

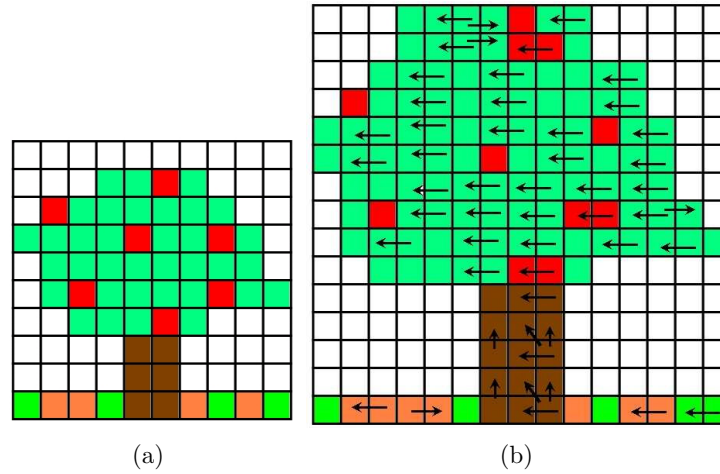


Figura 3.2: (a) Imagem original; (b) imagem resultante da interpolação pelo método do vizinho mais próximo.

As Figuras 3.2 (a) e (b) ilustram a imagem original e a imagem resultante da aplicação desse método para a ampliação de uma imagem, respectivamente. As setas mostradas nessa última figura, indicam qual o pixel mais próximo transferiu a sua intensidade para o pixel interpolado.

A Figura 3.3 [65] mostra a aproximação da função $\text{sinc}(x)$ obtida pelo método do vizinho mais próximo e o espectro da transformada de Fourier dessa função aproximada [65].

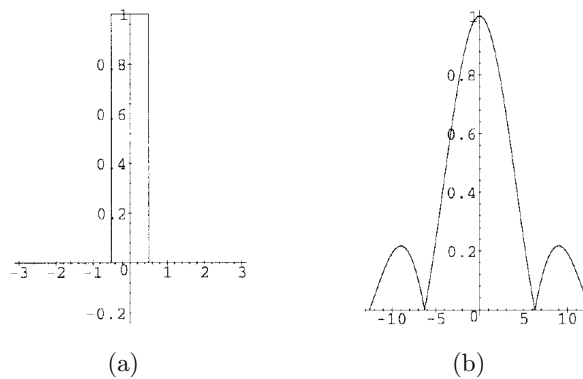


Figura 3.3: (a) Função $\text{sinc}(x)$ aproximada pelo método do vizinho mais próximo; (b) Espectro de Fourier da função $\text{sinc}(x)$ aproximada na letra (a).

Pode-se observar na Figura 3.3 (b) que as respostas não nulas nas regiões do es-

pectro em que o filtro deveria ser nulo para eliminar efeitos de *aliasing*. Observa-se também nessa figura, o rápido decréscimo das baixas frequências após, aproximadamente, 60% do ponto de corte, introduzindo um embassamento na imagem.

2. Linear:

O método linear consiste em determinar o valor do *pixel* interpolado pela obtenção da média ponderada da vizinhança do *pixel* interpolado. Os pesos que compõem essa média são determinados pela distância do *pixel* interpolado com o *pixel* vizinho, e quanto maior for a distância, menor será o valor do peso considerado. A aproximação da função $\text{sinc}(x)$ nesse caso é uma função triangular, determinada por uma função polinomial de ordem 1.

A interpolação linear pode ser realizada pela convolução da imagem com o *kernel* da Equação (3.8).

$$h(w) = \begin{cases} 1 - |w|, & 0 \leq |w| < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.8)$$

As Figuras 3.4 (a) e (b) mostram a imagem original e essa mesma imagem ampliada para o processo de interpolação, respectivamente. Nesse caso, o objetivo da interpolação linear é preencher os espaços vazios gerados com a ampliação da imagem.

A Figura 3.5 mostra o resultado do processo de interpolação linear. Pode-se observar nessa figura que o processo gera, devido ao cálculo da média ponderada, cores intermediárias quando ocorre uma mudança brusca de cor entre dois *pixels* consecutivos da imagem original, que dificulta a visão da imagem original, pois produz um borramento na mesma.

A Figura 3.6 [65] mostra a aproximação da função $\text{sinc}(x)$ obtida pelo método linear e o espectro da transformada de Fourier dessa função aproximada [65].

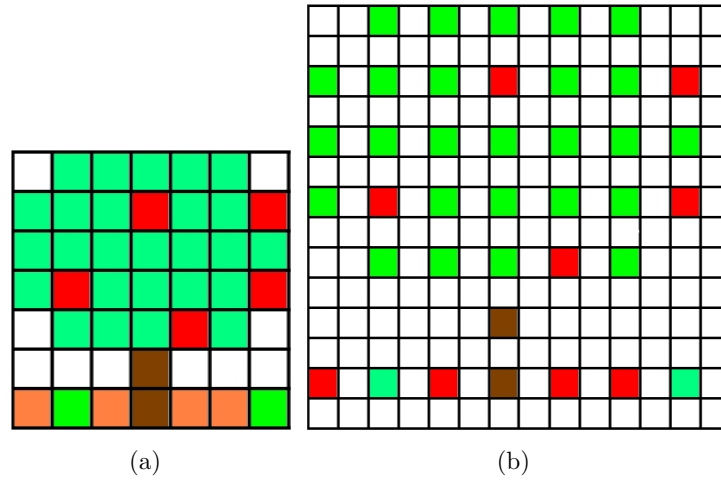


Figura 3.4: (a) Imagem original; (b) imagem preparada para o processo de interpolação linear.

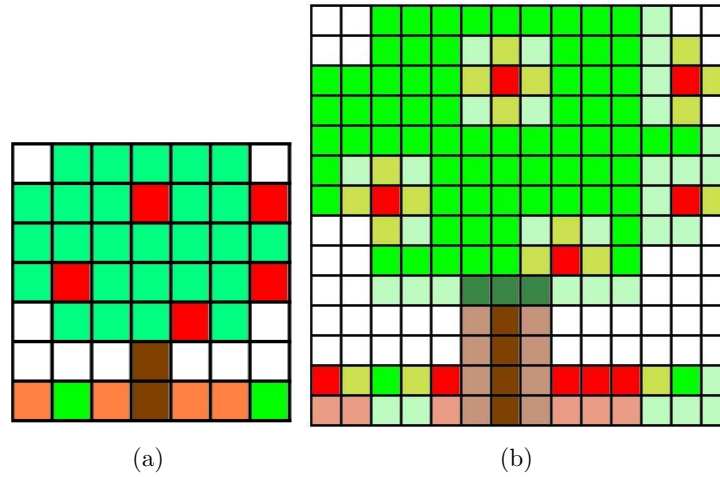


Figura 3.5: (a) Imagem original; (b) imagem interpolada pelo processo de interpolação linear.

Pode-se observar na Figura 3.6 (b) um afinamento maior do formato do espectro, causando a atenuação das altas frequências e tornando as imagens borradas, mas preservando sua intensidade média. Em comparação ao método do vizinho mais próximo, pode-se observar uma redução do *aliasing*.

3. Cúbica:

Na interpolação cúbica cada segmento da função $\text{sinc}(x)$ é aproximado por um polinômio de terceira ordem. Existem infinitos *kernels* de interpoladores cúbicos,

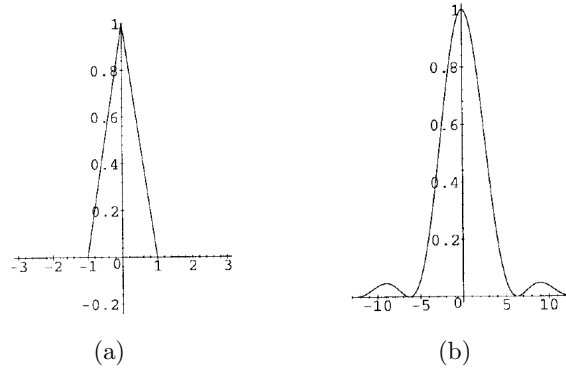


Figura 3.6: (a) Função $\text{sinc}(x)$ aproximada pelo método linear; (b) espectro de Fourier da função $\text{sinc}(x)$ aproximada na letra (a).

mas na prática apenas um número reduzido é aplicado por questão de eficiência computacional [65]. O tamanho do *kernel* pode determinar a qualidade da aproximação da função. Quanto maior for esse número, melhor é a aproximação e menor é a eficiência computacional do processo.

Alguns *kernels* de interpoladores cúbicos usualmente utilizados são:

- *Kernel* 4 x 4 [65]:

$$h_4(x) = \begin{cases} (a+2)x^3 - (a+3)x^2 + 1, & 0 \leq x < 1 \\ a|x|^3 - 5a|x|^2 + 8a|x| - 4a, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.9)$$

onde:

a - parâmetro que define o comportamento do processo.

Para valores de a próximos de -3, o *kernel* tem o efeito de aumentar o contraste (*sharpening*), e para valores próximos de 0, ele tem o efeito de embassar (*blurring*) [66].

- *Kernel* 6 x 6 [65]:

$$h_6(x) = \begin{cases} \frac{6}{5}|x|^3 - \frac{11}{5}|x|^2 + 1, & 0 \leq |x| < 1 \\ -\frac{3}{5}|x|^3 + \frac{16}{5}|x|^2 - \frac{27}{5}|x| + \frac{14}{5}, & 1 \leq |x| < 2 \\ \frac{1}{5}|x|^3 - \frac{8}{5}|x|^2 - \frac{21}{5}|x| - \frac{18}{5}, & 2 \leq |x| < 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.10)$$

A Figura 3.7 [65] mostra a aproximação da função $\text{sinc}(x)$ obtida pelo método cúbico para o *kernel* 6 x 6 ($N=6$) e o espectro da transformada de Fourier dessa função aproximada [65].

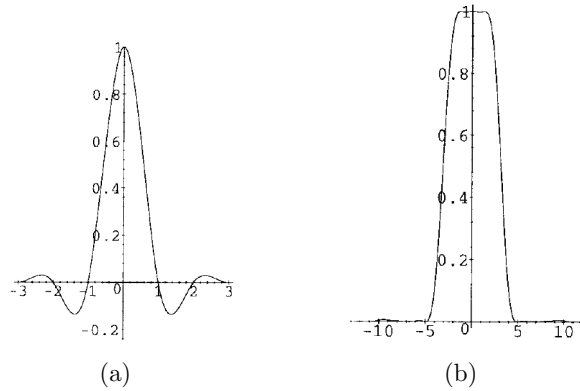


Figura 3.7: (a) Função $\text{sinc}(x)$ aproximada pelo método de interpolação cúbica; (b) espectro de Fourier da função $\text{sinc}(x)$ aproximada na letra (a).

Pode-se observar na Figura 3.7 uma aproximação no domínio espacial da função $\text{sinc}(x)$ e, conseqüentemente, uma melhor qualidade do processo de interpolação. A Figura 3.8 (c) mostra a melhor qualidade do resultado da interpolação obtido pelo processo de interpolação cúbica, utilizando o *kernel* da Equação (3.10) quando comparado com os métodos do vizinho mais próximo e linear, mostrados nas letras (a) e (b) dessa figura, respectivamente.

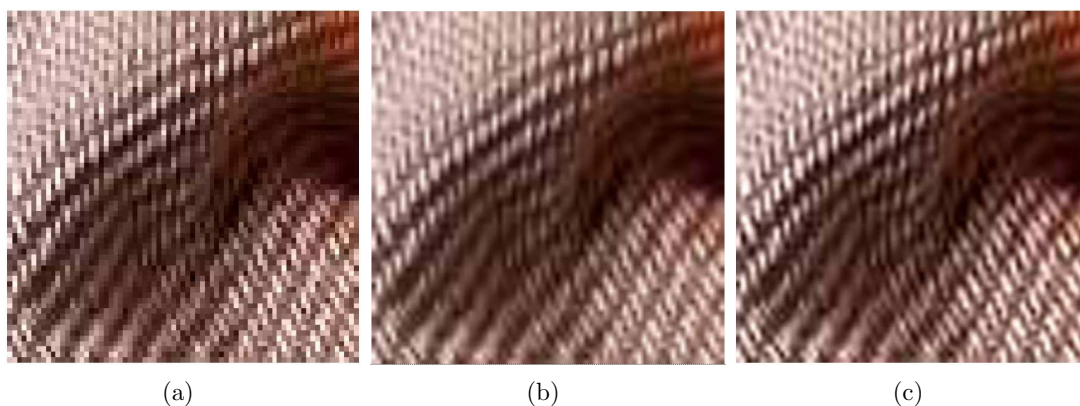


Figura 3.8: (a) Resultado da interpolação utilizando o método do vizinho mais próximo; (b) resultado da interpolação usando o método linear; (c) resultado da interpolação utilizando o método cúbico.

3.3 – Interpolação de Imagens em 3D

O objetivo deste trabalho é propor um método de interpolação de imagens em 3D, onde a imagem a ser interpolada é obtida a partir da justaposição das fatias resultantes de um exame de tomografia computadorizada. Entretanto, conforme explicado no Capítulo 1 desta tese, entre as fatias de um exame, outras fatias denominadas nesta tese de fatias virtuais, devem ser criadas para melhorar a qualidade da visualização da imagem em 3D interpolada.

Um problema na interpolação das fatias de um exame de tomografia computadorizada é que não existe entre as fatias consecutivas, nenhuma correspondência explícita entre os pontos. O não conhecimento desses pontos inviabiliza a aplicação direta dos métodos de interpolação. Primeiro é necessário estabelecer uma ligação entre os pontos que caracterizam um mesmo tecido em duas fatias distintas, para que depois se possa interpolar essas fatias.

Existem diversos trabalhos desenvolvidos em interpolação de imagens em 3D. Alguns desses trabalhos são Goshtasby e outros [1], Wang e outros [16] e Bors e outros [15]. Esta tese apresenta algumas das abordagens apresentadas nesses trabalhos que auxiliaram na proposta de interpolação em 3D realizada nesta tese.

3.3.1 – Reconstrução da estrutura em 3D

A entrada do processo de reconstrução da estrutura para a visualização da imagem em 3D é um conjunto de fatias em duas dimensões de um exame de tomografia computadorizada. Como essas fatias estão distanciadas umas das outras de alguns milímetros e a largura dos *pixels* é de algumas frações de milímetros, ocorre o aparecimento de áreas vazias entre elas. Pode-se observar essa situação na Figura 1.4, do Capítulo 1 deste trabalho.

O preenchimento das áreas vazias entre as fatias reais de um exame de tomografia computadorizada é necessário para se obter a imagem em 3D que represente da melhor forma possível as estruturas internas do corpo que estão parcialmente representadas pelas fatias. Esses espaços vazios são preenchidos por fatias virtuais intermediárias que são obtidas a partir das informações contidas nas fatias reais que delimitam o espaço vazio a ser interpolado [1, 15, 16].

A interpolação de imagens neste trabalho inicia com as informações espaciais das fatias, extraídas de um exame de TC no formato DICOM. Deve-se posicionar as fatias dentro de uma imagem em 3D vazia, ficando espaços abertos entre elas, conforme mostrado na Figura 1.4 do Capítulo 1 desta tese. Geralmente, os aparelhos utilizados nos exames geram uma fatia a cada 1mm ou 2mm, levando à necessidade de interpolar as duas fatias reais, com algumas fatias virtuais, isto é, fatias obtidas a partir da interpolação das imagens das fatias reais, como ilustrado na Figura 3.9. Desta forma são preenchidos os espaços vazios, obtendo-se a imagem em 3D totalmente preenchida.

A Figura 3.9 mostra um exemplo de interpolação de imagem. As fatias apresentadas nas extremidades dessa figura são imagens reais, identificadas por “R” e as fatias intermediárias são imagens virtuais, identificadas por “V”. O método utilizado nesse exemplo foi o de interpolação linear, que permite que se obtenha uma imagem em 3D que contenha as informações de todos os tecidos que compõem a estrutura.

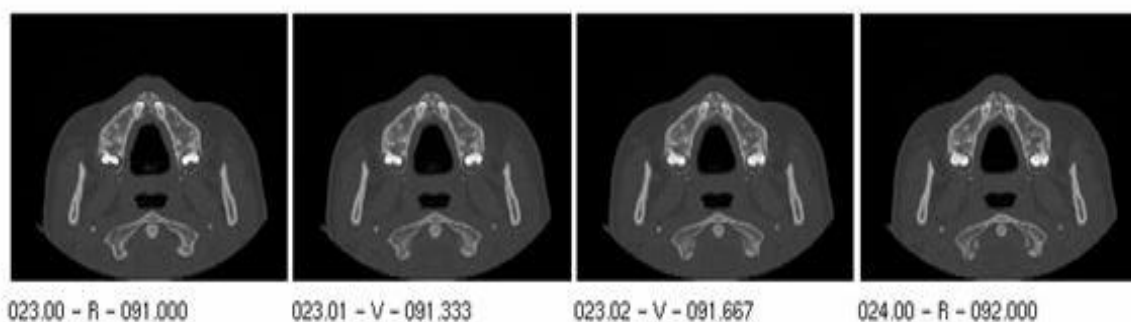


Figura 3.9: Duas fatias virtuais geradas a partir de duas fatias reais que as delimitam.

3.4 – Exemplos de Técnicas de Interpolação de Imagens em 3D

Nesta tese utiliza-se os métodos de interpolação linear e de Goshtasby e outros [1] com o objetivo de comparar com os métodos de interpolação proposto neste trabalho [18] para se obter a imagem em 3D.

3.4.1 – Interpolação linear

Pela sua simplicidade o método de interpolação linear [65] foi um dos primeiros a ser utilizado para a interpolação de fatias de tomografia computadorizada. Esse método consiste em determinar o valor do *pixel* interpolado pelo cálculo da média ponderada dos *pixels* existentes em uma fatia real.

Os passos do método de interpolação linear para se obter a imagem em 3D são:

1. Considere duas fatias A e B , que serão usadas para gerar uma ou mais fatias virtuais C_i , onde i indica a posição da fatia virtual no conjunto virtual gerado;
2. Considere $D(C_i, A)$ a distância entre a fatia virtual C_i e a fatia real A . E $D(A, B)$ representa a distância entre as fatias reais A e B ; e
3. Calcula-se o valor de um determinado *pixel* $C_i(x, y)$ pela Equação (3.11).

$$C_i(x, y) = \frac{D(C_i(x, y), A(x, y))}{D(A(x, y), B(x, y))} B(x, y) + \left(1 - \frac{D(C_i(x, y), A(x, y))}{D(B(x, y), A(x, y))}\right) A(x, y) \quad (3.11)$$

A Figura 3.10 (a) mostra o resultado obtido do processo de interpolação linear realizado com 52 fatias de um exame de tomografia computadorizada. Pode-se observar nessa figura que o resultado permite a visualização da estrutura, embora se possa perceber a existência de algumas rugosidades nos contornos da estrutura mostrando alguns problemas dessa técnica. A Figura 3.10 (b) ilustra o resultado do processo de interpolação linear realizado com metade das fatias do conjunto original, isto é, foram utilizadas apenas as fatias ímpares. Pode-se observar na Figura 3.10 (b) uma significativa degradação da qualidade da imagem em 3D obtida, embora a estrutura se mantenha quase completamente caracterizada, pode-se considerar ela descaracterizada em algumas regiões.

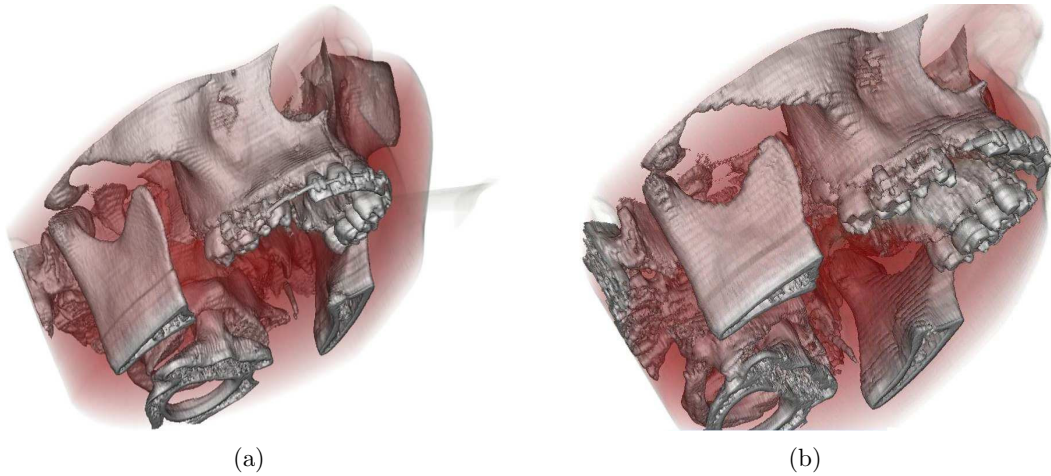


Figura 3.10: (a) Resultado da interpolação linear em 52 fatias de um exame de tomografia computadorizada; (b) o mesmo processo da letra (a) dessa figura aplicado às fatias ímpares do mesmo exame.

3.4.2 – Interpolação de Goshtasby e outros

Goshtasby e outros [1] propuseram um processo melhorado de interpolação linear entre as fatias. O método realiza a interpolação linear não considerando um ponto (x, y)

único nas duas fatias reais e sim entre um ponto $A(x_1, y_1)$ na primeira fatia e um ponto $B(x_2, y_2)$ na segunda fatia que seja o mais similar ao ponto da primeira fatia. Uma medida de similaridade, calculada entre o *pixel* (x_1, y_1) da fatia real A e sua vizinhança na outra fatia real B , define quais são os *pixels* correspondentes entre as fatias reais. Essa correspondência, por sua vez, define uma reta entre as fatias reais que será o caminho da interpolação linear. Os passos do método de interpolação de Goshtasby e outros [1] são:

1. Considere duas fatias A e B , que serão usadas para gerar uma ou mais fatias virtuais C_i , onde i indica a posição da fatia virtual no conjunto virtual gerado;
2. Considere o ponto $A(x_1, y_1)$ na fatia A , o método propõe encontrar um ponto $B(x_2, y_2)$ da vizinhança de $B(x_1, y_1)$ da fatia B , que possui a maior similaridade, S , com o ponto $A(x_1, y_1)$. Para isso, a medida de similaridade é obtida pela Equação (3.12).

$$\begin{aligned}
 S(x_1, y_1, x_2, y_2) = & u_1[A(x_1, y_1) - B(x_2, y_2)] \\
 & + u_2[D(x_1, y_1) - D(x_2, y_2)] \\
 & + u_3[\theta(x_1, y_1) - \theta(x_2, y_2)] \\
 & + u_4\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

onde:

$D(x, y)$ - magnitude do gradiente no ponto (x, y) ;

$\theta(x, y)$ - ângulo entre o vetor gradiente e o plano definido pela fatia que contém o pixel (x, y) .

u_1, u_2, u_3, u_4 - pesos utilizados para determinar a significância de cada uma das parcelas da Equação (3.12).

3. Uma vez definidos os pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ é utilizado um processo de interpolação linear no caminho da reta definida por esses dois pontos, isso para cada $C_i(x_i, y_i)$ pertencente ao segmento dessa reta entre os pontos A e B ; e

A Figura 3.11 (a) mostra o resultado do processo de interpolação utilizando o método de Goshtasby e outros [1] realizado com 52 fatias do mesmo exame de tomografia com-

putadorizada utilizado no método de interpolação linear mostrado neste capítulo. Pode-se observar nessa figura que o resultado obtido apresenta menos rugosidades do que o método de interpolação linear, mostrando com isso a superioridade desse método em relação ao método de interpolação linear. A Figura 3.11 (b) mostra o resultado do processo de interpolação utilizando o método de Goshtasby e outros [1] realizado com apenas as fatias ímpares desse conjunto. Da mesma forma que na interpolação linear, pode-se verificar uma degradação da qualidade da imagem em 3D obtida. Nesse método, para as fatias mais distanciadas, os resultados foram piores do que os resultados ao utilizar o método da interpolação linear. Isso foi porque para fatias distantes a vizinhança considerada no experimento realizado, foi significativamente grande, isto é, 8×8 *pixels*, e no método de interpolação linear a vizinhança foi de 5×5 *pixels*. A vizinhança 8×8 foi utilizada nesse experimento devido a dois fatores: entre cada fatia real consecutiva cabem 5 fatias virtuais e o ângulo máximo considerado para o contorno de um tecido foi de 45° .

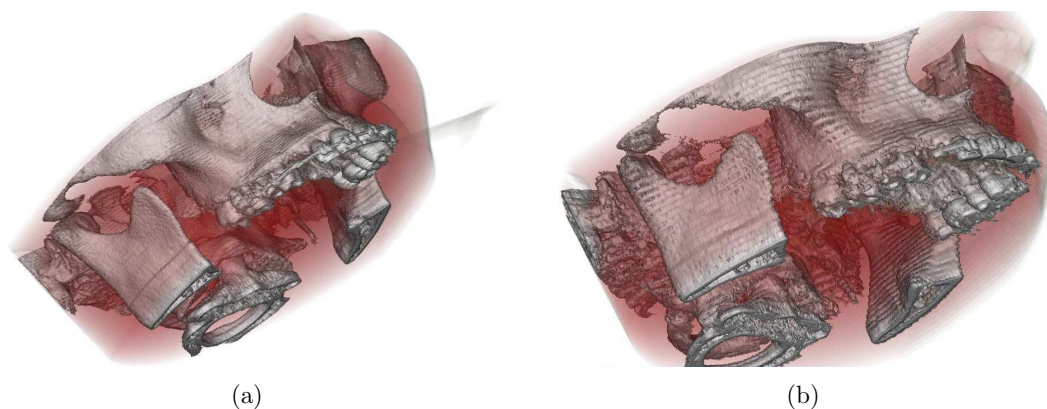


Figura 3.11: (a) Resultado da interpolação pelo método de Goshtasby e outros em 52 fatias de um exame de tomografia computadorizada; (b) mesmo processo aplicado às fatias ímpares do mesmo exame.

As Figuras 3.12 (a) e (b) mostram os resultados obtidos dos métodos de interpolação linear e Goshtasby e outros [1], respectivamente, realizados com as mesmas 52 fatias do exame de TC das Figuras 3.10 (a) e 3.11 (a). As Figuras 3.12 (c) e (d) ilustram um detalhe ampliado dos resultados obtidos por esses dois métodos. Nessas duas últimas figuras é possível observar a superioridade do método de Goshtasby e outros [1] em relação ao método de interpolação linear, pois esse método estabelece um contorno bem mais suave

para as estruturas ósseas apresentadas.

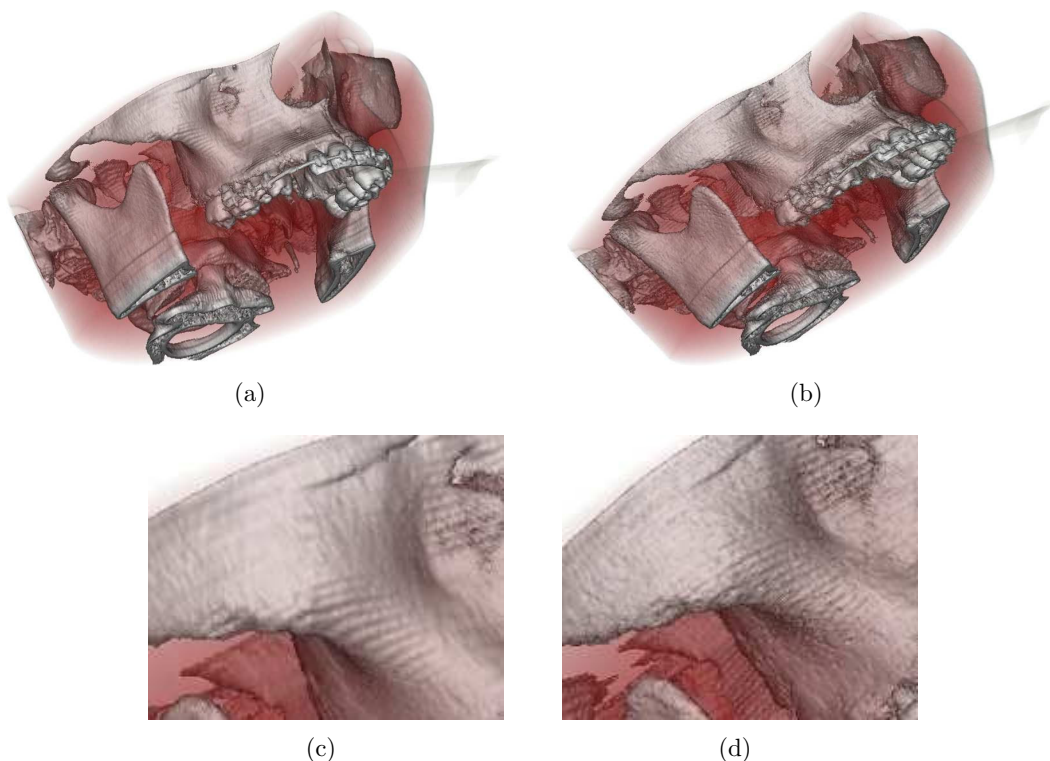


Figura 3.12: (a) e (b) Resultados da interpolação ao utilizar os métodos linear e de Goshtasby e outros [1], respectivamente; (c) e (d) detalhe ampliado desses dois métodos de interpolação, respectivamente.

3.5 – Outras Abordagens em Interpolação de Imagens em 3D

Além das abordagens já descritas neste capítulo, ainda existem diversas outras que podem ser utilizadas para a realização de processos de interpolação em 3D. Entre elas pode-se citar:

- Bors e outros [15] desenvolveram um processo de crescimento de regiões usando operadores de morfologia matemática [63]. A direção do crescimento foi definida a partir da análise dos contornos internos das estruturas presentes na fatia. O resultado obtido com essa abordagem também foi semelhante ao método da interpolação

linear;

- Wang e outros [16] desenvolveram uma divisão da área livre entre as fatias em pequenos cubos. A partir da análise do nível de cinza dos pixels localizados em cada um dos vértices do cubo, foi definida a direção do processo de interpolação. Também nessa abordagem os resultados foram semelhantes aos resultados do método de interpolação linear;
- Prado e outros [17] desenvolveram um processo de interpolação de imagens realizado utilizando-se a triangulação de Delaunay, onde pequenos triângulos formavam as faces laterais da estrutura representada nas fatias;
- Souza e outros [67] desenvolveram um método para a geração de uma representação que permite a visualização em 3D. A estrutura desse método é um processo de triangulação entre os limites (contornos) das estruturas a serem apresentadas. A triangulação cria uma superfície (face) que une as fatias, permitindo a apresentação em 3D. Esse processo é semelhante ao processo desenvolvido por Prado e outros [17], diferindo apenas pela inserção de uma etapa inicial de pré-processamento na imagem a ser reconstruída. A triangulação ocorre apenas nas bordas das estruturas a serem visualizadas;
- O uso de mesh como nos trabalhos de Taillandier e Deriche [68] e de Cateriano e Nonato [40]. A criação de malhas a partir de um conjunto de informações já existentes na estrutura define os contornos de toda a estrutura, pois as superfícies das malhas criadas constituem-se em uma aproximação dos contornos da estrutura real.
- O trabalho de Harald e Otmar [69] que utiliza a equação de Ginzburg & Landau [70] para a realização de inpainting em 2D e em 3D. Nesse trabalho o método proposto é utilizado para restaurar pequenas porções de uma estrutura 2D ou 3D com defeitos ou oclusões.

O trabalho de Morse et al. [71] mostra o uso de funções de base radial ¹ com suporte compacto para aproximar o contorno de superfícies. A partir da determinação dessa função os demais pontos da estrutura podem ser aproximados, e;

- Outro uso das funções de bases radiais em interpolação pode ser encontrado no trabalho de Armed e outros [72], onde o uso de redes neurais RBF é treinada a partir das informações já existentes na estrutura. Nessa abordagem a interpolação pela capacidade de generalização desse modelo de rede neural, pois a rede é capaz de aproximar pontos não existentes na estrutura devido ao aprendizado prévio realizado.

3.6 – Considerações Finais deste Capítulo

Este capítulo apresentou algumas aplicações dos processos de interpolação no contexto de processamento de imagem. Conceituou matematicamente interpolação para funções unidimensional, mostrou uma visão geral de interpolação em duas dimensões, particularmente para imagens. Apresentou algumas técnicas de interpolação de imagem em 2D. Finalmente, no contexto deste trabalho, o capítulo introduziu a interpolação em 3D, detalhou algumas técnicas básicas de interpolação em 3D, bem como mostrou os resultados da aplicação dessas técnicas, comparando-as e enfatizando alguns problemas para a interpolação de imagens em 3D, particularmente no contexto das imagens obtidas a partir de fatias de exames de tomografia computadorizada. Finalmente, foram mostrados também alguns trabalhos que utilizaram métodos de interpolação em 3D visando fornecer informações a proposta de interpolação de imagens em 3D a ser realizada nesta tese.

O próximo capítulo mostra uma fundamentação matemática sobre equações diferenciais, apresenta algumas abordagens que utilizam equações diferenciais parciais aplicadas a processamento de imagem, exemplificando com alguns trabalhos que utilizaram essas abordagens. Finalmente, são realizadas considerações finais sobre esse capítulo.

¹Uma Função de Base Radial (RBF) é uma função real cujo valor depende somente da distância da origem, isto é, $\phi(x) = \phi(|x|)$; ou alternativamente onde a distância de um determinado ponto c , chamado de centro, tal que $\phi(x, c) = \phi(|x - c|)$. A norma utilizada usualmente é a distância euclidiana.

4 *Equações Diferenciais Aplicadas a Processamento de Imagens*

4.1 — Introdução

Várias aplicações de processamento de imagem podem ser amparadas pelo uso de equações diferenciais, particularmente as equações diferenciais parciais (EDPs) [73]. Esta abordagem é vantajosa, pois permite que se obtenha mais estabilidade e precisão no processo numérico a ser realizado em consequência de todo um embasamento matemático já existente para as EDPs. Essa base, torna os processos melhor controlados, mas é necessário uma adaptação a um domínio discreto para usar as EDPs na área de processamento de imagem. Além disso, os resultados dos trabalhos já realizados nessa abordagem tem apresentado resultados visuais e numéricos satisfatórios quando comparado com outras abordagens. Várias aplicações de EDPs em processamento de imagem têm sido propostas na literatura nos últimos anos [21, 24, 74, 75, 76, 19, 77, 78].

Diante do exposto no parágrafo anterior, este capítulo mostra uma fundamentação matemática sobre essas equações diferenciais, apresenta algumas abordagens que utilizam EDPs aplicadas a processamento de imagem, exemplificando com alguns trabalhos que utilizaram essas abordagens. Finalmente, são realizadas considerações finais sobre esse capítulo.

4.2 – Equações Diferenciais Parciais

Uma equação diferencial é uma equação que relaciona uma ou mais funções (desconhecidas) com uma ou mais de suas derivadas [73]. Uma equação diferencial parcial (EPD) é uma equação diferencial de uma função u e duas ou mais variáveis independentes $(x, y, z, \dots)$ com uma ou mais de suas derivadas (parciais, neste caso) [73], que pode ser escrita pela Equação (4.1).

$$F(x, y, z, u_x, u_y, u_z, u_{xx}, u_{xy}, u_{xz}, \dots) = 0 \quad (4.1)$$

onde:

x, y, z - variáveis independentes.

$u(x, y, z)$ - função incógnita.

$u_x, u_{xx}, u_{xy}, u_{yz}, \dots$ - derivadas parciais para a função u .

A ordem da equação diferencial é a ordem da mais alta derivada da função incógnita que ocorre na equação e o grau é o valor do expoente para a derivada mais alta da equação.

Uma solução de uma equação diferencial de ordem n em um intervalo L , é uma função $y(x, y, \dots)$ definida no intervalo L , onde suas derivadas até a ordem n existem nesse intervalo e satisfazem a equação diferencial.

Alguns exemplos de EPDs de segunda ordem [79] são:

- Equação da onda: $u_{tt} = a^2 u_{xx}$;
- Equação de Laplace: $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$, e;
- Equação do calor: $u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy})$.

4.3 – Aplicação de Equações Diferenciais

As equações diferenciais podem ser utilizadas em uma grande variedade de problemas. A engenharia e a física são exemplos de áreas que se beneficiam muito dessa ferramenta. Essas equações podem ser utilizadas, por exemplo, para estabelecer relações matemáticas entre fenômenos físicos que se influenciam mutuamente. Um exemplo tradicional da aplicação das equações diferenciais está na formalização matemática da troca de calor entre corpos: a equação do calor.

4.3.1 – A equação do calor

A lei de resfriamento de Newton [79] considera que a taxa de variação de temperatura de um corpo é proporcional à diferença de temperatura desse corpo e a temperatura média do ambiente onde ele está.

Considere $T(x, y, t)$ uma função que determina o valor da temperatura de um corpo, no instante t , em um ambiente mantido à temperatura T_m . A evolução da temperatura do corpo ao longo do tempo, t , no ponto (x, y) , é descrita pela equação diferencial mostrada na Equação (4.2).

$$\frac{dT(x, y, t)}{dt} = -K(T(x, y, t) - T_m) \quad (4.2)$$

onde:

K - constante de proporcionalidade, específica de cada corpo ($K > 0$).

A interpretação da equação do calor foi realizada por Fick [80], no século XIX. Ele fez uma analogia entre os processos de transporte de calor e da matéria.

A propriedade de dispersão da equação do calor aliada à observação de Gabor [81] de que a diferença entre uma imagem original e uma imagem “borrada” obtida pela

convolução com um kernel Gaussiano K , é proporcional ao seu laplaciano, leva à percepção de que as equações diferenciais parciais são aplicáveis a processamento de imagens. O uso da equação do calor em processamento de imagem permite a implementação de operações de morfologia matemática e de segmentação de imagem. Entretanto, a aplicação dessa equação, sem nenhuma modificação, irá gerar sempre imagens borradas, necessitando de acrescentar outros elementos para torná-las mais aplicáveis a outras operações de processamento de imagem.

4.4 – Equações Diferenciais e Processamento de Imagem

A área de processamento de imagem opera em imagens, que podem ser vistas como funções em um domínio discreto. As imagens podem ser de duas ou três dimensões. Para os assuntos discutidos neste capítulo, que tratam apenas de imagens em duas dimensões, indica-se a imagem por uma função $I(x, y)$, que para simplificar, será representada apenas por I . Assim, define-se imagem por $I : \Omega \subset R^2 \rightarrow [a, b] \in R$, onde Ω é o domínio da imagem.

No início da década de 60, Gabor [81] observou que a diferença entre a imagem “borrada” (I_t), obtida da convolução de uma imagem original I com um kernel Gaussiano K , isto é, $I_t = K * I$, é, grosseiramente falando, proporcional ao seu laplaciano, como descrito na Equação (4.3).

$$\nabla^2 I \approx C_p(I_t - I) \quad (4.3)$$

onde:

I - imagem original.

C_p - constante de proporcionalidade.

I_t - imagem convoluída com um kernel gaussiano.

t - escala do kernel Gaussiano em que a imagem é convoluída.

O fato observado por Gabor sugere que a aplicação de equações diferenciais poderia trazer para a área de processamento de imagem novas abordagens para processos de filtragem, segmentação, detecção de bordas e outros.

O uso de equações diferenciais permite que se faça uma fundamentação matemática para os processos a serem aplicados em processamento de imagem, tornando-os mais passíveis de controle devido ao maior domínio e conhecimento do comportamento do modelo aplicado. Assim, a área de processamento de imagem vem utilizando cada vez mais esse recurso [24].

4.4.1 – Aplicações de equações diferenciais a processamento de imagem

Várias são as aplicações de equações diferenciais na área de processamento de imagem. Embora algumas das principais aplicações sejam em segmentação, retoque e compressão [24, 74, 75, 76, 19], outras abordagens estão também disponíveis na literatura. A seguir é apresentada algumas das aplicações nessa área que utilizam como ferramenta equações diferenciais.

4.4.1.1 – Detecção de bordas

As EDPs podem ser utilizadas no processo de detecção de bordas em uma imagem. Pode-se observar que uma imagem é composta por várias regiões, que exprimem contrastes entre si. Define-se como borda de uma imagem, locais onde ocorrem mudanças abruptas de níveis de cinza ou de cores em regiões dessa imagem, isto é, bordas representam as fronteiras das estruturas representadas na imagem. A Figura 4.1 mostra a imagem de uma paisagem e a imagem resultante de um processo de detecção de bordas utilizando EDPs.

Pode-se encontrar as bordas de uma imagem I por vários processos. Alguns deles são:



Figura 4.1: (a) Imagem de uma paisagem urbana; (b) bordas da imagem da letra (a).

1. Determinação dos cruzamentos por zero: proposta por Hildreth e Marr [82]. Esse processo consiste em determinar os pontos de máximos e de mínimos, os cruzamentos por zero, de ∇I , que são obtidos pela Equação (4.4).

$$\nabla I = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y} \right) \quad (4.4)$$

2. Detector de bordas de Canny: proposto por Canny [83]. Essa técnica busca determinar os pontos da imagem que satisfazem a equação diferencial mostrada na Equação (4.5).

$$\nabla^2 I(\nabla I, \nabla I) = 0 \quad (4.5)$$

4.4.1.2 – Morfologia matemática

As equações diferenciais podem ser usadas como ferramenta para simular os operadores de morfologia matemática [63]. Esse uso está embasado na observação de Gabor, isto é, o processo de crescimento do borrimento da imagem é proporcional ao seu laplaciano.

As operações de erosão e de dilatação [63] em uma escala t podem ser obtidas pela

equação diferencial parcial mostrada na Equação (4.6).

$$\frac{\partial I(t)}{\partial t} = c|\nabla I| \quad (4.6)$$

onde:

I - imagem original.

$I(t)$ - imagem original borrada (dilatada ou erodida) no instante t .

$I = I(t)$ para $t = 0$.

c - constante que define a velocidade do processo de difusão. Se $c > 0$ ocorre a dilatação e para $c < 0$ tem-se a erosão.

As Figuras 4.2 (a), (b) e (c) mostram a imagem original, a imagem após um processo de dilatação e a imagem após um processo de erosão, respectivamente. Ambos os processos foram implementados usando iterativamente a discretização da equação diferencial mostrada na Equação (4.6), considerando-se $c = 1$ para a dilatação e $c = -1$ para a erosão.

Outros operadores de morfologia matemática como abertura e fechamento [63], que são obtidos a partir da erosão e da dilatação, podem também serem implementados com o uso de equações diferenciais.

4.4.1.3 – Difusão

As equações diferenciais podem também serem usadas em processamento de imagem para a difusão (suavização) de imagens. Desta forma, pode-se obter regiões cujas intensidades dos pixels sejam mais uniformes, permitindo a obtenção de regiões mais bem segmentadas dentro da imagem.

A compressão de imagens utilizando equações diferenciais é auxiliada pelo fato de que uma etapa prévia de difusão pode propiciar uma maior eficiência no processo de compressão, pois regiões uniformes apresentam texturas com maior redundância de in-



(a)



(b)



(c)

Figura 4.2: (a) Imagem original; (b) imagem resultante do processo de dilatação; (c) imagem resultante do processo de erosão.

formações [63].

Um processo de difusão utilizado em vários trabalhos [74, 75, 76], fundamenta-se na equação de fluxo da curvatura média [77], mostrada na Equação (4.7).

$$I_t = |\nabla I| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \quad (4.7)$$

onde:

I - imagem original, e $I : \Omega \subset R^p \longrightarrow [a, b]$ e $p = 2$ ou 3 ; e

$I(t, x) = I(x)$, para $t = 0$.

A origem da Equação (4.7) mostrada por Barcelos em [24] é a seguinte:

Considere $C(p, t) : S^1 \times [0, T) \longrightarrow R^2$, que denota uma família de curvas semelhantes, onde p e t parametrizam respectivamente a curva e a família da curva.

Assuma que esta família de curvas obedece à seguinte EDP:

$$\frac{\partial C(p, t)}{\partial t} = \vec{V} = \beta(p, t) \vec{N}(p, t) \quad (4.8)$$

com $C_0(p)$ como condição inicial.

Representando essa curva como um conjunto de nível de uma função $u(x, y, t) : R^2 \times [0, T] \rightarrow R$, tem-se:

$$\mathcal{L}_c(x, y, t) = (x, y, t) \in R^2 : u(x, y, t) = c \quad (4.9)$$

onde

c é uma constante.

a curva inicial C_0 é representada pela função u_0 .

Diferenciando a Equação (4.9) em relação a t , tem-se:

$$\nabla u(\mathcal{L}, t) \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (4.10)$$

Sabendo-se que [84]:

$$-\vec{N} = \frac{\nabla u}{|u|} \quad (4.11)$$

Neste contexto $\vec{N}$ é a normal para o conjunto de nível $\mathcal{L}$. Assim, para se ter $C \equiv \mathcal{L}$, deve-se:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = \vec{V} = \beta(p, t) \vec{N}(p, t) \quad (4.12)$$

Unindo as Equações (4.10) e (4.12), temos:

$$\nabla u(\mathcal{L}, t) \cdot \beta \vec{N} + u_t = 0 \quad (4.13)$$

e, inserindo a Equação (4.12) em (4.13), tem-se:

$$\nabla u \cdot \beta \cdot \left(\frac{-\nabla u}{|\nabla u|} \right) + u_t = 0 \quad (4.14)$$

ou

$$u_t = \nabla u \cdot \beta \cdot \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) \quad (4.15)$$

Como β é a velocidade da curva na tangente [84], então:

$$u_t = \nabla u \cdot \frac{\partial \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)}{\partial t} \quad (4.16)$$

e, finalmente, obtém-se a Equação (4.17).

$$I_t = |\nabla I| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \quad (4.17)$$

Desta forma, pode-se concluir que um processo iterativo com a discretização da Equação (4.17) é capaz de promover uma difusão em uma imagem na direção ortogonal ao gradiente da curva. A Figura 4.3 mostra o resultado da aplicação da equação da curvatura em uma imagem original após um número crescente de iterações. Pode-se notar que à medida que o número de iterações vai aumentando essa imagem vai tornando-se completamente difusa, descaracterizando-se totalmente após um determinado número de iterações. A Figura 4.3 (a) ilustra a imagem original. As iterações aplicadas nessa imagem foram 20, 50 e 100, respectivamente, gerando as imagens mostradas nas Figuras 4.3 (b), (c) e (d). As Figuras 4.3 (e), (f) e (g) ilustram as bordas obtidas na imagem após o processo de difusão utilizando-se a equação da curvatura, a Equação (4.7). Pode-se observar claramente nas Figuras 4.3 (e) a (g) que as bordas vão desaparecendo à medida que novas iterações vão sendo realizadas.

Assim, pode-se observar na Figura 4.3 que embora a equação da curvatura efetue uma uniformização das intensidades da imagem, ela ao mesmo tempo destrói as informações constantes na imagem devido a não conservação das bordas.

4.4.1.4 – Suavização com conservação de bordas

Visando utilizar a equação da curvatura média e ao mesmo tempo conservar as bordas da imagem, Malik e Perona [78], tiveram a idéia de utilizar a difusão direcionada combinada com um processo de detecção de bordas. O objetivo deles era fazer com que a equação da curvatura tivesse a ação de difusão atenuada nas regiões das bordas. A equação proposta por eles foi a Equação (4.18).

$$I_t = \text{div}(g(|\nabla I|)\nabla I) \quad (4.18)$$

Na Equação (4.18) $I_t = I$ para $t = 0$. Nesta equação é inserida uma função g . Esta função é suave, não crescente e obedece às seguintes condições:

$$g(0) = 1;$$

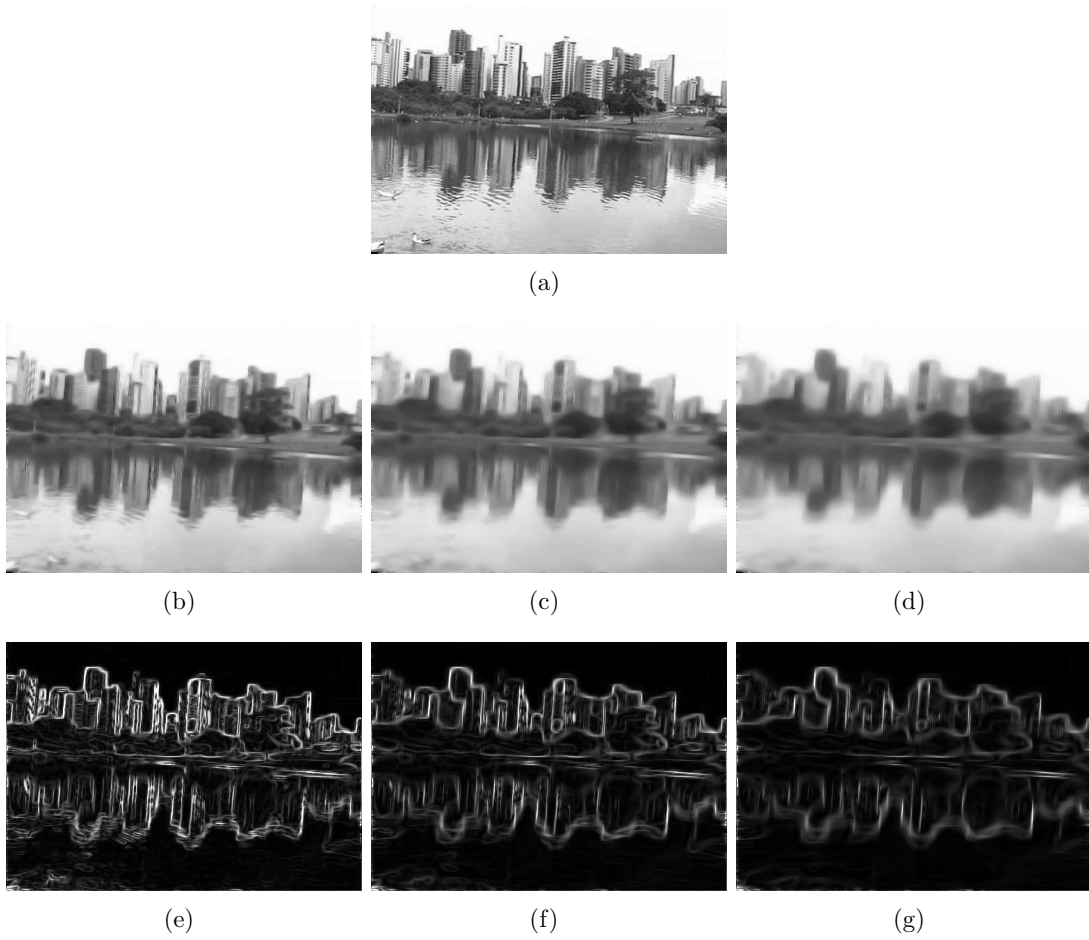


Figura 4.3: Resultado da aplicação da equação da curvatura, promovendo a difusão da imagem e de suas bordas.

$$g(s) \geq 0; \text{ e}$$

$$g(s) \longrightarrow 0, \text{ quando } s \longrightarrow \infty.$$

O objetivo de inserir a função g na Equação(4.18) é obter um comportamento diferenciado para a equação diferencial que está sendo aplicada à imagem com o intuito de promover a suavização, mas conservando as bordas das estruturas constantes na imagem. Como se sabe, em uma região de borda da imagem, o valor de $|\nabla I|$ torna-se um valor grande, conseqüentemente g torna-se pequena, atenuando a difusão nessa região da imagem. A forma inversa ocorre quando $|\nabla I|$ torna-se um valor pequeno, fazendo com que g tenda a 1, permitindo que o processo de difusão não seja atenuado nessa região da

imagem.

A mesma idéia pode ser aplicada à equação de fluxo da curvatura média, basta escolher uma função g conveniente. Algumas escolhas para a função g são: $g(s) = \frac{1}{(1+|s|^2)}$, $g(s) = \frac{1}{(1+s^2)}$, $g(s) = e^{-s}$ e $g(s) = \frac{1}{1+s}$, onde $s = |\nabla I(x, y)|$. Esta última equação é a utilizada neste trabalho.

Um modelo que une a equação da curvatura média e a detecção de bordas foi proposto por Alvares e outros [85]. Esse modelo é mostrado na Equação (4.19).

$$I_t = g(|\nabla G_\sigma * I|) |\nabla I| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \quad (4.19)$$

Na Equação (4.19), “*” indica a convolução entre as funções.

Com a condição inicial $I_t = I$ para $t = 0$. O modelo descrito na Equação (4.19) é capaz de promover uma difusão na imagem, na direção ortogonal a ∇I com velocidade $g(|\nabla G_\sigma * I|)K$, onde $K = \operatorname{div}(\frac{\nabla I}{|\nabla I|})$. A função g escolhida para esse modelo é a $g(s) = \frac{1}{(1+s^2)}$.

Com um processo iterativo utilizando a discretização da Equação (4.19) é possível suavizar toda a imagem, deixando as regiões das bordas pouco afetadas, pois a velocidade do processo de suavização é determinada por g . A Figura 4.4 mostra os resultados obtidos no processo de suavização de uma imagem sem conservação de bordas (ou seja, sem utilizar a função g) e com conservação de bordas (ou seja, utilizando a função g) para 20, 50 e 100 iterações, respectivamente. As Figuras 4.4 (a) a (d) ilustram a imagem original, e as imagens suavizadas sem a conservação de bordas. As Figuras 4.4 (e) a (g) mostram as imagens com o processo de conservação de bordas. Pode-se perceber claramente nas Figuras 4.4 (e) a (g) o quanto a imagem fica menos degradada em suas bordas com esse último processo.

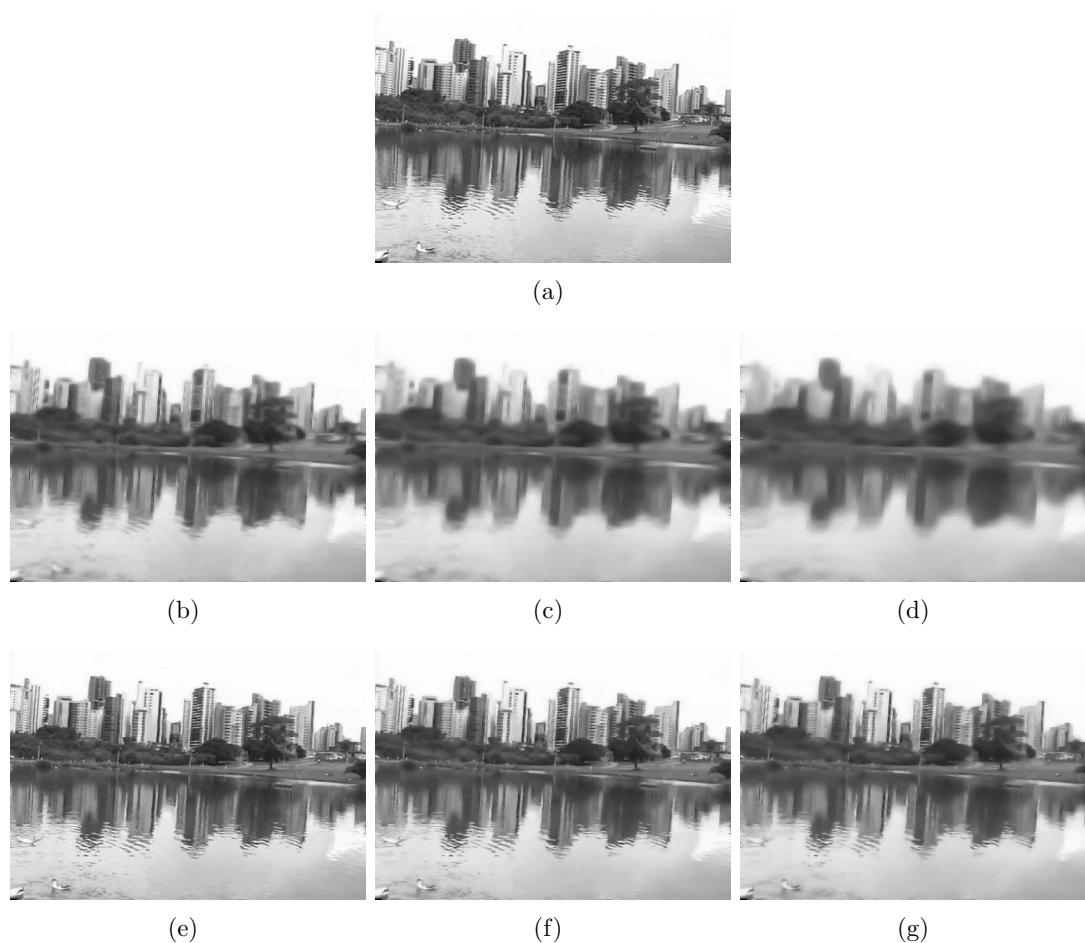


Figura 4.4: (a) Imagem original; (b), (c) e (d) imagens suavizadas sem utilizar a função g ; (e), (f) e (g) imagens suavizadas utilizando a função g .

4.4.1.5 – Retoque de imagens (*inpainting*) usando EDP

O processo de restauração de uma imagem parcialmente destruída, ou com pequenas porções oclusas, foi denominado de *inpainting* [19]. Esse processo normalmente promove uma continuação das linhas de nível existentes nas porções íntegras da imagem que sejam vizinhas das regiões oclusas ou destruídas, fazendo com que essas porções sejam gradualmente restauradas. Ao término do processo percebe-se que as informações existentes nas bordas da imagem é, em muitos casos, principalmente quando a área de retoque é pequena, suficiente para o processo de restauração.

Uma descrição informal para o processo de retoque (*inpainting*), descrito por Barcelos e outros [74], é:

1. Determinar na imagem original quais são as regiões de retoque, isto é, as regiões que deverão ser restauradas. Denomina-se essas regiões de domínio danificado ou de retoque, D ;
2. A recomposição do domínio D é realizada de maneira gradual, atuando sempre nas bordas de D , denotadas por ∂D ;
3. Supondo que os contornos que se interrompem devido à existência do domínio D devem existir também dentro desse domínio, deve-se promover um prolongamento de tais contornos em ∂D ;
4. Após o preenchimento de ∂D , o novo domínio de retoque D é reduzido; e
5. O processo de determinação e preenchimento de ∂D é repetido várias vezes, até que o domínio D seja reduzido a um conjunto vazio.

Existem vários métodos de restauração de imagens para o preenchimento da região ∂D . Para apresentar alguns deles, é necessário uma formalização matemática do contexto do problema, permitindo um detalhamento mais formal do funcionamento desses métodos.

Seja $I : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow [a, b] \in \mathbb{R}$, onde Ω é o domínio da imagem e considere D o domínio de retoque. D é o conjunto dos pontos $(x, y) \in \Omega$ tal que $I(x, y)$ não é conhecida, ou assume valores incorretos; D pode ser a união finita dos conjuntos disjuntos D_α .

O processo de transferência de informações visando a restauração de porções da imagem pode ser descrito formalmente pelo uso de equações diferenciais. Alguns métodos são:

1. Nitzberg e outros [86], propuseram um processo de restauração de bordas com o objetivo de desocluir porções da imagem. O processo visa o prolongamento das linhas de níveis conectando as T-junções da fronteira dos objetos oclusos ou parcialmente ocluso. O processo é a minimização do funcional da Equação (4.20) na busca da solução dessa equação.

$$\int_D |\nabla v|(1 + |\text{curv}(v)|)dx \quad (4.20)$$

A restrição da Equação (4.20) é $v|_{D^c} = I|_{D^c}$, onde $\text{curv}v = \text{div} \frac{\nabla v}{|\nabla v|}$ e D^c é o complementar do domínio de retoque em relação ao suporte da imagem Ω .

O primeiro termo do funcional da Equação (4.20) tem o objetivo de “forçar” que as linhas de nível restauradas tenham comprimento mínimo e o segundo termo tem a finalidade de “forçar” que a variação angular total seja mínima ao longo dessas linhas.

A solução do problema da Equação (4.20) consiste em uma função de variação limitada cujas linhas de níveis dentro da oclusão D sejam caminhos geodésicos que ligam as T-junções da borda da região de retoque com uma variação angular mínima.

2. Barcelos e outros [74] propuseram o método de *inpainting* baseado na obtenção de linhas de níveis, de fora para dentro do domínio do *inpainting*, eliminando gradualmente a região de retoque. Esse modelo recompõe o domínio de retoque D seguindo as linhas geodésicas e minimizando a energia da curva.

O princípio da conectividade, introduzido por Kanisa [87] estabelece que: “seres humanos, na maioria das vezes, preferem conectar regiões”, isto é, conectar duas partes disjuntas mesmo que essas partes não estejam muito próximas. Barcelos e outros [74] propuseram encontrar o melhor prolongamento do contorno seguindo as linhas geodésicas e minimizando a energia da curva a ser prolongada. Para isso, eles propuseram a minimização do funcional mostrado na Equação (4.21).

$$l(c) = \int_c |c'(t)|dt \quad (4.21)$$

A condição da Equação (4.21) é a Equação (4.22).

$$c'(t).c''(t) = 0, \forall t \quad (4.22)$$

onde:

$c : [0, 1] \rightarrow S$ é uma curva.

S - superfície

A utilização das Equações (4.21) e (4.22) garantem a minimização da energia da curva e que as linhas geodésicas serão seguidas, respectivamente.

O método proposto por Barcelos e outros [74] pode ser implementado utilizando um algoritmo iterativo [20] que obedece os princípios descritos informalmente no início deste item.

Para o correto funcionamento do algoritmo que implementa as condições descritas nas Equações (4.21) e (4.22), deve-se acrescentar um processo denominado análise de bordas proposto por Barcelos e outros [74]. Esse processo executa repetidamente o algoritmo de *inpainting*, para uma determinada região ∂D , até que não exista mais alterações de intensidade de níveis de cinza na estrutura escolhida.

O método de *inpainting* desenvolvido por Barcelos e outros [74] apresenta bons resultados, independente do tamanho do domínio de *inpainting* e os resultados numéricos obtidos satisfizeram o princípio da conectividade [87].

3. Bertalmio e outros [19] propuseram um processo para restauração de imagens em dois passos. No primeiro passo realiza-se o transporte de informações para dentro da área a ser restaurada, seguido de um processo de difusão. Barcelos e Batista [22] propuseram uma modificação nesse método. A modificação proposta por eles estende o processo de difusão para toda a imagem, mas nas regiões que não estão sendo restauradas, é utilizada a função g de conservação de borda.

Bertalmio e outros [19] em seu trabalho, definiram D como a região a ser restaurada e a região ∂D , o contorno externo de D que contém as informações que serão

transportadas para o domínio D . O método intercala um processo de transporte de informação de ∂D para D , seguido de um passo de difusão.

O Transporte

O transporte de informação de um ponto $P(x, y) \in D$ é realizado pelo produto escalar do vetor normal $\vec{N}$ a P com o vetor $\vec{s}$ que indica a direção da linha isocrômica da vizinhança de P . A Figura 4.5 mostra esses dois vetores no domínio de restauração.

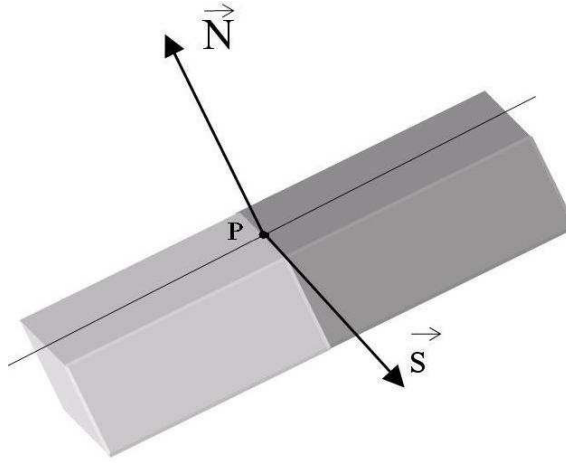


Figura 4.5: Vetores normal $\vec{N}$ e da linha isocrômica $\vec{s}$.

O vetor normal $\vec{N}$ é obtido calculando o gradiente do laplaciano em $P(x, y)$. O vetor $\vec{s}$ é o vetor perpendicular ao gradiente em $P(x, y)$.

A Equação (4.23) efetua o passo de transporte do processo.

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \nabla \mathcal{L}(I) \cdot \nabla^\perp I \quad (4.23)$$

onde:

$\mathcal{L}(I)$ - laplaciano da imagem I .

$\nabla^\perp I$ - vetor ortogonal ao gradiente da imagem I .

O processo de transporte é realizado somente no domínio de retoque D .

A Difusão

O processo de difusão é baseado na Equação (4.19) deste capítulo e também nos trabalhos de Barcelos e outros [74] e Barcelos e Batista [22]. A Equação (4.7) deste capítulo é a equação utilizada por Bertalmío e outros [19] em seu trabalho.

4.4.1.6 – Tratando funções em um domínio discreto

Toda a fundamentação matemática envolvendo equações diferenciais apresentada neste capítulo considerou o uso de funções contínuas no domínio dos números reais. Uma função I que representa uma imagem armazenada em um computador, isto é, uma imagem digital, está definida em um domínio discreto, pois a representação de uma imagem em um ambiente computacional é discreta.

Assim, o uso correto da teoria de equações diferenciais em domínios discretos exige que o cálculo das derivadas da imagem seja realizado utilizando-se métodos adequados para domínios discretos. Pode-se ressaltar que uma vez determinada uma forma de efetuar o cálculo das derivadas, o restante das técnicas de manipulação de equações diferenciais não se altera no domínio discreto.

Em domínios discretos o cálculo da derivada é realizado em uma distância limitada pela grade do domínio em questão, dificultando o cálculo exato por ser possível a aplicação de limites para a redução de um Δt a um dt . Assim, os processos iterativos com a aplicação de fatores de redução, K_r quaisquer, tendem a oferecerem resultados mais adequados, além da convergência dos métodos. O desenvolvimento mostrado nas Equação (4.24) a (4.29) demonstra isso.

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{I(t + \Delta t) - I(t)}{\Delta t} \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} \cong \frac{I(t + \Delta t) - I(t)}{\Delta t} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t}(t_n) \cong \frac{I(t_n + \Delta t) - I(t_n)}{\Delta t} \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t}(t_n) \cong \frac{I(t_{n+1}) - I(t_n)}{\Delta t} \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial I_n}{\partial t} \cong \frac{I_{n+1} - I_n}{\Delta t} \quad (4.28)$$

$$I_{n+1} - I_n \cong \Delta t \left(\frac{\partial I_n}{\partial t} \right) \quad (4.29)$$

$$I_{n+1} \cong I_n + \Delta t \left(\frac{\partial I_n}{\partial t} \right) \quad (4.30)$$

A Equação (4.30) mostra o termo geral para os processos iterativos utilizando equações diferenciais em domínios discretos.

Calculando as derivadas no domínio discreto

A Figura 4.6 mostra como os pixels da imagem posicionam-se de forma discreta, isto é, eles distribuem-se em uma malha de pontos igualmente espaçados, sendo que entre eles não existem medidas intermediárias.

No domínio discreto, o cálculo de derivadas pode ser realizado utilizando-se diferenças finitas, como mostrado por Haralick e outros [88] e Barcelos e outros [81]. Esse cálculo é

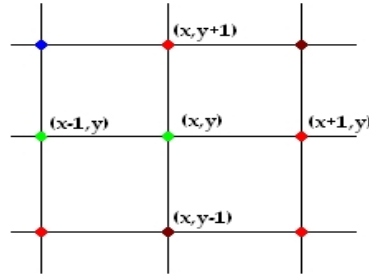


Figura 4.6: Forma discreta de uma imagem no computador.

descrito a seguir:

A discretização da imagem $I(x, y)$ de um domínio contínuo Ω para um domínio discreto, é indicada neste trabalho por $I_{xy} = I(x, y)$ e $I_{xy}^n = I(t_n, x, y)$. Assim, I é representada como uma matriz que pode ter diversos tamanhos. Usualmente, o tamanho da matriz de uma imagem médica é de 256 x 256 *pixels* ou 512 x 512 *pixels*.

As derivadas parciais podem ser obtidas pelas Equações (4.31) e (4.32).

$$\frac{\partial I}{\partial x} = I_x \cong \frac{I(x + h, y) - I(x - h, y)}{2h} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial I}{\partial y} = I_y \cong \frac{I(x, y + h) - I(x, y - h)}{2h} \quad (4.32)$$

Nas Equações (4.31) e (4.32) h representa o comprimento do passo usado na discretização. Essa distância é considerada como referência para o cálculo da derivada. Usualmente as derivadas são calculadas tomando como referência os vizinhos diretos do ponto, isto é, adota-se o valor 1 para h .

Assim, para $h = 1$ em uma malha de Ω que contém uma imagem, a partir das Equações (4.31) e (4.32), pode-se obter expressões na forma discreta para o cálculo das derivadas pelas Equações (4.33) a (4.37). O cálculo da segunda derivada é realizado da mesma forma, basta aplicar o mesmo processo de diferenças finitas no resultado da primeira

derivada.

$$\frac{\partial I}{\partial x} = I_x \cong \frac{I_{x+1,y} - I_{x-1,y}}{2} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial I}{\partial y} = I_y \cong \frac{I_{x,y+1} - I_{x,y-1}}{2} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial^2 x} = I_x \cong I_{x+1,y} - 2I_{x,y} + I_{x-1,y} \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial^2 y} = I_y \cong I_{x,y+1} - 2I_{x,y} + I_{x,y-1} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y} = I_y \cong \frac{I_{x+1,y+1} + I_{x-1,y-1} + I_{x-1,y+1} + I_{x+1,y-1}}{4} \quad (4.37)$$

O modelo mostrado nas Equações (4.33) a (4.37) aplica-se a várias abordagens de aplicações de equações diferenciais em processamento de imagem descritas neste capítulo.

A expressão geral da Equação (4.7), pode ser obtida na forma discreta aplicando-se as Equações (4.33) a (4.37), obtendo-se a Equação (4.38) [81].

$$I_t = |\nabla I| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) = \frac{I_{xx}I_y^2 - 2I_{xy}I_xI_y + I_{yy}I_x^2}{I_x^2 + I_y^2} = A(I) \quad (4.38)$$

$A(I)$ mostrado na Equação (4.38) pode ser implementado utilizando-se um algoritmo iterativo em um computador. Para a segmentação com detecção de bordas utilizando-se essa equação, deve-se também agregar a ela uma função adicional g . Esta função irá assumir valores próximos a 0 nas regiões com bordas e próximo a 1 nas demais regiões. Assim, multiplicando-se o resultado de I_t , Equação (4.38) por g antes de efetuar a soma da iteração no ponto, é possível obter a suavização com conservação de bordas.

Os demais métodos apresentados neste capítulo podem ser estendidos para a forma

discreta aplicando-se as Equações (4.33) a (4.37), da mesma forma que o método de suavização exemplificado neste item.

No Capítulo 5 deste trabalho é mostrada a equação para suavização com detecção de bordas como parte do método de interpolação proposto nesta tese.

4.5 – Considerações Finais deste Capítulo

Este capítulo mostrou uma fundamentação matemática sobre equações diferenciais, apresentou algumas abordagens que utilizam equações diferenciais parciais aplicadas a processamento de imagem, exemplificando com alguns trabalhos que utilizaram essas abordagens.

Embora a teoria de equações diferenciais esteja fundamentada em funções contínuas em um espaço real, neste capítulo foram apresentadas formas de se aplicar essas equações a domínios discretos. Isto é necessário para o uso em processamento de imagem, pois as imagens são representadas por pixels, que caracterizam um domínio discreto.

O conteúdo deste capítulo apresentou algumas equações diferenciais parciais utilizadas em processamento de imagem, mais especificamente em eliminação de ruídos e retoque. Essa abordagem tem se tornado mais difundida devido ao fato das equações diferenciais serem passíveis de utilização em aplicações de várias sub-áreas de processamento de imagem, além da possibilidade de uma formalização matemática dos métodos utilizados. Esse formalismo permite uma verificação mais precisa do comportamento dos métodos, facilitando a compreensão dos processos e dos resultados obtidos.

O próximo capítulo apresenta um método de obtenção de uma fatia virtual inicial utilizando medidas estatísticas e a suavização da imagem com conservação de bordas usando EDPs. Nesse capítulo realiza-se a extensão do processo de suavização com conservação de bordas em 2D para o espaço tridimensional. E finalmente, são mostrados os resultados obtidos nos testes e realizadas as conclusões sobre esses resultados.

5 Obtenção de uma Fatia Virtual Inicial com e sem Suavização da Imagem a Partir de Duas Fatias Reais de Tomografia Computadorizada Utilizando Equações Diferenciais

5.1 – Introdução

Como descrito no Capítulo 1 deste trabalho, sabe-se que as fatias do resultado de um exame de TC são distanciadas uma das outras. Utilizando a base de dados de teste deste trabalho, isto é, imagens 512 x 512 *pixels*, com o tomógrafo mapeando 0,33mm por pixel e fatias distanciadas em 1mm, o espaço vago entre as fatias é suficiente para inserir mais duas fatias. Neste caso, para gerar uma imagem em 3D pela simples justaposição das fatias do exame, seria necessário que o tomógrafo produzisse uma imagem a cada 0,33mm.

Esta tese propõe um algoritmo de interpolação que faça o preenchimento desses espaços vagos entre as fatias. Por hipótese, considera-se que duas fatias consecutivas possuem um alto nível de similaridade e que essas porções se repetirão também nas fatias virtuais a serem inseridas entre essas duas fatias reais. A partir dessa hipótese, é possível obter uma configuração inicial para as fatias virtuais, permitindo completá-las pelo uso de algoritmos de retoque.

Neste e no próximo capítulo serão detalhados os dois passos que compõem o método

proposto neste trabalho. Neste capítulo é apresentado o passo relativo à obtenção de uma configuração inicial para a imagem em 3D, composta pelas fatias reais e pelas fatias virtuais em sua configuração inicial. No capítulo 6 é apresentado o passo de retoque na configuração inicial, são mostrados os resultados obtidos nos testes realizados e a análise desses resultados.

Para o desenvolvimento do método apresentado neste e no próximo capítulo foram utilizados os recursos teóricos e práticos mostrados nos capítulos anteriores deste trabalho. A teoria de equações diferenciais, Capítulo 4, auxiliou na aplicação do método a partir da utilização do conhecimento de trabalhos anteriores [20, 19, 22, 24] aplicados no espaço tridimensional.

Este capítulo mostra a definição do que é a configuração inicial da fatia virtual e em seguida apresenta um método de obtenção de uma fatia virtual inicial. Esse processo é refinado pela inserção de novos passos de suavização das fatias reais, inicialmente em 2D e em seguida em 3D. São mostrados os resultados obtidos, as análises e as comparações dos resultados nos testes realizados. E, finalmente, são realizadas as conclusões sobre esses resultados.

5.2 – **Fatia Virtual Inicial**

Quanto maior for a similaridade entre duas fatias consecutivas, menores serão as áreas indefinidas de uma fatia virtual obtida da comparação entre essas duas fatias consecutivas. Essa afirmação baseada na hipótese deste trabalho permite reduzir o domínio de retoque no processo de preenchimento das fatias virtuais de uma imagem em 3D, melhorando o desempenho computacional do retoque. Essas fatias virtuais geradas com áreas indefinidas não contém todas as informações necessárias para o processo de visualização em 3D, pois ainda é necessário completá-las com algum processo de interpolação/restauração. Devido a isso ela é chamada nesta tese de **fatia virtual inicial**.

As informações das fatias virtuais iniciais são obtidas avaliando-se a semelhança entre

as duas fatias reais consecutivas que as envolvem. Nas regiões em que não existe semelhança entre as fatias reais será o domínio de retoque D e conterão espaços vazios que serão preenchidos por outros processos, como por exemplo a restauração de imagens.

Portanto, medidas adequadas de semelhança entre as fatias reais podem assegurar uma situação inicial mais adequada nos processos de interpolação/restauração que irão preencher as regiões sem informação.

5.3 – Similaridade Entre as Fatias Consecutivas

A Figura 5.1 mostra três pares de fatias consecutivas, obtidos de um exame de tomografia computadorizada. As Figuras 5.1(a) e (d) são as fatias 23 e 24, as Figuras 5.1(b) e (e) são as fatias 3 e 4 e as Figuras 5.1(c) e (f) são as fatias 51 e 52 desse exame.

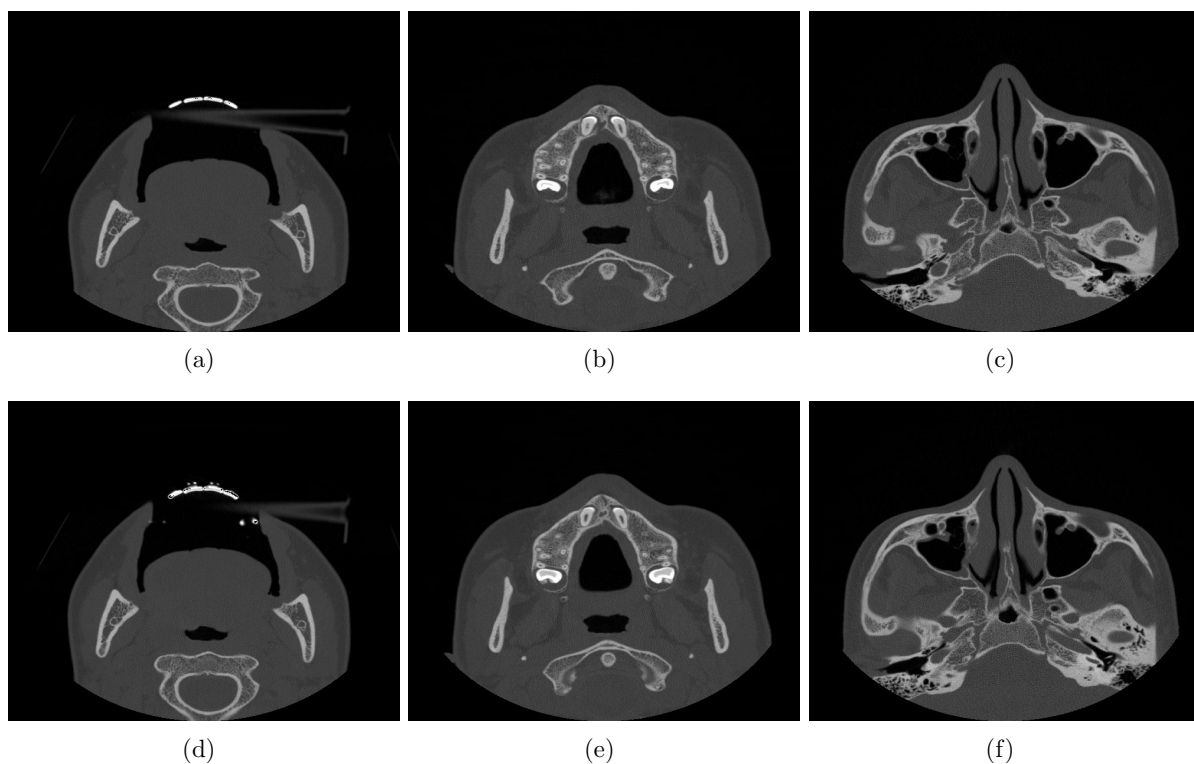


Figura 5.1: Imagens de fatias consecutivas obtidas de um exame de tomografia computadorizada. (a) e (d) fatias 23 e 24; (b) e (e) fatias 3 e 4; (c) e (f) fatias 51 e 52.

Considerando-se duas fatias consecutivas obtidas de um exame de tomografia computadorizada, pode-se observar uma grande similaridade entre elas. No entanto, se for verificada a similaridade entre essas imagens *pixel a pixel*, pode-se observar, como mostrado na Figura 5.2, que o nível de similaridade é muito reduzido. Isso é devido a vários fatores, particularmente pela existência de ruídos no processo de captura da imagem, produzindo pequenas variações de intensidade de níveis de cinza que na comparação *pixel a pixel* fazem com que tecidos iguais não sejam considerados como tal.

Para obter a semelhança entre as fatias consecutivas observadas visualmente pode-se utilizar outros processos de verificação de similaridade entre as imagens, que não simplesmente a distância euclidiana utilizada na comparação de intensidade *pixel a pixel*. A correlação estatística entre as imagens utilizadas nos trabalhos de Hsieh e Tseng [89], apresenta uma maior confiabilidade na comparação dessas imagens.

Neste trabalho utiliza-se a correlação estatística entre duas imagens descrita por Degroot [90] e usada por Hsieh [89]. Degroot [90] definiu a correlação c entre duas imagens, Ia e Ib , pela Equação (5.1).

$$c = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Ia_{ij} - \overline{Ia})(Ib_{ij} - \overline{Ib})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Ia_{ij} - \overline{Ia})^2)(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Ib_{ij} - \overline{Ib})^2)}} \quad (5.1)$$

onde:

n, m - indicam respectivamente o número de linhas e de colunas das imagens Ia e Ib ;

$\overline{Ia}$ e $\overline{Ib}$ - indicam respectivamente a intensidade média de nível de cinza dos *pixels* das imagens Ia e Ib ;

Ia_{ij} e Ib_{ij} - indicam respectivamente a intensidade de nível de cinza de um *pixel* das imagens Ia e Ib na posição i, j .

A Tabela 5.1 mostra os resultados obtidos na comparação dos pares de fatias reais da Figura 5.1 *pixel a pixel* e pela correlação estatística.

Tabela 5.1: Resultados obtidos na comparação dos pares de fatias da Figura 5.1.

Teste	Fatias Usadas	Similaridade <i>Pixel a Pixel</i>	Correlação Estatística
1	3 e 4	40%	98,3%
2	23 e 24	44%	97,4%
3	51 e 52	42%	98,1%

Na Tabela 5.1, pode-se observar que a correlação estatística entre as fatias reais mostra muito mais a semelhança percebida visualmente do que a comparação *pixel a pixel*. O resultado obtido nessa tabela, medida de correlação estatística entre as duas fatias reais, confirma que a similaridade percebida pela observação visual é real.

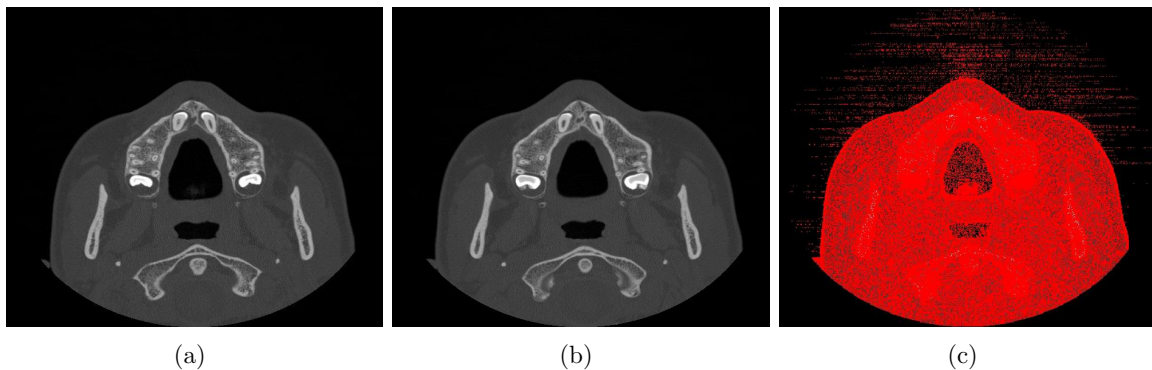


Figura 5.2: (a) e (b) duas fatias consecutivas; (c) semelhança na comparação *pixel a pixel* entre essas duas fatias.

As Figuras 5.2 (a) e (b) mostram respectivamente as fatias consecutivas 23 e 24 obtidas de um exame de tomografia computadorizada. A Figura 5.2 (c) mostra uma fatia virtual inicial, obtida dessas duas fatias, usando a comparação *pixel a pixel*. Nessa figura a cor vermelha mostra as regiões não similares obtidas nesse processo de comparação. Pode-se observar que o baixo percentual indicado na Tabela 5.1 pela comparação *pixel a pixel* e a imagem mostrada na Figura 5.2 (c), que esse processo é inadequado para se determinar uma fatia virtual inicial. A correlação estatística como mostrado nessa tabela ilustra muito mais a semelhança visual percebida. Assim, pode-se concluir que a obtenção

de uma fatia inicial para interpolação não deve ser feita pela comparação *pixel a pixel*, e sim por um processo que utiliza a maior semelhança entre as fatias reais. Este trabalho propõe o uso de medidas estatísticas para a determinação de uma fatia virtual inicial.

Os passos do método proposto neste trabalho para obter a fatia virtual inicial são:

1. Considere duas fatias A e B , que são usadas para gerar uma fatia virtual inicial C ;
2. Calcula-se a média aritmética simples do desvio padrão dos níveis de cinza das fatias A e B . A partir da média, multiplicando-a por um coeficiente K , $0 < K \leq 1$, obtém-se um limiar T_g que definirá um limite de tolerância nos testes de similaridade;
3. Para cada pixel C_{ij} a ser interpolado em C , calcula-se a diferença de intensidade entre A_{ij} e B_{ij} , e também entre A_{ij} e os *pixels* vizinhos diretos de B_{ij} ;
4. Repete-se o mesmo procedimento entre B_{ij} e A_{ij} , incluindo também os *pixels* vizinhos de A_{ij} ;
5. A menor diferença de intensidade encontrada nos passos 3 e 4 é comparada com T_g ;
6. Se a menor diferença de intensidade encontrada no passo 5 é menor do que T_g , então existe na fatia virtual C o tecido caracterizado pelos *pixels* de menor distância. O *pixel* C_{ij} recebe o valor A_{ij} se a menor distância encontrada é devido a ele ou aos seus *pixels* vizinhos, ou B_{ij} caso contrário; e
7. Se a menor diferença de intensidade encontrada no passo 5 é maior do que T_g , então C_{ij} recebe um valor transitório que não reflete a caracterização do tecido. Esse valor transitório é automaticamente substituído pela análise dos tecidos vizinhos utilizando a técnica de retoque [74, 20, 19].

As Figuras 5.3 (a) e (b) mostram respectivamente as fatias consecutivas 23 e 24 obtidas de um exame de tomografia computadorizada. Na Figura 5.3 (c) é utilizado o método proposto neste trabalho que utiliza medidas estatísticas para obter a fatia virtual inicial. Esse método permite a obtenção de fatias com mais regiões similares, como pode-se observar nessa figura onde existem poucas regiões não similares (áreas vermelhas).

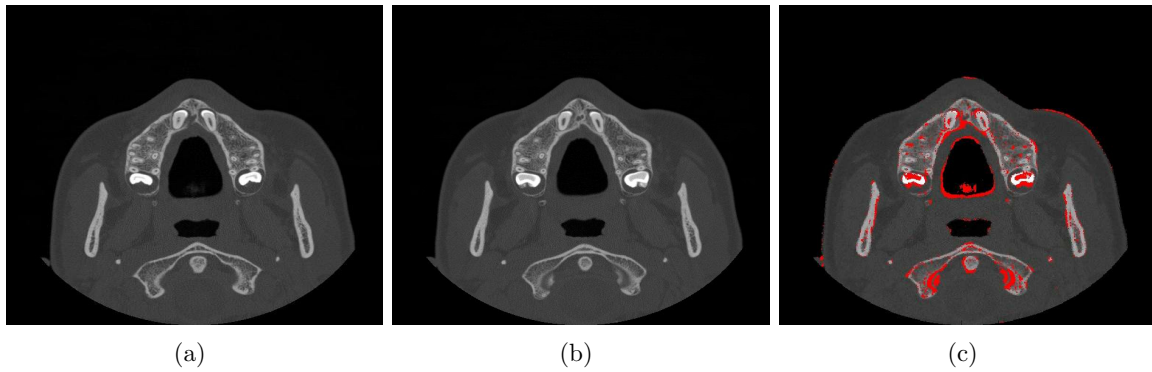


Figura 5.3: (a) e (b) Duas fatias consecutivas; (c) semelhança entre as duas fatias utilizando o método desenvolvido neste trabalho.

Na Figura 5.3 (c) pode-se observar que o nível de similaridade é muito maior do que na Figura 5.2 (c), pois existem poucas regiões com a cor vermelha que representa as não similaridades entre as fatias reais.

Neste trabalho foi utilizado o desvio padrão na obtenção da fatia virtual inicial porque ele indica a média da diferença de intensidade dos níveis de cinza entre os tecidos existentes na imagem. O coeficiente K utilizado no cálculo de T_g , permite estabelecer níveis de sensibilidade no processo de comparação, pois se a tolerância do método é muito elevada pode ocorrer a interpretação errônea de que dois tecidos diferentes sejam caracterizados como um mesmo tecido. Assim, buscou-se um coeficiente K , o maior possível, mas que não permitisse a interpretação de que tecidos diferentes fossem classificados como um único tecido.

5.3.1 – Determinação do melhor coeficiente K

Para verificar qual é o valor mais adequado do coeficiente K , foi realizado o seguinte experimento:

- Utilizou-se três conjuntos de fatias reais consecutivas, mostradas na Figura 5.4. As fatias utilizadas foram: 3, 4 e 5; 23, 24 e 25; e 50, 51 e 52. Todas elas obtidas do mesmo exame de tomografia computadorizada;
- Considerou-se as fatias: 4 da Figura 5.4 (b), 24 da Figura 5.4 (e) e 51 da Figura

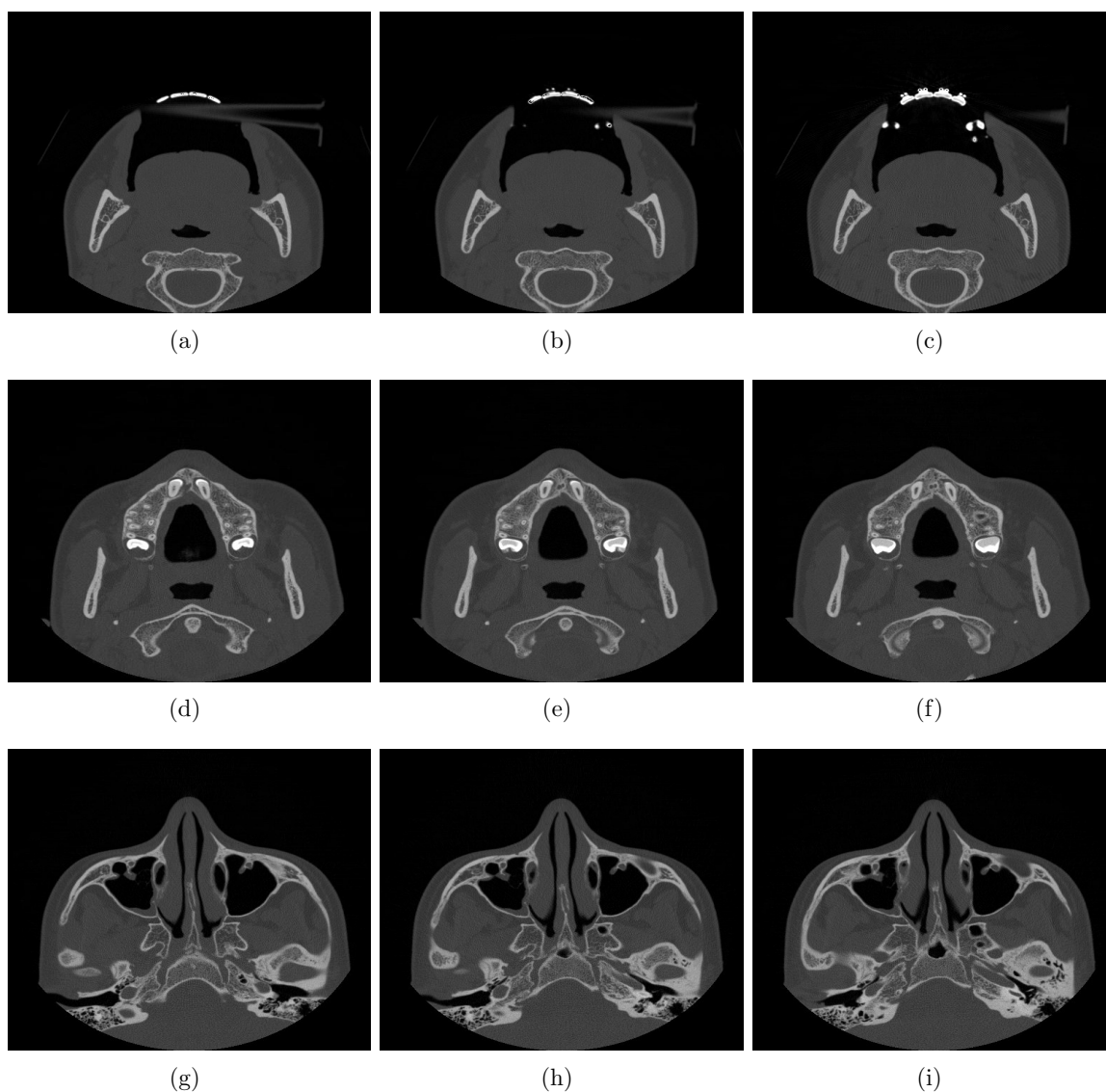


Figura 5.4: Imagens originais de um exame de tomografia. (a), (b) e (c) fatias reais 3, 4 e 5, respectivamente; (d), (e) e (f) fatias reais 23, 24 e 25, respectivamente; (g), (h) e (i) fatias reais 50, 51, e 52, respectivamente.

5.4 (h) como não existentes. Portanto, a geração de fatias virtuais iniciais entre as fatias reais 3 da Figura 5.4 (a) e 5 da Figura 5.4 (c), 23 da Figura 5.4 (d) e 25 da Figura 5.4 (f) e, finalmente, 50 da Figura 5.4 (g) e 52 da Figura 5.4 (i), deve resultar em fatias parecidas com as fatias reais retiradas do conjunto de fatias obtidas de um exame de tomografia;

- Gerou-se as fatias virtuais iniciais pelo método desenvolvido neste trabalho, isto é, gerou-se as fatias 4', 24' e 51', e;

- Foi analisado qual o valor de K obtém-se fatias virtuais iniciais mais similares com as fatias reais já existentes correspondentes a elas, isto é, as fatias 4, 24 e 51.

Nas comparações realizadas entre as fatias reais (4, 24 e 51) e as fatias virtuais iniciais obtidas (4', 24' e 51'), visando obter a maior similaridade, obteve-se as seguintes medidas:

1. Tolerância obtida para que dois níveis de cinza diferentes, em duas fatias distintas, sejam interpretados como o mesmo tecido. Como o desvio padrão descreve a média da diferença de níveis de cinza entre os tecidos na imagem, espera-se obter um valor de K que proporcione a menor tolerância possível. Desta forma não ocorre a interpretação errônea de dois tecidos diferentes como um único tecido;
2. Percentual de semelhança obtido pela comparação entre as fatias real e virtual utilizando-se a correlação estatística. Busca-se no experimento o maior valor possível para essa medida de similaridade. Entretanto, se K e, conseqüentemente, T_g tiverem valores muito grandes, pode ocorrer a união de diferentes tecidos na formação da fatia virtual inicial, e;
3. Na correlação entre a imagem real e a fatia virtual inicial obtida, por exemplo entre as fatias 4' e 4. Busca-se o maior valor possível de correlação, mas sabe-se que para valores muito altos desse percentual pode ocorrer a mistura de tecidos na formação da fatia virtual inicial.

Assim, o experimento busca o maior valor de K , pois assim estará obtendo também os maiores valores percentuais de similaridade. Entretanto não deve-se permitir que tecidos diferentes sejam interpretados como o mesmo tecido.

A Tabela 5.2 mostra os resultados obtidos do método desenvolvido neste trabalho que utiliza medidas estatísticas para obter a fatia virtual inicial para diversos valores de K e a Figura 5.5 ilustra as medidas de similaridade *pixel a pixel* e de correlação estatística em função de K .

A Tabela 5.2 e os gráficos da Figura 5.5 mostram que:

Tabela 5.2: Resultados obtidos do método desenvolvido neste trabalho que utiliza medidas estatísticas para obter a fatia virtual inicial para diversos valores de K .

K	T_g 4	Pixel a Pixel 4	Correl. Estat. 4	T_g 24	Pixel a Pixel 24	Correl. Estat. 24	T_g 51	Pixel a Pixel 51	Correl. Estat. 51
0,05	2	92,06%	61,99%	2	92,44%	78,50%	2	85,27%	72,99%
0,10	4	94,56%	62,38%	4	96,15%	80,71%	4	91,53%	75,27%
0,15	5	95,02%	62,58%	6	97,09%	82,41%	7	93,97%	77,04%
0,20	7	95,59%	63,08%	8	97,53%	83,14%	9	94,75%	77,84%
0,25	9	95,97%	63,65%	10	97,83%	83,97%	11	95,30%	78,61%
0,30	11	96,28%	64,35%	12	98,03%	84,54%	13	95,71%	79,24%
0,35	13	96,52%	65,09%	14	98,19%	85,36%	15	96,08%	79,91%
0,40	15	96,75%	65,95%	16	98,31%	85,91%	17	96,37%	80,51%
0,45	16	96,84%	66,37%	18	98,42%	86,65%	20	96,78%	81,46%
0,50	18	97,03%	67,21%	21	98,55%	87,26%	22	97,02%	82,04%
0,55	20	97,22%	68,29%	23	98,63%	87,85%	24	97,22%	82,58%
0,60	22	97,39%	69,50%	25	98,71%	88,23%	26	97,39%	83,05%
0,65	24	97,58%	70,87%	27	98,77%	88,75%	28	97,56%	83,52%
0,70	26	97,76%	72,33%	29	98,83%	89,17%	31	97,80%	84,24%
0,75	27	97,85%	73,12%	31	98,88%	89,79%	33	97,94%	84,72%
0,80	29	98,00%	74,61%	33	98,92%	90,29%	35	98,06%	85,14%
0,85	31	98,15%	76,19%	35	98,95%	90,56%	37	98,18%	85,57%
0,90	33	98,32%	78,05%	37	98,98%	90,90%	39	98,29%	85,94%
0,95	35	98,49%	80,27%	39	99,01%	91,33%	41	98,39%	86,32%
1,00	37	98,67%	82,75%	41	99,04%	91,74%	44	98,52%	86,83%

1. Para valores de K até 0,15 ocorre um significativo aumento no percentual de similaridade entre as fatias utilizando o método proposto neste trabalho;
2. Pode-se perceber também que o nível de similaridade *pixel a pixel* entre as imagens cresce muito devagar para valores de K acima de 0,15. O valor da correlação só passa a ter um crescimento mais elevado para valores muito elevados de K . No entanto, pode-se perceber que essa semelhança indicada pela correlação dificilmente chega a 100% para algum valor de K , pois para o preenchimento de 98% de uma fatia virtual inicial ainda se obtém valores médios próximos a 88% de correlação, e;
3. A tolerância obtida para valores muito altos de K pode permitir a interpretação errônea de tecidos diferentes como um mesmo tecido. Por exemplo, para valores de K acima de 0,25, obtém-se uma tolerância média acima de 10 níveis de cinza. Essa variação pode ser percebida pela análise visual, o que pode levar o observador a confundir dois tecidos diferentes como um mesmo tecido.

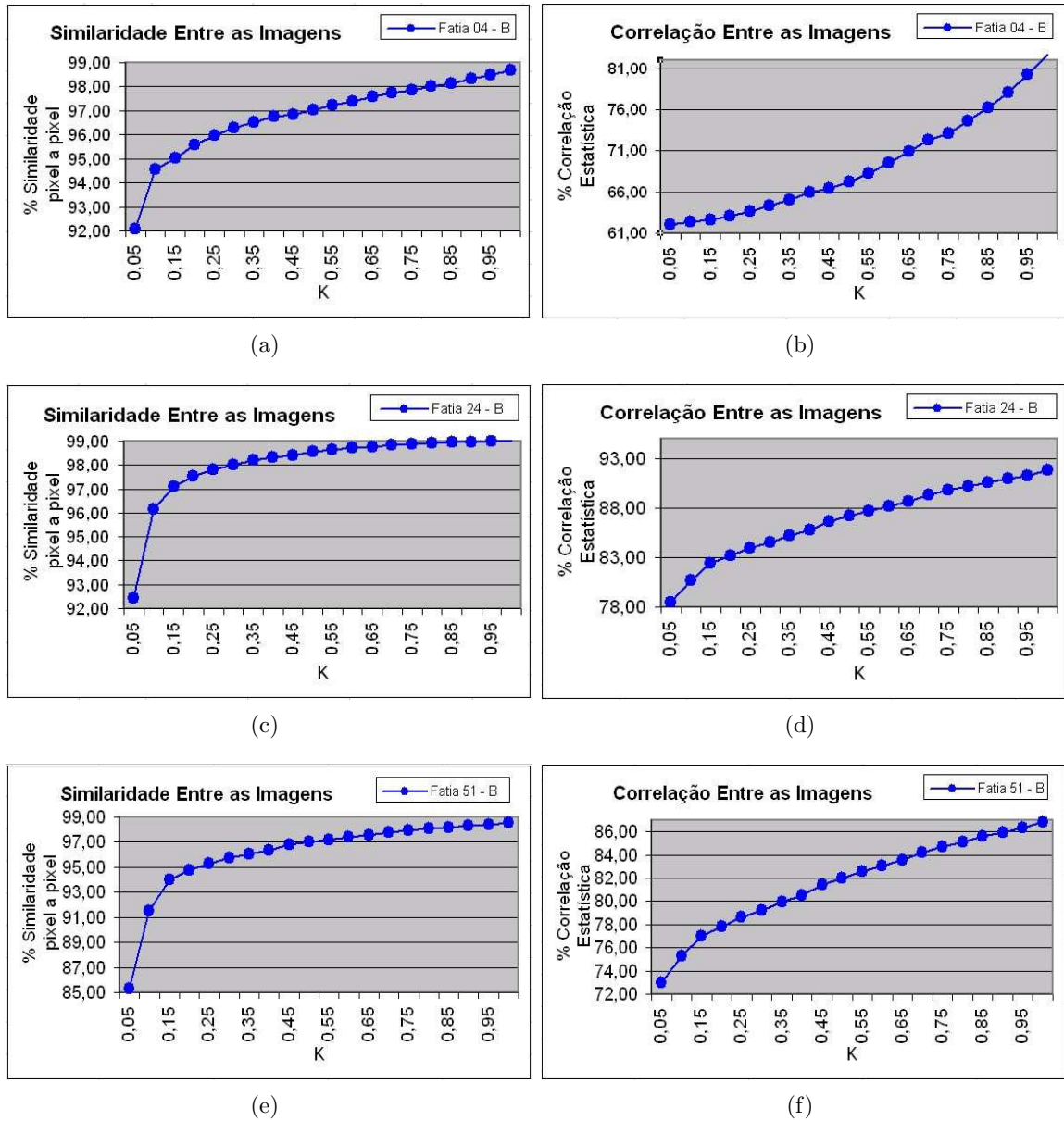


Figura 5.5: Medidas de similaridade *pixel a pixel* e de correlação estatística em função do valor de K .

Pode-se observar na Tabela 5.2 que os valores de correlação estatística mantêm-se estáveis para baixos valores de K e que o percentual de similaridade cresce rapidamente para os primeiros intervalos de K testados, resolveu-se, após analisar os resultados obtidos nessa tabela, que será utilizado neste trabalho o valor de $K = 0,15$, pois:

- para esse valor de K , a curva de similaridades entre as fatias real e virtual atinge limite máximo de velocidade de crescimento, como mostrado na Figura 5.5. Para

valores de K maiores o ganho de similaridade não é tão grande, isto é, a velocidade de crescimento da similaridade *pixel a pixel* se estabiliza em valores menores;

- para o valor de $K = 0,15$, tem-se uma tolerância média de 6 níveis de cinza, que representa menos de 3% da variação de níveis de cinza existentes na imagem;
- a estabilidade no crescimento da correlação estatística para todos os valores de K testados sugere que essa correlação representa as diferenças que realmente existem entre as fatias reais e suas respectivas fatias virtuais iniciais. Essas diferenças são devidas à existência de regiões vazias na fatia virtual inicial. O experimento ilustrado na Tabela 5.2 e nos gráficos da Figura 5.5, referem-se às fatias reais 4, 24 e 51 e às fatias virtuais iniciais 4', 24' e 51', e;
- para o valor $K = 0,15$ tem-se uma relativa tolerância aos ruídos existentes na imagem.

A Figura 5.6 mostra o resultado da aplicação do método desenvolvido neste trabalho utilizando-se os coeficientes $K = 0,05; 0,15; 0,25; 0,50$ e $1,00$, nas linhas 1, 2, 3, 4 e 5 respectivamente, para as fatias 4, 24 e 51. Pode-se observar nessa figura que quanto maior o valor de K , menores são as áreas não similares. Entretanto, pode-se verificar que para valores altos de K , acima de 0,25, existe o aparecimento de regiões que visualmente não são similares e que são interpretadas como similares pelo processo. A Figura 5.7 mostra um detalhe em que tal situação ocorre. Nela pode-se observar um alongamento do tecido ósseo na fatia 50 que não existe na fatia 52. Entretanto, para o coeficiente $K = 1,00$, o algoritmo considerou essa região como similar, preenchendo a região na fatia virtual inicial.

Análise parcial dos resultados obtidos

Os experimentos demonstram que o método proposto neste trabalho para obter a fatia virtual inicial mostrou melhores resultados do que os obtidos com a comparação *pixel a pixel*. Contudo, pode-se obter melhores resultados com esse método se forem

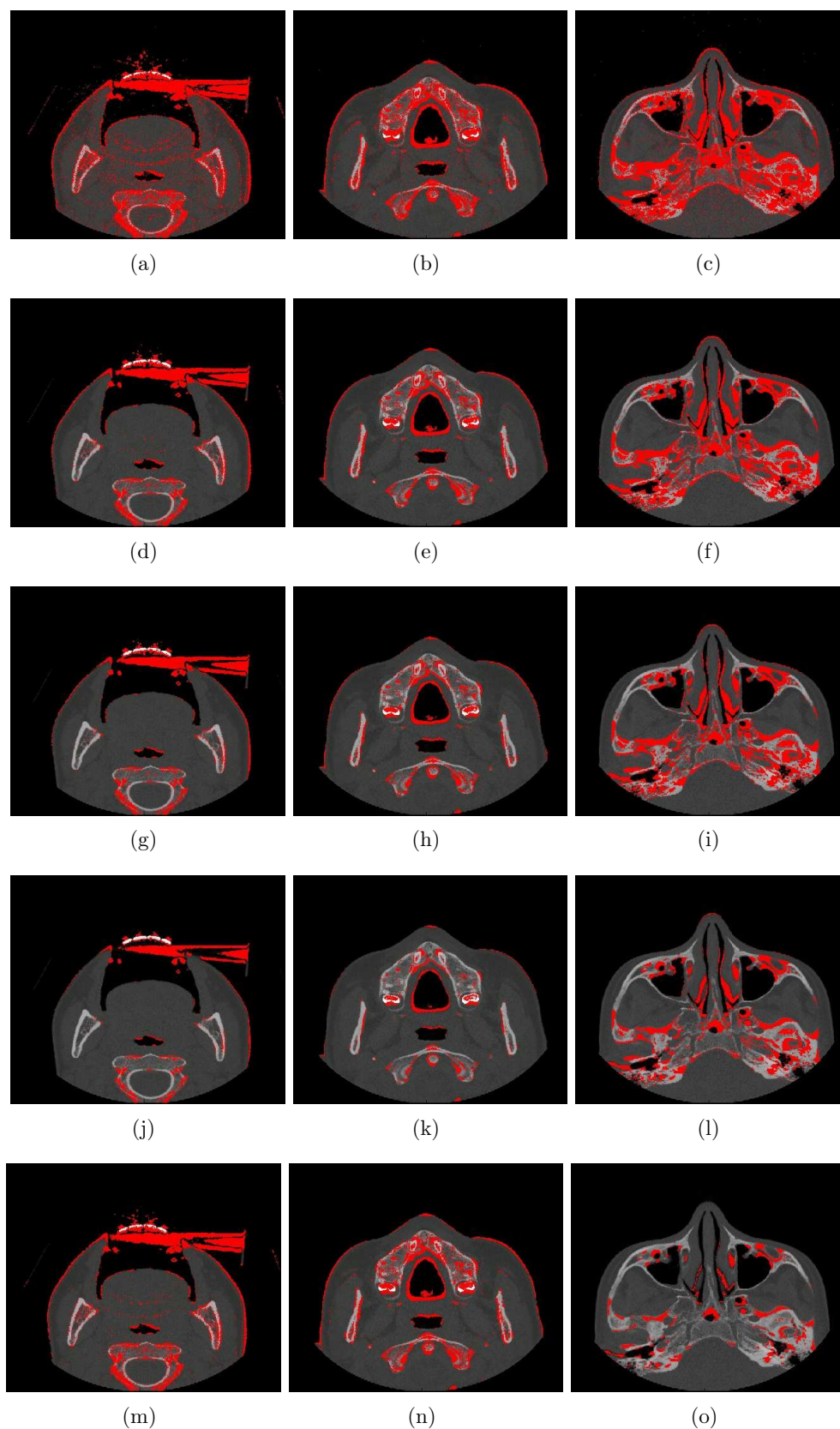


Figura 5.6: Resultados obtidos para os valores de tolerância: 0,05; 0,15; 0,25; 0,50 e 1,00, respectivamente. (a), (d), (g), (j) e (m) resultados para a fatia 4; (b), (e), (h), (k) e (n) resultados obtidos para a fatia 24; (c), (f), (i), (l) e (o) resultados para a fatia 51.

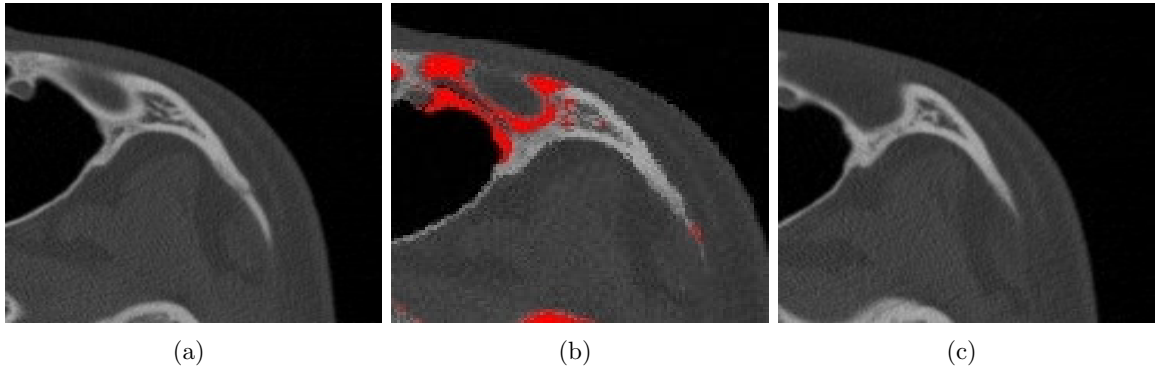


Figura 5.7: Detalhe da fatia mostrando que para o coeficiente $K = 1,0$ ocorre uma interpretação incorreta de regiões não similares como similares. (a) fatia real 50; (b) fatia virtual 51; (c) fatia real 52 (c).

retirados ruídos na imagem antes de aplicá-lo, pois isso poderá aumentar a uniformidade das intensidades de níveis de cinza de um mesmo tecido e torná-los mais similares.

Um processo de suavização antes da obtenção da fatia virtual inicial pode reduzir os ruídos da imagem, uniformizando os níveis de cinza de um mesmo tecido. A aplicação de um processo que suprime ruído, suaviza as fatias conservando suas bordas, pode tornar o coeficiente de tolerância K maior, pois isso pode realçar mais as áreas dos limites dos tecidos. Sabe-se dos experimentos anteriores que valores maiores para K leva a fatias virtuais iniciais com menos regiões não preenchidas. O método de suavização com conservação de bordas, apresentado no Capítulo 4 deste trabalho, pode ser aplicado em tal situação, aumentando o nível de similaridade de níveis de cinza entre as fatias e assim obtendo-se uma fatia virtual inicial com menos áreas vazias.

5.4 – Suavização de Fatias com Conservação de Bordas

O processo de suavização com conservação de bordas utilizado é o dado pela Equação (4.18). O processo para se obter a discretização desta equação é descrito a seguir.

Considere:

- $I(x, y)$ - imagem original de uma fatia de tomografia computadorizada;

Assim, cada iteração altera a imagem como mostrado na Equação (5.2).

$$I_{s+1}(x, y) = I_s(x, y) + K_p A(I_s) \quad (5.2)$$

onde:

$I_0 = I$, imagem original.

s - indica uma determinada iteração do processo de suavização.

K_p - comprimento do passo. Atenua o valor e $A(I)$.

$A(I)$ - define a alteração a ser sofrida pela imagem em uma iteração do processo de suavização.

O valor de $A(I)$ é obtido pela Equação (4.38), descrita no Capítulo 4 deste trabalho, multiplicada pelo valor obtido por uma função g [74] cuja finalidade é garantir a conservação das bordas na fatia. Neste trabalho a função g é obtida pela Equação (5.3).

$$g = \frac{1}{1 + K_g |\nabla I(x, y)|} \quad (5.3)$$

onde:

K_g - constante utilizada para atenuar a função de conservação de bordas.

$|\nabla I(x, y)|$ - módulo do gradiente de I no ponto (x, y) .

Vários testes foram realizados com a finalidade de obter os parâmetros ideais para o processo de suavização das fatias com conservação de bordas. Esses parâmetros são a quantidade de iterações, o comprimento do passo, K_p , e o coeficiente K_g da função g .

Nos testes foram utilizadas três fatias reais do resultado de um exame de tomografia computadorizada composto de 52 fatias. Escolheu-se uma fatia de cada extremidade da sequência (1 até 52) e uma do meio, mantendo-se uma equidistância entre elas. As fatias reais utilizadas para obter as fatias virtuais iniciais foram a 4, 24 e 51 desse exame.

A suavização foi efetuada para três valores diferentes de números de iterações: 50, 100 e 200 iterações. Para o coeficiente de atenuação do passo, K_p , foram utilizados os valores: 0,1; 0,3 e 0,5. Finalmente, para o coeficiente de atenuação da função g , K_g , foram utilizados os valores de 0,25; 0,5 e 1,0.

As três fatias reais 4, 24 e 51 foram suavizadas para cada uma das 27 combinações possíveis dos parâmetros (iteraões, K_p e K_g). Após a suavização, foram realizadas medidas de similaridade entre cada uma dessas fatias e a respectiva fatia original com a finalidade de determinar quais os melhores coeficientes a serem utilizados. Os valores de similaridade utilizados em cada experimento foram:

1. Semelhança *pixel a pixel*: indica o percentual de *pixels* das duas imagens que coincidem as intensidades de níveis de cinza em uma mesma posição (i, j) . Quanto maior esse percentual melhor o processo de suavização;
2. Correlação estatística entre as fatias: indica o valor da correlação entre as imagens original e suavizada, obtida pela Equação (5.1) deste capítulo. Valores mais altos de correlação indicam que o processo de suavização não alterou a semelhança entre essas imagens;
3. Quantidade de níveis de cinza: indica a quantidade de níveis de cinza que mais ocorrem na imagem. Foram contados os níveis de cinza que mais ocorrem até atingir 95% do total dos *pixels* da imagem. Valores menores dessa quantidade indicam que o processo de suavização conseguiu transformar dois ou mais níveis de cinza em um só, indicando maior efetividade do processo de suavização. Para o experimento realizado buscou-se o processo que produzisse a menor quantidade possível de níveis de cinza, pois dessa forma obtém-se um melhor agrupamento de tecidos semelhantes.

Nos testes realizados com as fatias suavizadas também foi realizada uma análise visual dos resultados obtidos. A Tabela 5.3 mostra os valores obtidos nesses testes. Nessa tabela, as linhas em negrito (3, 2 e 12, respectivamente) indicam os melhores resultados obtidos e a linha em itálico (linha 25) o pior resultado.

Tabela 5.3: Resultados obtidos da suavização de fatias com conservação de bordas para as fatias reais 4, 24 e 51 de um exame de tomografia computadorizada.

Teste	Iterações	K_p	K_g	Pixel a Pixel 4	Correl. Estat. 4	Níveis de Cinza 4	Pixel a Pixel 24	Correl. Estat. 24	Níveis de Cinza 24	Pixel a Pixel 51	Correl. Estat. 51	Níveis de Cinza 51
1	050	0,1	0,25	57,8%	98,4%	68	47,5%	98,7%	75	40,8%	98,0%	106
2	050	0,1	0,50	60,3%	99,7%	65	52,9%	99,7%	71	45,0%	99,6%	107
3	050	0,1	1,00	61,1%	99,8%	66	53,8%	99,8%	71	46,2%	99,7%	107
4	050	0,3	0,25	58,8%	99,3%	66	50,6%	99,4%	72	43,1%	98,9%	106
5	050	0,3	0,50	59,1%	99,5%	65	50,9%	99,6%	72	43,4%	99,3%	106
6	050	0,3	1,00	59,5%	99,6%	65	51,4%	99,7%	71	44,0%	99,5%	106
7	050	0,5	0,25	58,4%	99,0%	67	49,2%	99,2%	72	42,3%	98,5%	105
8	050	0,5	0,50	58,6%	99,3%	66	49,9%	99,4%	72	43,0%	98,9%	105
9	050	0,5	1,00	59,0%	99,5%	65	50,3%	99,6%	71	43,6%	99,3%	106
10	100	0,1	0,25	59,2%	99,5%	66	51,1%	99,6%	73	43,4%	99,2%	107
11	100	0,1	0,50	59,5%	99,6%	65	51,5%	99,7%	72	43,9%	99,4%	107
12	100	0,1	1,00	60,0%	99,7%	65	52,1%	99,7%	71	44,6%	99,6%	106
13	100	0,3	0,25	58,2%	98,8%	67	49,2%	99,1%	72	42,3%	98,2%	105
14	100	0,3	0,50	58,5%	99,2%	66	49,7%	99,4%	72	42,7%	98,8%	105
15	100	0,3	1,00	58,8%	99,5%	65	50,1%	99,5%	72	43,0%	99,2%	105
16	100	0,5	0,25	57,7%	98,3%	67	47,7%	98,6%	71	41,6%	97,4%	104
17	100	0,5	0,50	58,0%	98,9%	67	48,4%	99,1%	70	42,4%	98,2%	104
18	100	0,5	1,00	58,4%	99,3%	66	49,1%	99,4%	71	42,9%	98,9%	104
19	200	0,1	0,25	58,5%	99,1%	67	50,0%	99,3%	73	42,7%	98,7%	106
20	200	0,1	0,50	58,8%	99,4%	65	50,3%	99,5%	72	43,1%	99,1%	106
21	200	0,1	1,00	59,2%	99,6%	65	50,8%	99,6%	71	43,6%	99,4%	106
22	200	0,3	0,25	57,5%	98,1%	67	47,9%	98,4%	70	41,4%	97,0%	104
23	200	0,3	0,50	57,8%	98,7%	67	48,4%	98,9%	71	41,8%	98,0%	104
24	200	0,3	1,00	58,1%	99,2%	66	48,6%	99,3%	71	42,3%	98,7%	104
25	200	0,5	0,25	57,1%	97,1%	66	46,5%	97,8%	71	40,7%	95,9%	104
26	200	0,5	0,50	57,3%	98,1%	66	47,1%	98,4%	70	41,5%	97,0%	104
27	200	0,5	1,00	57,7%	98,8%	66	47,7%	99,0%	69	42,1%	98,0%	103

A Figura 5.8 mostra as imagens obtidas para os três melhores testes e para o pior teste apresentado na Tabela 5.3. Nessa figura, a primeira linha mostra as imagens originais, da segunda à quarta linha estão os três melhores resultados e a última linha mostra o pior resultado obtido. Pode-se observar nessa figura que as melhores medidas nos testes realizados são também as imagens mais parecidas com a imagem original, isto é, nos testes 2, 3 e 12 mostrados nessa tabela e o pior resultado é no teste 25, que se obtém uma imagem borrada.

Análise parcial dos resultados obtidos para os coeficientes de suavização

Dos melhores resultados obtidos, pode-se considerar o teste 3 como o que apresenta os melhores resultados para ser utilizado no processo de geração da fatia virtual inicial. Observa-se também que no teste 12 da Tabela 5.3 ocorreu, para a fatia 51, um número menor de intensidades de níveis de cinza que no teste 3. Apesar disso, os valores da semelhança *pixel a pixel* e da correlação estatística mostraram que o teste 3 utilizou os

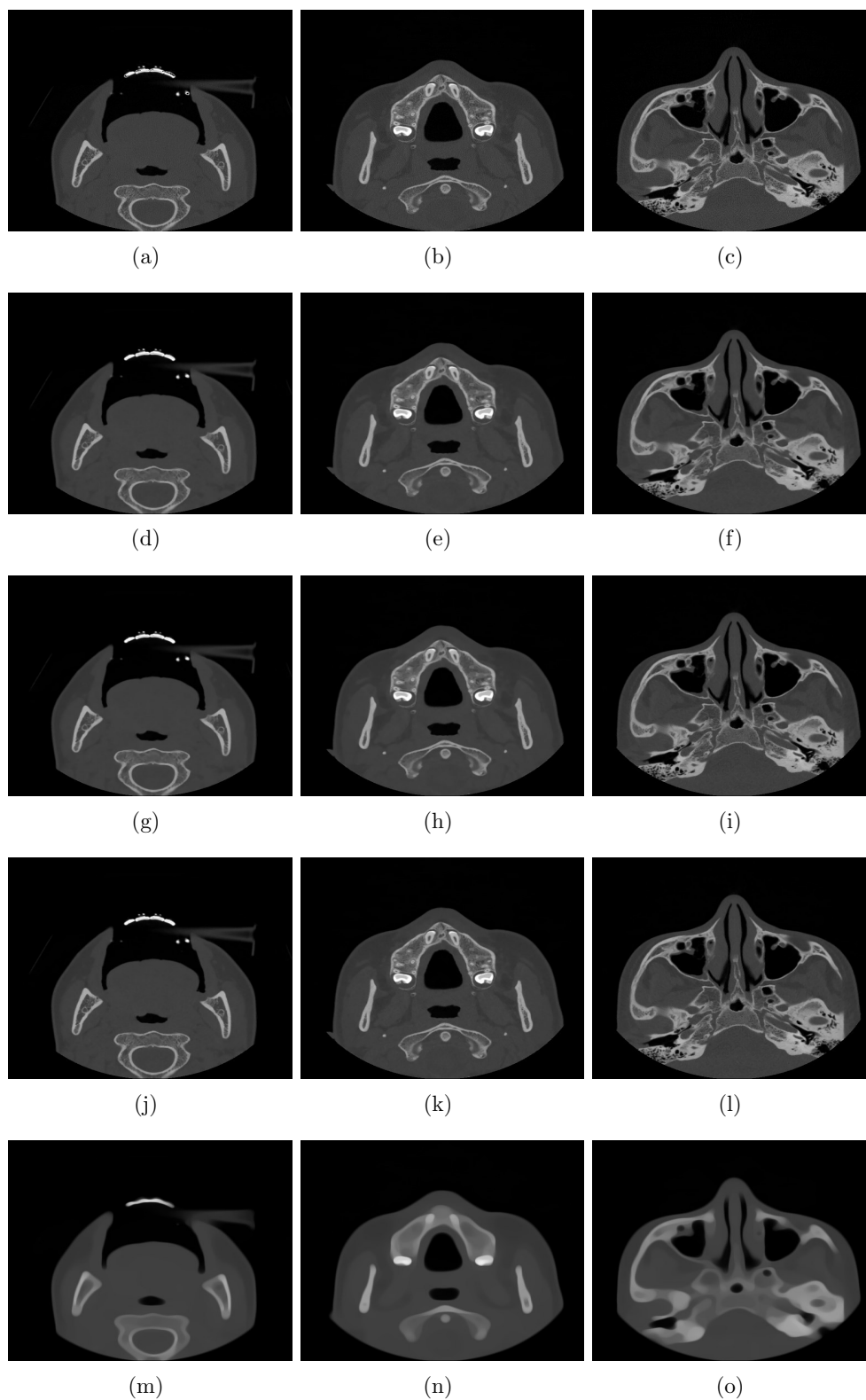


Figura 5.8: Imagens obtidas nos testes realizados com fatias suavizadas com conservação de bordas. (a), (d), (g), (j) e (m) resultados para a fatia 4; (b), (e), (h), (k) e (n) resultados obtidos para a fatia 24; (c), (f), (i), (l) e (o) resultados para a fatia 51.

parâmetros mais adequados, pois mantendo o mesmo valor da correlação, indica uma maior semelhança na comparação *pixel a pixel*.

Devido aos valores da correlação estatística, similaridade *pixel a pixel*, quantidade de níveis de cinza resultantes e a qualidade de visualização da imagem resultante, decidiu-se por adotar neste trabalho os valores de 50 iterações, $K_p = 0,1$ e $K_g = 1,0$ por terem sido os melhores resultados obtidos. Para esses parâmetros obtém-se uma correlação alta com a imagem original, um bom nível de similaridade visual, uma quantidade menor de níveis de cinza na imagem resultante (consequência da suavização) e um melhor desempenho do algoritmo, pois utiliza o menor número de iterações entre as imagens testadas. Devido a isso, pode-se considerar esses valores os mais adequados para o processo de suavização antes de efetuar a geração da fatia virtual inicial.

5.5 – Fatia Virtual Inicial com Suavização Prévia das Fatias Reais

O mesmo teste realizado no sub-item 5.3.1 deste capítulo é repetido, isto é, a determinação do melhor coeficiente K para criar as fatias virtuais iniciais. Desta vez, o experimento será precedido por um processo de suavização com conservação de bordas nas fatias reais do exame, onde serão utilizados os melhores parâmetros obtidos no teste mostrado no item 5.4 deste capítulo. A Tabela 5.4 mostra os resultados obtidos nesse último teste.

Os gráficos mostrados nas Figuras 5.9 (a), (c) e (e) indicam o crescimento do nível de similaridade entre as fatias virtuais iniciais (4', 24', 51') e as fatias reais (4, 24 e 51) respectivamente. Os gráficos das Figuras 5.9 (b), (d) e (f) mostram o crescimento do valor da correlação estatística entre essas mesmas fatias.

Pode-se observar na Figura 5.9, o mesmo comportamento das medidas de similaridade e da correlação estatística para as fatias suavizadas e não suavizadas.

A Tabela 5.4 e os gráficos da Figura 5.9 mostram que o comportamento dos índices

Tabela 5.4: Resultados do processo de suavização para diversos valores do coeficiente K .

K	Níveis de Cinza 4	Pixel a Pixel 4	Correl. Estat. 4	Níveis de Cinza 24	Pixel a Pixel 24	Correl. Estat. 24	Níveis de Cinza 51	Pixel a Pixel 51	Correl. Estat. 51
0,05	2	91,42%	60,96%	2	91,31%	76,84%	2	85,09%	73,98%
0,10	4	94,12%	61,76%	4	95,59%	78,24%	4	90,52%	75,51%
0,15	5	94,65%	61,99%	6	96,75%	79,29%	6	92,48%	76,60%
0,20	7	95,33%	62,44%	8	97,28%	80,54%	9	94,04%	77,92%
0,25	9	95,75%	63,10%	10	97,62%	81,24%	11	94,71%	78,71%
0,30	11	96,07%	63,79%	12	97,90%	81,70%	13	95,23%	79,33%
0,35	13	96,36%	64,62%	14	98,10%	82,37%	15	95,65%	79,92%
0,40	15	96,59%	65,54%	16	98,25%	82,91%	17	95,99%	80,52%
0,45	16	96,70%	65,99%	18	98,37%	83,49%	19	96,32%	81,12%
0,50	18	96,90%	66,91%	20	98,46%	84,26%	22	96,72%	81,94%
0,55	20	97,05%	67,81%	22	98,55%	84,80%	24	96,96%	82,56%
0,60	22	97,22%	68,78%	24	98,62%	85,32%	26	97,15%	83,10%
0,65	24	97,38%	69,80%	26	98,68%	85,85%	28	97,35%	83,71%
0,70	25	97,48%	70,58%	28	98,74%	86,32%	30	97,53%	84,25%
0,75	27	97,68%	72,26%	30	98,81%	86,86%	32	97,71%	84,77%
0,80	29	97,86%	73,90%	33	98,88%	87,59%	35	97,93%	85,51%
0,85	31	98,02%	75,47%	35	98,92%	87,94%	37	98,06%	85,96%
0,90	33	98,16%	76,95%	37	98,96%	88,33%	39	98,17%	86,36%
0,95	35	98,33%	78,84%	39	98,99%	88,78%	41	98,29%	86,76%
1,00	36	98,41%	79,94%	41	99,02%	89,40%	43	98,39%	87,18%

de similaridade não mudam muito quando comparados com os testes com fatias não suavizadas, embora pôde-se observar uma redução nos indicadores de similaridade após o processo de suavização. Pela semelhança do crescimento dos parâmetros em função de K , escolheu-se neste trabalho o mesmo coeficiente do teste anterior para as fatias não suavizadas, isto é, $K = 0,15$. Pode-se observar nessa tabela que não ocorreu melhora nos percentuais de similaridade *pixel a pixel* e da correlação estatística com o processo de suavização, apresentando até medidas ligeiramente menores do que as obtidas para as imagens não suavizadas.

A Figura 5.10 mostra as imagens das fatias virtuais iniciais obtidas após os testes realizados, com os valores de K 0,05; 0,15; 0,25; 0,50 e 1,00, nas linhas 1, 2, 3, 4 e 5 respectivamente. Nessa figura a fatia 4 está na primeira, a fatia 24 na segunda, e a fatia 51 na terceira colunas, respectivamente.

Comparando-se as Figuras 5.10 e 5.6, pode-se perceber um pequeno aumento das regiões vazias (regiões em vermelho), confirmando visualmente o fato já observado na

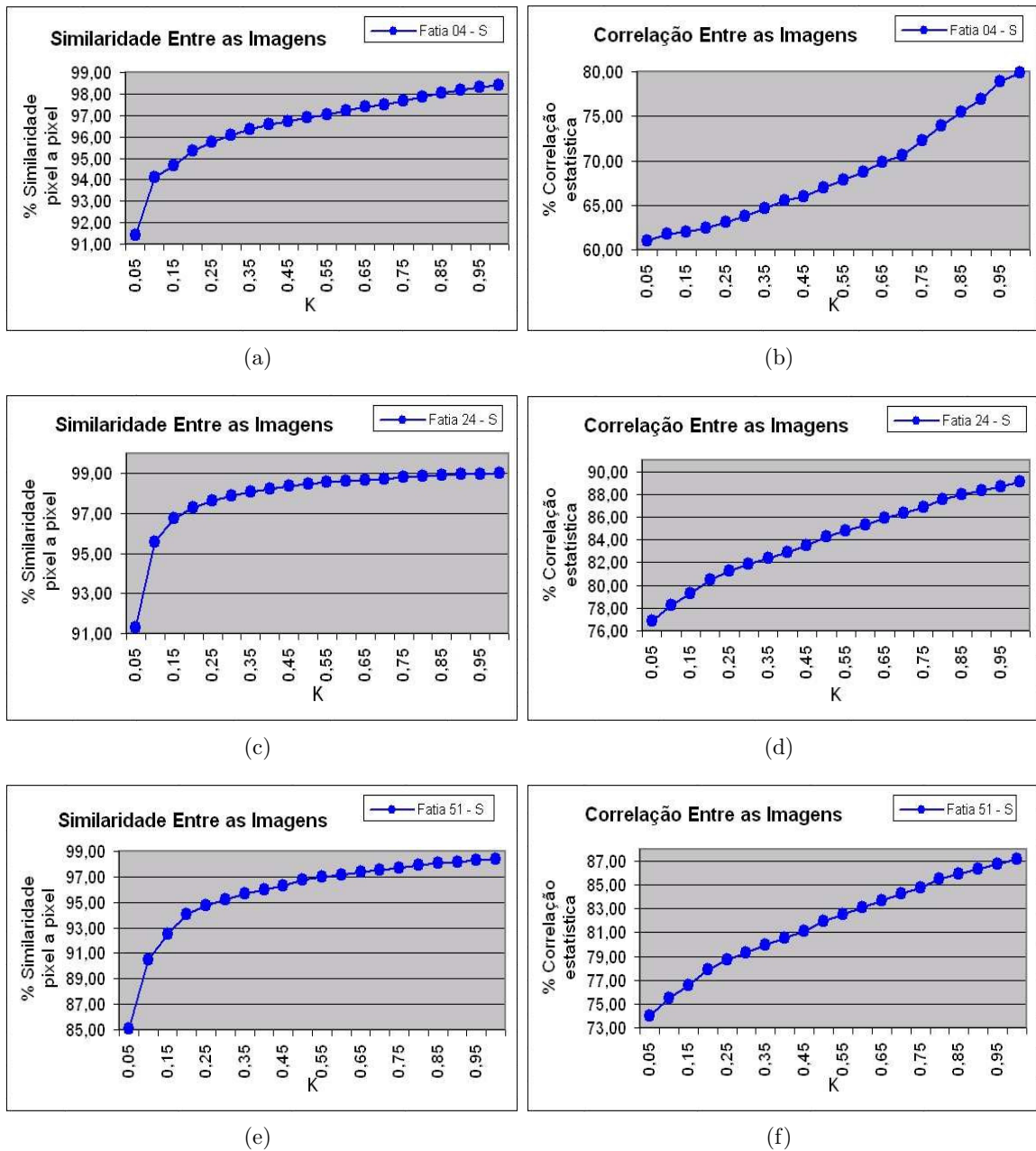


Figura 5.9: Medidas de similaridade *pixel a pixel* e de correlação estatística em função do valor de K entre as fatias 4 e 4', 24 e 24' e 51 e 51'.

Tabela 5.4. Entretanto, esse fato não é um indicativo de que o teste de similaridade para o processo de suavização com conservação de bordas seja um insucesso. Pode-se observar nos detalhes ampliados e mostrados na Figura 5.11, que o processo de suavização com conservação de bordas permitiu a formação de regiões mais precisas e bem delimitadas.

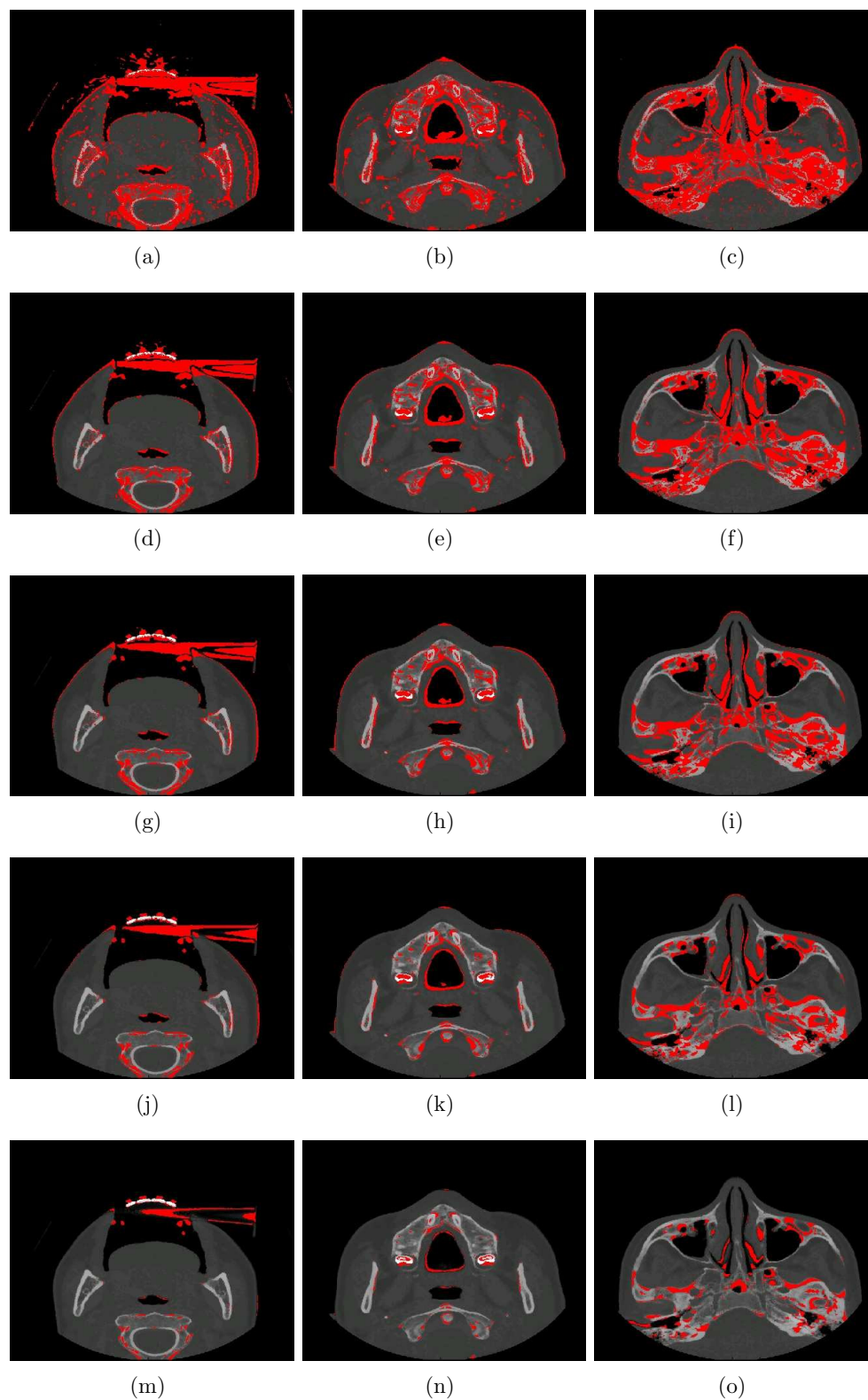


Figura 5.10: Resultados obtidos para os valores de tolerância K : 0,05; 0,15; 0,25; 0,50 e 1,0. (a), (d), (g), (j) e (m) resultados para a fatia 4; (b), (e), (h), (k) e (n) resultados obtidos para a fatia 24; (c), (f), (i), (l) e (o) resultados para a fatia 51.