

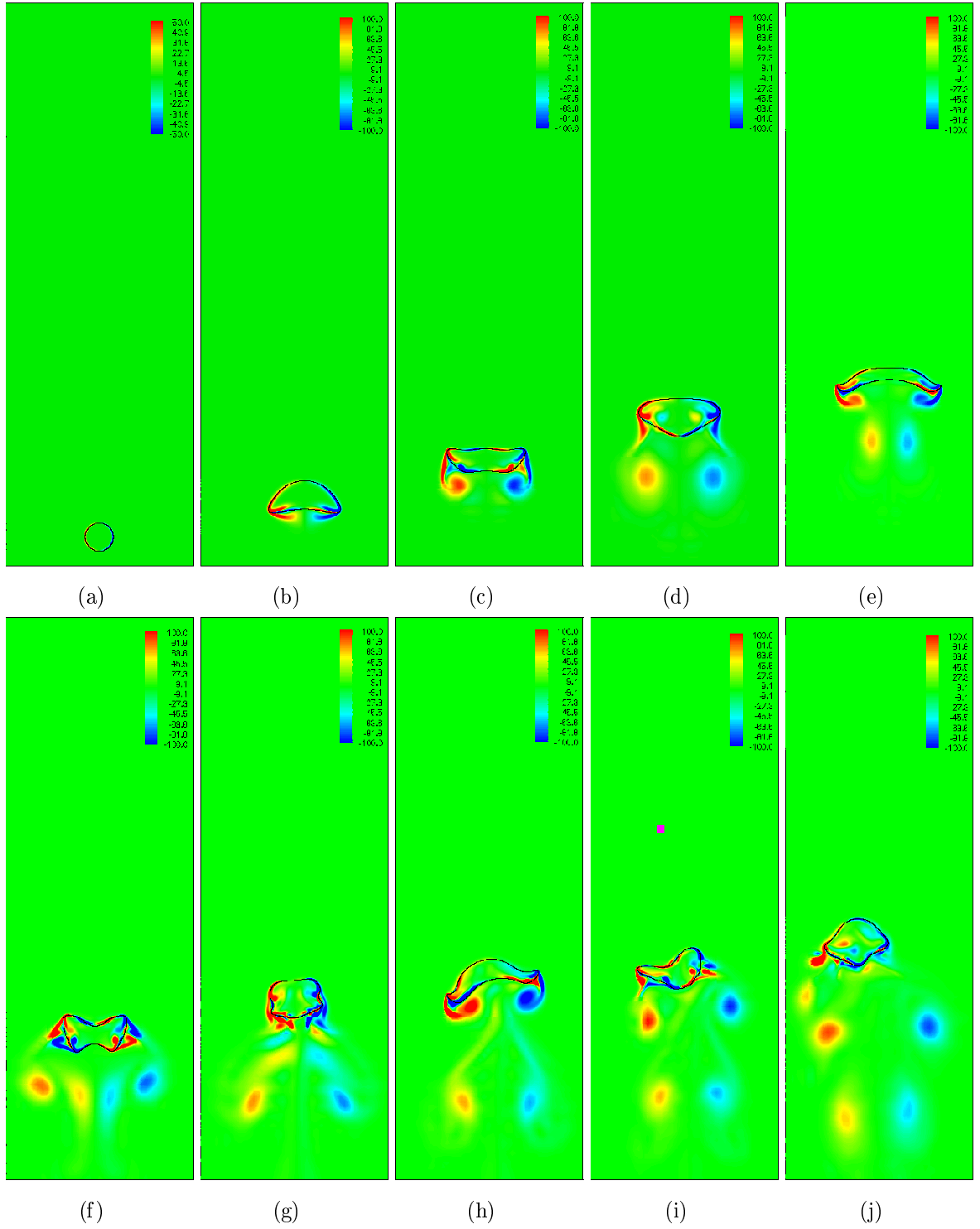


Figura 6.66: Evolução temporal do campo de vorticidade na malha composta $64 \times 192L5$ para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$. (a) $t^* = 0, 35$; (b) $t^* = 2, 3$; (c) $t^* = 4, 6$; (d) $t^* = 6, 9$; (e) $t^* = 9, 2$; (f) $t^* = 11, 5$; (g) $t^* = 13, 8$; (h) $t^* = 16, 1$; (i) $t^* = 18, 4$ e (j) $t^* = 20, 7$.

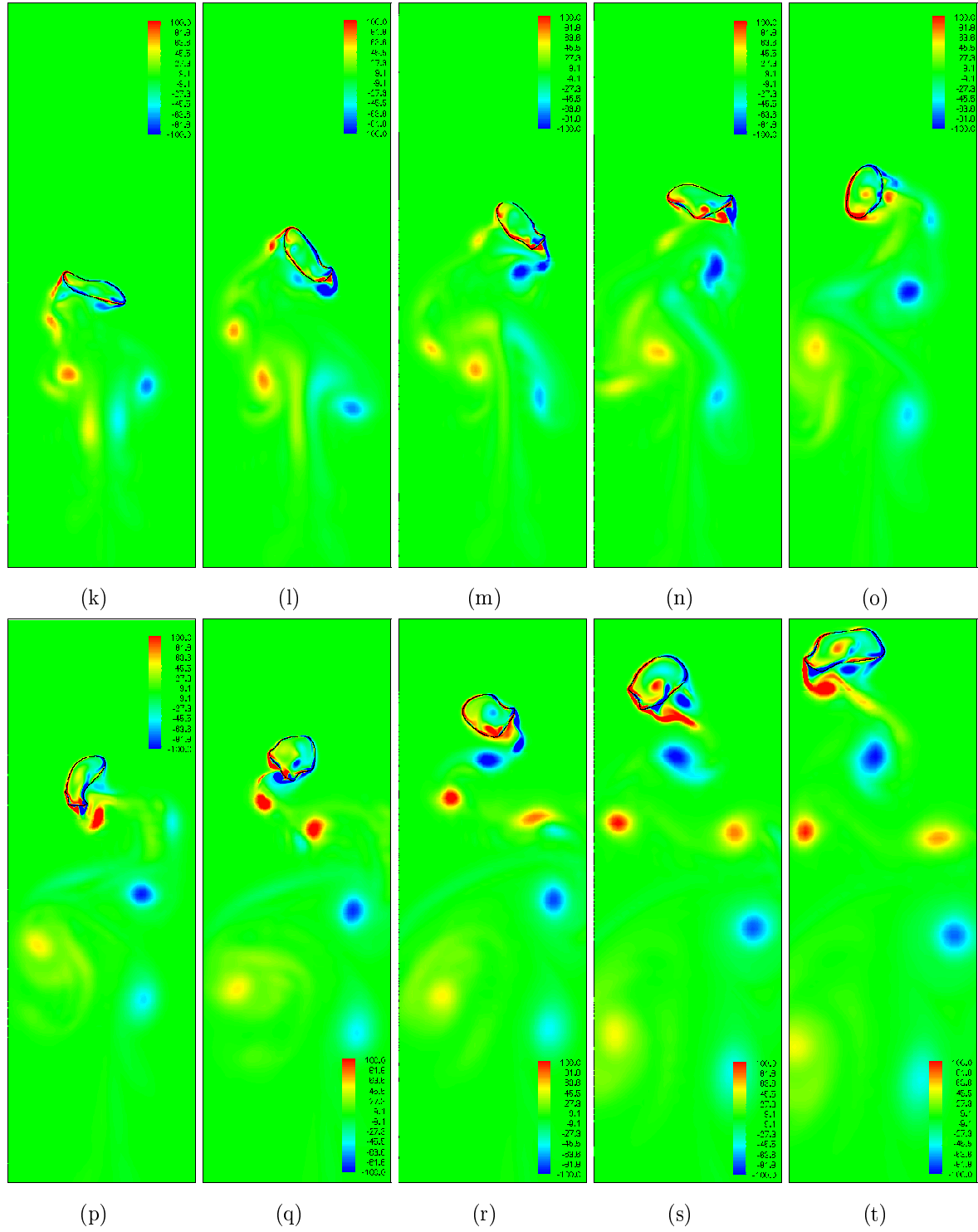


Figura 6.66: Evolução temporal do campo de vorticidade na malha composta $64 \times 192L5$ para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$. (k) $t^* = 23,0$; (l) $t^* = 25,3$; (m) $t^* = 27,6$; (n) $t^* = 29,9$; (o) $t^* = 32,2$; (p) $t^* = 34,5$; (q) $t^* = 36,8$; (r) $t^* = 39,1$; (s) $t^* = 41,4$ e (t) $t^* = 43,7$.

as regiões com alta vorticidade o campo de pressão é negativo e o contrário se verifica para regiões de baixa vorticidade. Devido à assimetria do campo de pressão é importante destacar que o domínio de discretização deve ser grande o suficiente ao ponto de garantir a periodicidade da pressão em todas as faces (A Fig. 6.67 não apresenta periodicidade no campo de pressão nas faces leste e oeste porque a imagem foi ampliada para uma melhor visualização).

A Figura 6.68, mostra a variação do número de Reynolds ao longo do tempo característico. As oscilações de aceleração e desaceleração ocorrem devido a variação da forma da interface, onde pode-se observar que para a fase de retração a bolha se acelera e na fase de dilatação sua aceleração tende a diminuir. A evolução do perímetro ao longo do tempo característico é traçado na Fig. 6.69, em conjunto traça-se também a variação da área para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$ na malha adaptativa com 5 níveis de refinamento. Detalhes desta variação ao longo do tempo característico são mostrados na Fig. 6.70, onde nota-se uma taxa de perda de área relativa de $6,4 \cdot 10^{-3}\%$.

A análise da variação da área da bolha durante o seu processo de ascensão é relevante para avaliação da transferência de massa através da superfície da bolha no caso em estudo. Teoricamente, a área da bolha deve ser conservada devido ao modelo adotado, o qual garante a incompressibilidade. No entanto, devido às elevadas variações na forma da bolha durante o seu movimento, observa-se uma perda ou ganho de área ao longo do tempo de simulação, sendo que esta deveria permanecer constante ao longo do cálculo. Conforme mostrado na Fig. 6.70, as menores variações ocorrem para quando a bolha entra rapidamente em regime sem alterar sua forma constantemente, ou seja, para os casos $Eo = 1$ e $M = 10^{-2}$ e para $Eo = 100$ e $M = 100$. A maior variação ocorre para quando a bolha atinge a forma *skirted* e posteriormente atinge o regime com a forma de calota-esférica ($Eo = 100$ e $M = 10^{-3}$). Smolianski *et al.* (2007) também observa elevadas variações para esta fase, onde seus valores praticamente dobram e após o rompimento da bolha voltam a dimensão original.

Uma visualização final para os casos simulados para bolhas isoladas são apresentados na Fig. 6.71. Como já citado o número de Reynolds alcançado para os casos simulados se diferem dos apresentados por Clift *et al.* (1978), devido às razões das propriedades físicas utilizadas estarem restritas às limitações do método multigrid-multinível aplicado para resolver a equação da correção de pressão.

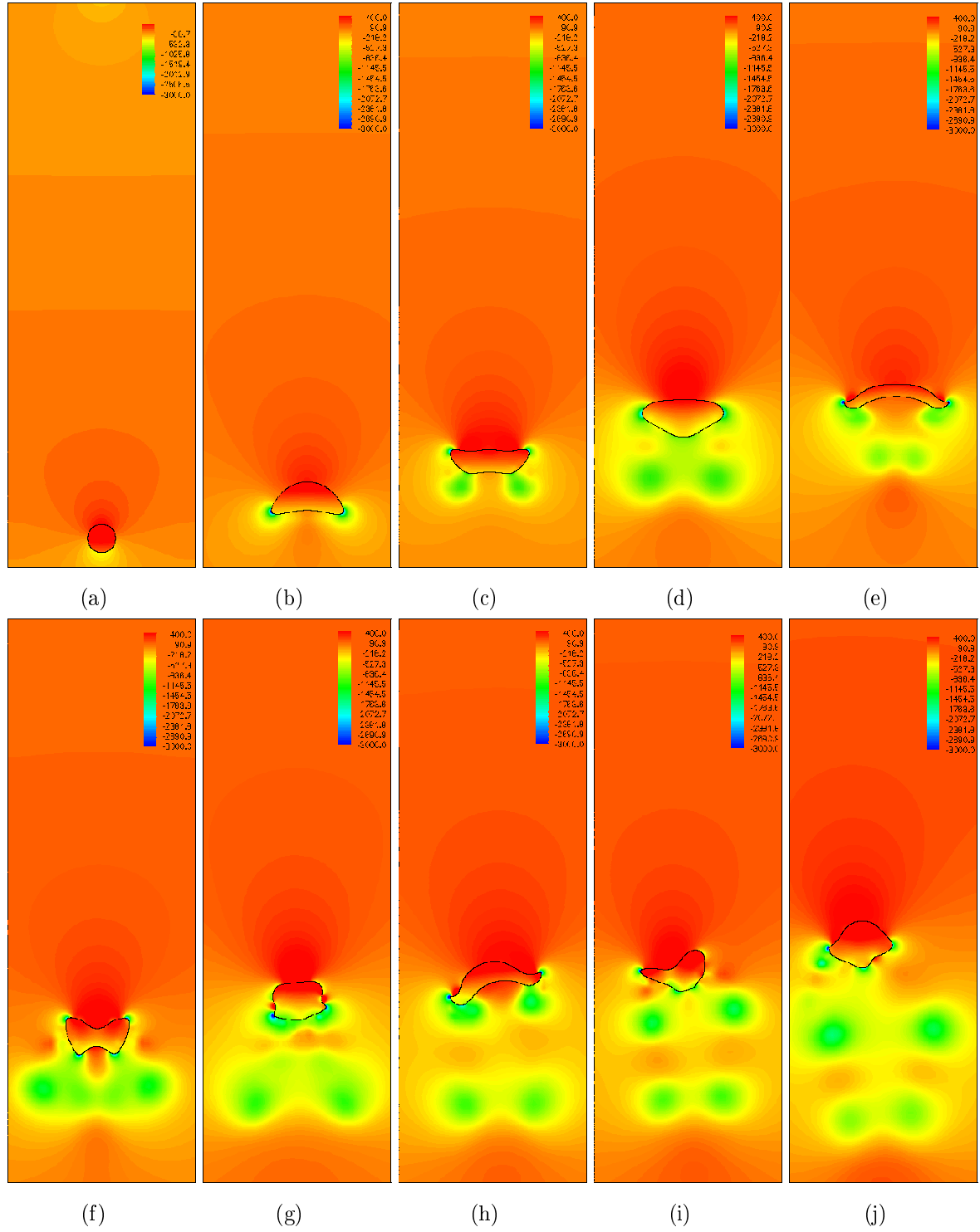
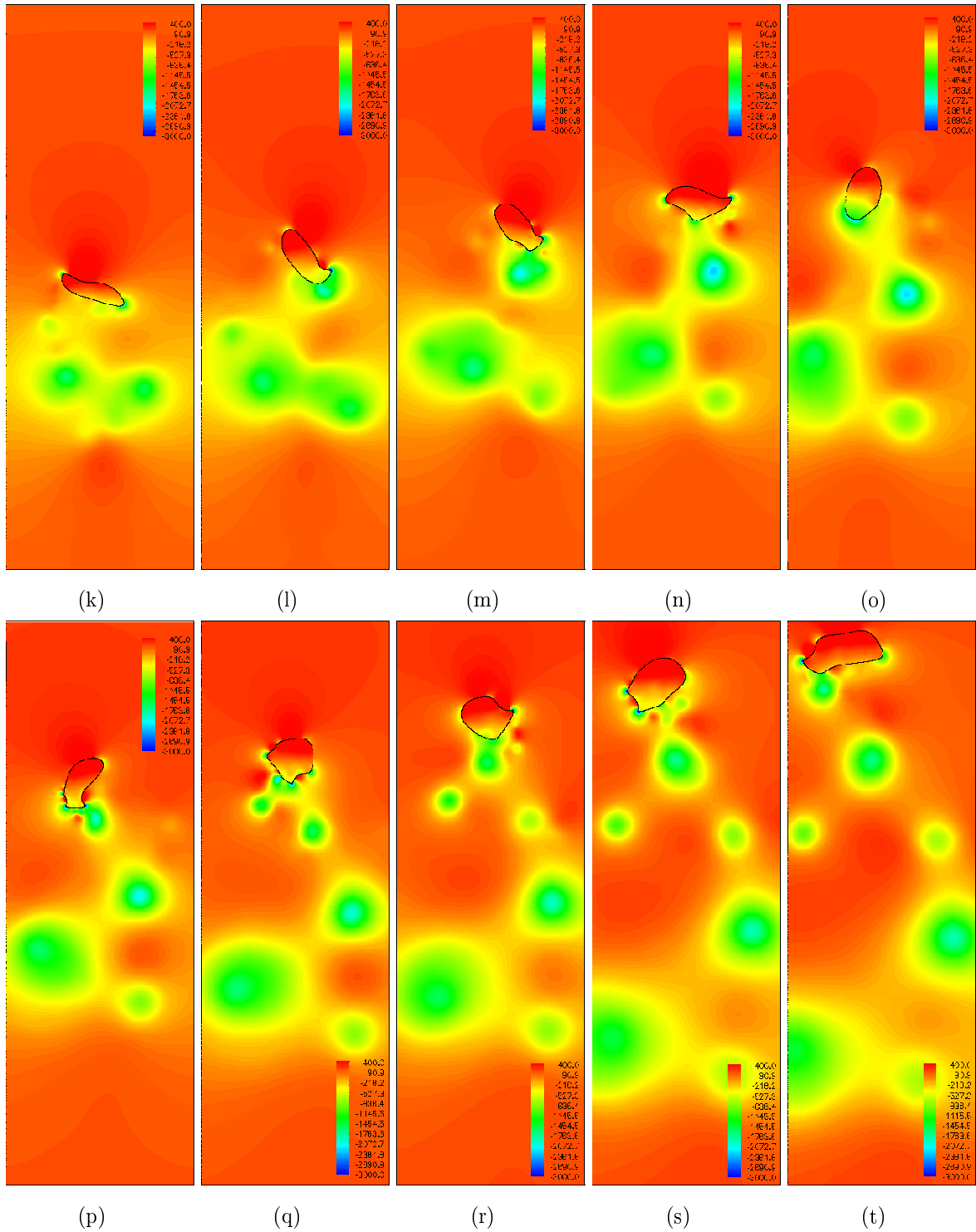


Figura 6.67: Evolução temporal do campo de pressão na malha composta $64 \times 192L5$ para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$. (a) $t^* = 0,35$; (b) $t^* = 2,8$; (c) $t^* = 5,6$; (d) $t^* = 8,4$; (e) $t^* = 11,2$; (f) $t^* = 14,0$; (g) $t^* = 16,8$; (h) $t^* = 19,6$; (i) $t^* = 22,4$ e (j) $t^* = 25,2$.



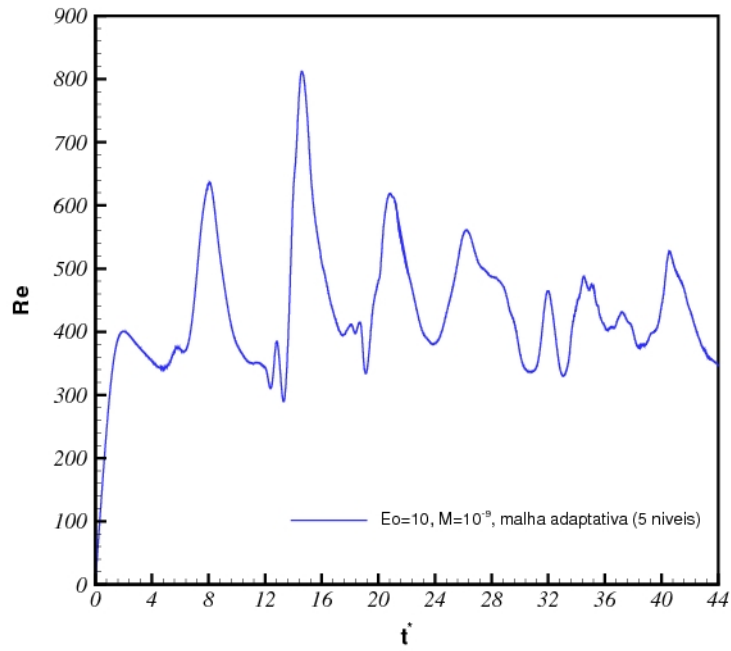


Figura 6.68: Evolução temporal do número de Re avaliado na malha composta $64 \times 192L5$, para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$.

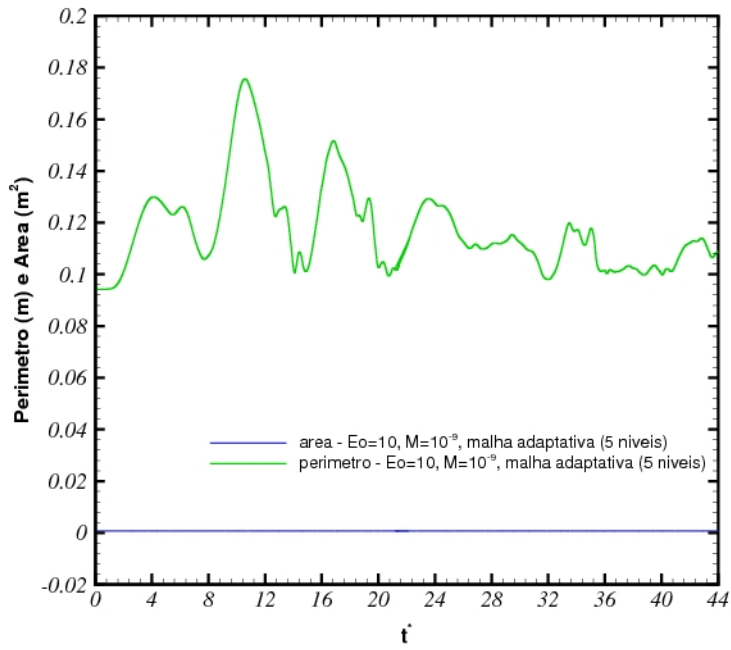


Figura 6.69: Evolução temporal da área e do perímetro na malha composta $64 \times 192L5$, para $Eo = 10$ e $M = 10^{-9}$.

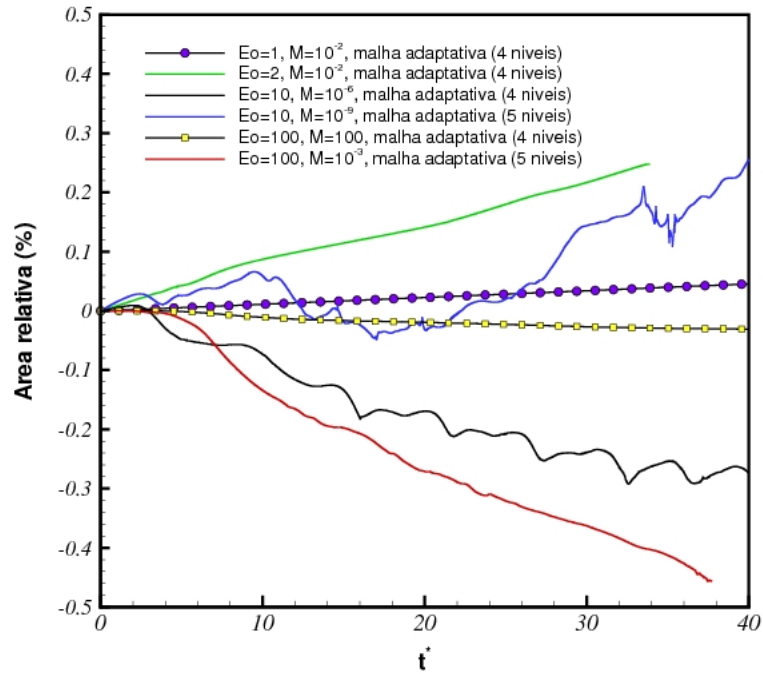


Figura 6.70: Evolução temporal da área relativa para os diferentes casos de bolhas isoladas simuladas.

6.4.4 Ascensão de Múltiplas Bolhas

Enquanto que a dinâmica de uma bolha isolada é importante para o entendimento do processo de escoamentos internos e externos à bolha, informações variadas e significantes podem ser extraídas na análise de ascensão de pequenos grupos de bolhas.

Esmaili e Tryggvason (1996, 1998, 1999), Bunner e Tryggvason (2002) e Tryggvason *et al.* (2001) têm estudado extensivamente a ascensão de múltiplas bolhas a baixos, moderados e altos números de Reynolds contendo de 20 a 324 bolhas em domínios bidimensionais e tridimensionais. Observa-se que para estes casos o movimento é caótico e as bolhas tendem a interagir entre si, por intermédio de coalescência, de choques e de fragmentações. Smolianski (2007) simula o processo de regime de golfadas a partir da introdução de 9 bolhas em um canal. Esta situação é devido ao fato que as bolhas entram nas esteiras das outras formando uma única bolha.

Nesta seção são, apresentados os resultados para 3 bolhas ascendentes a baixo número de Reynolds. Esta aplicação procura mostrar a pontecialidade do código ao trabalhar com várias interfaces e visualizar a interação dos campos de pressão e velocidade de cada

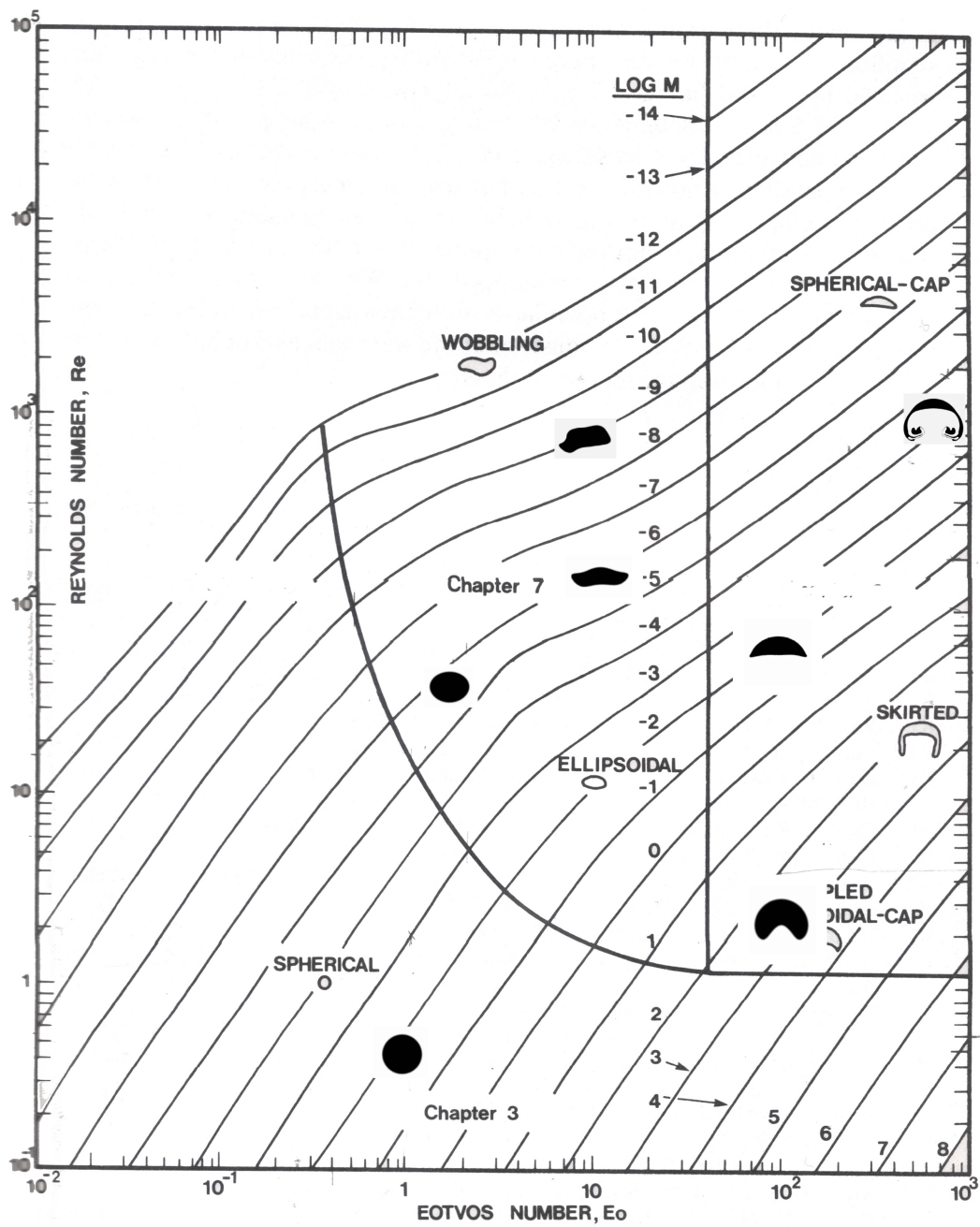


Figura 6.71: Diagrama geométrico de bolhas (diagrama experimental reproduzido de Clift *et al.*, (1978).

bolha no processo como um todo. Outra aplicação com duas bolhas em processo inicial de coalescência também foi simulada. É importante lembrar que o código ainda não está apto a simular completamente os processos de coalescência e fragmentação neste instante.

Os resultados com o campo de massa específica para três bolhas ascendentes são mostrados na Fig. 6.23. O diâmetro das três bolhas são iguais e têm valor de $0,03m$, a fração volumétrica é igual $0,012$ e $Eo=1$. Os resultados para este caso são avaliados na malha adaptativa refinada localmente com 5 níveis de refinamento, onde $l_{base} = 64 \times 128$ e $\Omega = [0; 3] \times [0; 6]$. Assim, o espaçamento da malha é da $\mathcal{O}(10^{-4})$ e o passo de tempo é da $\mathcal{O}(10^{-5})$.

Na fase inicial, observa-se a formação de um campo de pressão assimétrico na parte superior das bolhas laterais (Fig. 6.74), com intensidade maior que o campo de pressão na parte superior da bolha central. Como o campo de pressão é maior nas extremidades, a velocidade da bolha central é maior, o que faz com que ela se desloque mais rapidamente que as bolhas laterais. Devido à ação da esteira da bolha central, as bolhas laterais tendem a se afastar e posteriormente se atraem, até que a influência da esteira da bolha central diminua devido a sua maior aceleração. Esse deslocamento das interfaces são mostrados na Fig. 6.72. Nesta figura, são mostradas a posição do centróide na direção horizontal (Xc) pela posição do centróide na direção vertical (Yc). Legendre e Magnaudet (1998) relatam que duas bolhas lado a lado se atraem quando estão distantes uma das outras, mas se repelem quando estão próximas até uma distância de equilíbrio onde duas bolhas lado a lado ascendem de forma constante. Análises feitas por Harper (1997), mostram que duas bolhas esféricas em linha se atraem devido a esteira gerada e se repelem devido a um gradiente de pressão adverso. Quando esses dois efeitos tendem a balancear uns aos outros, então a bolha encontra uma distância de equilíbrio.

O campo de vorticidade desenvolvido entre as três bolhas é apresentado na Fig. 6.75. A influência da vorticidade gerada na bolha central e de sua esteira são facilmente observados. Nota-se que na fase inicial, as faces externas das bolhas laterais apresentam uma vorticidade com maior intensidade que as faces internas. A medida que a bolha central se acelera, as bolhas laterais sofrem então influência do campo de vorticidade da bolha central e o processo de atração se inicia até atingirem o equilíbrio. A evolução do número de Reynolds ao longo do tempo característico é mostrado na Fig. 6.76. Nota-se claramente que a aceleração da bolha central é maior que as demais. A evolução do perímetro e a

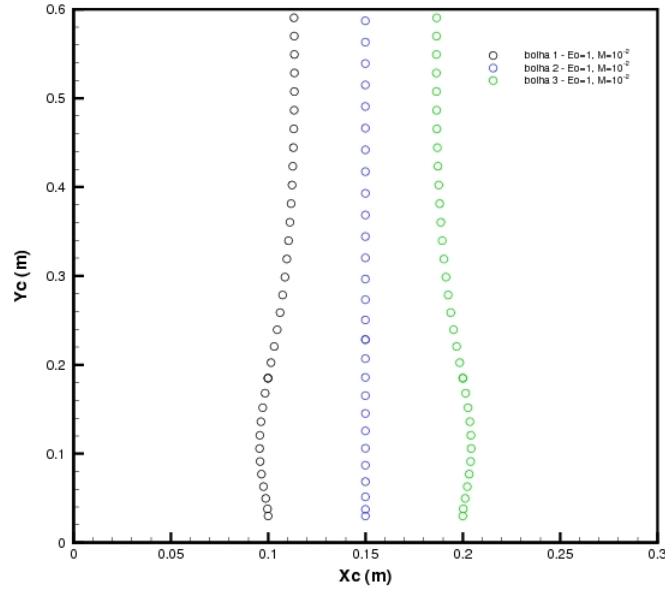


Figura 6.72: Evolução das posição do centróide de múltiplas avaliada na malha composta $64 \times 128L5$, para $Eo = 1$ e $\alpha = 0,012$.

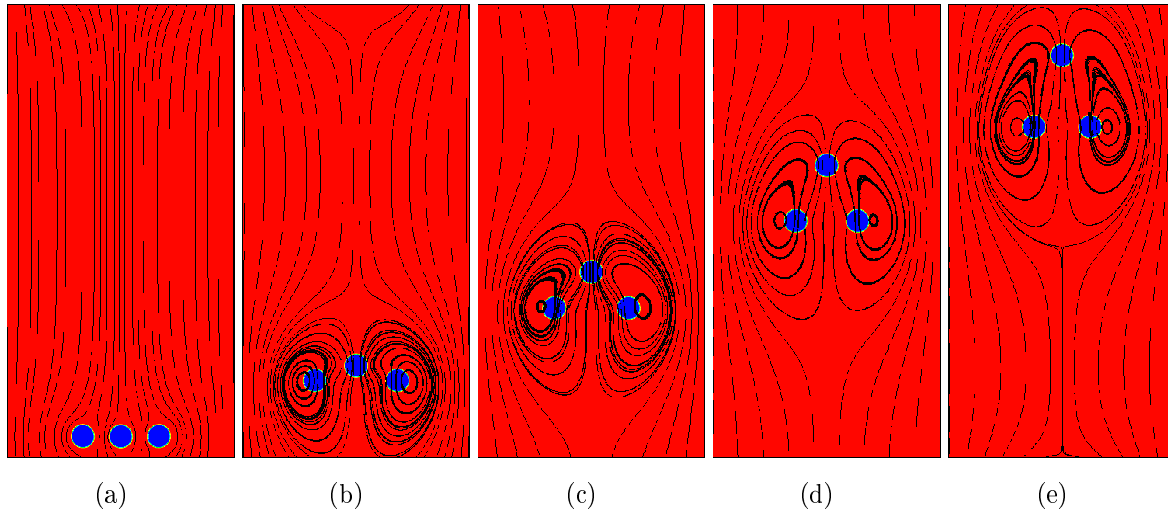


Figura 6.73: Evolução temporal do campo de massa específica sobreposto por linhas de corrente em uma malha composta $64 \times 128L5$, para $Eo = 1$ e $M = 10^{-2}$. (a) $t^* = 1,06$; (b) $t^* = 21,2$; (c) $t^* = 42,4$; (d) $t^* = 63,6$ e (e) $t^* = 100,0$

variação da área ao longo do tempo são apresentados na Fig. 6.77, os quais se mostram constantes ao longo do tempo característico devido ao baixo número de Reynolds.

Em estudo experimentais de interações binárias em bolhas deformáveis, Stewart (1995) e Brücker (1999), observaram que as colisões entre as bolhas somente ocorrem após uma

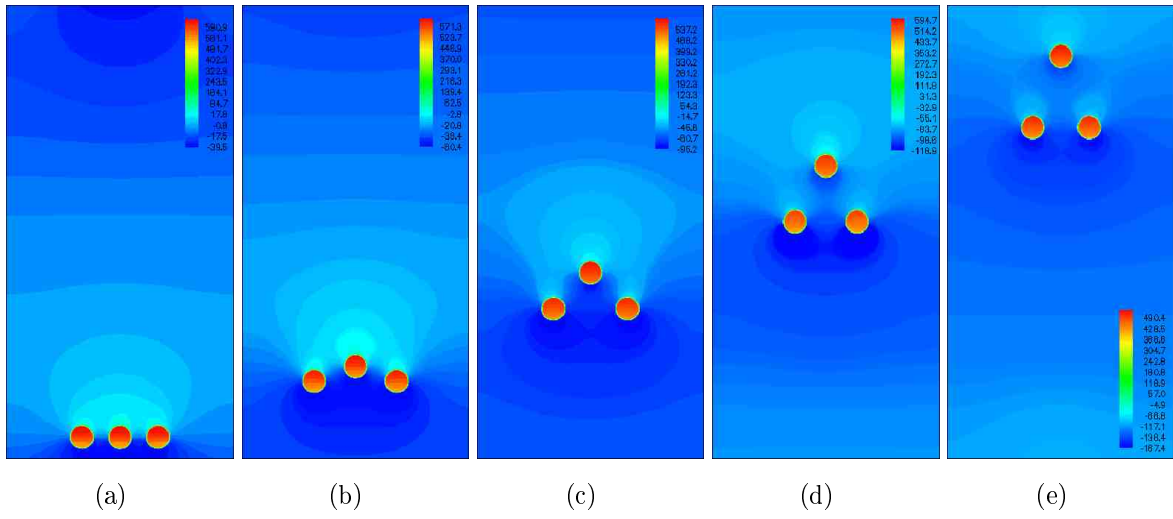


Figura 6.74: Evolução temporal do campo de pressão em uma malha composta $64 \times 128L5$, para $Eo = 1$ e $M = 10^{-2}$. (a) $t^* = 1,06$; (b) $t^* = 21,2$; (c) $t^* = 42,4$; (d) $t^* = 63,6$ e (e) $t^* = 100,0$

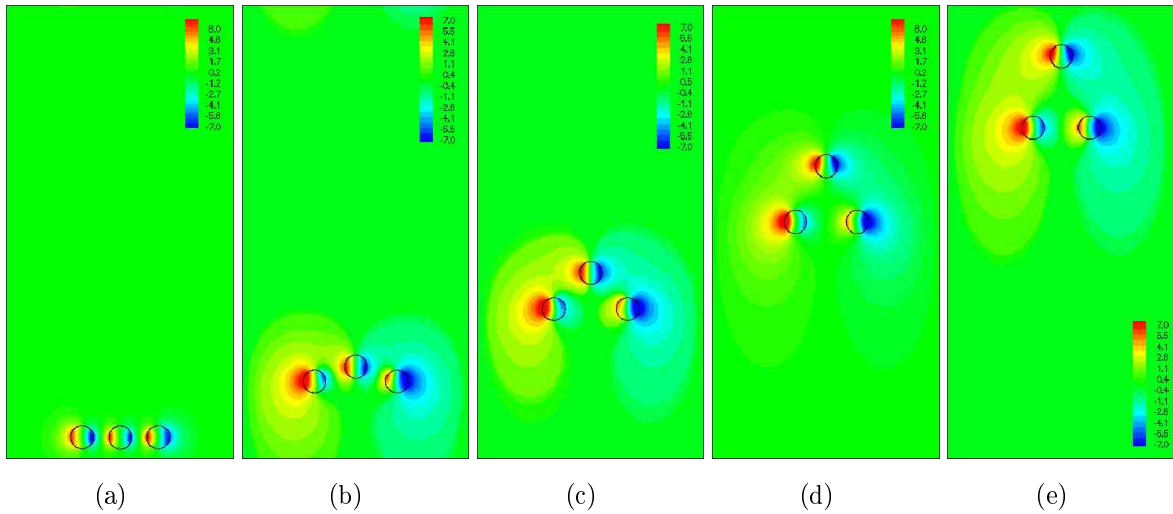


Figura 6.75: Evolução temporal do campo de vorticidade em uma malha composta $64 \times 128L5$ para $Eo = 1$ e $M = 10^{-2}$. (a) $t^* = 1,06$; (b) $t^* = 21,2$; (c) $t^* = 42,4$; (d) $t^* = 63,6$ e (e) $t^* = 100,0$

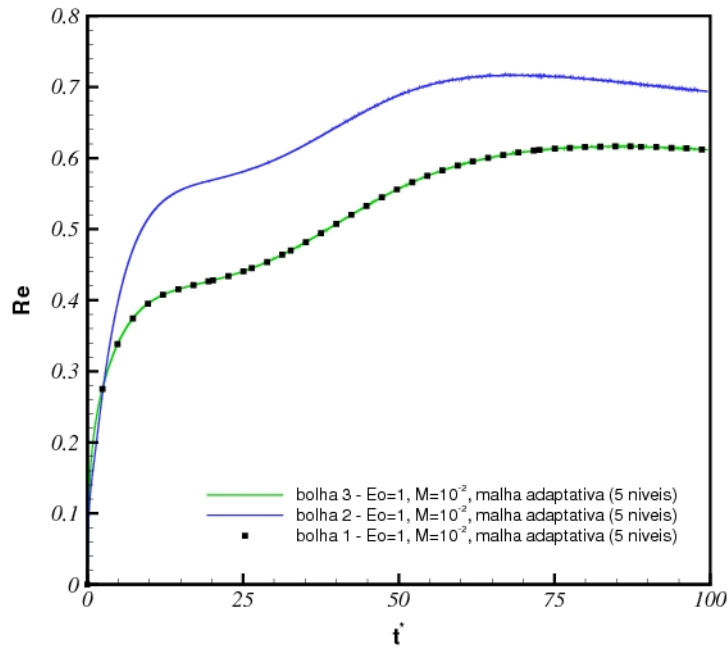


Figura 6.76: Evolução temporal do número de Re avaliado na malha composta $64 \times 128 L5$, para $Eo = 1$ e $M = 10^{-2}$ e múltiplas bolhas.

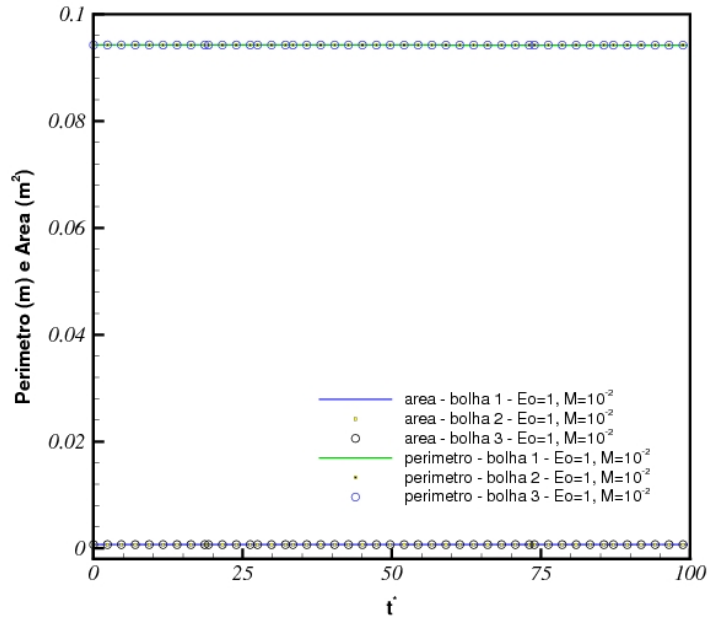


Figura 6.77: Avaliação da conservação das áreas para múltiplas bolhas e evolução do perímetro ao longo do tempo para $Eo = 1$ e $M = 10^{-2}$ na malha composta $64 \times 128 L5$.

bolha ter sido capturada pela esteira de outra bolha. Interessantemente, Stewart observa que as bolhas nunca coalescem durante a coalisão inicial. Quando duas bolhas se tocam, as suas velocidades começam a decair e a deformação da última bolha aumenta em cerca de 50%, ou seja, quando a energia cinética do fluido é transformada em energia superficial na interface da bolha (BUNNER e TRYGGVASON, 2003). A deformação da bolha que foi arrastada também aumenta, mas instantes depois e com uma extensão menor que a última bolha.

Os resultados, permitindo visualizar a coalisão entre duas bolhas com $d_d = 0,025m$ e $d_d = 0,015m$, com os respectivos números de Eötvös iguais a 10 e 3,60, são apresentados nas Figs. 6.79 a 6.81. A simulação é realizada adotando $\Omega = [0;3] \times [0;3]$ e fração volumétrica $\alpha = 0,03$, em uma malha com 6 níveis de refinamento, onde $l_{base} = 64 \times 64$. A evolução da remalhagem, acompanhando a deformação da interface é visualizada na Fig. 6.78, onde os perfis das malhas são mostrados juntamente com a função indicadora. O passo de tempo é de $\mathcal{O}(10^{-5})$ com $\Delta x = \Delta y = 0,3/2.048$ no nível mais fino. O tempo característico t^* é calculado em função do diâmetro da maior bolha. A simulação ocorre até o ponto em que as interfaces estão distantes quatro células uma das outras, ou seja, até o ponto em que a função indicadora ainda contém 4 células de distância da outra interface.

A evolução temporal do campo de massa específica sobreposto pelas linhas de corrente são apresentados na Fig. 6.79, onde observa-se a influência da esteira da última bolha na bolha menor, arrastando-a e levando-a à coalisão. A Fig. 6.80, ilustra o campo de vorticidade, apresentando os vórtices internos e externos à bolha. A presença de alta vorticidade indica baixos campos de pressão, os quais são observado na Fig. 6.81. A variação do número de Reynolds ao longo do tempo é apresentado na Fig. 6.82, onde conforme relatado por Bunnner e Tryggvason, observa-se que quando as duas bolhas se tocam as suas velocidades tendem a diminuir.

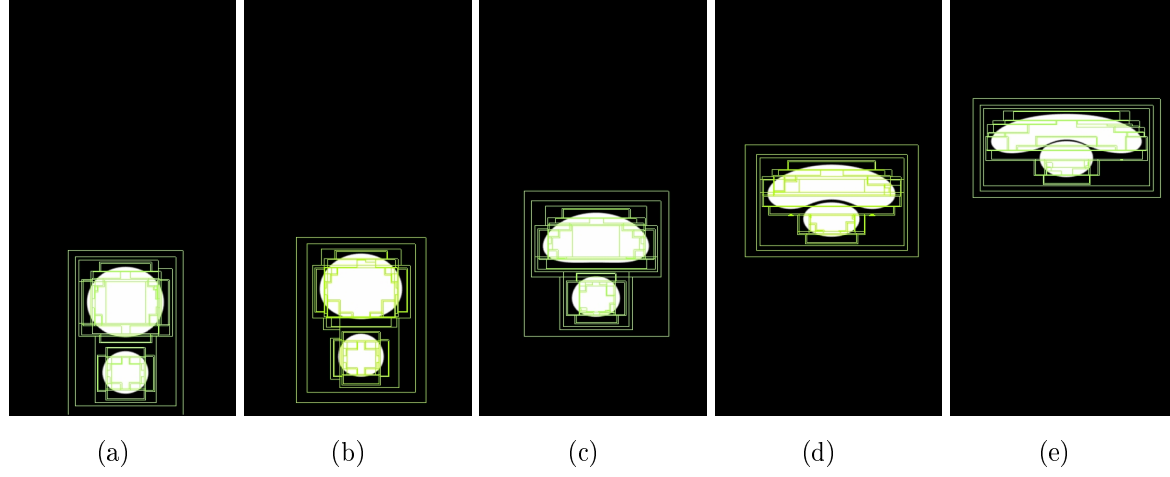


Figura 6.78: Evolução da remalhagem ao longo do tempo, utilizando malha adaptativa $64 \times 64L6$. (a) $t^* = 0,21$; (b) $t^* = 1,23$; (c) $t^* = 2,87$; (d) $t^* = 4,51$ e (e) $t^* = 6,0$.

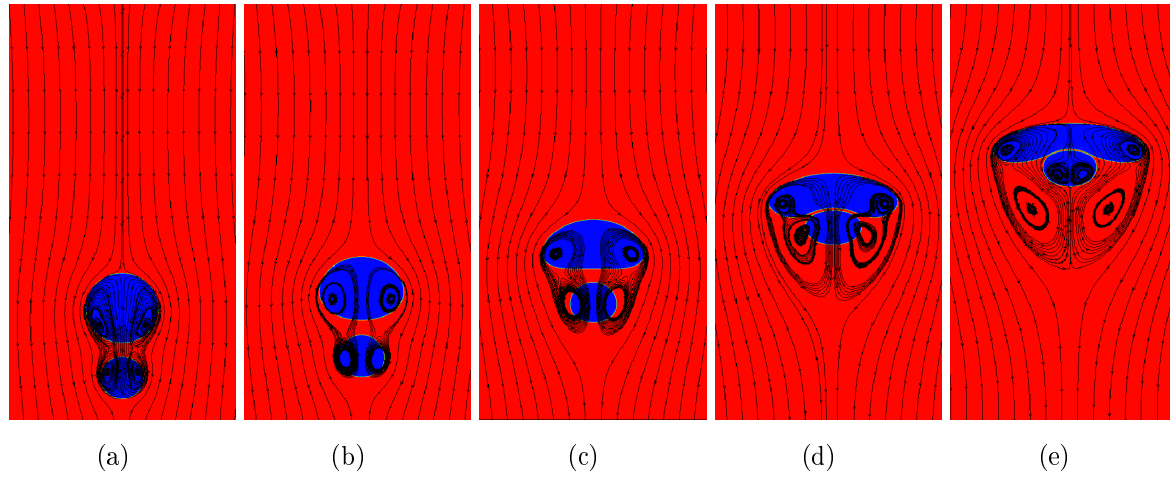


Figura 6.79: Evolução temporal do campo de massa específica sobreposto por linhas de corrente na malha composta $64 \times 64L6$. (a) $t^* = 0,21$; (b) $t^* = 1,23$; (c) $t^* = 2,87$; (d) $t^* = 4,51$ e (e) $t^* = 6,0$.

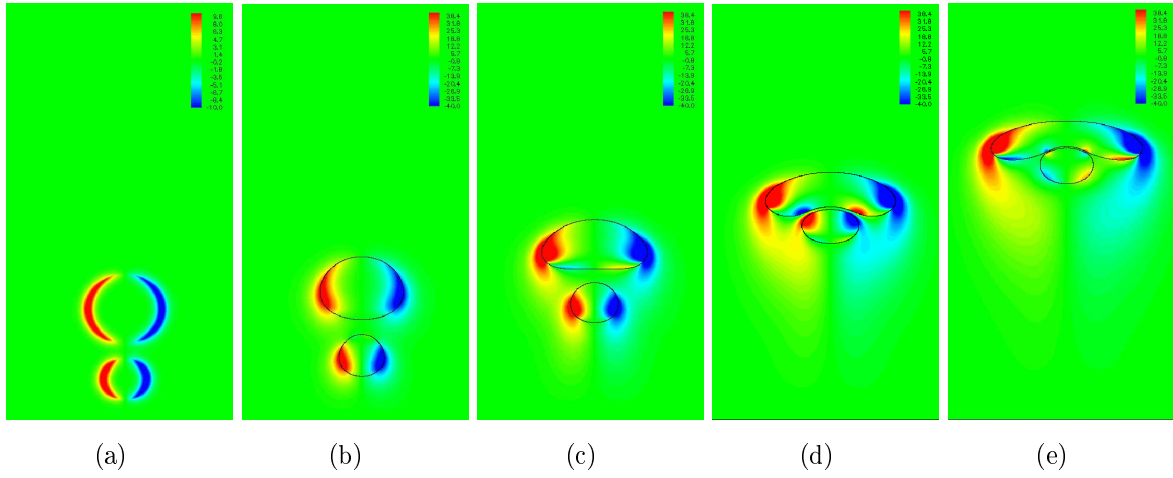


Figura 6.80: Evolução temporal do campo de vorticidade na malha composta $64 \times 64L6$. (a) $t^* = 0, 21$; (b) $t^* = 1, 23$; (c) $t^* = 2, 87$; (d) $t^* = 4, 51$ e (e) $t^* = 6, 0$.

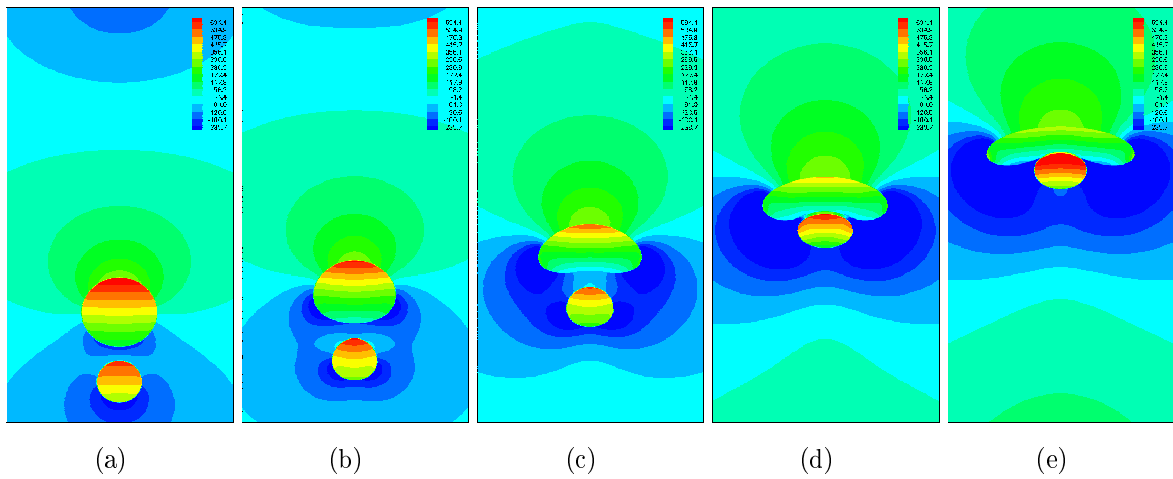


Figura 6.81: Evolução temporal do campo de pressão na malha composta $64 \times 64L6$. (a) $t^* = 0, 21$; (b) $t^* = 1, 23$; (c) $t^* = 2, 87$; (d) $t^* = 4, 51$ e (e) $t^* = 6, 0$.

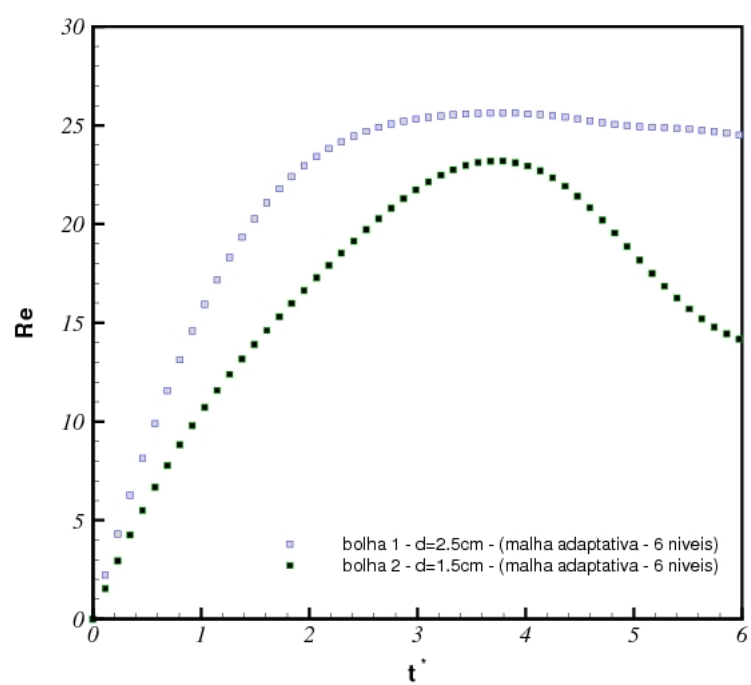


Figura 6.82: Evolução temporal do número de Reynolds avaliado na malha composta $64 \times 64L6$.

Capítulo 7

Conclusão e Perspectivas Futuras

No presente trabalho, foi apresentada uma estratégia computacional para a simulação bidimensional completamente adaptativa de escoamentos monofásicos e escoamentos bifásicos. A metodologia numérica empregada combinou malhas refinadas localmente com uma discretização temporal semi-implícita de segunda ordem e técnicas multigrid-multinível lineares para a solução de sistemas lineares. A discretização proposta é isenta de restrições severas de estabilidade e é menos onerosa do que os esquemas iterativos não lineares usados em discretizações completamente implícitas.

O principal objetivo que motivou a realização do presente trabalho foi contribuir com o desenvolvimento de uma nova metodologia de modelagem matemática de escoamentos bifásicos. Este tipo de escoamento exige um extenso domínio de discretização comparados com a dimensão da região de interesse (bolha/gota) e passos no tempo restritivos, quando metodologias de modelagem da turbulência são aplicadas. Para contornar estes desafios refinamentos localizados aplicados na região de interesse do escoamento e discretizações temporais que permitam trabalhar com largos passos no tempo são aplicados.

Os resultados apresentados no presente trabalho envolvem a análise de convergência do método, primeiramente na equação elíptica e posteriormente nas equações de Navier-Stokes, as quais apresentam segunda ordem de convergência para a velocidade e no mínimo primeira ordem de convergência para a pressão. Uma cavidade com tampa deslizante para diferentes números de Reynolds foi também simulada. O modelo sub-malha de Smagorinsky foi aplicado mostrando a potencialidade do código ao se trabalhar com

altos números de Reynolds, assegurando para todos os casos uma restrição temporal da ordem de $\mathcal{O}(\Delta x)$.

Escoamentos com a presença de geometrias móveis e deformáveis foram simulados utilizando-se o Método Híbrido *Front-Tracking/Front-Capturing*, os quais envolveram a aplicação da função indicadora e formulações explícitas para a implementação da interface e técnicas de regularização da malha lagrangiana. Foram aplicados diversos níveis de refinamento, utilizando malha adaptativa bloco-estruturada refinadas localmente. Para estes casos, foram obtidos resultados como campos de velocidade, vorticidade e pressão, os quais permitiram identificar o comportamento do escoamento interno e externo às interfaces bifásicas, bem como visualizar a interação e o emparelhamento dos vórtices para altos números de Reynolds. Estes resultados foram obtidos na simulação de monobolhas submetidas à diversos regimes e comparados com o diagrama de forma de Clift *et al.* (1978) e com a equação analítica de Young-Laplace. Estudos preliminares de múltiplas bolhas também foram apresentados, mostrando de interação entre si.

A principal conclusão do presente trabalho é que a metodologia apresentada é eficiente para a simulação numérica detalhada de escoamentos diversos, os quais podem ou não envolverem a presença de interfaces móveis e/ou deformáveis. A turbulência foi modelada mantendo-se, no entanto, uma restrição temporal mais flexível que o que se dispõem na literatura, sobretudo quando se leva em conta a modelagem da turbulência. Esta é uma contribuição original do presente trabalho.

Contudo, os autores entendem que essa estratégia numérica pode ser aperfeiçoada em vários aspectos. Nas técnicas multigrid-multinível, pode-se utilizar o Gradiente Conjugado Precondicionado visando melhorar o desempenho da metodologia ou ainda substituir o relaxador atual por uma relaxação por linha, o que implicaria na solução tridiagonal. Estas alterações permitiriam trabalhar com elevadas razões de massa específica além de melhorar o desempenho do código computacional perante a anisotropia introduzida por $\Delta x \neq \Delta y$. Também pode-se substituir a média simples por uma média ponderada (BRIGGS, 1987), a interpolação bilinear por uma interpolação bicúbica e o ciclo V e o ciclo W pelo *Full Multigrid*.

Dando continuidade a este trabalho, pretende-se estender esta metodologia para o domínio tridimensional, bem como implementar as formulações de coalescência e fragmentação em escoamentos bifásicos. Outros modelos de turbulência que permitam captar

com maior precisão os detalhes do escoamento tanto interno quanto externo à interface podem ser também implementado. O efeito de surfactantes também será analisado. O presente trabalho será objeto de continuidade para o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para aplicação industrial. Em particular, esta ferramenta deve ser tridimensional com modelagem de fragmentação e coalescência de interfaces, assim como de efeitos tenso-ativos. As aplicações serão voltadas para a indústria de refino de petróleo brasileira.

Capítulo 8

Bibliografia

ALMGREN, A. S., BELL, J. B., COLELLA, P. e HOWELL, L. H. An Adaptive Projection Method for the Incompressible Euler Equations. *11th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, FL, Julho 6-9., 1993

ALMGREN, A. S., BELL, J. B. e SZYMCZAK, W. G., A Numerical Method for the Incompressible Navier-Stokes Equations Based on Approximate Projection. *SIAM J. Sci. Computational*, vol. 17, No. 2, 1996.

ALMGREN, A. S., BELL, J. B., COLELLA, P., HOWELL, L. H. e WELCOME, M. L. A Conservative Adaptive Projection Method for the Variable Density Incompressible Navier-Stokes Equations. *Journal of Computational Physics*, vol. 142, p. 1-46, 1998.

ANNALAN, M. DENN, N. G. e KUIPERS J. A. M. Numerical Simulation of Gas Bubbles Behaviour Using a Three-Dimensional Volume of Fluid Method. *Chemical Engineering Science*, vol. 60, iss. 11, p. 2999-3011, 2005.

ASCHER, U. M., RUUTH, S. J. e WETTON, B. Implicit-Explicit Methods for Time-Dependent Pde's. *SIAM (Soc. Ind. Appl. Math.) J. Numer. Anal.*, vol. 32, p. 797, 1995.

AULISA, E., MANSERVISI, S., SCARDOVELLI, R. e ZALESKI, S. A Geometrical Area-Preserving Volume-of-Fluid Advection Method. *Journal of Computational Physics*, vol. 192, p. 355-364, 2003.

BADALASSI, V. E., CENICEROS, H. D. e BANERJEE, S. Computation of Multiphase Systems with Phase Field Models. *Journal of Computational Physics*, vol. 190, p. 371-397, 2003.

BALARAS, E. Modeling Complex Boundaries Using an External Force Field on Fixed Cartesian Grids in Large-Eddy Simulations. *Computers & Fluids*, vol. 33, p. 375-404, 2004.

BAKHALOV N. S., On the Convergence of a Relaxation Method with Natural Constraints on the Elliptic Operator. *USSR Com. Math. Math. Phys*, vol. 6, p. 101-135, 1996.

BELL, J. B., BERGER, M. J., SALTZMAN J. S. e WELCOME M., Three-Dimensional Adaptive Mesh Refinement for Hyperbolic Conservation Laws. *Technical Report UCRL-JC108794*, LLNL, 1991.

BELL, J. B., COLELLA, P., e GLAZ, H. M. A Second-Order Projection Method for Incompressible Navier-Stokes Equations. *Journal of Computational Physics*, vol. 85, p. 257, 1989.

BENEK, J. A., BUNING, P. G. e STEGER, J. L. A 3-D Chimera Grid Embedding Technique, *AIAA*, 85-1523, 1985.

BERGER, M. J. e OLIGER, J. Adaptive Mesh Refinement for Hyperbolic Partial Differential Equations. *Journal of Computational Physics*, vol. 53, p. 484, 1984.

BERGER, M. J. e JAMESON, A. Automatic Adaptive Grid Refinement for the Euler Equations. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, vol. 23, no. 4, p. 561-568, 1985.

BERGER, M. J. Data Structures for Adaptive Grid Generation. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, vol. 7, no. 3, p. 904-916, 1986.

BERGER, M. J. On Conservation at Grid Interfaces. *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 24, no. 5, p. 967-984, 1987.

BERGER, M. J. Local Adaptive Mesh Refinement for Shock Hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, vol. 82, p. 64-84, 1989.

BERGER, M. J. e RIGOUTSOS, I. An Algorithm for Hyperbolic Partial Differential

- Equations. *IEE Trans. Systems Man and Cybernet*, vol. 21 p. 1278-1286, 1991.
- BERGER, M. J. e LE VEQUE, R. J. Adaptive Mesh Refinement Using Wave Propagation Algorithms for Hyperbolic Systems. *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 35, no. 6, p. 2298-2316, 1998.
- BISWAS, S., ESMAEELI, A. e TRYGGVASON, G. Compariosn of Results from DNS of Bubbly Flows with a Two-Fluid Model for Two-Dimensional Laminar Flows. *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 31, p. 1036-1048, 2005.
- BRANDT, A. Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary-Value Problems. *Math. Comp.* vol. 31, no. 38, p. 333-390, 1977.
- BRIGGS, W. L. A Multigrid Tutorial. *SIAM - Society for Industrial and Applied Mathematics*, 3^a Edição, 1987.
- BROWN, D. L., CORTEZ, R. e MINION, M. Accurate Projection Methods for the Incompressible Navier-Stokes Equations. *Journal of Computational Physics*, vol. 168, p. 464-499, 2001.
- BRÜCKER, C. Structure and Dynamics of the Wake of the Bubbles and its Relevance for Bubble Interaction. *Physics of Fluid*, vol. 11, p. 1781-1796, 1999.
- BUNNER, B. e TRYGGVASON, G. Dynamics of Homogeneous Bubble Flows. Part 1. Rise Velocity and Microstructure of the Bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 466, p. 17-52, 2002.
- BUNNER, B. e TRYGGVASON, G. Dynamics of Homogeneous Bubble Flows. Part 2. Rise Velocity Fluctuantions. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 466, p. 53-84, 2002.
- BUNNER, B. e TRYGGVASON G. Effect of Bubble Deformation on the Properties of Bubbly Flows. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 495, p. 77-118, 2003.
- CENICEROS, H. D. e ROMA, A. M. Study of the Long-Time Dynamics of a Viscous Vortex Sheet with a Fully Adaptive Nonstiff Method. *Physics of Fluids* vol. 16, no. 12, 2004.
- CENICEROS, H. D. e ROMA, A. M. A Multi-Phase Flow Method with a Fast, Geometry-Based Fluid Indicator. *Journal of Computational Physics*, vol. 205, p. 391-400, 2005.

CHORIN, A. Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations. *Math. Comp.*, vol. 22, p. 745-762, 1968.

CHORIN, A.J.e MARSDEN, J.E. A mathematical introduction to uid mechanics. *3rd ed. New York: Springer-Verlag*, 1993.

CLIFT, R., GRACE, J. R. e WEBER, M. E. Bubbles, Drops and Particles. *Academic Press, Inc. (London) Ltd.*, 1978.

COLLIER, J. G. e THOME, J. R. Convective Boiling and Condensation. *Oxford Science Publications*, Walton St., Oxford OX2 6DP, 1995.

COUDER, Y., CHOMAZ, J. M., e RABAUD, M. *On the Hydrodynamics of Soap Films. Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 37, p. 384-405, 1989.

DATTA, R. L., NAPIER, D. H., e NEWITT, D. M. The Properties and Behavior of Gas Bubbles Formed at a Circular Orifice. *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, vol. 28, p. 14-26, como citado por Clift et al. (1978), 1950.

DAVIDSON, J. F., e SCHULER, B. O. Bubble Formation at an Orifice in a Viscous Liquid. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, vol. 38, p. 144-154, 1960a.

DAVIDSON, J.F., e SCHULER, B.O. Bubble Formation at an Orifice in an Inviscid Liquid. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, vol. 38, p. 335-342, 1960b.

DI MARCO, P., GRASSI, W., MEMOLI G., TAKAMASA, T., TOMIYAMA, A. e HOSOKAWA, S. Influence of Electric Field on Single Gas-Bubble Growth and Detachment in Microgravity. *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 29, p. 559-578, 2003.

DOUGLAS, C. C. Multigrid Methods in Science and Engineering. *IEEE Computational Science & Engineering*, vol. 3, no. 4, p. 55-68, 1996.

DOUGLAS, C., HU, J., RAY, J. THORNE, D. e TUMINARO, R. Cache Aware Multigrid for Variable Coefficient Elliptic Problems on Adaptive Mesh Refinement Hierarchies. *Numer. Linear Algebra Appl.*, vol. 11, p. 173-187, 2004.

DUDEK, S. A Structured-Grid Adaptive Mesh Refinement Multigrid Algorithm for Steady-State Flows. *PhD Thesis*, U.C., Berkeley, 1996.

- DURBIN, P. A e IACCARINO, G. An Approach to Local Refinement of Structured Grids, *Journal of Computational Physics*, vol. 181, p. 639-653, 2002.
- ELLINGSEN, K., e RISSO, F. On the Rise of an Ellipsoidal Bubble in Water: Oscillatory Paths and Liquid-Induced Velocity. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 440, p. 235-268, 2001.
- ENRIGHT, D., LOSASSO, F. e FEDKIW, R. A Fast and Accurate Semi-Lagrangian Particle Level Set Method. *Computers and Structures*, vol. 83, p. 479-490, 2005.
- ESMAEELI, A., ERVIN, E. e TRYGGVASON, G. Numerical Simulations of Rising Bubbles. *Blake, J.R., Boulton-Stone, J.M., Thomas, N.H. (Eds.), Bubble Dynamics and Interface Phenomena*. Kluwer, Dordrecht, p. 247-255, 1994.
- ESMAEELI, A. e TRYGGVASON, G. An Inverse Energy Cascade in Two-Dimensional, Low Reynolds Number Bubbly Flows. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 242, p. 655-700, 1996.
- ESMAEELI, A. e TRYGGVASON, G. Direct Numerical Simulations of Bubbly Flows Part 1. Low Reynolds Number Arrays. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 377, p. 313-345, 1998.
- ESMAEELI, A. e TRYGGVASON, G. Direct Numerical Simulations of Bubbly Flows Part 2. Moderate Reynolds Number Arrays. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 385, p. 325-358, 1999.
- FADLUN, E. A. VERZICCO, R., ORLANDI, P. e MOHD-YUSOF, J. Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulation. *Journal of Computational Physics*, vol. 161, p. 35-60, 2000.
- FAVRE, A. Equations des Gaz Turbulents Compressibles. *Journal de Mecanique*, vol. 4, no. 3, p. 361-390, 1965.
- FORTUNA, A. O. Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos: Conceitos Básicos e Aplicações. *Editora da Universidade de São Paulo*, SP, Brasil, 2000.
- FRACOIS, M., UZGOREN, E., JACKSON, J. e SHYY, W. Multigrid Computations with the Immersed Boundary Technique for Multiphase flows. *International Journal of*

Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, vol. 14, no. 1, p. 98-115, 2003.

GEAR, C.W. The numerical integration of ordinary differential equations. *Math. Comp.*, vol. 21, no. 2, p. 146-156, 1967.

GEAR, C.W. The automatic integration of sti ordinary differential equations. *Information Processing*, vol. 68, p. 187-193, 1969.

GEAR, C.W. The automatic integration of ordinary differential equations. *Communications of the ACM*, vol. 14, no. 3, p. 176-179, 1971.

GERMANO, M., A Proposal for a Redefinition of the Turbulent Stresses in Filtered Navier-Stokes Equations. *Physics of Fluids*, vol. 27, no. 7, p. 2323-2324, 1986.

GHIA, U., GHIA, K. N. e SHIN, C. T. High-Reynolds Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method. *Journal of Computational Physics*, vol. 48, p. 387-411, 1982.

GOZ, M. F., BUNNER, B., SOMMERFELD, M., e TRYGGVASON, G. The Unsteady Dynamics of Two-Dimensional Bubbles in a Regular Array. *ASME FEDSM00*, no. 11151, 2000.

GRIGORIADIS, D. G. E., BARTZIS, J. G. e GOULAS, A. An Efficient Treatment of Complex Geometries for Large Eddy Simulations of Turbulents Flow. *Computer & Fluids*, vol. 33, p. 201-222, 2004.

GUPTA, M. M., KOUATCHOU, J. e ZHANG J. Comparison of 2nd. and 4th. Order Discretizations for Multigrid Poisson Solvers. Department of Mathematics, The George Washington University, Washington, USA, 1995.

HACKBUSH, W. Multi-Grid Methods and Applications. *Springer-Verlag*, Berlin, 1985.

HAN, J. e TRYGGVASON G. Secondary Breakup of Axisymmetric Liquid Drops I. Acceleration by a Constant Body Force. *Physics of Fluid*, vol. 11, no. 12, p. 3650, 1999.

HAN, X., XU, C. e PRINCE, J. L. A 2D Moving Grid Geometric Deformable Model. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision Pattern Recognition*, 2003.

HARLOW, F. H. e WELCH, J. E. Numerical Calculation of Time-Dependent of Viscous

- Incompressible Flow of Fluids with Free Surfaces. *Physics of Fluids*, vol. 8, no. 12, p. 251-263, 1965.
- HARPER, J. F. Bubbles Rising in Line: Why is the First Approximation so Bad?. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 351, p. 298-300, 1997.
- HORTMANN, M., PERIC, M., e SCHEUERER, G. A. Finite Volume Multigrid Prediction of Laminar Natural Convection: Bench-Mark Solutions. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, vol. 11, p. 189-207, 1990.
- HOWELL, L. H. e BELL, J. B. An Adaptive-Mesh Projection Method for Viscous Incompressible Flow. *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 18, p. 996, 1997.
- KHURANA, A. K. e KUMAR, R. Studies in Bubble Formation. *III. Chem. Eng. Sci.*, vol. 24, p. 1711-1723, 1969.
- KIM, D. e LU, W. Three-Dimensional Model of Electrostatically Induced Pattern Formation in Thin Polymer Films. *Physical Review*, B 73, 035206 B, 2006.
- LEBRÓN, S. C., A Técnica de Multi Grelha na Solução de Problemas de Lubrificação Elasto-Hidrodinâmica. *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal de Uberlândia, MG, 2001.
- LEGENDRE, D., MAGNAUDET, J. e MOUNGIN, G. Hydrodynamic Interactions Between Two Spherical Bubbles Rising Side by Side in a Viscous Liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 497, p. 133-166, 2006.
- LESIEUR, M. Turbulence in Fluids. *Kluwer Academic Publishers*, 3^o Edição, 1997.
- LIMA E SILVA, A. L. F. Desenvolvimento e Implementação de Uma Nova Metodologia para Modelagem de Escoamentos sobre Geometrias Complexas: Método da fronteira Imersa com Modelo Físico Virtual. *Tese de Doutorado*. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2002.
- LIU, Z., ZHENG, Y., JIA, L. e ZHANG, Q. Study of Bubble Flow Structure Using PIV. *Chemical Engineering Science*. vol 60, p. 3537-3552, 2005.
- LU, J. e TRYGGVASON, G. Effect of Bubble Size in Turbulent Bubbly Downflow in a Vertical Channel. *Chemical Engineering Science*, In Press, Accepted Manuscript, Availa-

ble on line, 2007.

LU, J., BISWAS, S. e TRYGGVASON, G. A DNS study of laminar bubbly flows in a vertical channel. *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 32, iss. 6, p. 643-660, 2006.

MAGNAUDET, J., e EAMES, I. The Motion of High-Reynolds-Number Bubbles in Inhomogeneous Flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 32, 659-708, 2000.

MALISKA, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. *Ed. LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.*, Rio de Janeiro, 2004.

MARTIN, D. F. An Adaptive Cell-Centered Projection Method For the Incompressible Euler-Equations. *Ph.D. Thesis*, University of California, Berkeley, 1998.

MARTIN, D. e CARTWRIGHT, D. Solving Poisson's Equation Using Adaptive Mesh Refinement. *Technical Report M96/66*, University of California, Berkeley, Electronic Research Laboratory, <http://citeseer.ist.psu.edu/article/martin96solving.html>, 2006.

MAUCH, S. Efficient Algorithms for Solving Static Hamilton-Jacobi Equations. *PhD. Thesis*, California Institute of Technology, 2003

MCCORMICK, S. F. Multigrid Methods. *Frontiers in Applied Mathematics: 3*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1987.

MIN, C. e Gibou, F. A Second Order Accurate Level Set Method on Non-Graded Adaptive Cartesian Grids. A ser publicado no *Journal of Computational Physics*, 2006.

MINION, M. L. A Projection Method for Locally Refined Grids. *Journal of Computational Physics*, vol. 127, p. 158, 1996.

MIYASHITA, H. e YAMADA, Y. Practical Improvements of Multigrid Iteration for Adaptive Mesh Refinement Method. *Fluid Dynamics Research*, vol. 36, no. 3, p. 137-152, 2005.

MITTAL, R. e IACCARINO, G. Immersed Bounadry Methods. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 37, p. 239-261, 2005.

OLIVEIRA, J. E. S. Método de Fronteira Imersa Aplicado à Modelagem Matemática e

Simulação Numérica de Escoamentos Turbulentos sobre Geometrias Móveis Deformáveis. *Tese de Doutorado*, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2006.

PADILHA, E. Simulação de Grandes Escalas da Transição à Turbulência em Sistemas Rotativos com Transferência de Calor. *Tese de Doutorado*, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2004.

PEEBLES, F. e GARBER, H. Studies on the Motion of Gas Bubbles in Liquid. *Chem. Eng. Prog.*, vol. 49, p. 88-97, 1953.

PEHLIVAN, K. HASSAN, I. e VAILLANCOURT, M. Experimental Study on Two-Phase Flow Next Term and Pressure drop in Millimeter-Size Channels. *Applied Thermal Engineering*, vol. 26, iss. 14-15, p. 1506-1514, 2006.

PESKIN, C. S. Numerical Analysis of Blood flow in the Heart. *Journal of Computational Physics*, vol. 25, p. 220, 1977.

PESKIN, C. S. e MCQUEEN, D. M. Modeling Prosthetic Heart Valves for Numerical Analysis of Blood Flow in the heart. *Journal of Computational Physics*. vol. 37, 113, 1980.

PESKIN, C. S. e MCQUEEN, D. M. A General Method for the Computer Simulation of Biological Systems Interacting with Fluids. *SEB Symposium on Biological Fluid Dynamics*, Leeds, England, July 5-8, 1994.

PINHO, A. Z. P. Simulação Numérica de Grandes Escalas em Cavidades Tridimensionais com Tampa Deslizante Utilizando Modelagem Dinâmica. *Tese de Doutorado*, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2006.

PUCKETT, E. G., ALMGREN, A. S., BELL, J. B., MARCUS, D. L. e RIDER, W. A High-Order Projection Method for Tracking Fluid in Variable Density Incompressible Flows. *Journal of Computational Physics*, vol. 130, p. 269-282, 1997.

RABI, J. A. Aplicação do Método Multigrid na Solução Numérica de Problemas Simples de 2-D de Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor. *Tese de Doutorado*, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José do Campos, SP, Brasil, 1998.

RAMAKRISHNAN, S., KUMAR, R., e KULOOR, N. R. Studies in Bubble Formation

- I Bubble Formation Under Constant Flow Conditions. *Chemical Engineering Science*, vol. 24, p. 731 – 747., 1969.

RIBEIRO JR, C. P. e LAGE, P. L. C. Population Balance Modeling of Bubble Size Distributions in a Direct Contact Evaporator using a Sparger Model. *Chemical Engineering Science*, vol. 59, no. 12, p. 2363-2377, 2004.

ROMA, A. M. A Multilevel Self Adaptive Version of the Immersed Boundary Method. *PhD Thesis*, New York University, 1996.

ROMA, A. M., PESKIN C. S., e BERGER M. J. An Adaptive Version of the Immersed Boundary Method. *Journal of Computational Physics*, vol. 153, p. 509-534, 1999.

ROMA, A. M. Notas Pessoais. Universidade de São Paulo - IME-USP, roma@ime.usp.br, 2006.

SATYANARAYAN, A., KUMAR, R., e KULLOOR, N. R. Studies in Bubble Formation - II Bubble Formation Under Constant Pressure Conditions. *Chem. Eng. Sci.*, vol. 24, p. 749 – 761, 1969.

SILVA, A. R., Simulação Numérica de escoamentos em Transição sobre Cilindros Imersos. *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2004.

SILVA FREIRE, A. P., PHILIPPE, P., MENUT P. e SU, J. Turbulência: Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência. *ABCM*, 2002.

SILVEIRA-NETO, A. Relatório de Atividades - Pós Doutorado - Processo CNPq 200.754/87 – 4, 1997.

SILVEIRA-NETO, A. e MANSUR, S. S. Turbulência. Universidade Federal de Uberlândia, *Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas*, 2003.

SKAMAROCK W. C. e KLEMP J. B. Adaptive Grid Refinement for Two-Dimensional and Three-Dimensional Nonhydrostatic Atmospheric Flow. *Mon. Weather Re.*, vol. 121, p. 788, 1993.

SMOLIANSKI, A. Finite-Element/Level-Set/Operator-Splitting (FELSOS) Approach for Computing Two-Fluid Unsteady Flows with Free Moving Interfaces, *Int. J. Numer. Meth.*

Fluids, vol. 48, p. 231-269, 2005.

SMOLIANSKI, A., HAARIO, H. e LUUKKA, P., 2004. Vortex Shedding Behind a Rising Bubble and Two-Bubble Coalescence: A Numerical Approach. *Applied Mathematical Modelling*, vol. 29, p. 615-632, 2004.

SMOLIANSKI, A., HAARIO, H. e LUUKKA, P. Numerical Study of Dynamics of Single Bubbles and Bubble Swarms. *Applied Mathematical Modeling*, Manuscripto Aceito, 10.1016/j.apm.2007.01.004, 2007.

SMAGORINSKY, J. General Circulation Experiments with Primitive Equations. *Monthly Weather Review*, vol. 91, p. 99-164, 1963.

SOUSA, F. S., MANGIAVACCHI, N., NONATO, L. G., CASTELO, A., TOMÉ, M. F., FERREIRA, V. G., CUMINATO, J. A. e MCKEE, S. A Front-Tracking/Front-Capturing Method for the Simulation of 3D Multi-Fluid Flows with Free Surfaces. *Journal of Computational Physics*, vol. 198, p. 469-499, 2006.

SOUZA, F. Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos em um Hidrociclone. *Tese de Doutorado*. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2003.

STEINTHORSSON, E., MODIANO, D., CRUTCHFIELD, W. Y., BELL, J. B. e COLELLA, P. An Adaptive Semi-Implicit Scheme for Simulations of Unsteady Viscous Compressible Flow. *12th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, Orlando, Fl, 1995.

STEWART, C. W. Bubble Interaction in Low-Viscosity Liquids. *Int. J. Multiphase Flow*, vol 21, p. 1037-1046, 1995.

SUSSMAN, M., ALMGREN, A., BELL, J., COLELLA, P., HOWELL, L. e WELCOME, M. An Adaptive Level-Set Approach for Incompressible Two-Phase Flows. *J. Comput. Phys.*, vol. 148, p. 81-124, 1999.

SUSSMAN, M., SMERKA, P. e OSHER, S. A Level-Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow, *Journal of Computational Physics*, vol. 114, p. 146-159, 1994.

STRICKWERDA, J. C. Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations. *New York: Chapman & Hall*, 1989.

THORNBURG, H., SONI, B. K. e BOYALAKUNTAL, R. H. A Structured Grid Based Solution-Adaptive Technique for Complex Separated Flows. *Appl. Math Comput.* vol. 89, p. 259, 1998.

TERASAKA, K., e TSUGE, H. Bubble Formation Under Constant-Flow Conditions. *Chemical Engineering Science*, vol. 48, p. 3417-3422, 1993.

TRYGGVASON, G., BUNNER, B., ESMAEELI, A., JURIC, D., AL-RAWAHI, N., TAUBER, W., HAN, J., NAS, S. e JAN, Y. J. A Front-Tracking Method for Computations of Multiphase Flow. *Journal of Computational Physics*, vol. 169, p. 708-759, 2001.

TRYGGVASON, G. ESMAELLI, A., LU, J. e BISWAS, S. Direct Numerical Simulations of Gas/Liquid Multiphase Flows. *Fluid Dynamics Research*, vol. 38, iss. 9, p. 660-681, 2006.

TRYGGVASON, G., ESMAEELI, A. e AL-RAWAHI, N. Direct Numerical Simulations of Flows with Phase Change. *Computers & Structures*, Vol. 83, Iss. 6-7, pp. 445-453, 2005.

UNVERDI, S. O. e TRYGGVASON, G. A Front-Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multifluid Flows. *Journal of Computational Physics*, vol. 100, pp. 25-37, 1992.

VATSA, V. N., SANETRICK, M. D. e PARLETTE, E. B. Block Structured Grids for Complex Aerodynamic Configuration. *Proceedings of the Surface Modeling, Grid Generation and Related Issues in Computational Fluids Dynamics Workshop*, NASA Conference Publication, vol. 3291, p. 163, 1995.

WEINAN, E. e LIU, J. Projection Method I: Convergence and Numerical Boundary Layers. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, vol. 32, no. 4, p. 1017-1057, 1995.

WHITE, F. M. Viscous Fluid Flow. *McGraw-Hill*, 1991.

WHITE, F. M. Fluid Mechanics. *McGraw-Hill College*, 2002.

WINNIKOW, S., e CHAO, B. T. Droplet Motion in Purified Systems. *Physics of Fluids*, vol. 9, p. 50-61, 1996.

WÖNER, M. A Compact Introduction to the Numerical Modeling of Multiphase Flows.

Institut für Reaktorsicherheit Program Nukleare Sicherheitsforschung, 2003.

WRAITH, A. E. Two-Stage Bubble Growth at a Submerged Orifice. *Chem. Eng. Sci.*, vol. 26, p. 1659-1671, 1971.

YANG, J. C. e SONI, B. Structured Adaptive Grid Generation. *Appl. Math. Comput.*, vol. 65, p. 265, 1994.

YANH, J. e BALARAS, E. An Embedded-Boundary Formulation for Large-Eddy Simulation of Turbulent Flows Interacting with Moving Boundaries. *Journal of Computational Physics*, vol. 215, p. 12-40, 2006.

ZHANG, J. A Cost-Effective Multigrid Projection Operator. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 76, p. 325-333, 1996.

Apêndice A

Mapas Lagrangiano e Euleriano

Para que seja assegurado um suporte finito para a função Delta de Dirac a medida que a interface se move, *mapas* que identificam a localização da interface no nível l_{top-1} são criados. Tais mapas guardam as informações sobre onde estão localizados cada ponto lagrangiano na malha euleriana, ou seja, para um dado ponto k da interface identifica-se a qual malha este ponto pertence. Estes mapas consistem apenas de informações que são usadas a todo instante de tempo no processo de simulação numérica. Um outra finalidade, consiste em identificar se a interface está se movendo para fora do nível l_{bot} perdendo assim a configuração do suporte da função de Delta de Dirac. Para que isto seja possível uma borda denominada por *região proibida*, a qual contém ponteiros nulos, é criada ao redor das malhas projetadas do nível l_{top} no nível l_{top-1} .

À medida que a interface se desloca e toca a *região proibida* um ponteiro nulo é retornado acionando o algoritmo de remalhagem. A largura da borda ou da *região proibida* não deve ser menor que o suporte para a função Delta de Dirac. A Fig. A.1 ilustra a configuração do segundo mapa. Neste uma borda com duas células hachuradas é definida ao longo de todas as malhas do nível l_{top} que foram projetadas no nível l_{top-1} .

Os mapas aqui gerados são definidos em dois mapas “eulerianos” e um mapa “lagrangiano”. Estes mapas são consultados a todo instante de tempo no processo de simulação numérica, pois são eles que identificam em qual malha euleriana um determinado ponto lagrangiano se encontra. Os mapas eulerianos são matrizes de ponteiros com a quantidade de células do nível l_{bot} dividido por 2, pois isto advém da projeção das malhas pertencen-

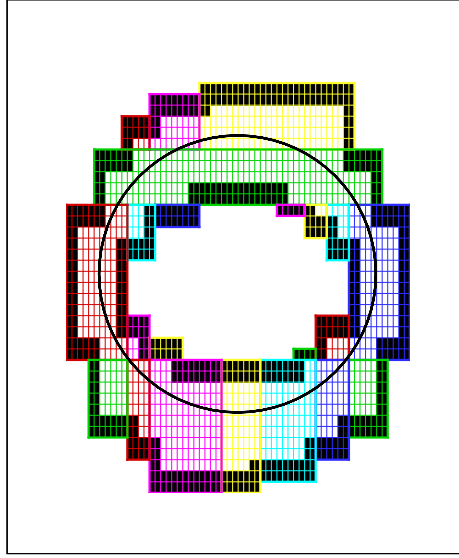


Figura A.1: Identificação da remalhagem para a presença da interface. Mapa com a região proibida definida por duas células no nível l_{top-1} .

tes ao nível l_{bot} no nível l_{bot-1} . O mapa lagrangiano por sua vez, é também um vetor de ponteiros de dimensão Nl , onde Nl é a quantidade de pontos lagrangianos.

Ambos os mapas armazenam em seu interior os ponteiros correntes, os quais guardam os dados de cada malha pertencente ao nível l_{bot} . O segundo mapa euleriano se difere do primeiro apenas pelo fato de não ser definido uma *região proibida* onde os ponteiros são nulos. É um mapa que apenas tem como função armazenar informações para uma eventual consulta. Os mapas eulerianos são atualizados a cada remalhagem, enquanto que o mapa lagrangiano é atualizado a todo passo no tempo, pois a todo passo no tempo a interface altera sua posição.

O algoritmo para a montagem dos mapas eulerianos é mostrado em A.1. O algoritmo A.2 apresenta a varredura para o mapa lagrangiano.

A.1: Mapa euleriano - algoritmo para a montagem da *região proibida*.

```

for  $l = G_{top,1}, G_{top,n}$  do
  Projetar o nível  $l_{top}$  no nível  $l_{top-1}$ .
  Nulificar todos os ponteiros.
  Preencher cada célula com o seu próprio endereço (ponteiro corrente).
  Preencher as células fantasmas com o endereço das células pertencentes as malhas
  irmãs.
  Identificar as bordas com uma largura superior ao suporte da função Delta de Dirac.
  Preencher as células das bordas com ponteiro nulo.
end for

```

A.2: Mapa lagrangiano

```

for  $k = 1, Nl$  do
  for  $l = G_{top,1}, G_{top,n}$  do
    if  $k \in l$  then
      Armazenar o ponteiro corrente.
    end if
  end for
end for

```

Apêndice B

Estrutura de Dados

A estrutura de dados que compõe a malha adaptativa refinada localmente muitas vezes pode tomar dimensões indesejáveis para os processadores atuais. Assim, uma estrutura de dados dinâmica, robusta e simples de ser manipulada deve ser utilizada. Pelo fato da malha composta ser um conjunto hierárquico de malhas, ou seja, as malhas mais finas estão completamente inseridas nas malhas grossas, permite que o acesso a cada malha e conseqüentemente a cada nível seja seqüencial. Devido a estes fatores, o uso de listas ligadas simplesmente encadeadas é aqui aplicado para armazenagem dos dados e acesso seqüencial.

Uma lista ligada é uma estrutura de dados dinâmica, flexível, que permite a fácil inserção e remoção dos seus elementos. Cada elemento da lista ligada é chamado de nó e contém dois campos: dados (para armazenar a informação do elemento) e próximo nó - um apontador que contém uma referência de memória sobre onde está armazenado o próximo nó da lista. Tanto a inserção quanto a remoção de um dado nó é permitido pela lista ligada desde que esse acesso seja seqüencial. A figura B.1 apresenta um esquema representativo de uma lista ligada.

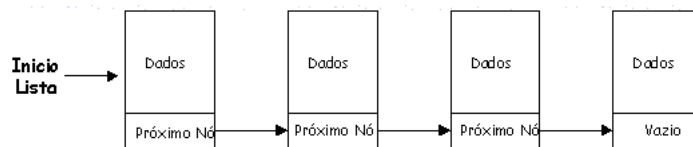


Figura B.1: Esquema representativo de uma lista ligada.

Para percorrer a lista é preciso definir um apontador *InicioLista* que aponta para o primeiro nó da lista. O “próximo nó” do último nó da lista é um apontador VAZIO (NULL) que não aponta para lugar nenhum, indicando o fim da lista.

Pode-se dizer que para cada nível l existe uma lista ligada, onde cada nó desta lista guarda as informações de uma malha. Uma malha é então caracterizada pelas seguintes informações armazenadas em cada nó da lista ligada:

- valor para o índice i da primeira célula correspondente ao espaçamento do nível em análise (ig),
- valor para o índice j da primeira célula correspondente ao espaçamento do nível em análise (jg),
- número de células na direção horizontal (nx),
- número de células na direção vertical (ny),
- posição que uma variável localizada na primeira célula ocupa em um vetor (iu).

A Figura B.2 permite exemplificar os dados contidos em uma malha composta com 3 níveis de refinamento.

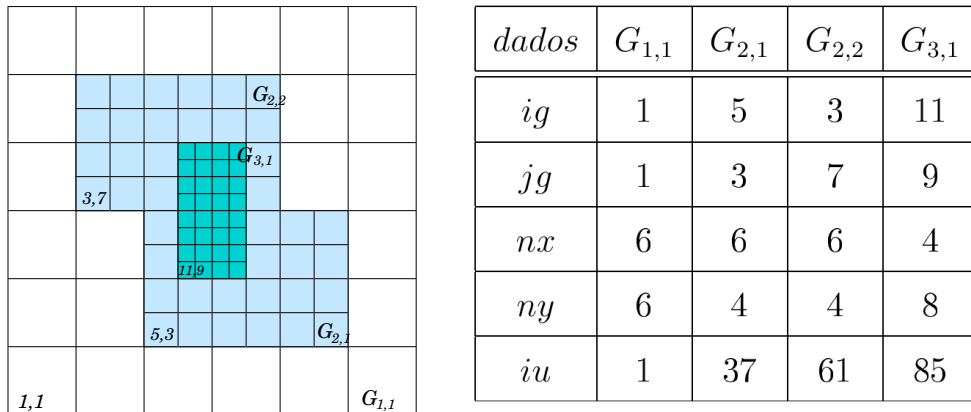


Figura B.2: Malha composta (direita) contendo informações a serem armazenadas em uma lista ligada (esquerda).

Todo o processo computacional é simulado usando a linguagem FORTRAN90, o qual contém a estrutura de ponteiros e tipos de dados derivados, permitindo a montagem da lista ligada. Um exemplo de como é realizado no código a varredura das malhas é mostrada pelo Algoritmo B.1, onde *curr* identifica o ponteiro corrente.

B.1: Leitura de dados utilizando lista ligada

```

for  $L = l_{bot}, l_{top}$  do
  curr $\Rightarrow$ InicioLista( $L$ )
   $\Delta x = \text{curr\%hx}$ 
   $\Delta y = \text{curr\%hy}$ 
  curr  $\Rightarrow$  curr%next
  loop
    ig = curr%grid%ix
    jg = curr%gridi%iy
    nx = curr%grid%mx
    ny = curr%grid%my
    iu = curr%gridi%iug
     $\vdots$ 
    if (.not.associated(curr%next)) then
      exit
    end if
    curr $\Rightarrow$  curr%next
  end loop
end for

```
