
**Vizinhos Recorrentes baseados em Atributos –
Visualização de Redes Dinâmicas Multivariadas
considerando Atributos dos Nós**

Lorena Ferreira Marani



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Lorena Ferreira Marani

**Vizinhos Recorrentes baseados em Atributos –
Visualização de Redes Dinâmicas Multivariadas
considerando Atributos dos Nós**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação da Faculdade de Computação da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Área de concentração: Ciência da Computação

Orientador: Dr. José Gustavo de Souza Paiva

Coorientador: Dr. Bruno Augusto Nassif Travençolo

Uberlândia

2025

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

M311 2025	Marani, Lorena Ferreira, 1989- Vizinhos Recorrentes Baseados em Atributos [recurso eletrônico] : visualização de Redes Dinâmicas Multivariadas considerando atributos dos nós / Lorena Ferreira Marani. - 2025. Orientador: José Gustavo de Souza Paiva. Coorientador: Bruno Augusto Nassif Travençolo. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Ciência da Computação. Modo de acesso: Internet. DOI http://doi.org/10.14393/ufu.di.2025.463 Inclui bibliografia. Inclui ilustrações. 1. Computação. I. Paiva, José Gustavo de Souza, 1979-, (Orient.). II. Travençolo, Bruno Augusto Nassif, 1981-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Ciência da Computação. IV. Título. CDU: 681.3
--------------	---

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:
Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Ciência da Computação				
Defesa de:	Dissertação, 15/2025, PPGCO				
Data:	29 de Julho de 2025	Hora de início:	09:10	Hora de encerramento:	11:00
Matrícula do Discente:	12222CCP013				
Nome do Discente:	Lorena Ferreira Marani				
Título do Trabalho:	Vizinhos Recorrentes baseados em Atributos -Visualização de Redes Dinâmicas Multivariadas considerando Atributos dos Nós				
Área de concentração:	Ciência da Computação				
Linha de pesquisa:	Ciência de Dados				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Chamada Universal 2021 - CNPq/MCTI/FNDCT Nº 18/2021 - Faixa A - Grupos Emergentes - Processo: 402543/2021-1				

Reuniu-se por videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação, assim composta: Professores Doutores: Bruno Augusto Nassif Travençolo - FACOM/UFU(Coorientador), Fabíola Souza Fernandes Pereira - FACOM/UFU e Jean Roberto Ponciano - USP, José Gustavo de Souza Paiva - FACOM/UFU orientador do candidato.

Os examinadores participaram desde as seguintes localidades: Todos os membros da banca e a aluna participaram da cidade de Uberlândia.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Prof. Dr. José Gustavo de Souza Paiva, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação da Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir ao candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o candidato:

Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **José Gustavo de Souza Paiva, Professor(a) do Magistério Superior**, em 30/07/2025, às 15:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fabíola Souza Fernandes Pereira, Professor(a) do Magistério Superior**, em 30/07/2025, às 15:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Bruno Augusto Nassif Travençolo, Professor(a) do Magistério Superior**, em 30/07/2025, às 16:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jean Roberto Ponciano, Usuário Externo**, em 31/07/2025, às 10:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **6488729** e o código CRC **F5EBC4A6**.

Às mentes inquietas que reconhecem na dúvida o princípio da sabedoria.

Agradecimentos

À minha família, por seu amor, compreensão e apoio incondicionais, alicerces em cada passo desta conquista.

Aos Doutores José Gustavo de Souza Paiva e Bruno Augusto Nassif Travençolo, pela orientação competente e criteriosa, pelo apoio contínuo e pela inspiração intelectual.

Ao Centro de Primatologia do CNRS, localizado em Rousset-sur-Arc, França, pela disponibilização dos dados utilizados nesta pesquisa.

A todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte desta jornada acadêmica, meus sinceros agradecimentos.

Resumo

Redes dinâmicas descrevem interações entre objetos de estudo, em determinado contexto, ao longo de um período de tempo. Essas redes são compostas por nós, que representam elementos individuais, e arestas, que indicam interações entre esses elementos em cada instante temporal. No âmbito da rede, diferentes propriedades estruturais podem ser atribuídas aos nós (como grau e centralidade) e às arestas (como força da ligação e direção). Para facilitar a análise dos fenômenos envolvidos nessas redes, a área de Visualização de Dados propõe técnicas que criam representações visuais capazes de destacar padrões de conexão e auxiliar os usuários na exploração desses fenômenos. Embora amplamente aplicadas, essas técnicas geralmente desconsideram os atributos dos nós, focando apenas nas conexões existentes. No entanto, acredita-se que tais atributos carregam informações valiosas que podem auxiliar a compreender as interações e até auxiliar na previsão de novas conexões. Para preencher essa lacuna, este trabalho estende a técnica *Recurrent Neighbors*, incorporando atributos dos nós no processo de ordenação. A proposta representa uma estratégia de visualização voltada à identificação de relações entre atributos e conexões, com foco na compreensão dos fatores que influenciam a evolução das interações ao longo do tempo. A aplicação do método em duas bases de dados que registram interações sociais entre babuínos, sendo uma caracterizada por maior granularidade temporal e outra por maior riqueza semântica, demonstrou que a ordenação dos nós com base em atributos potencializa a interpretação das redes dinâmicas, tornando visíveis padrões de organização social que passariam despercebidos em representações convencionais.

Palavras-chave: Redes Temporais. Redes Complexas. Visualização. Grafos. Redes Dinâmicas. Redes Multivariadas..

Abstract

Dynamic networks describe interactions between entities under study within a specific context over a period of time. These networks consist of nodes, which represent individual elements, and edges, which indicate interactions between those elements at each temporal instant. Within the network structure, various properties can be assigned to nodes (such as degree and centrality) and to edges (such as link strength and direction). To support the analysis of the phenomena embedded in these networks, the field of Data Visualization offers techniques that create visual representations aimed at highlighting connection patterns and assisting users in exploring these phenomena. Although widely used, such techniques often disregard node attributes, focusing solely on existing connections. However, it is believed that these attributes hold valuable information that can help in understanding interactions and even contribute to predicting future connections. To address this gap, this work extends the Recurrent Neighbors technique by incorporating node attributes into the node ordering process. The proposed approach provides a visualization strategy focused on identifying relationships between attributes and connections, aiming to enhance the understanding of factors that influence the evolution of interactions over time. The method was applied to two datasets that record social interactions among baboons—one characterized by higher temporal granularity and the other by greater semantic richness. Results demonstrate that ordering nodes based on their attributes improves the interpretability of dynamic networks, revealing social organization patterns that would likely go unnoticed in conventional visual representations.

Keywords: Temporal Networks. Complex Networks. Visualization. Graphs. Dynamic Networks. Multivariate Networks..

Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplo de diagrama <i>Node-Link</i>	22
Figura 2 – Exemplo de diagrama <i>Node-Link</i> representando fluxo aéreo	23
Figura 3 – Exemplo de Matriz de Adjacências.	24
Figura 4 – Exemplo de <i>layout</i> Matriz de Adjacências.	24
Figura 5 – Exemplo de <i>layout</i> TAM.	26
Figura 6 – Exemplo de <i>layout</i> SV. Elaborado pelo autor (2023)	27
Figura 7 – <i>Layout Sequence View</i> aplicado em uma base de e-mails.	27
Figura 8 – Miniaturas dos <i>layouts</i> SV e TAM.	28
Figura 9 – Exemplo de diagrama <i>Node-Link</i> baseado em atributos.	29
Figura 10 – Visualização direcionada por atributos - agrupamento e atribuição de propriedades.	30
Figura 11 – Ordenação por comunidades - Etapas da divisão e reordenação de nós.	32
Figura 12 – Ordenação por comunidades - Aplicação em diferentes níveis de ordenação	32
Figura 13 – Matrizes e Hierarquias - Exemplo de visualização direcionada por atributos.	34
Figura 14 – Matrizes e Hierarquias - Estrutura.	35
Figura 15 – Matrizes e Hierarquias - Aplicação em dados de Partidas de futebol.	36
Figura 16 – Sistema BioFabric para Redes Multivariadas — Codificações visuais.	38
Figura 17 – Sistema BioFabric para Redes Multivariadas - Codificação redundante.	39
Figura 18 – Sistema BioFabric para Redes Multivariadas - Visualização dos atributos dos nós.	39
Figura 19 – DGVis - Matriz e Gráfico de Linhas.	40
Figura 20 – DGVis - Conexões e Trajetórias.	41
Figura 21 – DGVis – Detalhe de <i>Snapshot</i>	41
Figura 22 – Multi-NetVis - <i>Layout</i> Geral.	43
Figura 23 – Técnica <i>Recurrent Neighbors</i>	46
Figura 24 – ARN: influência de atributos na ordenação.	50

Figura 25 – Matriz de Adjacências das interações sociais entre babuínos (Base de Observações).	55
Figura 26 – Mini SV aplicado à Base de Observações - Ordenação por Grau.	56
Figura 27 – SV aplicado à Base de Observações - Nós ordenados por grau e coloridos conforme o valor do atributo idade.	57
Figura 28 – SV aplicado à Base de Observações - Nós ordenados por RN e coloridos conforme a idade dos primatas.	58
Figura 29 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pela idade no <i>layout</i> SV.	59
Figura 30 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pelo gênero no <i>layout</i> SV.	60
Figura 31 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) no mini mapa do SV.	61
Figura 32 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1,0) e nós coloridos pela idade no <i>layout</i> SV.	62
Figura 33 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1,0) e nós coloridos pelo gênero no <i>layout</i> SV.	63
Figura 34 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=1). Nós coloridos pela idade e pelo gênero no <i>layout</i> SV.	64
Figura 35 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos de acordo com a intensidade das conexões no <i>layout</i> TAM.	65
Figura 36 – ARN — Observações: TAM e SV com configurações de pesos distintas	66
Figura 37 – Matriz de Adjacências da base de dados coletados por sensores e células são coloridas de acordo com o grau dos nós.	68
Figura 38 – Aplicação na Base de Sensores. Nós ordenados por grau, de cima para baixo, no mini mapa do <i>layout</i> SV.	69
Figura 39 – Aplicação na Base de Sensores. Nós ordenados por grau e coloridos pela idade no <i>layout</i> SV.	70
Figura 40 – SV aplicado à Base de Sensores - Nós ordenados por RN e coloridos pela idade	71
Figura 41 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pela idade no <i>layout</i> SV.	72
Figura 42 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pelo gênero no <i>layout</i> SV.	73
Figura 43 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pela idade no <i>layout</i> SV.	74

Figura 44 – SV aplicado à Base de Sensores - Nós ordenados por ARN (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1) e coloridos pelo gênero.	75
Figura 45 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0) e nós coloridos pelo gênero no <i>layout</i> SV.	76
Figura 46 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos nós coloridos de acordo com a intensidade das conexões no <i>layout</i> TAM.	77
Figura 47 – ARN - Aplicação na Base de Sensores. Nós ordenados por RN e coloridos de acordo com a intensidade das conexões no <i>layout</i> TAM. Relação parental.	78
Figura 48 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0) nos <i>layouts</i> SV com os nós coloridos pela idade e gênero e mini mapa TAM, com nós coloridos pela força das conexões.	79
Figura 49 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=1) e nós coloridos pela idade no <i>layout</i> SV.	80
Figura 50 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos de acordo com a intensidade das conexões no <i>layout</i> TAM.	81
Figura 51 – Nós ordenados por RN e coloridos pela idade no <i>layout</i> SV.	82
Figura 52 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0) no mini mapa TAM.	83
Figura 53 – Conceito de intersecção e sobreposição de arestas no <i>layout</i> SV.	84
Figura 54 – Efeito das reordenações na complexidade visual do <i>layout</i> SV.	85

Lista de tabelas

Tabela 1 – Dados de indivíduos e conexões	21
Tabela 2 – Características das redes observacional e sensoriada	54
Tabela 3 – Média de sobreposições por ordenação e base	87

Lista de algoritmos

1	Ordenação por <i>Attribute-based Recurrent Neighbors</i>	48
2	Cálculo da Média de Sobreposições Visuais em SV	86

Lista de siglas

ARN Attribute-based Recurrent Neighbors

DMVN Dinamyc Multivariate Network

MVN Multivariate Network - Redes Multivariadas

MSV Massive Sequence View

RN Recurrent Neighbors

SV Sequence View

TAM Temporal Activity Map

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Objetivos e Desafios da Pesquisa	16
1.2	Hipótese	16
1.3	Organização da Dissertação	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	Redes Complexas	17
2.1.1	Redes Dinâmicas	19
2.1.2	Redes Multivariadas	20
2.2	Visualização de Redes Complexas e Dinâmicas	21
2.2.1	Diagrama <i>Node-Link</i>	21
2.2.2	Matriz de Adjacências	23
2.2.3	<i>Temporal Activity Map</i> (TAM)	25
2.2.4	<i>Sequence View</i> (SV)	26
2.2.5	Mini Mapas	28
2.2.6	<i>Layouts</i> Direcionados por Atributos	29
2.3	Trabalhos Relacionados	31
2.3.1	DyNetVis	31
2.3.2	Matrizes e Hierarquias em Redes Dinâmicas	33
2.3.3	Sistema BioFabric para Redes Multivariadas	37
2.3.4	DGVis - Visualização de recortes temporais	40
2.3.5	Multi-NetVis – <i>Visual Analytics for Multivariate Network</i>	42
2.4	Considerações Finais	44
3	PROPOSTA	45
3.1	Ordenação por <i>Recurrent Neighbors</i>	45
3.2	Descrição da proposta	47

3.2.1	Ordenação por Vizinhos Recorrentes considerando os Atributos dos Nós (ARN)	47
3.2.2	Mapeamento de conectividade pela coloração dos nós	49
4	EXPERIMENTOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS	52
4.1	Materiais e métodos	52
4.1.1	Base de Observações	53
4.1.2	Base de Sensores	53
4.1.3	Redes resultantes	54
4.2	Pré-processamento	54
4.3	Base de Observações	55
4.4	Base de Sensores de Proximidade	67
4.5	Comparação entre as Redes de Observações e a Rede de Sensores	83
4.6	Complexidade Visual	83
4.7	Discussão	89
5	CONCLUSÃO	90
	REFERÊNCIAS	92

Introdução

Redes complexas são sistemas compostos por um grande número de elementos interconectados, cujas propriedades emergentes não podem ser explicadas apenas pela análise dos elementos individuais (chamados de nós), mas sim pela análise da estrutura da rede como um todo, considerando as conexões entre os nós (ALBERT; BARABÁSI, 2002). Essas redes apresentam características como distribuição não uniforme de conexões, presença de *hubs* ou nós altamente conectados. A estrutura de uma rede é objeto de estudo em pesquisas científicas em diferentes áreas como a Saúde (LEME et al., 2020) e a Economia (GARCÍA-MEDINA; C., 2020).

Para alguns fenômenos representáveis por redes, o fator temporal é crucial, exigindo a análise das conexões entre os elementos ao longo do tempo, a fim de compreender como a evolução dessas relações interfere nesses fenômenos observados. Com a visão evolutiva da rede, é possível detectar eventos anômalos ou identificar pontos de mudança em processos dinâmicos. Essas redes são denominadas Redes Dinâmicas (ou Redes Temporais) (SONG et al., 2010).

Os elementos de uma Rede Dinâmica podem possuir atributos representando características de uma unidade em um sistema de estudo. Um nó é utilizado para representar essa unidade, e pode ser, por exemplo, um usuário de uma rede social (HOLME, 2014). Esse usuário possui atributos como sexo, idade e assuntos de interesse. Além disso, esse nó pode ser caracterizado por suas propriedades topológicas na rede, como o número de conexões ligadas a ele e a centralidade, indicando a sua importância na estrutura observada. Nesse exemplo, as arestas podem remeter à relação entre os usuários durante certo período de tempo e possuir um peso, pelo qual se compreende a relevância dessa ligação. O fato de os nós e arestas terem atributos associados classifica a rede como Rede Dinâmica Multivariada (do inglês, *Dynamic Multivariate Network* - DMVN), conforme definido por Kale, Sun e Papka (2023).

Não é trivial perceber os fenômenos representados pelas relações entre os dados de uma rede analisando-os descritivamente, ou mesmo estruturados em tabelas de dados. Isso porque esses fenômenos podem ocorrer de forma muito sutil, ou vários fenômenos

podem ocorrer concomitantemente, enquanto outros podem ocorrer separados por longos períodos de tempo, dificultando a análise e tomada de decisão. Nesse contexto, técnicas de Visualização de Dados podem ser usadas para melhorar a compreensão dos fenômenos representados pelas redes. Segundo Munzner (2014), Visualização de Dados é a representação visual de grandes quantidades de dados para melhorar a compreensão, análise e tomada de decisões por intermédio da comunicação visual. Técnicas de Visualização de Dados oferecem ferramentas que possibilitam a realização de análises mais facilmente interpretáveis pelo cérebro humano, servindo de insumo importante na obtenção de conhecimento pela exploração dos dados, além de facilitar a identificação de padrões que levam à compreensão dos fenômenos associados. Essas técnicas produzem *layouts* contendo pistas visuais cuja organização e aparência estão diretamente ligadas às informações medidas dos dados, de forma a comunicar visualmente os fenômenos contidos nesses dados.

Uma das ferramentas utilizadas para a visualização de redes dinâmicas é o Gephi Bastian, Heymann e Jacomy (2009), que, desde sua proposta original, oferece uma variedade de *layouts* para explorar a estrutura das redes. Em versões mais recentes, melhorias foram incorporadas por meio de extensões como o *plugin* MultiViz (PILLAI et al., 2022), desenvolvido com o objetivo de superar limitações da versão original ao possibilitar a visualização da rede em múltiplas camadas, de modo a representar atributos dos nós e das arestas. No entanto, mesmo com essa evolução, os próprios autores reconhecem que a abordagem pode gerar sobreposições em redes densas, o que compromete a clareza e dificulta a interpretação visual dos dados (PILLAI et al., 2022). Esse projeto não aborda a temporalidade da rede. Outro sistema voltado à criação de *layouts* para redes dinâmicas é o **DyNetVis** (LINHARES et al., 2017). Nela foram implementados quatro tipos de *layouts*: estrutural, matricial, temporal e de comunidades, que oferecem recursos para interpretação, identificação de padrões e análise da evolução de uma rede dinâmica. No entanto, o DyNetVis não provê formas de análise dos atributos relacionados aos nós na construção dos *layouts*. Estudos como o de Jia et al. (2017) já confirmaram que a incorporação de atributos melhora a detecção de comunidades em redes complexas, demonstrando que nós com atributos similares tendem a se agrupar. Nesse sentido, parte-se da hipótese de que a análise dos atributos dos nós pode aprofundar a compreensão das conexões observadas, fornecendo indícios sobre os fatores que influenciam tanto a formação quanto a evolução dessas ligações. O uso de técnicas de visualização torna-se uma ferramenta promissora para explorar possíveis relações entre atributos e interações, apoiando a investigação dos fenômenos subjacentes. Segundo Beck et al. (2016), existe a necessidade do desenvolvimento de métodos mais eficazes e intuitivos para visualizar grandes conjuntos de dados de rede, possibilitando uma compreensão mais aprofundada das limitações cognitivas dos usuários quando estão trabalhando com os *layouts* e a exploração de novas tecnologias e técnicas de interação em vários contextos. Apesar da literatura dispor de algumas propostas e ferramentas para visualização de DMVNs (KALE; SUN;

PAPKA, 2023), as soluções ainda são incipientes e ainda há espaço para novas propostas e melhorias.

1.1 Objetivos e Desafios da Pesquisa

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma estratégia de análise visual de redes dinâmicas multivariadas, considerando as informações contidas nos atributos dos nós na geração de *layouts* e na análise da rede. Para alcançar esse objetivo, são listados os seguintes objetivos específicos:

- a) adaptar *layouts* existentes para incorporar informações dos atributos dos nós, de modo a viabilizar a análise de sua potencial influência na estrutura de conexões da rede;
- b) utilizar as informações contidas nos atributos dos nós para aprimorar os *layouts* de visualização temporal em termos de redução da poluição visual e de compreensão de fenômenos;
- c) disponibilizar a proposta como complemento à ferramenta DyNetVis.

1.2 Hipótese

As hipóteses deste trabalho são:

- a) as informações contidas nos nós em uma rede dinâmica multivariada influenciam as conexões observadas ao longo do tempo;
- b) a utilização de *layouts* com técnicas de Visualização de Dados ressalta padrões tanto nos atributos quanto nas conexões, auxiliando na identificação e compreensão dessa relação entre os atributos dos nós e suas conexões.

1.3 Organização da Dissertação

A dissertação está estruturada em cinco capítulos, além desta Introdução: O Capítulo 2 apresenta a Fundamentação Teórica abordando as principais técnicas de visualização de redes dinâmicas multivariadas, bem como os conceitos essenciais para o desenvolvimento deste trabalho. O Capítulo 3 descreve a metodologia proposta, bem como sua relevância no contexto da visualização de DMVNs. No Capítulo 4, são detalhados os experimentos realizados com dois conjuntos de dados referentes a interações entre babuínos da espécie *Papio papio*, acompanhados da análise dos resultados obtidos a partir da aplicação da técnica proposta. O Capítulo 5 apresenta as conclusões do estudo.

Fundamentação Teórica

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos que sustentam o desenvolvimento desta dissertação, abordando os principais conceitos relacionados a Redes Complexas e suas extensões dinâmicas e multivariadas. São introduzidos os elementos estruturais dessas redes, bem como propriedades associadas aos nós e às arestas. Em seguida, são discutidas estratégias de visualização utilizadas para representar redes complexas, incluindo abordagens tradicionais e técnicas de visualização temporais. Por fim, são apresentados trabalhos relacionados ao tema deste trabalho.

2.1 Redes Complexas

O conceito de Redes Complexas fundamenta-se na Teoria dos Grafos, introduzida por Euler (1736). A conotação de rede refere-se a uma representação esquemática de um sistema complexo, cuja natureza exige uma abordagem contextual e por meio da identificação de elementos interligados (MATA, 2020). Esses elementos são as entidades do sistema e, nesse contexto, chamados de nós, enquanto a interligação particular entre mais de um elemento é chamada de haste, ligação ou aresta (ALBERT; BARABÁSI, 2002). Apesar de ser comumente mencionada como sinônimo de um grafo, as redes podem possuir características que não são explicadas pela uniformidade de conectividades aleatórias, como a presença de aglomerações de nós, variação na distribuição de graus e outras propriedades (WATTS; STROGATZ, 1998). Os conceitos fundamentais de redes complexas usados neste trabalho são descritas a seguir.

1. Nó (instância/vértice)

Uma instância, vértice ou nó de uma rede é uma entidade individual, um elemento básico. Pode representar, por exemplo, um objeto, uma pessoa, um local ou conceito, dependendo do contexto da rede em questão (BARABÁSI; PÓSFAL, 2016).

2. Aresta

Em uma rede, uma aresta é uma conexão ou vínculo que liga dois nós na rede. Ela representa uma relação, interação ou ligação entre os elementos representados pelos nós. As arestas podem ser direcionadas, quando a aresta aponta para outro nó, ou não direcionadas, quando as arestas permitem o fluxo de ligação nos dois sentidos (BARABÁSI; PÓSFAL, 2016).

3. Propriedade

A propriedade é associada a um vértice ou a uma aresta no contexto de uma rede, podendo ser numérica ou categórica. É utilizada para descrever informações adicionais sobre os nós ou as arestas de uma rede. Alguns exemplos de propriedade podem ser:

- a) **Peso:** Um valor associado a uma conexão entre nós medindo a intensidade da relação entre eles. É uma medida fundamental para entender a conectividade de um nó em relação aos outros;
- b) **Grau:** O total de conexões de entrada ou saída de um nó, indicando a importância do nó na rede. Esse parâmetro ajuda a identificar se a rede segue um modelo específico, como por exemplo se é uma rede livre de escala;
- c) **Coefficiente de agrupamento:** Representa a quantidade de ligações entre os vizinhos mais próximos de um nó. Esse coeficiente indica a probabilidade de que os vizinhos de um nó também sejam conectados entre si. Essa propriedade ajuda a entender a tendência de formação de grupos na rede;
- d) **Diâmetro:** O diâmetro de uma rede complexa é a distância mais longa entre quaisquer dois nós na rede. Ele ajuda a entender a extensão ou a escala da rede;
- e) **Número do núcleo-k:** O número do núcleo-k fornece uma medida da participação de um nó em regiões densamente conectadas da rede, sendo especialmente útil para detectar comunidades internas ou grupos fortemente interligados.

Além das propriedades clássicas, há outras informações inerentes aos nós e arestas:

- a) **Comunidades:** No contexto de Redes, as Comunidades podem ser compreendidas como conjuntos de nós que estão densamente conectados entre si, mas esparsamente conectados a nós em outros grupos. Em outras palavras, são subconjuntos de nós dentro de uma rede onde as conexões internas são mais fortes e mais numerosas do que as conexões externas. A detecção e análise dessas comunidades constituem etapas fundamentais para a compreensão da organização e da dinâmica de sistemas complexos (GIRVAN; NEWMAN, 2002).

- b) **Centralidade de autovetor:** A centralidade do autovetor é uma métrica que atribui maior importância a um nó não apenas com base em suas conexões diretas, mas também considerando a importância dos nós aos quais está conectado (SAXENA; IYENGAR, 2020). Formalmente, corresponde ao autovetor dominante da matriz de adjacência da rede, capturando a influência recursiva entre os elementos. Essa métrica é particularmente útil em cenários onde a influência indireta desempenha papel relevante, como em redes sociais, de citações e na Web, sendo o PageRank ¹ uma de suas derivações mais conhecidas.
- c) **Centralidade de autovetor laplaciana (LEC):** É uma variação da centralidade de autovetor tradicional, proposta por Shimono e Tamura (2025), que utiliza a matriz Laplaciana da rede em substituição à matriz de adjacência. Enquanto a centralidade clássica avalia a influência de um nó com base na importância dos seus vizinhos imediatos, a LEC introduz um parâmetro denominado *ordem LEC*, que permite ajustar o alcance da influência considerada. Essa característica possibilita a análise da relevância estrutural dos nós em diferentes escalas, desde contextos locais até globais, o que se mostra particularmente útil em redes com conectividade heterogênea. Dessa forma, a LEC oferece uma abordagem mais flexível e adaptável para quantificar a importância dos vértices em estruturas complexas.

2.1.1 Redes Dinâmicas

Redes Dinâmicas são redes complexas que descrevem evolução temporal dos nós e suas conexões, ou seja, são aquelas que apresentam mudanças na dimensão estrutural ou contextual entre certo intervalo de tempo. Entre as alterações possíveis estão a variação entre as conexões e a formação ou dissolução de comunidades.

Ao considerar explicitamente a dimensão temporal e modelar as dependências temporais, tem-se previsões mais precisas. O estudo no contexto de mobilidade urbana realizado por Song et al. (2010) ilustra que, sem incorporar o tempo como um fator na análise, a previsibilidade dos padrões de conexões de uma rede sofre limitações. Os autores demonstraram que modelos baseados apenas em padrões espaciais ou estatísticos resultam em baixa capacidade de prever o próximo local de um indivíduo, com valores médios de previsibilidade em torno de 30%. Em contrapartida, ao considerar a ordem temporal das visitas aos locais, a previsibilidade média aumenta significativamente, atingindo até 93%. Essa diferença evidencia que ignorar a dimensão temporal implica subestimar padrões recorrentes, como a permanência em locais fixos em horários regulares, o que é fundamental para previsões mais precisas em redes humanas.

A representação de um sistema como uma rede dinâmica permite analisar aspectos do seu comportamento sem a necessidade de modelar toda a sua dinâmica interna. Por

¹ Disponível em: <<http://ilpubs.stanford.edu:8090/422/>>. Acesso em: 10 dez. 2023.

meio dessa abordagem, é possível estimar, por exemplo, o quanto uma parte da rede influencia outra e identificar vértices que desempenham papéis funcionais semelhantes na operação do sistema (FREEMAN, 1978; LORRAIN; WHITE, 1971). No entanto, ao converter uma rede temporal em uma estrutura estática, perde-se uma parte essencial da informação, especialmente a ordem e a simultaneidade dos eventos. Essa simplificação compromete a fidelidade na representação de certos fatores dinâmicos, resultando em possíveis interpretações equivocadas sobre o comportamento das entidades envolvidas. Um exemplo clássico dessa limitação é a intransitividade temporal: mesmo que A esteja conectado a B e B a C, se os contatos ocorrerem em ordem inversa à necessária para a propagação, A e C estarão desconectados no tempo, embora pareçam ligados em uma rede estática (HOLME; SARAMÄKI, 2012).

2.1.2 Redes Multivariadas

Uma Rede Multivariada (MVN) consiste em um conjunto de nós contendo informações associadas que independem do contexto da rede na qual estão inseridos. Os elementos desse tipo de rede estão conectados entre si em uma rede que representa a relação entre eles. O fato de haver informações atribuídas a cada nó faz a análise dessas redes ser mais elaborada, já que esses dados podem ser importantes para explicar as relações encontradas. É necessário que essas análises permitam explorar não só as relações entre os nós da rede, mas também informações particulares de cada nó, e como isso influencia nas relações encontradas.

Uma rede multivariada possui informações além dos aspectos básicos de uma aresta, como peso e direção, por exemplo. A representação de variações mais complexas desses atributos se torna desafiadora em visualizações de redes e não é comum encontrar na literatura estratégias que abordem de forma eficaz as restrições de espaço na representação dos atributos das arestas, especialmente por meio de interações (BLUDAU; DÖRK; TOMINSKI, 2021).

Rede Dinâmica Multivariada é uma estrutura complexa cuja representação pode aparecer de várias formas. Além de possuir as características de Rede Dinâmica (fator temporal), também agrega características das MVNs (ou seja, informações adicionais associadas a nós e arestas). Com essa combinação, pode haver modificações de escopo individual do elemento, como a alteração dos atributos de um nó ou de uma aresta. Explorar esse tipo de rede pode ajudar a compreender os dados de maneira mais profunda, pois os atributos são fonte de informação que tem potencial para explicar as relações entre os elementos e evidenciar padrões intrínsecos da rede.

2.2 Visualização de Redes Complexas e Dinâmicas

A representação de dados por sistemas de visualização computacional auxilia as pessoas a executar tarefas mais facilmente (MUNZNER, 2014). Entre as possibilidades de se utilizar a estratégia visual para compreender dados é a descoberta de fatores não óbvios quando não se sabe exatamente quais questões esses dados podem responder, além de agregar confiabilidade por mostrar o que há no sistema, auxiliando no refinamento de parâmetros e outros aspectos que podem ser úteis para aprimorar uma automatização. Visualizar os dados funciona, assim, como uma forma de tornar os fenômenos mais perceptíveis.

A visualização de Redes Dinâmicas tem sido tema de pesquisa há vários anos, desde que os cientistas começaram a questionar como observar e compreender as relações entre os elementos ao longo do tempo, refletindo os fatos naturais (KALE; SUN; PAPKA, 2023). A necessidade de inferir sobre como os atributos participam dessa evolução é latente, dada a complexa estrutura de uma Rede Multivariada (WATTENBERG, 2006).

É comum no âmbito de visualização de redes que elas sejam representadas de diversas formas, que serão apresentadas a seguir. Para facilitar a discussão dessas estratégias, utiliza-se o seguinte conjunto de dados fictício, composto por um conjunto de usuários de uma rede social, cada um contendo atributos como idade, um país de origem e o idioma falado (mostrado na Tabela 1a), e outro conjunto representando o instante de envio de mensagens entre esses usuários (conforme a Tabela 1b).

Tabela 1 – Dados de indivíduos e suas conexões ao longo do tempo.

ID	IDADE	PAÍS	IDIOMA	NÓ 1	NÓ 2	TEMPO
D	13	Austrália	Inglês	A	B	3
H	15	Estados Unidos	Inglês	A	E	2
G	20	Inglaterra	Inglês	B	G	1
B	27	Brasil	Português	C	F	3
J	30	Inglaterra	Inglês	D	E	1
I	32	Espanha	Espanhol	F	C	2
C	36	Angola	Português	G	H	1
E	46	Argentina	Espanhol	I	D	2
A	52	Brasil	Português	I	J	2
F	57	Espanha	Espanhol			

(a) Dados de indivíduos

(b) Conexões entre nós

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

2.2.1 Diagrama *Node-Link*

Uma das formas mais utilizadas para representar Redes Complexas é o diagrama *Node-Link* (nó-aresta), em que os nós são ilustrados por símbolos ou formas e as conexões entre eles são representadas por hastes ou linhas (OKOE; JIANU; KOBOUROV, 2019). A

Figura 1 apresenta um exemplo desse tipo de visualização, construído a partir dos dados fictícios apresentados nas Tabelas 1a e 1b. Nesse exemplo, os círculos representam os indivíduos (nós) e os traços entre eles representam as interações (arestas), com base nas conexões indicadas para cada instante de tempo.

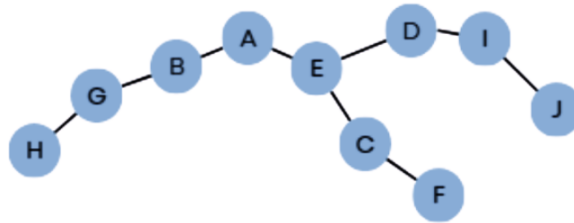


Figura 1 – Exemplo de diagrama Node-Link. Elaborado pelo autor (2023)

Apesar de intuitivo, o *layout* da Figura 1 apresenta limitações com relação à exibição dos fenômenos, pois sua legibilidade depende do número de nós e arestas da rede e da forma como as interações ocorrem no contexto. Além disso, o diagrama *Node-Link* não considera o aspecto temporal, já que as arestas exibidas podem representar instantes de tempo diferentes, causando maior confusão visual.

A Figura 2 apresenta a aplicação do mesmo modelo em uma base de dados com mais nós e arestas. Os nós representam os aeroportos e as conexões são os vôos entre esses locais. Nota-se que as sobreposições atrapalham a compreensão das conexões (PURCHASE, 1997). É perceptível que, especialmente no canto direito do diagrama, não se pode ver os nós com clareza e a poluição visual torna inviável uma análise das unidades conectadas. Esse formato de visualização não funciona bem para grandes redes, já que apresenta muita sobreposição de elementos (OKOE; JIANU; KOBOUROV, 2019). Além disso, não é simples identificar os atributos relacionados aos nós e pode ser trabalhoso identificar de que vértice surgiu a conexão.

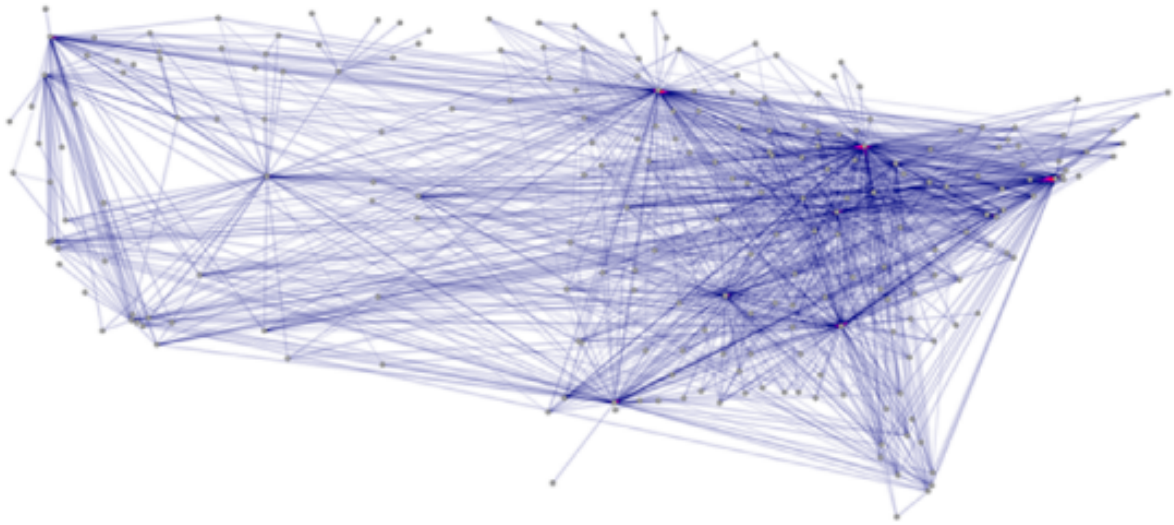


Figura 2 – Exemplo de diagrama *Node-Link* representando o fluxo aéreo estadunidense (PURCHASE, 1997).

2.2.2 Matriz de Adjacências

A matriz de adjacências é uma representação das conexões entre os nós de uma rede complexa na forma matricial (BACH; PIETRIGA; FEKETE, 2014; DIESTEL, 2017). Cada linha e coluna correspondem a um nó específico, e o valor presente na célula que cruza a linha do nó i com a coluna do nó j indica a existência e intensidade da conexão entre eles. Essa matriz é simétrica em casos de natureza bidirecional das interações, ou seja, a força da conexão entre dois nós i e j é equivalente àquela entre j e i . A diagonal principal representa as autoconexões. Quando nula, indica a ausência de autoconexões.

Essa forma de representação é particularmente útil para realizar cálculos matriciais, permitindo, por exemplo, a determinação de propriedades estruturais da rede, como grau e centralidades, com base em conceitos da álgebra linear. A Figura 3 ilustra um exemplo básico de visualização de uma matriz de adjacências, construído a partir dos mesmos dados fictícios apresentados nas Tabelas 1a e 1b. Uma de suas vantagens é a simplicidade: em redes pequenas, a visualização facilita identificar quais nós estão conectados entre si. Contudo, à medida que a rede cresce, a visualização da matriz torna-se progressivamente mais difícil de interpretar, ainda que sua representação continue adequada para operações matemáticas.

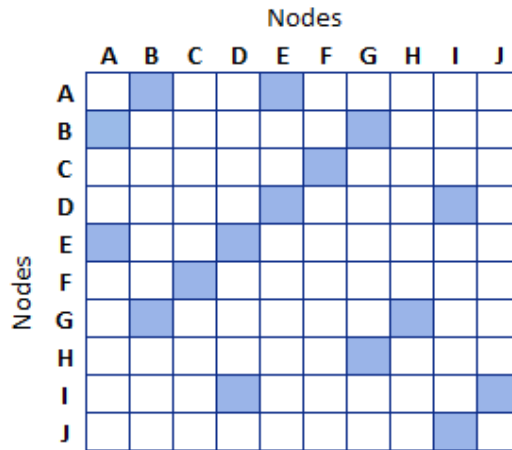


Figura 3 – Exemplo de Matriz de Adjacências. Elaborado pelo autor (2023)

Na Figura 3, a maioria das células está vazia, indicando que a rede representada é esparsa, uma característica comum em redes reais, onde muitos nós possuem grau igual a zero (BERGERMANN; STOLL, 2021). Além disso, diferentes tons de cor podem ser utilizados para representar a intensidade das conexões: cores mais escuras indicam conexões mais fortes (maior frequência de interação), enquanto tons mais claros representam interações mais fracas. Essa codificação visual facilita a identificação de padrões de conectividade e agrupamentos de nós. A Figura 4 apresenta um exemplo com coloração intensificada, também construído a partir dos dados fictícios das Tabelas 1a e 1b. É possível observar que a conectividade mais intensa ocorre entre os nós C e F, enquanto as interações entre C e A são significativamente menos frequentes ou nulas.

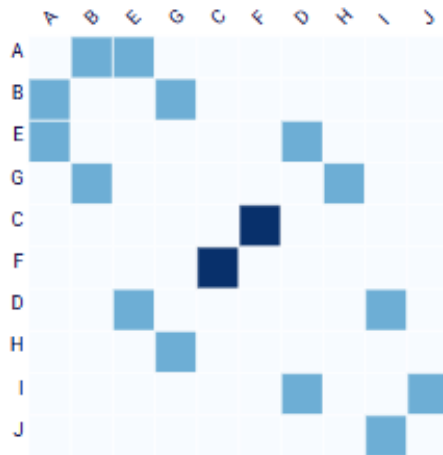


Figura 4 – Exemplo de *layout* Matriz de Adjacências. Cores mais escuras indicam interações mais frequentes. Elaborado pelo autor (2025).

Apesar dessas vantagens, a matriz de adjacência apresenta limitações, especialmente do ponto de vista de armazenamento. Em redes muito grandes e esparsas, a construção da matriz completa exige a alocação de um espaço $N \times N$, onde N é o número total de nós da rede, o que pode consumir grandes volumes de memória desnecessariamente. Isso ocorre

porque, em redes esparsas, a maior parte das N^2 posições da matriz permanece vazia (ou com valor nulo), resultando em desperdício de recursos. Esse armazenamento ineficiente também pode impactar o desempenho computacional, dificultando o acesso rápido aos dados. Além disso, não é trivial representar os atributos dos nós ou das conexões nesse modelo de visualização, o que limita sua capacidade de análise multivariada (HENRY; FEKETE; MCGUFFIN, 2007).

Comparando a eficácia da visualização por matriz de adjacências com diagramas *Node-Link* em redes não direcionadas e multivariadas, estudos indicam que a matriz de adjacências apresenta melhor desempenho em tarefas relacionadas à identificação de agrupamentos, organização de atributos e compreensão global da estrutura da rede (GHONIEM; FEKETE; CASTAGLIOLA, 2005; KELLER; ECKERT; CLARKSON, 2006). Por outro lado, os diagramas *Node-Link* se mostraram mais eficazes em tarefas que envolvem o seguimento de caminhos e a análise de vizinhanças locais (NOBRE et al., 2020). Em atividades que exigem a percepção das conexões entre os nós, ambas as representações demonstraram desempenho equivalente, mesmo em redes com baixa densidade de ligações (GHONIEM; FEKETE; CASTAGLIOLA, 2005).

2.2.3 *Temporal Activity Map (TAM)*

O *Temporal Activity Map* (TAM) (LINHARES et al., 2017) foi desenvolvido para representar a atividade e a conectividade dos nós ao longo do tempo, com foco na variação temporal da atividade dos nós em detrimento das conexões explícitas entre eles. Nesse *layout*, os instantes de tempo são dispostos ao longo do eixo horizontal, enquanto os identificadores dos nós (IDs) ocupam o eixo vertical e são representados por retângulos organizados segundo uma ordenação específica definida pelo usuário. As arestas entre os nós são eliminadas para reduzir a poluição visual e enfatizar a evolução temporal. Células retangulares coloridas indicam a presença e o nível de interações em momentos específicos, com a tonalidade variando conforme o grau de conectividade de cada nó em relação ao total de conexões na rede, mapeada por uma escala de cores ajustada com base no número máximo de conexões observadas naquele instante de tempo, ou, alternativamente, com base em metadados, utilizando uma escala de cores fixa ao longo do tempo (LINHARES et al., 2017). O resultado final, construído com base nos mesmos dados apresentados nas Tabelas 1a e 1b, é apresentado na Figura 5.

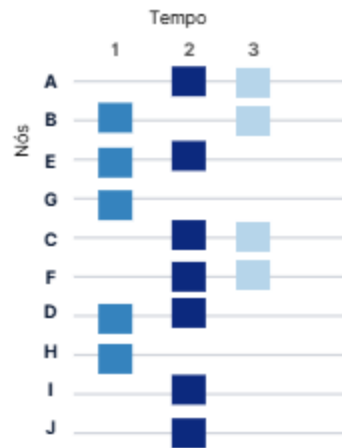


Figura 5 – Exemplo de *layout* TAM. Quanto mais escuro o tom de azul, mais intensa a atividade da rede naquele intervalo de tempo. Elaborado pelo autor (2023).

Na Figura 5, os números representam os instantes de tempo e as letras se referem aos IDs dos nós. Percebe-se pela variação dos tons de azul que houve um número maior de conexões no intervalo 2, menor no intervalo 3 e intermediário no intervalo 1.

O *layout* TAM oferece uma visualização da dinâmica temporal das interações na rede, destacando variações de conectividade ao longo do tempo por meio de uma representação simplificada e eficaz.

2.2.4 *Sequence View* (SV)

A técnica *Sequence View* (SV) foi inicialmente proposta por Fekete e Plaisant (2002), sendo utilizada em Elzen et al. (2013) como *Massive Sequence View* (MSV), já que foi empregada a conjuntos de dados massivos. Ela foi desenvolvida para organizar nós de acordo com uma ordenação específica definida pelo usuário, enquanto distribui conexões (arestas) ao longo de uma escala temporal no eixo horizontal. Essa abordagem permite que eventos sejam representados de maneira cronológica, destacando interações dinâmicas em redes temporais. No *layout* SV cada nó é representado por uma linha horizontal, enquanto as arestas são exibidas como linhas verticais que conectam as linhas em posições correspondentes aos instantes de tempo nos quais as interações ocorrem. Os instantes de tempo são organizados horizontalmente no *layout* em ordem cronológica. A Figura 6 exibe um exemplo de SV baseado nos dados da rede social fictícia apresentados nesta seção.

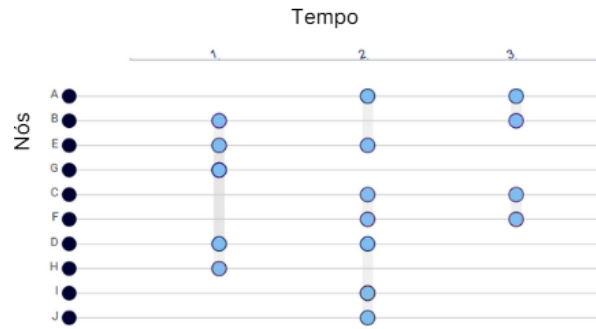


Figura 6 – Exemplo de *layout* SV. Elaborado pelo autor (2023)

Na Figura 6 é apresentada a visualização dos dados apresentados na Tabela 1. Os nós são representados por letras e os intervalos temporais estão em formato numérico. A Figura 7 mostra a aplicação do SV em uma base de e-mails contendo 24.705 arestas (mensagens de *e-mail*) entre 150 pessoas (nós) (ZHAO et al., 2018).

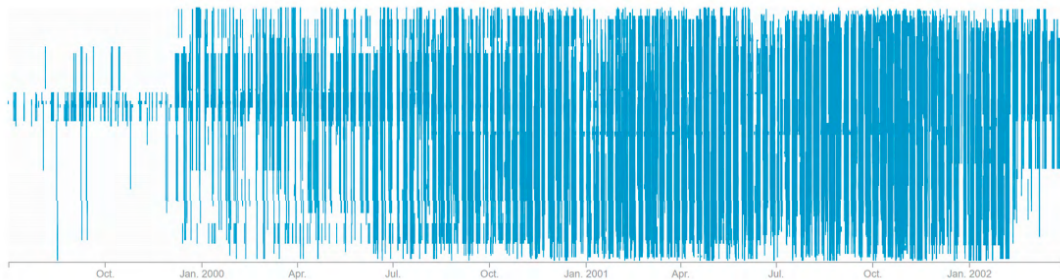


Figura 7 – *Layout* SV aplicado em uma base de e-mails. A Visualização indica períodos de alta atividade e possíveis padrões sazonais. Figura adaptada de (ZHAO et al., 2018)

O *layout* MSV é capaz de destacar comunidades, apresentar a evolução das conexões ao longo do tempo, enfatizar padrões sazonais e a centralidade dos nós (ELZEN et al., 2014). Na Figura 7, nota-se um fluxo maior de mensagens a partir do mês de janeiro, que se intensifica a partir de julho.

Embora eficiente para representar redes temporais, esse formato de *layout* pode apresentar sobreposição de arestas, o que dificulta a identificação exata dos elementos interconectados em um mesmo intervalo de tempo. Essa limitação é particularmente evidente em redes densas, em que múltiplas interações ocorrem simultaneamente. Ainda assim, uma das principais vantagens do *Sequence View* é a possibilidade de ordenar os nós segundo critérios definidos pelo usuário, o que contribui para a detecção de padrões estruturais e dinâmicas relevantes em redes complexas.

Outras visualizações podem ser utilizadas a fim de apresentar a rede sob perspectivas complementares, ou destacar aspectos específicos das interações. Tais visualizações são apresentadas a seguir.

2.2.5 Mini Mapas

Técnicas complementares podem ser adotadas para oferecer diferentes perspectivas da rede. A utilização da estratégia *Overview + Detail* (SHNEIDERMAN, 1996), chamada aqui de Mini Mapa, permite a exibição de uma versão em menor escala de toda a rede. Essa representação fornece uma visão global imediata da estrutura, evidenciando de forma resumida as ordenações aplicadas no *layout* principal e facilitando a navegação e a compreensão da organização geral dos dados. Essa abordagem facilita a identificação de padrões mais gerais ao longo de todo o intervalo analisado e a detecção de interrupções nesses padrões, contribuindo para uma análise mais integrada e abrangente. A Figura 8 exemplifica essa estratégia, aplicada em uma amostra da rede de estudantes extraída do estudo realizado em uma escola primária francesa (STEHLÉ et al., 2011), a qual apresenta interações face a face de alta resolução. Para compor o exemplo, foram selecionados os 20 nós mais conectados da rede, totalizando 7.214 conexões entre eles.

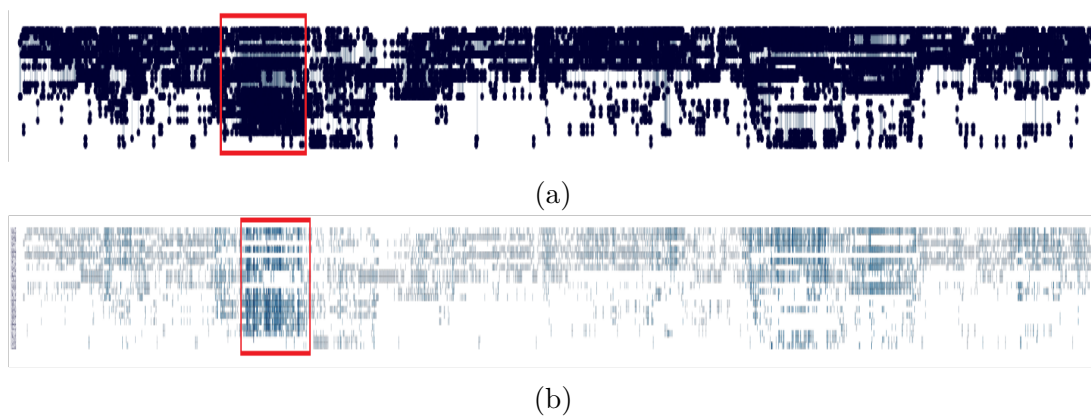


Figura 8 – Em (a) o SV é apresentado em uma miniatura e em (b) é exibida uma miniatura do *layout* TAM. Os destaques em vermelho indicam um pico de conexões. Elaborado pelo autor (2024).

A Figura 8a apresenta a miniatura de um *layout* SV, destacando a manutenção de um volume significativo de interações ao longo de todo o período analisado. Nessa ordenação, observa-se que os nós posicionados na extremidade superior exibem maior frequência de interações entre si, evidenciando um padrão de conectividade concentrado nessas regiões. A Figura 8b apresenta a miniatura de um *layout* TAM, revelando uma concentração de atividades na porção superior do *layout*, sugerindo que os nós situados na parte inferior exibem um nível de atividade significativamente reduzido, um padrão que se mantém consistente até o final do período analisado. As miniaturas também destacam o fluxo mais intenso de interações após o início da coleta dos dados, conforme destaque em vermelho.

A perspectiva ampla da rede complementa a visualização detalhada ao revelar a persistência de padrões e identificar momentos de eventos significativos, enquanto a análise detalhada possibilita uma compreensão mais profunda da composição e da natureza dessa

conectividade, promovendo uma interpretação mais abrangente e precisa das dinâmicas envolvidas.

2.2.6 *Layouts* Direcionados por Atributos

Os nós podem se posicionar de acordo com a própria topologia da rede, assim como é possível criar a estrutura com base nos atributos presentes nesses nós. *Layouts* Direcionados por Atributos são úteis no sentido que podem auxiliar a justificar as relações entre os nós, bem como prever futuras relações. Um exemplo é mostrado na Figura 9 com base nos mesmos dados apresentados nas Tabelas 1a e 1b.

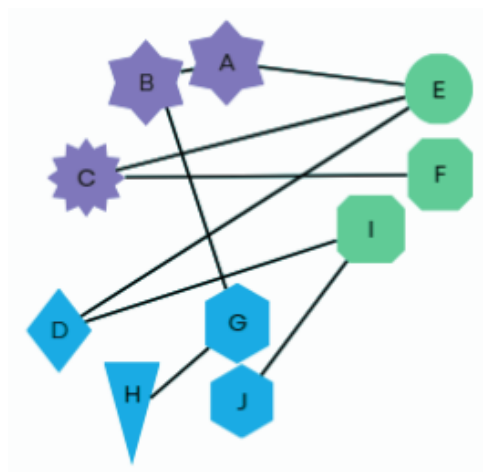


Figura 9 – Exemplo de diagrama *Node-Link* baseado em atributos. Elaborado pelo autor (2023)

Na Figura 9, as cores foram usadas para diferenciar os idiomas falados pelos usuários da rede social, enquanto os formatos indicam o país de origem. A posição dos nós é definida de acordo com os idiomas falados. Observando a figura, é possível perceber, por exemplo, que pessoas mais jovens falam inglês, enquanto a média das idades de falantes do idioma espanhol é maior. Observa-se que, à medida que o número de atributos cresce, as possibilidades de representação nesse *layout* tornam-se limitadas, como exemplificado na figura, em que a idade não foi representada.

A Figura 10 exibe uma abordagem baseada em atributos (RODRIGUES et al., 2011).

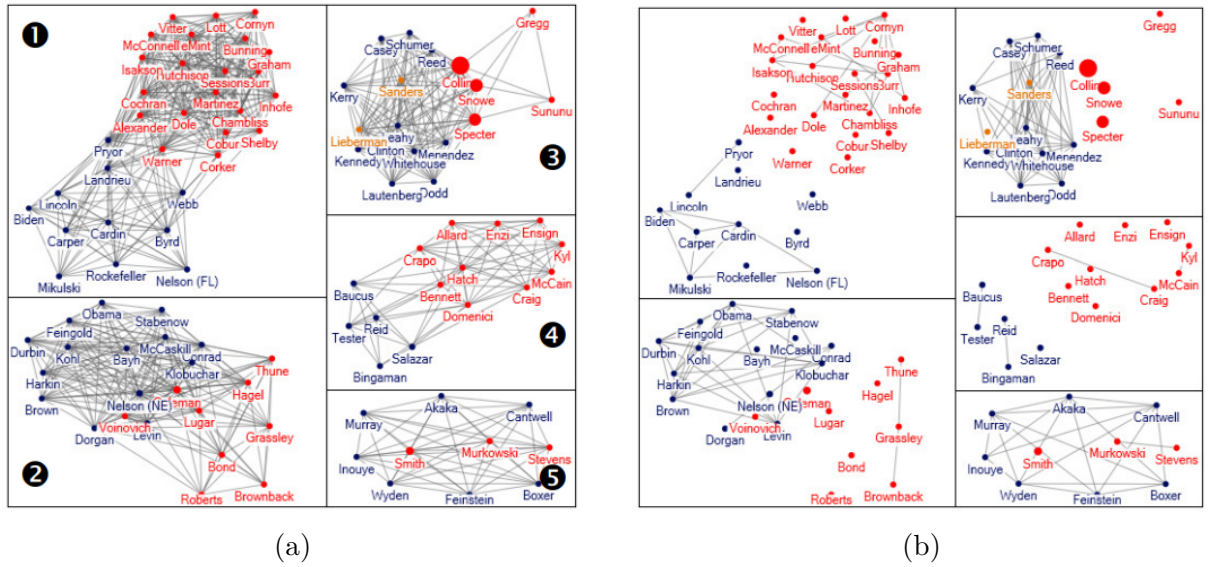


Figura 10 – Visualização direcionada por atributos - agrupamento e atribuição de propriedades. (RODRIGUES et al., 2011)

Usando técnicas de agrupamento e atribuição de propriedades de acordo com os atributos dos nós, os autores representam uma base de dados de co-votação do Senado dos EUA em 2007. Após aplicar um algoritmo de agrupamento, para apoiar o cálculo de métricas de rede e o mapeamento de propriedades de vértices para características visuais, como tamanho e cor dos vértices, filtraram a porcentagem de concordância entre os senadores considerando o mínimo de 50% para a ocorrência de uma aresta, resultando no *layout* 10a, enquanto em 10b, filtraram essa concordância acima de 90%. Os senadores são representados por nós divididos em 5 regiões dos Estados Unidos (indicadas em cada imagem) formando comunidades (grupos de senadores por região dos Estados Unidos apresentados em cada uma das 5 partições da figura) e as filiações partidárias foram representadas por cor (azul: Democratas; vermelho: Republicanos; laranja: Independentes), enquanto o tamanho dos vértices foi representado de acordo com a sua centralidade. Atribuindo essas características na visualização, é possível observar que, por exemplo, os senadores republicanos demonstram mais coesão nas votações nos estados do sul do que os democratas.

A abordagem direcionada por atributos mostra-se especialmente adequada para redes com diferentes tipos de atributos e presença de grupos relevantes formados com base nessas características. O estudo das interações dentro e entre grupos passa a ser o foco da análise, o que é comum em determinados tipos de redes. Essa abordagem enriquece a interpretação da estrutura e favorece a identificação de padrões temporais e grupais, tornando os atributos dos nós elementos centrais na análise de redes complexas (SCOTT-BROWN; PISTER; BACH, 2025).

Além de enriquecer as visualizações, o uso de atributos dos nós pode ampliar significativamente o escopo analítico das redes. Em redes multivariadas, as tarefas analíticas

frequentemente envolvem a identificação, comparação e inferência de padrões estruturais associados aos atributos, permitindo que o analista relacione informações topológicas com características contextuais dos elementos representados (PRETORIUS; PURCHASE; STASKO, 2014). Em redes de grande escala, a incorporação desses atributos possibilita aos usuários interpretar a estrutura e os dados de forma mais eficiente e alinhada aos seus objetivos analíticos (PIENTA et al., 2015). Essa integração é essencial para a extração de conhecimento, favorecendo a formulação de hipóteses, a identificação de tendências e a realização de comparações entre grupos ou períodos temporais distintos. Dessa forma, os atributos tornam-se elementos centrais não apenas na disposição visual dos nós, mas também na definição das tarefas cognitivas realizadas sobre a rede.

2.3 Trabalhos Relacionados

Nesta seção serão apresentadas algumas técnicas relacionadas à visualização de redes dinâmicas e redes dinâmicas multivariadas.

2.3.1 DyNetVis

DyNetVis (*Dynamic Network Visualization System*) (LINHARES et al., 2017) é um sistema computacional projetado para oferecer suporte à visualização de redes dinâmicas temporais. O sistema incorpora diversos *layouts* interativos para a análise de diferentes aspectos relacionados à interação entre os nós da rede ao longo do tempo. O *layout* temporal, em particular, utiliza abordagens como a *Massive Sequence View* (ELZEN et al., 2013) e o *Temporal Activity Map*, bem como estratégias de reordenação de nós, como *Recurrent Neighbors* (LINHARES et al., 2017), para minimizar a sobreposição de conexões e realçar padrões dinâmicos, como a atividade dos nós e as interações frequentes ao longo do tempo.

2.3.1.1 Community-based Node Ordering

O trabalho de Linhares et al. (2019) propõe o método CNO (*Community-based Node Ordering*), uma estratégia escalável de ordenação de nós em redes dinâmicas com base na estrutura e persistência das comunidades ao longo do tempo, considerando também medidas de centralidade para facilitar a compreensão da dinâmica da rede. A estratégia agrupa os nós em comunidades de acordo com suas interações, até que não haja mais subdivisões significativas entre comunidades e pode ser aplicada em diferentes visualizações. Esse refinamento progressivo contribui para uma organização hierárquica mais precisa da rede, favorecendo a identificação de padrões estruturais em diferentes níveis de detalhamento. A Figura 11 ilustra o processo da estratégia CNO para divisão em comunidades e reordenação de nós.

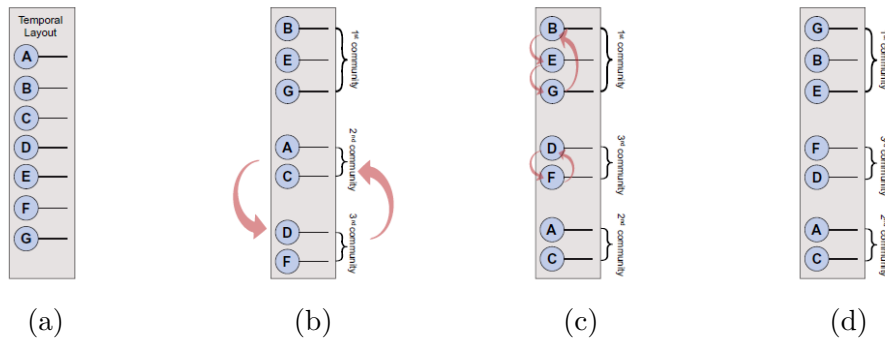


Figura 11 – Ordenação por comunidade - Etapas da divisão e reordenação de nós. Figura adaptada de (LINHARES et al., 2019). Na Figura (a) é representada a ordenação lexicográfica dos nós, (b) exibe a divisão e reordenação entre comunidades, (c) ilustra a reordenação intracomunidades e (d) mostra o estado final da etapa.

Na Figura 11a, os nós são organizados segundo a ordem lexicográfica. Essa estratégia é flexível nesse aspecto, pois a ordenação inicial dos dados é indiferente para o funcionamento do método e os registros podem ser apresentados na sequência em que aparecem na fonte original, por exemplo. Na Figura 11b, aplica-se a detecção de comunidades, com os nós sendo agrupados e as comunidades reordenadas. Na Figura 11c, realiza-se a reordenação interna dos nós dentro de cada comunidade. Esse processo continua até que se obtém o resultado mostrado na Figura 11d. Os efeitos visuais do método são demonstrados na Figura 12.

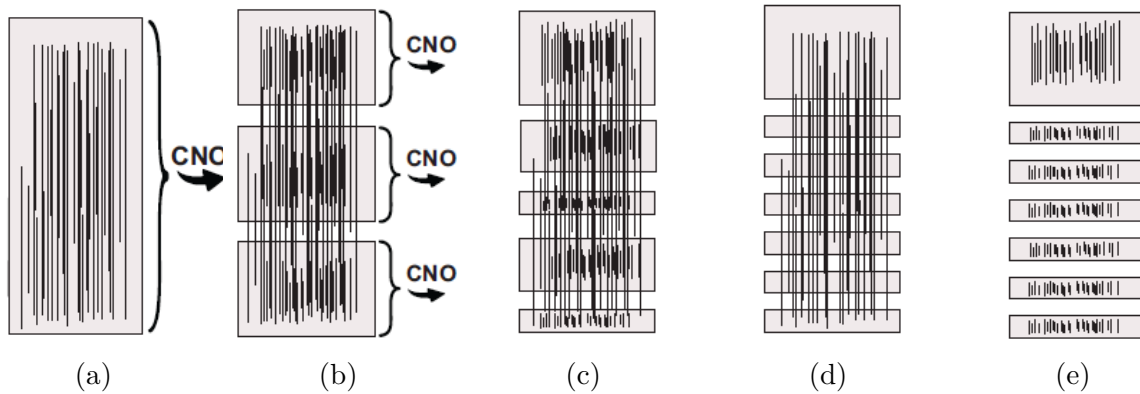


Figura 12 – Aplicação da estratégia CNO em diferentes níveis hierárquicos. Na Figura (a), visualiza-se a rede com a ordenação original dos nós, na Figura (b) aplica-se a CNO no nível 1, (c) no nível 2, (d) mostra apenas as conexões entre comunidades, enquanto (e) apresenta exclusivamente as conexões internas às comunidades. Figura adaptada de (LINHARES et al., 2019).

A Figura 12 ilustra a aplicação progressiva da estratégia de ordenação baseada em comunidades (CNO) em diferentes níveis hierárquicos. Na Figura 12a, observa-se a rede com a ordenação original dos nós, sem agrupamentos. A partir da Figura 12b, a ordenação passa a refletir a estrutura das comunidades detectadas, inicialmente no primeiro nível

da CNO. A Figura 12c refina ainda mais essa organização ao aplicar a ordenação no segundo nível da hierarquia. A Figura 12d utiliza filtragem para exibir exclusivamente as conexões entre comunidades, destacando o padrão de interação global entre grupos. Finalmente, a Figura 12e exibe apenas as conexões intra-comunidades, permitindo uma análise mais detalhada dos padrões locais de conectividade. Nos resultados obtidos pela aplicação da técnica, foi possível observar uma redução significativa da poluição visual, além da evidência de estruturas que passariam despercebidas sem a utilização da técnica.

Embora o CNO seja eficaz na simplificação visual e na análise de redes temporais extensas, sua aplicação em redes muito grandes enfrenta limitações, especialmente na preservação do equilíbrio entre clareza visual e manutenção de informações relevantes. A presença de comunidades fracas, em que a densidade de arestas internas não é significativamente maior do que a densidade de arestas entre diferentes comunidades (NEWMAN; GIRVAN, 2004), ou de baixa resolução estrutural, caracterizada por comunidades pequenas demais em relação ao tamanho total da rede (FORTUNATO; BARTHÉLEMY, 2007), pode dificultar a identificação e exploração de níveis hierárquicos mais profundos. Ainda assim, o método oferece desempenho comparável à disposição aleatória em redes sem estrutura comunitária e permite ajustes interativos conforme o contexto analítico. Fatores como granularidade temporal e período de observação também influenciam a visualização, sendo desafios inerentes às redes temporais. Para melhorar sua aplicabilidade, pode-se considerar o desenvolvimento de novas estratégias de reordenação de nós visando otimizar os *layouts*.

2.3.2 Matrizes e Hierarquias em Redes Dinâmicas

As técnicas de agrupamento são essenciais para analisar redes com estrutura hierárquica, especialmente em cenários dinâmicos. Ainda há escassez de métodos visuais eficazes para representar e comparar essas hierarquias ao longo do tempo e, para suprir essa lacuna, Vehlow, Beck e Weiskopf (2016) propõem uma visualização baseada em *small multiples* (TUFTE, 1983), utilizando matrizes de adjacência com contornos aninhados, tons de cinza e gráficos do tipo *icicle* (KRUSKAL; LANDWEHR, 1983) para codificar as hierarquias. Curvas de Bézier (FOLEY et al., 1995) conectam os mesmos nós entre instantes distintos, destacando mudanças estruturais, enquanto uma métrica de dissimilaridade e um algoritmo de ordenação minimizam sobreposições e facilitam a comparação visual entre estados da rede. A estrutura da visualização é apresentada na Figura 13.

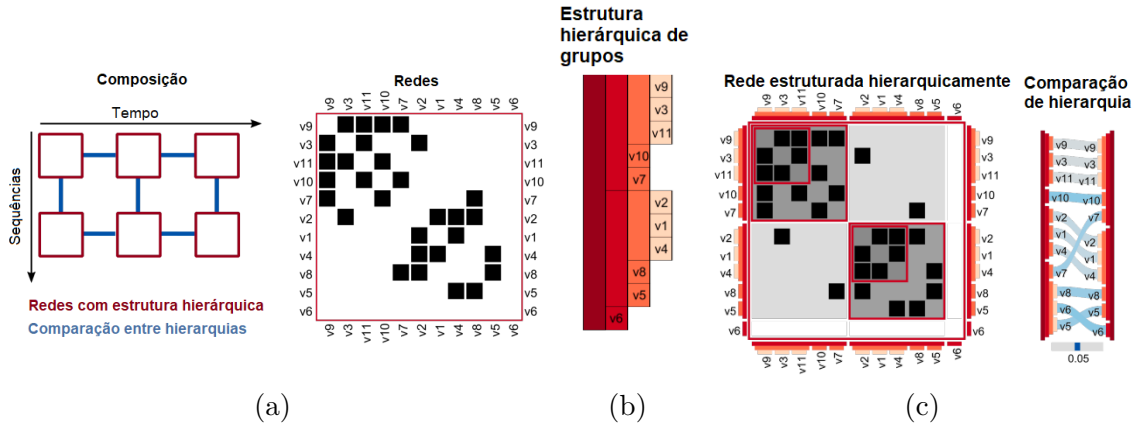


Figura 13 – Matrizes e Hierarquias - Exemplo de visualização direcionada por atributos. Na Figura (a) matrizes de adjacência sequenciais mostram a evolução temporal da rede, na divisão (b) o diagrama *icicle* evidencia níveis hierárquicos de grupos e na Figura (c) agrupamentos hierárquicos são destacados por contornos, com conexões entre subgrupos. Figura adaptada de (VEHLOW; BECK; WEISKOPF, 2016).

À esquerda da Figura 13a, matrizes de adjacência são alinhadas horizontalmente para mostrar a evolução temporal de uma mesma rede e empilhadas verticalmente para comparar estruturas hierárquicas, enquanto, à direita, a matriz de adjacência exibe conexões entre vértices. Na Figura 13c os nós estão organizados em grupos e subgrupos hierárquicos, com caixas vermelhas indicando a estrutura dos grupos e tons de cinza mostrando a densidade de conexões entre eles, dentro de uma matriz. Essa matriz é contornada por gráficos *icicle* em tons de vermelho para representar a estrutura hierárquica (Figura 13b). À direita da Figura 13c, há uma comparação entre duas hierarquias conectando os mesmos nós em posições diferentes, usando curvas azuis de Bézier que conectam nós correspondentes nos *icicles*, permitindo a visualização da transição de forma suave. Essas curvas indicam quanto cada nó mudou de grupo entre as duas estruturas, sendo a cor da curva mais escura para maiores mudanças.

Cada estado da rede é visualizado por meio de uma matriz de adjacência, cuja estrutura hierárquica é incorporada diretamente na matriz (Figura 14).

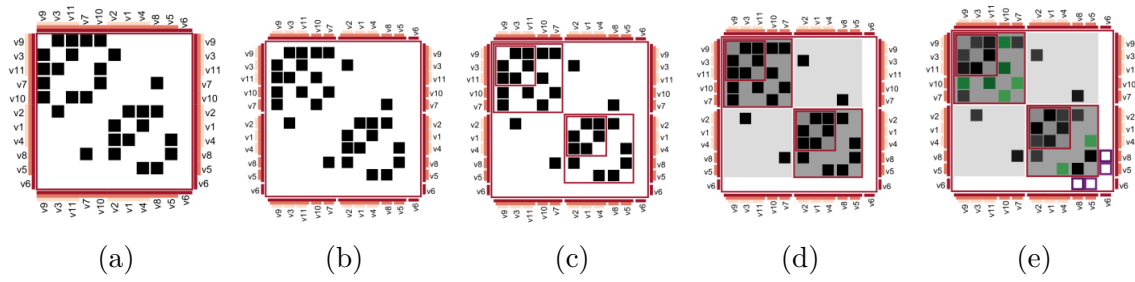


Figura 14 – Matrizes e Hierarquias - Estrutura. Na Figura (a), a matriz de adjacência aparece não recuada, sem hierarquia; enquanto a (b) mostra o recuo de linhas e colunas para realçar níveis hierárquicos; já a (c) delimita visualmente grupos e subgrupos na matriz; (d) destaca alterações internas em nível intermediário da hierarquia; e na Figura (e) aparecem conexões adicionadas (verde) e removidas (roxo) em relação ao instante anterior. Figura adaptada de (VEHLOW; BECK; WEISKOPF, 2016).

Na Figura 14a, a matriz de adjacência base exhibe quadrados pretos onde há arestas, rodeada pelo gráfico *icicle* colorido que reflete a ordenação hierárquica dos nós. Em seguida, na Figura 14b, a indentação agrupa visualmente nós do mesmo nível para revelar subgrupos no *icicle*. Logo depois, a Figura 14c mostra contornos aninhados demarcando os blocos de cada grupo e subgrupo. Na Figura 14d, uma escala de cinza codifica a densidade de arestas (áreas mais escuras indicam maior concentração de conexões). Por fim, na Figura 14e, arestas adicionadas aparecem em verde e removidas em roxo, evidenciando as mudanças topológicas entre instantes sucessivos.

A Figura 15 ilustra a aplicação da técnica em uma rede dinâmica que resume partidas de futebol internacional entre 1992 e 2005, envolvendo 219 seleções nacionais em todo o mundo. O objetivo é comparar a estrutura global e estática de grupos hierárquicos do gráfico com suas estruturas locais e tempo-dependentes.

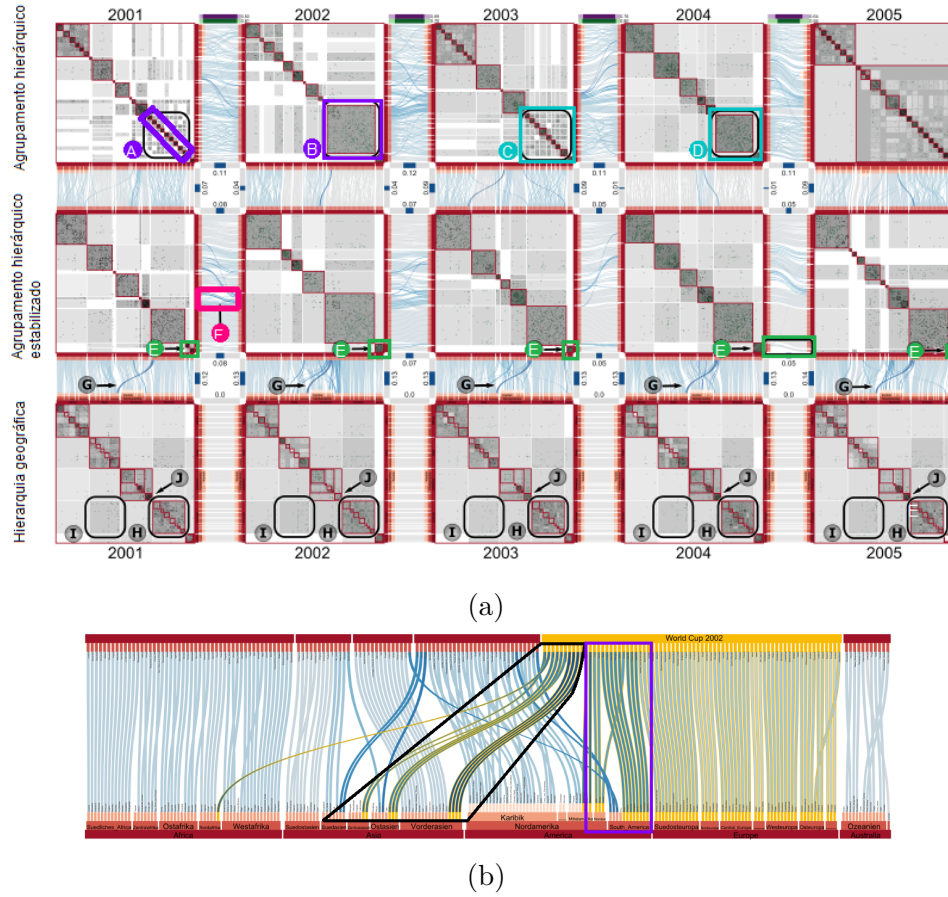


Figura 15 – Matrizes e Hierarquias - Aplicação em dados de Partidas de futebol internacional ao longo de 14 anos envolvendo 219 seleções nacionais. Na Figura (a), que exibe jogos internacionais de futebol de 2001 a 2005, o gráfico dinâmico é apresentado usando três estruturas hierárquicas de grupos diferentes: Agrupamento Hierárquico, Agrupamento Hierárquico Estabilizado e Hierarquia Geográfica. As arestas adicionadas são destacadas em verde, o que representa uma quantidade significativa em todos os anos, como também fica evidenciado pelas barras no topo do diagrama. Portanto, a diferença na topologia do gráfico é relativamente alta. Na Figura (b), que apresenta a fusão de vários grupos de seleções da Ásia e da América na Copa de 2002, está a comparação da transição entre a sequência de Agrupamento Hierárquico Estabilizado e Hierarquia Geográfica em $t = 2002$. Figura adaptada de (VEHLOW; BECK; WEISKOPF, 2016).

Na Figura 15a observa-se que, em 2001, diversos pequenos blocos ao longo da diagonal (parte A–B, destacada na cor roxa) correspondem às qualificações para a Copa do Mundo do ano seguinte. Entre 2003 e 2004, identifica-se um agrupamento mais expressivo referente ao Campeonato Europeu de 2004 (parte C–D, destacada na cor turquesa). O *cluster* da Oceania, que inclui Austrália e equipes vizinhas, permanece visível ao longo de toda a série temporal, embora apresente redução de tamanho de 2004 para 2005 (parte E, destacada na cor verde). Por fim, na transição de 2001 para 2002, as curvas azuis evidenciam alta dissimilaridade de equipes asiáticas e americanas que são então incorporadas ao *cluster* principal da Copa do Mundo (parte F, destacadas na cor rosa).

A Figura 15b mostra agrupamentos de curvas de Bézier na coloração azul (padrão), com alguns segmentos destacados em amarelo, que indicam sua convergência com o grupo da Copa do Mundo de 2002. O contorno preto delimita os grupos provenientes da Ásia, enquanto o contorno roxo evidencia os times das Américas.

Apesar de exibir padrões interessantes nas conexões entre os nós, essa técnica apresenta limitações na visualização de redes com muitos nós e conexões, dada a limitação de espaço para representação dos vértices e arestas, o que pode limitar a análise de alguns cenários. Além disso, a técnica não foi projetada para levar em consideração os atributos dos nós, não permitindo a análise desse aspecto da rede.

2.3.3 Sistema BioFabric para Redes Multivariadas

O sistema BioFabric, proposto por Longabaugh (2012), é uma ferramenta de visualização de redes que representa nós como linhas horizontais e arestas como linhas verticais, organizadas em uma grade. Embora a abordagem original seja inovadora, ela não contemplava nativamente a análise multivariada. Para suprir essa limitação, o trabalho de Fuchs et al. (2024) explora sistematicamente seu potencial para a visualização de redes multivariadas. Os autores propõem e categorizam novas formas de codificar visualmente múltiplos atributos através de três abordagens principais: visualizações justapostas, a incorporação de glifos em nós e arestas, e transformações nas características visuais dos elementos da rede, comparando esta abordagem estendida com matrizes de adjacência. Os resultados indicam que, embora o design do BioFabric seja promissor, a matriz de adjacência se mostrou mais escalável e eficiente em precisão e tempo para redes mais densas e complexas. O estudo revelou desafios de usabilidade na abordagem do BioFabric, especialmente na dificuldade de rastrear visualmente as conexões, e conclui com recomendações de *design* para futuras implementações, como o uso de interatividade para mitigar os problemas identificados. A Figura 16 ilustra o layout desenvolvido.

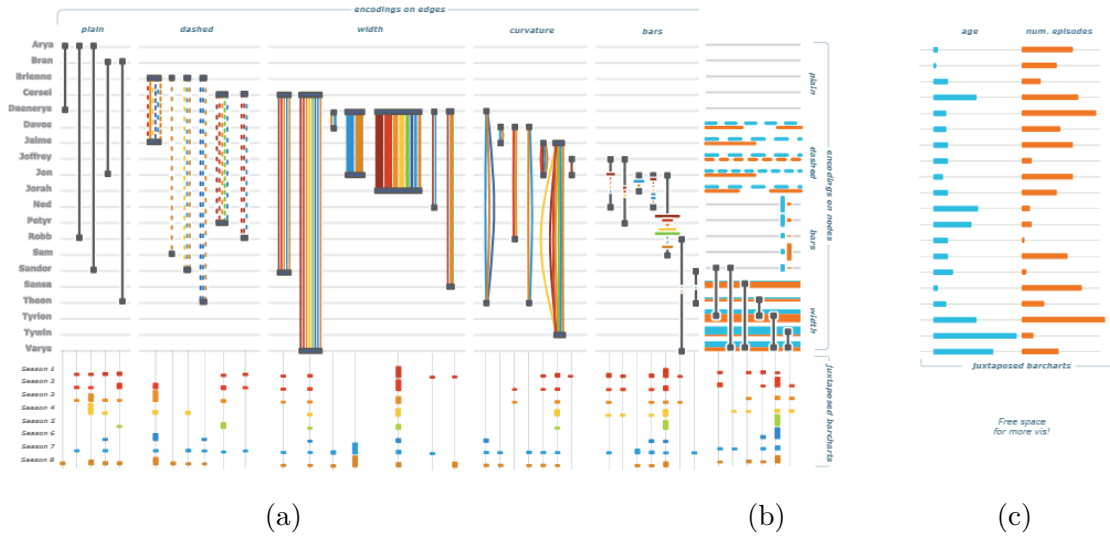


Figura 16 – Sistema BioFabric para Redes Multivariadas — Codificações visuais. Na Figura (a), arestas são codificadas por espessura, traçado e curvatura para atributos quantitativos; a (b) mostra nós codificados por largura e padrão de traço para atributos contínuos e categóricos; e a Figura (c), gráficos de barra alinhados verticalmente às arestas reforçam a correlação entre topologia e atributos. Figura adaptada de (FUCHS et al., 2024).

A Figura 16 apresenta uma visualização baseada no BioFabric aplicada a uma rede multivariada com personagens de um seriado. Na Figura 16a, as arestas são codificadas por variações visuais como espessura, traçado, curvatura e barras empilhadas, representando atributos quantitativos. Na parte inferior, temporadas são mostradas horizontalmente, com conexões temporais indicadas por segmentos coloridos. A Figura 16b exibe os nós com codificação por atributos: largura da linha para idade, padrões tracejados para classificação, além de coloração e curvatura para atributos contínuos. Na Figura 16c, gráficos de barras justapostos mostram atributos como idade e número de episódios. Essa visualização faz uso da técnica de codificação redundante, uma técnica formalmente descrita e popularizada por Munzner (2014), conceitualmente fundamentada por Bertin (2010), que consiste na utilização simultânea de duas representações visuais para o mesmo dado. Essa redundância visa reforçar a leitura ou oferecer múltiplos contextos de interpretação dos dados, conciliando a preservação da topologia da rede com a clareza na leitura dos atributos. A Figura 17 exemplifica essa abordagem.

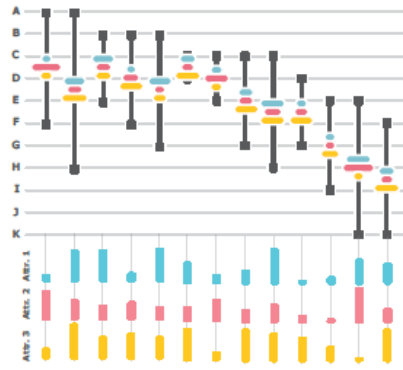


Figura 17 – Sistema BioFabric para Redes Multivariadas - Codificação redundante. Figura adaptada de (FUCHS et al., 2024).

Na porção superior da Figura 17, barras embutidas são sobrepostas às arestas, representando atributos quantitativos diretamente nas conexões entre os nós. Na parte de baixo, os mesmos dados são apresentados em uma visualização justaposta, alinhada verticalmente às arestas representadas na rede. Esse arranjo facilita a associação entre a estrutura da rede e os atributos numéricos correspondentes.

A Figura 18 apresenta uma forma complementar de visualização dos atributos dos nós por meio de gráficos de barras justapostos. Cada barra está alinhada horizontalmente com a linha correspondente ao personagem exibido na Figura 16. Na Figura 18a há uma demonstração de codificação de um único atributo quantitativo na largura das linhas, enquanto na Figura 18b múltiplos atributos são diferenciados por cor e dimensionados pela densidade do tracejado e na Figura 18c são quantificados por meio da espessura das linhas. Finalmente, a Figura 18d exibe a curvatura da linha que indica a expressividade de cada atributo daquele nó.

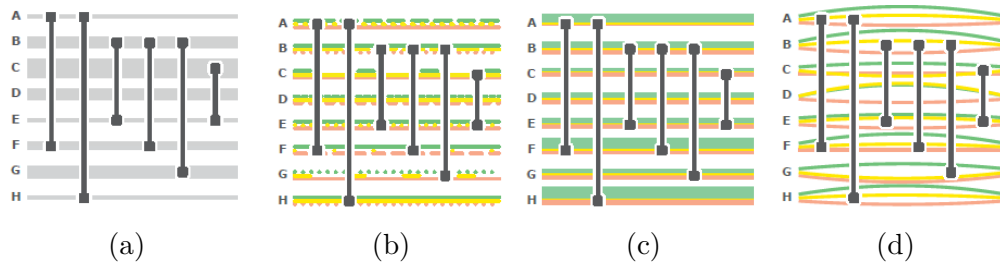


Figura 18 – Sistema BioFabric para Redes Multivariadas - Visualização dos atributos dos nós. Na Figura (a), a largura das linhas dos nós codifica um valor único de atributo; na Figura (b) utiliza cores e densidade de tracejado para distinguir múltiplos atributos simultâneos; na Figura (c), a espessura das linhas reforça valores numéricos; e na Figura (d), a curvatura das linhas denota variação contínua de atributo. Figura adaptada de (FUCHS et al., 2024).

Apesar da flexibilidade em representar múltiplos atributos de nós e arestas, algumas limitações são destacadas. A sobreposição visual pode ocorrer, especialmente quando múltiplos elementos compartilham os mesmos valores, dificultando a distinção, como ocorre

no uso das curvaturas. Codificações visuais, como espessura e textura, são sensíveis tanto ao número de atributos mapeados quanto à variedade de valores possíveis, comprometendo a legibilidade em redes mais densas ou com muitos atributos.

2.3.4 DGVis - Visualização de recortes temporais

O sistema de visualização de *layouts* desenvolvido por Chang et al. (2022) é projetado para redes dinâmicas com mudanças sutis ao longo do tempo. A proposta inclui um algoritmo para gerar recortes temporais organizados em hierarquias e múltiplos níveis de detalhamento. A Figura 19 mostra a matriz e o gráfico de dispersão gerados a partir de uma rede de jogadores de basquete durante uma partida, na qual os nós representam os jogadores e as conexões são interações entre dois jogadores.

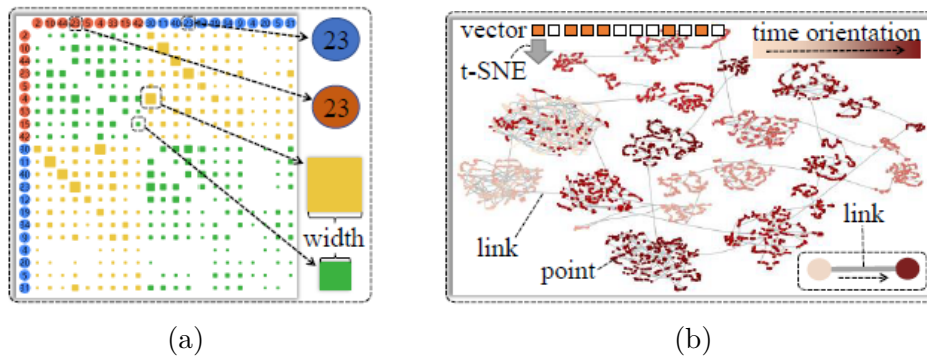


Figura 19 – DGVis - Matriz e Gráfico de Linhas. Na Figura (a), a matriz proporciona a visão geral da rede e na Figura (b), o gráfico de exibe os recortes de tempo como pontos. Figura adaptada de Chang et al. (2022).

Na Figura 19a, a matriz de adjacências fornece uma visão geral da rede, onde os nós são representados por círculos e as conexões por retângulos. A coloração dos círculos indica a qual time é aquele jogador, enquanto a coloração e o tamanho dos retângulos codificam o tipo de interação e a frequência com que ela ocorre dentro daquele recorte temporal entre os pares adjacentes. Na Figura 19b, o gráfico de dispersão representa cada recorte temporal da rede dinâmica por um ponto. Esses recortes correspondem a intervalos de tempo de duração variável, gerados a partir da fusão de *snapshots* consecutivos com pequenas mudanças estruturais, conforme critérios definidos pelo usuário no algoritmo iterativo de agregação temporal. Esses intervalos são convertidos em vetores combinados de características topológicas (nós e arestas), e projetados em um plano bidimensional por meio do algoritmo *t-SNE*, de modo que os recortes temporais com estruturas semelhantes ficassem próximos entre si. Quanto mais recente é o intervalo temporal, mais intensa a cor do ponto, enquanto uma linha conecta os pontos na ordem cronológica, permitindo visualizar a progressão temporal da rede. Essa visualização possibilita ao usuário identificar padrões de distribuição e agrupamentos estruturais ao longo do tempo, com suporte a

zoom e seleção interativa para análises mais detalhadas. A Figura 20 ilustra dois aspectos complementares da análise de recortes temporais.

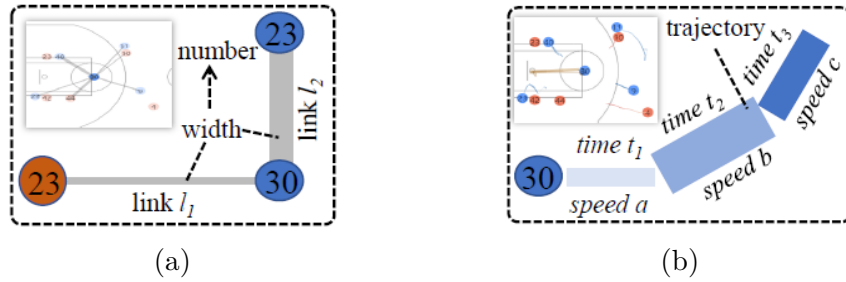


Figura 20 – DGSVis - Conexões e Trajetórias. Na Figura (a), cada jogador é representado como círculo conectado por arestas cuja espessura reflete frequência de interação, na Figura (b), as trajetórias de movimento são codificadas por tonalidade (recência) e espessura (velocidade). Figura adaptada de Chang et al. (2022).

Na Figura 20a, cada jogador é representado por um círculo, posicionado conforme sua localização em quadra. As arestas que conectam pares de jogadores indicam interações, com espessura proporcional à frequência de ocorrência dentro do *snapshot*: quanto mais espessa, mais recorrente é a conexão. Já na Figura 20b, são desenhadas trajetórias segmentadas de movimento com base nas posições temporais dos jogadores. O tom das linhas torna-se mais intenso para representar momentos mais recentes, enquanto a espessura reflete a velocidade do jogador no intervalo, sendo as linhas mais largas indicativas de maior velocidade. Essa dupla representação permite compreender simultaneamente a estrutura relacional e os padrões de movimentação dos jogadores.

O diagrama de detalhes do *snapshot* apresenta os atributos desses intervalos por meio de gráficos de linha combinados. O resultado é mostrado na Figura 21.

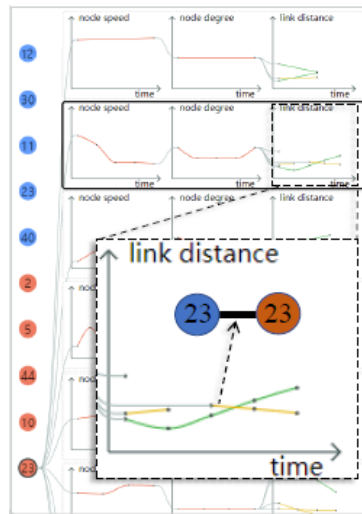


Figura 21 – DGSVis – Detalhe de *Snapshot*. Três gráficos de linha paralelos exibem velocidade, grau e distância média por jogador em um recorte temporal, codificados por cor de equipe. Figura adaptada de Chang et al. (2022).

Nessa representação, os jogadores são representados por círculos, e os recortes temporais são analisados por três gráficos de linha dispostos lado a lado. O primeiro mostra a velocidade dos jogadores, o segundo o grau (número de conexões), e o terceiro a distância entre pares conectados, todos com codificação por cor da equipe ou classe da conexão. A interface permite destacar um jogador ou gráfico específico, promovendo uma análise integrada entre métricas e estrutura da rede ao longo do tempo.

Apesar de fornecer uma visão sobre a similaridade estrutural entre recortes temporais, o método de projeção apresenta algumas limitações. A transformação dos recortes em pontos no gráfico de dispersão considera apenas a presença ou ausência de nós e conexões, sem incorporar diretamente atributos adicionais, permitindo que recortes com atributos bastante distintos possam ser posicionados próximos entre si, desde que apresentem estruturas topológicas semelhantes. Além disso, como o algoritmo de projeção (*t-SNE*) não preserva a ordem temporal, recortes que ocorreram em sequência podem ser visualizados distantes no espaço projetado, enquanto recortes distantes no tempo podem aparecer próximos. Isso dificulta a percepção de padrões evolutivos ao longo do tempo. Embora o sistema permita a visualização detalhada de atributos em outras representações gráficas, como nos diagramas *Node-Link* e de detalhes de recorte temporal, a análise simultânea de muitos elementos ou múltiplos atributos pode resultar em sobrecarga visual, especialmente em redes densas ou com alto número de dimensões.

2.3.5 Multi-NetVis – *Visual Analytics for Multivariate Network*

O sistema *Multi-NetVis* (WANG et al., 2022) é uma ferramenta de análise visual desenvolvida para explorar redes multivariadas, cujo objetivo é equilibrar a análise da topologia da rede com a análise da correlação de atributos. Para atingir esse equilíbrio, o *Multi-NetVis* propõe um *layout* multidimensional que explora diferentes aspectos da rede em espaços visuais distintos, mas interconectados. Essa abordagem permite uma análise em múltiplas granularidades, abrangendo desde a visão geral da rede até os detalhes locais. As dimensões de visualização empregadas são 3D, 2.5D e 2D, cada uma otimizada para um tipo específico de análise:

- ❑ **Visualização 3D:** Destinada à apresentação da estrutura global da rede e à identificação de comunidades.
- ❑ **Visualização 2.5D:** Utilizada para explorar atributos hierárquicos da rede, essa visualização organiza os nós em camadas bidimensionais empilhadas ao longo de um eixo adicional.
- ❑ **Visualização 2D:** Focada na apresentação de detalhes de sub-redes locais e na interação precisa.

A transição entre essas dimensões é facilitada por um método de transformação de *layout* que preserva o contexto topológico, permitindo uma exploração fluida do global para o detalhe.

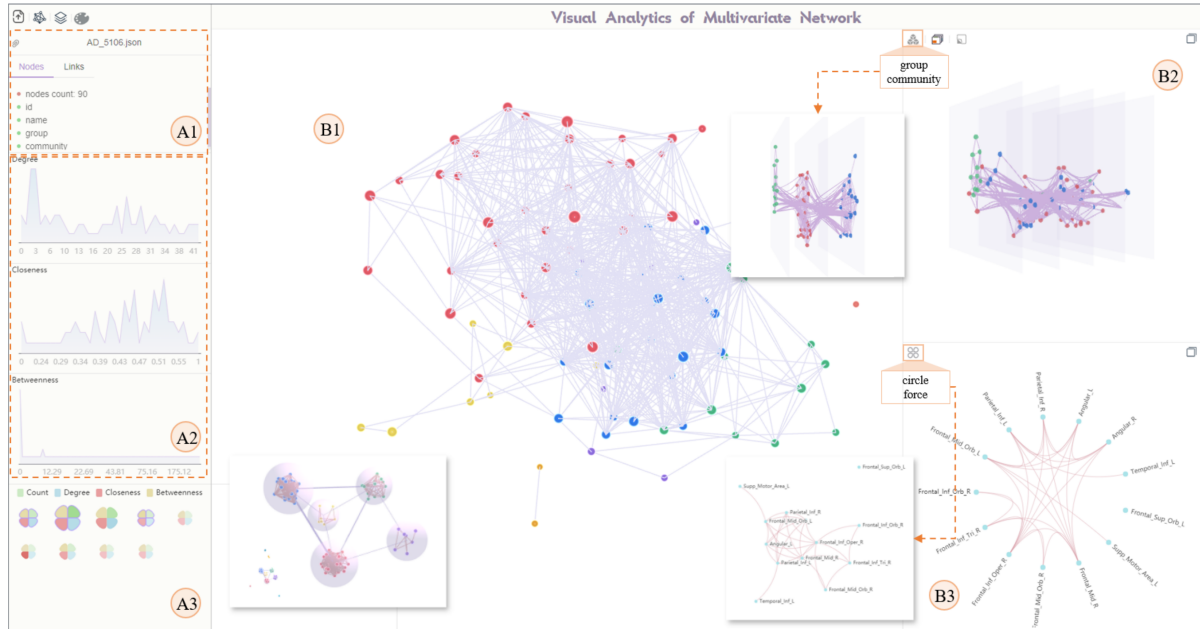


Figura 22 – Multi-NetVis - *Layout* Geral. Estrutura 3D de comunidades via Louvain, projeção 2.5D orientada por atributos com *edge bundling*, suportando transição global-detalhe. Figura adaptada de (WANG et al., 2022).

O *layout* desenvolvido é exibido na Figura 22. A Figura A1 exibe propriedades gerais da rede, enquanto A2 e A3 apresentam gráficos de linha para medidas de centralidade e características agregadas das comunidades, respectivamente, utilizando uma metáfora visual de pétalas de flor. A Figura B1 oferece uma visão global tridimensional da topologia da rede. Nessa dimensão, os nós são coloridos por atributos e as comunidades são destacadas utilizando o algoritmo *Louvain-3D FDA* (WANG et al., 2022), que otimiza o posicionamento das comunidades em um espaço 3D. Essa representação é ideal para compreender a estrutura macro da rede e identificar agrupamentos de nós. A Figura B2 representa a rede em um *layout* 2.5D. Nessa dimensão, a rede é organizada em camadas 2D empilhadas, onde cada plano corresponde a um atributo específico da rede. Os nós são dispostos nesses planos de acordo com seus atributos, permitindo a comparação da topologia entre diferentes categorias de atributos. O uso de *edge bundling* (HOLTEN; WIJK, 2009) é crucial para reduzir a sobreposição visual das arestas e melhorar a clareza da visualização em múltiplas camadas. Finalmente, a Figura B3 exibe sub-redes em uma visualização 2D, que pode ser circular ou *force-directed*. Essa dimensão é empregada para revelar detalhes de nós específicos, suas conexões e atributos locais, sendo ideal para análises precisas em pequena escala.

O método de transformação espacial multidimensional gera *layouts* com sobreposição de nós, especialmente em redes densas, resultando em áreas excessivamente compactas

ou esparsas. A falta de suporte ao aspecto temporal é um fator importante, limitando a análises estáticas e dificultando a exploração de padrões temporais. Além disso, exige-se que os usuários sigam um processo exploratório completo.

2.4 Considerações Finais

Foram apresentadas nesta seção técnicas de visualização de Redes Dinâmicas Multivariadas. Os trabalhos apresentados não levam em consideração os atributos dos nós, ou o fazem de maneira sumarizada ou limitada. Entre técnicas de reordenação de nós e novas propostas de design, ainda é possível explorar a influência dos atributos na visualização da rede, proporcionando um aproveitamento maior das informações contidas na estrutura, além de oferecer uma opção de visualização com menor sobreposição de elementos.

Vizinhos Recorrentes baseados em Atributos

Neste capítulo é apresentada a metodologia proposta neste trabalho, que consiste no desenvolvimento e aplicação de uma nova estratégia de ordenação para Redes Dinâmicas Multivariadas, denominada *Attribute-based Recurrent Neighbors (ARN)* ou Vizinhos Recorrentes baseados em Atributos. A abordagem representa uma adaptação da estratégia *Recurrent Neighbors (RN)* (LINHARES et al., 2017), originalmente fundamentada no grau dos nós e também apresentada neste capítulo, com o objetivo de incorporar uma métrica que combina a conectividade estrutural da rede com os atributos intrínsecos dos nós, de modo a melhorar a compreensão de fenômenos temporais e reduzir a complexidade visual dos *layouts*.

3.1 Ordenação por *Recurrent Neighbors*

Embora o MSV demonstre eficácia em redes de tamanho moderado, sua aplicação em redes densas apresenta desafios relacionados à sobreposição de arestas, que pode causar poluição visual e dificultar a identificação de padrões relevantes. Para mitigar esse problema, o sistema DyNetVis oferece diversas estratégias de ordenação de nós projetadas para reduzir a sobreposição de arestas e facilitar a identificação de fenômenos associados às interações entre os nós.

A técnica *Recurrent Neighbors (RN)* foi proposta para destacar padrões de interação frequentes em redes temporais, centralizando os nós mais ativos no *layout* temporal e minimizando o comprimento das arestas verticais. Essa técnica visa reduzir a sobreposição de conexões e a poluição visual, posicionando nós com interações recorrentes ao longo do tempo espacialmente próximos. O processo começa identificando o nó com maior grau acumulado ou maior atividade temporal, que é posicionado na linha central do *layout*. Iterativamente, os nós com maior número de conexões recorrentes com o nó de referência são alocados nas linhas adjacentes (acima e abaixo), priorizando a frequência

das interações temporais. Esse procedimento continua, selecionando a cada passo um novo nó com alta conectividade recorrente em relação ao último posicionado, até que todos os nós sejam organizados. Caso ainda existam nós não alocados, ou seja, que não possuem conexões diretas com os nós já posicionados, o algoritmo os insere alternadamente no início ou no fim da sequência, com base no grau de conexão com os nós localizados em cada extremidade. Dessa forma, garante-se que todos os nós sejam incluídos na ordenação final (LINHARES, 2015). A Figura 23 ilustra esse processo.

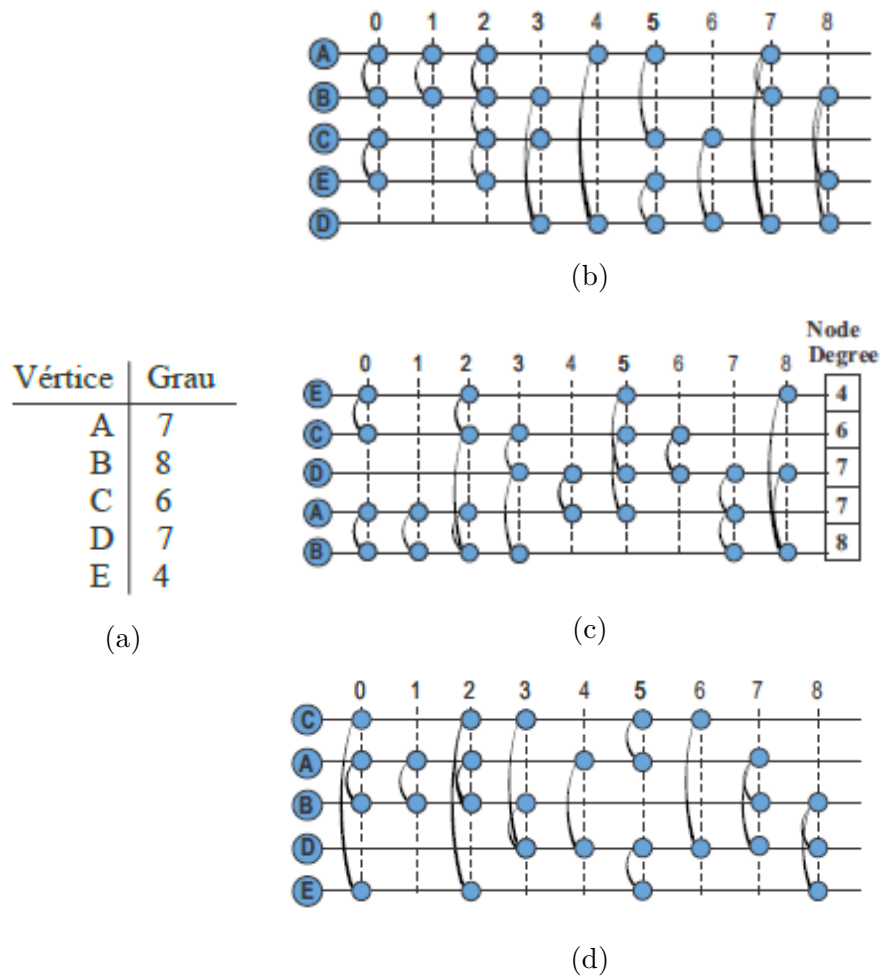


Figura 23 – Técnica *Recurrent Neighbors* - Na Figura (a) é mostrado o grau de cada nó utilizado neste exemplo. A Figura (b), mostra os nós posicionados conforme a ordem de aparição na base de dados; em (c), a ordenação é feita com base no grau dos nós, do maior para o menor, de baixo para cima; e na Figura (d), a ordenação por *Vizinhos Recorrentes* destaca a proximidade espacial de nós com interações frequentes ao longo do tempo. Figura adaptada de (LINHARES, 2015).

Na Figura 23, o nó B, identificado como o de maior atividade ou grau acumulado, é posicionado no centro do *layout*. Seus vizinhos recorrentes - o nó A (conectado quatro vezes), D (duas vezes) e C (uma vez), são então analisados. O algoritmo prioriza A e D,

colocando-os acima e abaixo de B, respectivamente, devido à maior recorrência de suas conexões com B ao longo do tempo. Em seguida, o nó C é posicionado acima de A, e o nó E abaixo de D, refletindo, respectivamente, suas interações temporais com A e D. Assim, os nós com conexões recorrentes são mantidos próximos, reduzindo o tamanho das arestas e melhorando a legibilidade do *layout*.

3.2 Descrição da proposta

A proposta deste trabalho é uma extensão da estratégia de *Recurrent Neighbors*, incorporando os atributos dos nós à ordenação no *layout* temporal, além do grau tradicional. Essa abordagem permite reorganizar os nós considerando não apenas suas conexões frequentes, mas também características relacionadas aos nós envolvidos na rede, permitindo a análise de como essas informações contribuem para as conexões observadas, o que ajuda a compreender fenômenos envolvidos nessas conexões. A abordagem é detalhada nas próximas subseções.

3.2.1 Ordenação por Vizinhos Recorrentes considerando os Atributos dos Nós (ARN)

A visualização *Sequence View* oferece abordagens interativas que ampliam sua aplicabilidade, como a reorganização dinâmica dos nós (ELZEN et al., 2013). Nesse contexto, a ordenação por *Recurrent Neighbors* adota o grau como uma métrica topológica estrita, representando o número total de conexões de cada nó ao longo do tempo em uma rede dinâmica. Essa medida fundamenta a disposição dos nós no *layout* temporal, aproximando aqueles com maior interatividade.

O método proposto neste trabalho expande essa técnica ao integrar características intrínsecas dos nós ao processo de ordenação. Na abordagem proposta, o grau passa a ser tratado como um atributo ponderável, combinado a outros atributos dos nós, de forma a levar essas informações em consideração na montagem do *layout*.

Essa metodologia também pode ser aplicada ao *layout* TAM, evidenciando a presença de *hubs* com alta conectividade e atributos semelhantes, o que pode favorecer a identificação de agrupamentos relevantes na dinâmica da rede.

Após o pré-processamento, assegura-se que os atributos estejam representados em escalas compatíveis, de forma a possibilitar o cálculo consistente das pontuações e similaridades entre os nós. Com os dados preparados, o algoritmo 1 descreve a estratégia adotada.

Definição: Para o Algoritmo 1, a rede de entrada é definida como $R = (V, E)$, onde V é o conjunto de nós e E o conjunto de arestas. A matriz de atributos dos nós é representada por $A \in \mathbb{R}^{|V| \times d}$, com $|V|$ linhas (número de nós) e d colunas (número de dimensões de

atributo), enquanto $W \in \mathbb{R}^d$ é o vetor de pesos definido pelo usuário para cada atributo. O parâmetro $w_g \in \mathbb{R}$ é o peso atribuído ao grau $\deg(v)$ na pontuação inicial, que, junto com os atributos ponderados por W , determina o nó central do *layout*. O “grau relativo” entre um nó candidato $v \in V$ e um nó de referência $u \in V$ é a intensidade da conexão $e_{vu} \in E$ (opcionalmente ponderada por pesos de aresta ou adjacência).

Algoritmo 1 Ordenação por *Attribute-based Recurrent Neighbors*

Entrada: Rede R , atributos dos nós A , conjunto de pesos W , peso do grau w_g
Saída: *listaFinal* – Lista ordenada de nós

Etapa 1: Pontuação inicial

- 1: **Para** cada nó $n \in R$ **Faça**
- 2: Calcular $score[n] \leftarrow w_g \cdot grau(n) + \sum_{i=1}^d W[i] \cdot A[n][i]$
- 3: **Fim Para**
- 4: *listaInicial* $\leftarrow$ nós ordenados de forma decrescente por $score[n]$
- 5: *listaFinal* $\leftarrow$ *listaInicial*[0]
- 6: *primeiro* $\leftarrow$ *listaFinal*[0], *ultimo* $\leftarrow$ *listaFinal*[0]
- 7: Remover *listaInicial*[0]
- 8: *extCorrente* $\leftarrow$ *primeiro*
- 9: **Enquanto** *listaInicial* $\neq []$ **Faça**
- 10: **Para** cada nó $n1 \in$ *listaInicial* **Faça**
- 11: Calcular $scoreRel(n1, extCorrente)$
- 12: **Fim Para**
- 13: Selecionar *candidatoEscolhido* $\leftarrow$ maior $scoreRel$
- 14: **Se** *extCorrente* = *primeiro* **Então**
- 15: Inserir *candidatoEscolhido* no início de *listaFinal*;
- 16: Atualizar *primeiro* $\leftarrow$ *candidatoEscolhido*
- 17: **Senão**
- 18: Inserir *candidatoEscolhido* no final de *listaFinal*;
- 19: Atualizar *ultimo* $\leftarrow$ *candidatoEscolhido*
- 20: **Fim Se**
- 21: Remover *candidatoEscolhido* de *listaInicial*
- 22: **Se** *extCorrente* = *primeiro* **Então**
- 23: *extCorrente* $\leftarrow$ *ultimo*
- 24: **Senão**
- 25: *extCorrente* $\leftarrow$ *primeiro*
- 26: **Fim Se**
- 27: **Fim Enquanto** Retorne *listaFinal*

O algoritmo proposto inicia com o cálculo de uma pontuação inicial para cada nó $n \in R$, combinando seu grau – que corresponde ao total de conexões iniciadas ou terminadas nele – multiplicado pelo peso w_g , com a soma ponderada dos atributos $A[n][i]$, de acordo com os pesos definidos no vetor W . Os nós são então ordenados de forma decrescente com base nessas pontuações, originando a *listaInicial*.

O nó com maior pontuação é selecionado como ponto de partida e inserido na *listaFinal*, sendo inicialmente considerado tanto o *primeiro* quanto o *ultimo* da sequência. A variável *extCorrente* é usada para controlar a extremidade da lista com a qual os próximos candidatos serão comparados, alternando entre o *primeiro* e o *ultimo* a cada iteração.

Durante o laço principal, o algoritmo recalcula, para cada candidato restante, um *score relativo* com base em sua conectividade com a extremidade atual (*extCorrente*) e na soma ponderada de seus atributos. A conectividade relativa com a extremidade

corrente é incorporada à pontuação, resultando no valor $\text{scoreRel}(c, \text{extCorrente})$. O nó com maior valor de scoreRel é selecionado e inserido na extremidade correspondente da `listaFinal`, no início se `extCorrente = primeiro`, ou no final se `extCorrente = ultimo`.

O score relativo de um candidato c em relação à extremidade e é calculado por:

$$\text{scoreRel}(c, e) = \frac{\text{connectionScore}(c, e) - g_{\min}}{g_{\max} - g_{\min}} + \sum_{i=1}^d W[i] \cdot A[c][i] \quad (1)$$

A pontuação relativa entre um nó candidato c e uma extremidade da lista e , denotada por $\text{scoreRel}(c, e)$, é calculada combinando dois componentes: o número de arestas entre c e e , calculado pela função $\text{connectionScore}(c, e)$, normalizado com base nos valores mínimo ($g_{\min}$) e máximo ($g_{\max}$) entre todos os candidatos (considerando a rede agregada, isto é, independentemente dos instantes em que as arestas ocorreram) e a soma ponderada dos atributos do nó c , dada por $\sum_{i=1}^d W[i] \cdot A[c][i]$. A normalização garante que a conectividade tenha valor entre 0 e 1, permitindo uma comparação justa entre os candidatos. Essa conectividade normalizada é somada à pontuação baseada nos atributos, permitindo selecionar candidatos que sejam, simultaneamente, topologicamente próximos à extremidade atual e semelhantes em termos de atributos.

Após a inserção, o nó é removido da `listaInicial`, a extremidade correspondente é atualizada, e o valor de `extCorrente` é alternado para a próxima iteração. Esse processo continua até que todos os nós tenham sido ordenados. Ao final, o algoritmo retorna a `listaFinal`, que representa uma ordenação dos nós que equilibra a pontuação inicial baseada em atributos com a conectividade relativa progressiva à medida que a sequência é construída.

3.2.2 Mapeamento de conectividade pela coloração dos nós

A atribuição de cores aos nós constitui uma estratégia essencial para representar variações em atributos selecionados, tornando padrões e diferenças mais perceptíveis visualmente. O mapeamento cromático adotado neste trabalho varia conforme a natureza do atributo, sendo projetado para otimizar a interpretação dos dados. Para isso, realiza-se um mapeamento do valor do atributo para um valor de cor dentro de um intervalo contínuo, permitindo representar de forma visual as variações nos valores dos atributos associados aos nós. Para atributos numéricos, utiliza-se um gradiente contínuo de cores. Os valores são reescalados entre o mínimo e o máximo, com o menor valor mapeado para a cor inicial do gradiente e o maior para a cor final. No caso de atributos categóricos, cada valor distinto é associado a uma cor única e contrastante, garantindo que as categorias sejam facilmente distinguíveis entre si.

O uso de cores neste trabalho tem como objetivo principal apoiar a interpretação das possíveis relações entre as características dos nós e as conexões que estabelecem na rede.

Ao destacar visualmente os atributos, o mapeamento cromático facilita a identificação de padrões estruturais que podem estar associados a essas características, contribuindo para a compreensão dos fatores que influenciam a formação de agrupamentos e interações. Embora também permita observar variações e identificar *outliers*, sua contribuição mais relevante está na capacidade de evidenciar visualmente a influência dos atributos na estrutura da rede. Para preservar a coerência da representação e evitar a perda de informação, os nós sem dados válidos são apresentados na cor cinza, sinalizando a ausência de atributos disponíveis sem interferir na leitura geral da rede.

Para ilustrar o algoritmo proposto, a Figura 24 apresenta uma aplicação em uma rede hipotética que representa interações sociais ao longo do tempo entre usuários de uma rede social. Nessa rede, cada pessoa é representada por um nó, identificado por “Pessoa_X”, e as conexões entre os nós indicam interações sociais, como conversas, encontros ou colaborações. Para cada indivíduo, os atributos considerados são a “Idade”, representada por tons de verde, “Nível_Escolaridade” pela cor laranja e a “Renda”, codificada por tons de azul na visualização. Parte-se da hipótese de que a Renda exerce influência tão significativa na formação das conexões quanto a Idade e ao Nível de Escolaridade dos indivíduos.

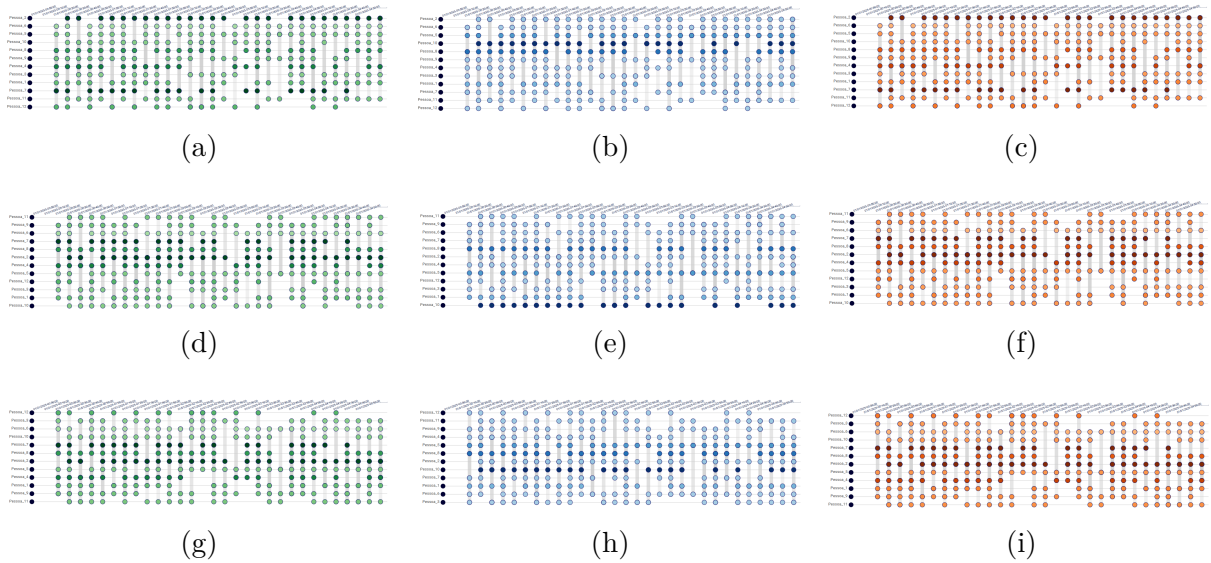


Figura 24 – ARN: influência de atributos na ordenação. Na primeira coluna, os nós são coloridos por Idade; na segunda, por Renda; e na terceira, por Nível de Escolaridade. As duas primeiras linhas mostram os nós ordenados por grau e RN, respectivamente, enquanto na terceira linha, os nós estão ordenados por ARN, com pesos [Grau=1, Idade=0.5, Renda=0.3 e Nível de Escolaridade=0.5]. Elaborado pelo autor (2024).

A análise da visualização de rede ordenada por ARN evidencia uma segregação espacial. Nas Figuras 24a, b e c, os nós são coloridos por Idade, Renda e Nível de Educação, respectivamente. As duas primeiras linhas mostram ordenações por grau e RN, enquanto a terceira apresenta a ordenação por ARN, alternando os pesos atribuídos aos atributos. Ao

ordenar por grau, os nós aparecem distribuídos de forma dispersa, sem uma organização clara por atributos. Em contrapartida, a ordenação tradicional por *Recurrent Neighbors*, ilustrada nas Figuras 24d, e e f, sugere apenas uma sutil aproximação entre nós de tons semelhantes. Já nas Figuras 24g, h e i, que incorporam atributos na ordenação com pesos [Grau=1, Idade=0.5, Renda=0.3, Nível de Educação=0.5], observa-se uma organização em gradiente mais nítida. Nós com tons mais intensos de verde (Idade), azul (Renda) e laranja (Nível de Educação) concentram-se no centro do *layout*, formando agrupamentos coesos. A maior coesão observada para Renda e Nível de Educação em relação à Idade sugere que esses atributos estruturam a rede de modo mais forte. É particularmente relevante notar que, no caso da Renda, esse efeito de centralidade emerge mesmo quando o peso do atributo é relativamente baixo, o que indica que sua influência qualitativa na configuração social pode ser subestimada pelos pesos iniciais.

Experimentos e Análise dos Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados da análise dos *layouts* desenvolvidos neste estudo, buscando capturar as complexas dinâmicas sociais dos babuínos-da-Guiné (*Papio papio*), e avaliando de que forma atributos individuais, como idade e gênero, influenciam a formação e manutenção das conexões na rede social. Ao explorar esses fatores por meio de visualizações dinâmicas, os *layouts* apresentados oferecem uma ferramenta poderosa para identificar padrões de interação e compreender as forças que guiam a estrutura e evolução da rede ao longo do tempo. Essa análise foi separada de acordo com as duas bases analisadas neste projeto, a Base de Observações e a Base de Sensores de Proximidade.

4.1 Materiais e métodos

Os *layouts* propostos foram desenvolvidos utilizando um conjunto de dados sobre interações sociais de babuínos-da-Guiné (*Papio papio*), coletados no Centro de Primatologia do CNRS, em *Rousset-sur-Arc*, França (GELARDI et al., 2020). O conjunto de dados analisado é composto por duas redes distintas: uma derivada de sensores de proximidade e outra baseada em observações humanas. O estudo investiga de que maneira atributos individuais, como idade, gênero e relações familiares, influenciam as dinâmicas sociais da rede, com foco em características que moldam as interações ao longo do tempo.

Os atributos podem influenciar o comportamento dos primatas, pois indivíduos mais velhos podem assumir posições centrais na rede devido a papéis de liderança ou mediação, enquanto o gênero pode afetar padrões específicos de interação, como a formação de alianças ou laços de cuidado parental (FISCHER et al., 2017; MONTANARI et al., 2021). Considerar essas características enriquece a análise, permitindo uma compreensão mais detalhada dos fatores que regulam as conexões e sua dinâmica evolutiva ao longo do tempo.

Este trabalho analisa as redes formadas por observações visuais e dados colhidos por sensores, explorando suas implicações no entendimento das dinâmicas sociais do grupo de

primatas. Essas redes são descritas a seguir.

4.1.1 Base de Observações

As observações comportamentais foram realizadas entre 13 de junho e 10 de julho de 2019, abrangendo 20 dias úteis. Cada dia contou com duas sessões de aproximadamente 2 horas, realizadas em horários variados entre 08:00 e 17:00. Durante cada sessão, um observador treinado monitorava cada indivíduo por 5 minutos, alternando a ordem dos indivíduos a cada nova sessão para garantir imparcialidade na coleta de dados (GELARDI et al., 2020). A partir da base original, neste trabalho foram vários processamentos. Na análise inicial, 2.173 registros (41,04% do total) que não possuíam nó destino foram removidos, pois representavam ações solitárias e não interações sociais. Além disso, 205 registros referentes ao indivíduo “Kali” foram descartados devido à ausência de atributos, resultando em 3,81% do total de 5.377 linhas removidas. Um único registro sem nó de origem também foi eliminado, resultando em um conjunto de dados final contendo 3.040 registros.

Embora a rede de observações humanas forneça dados qualitativos detalhados, permitindo a classificação das interações, apresenta menor cobertura dos indivíduos do grupo, em comparação com os dados coletados por sensores. O foco deste trabalho recai sobre os atributos dos nós, com o objetivo de compreender como essas características influenciam as dinâmicas sociais na rede. Esses conjuntos de dados incluem atributos individuais como idade e gênero (GULLSTRAND; CLAUDIÈRE; FAGOT, 2021).

4.1.2 Base de Sensores

Para a coleta de dados por meio de sensores, um subgrupo de 13 babuínos, composto exclusivamente por indivíduos juvenis e adultos (com idade mínima de 6 anos), foi equipado com sensores de proximidade, projetados para detectar interações físicas entre indivíduos a uma distância inferior a 1,5m, com maior sensibilidade para contatos frente a frente. Os dados foram registrados com uma resolução temporal de 20s, sendo um contato definido pela troca de pelo menos um pacote de rádio durante esse intervalo. Um evento de contato era considerado encerrado após 20s sem troca de pacotes. Nesse estudo foram analisados os dados coletados no mesmo período de coleta das observações comportamentais, resultando em um conjunto final de dados contendo 54.852 registros. Embora a utilização dos sensores tenha proporcionado um volume maior de dados, essa metodologia apresenta limitações, como a exclusão de indivíduos que não toleraram o uso dos dispositivos. Isso resultou em uma cobertura mais ampla das interações na rede, porém menos detalhada em termos de diversidade dos dados sociais (GELARDI et al., 2020).

4.1.3 Redes resultantes

Após os processamentos e filtragens descritos nas subseções anteriores, as duas abordagens de coleta (observacional e sensoriada) resultaram em redes com características estruturais distintas. Enquanto a rede observacional preserva uma diversidade etária mais ampla, mas apresenta menor cobertura e volume de interações, a rede sensoriada abrange um conjunto reduzido de indivíduos, porém com maior densidade de conexões registradas. A Tabela 2 resume e compara os principais atributos estruturais dessas redes, destacando diferenças que serão relevantes para as análises posteriores.

Tabela 2 – Características das redes observacional e sensoriada

Observação	Rede Observacional	Rede Sensoriada
Coleta	Humana	Sensores (>20 seg, <1.5 m)
Aproveitamento	Parcial (ausência de dados)	Total
Nós	18 (filhotes a anciãos)	13 (juvenis)
Conexões	3.040	54.852

A síntese apresentada indica diferenças entre as duas redes, tanto na cobertura de indivíduos quanto no volume de interações registradas. Tais aspectos podem influenciar a interpretação das métricas de rede e o desempenho dos algoritmos de ordenação considerados nos capítulos seguintes.

4.2 Pré-processamento

O pré-processamento dos dados contempla a reescala dos atributos numéricos e a aplicação de medidas de similaridade binária para os atributos categóricos, conforme detalhado a seguir.

- a) Reescalação dos Atributos: Os valores dos atributos contínuos foram ajustados para um intervalo uniforme de 0 a 1 por meio da técnica Min-Max, que reescala os dados segundo a fórmula:

$$X' = \frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}}$$

onde $X_{\min}$ e $X_{\max}$ representam os valores mínimo e máximo do conjunto de valores do atributo, respectivamente. Essa transformação preserva as relações relativas entre os dados. Isso elimina distorções causadas por diferenças de escala e possibilita análises mais consistentes e comparações diretas entre os nós (HASTIE; TIBSHIRANI; FRIEDMAN, 2009).

- b) Similaridade binária para atributos categóricos: Para os atributos categóricos, o tratamento seguiu duas etapas distintas: (i) na pontuação inicial, cada atributo categórico foi avaliado em relação à *moda* dos valores do respectivo atributo, atribuindo valor 1 se o nó possuía o valor modal e 0 caso contrário; (ii) na etapa de

intercalação, a comparação passou a ser feita diretamente entre o nó candidato e o nó de referência, recebendo valor 1 se ambos compartilhavam o mesmo valor categórico e 0 em caso contrário. Essa abordagem preserva os atributos originais para comparação, utilizando a moda na pontuação inicial e a igualdade direta na etapa relativa, o que mantém a semântica natural das categorias. Estratégias semelhantes são amplamente descritas em técnicas de mineração de dados e clusterização de atributos categóricos (HAN; KAMBER; PEI, 2011; HUANG, 1998; AGGARWAL; REDDY, 2014).

4.3 Base de Observações

A análise da Base de Dados de Observações revelou padrões significativos nas interações sociais dos babuínos, conforme resultados seguintes. A matriz de adjacências descreve a distribuição das conexões na rede conforme cada nó (Figura 25).

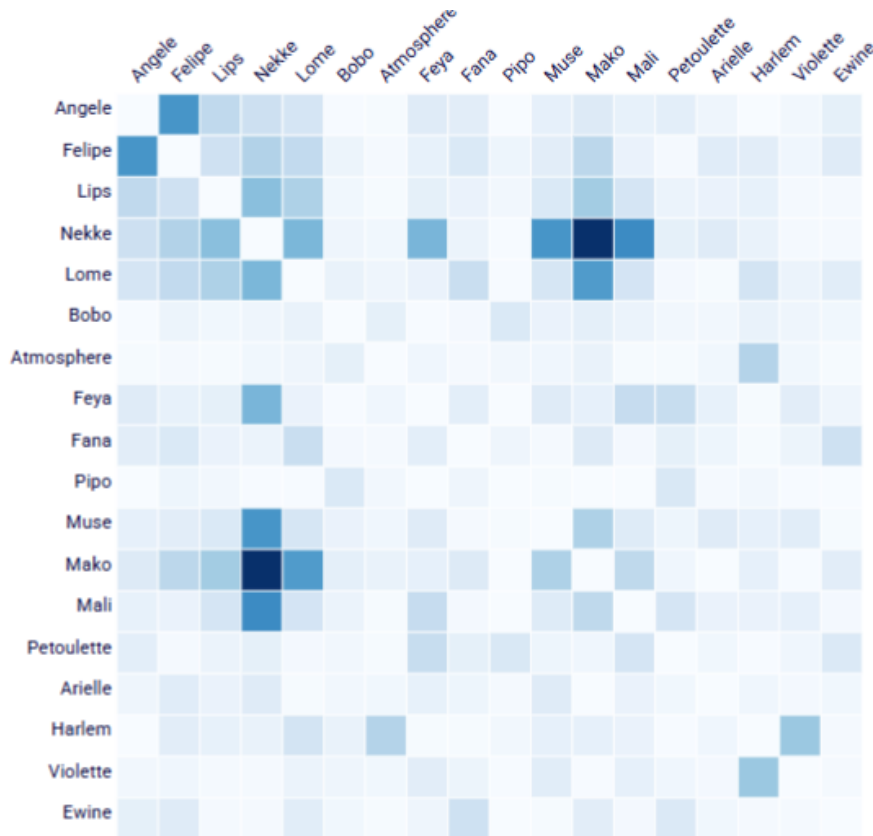


Figura 25 – Matriz de Adjacências das interações sociais entre babuínos (Base de Observações). A Figura representa as interações bidirecionais entre nós de uma rede. O número de conexões entre os indivíduos é mapeado para a intensidade de cor das células. Quanto mais intenso o tom de azul, maior o número de conexões, e vice-versa.

Pela Figura 25 observa-se padrões distintos de conectividade entre os indivíduos, com

as conexões mais intensas sendo representadas pelos quadrados de azul mais escuro, como observado nos pares Nekke e Mako, além de Mako e Lomé. Esses pares indicam interações altamente frequentes, sugerindo que desempenham papéis importantes na estrutura da rede social. Conexões de intensidade intermediária, como entre Petoulette e Feya ou Harlem e Atmosphere, mostram interações que, embora menos frequentes, ainda contribuem para a coesão da rede. Por outro lado, as conexões menos intensas, representadas por tons claros de azul, aparecem principalmente entre indivíduos periféricos, como Ewine e Mali ou Lips e Violette, indicando relações menos frequentes entre fêmeas e possivelmente menos relevantes para a estrutura global. Esses padrões evidenciam que a rede é sustentada por uma combinação de laços altamente intensos e relações periféricas, sendo que os indivíduos com maior conectividade desempenham papéis estruturais críticos na coesão social do grupo.

Ao ordenar os nós pelo grau na versão Mini Mapa do *Sequence View*, obteve-se o *layout* apresentado na Figura 26.

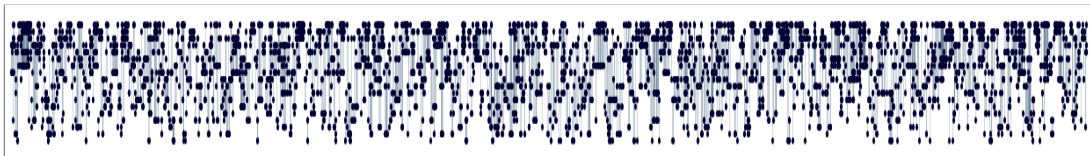


Figura 26 – Mini SV aplicado à Base de Observações - Ordenação por Grau para visão geral da Rede.

Apesar de existir um fluxo contínuo de atividades na rede toda, há uma concentração das conexões entre a parte média e superior do *layout* exibido na Figura 26.

Para a construção das visualizações, no *layout* SV e TAM, três segmentos do início, meio e fim da rede foram definidos:

a) Intervalo 1:

- a: das 09h50 do dia 13.06.2019 às 16h13 do mesmo dia
- b: das 15h45 do dia 20.06.2019 às 11h49 do dia 21.06.2019
- c: das 15h07 do dia 08.07.2019 às 13h10 do dia 09.07.2019

Esses intervalos refletem uma parte das porções inicial, intermediária e final da rede, servindo como amostras da base de dados.

No mapeamento de cores, a intensidade do azul está diretamente relacionada ao valor do parâmetro representado: cores mais saturadas indicam valores mais elevados de atividade no *layout* TAM e, no *layout* SV, valores mais altos do atributo idade. O gênero feminino é representado pela cor roxa e o masculino pela cor laranja.

Ao ampliar a análise mantendo a ordenação por grau e aplicando uma escala de cores baseada no atributo idade, obteve-se a visualização apresentada na Figura 27.

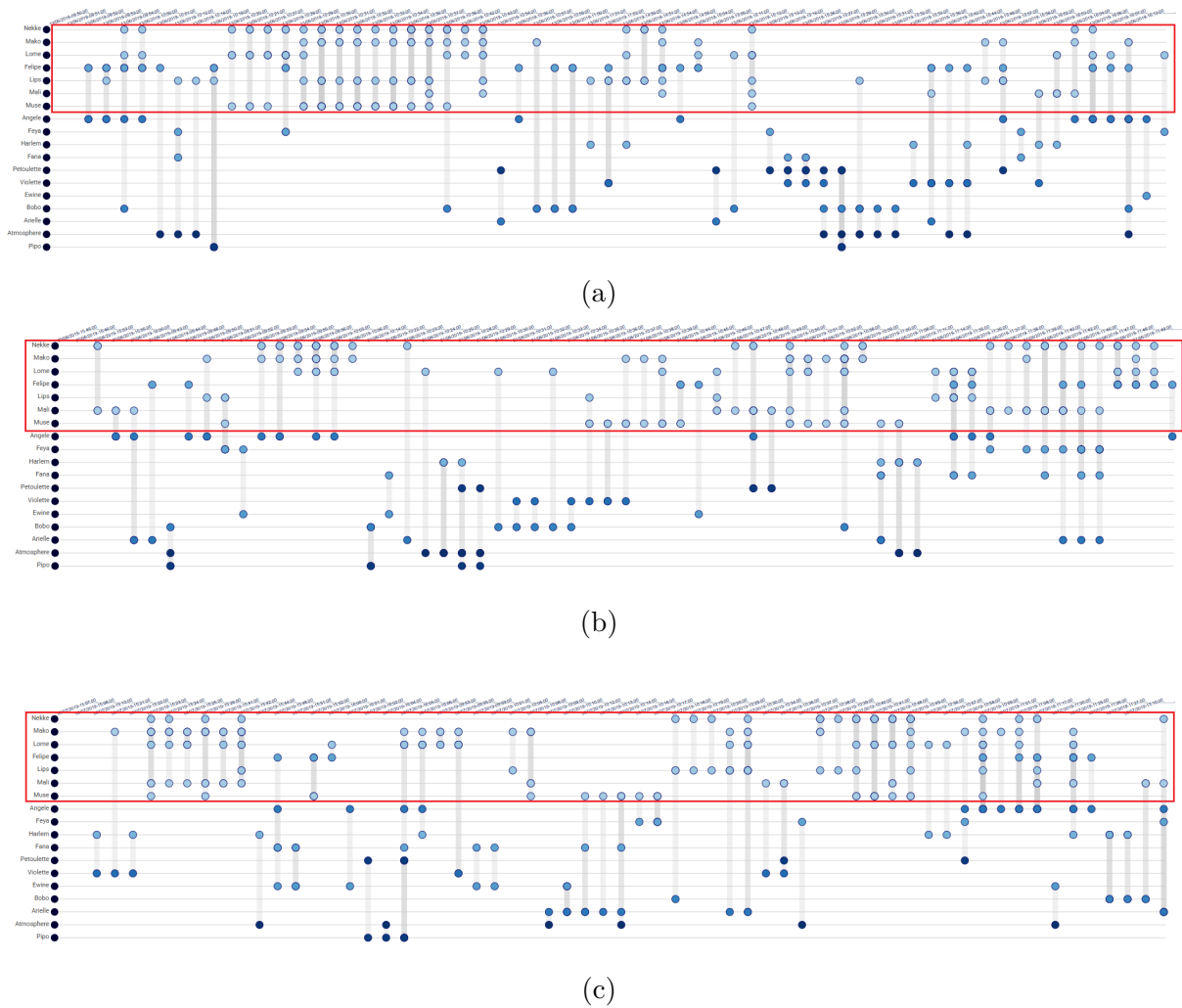


Figura 27 – SV aplicado à Base de Observações - Nós ordenados por grau e coloridos conforme o valor do atributo idade. As Figuras (a), (b) e (c) representam, respectivamente, o primeiro, segundo e terceiro intervalos observados.

No *layout* da Figura 27, observa-se uma tendência dos indivíduos mais jovens a apresentarem um maior número de conexões em comparação aos mais velhos, evidenciada pela concentração de nós mais claros na parte superior em todas as porções do *layout*.

Na visualização obtida utilizando o algoritmo de vizinhos recorrentes e colorindo os nós de acordo com a idade, os intervalos definidos são representados nas Figuras 28a, 28b e 28c.

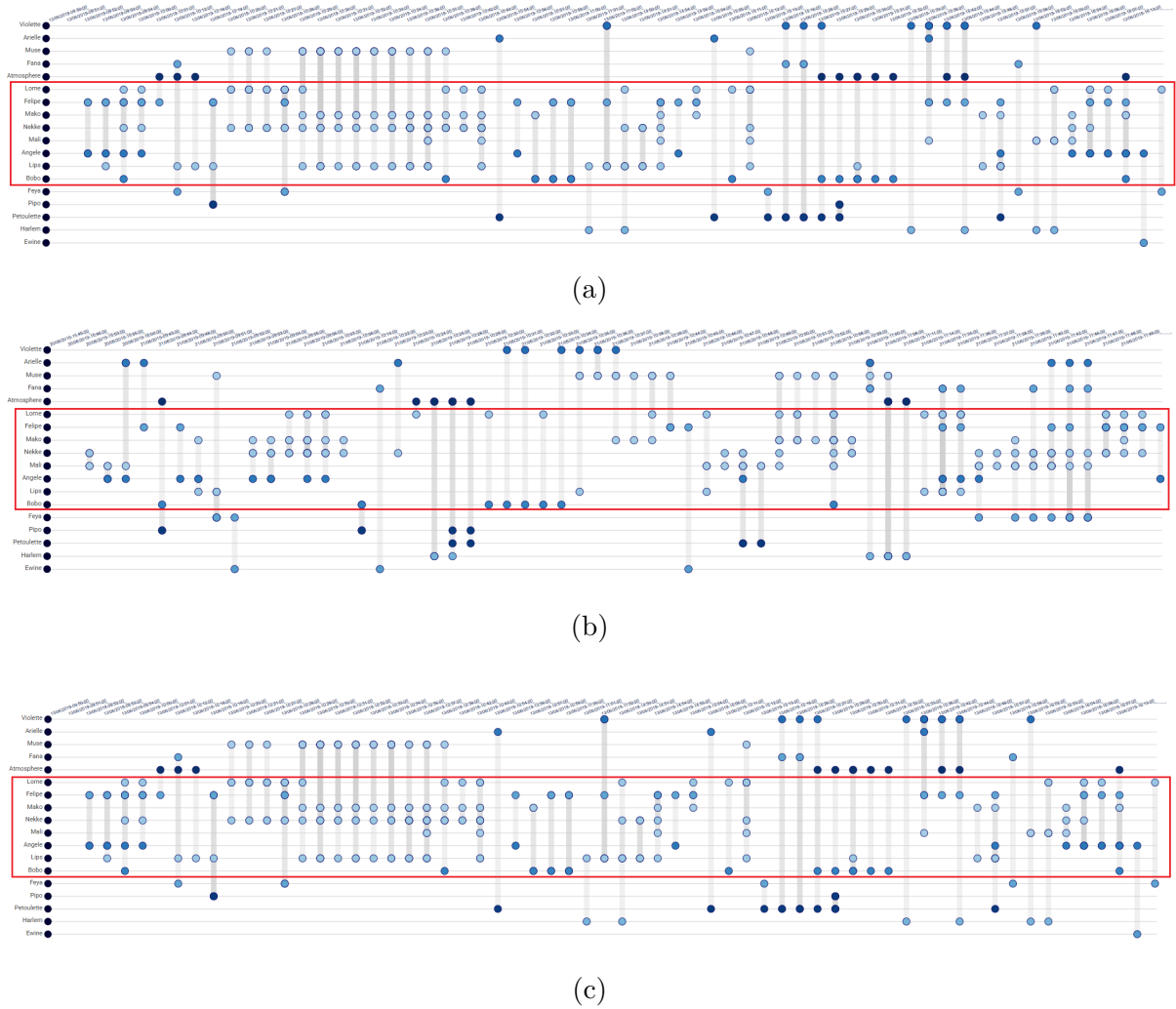


Figura 28 – SV aplicado à Base de Observações - Nós ordenados por RN e coloridos conforme a idade dos primatas. As Figuras (a), (b) e (c) representam, respectivamente, o primeiro, segundo e terceiro intervalos observados.

Mais uma vez, há uma concentração de nós mais claros na parte superior do *layout*. Em todos os momentos do Intervalo 1, os primatas mais jovens ocupam boa parte das posições centrais na rede, reforçando a hipótese da alta sociabilidade dessa faixa etária.

A Figura 29 representa a ordenação por ARN, considerando a configuração de pesos [Grau=1, Gênero=0, Idade=1], segmentada nos intervalos estabelecidos no Intervalo 1.

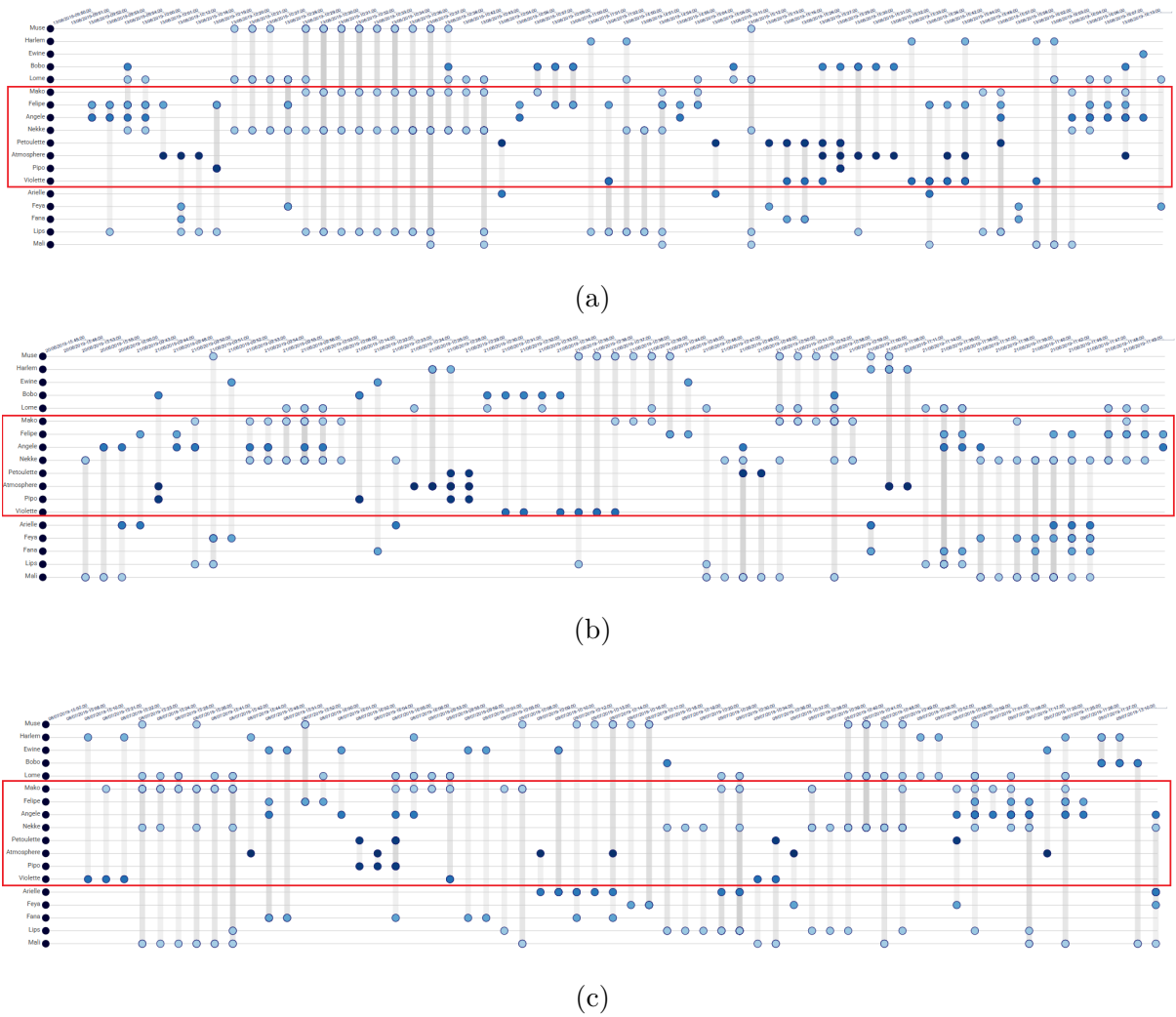


Figura 29 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pela idade no *layout* SV. As Figuras (a), (b) e (c) representam, respectivamente, o primeiro, segundo e terceiro intervalos observados. As cores representam a idade dos babuínos.

O *layout* exibido na Figura 29 exibe as três janelas temporais determinadas: 29a, 29b e 29c. É possível observar nos três momentos que, desta vez, alguns dos indivíduos mais velhos assumiram posições centrais no *layout*. Nesse caso, entre os nós centrais destacam-se duas fêmeas mais velhas (Petoulette e Atmosphere), além de Pipo, o macho mais maduro da rede.

A Figura 30 apresenta a configuração de pesos [Grau = 1, Gênero = 0, Idade = 1]. A coloração dos nós por gênero (laranja para masculino e roxo para feminino) revela áreas de maior concentração de nós da mesma cor no *layout* SV, sugerindo padrões de interação distintos entre gêneros e evidenciando regiões homogêneas com características similares.

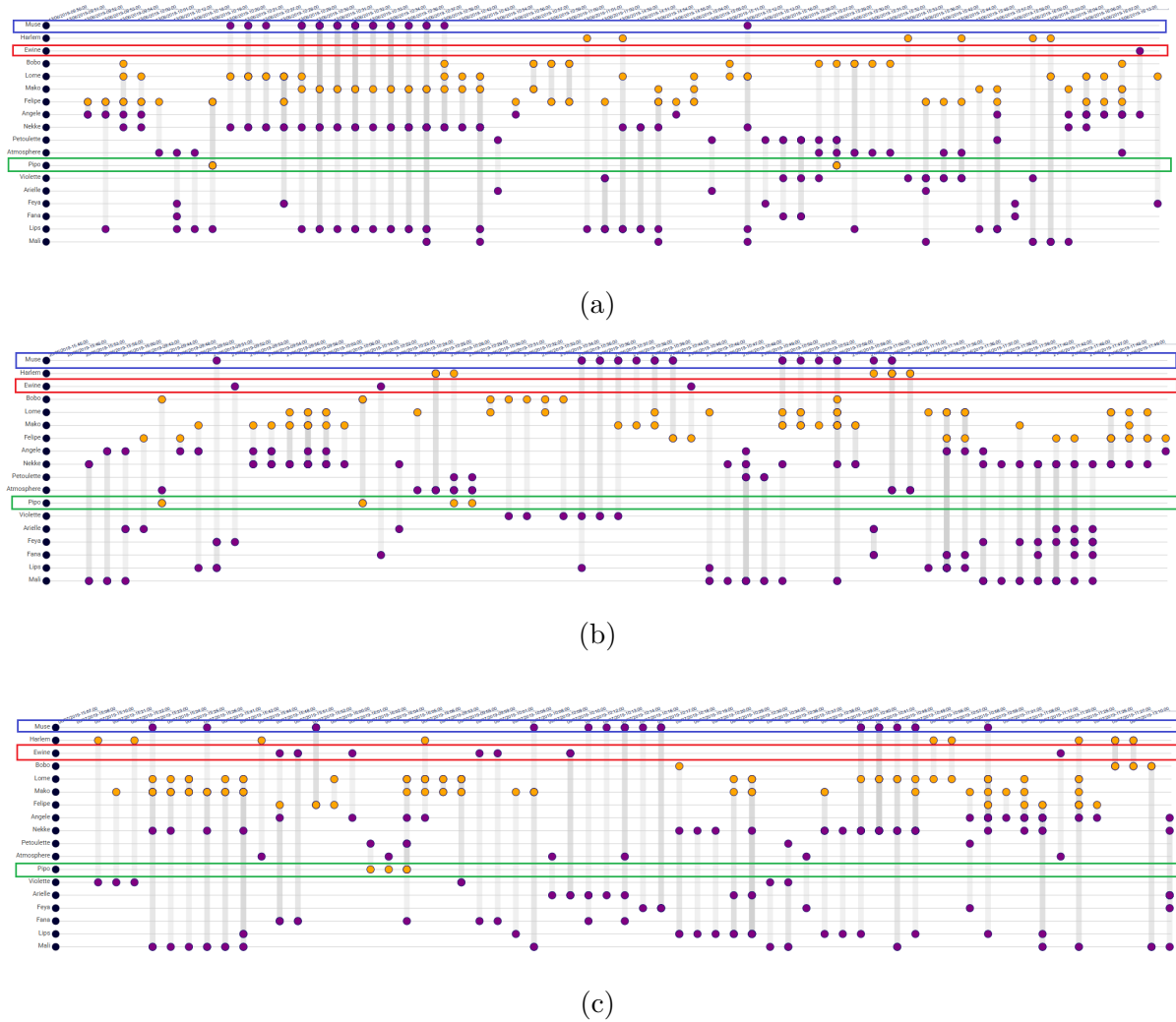


Figura 30 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pelo gênero no *layout* SV. Três intervalos de tempo são divididos entre (a), (b) e (c) como definido no Intervalo 1. Muse (em azul), Ewine (vermelho) e Pipo (verde) foram destacados para ressaltar que esses nós interagem com nós de diferentes gêneros na rede. A cor roxa representa o gênero feminino e a cor laranja, o masculino.

A partir das Figuras 30a, 30b e 30c nota-se que Ewine, uma babuína de 9 anos, aparenta manter um padrão de interação frequente com indivíduos de gênero oposto e de diferentes faixas etárias, refletido por suas posições entre os nós alaranjados. Ao observar as conexões e as cores dos nós no *layout*, os *Papio papio* parecem estabelecer interações mistas, mantendo um padrão de comunicação equilibrado entre os gêneros. A Figura 30 também revela indivíduos que transitam entre diferentes gêneros e faixas etárias, como Muse, uma fêmea de 2 anos, e Pipo, um macho mais velho. Esse padrão sugere que esses primatas podem desempenhar papéis conectores ou intermediários na rede social. Além disso, Lomé e Mako, dois filhotes do gênero masculino, destacam-se ao apresentar múltiplas conexões entre si, como ressaltado pela matriz de adjacências. Essas observações

ilustram a dinâmica social e as relações estruturais presentes na rede.

A visualização em miniatura dessa ordenação é ilustrada na Figura 31, na qual é possível identificar uma concentração de conexões na parte superior do *layout*.

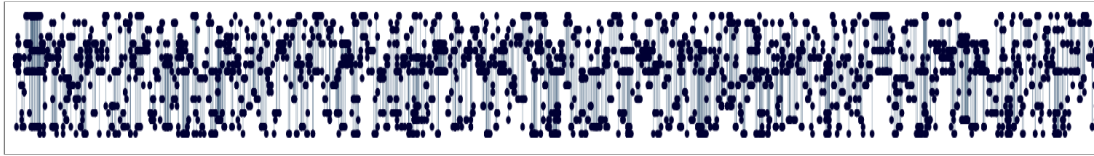


Figura 31 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) no mini mapa do SV.

O *layout* permite identificar, de forma imediata, a organização dos nós ao longo do intervalo estudado. O *layout* evidencia uma maior concentração de conexões nas regiões média e superior, enfatizando a tendência dos indivíduos mais jovens em apresentar maior atividade dentro do contexto analisado.

Considerando a configuração de pesos [Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1,0], obtém-se o resultado apresentado na Figura 32.

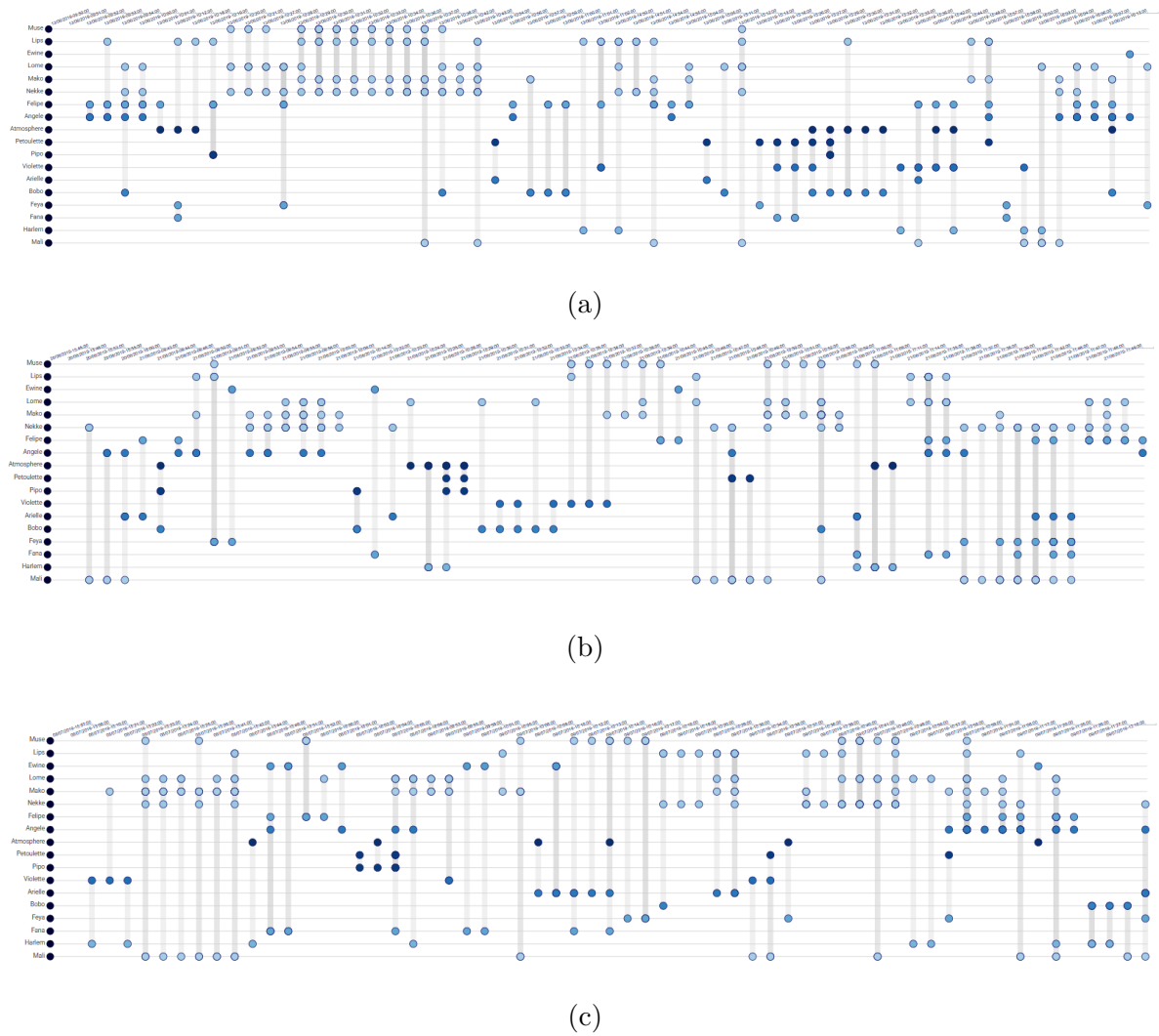


Figura 32 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1,0) e nós coloridos pela idade no *layout* SV. A rede foi dividida em três intervalos de tempo: (a), (b) e (c).

Ao aumentar a relevância do atributo idade em relação ao grau, observa-se uma maior proximidade entre os nós com tons semelhantes em todos os trechos das Figuras 32a, 32b e 32c do Intervalo 1, indicando que a idade pode desempenhar um papel significativo na formação de laços sociais entre os *Papio papio*. Essa configuração sugere uma tendência de que primatas mais velhos interagem com maior frequência entre si, ainda que mantenham também conexões relevantes com indivíduos mais jovens.

Ao mesmo tempo, colorindo os nós de acordo com o gênero, nota-se uma maior dispersão dos nós em relação a esse atributo quando comparado ao *layout* da Figura 33, quando a cor dos nós é definida pela idade.

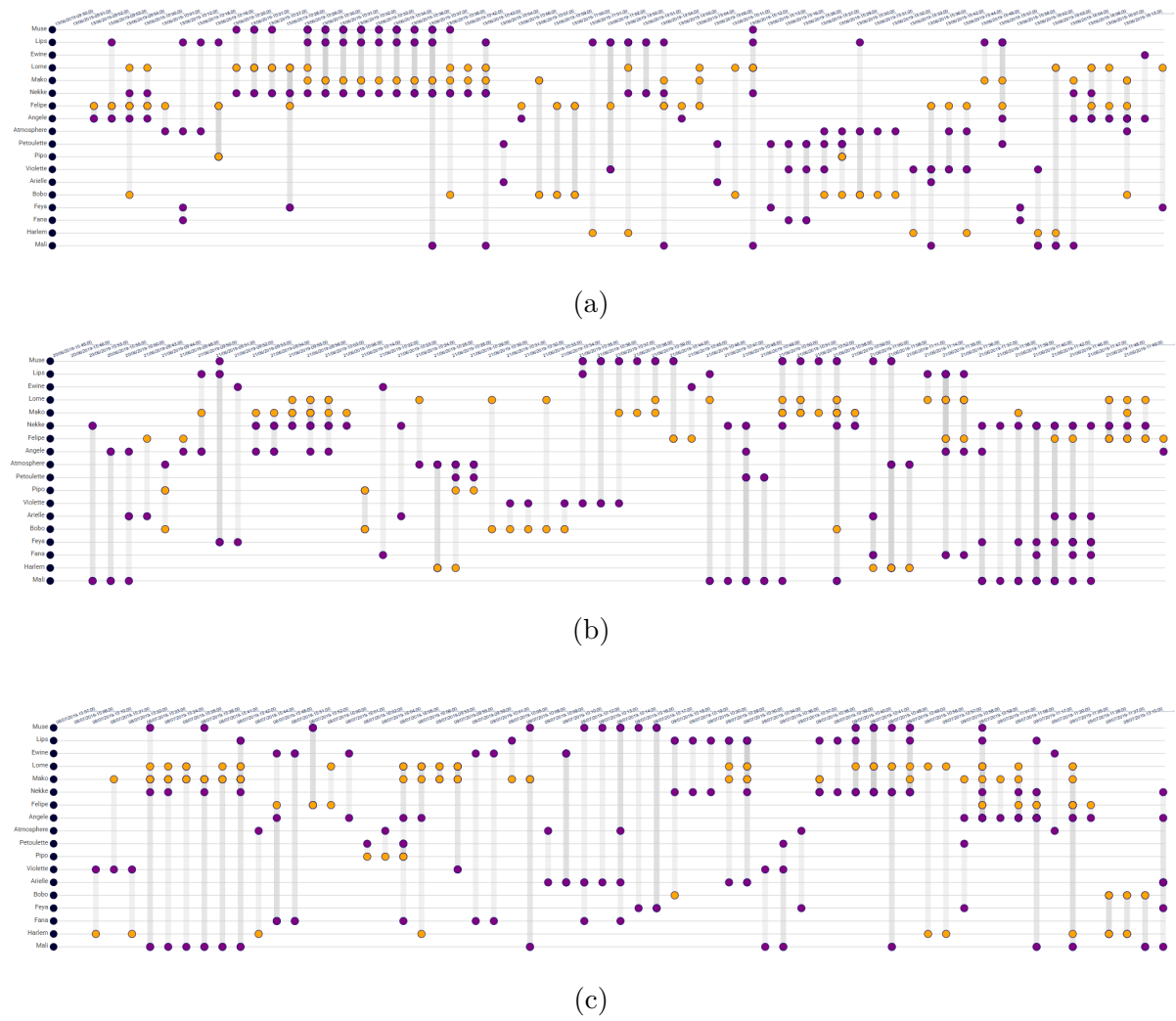


Figura 33 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1,0) e nós coloridos pelo gênero no *layout* SV. Os intervalos (a), (b) e (c) representam amostras das porções inicial, média e final da rede estabelecidas no Intervalo 1. As cores representam o gênero.

O *layout* representado pela Figura 33 apresenta três janelas temporais, definidas para o Intervalo 1. As Figuras 33a, 33b, 33c exibem o SV ordenado por ARN com os pesos [Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1]. À medida que a idade se torna um fator mais influente do que o grau, as interações entre diferentes faixas etárias tornam-se mais perceptíveis. Como o gênero foi descartado nesta configuração, observa-se uma maior dispersão dos nós, sem uma separação consistente entre machos e fêmeas. Mesmo que essa dispersão não traga um padrão social forte como resultado, ela evidencia que, sem o gênero, a idade domina a ordenação, mostrando a separação por faixas etárias, mas sem coerência de agrupamento por gênero.

Se analisados os três atributos simultaneamente, ao escolher os valores dos pesos [Grau=0,5; Gênero=1; Idade=1], é obtido o *layout* apresentado na Figura 34.

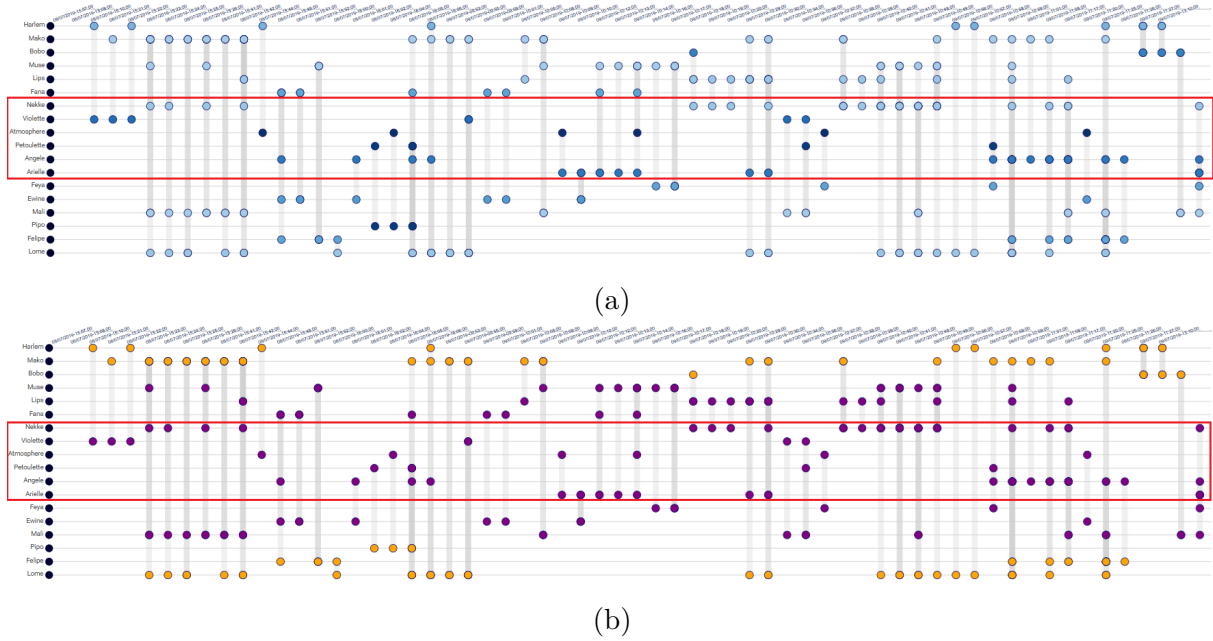


Figura 34 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=1). Nós coloridos pela idade e pelo gênero no *layout* SV. Na Figura (a) os nós foram coloridos de acordo com o atributo idade e na Figura (b) a coloração está de acordo com o gênero dos babuínos.

Comparando as Figuras 34a e 34b, que representam trechos da rede, nota-se que as cores associadas à idade estão mais dispersas em comparação às cores relacionadas ao gênero, mesmo quando ambos os atributos receberam pesos iguais. Na Figura 34a, tons mais escuros de azul aparecem de forma mais concentrada na região central do *layout*, enquanto na Figura 34b, observa-se predominância de tons de roxo nessa mesma região. Esses indícios sugerem que o gênero pode exercer uma influência ligeiramente maior do que a idade na organização local da rede, embora essa diferença não seja marcante.

A Figura 35 apresenta o TAM relativo aos três períodos analisados.

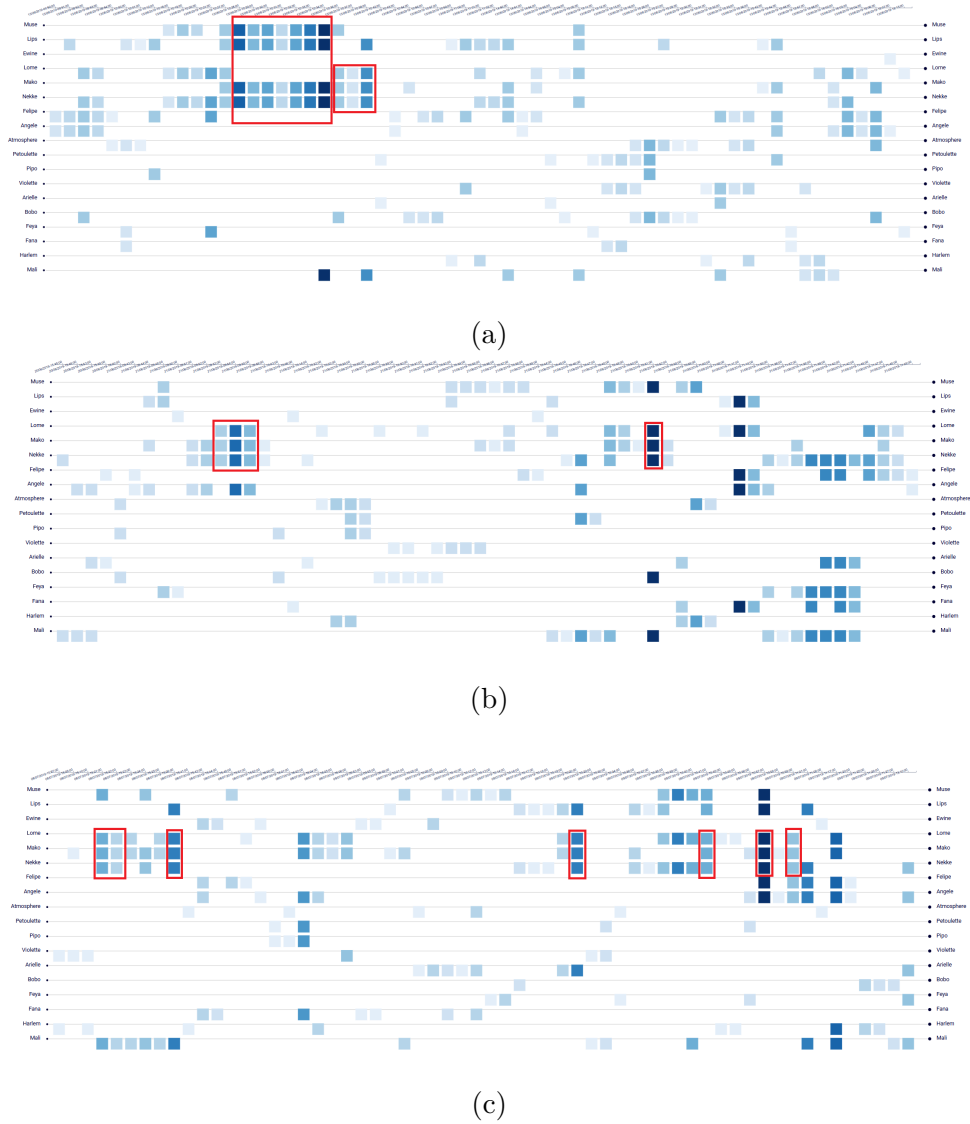


Figura 35 – ARN - Aplicação na Base de Observações com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos de acordo com a intensidade das conexões no *layout* TAM. Conforme Intervalo 1, as Figuras (a), (b) e (c) da Figura remetem a três divisões temporais. Os nós foram pintados de acordo com a conectividade observada naquele instante de tempo.

Na Figura 35a, a proximidade entre os nós Mako e Nekke, assim como entre Lips e Muse, no *layout* TAM, evidencia similaridade em seus atributos estáticos (idade e gênero) e no grau relativo de conectividade, atributo dinâmico que considera as conexões locais da rede e influencia diretamente a ordenação dos nós. Esse padrão é observado no dia 13/06/2019, entre 10:28 e 10:36, e novamente, entre 10:36 e 10:38, na disposição próxima de Lomé, Mako e Nekke. Na Figura 35b, a concentração desses mesmos indivíduos entre 09:53 e 09:56, e às 10:51 do dia 21/06/2019, reforça essa consistência. De forma semelhante, a Figura 35c mostra-os próximos no *layout* nos instantes 15:21, 15:22 e 15:41 do dia 08/07/2019, bem como às 10:29, 10:41, 10:58 e 10:59 do dia 09/07/2019. Esses

resultados apontam indícios de que, nessa fase da vida, a idade exerce papel relevante na formação das conexões, refletida na disposição próxima desses nós no *layout*. No contexto social analisado, tal padrão pode indicar que filhotes de mesma faixa etária compartilham interações mais frequentes e vínculos mais fortes, sugerindo que a idade aproxima os indivíduos independentemente do gênero.

A fim de analisar se há prevalência da idade perante o gênero na formação das conexões entre babuínos de outras faixas etárias, compara-se as visualizações na Figura 36.

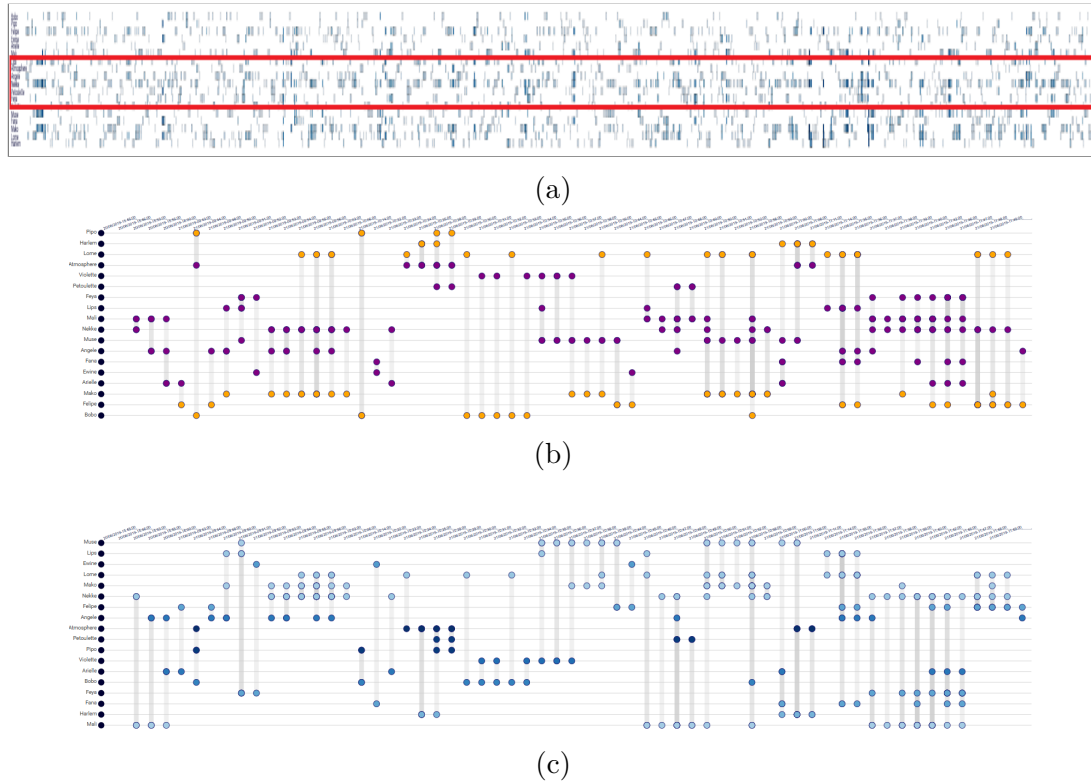


Figura 36 – ARN na base de Observações. Nas subfiguras: (a) miniatura do *Activity Map* (TAM) com pesos [Grau=1; Gênero=0,5; Idade=0,5] (a); (b) *Sequence View* (SV) com pesos [Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0], colorido por gênero (b); (c) *Sequence View* (SV) com pesos [Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1], colorido por idade.

Na configuração com pesos [Grau=1; Gênero=0,5; Idade=0,5], a miniatura do *Activity Map* revela uma leve concentração de nós na região central. Esse resultado sugere que, ao atribuir maior peso à conectividade, o grau retoma um papel predominante na organização global e, ainda assim, a inclusão de idade e gênero na ponderação introduz ajustes locais, suavizando a formação do núcleo central e possibilitando maior diversidade de agrupamentos no *layout*.

Ao comparar as Figuras 36b e 36c no *Sequence View*, observa-se que o núcleo da rede não é formado de maneira exclusiva nem por idade nem por gênero. Na visualização por idade, alguns agrupamentos etários aparecem de forma mais evidente, sobretudo entre os indivíduos mais jovens, enquanto na visualização por gênero não há separação consistente

entre machos e fêmeas, que se distribuem de forma mista na região central. Esses resultados sugerem que a idade pode aproximar indivíduos em determinados contextos, mas que ambos os atributos atuam apenas de forma parcial, sem definir isoladamente a estrutura social, lembrando ainda que o grupo analisado é composto por 12 fêmeas e 6 machos.

Os resultados dos *layouts* sugerem que idade e gênero contribuem para a organização visual da rede social de *Papio papio*, mas não se mostram, isoladamente, dominantes na formação da estrutura: o grau permanece um fator relevante para a disposição global. Em diferentes configurações, observam-se agrupamentos locais por faixa etária — sobretudo entre indivíduos mais jovens — coexistindo com uma distribuição mista por gênero no núcleo, em consonância com as leituras no *Sequence View*, na matriz de adjacência e nas miniaturas do *Temporal Activity Map* (TAM). Quando a influência do grau é reduzida, o arranjo tende a ficar mais disperso; quando o grau recebe maior peso, reaparece uma leve concentração central, ainda assim sem homogeneidade por idade ou por gênero. Em conjunto, as visualizações indicam que a proximidade etária pode favorecer interações em contextos específicos, mas sua atuação é parcial e dependente da conectividade local e da parametrização dos pesos; por isso, conclusões causais sobre a influência de atributos nas conexões requerem análises estatísticas complementares.

4.4 Base de Sensores de Proximidade

A matriz de adjacências formada pelos dados coletados por sensores mostrou alguns padrões de conectividade entre os babuíños. Desta vez não existem filhotes na base de dados. Nesse contexto, destacam-se os pares Ewine e Fana, Ewine e Angele, além de Angele e Felipe, todos com idades próximas e mais jovens, confirmando a tendência identificada na primeira rede de que babuíños mais novos costumam interagir mais. Arielle e Bobo, no entanto, apesar de estarem numa faixa etária intermediária, continuam apresentando pouca atividade na rede, assim como observado na base de observações.

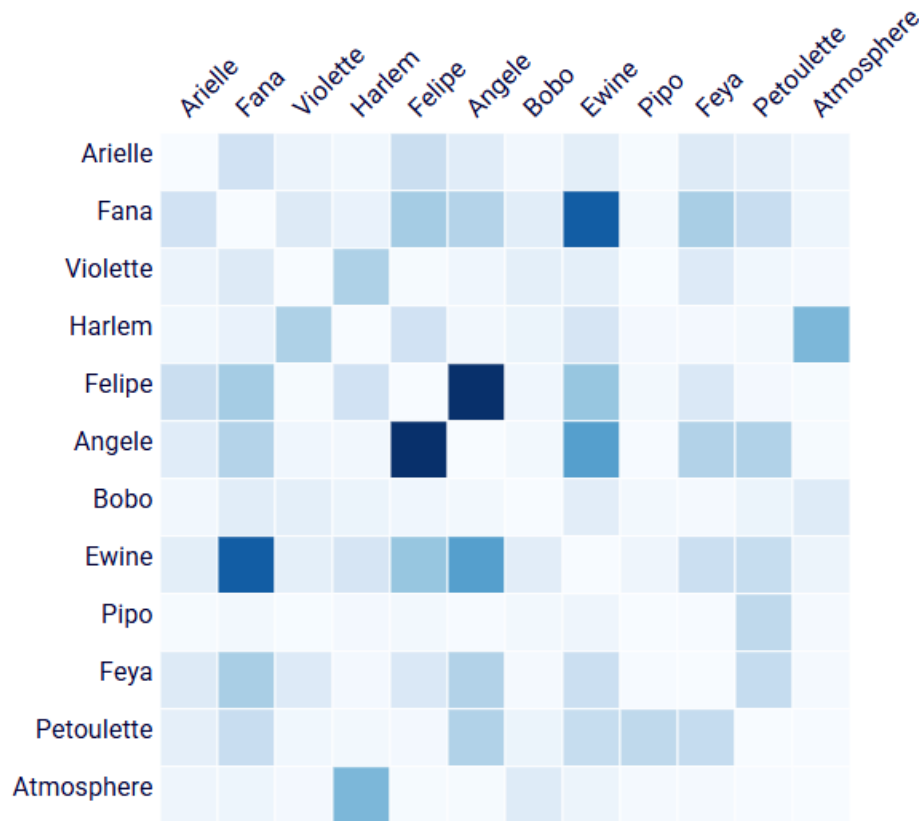


Figura 37 – Matriz de Adjacências da base de dados coletados por sensores. As células são coloridas de acordo com o grau dos nós. O número de conexões entre os indivíduos é mapeado para a intensidade de cor das células de forma que, quanto menos intensa a cor o azul, maior o número de conexões.

Primatas mais velhos como Atmosphere, Petoulette e Pipo mantiveram um nível de atividade mais baixo. Entre eles, Atmosphere apresentou a maioria das interações com Harlem, de 6 anos, enquanto Petoulette se conectou mais com Angele, Ewine, Feya e Pipo. Fêmeas *Papio Papio* são dispersoras na estrutura social da espécie (KOPP et al., 2015). Pipo, por sua vez, optou por manter um contato mais próximo com Petoulette, possivelmente uma conexão estratégica, pois, em consonância com (MACHANDA; ROSATI, 2020), primatas mais velhos, devido à experiência acumulada e natureza filopátrica, tendem a valorizar relações fortes previamente estabelecidas, em vez de buscar conexões extensivas.

Para a construção das visualizações no *layout SV*, três segmentos do início, meio e fim da rede foram definidos:

- a) Intervalo 1:
 - a: 13.06.2019 das 09h50 às 11h08
 - b: 20.06.2019 das 15h45 às 17h14
 - c: 10.07.2019 das 13h28 às 14h39

Para o *Temporal Activity Map*, que exige um espaço maior entre os instantes de tempo, três divisões do início, meio e fim da rede foram estabelecidas:

- a) Intervalo 2:
 - a: 13.06.2019 das 06h32 às 07h37
 - b: 02.07.2019 das 18h43 às 20h09
 - c: 10.07.2019 das 06h18 às 07h37

Os intervalos capturados de parte das porções inicial, média e final da rede foram escolhidos de forma a contemplar amostras de toda a sua extensão.

A escala de cores utiliza o azul para representar o parâmetro analisado, sendo que maior saturação corresponde a valores mais altos de atividade no *layout* TAM e de idade no *layout* SV. O gênero feminino é indicado pela cor roxa e o masculino pela cor laranja.

Aplicando a ordenação por grau nos dados coletados por sensores, a visão geral da rede é apresentada na Figura 38.

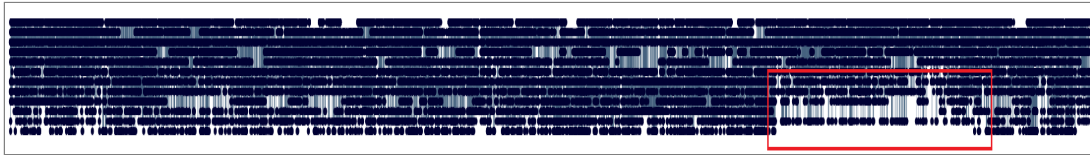


Figura 38 – Aplicação na Base de Sensores. Nós ordenados por grau, de cima para baixo, no mini mapa do *layout* SV.

Na Figura 38, é observado que, apesar de haver conexões ao longo de toda a rede, existe um intervalo em que a densidade diminui na parte inferior do *layout*.

Para uma visualização mais detalhada dos intervalos de tempo, mantendo a mesma ordenação baseada exclusivamente no grau e utilizando as cores para representar o atributo idade, apresenta-se a Figura 39.

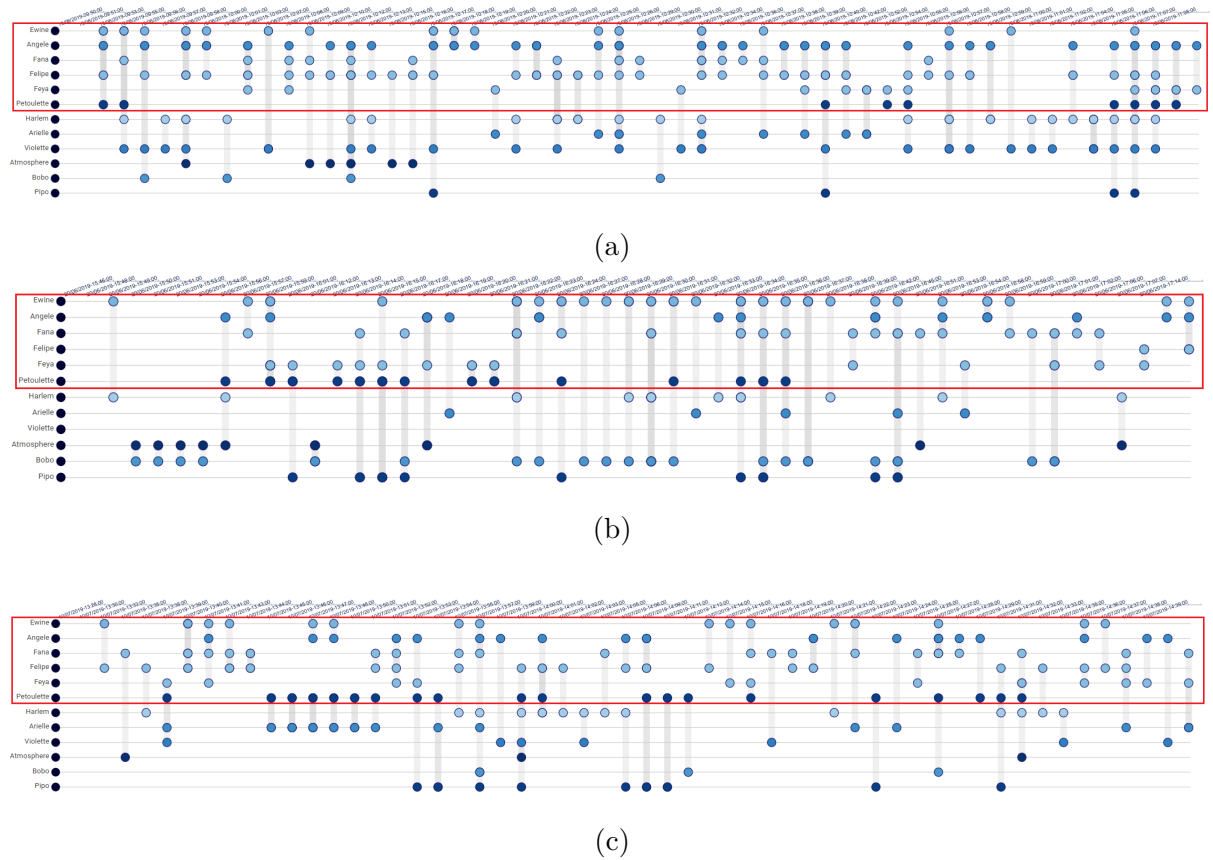


Figura 39 – Aplicação na Base de Sensores. Nós ordenados por grau e coloridos pela idade no *layout* SV. Os intervalos (a), (b) e (c) representam amostras das porções inicial, média e final da rede.

O *layout* exibido na Figura 39 em três janelas temporais, sendo 39a, 39b e 39c porções do Intervalo 1, mostra que, com algumas exceções, os nós mais claros continuam ocupando grande parte do topo da visualização. Petoulette, no entanto, compõe o meio do *layout*, sendo ainda mais participativa que na rede colhida por observações. Esse resultado mostra a ordenação sem a aplicação de pesos aos atributos.

Na Figura 40, o *layout* é dividido em três intervalos de tempo consecutivos do Intervalo 1: 40a, 40b e 40c. Esse *layout* foi gerado utilizando o algoritmo de vizinhos recorrentes tradicional, ou seja, sem considerar os atributos. A coloração dos nós é baseada na idade.

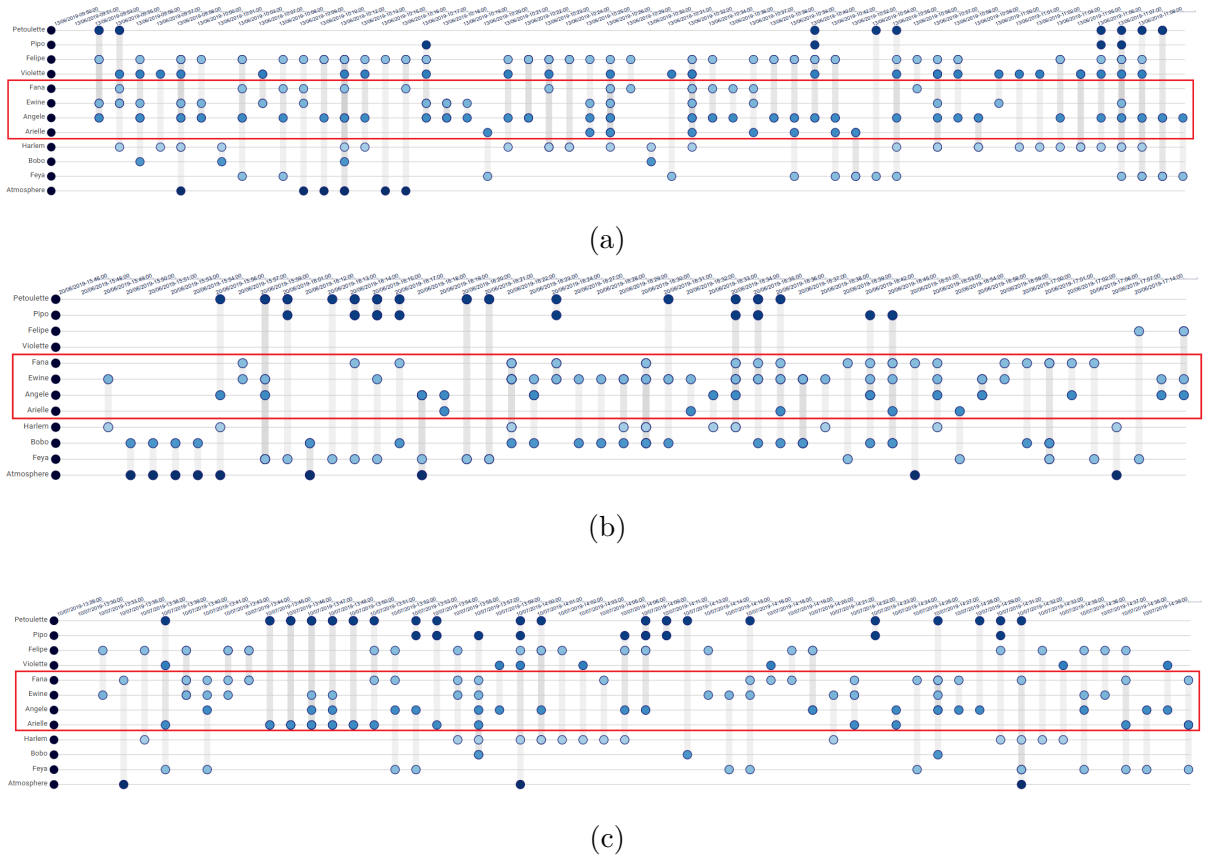


Figura 40 – SV - Ordenação por vizinhos recorrentes, com a coloração dos nós baseada na idade. Os intervalos em das Figuras (a), (b) e (c) são amostras do início, meio e fim da rede. Além do grau, nenhum outro atributo foi considerado nessa ordenação.

Nessa visualização, é evidente a predominância de nós mais claros no centro do *layout* nos três intervalos. No entanto, observa-se uma maior presença de tons intermediários nessa área em comparação com o mesmo *layout* da rede de observações. Os babuínos mais jovens e ativos destacam-se nos intervalos analisados, enquanto a introdução de tons intermediários sugere que, na ausência dos filhotes, indivíduos de idade mediana também desempenham um papel significativo nos movimentos dentro da rede. Arielle, por exemplo, aparece entre os nós centrais, apesar de se mostrar pouco ativa na matriz de adjacências.

Para aprofundar a análise e compreender melhor a situação, a Figura 41 mostra a ordenação por ARN, considerando a configuração de pesos [Grau=1; Gênero=0; Idade=1].

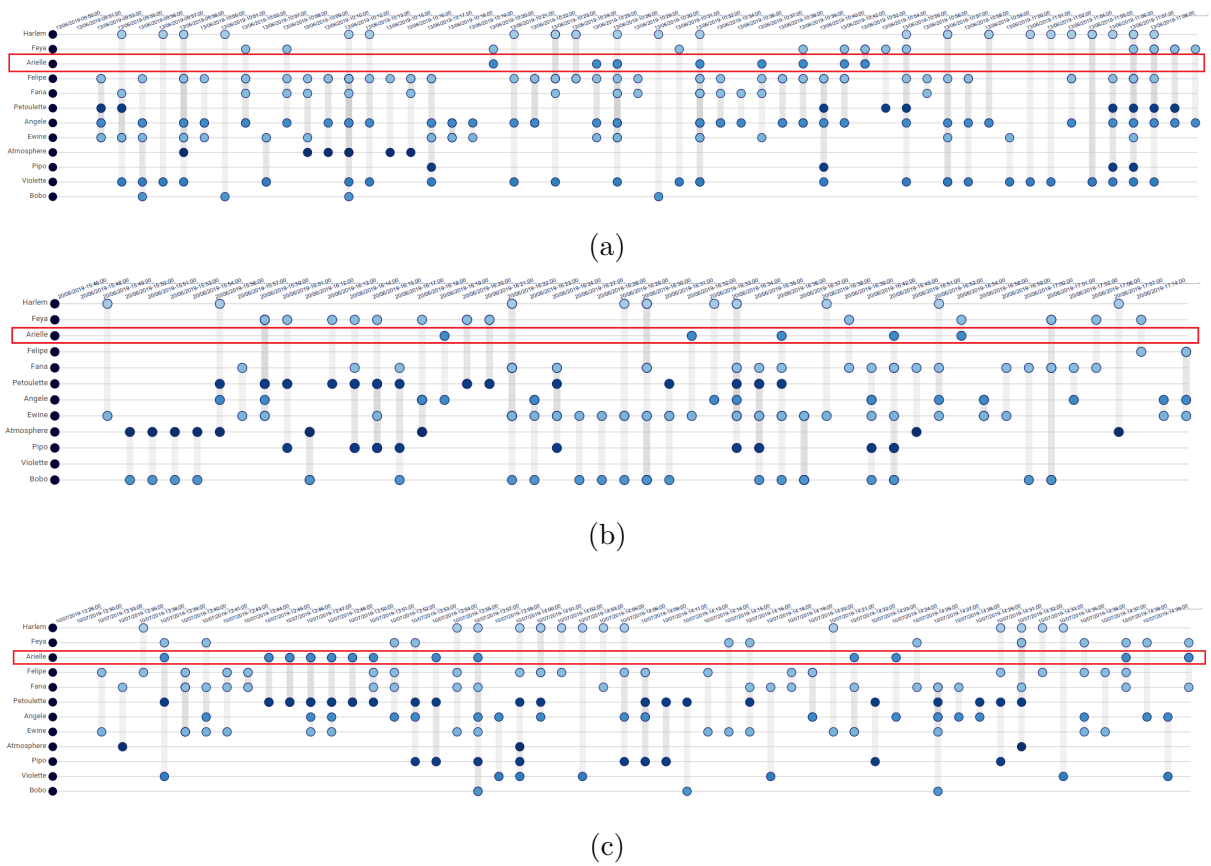


Figura 41 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pela idade no *layout* SV. Os intervalos exibidos nas Figuras (a), (b) e (c) representam amostras das porções inicial, média e final da rede, conforme Intervalo 1.

Em todos os intervalos da rede exibidos nas Figuras 41a , 41b, 41c, pode-se observar que Arielle aparece mais afastada do centro em relação à ordenação tradicional por vizinhos recorrentes, indicando que, ao incluir a idade como critério, sua influência pode diminuir. Embora faça parte do grupo de jovens adultos e mantenha certa relevância, Arielle não ocupa uma posição central na mediação da comunicação entre os membros da rede. Analisando Petoulette, sabendo que se trata de uma babuína mais velha que não está entre os nós de maior grau, é enfatizada a preponderância da idade em relação à atividade do nó. Tal comportamento reforça o papel do atributo etário na formação da estrutura da rede.

A Figura 42 mostra os mesmos intervalos de tempo consecutivos, com os nós ordenados por ARN, considerando a configuração de pesos [Grau=1; Gênero=0; Idade=1], mas agora coloridos pelo gênero.

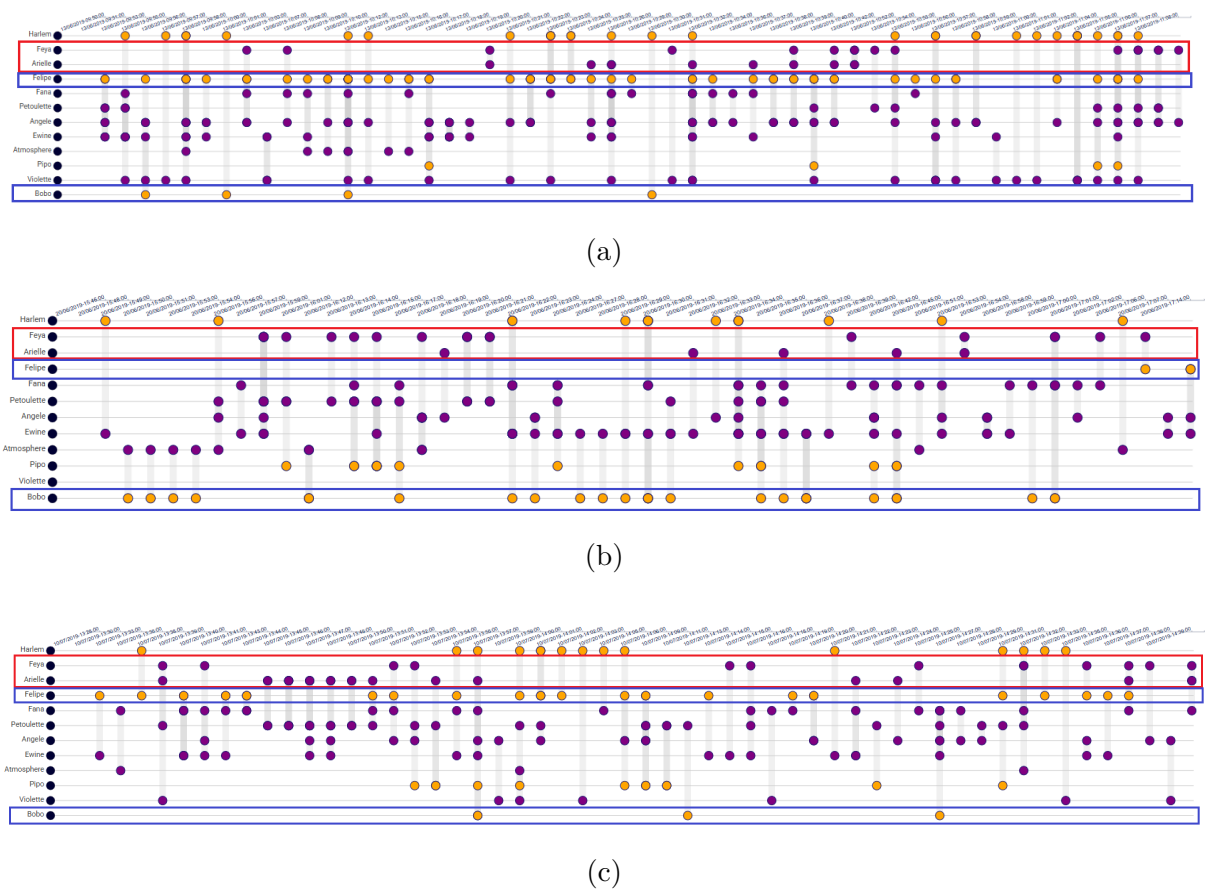


Figura 42 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=1; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pelo gênero no *layout* SV. Os intervalos exibidos nas Figuras (a), (b) e (c) representam amostras das porções inicial, média e final da rede, como definido no Intervalo 1.

O padrão observado nas Figuras 42a e 42c, mais evidente na Figura 42b, sugere uma predominância do gênero feminino nas posições centrais da rede. No entanto, Feia e Arielle mantêm interações frequentes com babuínos machos, enquanto Felipe e Bobo seguem um padrão semelhante ao se conectarem com fêmeas.

A Figura 43 apresenta a ordenação por ARN, considerando a configuração de pesos [Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1]. A coloração dos nós reflete a idade dos primatas.

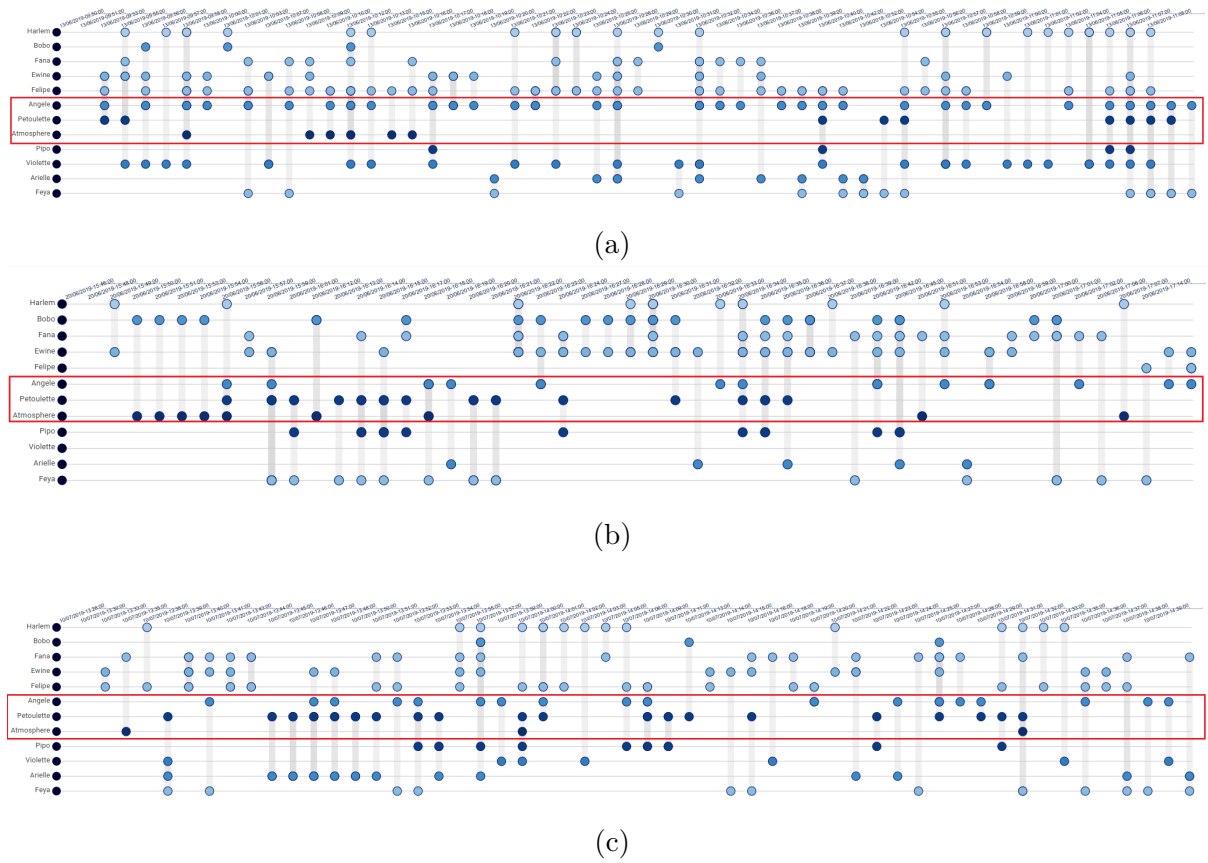


Figura 43 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos pela idade no *layout* SV. Os intervalos exibidos nas Figuras (a), (b) e (c) representam amostras das porções inicial, média e final da rede.

A Figura 43 apresenta o *layout* em três janelas temporais distintas (43a, 43b, 43c), como determinado no Intervalo 1. Atribuindo maior importância ao atributo idade na organização dos nós, percebe-se que indivíduos mais velhos tomam a porção média do *layout*. Diante disso, é possível que, mesmo não sendo os babuínos mais ativos do grupo, os mais experientes mantenham sua dominância na formação da estrutura social entre os primatas *Papio papio*.

A Figura 44 exibe as três partes do Intervalo 1 no SV ordenado por ARN considerando a configuração de pesos [Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1], mas os nós foram coloridos por gênero desta vez.

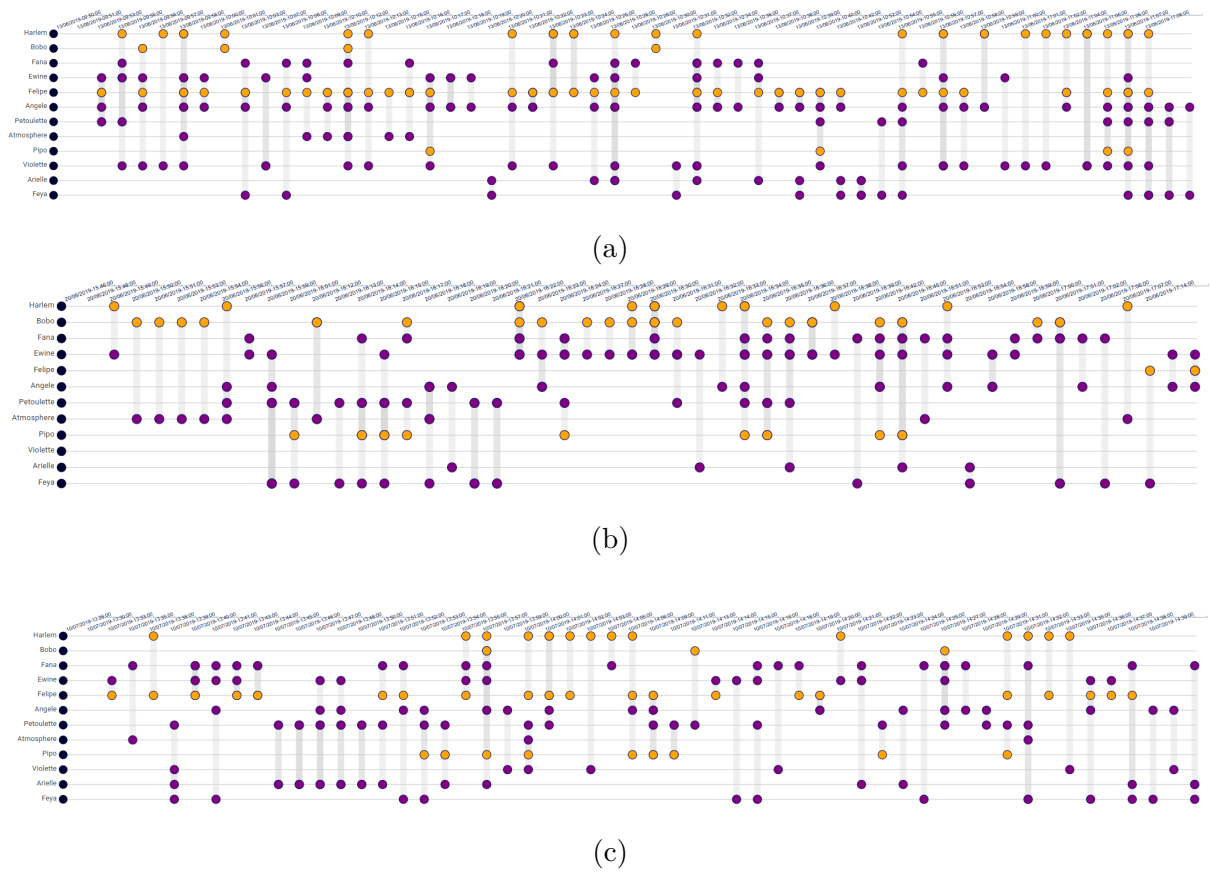


Figura 44 – Visualização em *Sequence View* com os dados ordenados por vizinhos recorrentes, com os pesos [Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1], enquanto as cores representam o gênero. Os intervalos exibidos nas Figuras (a), (b) e (c) representam amostras das porções inicial, média e final da rede.

A Figura 44 apresenta três janelas temporais distintas, como determinado no Intervalo 1. Observando as Figuras 44a, 44b e 44c, nota-se uma leve predominância de nós laranjas na parte superior e roxos na parte inferior. No entanto, à medida que a idade recebe maior peso em relação ao grau, a coesão entre nós do mesmo gênero se torna menos evidente, surgindo interações entre faixas etárias distintas. Esse padrão sugere que a idade contribui de forma relevante para a estruturação da rede social, influenciando a distribuição dos indivíduos e suas interações, ainda que o gênero continue presente como atributo organizador em alguns contextos.

Detalhando a análise pela ordenação por ARN, definindo os pesos [Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0] se obtém a Figura 45.

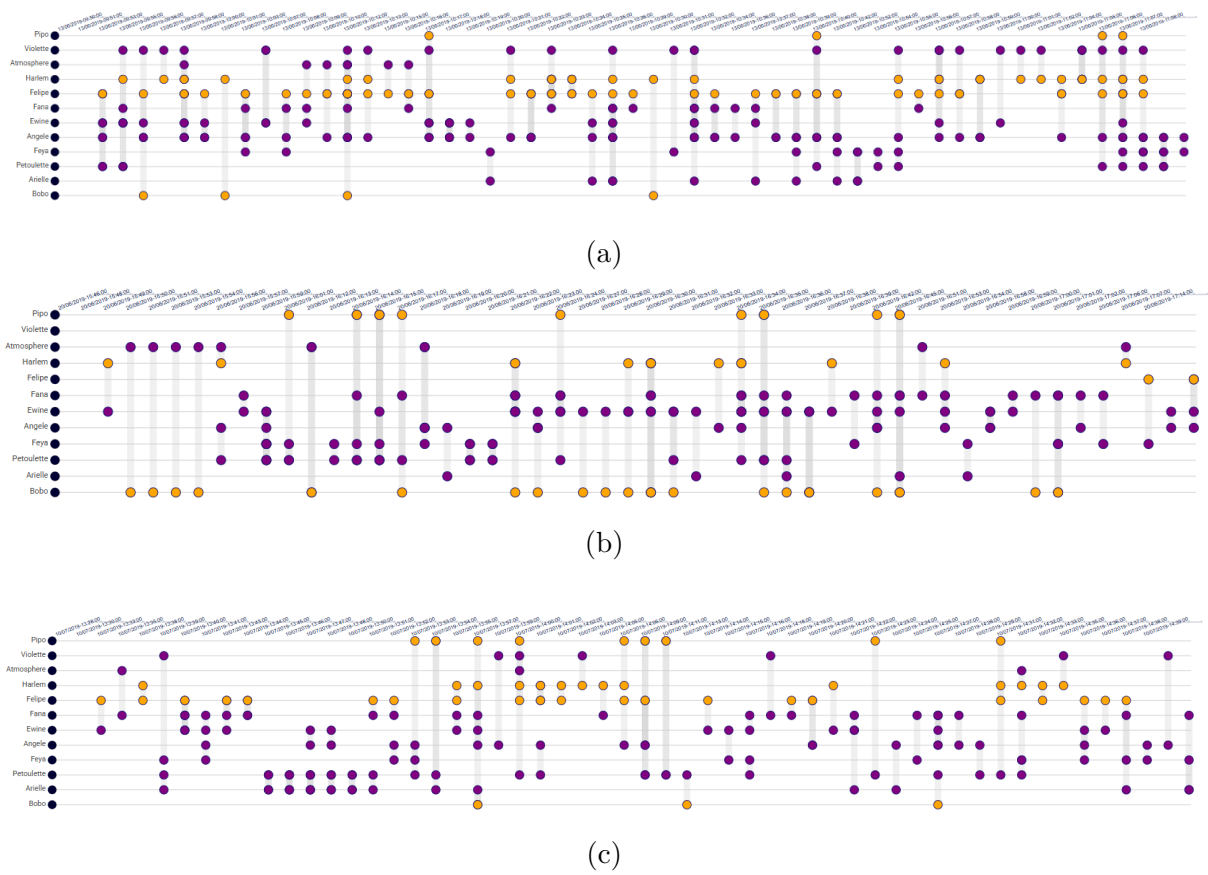


Figura 45 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0) e nós coloridos pelo gênero no *layout* SV. Os intervalos mostrados nas Figuras (a), (b) e (c) representam amostras das porções inicial, média e final da rede.

A Figura 45 apresenta três janelas temporais distintas conforme Intervalo 1 (45a, 45b, 45c). Observa-se uma concentração mais evidente de nós laranjas (machos) na parte superior e de nós roxos (fêmeas) na inferior. A atribuição de peso 1 ao gênero orienta a ordenação, tornando-o o fator predominante em relação ao grau. Como a rede é composta por apenas dois gêneros, sua organização ocorre de forma segmentada, mantendo um equilíbrio entre as porções. Primatas como Bobo e Violette, jovens adultos macho e fêmea, intermedeiam relações entre gêneros opostos.

Seguindo o Intervalo 2, a Figura 46 apresenta o *layout* TAM, no qual a rede é representada em três janelas temporais(46a, 46b, 46c).

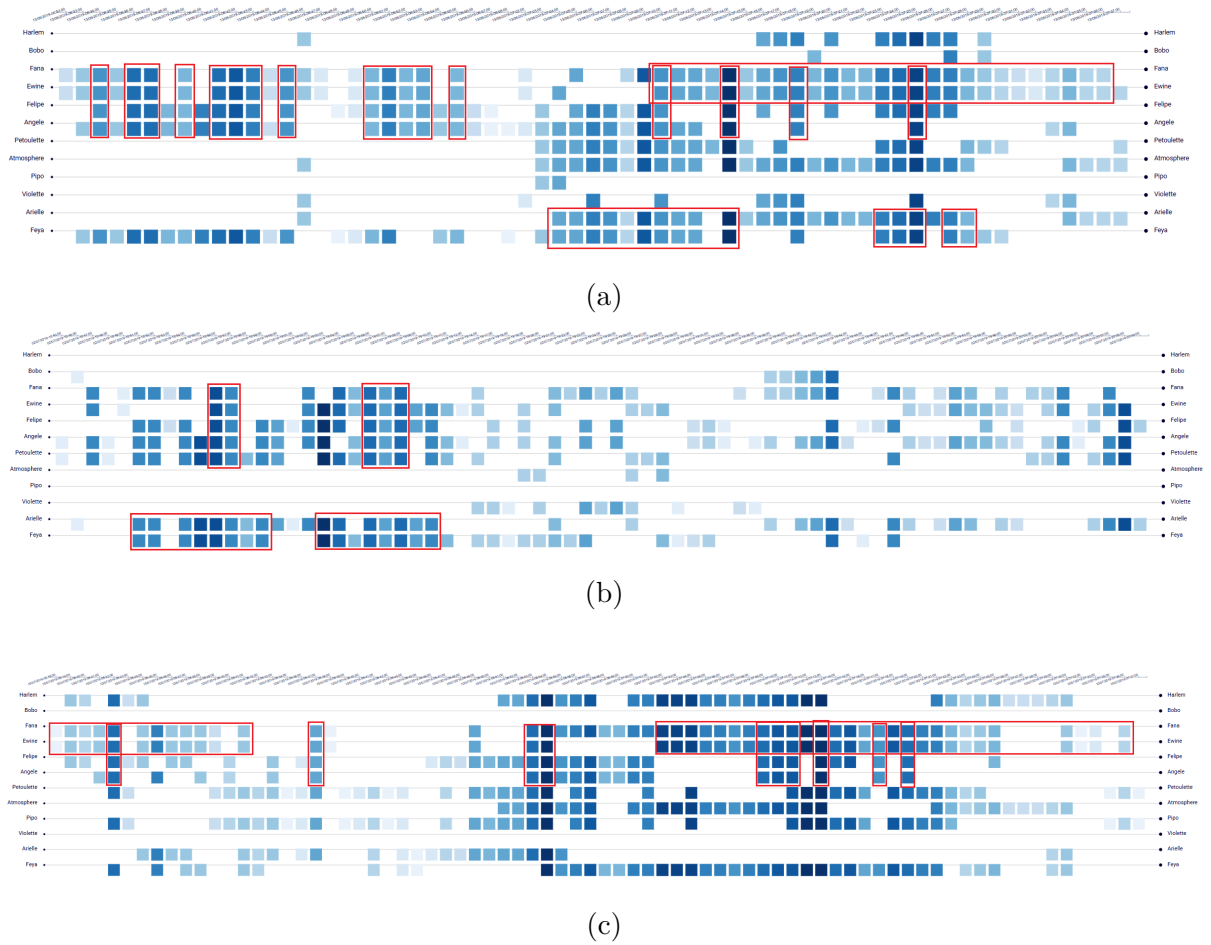


Figura 46 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos de acordo com a intensidade das conexões no *layout* TAM. As Figuras (a), (b) e (c) correspondem a três intervalos de tempo distintos.

As Figuras 46a, 46b e 46c mostram a recorrente proximidade entre Fana, Ewine, Felipe e Angele, bem como entre Arielle e Feyá, no *layout* TAM. Esses agrupamentos refletem a similaridade dos atributos estáticos combinados ao grau relativo de conectividade. Observa-se que os indivíduos mais jovens permanecem os mais ativos, e que a similaridade tende a ser mais intensa entre parentes próximos, como os irmãos Felipe e Angele e, em menor grau, Arielle e Feyá (tia e sobrinha).

A Figura 47 permite explorar a relação parental entre três membros do grupo em tempos definidos no Intervalo 2, com os nós ordenados por vizinhos recorrentes, sem influência dos atributos.

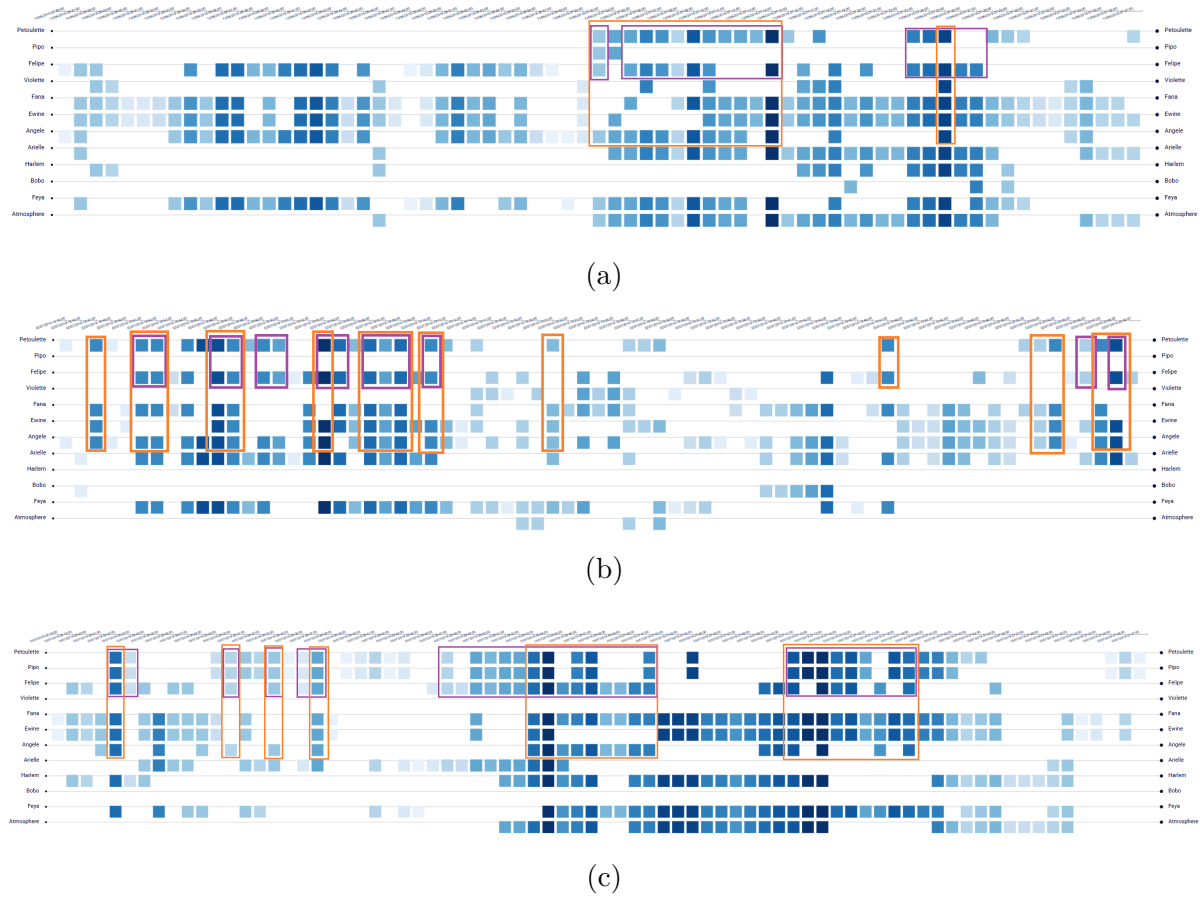


Figura 47 – ARN - Aplicação na Base de Sensores. Nós ordenados por RN e coloridos de acordo com a intensidade das conexões no *layout* TAM e destacando a proximidade entre a mãe Petoulette e seus filhos Felipe (roxo) e Angele (laranja) em três intervalos temporais distintos.

As Figuras 47a, 47b e 47c apresentam três segmentos da rede, onde a proximidade entre Petoulette e seus descendentes Felipe (destacado em roxo) e Angele (em laranja) no *layout* TAM reflete semelhanças de atributos e padrões de conectividade local considerados na ordenação. Os resultados indicam que a relação entre a mãe e seus descendentes já adultos permanece relevante. Felipe, de 8 anos, foi colocado mais próximo de sua mãe Petoulette, de 19 anos, do que de sua irmã Angele, de 13 anos. Essa observação sugere que, nesse caso, o grau de parentesco exerce maior influência na posição relativa desses nós no *layout* do que a idade, apontando para a necessidade de investigações mais aprofundadas sobre esse padrão no contexto social analisado.

É mostrado na Figura 48a a visão geral da rede pelo *layout* TAM ordenado por ARN com os pesos configurados em [Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0], enquanto na Figura 48b mostra o SV com os nós coloridos de acordo com a idade e na Figura 48c pelo gênero dos primatas.

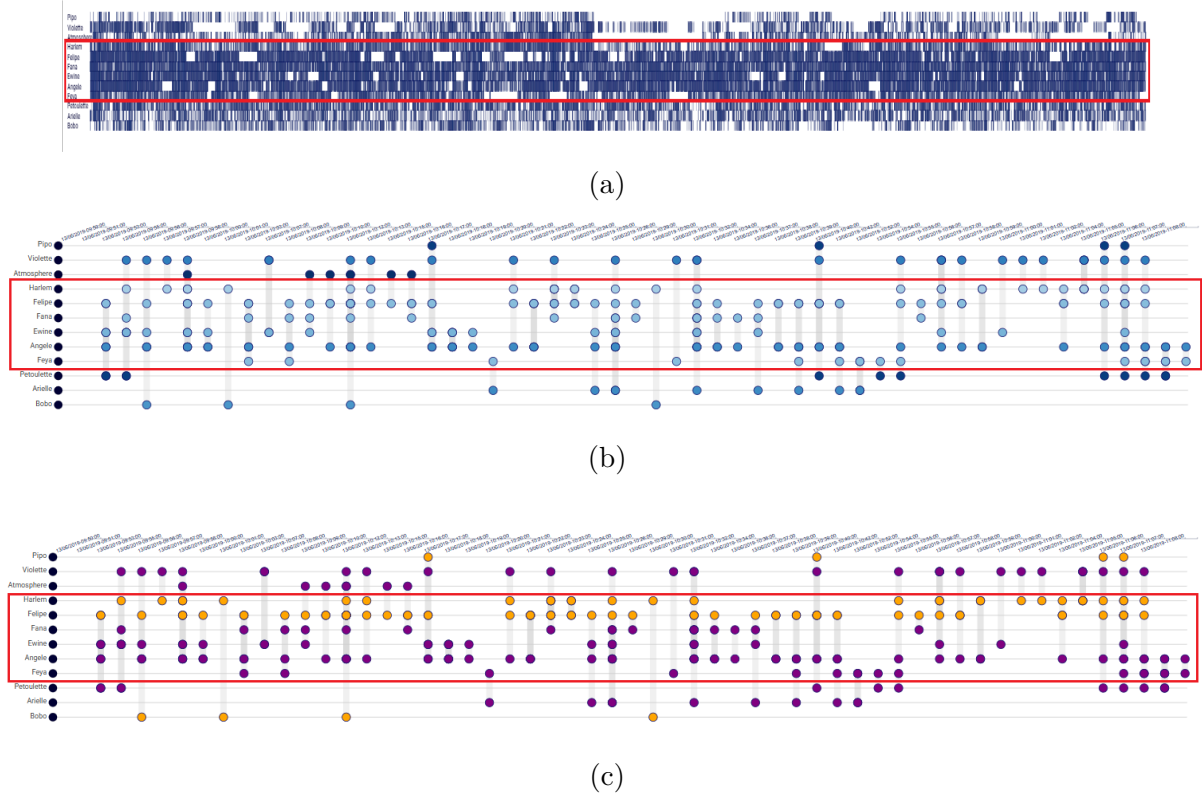


Figura 48 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0) nos *layouts* SV com os nós coloridos pela idade (b) e gênero (c). O *layout* mini mapa TAM, com nós coloridos pela força das conexões, é exibido na Figura (a).

A Figura 48a destaca a concentração das atividades da rede na região central do *layout*. Ao comparar as visualizações das Figuras 48b e 48c no SV, observa-se que o núcleo da rede, nessa ordenação, é composto em grande parte por babuíños mais jovens, ainda que o gênero tenha sido configurado como o atributo de maior influência na disposição dos nós. Esse resultado é consistente com a tendência identificada também na rede de observações, em que indivíduos de ambos os gêneros ocupam posições centrais no *layout*. A combinação desses *layouts* sugere que a faixa etária desempenha papel relevante na organização social dos *Papio papio*, aproximando indivíduos jovens em posições centrais, embora gênero e conectividade também contribuam para a configuração global.

A Figura 49 exibe a ordenação de ARN ponderando os pesos em [Grau=0,5; Gênero=1; Idade=1], colorindo os nós pela idade. Os intervalos representam as divisões determinadas no Intervalo 1.

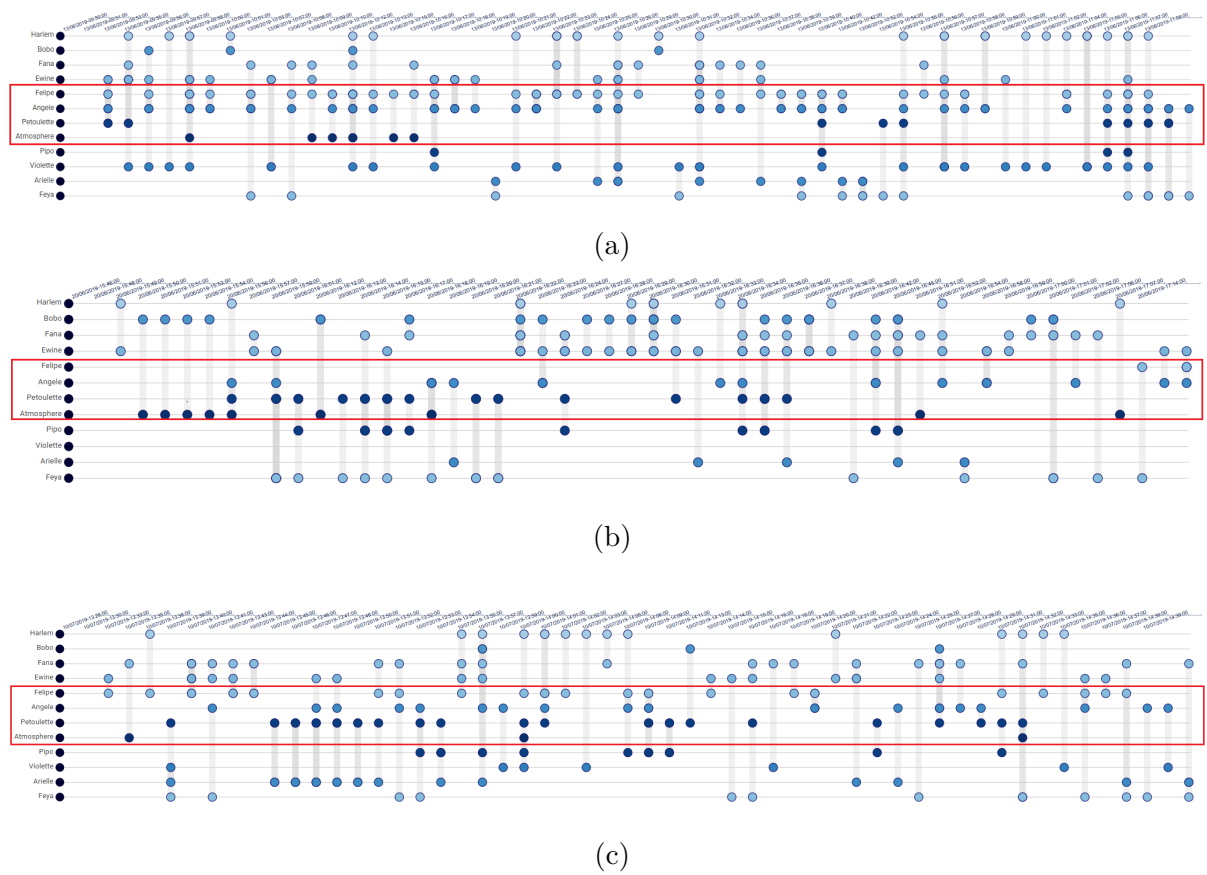


Figura 49 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=1) e nós coloridos pela idade no *layout* SV. As Figuras (a),(b) e (c) representam divisões do Intervalo 1.

Como mostrado nos intervalos das Figuras 49a, 49b e 49c, Felipe, Angele, Petoulette e Atmosphere ocupam a região central do *layout*. De modo semelhante ao observado na rede de observações, Felipe é o mais jovem entre os quatro. Esses resultados indicam que a idade exerce influência relevante na configuração dessa porção da estrutura, superando em parte o papel do gênero. Apesar de a população total ser composta pelo dobro de fêmeas em relação a machos, o grupo central apresenta proporção mais equilibrada entre os sexos, sugerindo que a presença nesse núcleo está mais associada à faixa etária, já que todos os indivíduos são considerados adultos a partir dos 8 anos. O caso de Felipe ilustra como a idade pode contribuir para o posicionamento central na rede, mesmo em contextos onde o gênero não estabelece distinções marcantes.

Embora os machos sejam ligeiramente mais ativos na iniciação das interações, as fêmeas têm uma participação social significativa, evidenciando que as relações e decisões no grupo não dependem exclusivamente de um único gênero. Enquanto os machos idosos investem em coalizões e demonstrações ocasionais de força para sustentar sua dominância, as fêmeas mais velhas tendem a manter laços com parceiros próximos, como filhos ou familiares (FISCHER et al., 2017; MONTANARI et al., 2021).

Os *layouts* também permitem observar padrões individuais de conectividade dos nós. Em coerência com o estudo original de Gelardi et al. (2020), a conexão entre Angele e Felipe se destacou nas duas redes analisadas, especialmente na rede formada com os dados de sensores. O TAM ordenado por ARN e pesos configurados em [Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1] é ilustrado na Figura 50.

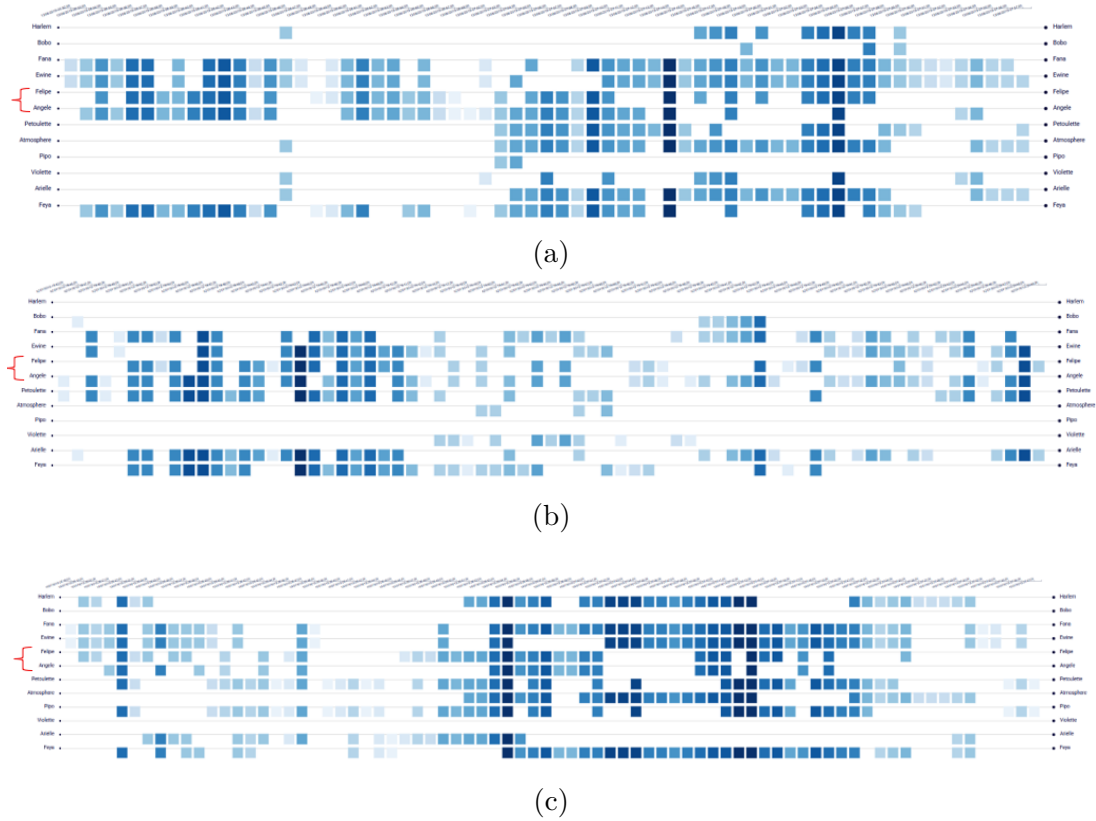


Figura 50 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=0; Idade=1) e nós coloridos de acordo com a intensidade das conexões no *layout* TAM. São destacados nos três intervalos temporais das Figuras (a),(b) e (c) a proximidade entre Angele e Felipe.

De forma a refletir as observações originais, a Figura 50a representa o intervalo entre 04/07/2019 às 08:31 e 09:13, 50b inclui o período de 25/06/2019 das 07:04 às 08:10 e 50c mostra as conexões ocorridas em 17/06/2019 entre 19:38 e 20:08. Destacada em vermelho a proximidade entre Angele e Felipe.

A tríade entre Atmosphere, Harlem e Violette aparece nos picos de interações, especialmente na rede de sensores. O *layout* seguinte exibe trechos do Intervalo 1 sob a ordenação de vizinhos recorrentes tradicional, colorindo os nós pela idade, além de enfatizar as conexões de Harlem.

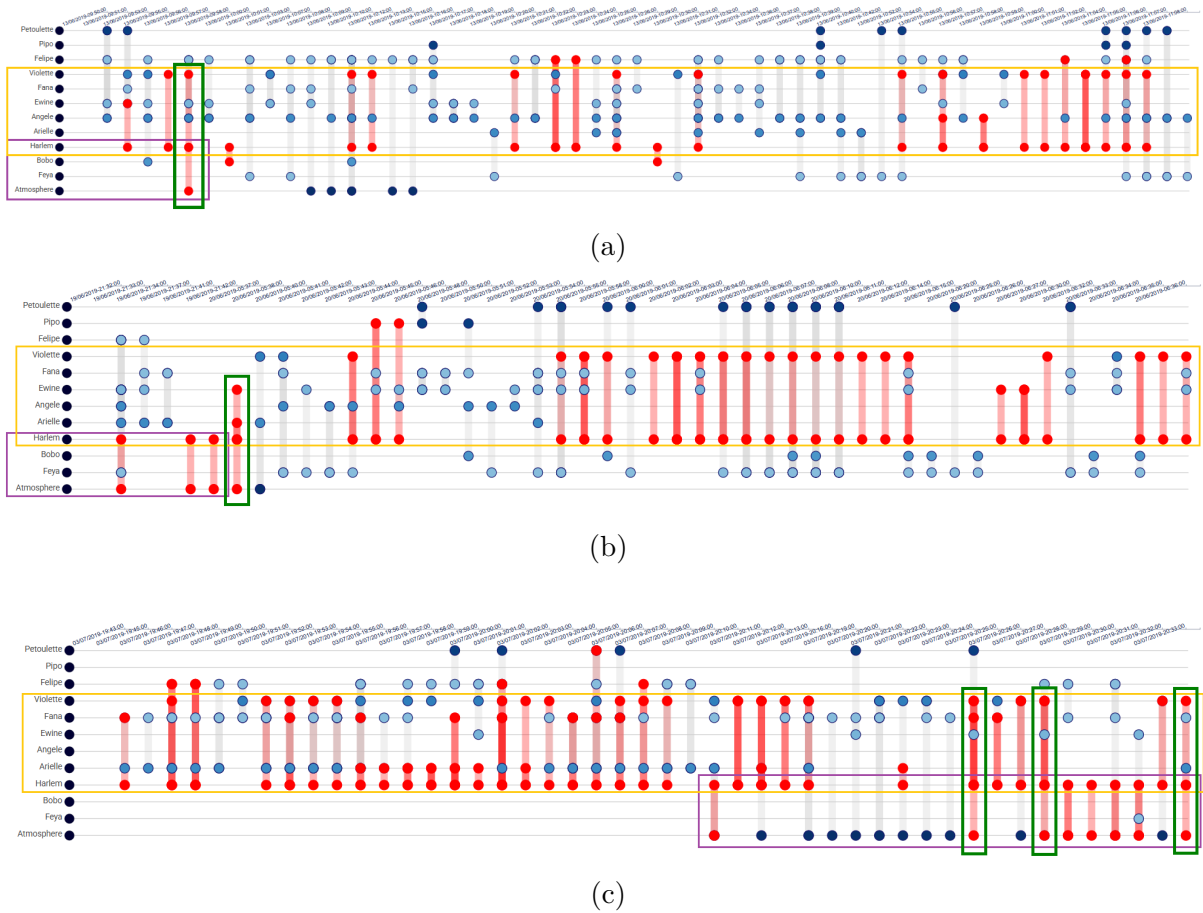


Figura 51 – Nós ordenados por RN e coloridos pela idade no *layout* SV. Nas três divisões da rede (a),(b) e (c), definidas conforme o Intervalo 1, as conexões de Harlem foram destacadas em vermelho, incluindo os nós de origem e destino, bem como as arestas que as representam. Além disso, a área correspondente às conexões entre Harlem e Atmosphere e entre Harlem e Violette foram destacadas de roxo e amarelo, respectivamente. As conexões entre o trio Harlem, Violette e Atmosphere foram destacadas por retângulos verdes.

Nos três intervalos exibidos nas Figuras 51a, 51b e 51c Harlem esteve em contato tanto com Atmosphere quanto com Violette. Apresentando uma amostra da rede, em 51a e 51c houve momentos em que o trio se encontrou. Harlem, de 6 anos, demonstra um padrão de interação distinto dos demais indivíduos de sua idade, mantendo contato frequente com babuínos mais velhos.

Além disso, Harlem e Bobo apresentam comportamentos individuais que vão contra a tendência geral no que tange ao número de interações com o grupo com relação à idade. A miniatura do TAM ordenado por ARN com a configuração de pesos em [Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0] da Figura 52 evidencia a baixa atividade dos jovens primatas.

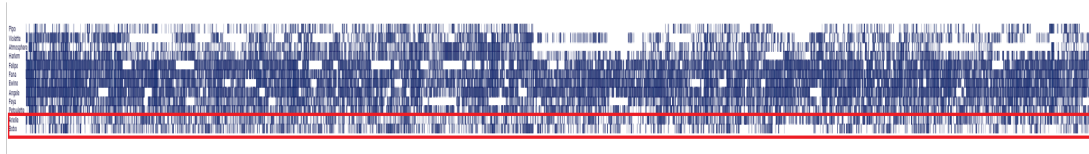


Figura 52 – ARN - Aplicação na Base de Sensores com pesos (Grau=0,5; Gênero=1; Idade=0) no mini mapa TAM.

Enquanto a maioria dos indivíduos jovens na rede segue um padrão de alta conectividade, Harlem e Bobo destoam desse comportamento ao ocuparem posições periféricas no *layout*. Apesar de juvenis, o fato de ambos serem machos pode ter contribuído para seu afastamento do núcleo, sugerindo que a interação entre atributos — como idade e gênero — influencia de forma combinada a organização da rede. Essa configuração evidencia que o *layout* permite destacar indivíduos que não seguem os padrões predominantes, revelando possíveis especificidades de suas dinâmicas sociais.

4.5 Comparação entre as Redes de Observações e a Rede de Sensores

A análise comparativa das duas redes evidencia tanto semelhanças quanto diferenças na dinâmica social dos *Papio papio*. Em ambas, a idade se destaca como atributo de grande impacto na formação das interações, já que indivíduos mais jovens tendem a estabelecer laços mais frequentes e a ocupar posições centrais nos *layouts*. Na rede de observações, essa tendência se manifesta em uma diversidade maior de faixas etárias, incluindo filhotes, enquanto a rede de sensores se concentra em juvenis e adultos, o que restringe a análise dos animais mais novos, embora ainda ressalte a elevada conectividade dos indivíduos de menor idade. Por outro lado, o gênero mostrou influência em cenários específicos, nos quais machos ou fêmeas se posicionaram de maneira diferenciada, como no afastamento de jovens machos da região central. A comparação geral, entretanto, reforça que a idade prevalece sobre o gênero na maioria das ordenações, embora a interação entre ambos os atributos possa explicar desvios individuais no posicionamento dos nós.

4.6 Complexidade Visual

No *layout* SV, as conexões entre os nós são representadas por linhas verticais e, nesse contexto, a sobreposição de arestas constitui o principal fator de desorganização visual nesse tipo de representação. Um alto grau de complexidade pode dificultar a interpretação da rede, enquanto a redução dessas sobreposições facilita a identificação de padrões significativos que, em visualizações excessivamente densas, poderiam permanecer ocultos (LINHARES et al., 2017).

Para este trabalho, foi desenvolvido um contador de sobreposições de arestas com o objetivo de mensurar a complexidade visual resultante da reordenação dos nós, conforme critérios estabelecidos por Linhares et al. (2019). Esse contador opera com duas abordagens complementares: a contagem por instante de tempo e o cálculo da média de sobreposições na rede toda, com um limiar configurável, como ilustrado a seguir pela Figura 53.

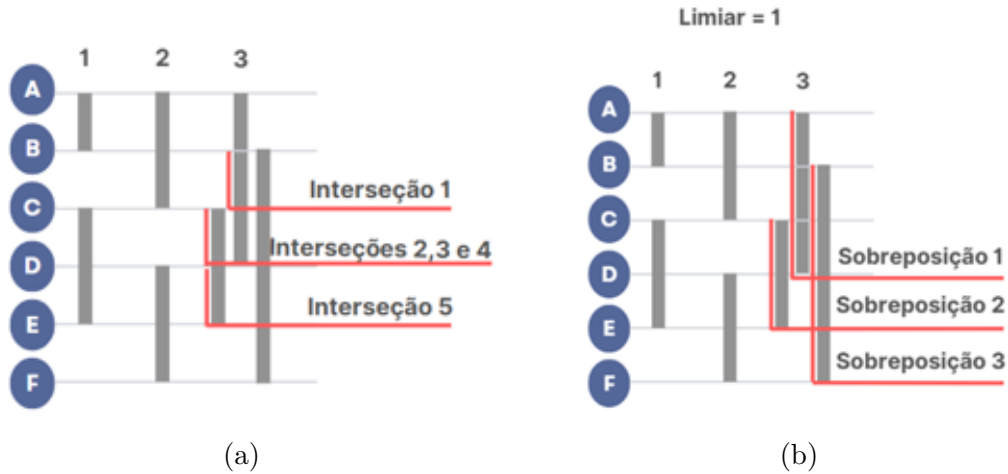


Figura 53 – Conceito de intersecção e sobreposição de arestas no *layout* SV. A Figura (a) mostra a ocorrência de intersecções e a Figura (b) mostra a formação de sobreposições de arestas. Figura adaptada de Linhares et al. (2019).

Conforme ilustrado na Figura 53a, uma *sobreposição* ocorre quando duas ou mais arestas estão ativas simultaneamente em um dado instante de tempo t . Nessas situações, podem surgir diferentes *regiões de intersecção*, definidas como as áreas em que essas arestas se cruzam visualmente no *layout*. Por exemplo, no instante $t = 3$, três arestas estão ativas e sobrepostas, gerando cinco regiões de intersecção. Assim, cada sobreposição pode envolver uma ou mais intersecções (LINHARES et al., 2019).

No contexto deste trabalho, uma *sobreposição* é contabilizada por *par de arestas* ativo no mesmo instante de tempo t , desde que haja pelo menos uma região de intersecção entre elas. A Figura 53b ilustra esse conceito com um *limiar* = 1. Nesse cenário, se duas arestas se cruzam em pelo menos uma região de intersecção, isso é registrado como *uma* sobreposição para esse par. Assim, no instante $t = 3$, três arestas ativas se cruzam par a par ao menos uma vez, resultando em **três sobreposições** (uma para cada par de arestas). A contagem dessas regiões é essencial para avaliar o nível de poluição visual no *layout*.

A Figura 54 exemplifica como essas sobreposições ocorrem em detrimento das reordenações.

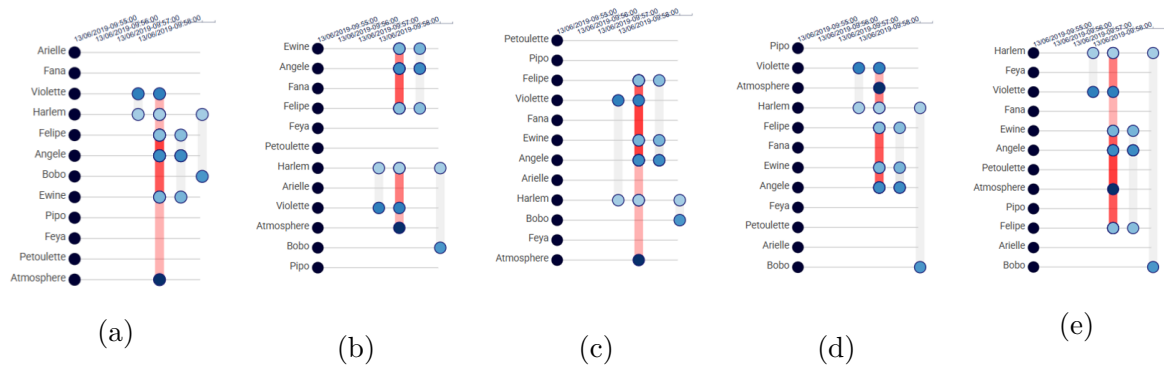


Figura 54 – Efeito das reordenações na complexidade visual do *layout* SV. A Figura (a) exhibe um trecho da rede em sua ordenação original, na Figura (b) os nós foram ordenados por grau, enquanto na Figura (c) a ordenação é baseada em RN. Na Figura (d), a ordenação por ARN considera os pesos configurados como [Grau = 1.0, Gênero = 0.5, Idade = 0], enquanto na Figura (e) a configuração dos pesos foi [Grau = 0.8, Gênero = 0.3, Idade = 1]. As conexões ocorridas no intervalo de tempo de exemplo foram destacadas em vermelho.

As Figuras 54a, 54b, 54c, 54d e 54e destacam em vermelho as conexões ocorridas em 13/06/2019 às 09:56:00. Na ordenação original, 5 arestas ficaram sobrepostas. O número de sobreposições observadas na Figura 54b, onde a ordenação foi feita por grau, foi 3. Na Figura 54c, com ordenação baseada em RN, esse total foi para 5. Na Figura 54d, considerando ARN com os atributos configurados como [Grau = 1, Gênero = 0.5, Idade = 0], o número de sobreposições foi 3. Já na Figura 54e, onde a configuração dos pesos foi [Grau = 0.8, Gênero = 0.3, Idade = 1], o total de sobreposições observadas foi 6.

Esses resultados indicam que os efeitos da reordenação estão relacionados à estrutura topológica da rede e ao tipo/relevância dos atributos considerados. A inclusão ponderada de atributos na ordenação dos nós pode revelar padrões ocultos de interação e agrupamentos sem, necessariamente, influenciar na legibilidade do *layout*. Ainda assim, a definição dos pesos deve ser realizada criteriosamente, a fim de manter o equilíbrio entre clareza visual e expressividade.

O Algoritmo 2 descreve as etapas adotadas para a detecção e quantificação dessas sobreposições.

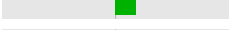
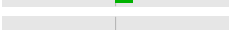
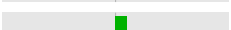
Algoritmo 2 Cálculo da Média de Sobreposições Visuais em SV

Etapa 1: Inicialização
1: $sobreposicao \leftarrow 0$
Etapa 2: Processamento por instante de tempo
2: **Para** cada $t \in T$ **Faça**
3: $Arestas_t \leftarrow \text{retornaArestas}(t)$
4: $intervalos \leftarrow \emptyset$
Etapa 2.1: Construção dos intervalos verticais
5: **Para** cada aresta $a \in Arestas_t$ **Faça**
6: $origem \leftarrow \text{posicaoVertical}(a.origem)$
7: $destino \leftarrow \text{posicaoVertical}(a.destino)$
8: $intervalos[a] \leftarrow$ lista de nós ordenados verticalmente entre $a.origem$ e $a.destino$, incluindo ambos
9: **Fim Para**
Etapa 2.2: Verificação de sobreposições
10: **Para** cada (i, j) , $i \in intervalos$, $j \in intervalos$ **Faça**
11: $intersecao \leftarrow \text{calculaIntersecao}(i, j)$ $\triangleright$ Número de nós sobrepostos pelas duas arestas
12: **Se** $intersecao > \text{LIMIAR}$ **Então** $\triangleright$ LIMAR define a quantidade mínima de sobreposição
13: $sobreposicao \leftarrow sobreposicao + 1$
14: **Fim Se**
15: **Fim Para**
16: **Fim Para**
Etapa 3: Cálculo da média final
17: $sobreposicaoMedia \leftarrow \frac{sobreposicao}{|T|}$ **Retorne** $sobreposicaoMedia$

O algoritmo percorre todos os instantes de tempo disponíveis e, para cada intervalo de tempo, extrai as arestas associadas. Em seguida, para cada aresta, calcula-se o intervalo vertical formado pelas posições dos nós de origem e destino na ordenação atual. Ao comparar todos os pares possíveis de intervalos distintos, identifica-se uma sobreposição sempre que dois intervalos compartilham parte da mesma região vertical, isto é, quando há interseção entre eles. As sobreposições são contabilizadas quando a interseção excede um limiar configurável (neste caso, $\text{LIMIAR} = 1$), e ao final, calcula-se a média dividindo o total de sobreposições pelo número de intervalos de tempos avaliados. Essa métrica fornece uma estimativa do nível de complexidade visual causada pela sobreposição de arestas, refletindo diretamente na legibilidade da visualização.

Essa abordagem fornece uma métrica objetiva da complexidade visual associada à densidade de conexões sobrepostas, sendo particularmente útil para a avaliação e comparação de diferentes ordenações de nós em visualizações de redes temporais. A média de sobreposições detectadas nos *layouts* gerados no contexto deste estudo foi calculada para diferentes métodos de ordenação e combinações de atributos, de acordo com o exposto na Tabela 3.

Tabela 3 – Média de sobreposições por ordenação e base, com variação percentual visual combinada. A barra indica a redução (verde) ou aumento (vermelho) em relação ao valor original.

Base	Ordenação	Média de Sobrepos.	Variação (%)
Observações	Original	0.77	 0.00%
	Grau	0.72	 -6.49%
	RN	0.73	 -5.19%
	ARN (Grau=1, Gênero=0.8, Idade=0.5)	0.76	 2.60%
	ARN (Grau=1, Gênero=0.5, Idade=0.7)	0.79	 -2.60%
	ARN (Grau=1, Idade=1)	0.74	 -3.90%
	ARN (Grau=0.2, Gênero=0.6)	0.76	 -7.79%
Sensores	Original	1.02	 0.00%
	Grau	0.93	 -8.82%
	RN	1.05	 2.94%
	ARN (Grau=1, Idade=1)	1.11	 8.82%
	ARN (Grau=1, Gênero=0.5, Idade=0.5)	0.96	 -7.84%
	ARN (Grau=0.2, Gênero=0.7, Idade=1)	1.02	 0.00%
	ARN (Grau=0.5, Gênero=0.3, Idade=0.2)	0.96	 -4.90%

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Conforme os resultados apresentados na Tabela 3, na base *Sensores*, a ordenação ARN [Grau=1; Idade=1] resultou na maior média de sobreposições, com valor de 1,11, representando um aumento de 8,82% em relação à ordenação original (1,02). Em contrapartida, a ordenação baseada unicamente no grau apresentou uma média de 0,93, configurando uma redução de 8,82%. Já a configuração ARN [Grau=0,5; Gênero=0,3; Idade=0,2] também apresentou redução, com média de 0,96 (-4,90%).

Na base *Observações*, as variações foram mais discretas. A ordenação ARN [Grau=1; Gênero=0,5; Idade=0,7] obteve a maior média, com 0,79, o que representa um aumento de 2,60% em relação ao valor original (0,77). Já a ordenação por grau reduziu a média para 0,72, correspondendo a uma diminuição de 6,49%.

A análise dos resultados da Tabela 3 revela padrões relevantes sobre o impacto das estratégias de ordenação na redução da complexidade visual. Observa-se que a ordenação pelo grau, uma métrica topológica tradicional, apresentou desempenho similar nas duas bases, com redução média de 8,82% na base de Sensores e 6,49% na base de Observações, melhorando discretamente a legibilidade enquanto informa, apenas, sobre a conectividade dos nós.

O algoritmo *Recurrent Neighbors* tradicional apresentou variação nos efeitos. Enquanto reduziu ligeiramente as sobreposições na base de Observações (5,19%), gerou um leve aumento na base de Sensores (2,94%), sugerindo que sua eficácia está relacionada à estrutura topológica e densidade da rede. A inclusão de atributos dos nós, como idade

e gênero, resultou em diferentes comportamentos: algumas combinações aumentaram a complexidade visual, como em ARN [Grau=1; Idade=1] na base *Sensores*, com acréscimo de 8,82% na base de Sensores, enquanto outras promoveram estabilidade ou até redução, como em RN [Grau=1; Gênero=0,5; Idade=0,5], que reduziu em 7,84%. Na base de Observações, houve redução em praticamente todos os testes. A maior média foi registrada em RN [Grau=1; Gênero=0,8; Idade=0,5], com aumento de 2,60%, enquanto a maior redução ocorreu em RN [Grau=0,2; Gênero=0,6], com queda de 7,79%. Esses resultados reforçam que os efeitos da reordenação estão fortemente ligados à estrutura da rede e à natureza dos dados utilizados.

Ainda que a inclusão de atributos possa ocasionar um aumento nas sobreposições em certos casos, ela possibilita a identificação de padrões não perceptíveis em ordenações baseadas exclusivamente na conectividade. Por exemplo, na Figura 54e, onde a idade recebeu maior peso, seguida pelo grau e pelo gênero, destaca-se uma concentração de arestas sobrepostas na região de Angele, Atmosphere, Ewine e Felipe. Em contraste, na Figura 54d, a idade foi descartada e a conectividade teve o dobro da influência em relação ao gênero, resultando na centralidade do trio Angele, Ewine e Felipe, com Atmosphere aparecendo de forma menos proeminente.

Esse comportamento evidencia como a variação na ponderação de atributos pode influenciar diretamente a percepção dos agrupamentos sociais. Atmosphere, por exemplo, destacou-se na ordenação guiada pela idade, sugerindo que indivíduos mais velhos podem assumir papel central em determinados cenários, enquanto perdeu relevância quando a idade foi desconsiderada, indicando que sua posição está mais associada ao atributo etário do que ao grau ou gênero, nesse caso. Já o destaque do trio Angele, Ewine e Felipe indica laços consistentes entre indivíduos mais jovens.

De forma complementar, as visualizações sugerem que idade e gênero modulam a formação de laços sociais, mas em diferentes intensidades e contextos. Nas configurações em que o gênero foi considerado, as fêmeas tendem a se concentrar na região central do *layout*, enquanto indivíduos jovens do sexo masculino, como Harlem e Bobo, aparecem em posições mais periféricas. Esse padrão reforça que a presença no núcleo não depende apenas da idade, mas resulta da interação entre atributos como o gênero e a conectividade local.

Assim, mesmo com o aumento das sobreposições em decorrência da reorganização dos nós, os padrões emergentes mostram-se mais informativos para compreender a dinâmica social do que os números isolados de interações. A flexibilidade na configuração dos pesos permite ajustar a visualização às necessidades da análise, oferecendo uma abordagem exploratória para aprofundar o estudo de redes dinâmicas multivariadas e destacando a relevância dos atributos dos nós na interpretação das estruturas.

4.7 Discussão

Os experimentos realizados com a técnica dos Vizinhos Recorrentes Baseados em Atributos (ARN), aplicados à base de dados de interações sociais entre babuínos, revelaram padrões significativos que aprimoraram a compreensão da dinâmica dessas redes. A incorporação de atributos como grau, gênero e idade ao processo de ordenação dos nós permitiu a identificação de relações que não eram observadas em abordagens baseadas unicamente na topologia da rede, além de possibilitar a identificação de grupos e hierarquias sociais que anteriormente passavam despercebidos. Ao aplicar a coloração dos nós conforme idade ou gênero e organizá-los segundo a técnica ARN, por exemplo, foi possível observar que atributos individuais influenciavam diretamente a formação e a frequência das interações. Babuínos de determinadas faixas etárias ou gêneros demonstraram maior tendência a formar grupos coesos e a interagir com maior intensidade, evidenciando estruturas sociais implícitas.

Além disso, a análise temporal das conexões mostrou que mudanças nos atributos dos nós, como o envelhecimento dos indivíduos, estavam correlacionadas às transformações nos padrões de conexão, sugerindo que esses atributos funcionam como preditores da dinâmica relacional. A preservação da ordem temporal das interações revelou-se particularmente importante na análise de redes dinâmicas, pois permitiu observar a progressão e a reorganização das relações entre os primatas ao longo do tempo, algo que se perderia em abordagens estáticas.

Outro aspecto observado foi a melhora na legibilidade visual das redes. A ordenação orientada por atributos contribuiu, em muitos casos, para a redução da complexidade visual, conforme métricas apresentadas na Tabela 3. Essa organização mais clara favoreceu a identificação de padrões de conectividade e facilitou a interpretação dos dados, mesmo diante da complexidade inerente às redes dinâmicas.

A aplicação da técnica em diferentes bases de dados demonstrou variações importantes. Na base de observações, foi possível detectar com maior clareza a influência dos atributos na formação de agrupamentos, possivelmente devido à natureza mais relacional e qualitativa desses dados. Já na base capturada por sensores, embora as interações fossem mais circunstanciais, a técnica ainda permitiu realçar padrões de comportamento, sugerindo sua robustez mesmo em cenários com menor qualidade semântica.

Conclusão

A presente dissertação teve como objetivo apresentar uma estratégia de visualização para Redes Dinâmicas Multivariadas, incorporando os atributos dos nós da rede na formação das conexões ao longo do tempo, de forma a enriquecer a compreensão estrutural e dinâmica dessas redes.

A proposta metodológica, centrada na adaptação da técnica *Recurrent Neighbors* para incorporar atributos, revelou-se eficaz tanto na organização visual quanto na capacidade analítica dos *layouts* gerados, graças à combinação de estratégias como a ordenação ponderada dos nós, a configuração flexível de pesos atribuídos aos atributos e a coloração orientada por dados, que juntas ampliaram a expressividade das visualizações

O desenvolvimento desta pesquisa também considerou a flexibilidade da ferramenta. Além de poder ser utilizada em domínios diversos, como redes biológicas, urbanas e acadêmicas, ao permitir a configuração dos pesos atribuídos a cada atributo dos nós, o sistema oferece ao analista uma maneira de explorar diferentes combinações, adaptando o *layout* aos interesses de cada estudo. Isso se mostrou particularmente útil na comparação entre diferentes contextos, como na aplicação da estratégia a duas redes de diferentes níveis semânticos e granularidade temporal, onde os mesmos atributos podem exercer diferentes papéis, dependendo da forma como os dados foram coletados. Na base observacional, o método destacou agrupamentos sociais frequentemente associados à semelhança de atributos como idade e gênero, refletindo estruturas bem definidas. Na base derivada de sensores, apesar da maior aleatoriedade nas conexões, a técnica ainda foi capaz de evidenciar padrões recorrentes de comportamento. Assim, foi possível confirmar que a técnica é robusta o suficiente para lidar com diferentes formatos e densidades de dados.

A reorganização dos nós com base em atributos permitiu ajustar a representação visual para destacar diferentes aspectos da rede, mesmo quando isso implicou aumento na sobreposição de arestas. Ainda que a legibilidade em termos de clareza visual absoluta não tenha sido sempre favorecida, a interpretação analítica da rede foi, em muitos casos, beneficiada. Isso demonstra que, além de promover a redução da complexidade visual, é preciso considerar os objetivos da análise ao definir critérios de ordenação. Em outras

palavras, o aumento da sobreposição pode ser um custo aceitável quando o benefício interpretativo compensa, como nos casos em que agrupamentos sociais, hierarquias implícitas ou desvios comportamentais são revelados com mais nitidez.

Outro ponto de destaque foi a contribuição metodológica para o campo da visualização de redes temporais. A proposta apresentada amplia as possibilidades de análise ao combinar múltiplas dimensões de informação (tempo, conectividade e atributos dos nós) em um único espaço visual. A adaptação dos *layouts* clássicos como o *Sequence View* e o *Temporal Activity Map* para suportar ordenações orientadas por atributos representa um avanço relevante, especialmente em contextos nos quais os atributos não podem ser ignorados.

Dessa forma, foi validada a hipótese de que os atributos dos nós em uma rede dinâmica multivariada influenciam de maneira significativa a formação das conexões, enquanto sua incorporação nas visualizações pode revelar padrões, correlações e estruturas que não seriam perceptíveis por meio de representações convencionais. Assim, além de apresentar a rede, os *layouts* tornam-se instrumentos de análise, capazes de orientar decisões e formular novos temas de pesquisa.

A estratégia ARN apresenta algumas limitações, sobretudo quando aplicada a redes de grande escala. Por envolver comparações par a par entre nós e a análise combinada de múltiplos atributos, o método pode demandar alto custo computacional. Além disso, a qualidade da visualização gerada pode ser sensivelmente afetada pela resolução temporal e pelo intervalo de observação adotados, que influenciam diretamente os padrões perceptíveis na rede. Outro fator crucial é a qualidade dos atributos utilizados: atributos ruidosos, redundantes ou pouco discriminativos podem comprometer a eficácia da ordenação, dificultando a extração de padrões relevantes e afetando negativamente a interpretação dos fenômenos representados.

Seria interessante, em trabalhos futuros, aprimorar a estratégia ARN para torná-la mais robusta, expandindo sua aplicabilidade a redes com maior diversidade de atributos. É importante desenvolver uma estratégia de definição automática de pesos dos atributos, de forma a encontrar a configuração que melhor destaca padrões específicos.

Acredita-se que as contribuições aqui apresentadas possam servir como base para estudos futuros que desejem aprofundar a análise de redes sociais, comportamentais ou mesmo redes técnicas que contenham múltiplas variáveis associadas aos seus elementos. O trabalho abre caminho para investigações que explorem ainda mais a relação entre atributos e conectividade, tanto em termos de visualização quanto de modelagem, estimulando o desenvolvimento de técnicas cada vez mais sensíveis às nuances dos dados complexos.

Referências

- AGGARWAL, C. C.; REDDY, C. K. (Ed.). **Data Clustering: Algorithms and Applications**. [S.l.]: Chapman & Hall/CRC, 2014. ISBN 978-1-4665-5821-2.
- ALBERT, R.; BARABÁSI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. **Reviews of Modern Physics**, American Physical Society (APS), v. 74, n. 1, p. 47–97, jan. 2002. ISSN 1539-0756. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/revmodphys.74.47>>.
- BACH, B.; PIETRIGA, E.; FEKETE, J.-D. Visualizing dynamic networks with matrix cubes. In: **Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems**. ACM, 2014. (CHI '14), p. 877–886. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1145/2556288.2557010>>.
- BARABÁSI, A.-L.; PÓSFAL, M. **Network science**. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. Obra interdisciplinar ilustrada, com exemplos reais e cobertura entre graduação e pós-graduação. ISBN 9781107076266.
- BASTIAN, M.; HEYMANN, S.; JACOMY, M. Gephi: an open source software for exploring and manipulating networks. **Proceedings of the International AAAI Conference on Web and Social Media**, v. 3, n. 1, p. 361–362, mar 2009. DOI: <https://doi.org/10.1609/icwsm.v3i1.13937>.
- BECK, F. et al. A taxonomy and survey of dynamic graph visualization. **Computer Graphics Forum**, Wiley, v. 36, n. 1, p. 133–159, jan. 2016. ISSN 1467-8659. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/cgf.12791>>.
- BERGERMANN, K.; STOLL, M. Fast computation of matrix function-based centrality measures for layer-coupled multiplex networks. **arXiv preprint arXiv:2104.14368**, arXiv, abs/2104.14368, nov. 2021. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2104.14368>.
- BERTIN, J. **Semiology of Graphics: Diagrams, Networks, Maps**. 1. ed. Redlands, California: Esri Press, 2010. Reprint of the 1983 English translation. Original work published in 1967 in French as *Sémiologie Graphique*. ISBN 978-1-58948-261-6.
- BLUDAU, M.-J.; DÖRK, M.; TOMINSKI, C. Unfolding edges for exploring multivariate edge attributes in graphs. **EuroVis 2021 - Posters**, The Eurographics Association, 2021. DOI: [10.2312/evp.20211070](https://doi.org/10.2312/evp.20211070).

- CHANG, B. et al. DGSVis: Visual analysis of hierarchical snapshots in dynamic graph. **arXiv preprint arXiv:2205.13220**, 2022. DOI: <<https://doi.org/10.48550/arXiv.2205.13220>>.
- DIESTEL, R. **Graph Theory**. Springer Berlin Heidelberg, 2017. ISSN 2197-5612. ISBN 9783662536223. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-53622-3>>.
- ELZEN, S. v. d. et al. Dynamic network visualization with extended massive sequence views. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 20, n. 8, p. 1087–1099, ago. 2014. ISSN 1077-2626. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TVCG.2013.263>>.
- ELZEN, S. van den et al. Reordering massive sequence views: Enabling temporal and structural analysis of dynamic networks. In: **2013 IEEE Pacific Visualization Symposium (PacificVis)**. IEEE, 2013. p. 33–40. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/PacificVis.2013.6596125>>.
- EULER, L. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. **Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae**, v. 8, p. 128–140, 1736.
- FEKETE, J.-D.; PLAISANT, C. Interactive information visualization of a million items. In: **Proceedings of the IEEE Symposium on Information Visualization (InfoVis '02)**. [S.l.]: IEEE Computer Society, 2002. p. 117–124. DOI: <<https://doi.org/10.1109/INFVIS.2002.1173156>>.
- FISCHER, J. et al. Charting the neglected west: The social system of guinea baboons. **American Journal of Physical Anthropology**, Wiley, v. 162, n. S63, p. 15–31, jan. 2017. ISSN 1096-8644. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/ajpa.23144>>.
- FOLEY, J. D. et al. **Computer Graphics: Principles and Practice**. 2. ed. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1995. Capítulo sobre curvas paramétricas e Bézier. ISBN 978-0-201-84840-3.
- FORTUNATO, S.; BARTHÉLEMY, M. Resolution limit in community detection. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, Proceedings of the National Academy of Sciences, v. 104, n. 1, p. 36–41, jan. 2007. ISSN 1091-6490. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1073/pnas.0605965104>>.
- FREEMAN, L. C. Centrality in social networks: Conceptual clarification. **Social Networks**, Elsevier, v. 1, n. 3, p. 215–239, 1978. DOI: [https://doi.org/10.1016/0378-8733\(78\)90021-7](https://doi.org/10.1016/0378-8733(78)90021-7).
- FUCHS, J. et al. Exploring the design space of BioFabric visualization for multivariate network analysis. **Computer Graphics Forum**, v. 43, n. 3, p. e15079, 2024. DOI: <<https://doi.org/10.1111/cgf.15079>>.
- GARCÍA-MEDINA, A.; C., J. B. H. Network analysis of multivariate transfer entropy of cryptocurrencies in times of turbulence. **Entropy**, MDPI AG, v. 22, n. 7, p. 760, jul. 2020. ISSN 1099-4300. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/e22070760>>.
- GELARDI, V. et al. Measuring social networks in primates: wearable sensors versus direct observations. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, The Royal Society, v. 476, n. 2236, abr. 2020. ISSN 1471-2946. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2019.0737>>.

GHONIEM, M.; FEKETE, J.-D.; CASTAGLIOLA, P. On the readability of graphs using node-link and matrix-based representations: A controlled experiment and statistical analysis. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, v. 11, n. 4, p. 457–468, 2005. DOI: <<https://doi.org/10.1057/palgrave.ivs.9500092>>.

GIRVAN, M.; NEWMAN, M. E. J. Community structure in social and biological networks. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, Proceedings of the National Academy of Sciences, v. 99, n. 12, p. 7821–7826, jun. 2002. ISSN 1091-6490. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1073/pnas.122653799>>.

GULLSTRAND, J.; CLAIDIÈRE, N.; FAGOT, J. Computerized assessment of dominance hierarchy in baboons (*papio papio*). **Behavior Research Methods**, Springer Science and Business Media LLC, v. 53, n. 5, p. 1923–1934, mar. 2021. ISSN 1554-3528. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3758/s13428-021-01539-z>>.

HAN, J.; KAMBER, M.; PEI, J. **Data Mining: Concepts and Techniques**. 3. ed. Waltham, Massachusetts: Morgan Kaufmann, 2011. ISBN 978-0-12-381479-1.

HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. **The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction**. 2. ed. New York: Springer, 2009. ISBN 9780387848570.

HENRY, N.; FEKETE, J.-D.; MCGUFFIN, M. J. Nodetrix: a hybrid visualization of social networks. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 13, n. 6, p. 1302–1309, nov. 2007. ISSN 1077-2626. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TVCG.2007.70582>>.

HOLME, P. Analyzing temporal networks in social media. **Proceedings of the IEEE**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 102, n. 12, p. 1922–1933, dez. 2014. ISSN 1558-2256. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/JPROC.2014.2361326>>.

HOLME, P.; SARAMÄKI, J. Temporal networks. **Physics Reports**, Elsevier BV, v. 519, n. 3, p. 97–125, out. 2012. ISSN 0370-1573. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2012.03.001>>.

HOLTEN, D.; WIJK, J. J. van. Force-directed edge bundling for graph visualization. **Computer Graphics Forum**, v. 28, n. 3, p. 983–990, 2009. DOI: <<https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2009.01450.x>>.

HUANG, Z. Extensions to the k-means algorithm for clustering large data sets with categorical values. **Data Mining and Knowledge Discovery**, v. 2, n. 3, p. 283–304, 1998.

JIA, C. et al. Node attribute-enhanced community detection in complex networks. **Scientific Reports**, v. 7, n. 1, p. 2626, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41598-017-02751-8>>.

KALE, B.; SUN, M.; PAPKA, M. E. The state of the art in visualizing dynamic multivariate networks. **Computer Graphics Forum**, Wiley, v. 42, n. 3, p. 471–490, jun. 2023. ISSN 1467-8659. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/cgf.14856>>.

KELLER, R.; ECKERT, C. M.; CLARKSON, P. J. Matrices or node-link diagrams: which visual representation is better for visualising connectivity models? **Information Visualization**, v. 5, n. 1, p. 62–76, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1057/palgrave.ivs.9500116>>.

KOPP, G. H. et al. Population genetic insights into the social organization of guinea baboons (*papio papio*): Evidence for female-biased dispersal. **American Journal of Primatology**, Wiley, v. 77, n. 8, p. 878–889, abr. 2015. ISSN 1098-2345. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/ajp.22415>>.

KRUSKAL, J. B.; LANDWEHR, J. M. Icicle plots: Better displays for hierarchical clustering. **The American Statistician**, v. 37, n. 2, p. 162–168, 1983. DOI: <<https://doi.org/10.1080/00031305.1983.10482733>>.

LEME, D. E. d. C. et al. Network analysis: A multivariate statistical approach for health science research. **Geriatrics, Gerontology and Aging**, Sociedade Brasileira de Geriatria e Gerontologia, v. 14, n. 1, p. 43–51, 2020. ISSN 2447-2123. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5327/Z2447-212320201900073>>.

LINHARES, C. D. et al. A scalable node ordering strategy based on community structure for enhanced temporal network visualization. **Computers & Graphics**, Elsevier BV, v. 84, p. 185–198, nov. 2019. ISSN 0097-8493. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cag.2019.08.006>>.

LINHARES, C. D. G. **Técnicas avançadas para análise visual de redes temporais**. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2015. Acesso em: 10 out. 2024. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/12590>>.

LINHARES, C. D. G. et al. Dynetvis: a system for visualization of dynamic networks. In: **Proceedings of the Symposium on Applied Computing**. ACM, 2017. (SAC 2017), p. 187–194. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1145/3019612.3019686>>.

LONGABAUGH, W. J. Combing the hairball with biofabric: A new approach for visualization of large networks. **BMC Bioinformatics**, Springer Science and Business Media LLC, v. 13, n. 1, p. 275, out. 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1186/1471-2105-13-275>>.

LORRAIN, F.; WHITE, H. C. Structural equivalence of individuals in social networks. **The Journal of Mathematical Sociology**, v. 1, n. 1, p. 49–80, 1971. DOI: <<https://doi.org/10.1080/0022250X.1971.9989788>>.

MACHANDA, Z. P.; ROSATI, A. G. Shifting sociality during primate ageing. **Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences**, The Royal Society, v. 375, n. 1811, p. 20190620, set. 2020. ISSN 1471-2970. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1098/rstb.2019.0620>>.

MATA, A. S. d. Complex networks: a mini-review. **Brazilian Journal of Physics**, Springer Science and Business Media LLC, v. 50, n. 5, p. 658–672, jul. 2020. ISSN 1678-4448. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s13538-020-00772-9>>.

- MONTANARI, D. et al. Coordination during group departures and progressions in the tolerant multi-level society of wild guinea baboons (*papio papio*). **Scientific Reports**, Springer Science and Business Media LLC, v. 11, n. 1, nov. 2021. ISSN 2045-2322. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/s41598-021-01356-6>>.
- MUNZNER, T. **Visualization Analysis and Design**. 1. ed. Boca Raton: AK Peters, 2014. 428 páginas. ISBN-10: 1466508914. ISBN 9781466508910.
- NEWMAN, M. E. J.; GIRVAN, M. Finding and evaluating community structure in networks. **Physical Review E**, v. 69, n. 2, p. 026113, 2004. DOI: <<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.026113>>.
- NOBRE, C. et al. Evaluating multivariate network visualization techniques using a validated design and crowdsourcing approach. In: **Proceedings of the 2020 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems**. ACM, 2020. (CHI '20), p. 1–12. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1145/3313831.3376381>>.
- OKOE, M.; JIANU, R.; KOBOUROV, S. Node-link or adjacency matrices: Old question, new insights. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 25, n. 10, p. 2940–2952, out. 2019. ISSN 2160-9306. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TVCG.2018.2865940>>.
- PIENTA, R. et al. Scalable graph exploration and visualization: Sensemaking challenges and opportunities. **Proceedings of the 2015 International Conference on Big Data and Smart Computing (BIGCOMP)**, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/35021BIGCOMP.2015.7072812>>.
- PILLAI, J. C. S. et al. **MultiViz: A Gephi Plugin for Scalable Visualization of Multi-Layer Networks**. 2022. *arXiv preprint* arXiv:2209.03149. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2209.03149>>. Acesso em: 2 ago. 2024.
- PRETORIUS, A. J.; PURCHASE, H. C.; STASKO, J. T. Tasks for multivariate network analysis. In: KERREN, A.; PURCHASE, H. C.; WARD, M. O. (Ed.). **Multivariate Network Visualization**. [S.l.]: Springer, 2014, (Lecture Notes in Computer Science, v. 8380). p. 48–69. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-06793-3_5>.
- PURCHASE, H. C. Which aesthetic has the greatest effect on human understanding? In: **Graph Drawing: 7th International Symposium, GD'97**. [S.l.]: Springer, 1997. (Lecture Notes in Computer Science, v. 1353), p. 248–261. DOI: <https://doi.org/10.1007/3-540-63938-1_60>.
- RODRIGUES, E. M. et al. Group-in-a-box layout for multi-faceted analysis of communities. In: **2011 IEEE Third Int'l Conference on Privacy, Security, Risk and Trust and 2011 IEEE Third Int'l Conference on Social Computing**. IEEE, 2011. p. 354–361. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/PASSAT/SocialCom.2011.139>>.
- SAXENA, A.; IYENGAR, S. Centrality measures in complex networks: A survey. **arXiv preprint arXiv:2011.07190**, 2020. DOI: <<https://doi.org/10.48550/arXiv.2011.07190>>.

- SCOTT-BROWN, J.; PISTER, A.; BACH, B. NetPanorama: A declarative grammar for network construction, transformation, and visualization. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, v. 31, n. 1, 2025. DOI: <<https://doi.org/10.1109/TVCG.2024.3441296>>.
- SHIMONO, M.; TAMURA, W. Laplacian Eigenvector Centrality: A tunable measure for node importance in complex networks. **arXiv preprint arXiv:2501.11024**, 2025. DOI: <<https://doi.org/10.48550/arXiv.2501.11024>>.
- SHNEIDERMAN, B. The eyes have it: A task by data type taxonomy for information visualizations. In: **Proceedings of the IEEE Symposium on Visual Languages**. [S.l.]: IEEE, 1996. p. 336–343. DOI: <<https://doi.org/10.1109/VL.1996.545307>>.
- SONG, C. et al. Limits of predictability in human mobility. **Science**, American Association for the Advancement of Science (AAAS), v. 327, n. 5968, p. 1018–1021, fev. 2010. ISSN 1095-9203. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1126/science.1177170>>.
- STEHLÉ, J. et al. High-resolution measurements of face-to-face contact patterns in a primary school. **PLoS ONE**, Public Library of Science (PLOS), v. 6, n. 8, p. e23176, ago. 2011. ISSN 1932-6203. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0023176>>.
- TUFTE, E. R. **The Visual Display of Quantitative Information**. Cheshire, Connecticut: Graphics Press, 1983. ISBN 978-0-9613921-0-9.
- VEHLOW, C.; BECK, F.; WEISKOPF, D. Visualizing dynamic hierarchies in graph sequences. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, v. 22, n. 10, p. 2343–2357, 2016. DOI: <<https://doi.org/10.1109/TVCG.2015.2507595>>.
- WANG, S. et al. Multi-netvis: Visual analytics for multivariate network. **Applied Sciences**, MDPI AG, v. 12, n. 17, p. 8405, ago. 2022. ISSN 2076-3417. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/app12178405>>.
- WATTENBERG, M. Visual exploration of multivariate graphs. In: **Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems**. ACM, 2006. (CHI06), p. 811–819. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1145/1124772.1124891>>.
- WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. **Nature**, Springer Science and Business Media LLC, v. 393, n. 6684, p. 440–442, jun. 1998. ISSN 1476-4687. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/30918>>.
- ZHAO, Y. et al. Eod edge sampling for visualizing dynamic network via massive sequence view. **IEEE Access**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 6, p. 53006–53018, 2018. ISSN 2169-3536. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2870684>>.