada da articulação R (mesa).
- q_5 : Coordenada da articulação P (mesa).
- Q_l : Posição do ponto Q no plano de leitura XY .
- Q_{l3} : Ponto Q contido no primeiro plano (plano da base) e, corresponde ao terceiro ponto na leitura.
- R : Articulação de rotação.
- R : Matriz de rotação ou Matriz de passagem clássica - contém os cossenos diretores entre os eixos coordenados do referencial com respeito ao referencial da origem.
- RRP : Cadeia cinemática composta por três articulações, duas de Rotação e uma Prismática.

- RRP+PR: Cadeias cinemáticas acopladas do tipo RRP e PR.
- RS: Reta secante – reta formada entre dois pontos consecutivos Q .
- RT: Reta tangente ao ponto Q .
- SONAR: *Sound Navigation and Ranging*.
- T : Matriz de transformação Homogênea.
- $\vec{T}_i$: Vetor tangente ao contorno no ponto Q_i - Primeira derivada do polinômio de interpolação $\vec{P}(\lambda)$.
- $\hat{T}_i$: Vetor tangente unitário da curva em cada ponto Q_i do contorno.
- $\hat{u}, \hat{v}$ e $\hat{w}$: Vetores unitários das componentes $x(\lambda), y(\lambda)$ e $z(\lambda)$ respectivamente no polinômio de interpolação.
- x_Q, y_Q e z_Q : Coordenadas do ponto Q .
- x_{Q_i}, y_{Q_i} e z_{Q_i} : Coordenadas do ponto Q_i .
- $x(\lambda), y(\lambda)$ e $z(\lambda)$: Componentes do polinômio de interpolação - Funções paramétricas de segunda ordem.
- XY : Plano onde se movimenta a estrutura RRP e o sensor laser, na pesquisa é denominado plano de leitura.
- ZX : Plano onde se movimenta o ponto Q com a ajuda da estrutura PR para colocar o ponto Q no plano de leitura XY . O primeiro plano onde inicia a leitura na pesquisa é denominado plano da base.
- α, ϕ e θ : Ângulos internos do triângulo $P_1P_2P_3$ da Fig. 3.1.
- α_i, β_i e γ_i : Ângulos diretores do vetor $\hat{N}_{ci}$.
- $\delta \mathbf{x}$: Variação infinitesimal da posição e orientação do vetor $\vec{N}$ na leitura.
- $\delta \mathbf{q}$: Variação infinitesimal nas coordenadas das articulações na leitura do vetor $\vec{N}$.
- Δs : Comprimento do arco entre dois pontos Q no plano da base.
- η : Ângulo que faz a normal $\vec{N}$ com o plano horizontal XZ .
- γ : Ângulo que faz a normal $\vec{N}$ com o plano vertical YZ .
- μ_{p_i} : Índice de sensibilidade da posição devido à i -ésima articulação, mostra que a articulação q_i influencia fortemente as leituras.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - SISTEMAS DE DIGITALIZAÇÃO TRIDIMENSIONAIS	4
2.1 Digitalizador Tridimensional	4
2.2 Características Básicas dos Sistemas Digitalizadores Tridimensionais.....	9
2.3 Digitalizadores Óticos Tridimensionais.....	10
CAPÍTULO 3 - CONFIGURAÇÃO DE UM DIGITALIZADOR TRIDIMENSIONAL ÓTICO DE ESCANEAMENTO LASER.....	15
3.1 Sistema de Leitura do Digitalizador.....	16
3.2 Estruturas Mecânicas Robóticas	21
3.3 O Digitalizador Desenvolvido.....	23
CAPÍTULO 4 - MODELAGEM GEOMÉTRICA DA ESTRUTURA DO DIGITALIZADOR	27
4.1 Modelo Geométrico da Estrutura	27
4.1.1 Modelo Geométrico da Cadeia Cinemática PR.....	29
4.1.2 Modelo Geométrico da Cadeia Cinemática RRP	33
4.1.3 Modelo Geométrico Direito da Estrutura RRP+PR.....	37
4.1.4 Modelo Geométrico Inverso da Estrutura RRP+PR	38
4.2 Espaço de Trabalho da Estrutura.....	38
4.3 Análises dos Erros Geométricos da Estrutura RRP+PR	41
CAPÍTULO 5 - METODOLOGIA PARA LEITURA DE OBJETOS TRIDIMENSIONAIS	49
5.1 Metodologia do plano-base	50
5.1.1 Construção do Plano da Base.....	50
5.1.2 Procedimento para Determinar a Orientação do Vetor Normal.....	57
5.1.3 Validação da Metodologia de Leitura Empregada.....	69

5.1.3.1	<i>Construção do Plano da Base do Objeto</i>	69
5.1.3.2	<i>Leitura da Orientação do Vetor Normal</i>	71
5.2	Metodologia da Reta Tangente	76
5.2.1	<i>Primeira Metodologia</i>	76
5.3	Método de Acompanhamento por Interpolação Cúbica	81
5.4	Método dos Arcos de Circunferência	86
5.4.1	<i>Análise para Curvas Côncavas</i>	87
5.4.2	<i>Análise para Curvas Convexas</i>	88
5.4.3	<i>Lógica de Movimentação dos Acionadores</i>	89
5.5	Conclusões Sobre as Metodologias Analisadas	92
CAPÍTULO 6 - MODELAGEM DINÂMICA DA ESTRUTURA ROBÓTICA DO DIGITALIZADOR		94
6.1	Introdução	94
6.2	Modelo Dinâmico Inverso pelo formalismo de Newton-Euler	97
6.3	Cálculo Recursivo das Velocidades e Acelerações	99
6.4	Modelo Dinâmico Inverso da Estrutura do Digitalizador	101
6.4.1	<i>Modelo Dinâmico da Estrutura RRP</i>	101
6.4.2	<i>Modelo Dinâmico Inverso da Estrutura PR</i>	115
6.5	Comportamento Dinâmico do Digitalizador - Simulações	120
6.5.1	<i>Parâmetros Estruturais do Digitalizador</i>	120
6.5.2	<i>Simulação Dinâmica da Estrutura RRP</i>	125
6.5.3	<i>Simulação Dinâmica da Estrutura PR</i>	128
CONCLUSÕES		132
PROPOSIÇÕES PARA CONTINUIDADE DO PROJETO		134
APENDICE A - PARÂMETROS PARA A MOVIMENTAÇÃO DAS ARTICULAÇÕES		144
APENDICE B - ANÁLISE DO SINAL DO SENSOR LASER		148

APENDICE C - ERRO DE LEITURA DO SENSOR LASER EM FUNÇÃO DO DESVIO DA DIREÇÃO NORMAL.....	150
--	------------

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

É evidente o interesse crescente para o uso de ferramentas computacionais e softwares CAD/CAM para projetar e produzir objetos tridimensionais. Em alguns casos o objeto físico existe e deve ser reproduzido. Muitas pesquisas têm sido feitas a fim de obter um método eficiente para reconstruir superfícies tridimensionais para ser aplicado à diversas áreas tais como medicina, engenharia biomédica, processamento de dados geográficos, paleontologia, na engenharia reversa, entre outros.

A primeira etapa de reconstruir um modelo é adquirir dados do objeto real. Isso pode ser feito usando equipamentos manuais e/ou automáticos, denominados scanner ou digitalizador que fornece uma coleção de pontos que permite descrever a superfície original. No processo de aquisição de dados, milhares ou milhões de dados podem ser adquiridos para a digitalização do objeto. A fidelidade do modelo digitalizado é altamente dependente da densidade de distribuição de pontos e da resolução do sistema. Em geral, o conjunto de dados é uma nuvem de pontos, não organizados, com densidade de amostragem não uniforme, com lacunas e ruídos. O processo de aquisição de dados de uma superfície pode ser realizado de duas formas: técnicas de medição com contato e sem contato. Técnicas de medição sem contato usam vários métodos físicos tais como ótico, magnético e outros que utilizam alguma forma de irradiação de energia. As técnicas com contato, em geral, usam um sensor de contato para tomar a coordenada de superfície. O processo de reconstrução de um objeto real é conhecido como engenharia reversa (BAJAJ et al., 1995; LARSSON e KJELLANDER, 2006; MOCCOZET et al., 2004; MÜLLER et al., 2000; REMONDINO, 2003; VÁRADY et al., 1996).

Um grande desafio para a reconstrução de uma superfície é adquirir um conjunto "ideal" de pontos, que representa o objeto real o mais fielmente possível. Assim, o

digitalizador desempenha um papel importante no processo de reconstrução.

Algumas dificuldades para desenvolver um digitalizador estão relacionadas às dimensões e à forma do objeto, se o objeto é móvel ou não, se a superfície a ser lida é interior ou externa ao objeto e outros. Foram desenvolvidos vários digitalizadores e exemplos podem ser vistos em (DALTON, 1998; FENG et al., 2001; LARSSON e KJELLANDER, 2006; LEVOY et al., 1998; LI et al., 2007; MILROY et al., 1996) e em sites da web como:

<http://graphics.stanford.edu/projects/mich/mgantry-in-lab/mgantry-in-lab.html>

<http://news.softpedia.com/news/Scan-the-World-43630.shtml>

<http://www.dpi-3d.com/news/082906>

http://www.cynoprod.com/fileadmin/pdf/CYNOPROD_i3Evolution.pdf

Na presente pesquisa é apresentado um sistema robótico utilizado como digitalizador que funciona como a mão esquerda e a mão direita, onde a mão esquerda manipula o objeto e a direita posiciona e orienta um sensor ótico para "ler" as coordenadas de uma superfície 3D. O sistema utiliza um sensor laser unifilar para obter as coordenadas da superfície do objeto, de forma organizada e em quantidade suficiente para a reprodução do objeto. Esta quantidade é definida pela resolução de leitura que se deseja.

Esse trabalho está dividido em seis capítulos a seguir:

Capítulo 1: Neste se fez uma introdução sobre o trabalho desenvolvido, apresentando os principais assuntos que estão detalhados no decorrer do trabalho.

Capítulo 2: Se apresenta uma revisão de alguns sistemas empregados para a digitalização tridimensional de objetos reais na área da robótica.

Capítulo 3: Este capítulo destina-se a apresentação do digitalizador tridimensional robótico que emprega um sistema leitor ótico baseado na triangulação, que será empregado como um elemento de controle para acompanhar o contorno do objeto.

Capítulo 4: Apresenta-se a modelagem cinemática da estrutura mecânica do digitalizador utilizando as matrizes de transformação homogêneas.

Capítulo 5: Neste capítulo são apresentadas quatro metodologias para direcionar, o mais próximo possível, o feixe laser da normal à superfície para obter a melhor leitura do contorno do objeto lido.

Capítulo 6: É apresentado o modelo dinâmico da estrutura mecânica do digitalizador baseado nos conceitos da mecânica clássica, utilizando o formalismo de Newton-Euler.

No final dos capítulos encontram-se as conclusões desta tese e sugestões para futuros trabalhos.

Apresentam-se ainda três apêndices:

Apêndice A: Os parâmetros dos atuadores e dos sensores empregados para a movimentação das articulações são calculados em função das especificações fornecidas pelos fabricantes.

Apêndice B: É feita uma análise do sinal do sensor laser.

Apêndice C: É analisado o comportamento do erro de leitura do sistema leitor (sensor laser) em uma estrutura R+RP.

CAPÍTULO II

SISTEMAS DE DIGITALIZAÇÃO TRIDIMENSIONAIS

A digitalização de objetos tridimensionais é uma ferramenta muito útil no desenvolvimento de produtos devido à crescente utilização das técnicas da engenharia reversa no processo de manufatura. A reprodução da geometria dos produtos proporciona uma considerável vantagem relacionada com a redução dos tempos e custos com um alto grau de precisão (EVBUOMWAN; SIVALOGANATHAN; JEBB, 1996).

Existem vários métodos e sistemas de digitalização de objetos tridimensionais. Fazer uma escolha de qual sistema ou qual método é o mais apropriado para fins práticos às vezes resulta em uma tarefa difícil, já que o sistema selecionado deve ler uma variedade considerável de formas.

Neste capítulo serão apresentados exemplos de digitalizadores comerciais e sistemas utilizados para pesquisas. As características necessárias dos digitalizadores também são apresentadas, embora atender simultaneamente a todas seja quase impossível.

2.1 Digitalizador Tridimensional

Um digitalizador tridimensional é um equipamento que analisa um objeto real para obter dados de sua forma e/ou de sua cor, que podem ser usados para construir modelos digitais tridimensionais. O propósito dos digitalizadores tridimensionais é criar uma nuvem de pontos a partir da “leitura” da superfície do objeto físico, que serão utilizados para reconstruir a forma do objeto lido (reconstrução) (BAJAJ et al., 1995; MOCCOZET et al., 2004). Os passos e as técnicas para a reconstrução são denominados de engenharia reversa (LARSSON e KJELLANDER, 2006; MÜLLER et al., 2000; VÁRADY et al., 1996).

A representação geométrica tridimensional dos objetos ou de um ambiente é

empregada em diversas áreas tais como na robótica, visão artificial, prototipagem rápida, desenho por computador e medicina.

Os métodos de aquisição dos dados dos objetos podem ser por sensoriamento passivo ou ativo. A técnica passiva não interage com o objeto ao passo que o método ativo tem contato com objeto ou projeta alguma forma de energia sobre ele. Pesquisas em visão computacional têm realizado estudos voltados aos métodos passivos que extraem formas de uma ou mais imagens digitalizadas. Neste projeto é utilizado o método ativo para aquisição dos dados da superfície, cuja taxonomia é apresentada por Curless (1997), Fig. 2.1.

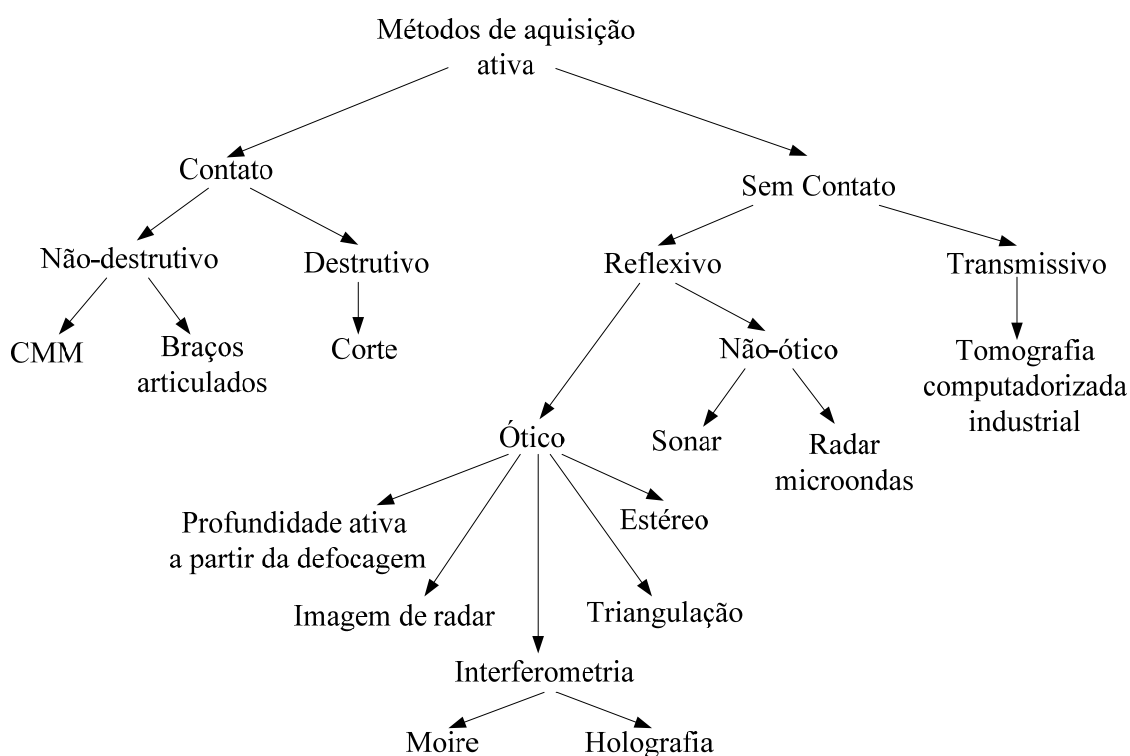


Figura 2.1 - Taxonomia dos métodos ativos de aquisição de formas (Curless, 1997)

Entre os métodos ativos pode-se distinguir: o uso de sensores de contacto e sensores sem contacto. Sensores de contacto são tipicamente “pontas de prova” que são montados em uma estrutura articulada.

Quando a ponta de prova toca a superfície do objeto, os dados de sua posição, obtidos pelos ângulos e parâmetros cinemáticos da estrutura articulada, são armazenados.

Existe uma grande variedade de pontas de prova, tanto no que se refere à precisão como em preço.

Os digitalizadores que utilizam estas pontas de prova podem ser identificados por dois

grupos distintos: os sistemas robotizados, que consistem em utilizar um robô industrial onde seu elemento terminal é uma ponta de prova, Fig. 2.2, e os sistemas de medições de coordenadas conhecidos por CMM (*Coordinate Measuring Machines*), Fig. 2.3.



Figura 2.2 - Braço robótico

<http://valentinerobotics.wordpress.com/>



(a)



(b)

Figura 2.3 - (a) CMM manual, (b) Estação de CMM

http://www.itpgroup.co.uk/products/new_cmms/gantry.html

As medições com pontas de prova normalmente requerem um operador; o sistema

pode ser difícil de manipular; como necessita do contato com a superfície do objeto, podem se tornar inadequados para objetos frágeis e o processo é normalmente lento, pois depende da habilidade do operador.

As técnicas sem contato podem ser divididas em dois grupos: transmissiva e refletiva. As técnicas transmissivas consistem em fazer a energia atravessar o objeto para registrar sua forma tais como a tomografia, ressonância magnética e ultra-som, onde são feitas “radiografias” do objeto. Estas técnicas são aplicadas dentro do campo da medicina e da engenharia (ARANA FERNANDEZ et al., 2006; ISAWA et al., 2005; NWODOH et al., 1997).

As técnicas sem contato reflexivas são aquelas que empregam algum tipo de radiação ou onda (eletromagnética ou mecânica) como fonte para examinar um objeto, onde a radiação ou onda refletida do objeto é captada por algum tipo de sensor. Podem ser classificadas como óticas e não óticas. Dentro das técnicas não óticas têm-se as magnéticas e as acústicas. Hyuntae et al. (1996) e Isawa et al. (2005) apresentam aplicações destas técnicas, respectivamente.

Os digitalizadores óticos tridimensionais utilizam geralmente métodos como: triangulação, interferometria e análises da imagem.

Os métodos que dão aos objetos profundidade, quando esses são analisados, são denominados “métodos de triangulação”. Dentre essa família de métodos tem-se: estéreo (DHOND e AGGARWAL, 1989; SCHARSTEIN e SZELISKI, 2002), escaneamento por feixe laser (*laser stripe scanning*) (BESL, 1989; CURLESS e LEVOY, 1995; DAVIS e CHEN, 2001; JARVIS, 1983) e por último, codificação da cor da luz estruturada (*color-coded structured light*) (BATLLE et al., 1998; BOYER e KAK, 1987; HALL-HOLT e RUSINKIEWICZ, 2001; INOKUCHI et al., 1984; SCHARSTEIN e SZELISKI, 2002; STRAND, 1985). Existe uma vasta informação sobre esses métodos e, de alguma forma, todos esses métodos estão relacionados.

Para obter a profundidade na triangulação, tem-se que fazer uso de pelos menos de dois pontos de vista do objeto a ser lido. Os detalhes do objeto correspondentes aos pontos de vista são identificados e os raios intersectados são utilizados para identificar a posição tridimensional de cada detalhe. A determinação da correspondência correta entre os pontos de vista é onde estão centrados todos os esforços e todas as técnicas de programação, e justamente é o lugar onde as técnicas começam divergir.

As técnicas como a exploração com laser e luz estruturada projetam a luz sobre o

objeto para fornecer as características identificáveis e reduzir, de alguma forma, a determinação das correspondências. Por outro lado, os procedimentos estéreos obtêm as imagens dos objetos e procuram os pontos de vista que coincidam entre as imagens sobre as quais não se tem nenhuma informação, para encontrar os detalhes identificáveis do objeto. A Fig. 2.4 apresenta uma técnica de triangulação empregando luz estruturada para a exploração do objeto.

Na atualidade, utilizam-se técnicas muito refinadas que têm proporcionado aos digitalizadores tridimensionais maior rapidez e precisão na leitura de objetos tridimensionais tais como: modulação da luz (CHEN e WADA, 2005), telemetria (LAVELLE e SCHUET, 2004), holografia (ROWE, 1997), interferometria (BASILI et al., 2004; MARTÍNEZ et al., 2005) e luz estruturada cifrada (YOUNG et al., 2007).

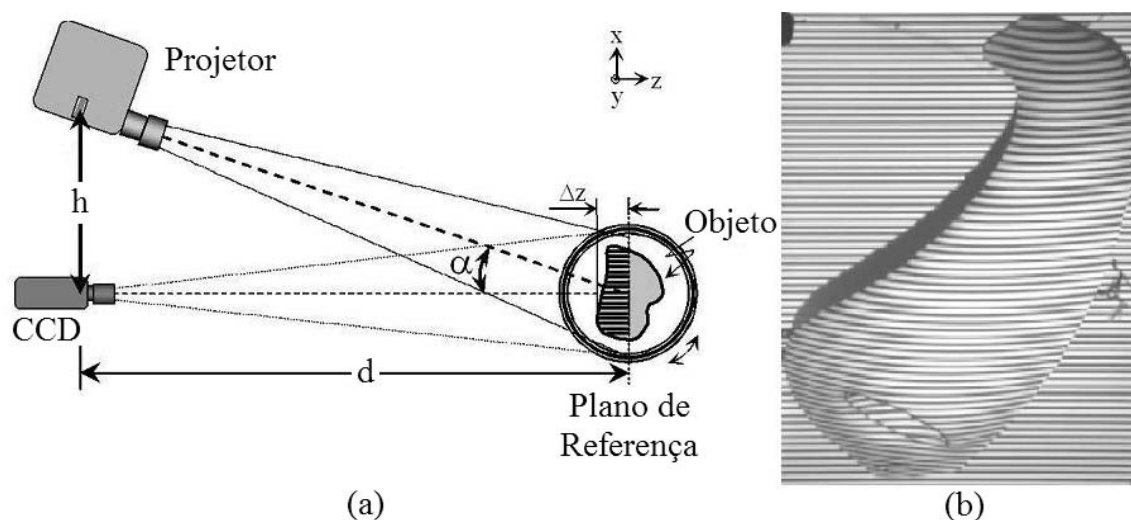


Figura 2.4 - (a) Sistema projetor de luz estruturada, (b) objeto de estudo iluminado. (MARTÍNEZ et al., 2005)

Sistemas que utilizam laser, geralmente, empregam um arranjo laser para fazer uma varredura mais ampla do objeto para acelerar o processo da aquisição dos dados. Na Fig. 2.5 é apresentado um sistema leitor que emprega exploração laser.

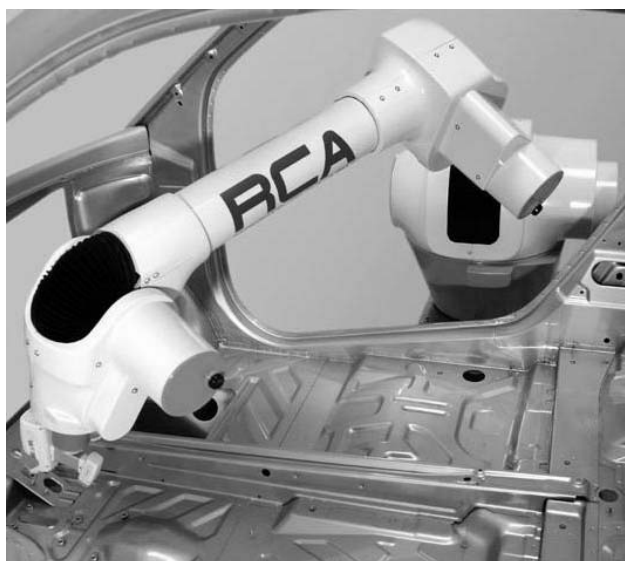


Figura 2.5 - Sistema digitalizador robótico que emprega exploração laser

<http://news.thomasnet.com>

2.2 Características Básicas dos Sistemas Digitalizadores Tridimensionais

Dos trabalhos de Ferreira, Lobo e Dias (2002), Gomercic e Winter (2004) e Li et al. (2007), pode-se concluir que um sistema de digitalização tridimensional deve ter as seguintes características básicas:

- Flexibilidade - qualquer objeto real pode ser lido por ser um sistema “passivo” e não interagir com o objeto.
- Resolução - deve ser capaz de proporcionar medições que sejam suficientemente precisas para permitir a “reprodução fiel” da superfície do objeto.
- Resolução espacial - para decidir se as características medidas estão na posição e orientação reais, com a precisão apropriada, em relação ao sistema de referência adotado.
- Velocidade - determinada pelo método empregado para a digitalização, processamento interno (algoritmos empregados para a leitura de dados) e manuseio do objeto.
- Possa ler determinadas anomalias ou elementos de dimensão reduzida.
- Não necessitam de uma reprogramação para cada objeto de estudo.
- Não sejam sensíveis às pequenas mudanças de iluminação e à reflexão de superfícies do ambiente.

- Portabilidade e fácil de usar - para facilitar sua versatilidade e manipulação.
- Armazenagem automática de dados.

2.3 Digitalizadores Óticos Tridimensionais

Os digitalizadores tridimensionais óticos, que empregam métodos de triangulação e uma fonte de estimulação ótica (laser ou luz estruturada) são eficientes para fazer medições de coordenadas tridimensionais sobre as superfícies dos objetos, já que apresentam erro menor durante a leitura dos dados, maior rapidez e alta resolução na medição (FENG et al., 2001). Por esse motivo são usados para desenvolver projetos tais como máquinas de medição de coordenadas (CMMs) e robôs digitalizadores tridimensionais para engenharia reversa (DALTON, 1998; MILROY et al., 1996).

Procurar uma configuração de uma estrutura robótica para digitalizar objetos tridimensionais é uma tarefa um pouco complexa, já que depende de:

- Tamanho e forma do objeto;
- Se o objeto é fixo ou pode se movimentar;
- Se a leitura é feita na superfície externa ou no interior do objeto;
- Cor, textura e outras.

A seguir são apresentadas algumas configurações de digitalizadores óticos tridimensionais que utilizam estruturas robóticas como base, para a leitura de superfície externa de objetos.

O sistema da Fig. 2.6 corresponde a um digitalizador robótico que emprega um robô industrial que porta o sistema leitor. O objetivo consistiu em desenvolver um sistema de leitura com alta precisão para ser empregado como ferramenta de engenharia reversa, onde o sistema leitor captura as características da superfície do objeto em duas dimensões no plano do laser. As leituras feitas durante a sequência de digitalização são representadas em coordenadas cartesianas tridimensionais, tendo em conta o posicionamento do leitor e o posicionamento da mesa onde fica o objeto (LARSSON; KJELLANDER, 2006). Posteriormente, Li et al. (2007) desenvolveram um sistema digitalizador similar, porém com um sistema leitor que permite aumentar a precisão e diminuir o erro na leitura. O sistema leitor obtido é portátil, podendo ser utilizado em outras estruturas robóticas, como visualizado na Fig. 2.7 ou seja, ele pode ser desmontado e montado em outros robôs.



Figura 2.6 - Digitalizador tridimensional robótico (LARSSON; KJELLANDER, 2006)

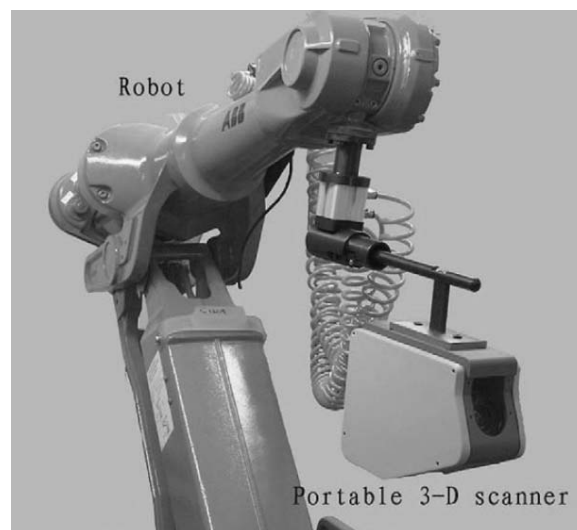


Figura 2.7 - Digitalizador tridimensional robótico (LI et al., 2007)

A Figura 2.8(a) apresenta um digitalizador semi-automático desenvolvido para ler estátuas. A estrutura pode mudar a dimensão vertical, colocando módulos adicionais para aumentar sua altura, e a base da estrutura tem rodas para poder movimentar-se em torno do objeto em estudo. O braço da estrutura tem um suporte que permite movimentar o sistema leitor verticalmente e girá-lo (*pan-tilt*), como mostra a Fig. 2.8(b). O sistema leitor pode tomar as medições da superfície do objeto em coordenadas tridimensionais bem como a cor da superfície. Para diminuir o erro de leitura por causa das vibrações, o digitalizador apresenta dispositivos de compensação tanto para a estrutura como para o suporte do sistema leitor

(LEVOY et al., 1998).

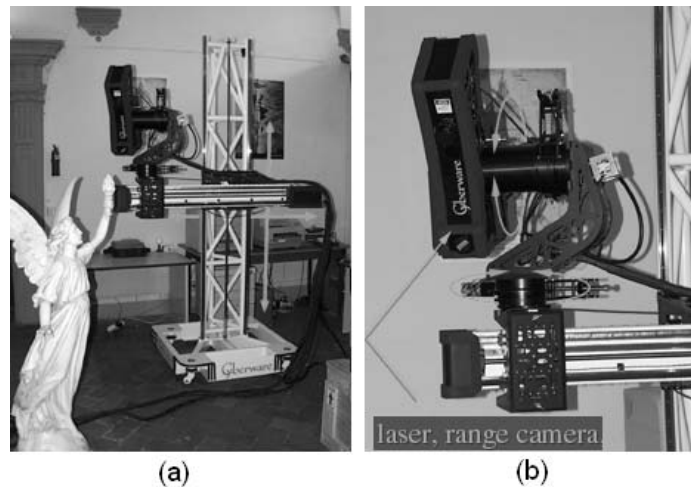


Figura 2.8 - Digitalizador tridimensional do projeto Stanford

<http://graphics.stanford.edu/projects/mich/mgantry-in-lab/mgantry-in-lab.html>

A Figura 2.9 apresenta um digitalizador tridimensional comercial denominado “3D surface scanner”, desenvolvido para ler pequenos objetos que são presos sobre uma mesa RRP, isto é, possui duas rotações e um movimento de translação. O sistema leitor está sobre uma estrutura fixa sem nenhum tipo de movimentação. Os dados obtidos pelo sensor são representados em coordenadas tridimensionais para ser utilizados em um sistema CAD (*Computer-aided design*) para modelar ou modificar o objeto (engenharia reversa).

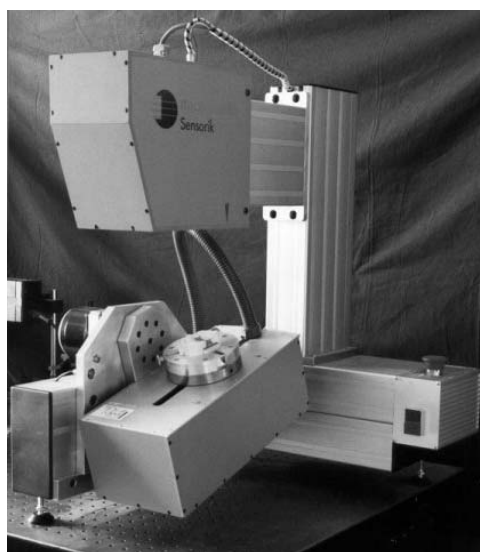


Figura 2.9 - Digitalizador tridimensional comercial “3D surface scanner”

<http://news.softpedia.com/news/Scan-the-World-43630.shtml>

Na Figura 2.10 está ilustrado um sistema digitalizador tridimensional robótico apresentado no International Machine Technology, 2006. O robô foi desenvolvido para automatizar o processo de leitura de objetos tridimensionais de tal maneira que o objeto digitalizado pode se movimentar lateralmente, vertical e girar, e o sistema leitor possa realizar uma varredura semi-esférica, dotando o robô de seis graus de liberdade. O sistema leitor pode capturar características do objeto tais como cor e dimensões, tornando este sistema de digitalização uma ferramenta tanto para engenharia reversa ou inspeção de peças.

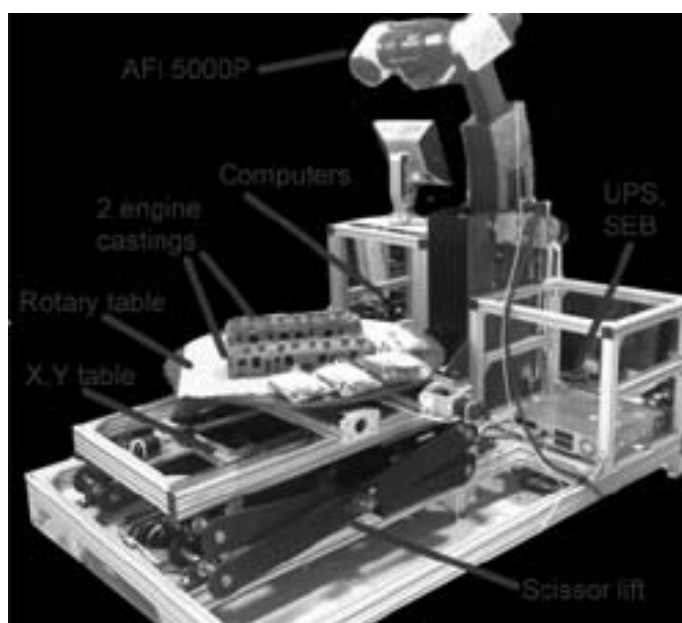


Figura 2.10 - Digitalizador tridimensional robótico

<http://www.dpi-3d.com/news/082906>

O i3Evolution é um digitalizador ou scanner dentário 3D, Fig. 2.11, que, conforme o fabricante, utiliza o método de triangulação. Possui dois sensores laser para aumentar a visibilidade e produzir perspectivas visuais diferentes das peças dentárias e, por comparação, poder fazer a reconstrução do objeto; pode tomar as características de cor; não precisa de calibração; a estrutura é robusta e apresenta dois movimentos de rotação e um de translação.



Figura 2.11 - Digitalizador tridimensional comercial para peças dentárias-i3Evolution

http://www.cynoprod.com/fileadmin/pdf/CYNOPROD_i3Evolution.pdf

A maioria dos projetos desenvolvidos na atualidade tem utilizado técnicas de visão computacional, procurando trabalhar com imagens do objeto, para reduzir a necessidade de utilizar qualquer tipo de sensor de posicionamento angular ou de translação, associados à estrutura mecânica, e utilizam sistemas de autocalibração ótica para não depender de sistemas de medição para fazer as calibrações, procurando reduzir os custos tanto das estruturas como dos equipamentos que fazem a aquisição dos dados. Porém estes métodos são pouco confiáveis, pois não existe uma forma de comparar os dados obtidos na digitalização com os dados reais do objeto.

Nos capítulos a seguir é apresentado o desenvolvimento de um digitalizador para superfícies tridimensionais utilizando um sensor laser unifilar para a leitura e uma estrutura mecânica do tipo RRP+PR para manipular o objeto e o sensor, de forma que a luz do laser coincida com a normal à superfície no ponto a ser lido.

CAPÍTULO III

CONFIGURAÇÃO DE UM DIGITALIZADOR TRIDIMENSIONAL ÓTICO DE ESCANEAMENTO LASER

Os digitalizadores tridimensionais robóticos são na realidade equipamentos eletromecânicos que associam um sistema de leitura, constituído por um sensor, uma estrutura mecânica para a movimentação do sensor de leitura e/ou do objeto e uma unidade de aquisição e tratamento dos dados para a reprodução gráfica do objeto. Para o seu desenvolvimento é necessário conhecer o sensor de leitura a ser utilizado bem como a forma com que este sensor fará a leitura da superfície.

Com relação ao sistema de leitura, segundo Fernandes et al. (2002), deve-se atender às recomendações dadas pela ISO (*International Organization for Standardization*) para a escolha do melhor sistema de medição, já que um bom sensor homologado garante as leituras obtidas ou pelo menos fica dentro da faixa estabelecida na medição. Algumas das recomendações para as medições com feixe laser são as seguintes:

- ISO 11146:1999 - *Test methods for laser beam parameters - Beam width, divergence angle and beam propagation factor*;
- ISO 11554:1998 - *Optics and optical instruments - Lasers and laser-related equipment - Test methods for laser beam power, energy and temporal characteristics*;
- ISO 11670:2003 - *Lasers and laser-related equipment - Test methods for laser beam parameters - Beam positional stability*;
- ISO 12005:2003 - *Lasers and laser-related equipment - Test methods for laser beam parameters - Polarization*;
- ISO 13694:2000 - *Optics and optical instruments - Lasers and laser-related equipment - Test methods for laser beam power (energy) density distribution*;

- ISO 13695:2004 - *Optics and photonics - Lasers and laser-related equipment - Test methods for the spectral characteristics of lasers*;
- ISO 15367:2003 - *Lasers and laser-related equipment - Test methods for determination of the shape of a laser beam wavefront - Part 1: Terminology and fundamental aspects*;

Os sensores óticos de precisão, para medição de curtas distâncias baseados na triangulação espacial, empregam as características geométricas do feixe laser seguindo as recomendações (ISO 11146:1999) e a IEC 60825 (*International Electrotechnical Commission*) para a definição de características espaciais, tais como diâmetro e divergência do feixe. O diâmetro (ou largura) de um feixe, em qualquer ponto do espaço é o diâmetro do menor círculo que contenha 63% da energia ou potência total do laser. A divergência do feixe, definida para o campo distante, é o ângulo plano do cone definido pelos diâmetros do feixe em dois pontos distintos.

Para os sistemas de medição comerciais, homologados, todos os parâmetros que afetam a medição estão embutidos na calibração que é feita em um módulo DSP (*Digital Signal Processor*) para obter a melhor medida.

A escolha do sistema de leitura deve ser feita tendo em conta: tipo de material dos objetos a serem lidos; diâmetro do feixe laser e resposta nas leituras dos detectores do sistema de leitura. A resposta do sensor laser é de vital importância para movimentar a estrutura que o suporta e dar, mais rapidez ao processo de leitura do objeto.

Neste capítulo é apresentado o projeto de um digitalizador tridimensional robótico que emprega um sistema leitor ótico baseado na triangulação, cujo método de triangulação será utilizado como um elemento de controle para acompanhar o contorno do objeto. A técnica procura evitar as zonas escuras.

3.1 Sistema de Leitura do Digitalizador

Os digitalizadores óticos que empregam uma fonte laser são conhecidos como sistemas de escaneamento com laser e podem empregar uma combinação de um laser ou um arranjo de lasers. Pode-se utilizar um detector ou um arranjo de detectores tipo CCD (*Charge-Coupled Device*), ou algum outro detector como PSD (*Position-Sensitive Detectors*), dependendo do tipo de aplicação que se deseja empregar para ler objetos. Geralmente esses digitalizadores utilizam o método de triangulação conhecida como triangulação ativa (EVERETT, 1995),

para detectar a posição dos objetos.

O método de triangulação ativa por projeção do feixe laser está baseado na triangulação tridimensional como esquematizado na Fig. 3.1. O objeto se encontra no vértice P_3 do triângulo $P_1P_2P_3$. No vértice P_1 está o dispositivo transmissor que emite um feixe de laser com um ângulo ϕ definido. No vértice P_2 se encontra um sensor tipo CCD ou PSD que detecta a luz refletida do laser pelo objeto. As linhas que unem o sensor ao objeto e à fonte laser formam um ângulo θ . A posição do elemento de superfície do objeto P_3 pode ser obtida do triângulo resultante, já que são conhecidos a distância D entre dois vértices da base do triângulo, e os dois ângulos ϕ e θ correspondentes. O ângulo formado entre o feixe do laser e a luz do laser refletida é α , e B é a distância entre P_1 e P_3 .

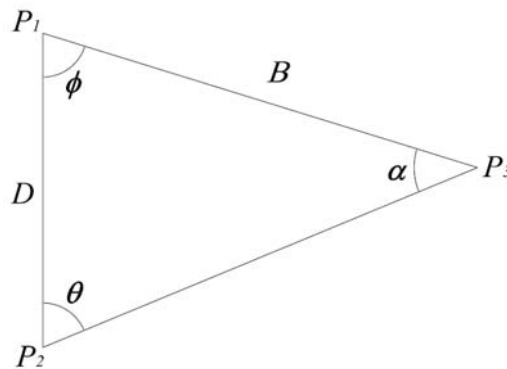


Figura 3.1 - Método de triangulação ativa espacial

Da Figura 3.1, e utilizando a lei dos senos encontra-se:

$$B = D \cdot \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} = D \cdot \frac{\sin \theta}{\sin(\phi + \theta)} \quad (3.1)$$

Da Equação (3.1) pode ser observado que só é necessário conhecer a distância D e as medições dos ângulos ϕ e θ para determinar a distância da fonte ao objeto. Inicialmente, calcular a distância B era uma tarefa complicada devido aos erros nas medições de ϕ , θ e D , já que o transmissor (laser) e o detector (sensor) são compostos por elementos óticos que influenciam as medições. No entanto, Nguyen e Blackburn (1995) apresentaram um método para fazer as medições pelo método da triangulação, tendo em conta as características técnicas fornecidas pelos fabricantes dos lasers e sensores.

Atualmente empregam-se técnicas para reduzir os erros nas medições como telemetria

e tempo de voo de feixe laser (BERALDIN, 2004). Os digitalizadores óticos laser de “tempo de voo” são uma versão melhorada do SONAR (*Sound Navigation and Ranging*), cujo princípio de operação está baseado no tempo gasto para um pulso de luz laser sair do emissor até atingir o sensor. Uma das características da técnica de triangulação que requer atenção é a exatidão da distância entre o digitalizador e o objeto diminui com o quadrado dessa distância. Por esse motivo, o comprimento D não pode ser aumentado indiscriminadamente. Estes tipos de digitalizadores têm um papel importante para distâncias curtas e objetos pequenos, onde são muito mais exatos do que os outros tipos de digitalizadores (BOEHLER; HEINZ; MARBS, 2001).

As fontes laser que são a base fundamental dos sensores óticos nos sistemas de leitura dos digitalizadores, possuem alta intensidade luminosa (potência), luz coerente (comprimento de onda fixo) e produz, sobre a superfície do objeto, uma pequena marca quase pontual (*spot*).

O tamanho da marca e o sensor utilizado (CCD ou PSD) definem as características operacionais e a precisão do digitalizador nas leituras.

O calibre (padrão) do *spot* é estabelecido de acordo com o alcance, tipo de superfície, curvatura e tamanho do objeto que se deseja digitalizar (SANTOLARIA et al., 2004).

Segundo Hüser e Rothe (1998), os fatores que influenciam o padrão da marca são:

- Tipo de laser empregado.
- Focalização do laser - Para obter assim o menor tamanho do spot no ponto médio da faixa da medida.
- Posição do laser em relação à superfície – Deve-se situar o laser o mais perpendicular possível à superfície a medir, para reduzir o fenômeno de paralaxe, porque o tamanho do padrão é incrementado proporcionalmente ao ângulo do laser em relação à normal da superfície.

Também existem outros fatores como o tempo da exposição do sensor, que influenciam o tamanho da marca sobre a imagem final capturada (fenômeno de fotoluminescência).

Os digitalizadores robóticos óticos, em geral, utilizam um arranjo de laser para projetar uma linha de luz sobre a superfície do objeto. A luz refletida é detectada pelos sensores fotossensíveis (CCD ou PSD), que se encontra em alguns casos a ambos os lados do laser como apresentado na Fig. 3.2, que, com o auxílio de um software, interpretam a luz refletida convertendo-a em informações sobre o perfil do objeto. Para “ler” todo o objeto, este tem que ser girado ou deslocado sob o feixe de luz.

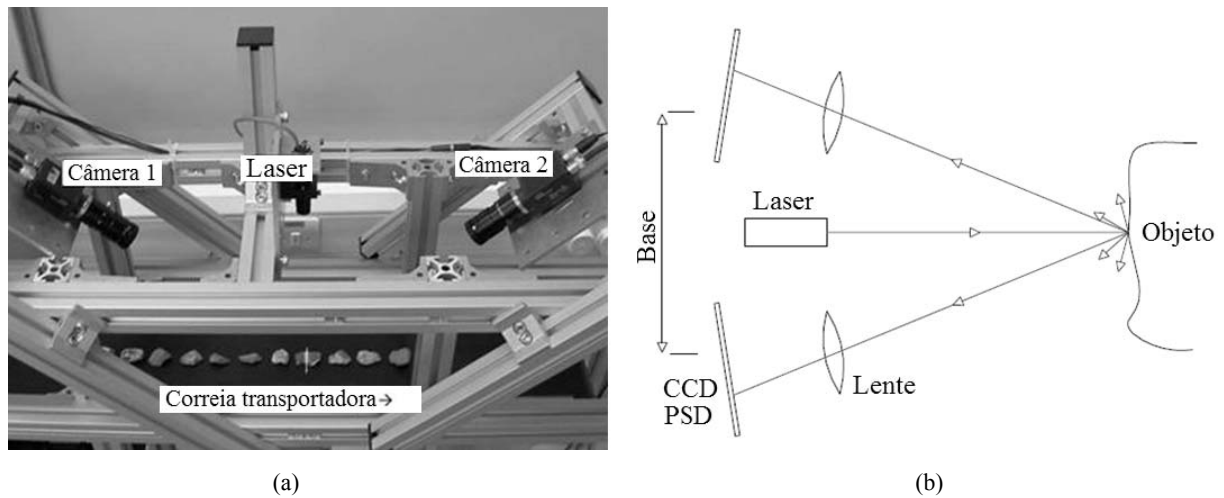


Figura 3.2 - (a) Sistema de leitura de um digitalizador ótico que emprega dois detectores tipo CCD. (b) Esquema do método de triangulação empregado pelo digitalizador

<http://sine.ni.com/cms/images/casestudies/diagram.jpg>

Os digitalizadores robóticos que apresentam mais de um detector têm configurações simples e com poucos graus de liberdade, necessários para girar ou deslocar o objeto, e posicionar o sistema de leitura para tomar os dados. Eles apresentam uma vantagem em relação aos digitalizadores que empregam uma fonte pontual de luz, porque podem gerar múltiplas triangulações reduzindo o tempo de leitura do objeto, mas possuem desvantagens tais como:

- Grande volume de dados que eles adquirem dos objetos - Isso porque se devem tomar vários pontos de vista do objeto (imagens), cujas imagens devem ser comparadas para encontrar coincidências para extrair os pontos e estabelecer as coordenadas do objeto (REMONDINO, 2003).
- Erros na leitura dos dados devido ao contorno do objeto - Problema relacionado com o método da triangulação, que consiste na dificuldade de verificar a aresta do objeto (canto) e descontinuidade da superfície que, em geral, está associado com comprimento de onda do laser (CURLLESS; LEVOY, 1995).
- Zonas escuras na leitura - Também conhecidas como zonas ocultas (*occlusion*), que são setores do objeto onde os dados não podem ser lidos pelo digitalizador devido ao bloqueio da luz pelo objeto (CURLLESS, 1997).

Para a solução destes problemas, procura-se desenvolver algoritmos especializados e utilizar novas técnicas de programação, inclusive na área da computação gráfica, obtendo-se soluções e algoritmos cada vez mais eficientes. Algumas vezes as correções do contorno da

superfície são feitas manualmente.

Então, a escolha de um digitalizador deve ser feita tendo em conta os seguintes aspectos:

- Redução da quantidade de dados “lidos”.
- Redução dos erros e zonas escuras nas leituras.

Neste trabalho, o elemento que será utilizado para “ler” o contorno do objeto usa uma fonte laser com um CCD como detector fotossensível, cujo princípio de funcionamento está representado na Fig. 3.3.

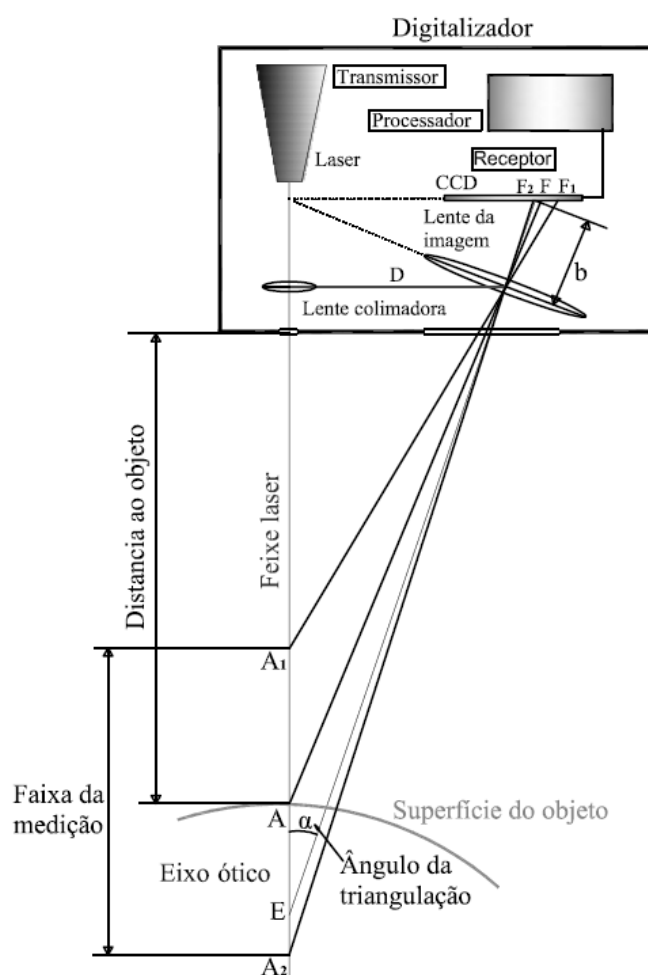


Figura 3.3 - Sensor ótico utilizado, apresentando o método da triangulação

O sensor é constituído por três subsistemas: transmissor, receptor e processador eletrônico, todos montados em uma unidade compacta. O transmissor emite fonte de luz laser sobre um colimador para obter um feixe laser altamente colimado (linear) que, ao incidir sobre o objeto, gera um padrão de ponto que depende das características do colimador.

O receptor consiste em um detector fotossensível tipo CCD (*Charge-Coupled Device*) composto por um conjunto de fotodiodos que capta a luz refletida do objeto. Pela sua constituição são componentes simples, robustos, compactos e apresentam respostas rápidas. As características funcionais dos CCD's são fornecidas pelos fabricantes.

Dependendo da posição onde incide a luz no CCD, um processador eletrônico transforma a intensidade da luz incidente em um sinal útil (analógico ou digital) que, de acordo com os valores obtidos e as especificações técnicas fornecidas pelo fabricante, permite determinar a distância ao objeto.

Da Figura. 3.3, o ângulo da triangulação α é utilizado para estabelecer os níveis da exatidão e as faixas das medições, sendo formado pela interseção entre o feixe laser e o eixo ótico da lente da imagem. O feixe laser é posicionado em um ângulo diferente de zero relativo ao sensor para que parte da superfície do objeto seja lida por ele. Isto, em geral, pode ser obtido para ângulos pequenos, afetando o comprimento de D (CLARK; WALLACE; PRONZATO, 1998).

A triangulação é capaz de fornecer as escalas micrométricas com uma boa exatidão. No entanto, os ângulos mais baixos afetam a exatidão da medida limitando as distâncias que podem ser empregadas na triangulação (KENNEDY, 1996; PEARS, 1997). Os digitalizadores que empregam o método da triangulação de feixe laser utilizam sensores de tipo fotodiodos, que adquirem dados com uma elevada taxa (superior a 200 k-medida/s) e baixos erros por reflexões múltiplas (KENNEDY, 1996).

3.2 Estruturas Mecânicas Robóticas

Para fazer a escolha da melhor estrutura mecânica para movimentar o sensor de leitura (elemento terminal) devem-se levar em conta alguns fatores tais como: a precisão de posicionamento, repetibilidade, respostas aos movimentos, rigidez e capacidade de carga.

Uma estrutura mecânica robótica é composta de elementos (*links*) que formam uma cadeia cinemática, onde um dos elementos é a base; os elementos apresentam diferentes formatos e são feitos de diversos materiais, podendo ser rígidos ou flexíveis, conectados entre si por articulações (*joints*). As articulações podem ser: de Rotação (*Revolute*) R, Prismática (*Prismatic*) P, Cardan (*Universal*) U, Cilíndrica (*Cylindrical*) C, Helicoidal (*Helical*) H e Esférica (*Spherical*) S.

Dependendo das conexões dos elementos e a forma como são conectados ao elemento

terminal, as estruturas robóticas podem ser classificadas como: serial, paralelas e híbridas (BEZERRA, 2002; DEBLAISE, 2006; TSAI, 1999).

As estruturas seriais são aquelas que apresentam maior alcance do elemento terminal, sendo muito utilizadas em robôs industriais. São caracterizadas pela existência de uma cadeia cinemática única entre o elemento terminal e a base (Fig. 3.4a).

Embora as estruturas seriais apresentem como vantagem um grande espaço de trabalho, a sua forma seriada de montagem dos componentes determina diversos inconvenientes:

- Limitação de carga - a partir da base cada atuador deve movimentar todos os elementos que estão depois dele e mais a carga a ser manipulada. Como os elementos da estrutura devem ser rígidos, eles são pesados. Isso faz com que os atuadores sejam potentes o suficiente para movimentar a massa do robô, que em geral é grande, e mais a massa manipulada. Em geral, para robôs que utilizam servomotores como atuadores, a relação entre a massa do robô para a massa transportada é cerca de 27:1.
- Acúmulo de erros - a acuracidade estática do elemento terminal é uma função que depende dos erros geométricos de todos os elementos.
- Desempenho dinâmico limitado - essas estruturas apresentam massas elevadas em movimento (atuadores, articulações e segmentos) que afetam a dinâmica geral da estrutura.

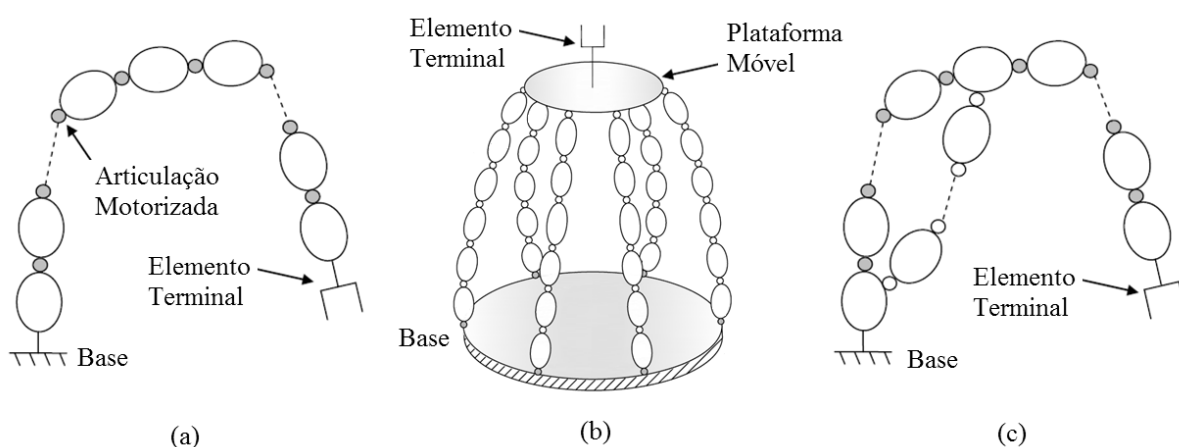


Figura 3.4 - Estruturas típicas: (a) Cadeia cinemática serial (b) Cadeia cinemática paralela, (c) cadeia cinemática híbrida

As estruturas paralelas são constituídas por uma plataforma móvel onde está localizado o elemento terminal e uma base fixa, ligados entre si por pelo menos duas cadeias cinemáticas independentes, (MERLET, 1997). A História da robótica paralela está disponível em Bonev (2003), Fig. 3.4b.

Segundo Deblaise (2006), as estruturas paralelas apresentam as seguintes características:

- O espaço de trabalho ou capacidade de acessibilidade do elemento terminal é restrito quando comparado aos robôs seriais;
- Os atuadores situam-se geralmente próximos à base. Assim, os elementos da estrutura podem ser mais leves;
- Não apresentam problema de acúmulo de erros como nos robôs seriais;
- As estruturas paralelas podem apresentar maior rigidez, permitindo suportar mais carga no elemento terminal.

As estruturas híbridas são consideradas como aquelas que possuem uma de suas partes na forma serial e outra na forma paralela, não sendo totalmente seriais ou totalmente paralelas (BEZERRA, 2002; KUMAR e GARDNER, 1990), Fig. 3.5c.

3.3 O Digitalizador Desenvolvido

O principal objetivo do digitalizador desenvolvido consiste em permitir a reprodução gráfica de um objeto tridimensional sem zonas mortas que são comuns nos digitalizadores tipo scanner. Estas zonas mortas obrigam a interferência de um operador para a reconstrução dessa parte do objeto. Outra característica que se procura com o digitalizador é obter as coordenadas da superfície do objeto com resolução suficiente para permitir sua fabricação. Os sistemas tipo scanner reproduzem a forma do objeto mas não garante sua reprodução dimensional real. Nesse sentido, o digitalizador desenvolvido utiliza duas estruturas que operam de forma cooperativa, imitando o procedimento realizado pela mão e a mão esquerda, onde uma manipula o objeto e a outra, o sensor de leitura da superfície.

Para o projeto de um protótipo, foi considerada a leitura de um objeto de 3 cm x 3 cm x 3 cm, embora o sistema permita ler objetos maiores. Com a utilização de um sensor laser adequado, é possível ler objetos transparentes. O protótipo a ser construído permite obter as coordenadas da superfície do objeto com resolução inferior a 0,1 mm. Cabe salientar que esta resolução, para o projeto, está limitada pelo sensor utilizado. Pode-se utilizar sensores com

resolução menor, permitindo reduzir a resolução de leitura.

Outra característica do digitalizador é a aquisição ordenada e não excessiva de pontos da superfície. Isto permite reduzir o tempo de processamento dos dados para a reprodução da superfície.

O digitalizador tridimensional desenvolvido é composto por um sistema de leitura e uma estrutura mecânica.

O sistema de leitura é formado por um emissor de feixe laser e uma unidade fotossensível do tipo CCD como receptor, embutidos numa unidade compacta. O receptor capta a luz refletida pela superfície do objeto, permitindo medir a distância entre a superfície e o sensor. O sistema leitor é conhecido como “sensor laser” e é baseado no princípio da triangulação ativa espacial para poder adquirir as medidas (EVERETT, 1995).

Para definir a estrutura mecânica foram realizadas diversas análises cinemáticas de onde pode-se verificar que uma estrutura cooperativa onde uma tem como objetivo manipular o sensor de leitura e a outra manipular o objeto seria o mais adequado. A partir dessas análises ficou definido que a estrutura de manipulação do sensor teria três graus de liberdade (3 gdl), com duas articulações de rotação (R) e uma prismática (P), estrutura tipo RRP, e a de manipulação do objeto com dois gdl, com uma articulação prismática e uma de rotação, estrutura tipo PR, cujo diagrama esquemático está representado na Fig. 3.5.

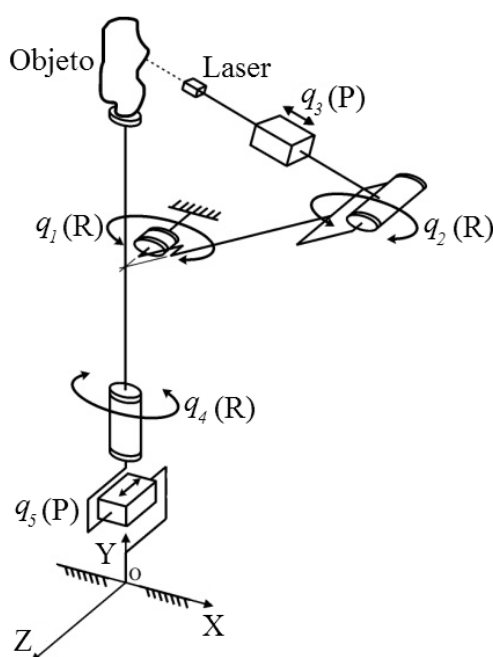


Figura 3.5 - Diagrama da cadeia cinemática do digitalizador (estrutura tipo RRP+PR).

A combinação das duas estruturas permite o feixe laser “medir” a sua distância até à superfície do objeto na condição em que seu feixe de luz coincida com a normal à superfície, no ponto de leitura. Sensores laser que fornecem excelente resolução, e que a direção da normal não seja tão importante para o processo de leitura, necessitam operar muito próximo à superfície, com grande possibilidade de colisão. Considerando que, em geral o objeto a ser lido e, posteriormente fabricado, não necessitaria resoluções muito abaixo da ordem de 0,1mm em função dos equipamentos utilizados na sua fabricação, optou-se por utilizar um sensor para leitura à maior distância (no projeto foi considerado cerca de 30 mm), evitando colisões, visto que seria muito difícil prevêê-las e evitá-las automaticamente.

Assim, as duas estruturas têm que trabalhar em conjunto para “ajustar” a normal de cada ponto a ser lido na direção do laser.

A operação do sistema consiste em: a estrutura PR tem por objetivo reposicionar uma normal à superfície do objeto para o plano de leitura do laser, que corresponde ao plano da estrutura RRP. Assim, considerando o referencial XYZ da Fig. 3.5, a estrutura PR deve posicionar a normal $\vec{N}$ à superfície do objeto no plano de leitura XY através de uma translação de q_5 e uma rotação de q_4 . Em seguida, a estrutura RRP é movimentada de forma a direcionar o feixe laser para a direção da normal $\vec{N}$.

Sendo as estruturas cinematicamente simples, seu modelo matemático permite relacionar as coordenadas articulares relativas às leituras do laser com as coordenadas da superfície do objeto, além de sua construção ser robusta e compacta.

Na Figura 3.6 está apresentado o digitalizador desenvolvido, podendo ser identificado suas articulações.

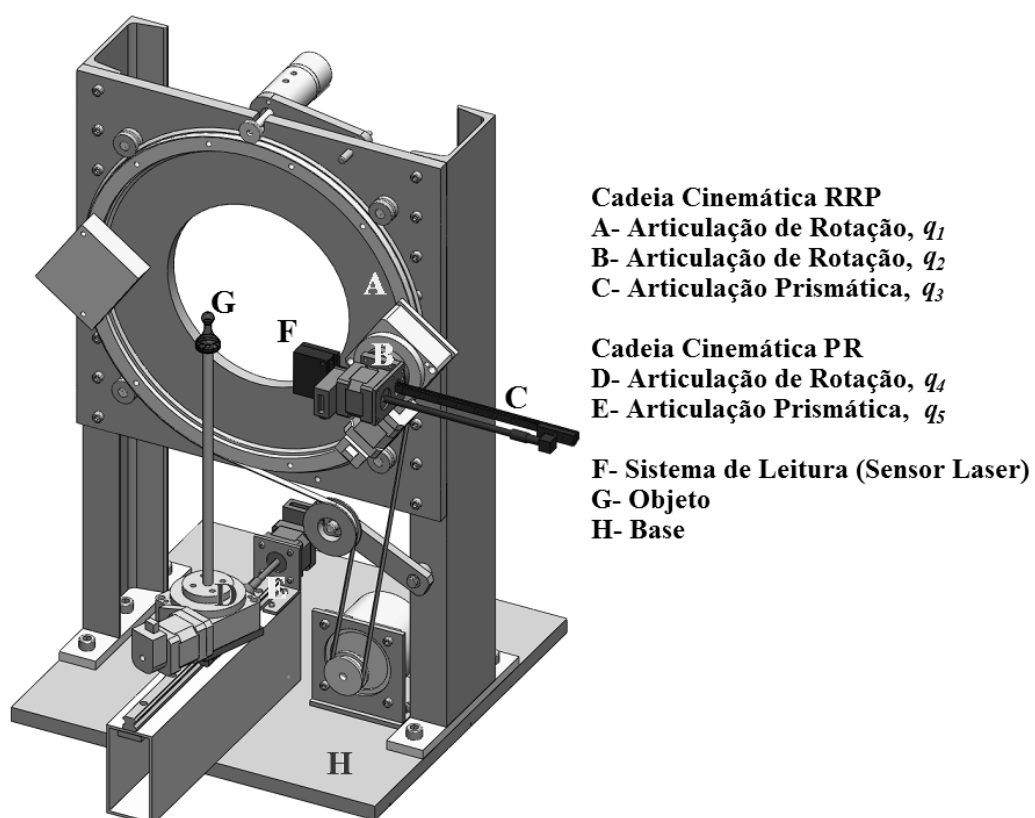


Figura 3.6 - Estrutura mecânica do digitalizador

CAPÍTULO IV

MODELAGEM GEOMÉTRICA DA ESTRUTURA DO DIGITALIZADOR

Nos robôs, as transformações de coordenadas entre o espaço das articulações e o espaço operacional são de fundamental importância tanto no controle como para a análise de seu comportamento neste caso o digitalizador. De fato, na maioria dos casos os robôs são controlados no espaço das articulações, enquanto que o planejamento e a definição das trajetórias são, normalmente, efetuados no espaço operacional. Assim, métodos eficientes de transformação entre os dois espaços assumem um papel relevante na modelagem da estrutura robótica (PAUL, 1982; VUKOBRATOVIC e STOKIC, 1989; FU et al., 1989).

Assim, neste capítulo é apresentada a modelagem geométrica da estrutura mecânica do digitalizador utilizando as matrizes de transformação homogêneas.

4.1 Modelo Geométrico da Estrutura

A posição e a orientação de um sistema de coordenadas em relação a outro podem ser agrupados em uma matriz denominada “matriz de transformação homogênea”, T , Eq. (4.1), composta por uma sub-matriz R que contém a orientação (cossenos diretores) entre os eixos coordenados e um vetor P , com as coordenadas da origem do referencial.

$$T = \left[\begin{array}{ccc|c} R & & & P \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (4.1)$$

A matriz R , conhecida como “matriz de passagem clássica” ou “matriz de orientação” define a orientação dos eixos coordenados e pode ser obtida por meio de três rotações

sucessivas.

No digitalizador proposto, para permitir a leitura das coordenadas da superfície do objeto, deve-se relacionar a direção do vetor normal à superfície, em cada um de seus pontos, com as coordenadas articulares das cadeias cinemáticas RRP e PR. Assim, a matriz de rotação R permite relacionar a orientação do vetor normal à superfície, $\vec{N}$, e o vetor P , às coordenadas do ponto da superfície (ponto Q) referente à normal $\vec{N}$, com as coordenadas articulares, Fig. 4.1a.

Pode ser observado na Fig. 4.1b que uma normal $\vec{N}$ faz um ângulo η com o plano horizontal XZ e um ângulo γ com o plano vertical YZ . Isto permite a utilização de uma estrutura PR para reposicionar o ponto Q e a normal $\vec{N}$ no plano XY , passando a ser denominados Q_I e $\vec{N}_I$, conforme representado na Fig. 4.2a.

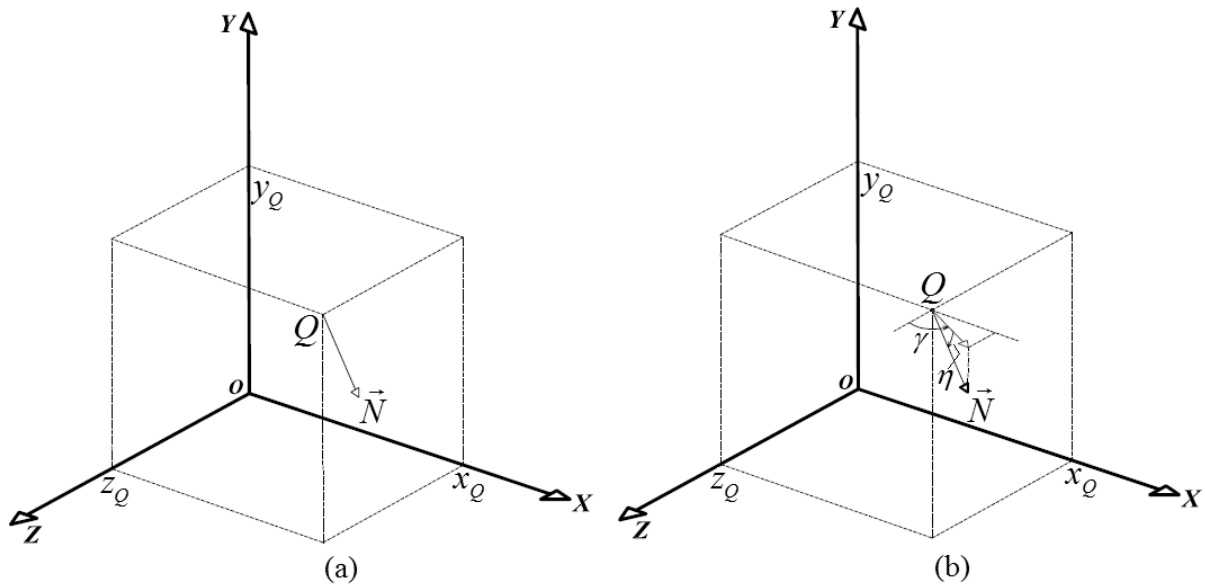


Figura 4.1 - a) Vetor normal em um ponto Q da superfície; b) Orientação do vetor normal à superfície

Após este reposicionamento, a “nova normal” $\vec{N}_I$ continua a fazer um ângulo η com o plano horizontal, Fig. 4.2a, permitindo a utilização de uma estrutura RRP para direcionar um feixe de laser com a direção da normal $\vec{N}_I$, Fig. 4.2b.

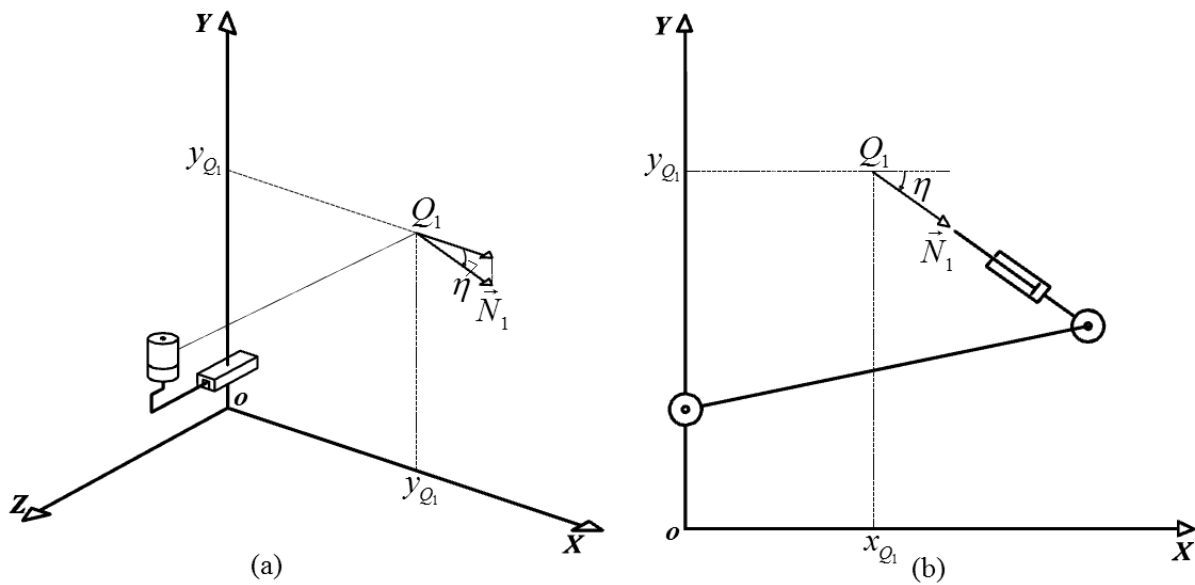
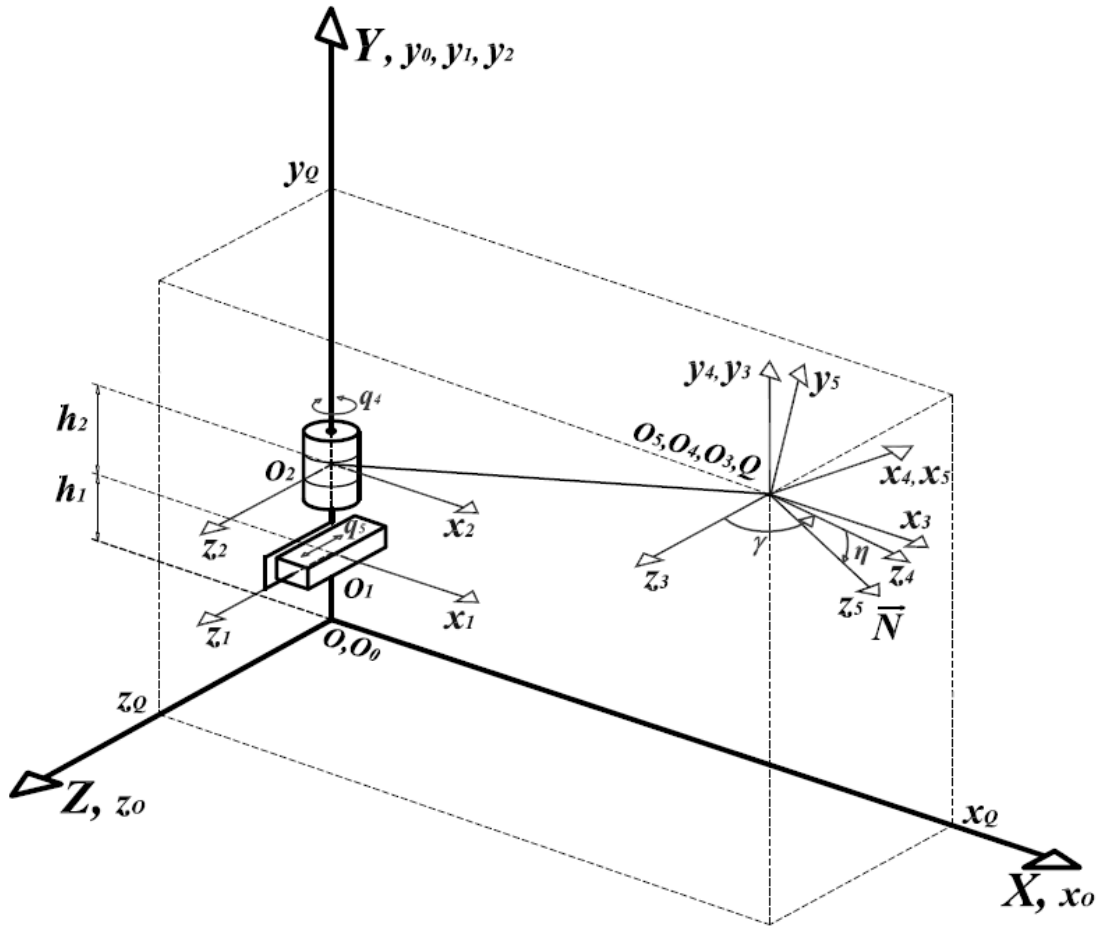


Figura 4.2 - a) Reposicionamento do ponto Q e da normal $\vec{N}$ no plano XY; b) Estrutura RRP direcionando o feixe laser para a “nova normal” $\vec{N}_1$

Para obter a relação entre a direção da normal $\vec{N}$ e as coordenadas do ponto Q da superfície, com as coordenadas articulares das estruturas PR e RRP (modelo geométrico) são utilizados referenciais auxiliares equipolentes conforme descrito para cada estrutura.

4.1.1 Modelo Geométrico da Cadeia Cinemática PR

Para o modelo geométrico da estrutura PR foi considerado o referencial $OXYZ$ cujos eixos X e Y formam o plano de leitura do laser e os eixos Y e Z, o plano de movimentação da estrutura PR. Um referencial $O_o x_o y_o z_o$ foi considerado coincidente com o referencial $OXYZ$; um referencial $O_1 x_1 y_1 z_1$ foi fixado no centro da articulação P, cuja coordenada articular é denominada q_5 , preso ao corpo 1; um referencial $O_2 x_2 y_2 z_2$ foi considerado no centro da articulação R, cuja coordenada articular é denominada q_4 , preso no corpo 2 e um referencial $O_3 x_3 y_3 z_3$, equipolente ao referencial $OXYZ$ foi considerado no ponto Q da superfície. Em função da orientação da normal $\vec{N}$ pode-se definir o referencial $O_4 x_4 y_4 z_4$, cuja origem O_4 coincide com o ponto Q, obtido a partir de uma rotação γ em torno eixo y_3 , e outro referencial $O_5 x_5 y_5 z_5$, também colocado em Q, cujo eixo z_5 coincide com a normal $\vec{N}$, obtido a partir de uma rotação η em torno do eixo x_4 , Fig. 4.3.



Figuras 4.3 – Referenciais equipolentes associados à estrutura PR

A partir dos referenciais descritos, pode-se obter as matrizes de transformação homogêneas elementares:

$$T_{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & h_1 \\ 0 & 0 & 1 & q_5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_{12} = \begin{bmatrix} cq_4 & 0 & sq_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & h_2 \\ -sq_4 & 0 & cq_4 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_Q \\ 0 & 1 & 0 & y_Q - h_1 - h_2 \\ 0 & 0 & 1 & z_Q \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$T_{34} = \begin{bmatrix} c\gamma & 0 & s\gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\gamma & 0 & c\gamma & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_{45} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\eta & -s\eta & 0 \\ 0 & s\eta & c\eta & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz de transformação entre os referenciais $OXYZ$ e $O_5x_5y_5z_5$ fica determinada pela Eq. (4.3), que relaciona a orientação do vetor $\vec{N}$ e a posição do ponto Q , em função das coordenadas articulares da estrutura PR.

$$T_{05} = T_{01} \cdot T_{12} \cdot T_{23} \cdot T_{34} \cdot T_{45} \quad (4.3)$$

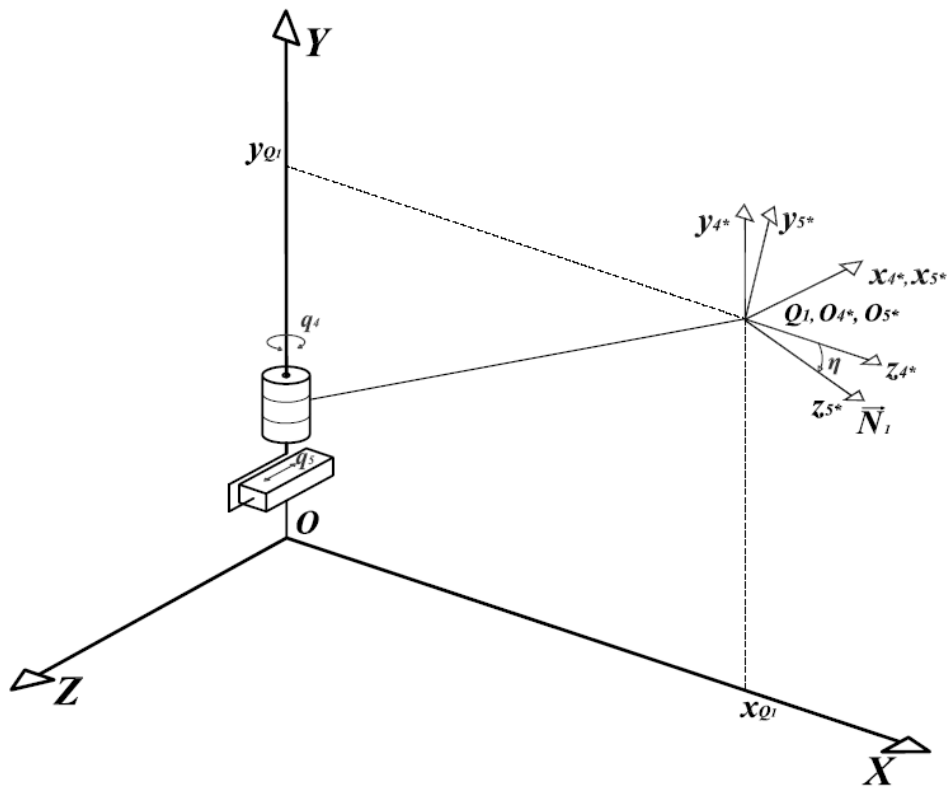
Logo,

$$T_{05} = \left[\begin{array}{ccc|c} c(q_4 + \gamma) & s(q_4 + \gamma) \cdot s\eta & s(q_4 + \gamma) \cdot c\eta & x_Q \cdot cq_4 + z_Q \cdot sq_4 \\ 0 & c\eta & -s\eta & y_Q \\ -s(q_4 + \gamma) & c(q_4 + \gamma) \cdot s\eta & c(q_4 + \gamma) \cdot c\eta & -x_Q \cdot sq_4 + z_Q \cdot cq_4 + q_5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (4.4)$$

Para reposicionar o ponto Q no plano de leitura do laser, plano XY , é necessário que a estrutura PR execute, primeiro, um movimento de translação e, posteriormente, um movimento de rotação. Na situação de reposicionamento, o ponto Q passa a ser denominado Q_I e seus referenciais com um “*”, Fig. 4.4. A matriz de transformação homogênea entre os referenciais $OXYZ$ e $O_5^*x_5^*y_5^*z_5^*$ é dada por

$$T_{05^*} = T_{04^*} T_{45} = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & s\eta & c\eta & x_{Q_I} \\ 0 & c\eta & -s\eta & y_{Q_I} \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (4.5)$$

$$T_{04^*} = \left[\begin{array}{ccc|c} c(\pi/2) & 0 & s(\pi/2) & x_{Q_I} \\ 0 & 1 & 0 & y_{Q_I} \\ -s(\pi/2) & 0 & c(\pi/2) & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & x_{Q_I} \\ 0 & 1 & 0 & y_{Q_I} \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (4.6)$$



Figuras 4.4 – Referenciais alocados no ponto Q_1 após a movimentação da estrutura PR

A Equação (4.4) permite obter a orientação de uma normal $\vec{N}$ correspondente a um ponto Q da superfície do objeto a partir da variação das coordenadas articulares q_4 e q_5 . Isto significa que ela pode ser aplicada também no reposicionamento do vetor normal no plano XY . Assim, a igualdade das Eqs. (4.4) e (4.5) permite obter relações necessárias para o reposicionamento da normal, ou seja:

$$T_{05} = T_{05*} \quad (4.7)$$

permitindo obter:

$$c(q_4 + \gamma) = 0 \quad (4.8)$$

$$y_{Q_1} = y_Q \quad (4.9)$$

$$x_{Q_1} = x_Q \cdot cq_4 + z_Q \cdot sq_4 \quad (4.10)$$

$$q_5 = x_Q \cdot sq_4 - z_Q \cdot cq_4 \quad (4.11)$$

Logo, da Eq. (4.8), tem-se:

$$q_4 = \frac{\pi}{2} - \gamma \quad (4.12)$$

Se são conhecidas as coordenadas do ponto Q , (x_Q, y_Q, z_Q) , e o ângulo γ que a normal faz com o plano vertical YZ , a estrutura PR pode reposicionar a normal no plano XY conforme as Eqs. (4.11) e (4.12). As coordenadas do ponto Q_1 , correspondente ao reposicionamento do ponto Q no plano XY , são obtidas pelas Eqs. (4.9) e (4.10).

Estando a normal reposicionada no plano XY , cabe à estrutura RRP fazer coincidir o feixe laser com a direção da normal, conforme descrito a seguir.

4.1.2 Modelo Geométrico da Cadeia Cinemática RRP

A Figura 4.5 apresenta o esquema da estrutura RRP em sua configuração de repouso, com os referenciais equipolentes utilizados para sua modelagem.

Cabe salientar que as duas articulações de rotação definidas por q_1 e q_2 são suficientes para orientar o feixe laser na direção da normal. A articulação prismática, definida por q_3 , é necessária para ajustar a faixa de leitura do laser.

O centro da primeira articulação de rotação, definida por q_1 , coincide com a origem do referencial $O_0x_0y_0z_0$, sendo também a origem do referencial $O_6x_6y_6z_6$ preso ao corpo 1 da estrutura (Fig. 3.6). No centro da segunda articulação de rotação, definida por q_2 , é fixado o referencial $O_7x_7y_7z_7$, preso no corpo 2 da estrutura (Fig. 3.6). No centro da articulação prismática e preso ao corpo 3 (Fig. 3.6) é fixado o referencial $O_8x_8y_8z_8$. O sensor laser fica preso ao corpo 3 da estrutura. De forma a simplificar a modelagem, é considerado um ponto P a uma distância b ao longo do eixo x_8 representando a posição de fixação do laser e o comprimento de leitura. Consequentemente, a estrutura RRP deve se movimentar para fazer coincidir o ponto P com o ponto Q_1 , respeitando a direção η . No ponto P foi fixado um referencial $O_9x_9y_9z_9$.

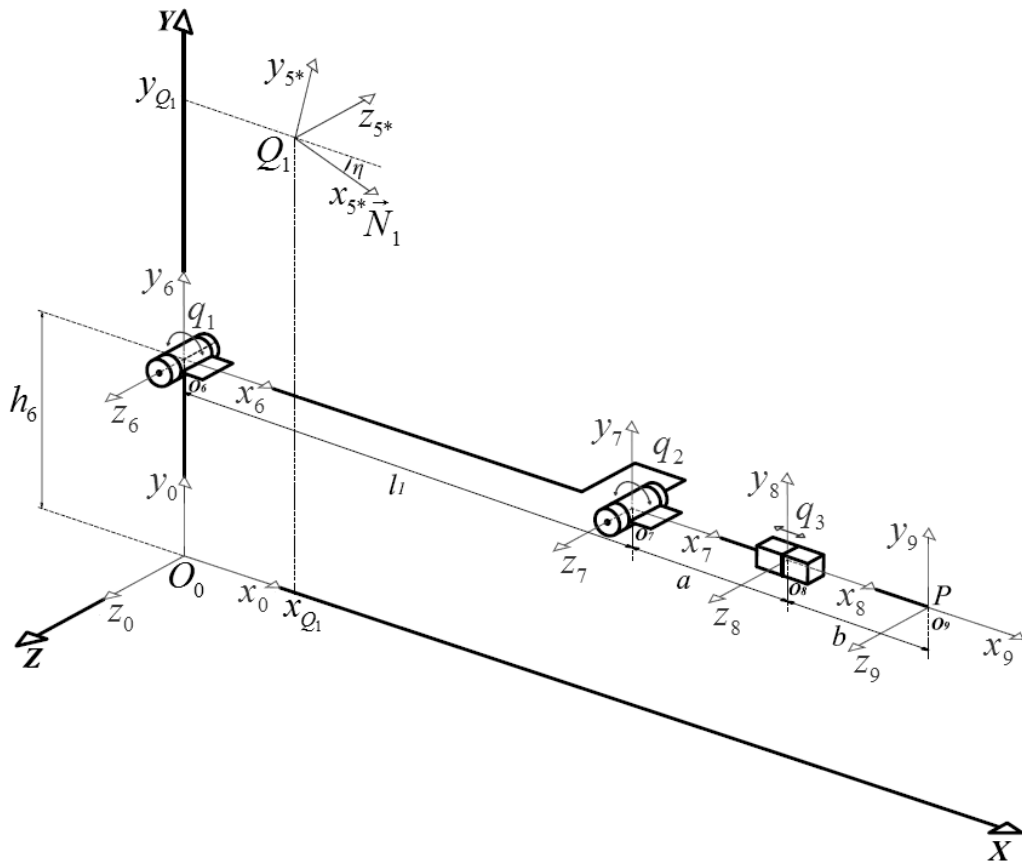


Figura 4.5 – Sistemas de referência da cadeia cinemática RRP em sua configuração inicial

Da Figura 4.5 obtêm-se as seguintes matrizes de transformações:

$$T_{06} = \begin{bmatrix} cq_1 & -sq_1 & 0 & 0 \\ sq_1 & cq_1 & 0 & h_6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad T_{67} = \begin{bmatrix} cq_2 & -sq_2 & 0 & l_1 \\ sq_2 & cq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$T_{78} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a+q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad T_{89} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

A matriz de transformação do referencial $O_9x_9y_9z_9$ com respeito a $O_0x_0y_0z_0$ é determinada por:

$$T_{09} = T_{06} \cdot T_{67} \cdot T_{78} \cdot T_{89} \quad (4.15)$$

Logo,

$$T_{09} = \left[\begin{array}{ccc|c} c(q_1 + q_2) & -s(q_1 + q_2) & 0 & l_1 \cdot cq_1 + (a + b + q_3) \cdot c(q_1 + q_2) \\ s(q_1 + q_2) & c(q_1 + q_2) & 0 & l_1 \cdot sq_1 + (a + b + q_3) \cdot s(q_1 + q_2) + h_6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (4.16)$$

A Figura 4.6 apresenta a configuração da estrutura RRP para o alinhamento do feixe laser com a normal $\vec{N}_l$, o ponto P coincidente com Q_l e seus respectivos referenciais. Nesta configuração, os referenciais da configuração inicial são acrescidos de um “*”.

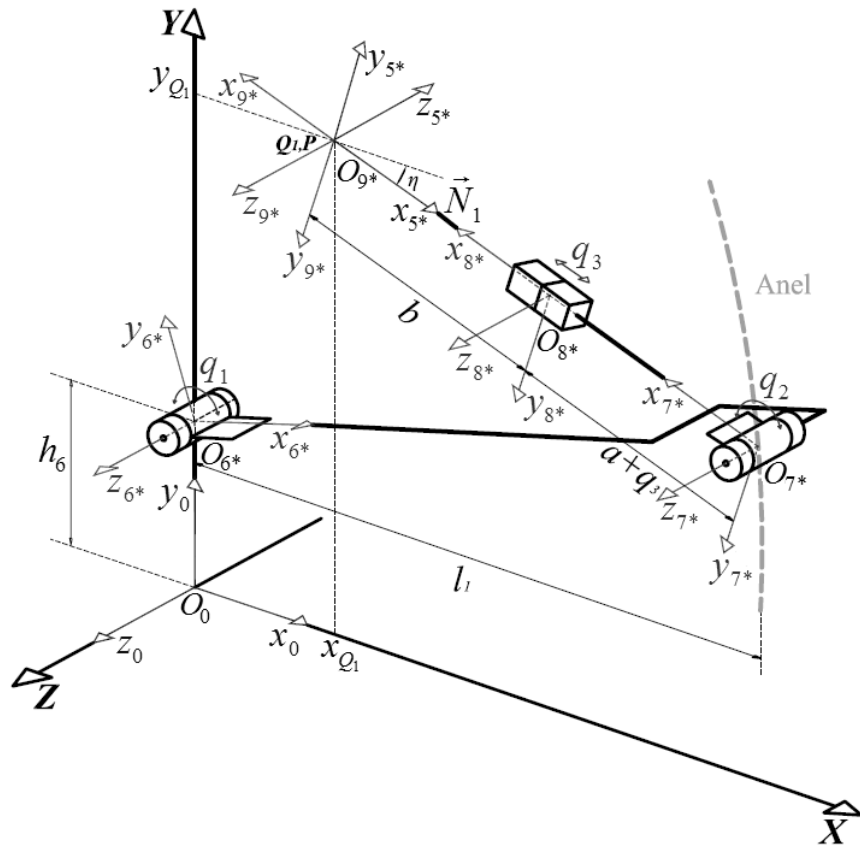


Figura 4.6 - Configuração da estrutura RRP e seus sistemas de referência quando o sensor laser e a normal $\vec{N}_l$ estão alinhados.

Da Figura 4.6 pode-se escrever a matriz de transformação homogênea que define a posição e a orientação do referencial $O_9*x_9*y_9*z_9*$.

$$T_{09*} = \left[\begin{array}{ccc|c} -c\eta & -s\eta & 0 & x_{Q_1} \\ s\eta & -c\eta & 0 & y_{Q_1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (4.17)$$

Como a Eq. (4.17) representa a estrutura definida pela Eq. (4.16), elas podem ser igualadas para permitir verificar as variações paramétricas para atingir a configuração final, o seja:

$$T_{09} = T_{09*} \quad (4.18)$$

Dessa igualdade pode-se obter:

$$x_{Q_1} = l_1 \cdot cq_1 + (a + b + q_3) \cdot c(q_1 + q_2) \quad (4.19)$$

$$y_{Q_1} = l_1 \cdot sq_1 + (a + b + q_3) \cdot s(q_1 + q_2) + h_6 \quad (4.20)$$

$$c(q_1 + q_2) = -c\eta \quad (4.21)$$

Das Equações (4.19) à (4.21) obtém-se:

$$q_1 = \arcsen \left[\frac{1}{l_1} \cdot (x_{Q_1} \cdot s\eta + y_{Q_1} \cdot c\eta - h_6 \cdot c\eta) \right] - \eta \quad (4.22)$$

$$q_2 = \pi - \eta - q_1 \quad (4.23)$$

$$q_3 = \frac{y_{Q_1} \cdot cq_1 - x_{Q_1} \cdot sq_1 - h_6 \cdot cq_1}{s(\eta + q_1)} - a - b \quad (4.24)$$

Se as coordenadas do ponto Q_I (x_{Q_I} , y_{Q_I}) e a direção η da normal $\vec{N}_I$ são conhecidas, então, as Eqs. (4.22), (4.23) e (4.24) podem ser resolvidas.

A partir da modelagem individual de cada estrutura é possível obter tanto o modelo geométrico direto como o inverso da estrutura completa conforme descrito a seguir.

4.1.3 Modelo Geométrico Direito da Estrutura RRP+PR

O modelo geométrico direto permite obter as coordenadas do ponto Q da superfície (x_Q , y_Q , z_Q) e a direção da normal, definida pelos ângulos η e γ , quando conhecidas as coordenadas articulares q_1 , q_2 , q_3 , q_4 e q_5 .

Das Eqs. (4.9) a (4.12) e (4.19) a (4.24) pode-se escrever:

$$\eta = \pi - q_1 - q_2 \quad (4.25)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - q_4 \quad (4.26)$$

$$x_Q = x_{Q_1} \cdot cq_4 + q_5 \cdot sq_4 \quad (4.27)$$

$$y_Q = y_{Q_1} \quad (4.28)$$

$$z_Q = x_{Q_1} \cdot sq_4 - q_5 \cdot cq_4 \quad (4.29)$$

Sendo

$$x_{Q_1} = l_1 \cdot cq_1 + (a + b + q_3) \cdot c(q_1 + q_2) \quad (4.30)$$

$$y_{Q_1} = l_1 \cdot sq_1 + (a + b + q_3) \cdot s(q_1 + q_2) + h_6 \quad (4.31)$$

4.1.4 Modelo Geométrico Inverso da Estrutura RRP+PR

No modelo geométrico inverso, se as coordenadas do ponto Q da superfície e a direção da normal são conhecidas, podem-se obter as relações que definem as coordenadas articulares.

$$q_1 = \arcsen \left[\frac{1}{l_1} \cdot (x_{Q_1} \cdot s\eta + y_{Q_1} \cdot c\eta - h_6 \cdot c\eta) \right] - \eta \quad (4.32)$$

$$q_2 = \pi - \eta - q_1 \quad (4.33)$$

$$q_3 = \frac{y_{Q_1} \cdot cq_1 - x_{Q_1} \cdot sq_1 - h_6 \cdot cq_1}{s(\eta + q_1)} - a - b \quad (4.34)$$

$$q_4 = \frac{\pi}{2} - \gamma \quad (4.35)$$

$$q_5 = x_Q \cdot sq_4 - z_Q \cdot cq_4 \quad (4.36)$$

4.2 Espaço de Trabalho da Estrutura

A partir das equações do modelo geométrico é possível analisar o espaço de trabalho da estrutura RRP+PR. A articulação de rotação da estrutura PR permite um giro completo e sua articulação prismática efetua um deslocamento suficiente para permitir o feixe laser atingir toda a superfície do objeto. Logo, a análise do espaço de trabalho pode ser realizado somente com a estrutura RRP.

A Figura 4.7 representa o espaço de trabalho da estrutura RRP considerando as dimensões utilizadas no projeto de um protótipo, ou seja: $a = 27,5$ mm; $b = 30$ mm; $d = 175,5$ mm e $q_3 \in [0, 120$ mm]. As coordenadas x_Q e y_Q são plotadas em função do ângulo η , que foi considerado entre 0 e π . A região compreendida entre as superfícies superior e inferior representa a capacidade de leitura de pontos da superfície. Para melhor visualização foi considerado que $h_6 = 0$.

O centro da segunda articulação de rotação, ponto O_7 da Fig. 4.5, descreve um raio de

circunferência em torno do ponto O . Por esta razão, esta circunferência será denominada de anel.

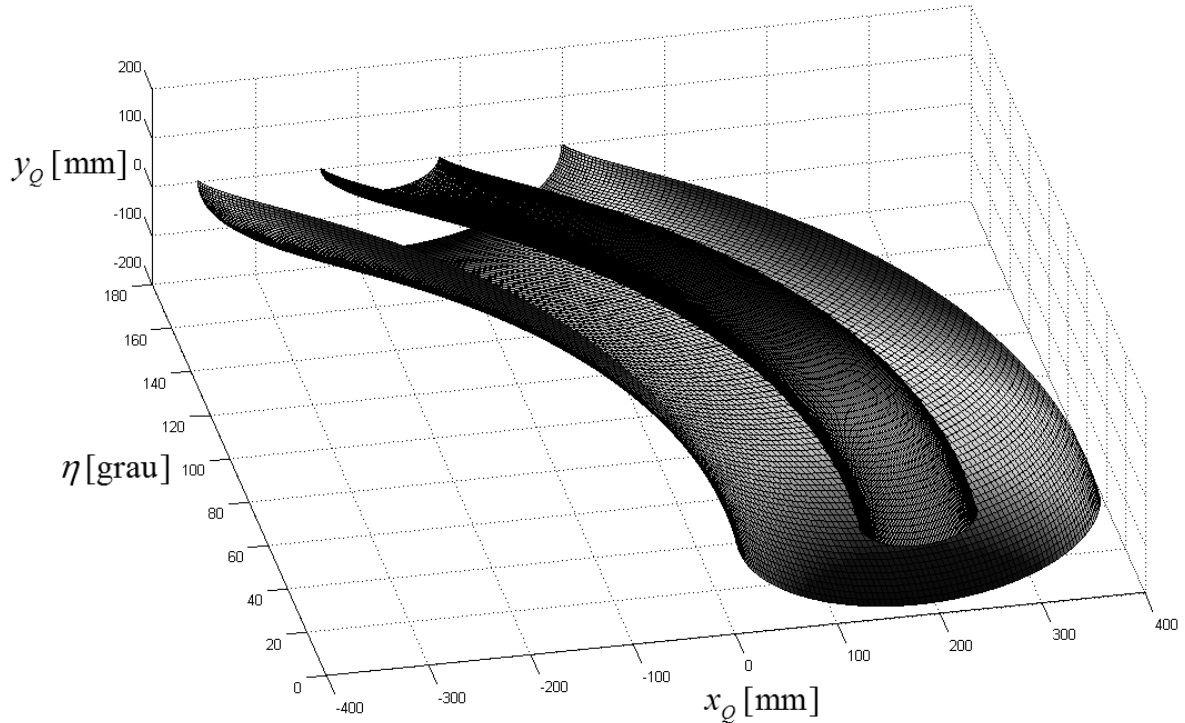


Figura 4.7 – Espaço de trabalho da estrutura RRP em função de η

Outra representação gráfica importante para auxiliar na análise da capacidade de leitura do digitalizador consiste em representar o espaço de trabalho no plano XY em função da direção da normal neste plano, definida pelo ângulo η . Na Fig. 4.8 estão representados exemplos do espaço de trabalho para diversos ângulos η , sendo $q_1 \in [-80^\circ, 260^\circ]$.

Na Figura 4.8 a linha de pontos $\overline{om}$ junto com a circunferência do anel são os limites de leitura impostos pela configuração da estrutura RRP; o é o centro do anel que é coincidente com o centro da mesa que suporta ao objeto; m é o alcance que a articulação de rotação q_2 pode chegar, que fica definido pela escolha dos limites de q_1 ; a seta indica a orientação imposta ao vetor $\vec{N}$ para que o digitalizador possa fazer as leituras.

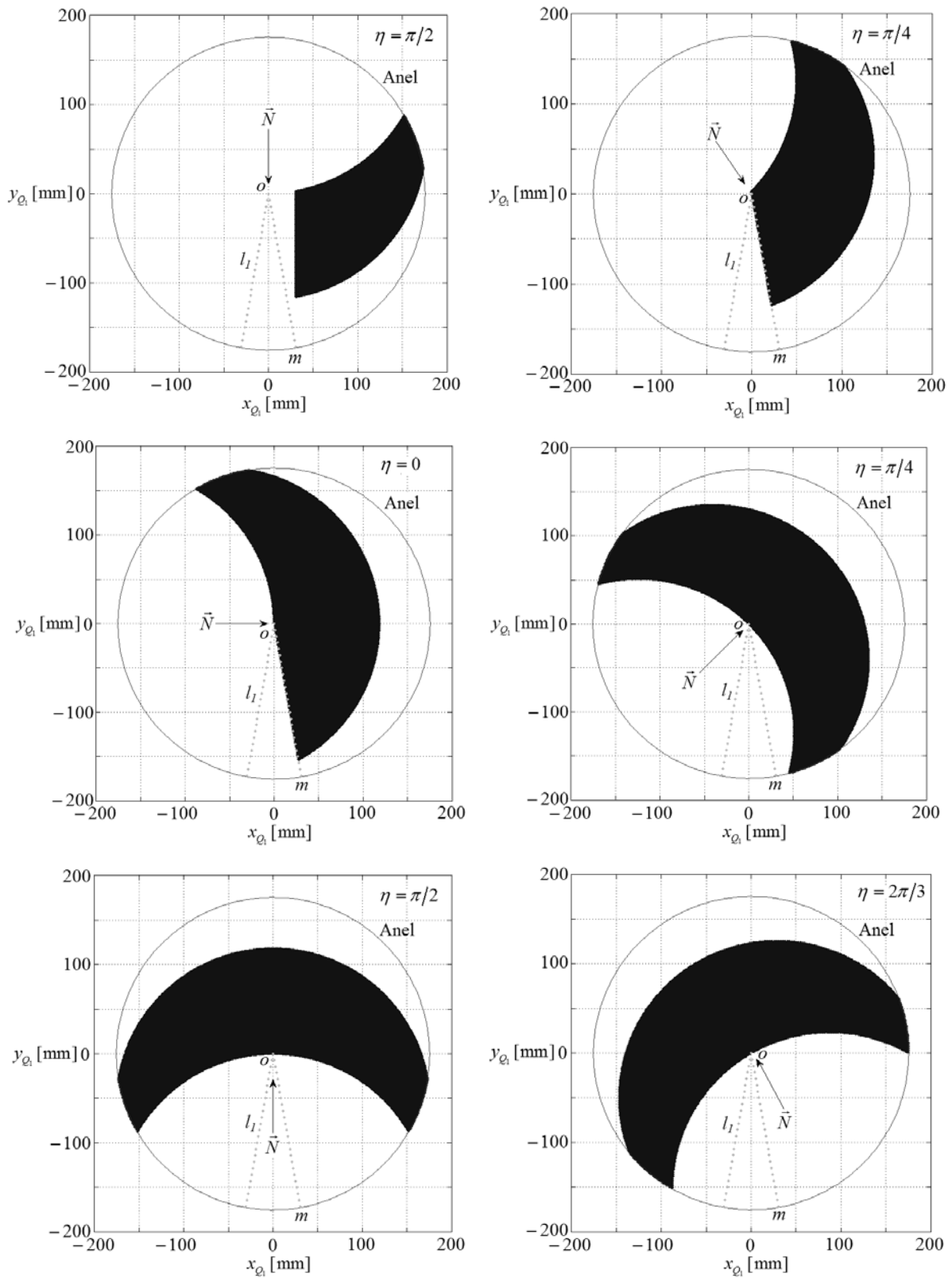


Figura 4.8 - Espaço de trabalho da estrutura RRP em função da direção da normal definida pelo ângulo η

4.3 Análises dos Erros Geométricos da Estrutura RRP+PR

Um dos aspetos importantes dos robôs é a repetibilidade, embora não exista um procedimento padrão para determiná-la (DEBLAISE, 2006; MOORING e PACK, 1986). Dependendo do propósito para que foi desenvolvido, cada robô apresenta uma determinada margem de repetibilidade apropriada para as tarefas que realizará. Existem alguns procedimentos utilizados para examinar a repetibilidade, como por exemplo: escolher alguns pontos específicos dentro do espaço de trabalho, coletar os dados da forma que o robô alcança essas posições e se fazer uma estimativa do erro; outro procedimento é fazer uma previsão das características geométricas e estudar o comportamento do robô nas posições estabelecidas.

Todos os erros geométricos presentes na repetibilidade do digitalizador dependem dos parâmetros da estrutura que estão submetidos à erros, afetando a leitura final da posição e orientação do vetor $\vec{N}$, consistindo basicamente aos erros do sistema de leitura e do sistema mecânico. Os erros devidos ao sistema de leitura podem ser ajustados mediante uma calibração que é feita por programação. Os erros devidos ao sistema mecânico são causados pelos ajustes das peças (erros geométricos), certos fenômenos não geométricos tais como histerese, folgas, atritos nas articulações e temperatura; afetando com isto a repetibilidade das posições atingidas (MOORING; PACK, 1986) bem como ao sistema de controle. A exatidão da estrutura pode ser definida como o desvio entre a posição pré-estabelecida como válida e a medida das posições atingidas (DEBLAISE, 2006), e esses desvios podem ser resolvidos em parte por uma calibração prévia da estrutura.

Conhecidas as equações que resolvem o modelo geométrico direto e inverso da estrutura pode-se fazer uma estimativa dos erros presentes na posição e orientação do vetor $\vec{N}$, no ponto Q , assumindo que a estrutura seja rígida, conforme descrito a seguir.

A matriz Jacobiana J ou simplesmente Jacobiano da estrutura é uma matriz de transformação linear que permite relacionar as variações infinitesimais das articulações com as variações infinitesimais das coordenadas da tarefa ou seja, o elemento (i,j) da matriz Jacobiana descreve como uma mudança diferencial na coordenada q_j afeta a mudança diferencial das coordenadas da tarefa x_i . Sendo a matriz Jacobiana uma função de q_j , ela é dependente da configuração do robô. Pode-se escrever:

$$\delta \mathbf{x} = J \cdot \delta \mathbf{q} \quad (4.37)$$

Sendo

$$\delta \mathbf{x} = [\delta x_Q \ \delta y_Q \ \delta z_Q \ \delta \eta \ \delta \gamma]^T \quad (4.38)$$

$$\delta \mathbf{q} = [\delta q_1 \ \delta q_2 \ \delta q_3 \ \delta q_4 \ \delta q_5]^T \quad (4.39)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_Q}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial x_Q}{\partial q_5} \\ \frac{\partial y_Q}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial y_Q}{\partial q_5} \\ \frac{\partial z_Q}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial z_Q}{\partial q_5} \\ \frac{\partial \eta}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial \eta}{\partial q_5} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial \gamma}{\partial q_5} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Das Equações (4.37) a (4.40) pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \delta x_{Q_i} &= J_{1i} \cdot \delta q_i \\ \delta y_{Q_i} &= J_{2i} \cdot \delta q_i \\ \delta z_{Q_i} &= J_{3i} \cdot \delta q_i \\ \delta \eta_i &= J_{4i} \cdot \delta q_i \\ \delta \gamma_i &= J_{5i} \cdot \delta q_i \end{aligned} \quad (i=1, \dots, 5) \quad (4.41)$$

que permitem calcular a contribuição do erro devido a i-ésima articulação.

Assim, o erro geométrico na posição de leitura do vetor $\vec{N}$, devido à i-ésima articulação, pode ser escrito como:

$$e_{p_i} = \sqrt{(\delta x_{Q_i})^2 + (\delta y_{Q_i})^2 + (\delta z_{Q_i})^2} = \delta q_i \cdot \sqrt{J_{1i}^2 + J_{2i}^2 + J_{3i}^2} \quad (4.42)$$

Ou ainda:

$$e_{p_i} = \delta q_i \cdot \mu_{p_i} \quad (4.43)$$

Onde o parâmetro μ_{p_i} representa o índice de sensibilidade da posição devido à i -ésima articulação (DEBLAISE, 2006; MORING e PACK, 1986).

O erro absoluto na medição da posição segundo Alves (1996), é definido como:

$$e = \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2 + (\delta z)^2} = \sqrt{(x'_Q - x_Q)^2 + (y'_Q - y_Q)^2 + (z'_Q - z_Q)^2} \quad (4.44)$$

Onde x_Q , y_Q e z_Q são os valores pré-estabelecidos como válidos, x'_Q , y'_Q e z'_Q são os valores da posição atingidos pela estrutura mecânica numa configuração conhecida.

Para determinar os erros apresentados pela estrutura mecânica do digitalizador foi utilizado um modelo computacional, onde são obtidos dois valores: um que corresponde ao valor do contorno do objeto numa configuração definida como verdadeiro e o outro valor é estimado por uma programação que é feita para acompanhar o contorno do objeto. O modelo empregado para acompanhar o contorno do objeto é apresentado no Capítulo V.

A análise dos erros apresentados foi realizada utilizando dados construtivos dos componentes comerciais usados para construir a estrutura (RANGEL; FERREIRA; CARVALHO, 2009a). Os atuadores das articulações q_1 , q_2 e q_4 , tem resoluções de 0,35 arc-segundo e repetibilidade de 5 arc-segundo; resolução de 0,00635 mm para os atuadores lineares das articulações q_3 e q_5 , e para o sensor laser do digitalizador uma resolução de 0,1 mm.

A Tabela 4.1 apresenta dados adotados como verdadeiros de um contorno conhecido, extraídos de forma aleatória, cuja simulação foi feita para um objeto de dimensão reduzida.

Tabela 4.1 – Medições adotadas como verdadeiras do contorno de um objeto

Posição	η [°]	x_Q [mm]	y_Q [mm]	z_Q [mm]	q_1 [°]	q_2 [°]	q_3 [mm]	q_4 [°]	q_5 [mm]
1	-79,1828	0,5490	-3,5244	-1,6058	-79,7213	180,5333	172,2202	-39,1789	-13,0723
2	-83,9039	0,3692	-1,6730	-0,1479	-83,4227	179,5191	173,6558	56,6995	-10,3616
3	163,3331	0,3494	-0,2429	-0,1986	163,6138	179,7197	173,5212	48,7988	-18,0186
4	42,8859	0,5675	1,9788	-0,1676	43,1781	179,7139	173,5278	56,3389	0,7595
5	150,3097	0,1291	2,8939	-0,0821	149,8915	180,4244	171,9532	53,1418	-28,0850
6	47,2805	0,5993	2,9618	-1,7025	47,9336	179,3472	173,2859	-45,0865	-6,1257
7	163,8888	0,8841	2,5532	-1,7525	163,3273	180,5619	172,3096	-52,1793	15,7164
8	156,6638	1,1999	-0,4939	-0,7820	157,1050	179,5592	173,6428	11,1727	12,6440
9	195,4531	0,1234	-2,4998	-0,0671	196,0203	179,4332	172,3293	57,4161	-24,5305
10	156,9389	0,6005	-0,8024	-1,5085	157,4832	179,4504	173,6299	-32,5673	-14,0200
11	-31,0600	-0,0770	-0,7018	-1,9456	-30,6303	179,5707	171,9701	-79,0571	-15,4729
12	187,9989	0,1427	-2,2693	-1,8308	188,6177	179,3816	172,5647	-62,2007	-18,8834
13	40,8175	0,7055	0,8863	-0,2832	40,2789	180,5333	172,2202	45,7904	0,4729
14	-57,9490	0,5993	-3,2679	-1,7025	-58,6079	180,6593	172,9088	-45,0865	-6,1257
15	52,4944	0,4532	1,1350	-1,4895	51,8699	180,6249	172,5810	-34,1999	-21,9571

A Tabela 4.2 apresenta os dados atingidos para uma configuração da estrutura mecânica conhecida e adotados como verdadeira.

Tabela 4.2 – Medições atingidas pela estrutura para ler o contorno do objeto

Posição	η [°]	x'_Q [mm]	y'_Q [mm]	z'_Q [mm]	q'_1 [°]	q'_2 [°]	q'_3 [°]	q'_4 [°]	q'_5 [mm]
1	-79,6125	0,5484	-3,5211	-1,6066	-80,1389	180,5264	172,2084	-39,2361	-13,0713
2	-83,8696	0,3612	-1,6716	-0,1425	-84,2504	180,3809	173,6572	57,2667	-10,3448
3	163,7914	0,3495	-0,2527	-0,1987	163,9612	179,8302	173,5157	48,7874	-18,0182
4	43,3328	0,5636	1,9863	-0,1649	44,0271	179,3057	173,5104	56,6140	0,7636
5	149,8227	0,1348	2,8787	-0,0864	149,1734	180,6494	171,9358	52,7465	-28,0676
6	46,9310	0,6026	2,9737	-1,6992	47,8310	179,1000	173,2878	-44,8229	-6,1255
7	163,4820	0,8839	2,5360	-1,7527	162,7805	180,7015	172,2927	-52,1907	15,7169
8	156,7899	1,2000	-0,5052	-0,7823	157,0694	179,7205	173,6430	11,1555	12,6447
9	195,0520	0,1219	-2,5171	-0,0662	195,7614	179,2907	172,3367	57,5135	-24,5349
10	156,8185	0,6001	-0,8159	-1,5092	157,1911	179,6274	173,6377	-32,6132	-14,0181
11	-31,4439	-0,0805	-0,6868	-1,9462	-31,8045	180,3605	171,9805	-79,2519	-15,4854
12	187,6551	0,1442	-2,2873	-1,8299	188,3520	179,3031	172,5735	-62,1033	-18,8879
13	40,4909	0,7103	0,8999	-0,2883	40,9250	179,5659	172,2136	45,3721	0,4469
14	-58,4130	0,5955	-3,2583	-1,7063	-59,2466	180,8336	172,8856	-45,3959	-6,1237
15	52,2480	0,4548	1,1461	-1,4874	52,7336	179,5144	172,5769	-34,0452	-21,9481

Para estimar o erro geométrico que apresenta a estrutura para ler a posição Q do vetor normal, são aplicadas as Eqs. (4.42) e (4.43), já que elas representam a contribuição dos erros na posição devido às articulações.

Considerando o resultado do modelo geométrico direito, dados pelas Eqs. (4.25) até (4.31), os elementos da matriz Jacobiana são dados por:

$$J_{11} = (-l_1 \cdot s q_1 - (a + b + q_3) \cdot s(q_1 + q_2)) \cdot c q_4 \quad (4.45)$$

$$J_{12} = -(a + b + q_3) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot c q_4 \quad (4.46)$$

$$J_{13} = c(q_1 + q_2) \cdot c q_4 \quad (4.47)$$

$$J_{14} = -(l_1 \cdot c q_1 + (a + b + q_3) \cdot c(q_1 + q_2)) \cdot s q_4 + q_5 \cdot c q_4 \quad (4.48)$$

$$J_{15} = s q_4 \quad (4.49)$$

$$J_{21} = l_1 \cdot c q_1 + (a + b + q_3) \cdot c(q_1 + q_2) \quad (4.50)$$

$$J_{22} = (a + b + q_3) \cdot c(q_1 + q_2) \quad (4.51)$$

$$J_{23} = s(q_1 + q_2) \quad (4.52)$$

$$J_{24} = J_{25} = 0 \quad (4.53)$$

$$J_{31} = (-l_1 \cdot s q_1 - (a + b + q_3) \cdot s(q_1 + q_2)) \cdot s q_4 \quad (4.54)$$

$$J_{32} = -(a + b + q_3) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot s q_4 \quad (4.55)$$

$$J_{33} = c(q_1 + q_2) \cdot s q_4 \quad (4.56)$$

$$J_{34} = (l_1 \cdot c q_1 + (a + b + q_3) \cdot c(q_2 + q_1)) \cdot c q_4 + q_5 \cdot s q_4 \quad (4.57)$$

$$J_{35} = -c q_4 \quad (4.58)$$

Empregando a Equação (4.43) e as Eqs. (4.45) até (4.58), e os dados das Tabs. 4.1 e 4.2, pode-se obter os erros geométricos e_{p_i} , e o índice de sensibilidade μ_{p_i} devidos às articulações, apresentado na Tab. 4.3.

Tabela 4.3 – Resultados da análise dos erros e da sensibilidade

Posição	e_{p1} [mm]	μ_{p1}	e_{p2} [mm]	μ_{p2}	e_{p3} [mm]	μ_{p3}	e_{p4} [mm]	μ_{p4}	e_{p5} [mm]	μ_{p5}
1	0,00028	2,90325	0,01313	135,05228	0,10561	0,99303	0,00105	10,75916	0,00401	0,63176
2	0,00018	1,89650	0,00939	96,58034	0,10593	0,99610	0,00069	7,07607	0,00531	0,83581
3	0,00021	2,14654	0,01647	169,43304	0,07417	0,69738	0,00100	10,25886	0,00478	0,75241
4	0,00013	1,38749	0,01390	142,99757	0,08457	0,79521	0,00003	0,28396	0,00529	0,83234
5	0,00029	2,98545	0,01535	157,87869	0,07686	0,72268	0,00145	14,89938	0,00508	0,80013
6	0,00020	2,10040	0,01439	147,98472	0,09343	0,87852	0,00042	4,30698	0,00450	0,70819
7	0,00029	3,01205	0,01634	168,11894	0,06978	0,65618	0,00074	7,59965	0,00502	0,78994
8	0,00022	2,28975	0,01683	173,13056	0,10467	0,98423	0,00125	12,83749	0,00123	0,19387
9	0,00028	2,91873	0,01633	167,92975	0,06273	0,58982	0,00107	11,03222	0,00535	0,84261
10	0,00024	2,47118	0,01650	169,72451	0,09256	0,87034	0,00127	13,09271	0,00342	0,53832
11	0,00036	3,70036	0,01442	148,27458	0,05831	0,54830	0,00007	0,69356	0,00623	0,98182
12	0,00028	2,84011	0,01665	171,25221	0,05225	0,49126	0,00108	11,13590	0,00562	0,88459
13	0,00035	3,59958	0,01479	152,15180	0,08955	0,84203	0,00021	2,21068	0,00455	0,71681
14	0,00023	2,32573	0,01345	138,29753	0,09865	0,92756	0,00044	4,56770	0,00450	0,70819
15	0,00033	3,42227	0,01502	154,47445	0,10000	0,94033	0,00159	16,31144	0,00357	0,56211

Empregando a Equação (4.44), o erro absoluto na posição Q , referente às configurações estabelecidas nas Tabs. 4.1 e 4.2, é apresentado na Tab. 4.4 para cada posição.

Tabela 4.4 – Erro absoluto na medição da posição [mm]

e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}	e_{13}	e_{14}	e_{15}
0,0308	0,0895	0,0098	0,0083	0,0857	0,0427	0,0191	0,0143	0,0408	0,0145	0,0636	0,0346	0,0202	0,0495	0,0745

De forma similar ao erro de posição, a contribuição do erro de orientação devido à

i-ésima articulação pode ser obtido por:

$$e_{oi} = \sqrt{(\delta\eta_i)^2 + (\delta\gamma_i)^2} = \delta q_i \cdot \sqrt{J_{4i}^2 + J_{5i}^2} \quad (4.59)$$

Ou ainda,

$$e_{oi} = \delta q_i \cdot \mu_{oi} \quad (i = 1, \dots, 5) \quad (4.60)$$

O erro absoluto na medição da orientação pode ser obtido por

$$e_o = \sqrt{(\gamma' - \gamma)^2 + (\eta' - \eta)^2} \quad (4.61)$$

Onde γ e η são ângulos pré-estabelecidos como verdadeiros, e γ' e η' são os valores angulares atingidos pela estrutura mecânica numa configuração conhecida.

Do modelo geométrico direito obtém-se os seguintes elementos da matriz Jacobiana:

$$\begin{aligned} J_{41} &= J_{42} = -1 \\ J_{43} &= J_{44} = J_{45} = 0 \\ J_{51} &= J_{52} = J_{53} = J_{55} = 0 \\ J_{54} &= -1 \end{aligned} \quad (4.62)$$

Empregando as Equações (4.59) e (4.61), o erro absoluto na orientação da normal $\tilde{N}$ correspondente ao ponto Q nas configurações estabelecidas nas Tabs. 4.1 e 4.2 são apresentados na Tab. 4.5.

Tabela 4.5 - Erro absoluto na medição da orientação [graus]

e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}	e_{13}	e_{14}	e_{15}
0,0075	0,0099	0,0080	0,0091	0,0110	0,0076	0,0071	0,0022	0,0072	0,0022	0,0075	0,0062	0,0092	0,0097	0,0051

Da Tabela 4.3 pode ser verificado que o índice da sensibilidade μ_{p_3} e μ_{p_5} das articulações q_3 e q_5 , não apresentam grande influência nos erros das leituras, tanto para a

medição da orientação do vetor como para a posição. O índice μ_{p_2} mostra que a articulação q_2 influencia fortemente as leituras, porém seu erro é muito pequeno.

CAPITULO V

METODOLOGIA PARA LEITURA DE OBJETOS TRIDIMENSIONAIS

A reconstrução gráfica tridimensional do objeto é feita a partir de suas seções transversais. Em princípio, quanto mais próximas forem essas seções, melhor será a reprodução da superfície do objeto e maior o custo computacional.

Para o processo de leitura, as coordenadas lidas pelo sensor e armazenadas como válidas, correspondem à “melhor leitura” do sensor. Esta “melhor leitura” é função das características do sensor, da estrutura e está associada à direção normal à superfície, do ponto lido.

Para a leitura é necessário que ocorra a movimentação do objeto e do sensor conforme já descrito nos capítulos anteriores. A idéia básica consiste em “selecionar” um ponto da superfície, respeitando-se a resolução do digitalizador, e obter sua normal. O resultado a ser obtido para cada seção transversal está esquematizado na Fig. 5.1, onde as normais correspondentes a cada ponto lido estão representadas.

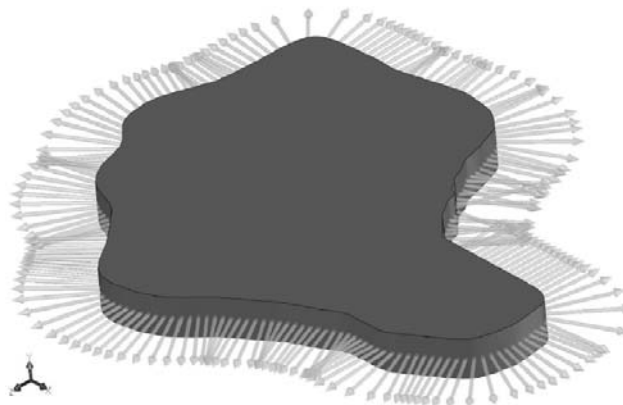


Figura 5.1 - Seção transversal de um objeto e as normais associadas ao seu contorno

Para obter as coordenadas dos pontos da superfície do objeto, em uma primeira aproximação, poderia se pensar em fazer uma “varredura” de todas as articulações, dentro de seus limites de movimentação, associando a máxima taxa de aquisição de dados do laser e os limites de velocidades dos atuadores. No entanto, como apresentado no Apêndice B, dependendo do ângulo entre a normal à superfície e o feixe laser, a coordenada lida pode apresentar erros consideráveis, formando uma nuvem de pontos que não correspondem à superfície real do objeto.

Cabe notar que existem sensores laser que permitem efetuar a leitura com excelente resolução, mas, para isto ele deve estar muito próximo à superfície. Esta proximidade pode acarretar a colisão entre o objeto e o sensor. Não sendo adequado a esta aplicação.

Então para permitir a leitura das coordenadas da superfície é necessário que o feixe laser esteja o mais próximo possível da direção da normal.

Neste capítulo são apresentadas quatro metodologias para direcionar, o mais próximo possível, o feixe laser da normal à superfície, que são denominadas por: metodologia do plano-base; metodologia da reta tangente, interpolação cúbica e métodos dos arcos de circunferência.

5.1 Metodologia do plano-base

Esta metodologia faz a análise nos planos ZX e XY .

O processo de leitura é iniciado pela construção de uma seção inicial, no plano ZX , que é definido, como “plano da base” do objeto, e que será o plano de referência para a construção das demais seções. A escolha deste plano pode ser aleatória. No entanto, o operador do sistema deve escolher aquele que venha a simplificar o processo de leitura, evitando erros de detecção de dados neste procedimento (RANGEL; FERREIRA; CARVALHO, 2009).

5.1.1 Construção do Plano da Base

O procedimento tem início com a definição da coordenada Y do primeiro plano (plano da base). Em seguida deve-se selecionar três pontos próximos pertencentes à seção escolhida do objeto, denominados de Q_{10} , Q_{11} e Q_{12} , conforme esquematizado na Fig. 5.2. Estes três pontos definem a rotação inicial da mesa.

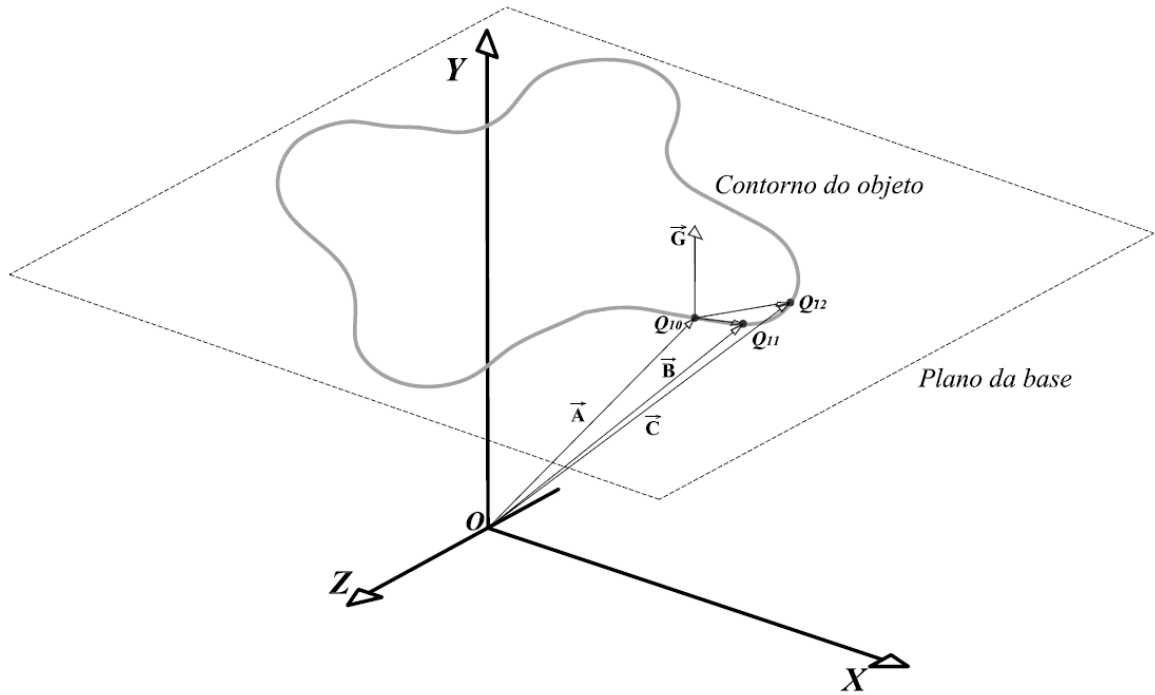


Figura 5.2 - Plano da base e os três pontos iniciais

A partir da Fig. 5.2 pode-se escrever:

$$\overrightarrow{OQ_{10}} = \vec{A}; \quad \overrightarrow{OQ_{11}} = \vec{B}; \quad \overrightarrow{OQ_{12}} = \vec{C} \quad (5.1)$$

$$\vec{G} = \overrightarrow{Q_{10}Q_{11}} \times \overrightarrow{Q_{10}Q_{12}} = (\vec{B} - \vec{A}) \times (\vec{C} - \vec{A}) \quad (5.2)$$

$$\vec{G} = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{B} \times \vec{C} + \vec{C} \times \vec{A} \quad e \quad \hat{G} = \vec{G} / \|\vec{G}\| \quad (5.3)$$

$\hat{G}$ é o vetor que define a orientação do plano. A equação vetorial do plano fica definida como:

$$(\vec{P} - \vec{A}) \cdot \hat{G} = 0 \quad (5.4)$$

Onde $\vec{P}$ é um vetor posição de qualquer ponto do plano.

As primeiras leituras determinam a orientação do plano e a forma de percorrer o contorno, e deve ser mantido para poder avançar nas leituras do contorno. A mudança de sinal

de $\hat{G}$ é utilizada para verificar o comportamento do contorno quando ele muda a curvatura.

Definido o plano da base, é necessário ajustar os valores lidos a uma função que seja uma “boa aproximação” e que permita “extrapolar” com certa margem de segurança a posição do próximo vetor, “ou estimativa do próximo ponto do contorno do objeto”. Como só se tem três pontos lidos, pode-se utilizar uma função de segunda ordem.

Uma função de segunda ordem pode ser escrita na forma explícita mediante cinco ou seis coeficientes. A Eq. (5.5) apresenta a forma de uma função polinomial de segunda ordem expandida, onde a, b, c, d, e, f são os coeficientes da função.

$$z = a + b \cdot x + c \cdot y + d \cdot x^2 + e \cdot y^2 + f \cdot x \cdot y \quad (5.5)$$

As funções explícitas apresentam algumas dificuldades quando se precisa trabalhar e fazer implementações em forma iterativa com algoritmos computacionais (MORTENSON, 1985). Para facilitar as implementações computacionais é usual utilizar as funções na forma paramétrica, que têm a seguinte forma:

$$\vec{P}(\lambda) = x(\lambda)\hat{u} + y(\lambda)\hat{v} + z(\lambda)\hat{w} \quad \lambda \in [a, b] \quad (5.6)$$

Onde $\vec{P}(\lambda)$ é o vetor posição de qualquer ponto do contorno do objeto em relação ao referencial utilizado; $\hat{u}, \hat{v}$ e $\hat{w}$ são vetores unitários ortogonais entre si; λ é a variável independente pertencente ao intervalo $[a, b]$; as componentes $x(\lambda), y(\lambda)$ e $z(\lambda)$ são funções paramétricas de segunda ordem, que têm a seguinte forma:

$$x(\lambda) = a_1\lambda^2 + b_1\lambda + c_1; \quad y(\lambda) = a_2\lambda^2 + b_2\lambda + c_2; \quad z(\lambda) = a_3\lambda^2 + b_3\lambda + c_3 \quad (5.7)$$

Para uma curva é possível fazer uma análise similar à das retas, onde a coordenada de cada ponto pode ser determinada por sua distância ao longo da curva, a partir de um ponto predeterminado e, supondo que a distância entre dois pontos consecutivos seja pequena, o comprimento do arco ao longo do contorno (Δs) e a distância (l) entre os dois pontos é aproximadamente igual. Neste caso, Q_{10} é o ponto que se empregará como origem. A

Eq. (5.8) representa a distância entre os pontos Q_{10} e Q_{11} , e a Eq. (5.9) representa a distância entre o ponto Q_{10} e Q_{12} .

$$\Delta s_1 \approx l_1 = \left\{ [x(1) - x(0)]^2 + [y(1) - y(0)]^2 + [z(1) - z(0)]^2 \right\}^{1/2} \quad (5.8)$$

$$\Delta s_2 \approx l_1 + l_2 = l_1 + \left\{ [x(1) - x(2)]^2 + [y(1) - y(2)]^2 + [z(1) - z(2)]^2 \right\}^{1/2} \quad (5.9)$$

Das Equações (5.8) e (5.9), para simplificar, pode-se escrever que $\lambda_0 = 0$, $\lambda_1 = l_1$ e $\lambda_2 = l_1 + l_2$.

Para obter os valores das constantes de cada função das Eqs. (5.7), pode-se escrever na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0^2 & \lambda_0 & 1 \\ \lambda_1^2 & \lambda_1 & 1 \\ \lambda_2^2 & \lambda_2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \lambda_1^2 & \lambda_1 & 1 \\ \lambda_2^2 & \lambda_2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Onde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \lambda_1^2 & \lambda_1 & 1 \\ \lambda_2^2 & \lambda_2 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad \det(\mathbf{A}) = \lambda_1^2 \cdot \lambda_2 - \lambda_1 \cdot \lambda_2^2 = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_1 - \lambda_2) \quad (5.11)$$

Da Equação (5.11), $\mathbf{A}$ é conhecida como a matriz do sistema e, se seu determinante for diferente de zero, o sistema tem solução única. Esta matriz é a matriz de Vondermônde (RUGGIERO; LOPES, 1996). Determinando a inversa da matriz $\mathbf{A}$ encontra-se:

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/(\lambda_1 \cdot \lambda_2) & 1/(\lambda_1 \cdot (\lambda_1 - \lambda_2)) & -1/(\lambda_2 \cdot (\lambda_1 - \lambda_2)) \\ -(\lambda_1 + \lambda_2)/(\lambda_1 \cdot \lambda_2) & 1/(\lambda_1 \cdot (\lambda_1 - \lambda_2)) & \lambda_1/(\lambda_2 \cdot (\lambda_1 - \lambda_2)) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Realizando algumas operações aritméticas na matriz inversa obtêm-se:

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \lambda_1 - \lambda_2 & \lambda_2 & -\lambda_1 \\ \lambda_2^2 - \lambda_1^2 & -\lambda_2^2 & \lambda_1^2 \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\lambda_1 - \lambda_2) & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\det \mathbf{A}} \quad (5.13)$$

Das Equações (5.10) e (5.13) os coeficientes ficam determinados como:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Reescrevendo a Equação (5.14) e ampliando para os outros termos, obtém-se:

$$\mathbf{C}_x = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{x}; \quad \mathbf{C}_y = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{y}; \quad \mathbf{C}_z = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{z} \quad (5.15)$$

Onde $\mathbf{C}_x$, $\mathbf{C}_y$ e $\mathbf{C}_z$ são vetores dos coeficientes $c_x(j)$, $c_y(j)$, $c_z(j)$, respectivamente, relativos aos três pontos consecutivos ($j = 1, 2, 3$). Neste caso, Q_{10} , Q_{11} e Q_{12} . Os vetores $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$ possuem as coordenadas x , y e z , respectivamente, correspondentes aos parâmetros λ_i ($i = 0, 1, 2$)

Empregando as Equações (5.7) e (5.15), as componentes do vetor de posição $\vec{P}(\lambda)$, Eq. (5.6), ao longo da curva que passa pelos três primeiros pontos definem um polinômio de interpolação de segunda ordem, onde suas componentes ficam definidas como:

$$x(\lambda_i) = c_x(1) \cdot \lambda_i^2 + c_x(2) \cdot \lambda_i + c_x(3); \quad (i = 0, 1, 2) \quad (5.16)$$

$$y(\lambda_i) = c_y(1) \cdot \lambda_i^2 + c_y(2) \cdot \lambda_i + c_y(3); \quad (i = 0, 1, 2) \quad (5.17)$$

$$z(\lambda_i) = c_z(1) \cdot \lambda_i^2 + c_z(2) \cdot \lambda_i + c_z(3); \quad (i = 0, 1, 2) \quad (5.18)$$

O polinômio de interpolação é utilizado para fazer a estimativa do próximo ponto Q_{13} .

Com esse valor, a estrutura PR realizará as seqüências de movimentos necessários para colocar a componente do vetor normal $\vec{N}$ no plano de leitura XY .

Para estimar a distância do segmento relativo ao ponto Q_{13} , com relação a Q_{10} , é assumido que:

$$\Delta s_3 \approx \lambda_3 = \lambda_2 + \lambda_2 / 2 \quad (5.19)$$

Empregando a Equação (5.19) nas Eqs. (5.16), (5.17) e (5.18), a posição do vetor $\vec{P}(\lambda_3)$ é estimada. Depois de definida a posição do ponto Q_{13} pelo digitalizador, com os pontos Q_{11} , Q_{12} e Q_{13} , onde Q_{11} é utilizado como o novo ponto de referência, é feito um novo ajuste da função que descreve o contorno. Com o novo valor do polinômio de interpolação é estimado o ponto seguinte Q_{14} . Dessa forma iterativa é possível ler todos os pontos necessários que compõem a seção transversal até chegar de novo ao valor inicial Q_{10} , onde se dá por finalizada a leitura da seção que forma a base do objeto.

Para determinar como se deve movimentar a estrutura PR (mesa) para percorrer, ou acompanhar o contorno do objeto, lendo as componentes do vetor normal em cada ponto, é necessário ter em conta a seqüência dos dois primeiros movimentos q_4 que executa a mesa. Por exemplo, se a diferença dos dois movimentos for positiva, se estabelecerá o acompanhamento do contorno como uma seqüência positiva, caso contrário, como negativa. Para as seqüências positivas o vetor $\hat{G}$, da Eq. (5.3), que fornece a orientação do plano da base, é adotado como positivo, sem importar o resultado do produto vetorial. A mudança do sinal do vetor $\hat{G}$ é utilizada como uma medida que mostra como varia a curvatura do contorno, e é empregada para determinar as orientações das componentes do vetor $\vec{N}$ no plano ZX .

Para determinar e estimar as componentes do vetor $\vec{N}$ no plano ZX , é preciso determinar as componentes do vetor tangente ao contorno, que são determinadas pela primeira derivada do polinômio de interpolação. Das Eqs. (5.16), (5.17) e (5.18) encontra-se:

$$\vec{T}_i = \vec{T}x_i + \vec{T}y_i + \vec{T}z_i; \quad \hat{T}_i = \vec{T}_i / \|\vec{T}_i\|; \quad (i = 0, 1, 2, 3) \quad (5.20)$$

Onde:

$$Tx_i = 2 \cdot c_x(1) \cdot \lambda_i + c_x(2) \quad (5.21)$$

$$Ty_i = 2 \cdot c_y(1) \cdot \lambda_i + c_y(2) \quad (5.22)$$

$$Tz_i = 2 \cdot c_z(1) \cdot \lambda_i + c_z(2) \quad (5.23)$$

Determinado o vetor $\hat{T}_i$ em cada ponto do contorno, e estabelecido o vetor $\hat{G}$, se define um vetor $\hat{N}_{pi}$ que é ortogonal a $\hat{T}_i$, denominado *vetor normal principal unitário da curva*. O vetor $\hat{N}_{pi}$ aponta na direção em que $\hat{T}_i$ gira ao contornar a curva, em outras palavras, o vetor $\hat{N}_{pi}$ aponta para o lado côncavo da curva. O vetor $\hat{N}_{pi}$ é definido como:

$$\hat{N}_{pi} = \hat{G} \times \hat{T}_i; \quad (i = 0, 1, 2, 3) \quad (5.24)$$

Os vetores $\hat{G}$, $\hat{T}_i$ e $\hat{N}_{pi}$ constituem um sistema de referência vetorial direto denominado marco de Frenet, ou sistema Frenet (HSU, 1987).

Na Equação (5.25), $\hat{N}_{ci}$ é denominado *vetor normal ao contorno*, e suas componentes são os cossenos diretores, e com a restrição de sinal imposta para $\hat{G}$, $\hat{N}_{ci}$ deve sempre apontar saindo do objeto, sem importar a concavidade da curva.

$$\hat{N}_{ci} = -\hat{N}_{pi} \quad (5.25)$$

As componentes de $\hat{N}_{ci}$ em cada ponto do contorno estabelece a orientação do vetor N_i no plano ZX, e estão definidas como:

$$N_{xi} = \cos \alpha_i; \quad N_{yi} = \cos \beta_i = 0; \quad N_{zi} = \cos \gamma_i \quad (5.26)$$

Da Equação (5.26) α_i , β_i e γ_i são os ângulos diretores do vetor $\hat{N}_{ci}$. Das Eqs. (5.26) e (4.35), o giro efetuado pela mesa para posicionar cada vetor normal N_i no plano de leitura XY é:

$$q_{4i} = -\arccos(\cos N_{ci}) \quad (5.27)$$

E o deslocamento que deve efetuar a mesa para posicionar cada vetor é dado por:

$$q_{5i} = x_{Qi} \cdot s q_{4i} - z_{Qi} \cdot c q_{4i} \quad (5.28)$$

O vetor $\hat{G}$ é usado para fixar o plano da base, e como um elemento de controle para poder percorrer e determinar a orientação do vetor N_i no plano ZX , em cada ponto do percurso. No entanto, neste caso não se pode aproveitar para definir completamente a orientação do vetor N_i .

A seguir é apresentado um procedimento para determinar a orientação do vetor normal (RANGEL; FERREIRA; CARVALHO, 2009).

5.1.2 Procedimento para Determinar a Orientação do Vetor Normal

Feitas as sequências dos movimentos necessários para colocar o vetor N_i no plano de leitura XY , é definida a orientação do vetor N_i . Isto é feito fixando as coordenadas do ponto e realizando algumas seqüências de movimentos da estrutura RRP (anel), até que o sistema leitor (sensor laser) registre a melhor leitura. Com os dados obtidos de q_1 e q_2 , pode-se medir η , Eq. (5.29), que é o ângulo que define completamente a orientação do vetor N_i no ponto Q_{li} . Depois de feitas as medições de q_1 , q_2 , q_3 e η deve-se fazer a estimativa da localização e orientação do próximo vetor normal no plano XY . A Fig. 5.3 apresenta a configuração da estrutura RRP depois de ser feita a leitura do vetor normal N_i .

$$\eta = q_1 + q_2 - \pi \quad (5.29)$$

Da Figura 5.3 ficam definidos os seguintes elementos:

- q_{1i} : Representa o giro realizado pela articulação de rotação q_1 (giro do anel), e é determinado pelo ângulo formado entre eixo OX e o raio do anel OA_1 .

- q_{2l} : Determina o giro realizado pela articulação de rotação q_2 ; é o ângulo medido entre a extensão de OA_l e Q_lA_l .
- q_{3l} : Define o deslocamento da articulação de translação q_3 , junto com a soma dos comprimentos fixos a e b . Mede quanto se desloca o sistema de leitura (sensor laser) quando a medição do vetor $\vec{N}$ é realizada. Corresponde ao comprimento de Q_lA_l e está na direção da normal no ponto Q_l .
- θ_l : Determina o ângulo formado entre o vetor posição $\vec{P}_l = \vec{r}_l$ e OX .
- α_l : Define a inclinação da reta tangente à curva, que passa pelo ponto Q_l .
- γ_l : Mede o ângulo formado entre a extensão do vetor de posição $\vec{r}_l$ e q_{3l} .

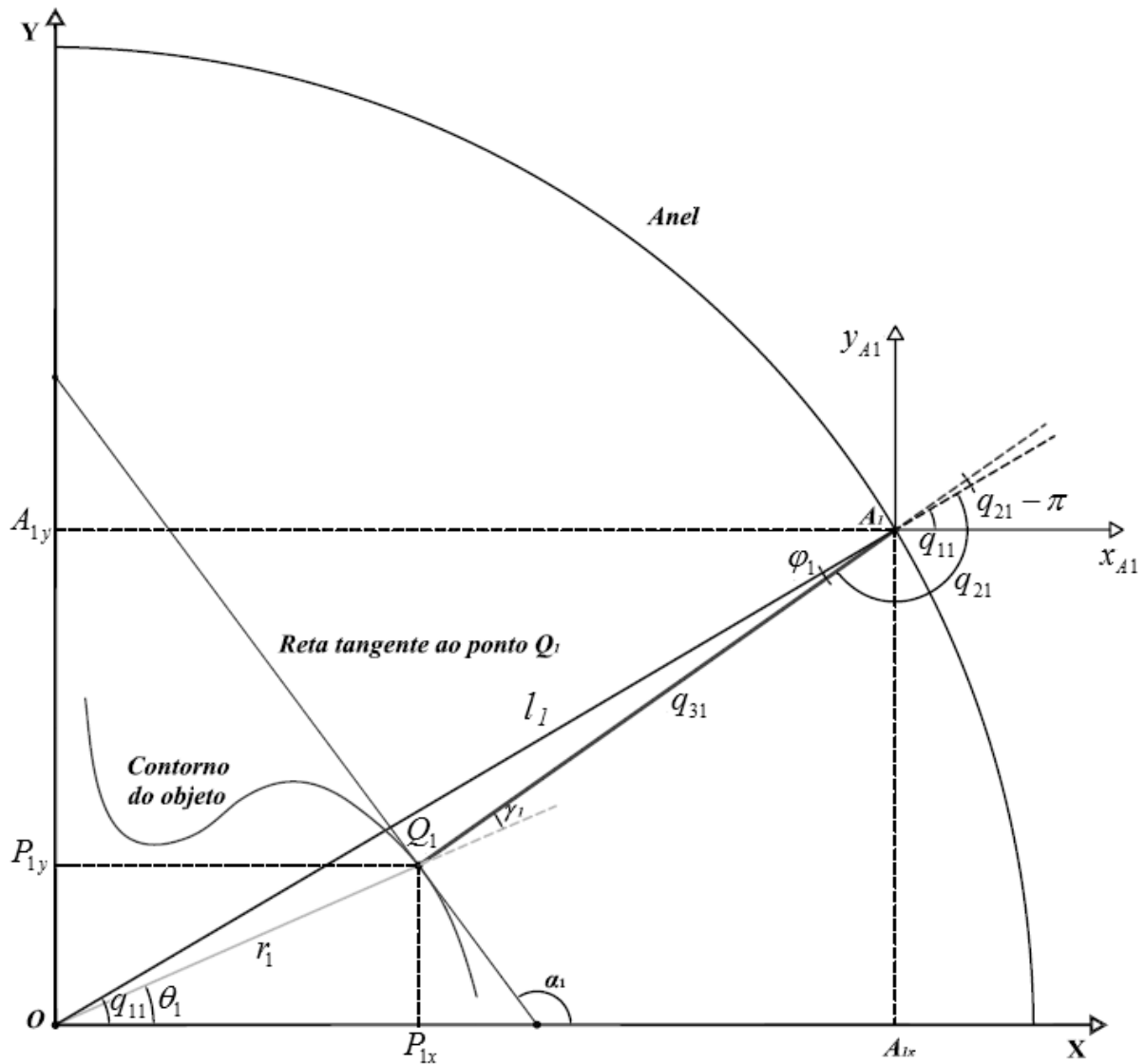


Figura 5.3 - Configuração da estrutura RRP depois de ser feita a leitura do vetor normal N_i

Da Figura 5.3 pode-se escrever:

$$A_{1x} = P_{1x} + q_{31} \cdot c(q_{11} + q_{21} - \pi) = P_{1x} - q_{31} \cdot c(q_{11} + q_{21}) = l_1 \cdot cq_1 \quad (5.30)$$

$$P_{1x} = l_1 \cdot cq_1 + q_{31} \cdot c(q_{11} + q_{21}) \quad (5.31)$$

$$A_{1y} = P_{1y} + q_{31} \cdot s(q_{11} + q_{21} - \pi) = P_{1y} - q_{31} \cdot s(q_{11} + q_{21}) = l_1 \cdot sq_1 \quad (5.32)$$

$$P_{1y} = l_1 \cdot sq_1 + q_{31} \cdot s(q_{11} + q_{21}) \quad (5.33)$$

$$\alpha_1 = q_{11} + q_{21} - \pi/2 \quad (5.34)$$

$$r_1^2 = p_{1x}^2 + p_{1y}^2 \quad (5.35)$$

$$\theta_1 = \arcs\left(\frac{p_{1y}}{r_1}\right) \quad (5.36)$$

A equação da reta tangente que passa pelo ponto Q_1 é:

$$y = x \cdot tg\alpha_1 + b = \frac{-x}{tg(q_{11} + q_{21})} + b \quad (5.37)$$

Onde:

$$b = p_{1y} - p_{1x} \cdot tg\alpha_1 = p_{1y} + \frac{p_{1x}}{tg(q_{11} + q_{21})} \quad (5.38)$$

Para fazer a estimativa da localização do próximo ponto Q_2 é necessário estabelecer como θ mudará. A escolha deve ser feita de acordo com a resolução dos motores utilizados. Também se pode estabelecer um número determinado de divisões do contorno quando se quer trabalhar com seções no plano XY e não no plano ZX .

Definido o valor da variação de θ , denominado $\Delta\theta$, obtém-se $\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta$ e, conseqüentemente, $\vec{r}_2$. O vetor $\vec{r}_2$ define sobre a tangente um ponto Q_{2e} e sobre a curva o ponto Q_2 . Q_{2e} é denominado ponto estimado, Fig. 5.4. Cabe observar que se o ponto estimado Q_{2e} coincidisse com o ponto da curva Q_2 , o sistema leitor seguirá a reta tangente ao ponto Q_1 sem alterar o valor da orientação do vetor normal.

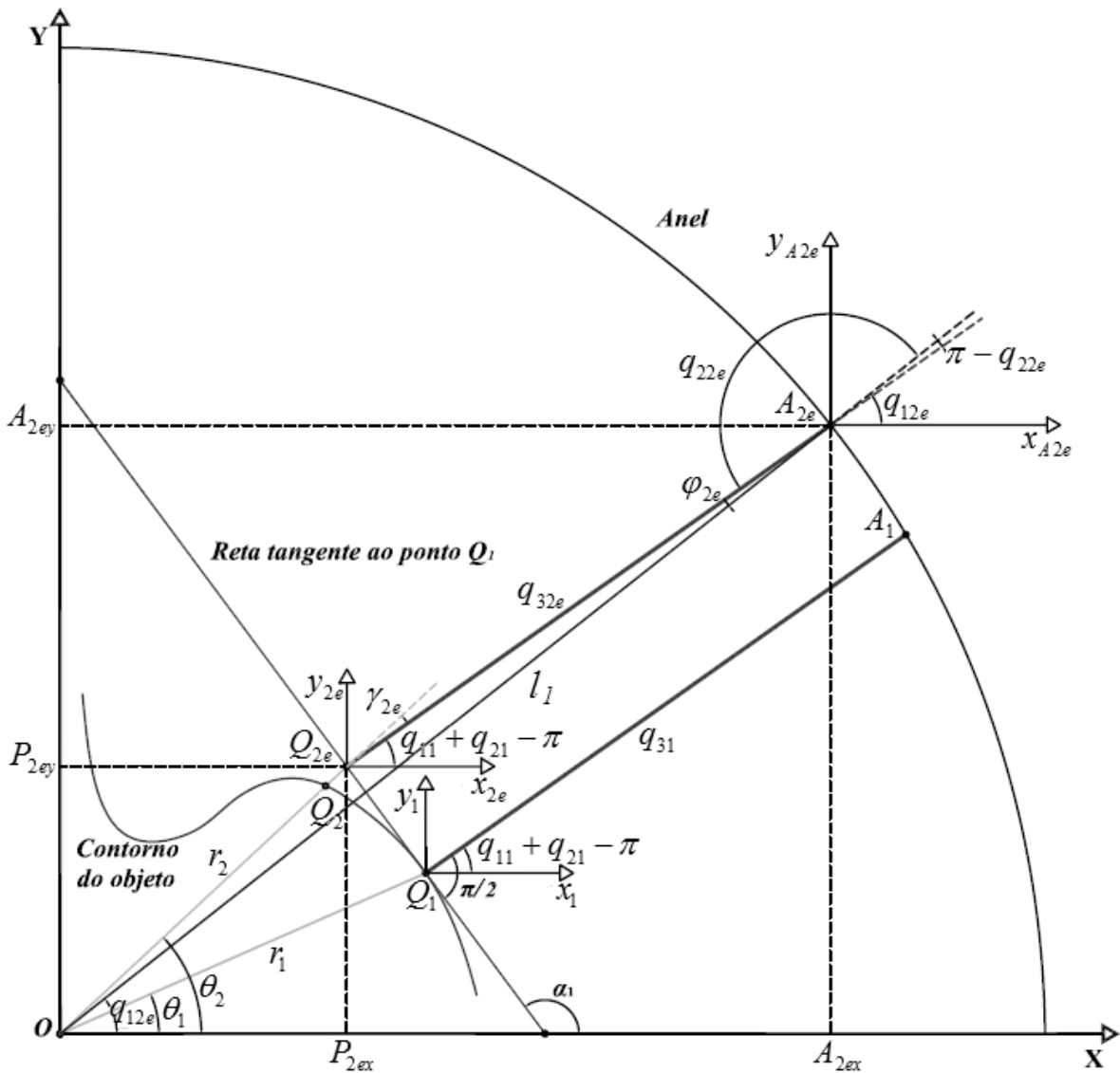


Figura 5.4 - Configuração da estrutura RRP quando o sensor laser se movimenta do ponto Q_1 até Q_{2e}

A partir de Q_{2e} é traçada a linha Q_{32e} paralela à Q_{31} . Com a nova configuração pode-se estabelecer novas relações geométricas descritas a seguir.

A equação da reta que passa pelos pontos O e Q_{2e} é:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \theta_2 \quad (5.39)$$

Como as retas das Eqs. (5.37) e (5.39) se interceptam em Q_{2e} pode-se escrever:

$$p_{2ex} \cdot \operatorname{tg} \theta_2 = \frac{-p_{2ex}}{\operatorname{tg}(q_{11} + q_{21})} + p_{1y} + \frac{p_{1x}}{\operatorname{tg}(q_{11} + q_{21})} \quad (5.40)$$

$$p_{2ex} = \frac{p_{1x} + p_{1y} \cdot \operatorname{tg}(q_{11} + q_{21})}{1 + \operatorname{tg} \theta_2 \cdot \operatorname{tg}(q_{11} + q_{21})} \quad (5.41)$$

Então, da Equação (5.39) obtém-se:

$$p_{2ey} = p_{2ex} \cdot \operatorname{tg} \theta_2 \quad (5.42)$$

A norma do vetor posição do ponto estimado Q_{2e} fica definida como:

$$r_{2e}^2 = p_{2ex}^2 + p_{2ey}^2 \quad (5.43)$$

Analisando a figura 5.4 pode-se encontrar que:

$$q_{11} + q_{21} = q_{12e} + q_{22e} \quad (5.44)$$

$$\gamma_{2e} = q_{11} + q_{21} - \theta_2 - \pi \quad (5.45)$$

$$l_1 \cdot s\varphi_{2e} = r_{2e} \cdot s\gamma_{2e} \quad (5.46)$$

$$\varphi_{2e} = \arcsin \left(\frac{r_{2e} \cdot s\gamma_{2e}}{l_1} \right) \quad (5.47)$$

$$q_{22e} = \pi - \varphi_{2e} \quad (5.48)$$

$$q_{12e} = q_{11} + q_{21} - q_{22e} = q_{11} + \Delta q_1 \quad (5.49)$$

$$\Delta q_1 = q_{12e} - q_{11} = q_{21} - q_{22e} \quad (5.50)$$

$$q_{32e}^2 = l_1^2 + r_{2e}^2 - 2 \cdot l_1 \cdot r_{2e} \cdot c(\theta_2 - q_{12e}) \quad (5.51)$$

As Equações (5.48), (5.49) e (5.51) determinam os valores que devem assumir as articulações da estrutura RRP para posicionar no ponto estimado.

Observando a Eq.(5.50), Δq_1 é uma medida da forma de como muda q_1 . Pode-se pensar que ela serve como um elemento de controle fixando algum incremento para percorrer o contorno do objeto no plano XY . Porém, a idéia não é boa, já que o comportamento de Δq_1 depende muitas vezes da forma do contorno.

A finalidade é estimar a localização do ponto Q_2 para que a estrutura possa realizar a menor seqüência de movimentos possíveis para posicionar o sistema leitor no ponto. Para obter expressões mais apropriadas para movimentar a estrutura pode-se analisar com mais detalhe a região do ponto estimado Q_{2e} . Assim, as Figs. 5.5 e 5.6 apresentam esta região de forma ampliada com os parâmetros que são utilizados a seguir.

Utilizando a Figura 5.5 pode-se definir as seguintes expressões:

$$d_1 = \overline{Q_1 Q_{2e}}; \quad d_2 = \overline{Q_{2e} Q_2}; \quad d_3 = \overline{Q_1 Q_2} \quad (5.52)$$

$$tg\theta_2 = \frac{p_{2ey} - p_{2y}}{p_{2ex} - p_{2x}}; \quad (p_{2ex} - p_{2x}) \cdot tg\theta_2 = p_{2ey} - p_{2y} \quad (5.53)$$

$$r_2 = r_{2e} - d_2 = r_{2e} - \left[(p_{2ex} - p_{2x})^2 + (p_{2ey} - p_{2y})^2 \right]^{1/2} \quad (5.54)$$

Substituindo a Eq.(5.53) na Eq.(5.54), obtém-se:

$$r_2 = r_{2e} - \left[(p_{2ex} - p_{2x})^2 \cdot (1 + tg^2\theta_2) \right]^{1/2} \quad (5.55)$$

Analisando a Figura 5.6 pode-se verificar que quanto menor seja a mudança de θ , a reta tangente (RT) e a reta secante (RS) tendem à superposição, e β_3 tende a um valor muito pequeno. Empregando algumas aproximações pode-se obter:

$$\operatorname{tg} \beta_3 \cong \frac{d_2}{d_1} \rightarrow d_2 \cong d_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_3 \quad (5.57)$$

Das Equações (5.56) e (5.57), tem-se:

$$d_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_3 = (p_{2ex} - p_{2x}) \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \theta_2)^{1/2} \quad (5.58)$$

Da reta secante se encontra que:

$$p_{2y} - p_{1y} = (p_{2x} - p_{1x}) \cdot \operatorname{tg} (\alpha_1 + \beta_3) \quad (5.59)$$

Somando as Equações (5.53) e (5.59) obtém-se:

$$p_{2ey} - p_{1y} = (p_{2x} - p_{1x}) \cdot \operatorname{tg} (\alpha_1 + \beta_3) + (p_{2ex} - p_{2x}) \cdot \operatorname{tg} \theta_2 \quad (5.60)$$

Extraindo p_{2x} das Eqs. (5.58) e (5.60), tem-se:

$$p_{2x} = \frac{p_{2ex} \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \theta_2)^{1/2} - d_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_3}{(1 + \operatorname{tg}^2 \theta_2)^{1/2}} \quad (5.61)$$

$$p_{2x} = \frac{p_{2ey} - p_{1y} + p_{1x} \cdot \operatorname{tg} (\alpha_1 + \beta_3) - p_{2ex} \cdot \operatorname{tg} \theta_2}{\operatorname{tg} (\alpha_1 + \beta_3) - \operatorname{tg} \theta_2} \quad (5.62)$$

Como β_3 tende a zero quando o incremento de θ é bem pequeno, tem-se:

$$tg(\alpha_1 + \beta_3) \cong tg\alpha_1; \quad tg\beta_3 \cong \beta_3; \quad (1 + tg^2\theta_2)^{1/2} = \frac{1}{c\theta_2} \quad (5.63)$$

Igualando as Equações (5.61) e (5.62), substituindo as expressões da Eq. (5.63), e realizando algumas operações aritméticas obtém-se:

$$\frac{p_{2ex} \cdot (1 + tg^2\theta_2)^{1/2} - d_1 \cdot tg\beta_3}{(1 + tg^2\theta_2)^{1/2}} = \frac{p_{2ey} - p_{1y} + p_{1x} \cdot tg(\alpha_1 + \beta_3) - p_{2ex} \cdot tg\theta_2}{tg(\alpha_1 + \beta_3) - tg\theta_2} \quad (5.64)$$

$$p_{2ex} - d_1 \cdot \beta_3 \cdot c\theta_2 = \frac{p_{2ey} - p_{1y} + p_{1x} \cdot tg\alpha_1 - p_{2ex} \cdot tg\theta_2}{tg\alpha_1 - tg\theta_2} \quad (5.65)$$

$$(p_{2ex} - p_{1x}) \cdot tg\alpha_1 + d_1 \cdot \beta_3 \cdot (s\theta_2 - c\theta_2) = p_{2ey} - p_{1y} \quad (5.66)$$

Extraindo β_3 da Eq. (5.66) e substituindo d_I por seu valor têm-se:

$$\beta_3 = \frac{(p_{2ey} - p_{1y}) - (p_{2ex} - p_{1x}) \cdot tg\alpha_1}{\left[(p_{2ex} - p_{1x})^2 + (p_{2ey} - p_{1y})^2 \right]^{1/2} \cdot (s\theta_2 - c\theta_2)} \quad (5.67)$$

Considerando a Figura 5.6, do triângulo formado pelos pontos Q_2 , Q_{2e} e Q'_{2e} pode-se escrever:

$$\phi_1 = \alpha_1 - \pi/2 \quad (5.68)$$

$$\phi_2 = \pi/2 - \theta_2 \quad (5.69)$$

$$\phi_3 = \pi + \theta_2 - \alpha_1 \quad (5.70)$$

Do triângulo formado pelos pontos Q_2 , Q_{2e} e Q_I , tem-se:

$$\beta_2 = \alpha_1 - \theta_2 \quad (5.71)$$

$$\beta_1 = \pi - \beta_2 - \beta_3 \quad (5.72)$$

Aplicando a lei dos senos;

$$\frac{d_2}{s\beta_3} = \frac{d_1}{s\beta_1} \quad (5.73)$$

E extraíndo l_2 da Eq.(5.73), a distância de Q_{2e} até Q_2 está determinada por:

$$d_2 = \frac{d_1 \cdot s\beta_3}{s\beta_1} = \frac{\left[(p_{2ex} - p_{1x})^2 + (p_{2ey} - p_{1y})^2 \right]^{1/2} \cdot s\beta_3}{s\beta_1} \quad (5.74)$$

Utilizando as Equações (5.43) e (5.74), a posição do ponto Q_2 fica estabelecida como:

$$r_2 = r_{2e} - d_2 = \frac{\left[p_{2ex}^2 + p_{2ey}^2 \right]^{1/2} \cdot s\beta_1 - \left[(p_{2ex} - p_{1x})^2 + (p_{2ey} - p_{1y})^2 \right]^{1/2} \cdot s\beta_3}{s\beta_1} \quad (5.75)$$

Estimada a localização do ponto Q_2 , é realizada a estimativa dos valores que devem assumir as articulações para posicionar o sensor laser no ponto estimado. Os valores estimados para as articulações são denominados q'_{12} , q'_{22} e q'_{32} , como esquematizado na Fig. 5.7.

Para poder acompanhar o contorno do objeto, a estrutura RRP não deve seguir a trajetória da reta tangente, ao contrário, deve ser solidária à reta secante que passa por Q_1 e Q_2 . Assim, é possível afirmar que a orientação do vetor normal associado ao ponto Q_2 , está relacionada com a reta secante. A Fig. 5.7 ilustra a orientação inicial η_1 do vetor normal N_1 em Q_1 , e a possível orientação η'_2 do vetor normal no ponto Q_2 , apresentado por linhas tracejadas.

Da figura 5.7 pode-se obter as seguintes equações:

$$\eta'_2 = \varphi'_2 + q'_{12} \quad (5.79)$$

Das Equações (5.77) e (5.79) encontra-se:

$$\gamma'_2 + \theta_2 = \varphi'_2 + q'_{12}; \quad q'_{12} = \gamma'_2 + \theta_2 - \varphi'_2 \quad (5.80)$$

Da Figura 5.7 observa-se que:

$$\varphi'_2 = q'_{22} - \pi; \quad q'_{22} = \varphi'_2 + \pi \quad (5.81)$$

$$q'^2_{32} = l_1^2 + r_2^2 - 2 \cdot l_1 \cdot r_2 \cdot c(q'_{12} - \theta_2) \quad (5.82)$$

Os valores estimados nas Eqs (5.76), (5.80), (5.81) e (5.82), devem ser avaliados ou ajustados pelo sistema leitor. Para conferir as estimativas feitas, a estrutura RRP deverá adotar a configuração estabelecida pelos valores estimados e se movimentará de acordo com esses, até o ponto Q_2 como é apresentado na Fig. 5.8. Mantendo o ponto fixo Q_2 , se faz pequenos giros, δ , do anel em sentido horário e anti-horário em torno ao ponto estimado A_2' . Desse modo, o sistema leitor faz leituras de acordo a sua programação estabelecida, faz correções das medições, e procura as melhores leituras destas variáveis no ponto Q_2 . Dessa maneira os valores de q_{12} , q_{22} e q_{32} são determinados.

Com o procedimento desenvolvido é possível empregar duas formas para ler um objeto tridimensional. Uma forma é criar fatias paralelas ao plano da base, já que com cada leitura no ponto Q_i se fez duas estimativas: uma no plano base ZX , e outra determinada pela configuração da estrutura RRP, quando mede a orientação do vetor normal no plano XY , e fixando um incremento angular θ se pode estabelecer a separação de cada fatia, e a localização dos pontos que a constituem.

O método alternativo é ler e armazenar os pontos que constituem o plano da base, que servirá depois de suporte para criar fatias no plano XY .

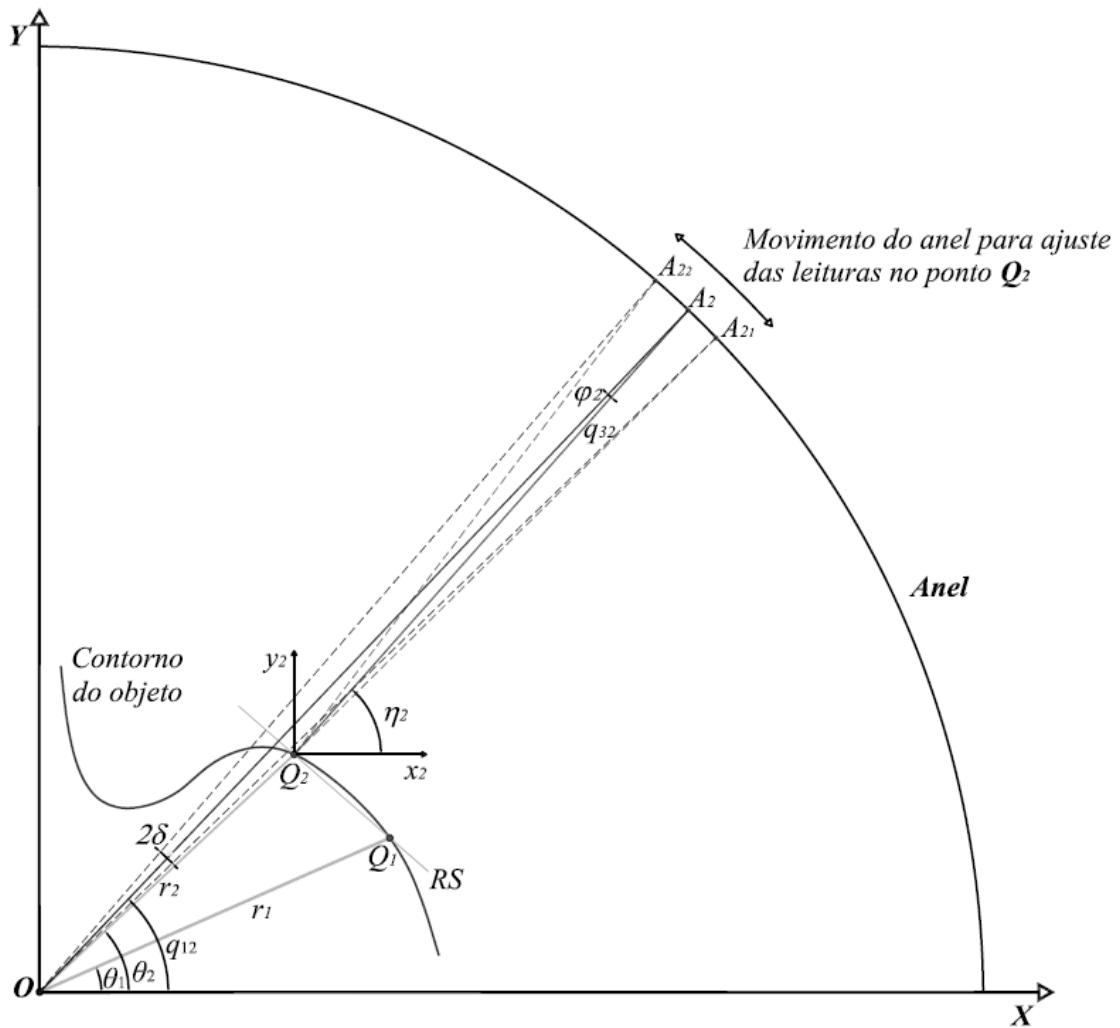


Figura 5.8 - Configuração adotada pela estrutura RRP para avaliar os valores estimados

5.1.3 Validação da Metodologia de Leitura Empregada

5.1.3.1 Construção do Plano da Base do Objeto

Para a construção do plano da base (secção 5.1.1) foi utilizada uma função contínua conhecida representando o contorno do objeto para poder avaliar os resultados encontrados na simulação. Os valores obtidos diretamente da função são considerados como valores do contorno.

Estabelecendo que parte do objeto precisa ser lida no plano ZX , é definida a coordenada y_0 , que define os limites de leituras do objeto no plano XY .

Fixada a coordenada y_0 , os três primeiros pontos que definem o plano ZX são escolhidos, correspondente ao plano da base do objeto. Os três primeiros pontos podem ser determinados de forma manual, ou por varredura de leitura do sensor laser e análise da

curvatura do objeto.

Ao implementar a metodologia foi estabelecida a distância entre os pontos como critério de controle para terminar o processo de leitura e obter, desse modo, um perfil fechado. O ideal é que a distância entre os pontos seja fixa para obter uma boa distribuição no contorno. Na simulação, a separação entre os pontos foi de 1,2 mm para poder observar graficamente o comportamento dos dados obtidos. Deve-se salientar que a distância entre os pontos é estabelecida pela distância encontrada nas primeiras três leituras.

Os resultados numéricos da simulação são apresentados na Fig. 5.9, e, na Tab. 5.1, são apresentados os resultados dos primeiros pontos.

Na Tabela 5.1 as colunas “ Q_x ” e “ Q_z ” são as coordenadas do ponto Q dadas em mm. Esses dados são obtidos da função que define o contorno, e são considerados como dados das melhores leituras do sensor (valor lido). As colunas “ Q_{xe} ”, “ Q_{ze} ” representam as coordenadas estimadas em mm do próximo ponto Q_e , dado pelo polinômio de interpolação.

A coluna “Erro” da Tab. 5.1 representa o erro absoluto em mm, que é a diferença entre o valor médio lido e o valor estimado. Nos três primeiros dados os erros são zeros porque tem-se somente leitura.

A coluna “ N_{xe} ” na Tab. 5.1, representa a componente em x da projeção do vetor normal estimada no ponto Q_e no plano ZX , onde o valor é dado em graus.

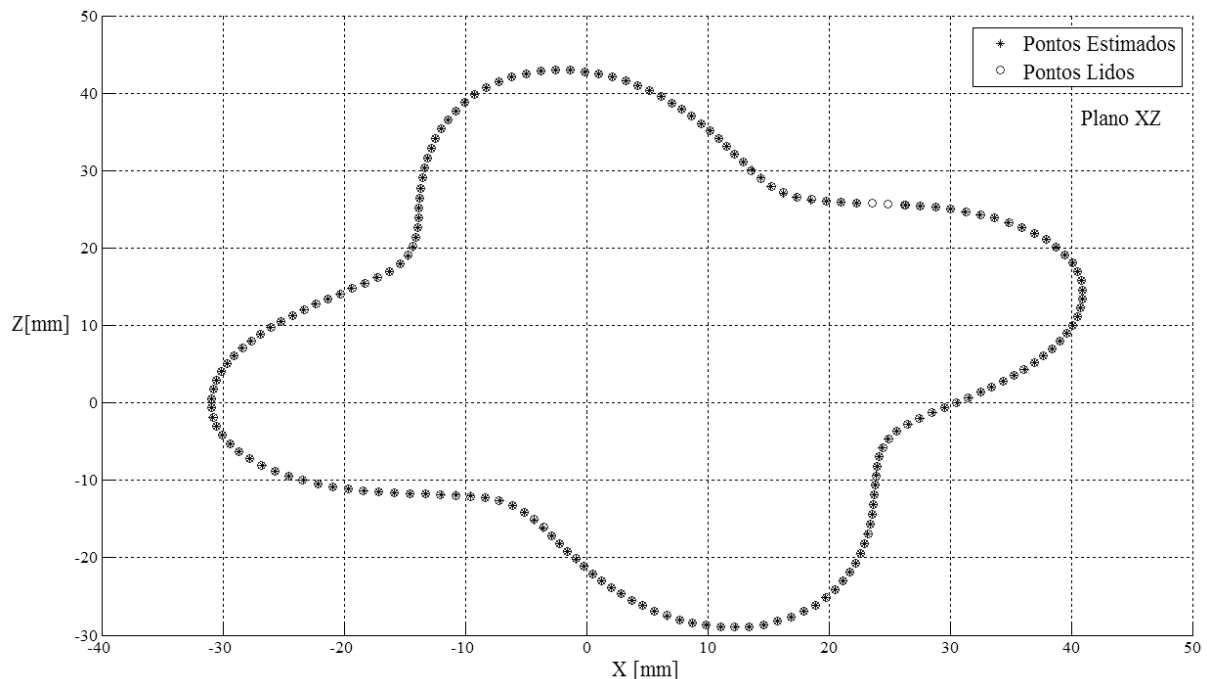


Figura 5.9 – Comportamento numérico da seção transversal de prova no plano XZ

Tabela 5.1 – Dados obtidos para os primeiros pontos na simulação do contorno no plano ZX

N	Q_x	Q_z	Q_{xe}	Q_{ze}	erro	N_{xze}	q_{4e}	q_{5e}	d_{q5}
1	26,23	25,60	0,00	0,00	0,000	84,93	-84,93	23,86	23,86
2	24,90	25,71	0,00	0,00	0,000	86,24	-1,31	23,16	-0,70
3	23,62	25,78	0,00	0,00	0,000	87,56	-1,32	22,50	-0,66
4	22,32	25,85	22,31	25,84	0,012	87,66	-0,10	21,24	-1,25
5	21,05	25,92	21,02	25,89	0,036	86,76	0,90	19,55	-1,69
6	19,79	26,04	19,77	26,01	0,038	84,01	2,74	16,96	-2,58
7	18,56	26,25	18,53	26,20	0,055	78,21	5,81	12,80	-4,16
8	17,37	26,61	17,33	26,55	0,071	68,15	10,05	6,22	-6,58
9	16,25	27,19	16,22	27,12	0,073	55,59	12,57	-1,96	-8,18
10	15,24	28,00	15,23	27,98	0,030	44,78	10,81	-9,14	-7,18
11	14,37	28,97	14,39	29,02	0,052	37,93	6,85	-14,02	-4,88
12	13,61	30,00	13,64	30,09	0,095	34,34	3,59	-17,10	-3,08

Na Tabela 5.1, “ q_{4e} ” é o giro em graus estimado que deverá fazer a mesa para posicionar a componente da normal N_{xze} no plano de leitura XY. O sinal negativo indica que o giro é anti-horário.

A coluna “ q_{5e} ” na Tabela 5.1 é o deslocamento da mesa em Z, em mm, para posicionar a componente N_{xze} no plano de leitura XY. A coluna “ d_{q5} ” representa o deslocamento efetivo (ou real) em mm que fará a mesa após cada movimentação. O sinal indica se a movimentação é positiva ou negativa de acordo à definição do sistema de referência estabelecido.

5.1.3.2 Leitura da Orientação do Vetor Normal

Quando é obtida a melhor leitura da componente N_{xz11} no plano ZX, as coordenadas do ponto Q_{11} associada à componente do vetor são consideradas válidas. Nesta configuração de leitura o sensor laser só pode ter movimento paralelo ao eixo X, de acordo à programação feita, mantendo fixa a coordenada y_o que foi estabelecida como coordenada do plano da base do objeto.

Definida a coordenada do ponto Q_{11} pode-se medir a componente do vetor N_{xy11} , movimentando a estrutura RRP até que o sensor laser detecte a melhor leitura. Com a melhor leitura do sensor laser, e com os dados fornecidos pelos sensores dos atuadores, determina-se q_{11} , q_{21} e q_{31} . Depois de ser feita a leitura de N_{xy11} , que na realidade é medir a orientação do vetor N_{11} , pode se fazer a estimativa do próximo ponto Q_{21} no plano XY. O ponto Q_{21} corresponde ao primeiro ponto da próxima fatia com altura Δy , definida de acordo as necessidades.

Realizada a medição de N_{11} o sensor laser volta à posição de leitura no plano ZX e repete-se o mesmo procedimento para o ponto Q_{12} , determinando N_{12} e logo estimando Q_{22} . Esta metodologia é empregada até percorrer todos os pontos que formam o contorno do plano da base. Este método gera os pontos estimados da segunda fatia que servirão como suporte do polinômio para fazer os ajustes nas leituras dos pontos Q_{21} , Q_{22} até Q_{2i} (o valor de i depende das distâncias entre os pontos) para estimar os pontos na terceira fatia. Isto é realizado até ler todo o objeto, gerando fatias paralelas ao plano ZX .

Devido à necessidade de fazer ajustes para cada fatia, o procedimento mais recomendável é ler só os pontos do plano da base do objeto Q_{11} , Q_{12} até Q_{1i} , que servirão de referência para construir as fatias no plano XY .

Para mostrar a validade desta metodologia foi utilizada uma função contínua conhecida, que representa o contorno do objeto no plano XY ; os valores obtidos diretamente da função são considerados como válidos ou lidos, e representam a melhor leitura feita pelo sensor laser. Para implementar o algoritmo foi considerado um objeto de dimensão reduzida da ordem de $(6,5 \times 7,0)$ mm², e utilizado um incremento angular de 0,25 graus. A Tab. 5.2 apresenta alguns resultados numéricos obtidos na simulação com amostragem aleatória, e a Fig. 5.10 apresenta o resultado gráfico obtido no processo de leitura. Em função da resolução utilizada, os pontos do contorno e os estimados ficaram superpostos como pode ser verificado na Fig. 5.10.

Tabela 5.2 - Dados obtidos na simulação do contorno no plano XY , incremento angular 0,25 graus e seção transversal de $(6,5 \times 7,0)$ mm²

Dado	Q_x	Q_y	N_{xy}	Q_{xe}	Q_{ye}	Erro	q_{1e}	q_{2e}	q_{3e}	N_{xye}	Desv
741	-2,61	-2,42	192,58	-2,61	-2,43	0,0181	191,96	180,61	171,93	192,00	0,58
223	-0,18	3,15	53,54	-0,19	3,16	0,0180	52,85	180,68	172,58	53,12	0,42
1079	1,31	-1,72	-78,01	1,32	-1,72	0,0104	-73,43	180,22	172,97	-77,60	0,41
1190	2,93	-1,37	-63,41	2,95	-1,36	0,0181	-64,09	180,68	172,47	-63,86	0,45
1138	2,08	-1,62	-80,90	2,09	-1,62	0,0158	-81,51	180,61	173,07	-81,10	0,20
459	-2,56	1,35	195,41	-2,56	1,33	0,0172	194,77	180,64	172,87	195,09	0,32
130	0,76	2,09	38,43	0,75	2,10	0,0114	46,57	180,22	172,97	38,68	0,25
161	0,52	2,41	36,53	0,51	2,42	0,0144	35,98	180,55	173,14	36,44	0,09
196	0,17	2,83	43,71	0,16	2,84	0,0170	43,06	180,65	172,92	43,41	0,30
978	0,51	-2,42	-36,43	0,52	-2,40	0,0143	-36,96	180,53	173,14	-36,52	0,08

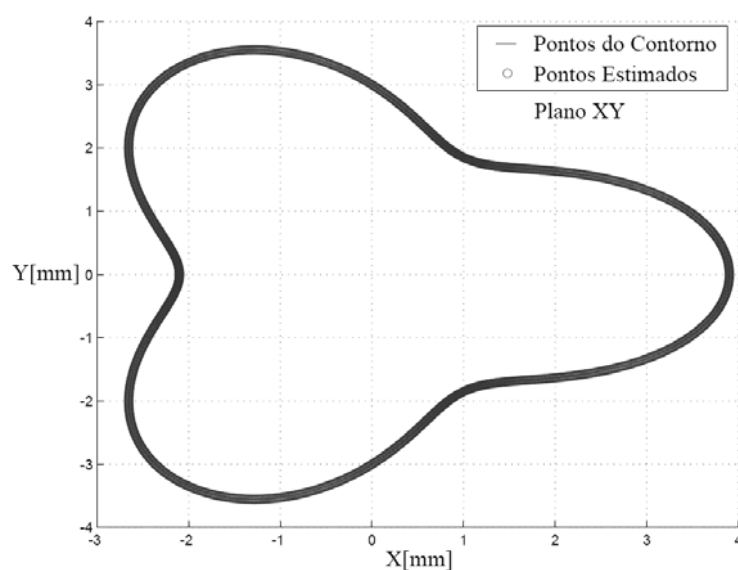


Figura 5.10 – Comportamento numérico da seção transversal (6,5x7,0) mm² no plano *XY*, com incremento angular 0,25 graus

Também foi realizada uma análise do mesmo contorno mudando as dimensões da seção transversal, onde as novas dimensões são agora (65x70) mm² e, para este caso, foi utilizado um incremento angular de 0,05 graus. A Fig. 5.11 apresenta o resultado gráfico obtido no processo de leitura e, a Tab. 5.3, alguns resultados numéricos, onde a amostragem é também aleatória, devido à grande quantidade de dados resultantes. Em função da resolução utilizada, os resultados ficaram superpostos como pode ser verificado na Fig. 5.11.

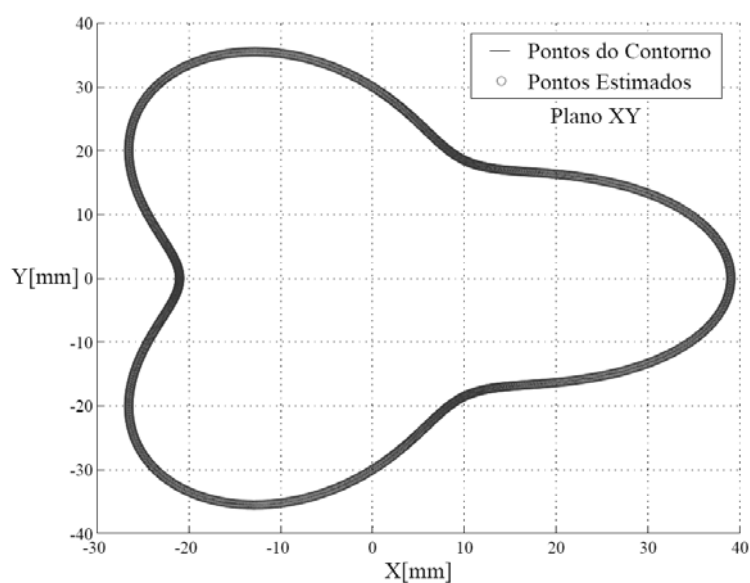


Figura 5.11 – Comportamento numérico da seção transversal (65x70) mm² no plano *XY*, com incremento angular 0,05 graus

Tabela 5.3 - Dados obtidos na simulação do contorno no plano XY , com incremento angular 0,05 e seção transversal de (6,5x7,0) mm²

Dado	Q_x	Q_y	N_{xy}	Q_{xe}	Q_{ye}	Erro	q_{1e}	q_{2e}	q_{3e}	N_{xye}	Desv
5652	20,86	-16,20	-80,94	20,89	-16,19	0,0316	-62,66	180,47	154,02	-80,98	0,04
3395	-25,88	-14,53	167,11	-25,89	-14,57	0,0350	177,34	180,47	154,02	167,04	0,07
258	13,21	17,20	77,95	13,19	17,21	0,0210	74,90	183,05	155,18	78,03	0,08
1267	-7,97	34,73	72,46	-8,00	34,74	0,0361	57,34	180,47	154,02	72,34	0,12
3410	-25,99	-15,05	168,19	-26,00	-15,08	0,0352	177,34	180,47	154,02	168,11	0,07
1100	-2,56	32,03	55,43	-2,59	32,05	0,0362	57,34	180,47	154,02	55,34	0,09
2457	-23,40	7,42	203,63	-23,39	7,39	0,0285	198,34	185,29	155,78	203,61	0,01
5318	12,40	-17,40	-74,28	12,42	-17,40	0,0198	-62,66	180,47	154,02	-74,17	0,11
6607	37,25	6,51	29,57	37,23	6,54	0,0350	25,42	184,16	138,91	29,43	0,14
5513	16,83	-16,70	-83,94	16,86	-16,70	0,0267	-62,66	180,47	154,02	-83,94	0,00

Nas Tabelas 5.2 e 5.3 as colunas “ Q_x ” e “ Q_y ” representam o valor do ponto Q no contorno, em mm; as colunas “ Q_{xe} ” e “ Q_{ye} ” são os valores estimados para a coordenada do ponto Q em mm, pela metodologia utilizada; a coluna “erro” corresponde ao erro em mm da medição do ponto Q ; As colunas “ q_{1e} ” e “ q_{2e} ” são os valores estimados para as articulações q_1 e q_2 , respectivamente, em graus; as colunas “ q_{3e} ” correspondem ao deslocamento estimado pelo sensor laser em mm; as colunas “ N_{xye} ” correspondem ao valor estimado do vetor normal no ponto Q , a medida é dada em graus; as colunas “Desv” correspondem ao desvio na medição do vetor normal dado em graus.

Como se pode verificar nas Tabs. 5.2 e 5.3 os incrementos empregados para movimentar a estrutura afetam de forma aceitável a medição da posição do vetor normal mas afeta de forma significativa a medição na normal, como indica a última coluna.

Para testar os métodos de leituras para os planos ZX e XY , foi utilizada uma função tridimensional conhecida (ovóide) simétrica para representar o objeto. As dimensões dos eixos principais são: $a=70$ mm, $b=30$ mm e $c=150$ mm. Os resultados obtidos são apresentados nas Figs. 5.12, 5.13 e 5.14.

Na Figura 5.12 os pontos externos representam o contorno do objeto relativo ao plano da base, com uma altura definida para a leitura de $y_0 = 51.96$ mm. Foram empregados 49 pontos com uma distância de separação de aproximadamente 4,52 mm, com erros na leitura em alguns casos da ordem de 0,3 mm, mostrando com isto que o polinômio de interpolação não é apropriado para essas distâncias. A distância foi definida apenas para ilustração da metodologia.

A figura 5.13 apresenta as fatias encontradas no plano XY a partir do plano da base. Neste caso, pela simetria do objeto, a altura Δy entre os pontos corresponde também à separação das fatias no plano ZX , paralela ao plano da base. A variação angular empregada para as leituras foi de $0,30^\circ$ com erros em alguns casos da ordem de $0,08\text{ mm}$.

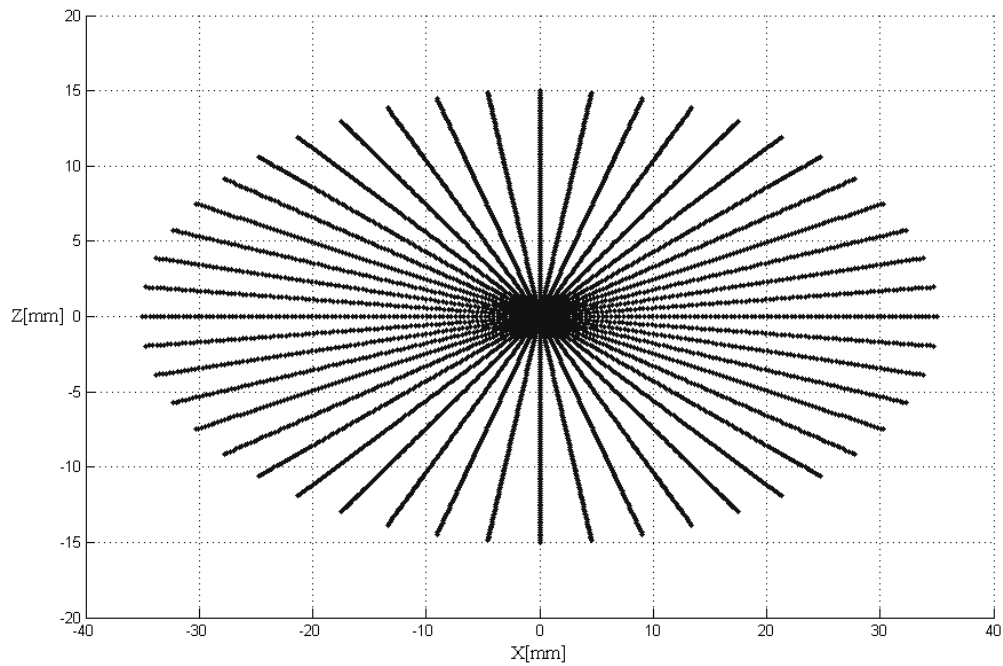


Figura 5.12 – Leituras no plano XZ

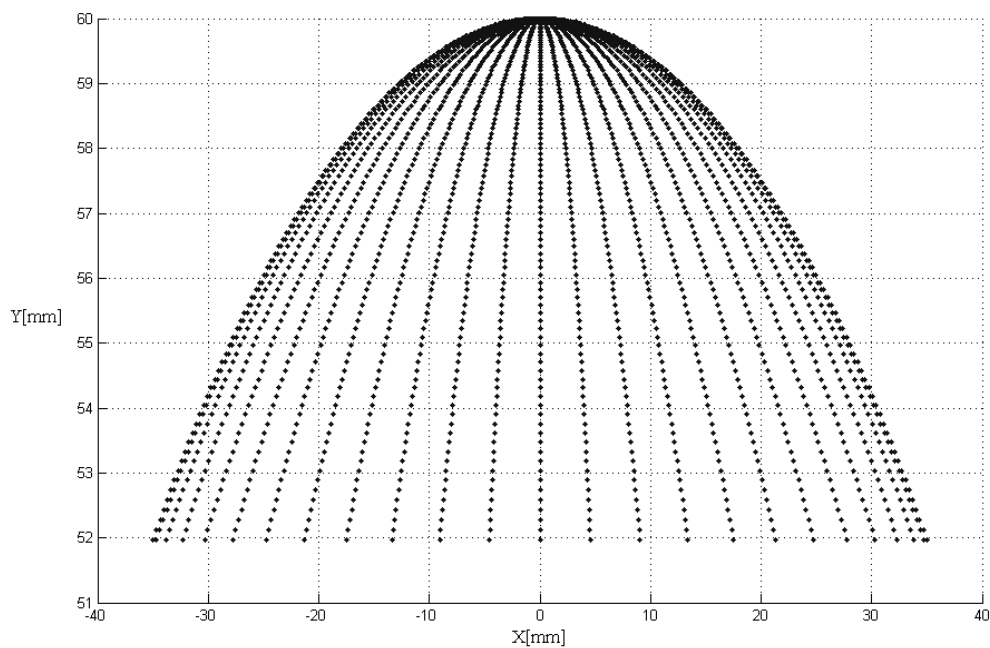


Figura 5.13 – Leituras no plano XY

A figura 5.14 é apresentada a nuvens de pontos obtidos no processo de leitura

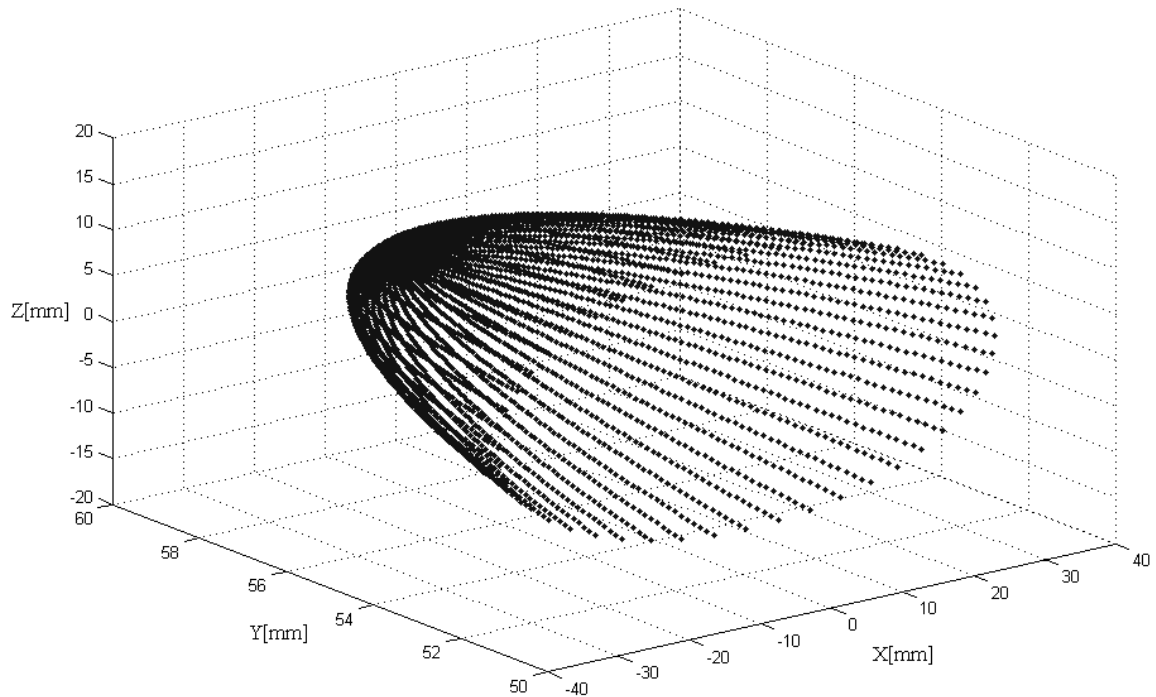


Figura 5.14 – Nuvens de pontos do objeto

5.2 Metodologia da Reta Tangente

5.2.1 Primeira Metodologia

Nesta metodologia, para a inicialização do processo de leitura do vetor normal, é necessário conhecer o primeiro ponto Q_1 , associado ao vetor $\vec{N}$ (RANGEL; FERREIRA; CARVALHO, 2007). Os valores das coordenadas q_1 , q_2 e q_3 são fornecidos pelos sensores da estrutura RRP. Assim, considerando a Fig. 5.15 podem-se obter os parâmetros associados ao ponto Q_1 .

$$\text{Se } q_2 = \pi + \varphi_1 \Rightarrow \theta_1 = \eta_1 - \lambda_1 \quad (5.88)$$

$$\text{Se } q_2 = \pi - \varphi_1 \Rightarrow \theta_1 = \eta_1 + \lambda_1 \quad (5.89)$$

Então,

$$\alpha = -\pi / 2 + \gamma_1 + \eta_1 - \lambda_1 = -\pi / 2 + \gamma_1 + \theta_1 \quad (5.90)$$

O valor de α na Eq. (5.90) depende da inclinação da reta tangente. Na Tab. 5.4 estão os valores de α juntos com os outros parâmetros para a região I, que corresponde ao primeiro quadrante.

Tabela 5.4 - Comportamento de α para o a região I.

Caso	η Valor (λ)	θ	α Sinal (α)	Giro Valor (φ)
1	$\eta_1 \neq \lambda_1$ $\lambda_1 \neq 0$	$\eta_1 - \lambda_1$	$-\pi / 2 + \gamma_1 + \eta_1 - \lambda_1$ (+) $\alpha < 90$	+ $\varphi_1 \neq 0$
2	$\eta_1 \neq \lambda_1$ $\lambda_1 \approx 0$	$\eta_1 \approx \theta$	$\pi / 2 + \gamma_1 - \eta_1 - \lambda_1$ (-) $\alpha < 90$	+ $\varphi_1 \approx 0$
3	$\eta_1 \neq \lambda_1$ $\lambda_1 \neq 0$	$\eta_1 + \lambda_1$	$\pi / 2 + \gamma_1 - \eta_1 - \lambda_1$ (-) $\alpha \geq 90$	- $\varphi_1 \neq 0$
4	$\eta_1 \neq \lambda_1$ $\lambda_1 \neq 0$	$\eta_1 - \lambda_1$	$\pi / 2 - \gamma_1 - \eta_1 + \lambda_1$ (-) $\alpha < 90$	+ $\varphi_1 \neq 0$

Da mesma forma foi feita a análise para os outros quadrantes, que é necessário para saber o sinal da inclinação da reta tangente.

Para reposicionar o sistema de leitura no próximo ponto Q_2 , é necessário prever a posição e a orientação de sua normal. Isto é necessário para que a estrutura não tenha que “adivinhar” o próximo ponto a ser lido, evitando que a superfície lida apresente vazios. Para isto, impõe-se uma variação de θ fixa a partir da posição lida de Q_1 , ou uma variação de q_1 se a inclinação da reta tangente é coincidente com os eixos x e y . Deve-se salientar que a estrutura permite efetuar esta variação na ordem de centésimos de graus. A variação de q_1 define a variação de θ e vice-versa, permitindo prever a posição de Q_2 , podendo calcular os valores de η_2 , φ_2 e d_2 , apresentado na Fig. 5.16.

$$\varphi_2 = \text{sen}^{-1} \left(\frac{r_2}{l_1} \cdot \text{sen} \gamma_2 \right) \quad (5.96)$$

$$\mu_2 = \pi - \gamma_2 \quad (5.97)$$

$$\lambda_2 = \pi - \varphi_2 - \mu_2 \quad (5.98)$$

$$\eta_2 = \theta_2 + \lambda_2 \quad (5.99)$$

$$d_2^2 = l_1^2 + r_2^2 - 2 \cdot l_1 \cdot r_2 \cdot \cos \lambda_2 \quad (5.100)$$

Com os valores de η_2 , φ_2 e d_2 , a estrutura pode reposicionar e reorientar o sensor laser. A partir desta situação a estrutura se reposiciona para a leitura do ponto Q_2 mais ideal. Este processo é repetido até a obtenção de todos os pontos necessários da seção transversal.

Para verificar a validade da metodologia foi construído um perfil utilizando um software CAD para obter alguns dados do contorno. A variação angular $\Delta\theta$ imposta foi 5°. Os resultados obtidos da simulação numérica são apresentados na Fig. 5.17, e alguns dados medidos e estimados na Tab. 5.5.

Na Tabela 5.5 as colunas “ p_x ” e “ p_y ” correspondem aos valores obtidos diretamente da medição do ponto Q no contorno, para as coordenadas x e y respectivamente; as colunas “ p_{xe} ” e “ p_{ye} ” correspondem às coordenadas estimadas do próximo ponto; a coluna “erro” é uma medida do erro entre o valor lido e o valor estimado.

Como pode se observar na Fig. 5.17 e na Tab. 5.5, os resultados obtidos são satisfatórios para sensores laser de baixa resolução (da ordem de 0,1 mm). O método apresenta alguns problemas quando os contornos possuem curvaturas mais acentuadas, já que o procedimento de leitura segue a linha tangente associada ao ponto inicial de leitura para “predizer” o próximo ponto. Este método serviu de base para mostrar que com um ponto se pode fazer acompanhamento da superfície do objeto, no plano XY .

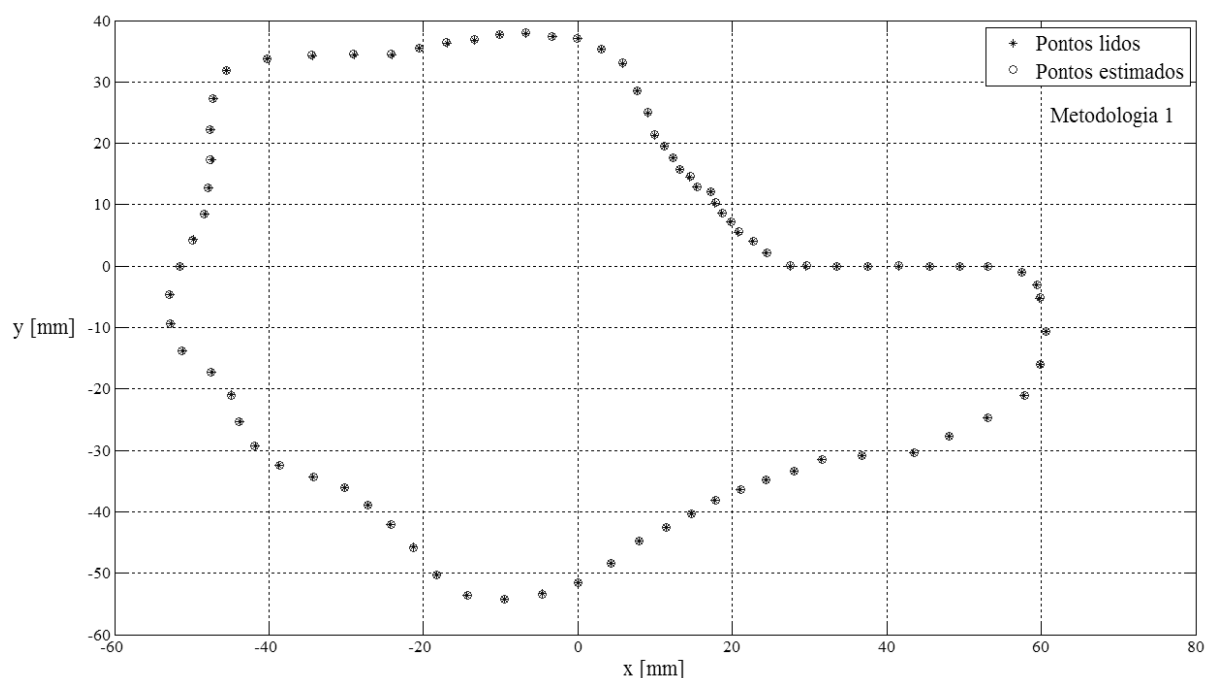


Figura 5.17 - Seção transversal obtida utilizando-se a metodologia da reta tangente

Tabela 5.5 – Alguns dados sequenciais obtidos na simulação numérica

N	theta [°]	p_x [mm]	p_y [mm]	p_{xe} [mm]	p_{ye} [mm]	erro [mm]
6	0	29,50	0,00	27,55	0,03	0,0721
7	0	27,50	0,00	24,45	2,14	0,0553
8	5	24,41	2,14	22,70	4,04	0,0411
9	10	22,65	3,99	20,90	5,63	0,0694
10	15	20,77	5,56	19,74	7,20	0,1504
11	20	19,73	7,18	18,61	8,69	0,0213
12	25	18,58	8,66	17,87	10,34	0,0392
13	30	17,75	10,25	17,28	12,13	0,1517
14	35	17,20	12,05	15,32	12,90	0,1141
15	40	15,32	12,86	14,49	14,53	0,0354
16	45	14,50	14,50	13,23	15,80	0,0277
17	50	13,18	15,70	12,33	17,64	0,1145

5.3 Método de Acompanhamento por Interpolação Cúbica

Esta metodologia nasceu da necessidade de aumentar a precisão da previsão dos pontos e diminuir os erros que ocorre nas mudanças dos contornos. Ela pode ser aproveitada como um complemento do procedimento de leitura apresentado na secção 5.1, ou na metodologia usada na secção 5.2 quando o custo computacional não é importante.

A metodologia pode ser empregada da seguinte forma: lidos os quatros primeiros

pontos utiliza-se um polinômio de interpolação cúbico para criar pontos intermediários que servem de suportes para fazer uma extrapolação e estimar o próximo ponto. Dependendo do incremento $\Delta\theta$ ou Δq_I empregado no método de leitura, tem-se dois dados: um determinado pelo polinômio de interpolação e outro dado pela metodologia de leitura; os dados são comparados e as coordenadas articulares para movimentar a estrutura são obtidas. Depois de serem feitos os ajustes da estrutura, se dá como válida a leitura do ponto. O procedimento é empregado até percorrer o contorno desejado.

A utilização de um polinômio cúbico paramétrico pode ser justificada pelos seguintes motivos:

- Mobilidade da estrutura RRP e método de leitura definido que permite determinar os primeiros quatro pontos.
- Segundo Monterson (1985), Biswas e Lovell (2008), a utilização de curvas cúbicas é eficiente para representar o comportamento de uma curva específica dentro de um intervalo definido.

Conhecidos o ponto inicial e final da curva pode-se definir uma curva paramétrica segundo Monterson (1985) como:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{x}(u) \ \mathbf{y}(u) \ \mathbf{z}(u)] \quad (5.101)$$

Da Equação (5.101) o parâmetro “ u ” é a variável independente e pode ser uma função do tempo, ou uma função de um servo motor, ou uma medida tomada pelo sistema de medição.

Da Equação (5.101) o segmento de curva paramétrica é dado por três polinômios da forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(u) &= \mathbf{a}_{3x} \cdot u^3 + \mathbf{a}_{2x} \cdot u^2 + \mathbf{a}_{1x} \cdot u + \mathbf{a}_{0x} \\ \mathbf{y}(u) &= \mathbf{a}_{3y} \cdot u^3 + \mathbf{a}_{2y} \cdot u^2 + \mathbf{a}_{1y} \cdot u + \mathbf{a}_{0y} \\ \mathbf{z}(u) &= \mathbf{a}_{3z} \cdot u^3 + \mathbf{a}_{2z} \cdot u^2 + \mathbf{a}_{1z} \cdot u + \mathbf{a}_{0z} \end{aligned} \quad (5.102)$$

A Equação (5.102) em forma vetorial pode ser escrita como:

$$\mathbf{P}(u) = \mathbf{a}_3 \cdot u^3 + \mathbf{a}_2 \cdot u^2 + \mathbf{a}_1 \cdot u + \mathbf{a}_0 \quad (5.103)$$

Na Equação (5.103), $P(u)$ é vetor posição de qualquer ponto da curva; a_0, a_1, a_2, a_3 , são os vetores equivalentes dos coeficientes escalares algébricos.

A curva se define em termos de algumas condições como: ponto final (coordenadas), limites (fronteiras), tangente, curvatura, torção e outras condições que dependem da ordem das derivadas.

Usando o ponto inicial e final $p(0)$ e $p(1)$ e suas correspondentes tangentes $dp(0)/d(u) = p'(0)$ e $dp(1)/d(u) = p'(1)$, da Eq. (5.103) encontra-se que:

$$\begin{aligned} p(0) &= a_0 \\ p(1) &= a_0 + a_1 + a_2 + a_3 \\ p'(0) &= a_1 \\ p'(1) &= a_1 + 2 \cdot a_2 + 3 \cdot a_3 \end{aligned} \quad (5.104)$$

Reorganizando as expressões da Eq. (5.104) obtém-se:

$$\begin{aligned} a_0 &= p(0) \\ a_1 &= p'(0) \\ a_2 &= -3 \cdot p(0) + 3 \cdot p(1) - 2 \cdot p'(0) - p'(1) \\ a_3 &= 2 \cdot p(0) - 2 \cdot p(1) + p'(0) + p'(1) \end{aligned} \quad (5.105)$$

Substituindo a Equação (5.105) na Eq. (5.103) e rearranjando encontra-se:

$$\begin{aligned} P(u) &= (2 \cdot u^3 - 3 \cdot u^2 + 1) \cdot p(0) + (-2 \cdot u^3 + 3 \cdot u^2) \cdot p(1) + \dots \\ &\quad (u^3 - 2 \cdot u^2 + u) \cdot p'(0) + (u^3 - u^2) \cdot p'(1) \end{aligned} \quad (5.106)$$

Reescrevendo a Equação (5.106) tem-se:

$$P = F_1 \cdot p_0 + F_2 \cdot p_1 + F_3 \cdot p_0' + F_4 \cdot p_1' \quad (5.107)$$

A Equação (5.107) é conhecida como forma geométrica do polinômio, onde p_0, p_1, p_0' e p_1' são chamados os coeficientes geométricos; os termos F_1, F_2, F_3 e F_4 são as

funções de mistura (Blending). Então, a Eq. (5.107) pode ser escrita como:

$$\mathbf{P} = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4][\mathbf{p}_0 \ \mathbf{p}_1 \ \mathbf{p}'_0 \ \mathbf{p}'_1]^T; \quad \mathbf{P} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{B} \quad (5.108)$$

De forma similar, a Equação (5.103) pode ser escrita como:

$$\mathbf{P} = [u^3 \ u^2 \ u \ 1][\mathbf{a}_3 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_0]^T; \quad \mathbf{P} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{A} \quad (5.109)$$

A Equação (5.109) é conhecida como forma geométrica do polinômio, onde $\mathbf{A}$ é a matriz dos coeficientes algébricos.

Segundo Monterson (1985), quando é necessário controlar a forma de uma curva, é melhor empregar os coeficientes geométricos.

Da Equação (5.106) tem se:

$$\mathbf{F} = [(2 \cdot u^3 - 3 \cdot u^2 + 1) \quad (-2 \cdot u^3 + 3 \cdot u^2) \quad (u^3 - 2 \cdot u^2 + u) \quad (u^3 - u^2)] \quad (5.110)$$

$$\mathbf{F} = [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{M} \quad (5.111)$$

A matriz 4x4 da Equação (5.111) é denominada matriz de transformação universal $\mathbf{M}$.

Substituindo a Equação (5.111) na Eq. (5.108) obtém-se:

$$\mathbf{P} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{P}(u) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{B} \quad u \in [0,1] \quad (5.112)$$

Da Equação (5.112) e a Eq. (5.109) observa se que:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}; \quad \mathbf{B} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{A} \quad (5.113)$$

Onde

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.114)$$

Das equações anteriores U , F e M são semelhantes para todas as curvas paramétricas cúbicas, e somente as matrizes A e B mudam de acordo com a curva e a posição dos pontos.

Dependendo do tipo de controle (quantidade de pontos que definem a curva), as condições geométricas e métrica que se deseja estabelecer na curva, os parâmetros F , M e B tem que ser ajustados. Nas modelagens geométricas por computador, sistemas CAD e nos sistemas de visão, pela facilidade computacional, se empregam curvas paramétricas cúbicas do tipo Bézier ou Spline (BISWAS; LOVELL, 2008) e (MONTERSON, 1985).

Na metodologia foi utilizado um polinômio de tipo Spline que tem quatro pontos de controle (neste caso os primeiros quatro pontos lidos), as funções de mistura reparametrizadas no intervalo definido são as seguintes (BISWAS; LOVELL, 2008):

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{6}(-u^3 + 3 \cdot u^2 + 3 \cdot u + 1) \\ F_2 &= \frac{1}{6}(3 \cdot u^3 - 6 \cdot u^2 + 3 \cdot u) \\ F_3 &= \frac{1}{6}(-3 \cdot u^3 + 3 \cdot u) \\ F_4 &= \frac{1}{6}(u^3 + 4 \cdot u^2 + u) \end{aligned} \quad (5.115)$$

Empregando a Equação (5.115) nas definições das Eqs. (5.111) e (5.112), e empregando as duas primeiras derivadas do polinômio podem-se determinar: vetores tangentes aos pontos, curvatura e torção da curva. Os dados empregados na simulação são os resultados encontrados na simulação numérica utilizados na secção 5.3.1. A Fig. 5.18 apresenta os resultados da simulação numérica, onde os triângulos representam os valores estimados pela metodologia da reta tangente e os pontos são os valores estimados pelo

polinômio de interpolação cúbica.

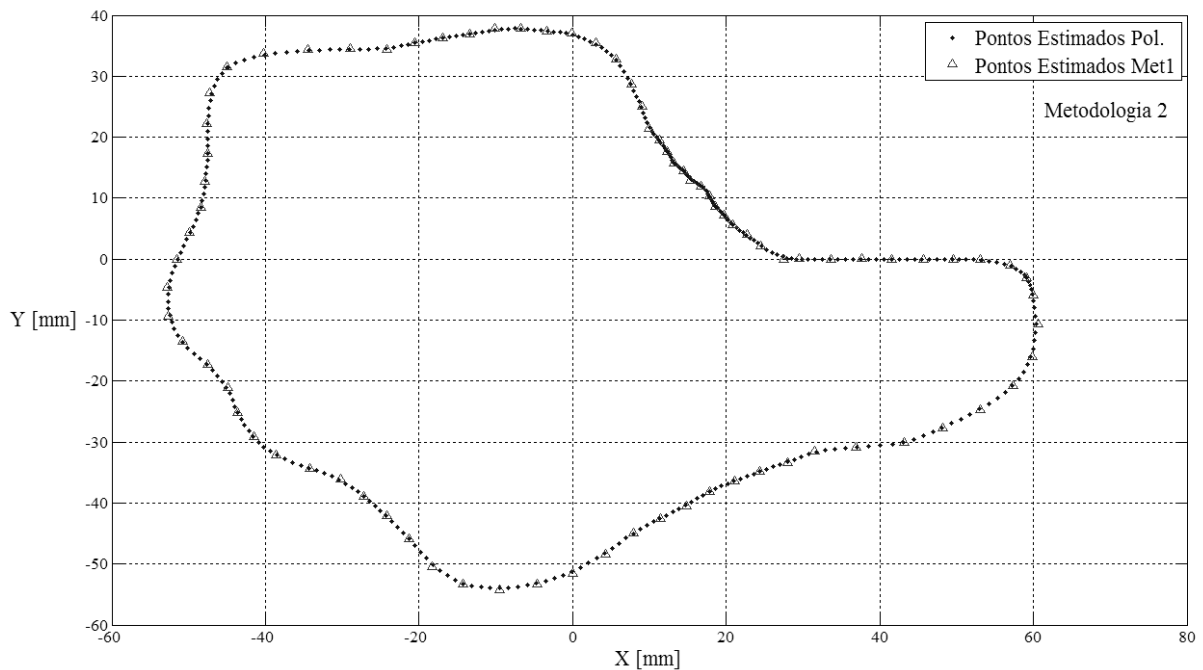


Figura 5.18 - Seção transversal obtida pelo polinômio de interpolação cúbica utilizando-se os pontos estimados na metodologia da reta tangente

5.4 Método dos Arcos de Circunferência

Nesta seção é apresentado um procedimento para ler o contorno de um objeto no plano de leitura do sensor, por meio do controle dos atuadores de q_1 , q_2 e q_3 (FERREIRA; RANGEL; CARVALHO, 2008).

Para um perfil suave as normais de pontos consecutivos (distância infinitesimal) apresentam pequenas mudanças nas inclinações mostrando com isto o comportamento do contorno. Em virtude disso, com a posição de um ponto inicial conhecida, é possível fazer a leitura do próximo ponto com pequenos movimentos de q_1 e q_2 .

A seção transversal de um objeto pode ser considerada como composta por uma sucessão de curvas e segmentos. Se ao longo do trecho curvo for considerado um pequeno deslocamento ds , pode-se, com boa aproximação, considerar que este trecho curvo é composto por uma seqüência de arcos de circunferências. A partir desta consideração, a leitura de um ponto da superfície será possível se o ponto em que se situa o eixo de rotação do laser A , o centro de curvatura C e o ponto lido Q estiverem colineares, conforme

esquemático na Fig. 5.19.

A sequência de movimento dos atuadores depende da forma da curva. Na leitura de uma curva côncava é importante identificar se o centro do arco de circunferência considerado está fora ou dentro do anel que suporta o sensor. Dependendo de sua posição, haverá uma sequência específica de movimentos para a leitura dos pontos da curva. Para curvas convexas ou retas, a sequência de movimentos de q_1 é sempre horária. Se a curva for côncava são possíveis dois modos de movimentação de q_1 , anti-horária para curvas com centro de curvatura no interior do anel e horária para centro de curvatura fora do anel.

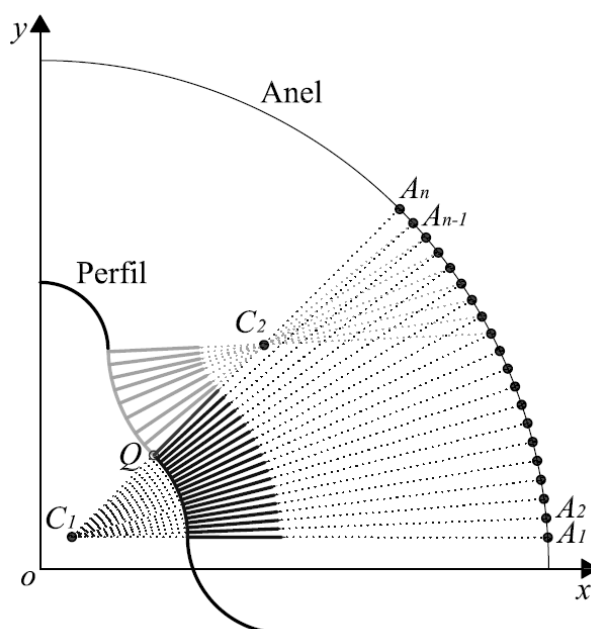


Figura 5.19 - Normal dos pontos de um perfil que interceptam o anel

5.4.1 Análise para Curvas Côncavas

Se uma curva é côncava e o seu centro de curvatura está no interior do anel, para obter um conjunto de pontos que variam de P_1 a P_n , q_1 deve ser decrementado a fim de que o ponto A mova sucessivamente de A_1 até A_n , Fig. 5.20.

No caso em que a curvatura é côncava e o centro de curvatura esteja fora do anel, q_1 deve ser incrementado, Fig. 5.21. No caso de existir trecho reto, pode-se considerá-lo como pertencente a uma circunferência de raio infinito.

Se o centro da curvatura C estiver próximo do anel, mas que não possa ser considerado sobre ele, o método numérico permite obter variações muito pequenas de q_1 que, em uma estrutura real, requer um sistema de controle de posicionamento com pequena resolução para

obter resultados satisfatórios.

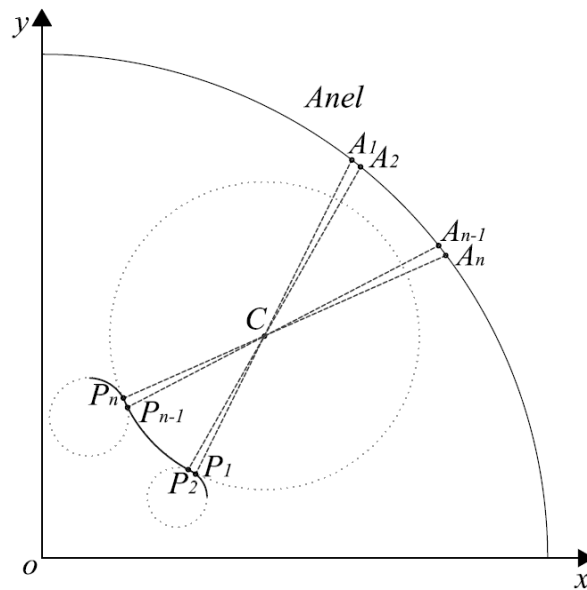


Figura 5.20 - Seqüência de movimentação de q_1 para a leitura de uma curva côncava com o centro de curvatura no interior do anel

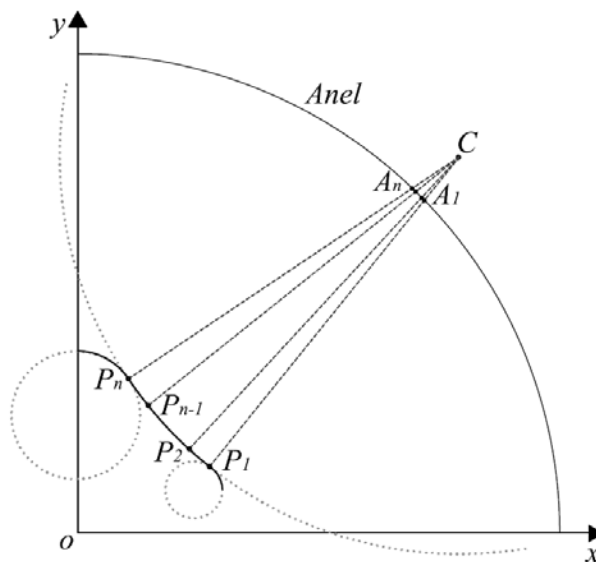


Figura 5.21 - Seqüência de movimentação de q_1 para a leitura de uma curva côncava com o centro de curvatura fora do anel

5.4.2 Análise para Curvas Convexas

Em curvas convexas não existem restrições de leitura, independentemente da posição do centro de curvatura, q_1 sempre terá que ser incrementado, como apresentado na Fig. 5.22.

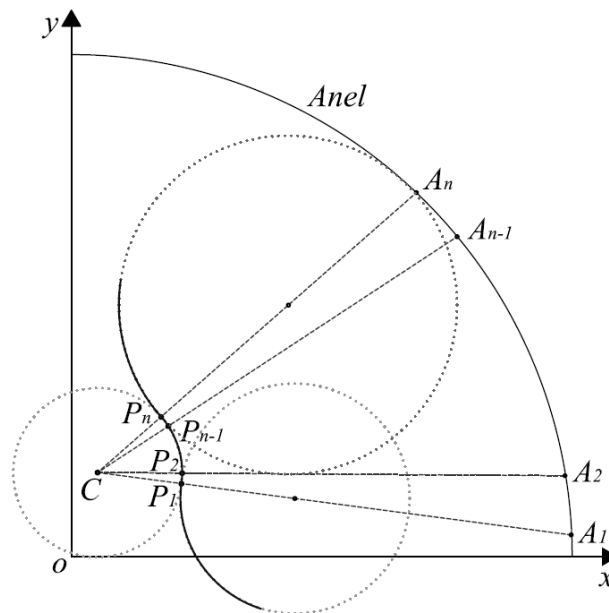


Figura 5.22 - Seqüência de movimentação de q_1 para a leitura de uma curva convexa

5.4.3 Lógica de Movimentação dos Acionadores

Para avaliar a metodologia foi construída uma função que define o contorno do perfil para garantir a continuidade em todo ponto. A função foi construída a partir dos dados do contorno da secção 5.2 que foram empregados como pontos de controle, e a técnica empregada foram por Splines.

Para leitura dos pontos de uma curva pelo método apresentado é necessário conhecer um ponto inicial. Conseqüentemente, para este ponto, são conhecidos q_1 , q_2 , q_3 e A_1 . A Fig. 5.23 exemplifica a seqüência de movimento de q_1 e q_2 .

A partir do ponto inicial Q_1 , q_1 é movimentado de δq_1 conhecido, permitindo determinar a posição A_2 sobre o anel. Em virtude da continuidade do perfil haverá um ponto que sua normal passa por A_2 (linha tracejada). Para a leitura deste ponto, q_2 é reposicionado de forma que o feixe laser do sistema de leitura incida sobre o ponto anterior conhecido Q_1 (linha pontilhada). Em seguida, q_2 é variado, dentro de um limite pré-determinado, até o sensor laser obter a melhor leitura da normal à superfície. Neste momento Q_2 é obtido. Quando Q_2 é determinado ele será denominado Q_1 , o processo se repete para obter o próximo ponto. Esse processo de determinação de Q_2 é repetido até que o sistema de leitura percorra o perfil a ser lido.

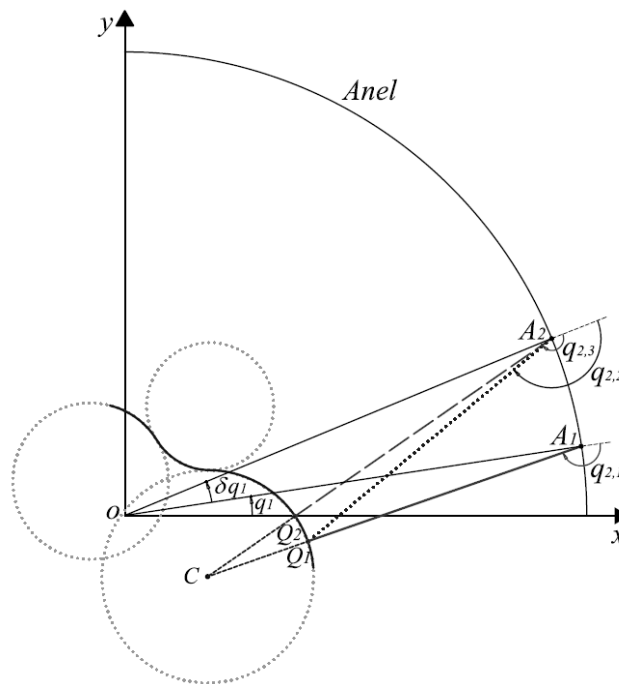


Figura 5.23 - Seqüência de movimentação de q_1 e q_2 para a leitura de uma curva convexa

A partir do ponto inicial Q_1 , q_1 é movimentado de δq_1 conhecido, permitindo determinar a posição A_2 sobre o anel. Em virtude da continuidade do perfil haverá um ponto que sua normal passa por A_2 (linha tracejada). Para a leitura deste ponto, q_2 é reposicionado de forma que o feixe laser do sistema de leitura incida sobre o ponto anterior conhecido Q_1 (linha pontilhada). Em seguida, q_2 é variado, dentro de um limite pré-determinado, até o sensor laser obter a melhor leitura da normal à superfície. Neste momento Q_2 é obtido. Quando Q_2 é determinado ele será denominado Q_1 , o processo se repete para obter o próximo ponto. Esse processo de determinação de Q_2 é repetido até que o sistema de leitura percorra o perfil a ser lido.

Quando ocorre a diminuição súbita ou uma ausência do sinal do sensor laser, é porque a curva inverteu (ponto de inflexão) ou se está na presença de um canto. Neste caso, para obtenção de Q_2 , q_1 é decrementado de δq_1 a partir do q_1 correspondente ao ponto conhecido, e o sensor se movimentará de acordo à programação estabelecida ao caso. A lógica de movimentação de q_2 será a mesma para todos os casos, sendo que somente q_1 muda o sentido de movimentação.

Deve-se notar que as melhores leituras são de acordo com a programação feita no sistema de leitura e no controle do atuador que movimenta q_3 . Com as leituras obtidas pelos sensores dos atuadores quando o sensor laser tem as melhores leituras, as coordenadas

cartesianas dos pontos são armazenadas.

A Figura 5.24 apresenta o resultado gráfico obtido na simulação numérica. O movimento de q_1 foi definido de acordo com as especificações técnicas de um motor passo comercial cuja resolução é de 0,35 arco de segundo, e sua repetibilidade de 5 arco de segundos.

Na Figura 5.24 a linha contínua representa o perfil do objeto, e os pontos representam as leituras obtidas pela metodologia. O passo δq_1 do movimento de q_1 foi definido em 5 arcos de segundo ($0,00138^\circ$) devido à repetibilidade do moto-reductor. Utilizando tal incremento os pontos obtidos na leitura a distância máxima entre dois pontos vizinhos foi de 5.3319 nm e a menor é de 0,1955 nm, o que justifica a superposição dos pontos.

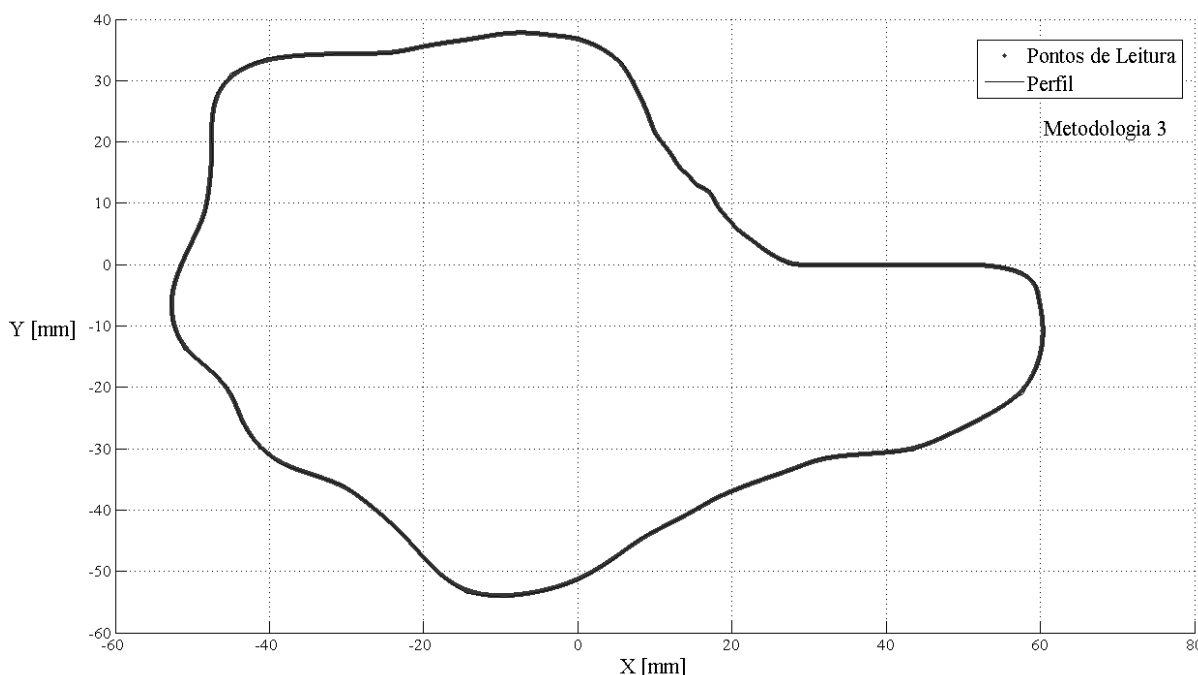


Figura 5.24 - Simulação numérica da leitura de um perfil conhecido

Deve-se observar que esta metodologia não faz previsão do próximo ponto, ela se comporta como a movimentação de uma caneta leitora contornando o perfil do objeto de acordo com as restrições da estrutura RRP.

Nas metodologias desenvolvidas adotou-se que o feixe laser é pontual, não interage com o contorno do objeto e os atuadores que movimentam as articulações têm boa repetibilidade (da ordem da resolução dos atuadores).

5.5 Conclusões Sobre as Metodologias Analisadas

A forma de controle da estrutura deve permitir “agilizar” o processo de leitura ou seja, efetuar a leitura dos pontos da superfície em um tempo reduzido. Este item consiste em uma etapa delicada pois depende de como ajustar os movimentos para fazer com que a normal em um ponto da superfície coincida com a direção da luz do laser, de forma automática.

A forma de controle mais simples seria fazer mover cada atuador dentro dos limites de sua movimentação, adquirindo todos os pontos “vistos” pelo sensor. No entanto, a leitura adequada do sensor é aquela cuja normal à superfície esteja na direção do seu feixe de luz. Mas o sensor utilizado fornece um sinal mesmo se o feixe não coincide com a normal, conforme comprovado por análises experimentais. Os sinais assim adquiridos não permitem reproduzir com fidelidade uma superfície real.

Para um objeto real, em princípio, a curvatura da superfície não é conhecida. Então, o sistema de controle tem que prever o próximo ponto de leitura e prever também a direção da normal. A partir daí fazer os ajustes de posicionamento e orientação do sensor.

Uma primeira análise, e que foi logo descartada, seria efetuar a varredura da superfície em duas direções ortogonais e verificar qual o ponto de máximo ou de mínimo nos pontos lidos do sensor. No entanto, esse procedimento só funciona em regiões da superfície onde não existe inversão de curvatura.

Foram quatro as metodologias com maior probabilidade de fornecer bons resultados, sendo que consideram que um ou mais pontos iniciais são conhecidos. Isto é sempre possível de se fazer, manualmente ou automaticamente, conforme comprovado utilizando uma estrutura simplificada, apresentada no apêndice C.

O método que utiliza a interpolação cúbica tem a vantagem de obter o polinômio interpolador no espaço tridimensional, permitindo “varrer” toda a superfície do objeto. No entanto, pelo menos com as simulações matemáticas, não foi possível garantir que toda a superfície seja lida. Nada garante que as sequências de quatro pontos permitam formar a superfície do objeto. Só os experimentos poderão mostrar se a nuvem de pontos adquirida, mesmo não varrendo toda a superfície, possa representar o objeto.

No método do plano-base, é possível que se obtenha bons resultados visto que a varredura é feita nos dois planos do digitalizador.

Nos demais métodos, a normal medida pelo sistema não corresponde necessariamente à normal real, pois a “procura” da normal é feita em um só plano e correspondendo ao melhor sinal do sensor.

Todas as metodologias foram validadas matematicamente utilizando as características de movimentação dos componentes utilizados no projeto do digitalizador. No entanto, somente os resultados experimentais poderão certificar qual a melhor metodologia para a leitura da superfície. Isto significa rapidez de leitura e obtenção de pontos (nuvem de pontos) que melhor represente a superfície real do objeto.

CAPITULO VI

MODELAGEM DINÂMICA DA ESTRUTURA ROBÓTICA DO DIGITALIZADOR

6.1 Introdução

Nas modelagens dos robôs a dinâmica descreve o comportamento da estrutura mecânica quando ela está submetida às ações das forças ou torques fornecidos pelos componentes e os motores das articulações que a compõem.

O modelo dinâmico permite dimensionar os atuadores e os componentes mecânicos, permite a realização de simulações e auxilia na elaboração do sistema de controle.

Neste capítulo é apresentado o modelo dinâmico da estrutura mecânica do digitalizador baseado nos conceitos da mecânica clássica, utilizando o formalismo de Newton-Euler. Embora esse formalismo necessite maior quantidade de equações ele permite obter, além das forças generalizadas nos atuadores, as reações existentes em cada articulação.

O modelo dinâmico de um sistema mecânico permite relacionar a evolução temporal da sua configuração (posição, velocidade e aceleração) com as forças e torques que nele atuam.

A modelagem dinâmica das cadeias cinemáticas seriais é atualmente um assunto bem estabelecido (OLLERO, 2001). Como tal, nos últimos anos, a principal preocupação tem sido tornar os modelos computacionalmente mais eficientes, sobretudo na perspectiva da sua inclusão em algoritmos de controle em tempo-real.

O modelo dinâmico do sistema pode ser representado matematicamente por um sistema de equações não lineares que, na forma matricial pode ser dado por:

$$\tau = I(\ddot{q}) + V(q, \dot{q}) + G(q) + F(\dot{q}) \quad (6.1)$$

Onde τ é o vetor das forças generalizadas nas articulações; $I(\ddot{q})$ e $V(q, \dot{q})$, representam as matrizes de inércia e coriolis-centrípetas respectivamente; $G(q)$ representa o vetor dos efeitos gravitacionais e $F(\dot{q})$ representa o vetor dos efeitos dos atritos (ASADA e SLOTINE, 1986; CRAIG, 1986; PAUL, 1982; OLLERO, 2001; RÁNKY e HO 1985; TSAI, 1999).

A complexidade do comportamento dinâmico da estrutura aumenta com as exigências das tarefas a robotizar. O modelo dinâmico assume uma importância fundamental na simulação e no controle do sistema.

Para a simulação é importante saber como reagirá o mecanismo quando ele está sujeito a uma determinada força de comando, ou seja, interessa saber a variação da posição, da velocidade e da aceleração do elemento terminal, em função das forças/torques aplicados pelos atuadores. Neste caso são conhecidas as posições e as velocidades das articulações q e $\dot{q}$, e é especificada a força de controle. A atualização da velocidade e da posição são obtidas por integração da aceleração (dinâmica direta), conforme esquematizado na Fig. 6.1.

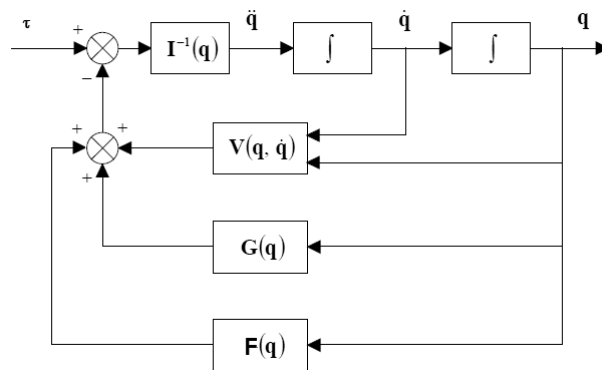


Figura 6.1 - Diagrama de blocos do modelo dinâmico direto

Para o controle é necessário determinar as forças de comando aplicadas pelos atuadores, para que o elemento terminal cumpra a trajetória desejada. Neste caso são conhecidas as posições e as velocidades das articulações, q e $\dot{q}$, sendo especificada a aceleração desejada, $\ddot{q}$ (dinâmica inversa), conforme diagrama da Fig. 6.2.

As modelagens dinâmicas geralmente são baseadas na formulação de Lagrange, Newton-Euler ou na formulação de Maggi-Kane, entre outras. A formulação de Maggi-Kane é empregada no caso de grandes estruturas, sistemas complexos e nas estruturas espaciais

(AREIAS, 1996).

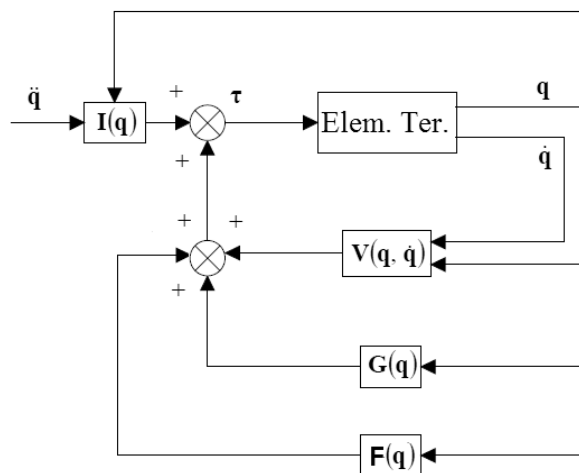


Figura 6.2 - Diagrama de blocos do modelo dinâmico inverso

As equações de Lagrange são obtidas a partir do princípio do trabalho virtual, portanto, utiliza os conceitos de trabalho e energia associados às coordenadas generalizadas do sistema. Isto leva a que as expressões resultantes sejam mais compactas e seu processo de obtenção mais sistemático que no caso da formulação de Newton-Euler. A formulação de Lagrange permite obter expressões que relacionam diretamente as forças generalizadas nas articulações com seus movimentos (ASADA e SLOTINE, 1986).

Caso seja necessário obter as reações nas articulações é indispensável utilizar outra metodologia complementar, tais como as equações de Newton-Euler.

O formalismo de Newton-Euler utiliza o diagrama de corpo livre de cada componente da estrutura mecânica onde a equação de Newton (2ª lei de Newton) permite descrever o movimento de translação de seu centro de massa, e a equação de Euler o movimento de rotação do corpo em relação ao seu centro de massa. As equações sendo obtidas pelo diagrama de corpo livre, relacionam todas as ações de cada elemento individual da estrutura mecânica, incluindo as forças internas e de restrição.

Pelo fato de relacionar todos os esforços existentes em cada elemento no formalismo de Newton-Euler deve-se trabalhar com uma quantidade razoável de equações. No entanto, ao final são obtidas as forças/torques nos atuadores como as reações em cada articulação.

Nesta tese foi utilizado o formalismo de Newton-Euler por permitir obter tanto as reações nas articulações como as forças/torque nos atuadores e pela estrutura mecânica ser relativamente simples, ou seja, com poucos graus de liberdade.

6.2 Modelo Dinâmico Inverso pelo formalismo de Newton-Euler

Da mecânica clássica sabe-se que o movimento de um corpo rígido pode ser tratado pelo movimento de translação de seu centro de massa independentemente de seu movimento de rotação em torno de seu centro de massa.

Considerando um corpo C_i da estrutura robótica, cujo centro de massa G_i possui um referencial fixo ao corpo $G_ix_iz_i$ e $OXYZ$ é um referencial inercial, Fig. 6.3. Pela 2ª lei de Newton, a resultante das forças aplicadas ao centro de massa G_i é dada por:

$$\vec{F}_i = m_i \cdot \vec{\ddot{v}}_i \quad (6.2)$$

Onde m_i é a massa do corpo C_i e $\vec{\ddot{v}}_i$ a aceleração absoluta de seu centro de massa, G_i do corpo C_i .

O momento resultante em torno de G_i é dado pela equação de Euler:

$$\vec{N}_i = I_i \cdot \vec{\ddot{\omega}}_i + \vec{\omega}_i \times (I_i \cdot \vec{\omega}_i) \quad (6.3)$$

Onde $\vec{\omega}_i$ é a velocidade angular absoluta do corpo C_i e $\vec{\ddot{\omega}}_i$ sua aceleração angular absoluta. I_i é a matriz de inércia do corpo C_i , calculada em relação ao referencial $G_ix_iz_i$ preso ao seu centro de massa. Embora, em geral, as direções dos eixos do corpo possam ser arbitrárias, as equações do movimento podem ser consideravelmente simplificadas se os eixos forem selecionados de forma a coincidir com seus eixos principais de inércia. Se isso for feito, os produtos de inércia se anulam, e a matriz de inércia se torna diagonal.

Para o cálculo das forças e momentos atuantes em cada articulação é necessário escrever as equações de equilíbrio envolvendo as forças e momentos atuantes em cada corpo C_i . Para isso, seja considerado a Fig. 6.4 onde $\vec{f}_{i+1}$ e $\vec{n}_{i+1}$ correspondem à força e momento resultantes exercidos sobre o corpo C_i pelo corpo C_{i+1} , respectivamente, através do ponto O_{i+1} . $\vec{f}_i$ e $\vec{n}_i$ são a força e o momento resultantes exercidos sobre o corpo C_i pelo corpo C_{i-1} , respectivamente, através do ponto O_i .

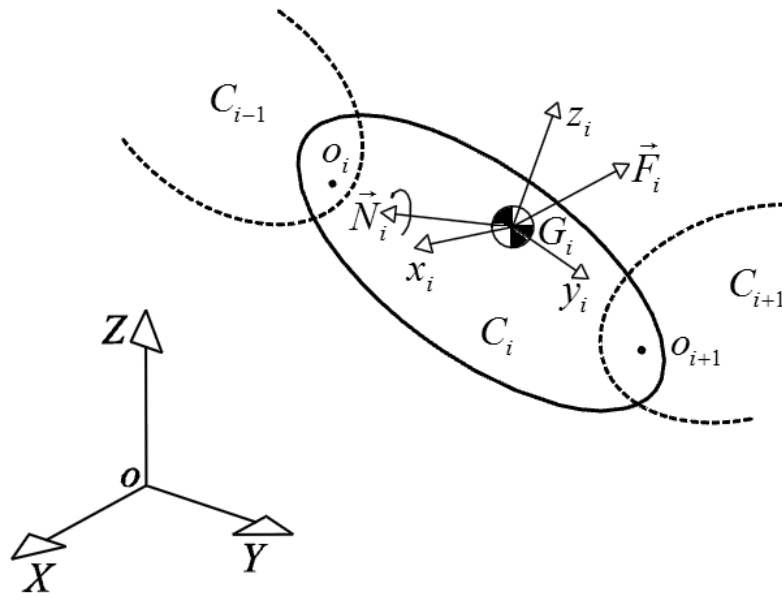


Figura 6.3 - Referencial inercial e as origens dos referenciais fixos ao corpo C_i

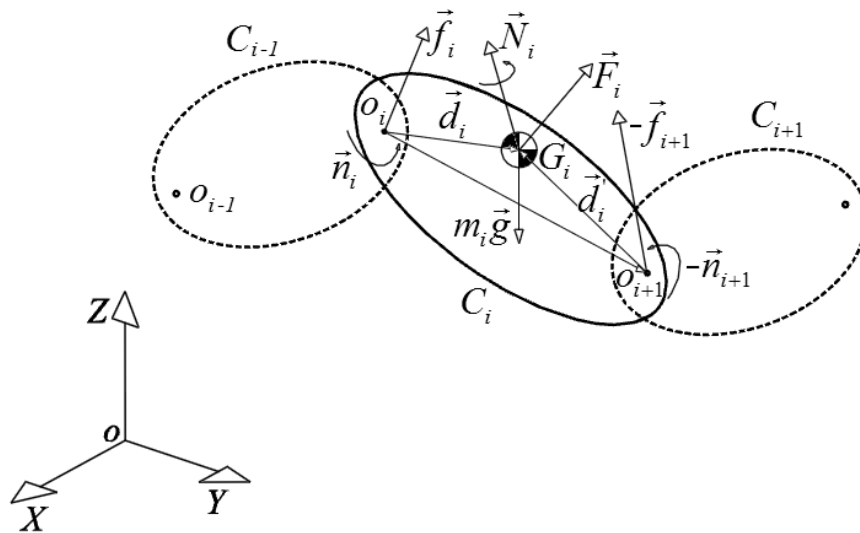


Figura 6.4 - Forças e momentos atuantes no corpo C_i

Aplicando as equações de Newton-Euler ao corpo C_i , Fig. 6.4, tem-se:

$$\vec{f}_i - \vec{f}_{i+1} + m_i \cdot \vec{g} = m_i \cdot \vec{v}_i \quad (6.4)$$

$$\vec{n}_i - \vec{n}_{i+1} - \vec{d}_i \times \vec{f}_i + \vec{d}_{i+1} \times \vec{f}_{i+1} = \mathbf{I}_i \cdot \vec{\omega}_i + \vec{\omega}_i \times (\mathbf{I}_i \cdot \vec{\omega}_i) \quad (6.5)$$

Ou ainda

$$\vec{f}_i = \vec{f}_{i+1} + m_i \cdot (\vec{\dot{v}}_i - \vec{g}) \quad (6.6)$$

$$\vec{n}_i = \vec{n}_{i+1} + \vec{d}_i \times \vec{f}_i - \vec{d}_i' \times \vec{f}_{i+1} + \mathbf{I}_i \cdot \vec{\dot{\omega}}_i + \vec{\omega}_i \times (\mathbf{I}_i \cdot \vec{\omega}_i) \quad (6.7)$$

Onde $\vec{g}$ é o vetor que define a aceleração gravitacional.

Para obter a força e o torque resultante no centro de massa é necessário calcular a sua aceleração linear bem como a velocidade e aceleração angulares do corpo. Sendo que sempre é possível conhecer (ou determinar) as velocidades e acelerações da base da estrutura robótica, o formalismo que utiliza as equações Newton-Euler consiste em um processo recursivo onde, inicialmente, são calculadas as velocidades e acelerações de cada corpo a partir da base e, posteriormente, fazendo o cálculo no sentido contrário, do elemento terminal para a base, das forças e momentos em cada articulação visto que, caso exista força e momento externos, devido à interação com o ambiente, eles são conhecidos ou podem ser determinados. Assim, as condições de contorno são as forças e momentos no elemento terminal, ou seja:

$$\vec{f}_{n+1} = \vec{f} \quad (6.8)$$

$$\vec{n}_{n+1} = \vec{n} \quad (6.9)$$

A seguir é apresentado um procedimento recursivo para o cálculo das velocidades e acelerações.

6.3 Cálculo Recursivo das Velocidades e Acelerações

Com o objetivo de obter expressões para o cálculo das velocidades e acelerações tanto para articulações prismáticas como de rotação é usual utilizar um parâmetro binário σ_i e considerar o vetor unitário $\vec{u}_i$ da articulação i . Se a articulação i é prismática, $\sigma_i = 1$, e se é de rotação, $\sigma_i = 0$.

No caso da articulação i ser prismática, pode-se considerar um deslocamento t_i ao longo do eixo $\vec{u}_i$, conforme esquematizado na Fig. 6.5. Se a articulação i for de rotação, o deslocamento t_i é nulo.

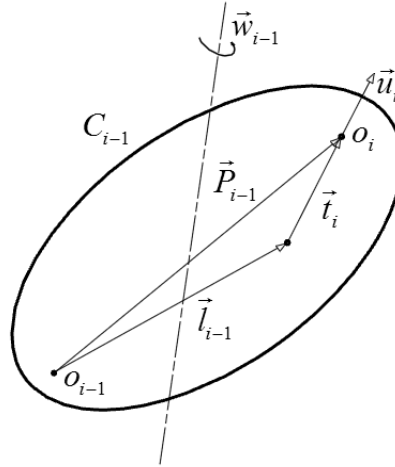


Figura 6.5 - Parâmetros utilizados para o cálculo recursivo das velocidades e acelerações

A velocidade e aceleração angulares do corpo C_i podem ser obtidas a partir das velocidades e acelerações angulares do corpo C_{i-1} por:

$$\vec{w}_i = \vec{w}_{i-1} + (1 - \sigma_i) \cdot \dot{q}_i \cdot \vec{u}_i \quad (6.10)$$

$$\vec{\dot{w}}_i = \vec{\dot{w}}_{i-1} + (1 - \sigma_i) \cdot \ddot{q}_i \cdot \vec{u}_i \quad (6.11)$$

A velocidade e aceleração absolutas do centro de massa do corpo C_i podem ser obtidas pelas equações de cinemática do corpo rígido, ou seja:

$$\vec{v}_{G_i} = \vec{v}_{O_i} + \vec{w}_i \times \vec{d}_i \quad (6.12)$$

$$\vec{a}_{G_i} = \vec{a}_{O_i} + \vec{\dot{w}}_i \times \vec{d}_i + \vec{w}_i \times (\vec{w}_i \times \vec{d}_i) \quad (6.13)$$

Sendo $\vec{v}_{O_i}$ e $\vec{a}_{O_i}$ a velocidade e aceleração absolutas do centro da articulação O_i , respectivamente, e $\vec{d}_i$ a distância entre O_i e G_i , Fig. 6.4.

Utilizando os parâmetros definidos na Fig. 6.5, pode-se obter a velocidade e aceleração absolutas de O_i por:

$$\vec{v}_{O_i} = \vec{v}_{O_{i-1}} + \vec{\dot{P}}_{i-1} + \vec{w}_{i-1} \times \vec{P}_{i-1} \quad (6.14)$$

$$\vec{\ddot{v}}_{O_i} = \vec{\ddot{v}}_{O_{i-1}} + \vec{\ddot{P}}_{i-1} + \vec{\ddot{w}}_{i-1} \times \vec{P}_{i-1} + \vec{w}_{i-1} \times (\vec{w}_{i-1} \times \vec{P}_{i-1}) + 2 \cdot \vec{w}_{i-1} \times \vec{\dot{P}}_{i-1} \quad (6.15)$$

Sendo:

$$\begin{aligned} \vec{P}_{i-1} &= \vec{l}_{i-1} + \vec{t}_i = \vec{l}_{i-1} + \sigma_i \cdot q_i \cdot \vec{u}_i \\ \vec{\dot{P}}_{i-1} &= \sigma_i \cdot \dot{q}_i \cdot \vec{u}_i \\ \vec{\ddot{P}}_{i-1} &= \sigma_i \cdot \ddot{q}_i \cdot \vec{u}_i \end{aligned} \quad (6.16)$$

6.4 Modelo Dinâmico Inverso da Estrutura do Digitalizador

A estrutura do digitalizador é composta por duas estruturas seriais: a estrutura RRP que porta o sensor laser e a estrutura PR que suporta o objeto. Como elas operam, dinamicamente, independentes uma de outra, o modelo dinâmico inverso pode ser obtido para cada estrutura de forma a obter as forças e momentos nas articulações bem como os torques nos atuadores.

6.4.1 Modelo Dinâmico da Estrutura RRP

A estrutura RRP possui três articulações definidas por q_1 , q_2 e q_3 e três corpos C_1 , C_2 e C_3 conforme descrito para a obtenção do seu modelo cinemático e representado na Fig. 6.6.

No entanto, em função de seu projeto mecânico, a primeira articulação de rotação, definida por q_1 é constituída por um anel, sendo o próprio corpo C_1 , onde, sobre o anel é montada a segunda articulação de rotação, definida por q_2 . A terceira articulação, definida por q_3 e que é prismática, é montada juntamente com a articulação q_2 . Isso faz com que o comprimento do corpo C_2 fora do plano XY seja muito pequeno, podendo ser considerado que a estrutura opera no plano XY , conforme representado na Fig. 6.7.

Como o sensor laser não tem contato com a superfície a ser lida, não existe força e momento aplicados na extremidade do corpo C_3 , onde o sensor está montado. Então, nessa

extremidade foi considerada uma massa concentrada M_3 .

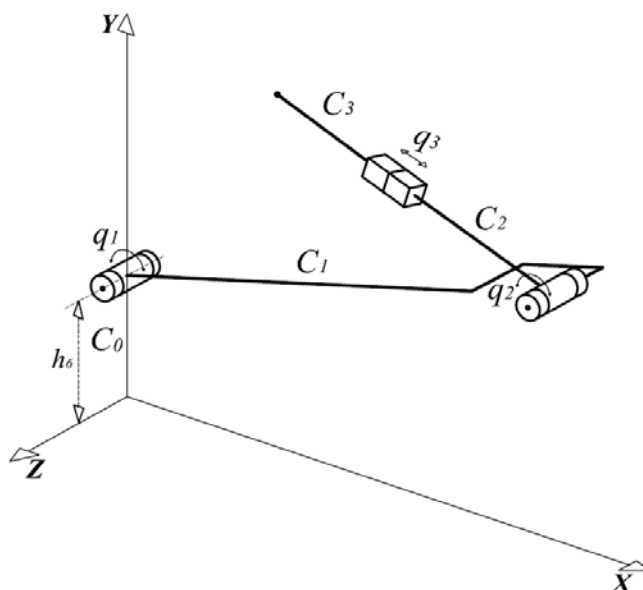


Figura 6.6 - Esquema característico da estrutura RRP

Outra massa M_2 foi considerada no centro da articulação q_2 visto que nesta posição existem os atuadores de q_2 e q_3 . Do lado oposto à M_2 , em relação ao centro de q_1 , foi colocada uma massa M_b para balancear estaticamente M_2 . Cabe salientar que M_3 é muito menor que M_2 (da ordem de 1/20). Assim, pode ser considerado que existe uma massa M_1 no centro de rotação de q_1 , conforme diagrama esquemático da Fig. 6.7.

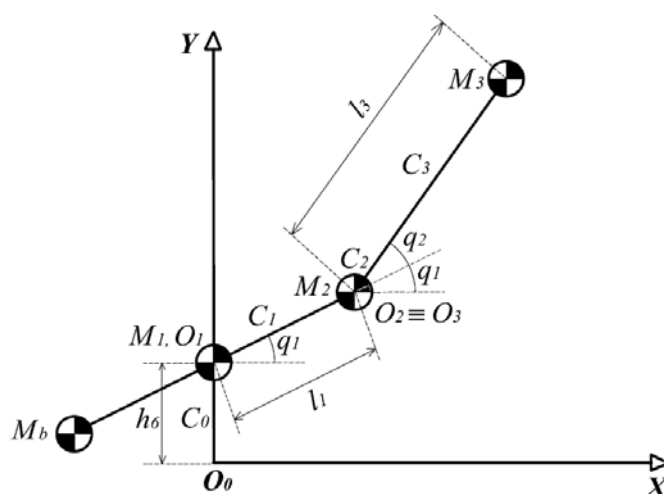


Figura 6.7 - Diagrama esquemático e parâmetros utilizados para a modelagem dinâmica da estrutura RRP

De acordo com a Figura 6.7 tem-se:

$$\vec{v}_{O_0} = \vec{v}_{O_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$\vec{\dot{v}}_{O_0} = \vec{\dot{v}}_{O_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

As velocidades e acelerações angulares dos corpos C_1 , C_2 e C_3 são:

$$\vec{w}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}; \quad \vec{\dot{w}}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

$$\vec{w}_2 = \vec{w}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \end{bmatrix}; \quad \vec{\dot{w}}_2 = \vec{\dot{w}}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

O centro de massa do corpo C_1 está no centro de rotação O_1 . Logo, sua velocidade e aceleração lineares são dadas por:

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \vec{\dot{v}}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

O centro de massa do corpo C_2 pode ser considerado coincidente com seu centro de rotação. Logo, sua velocidade linear é dada por:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{O_2} = \vec{v}_{O_1} + \vec{w}_1 \times \vec{d}_1 \quad (6.22)$$

$$\vec{d}_1 = \begin{bmatrix} l_1 \cdot cq_1 \\ l_1 \cdot sq_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

$$\vec{w}_1 \times \vec{d}_1 = \begin{bmatrix} -l_1 \cdot sq_1 \cdot \dot{q}_1 \\ l_1 \cdot cq_1 \cdot \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{O_2} = \begin{bmatrix} -l_1 \cdot sq_1 \cdot \dot{q}_1 \\ l_1 \cdot cq_1 \cdot \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

A aceleração linear do centro de massa do corpo C_2 é a mesma de O_2 , sendo dado por:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{O_2} = \vec{w}_1 \times \vec{d}_1 + \vec{w}_1 \times (\vec{w}_1 \times \vec{d}_1) \quad (6.26)$$

Onde:

$$\vec{w}_1 \times \vec{d}_1 = \begin{bmatrix} -l_1 \cdot sq_1 \cdot \ddot{q}_1 \\ l_1 \cdot cq_1 \cdot \ddot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \vec{w}_1 \times (\vec{w}_1 \times \vec{d}_1) = \begin{bmatrix} -l_1 \cdot cq_1 \cdot \dot{q}_1^2 \\ -l_1 \cdot sq_1 \cdot \dot{q}_1^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Então

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{O_2} = \begin{bmatrix} -l_1 \cdot sq_1 \cdot \ddot{q}_1 - l_1 \cdot cq_1 \cdot \dot{q}_1^2 \\ l_1 \cdot cq_1 \cdot \ddot{q}_1 - l_1 \cdot sq_1 \cdot \dot{q}_1^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Da Figura 6.7 o centro de massa do corpo C_3 está a uma distância $d_3 = q_3 + a$ de seu centro de rotação, então:

$$\vec{d}_3 = \begin{bmatrix} (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \\ (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

e a velocidade da massa M_3 é:

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_{O_3} + \vec{w}_3 \times \vec{d}_3 + \vec{\dot{d}}_3 \quad (6.30)$$

Sabendo que:

$$\vec{v}_{O_3} = \vec{v}_2 = \vec{v}_{O_2} = \begin{bmatrix} -l_1 \cdot s q_1 \cdot \dot{q}_1 \\ l_1 \cdot c q_1 \cdot \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

$$\vec{\dot{v}}_{O_3} = \vec{\dot{v}}_2 = \vec{\dot{v}}_{O_2} = \begin{bmatrix} -l_1 \cdot s q_1 \cdot \ddot{q}_1 - l_1 \cdot c q_1 \cdot \dot{q}_1^2 \\ l_1 \cdot c q_1 \cdot \ddot{q}_1 - l_1 \cdot s q_1 \cdot \dot{q}_1^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

$$\vec{w}_3 \times \vec{d}_3 = \begin{bmatrix} -(q_3 + a) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cdot s(q_1 + q_2) \\ (q_3 + a) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cdot c(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

$$\vec{\dot{d}}_3 = \begin{bmatrix} \dot{q}_3 \cdot c(q_1 + q_2) \\ \dot{q}_3 \cdot s(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

Então a velocidade da massa M_3 é:

$$\vec{v}_{M_3} = \begin{bmatrix} \frac{[-l_1 \cdot s q_1 - (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1 - (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 + c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_3}{[l_1 \cdot \dot{q}_1 + (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1 + (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 + s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_3} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

e sua aceleração é dada pela equação:

$$\vec{v}_{M_3} = \vec{w}_3 \times \vec{d}_3 + \vec{w}_3 \times (\vec{w}_3 \times \vec{d}_3) + \vec{\ddot{d}}_3 + \vec{v}_{O_3} + 2 \cdot \vec{w}_3 \times \vec{\dot{d}}_3 \quad (6.36)$$

sendo

$$\vec{w}_3 \times \vec{d}_3 = \begin{bmatrix} -(q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \\ (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

$$\vec{w}_3 \times (\vec{w}_3 \times \vec{d}_3) = \begin{bmatrix} -(q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \\ -(q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

$$\vec{\ddot{d}}_3 = \begin{bmatrix} \ddot{q}_3 \cdot c(q_1 + q_2) \\ \ddot{q}_3 \cdot s(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

$$2 \cdot \vec{w}_3 \times \vec{\dot{d}}_3 = \begin{bmatrix} -2 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cdot \dot{q}_3 \\ 2 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cdot \dot{q}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

Logo, aceleração da massa M_3 é dada por:

$$\vec{v}_{M_3} = \begin{bmatrix} -[l_1 \cdot s q_1 + (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_1 - (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_2 + \\ + c(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_3 - 2 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 - \\ - 2 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 - 2 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - \\ - [l_1 \cdot c q_1 + (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1^2 - (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2^2 \\ \hline [l_1 \cdot c q_1 + (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_1 + (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_2 + \\ + s(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_3 - 2 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 + \\ + 2 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + 2 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - \\ - [l_1 \cdot s q_1 + (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1^2 - (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2^2 \\ \hline 0 \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

Das Equações de Newton-Euler (6.6) e (6.7) tem-se:

$$\vec{f}_i = \vec{f}_{i+1} + m_i \cdot (\vec{\dot{v}}_i + g\vec{y}_0) \quad (6.42)$$

$$\vec{n}_i = \vec{n}_{i+1} + \vec{d}_i \times \vec{f}_i - \vec{d}_i' \times \vec{f}_{i+1} + \mathbf{I}_i \cdot \vec{\dot{w}}_i + \vec{w}_i \times (\mathbf{I}_i \cdot \vec{w}_i) \quad (6.43)$$

Onde $\vec{y}_0$ é o vetor unitário do eixo Y , na vertical ascendente.

Para o corpo C_3 , como não existe interação (contato) do sensor laser com o ambiente de trabalho, pode-se escrever:

$$\vec{f}_4 = 0; \quad \vec{n}_4 = 0 \quad (6.44)$$

e

$$\vec{f}_3 = M_3 \cdot (\vec{\dot{v}}_{M_3} + g \cdot \vec{y}_0) \quad (6.45)$$

ou

$$\vec{f}_3 = \left[\begin{array}{c} -M_3 \cdot [l_1 \cdot s q_1 + (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_1 - M_3 \cdot [(q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_2 + \\ + M_3 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_3 - 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 - \\ - 2 \cdot M_3 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 - 2 \cdot M_3 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - \\ - M_3 \cdot [l_1 \cdot c q_1 + (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1^2 - M_3 \cdot [(q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_2^2 \\ \hline M_3 \cdot [l_1 \cdot c q_1 + (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_1 + M_3 \cdot [(q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_2 + \\ + M_3 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_3 - 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 + \\ + 2 \cdot M_3 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + 2 \cdot M_3 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - \\ - M_3 \cdot [l_1 \cdot s q_1 + (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1^2 - M_3 \cdot [(q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_2^2 + \\ + M_3 \cdot g \\ \hline 0 \end{array} \right] \quad (6.46)$$

e o momento na articulação O_3 é dado por:

$$\vec{n}_3 = \vec{d}_3 \times \vec{f}_3 + \mathbf{I}_3 \cdot \vec{w}_3 + \vec{w}_3 \times (\mathbf{I}_3 \cdot \vec{w}_3) \quad (6.47)$$

$$\mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3x} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{3y} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I}_{3z} \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

$$\vec{d}_3 = \begin{bmatrix} (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \\ (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

$$\vec{d}_3 \times \vec{f}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot [l_1 \cdot c q_2 + (q_3 + a)] \cdot \ddot{q}_1 + M_3 \cdot (q_3 + a)^2 \cdot \ddot{q}_2 + 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 + M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot s q_2 \cdot \dot{q}_1^2 + M_3 \cdot g \cdot c(q_1 + q_2)}{0} \end{bmatrix} \quad (6.50)$$

$$\mathbf{I}_3 \cdot \vec{w}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{I}_{3z} \cdot (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \end{bmatrix}; \quad \vec{w}_3 \times (\mathbf{I}_3 \cdot \vec{w}_3) = \vec{0} \quad (6.51)$$

Logo,

$$\vec{n}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot [l_1 \cdot c q_2 + (q_3 + a)] \cdot \ddot{q}_1 + M_3 \cdot (q_3 + a)^2 \cdot \ddot{q}_2 + 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 + M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot s q_2 \cdot \dot{q}_1^2 + I_{3z} \cdot (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + M_3 \cdot g \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)}{0} \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

Para obter a força generalizada do atuador q_3 (direção do movimento de q_3) deve-se projetar $\vec{f}_3$ no eixo de $\vec{q}_3$, ou seja:

$$\vec{\Gamma}_3 = \sigma_3 \cdot (\vec{f}_3 \cdot \vec{u}_3) = [f_{3x} \cdot c(q_1 + q_2) + f_{3y} \cdot s(q_1 + q_2)] \vec{u}_3 \quad (6.53)$$

Então, a força generalizada, ou seja, a força a ser exercida pelo atuador linear para realizar o movimento de translação é dada por:

$$\begin{aligned} \Gamma_3 = & M_3 \cdot l_1 \cdot s q_2 \cdot \ddot{q}_1 + M_3 \cdot \ddot{q}_3 - 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 - \\ & - M_3 \cdot [l_1 \cdot c q_2 + (q_3 + a)] \cdot \dot{q}_1^2 - M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_2^2 + M_3 \cdot g \cdot s(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (6.54)$$

Para o segundo corpo C_2 , tem-se:

$$\vec{f}_2 = \vec{f}_3 + M_2 \cdot (\vec{v}_2 + g \vec{y}_0) \quad (6.55)$$

Então,

$$\vec{f}_2 = \left[\begin{array}{l} [-(M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot s q_1 - M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_1 - \\ - M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_2 + M_3 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_3 - \\ - 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 - 2 \cdot M_3 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 - \\ - 2 \cdot M_3 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - [(M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot c q_1 + \\ + M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1^2 - M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2^2 \\ \hline [(M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot c q_1 + M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_1 + \\ + M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_2 + M_3 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_3 - \\ - 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 + 2 \cdot M_3 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + \\ + 2 \cdot M_3 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - [(M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot s q_1 + \\ + M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1^2 - M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2^2 + \\ + (M_2 + M_3) \cdot g \\ \hline 0 \end{array} \right] \quad (6.56)$$

E o momento é dado por

$$\vec{n}_2 = \vec{n}_3 + \vec{d}_2 \times \vec{f}_2 - \vec{d}_2' \times \vec{f}_3 + \mathbf{I}_2 \cdot \vec{w}_2 + \vec{w}_2 \times (\mathbf{I}_2 \cdot \vec{w}_2) \quad (6.57)$$

$$\vec{d}_2 = 0; \quad \vec{d}_2' = 0 \quad (6.58)$$

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2x} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{2y} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I}_{2z} \end{bmatrix} \quad (6.59)$$

$$\mathbf{I}_2 \cdot \vec{w}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{I}_{2z} \cdot (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \end{bmatrix}; \quad \vec{w}_2 \times (\mathbf{I}_2 \cdot \vec{w}_2) = \vec{0} \quad (6.60)$$

Então,

$$\vec{n}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \begin{aligned} &[M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot c q_2 + M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + I_{2z} + I_{3z}] \cdot \ddot{q}_1 + \\ &+[M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + I_{2z} + I_{3z}] \cdot \ddot{q}_2 + 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + \\ &+ 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 + M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot s q_2 \cdot \dot{q}_1^2 + \\ &+ M_3 \cdot g \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \end{aligned} \end{bmatrix} \quad (6.61)$$

Neste caso, o torque necessário ao atuador é a própria componente de $\vec{n}_2$ agindo em torno do eixo z, ou seja:

$$\begin{aligned} \Gamma_2 = & [M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot c q_2 + M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + I_{2z} + I_{3z}] \cdot \ddot{q}_1 + \\ & + [M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + I_{2z} + I_{3z}] \cdot \ddot{q}_2 + 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + \\ & + 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 + M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot s q_2 \cdot \dot{q}_1^2 + \\ & + M_3 \cdot g \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (6.62)$$

Para o corpo C_I tem-se a força na articulação O_I :

$$\vec{f}_1 = \vec{f}_2 + M_1 \cdot (\vec{v}_1 + g\vec{y}_0) = \vec{f}_2 + M_1 \cdot g\vec{y}_0 \quad (6.63)$$

ou,

$$\vec{f}_1 = \left[\begin{array}{l} [-(M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot s q_1 - M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_1 - \\ -M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_2 + M_3 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_3 - \\ -2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 - 2 \cdot M_3 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 - \\ -2 \cdot M_3 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - [(M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot c q_1 + \\ + M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1^2 - M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2^2 \\ \hline [(M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot s q_1 + M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2)] \cdot \ddot{q}_1 + \\ + M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_2 + M_3 \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \ddot{q}_3 - \\ -2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 + 2 \cdot M_3 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + \\ + 2 \cdot M_3 \cdot c(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - [(M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot c q_1 + \\ + M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2)] \cdot \dot{q}_1^2 - M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot s(q_1 + q_2) \cdot \dot{q}_2^2 + \\ + (M_1 + M_2 + M_3) \cdot g \\ \hline 0 \end{array} \right] \quad (6.64)$$

E o momento atuante é dado por:

$$\vec{n}_1 = \vec{n}_2 + \vec{d}_1 \times \vec{f}_1 - \vec{d}_1' \times \vec{f}_2 + I_1 \cdot \vec{\dot{w}}_1 + \vec{w}_1 \times (I_1 \cdot \vec{w}_1) \quad (6.65)$$

$$\vec{d}_1 = 0; \quad \vec{d}_1' = \begin{bmatrix} -l_1 \cdot c q_1 \\ -l_1 \cdot s q_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.66)$$

$$I_1 = \begin{bmatrix} I_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{1z} \end{bmatrix} \quad (6.67)$$

$$\vec{d}_1' \times \vec{f}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \begin{aligned} &[-(M_2 + M_3) \cdot l_1^2 - M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot cq_2] \cdot \ddot{q}_1 - \\ &-M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot cq_2 \cdot \ddot{q}_2 - M_3 \cdot l_1 \cdot sq_2 \cdot \ddot{q}_3 + \\ &+ 2 \cdot M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 - 2 \cdot M_3 \cdot l_1 \cdot cq_2 \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 - \\ &- 2 \cdot M_3 \cdot l_1 \cdot cq_2 \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 + M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 \cdot \dot{q}_1^2 + \\ &+ M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 \cdot \dot{q}_2^2 - (M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot g \cdot cq_1 \end{aligned} \end{bmatrix} \quad (6.68)$$

$$\mathbf{I}_1 \cdot \vec{w}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{I}_{1z} \cdot \ddot{q}_1 \end{bmatrix}; \quad \vec{w}_1 \times (\mathbf{I}_1 \cdot \vec{w}_1) = 0 \quad (6.69)$$

$$\vec{n}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \begin{aligned} &[(M_2 + M_3) \cdot l_1^2 + M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + 2 \cdot M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot cq_2 + \\ &+ I_{1z} + I_{2z} + I_{3z}] \cdot \ddot{q}_1 + [M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot cq_2 + \\ &+ I_{2z} + I_{3z}] \cdot \ddot{q}_2 + M_3 \cdot l_1 \cdot sq_2 \cdot \ddot{q}_3 - 2 \cdot M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 + \\ &+ 2 \cdot M_3 \cdot [(q_3 + a) + l_1 \cdot cq_2] \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + 2 \cdot M_3 \cdot [(q_3 + a) + l_1 \cdot cq_2] \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - \\ &- M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 \cdot \dot{q}_2^2 + [M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) + \\ &+ (M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot cq_1] \cdot g \end{aligned} \end{bmatrix} \quad (6.70)$$

De forma similar ao da segunda articulação de rotação, o torque do atuador para executar o movimento de rotação é a própria componente em torno do eixo z, ou seja:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 = &[(M_2 + M_3) \cdot l_1^2 + M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + 2 \cdot M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot cq_2 + \\ &+ I_{1z} + I_{2z} + I_{3z}] \cdot \ddot{q}_1 + [M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot cq_2 + \\ &+ I_{2z} + I_{3z}] \cdot \ddot{q}_2 + M_3 \cdot l_1 \cdot sq_2 \cdot \ddot{q}_3 - 2 \cdot M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 + \\ &+ 2 \cdot M_3 \cdot [(q_3 + a) + l_1 \cdot cq_2] \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + 2 \cdot M_3 \cdot [(q_3 + a) + l_1 \cdot cq_2] \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 - \\ &- M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 \cdot \dot{q}_2^2 + [M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) + \\ &+ (M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot cq_1] \cdot g \end{aligned} \quad (6.71)$$

Das Equações (6.1), (6.54), (6.62) e (6.71) se tem:

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{RRP}} = \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \end{Bmatrix} = M \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{Bmatrix} + C_o \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 \\ \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3 \end{Bmatrix} + C_e \begin{Bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \\ \dot{q}_3^2 \end{Bmatrix} + G \cdot \vec{g} \quad (6.72)$$

Da Equação (6.72) se tem: M é a matriz de massa ou inércia; C_o é a matriz dos efeitos Coriolis; C_e é a matriz dos efeitos centrípetos e G é o vetor dos efeitos gravitacionais.

Onde,

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (6.73)$$

$$m_{11} = (M_2 + M_3) \cdot l_1^2 + M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + 2 \cdot M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot c q_2 + I_{1z} + I_{2z} + I_{3z} \quad (6.74)$$

$$m_{12} = M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot c q_2 + I_{2z} + I_{3z} \quad (6.75)$$

$$m_{13} = M_3 \cdot l_1 \cdot s q_2 \quad (6.76)$$

$$m_{21} = M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot c q_2 + I_{2z} + I_{3z} \quad (6.77)$$

$$m_{22} = M_3 \cdot (q_3 + a)^2 + I_{2z} + I_{3z} \quad (6.78)$$

$$m_{23} = 0 \quad (6.79)$$

$$m_{31} = M_3 \cdot l_1 \cdot s q_2 \quad (6.80)$$

$$m_{32} = 0 \quad (6.81)$$

$$m_{33} = M_3 \quad (6.82)$$

$$C_o(q) = \begin{bmatrix} c_{o11} & c_{o12} & c_{o13} \\ c_{o21} & c_{o22} & c_{o23} \\ c_{o31} & c_{o32} & c_{o33} \end{bmatrix} \quad (6.83)$$

$$c_{o11} = -2 \cdot M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 \quad (6.84)$$

$$c_{o12} = 2 \cdot M_3 \cdot [(q_3 + a) + l_1 \cdot cq_2] \quad (6.85)$$

$$c_{o13} = 2 \cdot M_3 \cdot [(q_3 + a) + l_1 \cdot cq_2] \quad (6.86)$$

$$c_{o21} = 0 \quad (6.87)$$

$$c_{o22} = 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \quad (6.88)$$

$$c_{o23} = 2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \quad (6.89)$$

$$c_{o31} = 0 \quad (6.90)$$

$$c_{32} = -2 \cdot M_3 \cdot (q_3 + a) \quad (6.91)$$

$$c_{o33} = 0 \quad (6.92)$$

$$C_e(q) = \begin{bmatrix} 0 & -M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 & 0 \\ M_3 \cdot l_1 \cdot (q_3 + a) \cdot sq_2 & 0 & 0 \\ -M_3 \cdot [(q_3 + a) + l_1 \cdot cq_2] & -M_3 \cdot (q_3 + a) & 0 \end{bmatrix} \quad (6.93)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) + (M_2 + M_3) \cdot l_1 \cdot c q_1 \\ M_3 \cdot (q_3 + a) \cdot c(q_1 + q_2) \\ M_3 \cdot g \cdot s(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (6.94)$$

6.4.2 Modelo Dinâmico Inverso da Estrutura PR

A estrutura PR é uma cadeia cinemática aberta rígida com restrição de movimento no plano YZ . Do projeto mecânico da estrutura pode-se considerar que as massas dos corpos C_4 e C_5 estão concentradas no centro da articulação O_4 ; o objeto a ser lido tem massa M e está na extremidade do corpo C_4 e, como não existe interação do objeto com o ambiente, a força e o momento externos são nulos, conforme esquematizado na Fig. 6.8

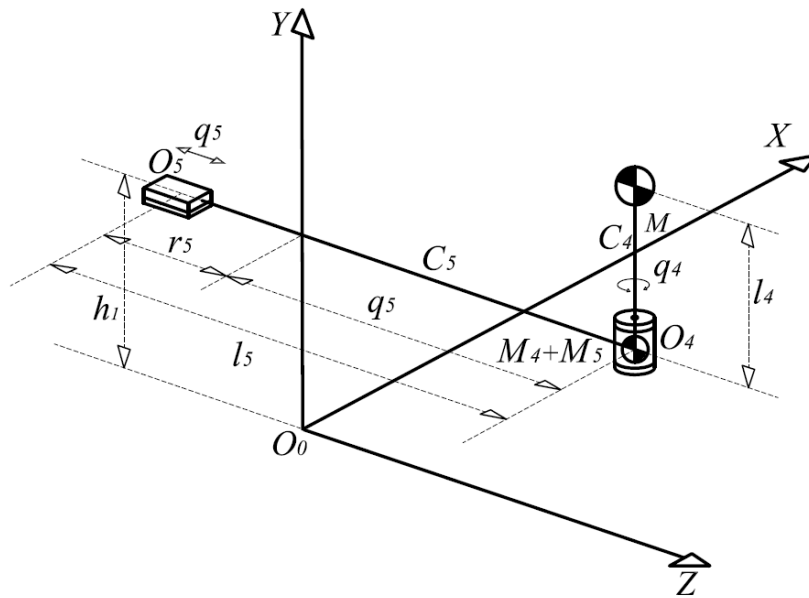


Figura 6.8 - Diagrama esquemático e parâmetros utilizados para o modelo dinâmico da estrutura PR

Sabe-se que:

$$\vec{v}_{O_5} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \vec{v}_{O_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.95)$$

$$\vec{w}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \vec{\dot{w}}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.96)$$

$$\vec{w}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{q}_4 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \vec{\dot{w}}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ \ddot{q}_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.97)$$

$$\vec{v}_4 = \vec{\dot{d}}_5 \quad (6.98)$$

mas

$$\vec{\dot{d}}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_5 + r_5 \end{bmatrix} \quad (6.99)$$

Logo

$$\vec{\dot{d}}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} \quad (6.100)$$

Então,

$$\vec{v}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} \quad (6.101)$$

A Aceleração do ponto O_4 onde estão concentradas as massas M_4 e M_5 é:

$$\vec{v}_5 = \vec{v}_{O_5} + \vec{\dot{d}}_5 \quad (6.102)$$

$$\ddot{\vec{d}}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{q}_5 \end{bmatrix} \quad (6.103)$$

Então,

$$\vec{v}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} \quad (6.104)$$

$$\vec{v}_{O_4} = \vec{v}_5 \quad (6.105)$$

O ponto O_4 tem a mesma velocidade e aceleração das massas M_4 e M_5 .

A velocidade da massa M , referente ao objeto a ser lido é:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{O_4} \quad (6.106)$$

$$\vec{v}_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} \quad (6.107)$$

e sua aceleração é dada por

$$\dot{\vec{v}}_M = \dot{v}_{O_4} \quad (6.108)$$

$$\dot{\vec{v}}_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{q}_5 \end{bmatrix} \quad (6.109)$$

Aplicando as equações de Newton-Euler a partir da extremidade tem-se:

$$\vec{f}_4 = \vec{f}_6 + M \cdot (\vec{v} + g\vec{y}_0) \quad (6.110)$$

Como M não tem ação externa, $\vec{f}_6 = 0$ e $\vec{n}_6 = 0$, logo:

$$\vec{f}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ M \cdot g \\ M \cdot \ddot{q}_5 \end{bmatrix} \quad (6.111)$$

e o momento é dado por:

$$\vec{n}_4 = \vec{d}_4 \times \vec{f}_4 + \mathbf{I}_4 \cdot \vec{\dot{w}}_4 + \vec{w}_4 \times (\mathbf{I}_4 \cdot \vec{w}_4) \quad (6.112)$$

$$\vec{d}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ l_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.113)$$

$$\vec{d}_4 \times \vec{f}_4 = \begin{bmatrix} M \cdot l_4 \cdot \ddot{q}_5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.114)$$

$$\mathbf{I}_4 \cdot \vec{\dot{w}}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I}_M \cdot \ddot{q}_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.115)$$

Na Equação (6.115) $\mathbf{I}_M$ é a matriz de inércia do objeto a ser lido, então,

$$\vec{n}_4 = \begin{bmatrix} M \cdot l_4 \cdot \ddot{q}_5 \\ \mathbf{I}_M \cdot \ddot{q}_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.116)$$

O torque no eixo do atuador, necessário para girar o corpo C_4 e o objeto a ser lido corresponde à projeção do momento $\vec{n}_4$ no eixo de rotação, ou seja:

$$\Gamma_4 = (n_4)_y = I_M \cdot \ddot{q}_4 \quad (6.117)$$

Para a articulação prismática tem-se:

$$\vec{f}_5 = \vec{f}_4 + (M_4 + M_5) \cdot (\vec{v}_5 + g\vec{v}_0) \quad (6.118)$$

$$\vec{f}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ (M_4 + M_5 + M) \cdot g \\ (M_4 + M_5 + M) \cdot \ddot{q}_5 \end{bmatrix} \quad (6.119)$$

e o momento é dado por:

$$\vec{n}_5 = \vec{n}_4 + \vec{d}_5 \times \vec{f}_5 \quad (6.120)$$

sendo

$$\vec{d}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_5 + q_5 \end{bmatrix} \quad (6.121)$$

$$\vec{d}_5 \times \vec{f}_5 = \begin{bmatrix} -(r_5 + q_5) \cdot (M_4 + M_5 + M) \cdot g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.122)$$

$$\vec{n}_5 = \begin{bmatrix} M \cdot l_4 \cdot \ddot{q}_5 - (r_5 + q_5) \cdot (M_4 + M_5 + M) \cdot g \\ I_M \cdot \ddot{q}_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.123)$$

A força necessária para o atuador linear movimentar o corpo C5 ao longo do eixo z corresponde à componente da força nesse eixo, logo,

$$\Gamma_5 = (f_5)_z = (M_4 + M_5 + M) \cdot \ddot{q}_5 \quad (6.124)$$

6.5 Comportamento Dinâmico do Digitalizador - Simulações

6.5.1 Parâmetros Estruturais do Digitalizador

Os parâmetros estruturais necessários ao modelo dinâmico do digitalizador foram obtidos a partir das características técnicas fornecidas pelos fornecedores dos componentes bem como dos valores obtidos a partir do projeto mecânico da estrutura.

No desenho do digitalizador, apresentada na Fig. 6.9, estão indicados os elementos utilizados para os cálculos.

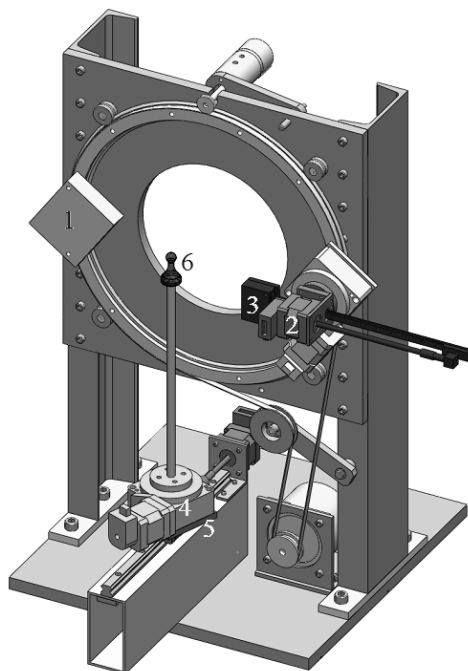


Figura 6.9 – Composição da estrutura mecânica RRP+PR

O referencial inercial foi fixado na base de forma que o plano XZ está sobre a base, e o plano YZ passa pelo centro do anel (plano de simetria vertical) e o plano XY corresponde ao plano de leitura do laser, Fig. 6.10.

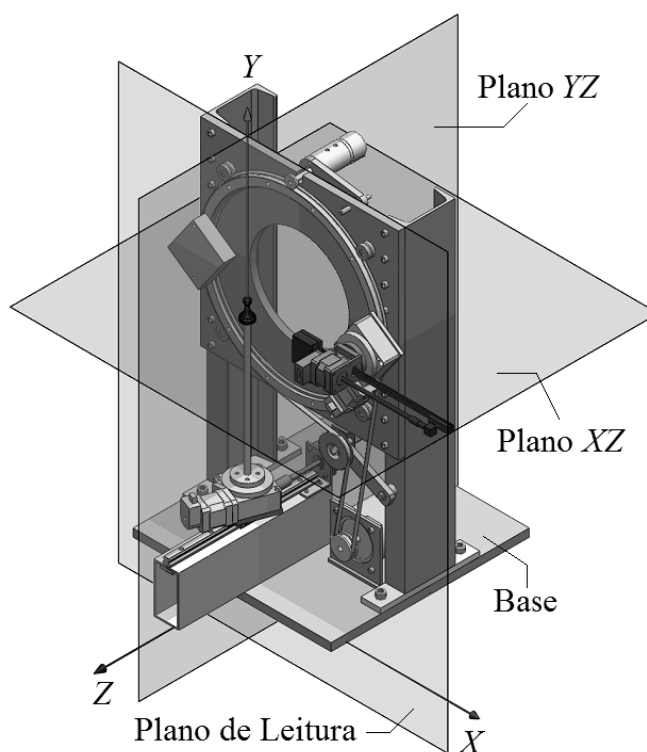


Figura 6.10 – Referencial inercial é preso na base da estrutura

Tem-se então:

- Corpo C_I :

- Composto por: anel (guia circular), contrapeso e mesa rotativa acoplada com atuador, Fig. 6.11.

- Massa total (incluindo o contrapeso): $M_I = 3255$ g

- Coordenadas do centro de rotação O_I : o centro de rotação O_I está sobre o plano de leitura XY e no centro da guia circular (anel). Portanto, $O_I (0; 450; 0)$ mm.

- Coordenadas do centro de massa do corpo C_I : o centro de massa real do corpo C_I está localizado no centro da guia circular e a uma distância de -17 mm do plano de leitura XY , ou seja, z_{GI} mm. Em função dos componentes utilizados no projeto mecânico, para efeito de cálculo do modelo dinâmico, ele pode ser considerado no próprio plano XY . Logo $G_I (0; 450; 0)$ mm.

- Momento de inércia I_I

$$I_I = \begin{bmatrix} 30139618 & 0 & 0 \\ 0 & 69230638 & 0 \\ 0 & 0 & 97958899 \end{bmatrix} \text{ g} \cdot \text{mm}^2 \quad (6.125)$$

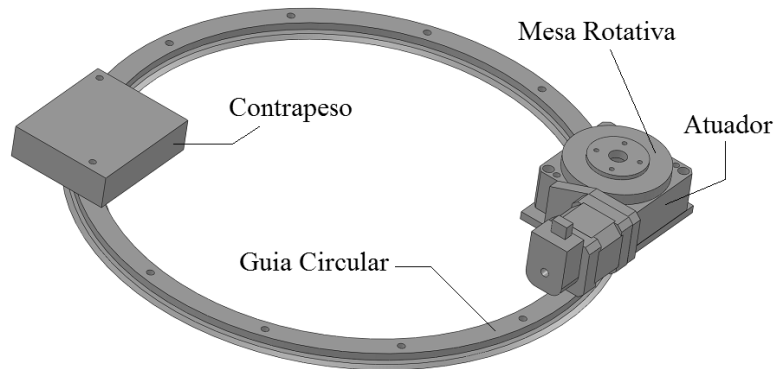


Figura 6.11 – Composição do corpo C_1

- Corpo C_2 :
 - O corpo C_2 é composto pelo atuador linear e seu suporte na mesa rotativa, bem como o carro do trilho, Fig. 6.12.
 - massa total: $M_2 = 848$ g.
 - O centro de rotação de q_2 , ponto O_2 , está no centro do atuador linear, que coincide com o eixo de rotação de q_2 , e no plano de leitura do laser. Logo, $l_1 = 175,5$ mm.
 - O centro de massa real do corpo C_2 está a 30 mm do plano de leitura, mas, para o modelo dinâmico, em função do projeto mecânico, foi considerado coincidente com o centro de rotação de q_2 .
 - Momento de inércia I_2 :

$$I_2 = \begin{bmatrix} 409923 & 0 & 0 \\ 0 & 687958 & 0 \\ 0 & 0 & 722583 \end{bmatrix} \text{ g} \cdot \text{mm}^2 \quad (6.126)$$

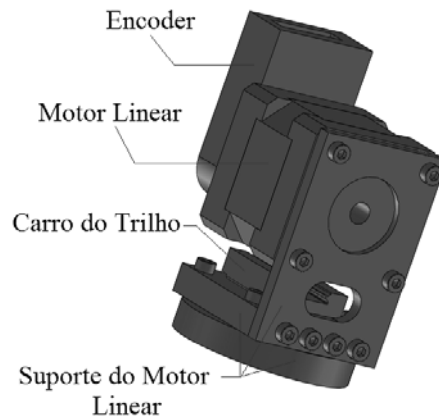


Figura 6.12 - Composição do Corpo C_2

- Corpo C_3 :
 - O corpo C_3 é composto pelo trilho que suporta o sensor laser e o eixo do atuador linear, Fig. 6.13.
 - Massa total: em função da forma de operação e da montagem do trilho, a massa para o corpo C_3 é composta da massa do sensor e da metade da massa dos demais componentes. Assim, $M_3 = 353$ g.
 - A distancia “ a ” que define a posição da massa M_3 ($l_3 = q_3 + a$) é, pelo projeto mecânico, $a = 106$ mm e $q_3 \in (0; 69)$ mm.
 - O seu centro de massa está no plano de leitura.
 - Momento de inércia I_3 :

$$I_3 = \begin{bmatrix} 69871 & 0 & 0 \\ 0 & 3952118 & 0 \\ 0 & 0 & 4002222 \end{bmatrix} \text{ g} \cdot \text{mm}^2 \quad (6.127)$$

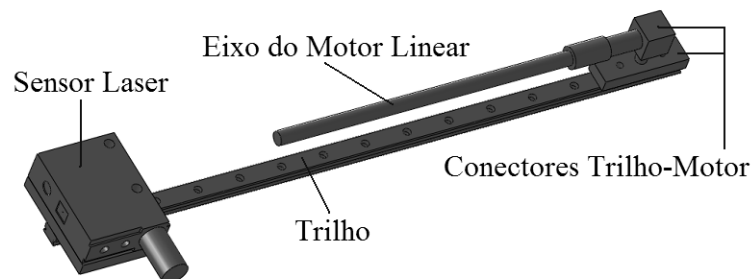


Figura 6.13 - Composição do Corpo C_3

A estrutura PR é composta pelos corpos C_4 e C_5 .

Como pode ser observado pela Fig. 6.14, o corpo C_4 , de comprimento l_4 , Fig. 6.8, consiste basicamente na parte interna da mesa rotativa e uma haste delgada que sustenta o objeto a ser lido. O corpo C_5 corresponde ao fuso de acionamento linear em cuja extremidade estão concentradas a sua massa e a massa do corpo C_4 .

Neste caso, tem-se uma massa total concentrada em O_4 de $M_4 + M_5 = 1721$ g.

Os parâmetros estruturais são: $r_5=169$ mm; $q_5 \in (0, 152)$ mm, $h=128$ mm e l_4 depende da altura do objeto que, para a realização de testes com o objeto construído, $l_4=322$ mm.

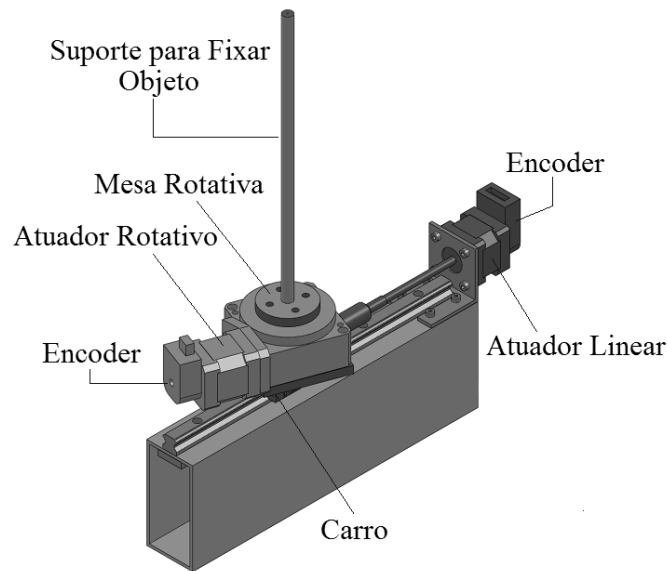


Figura 6.14 - Composição da estrutura PR, Corpo C_4 e C_5

O momento de inércia relativo às massas M_4 e M_5 é

$$I_{4-5} = \begin{bmatrix} 7734982 & 0 & 0 \\ 0 & 2111087 & 0 \\ 0 & 0 & 6620173 \end{bmatrix} \text{ g} \cdot \text{mm}^2 \quad (6.128)$$

O objeto a ser lido possui massa $M=21,6$ g e momento de inércia I_M :

$$I_M = \begin{bmatrix} 7135,02 & 0 & 0 \\ 0 & 2568,69 & 0 \\ 0 & 0 & 7135,02 \end{bmatrix} \text{ g} \cdot \text{mm}^2 \quad (6.129)$$

6.5.2 Simulação Dinâmica da Estrutura RRP

Para a simulação do processo de leitura foi considerado que a estrutura RRP execute a leitura de uma parte da secção do objeto representado na Fig. 5.11, sendo apresentado na Fig. 6.15, com leitura do sensor em sua taxa de amostragem máxima e uma bem mais lenta. A amostragem máxima do sensor é de 200 amostras/s e a mais lenta foi considerada 1/6 deste valor. Considerando uma quantidade adequada de pontos que corresponde a pontos distanciados de 0,001 mm, permitindo formar uma nuvem de pontos, que representará a superfície. Para o setor de perfil apresentado corresponde a 3000 pontos e um tempo mínimo de leitura de 10s e o mais lento de 60s. O plano de leitura é relativo ao plano XY Fig. 6.15, sendo considerada a distância entre o sensor e o objeto de 30 mm ($b=30$ mm).

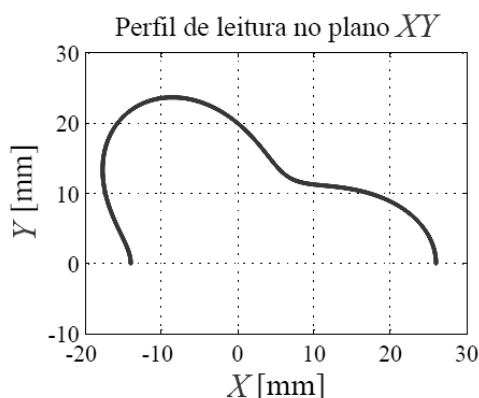


Figura 6.15 - Contorno do objeto a ser lido pela estrutura RRP no plano XY

Utilizando as equações obtidas na secção 6.4.1, obtém-se o perfil das velocidades, acelerações e forças generalizadas nas três articulações da estrutura RRP.

As Figuras 6.16 apresentam o comportamento das velocidades articulares, as Figs. 6.17 as acelerações articulares e as Figs. 6.18 as forças generalizadas. A coluna do lado esquerdo corresponde à leitura em 10s e do lado direito em 60s.

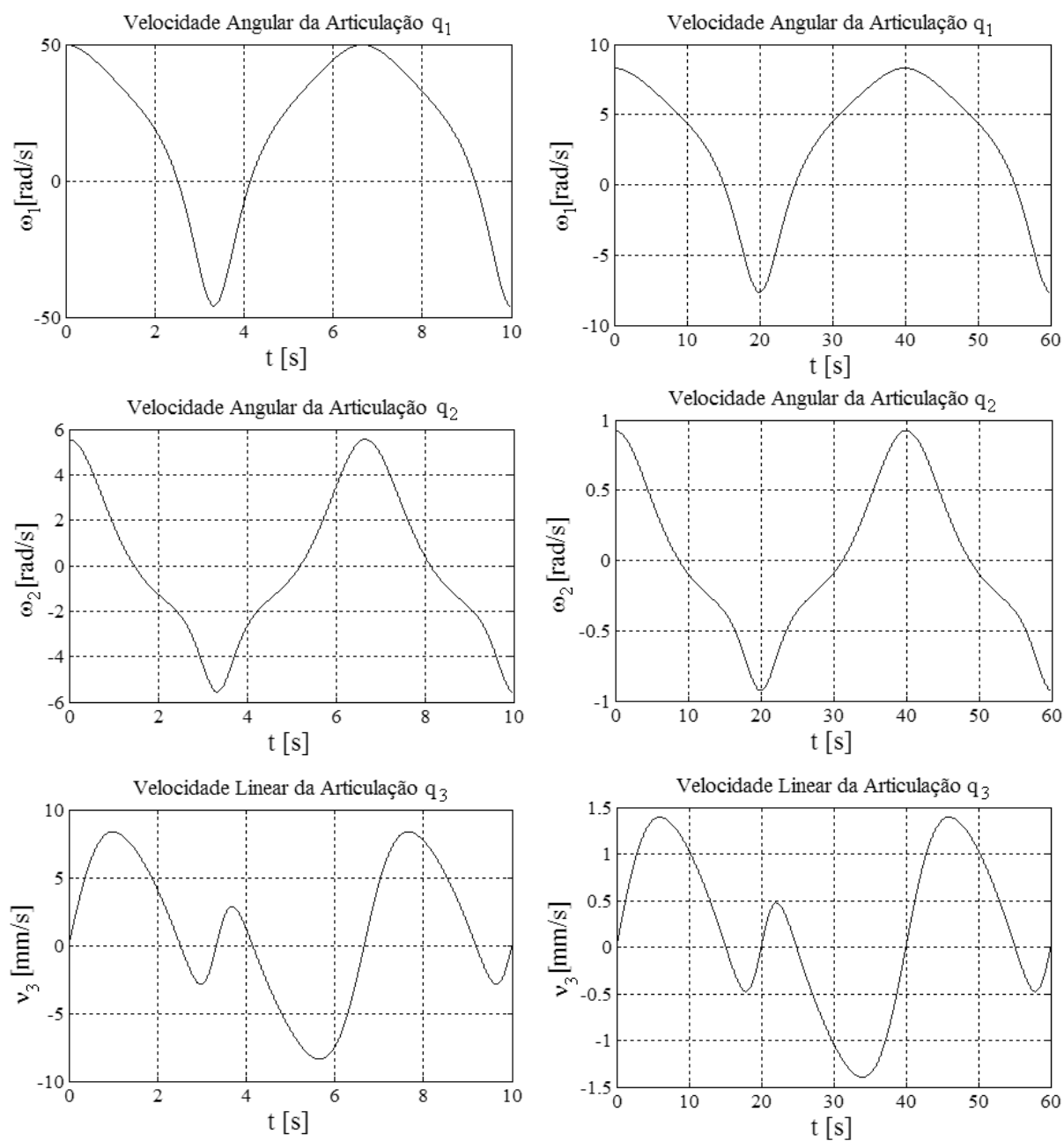


Figura 6.16 - Velocidades articulares da estrutura RRP quando o sensor laser “lê” o contorno em 10 e 60 segundos

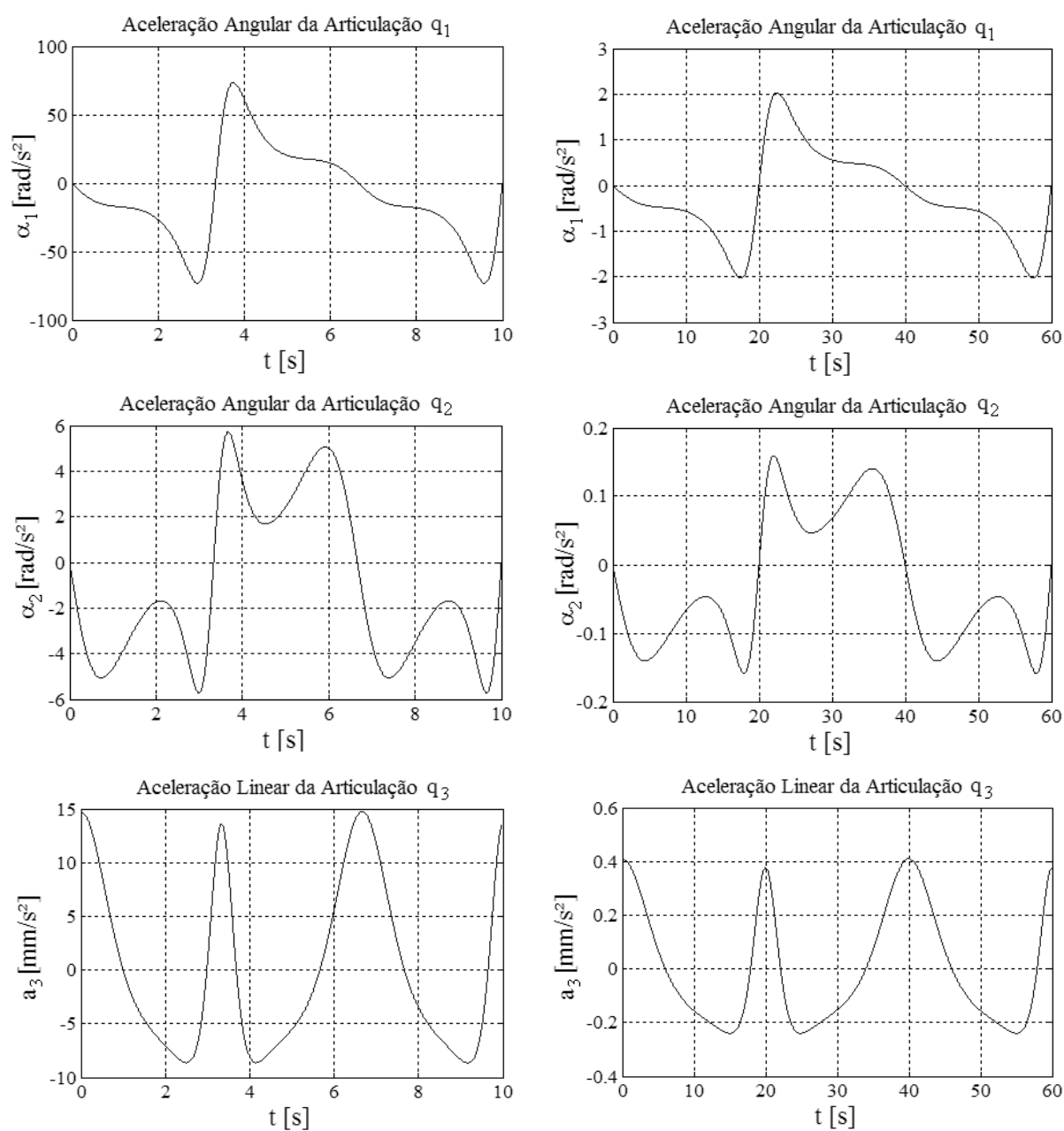


Figura 6.17 - Acelerações articulares da estrutura RRP quando o sensor laser percorre o contorno em 10 e 60 segundos

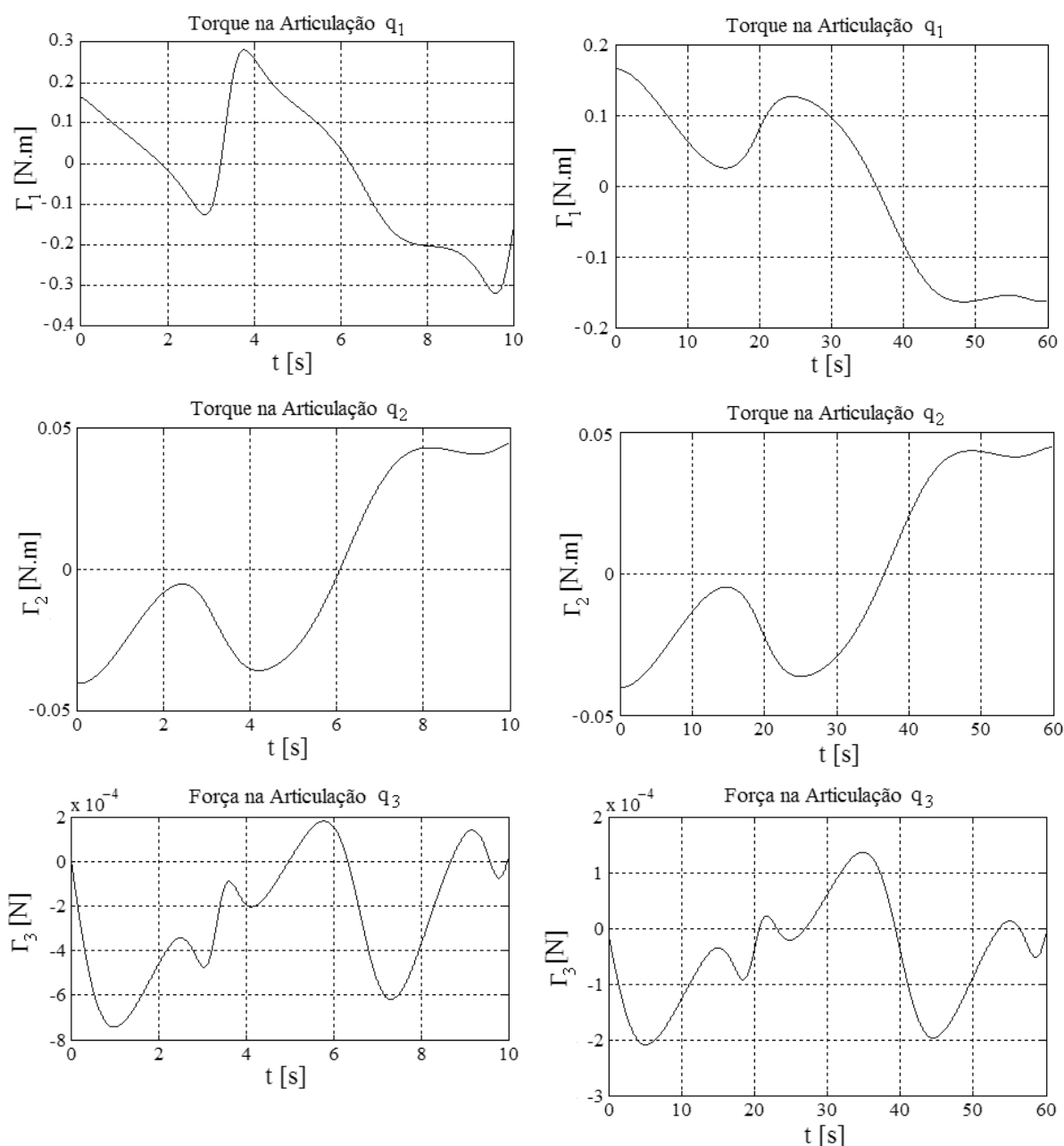


Figura 6.18 - Forças generalizadas nos atuadores da estrutura RRP, para que o sensor laser possa “ler” o contorno do objeto em 10 e 60 segundos

6.5.3 Simulação Dinâmica da Estrutura PR

Para a simulação do comportamento dinâmico da estrutura PR foi considerado o perfil da Fig. 5.2, que está representado na Fig. 6.19. Cabe salientar que a estrutura PR permite a leitura somente no plano XZ.

As Figuras 6.20 a 6.22 apresentam o comportamento das velocidades, acelerações e forças generalizadas nas articulações, respectivamente. Na coluna do lado esquerdo

correspondem ao tempo de leitura em 10s e do lado direito, em 60s, para um total de 1304 pontos lidos, que correspondem a uma distancia entre pontos lidos de 0,01 mm.

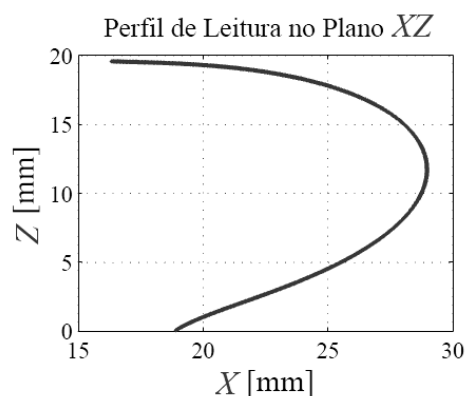


Figura 6.19 – Perfil de leitura do sensor no plano XZ

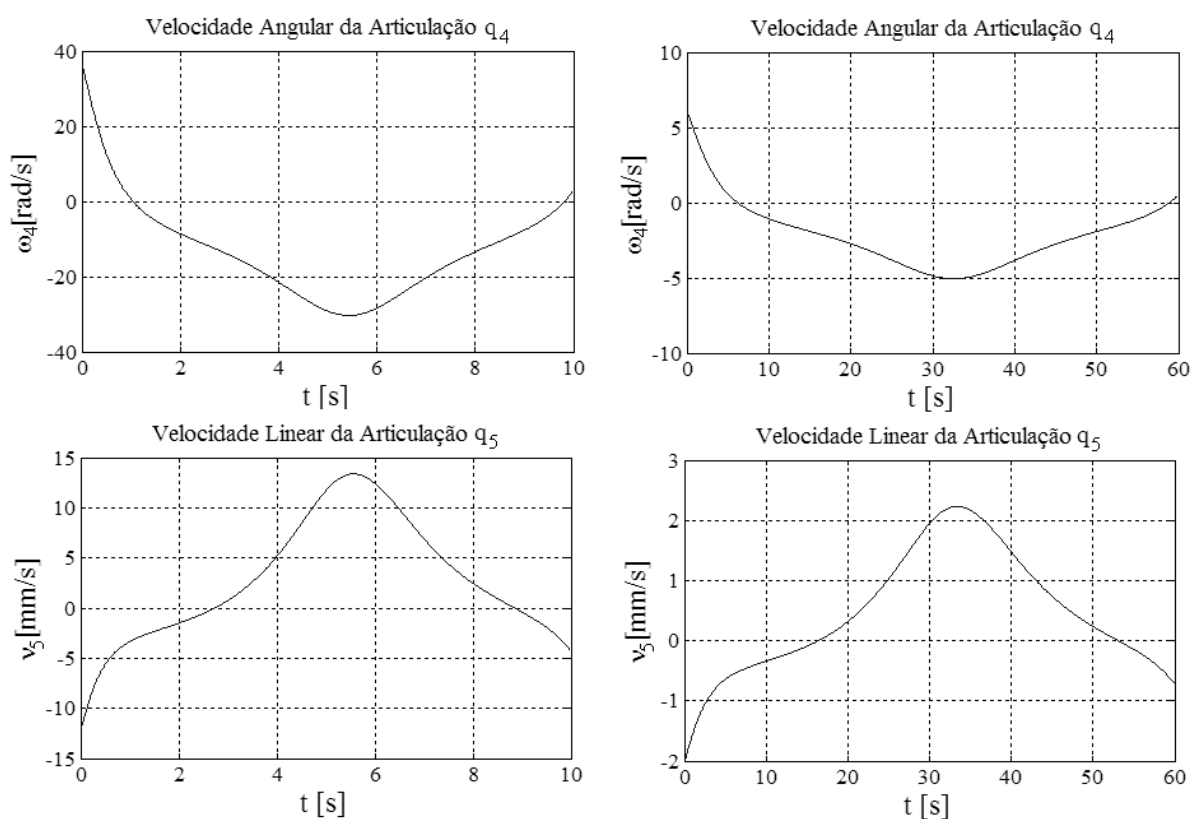


Figura 6.20 - Velocidades articulares da estrutura PR para leitura em 10s e 60s

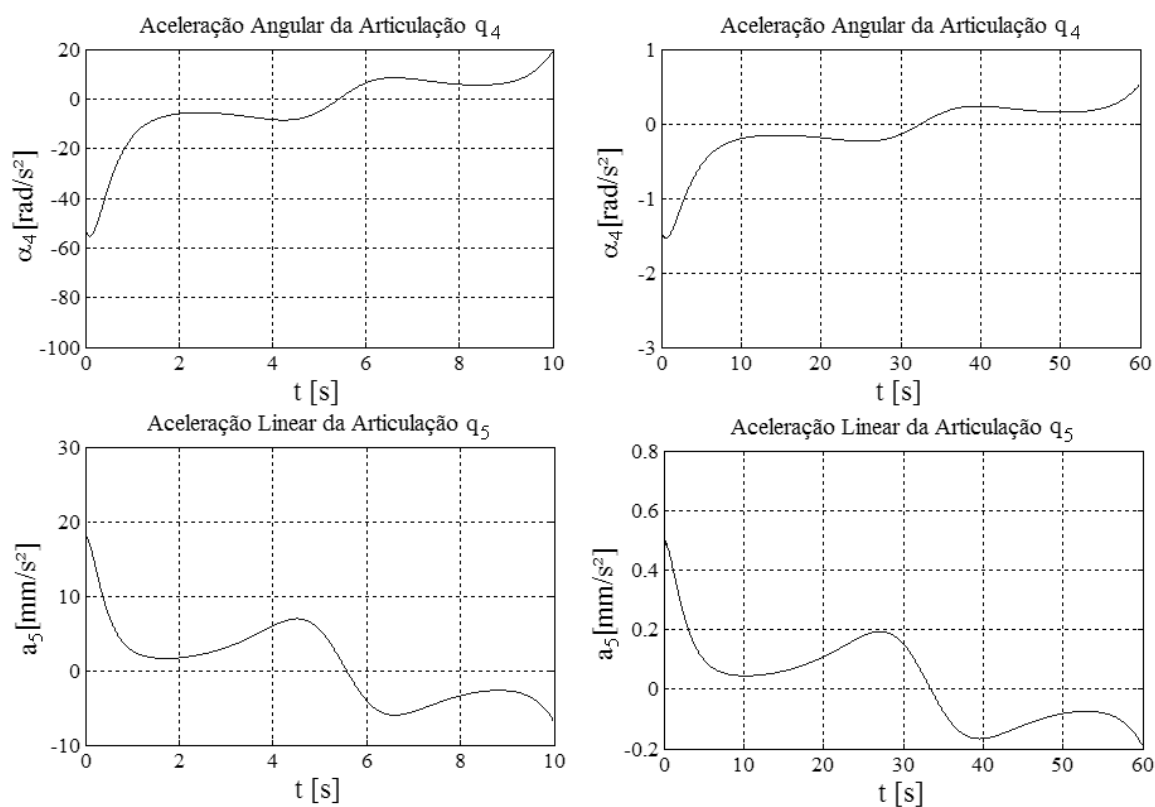


Figura 6.21 - Aceleração das articulações q_4 e q_5 da estrutura PR para a leitura em 10s e 60s

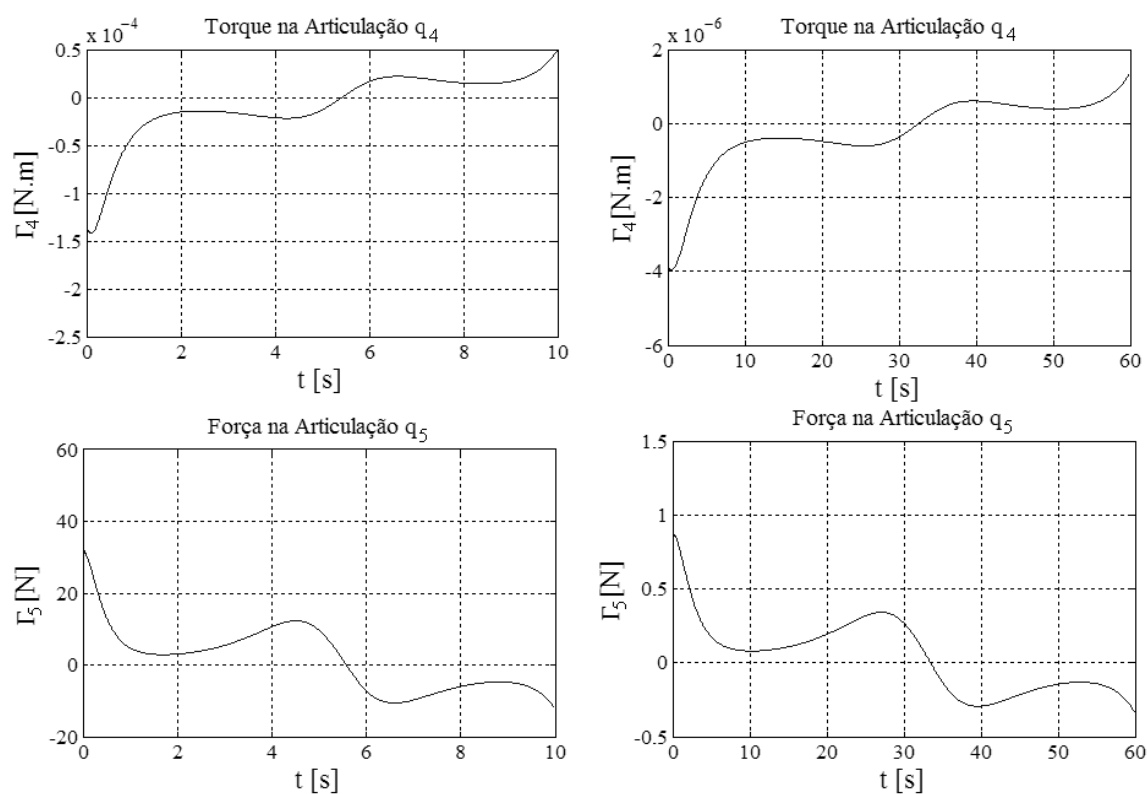


Figura 6.22 – Forças generalizadas nas articulações q_4 e q_5 para a leitura em 10s e 60s

Nas simulações apresentadas foi considerado que o sensor laser realiza as aquisições de dados da superfície com sua taxa máxima de aquisição. No entanto, na realidade, sabe-se que o tempo de leitura de cada ponto é determinado não só pelo tempo de resposta do sensor, mas também pelo tempo necessário de processamento e armazenamento dos dados. Deve-se considerar também que, em geral os sensores laser realizam certa quantidade de leituras para fornecer uma resposta de distância lida, apresentando, de fato, um tempo maior de resposta. Logo, os atuadores utilizados no acionamento do digitalizador atendem com segurança a movimentação prevista.

CONCLUSÕES

A maioria dos projetos desenvolvidos utiliza técnicas de visão computacional, procurando trabalhar com imagens do objeto sem se preocupar com suas medidas, ganhando rapidez na digitalização do objeto. Para reduzir o custo desse tipo de sistema, sensores de posicionamento angular e linear são eliminados da estrutura mecânica. Porém estes métodos são pouco confiáveis, pois não existe uma forma de comparar os dados obtidos na digitalização com os dados reais do objeto.

O digitalizador ótico desenvolvido emprega o método da triangulação espacial ativa, já que garante medições micrométricas com boa exatidão do objeto real. Diferentemente dos digitalizadores que utilizam visão computacional, o sistema desenvolvido obtém os dados do objeto por medição direta e não por comparação. Assim, a estrutura que realiza as medições é mais complexa que os scanners de digitalização comuns, porém apresentam fielmente as medições do objeto digitalizado.

Do modelo cinemático da estrutura RRP+PR e a influência do erro sobre a posição e orientação da normal, pode-se concluir que, para obter uma boa quantidade de pontos necessários para a reconstrução de uma superfície 3D, os atuadores devem ter excelente resolução, principalmente na articulação q_2 e na q_3 .

Foram propostas e analisadas quatro metodologias para o direcionamento do feixe laser na direção da normal à superfície, correspondente ao ponto a ser lido. Todas as metodologias foram validadas matematicamente utilizando as características de movimentação dos componentes empregados no projeto do digitalizador. A escolha da metodologia mais adequada depende da quantidade e disposição dos pontos a serem lidos, da forma do objeto e da rapidez de leitura desejada. Porém, o processo de adquirir dados de forma correta garante a boa qualidade da digitalização e a aquisição das coordenadas de forma organizada permite reduzir o tempo de processamento dos dados para a reconstrução do objeto. O ideal seria reunir todas as metodologias em um algoritmo mais compacto.

Nas simulações dinâmicas apresentadas foi considerado que o sensor laser realiza as

aquisições de dados da superfície com sua taxa máxima de aquisição. No entanto, na realidade, sabe-se que o tempo de leitura de cada ponto é determinado não só pelo tempo de resposta do sensor, mas também pelo tempo necessário de processamento e armazenamento dos dados. Deve-se considerar também que, em geral, os sensores laser realizam certa quantidade de leituras para fornecer uma resposta da distância lida, apresentando, de fato, um tempo maior de resposta. Logo, os atuadores utilizados no acionamento do digitalizador atendem com segurança a movimentação prevista.

Um protótipo foi projetado para a realização de testes experimentais.

PROPOSIÇÕES PARA CONTINUIDADE DO PROJETO

Para a continuidade das pesquisas sobre o digitalizador, são apresentadas a seguir as atividades que serão realizadas.

Desenvolvimento de uma metodologia de leitura da superfície de objetos que possuem arestas.

Estudar as variações das frequências de vibração do sistema leitor dentro de seu espaço de trabalho, sob a ação de acelerações e desacelerações da estrutura mecânica durante o processo de leitura.

Equipar o digitalizador com um sensor laser adicional para aumentar a velocidade de leitura e evitar colisões entre o objeto e o sensor. Este procedimento deve permitir a utilização de sensores de resolução abaixo de 0,01 mm para a leitura da superfície.

Projetar um sistema de controle para que o sistema siga uma trajetória determinada pelo algoritmo de acompanhamento do contorno.

Projetar um sistema de controle ótimo considerando erros de trajetórias, minimizando sua ação sobre o sistema leitor e aumentando a velocidade de leitura

Construir e operacionalizar o protótipo do digitalizador desenvolvido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, A. S. **Metrologia Geométrica**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1996. 269p.

ARANA FERNANDEZ, E.; BUITRAGO, E.; BENET, F.; TOBARRA E. Tomografía Computarizada: Introducción a las Aplicaciones Dentales. **RCOE**. Valencia, España, v.11, n.3, p. 311-322, may. 2006.

AREIAS, T. M. **Uma Introdução à Dinâmica de Sistemas de Multicorpos**. 1996, 175f. Tese de Mestrado- Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

ASADA, H.; SLOTINE, J. J. E. **Robot Analysis and Control**. New York: Wiley-Interscience Publication, 1986. 266p.

BAJAJ, C. L.; BERNARDINI, F.; XU, G. Automatic Reconstruction of Surfaces and Scalar Fields from 3D Scans. In: Proceedings of SIGGRAPH95 on Computer graphics Proceedings, aug. 1995, Los Angeles, California. **Annual Conference Series, 1995, ACM SIGGRAPH**, p. 109-118.

BASILI, P.; CAPONI, M.; BONAFONI, S.; MATTIOLI, V. Integration of Digital Elevation Data Scanning 3D and Interferometric SAR Systems. **Proc. of IEEE/IGARSS**. Anchorage, Alaska, v. 5, p. 2811-2814, sept. 2004.

BATLLE, J.; MOUADDIB, E.; SALVI, J. Recent Progress in Coded Structured Light as a Technique to Solve the Correspondence Problem: A Survey. **Pattern Recognition**. Girona, Spain, v. 31, n. 7, p. 963–982, jul. 1998.

BERALDIN, J.A. Integration of Laser Scanning and Close-Range Photogrammetry -The Last

Decade and Beyond. In: XXth International Society for Photogrammetry and Remote Sensing Congress, 10, jul. 2004, Istanbul, Turkei. **ISPRS Proceedings of Commission V**, p. 972-983.

BARRIENTOS, A. **Fundamentos de Robótica**. Barcelona, España: Mcgraw-hill, 1997. 326p

BESL, P. **Advances in Machine Vision: Active Optical Range Imaging Sensors**. New York: Springer-Verlag, 1989. 119p.

BEZERRA, C. A. D. **Desenvolvimento de um Robô Bípede Para Locomoção em Ambiente Desestruturado**. 2002, 188 f. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

BISWAS, S.; LOVELL, B. C. **Bézier and Splines in Image Processing and Machine Vision**. London: Springer-Verlag, 2008. 246p.

BONEV. L. The true origin of parallel robots. In: www.parallemic.org/Reviews/Review007.html , 2003.

BOEHLER, W; HEINZ, G.; MARBS, A. The Potential of Noncontact Close Range Laser Scanners for Cultural Heritage Recording. In: Proceedings of the XVIII CIPA International Symposium, 18, sep. 2001, Potsdam, Germany. **The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, p. 430-436.

BOYER, K. L.; KAK, A. C. Color-Encoded Structured Light for Rapid Active Ranging. **IEEE, Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**. Washington, USA, v. 9, n.1, p. 14-28, jan. 1987.

CHEN, Q; WADA, T. A Light Modulation/Demodulation Method for Real-time 3D Imaging, In: Fifth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, 5, jun. 2005, Ontario, Canada. **IEEE, International/Conference**, p. 15-21.

CLARK, J; WALLACE, A. M.; PRONZATO, G. L. Measuring Range Using a Triangulation Sensor with Variable Geometry. **IEEE, Transactions on Robotics and Automation**, v. 14,

n. 1, p. 60-68, feb. 1998.

CRAIG, J. J. **Introduction to Robotics: Mechanics and Control**. 2 ed. Massachusetts: Addison Wesley, 1986. 450p.

CURLESS, B.; LEVOY, M. Better Optical Triangulation Through Spacetime Analysis. In: International Conference on Computer Vision, jun. 1995, Massachusetts, USA. **IEEE, International/Conference**, p. 987–994.

CURLESS, B. L. **New Methods for Surface Reconstruction from Range Images**. 1997, 189f. Tese de Doutorado - Universidade de Stanford, Califórnia.

DALTON, G. Reverse Engineering Using Laser Metrology. **Journal of Sensor Review**. Manchester, UK, v. 18, n. 2, p. 92–96, jun. 1998.

DAVIS, J.; CHEN, X. A Laser Range Scanner Designed for Minimum Calibration Complexity. In: Proceedings. Third International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling, 2001, 3, Quebec, Canada. **IEEE, International/Conference**, p. 91-98.

DEBLAISE, D. **Contribution à la Modélisation et à L'étalonnage Élasto-Géométriques des Manipulateurs à Structure Parallèle**. 2006. 154 f. Tese de Doutorado -.Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, Franse.

DHOND, U.; AGGARWAL, J. Structure from Stereo-a Review. **IEEE, Transactions on Systems, Man and Cybernetics**. Texas, USA, v. 19, n. 6, p. 1489–1510, nov. 1989.

EVBUOMWAN, N. F.; SIVALOGANATHAN, S.; JEBB, A. A survey of Design Philosophies, Models, Methods and System. **Journal of Engineering Manufacture**. London, v. 210, n. 4, p. 301-320, ap. 1996.

EVERETT, H. R. **Sensors for Mobile Robots: Theory and Application**. Wellesley, MA: A K Peters, 1995. 282p.

FENG, H.; LIU, Y.; XI, F. Analysis of Digitizing Errors of a Laser Scanning System. **Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology**. New York, USA, v. 25, n. 3, p. 185–191, jul. 2001.

FERNANDES, N.; PIRES, M.; ABREU M. Caracterização de Feixes Laser - das Definições às Medições, In: 13 Conferência Nacional de Física, mar. 2002, Portugal, **Universidade de Évora**, p. 437.

FERREIRA, J. F.; LOBO, J.; DIAS, J. Tele-3D - Developing a Handheld Scanner Using Structured Light Projection. In: Proceedings. First International Symposium on 3D Data Processing Visualization and Transmission, 2002, 1, jul. 2002, Coimbra, Portugal. **IEEE, International/Conference**, p. 788-791.

FERREIRA, W. R. B; RANGEL, J. E. D.; CARVALHO, J. C. M. Análise de uma Estrutura RRP+PR para Digitalização de Superfícies 3D. In: 5 Semana Acadêmica /UFU 2008, Oct. 2008, Uberlândia. Brasil. **XII Seminário de Iniciação Científica da UFU**.

FERREIRA, W. R. B., 2006, Programa de Aquisição de Dados da Superfície de um Objeto 3D, **Relatório de IC**, FEMEC/UFU.

FU, K. S.; GONZALES, R. C.; LEE, C. S. G. **Robotics: control, Sensing, Vision, and Intelligence**. New York: McGraw-Hill, 1989. 580p.

GINSBERG, J. **Engineering Dynamics**, Cambridge, University Press, 2008, 742 p.

GOMERCIC, M.; WINTER, D. Robot-Based 3D Imaging in Industrial Inspection. In: 2nd IEEE International on Industrial Informatics, INDIN '04, 2, jun. 2004, Braunschweig, Germany. **IEEE, International/Conference**, p. 421-424.

HALL-HOLT, O.; RUSINKIEWICZ, S. Stripe Boundary Codes for Real-time Structured-light Range Scanning of Moving Objects. In: Proceedings of the 8th International Conference on Computer Vision, 8, jul. 2001, Vancouver, Canada. **IEEE, International/Conference**, v.2, p. 359–366.

HAVANGI, R.; NEKOUI, M. A.; TESHNEHLAB, M. Adaptive Neuro-Fuzzy Extended Kalman Filtering for Robot Localization in: **IJCSI International Journal of Computer Science**, Mar 2010. Tehran, Iran. Issues, Vol. 7, Issue 2, No 2.

HSU, H. P. **Vector Analysis**. 2.ed. Wilmington, Delaware: Addison-Wesley, 1987. 286p.

HÜSER, O.; ROTHE, H. Robust Averaging of Signals for Triangulation Sensors. **Measurement Science and Technology**. UK, v. 9, p. 1017-1023, jul. 1998.

HYUNTAE, K.; KICHUL, L.; KANGYUEL, R.; MIGNON, P. Navigation Control of Mobile Robot Using Distance Profile Histogram. In: International conference on Intelligent Robots and Systems 1996, IROS '96, nov. 1996, Osaka, Japan. **IEEE, International/Conference**, v.2, p. 949-956.

ISAWA, K.; NAKAYAMA, S.; IKEDA, M.; TAKAGI, S.; TOSAKA, S.; KASAI, N. Robotic 3D SQUID Imaging System for Practical Nondestructive Evaluation Applications. **Physica C: Superconductivity**. Japan, v. 432, n. 3-4, p. 182-192, nov. 2005.

INOKUCHI, S.; SATO, K.; MATSUDA, F. Range-imaging for 3D Object Recognition. In: Proceedings 7th International Conference on Pattern Recognition, 7, jul. 1984, Montreal, Canada. **IEEE, International/Conference**, p. 806–808.

JARVIS, R. A Perspective on Range Finding Techniques for Computer Vision. **IEEE, Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**. Canberra, Australia, v.5, n.2, p. 122–139, mar. 1983.

KENNEDY, W. P. The Basics of Triangulation Sensors. **Sensor Magazine** (www.sesnormag.com). May 1996.

KUMAR, V.; GARDNER, J. F. Kinematics of Redundantly Actuated Closed Chains. **IEEE, Transactions on Robotics and Automation**. AZ, USA, v. 1, p. 418-424, may. 1989.

LARSSON, S.; KJELLANDER, J. A. P. A laser profile scanner and a robot as platform for unattended acquisition of unknown 3D objects. In: Proceedings of SIMsafe, aug. 2006, Karlskoga, Sweden, **School of Science and Technology**, p. 1-13.

LAVELLE, J. P.; SCHUET, S. R.; SCHUET, D. J. High Speed 3D Scanner with Real-time 3D Processing. In: International Workshop on Imaging Systems and Techniques, mar. 2004, California, USA. **SPIE, The International Society for Optical Engineering**, v. 5393, n. 19, p.19-28.

LEVOY, M.; CURLESS, B.; PULLI, K.; GINSBERG, J.; GINZTON, M.; KOLLER, D.; PEREIRA, L.; RUSINKIEWICZ, S. The Stanford Large Statue Scanner. **Stanford University**. California, USA, p. 1-29. 1998.

LI, J.; GUO, Y.; ZHU, J.; LIN, X.; XIN, Y.; DUAN, K.; TANG, Q. Large Depth-of-view Portable Three-dimensional Laser Scanner and its Segmental Calibration for Robot Vision. **Optics and Lasers in Engineering**. Chine, v. 45, n. 11, p. 1077–1087, nov. 2007.

MARTÍNEZ, A.; RAYAS, J.A.; FLORES, J.M.; RODRÍGUEZ-VERA, R.; AGUAYO, D. Técnicas Ópticas para el Contorneo de Superficies Tridimensionales. **Revista Mexicana de Física**. México, v. 51, n. 4, p. 431–436, ago. 2005.

MERLET, J. P. Still a Long Way to go on the Road for Parallel Mechanisms, In: 27th ASME, 27, sep. 2002. Montréal. **Biennial Mechanisms and Robotics**, p. 341-351.

MILROY, M.J.; WEIR D.J.; BRADLEY, C.; VICKERS, G.W. Reverse Engineering Employing a 3D Laser Scanner: A Case Study. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**. Canada, v.12, n. 2, p. 111–121, mar. 1996.

MOCCOZET, L.; DELLAS, F.; MAGNENAT-THALMANN, N.; BIASOTTI, S.; MORTARA, M.; FALCIDIENO, B.; MIN, P.; VELTKAMP, R. Animatable Human Body Model Reconstruction from 3D Scan Data using Templates. In: Proc. CapTech 2004, jun. 2004, Zermatt, Switzerland. **Capture Techniques for Virtual Environments**, p. 73-79.

MOORING, B; PACK T. J. Determination and Specification of Robot Repeatability. **IEEE, Robotics and Automation**. San Francisco, USA, p. 1017-1023, ap. 1986.

MORTENSON, M. E. **Geometric Modeling**. New York: John Wiley & Sons, 1985. 763p.

MÜLLER, H. A.; JAHNKE, J. H.; SMITH, D. B.; STOREY, M.; TILLEY, S. R.; Wong, K. Reverse Engineering: A Roadmap. **IEEE, Computer Society**. Limerick, Ireland, p. 47-60, jun. 2000.

NGUYEN, H. G.; BLACKBURN, M. R. A Simple Method for Range Finding via Laser Triangulation. San Diego, USA, 1995. 7p. **Technical Document 2734**.

NWODOH, T.; NNAJI, B.; POPPLESTONE, R.; LACH, E. Three-dimensional Model Acquisition for Medical Robotics-assisted Burn Debridement System. **Robotics and Computer-integrated Manufacture**. Massachusetts, USA, v.13 n. 4, p. 309-318, dec. 1997.

OLLERO, B. A. **Robótica: Manipuladores y Robots Móviles**, Barcelona: Marcombo, 2001. 447p.

PAUL, R. P. **Robot Manipulator: Mathematics, Programming and Control**. Cambridge: Mit, 1982. 279p.

PEARS, N. E. Range Feature Extraction during Active Sensor Motion. In: Intelligent Robots and Systems 1997, IROS '97, sep. 1997. Grenoble, France. **IEEE/RSJ International/Conference**, v.1, p. 572-578.

POUSSART, D.; LAURENDEAU, D. **Advances in Machine Vision: 3-D Sensing for Industrial Computer Vision**. New York: Springer Series in Perception Engineering, 1989. 420p.

RANGEL, J. E. D.; FERREIRA, W. R. B; CARVALHO, J. C. M. Sistema de Leitura de Superfície de Objetos Tridimensionais. In: 17 PosMec FEMEC/UFU 2007, Nov. 2007,

Uberlândia. Brasil. **17 Simpósio do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica.**

RANGEL, J. E. D.; FERREIRA, W. R. B; CARVALHO, J. C. M. Sistema Robótico de Digitalización para Lecturas de Superficie de Objetos Tridimensionales. In: CIMM 2009, Oct. 2009, Bogotá. Colombia. **IV Congreso Internacional de Ingeniería Mecánica y II de Ingeniería Mecatrónica.**

RANGEL, J. E. D.; FERREIRA, W. R. B; CARVALHO, J. C. M. Modeling an Optical Digitizer Robotic for Reading Three-Dimensional Objects. In: Proceedings of COBEM 2009, Nov. 2009a, Gramado. Brazil. **20th International Congress of Mechanical Engineering.**

RÁNKY, P. G.; HO, C. Y. **Robot Modelling:** Control and Applications with Software. New York: Springer-Verlag, 1985. 361p.

REMONDINO, F. From Point Cloud to Surface: the Modeling and Visualization Problem. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences.** Tarasp-Vulpera, Switzerland, v. XXXIV-5/W10, feb. 2003.

ROWE, D. M. Developments in Holographic-Based Scanner Designs. **Proc. SPIE.** San Diego, USA, v. 3131 p. 52-58, jul. 1997.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo Numérico:** Aspectos Teóricos e Computacionais. 2.ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1996. 406p.

SANTOLARIA, J.; AGUILAR, J. J.; LOPE, M. A.; YAGÜE, J. A.; ROYO, J. Digitalización Rápida de Modelos: Métodos, Instrumentos, Estrategias de Digitalización y Análisis de la Precisión Obtenida Mediante un Sensor Láser por Triangulación. In: XVI Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, 16, May. 2004. Madrid. **INGEGRAF**, p1-10.

SCHARSTEIN, D.; SZELISKI, R. A Taxonomy and Evaluation of Dense Two-frame Stereo Correspondence Algorithms. **International Journal of Computer Vision.** v.47, n.1, p. 7-42, ap. 2002.

STRAND, T. C. Optical Three-Dimensional Sensing for Machine Vision. **Optical Engineering**. San Jose, USA, v. 24, n. 1, p. 33–40, jan. 1985.

TORBY, B. J. **Advanced dynamics for engineers** Publicado em 1984, Holt, Rinehart, and Winston (New York, N.Y) xiv, 426 p. HRW series in mechanical engineering

TSAI, L. W. **Robot Analysis**: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. New York: John Wiley & Sons, 1999. 505p.

VÁRADY, T.; MARTIN, R. R.; COX, J. Reverse Engineering of Geometric Models—an Introduction. Computer-Aided Design. **Elsevier Science**, v.29, n.44, p. 255-269, May. 1996.

VUKOBRATOVIC, M; STOKIC, D. **Applied Control of Manipulation Robots**: Analysis, Synthesis and Exercises. Berlin: Springer, 1989. 476p.

YOSHIKAWA, T. **Foundations of Robotics-** Analysis and control. MIT-press, Massachusetts 1990, 281 p.

YOUNG , M.; BEESON, E. DAVIS, J.; RUSINKIEWICZ, S.; RAMAMOORTHY, R. Viewpoint-Coded Structured Light. In: CVPR '07, 2007, Jun. 2007. Santa Cruz, USA. **IEEE, Conference on Computer Vision and Pattern**, p. 1-8.

APÊNDICE A

PARÂMETROS PARA A MOVIMENTAÇÃO DAS ARTICULAÇÕES

Nesta seção os parâmetros necessários à movimentação de cada articulação serão obtidos considerando o tipo de encoder utilizados (número de pulsos por revolução – ppr), a taxa de redução utilizada e o quantidade de pulsos por volta dos motores passo.

Articulação 1

Para articulação 1, definida por q_1 pode-se escrever:

$$q_1 = \left(\frac{r_{PM1}}{r_{GC}} \right) \cdot \theta_{M1} \quad (A.1)$$

Onde r_{PM1} e r_{GC} são os raios primitivos da polia do motor 1 e o raio da guia circular, respectivamente, θ_{M1} é o deslocamento angular do motor 1.

Para o encoder, pode-se escrever o seu deslocamento angular como:

$$\theta_{E1} = \left(\frac{r_{GCE}}{r_{PE1}} \right) \cdot q_1 \quad (A.2)$$

Onde r_{PE1} é o raio externo da polia do encoder 1 e r_{GCE} o raio externo da guia circular.

Das características dos componentes tem-se:

- Número de pulsos por volta do motor 1 = 200 pulsos/rev = 1,8°/pulso.
- Número de pulsos que gera o encoder 1 por revolução = 5000 pulsos/rev.
- r_{PM1} = 17,8 mm
- r_{PE1} = 12,8 mm

- $r_{GC} = 185 \text{ mm}$
- $r_{GCE} = 185,5 \text{ mm}$

Reescrevendo a Eq. (A.1) encontra se

$$q_1 = \left(\frac{r_{PM1}}{r_{GC}} \right) \cdot \theta_{M1} = \left(\frac{17,8}{185} \right) \cdot 1,8^\circ \cdot N_{PM1} = 0,1732^\circ \cdot N_{PM1} \quad (\text{A.3})$$

Onde N_{PM1} é o número de pulsos que se precisa enviar ao motor 1 para deslocar a guia circular de um ângulo q_1 (em graus).

Reescrevendo a Eq. (A.3) tem-se:

$$q_1 = \left(\frac{12,8}{185,5} \right) \cdot \theta_{E1} = \left(\frac{12,8}{185,5} \right) \cdot \left(\frac{360^\circ}{5000} \right) \cdot N_{PE1} = 0,00497^\circ \cdot N_{PE1} \quad (\text{A.4})$$

Sendo N_{PE1} o numero de pulsos que gera o encoder 1 quando a guia circular se desloca q_1 graus. Reescrevendo a Eq. (A.4), tem-se:

$$q_1 = S_1; \text{ onde } S_1 = 0,00497^\circ \cdot N_{PE1} \quad (\text{A.5})$$

Articulações 2 e 4

Para definir os parâmetros da articulação 2, tem-se:

- Número de pulsos por volta do motor = 400 pulsos/rev.
- Grau de pulso de excitação do motor = $0,9^\circ/\text{pulso}$
- Relação de engrenagem 90:1
- Número de pulsos que gera o encoder por revolução = 1024 pulsos/rev.

O ângulo que percorre a mesa rotativa para um pulso é:

$$\theta_{MR} = \frac{\theta_{MM}}{R_e} \cdot N_{MM} \quad (\text{A.6})$$

Sendo:

- N_{MM} : Numero de pulsos enviados ao motor para movimentar a mesa rotativa

- θ_{MM} : Resolução do motor que movimenta a mesa rotativa
- R_e : Relação de transmissão

Da Equação (A.6), pode-se escrever:

$$\theta_{MR} = \frac{0,9^\circ}{90} \cdot N_{MM} = 0,01^\circ \cdot N_{MM} \quad (A.7)$$

A medição angular realizada pelo encoder quando o motor gira a mesa rotativa θ_{MR} é calculada pela seguinte relação:

$$\theta_{MR} = \left(\frac{1}{90} \right) \cdot \left(\frac{360^\circ}{1024} \right) \cdot N_{PE} = 0,00391^\circ \cdot N_{PE} \quad (A.8)$$

Onde N_{PE} é numero de pulsos que gera o encoder quando o motor desloca a mesa rotativa de um ângulo θ_{MR} .

Reescrevendo as Equações (A.6) e (A.8) para o parâmetro articular q_2 , tem-se:

$$q_2 = 0,01^\circ \cdot N_{PM2} \quad (A.9)$$

$$q_2 = S_2 = 0,00391^\circ \cdot N_{PE2} \quad (A.10)$$

Das Equações (A.9) e (A.10) N_{PM2} é o numero de pulsos que se precisa para movimentar a mesa rotativa de um ângulo q_2 , e N_{PE2} é o numero de pulsos que gera o encoder 2 quando a mesa rotativa gira de um ângulo q_2 (em graus).

As relações fornecidas pelas Eqs. (A.6) e (A.8) aplicam-se também para o parâmetro articular q_4 , pois se trata do mesmo sistema de acionamento, então:

$$q_4 = 0,01^\circ \cdot N_{PM4} \quad (A.11)$$

$$q_4 = S_4 = 0,00391^\circ \cdot N_{PE4} \quad (A.12)$$

Articulações 3 e 5

Para definir os parâmetros relativos à articulação 3, correspondendo ao atuador linear, têm-se:

- Número de pulsos por volta do motor = 200 pulsos/rev.
- Grau de pulso de excitação do motor = $1,8^\circ/\text{pulso}$
- Avanço linear por pulso = 0,00396875 mm
- Número de pulsos que gera o encoder por revolução = 1024 pulsos/rev.

O deslocamento q_3 quando são aplicados pulsos ao motor é dado por

$$q_3 = (0,00396875) \cdot N_{PM3} \quad (\text{A.13})$$

Sendo N_{PM3} a quantidade de pulsos necessários para deslocar o corpo 3 de q_3 (mm). A leitura fornecida pelo encoder 3 quando são enviados pulsos ao motor para deslocar o corpo é:

$$S_3 = \left(\frac{0,00396875}{1,8^\circ} \right) \cdot \left(\frac{360^\circ}{1024} \right) \cdot N_{PE3} = (7,75146 \times 10^{-4}) \cdot N_{PE3} \quad (\text{A.14})$$

Onde N_{PE3} é o número de pulsos que gera o encoder 3 quando o corpo 3 se desloca de q_3 mm. Então:

$$q_3 = S_3 \quad (\text{A.15})$$

Estas relações também são válidas para a articulação 5 pois é o mesmo sistema de translação. Logo,

$$q_5 = (0,00396875) \cdot N_{PM5} \quad (\text{A.16})$$

$$S_5 = (7,75146 \times 10^{-4}) \cdot N_{PE5} \quad (\text{A.17})$$

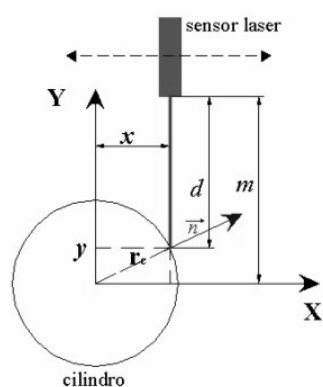
$$q_5 = S_5 \quad (\text{A.18})$$

APÊNDICE B

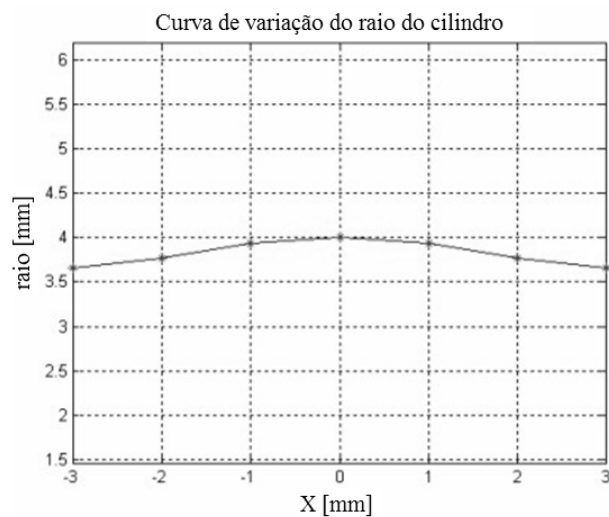
ANÁLISE DO SINAL DO SENSOR LASER

Esta análise foi realizada para verificar o comportamento do sinal do sensor laser em função da posição da normal à superfície lida. Diversas publicações citam que basta “aproximar” a cabeça de leitura ao objeto que ele fornecerá a distância até o objeto. Isto pode ser considerado verdade para laser de grande resolução, onde a distância de leitura (entre o sensor e o objeto) é muito pequena (menor que 5mm, com resolução da ordem de 0,001mm). No entanto, nestes tipos de sensores, a possibilidade de colisão entre o objeto lido e a cabeça de leitura é muito grande, e de difícil previsão em sistemas automáticos. No digitalizador desenvolvido, a distância de leitura prevista está entre 30mm e 40mm (FERREIRA, 2006).

Para verificar o comportamento do sinal do laser utilizado, em função da normal à superfície, foram realizados testes com uma mesa *XY*. Para isto, o sensor foi deslocado lateralmente em relação a um cilindro, conforme esquematizado na Fig. C.1a. Na Figura C.1b é apresentado um exemplo que representa o comportamento da variação da leitura do laser, aplicado à medição do raio de um cilindro de 8mm de diâmetro, em função do deslocamento lateral do laser. Pode-se notar que a melhor leitura ocorre no ponto de máximo na curva de variação de raio, pois é o ponto em que a normal apresenta desvio angular zero. Pode-se verificar que o erro é em torno de 0,3mm para a leitura de um raio de 4mm, que pode ser considerado grande para o trabalho em questão. Assim, o programa de controle do sistema tem que posicionar o laser na direção normal da estrutura para evitar erros de leitura, garantindo obter pontos que realmente representam a superfície do objeto.



(a)



(b)

Figura C.1 – Comportamento do raio de um cilindro em função do recuo lateral da normal à superfície. a) Esquema da disposição do laser; b) desvio do raio do cilindro em função do desvio lateral da normal à superfície.

APÊNDICE C

ERRO DE LEITURA DO SENSOR LASER EM FUNÇÃO DO DESVIO DA DIREÇÃO NORMAL

Para verificar o comportamento do erro de leitura em função do desvio da direção da normal à superfície em relação à direção do laser, foi utilizada uma estrutura do tipo R+RP, devidamente instrumentada, conforme apresentado na Fig. C1.

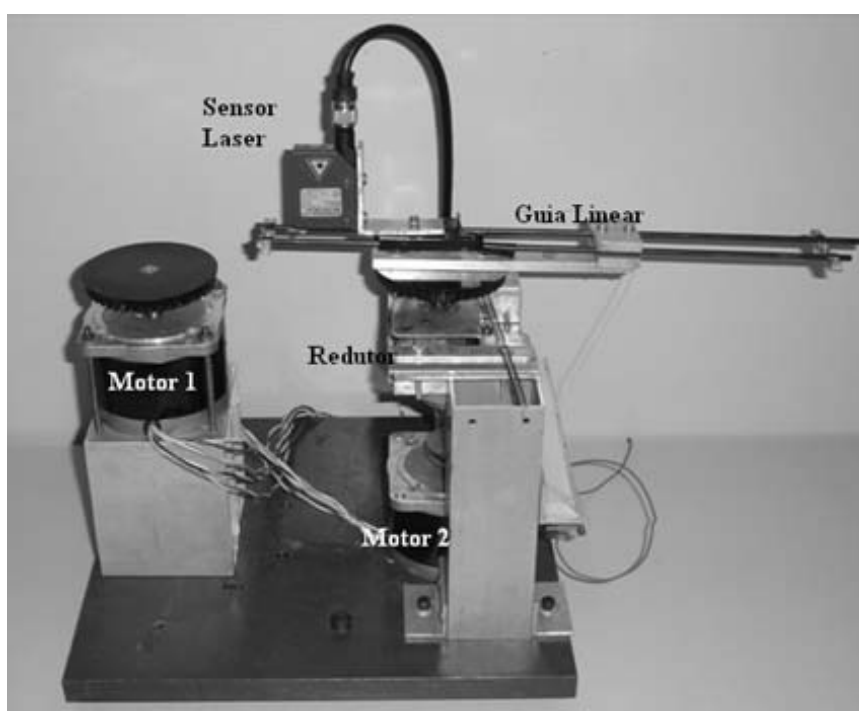


Figura C.1 – Composição da estrutura R+RP (FERREIRA, 2010)

A estrutura possui três graus de liberdade: Uma articulação de rotação q_1 (motor 1) que é a responsável de movimentar o objeto em torno de um eixo Z_0 ; Uma articulação de rotação q_2 (motor 2) que gira o sensor laser em torno de um eixo Z_A , e uma articulação de translação q_3 que desloca o sensor em X_A . O redutor foi acoplado ao motor 2 a fim de se obter

movimentos mais finos e aumentar a resolução de q_2 , isto é, para cada micro-passo do motor 2 ($0,18^\circ$) o movimento na saída do redutor corresponde $51,84''$ ($0,0144^\circ$).

O controle dessa estrutura foi realizado utilizando a plataforma de instrumentação virtual LabVIEW.

A estrutura construída permite leitura de seções transversais de objetos cujas normais estão no plano de leitura (XY) do sensor laser

Para comparação dos resultados lidos foi utilizado o objeto apresentado na Fig. C.2, cujas medidas foram obtidas em uma máquina de medição de coordenadas modelo Mitutoyo BR-M443, totalizando 227 (duzentos e vinte e sete) pontos, representados pelos pontos fora do círculo na Fig. C.3

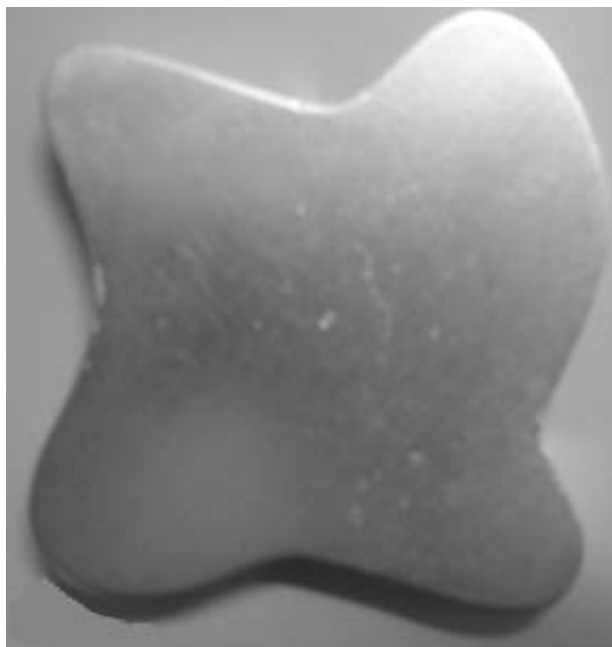


Figura C.2 - Objeto utilizado para a leitura

O teste de leitura foi realizado apenas fazendo girar o objeto, sem o acompanhamento da normal, cujo processo é utilizado na maioria dos digitalizadores existentes. Foram obtidos 200 (duzentos) pontos, representados dentro de um círculo na Fig. C.3.

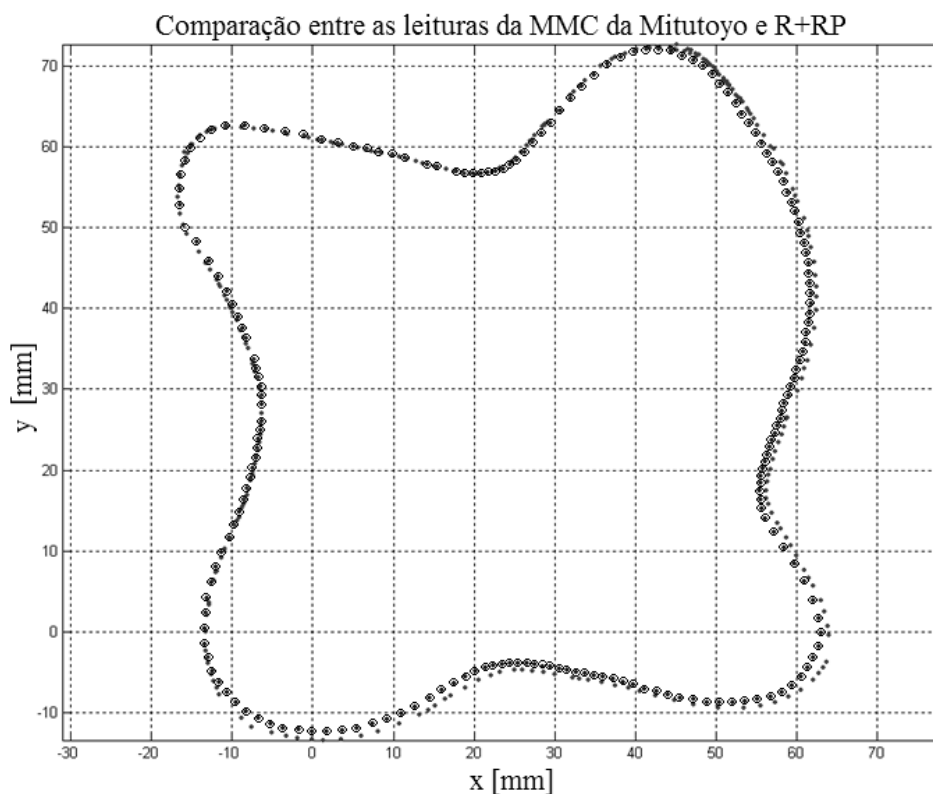


Figura C.3 - Comparação entre as coordenadas do objeto e as coordenadas lidas pelo sensor

Pode-se verificar pela Figura C.3 que existe uma diferença considerável entre o objeto real e o contorno fornecido pelo sensor. Iste resultado demonstra claramente a necessidade de efetuar a leitura da superfície na direção de sua normal

Outra alternativa consiste em utilizar sensores laser de altíssima resolução mas, neste caso, eles têm que estar muito próximos à superfície, possibilitando a ocorrência de colisão entre o sensor e a superfície.