

WELLINGTON LUZIANO PAULO JÚNIOR

**MODELAGEM E AVALIAÇÃO NUMÉRICA DE
ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES
SINTONIZÁVEIS BASEADOS EM LIGAS COM
MEMÓRIA DE FORMA**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2012

Página intencionalmente deixada em branco.

WELLINGTON LUZIANO PAULO JÚNIOR

**MODELAGEM E AVALIAÇÃO NUMÉRICA DE ABSORVEDORES
DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES SINTONIZÁVEIS BASEADOS EM
LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Domingos Alves Rade.

UBERLÂNDIA – MG

2012

Página reservada à ficha catalográfica.

Aos meus pais Wellington e Silvana, minhas irmãs Stephanie e Geovanna e à minha noiva Samira pelo amor, apoio e compreensão sempre. À Deus, que esteve sempre comigo.

Página intencionalmente deixada em branco.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus, pela vida, pelas oportunidades à mim dadas, por ter iluminado meu caminho sempre e pelas pessoas que Ele colocou em minha vida .

Aos meus pais Wellington e Silvana e aos meus avós por terem me apoiado em todas as escolhas que eu fiz. Por terem sido o exemplo de honestidade e integridade e juntamente com minhas irmãs Stephanie e Geovanna terem me dado o incentivo para que eu continuasse estudando.

Ao meu bem, a minha noiva Samira, por ter me dado carinho, amor e compreensão desde que eu a conheci. Sem ela esses últimos 6 anos não teriam a mesma graça.

À todos os amigos que eu fiz durante a graduação e dentro do LMEst. Durante os anos que eu estive lá essas pessoas tornaram tudo mais fácil, seja com momentos de descontração, seja com as contribuições que estes fizeram à este trabalho. Não citarei nomes, pois foram muitos os que passaram por lá que se tornaram grandes amigos.

Ao meu orientador, Domingos Alves Rade pela amizade, pelos conselhos e orientação durante todos esses anos de convivência.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade concedida para realização do curso.

E aos órgãos de fomento de pesquisa CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico –, CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – e FAPEMIG – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – pelo suporte e auxílio financeiro.

Página intencionalmente deixada em branco.

PAULO JÚNIOR, W. L. **Modelagem e Avaliação Numérica de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Sintonizáveis Baseados em Ligas com Memória de Forma**. 2012. 96f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

RESUMO

No contexto dos chamados materiais inteligentes, as ligas com memória de forma (*Shape Memory Alloys* – SMA) vêm sendo intensivamente investigadas com vistas a aplicações em diversos tipos de sistemas de engenharia e em problemas interdisciplinares. Especificamente, as SMA têm sido utilizadas para a mitigação de vibrações mecânicas, graças ao chamado efeito pseudoelástico, responsável pela ocorrência de histerese. Outra característica relevante desses materiais é a coexistência de duas fases cristalográficas (martensita e austenita), com propriedades mecânicas distintas, cujas frações relativas dependem da temperatura e da tensão. No presente trabalho, esta última característica é explorada em associação com uma estratégia de controle passivo de vibrações, baseada nos chamados absorvedores dinâmicos de vibrações sintonizáveis (ADV), que são dispositivos conectados à estrutura vibratória, cuja rigidez e/ou inércia podem ser ajustados em conformidade com a frequência de excitação, de modo que a vibração da estrutura seja atenuada. Especificamente, explora-se a possibilidade de confecção de ADVs sintonizáveis cuja rigidez pode ser ajustada por meio de variações controladas da fração relativa martensita/austenita induzidas por alterações da temperatura. Por meio de simulações numéricas, evidencia-se a possibilidade de sintonizar um ADV aplicado a um sistema vibratório de um grau de liberdade, dentro de uma dada faixa de valores de frequência, utilizando duas configurações do elemento resiliente (barra e mola helicoidal de SMA), e quantificam-se as reduções de amplitudes obtidas. Os resultados das simulações confirmam o aumento da eficiência na atenuação de vibrações proporcionado pela estratégia empregada.

Palavras Chave: Ligas com memória de forma; Absorvedores dinâmicos de vibrações; materiais inteligentes; controle de vibrações.

Página intencionalmente deixada em branco.

PAULO JÚNIOR, W. L. **Numerical Modelling and Assessment of Tunable Dynamic Vibration Absorbers Based on Shape Memory Alloys**. 2012. 96f. M.Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brazil.

ABSTRACT

In the context of the so-called smart materials, shape memory alloys (SMA) have been extensively investigated aiming at various applications in different types of engineering problems as well as interdisciplinary problems. Specifically, SMAs have been used for the mitigation of mechanical vibrations, owing to their characteristic pseudoelastic effect, which is responsible for the occurrence of hysteresis. Another relevant feature of these materials is the coexistence of two crystallographic phases (martensite and austenite), which have dissimilar mechanical properties, whose relative fractions depend on temperature and stress. In the present dissertation, this latter feature is explored in association with a strategy of passive vibration control which is based on tunable dynamic vibration absorbers (TDVA). These devices, once connected to a vibrating structure, can have their inertia and/or stiffness and/or damping adjusted to match the excitation frequency. Specifically, such tuning is achieved by controlling the martensite/austenite fraction by applying convenient thermal loads. By means of numerical simulations, which include the integration of the equations of motion, it is put in evidence the possibility of tuning a TDVA applied to a single degree-of-freedom system, within a given frequency band using two configurations of the resilient element (SMA rod and helicoidal spring). The results enable to evaluate the levels of vibration mitigation achieved and confirm that the strategy investigated can provide improved performance in terms of vibration attenuation.

Keywords: Shape Memory Alloys; Dynamic Vibration Absorbers; Smart Materials; Vibration Control.

Página intencionalmente deixada em branco.

LISTA DE FIGURAS

Figuras	Páginas
Figura 1.1 - Representação de alguns domínios físicos e o acoplamento entre eles.	1
Figura 1.2 - Intervalos de tensão e deformação utilizáveis para atuadores de diferentes materiais inteligentes (LAGOUDAS, 2008).	2
Figura 1.3 - Comparação das frequências de atuação e de densidades específicas de energia de atuação entre diversos materiais inteligentes (LAGOUDAS, 2008).	3
Figura 1.4 - Foto do protótipo de um absorvedor dinâmico de vibrações adaptativo (RUSTIGHI; BRENNAN; MACE, 2003).	4
Figura 1.5 - Viga flexível controlada por atuadores SMA (SUZUKI; KAGAWA, 2010).	4
Figura 2.1 - Gráfico representando o efeito memória de forma de uma liga de NiTi (adaptado de Lagoudas (2008)).	10
Figura 2.2 - Gráfico representando o efeito memória de forma de uma liga de NiTi (adaptado de Lagoudas (2008)).	11
Figura 2.3 - Curvas tensão-deformação representando o efeito pseudoelástico (adaptado de Lagoudas (2008)).	12
Figura 2.4 - Diagrama tensão-deformação para um SMA em “ <i>minor looping</i> ” (adaptado de Lagoudas; Mayes; Khan (2001)).	12
Figura 2.5 - Exemplo de um fio de NiTi com $A_f = 65^\circ\text{C}$ testado a uma temperatura de 70°C em que a histerese estabiliza após 20 ciclos (adaptado de Lagoudas (2008)).	13
Figura 2.6 - Diagrama tensão-deformação para uma SMA em condições isotérmicas (adaptado de Lagoudas; Mayes; Khan (2001)).	14
Figura 2.7 - Diagrama de fase para SMAs (adaptado de Gao; Qiao; Brinson (2007)).	16
Figura 2.8 – Zona de transformação $[M]$ (adaptado de Gao; Qiao e Brinson (2007)).	18
Figura 2.9 - Modelo de sistema primário com ADV acoplado não amortecido (adaptado de de Silva (2007)).	21

Figura 2.10 - Representação do efeito da adição de um ADV não amortecido em um sistema de um grau de liberdade com razão de massas $M_2/M_1 = 0,2$. (adaptado de Cunha Jr (1999)).	23
Figura 2.11 - Modelo de sistema primário com ADV amortecido acoplado (adaptado de de Silva (2007)).	24
Figura 2.12 - Representação do efeito da adição de um ADV amortecido em um sistema de um grau de liberdade com razão de massas $M_2/M_1 = 0,2$ e diferentes fatores de amortecimento (adaptado de Cunha Jr (1999)).	25
Figura 3.1 - Sistema de um grau de liberdade com ADV contendo uma barra de SMA.	27
Figura 3.2 - Sistema de um grau de liberdade com ADV baseado em uma mola helicoidal de SMA.	32
Figura 3.3 - Distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da seção transversal do fio de uma mola linear (AGUIAR, 2011).	33
Figura 3.4 - Distribuição uniforme da transformação de fase (a) e da tensão de cisalhamento (b) (AGUIAR, 2011).	34
Figura 3.5 – Fluxograma do procedimento de resolução numérica das equações do movimento e equilíbrio térmico.	36
Figura 4.1 - Sistema de um grau de liberdade contendo barra de SMA.	38
Figura 4.2 - Respostas em deslocamento do sistema estudado para diferentes frações martensíticas.	40
Figura 4.3 - Variação das frações martensíticas com o tempo para as diferentes situações estudadas.	41
Figura 4.4 - Processo de aquecimento do material para manutenção da fração martensítica.	42
Figura 4.5 - Comparação entre os deslocamentos obtidos para $\xi = 0,9$ e diferentes processos de aquecimento do material.	42
Figura 4.6 - Exemplo de carregamento termomecânico com variação térmica harmônica.	43
Figura 4.7 - Funções de variação térmica linear e harmônica.	44
Figura 4.8 - Comparação entre as respostas temporais do sistema utilizando carregamentos térmicos variando de forma linear e harmônica.	45
Figura 4.9 - Frações martensíticas do material aquecido utilizando função linear e harmônica.	46

Figura 4.10 - Respostas temporais do sistema para diferentes taxas de aquecimento.	47
Figura 4.11 - Evolução da fração martensítica para diferentes taxas de aquecimento.	47
Figura 4.12 - Transformação de fase induzida pela temperatura.	49
Figura 4.13 - Comparação entre os deslocamentos obtidos sem e com a presença do ADV sintonizado.	49
Figura 4.14 - Deslocamentos do sistema primário para diferentes frações martensíticas do ADV.	50
Figura 4.15 - Comparação entre os deslocamentos obtidos sem e com a presença do ADV dessintonizado ($\xi = 1$).	51
Figura 4.16 - Deslocamentos do sistema primário para baixas variações de fração martensítica do ADV.	51
Figura 4.17 - Deslocamentos do sistema primário e do ADV com aquecimento do material com memória de forma.	52
Figura 4.18 - Deslocamentos do sistema primário considerando diferentes taxas de aquecimento do material.	53
Figura 4.19 - Evolução da fração martensítica considerando diferentes taxas de aquecimento do material.	54
Figura 4.20 - Comparação entre os deslocamentos obtidos sem e com a presença do ADV de mola SMA sintonizado.	56
Figura 4.21 - Deslocamentos do sistema primário para diferentes frações martensíticas do ADV de mola helicoidal.	57
Figura 4.22 - Deslocamentos do sistema primário sem e com o ADV incluindo aquecimento da mola SMA.	58
Figura 4.23 - Evolução da fração martensítica da mola SMA incluindo aquecimento.	58
Figura 4.24 - Deslocamentos do sistema primário sem e com o ADV incluindo aquecimento da mola SMA para uma força de excitação dez vezes maior.	59
Figura 4.25 – Evolução da fração martensítica da mola SMA incluindo aquecimento para força dez vezes maior.	60
Figura 4.26 - Deslocamentos do sistema primário considerando diferentes taxas de aquecimento da mola SMA.	61

Figura 4.27 - Evolução da fração martensítica considerando diferentes taxas de aquecimento da mola SMA.....	61
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Pontos de entrada, saída e direções normais para cada região de transformação.....	19
Tabela 4.1 - Parâmetros do sistema vibratório de 1 gdl e do SMA.	39
Tabela 4.2 - Parâmetros do sistema vibratório de 2 gdl e do SMA.	48
Tabela 4.3 - Parâmetros do sistema vibratório de 2 gdl contendo mola helicoidal.	55

Página intencionalmente deixada em branco.

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Letras Latinas:

- $[A]$: Região onde ocorre a transformação de martensita para austenita.
- ADV : Absorvedor dinâmico de vibrações.
- A_f : Temperatura final de formação de austenita.
- A_s : Temperatura de início de formação de austenita.
- A_{sma} : Área do SMA.
- C : Índice de mola.
- c_2 : Amortecimento do ADV.
- C_A : Coeficiente de influência de tensão para fase austenita.
- c_c : Amortecimento crítico.
- C_d : Inclinação da região de transformação de martensita maclada em orientada.
- C_M : Coeficiente de influência de tensão para fase martensita.
- c_{sma} : Calor específico do SMA.
- d : Diâmetro do fio.
- D : Diâmetro médio de espira.
- E_A : Módulo de elasticidade da austenita pura.
- E_M : Módulo de elasticidade da martensita pura.
- f : Razão das frequências naturais.

$F(t)$: Força de excitação.

F_0 : Amplitude da força de excitação.

$f^{[i]}$: Função da i-ésima transformação.

f_T : Função de carregamento térmico.

FRF : Função de resposta em frequência.

g : Razão das frequências forçadas.

G : Módulo de cisalhamento.

I : Corrente elétrica.

k_1 : Rigidez da estrutura primária.

k_2 : Rigidez do ADV.

K_s : Fator de correção de tensão de cisalhamento.

k_{sma} : Rigidez do SMA.

L_{sma} : Comprimento da barra de SMA.

$[M]$: Região onde ocorre a transformação de martensita maclada e/ou austenita para martensita orientada.

M_1 : Massa da estrutura primária.

M_2 : Massa do ADV.

M_f : Temperatura final de formação de martensita.

M_s : Temperatura de início de formação de martensita.

N : Número de espiras da mola helicoidal.

$\mathbf{n}^i$: Vetor que caracteriza a i-ésima transformação.

$[o]$: Região onde ocorre a transformação de martensita maclada em orientada.

$[o,t]$: Região de *overlapping*.

- P : Potência elétrica dissipada.
- R : Resistência elétrica do material.
- S : Entropia do material.
- SMA : *Shape Memory Alloys* (Ligas com memória de forma).
- $[t]$: Região onde ocorre a transformação de austenita para martensita maclada.
- T : Temperatura.
- T_0 : Temperatura de referência.
- u : Deslocamento longitudinal da mola.
- U : Energia interna do material.
- x_1 : Deslocamento da estrutura primária.
- X_1 : Amplitude de resposta da estrutura primária.
- $\dot{x}_1$: Velocidade da estrutura primária.
- $\ddot{x}_1$: Aceleração da estrutura primária.
- x_2 : Deslocamento do ADV.
- X_2 : Amplitude de resposta do ADV.
- $\dot{x}_2$: Velocidade do ADV.
- $\ddot{x}_2$: Aceleração do ADV.
- $Z^{[i]}$: Razão de distância da zona i com relação ao último ponto de transição.

Letras Gregas:

- α : Taxa de aquecimento.
- α_{sma} : Coeficiente de expansão térmica do SMA.
- ε : Deformação.

- ε_L : Deformação residual máxima.
- Φ : Energia livre de Helmholtz.
- γ : Ângulo de distorção.
- γ_L : Ângulo de distorção residual máximo do material.
- η : Fator de amortecimento.
- μ : Razão das massas.
- ν : Coeficiente de Poisson.
- ρ^i : Distância do ponto atual ao ponto de entrada da zona de transformação i.
- ρ_0^i : Comprimento da zona de transformação.
- ρ_j^i : Distância entre o último ponto de transição de transformação à fronteira.
- σ : Tensão.
- σ_{Af} : Tensão de final de formação da austenita.
- σ_{As} : Tensão de início de formação da austenita.
- σ_f : Tensão crítica final de alinhamento das variantes martensíticas.
- σ_{Mf} : Tensão final de formação da martensita.
- σ_{Ms} : Tensão de início de formação da martensita.
- σ_s : Tensão de início de alinhamento das variantes martensíticas.
- τ : Tensão de cisalhamento.
- τ' : Direção tangente ao caminho do carregamento.
- Ω : Frequência de excitação.
- ω_a : Frequência natural do ADV.
- ω_n : Frequência natural do sistema primário.
- ξ : Fração martensítica.

ξ_o : Parcela da fração martensítica orientada.

ξ_t : Parcela da fração martensítica acomodada.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	VII
RESUMO.....	IX
ABSTRACT.....	XI
LISTA DE FIGURAS	XIII
LISTA DE TABELAS	XVII
LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS	XIX
SUMÁRIO.....	XXV
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Materiais Inteligentes	1
1.2 Materiais com Memória de Forma.....	3
1.3 Absorvedores Dinâmicos de Vibrações.....	4
1.4 Contextualização e Objetivos do Trabalho	6
1.5 Organização da Dissertação	6
CAPÍTULO II - FUNDAMENTOS TEÓRICOS	9
2.1 Fenomenologia dos Materiais com Memória de Forma.....	9
2.2 Modelagem Constitutiva dos Materiais com Memória de Forma.....	13
2.3 Modelagem e Sintonização de ADVs.....	20

CAPÍTULO III - ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES BASEADOS EM MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA	27
3.1 Modelagem de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Utilizando Elemento de Barra	27
3.2 Modelagem de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Utilizando Molas Helicoidais.....	31
3.3 Resolução numérica das equações do movimento	35
CAPÍTULO IV - SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	37
4.1 Sistema de um grau de liberdade contendo barra de SMA	37
4.2 Sistema de dois graus de liberdade contendo barra de SMA	47
4.3 Sistema de dois graus de liberdade contendo mola helicoidal de SMA	54
CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	63
CAPÍTULO VI - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	65
ANEXO A.....	69
A.1 Parâmetros do Modelo Constitutivo de Brinson.....	69

CAPÍTULO I

Introdução

1.1 Materiais Inteligentes

Grande esforço de pesquisa vem sendo investido nos chamados materiais inteligentes. Esses materiais exibem acoplamento entre diferentes domínios físicos. Esse fenômeno ocorre quando uma mudança em uma variável de estado de um domínio físico causa variação em outra variável de estado de outro domínio físico, ou seja, ocorre uma conversão de energias entre os domínios físicos (LEO, 2007).

A Fig. I.1 apresenta alguns domínios físicos, suas variáveis de estado e os acoplamentos que podem ocorrer entre eles. Nela é possível verificar a existência do acoplamento entre os domínios mecânico e térmico nas ligas com memória de forma e o acoplamento elétrico-mecânico nos materiais piezelétricos e polímeros eletroativos.

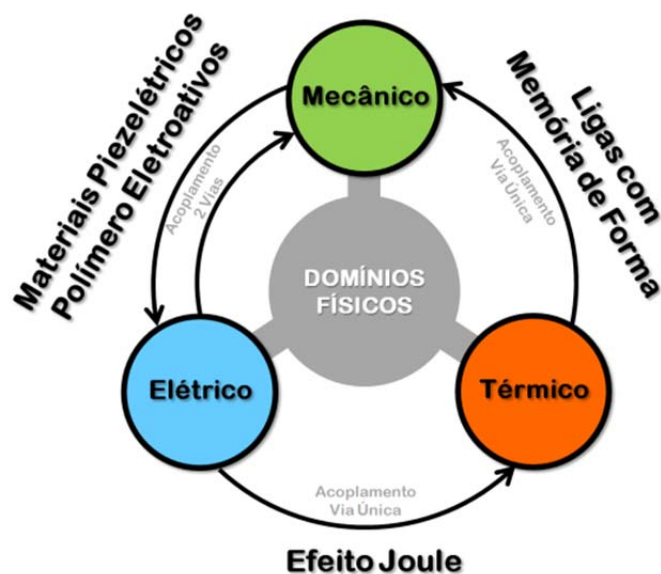


Figura I.1 - Representação de alguns domínios físicos e o acoplamento entre eles.

Grande parte dos materiais inteligentes pode também ser classificada como “ativa”. O conceito de material ativo é aplicado a materiais que exibem a capacidade de trabalhar como sensor e atuador, dependendo das condições às quais o sistema é sujeito. Materiais ativos normalmente geram resposta mecânica quando sujeitos a um campo não mecânico. A amplitude dessa resposta é uma ou várias ordens de grandeza maior que o comportamento usual do material (LAGOUDAS, 2008).

Os materiais inteligentes possuem grande potencial de aplicação em diversas áreas do conhecimento, desde a utilização de pastilhas piezelétricas no monitoramento de integridade estrutural de aeronaves (MOURA Jr.; STEFFEN, 2006) a dispositivos anti-terremoto utilizando ligas com memória de forma, amortecedores utilizando fluidos eletro-reológicos e músculos artificiais utilizando polímeros eletroativos.

A escolha de qual material inteligente a se utilizar depende das condições às quais ele estará sujeito. A Figura I.2 mostra a faixa de utilização de diversos materiais quanto à deformação total induzida e sua respectiva tensão de atuação, enquanto a Fig. I.3 mostra a faixa de frequência de atuação do material.

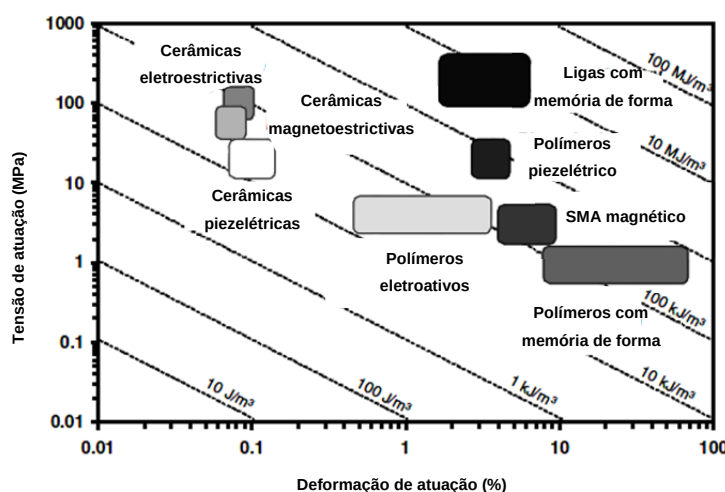


Figura I.2 - Intervalos de tensão e deformação utilizáveis para atuadores de diferentes materiais inteligentes (LAGOUDAS, 2008).

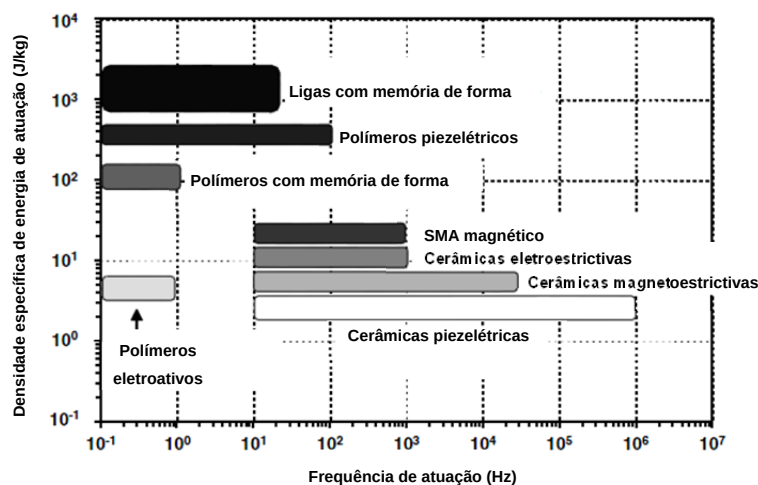


Figura I.3 - Comparação das frequências de atuação e de densidades específicas de energia de atuação entre diversos materiais inteligentes (LAGOUDAS, 2008).

Através das figuras acima se verificam as vantagens da utilização das ligas com memória de forma quando são necessários atuadores com alto grau de deformação e alta densidade específica de energia de atuação, porém esses materiais não são recomendados para aplicações onde são necessárias altas frequências de atuação; nesses casos é mais indicada a utilização de cerâmicas piezelétricas.

Dentre os diversos tipos de materiais inteligentes, os materiais com memória de forma são o foco de estudo deste trabalho, e, por este motivo, alguns conceitos sobre eles são apresentados a seguir.

1.2 Materiais com Memória de Forma

Ligas com memória de forma (*Shape Memory Alloys – SMA*) são ligas metálicas que apresentam propriedades únicas de recuperação de grandes deformações (da ordem de 6% a 8%) sob efeito da temperatura. Assim como qualquer liga metálica, possuem diferentes fases cristalográficas que ocorrem a diferentes temperaturas. As duas fases presentes são a martensita (estável a baixas temperaturas) e a austenita (estável a altas temperaturas). Transformações de fase também podem ser induzidas pela aplicação de cargas externas, por meio de um processo não difusivo (AURICHIO; TAYLOR; LUBLINER, 1997).

A martensita pode ser encontrada na forma maclada e não maclada, sendo a primeira decorrente do resfriamento do material sem a presença de carregamento, resultando uma autoacomodação da estrutura cristalina. A martensita não maclada, por sua vez, ocorre somente na presença de carregamento, havendo assim, uma direção preferencial da estrutura

cristalina. As transformações entre a martensita e a austenita produzem comportamento termomecânico representado por dois efeitos principais: efeito memória de forma e pseudoelasticidade, que serão discutidos mais adiante. Tais efeitos são explorados em diversas aplicações de Engenharia. No contexto do controle de vibrações as SMA foram empregadas em diversos trabalhos, como no absorvedor dinâmico de vibrações adaptativo desenvolvido por Rustighi, Brennan e Mace (2003) apresentado na Fig. I.4 e nos sistema de controle ativo realizados por Suzuki e Kagawa (2010), ilustrado na Fig. I.5 e Baz, Imam e McCoy (1990).



Figura I.4 - Imagem do protótipo de um absorvedor dinâmico de vibrações adaptativo (RUSTIGHI; BRENNAN; MACE, 2003).

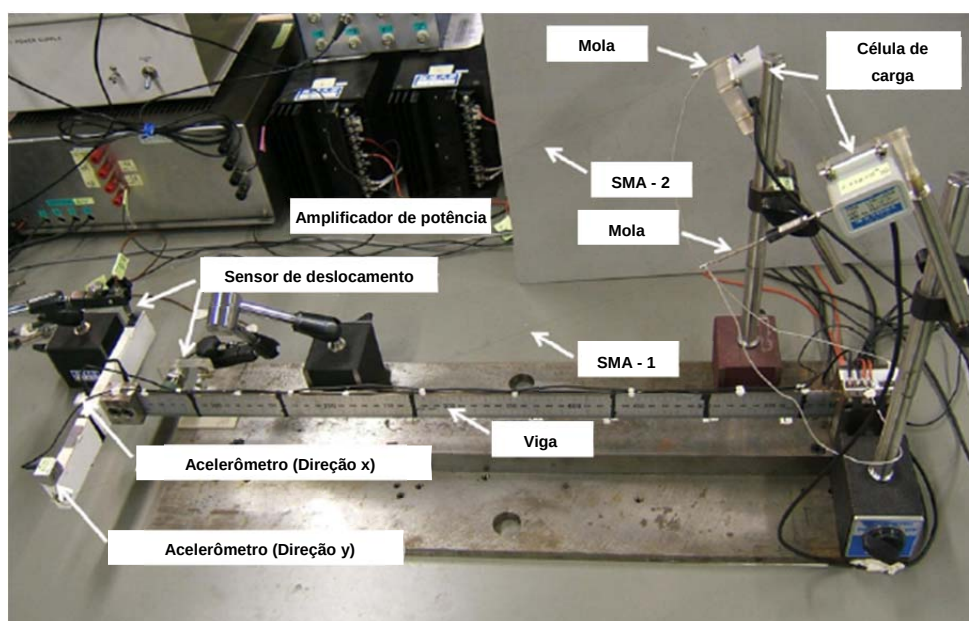


Figura I.5 - Viga flexível controlada por atuadores SMA (SUZUKI; KAGAWA, 2010).

1.3 Absorvedores Dinâmicos de Vibrações

O controle de vibrações é um dos campos de estudo mais importantes em engenharia, uma vez que diversos tipos de problemas ocorrem em estruturas de construção civil, equipamentos industriais, veículos terrestres e aéreos, decorrentes de vibrações indesejáveis.

Atualmente existem três categorias de métodos utilizados para controle de vibração: métodos ativos, passivos e semi-ativos.

Os métodos de controle ativo são utilizados quando a frequência de excitação é variável ou desconhecida (WILLIAMS; CHIU; BERNHARD, 2002). Normalmente é utilizado um controlador para amortecer a vibração da estrutura primária utilizando atuadores. Destacam-se o uso de diversos tipos de atuadores nesse método, como atuadores piezelétricos (LEO, 2007) e atuadores SMA (SUZUKI; KAGAWA, 2010). Esta metodologia tem como vantagem controlar uma banda larga de frequências, porém requer uma combinação complexa de sensores, atuadores e controladores, além de ter potencial de introduzir instabilidades no sistema.

Enquanto nos métodos ativos de controle de vibração é necessária uma fonte de energia externa, nos métodos passivos são utilizados dispositivos para absorver a energia vibratória sem a inserção de energia no sistema (INMAN, 2006). Dentre as estratégias de controle passivo, citam-se a utilização de materiais viscoelásticos, dispositivos elastoplásticos com capacidade de sofrer ciclo histerético (através do efeito pseudoelástico dos SMA, por exemplo), amortecedores viscosos e de atrito (MOTAHARI; GHASSEMIEH; ABOLMAALI, 2007), circuitos *shunt* (FLEMING; BEHRENS; MOHEIMANI, 2002) e os absorvedores dinâmicos de vibração.

Os Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADVs) são classificados como dispositivos passivos de controle de vibração por não ser necessária a introdução de energia externa ou controle no sistema durante a operação. Eles são essencialmente dispositivos de parâmetros concentrados de massa, rigidez e amortecimento que, uma vez acoplados a um sistema mecânico, são capazes de absorver a energia vibratória, reduzindo as amplitudes do movimento no ponto de conexão (CUNHA Jr., 1999). A grande dificuldade deste tipo de dispositivo ocorre quando a excitação do sistema é variável, ocorrendo assim a desintonização do ADV e a consequente perda de eficiência no controle da vibração do sistema primário.

Uma alternativa são os métodos semi-ativos que buscam integrar os aspectos positivos dos métodos passivos e ativos em um único sistema. Estes métodos utilizam fontes de energia externa não para ativar atuadores como nos métodos ativos, mas para modificar parâmetros do sistema como massa, rigidez e amortecimento. Dentre os métodos semi-ativos cita-se o ADV adaptativo que busca modificar as características do ADV “*on line*” para se adaptar a atual situação do sistema e atenuar a vibração através do controle dos parâmetros do ADV (CUNHA Jr., 2004).

As SMAs são uma alternativa viável na confecção de ADVs adaptativos pela possibilidade de rigidez variável através da mudança de temperatura. Diversos trabalhos focam no

desenvolvimento de ADVs adaptativos utilizando SMAs como elemento de rigidez variável, como Williams, Chiu e Bernard (2002), Williams, Chiu e Bernard (2005), Rustighi, Brennan e Mace (2005) e Savi, De Paula e Lagoudas (2011).

Diferentemente de um ADV adaptativo, onde a rigidez ou a massa é alterada em tempo real com o sistema funcionando, pode-se definir o ADV sintonizável, que utiliza do mesmo princípio de modificar alguma característica do sistema, porém esta é feita de forma “*off line*”. Tendo em vista que a principal desvantagem de utilizar as SMAs no controle de vibrações está no fato que a alteração da rigidez do elemento depende do processo de transformação de fase, sendo este lento, pois depende da transferência de calor por condução e convecção, a alternativa de modificar os parâmetros do sistema de forma “*off line*” pode ser mais eficiente em sistemas reais.

1.4 Contextualização e Objetivos do Trabalho

Desenvolvida no Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. J.E.T. Reis (LMEst), da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU, a presente dissertação tem por objetivo a modelagem de materiais com memória de forma para controle passivo de vibração através do desenvolvimento de um absorvedor dinâmico de vibrações sintonizável.

O trabalho abrange a fenomenologia dos materiais com memória de forma, assim como sua modelagem constitutiva baseada em um modelo descrito na literatura e a sua implementação numérica para realização de simulações de sistemas vibratórios.

O estudo se insere no contexto das atividades desenvolvidas no âmbito do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT-EIE), sediado pelo LMEst, que se dedica ao estudo dos fundamentos e aplicações de materiais inteligentes em diversos tipos de problemas de engenharia e problemas multidisciplinares.

1.5 Organização da Dissertação

O trabalho está dividido em cinco capítulos, organizados da seguinte forma:

No Capítulo I são apresentados os comentários introdutórios e objetivos do trabalho.

O Capítulo II é dedicado aos fundamentos teóricos acerca da fenomenologia dos SMA, da sua modelagem constitutiva e da modelagem de ADVs.

O Capítulo III trata de absorvedores dinâmicos de vibração sintonizáveis baseados em materiais com memória de forma, sendo discutidas suas formulações considerando uma barra de SMA e, posteriormente, uma mola helicoidal de SMA.

O Capítulo IV contempla as simulações numéricas realizadas de sistemas de um grau de liberdade contendo SMA e sistemas de um grau de liberdade com um ADV acoplado, onde este ADV tem como elemento de rigidez o material com memória de forma.

Por fim, o Capítulo V traz as conclusões gerais e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

Fundamentos Teóricos

2.1 Fenomenologia dos Materiais com Memória de Forma

As diferentes fases presentes nos materiais com memória de forma são a razão pela qual esses materiais possuem propriedades tal como a recuperação de forma (efeito memória de forma) e o efeito pseudoelástico. Em altas temperaturas a fase estável é a austenita, que, quando resfriada sem a presença de carregamento, se transforma em martensita maclada em um processo onde ocorre acomodação da estrutura cristalina e não há mudança visível na forma do material; esse processo é chamado de Transformação Direta (LAGOUDAS, 2008, SAADAT et al., 2002, AURICHIO; TAYLOR; LUBLINER, 1997).

Quando a martensita maclada é aquecida ela se transforma em austenita e este fenômeno é chamado de Transformação Inversa. As duas transformações induzidas pela temperatura citadas ocorrem em faixas definidas por valores característicos de cada tipo específico de material, a saber: a temperatura de início de formação de martensita (M_s - *Martensitic start temperature*), temperatura final de formação de martensita (M_f - *Martensitic finish temperature*), temperatura de início de formação de austenita (A_s - *Austenitic start temperature*) e temperatura final de formação de austenita (A_f - *Austenitic finish temperature*) (LAGOUDAS, 2008).

As transformações de fase nesses materiais também podem ser induzidas por carregamentos mecânicos (KHAN; LAGOUDAS, 2002). Existe uma tensão crítica que promove na martensita maclada a reorientação de sua estrutura cristalina e, conseqüentemente, uma mudança de forma devida à orientação da estrutura cristalina em uma direção preferencial. Essa fase é chamada de martensita não maclada e permanece mesmo após a retirada da carga. O posterior aquecimento dessa estrutura deformada gera a formação de estrutura austenítica e recuperação total da deformação sofrida. O resfriamento sem a presença de carregamento sempre retorna o material a sua fase de martensita maclada, pois ocorre autoacomodação das variantes martensíticas (LAGOUDAS, 2008).

Na presença de carregamento, é possível que o material se transforme diretamente de austenita em martensita não maclada se a tensão mecânica aplicada for superior à tensão crítica final de alinhamento das variantes martensíticas (σ_f), esse efeito é conhecido como pseudoelástico. A retirada do carregamento retorna o material à fase austenítica (KHAN et al., 2004).

Todos os fenômenos descritos acima são representados na Fig. II.1.

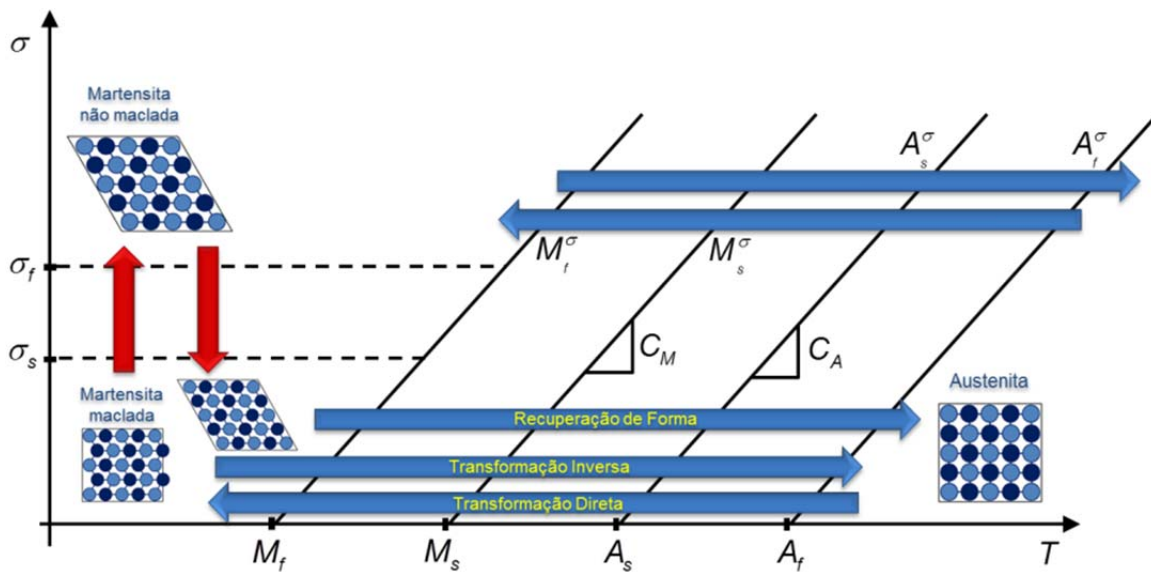


Figura II.1 - Gráfico representando o efeito memória de forma de uma liga de NiTi (adaptado de Lagoudas (2008)).

Um detalhe que pode ser verificado na Fig. II.1 é com relação às temperaturas características A_s , A_f , M_s e M_f , conforme o carregamento mecânico aumenta estas temperaturas são alteradas de forma linear com inclinações C_M e C_A .

Como já foi dito anteriormente, os dois principais efeitos que as SMAs podem sofrer são o efeito memória de forma e o efeito pseudoelástico. O primeiro é ilustrado na Fig. II.2, onde é possível verificar que aplicando carregamento em uma estrutura composta de martensita maclada (ponto B), o material ultrapassa as tensões de alinhamento das variantes martensíticas e se transforma em martensita não maclada (ponto C), apresentando grandes deformações macroscópicas. Verifica-se que no ponto D, quando a carga é totalmente retirada, existe uma deformação residual. A partir do aquecimento do material a martensita não maclada é transformada em austenita, recuperando completamente a deformação sofrida pelo material (ponto A). Quando o material é resfriado, ele retorna a sua configuração inicial (ponto B) (LAGOUDAS, 2008).

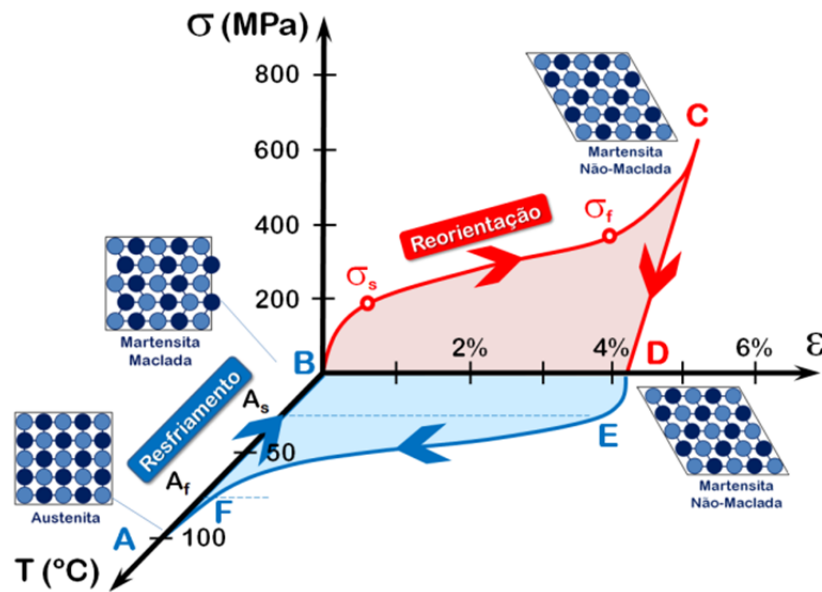


Figura II.2 - Gráfico representando o efeito memória de forma de uma liga de NiTi (adaptado de Lagoudas (2008)).

O efeito pseudoelástico, por sua vez, é uma transformação induzida pelo carregamento e posterior descarregamento, gerando grande deformação e recuperação quando o material está a uma temperatura acima de A_f , na qual a única fase presente no material é a austenita (KHAN et al., 2004).

Na Figura II.3 verifica-se que o material ultrapassa as tensões de formação de martensita quando carregado (σ_{Ms} e σ_{Mf}). Quando ocorre o descarregamento, o material retorna passando pelas tensões de formação de austenita (σ_{As} e σ_{Af}) e recuperando completamente a deformação inicialmente sofrida. Verifica-se que o material exibe um comportamento histerético, motivo que justifica a utilização das SMA em aplicações no controle passivo de vibração, uma vez que a histerese provoca dissipação de energia vibratória (JOHNSON et al., 2008, GANDHI; CHAPUIS, 2002).

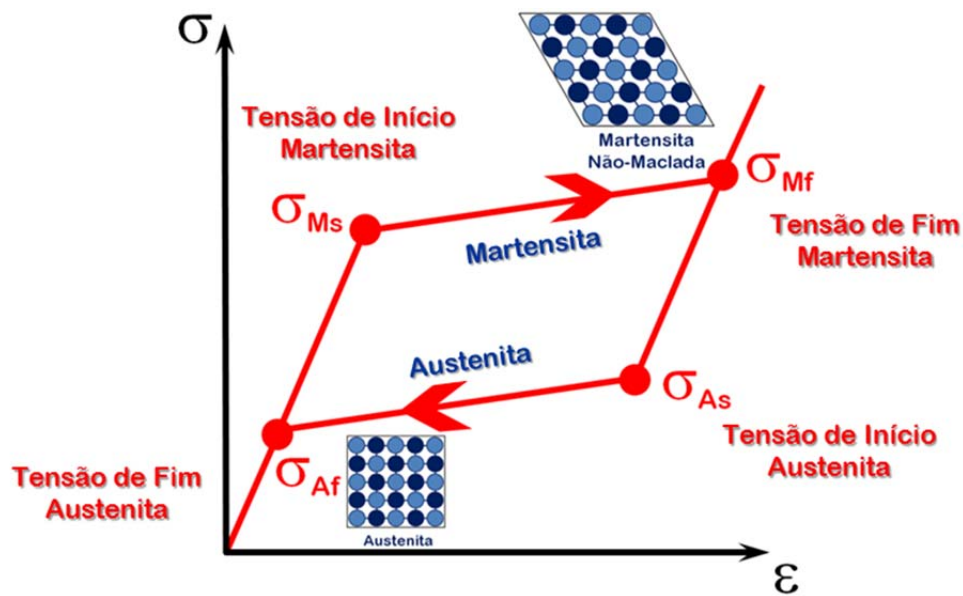


Figura II.3 - Curvas tensão-deformação representando o efeito pseudoelástico (adaptado de Lagoudas (2008)).

Outro detalhe importante são os chamados “*minor loopings*”, que são as curvas internas vistas na Fig. II.4, que acontecem quando a transformação não é completa. Este efeito é bastante comum em sistemas dinâmicos (BO; LAGOUDAS, 1999a).

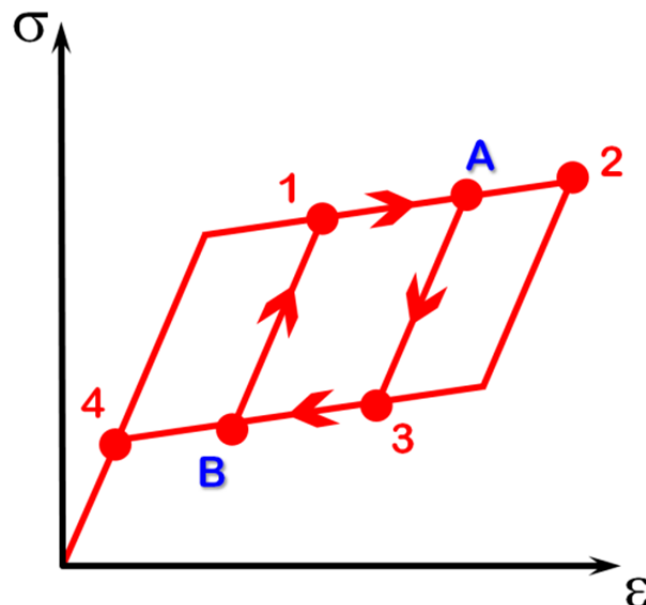


Figura II.4 - Diagrama tensão-deformação para um SMA em “*minor looping*” (adaptado de Lagoudas; Mayes; Khan (2001)).

O efeito memória de forma detalhado anteriormente é caracterizado como efeito “*one way*”; porém quando o material é sujeito a um ciclo termomecânico repetidas vezes, este

pode modificar sua forma sem a presença de carregamento mecânico quando na presença de carregamento térmico (LAGOUDAS, 2008). Este procedimento é chamado de treinamento.

O treinamento é realizado em uma SMA até que a histerese observada no material se estabilize. A repetição dos carregamentos termomecânicos causa mudanças macroscópicas permanentes no material desde o primeiro ciclo; são estas mudanças que introduzem defeitos permanentes no material e criam um estado de tensões residuais internas que facilitam a formação de variantes martensíticas preferenciais. A Fig. II.5 representa uma liga de NiTi que estabiliza após 20 ciclos (LAGOUDAS, 2008, GONZALEZ, et al., 2010).

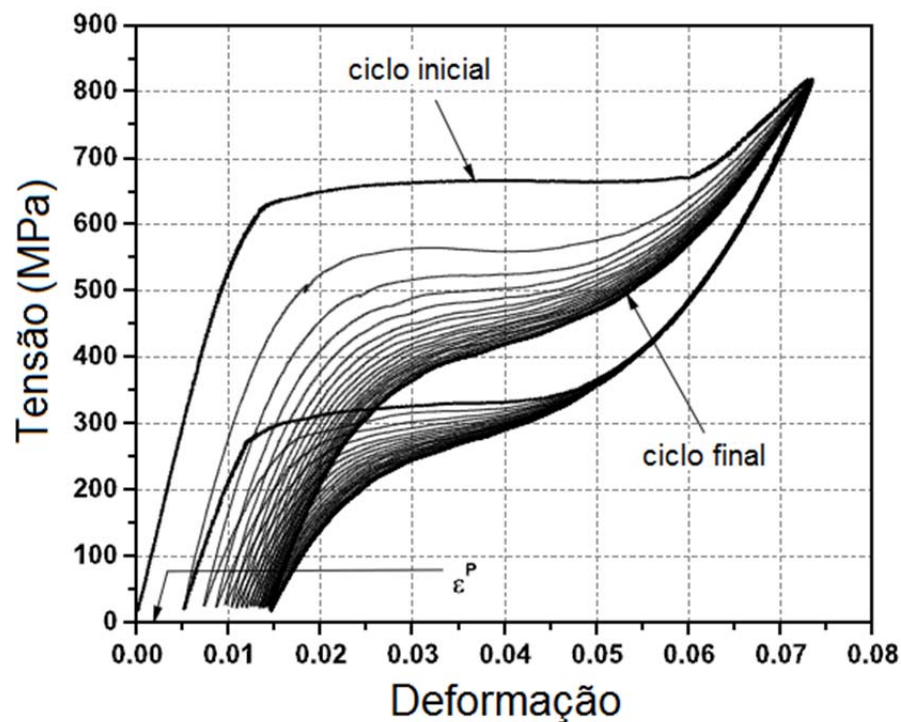


Figura II.5 - Exemplo de um fio de NiTi com $A_f = 65^\circ\text{C}$ testado a uma temperatura de 70°C em que a histerese estabiliza após 20 ciclos (adaptado de Lagoudas (2008)).

2.2 Modelagem Constitutiva dos Materiais com Memória de Forma

Diversos são os modelos desenvolvidos para representar o comportamento dos materiais com memória de forma. Citam-se os modelos de Brinson (BRINSON, 1993), Liang e Rogers (LIANG; ROGERS, 1990), Tanaka (TANAKA; KOBAYASHI; SATO, 1986) e o modelo polinomial de Lagoudas (LAGOUDAS, 2008). Todos estes modelos utilizam os potenciais termodinâmicos para obtenção das equações constitutivas.

Existem também modelos mais simples, que são baseados nas relações tensão-deformação como o Modelo Simplificado de Lagoudas (LAGOUDAS; MAYES; KHAN, 2001), que consegue representar o comportamento das SMA acima da temperatura A_f (somente o efeito pseudoelástico) utilizando poucos parâmetros e tendo baixo custo computacional.

Esses autores assumem que acima da temperatura A_f a relação tensão-deformação pode ser representada por uma série de segmentos lineares, conforme mostrado na Fig. II.6.

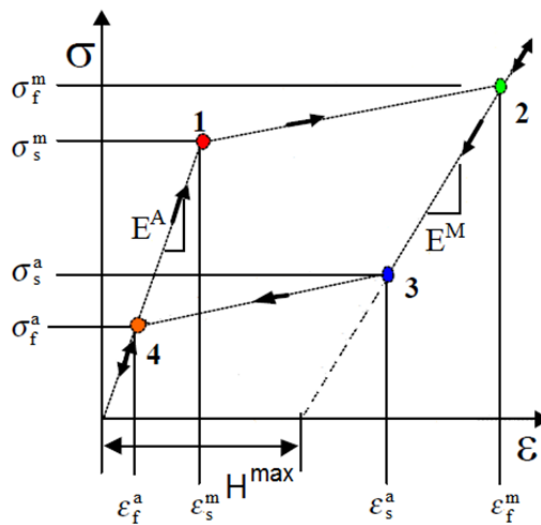


Figura II.6 - Diagrama tensão-deformação para uma SMA em condições isotérmicas (adaptado de LAGOUDAS; MAYES; KHAN (2001)).

Apesar deste modelo0 possuir vantagens como baixo custo computacional e utilização de poucos parâmetros, ele não é capaz de representar completamente todos seus efeitos de uma SMA. Por esse motivo outro modelo constitutivo foi estudado e utilizado nesta Dissertação, o qual é descrito a seguir.

O modelo unidimensional de Brinson (BRINSON, 1993; BEKKER; BRINSON, 1998; GAO; QIAO; BRINSON, 2007) é baseado nos trabalhos realizados por Tanaka (TANAKA, 1986) e Liang e Rogers (LIANG; ROGERS, 1990) utilizando a energia livre de Helmholtz como potencial termodinâmico para obtenção das equações constitutivas. A energia livre de Helmholtz é dada por:

$$\Phi = U - TS \quad (2.1)$$

onde U , T , S são a energia interna, a temperatura e a entropia do material respectivamente. Substituindo a energia livre de Helmholtz na inequação de Clausius-Duhem (BRINSON, 1993) e realizando algumas manipulações algébricas, é possível encontrar:

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} \quad (2.2)$$

$$S = \frac{\partial \Phi}{\partial T} \quad (2.3)$$

Através da Eq. (2.2) é possível encontrar a lei constitutiva do modelo unidimensional de Brinson dada por:

$$\sigma = E(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o) + \Theta(T - T_0) \quad (2.4)$$

onde σ é a tensão, $E(\xi)$ é o módulo de elasticidade, ε é a deformação, ε_L é a deformação residual máxima, Θ é relacionado com o coeficiente de expansão térmica ($\Theta = -\alpha_{sma} E$, onde α_{sma} é o coeficiente de expansão térmica do material e E é módulo de elasticidade deste, conforme Gao; Qiao; Brinson (2007)) e T_0 é a temperatura de referência na qual não existe deformação devida a campo térmico.

É importante notar que este modelo diferencia as duas formas de martensita, sendo uma chamada acomodada (maclada), que é induzida pela temperatura e não apresenta deformação macroscópica, e uma chamada orientada (não maclada), que é induzida pelo carregamento e possui estrutura cristalográfica orientada em uma direção preferencial. A fração martensítica total é a soma dessas duas parcelas conforme Eq. (2.5), onde ξ_t é a parcela acomodada da fração martensítica e ξ_o é a parcela orientada, ou seja:

$$\xi = \xi_t + \xi_o \quad (2.5)$$

O módulo de elasticidade da SMA é função da fração martensítica, uma vez que há uma mistura sólida de martensita e austenita; assim, a equação que define o módulo de elasticidade é dada por:

$$E(\xi) = \xi E_M + (1 - \xi) E_A \quad (2.6)$$

onde E_A e E_M são os módulos de elasticidade da austenita e martensita puras, respectivamente. A componente associada à expansão térmica é desconsiderada da Eq. (2.4), pois esta é desprezível quando comparada com a deformação decorrente de transformações de fase; assim, a lei constitutiva é reescrita conforme abaixo:

$$\sigma = (\xi E_M + (1 - \xi) E_A) (\varepsilon - \varepsilon_L \xi_0) \quad (2.7)$$

O diagrama de fase que descreve o comportamento da SMA e suas transformações de fase de acordo com o modelo de Brinson é dado pela Fig. II.7.

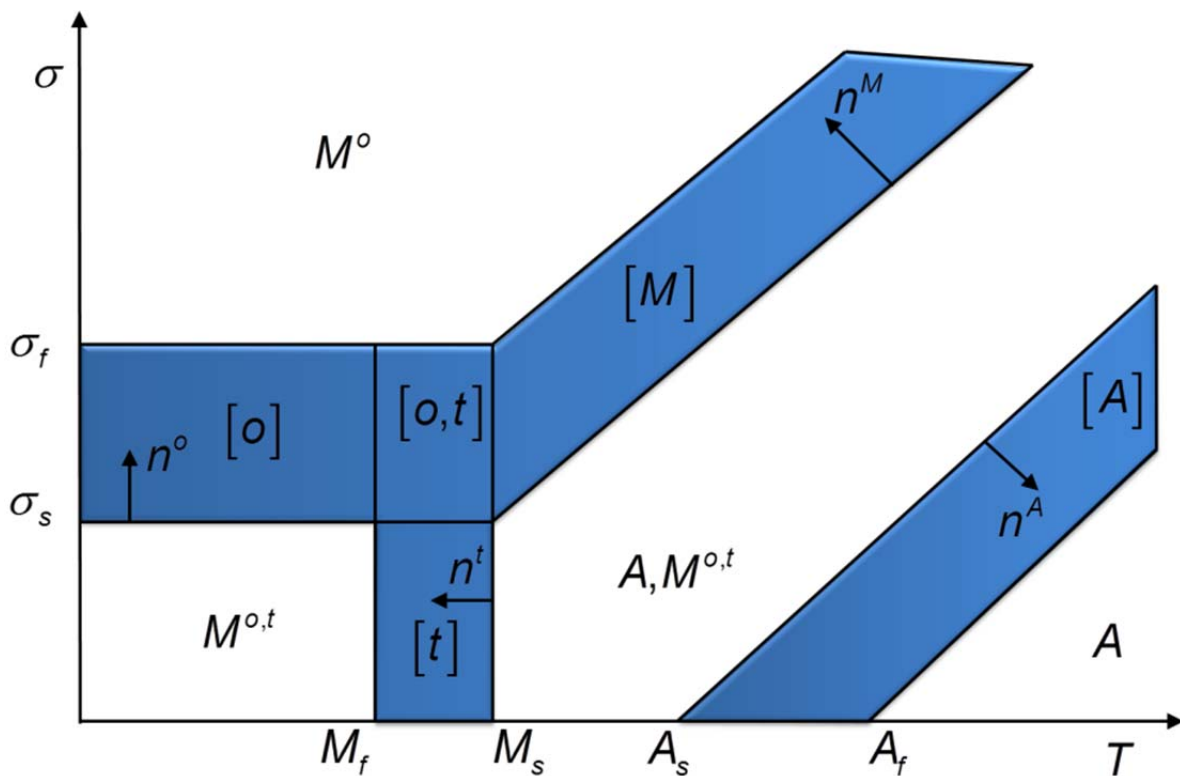


Figura II.7 - Diagrama de fase para SMAs (adaptado de Gao; Qiao; Brinson (2007)).

No diagrama de fase acima as regiões destacadas em azul são chamadas de zonas de transformação, onde ocorrem as transformações de fase, enquanto as regiões em branco são chamadas de “Dead Zones”. As regiões de transformação são as seguintes: [A] é a região onde ocorre a transformação de martensita para austenita, [t] é onde ocorre a transformação de austenita para martensita maclada, [M] é a região onde ocorre a transformação de martensita maclada e/ou austenita para martensita não maclada ou orientada e [o] é onde ocorre a transformação de martensita maclada em não maclada. Ainda

existe a região chamada de “*overlapping*” onde podem ocorrer as transformações que ocorrem em $[o]$ e $[t]$. Esta região é representada por $[o, t]$.

Nas regiões de transformação, a fração martensítica só é alterada se o caminho associado ao carregamento termomecânico possuir uma componente positiva na direção do vetor que caracteriza determinada transformação; este último é representado por $\mathbf{n}^i$, ou seja, a transformação só ocorre se a condição da Eq. (2.8) for satisfeita.

$$\tau' \cdot \mathbf{n}^i > 0 \quad i = [M], [A], [o], [t] \quad (2.8)$$

onde τ' é a direção tangente ao caminho do carregamento. Outro aspecto importante deste modelo são os chamados pontos de transição, ou “*switching points*”, que são pontos onde a transformação é interrompida e reiniciada dentro das regiões de transformação; os pontos nas fronteiras da região de transformação, sejam eles de entrada ou de saída, também são considerados pontos de transição. Na formulação matemática somente os últimos pontos de transição são computados, esse procedimento possibilita uma melhoria no desempenho do código computacional associado ao modelo (GAO; QIAO; BRINSON, 2007).

A evolução da fração martensítica nas transformações direta e inversa pode ser escrita segundo as seguintes equações:

$$\xi = \xi_j f^{[A]}(Z^{[A]}) \quad (2.9)$$

$$\xi = \xi_j + (1 - \xi_j) f^{[M]}(Z^{[M]}) \quad (2.10)$$

onde o subscrito j representa o último ponto de transição e $f^{[A]}$ e $f^{[M]}$ são as funções de transformação que variam de zero a um. Diversas funções são utilizadas pelos diferentes modelos constitutivos existentes; o modelo considerado utiliza a função cosseno devido a sua simplicidade de integração e diferenciação. Assim, as funções de transformação são dadas pelas equações abaixo:

$$f^{[A]}(Z^i) = 1 - \frac{1}{2} [1 - \cos(\pi Z^i)] \quad (2.11)$$

$$f^{[M]}(Z^i) = \frac{1}{2} [1 - \cos(\pi Z^i)] \quad (2.12)$$

onde Z^i é a razão de distância na zona i com relação ao último ponto de transição j . Z^i varia de 0 a 1 de acordo com:

$$Z^i(T, \sigma) = \frac{\rho^i - \rho_j^i}{\rho_0^i - \rho_j^i} \quad i = [M], [A], [o] \text{ ou } [t] \quad (2.13)$$

onde ρ^i é a distância do ponto atual ao ponto de entrada na fronteira da zona de transformação i , ρ_j^i é a distância entre o último ponto de transição de transformação à fronteira; e, por último, ρ_0^i é o comprimento da zona de transformação. A Figura II.8 apresenta esses parâmetros, onde D é o ponto atual, C é o último ponto de transformação (onde reinicia a transformação) e A e E são os pontos de entrada e saída da zona de transformação respectivamente.

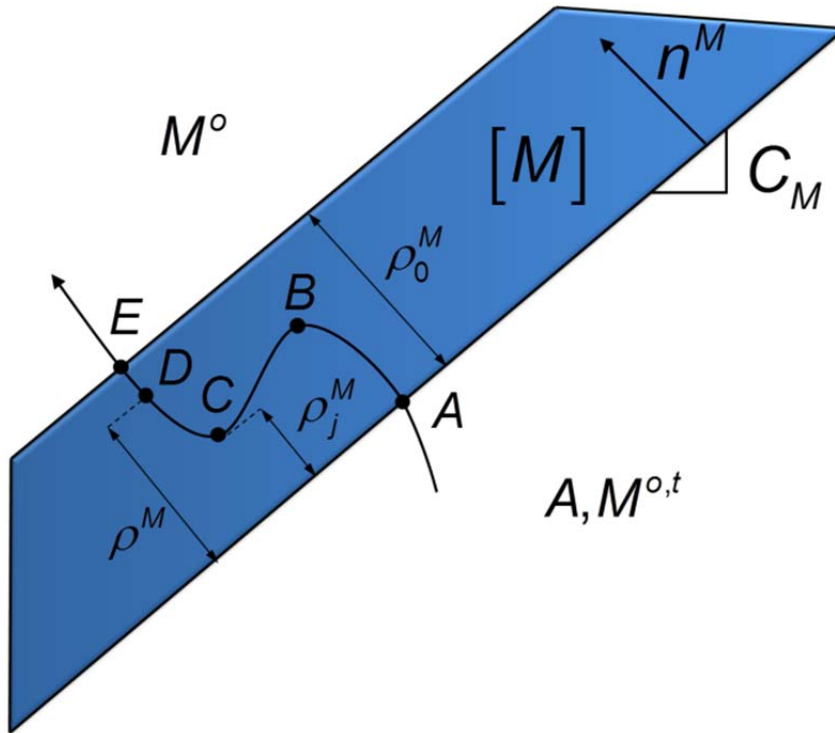


Figura II.8 – Zona de transformação $[M]$ (adaptado de Gao; Qiao e Brinson (2007)).

As distâncias ρ^i , ρ_j^i e ρ_0^i podem ser calculadas a partir de:

$$\begin{aligned}
\rho^i &= \mathbf{n}_1^i (\mathcal{T} - \mathcal{T}_{\text{in}}^i) + \mathbf{n}_2^i (\sigma - \sigma_{\text{in}}^i) \\
\rho_j^i &= \mathbf{n}_1^i (\mathcal{T}_j - \mathcal{T}_{\text{in}}^i) + \mathbf{n}_2^i (\sigma_j - \sigma_{\text{in}}^i) \\
\rho_0^i &= \mathbf{n}_1^i (\mathcal{T}_{\text{out}}^i - \mathcal{T}_{\text{in}}^i) + \mathbf{n}_2^i (\sigma_{\text{out}}^i - \sigma_{\text{in}}^i)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

onde $(\mathbf{n}_1^i, \mathbf{n}_2^i)$ são as componentes do vetor $\mathbf{n}^i$, $(\mathcal{T}_{\text{in}}^i, \sigma_{\text{in}}^i)$ é o ponto de entrada na zona de transformação i , $(\mathcal{T}_{\text{out}}^i, \sigma_{\text{out}}^i)$ é o ponto de saída da zona de transformação e $(\mathcal{T}_j^i, \sigma_j^i)$ é o último ponto de transição de transformação computado. Os valores de cada uma dessas variáveis podem ser calculados através da Tab. II.1.

Tabela II.1 - Pontos de entrada, saída e direções normais para cada região de transformação.

Região	$(\mathcal{T}_{\text{in}}^i, \sigma_{\text{in}}^i)$	$(\mathbf{n}_1^i, \mathbf{n}_2^i)$	$(\mathcal{T}_{\text{out}}^i, \sigma_{\text{out}}^i)$
[A]	$(A_s, 0)$	$\frac{C_A}{\sqrt{1+C_A^2}}, \frac{-1}{\sqrt{1+C_A^2}}$	$(A_f, 0)$
[f]	$(M_s, 0)$	$-1, 0$	$(M_f, 0)$
[M]	(M_s, σ_s)	$\frac{C_M}{\sqrt{1+C_M^2}}, \frac{1}{\sqrt{1+C_M^2}}$	(M_s, σ_f)
[o]	(M_s, σ_s)	$\frac{C_d}{\sqrt{1+C_d^2}}, \frac{1}{\sqrt{1+C_d^2}}$	(M_s, σ_f)

O coeficiente C_d que indica a inclinação da região de transformação [o] foi considerado igual à zero neste trabalho; desta forma esta região do gráfico permanece na horizontal, sem inclinação.

A partir das equações apresentadas é possível obter as seguintes expressões para as frações de martensita acomodada e orientada para cada uma das regiões de transformação, onde o índice “swi” indica que o valor desta variável se refere ao do último ponto de transição:

$$\xi_t^{[A]} = \xi_t^{\text{swi}} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[A]}) \right] \tag{2.15}$$

$$\xi_o^{[A]} = \xi_o^{\text{swi}} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[A]}) \right] \tag{2.16}$$

$$\xi_t^{[t]} = 1 - \xi_o^{swi} - (1 - \xi_o^{swi} - \xi_t^{swi}) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[t]}) \right] \quad (2.17)$$

$$\xi_o^{[t]} = \xi_o^{swi} \quad (2.18)$$

$$\xi_t^{[M]} = \xi_t^{swi} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[M]}) \right] \quad (2.19)$$

$$\xi_o^{[M]} = \xi_o^{swi} + (1 - \xi_o^{swi}) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[M]}) \right] \quad (2.20)$$

$$\xi_t^{[o]} = \xi_t^{swi} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[o]}) \right] \quad (2.21)$$

$$\xi_o^{[o]} = \xi_o^{swi} + (1 - \xi_o^{swi}) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[o]}) \right] \quad (2.22)$$

Para que ocorra transformação na região de “*overlapping*” é necessário que o vetor tangente ao caminho descrito pelo carregamento termomecânico apresente componentes positivas em ambas as direções de transformação [o] e [t]. Nesse caso, a evolução das frações martensíticas maclada e não maclada são dadas por:

$$\xi_t^{[o,t]} = \left\{ 1 - \xi_o^{swi} - (1 - \xi_o^{swi} - \xi_t^{swi}) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[t]}) \right] \right\} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[o]}) \right] \quad (2.23)$$

$$\xi_o^{[o,t]} = \xi_o^{swi} + (1 - \xi_o^{swi}) \left\{ 1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[o]}) \right] \right\} \quad (2.24)$$

2.3 Modelagem e Sintonização de ADVs

Um absorvedor dinâmico de vibração (ADV) é um sistema massa-mola com ou sem amortecimento, utilizado para atenuação de vibrações (CUNHA Jr, 1999). Considerando primeiramente um sistema de um grau de liberdade com um ADV sem amortecimento acoplado, conforme ilustrado na Fig. II.9, onde x_1 , M_1 e k_1 são os deslocamentos, a massa e a

rigidez da estrutura primária, cujas vibrações se deseja atenuar, x_2 , M_2 e k_2 são os deslocamentos, a massa e a rigidez do ADV, e $F(t)$ é a força de excitação considerada aplicada no sistema primário.

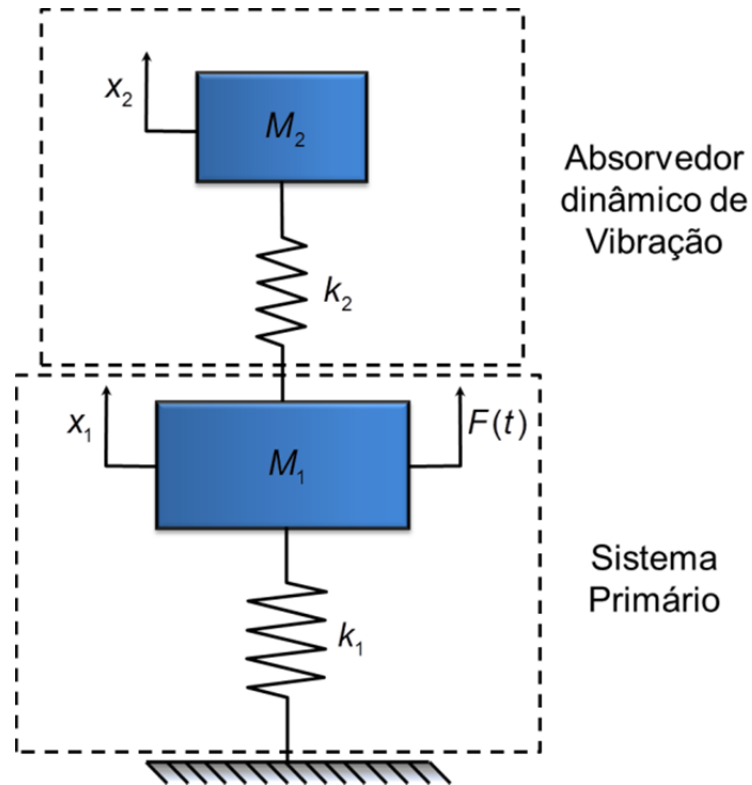


Figura II.9 - Modelo de sistema primário com ADV acoplado não amortecido (adaptado de de Silva (2007)).

Admitindo que a força de excitação aplicada ao sistema primário seja de natureza harmônica de amplitude F_0 e frequência de excitação Ω , que não necessariamente coincide com a frequência natural deste sistema, expressa segundo:

$$F(t) = F_0 e^{i\Omega t}, \quad (2.25)$$

as equações do movimento no domínio da frequência para o sistema estudado são dadas por:

$$X_1(-M_1\Omega^2 + k_1 + k_2) - k_2 X_2 = F_0 \quad (2.26)$$

$$(-M_2\Omega^2 + k_2)X_2 = k_2X_1 \quad (2.27)$$

onde X_1 e X_2 são as amplitudes de vibração harmônica das massas M_1 e M_2 , respectivamente.

Verifica-se, a partir da Eq. (2.27), que se $\Omega^2 = k_2 / M_2$ então $X_1 = 0$, ou seja, se o absorvedor está sintonizado de forma que sua frequência natural seja igual à frequência de excitação, então o sistema primário não se movimentará. Também é possível verificar a partir da Eq. (2.26), que substituindo o valor $X_1 = 0$, então, $F_0 = -k_2X_2$, ou seja, o absorvedor exerce sobre o sistema primário uma força de mola igual e oposta à força de excitação.

A partir das Eqs. (2.26) e (2.27) é possível realizar algumas manipulações algébricas e verificar que a função de resposta em frequência (FRF) referente à massa M_1 é dada por:

$$G'(\Omega) = \frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{k_1(k_2 - \Omega^2 M_2)}{M_1 M_2 \Omega^4 - [k_2(M_1 + M_2) + k_1 M_2]\Omega^2 + k_1 k_2} \quad (2.28)$$

Introduzindo as notações de frequência natural do sistema primário e do absorvedor considerados isoladamente, dadas respectivamente por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_1}{M_1}} \quad (2.29)$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_2}{M_2}} \quad (2.30)$$

a partir das expressões acima é possível reescrever (2.28) sob a forma:

$$G'(\Omega) = \frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_a}\right)^2\right]}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_a}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (2.31)$$

Verifica-se na equação acima que a amplitude X_1 é nula quando o numerador da equação é zero. A Fig. II.10 representa esse fenômeno. Verifica-se também a presença de

duas novas frequências naturais, pois quando o ADV é acoplado ao sistema primário de um grau de liberdade, passa-se a ter um sistema de dois graus de liberdade.

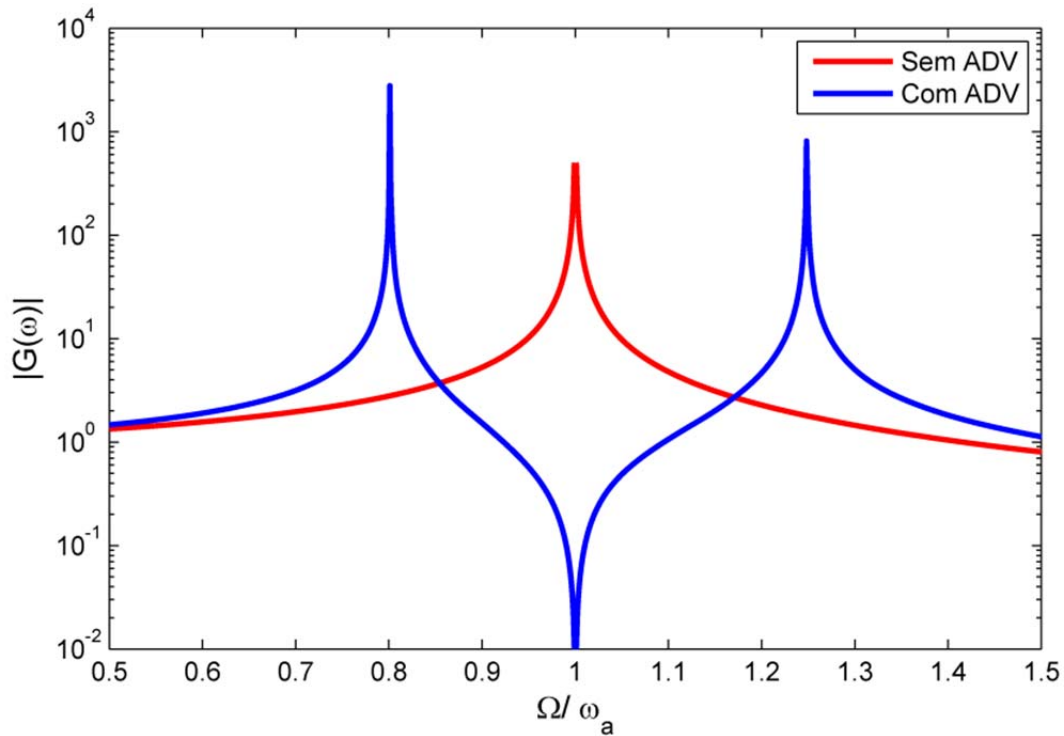


Figura II.10 - Representação do efeito da adição de um ADV não amortecido em um sistema de um grau de liberdade com razão de massas $M_2/M_1 = 0,2$. (adaptado de Cunha Jr (1999)).

Considera-se na Figura II.10 o caso mais crítico, quando a frequência de excitação é igual à frequência natural do sistema primário; por este motivo, o pico de vibração da massa M_1 sem a presença de ADV ocorre na frequência natural do absorvedor; tal pico é completamente atenuado com a presença do ADV.

Conclui-se, então, que para atenuar vibrações de um sistema de um grau de liberdade deve-se acoplar a esse sistema primário um ADV com parâmetros escolhidos (k_2, M_2) que satisfaçam a relação $\Omega^2 = k_2/M_2$. Porém, apesar dos ADVs não amortecidos serem muito eficientes quando a frequência de excitação for constante, esta hipótese dificilmente se verifica na prática (CUNHA Jr, 1999; HARTOG, 1956).

Introduzindo amortecimento no absorvedor, este desempenha a importante função de limitar as amplitudes do próprio absorvedor, o que permite atender restrições de projeto e limitar tensões de fadiga (DIMARAGONAS, 1996); assim, apresenta-se na Fig. II.11 o sistema similar ao da Fig. II.9 com amortecimento viscoso adicionado ao ADV.

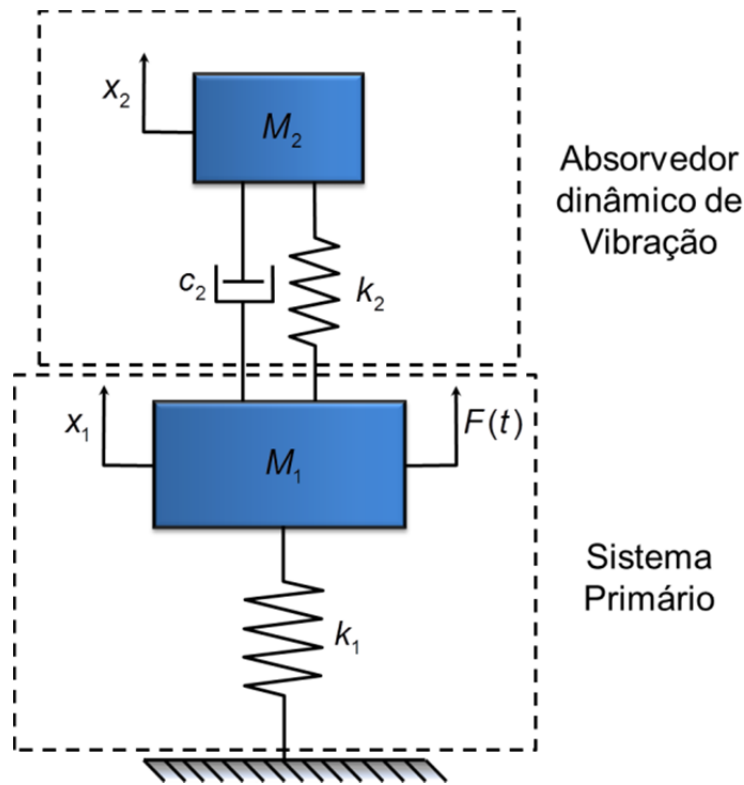


Figura II.11 - Modelo de sistema primário com ADV amortecido acoplado (adaptado de de Silva (2007)).

Para o sistema da Fig. II.11 as equações do movimento no domínio da frequência são dadas por:

$$X_1(-M_1\Omega^2 + k_1 + k_2 + j\Omega c_2) - X_2(k_2 + j\Omega c_2) = F_0 \quad (2.32)$$

$$(-M_2\Omega^2 + k_2 + j\Omega c_2)X_2 = X_1(k_2 + j\Omega c_2) \quad (2.33)$$

A partir das Eqs. (2.32) e (2.33) é possível realizar algumas manipulações algébricas e obter a FRF para o ADV amortecido sob a forma:

$$G'(\Omega) = \frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{k_1(k_2 + j\Omega c_2 - \Omega M_2)}{M_1 M_2 \Omega^4 - [(k_2 + j\Omega c_2)(M_1 + M_2) + k_1 M_2] \Omega^2 + k_1(k_2 + j\Omega c_2)} \quad (2.34)$$

Por conveniência, definem-se os seguintes termos adimensionais:

$$\mu = M_2/M_1 \quad (2.35)$$

$$f = \omega_a / \omega_n \quad (2.36)$$

$$g = \Omega / \omega_n \quad (2.37)$$

$$\eta = c / c_c \quad (2.38)$$

$$c_c = 2M_2\omega_n \quad (2.39)$$

onde μ é a razão das massas, f é a razão das frequências naturais, g é a razão das frequências forçadas, η é o fator de amortecimento e c_c é o amortecimento crítico.

O efeito do amortecimento nas amplitudes da FRF do sistema primário é observado na Fig. II.12.

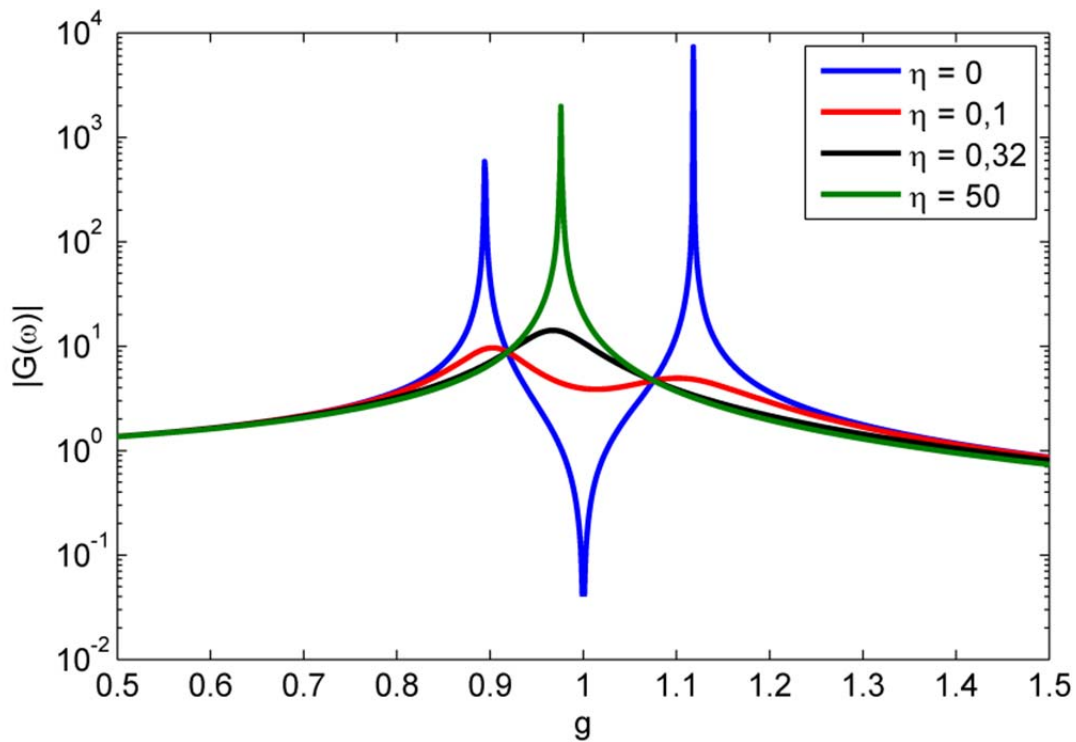


Figura II.12 - Representação do efeito da adição de um ADV amortecido em um sistema de um grau de liberdade com razão de massas $M_2/M_1 = 0,2$ e diferentes fatores de amortecimento (adaptado de Cunha Jr (1999)).

Verifica-se na Fig. II.12 que quando o fator de amortecimento tem valor nulo, as amplitudes de deslocamento nas ressonâncias tendem a infinito, conforme anteriormente obser-

vado na Fig. II.10. Já para valores muito altos de amortecimento, as duas massas são virtualmente ligadas entre si, ou seja, o sistema de dois graus de liberdade se comporta como se tivesse apenas um grau de liberdade e uma massa $M_1 + M_2$ com deslocamento infinito na ressonância.

Para valores intermediários de fator de amortecimento as FRFs se assemelham ora àquelas de um sistema de um grau de liberdade amortecido, ora àquelas de um sistema de dois graus de liberdade amortecido.

As FRFs ilustradas mostram que os ADVs são eficientes quando são perfeitamente sintonizados e que sua eficiência diminui quando a sintonização não é perfeita, situação esta que ocorre com frequência em situações práticas.

No próximo capítulo será discutida a modelagem de absorvedores dinâmicos de vibração utilizando as propriedades dos materiais com memória de forma. A abordagem consistirá em substituir a mola do ADV por um elemento constituído de material com memória de forma, com o objetivo de promover sintonização do dispositivo de controle à frequência de excitação.

CAPÍTULO III

Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Baseados em Materiais com Memória de Forma

3.1 Modelagem de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Utilizando Elemento de Barra

Assim como no capítulo anterior foi considerado um sistema de um grau de liberdade com um ADV acoplado composto de massa, rigidez e amortecimento; neste capítulo será introduzido o elemento de material com memória de forma neste sistema, conforme ilustrado na Fig. III.1.

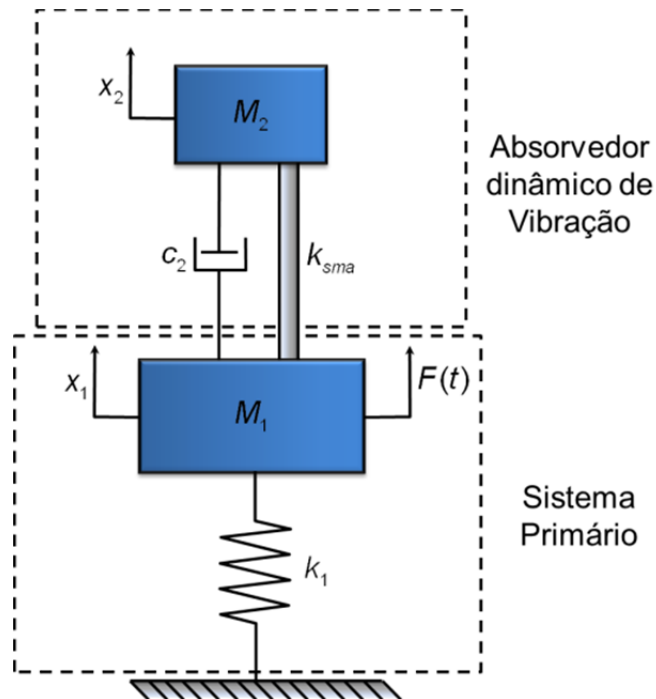


Figura III.1 - Sistema de um grau de liberdade com ADV contendo uma barra de SMA.

Verifica-se na Fig. III.1 que o sistema primário é composto pela massa M_1 e a rigidez k_1 , enquanto o ADV é composto pela massa M_2 , o coeficiente de amortecimento c_2 e a rigidez de uma barra de SMA representada por k_{sma} .

Considerando a aplicação da excitação externa $F(t)$ no sistema primário, é possível encontrar as seguintes equações do movimento do sistema:

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - F_{sma} - F(t) = 0 \\ M_2 \ddot{x}_2 + F_{sma} + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0, \end{cases} \quad (3.1)$$

onde $F_{sma} = \sigma A_{sma}$ é a força oriunda dos carregamentos internos que se mostram presentes na barra de SMA, sendo A_{sma} a área da seção transversal da barra SMA e σ a tensão atuante nela. Ainda tem-se a equação que define o equilíbrio térmico do sistema, assumida como:

$$\frac{T}{f_T(t)} - 1 = 0, \quad (3.2)$$

onde $f_T(t)$ é uma função de carregamento térmico. O conjunto de equações não lineares pode ser escrito sob a forma matricial de um resíduo da seguinte forma:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} M_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - \sigma A_{sma} - F(t) \\ M_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \sigma A_{sma} \\ T/f_T(t) - 1 \end{bmatrix} = 0. \quad (3.3)$$

Para determinar o valor das variáveis independentes $(\mathbf{x}, T)$ de modo que o equilíbrio dinâmico do sistema seja obedecido em um tempo $t + \Delta t$, considera-se uma solução aproximada $(\mathbf{x}_{t+\Delta t}^{(k)}, T_{t+\Delta t}^{(k)})$. O sistema de equações não lineares $\mathbf{R}_{t+\Delta t}^{(k)}$ é linearizado no entorno da referida configuração, proporcionando o seguinte resultado:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{t+\Delta t}^{(k+1)} &= \mathbf{R}_{t+\Delta t}^{(k)} + \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{R}_{t+\Delta t}^{(k)} \right] \Delta \mathbf{x}_{t+\Delta t}^{(k)} + \left[\frac{\partial}{\partial T} \mathbf{R}_{t+\Delta t}^{(k)} \right] \Delta T_{t+\Delta t}^{(k)} + \\ &+ \left[\frac{\partial}{\partial \ddot{\mathbf{x}}} \mathbf{R}_{t+\Delta t}^{(k)} \right] \Delta \ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}^{(k)} + \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \mathbf{R}_{t+\Delta t}^{(k)} \right] \Delta \dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}^{(k)} = 0, \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} -A_{sma} \frac{\partial \sigma}{\partial x_1} + k_1 & -A_{sma} \frac{\partial \sigma}{\partial x_2} \\ A_{sma} \frac{\partial \sigma}{\partial x_1} & A_{sma} \frac{\partial \sigma}{\partial x_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \ddot{\mathbf{x}}} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \ddot{\mathbf{x}}} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial T} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} -A_{sma} \frac{\partial \sigma}{\partial T} \\ A_{sma} \frac{\partial \sigma}{\partial T} \\ \frac{1}{f_\tau(t)} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Como mostrado por Gao; Qiao e Brinson (2007), tem-se:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{x}} = H^i E(\xi) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{x}}, \quad (3.9)$$

onde para as regiões $[A]$, $[t]$, $[M]$ e $[o]$, definidas no capítulo 2, tem-se:

$$H^i = (1 - H_1^i H_2^i)^{-1}, \quad i = [A], [t], [M], [o]; \quad (3.10)$$

$$H_1^i = -\frac{1}{2} \pi n_2^i \text{sen}(\pi Z^i) \left[n_1^i (T_{\text{out}}^i - T_j) + n_2^i (\sigma_{\text{out}}^i - \sigma_j) \right]^{-1}, \quad i = [A], [t], [M], [o]; \quad (3.11)$$

$$H_2^i = (\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o) (E_M - E_A) C_1^i - \varepsilon_L E(\xi) C_{1s}^i, \quad i = [A], [t], [M], [o]. \quad (3.12)$$

As expressões das constantes C_1^i e C_{1s}^i , encontradas em Gao; Qiao e Brinson (2007) e são reproduzidas no Anexo A desta Dissertação. Na região de *overlapping*, as equações são definidas como:

$$H = (1 - H_1^{[t]} H_2 - H_1^{[o]} H_3)^{-1}; \quad (3.13)$$

$$H_2 = (\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o) (E_M - E_A) C_{1mix}^{[t]} - \varepsilon_L E(\xi) C_{1smix}^{[t]}; \quad (3.14)$$

$$H_3 = (\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o) (E_M - E_A) C_{1mix}^{[o]} - \varepsilon_L E(\xi) C_{1smix}^{[o]}, \quad (3.15)$$

onde $H_1^{[t]}$ e $H_1^{[o]}$ podem ser obtidos através da Eq. (3.11); as expressões para as constantes $C_{1mix}^{[t]}$, $C_{1mix}^{[o]}$, $C_{1smix}^{[t]}$ e $C_{1smix}^{[o]}$ também são reproduzidas no Anexo A. Outra derivada necessária à integração numérica das equações do movimento é a da tensão com relação à temperatura; nas regiões $[A]$, $[t]$, $[M]$ e $[o]$ esta, é dada por:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = H^i H_2^i (H_1^i)^*, \quad (3.16)$$

onde os valores H^i e H_2^i já foram definidos nas Eqs. (3.10) e (3.12). O termo $(H_1^i)^*$ é dado por:

$$(H_1^i)^* = -\frac{1}{2} \pi n_1^i \sin(\pi Z^i) \left[n_1^i (T_{out}^i - T_j) + n_1^i (\sigma_{out}^i - \sigma_j) \right]^{-1}, \quad i = [A], [t], [M], [o]. \quad (3.17)$$

Para a região de *overlapping*, a derivada da tensão com relação à temperatura é definida como:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = H \left[H_2^i (H_1^{[t]})^* + H_3^i (H_1^{[o]})^* \right], \quad (3.18)$$

onde os valores de H , H_2 e H_3 já foram definidos nas Eqs. (3.13), (3.14) e (3.15) respectivamente. As expressões para $(H_1^{[t]})^*$ e $(H_1^{[o]})^*$ são dadas por:

$$(H_1^{[t]})^* = -\frac{1}{2}\pi n_1^{[t]}\text{sen}(\pi Z^{[t]})\left[n_1^{[t]}(T_{\text{out}}^{[t]} - T_j) + n_2^{[t]}(\sigma_{\text{out}}^{[t]} - \sigma_j)\right]^{-1}; \quad (3.19)$$

$$(H_1^{[o]})^* = -\frac{1}{2}\pi n_1^{[o]}\text{sen}(\pi Z^{[o]})\left[n_1^{[o]}(T_{\text{out}}^{[o]} - T_j) + n_2^{[o]}(\sigma_{\text{out}}^{[o]} - \sigma_j)\right]^{-1}. \quad (3.20)$$

O absorvedor dinâmico de vibração em questão pode ser sintonizado a diferentes valores da frequência de excitação a partir da mudança de sua frequência natural, por meio da variação da rigidez do elemento com memória de forma, como pode ser visto na equação abaixo que define a frequência natural do ADV.

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_{sma}}{M_2}}, \quad (3.21)$$

onde a rigidez da barra de SMA é dada pela Eq. (3.22). Sendo $E(\xi)$ o módulo de elasticidade do elemento SMA, o qual varia com a fração martensítica, e L_{SMA} é o comprimento da barra SMA.

$$k_{sma} = \frac{E(\xi)A_{sma}}{L_{SMA}}. \quad (3.22)$$

3.2 Modelagem de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Utilizando Molas Helicoidais

Após a modelagem de um absorvedor dinâmico de vibrações composto por um elemento de barra de liga com memória de forma, nesta seção será utilizada uma mola helicoidal deste mesmo material, conforme ilustrado na Fig. III.2.

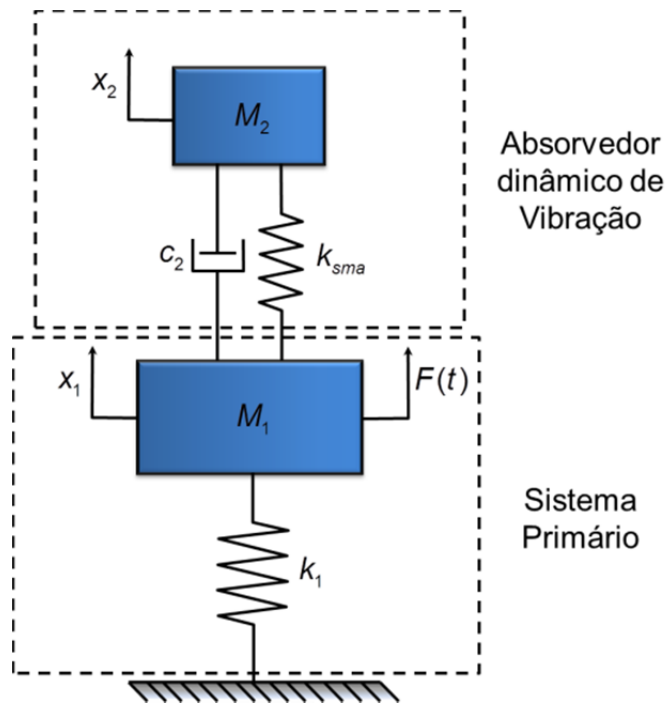


Figura III.2 - Sistema de um grau de liberdade com ADV baseado em uma mola helicoidal de SMA.

As molas são componentes mecânicos que possuem como característica principal a capacidade de apresentar grandes deslocamentos recuperáveis, além da possibilidade de controlar a aplicação de força ou torque. Essas características, quando combinadas com as das ligas com memória de forma, ampliam as possibilidades deste componente em diversas aplicações (AGUIAR, 2011).

A equação do movimento para o sistema contendo uma mola helicoidal de SMA como na Fig. III.2 é a mesma dada pela Eq. (3.1), porém a força oriunda dos carregamentos inter-nos F_{sma} é diferente. Essa força de restauração de uma mola helicoidal pode ser calculada conforme Shigley (2005) por:

$$F_{SMA} = \tau \frac{\pi d^3}{K_s 8D}, \quad (3.23)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento, d é o diâmetro do fio, D é o diâmetro médio de espira e K_s é um fator de correção de tensão de cisalhamento definido por:

$$K_s = \frac{2C + 1}{2C}, \quad (3.24)$$

onde C é o índice de mola, que para a maioria das molas varia entre 6 e 12 (SHIGLEY, 2005) e é dado por:

$$C = \frac{D}{d}. \quad (3.25)$$

Relembrando a lei constitutiva do modelo unidimensional de Brinson dada por:

$$\sigma = E(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o). \quad (3.26)$$

pode-se assumir relação semelhante para o cálculo da tensão cisalhante, da seguinte forma:

$$\tau = G(\xi)(\gamma - \gamma_L \xi_o), \quad (3.27)$$

onde $G(\xi)$ é o módulo de cisalhamento dado pela Eq. (3.28), γ é o ângulo de distorção e γ_L é o ângulo de distorção residual máximo do material.

$$G(\xi) = \frac{E(\xi)}{2(1+\nu)}, \quad (3.28)$$

onde ν é o coeficiente de Poisson.

As molas helicoidais metálicas normalmente operam em regime linear elástico, apresentando distribuição linear das tensões de cisalhamento ao longo da seção transversal do fio da mola, conforme mostrado na Fig. III.3.

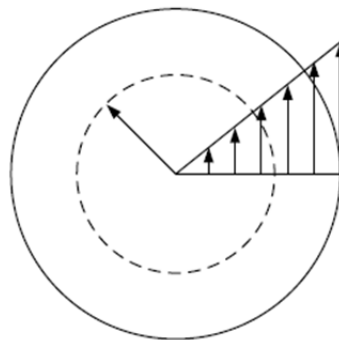


Figura III.3 - Distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da seção transversal do fio de uma mola linear (AGUIAR, 2011).

Verifica-se, a partir da Fig. III.3, que a deformação é nula no centro. Na superfície do fio o valor máximo do ângulo de distorção, de acordo com Aguiar (2011) é:

$$\gamma_{\max} = \frac{d}{\pi D^2 N} u \quad (3.29)$$

onde N é o número de espiras da mola e u é o deslocamento longitudinal desta, que neste caso é $x_2 - x_1$. Diversos modelos simplificados podem ser usados para representar a distribuição de tensões ao longo da seção transversal do fio de uma mola. No presente trabalho o modelo mais simples é adotado, sendo a distribuição das frações volumétricas de fases e tensões de cisalhamento consideradas uniformes ao longo do raio da seção transversal, conforme ilustrado na Fig. III.4.

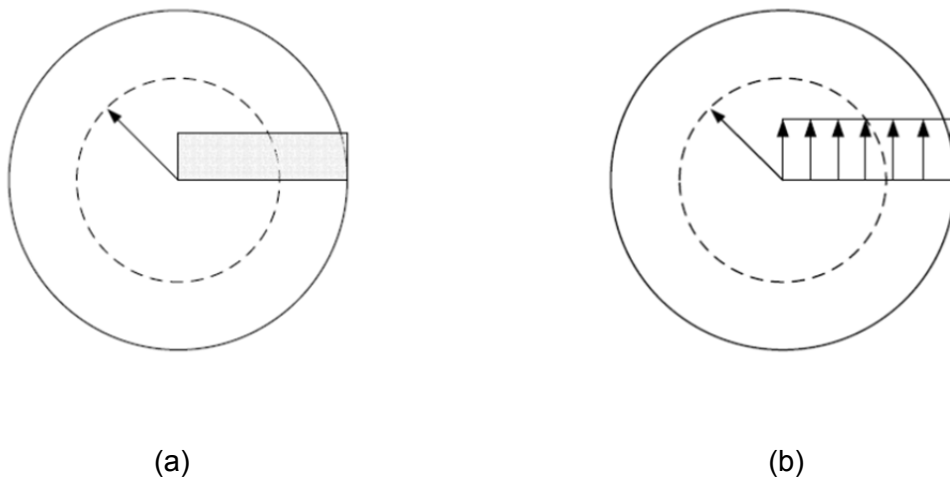


Figura III.4 - Distribuição uniforme da transformação de fase (a) e da tensão de cisalhamento (b) (AGUIAR, 2011).

A hipótese de homogeneidade das tensões e das frações volumétricas pode descrever adequadamente o comportamento de uma mola helicoidal de SMA dependendo da sua faixa de operação (AGUIAR, 2011). O valor do ângulo de distorção adotado como constante é o valor máximo dado pela Eq. (3.29).

Assim como na seção anterior, a frequência natural do ADV deve ser a mesma do sistema primário a fim de sintonizá-lo. A frequência natural do ADV utilizando uma mola helicoidal é dada pela Eq. (3.21), porém a rigidez da mola helicoidal de acordo com Shigley (2005) é dada pela Eq. (3.30):

$$k_{sma} = \frac{d^4 G(\xi)}{8D^3 N} \quad (3.30)$$

3.3 Resolução numérica das equações do movimento

No próximo capítulo serão apresentadas as simulações numéricas realizadas neste trabalho utilizando os modelos até aqui apresentados. Neste contexto, o procedimento de resolução numérica das equações do movimento e equilíbrio térmico é um aspecto importante a ser considerado.

A Fig. III.5 ilustra as principais etapas do procedimento de resolução numérica implementado em ambiente MATLAB. Na primeira etapa são fornecidos os parâmetros do sistema (massa, rigidez, amortecimento, etc.), parâmetros do material (módulo de elasticidade, temperaturas de transformação de fase, etc.), parâmetros da simulação (passo de tempo, tempo final, parâmetros do integrador de Newmark β e γ , etc.) e condições iniciais (temperatura, fração martensítica, velocidade, deslocamento, etc.). Após a primeira etapa de inicialização das variáveis é feita uma estimativa da aceleração inicial e inicia-se o *loop* no tempo.

Dentro do *loop* no tempo o primeiro passo é estimar aceleração, velocidade, deslocamento utilizando os parâmetros de Newmark e adota-se que a fração martensítica e a temperatura permanecem inalteradas.

O próximo passo é chamado de **Verificação da tensão**, que tem como objetivo estimar a tensão. Nesse passo, inicialmente calculam-se a deformação, o módulo de elasticidade e a tensão e em seguida determina-se a posição no diagrama de fase que o material se encontra. Com essa posição podem ser calculados a fração martensítica, o módulo de elasticidade e o parâmetro H^i . Estima-se então o resíduo da tensão R_σ e o valor de $\Delta\sigma$. Se o valor de R_σ for inferior ao valor da tolerância (neste trabalho usou-se $tol = 10^{-6}$) o processo continua, caso contrário essas etapas se repetem até o valor de R_σ ser inferior a tol .

Após a **Verificação da tensão** o resíduo das equações do movimento é calculado e se ele for menor que o valor de tolerância passa-se para o próximo passo de tempo, caso contrário, calcula-se Δ a partir da matriz jacobiana e atualizam-se os valores de deslocamento, velocidade, aceleração e temperatura. Nota-se que o valor $\Delta(1)$ é referente ao incremento nas variáveis espaciais e $\Delta(2)$ à temperatura. Realiza-se então a verificação da

CAPÍTULO IV

Simulações Numéricas

Neste capítulo serão apresentados os resultados de simulações numéricas realizadas com o objetivo de avaliar o efeito dos materiais com memória de forma quando inseridos como elementos resilientes em sistemas dinâmicos. Inicialmente um sistema com um grau de liberdade contendo um elemento SMA será estudado visando verificar a influência do carregamento termomecânico e a taxa de aquecimento do material na resposta temporal do sistema.

Em uma segunda análise, um sistema de dois graus de liberdade, representando um sistema primário acoplado a um ADV, é apresentado como o estudado no capítulo anterior. O absorvedor dinâmico de vibração será sintonizado para diferentes valores de fração martensítica para se avaliar a eficiência do ADV na mitigação da vibração do sistema primário. Serão comparados os resultados obtidos utilizando um ADV com elemento de barra e com uma mola helicoidal constituída de SMA.

4.1 Sistema de um grau de liberdade contendo barra de SMA

Foi implementado um sistema de um grau de liberdade representado pela Fig. IV.1, composto de uma massa M ligada à base por uma barra de SMA de comprimento L_{sma} e área de seção transversal A_{sma} . O objetivo é verificar a influência da variação da rigidez da barra a partir de mudanças na temperatura, na presença de carregamento termomecânico.

Admite-se que a massa da barra seja muito inferior a M , de modo que sua inércia possa ser desprezada na modelagem.

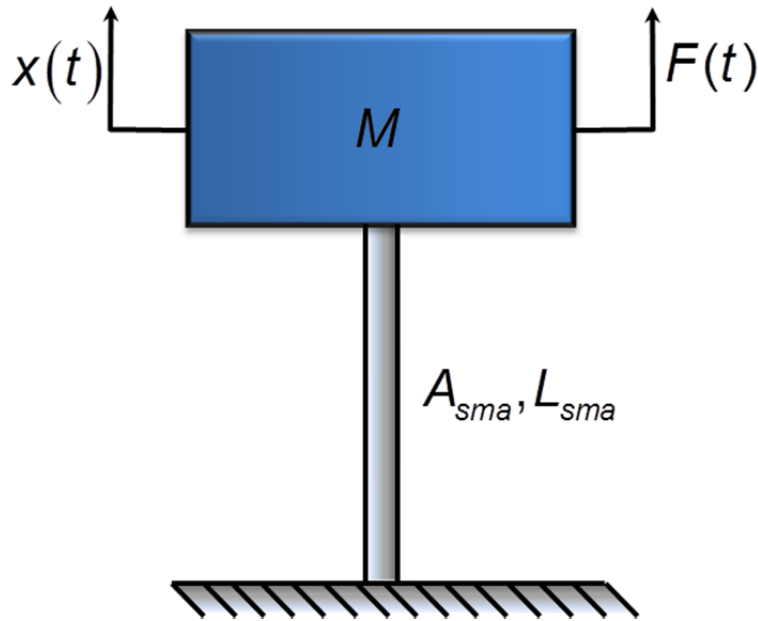


Figura IV.1 - Sistema de um grau de liberdade contendo barra de SMA.

É possível verificar que a força que atua na barra é dada por:

$$F_{sma} = \sigma_{sma} A_{sma} \quad (4.1)$$

onde a tensão atuante foi definida no Capítulo 2, conforme a Eq. (2.7). Assim, a força na barra assume a forma da Eq. (4.2).

$$F_{sma} = (\xi E_M + (1 - \xi) E_A) (\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o) A_{sma} \quad (4.2)$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton à massa M obtém-se a seguinte equação do movimento para o sistema estudado:

$$M\ddot{x} + (\xi E_M + (1 - \xi) E_A) (\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o) A_{sma} = F(t) \quad (4.3)$$

onde a deformação ε nesse caso é igual a $x(t)/L_{sma}$. É importante lembrar que a fração martensítica é calculada de acordo com o estado termomecânico do material; e a partir da metodologia de resolução das equações para o sistema dado, apresentadas no capítulo anterior, é possível obter a resposta dinâmica do sistema.

Um sistema com os parâmetros dados pela Tab. 4.1 foi simulado em ambiente MATLAB utilizando o algoritmo já detalhado neste trabalho.

Tabela 4.1 - Parâmetros do sistema vibratório de 1 gdl e do SMA.

Parâmetro	Valor	Parâmetro do Material	Valor
M	50 kg	C_M	7MPa/K
A_{sma}	$7,8 \times 10^{-5} \text{ m}^2$	C_A	7MPa/K
$F(t)$	$5 \times 10^5 \text{ sen}(\omega t) \text{ N}$	(A_s, A_f)	(296K, 315K)
Ω	485 rad/s	(M_s, M_f)	(292K, 274K)
L_{sma}	0,2 m	ε_L	0,05
		E_A	70 GPa
		E_M	30 GPa

Aplicando uma força harmônica sintonizada na frequência natural do sistema, que pode ser calculada pela Eq. (4.4), o sistema estará em ressonância. Neste caso, foi considerado o módulo de elasticidade $E(\xi)$ igual ao da martensita, ou seja, quando a fração martensítica da barra for igual a 1 o sistema estará em condição de ressonância.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{E(\xi) A_{sma}}{ML_{sma}}} \quad (4.4)$$

Busca-se, nesta seção, mostrar que, através da variação da temperatura do material de forma discreta, é possível modificar a fração martensítica do material de forma a alterar a sua frequência natural e, desta forma, retirar o sistema da condição ressonante.

A Fig. IV.2 compara as respostas temporais do sistema para diferentes temperaturas e, conseqüentemente, diferentes frações martensíticas.

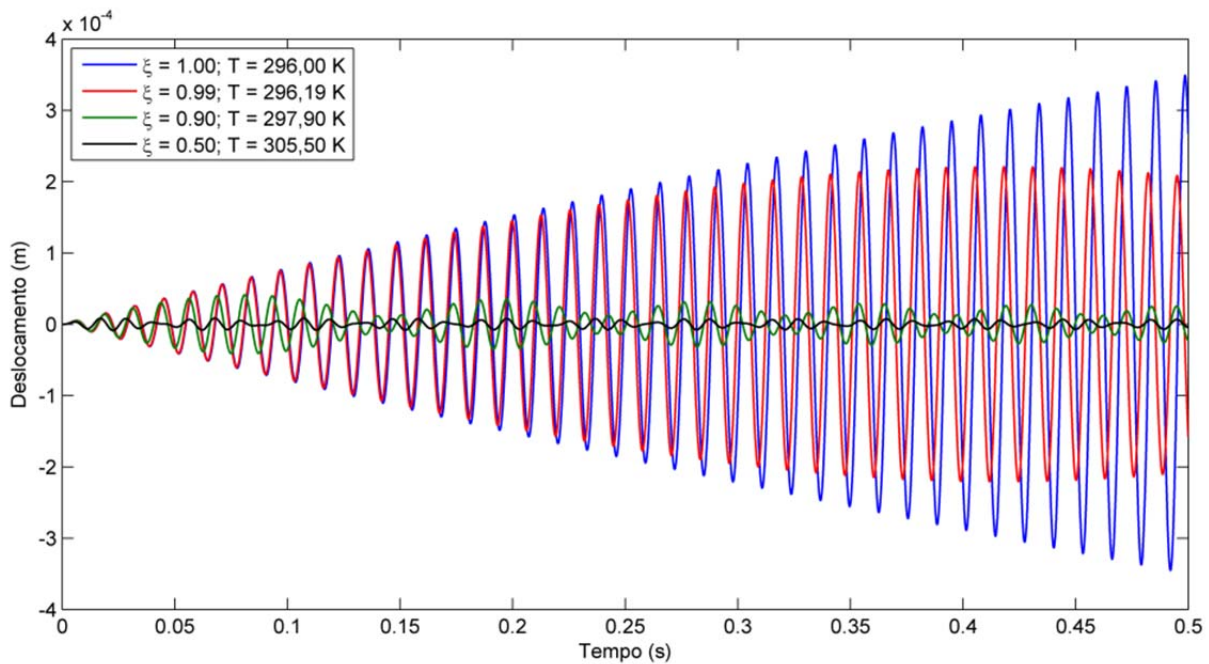


Figura IV.2 - Respostas em deslocamento do sistema estudado para diferentes frações martensíticas.

Verifica-se que a sensibilidade do comportamento do sistema com relação à temperatura é alta, uma vez que mudando a temperatura em apenas 0,19K o sistema deixa a condição ressonante (curva vermelha). Para uma mudança de 1,9K já é possível verificar que as amplitudes de vibração se reduzem de uma ordem de grandeza.

A variação da fração martensítica observada na simulação foi realizada mantendo-se a temperatura acima de A_s (fronteira da região de transformação) constante durante a simulação.

Como foi dito no Capítulo 2, a fração martensítica só é alterada se o caminho associado ao carregamento termomecânico possuir uma componente positiva na direção do vetor que caracteriza aquela transformação. Assim, verifica-se que mesmo quando a temperatura é mantida constante dentro da região de transformação, o carregamento mecânico sofrido pelo elemento resiliente possui uma componente positiva na direção do vetor de transformação. A Fig. IV.3 mostra a resposta temporal da fração martensítica para os casos simulados.

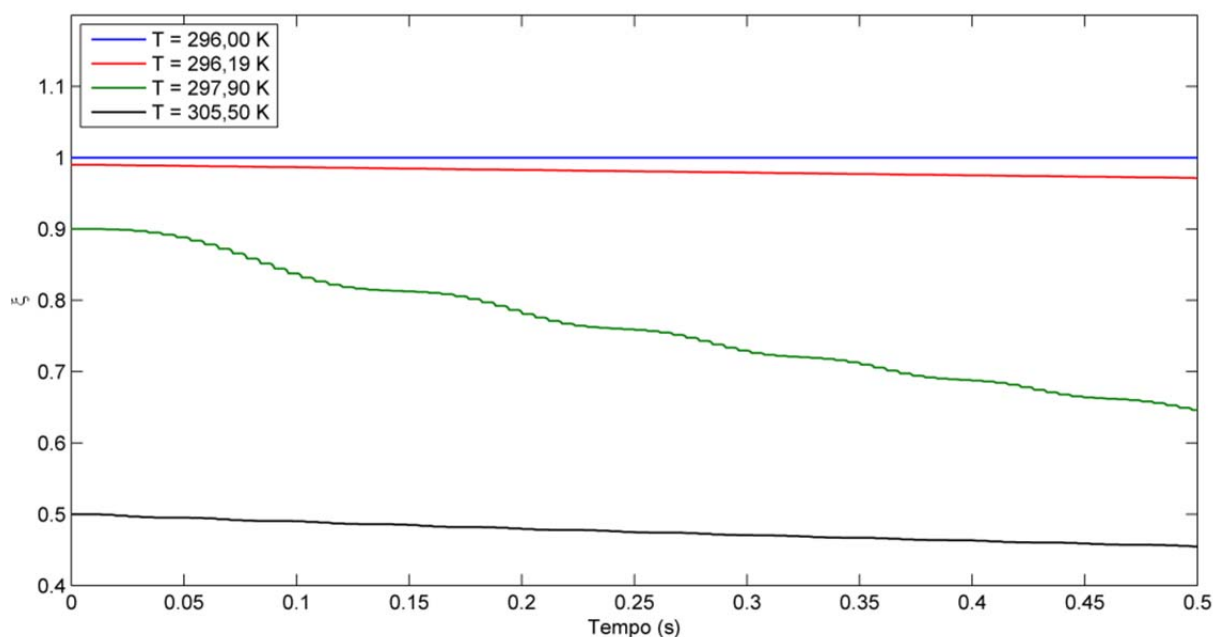


Figura IV.3 - Variação das frações martensíticas com o tempo para as diferentes situações estudadas.

Outra forma de realizar a mesma simulação é mantendo a fração martensítica constante no tempo através da realização da simulação fora da região de transformação. A Fig. IV.4 mostra esse processo de aquecimento, onde verifica-se que, partindo do ponto inicial A (fora da região de transformação), o material primeiramente é aquecido até o ponto B (fração martensítica desejada) e retorna ao ponto C antes de iniciar o processo de carregamento do material. Não há transformação durante o processo de resfriamento do ponto B ao C, uma vez que o caminho não possui componente na direção de transformação n^A . Tal processo será utilizado quando for apresentada a metodologia de sintonização de ADVs, onde é necessário que a fração martensítica seja constante para que o ADV permaneça sintonizado.

A diferença entre as respostas obtidas por estas duas metodologias pode ser visualizada na Fig. IV.5 onde são comparados os deslocamentos obtidos para o mesmo sistema simulado anteriormente utilizando $\xi = 0,9$ constante, e este parâmetro variável (temperatura constante). Verifica-se que a diferença é significativa, pois a fração martensítica é bastante alterada neste intervalo de tempo (Fig. IV.3) e, conseqüentemente, a rigidez da barra.

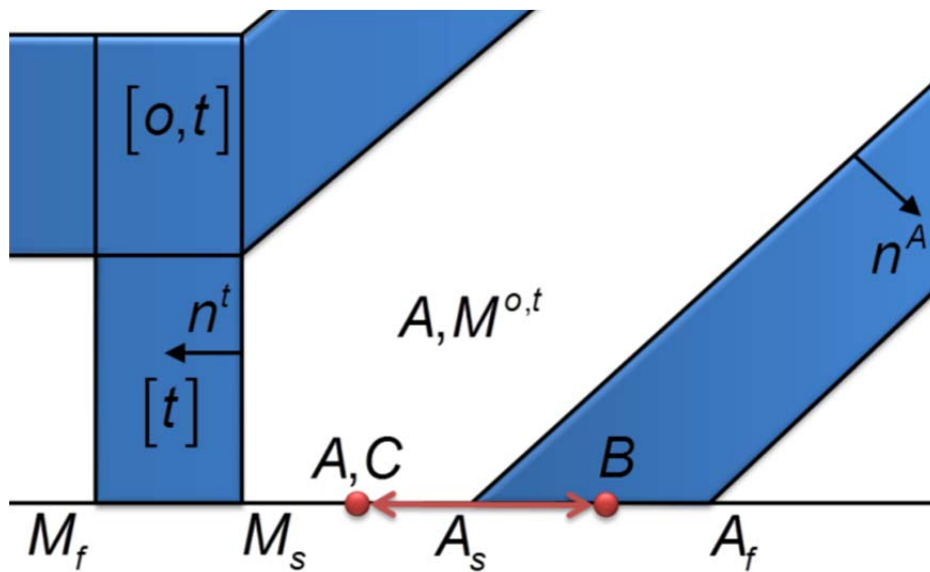


Figura IV.4 - Processo de aquecimento do material para manutenção da fração martensítica.

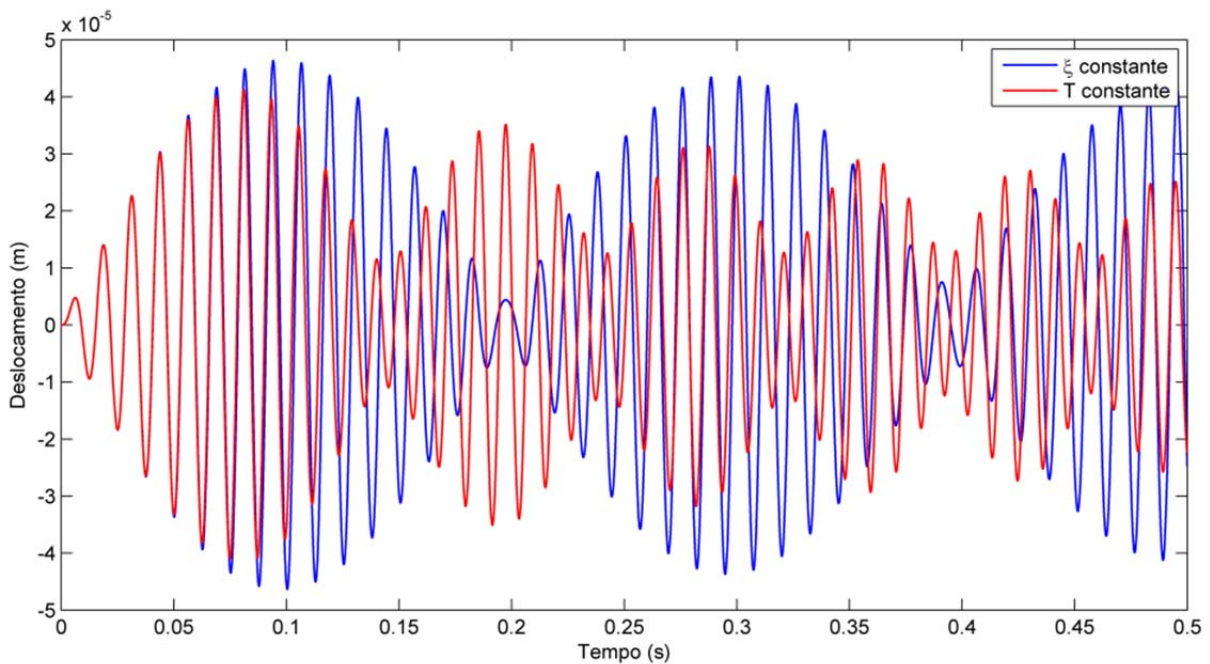


Figura IV.5 - Comparação entre os deslocamentos obtidos para $\xi = 0,9$ e diferentes processos de aquecimento do material.

Foram apresentadas as respostas dinâmicas do sistema aplicando-se carregamentos puramente mecânicos. A seguir, será avaliado o comportamento dinâmico do sistema quando este é excitado por um carregamento termomecânico, ou seja, ao mesmo tempo que o carregamento mecânico é aplicado, o material é aquecido.

Dentre as diversas formas de se variar a temperatura de forma a gerar um carregamento termomecânico, foi escolhida uma variação harmônica, representada pela Fig. IV.6, onde verifica-se o comportamento do carregamento total.

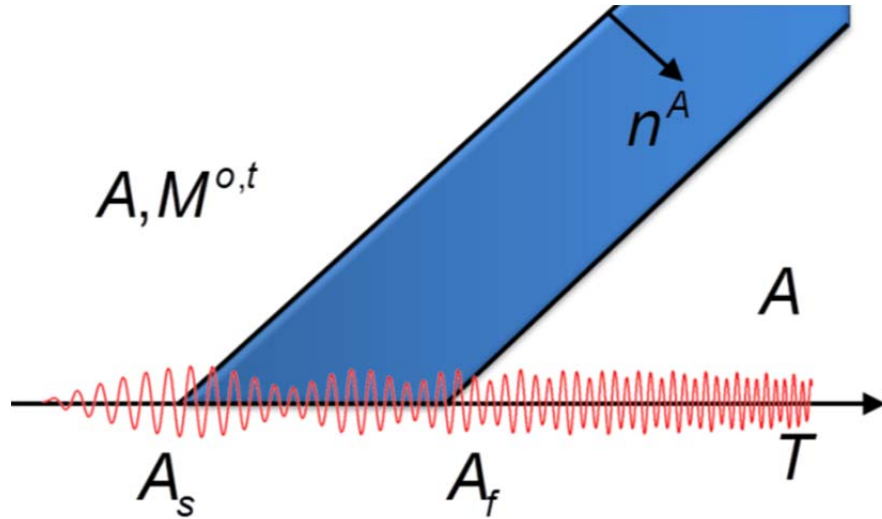


Figura IV.6 - Exemplo de carregamento termomecânico com variação térmica harmônica.

Outra forma escolhida para a variação da temperatura é a linear, tendo em vista que este tipo de variação pode ocorrer no caso de aquecimento via efeito Joule para resistência R e corrente elétrica I constantes, conforme a Eq. (4.5) que mostra a potência dissipada P .

$$P = RI^2 \quad (4.5)$$

Se a potência dissipada é constante a temperatura varia linearmente com o tempo conforme pode ser visto na Eq. (4.6), onde m é a massa aquecida, c_{sma} é o calor específico do SMA e $\frac{\Delta T}{dt}$ é a taxa de variação da temperatura que neste trabalho é referida como α :

$$P = mc_{sma} \frac{\Delta T}{dt} \quad (4.6)$$

A Fig. IV.7 mostra como as duas simulações foram realizadas. Verifica-se que as funções foram definidas para que durante o tempo de simulação (0,5 segundos) a temperatura variasse de A_s (296 K) a A_f (315 K).

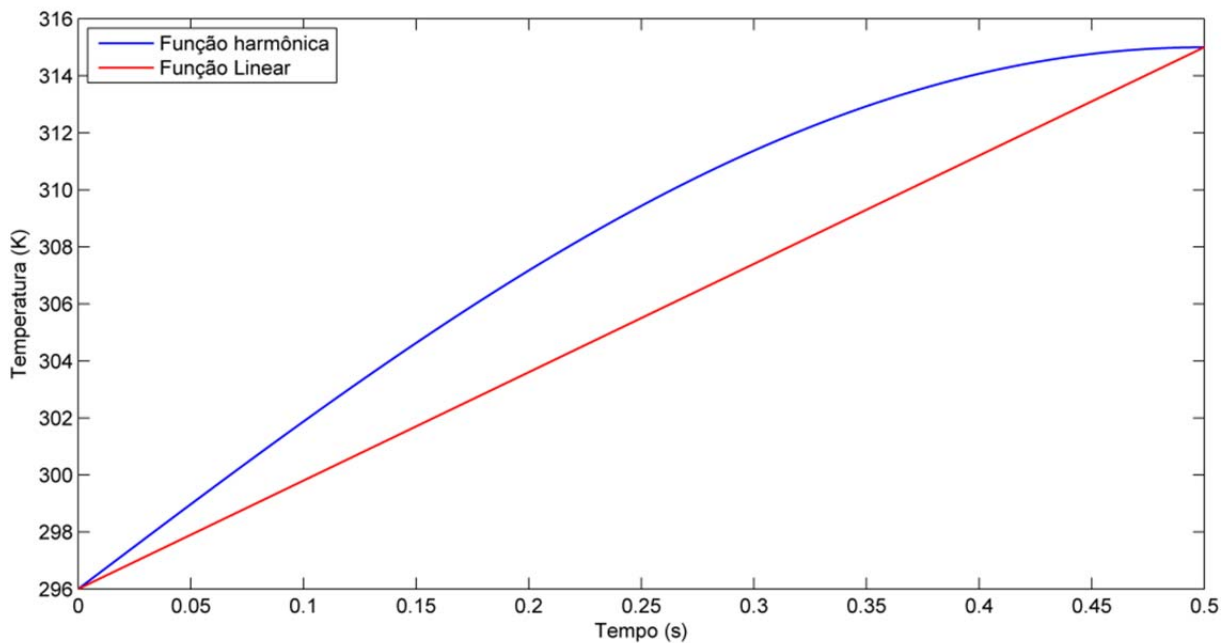


Figura IV.7 - Funções de variação térmica linear e harmônica

A partir de simulações realizadas, verificou-se que a resposta do sistema não é significativamente alterada quando é utilizada uma função linear ou uma função harmônica para representar a variação da temperatura. A Fig. IV.8 apresenta a comparação da resposta temporal do sistema estudado para as duas formas de variação utilizadas. Pequenas diferenças podem ser notadas em termos de amplitude e durante certo período há uma defasagem entre os dois sinais de resposta.

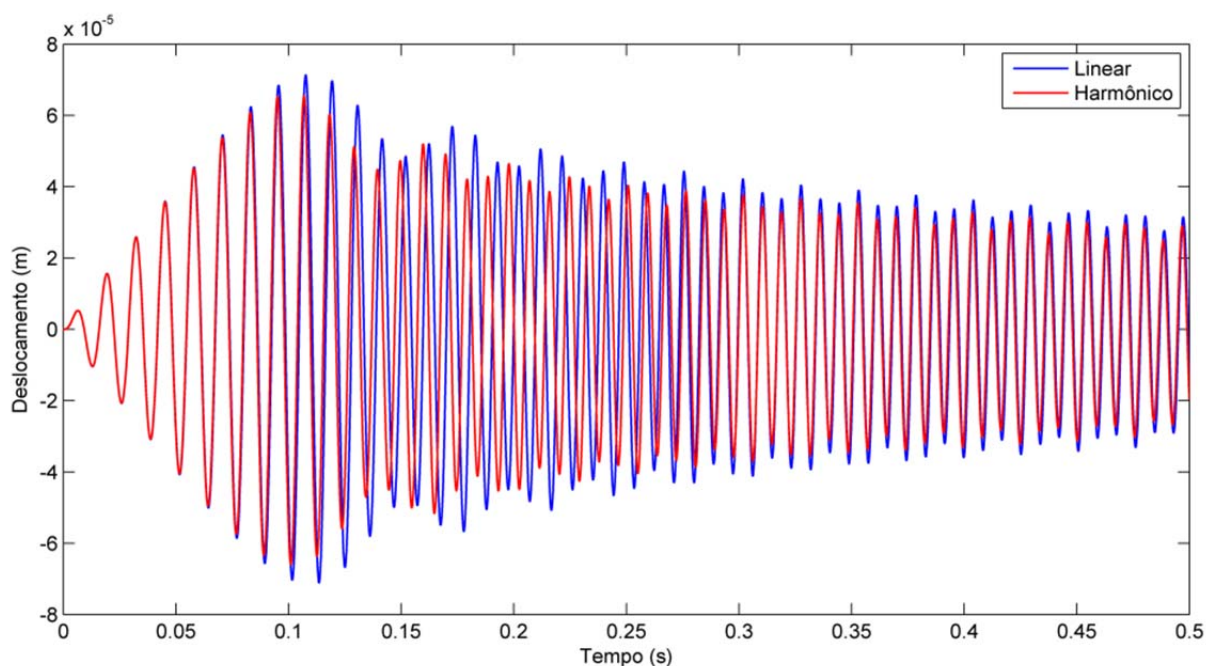


Figura IV.8 - Comparação entre as respostas temporais do sistema utilizando carregamentos térmicos variando de forma linear e harmônica.

Tais diferenças podem ser comprovadas através da Fig. IV.9 que mostra a diferença das frações martensíticas obtidas com as duas funções. Nota-se que o período em que há a defasagem entre as respostas obtidas pelas funções linear e harmônica ocorre quando há maior diferença entre as frações martensíticas para os dois casos.

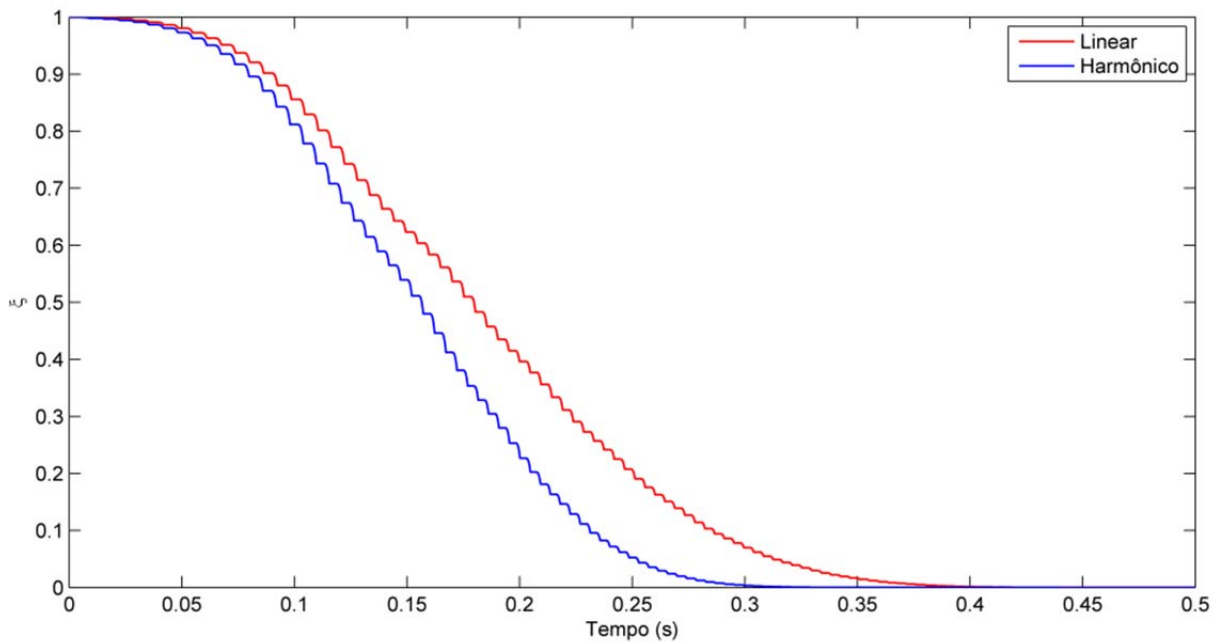


Figura IV.9 - Frações martensíticas do material aquecido utilizando função linear e harmônica.

Após a comprovação de que a resposta temporal do sistema não é significativamente alterada pela utilização das diferentes funções de aquecimento apresentadas, foi escolhida a função de aquecimento linear a ser utilizada na sequência do presente trabalho.

Outra avaliação que poder ser feita é em relação à taxa de aquecimento α . Considerando a função linear, foram realizadas simulações que comparam as respostas obtidas para diferentes valores desta taxa. Conforme esperado, é possível, através das Fig. IV.10 e IV.11, verificar que quanto maior a taxa de aquecimento, menores são as amplitudes obtidas, pois a fração martensítica varia mais rapidamente na medida em que se aumenta taxa de aquecimento.

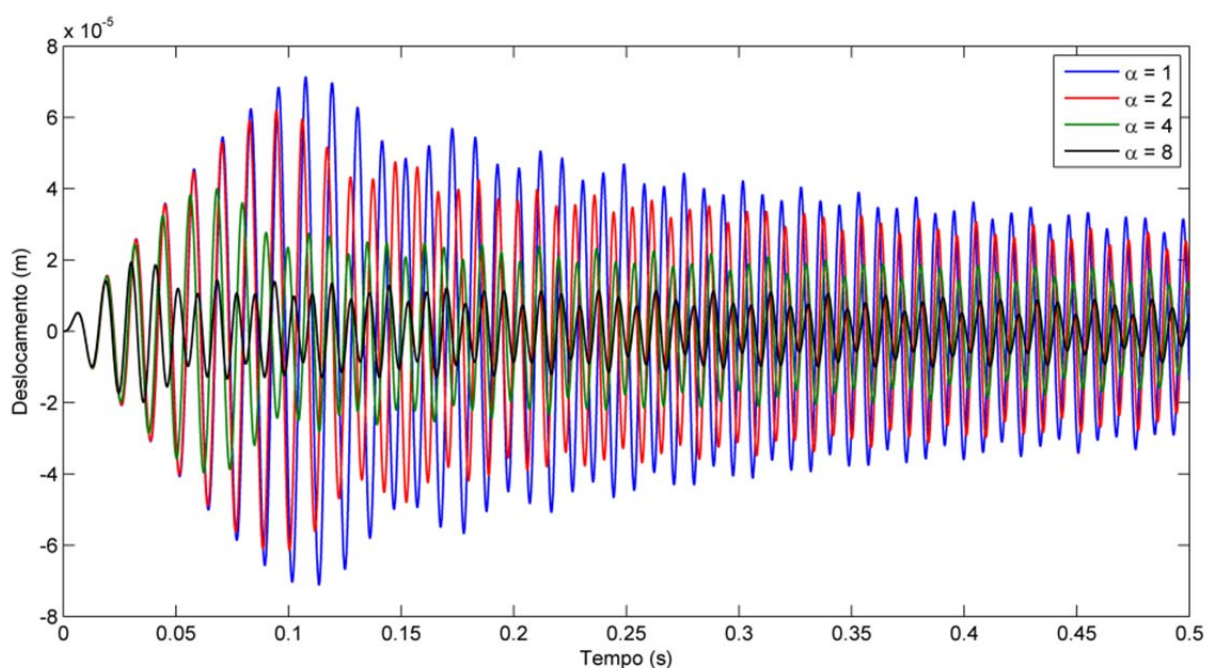


Figura IV.10 - Respostas temporais do sistema para diferentes taxas de aquecimento.

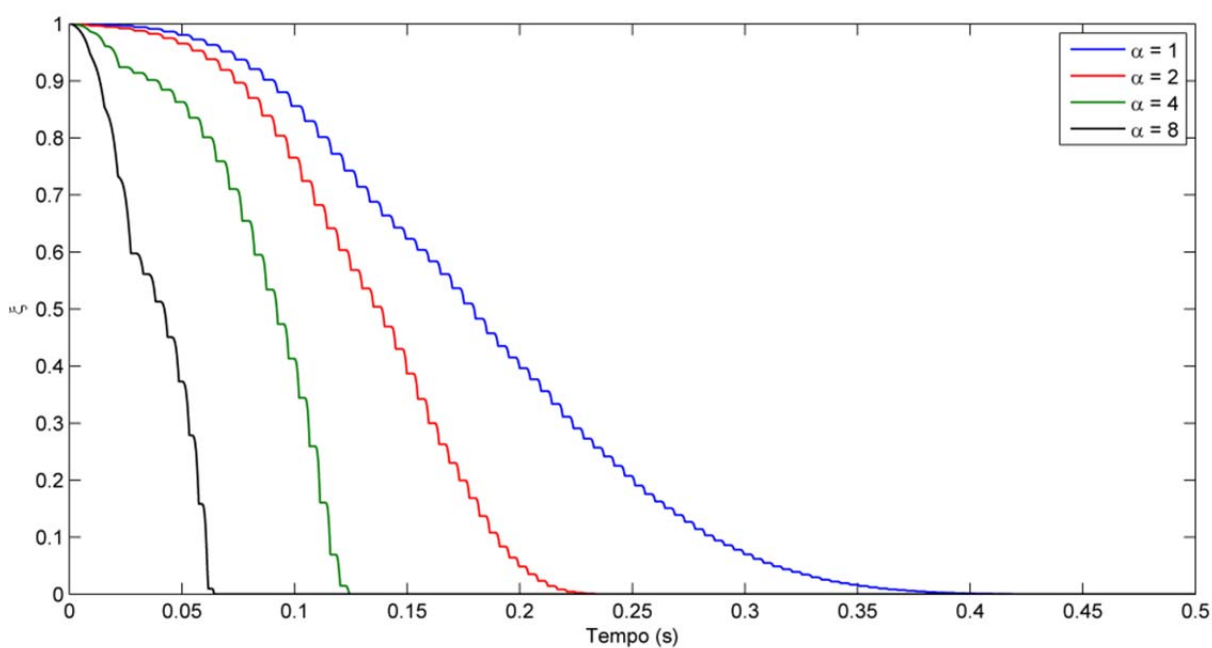


Figura IV.11 - Evolução da fração martensítica para diferentes taxas de aquecimento.

4.2 Sistema de dois graus de liberdade contendo barra de SMA

No Capítulo 3 foi apresentado um sistema de dois graus de liberdade, formado por um sistema primário acoplado com um ADV, conforme a Fig. 3.1. As equações do movimento

obtidas para esse sistema também já foram apresentadas no capítulo anterior e por isso não serão mostradas novamente neste capítulo.

Inicialmente foi simulado em ambiente MATLAB um sistema com os parâmetros dados pela Tab. 4.2. Tais parâmetros foram escolhidos de forma que a frequência natural do sistema primário estivesse dentro da região de transformação austenítica. Desta forma, para que o ADV seja sintonizado, a rigidez do elemento de SMA deve ter um valor intermediário entre a rigidez da martensita e a da austenita puras.

Tabela 4.2 - Parâmetros do sistema vibratório de 2 gdl e do SMA.

Parâmetro	Valor	Parâmetro do Material	Valor
M_1	10 kg	C_M	7MPa/K
M_2	0,2 kg	C_A	7MPa/K
k_1	1×10^7 N/m	(A_s, A_f)	(296,315)
A_{sma}	0,8 mm ²	(M_s, M_f)	(292,274)
c_2	20 N.s/m	ε_L	0,05
$F(t)$	$10 \sin(\Omega t)$ N	E_A	70 GPa
Ω	1000 rad/s	E_M	30 GPa
L_{sma}	0,2 m		

Assim como no caso do sistema de um grau de liberdade foi aplicada uma força harmônica ao sistema primário de forma a excitá-lo na sua frequência natural e levá-lo à ressonância. Quando a frequência natural do ADV é igual à frequência de excitação, o ADV está sintonizado e este absorve energia vibratória do sistema primário atenuando a amplitude de vibração deste. Para o sistema estudado, a frequência natural do sistema primário é de 1000 rad/s, e a fração martensítica que sintoniza o ADV para essa frequência é igual a 0,5. Para as condições de martensita pura e de austenita pura, as frequências naturais do ADV são iguais a 774,59 e 1183,21 rad/s, respectivamente.

O processo de aquecimento do fio foi descrito anteriormente; para que o SMA mantenha sua fração martensítica constante e o ADV permaneça sintonizado, é necessário que o aquecimento do material seja realizado antes do processo de carregamento do material conforme Fig. IV.12.

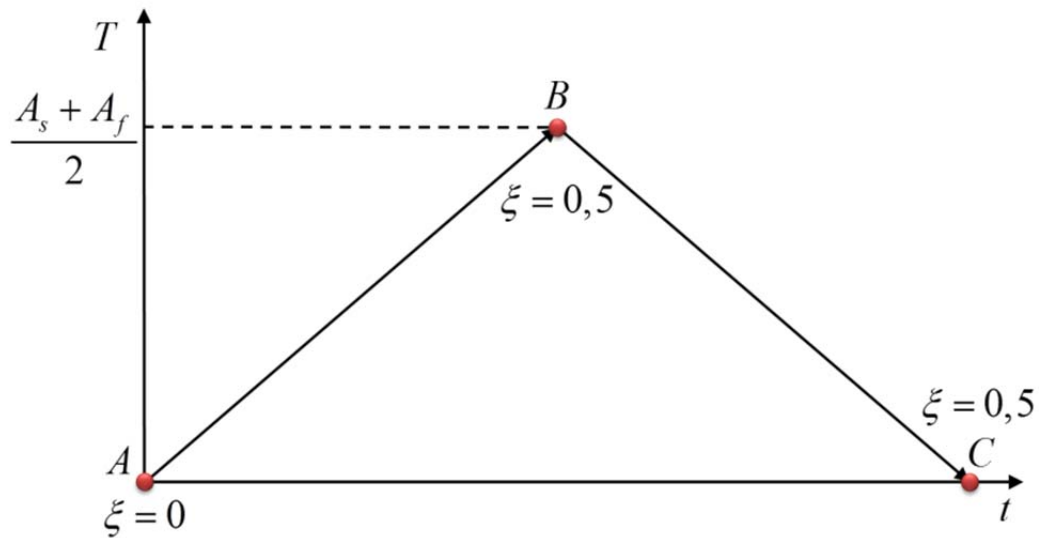


Figura IV.12 - Transformação de fase induzida pela temperatura.

Os resultados obtidos para o ADV sintonizado são mostrados na Fig. IV.13, onde são comparados os deslocamentos do sistema primário sem a presença do ADV, os deslocamentos do sistema primário com a presença do ADV sintonizado e os deslocamentos do ADV.

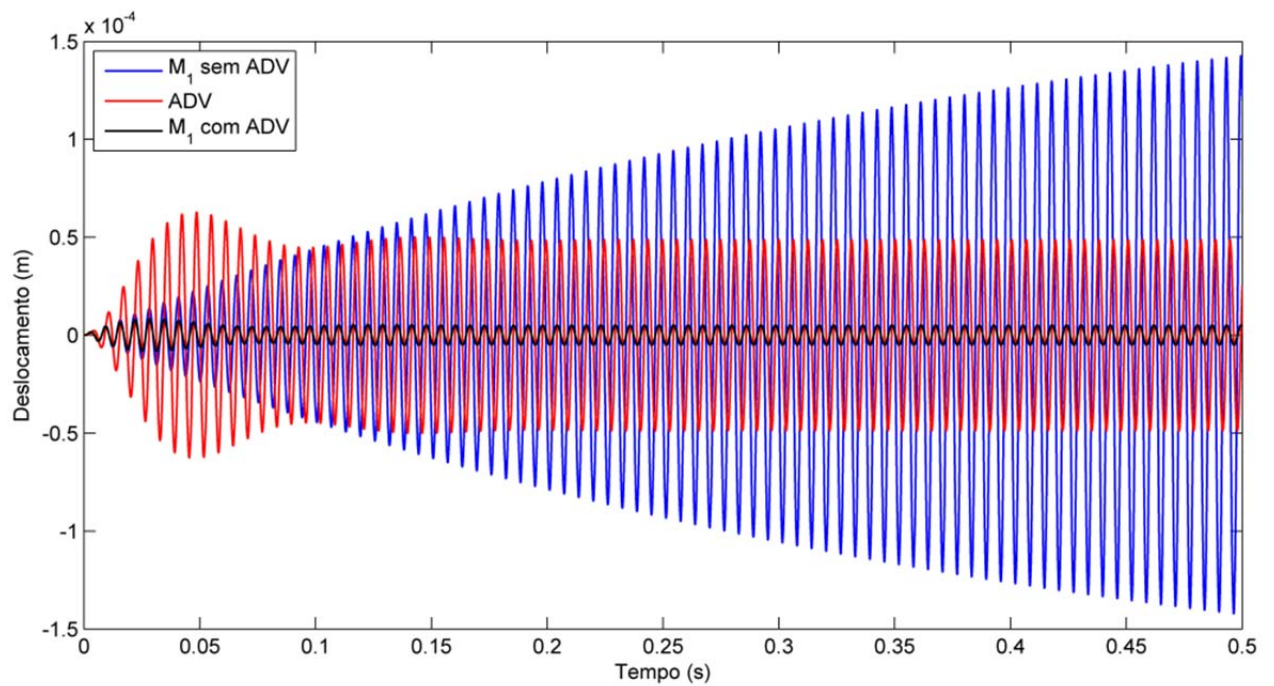


Figura IV.13 - Comparação entre os deslocamentos obtidos sem e com a presença do ADV sintonizado.

Verifica-se através dos resultados obtidos que a presença do ADV efetivamente reduz em mais de uma ordem de grandeza a amplitude de vibração do sistema primário quando comparado com a amplitude de vibração do sistema sem o ADV.

Assim como feito para o sistema de um grau de liberdade considerado anteriormente, foram realizadas análises paramétricas para verificar a sensibilidade do ADV à dessintonização. Através da variação da fração martensítica do material de forma discreta foi possível modificar a frequência natural do ADV de forma a dessintonizá-lo.

A Fig. IV.14 compara os deslocamentos do sistema primário obtidos para o ADV sintonizado ($\xi = 0,5$) e quando o material se encontra nos estados de martensita pura e austenita pura.

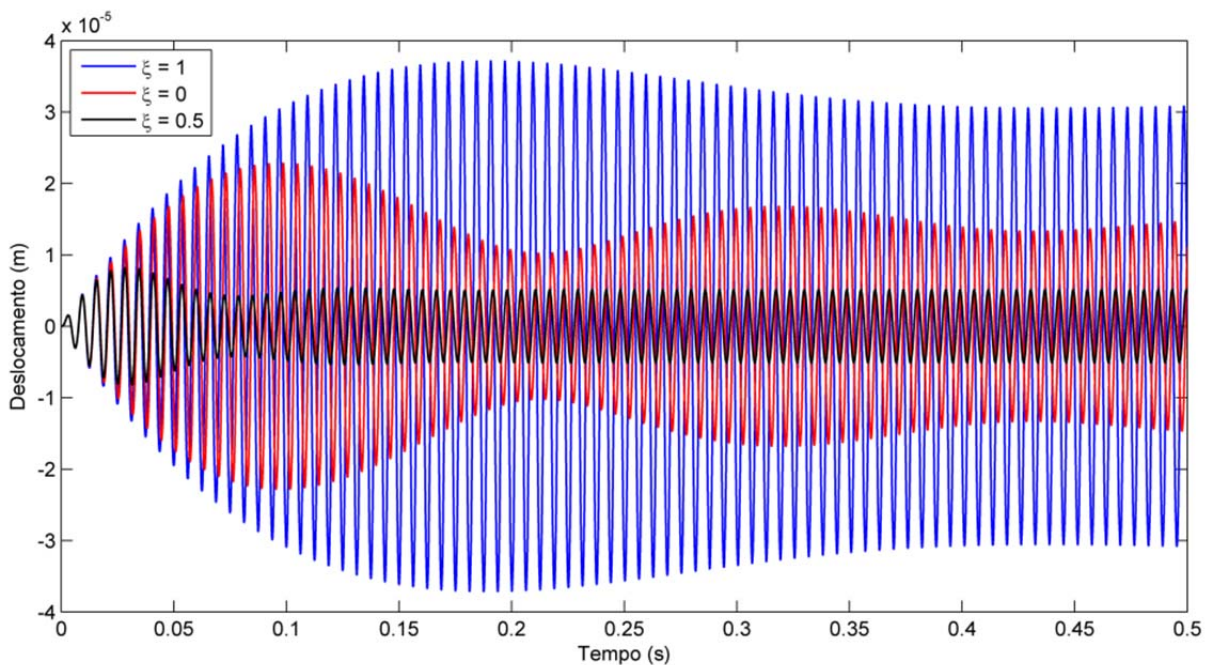


Figura IV.14 - Deslocamentos do sistema primário para diferentes frações martensíticas do ADV.

Verifica-se que quando o ADV está dessintonizado este perde sua eficiência; por exemplo, quando o material está no estado de martensita pura o nível de vibração é dez vezes maior de quando o ADV está sintonizado. Não obstante, ainda que o ADV esteja dessintonizado, ocorre mitigação de vibração como pode ser visualizado na Fig. IV.15 que mostra o pior caso ($\xi = 1$) para quando o sistema é excitado em sua frequência natural.

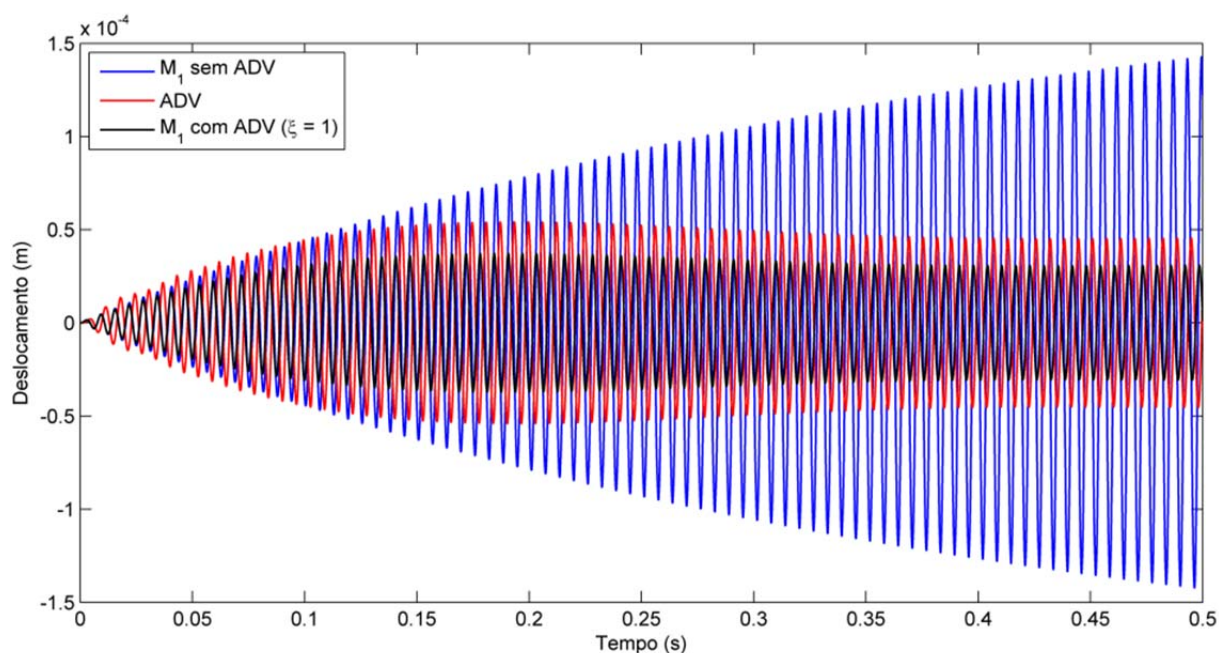


Figura IV.15 - Comparação entre os deslocamentos obtidos sem e com a presença do ADV dessintonizado ($\xi = 1$).

Com relação à sensibilidade do sistema a pequenas variações da fração martensítica do elemento resiliente do ADV foram simulados casos com variação menor do ξ como pode ser visto na Fig. IV.16.

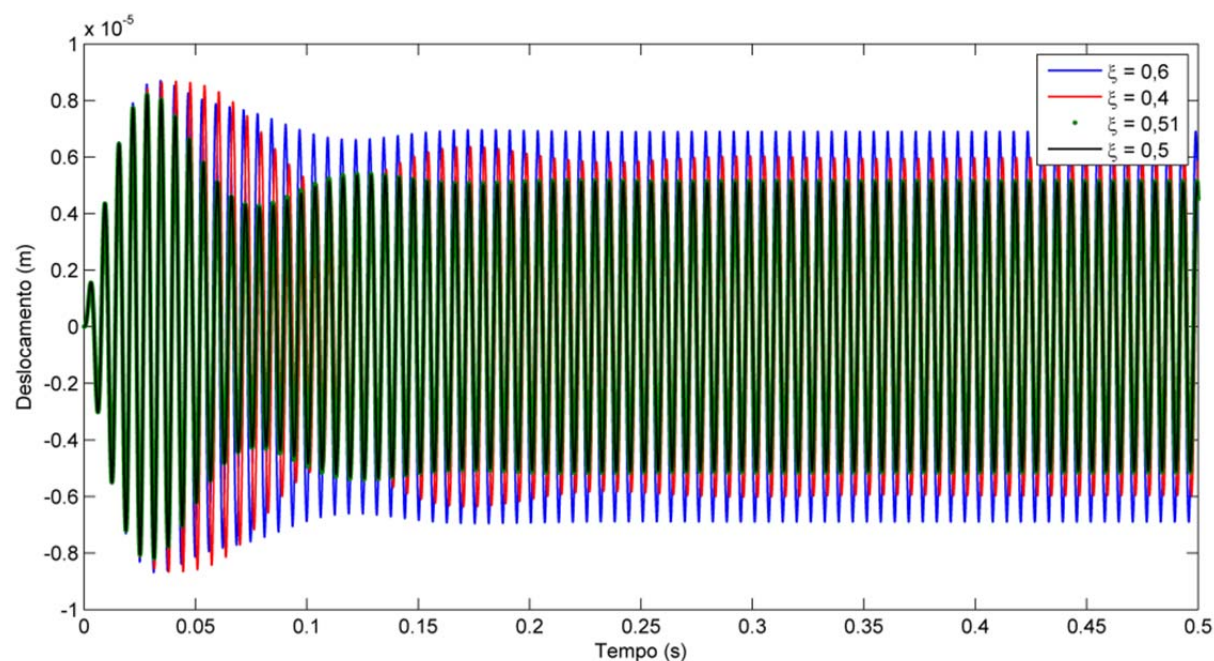


Figura IV.16 - Deslocamentos do sistema primário para baixas variações de fração martensítica do ADV.

Verifica-se que a eficiência do ADV continua sendo alta apesar da desintonização do ADV; mesmo com uma variação de 20% da fração martensítica a amplitude do sistema primário não foi muito alterada quando comparada com o ADV sintonizado. Quando comparados os deslocamentos do sistema sintonizado com os do sistema dessintonizado e fração martensítica 0,51 (variação de 2%) verifica-se que praticamente não há diferença entre as respostas temporais.

A próxima análise realizada objetiva a verificação da eficiência do ADV quando este é aquecido durante o seu funcionamento. Como já foi dito, para que o ADV permaneça sintonizado durante todo o tempo de simulação é necessário que o material com memória de forma não altere sua fração martensítica, ou seja, o material não pode ser aquecido durante a simulação, de modo que venha sofrer transformação de fase. No intuito de quantificar a perda de eficiência do ADV foram realizadas simulações em que o material com memória de forma foi aquecido durante o carregamento do sistema. A Fig. IV.17 mostra os deslocamentos do sistema primário (M_1) e do ADV quando este foi aquecido linearmente até a temperatura A_f .

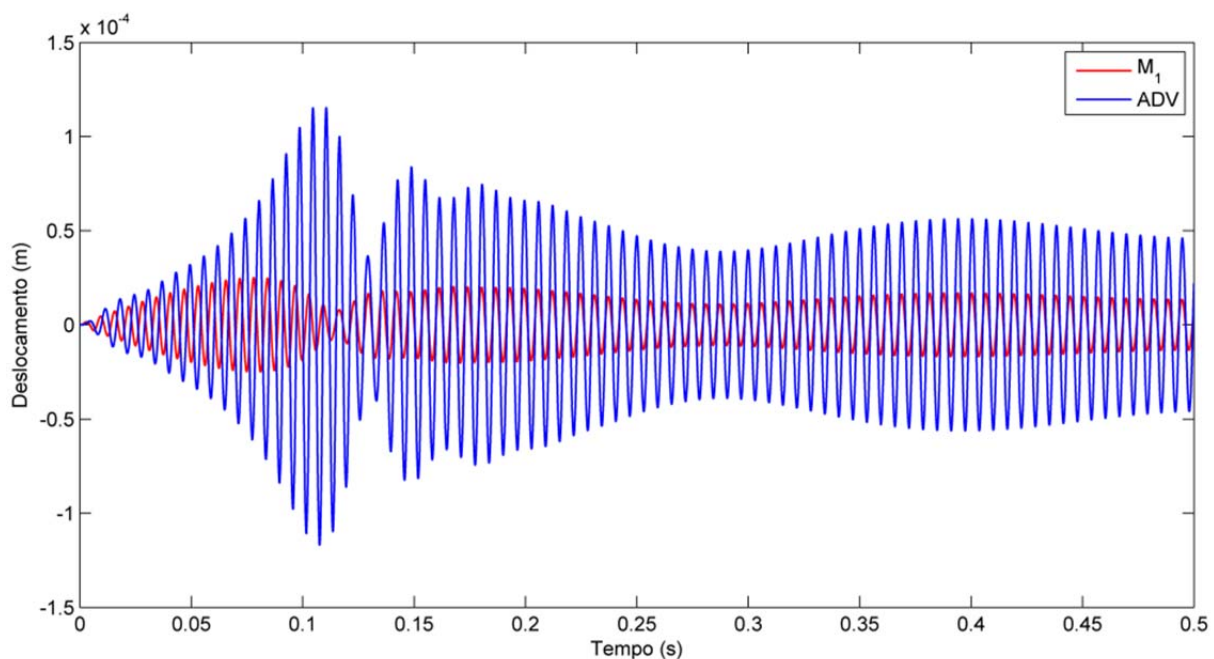


Figura IV.17 - Deslocamentos do sistema primário e do ADV com aquecimento do material com memória de forma.

Para o sistema de dois graus de liberdade contendo ADV estudado foi realizada uma simulação comparando as respostas temporais do sistema primário para diferentes taxas de aquecimento α como pode ser visto na Fig. IV.18.

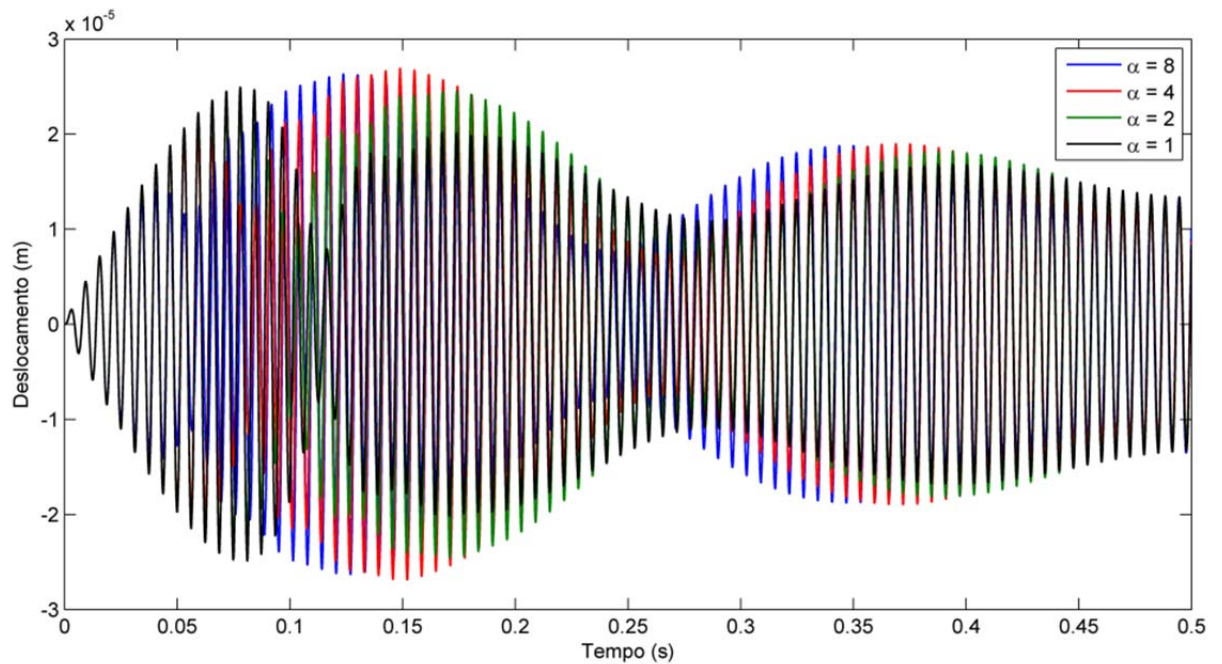


Figura IV.18 - Deslocamentos do sistema primário considerando diferentes taxas de aquecimento do material.

Somente através da Fig. IV.18 é difícil concluir algo, pois em alguns intervalos de tempo o sistema primário sob a influência da maior taxa de aquecimento ($\alpha = 8$) possui a menor amplitude de vibração e em outros momentos aparentemente a menor taxa de aquecimento ($\alpha = 1$) resulta em menores amplitudes de vibração.

Através da Fig. IV.19 é possível verificar a evolução temporal da fração martensítica considerando diferentes taxas de aquecimento. Verifica-se que para todos os valores de α , o tempo que o sistema permanece nas proximidades de $\xi = 0,5$ (sintonizado) é mínimo, ou seja, o sistema está dessintonizado na maior parte do tempo para todos os valores de α , por isso não há muita diferença entre a resposta temporal nos diferentes casos.

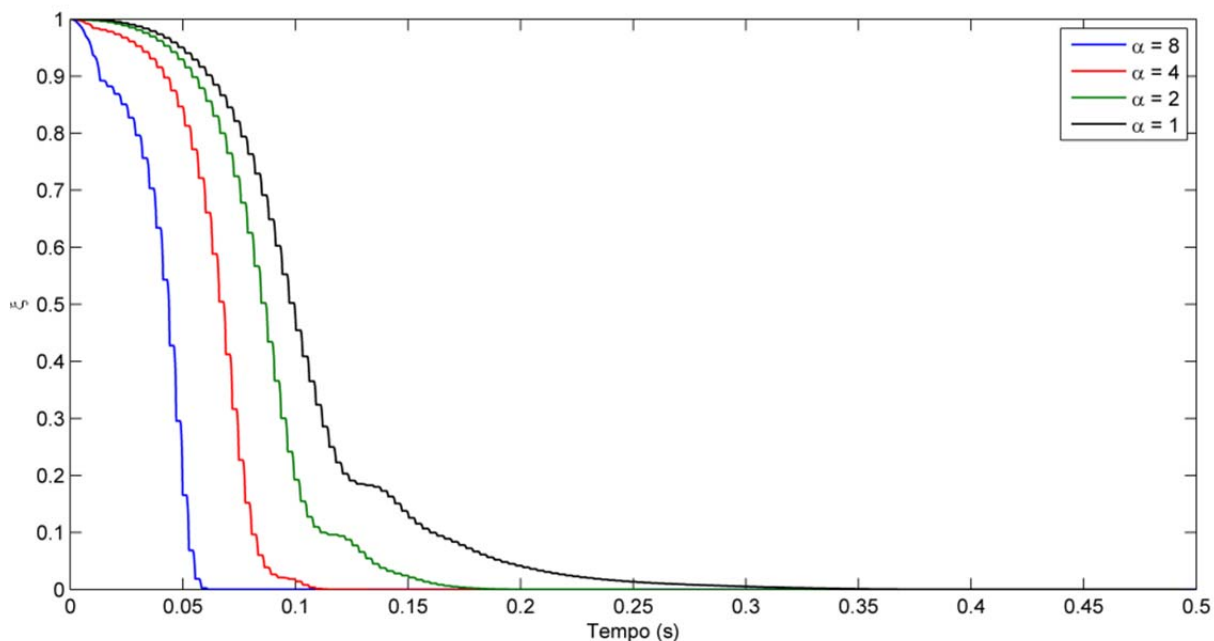


Figura IV.19 - Evolução da fração martensítica considerando diferentes taxas de aquecimento do material.

Através das simulações realizadas é possível verificar que mesmo em condições desfavoráveis ao ADV (dessintonização discreta e através do aquecimento do material durante o carregamento do sistema) este se mostrou eficiente na mitigação de vibração do sistema primário.

4.3 Sistema de dois graus de liberdade contendo mola helicoidal de SMA

Após a realização de diversas simulações de um sistema de dois graus de liberdade contendo uma barra de memória de forma como elemento de rigidez de um ADV, nesta seção serão realizadas simulações numéricas de um sistema de dois graus de liberdade, composto por um sistema primário e um ADV contendo uma mola helicoidal de memória de forma.

As equações do movimento deste sistema já foram apresentadas no Capítulo 3, assim como a forma de sintonizar esse ADV. Nesta seção serão apresentados os resultados de várias simulações deste sistema.

Foi simulado um sistema com os parâmetros dados pela Tab. 4.3. Tais parâmetros foram escolhidos de forma que para que o ADV estivesse sintonizado sua fração martensítica deveria ser igual a 0,5, assim como já foi feito anteriormente.

Tabela 4.3 - Parâmetros do sistema vibratório de 2 gdl contendo mola helicoidal.

Parâmetro	Valor	Parâmetro do Material	Valor
M_1	10 kg	C_M	7MPa/K
M_2	0,2 kg	C_A	7MPa/K
k_1	1×10^5 N/m	(A_s, A_f)	(296,315)
c_2	1 Ns/m	(M_s, M_f)	(292,274)
$F(t)$	$1 \text{sen}(\Omega t)$ N	ε_L	0,05
Ω	100 rad/s	E_A	70 GPa
d	0,01 m	E_M	30 GPa
D	0,1 m	ν	0,3
C	10		
N	12		

Foi aplicada uma força harmônica ao sistema primário no intuito de excitá-lo em sua frequência natural, assim como foi feito nos casos anteriores. O ADV neste caso possui como elemento de rigidez uma mola helicoidal cujos diâmetro do fio (d), diâmetro médio das espiras (D), índice de mola (C) e número de espiras (N) foram escolhidos de forma a sintonizar o ADV quando a fração martensítica do SMA fosse igual a 0,5. Quando os materiais estão em seus estados de martensita pura e austenita pura as frequências naturais do ADV são iguais a 77,45 e 118,3 rad/s, respectivamente.

É importante ressaltar que não foi possível simular um sistema exatamente igual aquele simulado anteriormente uma vez que para isso os parâmetros da mola não seriam adequados para representar molas reais.

Os resultados obtidos para o ADV sintonizado são mostrados na Fig. IV.20, onde estão presentes os deslocamentos do sistema primário sem a presença do ADV, os deslocamentos do sistema primário com a presença do ADV sintonizado e os deslocamentos do ADV.

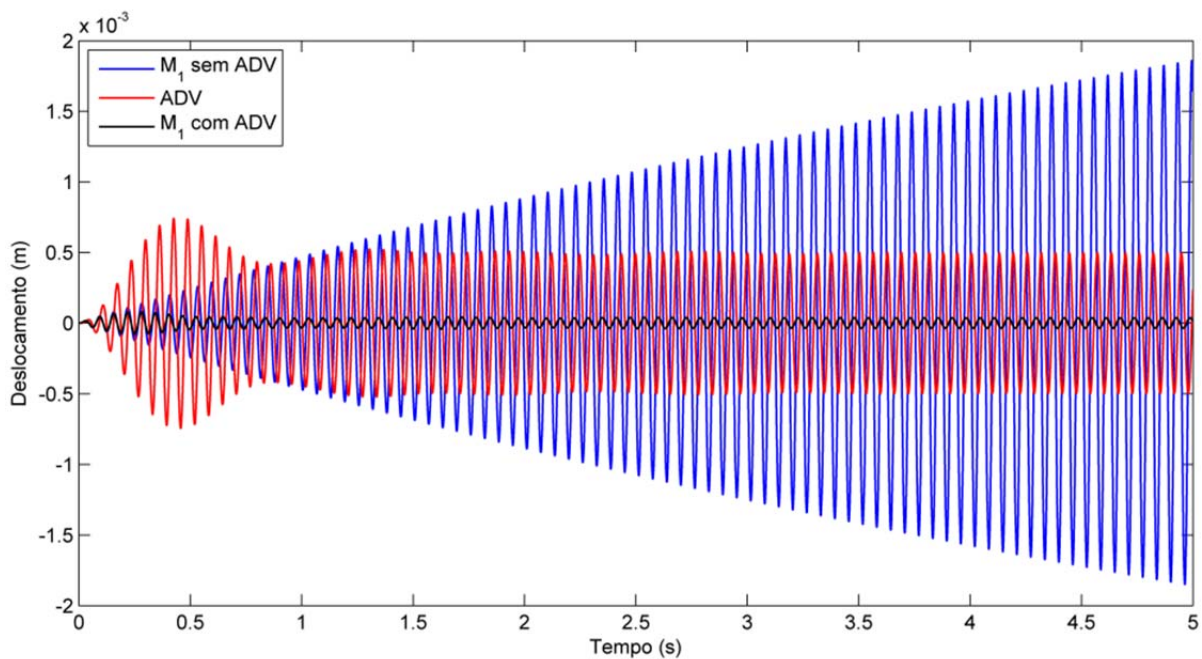


Figura IV.20 - Comparação entre os deslocamentos obtidos sem e com a presença do ADV de mola SMA sintonizado.

É possível verificar que os resultados obtidos para o sistema de dois graus de liberdade contendo mola helicoidal de SMA são semelhantes aos resultados obtidos para o sistema de dois graus de liberdade contendo barra de SMA como elemento resiliente. Verifica-se que o ADV sintonizado é muito eficiente na mitigação da amplitude vibratória do sistema primário, reduzindo esta em mais de uma ordem de grandeza quando se compara com o sistema primário sem a presença do ADV.

Foram realizadas simulações para verificar a sensibilidade do ADV à dessintonização, assim como já foi feito para outros sistemas neste capítulo. Através da variação discreta da temperatura foi possível modificar a fração martensítica do ADV de forma a dessintonizá-lo.

A Fig. IV.21 compara os deslocamentos do sistema primário obtidos para o ADV sintonizado com os deslocamentos obtidos quando o SMA está em estado de martensita pura e austenita pura.

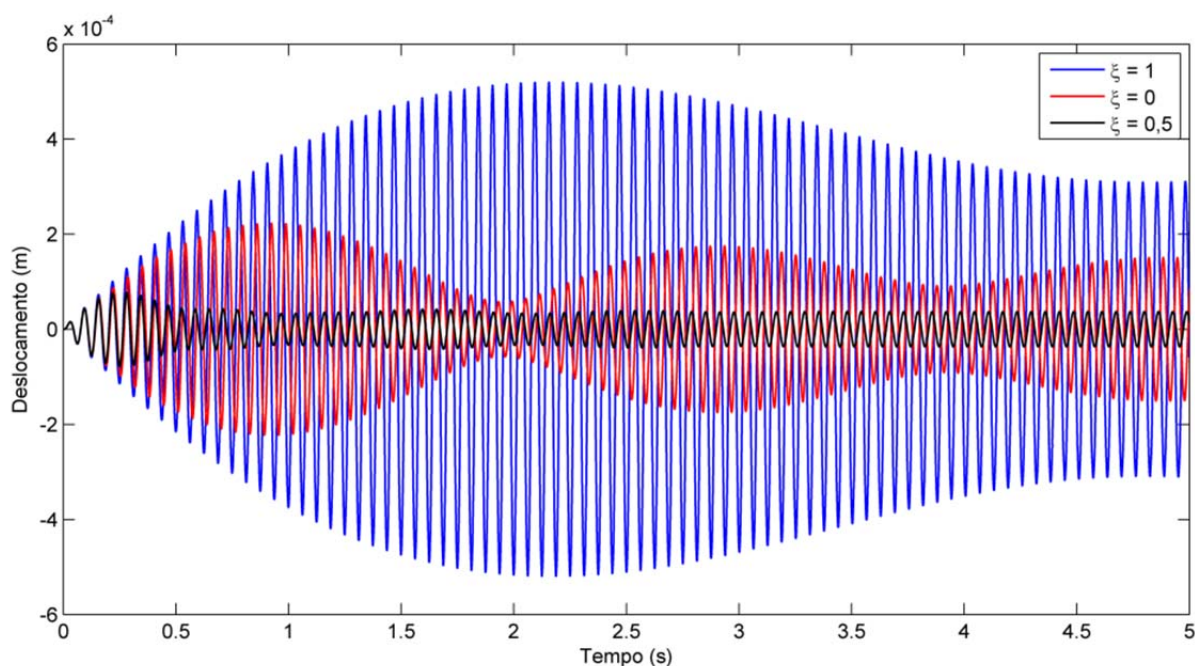


Figura IV.21 - Deslocamentos do sistema primário para diferentes frações martensíticas do ADV de mola helicoidal.

A última análise realizada foi uma verificação da eficiência do ADV quando este é aquecido durante o carregamento do sistema primário. A Fig. IV.22 mostra os deslocamentos obtidos do sistema primário para diferentes taxas de aquecimento do SMA e a Fig. IV.23 mostra a evolução da fração martensítica da mola SMA do ADV.

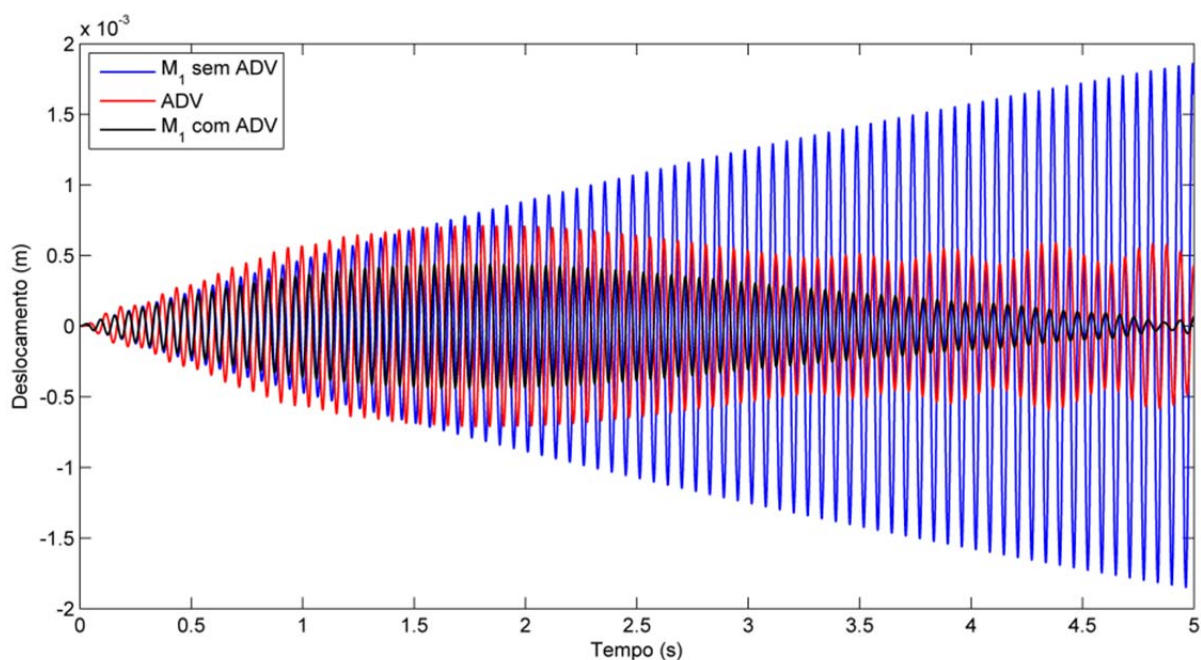


Figura IV.22 - Deslocamentos do sistema primário sem e com o ADV incluindo aquecimento da mola SMA.

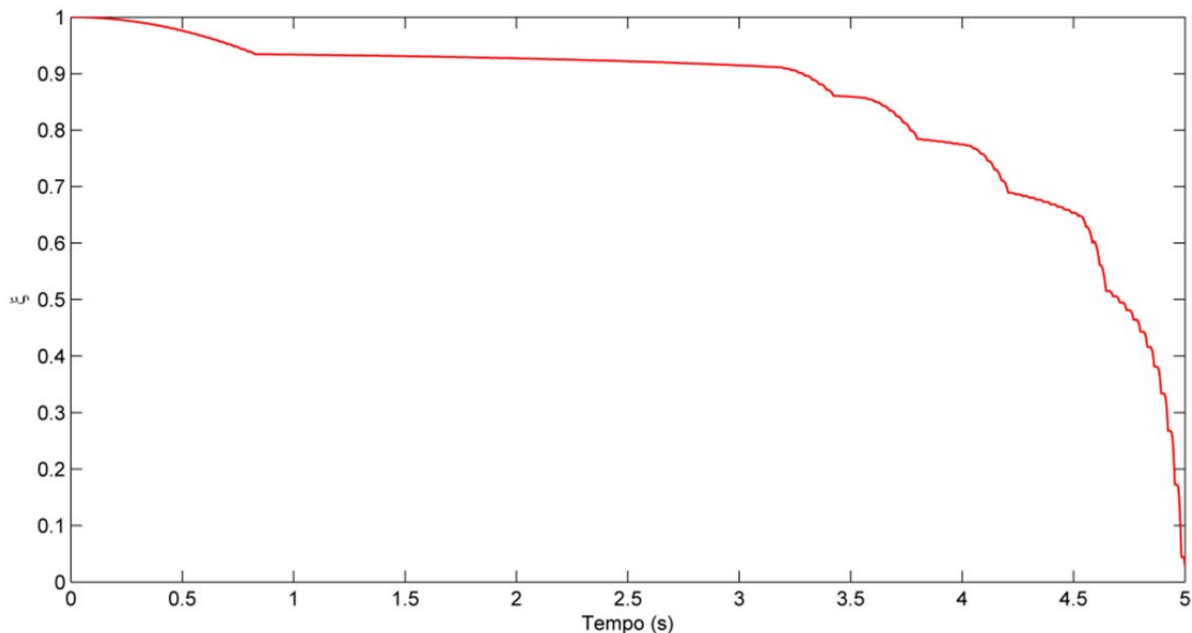


Figura IV.23 - Evolução da fração martensítica da mola SMA incluindo aquecimento.

É possível verificar grande diferença entre os resultados obtidos para o sistema de dois graus de liberdade contendo ADV de barra de SMA e os obtidos para o sistema contendo ADV na forma de mola de SMA. Tal diferença se deve ao fato de que a força de excitação que é a mesma utilizada nos dois sistemas não é suficiente para gerar na mola de SMA a

mesma deformação produzida na barra de SMA. Para comprovação, foi realizado um teste aumentando a amplitude da força no sistema primário de forma a aumentar a deformação da mola e acelerar a transformação de fase. Para uma amplitude de força dez vezes maior os deslocamentos do sistema primário e do ADV são apresentados na Fig. IV.24 e a evolução da fração martensítica na Fig. IV.25.

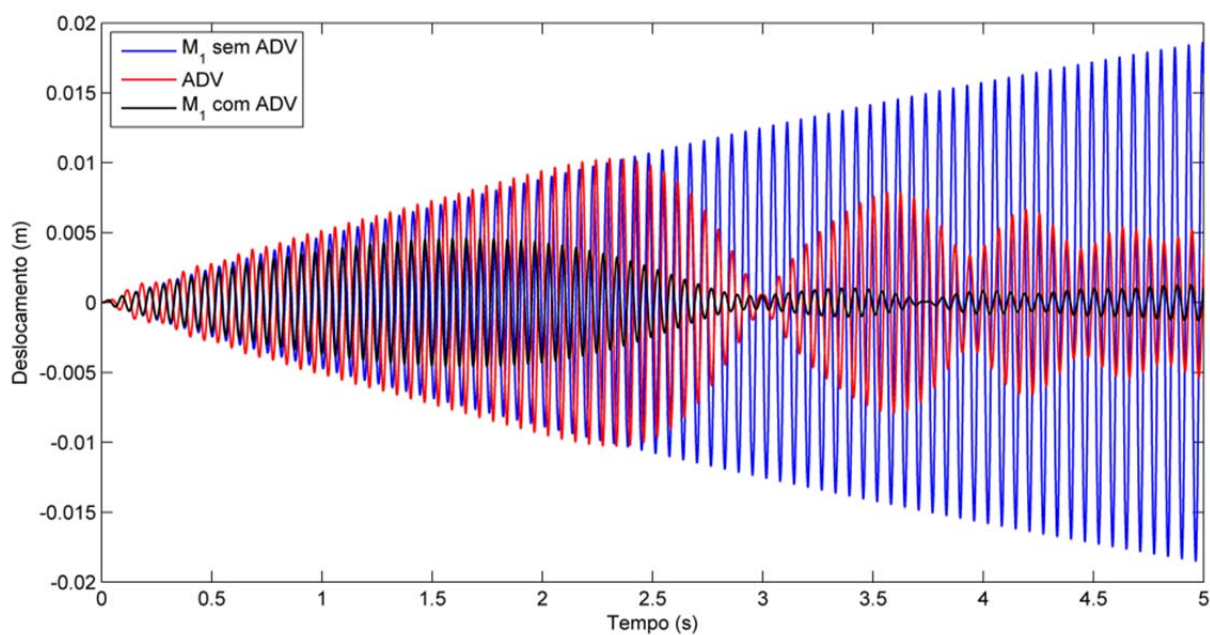


Figura IV.24 - Deslocamentos do sistema primário sem e com o ADV incluindo aquecimento da mola SMA para uma força de excitação dez vezes maior.

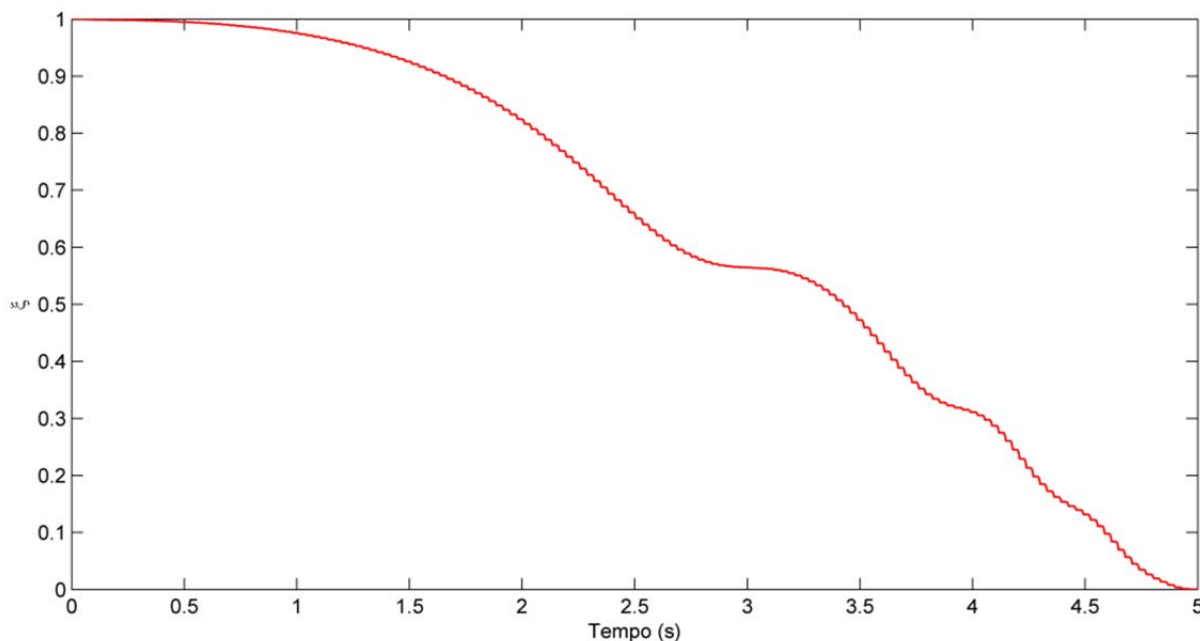


Figura IV.25 – Evolução da fração martensítica da mola SMA incluindo aquecimento para força dez vezes maior.

É possível verificar deslocamentos semelhantes aos obtidos para outros sistemas. Na Fig. IV.25 verifica-se que a partir de 3 segundos de simulação (quando o ADV se aproximou de $\xi = 0,5$) a amplitude de resposta temporal do sistema primário reduziu-se significativamente, como pode ser visto na Fig. IV.24.

Com esse mesmo sistema (força de excitação dez vezes maior) foram realizadas diversas simulações variando a taxa de aquecimento do material assim como já foi feito anteriormente. As Fig. IV.26 e Fig. IV.27 apresentam os deslocamentos obtidos para as diferentes taxas de aquecimento da mola SMA e a evolução da fração martensítica, respectivamente.

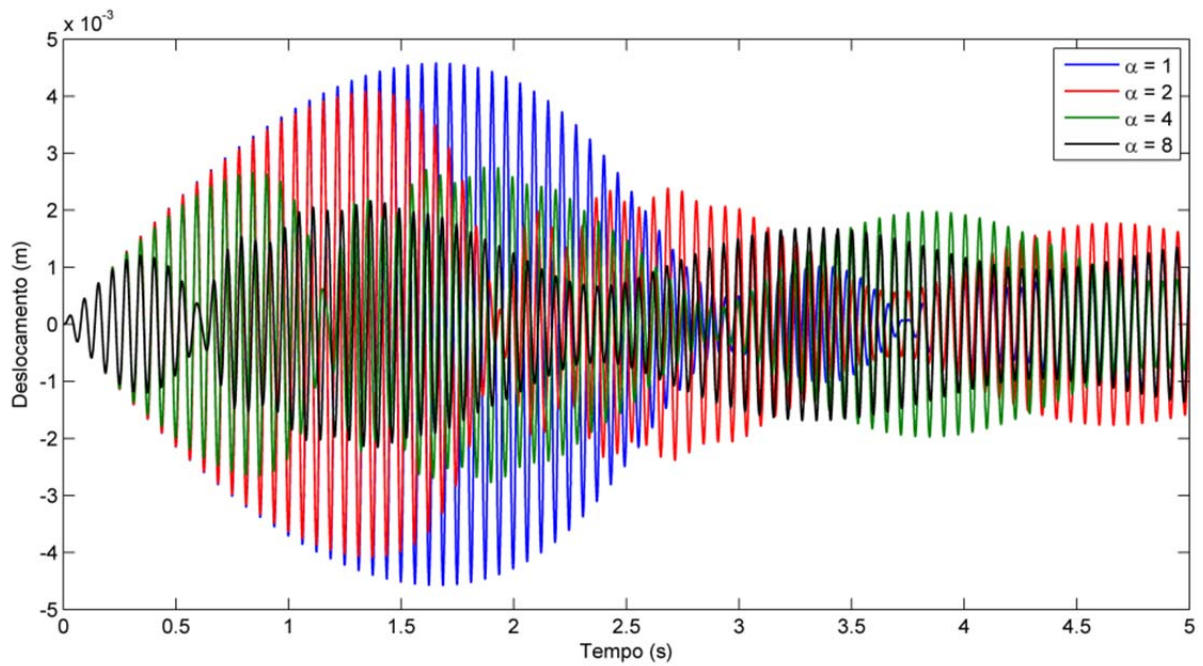


Figura IV.26 - Deslocamentos do sistema primário considerando diferentes taxas de aquecimento da mola SMA.

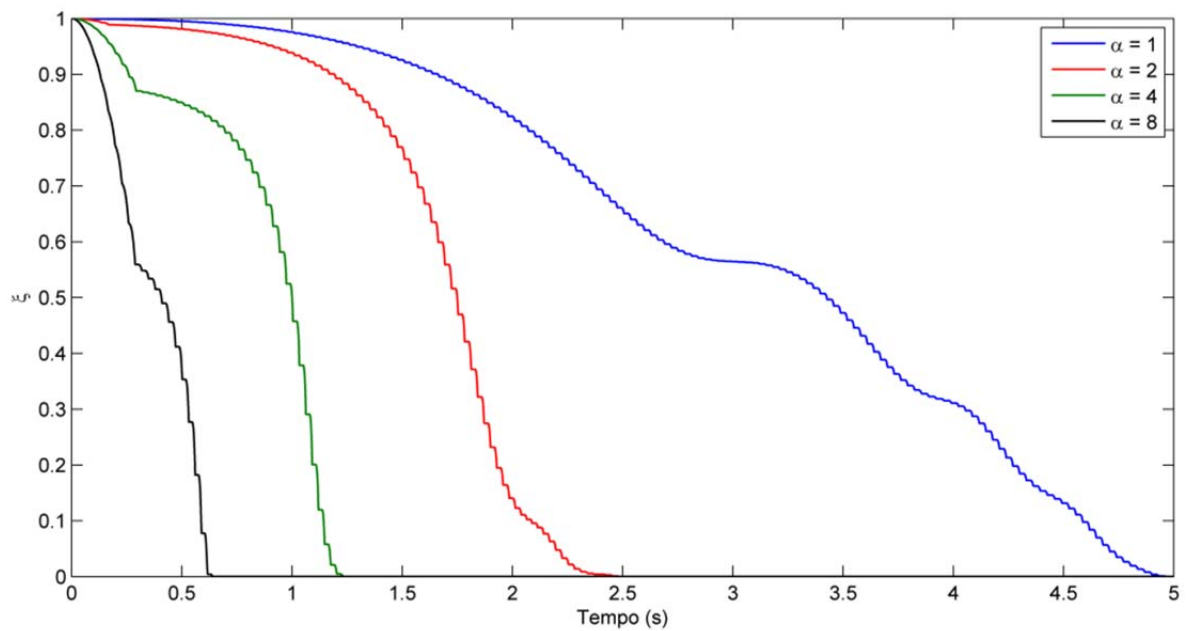


Figura IV.27 - Evolução da fração martensítica considerando diferentes taxas de aquecimento da mola SMA.

Através da Fig. IV.26 verifica-se que quando a taxa de aquecimento é maior, o ADV é sintonizado antes e após isso permanece dessintonizado. A Fig. IV.27 confirma isso, pois

ela mostra o momento que o ADV passa por $\xi = 0,5$, que são os mesmos momentos que a amplitude vibratória do sistema primário é reduzida.

Através de todas as simulações realizadas, foi possível verificar a grande eficiência do material com memória de forma, seja na forma de barra ou de mola como elemento de rigidez de um absorvedor dinâmico de vibração; mesmo quando o ADV não está sintonizado (quando a fração martensítica varia com o tempo) este mantém sua capacidade de mitigar vibração do sistema primário.

CAPÍTULO V

Conclusões e Perspectivas Futuras

Nesta dissertação foi considerada a modelagem e a avaliação numérica de absorvedores dinâmicos de vibrações sintonizáveis baseados em ligas com memória de forma. Foram apresentados os fundamentos teóricos acerca da fenomenologia das ligas com memória de forma, assim como diversos modelos constitutivos que buscam representar o comportamento destes materiais. Dentre os modelos apresentados, o modelo unidimensional de Brinson foi escolhido como objeto de estudo deste trabalho, tendo em vista que este modelo é capaz de representar todos os efeitos das SMA mantendo um baixo custo computacional. O modelo constitutivo foi utilizado para modelar absorvedores dinâmicos de vibração sintonizáveis baseados em ligas SMA, considerando inicialmente uma barra de SMA e depois uma mola helicoidal de SMA.

Diversas simulações numéricas foram realizadas considerando sistemas de um grau de liberdade e dois graus de liberdade. O algoritmo desenvolvido foi capaz de realizar a integração numérica desses sistemas quando estes estavam sujeitos a diferentes condições de carregamento termomecânico e diferentes taxas de aquecimento do material.

Com relação ao sistema de um grau de liberdade contendo barra de SMA como elemento de rigidez, foi possível verificar através dos resultados das simulações numéricas que o comportamento do sistema é bastante sensível com relação à temperatura, uma vez que em consequência de pequenas variações da fração martensítica via mudança de temperatura o sistema deixa a condição ressonante (a frequência natural do sistema muda conforme a rigidez da SMA é alterada) e as amplitudes de vibração são reduzidas substancialmente.

Ainda com relação ao sistema de um grau de liberdade, foi possível verificar que a taxa de aquecimento do material influencia a velocidade com que as amplitudes do sistema são reduzidas. Como o sistema sai da condição de ressonância mais rapidamente, a amplitude de resposta é rapidamente reduzida.

Simulações foram realizadas para dois sistemas de dois graus de liberdade; um contendo uma barra de SMA como elemento de rigidez do ADV e um contendo uma mola helicoidal como elemento resiliente.

O ADV foi sintonizado através do aquecimento da barra de SMA até uma temperatura em que o material possuísse uma fração martensítica cuja frequência natural do ADV se igualasse à frequência de excitação do sistema primário.

Foi verificado que para que a fração martensítica da barra de SMA fosse mantida constante, e consequentemente o ADV se mantivesse sintonizado, a barra deveria ser aquecida até que fosse atingida a fração martensítica desejada para sintonização do ADV e depois resfriada até uma temperatura fora das regiões de transformação de fase.

Através dos resultados para o sistema em questão verificou-se que a presença do ADV reduz efetivamente em mais de uma ordem de grandeza a amplitude de vibração do sistema primário quando sintonizado; e mesmo quando dessintonizado a mitigação de vibração ocorreu. Destaca-se que a taxa de aquecimento praticamente não influencia na redução de vibração do sistema, uma vez que o ideal é que não ocorra isso, uma vez que ocorre a dessintonização do ADV quando o material é aquecido acima da temperatura de início de transformação de fase.

Uma mola helicoidal de SMA foi introduzida como elemento de rigidez do ADV. Os resultados obtidos foram semelhantes aos obtidos utilizando barra de SMA no ADV. A redução da amplitude de vibração obtida foi maior que uma ordem de grandeza para o ADV sintonizado e um pouco menor quando este estava dessintonizado.

O presente trabalho permitiu identificar alguns pontos a serem investigados futuramente:

- a) Validação experimental dos resultados obtidos numericamente;
- b) Modelagem mais realista da mola helicoidal, considerando transformação de fase não homogênea na seção transversal do fio;
- c) Inclusão do efeito do autoaquecimento interno dos materiais com memória de forma na modelagem. Uma vez que a temperatura tem efeito fundamental no comportamento dinâmico desses materiais, pois altera as suas propriedades físicas.

CAPÍTULO VI

Referências Bibliográficas

AGUIAR, R. A. A. **Análise da Redução de Vibrações em Sistemas Mecânicos Utilizando Ligas com Memória de Forma**. 2011. Tese de doutorado - COPPE, Rio de Janeiro.

AURRICHIO, F.; TAYLOR, R., L.; LUBLINER, J. Shape Memory Alloys: Macromodelling And Numerical Simulations of Superelastic Behavior. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. v. 146, p. 281-312, 1997.

BEKKER, A.; BRINSON, L. C. Phase Diagram Based Description of the Hysteresis Behavior of Shape Memory Alloys. **Acta Mater**. v. 46, n. 10, p. 3649-3665, 1998.

BAZ, A.; IMAM, K.; MCCOY, J. Active Vibration Control of Flexible Beams Using Shape Memory Actuators. **Journal of Sound and Vibration**. v.140, n. 3, p. 437-456, ago. 1990.

BO, Z.; LAGOUDAS, D. C. Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part I-IV: Modeling of Minor Hysteresis Loops. **International Journal of Engineering Science**, v. 37, p. 120-1249, jul. 1999.

BRINSON, L. C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermodynamical derivation with non-constant material functions. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 4, p. 229-242, 1993.

CUNHA JR., S. S., **Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações**. 1999. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

CUNHA JR., S. S., **Avaliação Numérica e Experimental de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos**. 2004. Tese de doutorado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

De MOURA, J. D. R. V.; STEFFEN, V. Impedance-based health monitoring for aeronautics structures using statistical meta-modeling. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. V. 17, n. 11, p. 1023-1036, 2006.

De SILVA, C. W. **Vibration Damping, Control, and Design**. Taylor & Francis Group, 2007. 634.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibrations**. 4 ed. N.Y. McGraw-Hill, 1956. 436p.

DIMARAGONAS, A. **Vibration for Engineers**. 2 ed. Prentice Hall, 1996. 825p.

FLEMING, A. J.; BEHRENS, S.; MOHEIMANI, S. O. Optimization and Implementation of Multimode Piezoelectric Shunt Damping Systems. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**. v. 7, n. 1, mar. 2002.

GANDHI, F.; CHAPUIS, G. Passive Damping Augmentation of a Vibrating Beam Using Pseudoelastic Shape Memory Alloy Wires. **Journal of Sound and Vibration**. v. 250, n 3, p. 519-539, 2002.

GAO, X.; QIAO, R.; BRINSON, L. C. Phase Diagram Kinetics for Shape Memory Alloys: A Robust Finite Element Implementation. **Smart Mater. Struct.** v. 16, p. 2102-2115, 2007.

GONZALEZ, C. H.; OLIVEIRA, C. A. N.; PINA, E. A. C.; FILHO, S. L. U.; FILHO, O. O. A.; ARAÚJO, C. J. Heat Treatments and Thermomechanical Cycling Influences on the R-Phase in Ti-Ni Shape Memory Alloys. **Materials Research**. v. 13, n. 3, p. 325-331, 2010.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. 2.ed. New Jersey: Prentice Hall International, Inc., Upper Saddle River, 2001. 625p.

JOHNSON, R.; PADGETT, J. E.; MARAGAKIS, M. E.; DESROCHES, R.; SAIIDI, M. S. Large Scale Testing of Nitinol Shape Memory Alloy Devices for Retrofitting of Bridges. **Smart Mater. Struct.** v. 17, 10pp. 2008.

KHAN, M. M.; LAGOUDAS, D. C. Modeling of Shape Memory Alloy Pseudoelastic Spring Elements Using Preisach Model for Passive Vibration Isolation. **Smart Structures and Materials: Modeling Signal Processing, and Control**. Proceedings SPIE, v. 4693, n. 336, jul. 2002.

KHAN, M. M.; LAGOUDAS, D. C.; MAYES, J. J.; HENDERSON, B. K. Pseudoelastic SMA Spring Elements for Passive Vibration Isolation, Part I.- Modeling. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 15, p. 415-441, jun. 2004.

LAGOUDAS, D. C.; MAYES, J. J.; KHAN, M. M. Simplified Shape Memory Alloy (SMA) Material Model for Vibration Isolation. **Smart Structures and Material: Modeling, Signal Processing, and Control in Smart Structures**. Proceedings SPIE, v. 4326, n. 452, mar. 2001.

LAGOUDAS, D. C. **Shape Memory Alloys – Modeling and Engineering Applications**. 1.ed. Springer, 2008. 435p.

LEO, D. J. **Engineering Analysis of Smart Material Systems**. New Jersey: John Willey & Sons, Inc, 2007. 556p.

LIANG, C.; ROGERS, C. One dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 1, p. 207-234, abr. 1990.

MOTAHARI, S. A.; GHASSEMI, M.; ABOLMAALI, S. A. Implementation of Shape Memory Alloy Dampers for Passive Control of Structures Subjected to Seismic Excitations. **Journal of Constructional Steel Research**. v. 63, p. 1570-1579, 2007.

RUSTIGHI, E.; BRENNAN M. J.; MACE, B. R. Design of an Adaptive Vibration Absorbers Using Shape Memory Alloys. **ISVR Technical Memorandum**. n. 920, 2003.

RUSTIGHI, E.; BRENNAN M. J.; MACE, B. R. Real-Time Control of a Shape Memory Alloy Adaptive Dynamic Vibration Absorber. **Smart Materials and Structures**. v. 14, p. 1184-1195, 2005.

SAADAT, S.; SALICHS, J.; NOORI, M.; HOU, Z.; DAVOODI, H.; BAR-ON, I.; SUZUKI, Y.; MASUDA, A. An Overview of Vibration and Seismic Applications of NiTi Shape Memory Alloy. **Smart Mater. Struct.** v. 11, p. 218-229, 2002.

SAVI, M. A.; de PAULA, A. S.; LAGOUDAS, D. C. Numerical Investigation of an Adaptive Vibration Absorber Using Shape Memory Alloy. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 22, p.67-80, jan. 2011.

SHIGLEY, J. E.; **Projeto de Engenharia Mecânica**. Artmed – Bookman, 2005. 960p.

SUZUKI, Y.; KAGAWA, Y. Active Vibration Control of a Flexible Cantilever Beam Using Shape Memory Alloy Actuators. **Smart Mater. Struct.** v. 19, 9pp. 2010.

TANAKA, K. A thermomechanical sketch of shape memory effect: One-dimensional Tensile Behavior. **Res Mechanica**, v. 2, p. 59-72, 1986.

TANAKA, K.; KOBAYASHI, S.; SATO, Y. Thermomechanics of Transformation Pseudoelasticity and Shape Memory Effect in Alloys. **International Journal of Plasticity**, v. 2, p. 59-72, 1986.

WILLIAMS K.; CHIU, G. T. C, BERNHARD, R. Adaptive-Passive Absorbers Using Shape Memory Alloys. **Journal of Sound and Vibration**. v. 288, p. 1131-1155, 2002.

WILLIAMS K.; CHIU, G. T. C.; BERNHARD, R. J. Dynamic Modelling of a Shape Memory Alloy Adaptive Tuned Vibration Absorber. **Journal of Sound and Vibration**. v. 280, p. 211-324, 2005.

ANEXO A

A.1 Parâmetros do Modelo Constitutivo de Brinson

Os parâmetros definidos no Modelo constitutivo de Brinson presentes na seção 3.1 são aqui definidos.

$$C_1^{[A]} = \xi_o^{SWi} + \xi_t^{SWi} \quad (A.1)$$

$$C_{1s}^{[A]} = \xi_o^{SWi} \quad (A.2)$$

$$C_1^{[t]} = -\left(1 - \xi_o^{SWi} - \xi_t^{SWi}\right) \quad (A.3)$$

$$C_{1s}^{[t]} = 0 \quad (A.4)$$

$$C_1^{[M]} = -\left(1 - \xi_o^{SWi} - \xi_t^{SWi}\right) \quad (A.5)$$

$$C_{1s}^{[M]} = -\left(1 - \xi_o^{SWi}\right) \quad (A.6)$$

$$C_1^{[o]} = -\left(1 - \xi_o^{SWi} - \xi_t^{SWi}\right) \quad (A.7)$$

$$C_{1s}^{[o]} = -\left(1 - \xi_o^{SWi}\right) \quad (A.8)$$

$$C_{1mix}^{[t]} = -\left(1 - \xi_o^{SWi} - \xi_t^{SWi}\right) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\pi Z^{[o]}\right) \right] \quad (A.9)$$

$$C_{1smix}^{[t]} = 0 \quad (A.10)$$

$$C_{mix}^{[o]} = -\left(1 - \xi_o^{swi} - \xi_t^{swi}\right) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\pi Z^{[t]}\right) \right] \quad (\text{A.11})$$

$$C_{smix}^{[o]} = -\left(1 - \xi_o^{swi}\right) \quad (\text{A.12})$$