

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

MON
691
A162c
VES/MEM

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES LATERAIS EM ROTORES
FLEXÍVEIS USANDO ATUADORES MAGNÉTICOS**

Dissertação apresentada

à Universidade Federal de Uberlândia por:

GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHÃES DE ABREU

como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Eng. Mecânica

DIRBI/UFU



1000187191

Aprovada por:

Prof. Dr. José Francisco Ribeiro – (UFU) – Orientador
Prof. Dr. Francisco Paulo Lé pore Neto – (UFU)
Prof. Dr. Valder Steffen Jr. – (UFU)
Prof. Dr. José Jaime da Cruz – (USP)

A meus pais, Ronaldo e Regina.

MEUS AGRADECIMENTOS

Ao professor José Francisco Ribeiro pela orientação, ensinamentos, apoio e incentivo durante todo o trabalho.

Aos professores Francisco Paulo Lé pore Neto e Valder Steffen Jr., pela valiosa ajuda tanto na parte teórica como na parte experimental.

Ao colega de laboratório Ademyr Gonçalves de Oliveira, pelo atencioso auxílio com os equipamentos e instrumentos.

A todos os colegas de dentro e fora do Laboratório de Vibrações dos Sistemas Mecânicos pelo auxílio, companheirismo e incentivo durante todo o desenvolvimento do trabalho.

A todos os funcionários e profissionais do DEEME que, diretamente ou não, contribuíram para a execução deste trabalho.

Ao apoio financeiro oferecido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES LATERAIS EM ROTORES FLEXÍVEIS USANDO ATUADORES MAGNÉTICOS

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	1
2 - MODELO MATEMÁTICO DO ROTOR E DO MANCAL MAGNÉTICO	4
2.1 EQUAÇÕES DO ROTOR	4
2.2 MODELO MATEMÁTICO DO MANCAL MAGNÉTICO	7
2.3 CARACTERÍSTICAS DE ENTRADA E SAÍDA	13
2.4 EFEITO DO ARRASTO MAGNÉTICO	14
3 - FORMULAÇÃO E SIMULAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE CONTROLE	15
3.1 ESTRATÉGIA ADOTADA PARA O CONTROLADOR ATIVO	15
3.2 PROJETO E SIMULAÇÃO DO CONTROLADOR	20
3.3 SIMULAÇÃO DO SISTEMA ROTOR-CONTROLADOR	22
3.3.1 SIMULAÇÃO CONSIDERANDO O MODELO DE UMA ENTRADA E UMA SAÍDA	23
3.3.2 SIMULAÇÃO CONSIDERANDO O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DE ORDEM REDUZIDA.	27
3.3.2.1 MODELO DISCRETIZADO DO ROTOR	27
3.3.2.2 DETERMINAÇÃO DAS VELOCIDADES CRÍTICAS TEÓRICAS	31
3.3.2.3 DESEMPENHO DO CONTROLE	32

4 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	37
4.1 O CONJUNTO ROTOR	37
4.1.1 PARÂMETROS FÍSICOS E GEOMÉTRICOS	37
4.1.2 A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO DOS MANCAIS	39
4.1.3 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL	41
4.2 SENSORES DE PROXIMIDADE	46
4.3 O ATUADOR MAGNÉTICO	48
4.4 A ELETRÔNICA DE CONTROLE E O DRIVER DE CORRENTE	51
4.5 VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DO ARRASTO MAGNÉTICO	56
4.6 O DESEMPENHO DO CONTROLADOR	57
4.6.1 RESPOSTA AO IMPULSO ESTANDO O ROTOR PARADO	57
4.6.2 RESPOSTA AO DESBALANCEAMENTO ESTANDO O ROTOR OPERANDO PRÓXIMO À PRIMEIRA VELOCIDADE CRÍTICA	58
4.6.3 RESPOSTA AO DESBALANCEAMENTO ESTANDO O ROTOR DESACELERANDO	61
5 - CONCLUSÃO	63
6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66
7 - ANEXOS	69
7.1 ANEXO I - MODELO MATEMÁTICO DO ROTOR	70
I.1 MODELO DO ROTOR	71
I.1.1 O DISCO	71
I.1.2 A ÁRVORE	72
I.1.3 ENERGIA POTENCIAL	76

	I.1.4	O MANCAL	81
	I.2	FORÇAS DE DESBALANCEAMENTO	82
	I.3	OBTENÇÃO DO MODELO GLOBAL	83
7.2	ANEXO II	- ARQUIVO DE DADOS PARA O PROGRAMA MONOROTOR	86
7.3	ANEXO III	- RELATÓRIO DE SAÍDA DO PROGRAMA MONOROTOR	89

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	PÁGINA
2.1 - MODELO DICRETO DO ROTOR.	5
2.2 - CONFIGURAÇÃO DO MANCAL MAGNÉTICO E O COMPORTAMENTO DA FORÇA COM A CORRENTE PARA A DIREÇÃO Z.	8
2.3 - GEOMETRIA DO ROTOR VIBRANDO.	9
2.4 - GEOMETRIA DO ROTOR INCLINADO.	12
2.5 - VARIÁVEIS DE ENTRADA E SAÍDA DO ROTOR E ATUADOR.	13
2.6 - ARRASTO PROVOCADO PELO CAMPO MAGNÉTICO.	14
3.1 - ESQUEMA DO CONTROLE PID MAIS O TERMO ADICIONAL DE ACOPLAMENTO DINÂMICO.	17
3.2 - DIAGRAMA DE BLOCOS, EM UM EIXO, DO SISTEMA DE CONTROLE ATIVO.	19
3.3 - DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA ROTOR – CONTROLADOR.	21
3.4 - DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA SIMULADO (UM EIXO).	23
3.5 - DIAGRAMA DE BODE DO SISTEMA EM MALHA FECHADA RELACIONANDO OS SINAIS DE SAÍDA $O(s)$ [M] E O SINAL DE REFERÊNCIA $R(s)$ [VOLTS].	23
3.6 - RESPOSTA DO SISTEMA EM MALHA ABERTA PARA UMA MASSA DE DESBALANCEAMENTO DE 300 G.MM, NA FREQUÊNCIA DE 10 Hz.	24
3.7 - RESPOSTA DO SISTEMA EM MALHA FECHADA PARA UMA MASSA DE DESBALANCEAMENTO DE 300 G.MM, NA FREQUÊNCIA DE 10 Hz.	24
3.8 - RESPOSTA DO SISTEMA EM MALHA ABERTA PARA UMA MASSA DE DESBALANCEAMENTO DE 300 G.MM, NA FREQUÊNCIA DE 19 Hz.	25
3.9 - RESPOSTA DO SISTEMA EM MALHA FECHADA PARA UMA MASSA DE DESBALANCEAMENTO DE 300 G.MM, NA FREQUÊNCIA DE 19 Hz.	25

3.10	- RESPOSTA DO SISTEMA EM MALHA ABERTA PARA UMA MASSA DE DESBALANCEAMENTO DE 300 G.MM, NA FREQUÊNCIA DE 30 Hz.	26
3.11	- RESPOSTA DO SISTEMA EM MALHA FECHADA PARA UMA MASSA DE DESBALANCEAMENTO DE 300 G.MM, NA FREQUÊNCIA DE 30 Hz.	26
3.12	- MODELO DO ROTOR FLEXÍVEL UTILIZADO NA SIMULAÇÃO.	28
3.13	- MODELO DISCRETIZADO DO ROTOR.	29
3.14	- OITO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAR DO ROTOR EM $\Omega = 0$ RPM.	30
3.15	- DIAGRAMA DE CAMPBELL.	31
3.16	- DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA EM MALHA FECHADA EM UMA DIREÇÃO.	32
3.17	- DESLOCAMENTO EM X PARA O SISTEMA EM MALHA ABERTA NA FREQUÊNCIA DE 10 Hz.	33
3.18	- DESLOCAMENTO EM X PARA O SISTEMA EM MALHA FECHADA NA FREQUÊNCIA DE 10 Hz.	34
3.19	- DESLOCAMENTO EM X PARA O SISTEMA EM MALHA ABERTA NA FREQUÊNCIA DE 23 Hz.	34
3.20	- DESLOCAMENTO EM X PARA O SISTEMA EM MALHA FECHADA NA FREQUÊNCIA DE 23 Hz.	35
3.21	- DESLOCAMENTO EM X PARA O SISTEMA EM MALHA ABERTA NA FREQUÊNCIA DE 30 Hz.	35
3.22	- DESLOCAMENTO EM X PARA O SISTEMA EM MALHA FECHADA NA FREQUÊNCIA DE 30 Hz.	36
4.1	- BANCADA EXPERIMENTAL.	38
4.2	- CARACTERÍSTICAS DIMENSIONAIS DO MODELO EXPERIMENTAL.	38
4.3	- CONFIGURAÇÃO DO MANCAL SUPERIOR.	39
4.4	- GRÁFICO FORÇA VERSUS DESLOCAMENTO PARA O MANCAL SUPERIOR E INFERIOR.	40

4.5	- REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA INSTRUMENTAÇÃO PARA O CÁLCULO DOS AUTOVALORES.	41
4.6	- RESPOSTA EM FREQUÊNCIA, FASE E COERÊNCIA ENTRE OS SINAIS DE SAÍDA E DE ENTRADA PARA $\Omega = 0$.	42
4.7	- RESPOSTA EM FREQUÊNCIA, FASE E COERÊNCIA ENTRE OS SINAIS DE SAÍDA E DE ENTRADA PARA $\Omega = 1800$ RPM E DIREÇÃO X.	43
4.8	- RESPOSTA EM FREQUÊNCIA, FASE E COERÊNCIA ENTRE OS SINAIS DE SAÍDA E DE ENTRADA PARA $\Omega = 1800$ RPM E DIREÇÃO Z.	44
4.9	- CONFIGURAÇÃO ESQUEMÁTICA DO SENSOR DE PROXIMIDADE.	46
4.10	- CURVA DE CALIBRAÇÃO PARA O SENSOR POSICIONADO NA DIREÇÃO X.	47
4.11	- CURVA DE CALIBRAÇÃO PARA O SENSOR POSICIONADO NA DIREÇÃO Z.	48
4.12	- PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DO MANCAL MAGNÉTICO.	49
4.13	- O MANCAL MAGNÉTICO E A ELETRÔNICA ASSOCIADA.	50
4.14	- CIRCUITO DA ELETRÔNICA DE CONTROLE.	51
4.15	- CIRCUITO DO DRIVER DE CORRENTE.	52
4.16	- ESQUEMA EXPERIMENTAL DA MONTAGEM DO MANCAL MAGNÉTICO E DOS SENSORES DE PROXIMIDADE.	53
4.17	- RESPOSTA EM FREQUÊNCIA, FASE E COERÊNCIA DA ELETRÔNICA DE CONTROLE NA DIREÇÃO X.	54
4.18	- RESPOSTA EM FREQUÊNCIA, FASE E COERÊNCIA DA ELETRÔNICA DE CONTROLE NA DIREÇÃO Z.	55
4.19	- INFLUÊNCIA DO ARRASTO MAGNÉTICO NA ROTAÇÃO DO ROTOR.	56
4.20	- RESPOSTA EXPERIMENTAL AO IMPULSO PARA O SISTEMA CONTROLADO.	57
4.21	- RESPOSTA EXPERIMENTAL AO IMPULSO PARA O SISTEMA LIVRE.	58

4.22	- RESPOSTA EXPERIMENTAL DO SISTEMA NAS DIREÇÕES Z E X PARA UMA FREQUÊNCIA ROTACIONAL DE 19 Hz. Em $t = 0.8$ seg. é acionado o controle.	59
4.23	- LOCUS DA RESPOSTA EXPERIMENTAL DO SISTEMA PARA UMA FREQUÊNCIA ROTACIONAL DE 19 Hz, SEM O ACIONAMENTO DO SISTEMA DE CONTROLE.	60
4.24	- LOCUS DA RESPOSTA EXPERIMENTAL DO SISTEMA PARA UMA FREQUÊNCIA ROTACIONAL DE 19 Hz, COM O ACIONAMENTO DO SISTEMA DE CONTROLE.	60
4.25	- RESPOSTA AO DESBALANCEAMENTO EXPERIMENTAL DO SISTEMA NA DIREÇÃO Z.	61
4.26	- RESPOSTA AO DESBALANCEAMENTO EXPERIMENTAL DO SISTEMA NA DIREÇÃO X.	62
7.1.1	- SISTEMAS DE COORDENADAS.	70
7.1.2	- ELEMENTO DE VIGA.	73
7.1.3	- SISTEMA DE COORDENADAS DA VIGA.	77
7.1.4	- FUNDAÇÃO LIGADA AO ROTOR PELO MANCAL.	81
7.1.5	- MASSA DE DESBALANCEAMENTO.	82
7.1.6	- DOIS ELEMENTOS DE ÁRVORE COM UM NÓ EM COMUM.	83

LISTA DE TABELAS

TABELA		PÁGINA
3.1	- DADOS DOS DISCOS	28
3.2	- PROPRIEDADES DOS MANCAIS B_1 E B_2	28
3.3	- FREQUÊNCIAS NATURAIS DO ROTOR CALCULADAS PELO PROGRAMA MONOROTOR PARA $\Omega = 0$ E $\Omega = 1800$ RPM.	29
3.4	- VELOCIDADES CRÍTICAS DO ROTOR	32
4.1	- FREQUÊNCIAS NATURAIS TEÓRICAS E EXPERIMENTAIS	45

SIMBOLOGIA

$[A]$	- Matriz dos coeficientes do sistema
A_p	- Área de um pólo do mancal magnético
$[B]$	- Matriz de excitação do sistema
$[B_l]$	- Fluxo magnético em torno de I
B	- Densidade máxima de fluxo magnético
$b(s)$	- Sinal de saída do sensor
$[C]$	- Matriz de amortecimento e dos efeitos giroscópicos do sistema
$[\bar{C}]$	- Matriz de amortecimento modal
$[C_{disco}]$	- Matriz de amortecimento ou giroscópica de um elemento de disco
$[C_{viga}]$	- Matriz de amortecimento ou giroscópica de um elemento de viga
$[C_{ij}]$	- Submatriz de amortecimento de um elemento de nós i e j
C_{xz}, C_{zx}	- Amortecimento cruzado do mancal
c	- Constante de forma do atuador magnético
d	- Distância da massa de desbalanceamento ao centro geométrico do elemento
$e(s)$	- Sinal de erro
E	- Módulo de elasticidade do material
E_p	- Energia potencial de deformação de um elemento de viga
F	- Força magnética gerada pelo mancal magnético
F_i	- Força atuando no nó i de um elemento
F_m	- Força de ligação transmitida no mancal
F_a	- Força axial aplicada a um elemento de viga
F_{ar}	- Força axial constante aplicada a um elemento de viga
F_x	- Força magnética gerada pelo atuador na direção X
F_o	- Força estática de origem magnética

$F_1(y), F_2(y)$	-	Funções típicas para os deslocamentos da viga
$[F_p]$	-	Vetor das forças de perturbação
$[F_c]$	-	Vetor das forças de controle devido ao atuador magnético
$[\bar{F}(t)]$	-	Vetor das forças nodais
$[\bar{F}_p(t)]$	-	Vetor das forças de perturbação nodais
$[\bar{F}_c(t)]$	-	Vetor das forças de controle nodais
G	-	Coeficiente de Coulomb
$[G]$	-	Matriz de saída do sistema dinâmico
$G(s)$	-	Função de transferência do rotor
$G_c(s)$	-	Função de transferência do controle
$[H]$	-	Matriz de saída do sistema dinâmico reduzido
H	-	Fluxo de corrente por unidade de comprimento
i	-	Variável adimensional para a corrente de controle
i_l	-	Corrente de controle fornecida pela eletrônica de acionamento e controle
i_{lx}, i_{lz}	-	Corrente de controle nas direções X e Z
i_2	-	Corrente constante de saturação
I_p	-	Momento polar de inércia do disco
I_{Dx}, I_{Dz}	-	Momentos de inércia em torno de x e z
$I(y)$	-	Inércia da secção transversal de um elemento de viga
I_i	-	Momento de inércia no nó i
$[K]$	-	Matriz de rigidez do sistema
$[K_r]$	-	Matriz de rigidez do mancal
$[K_a]$	-	Matriz de amortecimento do mancal
$[\bar{K}]$	-	Matriz de rigidez modal
$[K_{viga}]$	-	Matriz de rigidez de um elemento de viga
$[K_{ij}]$	-	Submatriz de rigidez de um elemento de nós i e j
K_{xz}, K_{zx}	-	Rigidez cruzada do mancal

K_{dr}	- Ganho do driver de corrente
k_i	- Fator força – corrente do atuador magnético
k_s	- Fator força – deslocamento do atuador magnético
K_{se}	- Ganho do sensor de deslocamento
K_p	- Ganho proporcional do controlador
K_B	- Rigidez dos mancais superior e inferior
K_{SX}	- Ganho do sensor na direção X
K_{SZ}	- Ganho do sensor na direção Z
K_v	- Ganho derivativo do controlador
k_{ep}, k_{ed}	- Ganho proporcional e derivativo do sistema de controle e acionamento
K_{SX}, K_{SZ}	- Ganho dos sensores nas direções X e Z
K_B	- Rigidez do mancal superior e inferior
l	- Comprimento do caminho fechado do campo magnético em I
L	- Comprimento de um elemento de viga
m	- Massa de desbalanceamento
$[\bar{M}]$	- Matriz de massa modal do sistema reduzido
$[M_{disco}]$	- Matriz de massa de um elemento de disco
$[M_{viga}]$	- Matriz de massa de um elemento de viga
$[M_{ij}]$	- Submatriz de massa de um elemento de nós i e j
M_D	- Massa do disco
n_n	- Número de nós
n	- Número de espiras
N	- Primeiros autovetores do sistema
$p(s)$	- Força de perturbação
$[q]$	- Vetor das coordenadas nodais
R	- Matriz dos referenciais
R_o	- Referencial inercial

R_1	- Referencial não inercial
$r(s)$	- Tensão de referência
s	- Operador Laplaciano
s	- Gap nominal (distância de entreferro)
s_z	- Deslocamento do rotor na direção Z
$S(y)$	- Secção transversal de um elemento de viga
S_i	- Secção transversal no nó i
T	- Energia cinética do sistema
T_p	- Torque perturbante gerado pela inclinação do rotor
T_0	- Torque de referência gerado pela inclinação do rotor
T_D	- Energia cinética de um elemento de disco
T_s	- Constante de tempo do sensor
T_v	- Energia cinética de um elemento de viga
T_x, T_z	- Torque perturbante na direção X e Z gerado pela inclinação do rotor
$u(s)$	- Força de controle
u	- Vetor de estado formado pelas forças nodais
u, w	- Deslocamentos de translação nodais
U_{viga}	- Energia potencial de um elemento de viga
$v(s)$	- Tensão de saída do controlador
V	- Matriz de ganho do controlador
V_1	- Volume do entreferro I
x	- Vetor de estado formado pelas coordenadas nodais
y	- Observações dos deslocamentos do rotor
z	- Variável adimensional para o deslocamento
$[X \ Y \ Z]$	- Sistema de coordenadas fixo
$[x \ y \ z]$	- Sistema de coordenadas móvel
W_{mec}	- Energia mecânica

W_{mag}	- Energia de origem magnética
$\dot{\omega}$	- Velocidade instantânea de rotação do rotor
Ω	- Velocidade de rotação do rotor
μ_r	- Permeabilidade magnética relativa do material
μ_o	- Permeabilidade magnética do ar
ρ	- Massa por unidade de volume do material
α	- Ângulo de inclinação do rotor em torno da direção Z
α_c	- Coeficiente de cisalhamento
α_p	- Constante de proporcionalidade
β_m	- Ângulo máximo de inclinação do rotor em torno da direção X
β	- Ângulo de inclinação do rotor em torno da direção X
γ	- Vetor dos deslocamentos nodais do mancal
ψ	- Rotação em torno do eixo z
θ	- Rotação em torno do eixo x
ϕ	- Rotação em torno do eixo y
ν	- Coeficiente de Poisson
ε	- Deformação longitudinal de um ponto da viga
σ	- Tensão devido a deformação ε
$\{\xi\}$	- Vetor dos deslocamentos nodais
ξ_z^j	- Deslocamento do nó j na direção Z
$[\Phi]$	- Matriz modal de transformação
$\{\delta\}$	- Vetor do deslocamento nodal

Abreu, G. L. C. M., 1998, "Controle Ativo de Vibrações Laterais em Rotores Flexíveis usando Atuadores Magnéticos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de controle ativo para os deslocamentos laterais presentes em rotores flexíveis decorrentes de forças de perturbação, notadamente das forças de desbalanceamento. O controlador, formulado segundo a teoria de controle clássico, baseia-se na ação de atuadores magnéticos especialmente projetados de forma a garantir um comportamento linear em torno das condições nominais de operação. Num primeiro momento o trabalho apresenta os elementos teóricos para a construção da lei de controle, inclusive o desenvolvimento matemático dos modelos do rotor, via elementos finitos, e do atuador. Um conjunto de simulações numéricas são realizados que comprovam a eficiência e a potencialidade do procedimento teórico formulado. Segue a análise teórica com a apresentação de uma bancada de testes, constituída de um rotor flexível, um atuador magnético, sensores e circuitos eletrônicos de acionamento e controle. A bancada tem inicialmente os seus principais parâmetros (frequências naturais, ganhos dos sensores, rigidez dos mancais, etc) experimentalmente identificados. Uma vez apresentados os resultados dos procedimentos de identificação, são desenvolvidos uma série de testes experimentais que procuram avaliar a ação do controlador proposto, em diversas condições de operação do rotor. O trabalho termina comentando as potencialidades da proposta apresentada, discutindo as facilidades e dificuldades encontradas na sua implementação e apontando para o desenvolvimento de futuros estudos.

Palavras chave: Controle Ativo. Controle de Vibrações. Atuadores Magnéticos. Rotores Flexíveis.

Abreu, G. L. C. M., 1998, "Active Control of Lateral Vibrations in Flexible Rotors using Magnetic Bearings", M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

ABSTRACT

This work proposes a methodology of active control for lateral displacements in flexible rotors caused by disturbance forces. The controller designed was based on the classic control theory and the action of magnetic bearing that presents linear characteristics within the nominal operating conditions. This work presents the theoretical elements for the controller, the mathematical model of the rotor which is discretized by finite elements and the mathematical model of the force generated by a magnetic bearing. The efficiency and the potentiality of the theoretical procedure are shown through numerical simulations. The flexible rotor, the magnetic bearing, the sensors and the control electronic are shown and the theoretical procedures are investigated. An experimental apparatus representing a rotor/bearings system is used to identify the static and dynamic parameters. A set of experimental tests are made to evaluate the proposed controller action under several operating conditions of the rotor. This work is concluded presenting the potentialities of the design methodology proposed and future developments to be implemented.

Keywords: Active Control. Control of Vibrations. Magnetic Bearings. Flexible Rotors.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Em máquinas rotativas a presença de perturbações causadas por forças excitadoras podem ocasionar grandes níveis de vibrações, especialmente nas passagens pelas velocidades críticas. A presença de vibrações indesejadas provocam uma diminuição no tempo de vida dos rotores, demandam manutenções periódicas mais freqüentes e, em algumas situações, podem colocar em risco a operação segura das máquinas, particularmente as que operam em altas rotações. Este fenômeno é naturalmente tanto mais importante quanto mais refinado e preciso é o desempenho esperado para a máquina.

O problema do amortecimento dos níveis de vibrações em máquinas rotativas é indiscutivelmente um dos temas mais importantes da dinâmica e a literatura é rica em propostas de solução para esta questão. Os procedimentos se diferenciam ou pela natureza das forças de amortecimento empregadas ou pelo modo de operação dos controladores: ativos ou passivos.

Shweitzer e Lange (1976) propõem o uso de atuadores magnéticos, onde a força do atuador depende linearmente da saída de sensores de deslocamento. Burrows e Sahinkaya (1981) apresentam um controlador, onde os ganhos são calculados a partir de um funcional quadrático, que busca minimizar as vibrações do rotor pela aplicação também de forças magnéticas.

Li et al (1986) e Roberts (1987) usam amortecedores passivos baseados em forças hidrodinâmicas de controle. Kojima e Nagaya (1984) exploram o acoplamento magnético entre imãs permanentes em um rotor, e analisam as vibrações torsionais não lineares decorrentes deste acoplamento.

Chen e Darlow (1988) apresentam um modelo experimental de mancal magnético ativo que utiliza em sua estrutura de controle estimadores de estado construídos a partir de circuitos analógicos. Bradfield et al (1991) utilizam controladores adaptativos programáveis que operam a partir de atuadores magnéticos e se comportam como um sistema mola-amortecedor, modificando-se segundo o modelo dinâmico do sistema. Okada et al (1992) formulam e apresentam resultados experimentais de um controle PID digital que leva em conta os acoplamentos giroscópicos.

Araújo e Lé pore (1993) propõem e comprovam experimentalmente a utilização de ímãs permanentes, que ao se aproximarem e distanciarem-se do rotor segundo uma formulação analítica adequada para este movimento, geram forças de amortecimento que atenuam as vibrações do rotor. Ribeiro (1995) propõe o uso de controladores robustos, construídos a partir das teorias de controle moderno que procuram assegurar a operação adequada do rotor mesmo diante de variações abruptas de parâmetros, decorrentes por exemplo de uma falha severa nos mancais ou de uma perda repentina de massa.

Lee e Jeong (1996) formulam e testam experimentalmente um sistema de mancais magnéticos ativos de geometria cônica no controle radial e axial de um rotor.

Sobressai na literatura o uso dos controladores ativos, baseados em atuadores magnéticos. Humphris (1985) lista mais de 150 trabalhos de patentes produzidas entre 1937 e 1985 relacionados com atuadores (mancais) magnéticos. Estes controladores são na verdade o primeiro passo no desenvolvimento dos sistema de suspensão sem contato. Os mancais magnéticos permitem ao rotor operar em altíssimas rotações, em condições extremas de temperatura e pressão, não exigem lubrificação, não se desgastam com o tempo, são livres de impurezas, não desenvolvem ruídos e teoricamente possuem um tempo de vida ilimitado. Se o princípio de operação dos mancais magnéticos é relativamente simples, a tecnologia envolvida, no entanto, é complexa e delicada.

Este trabalho apresenta uma proposta teórica e experimental de um controlador ativo, baseado em atuadores magnéticos, cuja finalidade é promover o amortecimento das vibrações laterais presentes em rotores flexíveis. O controle proposto tem por objetivo primário possibilitar a passagem do rotor pelas velocidades críticas, com segurança. É um trabalho que busca a construção de um conhecimento teórico e particularmente experimental, numa área de pesquisa, de domínio restrito e relevância indiscutível.

No desenvolvimento do trabalho, mais especificamente no capítulo II, são formulados os modelos matemáticos do rotor, construídos a partir das técnicas de elementos finitos. É proposto e modelado também o atuador magnético, onde a configuração dos enrolamentos, conferem ao mesmo um comportamento linear em torno da condição nominal de operação do rotor.

No capítulo III é apresentada a lei de controle, formulada segundo a teoria clássica de controle e que leva em conta apenas o primeiro modo de vibrar do rotor. A lei proposta é avaliada numericamente num modelo complexo, onde são retidos os seis primeiros modos do rotor e considerados os ruídos nas medidas dos sensores, os acoplamentos giroscópicos e a saturação no atuador.

O capítulo IV apresenta a bancada experimental construída e os testes de identificação paramétricos efetuados, notadamente aqueles que buscam identificar as frequências naturais

do rotor e as características do mancal. O atuador magnético, os sensores de deslocamento e a eletrônica de acionamento e controle também são apresentados. O capítulo termina avaliando a ação do controlador em diferentes condições de operação do rotor.

O trabalho se encerra com o capítulo V onde são apresentados os comentários, as conclusões e as propostas de desdobramentos para estudos futuros.

CAPÍTULO II

MODELO MATEMÁTICO DO ROTOR E DO MANCAL MAGNÉTICO

Este capítulo apresenta os modelos matemáticos do rotor e do atuador magnético. Estes modelos são usados nas simulações numéricas efetuadas e na formulação da lei de controle proposta. O capítulo inicia com a apresentação do modelo global do rotor, modelo este obtido pelas técnicas de elementos finitos. Uma técnica de redução modal é apresentada, tendo em vista as dimensões elevadas normalmente presentes nos problemas tratados por elementos finitos. O capítulo se encerra com a apresentação do atuador magnético proposto e do seu modelo matemático.

2.1 EQUAÇÕES DO ROTOR

O modelo do rotor é construído via a integração das matrizes de rigidez, massa e amortecimento dos seus vários elementos constituintes, conforme detalhado no Anexo I. Este modelo integrado, ou modelo global, quando escrito numa forma matricial resulta em:

$$[M] \{\ddot{\xi}\} + [C] \{\dot{\xi}\} + [K] \{\xi\} = \{F_p\} + \{F_c\} \quad (2.1)$$

onde:

$\{\xi\}$: Vetor dos deslocamentos nodais.

$[M]$: Matriz de massa global do sistema (simétrica).

$[C]$: Matriz de amortecimento e dos efeitos giroscópicos (assimétrica).

$[K]$: Matriz de rigidez (freqüentemente assimétrica).

$\{F_p\}$: Vetor das forças de perturbação.

$\{F_c\}$: Vetor das forças de controle devido ao mancal magnético.

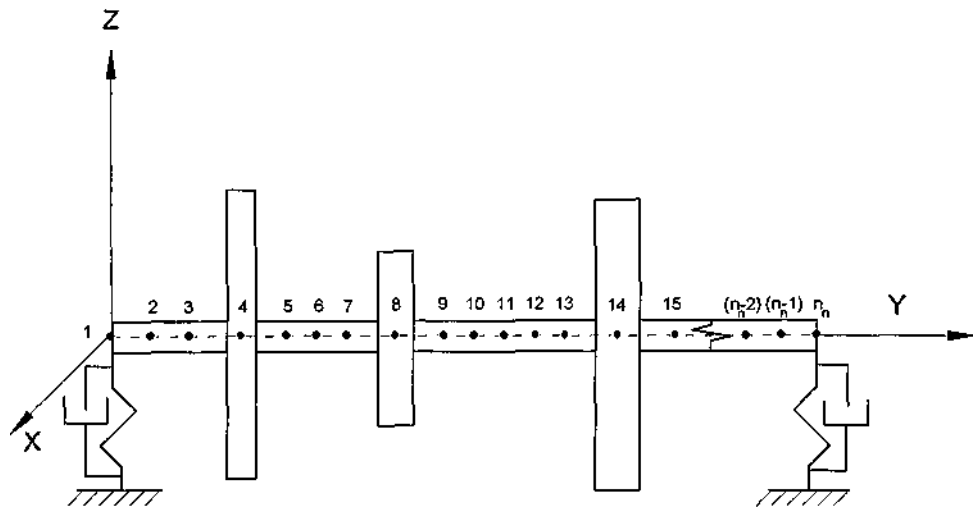


Figura 2.1 – Modelo discreto do rotor.

Uma vez que cada nó admite quatro graus de liberdade, duas rotações e duas translações, o vetor $\{\xi\}$ tem dimensão $4n_n$, onde n_n é o número de nós (fig. 2.1) em que a estrutura foi discretizada. As matrizes $[M]$, $[K]$ e $[C]$ são quadradas de ordem $4n_n$ e as forças são vetores de dimensão $4n_n$.

A análise do sistema descrito pela expressão (2.1), sua estabilidade, freqüências naturais, modos de vibrar, resposta ao desbalanceamento, estudo dos transientes, etc., torna-se cada vez mais complexa na medida em que a ordem do sistema cresce, ou seja, na medida em que se eleva o número de nós na tentativa de aproximar a estrutura discretizada da estrutura real contínua.

Freqüentemente é necessário reduzir a ordem do modelo para estudá-lo. Uma técnica de redução clássica utilizada em análise estrutural é a chamada técnica pseudo-modal (Lalanne e Ferraris, 1990), onde a base modal do sistema não giroscópico, obtida a partir da solução do problema de autovalores e autovetores para $\Omega = 0$, é utilizada com o objetivo de reduzir a ordem do sistema e diagonalizar as matrizes $[M]$ e $[K]$. Para isso define-se a seguinte transformação de variável:

$$\{\xi\} = [\Phi]\{q\} \quad (2.2)$$

onde as colunas da matriz de transformação $[\Phi]$ - $4n_n$ por N - são constituídas pelos N primeiros autovetores (N primeiros modos) do sistema não giroscópico e $\{q\}$ - N por 1 - é o vetor das coordenadas nodais.

A base modal Φ é obtida a partir da solução da equação:

$$[M]\ddot{\xi} + [K]^* \dot{\xi} = 0 \quad (2.3)$$

onde $[K]^*$ é a matriz de rigidez, derivada de $[K]$, onde os termos cruzados de rigidez introduzidos pelos mancais são cancelados. Os N primeiros modos de (2.3) são obtidos usando uma técnica proposta por L. Wilson que usa um método iterativo denominado algoritmo QR que é uma variante do algoritmo de Jacobi (Lalanne e Ferraris, 1990).

Substituindo (2.2) em (2.1) e pré multiplicando-a por $[\Phi]^t$ obtém-se:

$$[\Phi]^t [M] [\Phi] \{\ddot{q}\} + [\Phi]^t [C] [\Phi] \{\dot{q}\} + [\Phi]^t [K] [\Phi] \{q\} = [\Phi]^t \{F_p(t)\} + [\Phi]^t \{F_c(t)\} \quad (2.4)$$

A equação acima pode ser reescrita na forma:

$$[\overline{M}] \{\ddot{q}\} + [\overline{C}] \{\dot{q}\} + [\overline{K}] \{q\} = \{\overline{F}_p(t)\} + \{\overline{F}_c(t)\} \quad (2.5)$$

onde as novas matrizes $\overline{M}$, $\overline{K}$ e $\overline{C}$ são de dimensão N por N e os novos vetores de força são Nx1, todos derivados diretamente de (2.4).

Pré multiplicando a equação (2.5) por $[\overline{M}]^{-1}$ e colocando o sistema na forma de variáveis de estado, resulta em:

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\overline{M}^{-1}\overline{K} & -\overline{M}^{-1}\overline{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \overline{M}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \overline{F}(t) \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

onde:

$[I]$: matriz identidade

$$\{\overline{F}(t)\} = \{\overline{F}_p(t)\} + \{\overline{F}_c(t)\}$$

Definido-se $x = \begin{Bmatrix} q & \dot{q} \end{Bmatrix}^t$ e $u = \begin{Bmatrix} 0 & \overline{F}(t) \end{Bmatrix}^t$ obtém-se para (2.6):

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.7)$$

onde A e B são de dimensão 2N por 2N e derivadas diretamente de (2.6).

As observações dos deslocamentos do rotor, instrumentado com um conjunto de sensores distribuídos ao longo de sua estrutura, são representadas por:

$$y = G \xi \quad (2.8)$$

Usando a transformação (2.2) em (2.8), obtém-se:

$$y = G \Phi q \quad (2.9)$$

ou

$$y = \begin{bmatrix} G \Phi & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \Rightarrow y = Hx \quad (2.10)$$

onde H representa a matriz de saída do sistema reduzido.

A equação (2.7) representa, sob o ponto de vista de controle e análise, a planta ou o rotor a ser controlado. A sua solução requer, no entanto, um método de integração numérica que obtenha a resposta do sistema no domínio do tempo. É o caso, por exemplo, dos integradores de Runge-Kutta (Constantinides, 1987) ou o método das matrizes de transferência aplicado em Araújo e Lépre (1993).

2.2 MODELO MATEMÁTICO DO MANCAL MAGNÉTICO

Um dos grandes problemas, em se tratando de controladores baseados em atuadores magnéticos, é a característica altamente não linear dos mesmos. Schweitzer e Lange (1976) propõem uma configuração de enrolamentos (fig. 2.1) que procura minimizar este problema para deslocamentos suficientemente pequenos. De acordo com a figura, os solenóides são dispostos em dois eixos ortogonais X e Z e possuem dois enrolamentos idênticos e independentes.

Um dos enrolamentos é alimentado por uma corrente constante (i_2), e o outro pela corrente de controle (i_1) fornecida pela eletrônica de acionamento e controle. O papel de i_2 é de "linearizar o comportamento do atuador". Tal característica pode ser melhor compreendida a partir da modelagem matemática do atuador. Para isso, seja o caminho fechado B_1 , mostrado na figura 2.3.

Das leis do eletromagnetismo tem-se que:

$$\oint \frac{B_l}{\mu_r \mu_o} dl = n_1 i_1 + n_2 i_2 \quad (2.11)$$

onde $n_{i=1,2}$ é o número de espiras, l é o comprimento do caminho fechado, μ_o é a permeabilidade magnética do ar, μ_r é a permeabilidade relativa do material e B_l é a densidade do fluxo magnético em l .

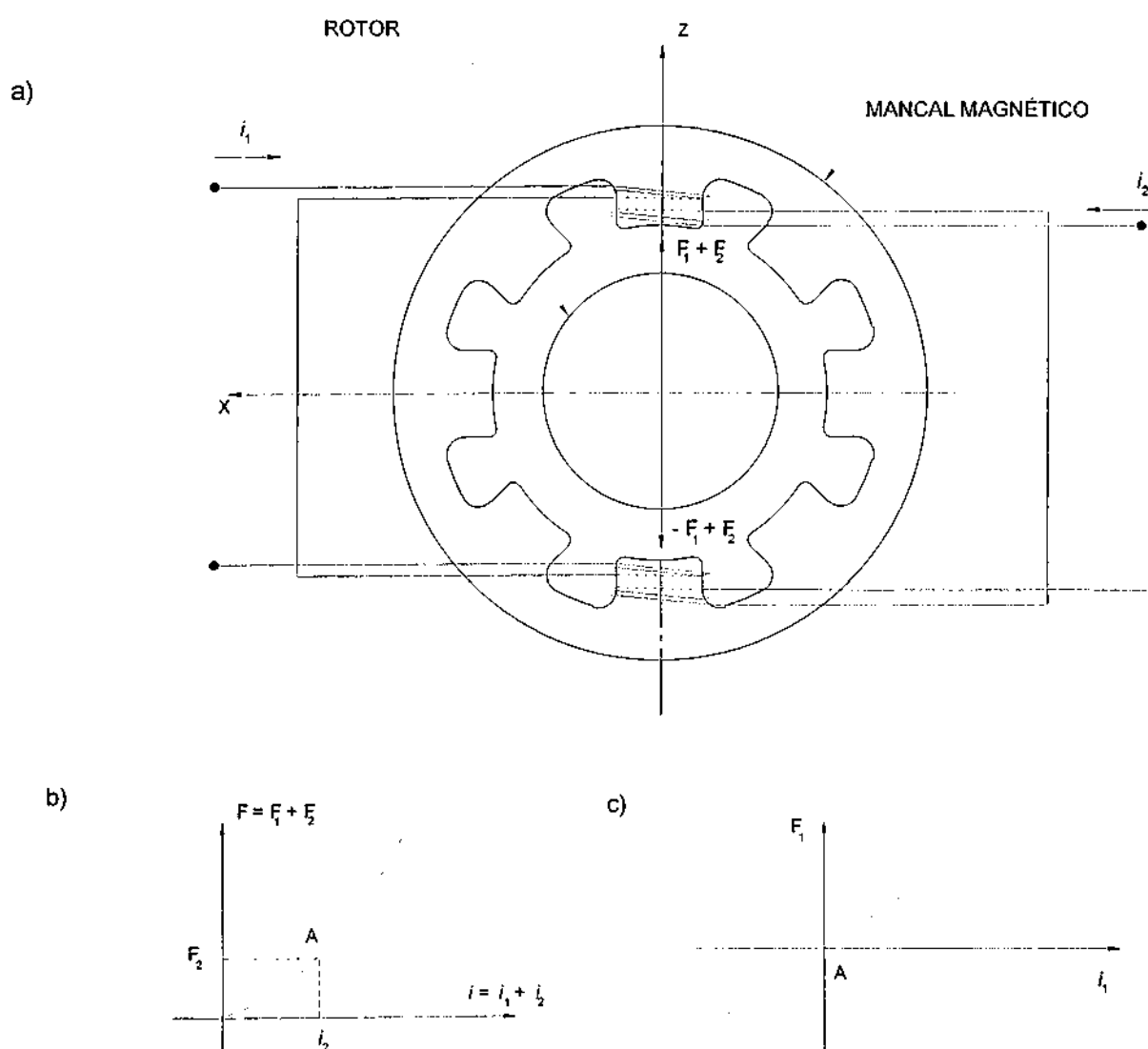


Figura 2.2 – Configuração do mancal magnético e o comportamento da força com a corrente para a direção Z .

Seja um deslocamento ξ_z^j na direção Z e no nó j, a partir da condição de "gap" nominal s , onde $n_1 = n_2 = n$, então, desprezando-se o percurso "dentro" do material ($\mu_r \gg \mu_0$), a expressão (2.11) pode ser aproximada por:

$$\frac{B_1}{\mu_0}(s - \xi_z^j) + \frac{B_1}{\mu_0}(s - \frac{\sqrt{2}}{2}\xi_z^j) = n_1 i_1 + n_2 i_2 \cong n(i_1 + i_2) \quad (2.12)$$

assim a densidade do fluxo magnético é:

$$B_1 = \mu_0 \frac{n(i_1 + i_2)}{2(s - c\xi_z^j)} \quad (2.13)$$

onde $c = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$ e $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$.

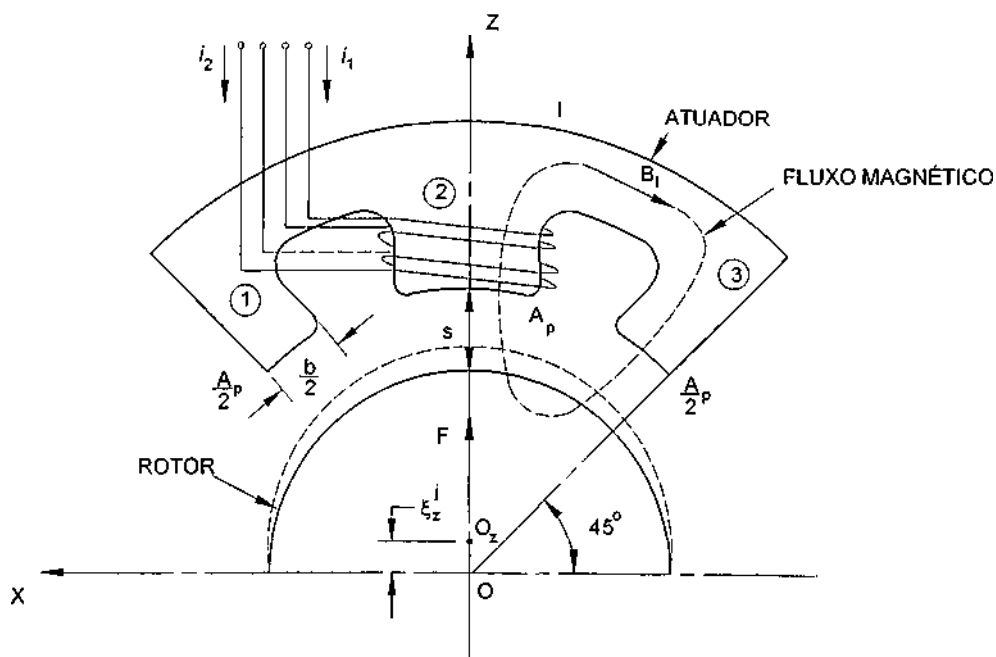


Figura 2.3 - Geometria do rotor vibrando.

Se de um lado do atuador o tamanho do entreferro diminui de ξ_z^j (resultando em $s - \xi_z^j$), do outro lado aumenta de ξ_z^j (resultando em $s + \xi_z^j$). Por sua vez, num caminho

simétrico ao anteriormente definido, e colocado no outro lado do atuador, teremos o valor da densidade de fluxo magnético na forma:

$$B_{II} = \mu_o \frac{n(i_1 - i_2)}{2(s + c\xi_z^J)} \quad (2.14)$$

A partir da formulação de B_I e B_{II} é possível derivar a força magnética desenvolvida pelo atuador. A força é obtida através da igualdade:

$$dW_{mec} = dW_{mag} \quad (2.15)$$

onde a variação da energia mecânica é definida como:

$$dW_{mec} = F d\xi_z^J \quad (2.16)$$

e a energia produzida pelo campo magnético é aproximada pela expressão:

$$W_{mag} = V_I \int \frac{B_I}{\mu_o} d B_I + V_{II} \int \frac{B_{II}}{\mu_o} d B_{II} \quad (2.17)$$

Os volumes do entreferro entre o rotor e os pólos são:

$$V_I = 2A_p(s - c\xi_z^J) \text{ e } V_{II} = 2A_p(s + c\xi_z^J) \quad (2.18)$$

onde A_p é a área de um pólo.

A partir de (2.16), (2.15) e das relações (2.18) tem-se para a força:

$$F = \frac{A_p}{\mu_o} \frac{d}{d\xi_z^J} \left[(s - c\xi_z^J) B_I^2 + (s + c\xi_z^J) B_{II}^2 \right] \quad (2.19)$$

Introduzindo uma variável adimensional z para o deslocamento em relação ao “gap” nominal s segundo a relação:

$$z = \frac{\xi_z^J}{s} \quad (2.20)$$

e uma medida para a corrente de controle na direção Z na forma:

$$i = \frac{i_{1z}}{i_2} \quad (2.21)$$

Substituindo as expressões (2.20), (2.21), (2.13) e (2.14) em (2.19) e derivando-a obtém-se:

$$F = \frac{F_0}{4} \left[\left(\frac{i+1}{1-cz} \right)^2 - \left(\frac{i-1}{1+cz} \right)^2 \right] \quad (2.22)$$

onde $F_0 = \frac{cA_p \mu_o n^2 i_2^2}{s^2}$.

Em torno das condições nominais de operação, onde $z \ll 1$ e $i \ll 1$, a expressão (2.22) pode ser aproximada por:

$$\frac{F}{F_0} = i + cz \quad (2.23)$$

onde se comprova que a relação entre a corrente aplicada e a força exercida apresenta um comportamento linear para pequenos deslocamentos.

Os dois parâmetros típicos do atuador magnético que são o fator força-corrente e o fator força-deslocamento podem ser derivados a partir da expansão em série de Taylor da expressão (2.22).

O fator força-corrente é definido como:

$$k_i = \left(\frac{\partial F}{\partial i_1} \right)_{i_1=0, z=0} = \frac{F_0}{i_2} = \frac{cA_p \mu_o n^2 i_2}{s^2} \quad (2.24)$$

O fator força-deslocamento é obtido na forma:

$$k_s = \left(\frac{\partial F}{\partial \xi_z^J} \right)_{\xi_z^J=0, i=0} = \frac{cF_0}{s} = \frac{ci_2 k_i}{s} \quad (2.25)$$

O valor de k_i , usualmente em N/A, relaciona a variação da força magnética com a variação da corrente de controle. O parâmetro k_s , em N/m, é conhecido como a rigidez

negativa do mancal magnético e relaciona a força exercida com o deslocamento do rotor em relação à condição nominal.

A força magnética, quando expressa através destes dois parâmetros é:

$$F = k_s \xi_z^j + k_i i_{1z} \quad (2.26)$$

Quando o rotor está inclinado em relação ao eixo Y, o atuador magnético não só exerce apenas a força de controle F, mas também um torque T_p que tende a aumentar esta inclinação. Esta situação é ilustrada na figura 2.4.

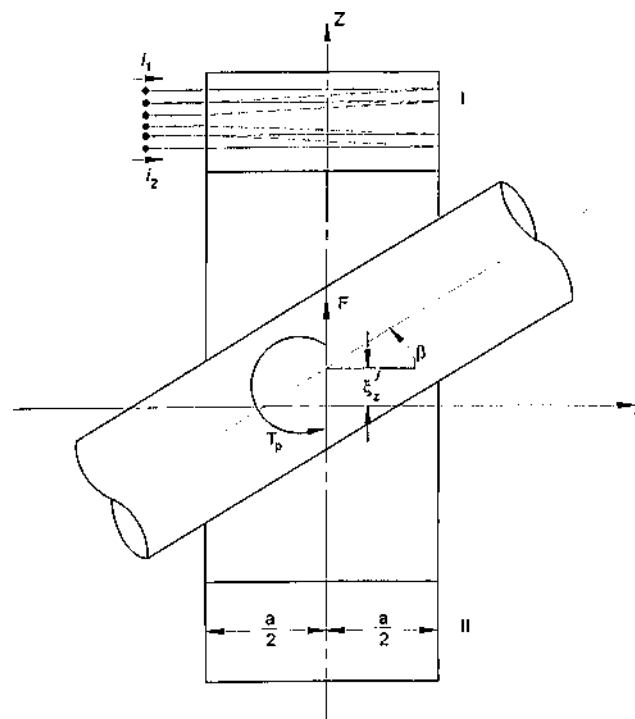


Figura 2.4 - Geometria do rotor inclinado.

Schweitzer e Lange (1976) mostram que o torque perturbador apresenta um comportamento linear com ângulo de inclinação β que obedece a seguinte relação:

$$\frac{T_p}{T_0} = \frac{\beta}{6\beta_m} \quad (2.27)$$

onde β_m e T_0 são constantes que dependem de parâmetros geométricos, do material do rotor, da bobina e das correntes envolvidas. Para z e i suficientemente pequenos, o torque T_p depende somente do ângulo de inclinação β e não é afetado pela corrente de controle, ou seja, sua magnitude, para a maioria das aplicações pode ser negligenciada.

2.3 CARACTERÍSTICAS DE ENTRADA E SAÍDA

As variáveis de saída do atuador são as forças geradas e os torques produzidos, sua variável de entrada são as correntes de controle (figura 2.5).

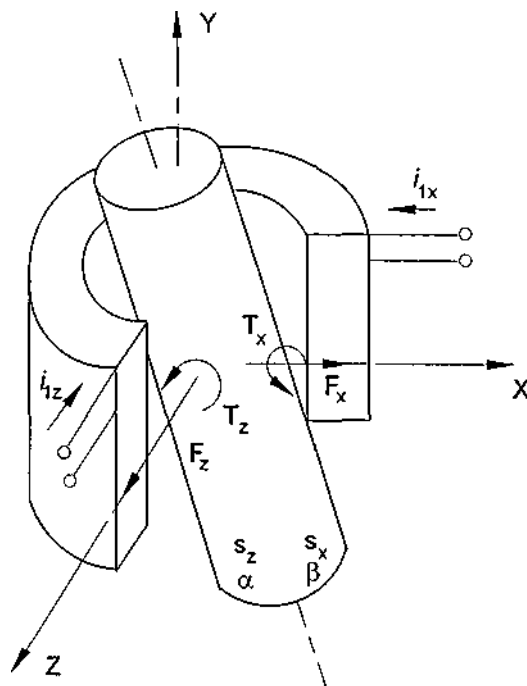


Figura 2.5 - Variáveis de entrada e saída do rotor e atuador.

A partir de (2.23) e (2.27) pode-se escrever a seguinte relação entre as entradas e saídas:

$$\begin{bmatrix} F_z \\ F_x \\ T_z \\ T_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c F_o}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c F_o}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T_o}{6\beta_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{T_o}{6\beta_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_z' \\ \xi_x' \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{F_o}{i_2} & 0 \\ 0 & \frac{F_o}{i_2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1z} \\ i_{1x} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Desprezando-se os torques perturbadores presentes e substituindo os parâmetros característicos do atuador (2.24) e (2.25) em (2.28), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} F_z \\ F_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_z \\ s_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_i & 0 \\ 0 & k_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1z} \\ i_{1x} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

onde i_{1z} e i_{1x} são as correntes de controle, geradas pela eletrônica de acionamento e controle, nas direções Z e X respectivamente.

2.4 EFEITO DO ARRASTO MAGNÉTICO

Um problema inerente aos mancais magnéticos causado pela corrente de saturação sobre o disco girante é o efeito de frenagem. Este tipo de problema é causado pela indução magnética sobre o disco girante produzindo correntes de Foucault que geram forças indutivas, conhecidas como forças de Fleming, causando uma diminuição na velocidade de rotação do disco (Okada et al, 1992). A figura 2.6 ilustra esta situação.

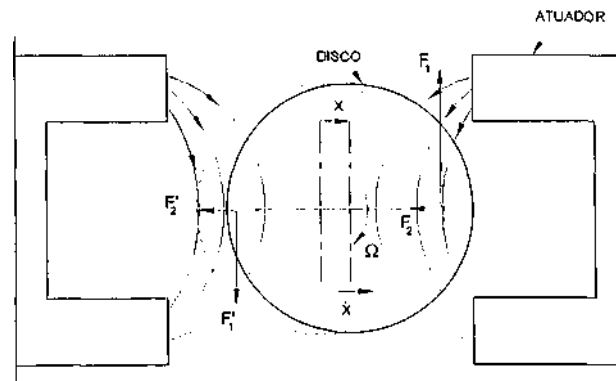


Figura 2.6 – Arrasto provocado pelo campo magnético.

A diferença entre estas forças indutivas F_1 e F_1' , mostradas na figura 2.6, produz um torque de frenagem sobre o disco, enquanto as forças F_2 e F_2' causam um efeito de amortecimento sobre o sistema. Este efeito de frenagem adquire importância significativa quando o material utilizado não é laminado, como será visto no capítulo IV.

CAPÍTULO III

FORMULAÇÃO E SIMULAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE CONTROLE

Este capítulo apresenta a solução adotada para o problema de controle ativo das vibrações laterais presentes em rotores flexíveis. Na construção da solução foram considerados dois vínculos fundamentais: um desempenho satisfatório do controle (que permitisse ao rotor passar pela primeira velocidade crítica com segurança) e a facilidade na implementação física da solução (que possibilitasse ensaios de baixo custo). O controle proposto é avaliado através de simulações numéricas, onde os parâmetros adotados nos modelos de simulação foram extraídos de uma bancada de teste construída em laboratório. Os resultados destas simulações são discutidos e comparados no próximo capítulo com os resultados experimentais obtidos.

3.1 Estratégia adotada para o controlador ativo

Existe na literatura um conjunto expressivo de propostas para o problema do controle ativo de vibrações em máquinas rotativas.

Schweitzer e Lange (1976) propõem um controlador onde a força do atuador, no caso atuadores magnéticos, depende linearmente das saída dos sensores ("output control"). Eles sugerem, como lei de controle, a expressão:

$$u = Vy \tag{3.1}$$

onde V é a matriz de ganho e y a saída dos sensores.

Admitindo que o sistema possa ser descrito na forma de variáveis de estado:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A x + B u \\ y &= H x\end{aligned}\tag{3.2}$$

então a dinâmica do sistema em malha fechada se reduz à:

$$\dot{x} = (A + BVH)x\tag{3.3}$$

Assim o comportamento do sistema é governado pelos auto-valores da matriz $A+BVH$. Se o sistema for completamente controlável e observável (Kwakernaak e Sivan, 1972) é possível encontrar uma matriz V que posicione livremente os auto-valores do sistema em malha fechada, permitindo assim que se alcance as condições de desempenho e estabilidade requeridas. Naturalmente a eficiência deste procedimento depende da observabilidade e da controlabilidade do sistema ou em última instância do número e da posição dos sensores e atuadores utilizados.

Humphris et al (1986) estudam um mancal magnético controlado de forma analógica e construído a partir das teorias clássicas de controle. O estudo se restringe a análise do comportamento do mancal, estando o rotor parado e com as forças de controle aplicadas numa única direção.

Cen e Darlow (1988) propõem um controlador que envolve o conhecimento simultâneo do deslocamento e da velocidade. O sinal de velocidade é derivado a partir de um observador de estado, construído a partir do sinal do sensor de deslocamento e do modelo dinâmico da planta. O observador é implementado analogicamente e não envolve a derivada do sinal elétrico do sensor de deslocamento, o que minimiza a presença de ruído elétrico no circuito. Nos seus resultados experimentais Cen e Darlow mostram a eficiência do procedimento proposto especialmente nos testes envolvendo acentuados transientes.

Ulbrich (1991) propõe um controlador híbrido, uma combinação de uma suspensão magnética e um atuador hidráulico. O sistema é baseado numa placa dedicada de aquisição e tratamento de sinais, comandada por um microcomputador. Segundo o autor o custo do sistema proposto é um obstáculo importante em se tratando de aplicações comerciais.

Bradfield et al (1991) propõem um controlador programável digital centrado num microprocessador. A lei de controle proposta é da forma:

$$u = -(K_p y + K_v \dot{y})\tag{3.4}$$

onde K_p e K_v são parâmetros tabelados na memória do microcomputador e previamente calculados em função da velocidade de rotação da máquina. O atuador usado é basicamente

um conjunto de solenóides comuns, onde a força magnética gerada é diretamente proporcional ao quadrado da corrente aplicada, ou seja:

$$u = \alpha_p i^2 \quad (3.5)$$

desta forma a corrente calculada, e que o microprocessador comanda para a bobina, é proporcional à raiz quadrada da força calculada por (3.4). Esta estratégia é uma maneira de contornar a característica não linear do atuador.

Okada et al (1992) propõem um controlador digital, formulado segundo uma lei proporcional, integral e derivativa (PID), que leva em conta na sua formulação a velocidade de rotação da máquina e o acoplamento dinâmico ("cross-coupling") decorrente da ação das forças giroscópicas. O sistema detecta a velocidade de rotação, calcula as forças de acoplamento e as compensa como um termo adicional introduzido no controlador PID. O diagrama abaixo ilustra esta aplicação:

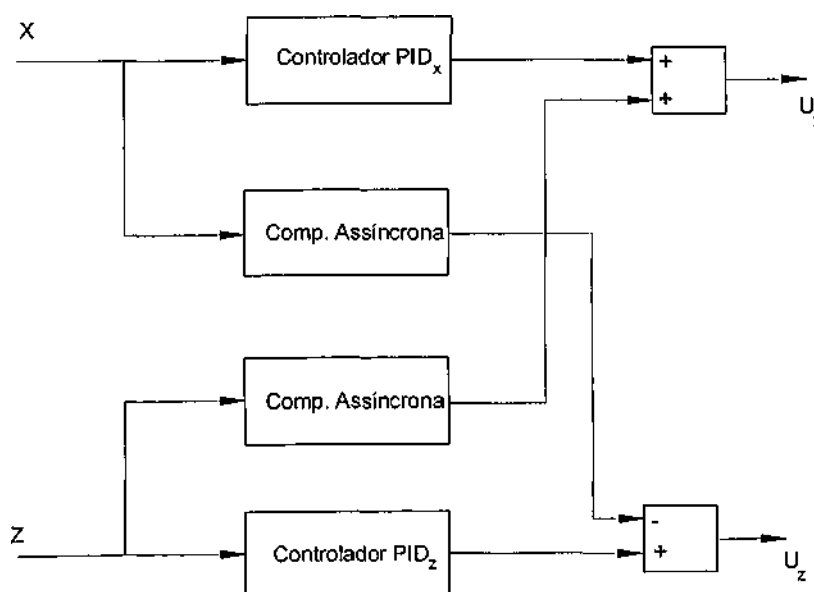


Figura 3.1 – Esquema do controle PID mais o termo adicional de acoplamento dinâmico.

Ribeiro (1995) estuda a aplicação de controladores robustos neste tipo de problema. São investigados os controladores de norma infinita ("H[∞] control") e os controladores de norma quadrática LQG/LTR ("Linear Quadratic Gaussian / Loop Transfer Recovery"). Tais procedimentos, são excepcionalmente robustos e precisos, mas demandam um esforço computacional apreciável.

Neste trabalho a estratégia de controle proposta foi construída a partir de dois componentes eleitos como fundamentais:

- A solução deveria ser passível de ensaios em laboratório, ou seja, ser de fácil implementação, não demandando recursos sofisticados de hardware e software e nem um tempo excessivo de execução e
- a solução deveria apresentar características promissoras de desempenho, estabilidade e robustez, notadamente nas frequências próximas à primeira crítica, embora existam sistemas cujo ponto de operação está além da primeira crítica, ou seja, entre a terceira e quarta ou entre a quinta e a sexta, etc.

Diante destes dois aspectos optou-se inicialmente por uma estratégia de controle clássica e passível de ser implementada analogicamente com componentes eletrônicos de baixo custo. No futuro, e uma vez vivenciado na prática os problemas decorrentes desta opção, se evoluiria para estratégias mais sofisticadas e eventualmente com melhores características.

Estabelecida estas condições de contorno, o controle foi projetado observando as seguintes hipóteses simplificadoras:

- o rotor foi modelado como um simples sistema de segunda ordem, caracterizado pela frequência natural e o amortecimento do primeiro modo de vibrar;
- não se levou em conta os acoplamentos dinâmicos existentes, ou seja, o controle na direção X foi tratado de forma independente do controle na direção Z;
- não se considerou os atrasos de transporte entre os vários elementos da planta;
- não se considerou o modelo dinâmico do atuador;
- não se considerou as não linearidades nos modelos da planta, sensor e atuador;
- não se admitiu saturação no controle;
- o atuador foi considerado ideal, apresentando um comportamento linear com a corrente de controle, ou seja, o fator força-deslocamento (k_s) foi desprezado;
- o sensor foi considerado ideal, ou seja, a sua saída apresenta um comportamento linear com o deslocamento do rotor.
- o atuador e sensor foram localizados no mesmo ponto.

A figura 3.2 mostra esquematicamente o estratégia de controle adotada.

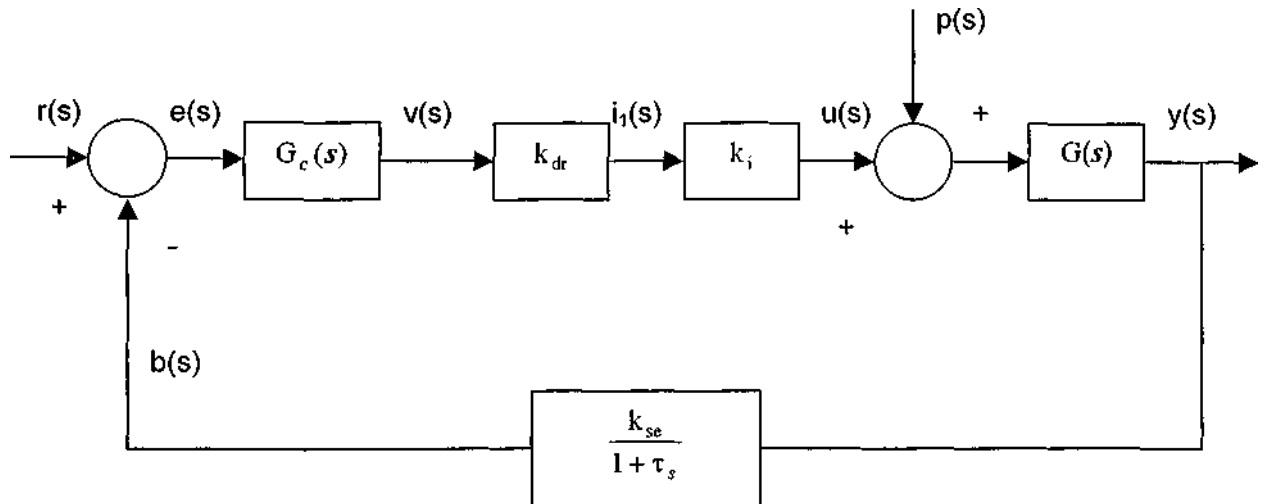


Figura 3.2 – Diagrama de blocos, em um eixo, do sistema de controle ativo.

Na figura tem-se:

- $y(s)$ - deslocamento do eixo
- $b(s)$ - saída do sensor
- $e(s)$ - sinal de erro
- $v(s)$ - tensão de saída do controlador
- $r(s)$ - tensão de referência
- $p(s)$ - força de perturbação
- $u(s)$ - força de controle
- $i_1(s)$ - corrente de controle
- K_{se} - ganho do sensor de deslocamento
- T_s - constante de tempo do sensor
- K_i - fator força-corrente do atuador magnético
- K_{dr} - ganho do driver de corrente
- $G(s)$ - função de transferência do rotor (sistema linear de 2ª ordem)
- $G_c(s)$ - função de transferência do controle.

Do diagrama tem-se que o sinal de deslocamento do rotor $y(s)$ é captado pelo sensor de deslocamento. Tal sensor é caracterizado por um filtro passa baixa, com ganho K_{se} e uma constante de tempo T_s . Na prática esta constante de tempo pode ser desprezada, uma vez que as frequências envolvidas neste problema são muito baixas (inferiores à 200Hz), quando comparadas com a banda passante do sensor (superior à 5KHz).

Da saída do sensor - um sinal elétrico proporcional ao deslocamento - é subtraído o sinal de "offset" $r(s)$, gerando um sinal de erro $e(s)$. O valor de $r(s)$ é o nível médio (DC) esperado para a saída do sensor estando o rotor corretamente posicionado.

O sinal de erro passa por um compensador, com características predominantemente proporcionais derivativas na banda de interesse. A saída do compensador é um sinal de tensão que alimenta um driver de corrente. O driver é suposto linear na faixa de operação do sistema, apresentando um ganho K_{dr} . A saída do driver é a corrente de controle $i_1(s)$. Esta corrente é suprida ao atuador magnético que gera uma força de controle $u(s)$. Tal força se relaciona com a corrente de entrada através do fator força-corrente K_i .

A força de controle, por sua vez tem a função de anular os efeitos das forças de perturbação $p(s)$ que atuam no rotor no sentido de desestabilizá-lo.

3.2 Projeto e simulação do controlador

Uma vez definido a filosofia e a estrutura da lei de controle, calculou-se o compensador tendo em vista os parâmetros de uma bancada de testes construída no Laboratório de Dinâmica do DEEME. Tal bancada é descrito em detalhes no capítulo IV deste trabalho.

Os parâmetros de interesse para o problema são mostrados na figura 3.3

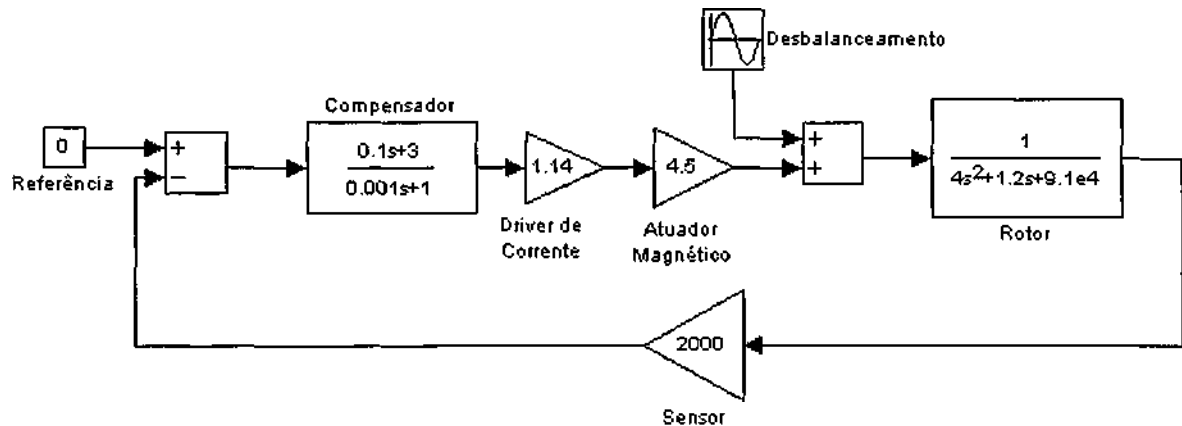


Figura 3.3 – Diagrama do sistema rotor-controlador.

Conforme pode ser visto no diagrama, o sensor de posição apresenta um ganho de 2Volts/mm (desprezou-se a sua constante de tempo), o ganho do driver de corrente é de 1.14A/Volts e o fator força-corrente de 4.5N/A.

O rotor por sua vez e como já mencionado foi modelado como um sistema de 2ª ordem de uma entrada e uma saída, com uma frequência natural de 24 Hz, um amortecimento de 1e-3 e uma massa equivalente de 4 Kg.

O compensador foi calculado procurando atender os seguintes requisitos:

- ter uma banda passante superior à 100 Hz, de forma a garantir um bom desempenho do sistema acima da primeira crítica e
- limitar as amplitudes dos deslocamentos máximos à um quarto do "gap" nominal admitido entre o rotor e o estador (2 mm), quando o sistema estiver sujeito à uma perturbação de 300g.mm.

O atendimento a estes dois requisitos levou a construção do compensador :

$$G_c(s) = \frac{0.1s+3}{0.001s+1} \quad (3.6)$$

A partir de 3.6 tem-se a relação entre o sinal de erro e a tensão de controle, ou seja:

$$u(s)[0,001s+1]=[0,14s+3,0]e(s) \quad (3.7)$$

Considerando condições iniciais nulas e supondo o sistema operando em baixas frequências, a transformada inversa de (3.7) pode ser aproximada por:

$$u(t) \cong 0,14 \frac{de(t)}{dt} + 3,0e(t) \quad (3.8)$$

daí o comportamento proporcional-derivativo do controlador em baixas frequências.

3.3 Simulação do sistema rotor-controlador

Tendo em vista avaliar a eficiência e a robustez do procedimento de controle proposto apresenta-se a seguir dois conjuntos de simulações. O primeiro procura verificar as propriedades do procedimento, observando o atendimento de todas as hipóteses postas na construção da lei de controle, especialmente a que trata do modelo simplificado do rotor, o segundo conjunto aplica a mesma lei para um modelo de rotor muito mais complexo, construído a partir das técnicas de elementos finitos.

Nos dois conjuntos de simulações admitiu-se que a corrente máxima suportada pelo atuador foi de 1.25 Ampères (um comportamento não-linear e com saturação). Esta hipótese, que não foi considerada no projeto do controle, procura tornar mais realista as análises e simulações efetuadas.

3.3.1 Simulação considerando o modelo de uma entrada e uma saída

A figura 3.4 mostra o diagrama de blocos usados nesta simulação.

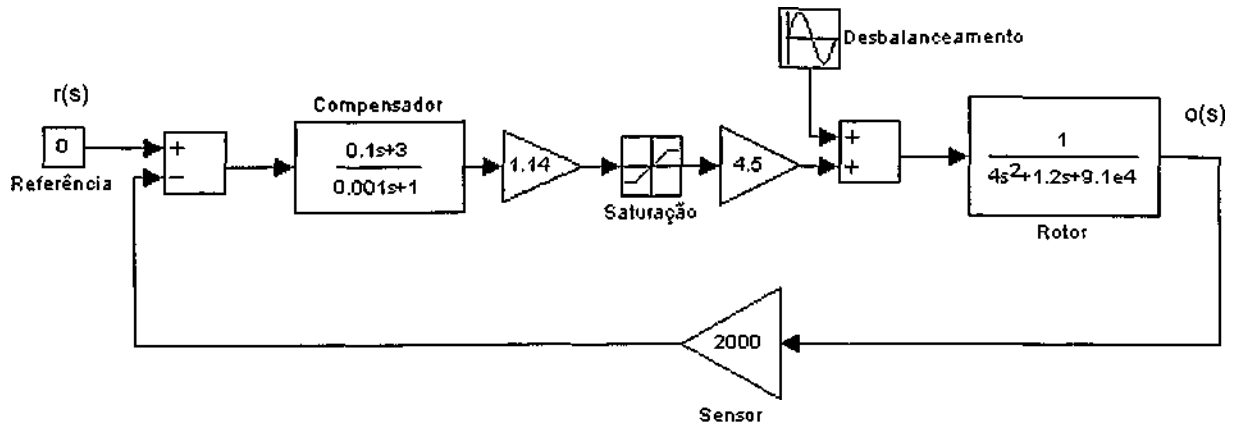


Figura 3.4 – Diagrama de blocos do sistema simulado (um eixo).

A relação entre o deslocamento do rotor $o(s)$ [m] e o sinal de referência $r(s)$ [Volts] é mostrada na figura 3.5, considerando o desbalanceamento nulo.

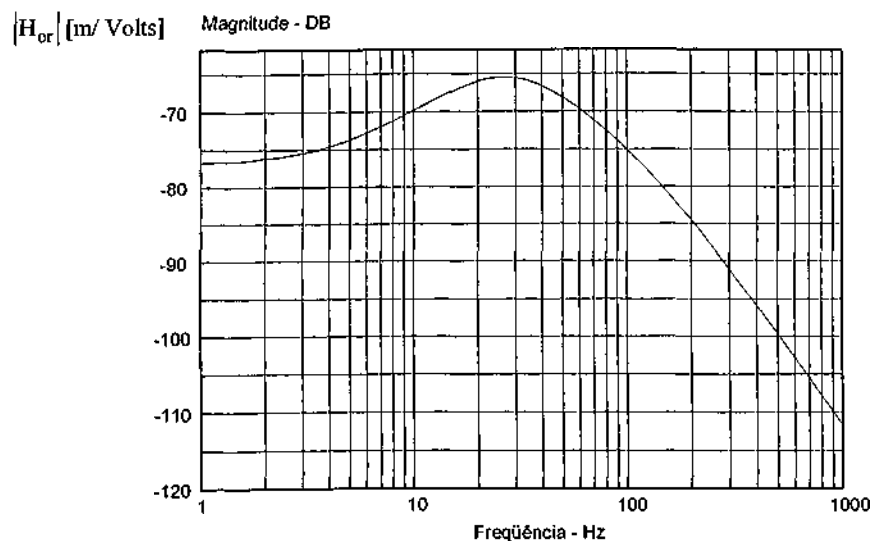


Figura 3.5 – Diagrama de Bode do sistema em malha fechada relacionando os sinais de saída $o(s)$ [m] e o sinal de referência $r(s)$ [Volts].

Como pode ser verificado no gráfico a banda passante do sistema em malha fechada é superior à 100 Hz, aproximadamente 4 vezes superior à frequência da primeira crítica. O desempenho do sistema, quando sujeito a uma força de perturbação do tipo desbalanceamento, pode ser observado nas figuras que se seguem. É mostrado o comportamento do mesmo em malha aberta e em malha fechada em diferentes frequências de excitação. Adotou-se um desbalanceamento de 300 g.mm para o rotor, pois este provoca uma força perturbadora na velocidade crítica igual a força de saturação admitida para o controle.

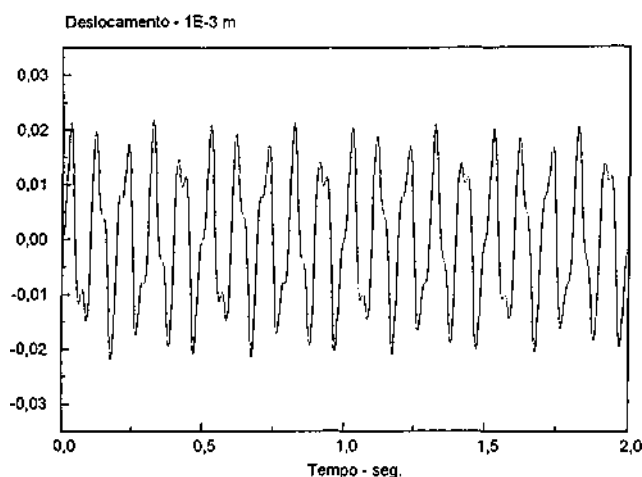


Figura 3.6– Resposta do sistema em malha aberta para uma massa de desbalanceamento de 300g.mm, na frequência de 10 Hz.

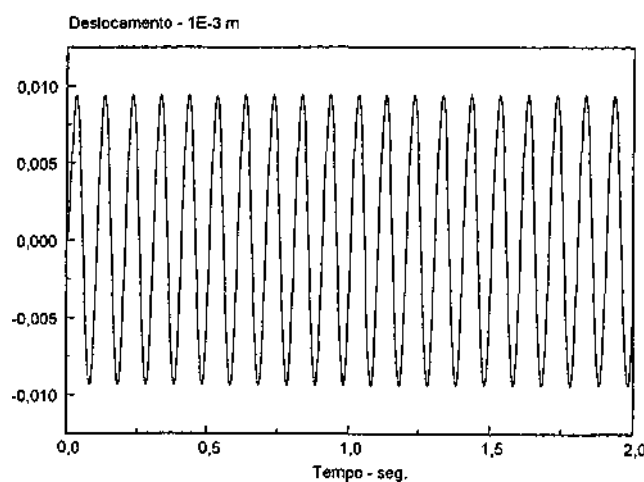


Figura 3.7 – Resposta do sistema em malha fechada para uma massa de desbalanceamento de 300g.mm, na frequência de 10 Hz.

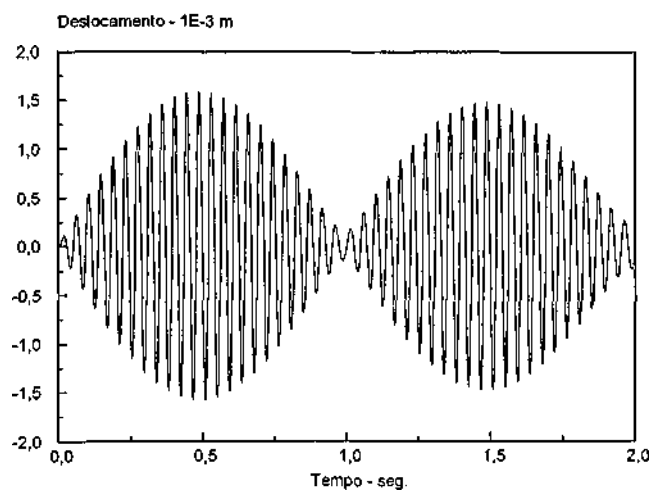


Figura 3.8– Resposta do sistema em malha aberta para uma massa de desbalanceamento de 300g.mm, na frequência de 23 Hz.

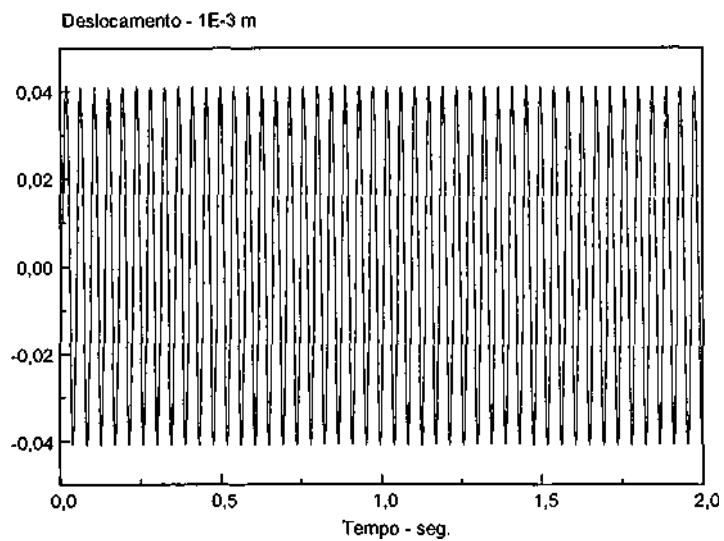


Figura 3.9 – Resposta do sistema em malha fechada para uma massa de desbalanceamento de 300g.mm, na frequência de 23 Hz.

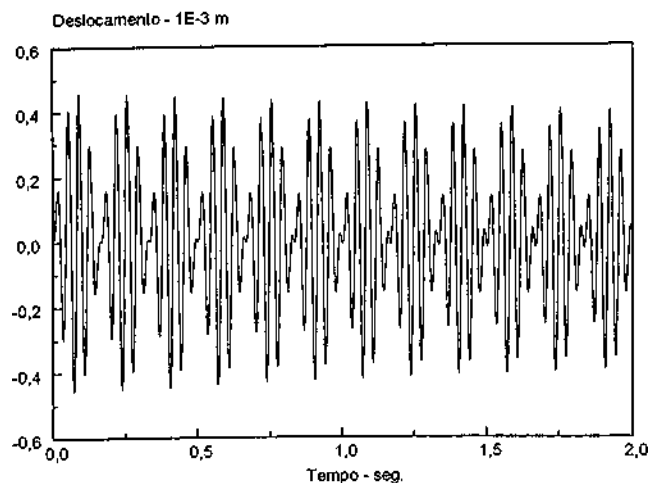


Figura 3.10 – Resposta do sistema em malha aberta para uma massa de desbalanceamento de 300g.mm, na frequência de 30 Hz.

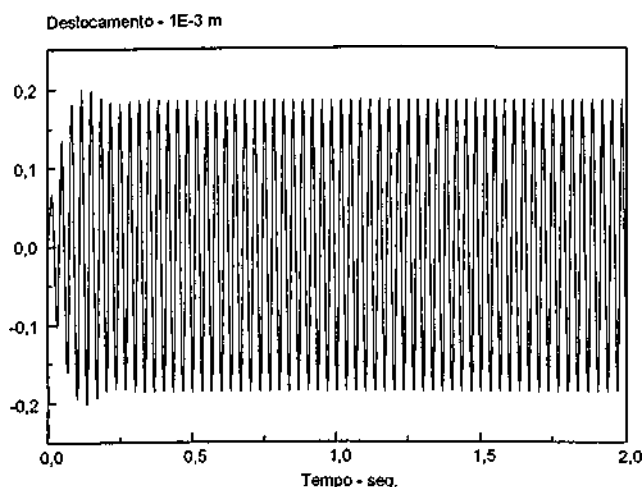


Figura 3.11 – Resposta do sistema em malha fechada para uma massa de desbalanceamento de 300g.mm, na frequência de 30 Hz.

Como se pode observar nas figuras 3.7, 3.9 e 3.11 o comportamento do sistema controlado mantém as vibrações em patamares aceitáveis, considerando todas as idealizações efetuadas. Já o sistema em malha aberta, sob as mesmas condições de modelagem, apresenta amplitudes de vibrações bastante elevadas, especialmente, e como já previsto no caso da excitação de 23 Hz, mais próxima da frequência natural de 24 Hz.

3.3.2 Simulação considerando o modelo de elementos finitos de ordem reduzida

Objetivando uma análise numérica mais detalhada, testou-se a lei de controle proposta pela expressão (3.8), considerando :

- o rotor modelado pelo método de elementos finitos, e reduzido aos seis primeiros modos de vibrar;
- o parâmetro força – deslocamento do atuador foi levado em conta no seu modelo e
- a saturação da corrente de controle.

3.3.2.1 Modelo discreto do rotor

O modelo de simulação utilizado constitui-se de um rotor vertical com quatro discos de aço fixados a um eixo flexível montado sobre mancais de rolamento, como mostrado na figura 3.12. O modelo de elementos finitos do rotor foi discretizado em 21 elementos de viga como mostrado na figura 3.13, onde os eixos e os discos são feitos de aço cujo módulo de elasticidade é $E = 2,07 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, a densidade de $\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$ e o coeficiente de Poisson de $\nu = 0,3$.

As propriedades dos discos (massa e momento polar de inércia) são mostradas na tabela 3.1. As propriedades dos mancais foram determinados experimentalmente, são comentados no capítulo IV e mostrados na tabela 3.2.

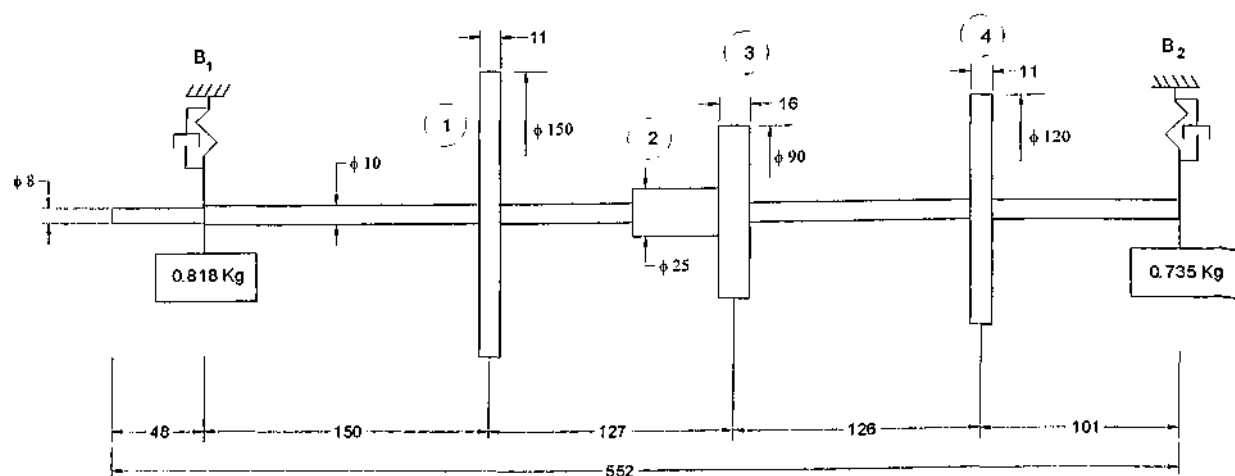


Figura 3.12 – Modelo do rotor flexível utilizado na simulação.

Tabela 3.1 – Dados dos discos.

DISCO	Massa (Kg)	I_p (Kg.m ²)
1	1.600	0.004500
2	0.145	0.000013
3	0.818	0.000800
4	0.981	0.001800

Tabela 3.2 – Propriedades dos mancais B₁ e B₂.

RIGIDEZ (N/m)	K_{xx}	$3,843.10^5$
	K_{zz}	$3,843.10^5$
	K_{xz}	.0
AMORTECIMENTO		.0

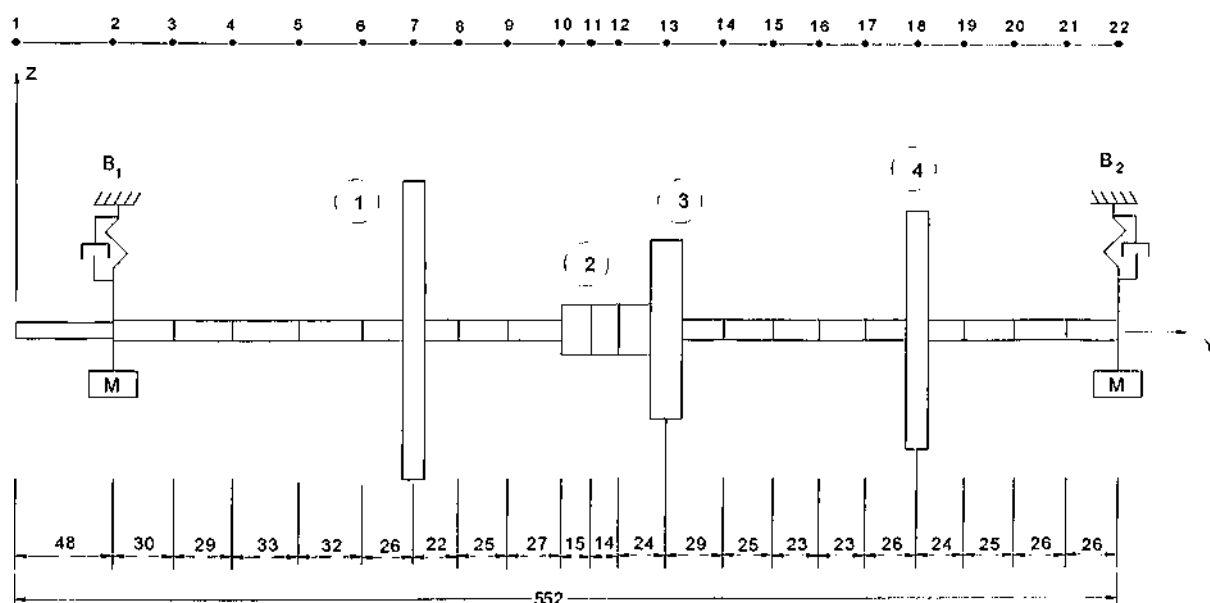


Figura 3.13 – Modelo discretizado do rotor.

A partir destes dados o modelo do rotor foi construído e formatado para formar o arquivo de entrada do programa comercial MONOROTOR (Lalanne et al, 1984), desenvolvido na França, sendo calculadas as seis primeiras frequências naturais e os oito primeiros vetores modais. No anexo II e III estão o arquivo de entrada e o relatório completo gerado pelo programa.

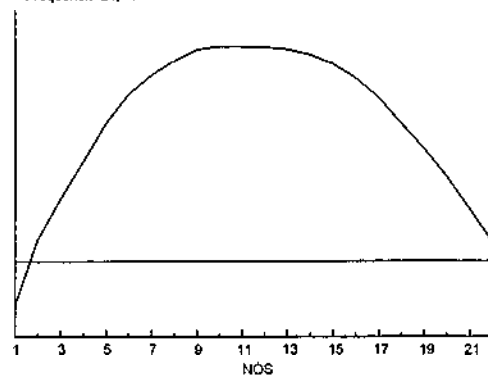
Na tabela 3.3 são mostrados os dez primeiros autovalores obtidos pelo programa MONOROTOR para $\Omega = 0$ e $\Omega = 1800$ rpm. Na figura 3.14 são mostrados as oito primeiras formas de vibrar do rotor em $\Omega = 0$ rpm, onde os autovetores associados são apresentados no Anexo III.

Tabela 3.3 – Frequências naturais do rotor calculadas pelo programa MONOROTOR para $\Omega = 0$ e $\Omega = 1800$ rpm.

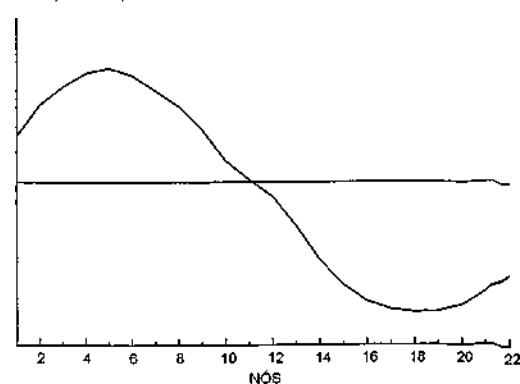
F. NATURAL [HZ]	$\Omega = 0$ RPM	$\Omega = 1800$ RPM
1	24,4	23,9
2	24,4	24,8
3	75,1	74,1
4	75,1	76,1
5	107,8	106,2
6	107,8	109,7
7	131,5	130,1

F. NATURAL [HZ]	$\Omega = 0$ RPM	$\Omega = 1800$ RPM
8	131,5	133,1
9	221,7	209,6
10	221,7	235,2

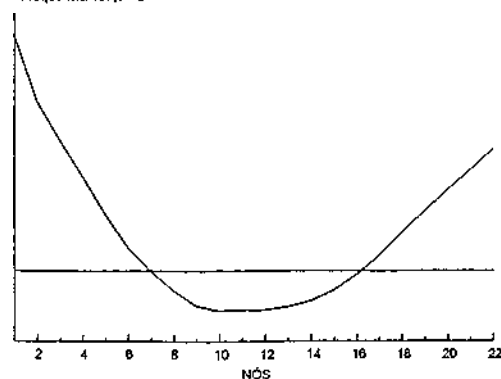
MODO 01/02
Frequência 24,4 Hz



MODO 03/04
Frequência 75,1 Hz



MODO 05/06
Frequência 107,8 Hz



MODO 07/08
Frequência 131,5 Hz

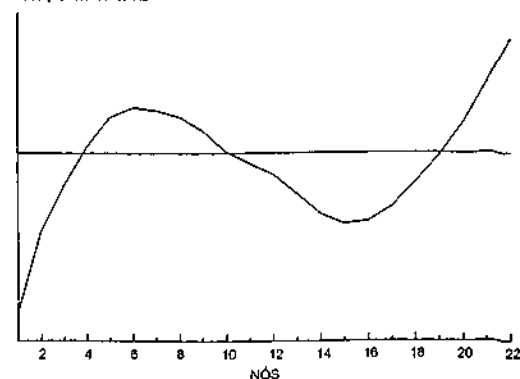


Figura 3.14 – Oito primeiros modos de vibrar do rotor em $\Omega = 0$ rpm.

A análise do modo de vibrar do 1° e 2° modo indica, como já era esperado, que as maiores deflexões ocorrem na região central do eixo. Este fato foi determinante no posicionamento dos sensores e do atuador, no nó 11 e 13 respectivamente (veja figura 3.13).

3.3.2.2 Determinação das velocidades críticas teóricas

O rotor é um sistema dinâmico cujas frequências naturais variam com a velocidade de rotação, ou seja, para cada velocidade de rotação existe uma frequência natural característica devido aos efeitos giroscópicos inerentes neste tipo de sistema. A figura 3.15 mostra o diagrama de Campbell, determinado a partir do modelo reduzido a dez modos de vibrar. As velocidades críticas são obtidas, pela interseção da reta $\Omega = \omega$, com as curvas das frequências naturais.

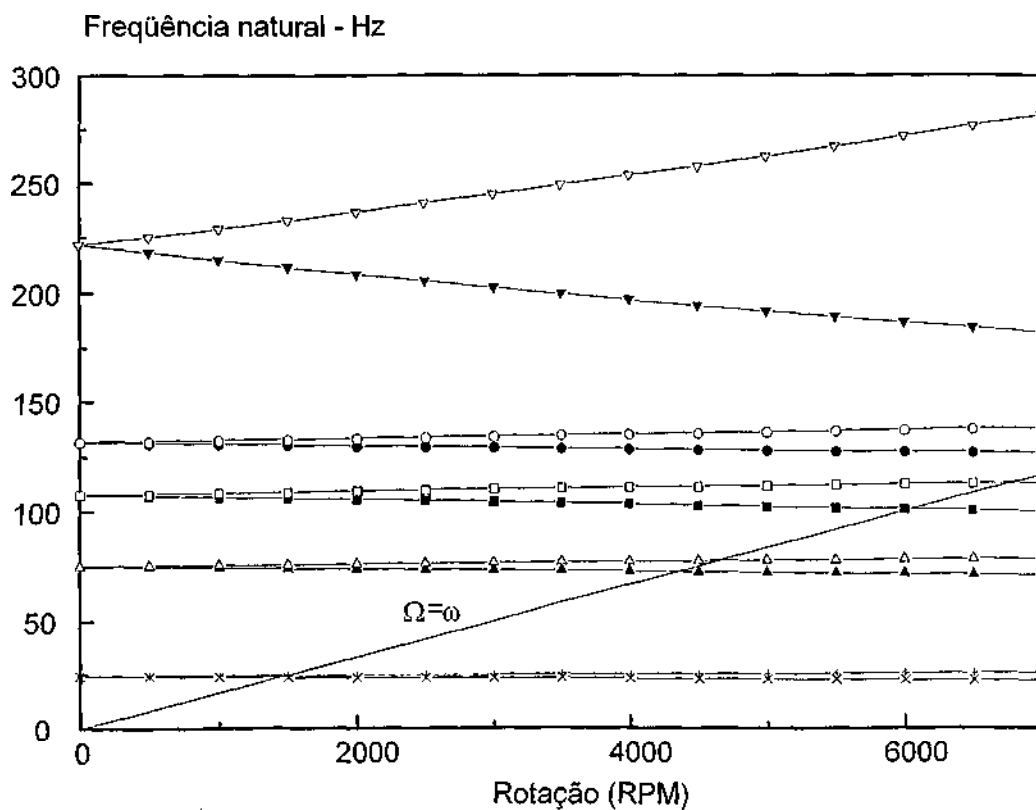


Figura 3.15 – Diagrama de Campbell.

A tabela 3.4 fornece os valores das velocidades críticas teóricas do sistema.

Tabela 3.4 – Velocidades críticas do rotor.

N	FREQUÊNCIAS CRÍTICAS TEÓRICAS [RPM]	FREQUÊNCIAS CRÍTICAS TEÓRICAS [HZ]
1	1445	24,1
2	1489	24,8
3	4350	72,5
4	4643	77,4
5	6062	101,0
6	6776	112,9

3.3.2.3 Desempenho do controle

A lei de controle descrita por (3.8) foi então avaliada observando o diagrama da figura 3.16.

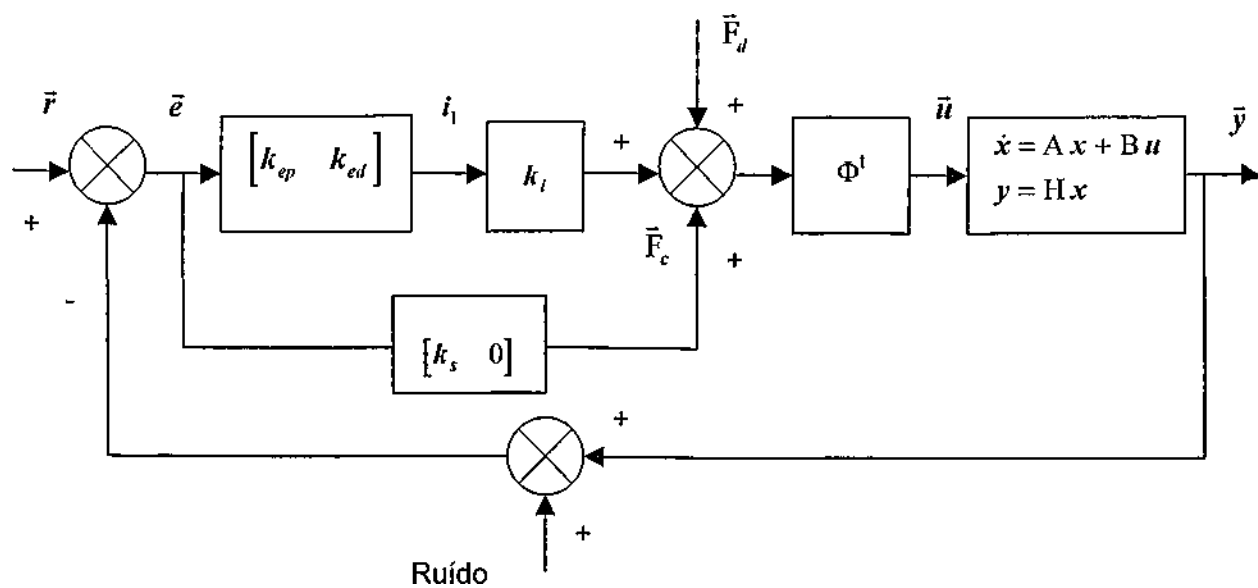


Figura 3.16 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada em uma direção.

As matrizes A e B foram obtidas a partir das matrizes M, K e C reduzidas a seis modos de vibrar. Estas matrizes e a base modal Φ foram determinadas pelo programa MONOROTOR e estão apresentadas no Anexo III.

O sistema rotor – controlador foi simulado num microcomputador pessoal sendo que as equações foram integradas (condições iniciais nulas) usando um integrador de Runge – Kutta de quarta ordem e passo variável. O tempo de discretização foi escolhido de forma a garantir a presença da maior frequência da dinâmica nos resultados. O sinal de saída é a medida do sensor ideal ($k_{se} = 2000$ Volts/m) corrompida por um ruído do tipo branco gaussiano com média nula e desvio padrão de $10\mu\text{m}$. Os parâmetros nominais do controlador são dados pela expressão (3.8). As perturbações consideradas foram devidas ao desbalanceamento da máquina que estimou-se em 300 g.mm localizada no disco 1 (nó 7). Os principais parâmetros do mancal magnético (k_s e k_d), usado na simulação, são descritos no capítulo IV.

O comportamento do sistema à excitações provocadas pela força de desbalanceamento pode ser observado nas figuras que se seguem. É mostrado o comportamento do mesmo em malha aberta e em malha fechada para diferentes frequências de excitação e apenas no eixo X. O comportamento no eixo Z é análogo.

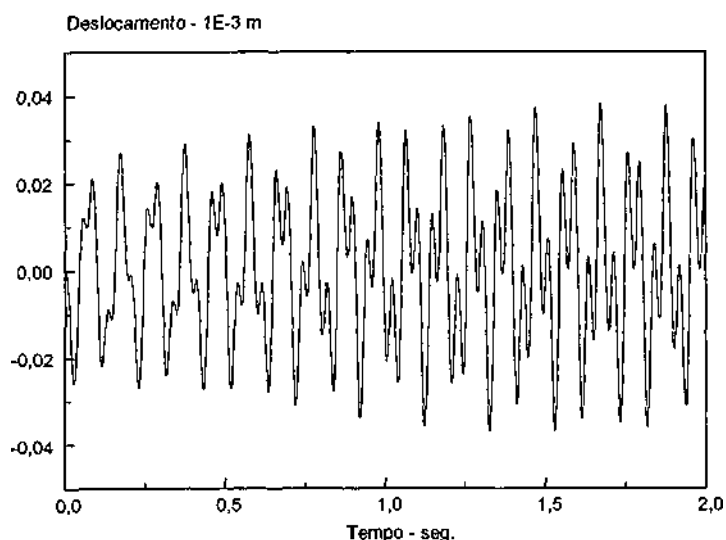


Figura 3.17 - Deslocamento em X para o sistema em malha aberta na frequência de 10 Hz.

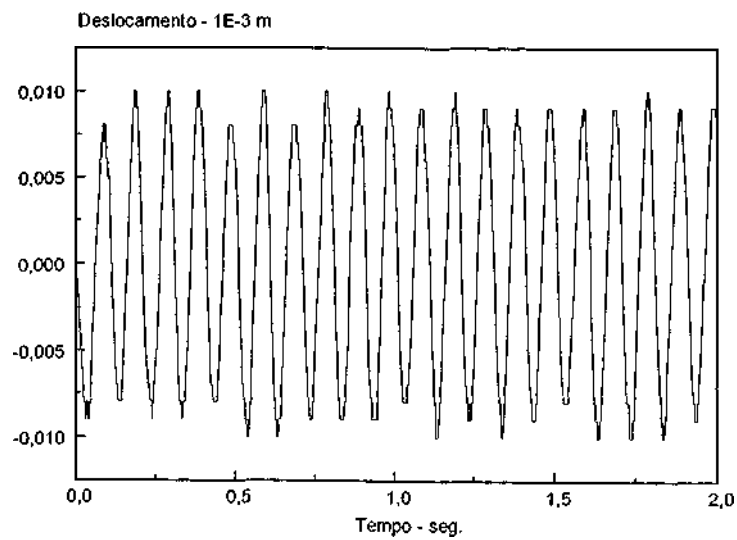


Figura 3.18 - Deslocamento em X para o sistema em malha fechada na frequência de 10 Hz.

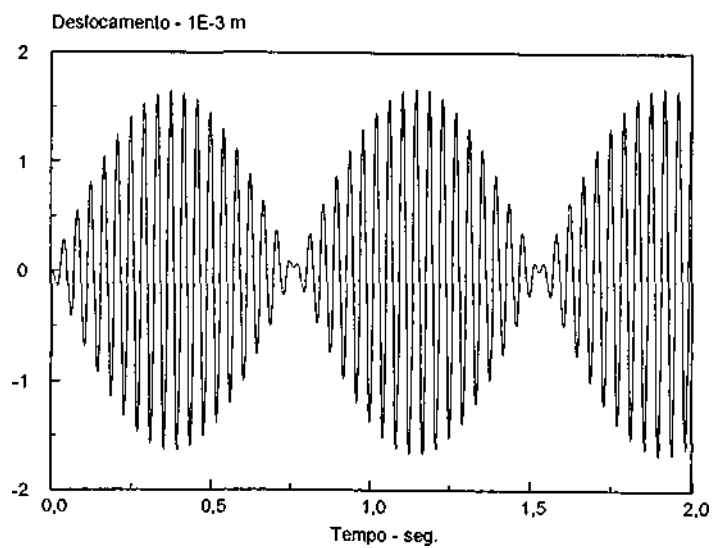


Figura 3.19 - Deslocamento em X para o sistema em malha aberta na frequência de 23 Hz.

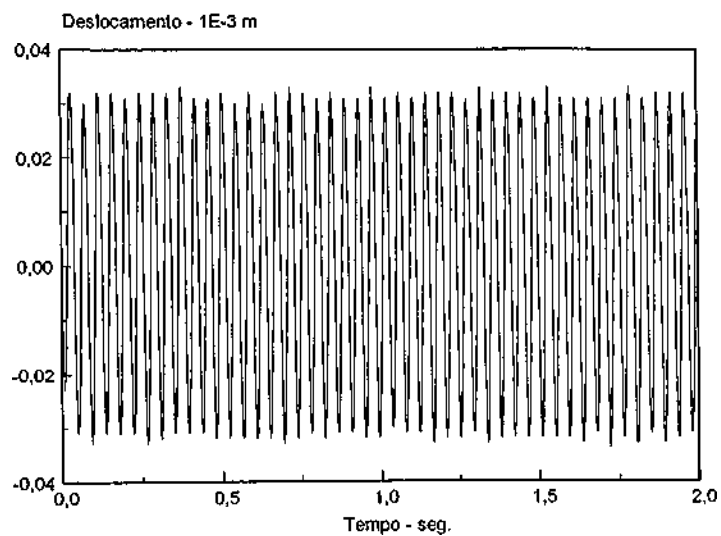


Figura 3.20 - Deslocamento em X para o sistema em malha fechada na frequência de 23 Hz.

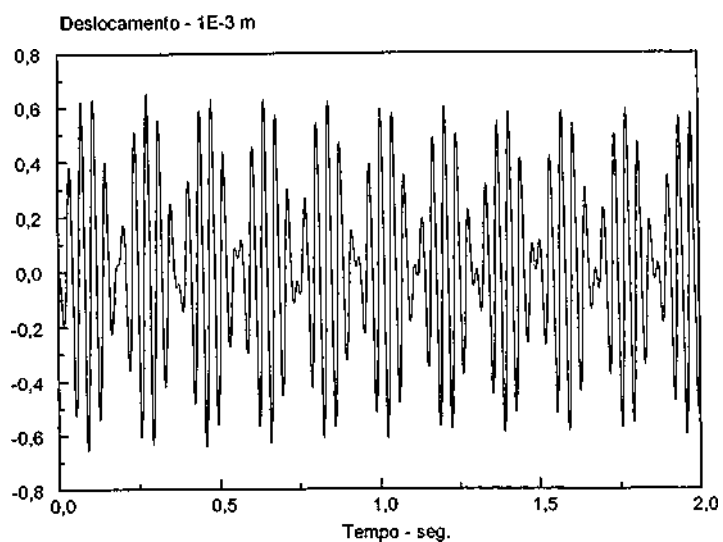


Figura 3.21 - Deslocamento em X para o sistema em malha aberta na frequência de 30 Hz.

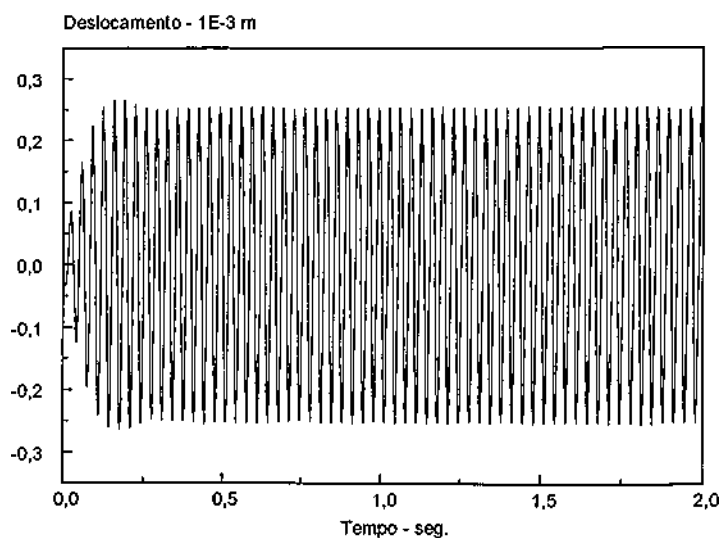


Figura 3.22 - Deslocamento em X para o sistema em malha fechada na frequência de 30 Hz.

Fica evidente a partir dos gráficos mostrados anteriormente o bom desempenho no domínio do tempo do controlador retroalimentado. Estes resultados mostram que a metodologia proposta representa teoricamente uma ferramenta eficiente na redução dos níveis de vibração do sistema rotor/mancais. Este fato permite conduzir os testes experimentais que serão mostrados no capítulo IV que comprovam estes resultados.

Capítulo IV

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo é apresentado a bancada de teste utilizada na avaliação dos procedimentos teóricos desenvolvidos no capítulo anterior. Inicialmente é descrito o rotor, o atuador, os sensores e a eletrônica de acionamento e controle. Em seguida procura-se verificar a aproximação entre os modelos experimentais e aqueles formulados analiticamente. O capítulo termina apresentando um conjunto de testes que buscam avaliar as características de robustez e desempenho do sistema em malha fechada.

4.1 O CONJUNTO ROTOR

4.1.1 PARÂMETROS FÍSICOS E GEOMÉTRICOS

A bancada experimental construída pode ser vista na figura 4.1 onde as dimensões do modelo experimental do rotor, seus discos, mancais e eixo é mostrado na figura 4.2.

O eixo flexível foi montado sobre mancais de rolamento autocompensadores de esferas alojados em uma peça cilíndrica suportada por três corpos cilíndricos de material "celeron". As tensões aplicadas nestes cilindros são ajustadas através de parafusos. Na parte inferior do rotor existem três esferas de aço que servem para apoiá-lo na base inferior.

O acionamento do rotor é feito por um motor de corrente contínua de 90 Watts de potência, capaz de proporcionar rotações da ordem de 7000 rpm. O acoplamento entre o rotor e motor é feito por um tubo plástico flexível. O material do sistema rotor/mancais, bem como da estrutura é o aço ABNT 1020.

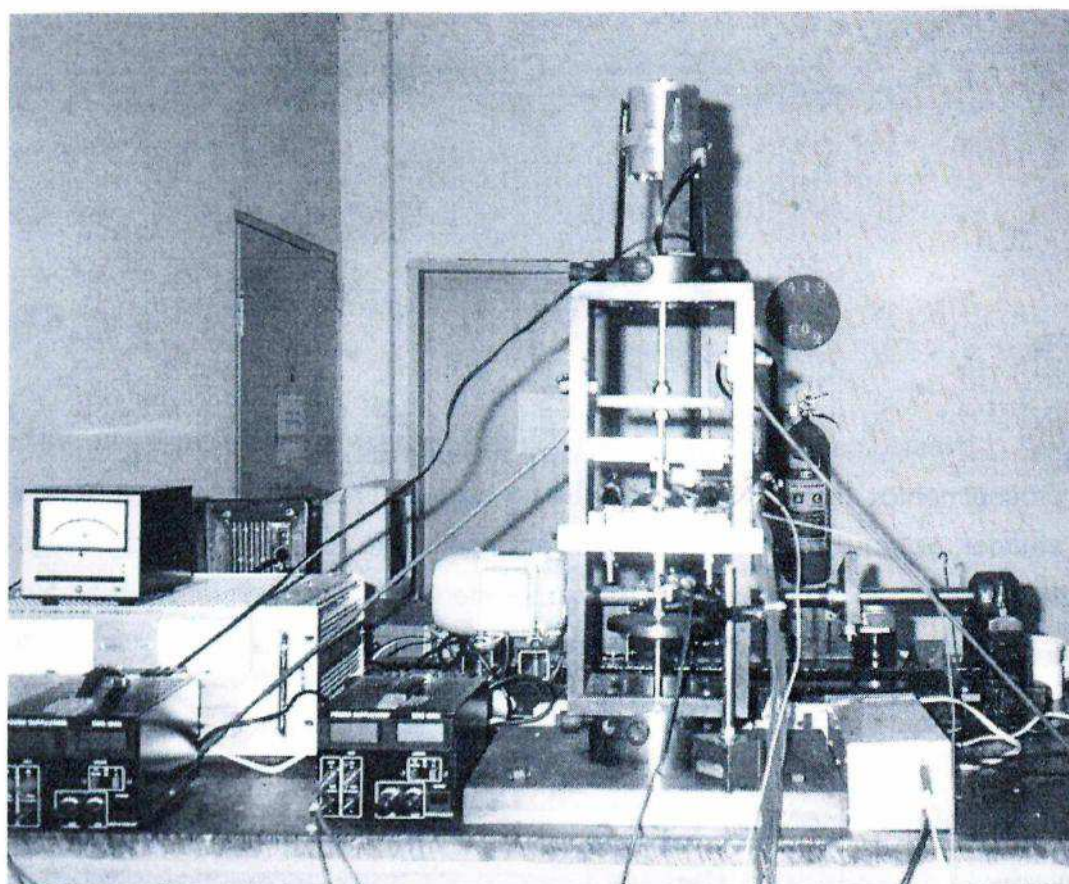


Figura 4.1 – Bancada experimental.

Cotas em mm

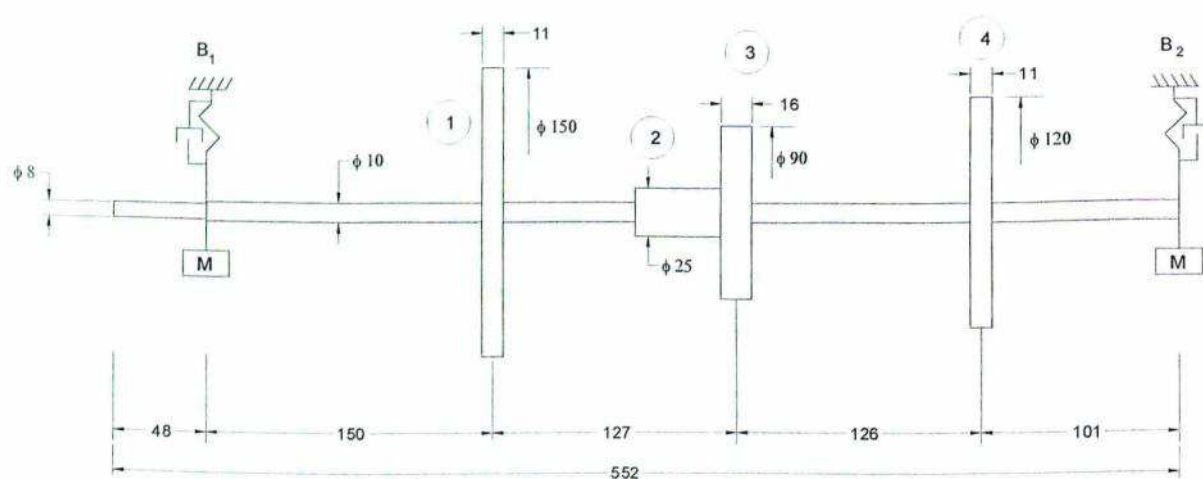


Figura 4.2 – Características dimensionais do modelo experimental.

4.1.2 A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO DOS MANCAIS

O mancal é axialmente simétrico e possui três corpos cilíndricos (celeron) radiais idênticos, sendo seus coeficientes de rigidez iguais nas direções X e Z. A configuração do mancal superior (similar ao mancal inferior) é mostrado na figura 4.3.

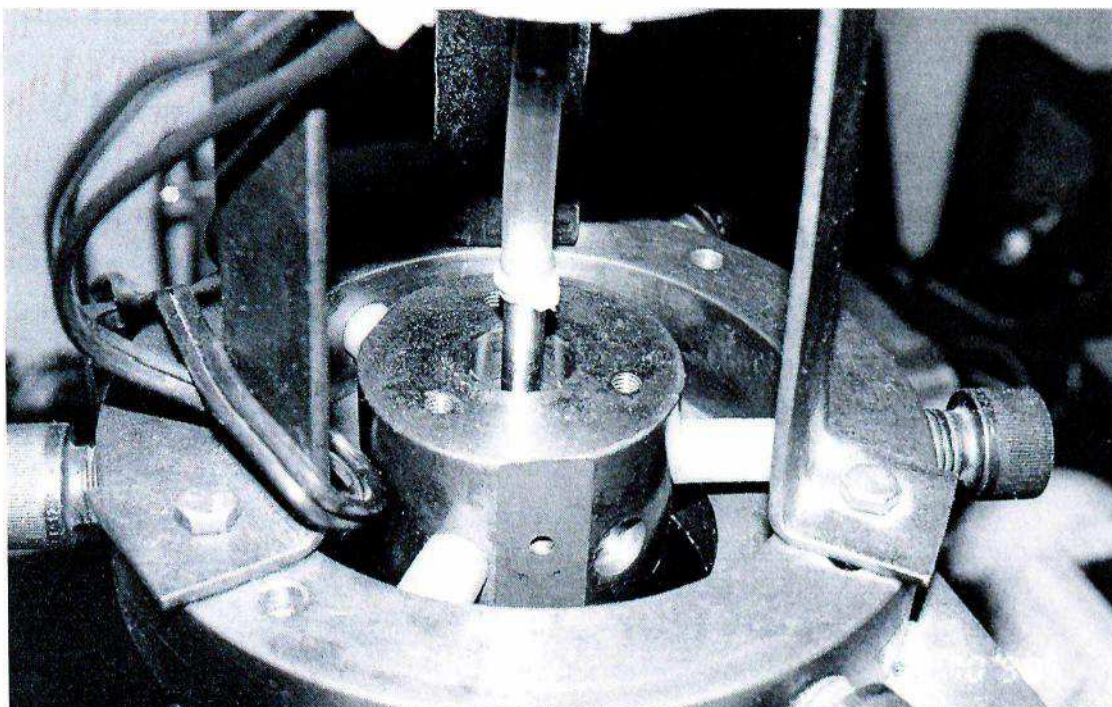


Figura 4.3 – Configuração do mancal superior.

A fim de determinar o valor do coeficiente de rigidez do mancal, aplicou-se uma força e observou-se o seu deslocamento, na direção em que foi exercida. O ensaio foi feito em uma máquina universal de testes em materiais, uma vez que a rigidez é significativamente alta para se medir em um método convencional de ensaio de compressão. Os dados obtidos pelo ensaio são mostrados na figura 4.4, que mostra a reta obtida após a regressão linear aplicada sobre os mesmos, revelando o comportamento linear do mancal.

Assim, a rigidez do mancal superior e inferior nas direções X e Z é dada pelo coeficiente angular da reta de regressão resultando em:

$$K_B = 3,843.10^5 \text{ N / m}$$

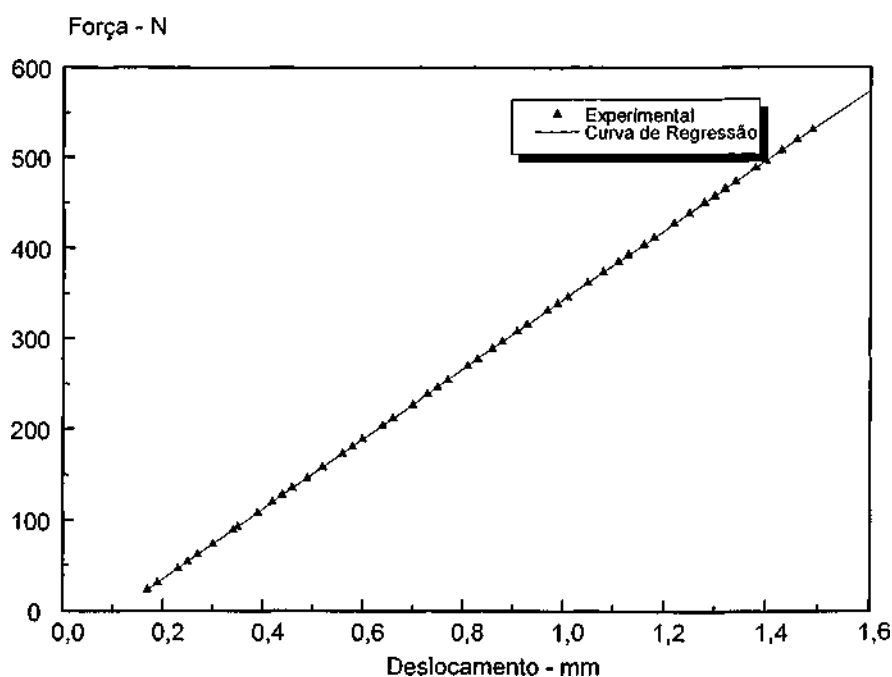


Figura 4.4 – Gráfico da força versus o deslocamento para o mancal superior e inferior.

O gráfico acima foi obtido a partir de um deslocamento inicial não nulo para o material com uma dada pré-carga.

Dado as dificuldades de ensaio, o amortecimento dos mancais foi admitido nulo. Esta hipótese está dentro do conjunto de incertezas admitidas para o modelo do rotor.

4.1.3 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

A determinação experimental dos autovalores foi feita através da análise da resposta do sistema quando excitado por uma força impulsiva aplicada ou nos discos ou nos mancais.

Para a determinação das frequências naturais do sistema não-giroscópico ($\Omega = 0$), utilizou-se acelerômetros piezoelétricos instalados nos discos, enquanto que em rotação foram utilizados sensores de proximidade (DYMAC) que mediam os deslocamentos dos discos. A figura 4.5 mostra o esquema utilizado.

O sistema foi excitado por um martelo de impacto tipo 8202, da Brüel & Kjaer, instrumentado com uma célula de carga piezoelétrica que gera uma entrada impulsiva. Os sinais dos acelerômetros foram condicionados por amplificadores de carga B & K tipo 2635 e os sensores de proximidade por um modulador/demodulador M600 da Spectral Dynamics Division, resultando em entradas para o analisador de espectros modelo SD 380 fabricado pela Scientific-Atlanta. Ajustou-se o analisador espectral para fornecer a resposta em frequência do modelo, com uma média de vinte impactos. Os dados foram adquiridos por uma interface de aquisição GPIB. As figuras 4.6, 4.7 e 4.8 mostram a função de transferência, fase e coerência entre os sinais de saída e de entrada para $\Omega = 0$ e $\Omega = 1800$ rpm.

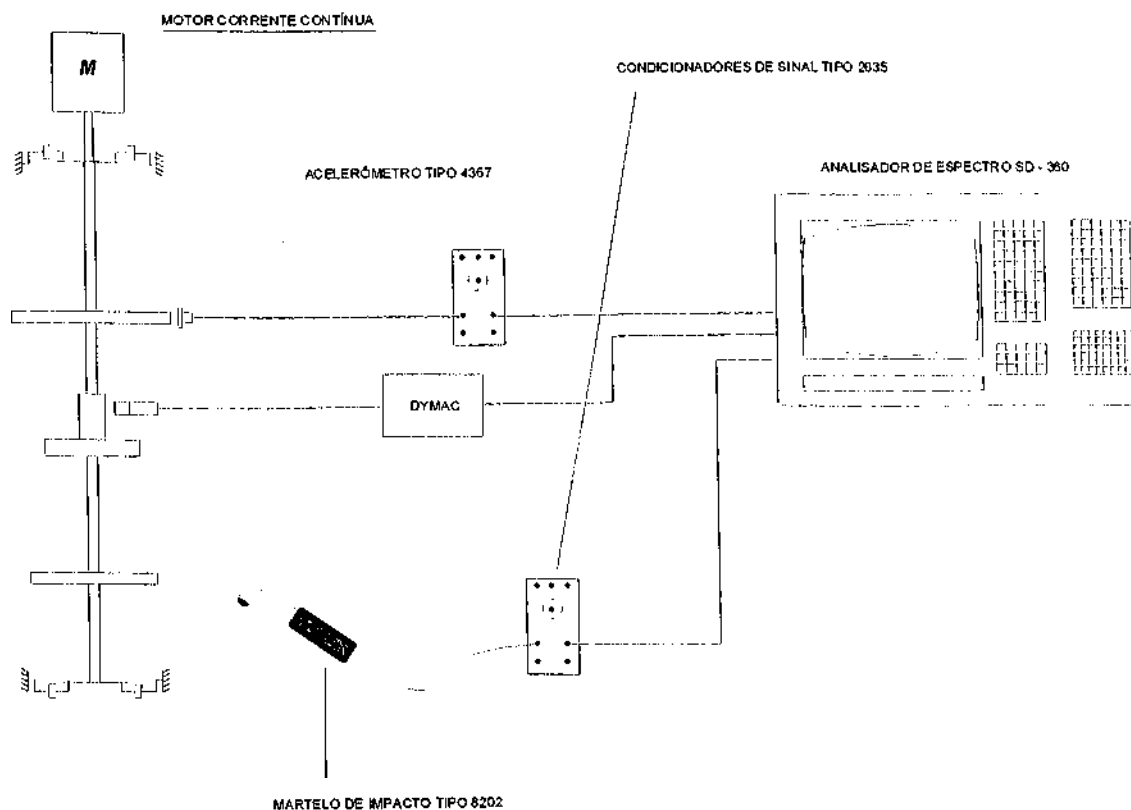


Figura 4.5 – Representação esquemática da instrumentação para o cálculo dos autovalores.

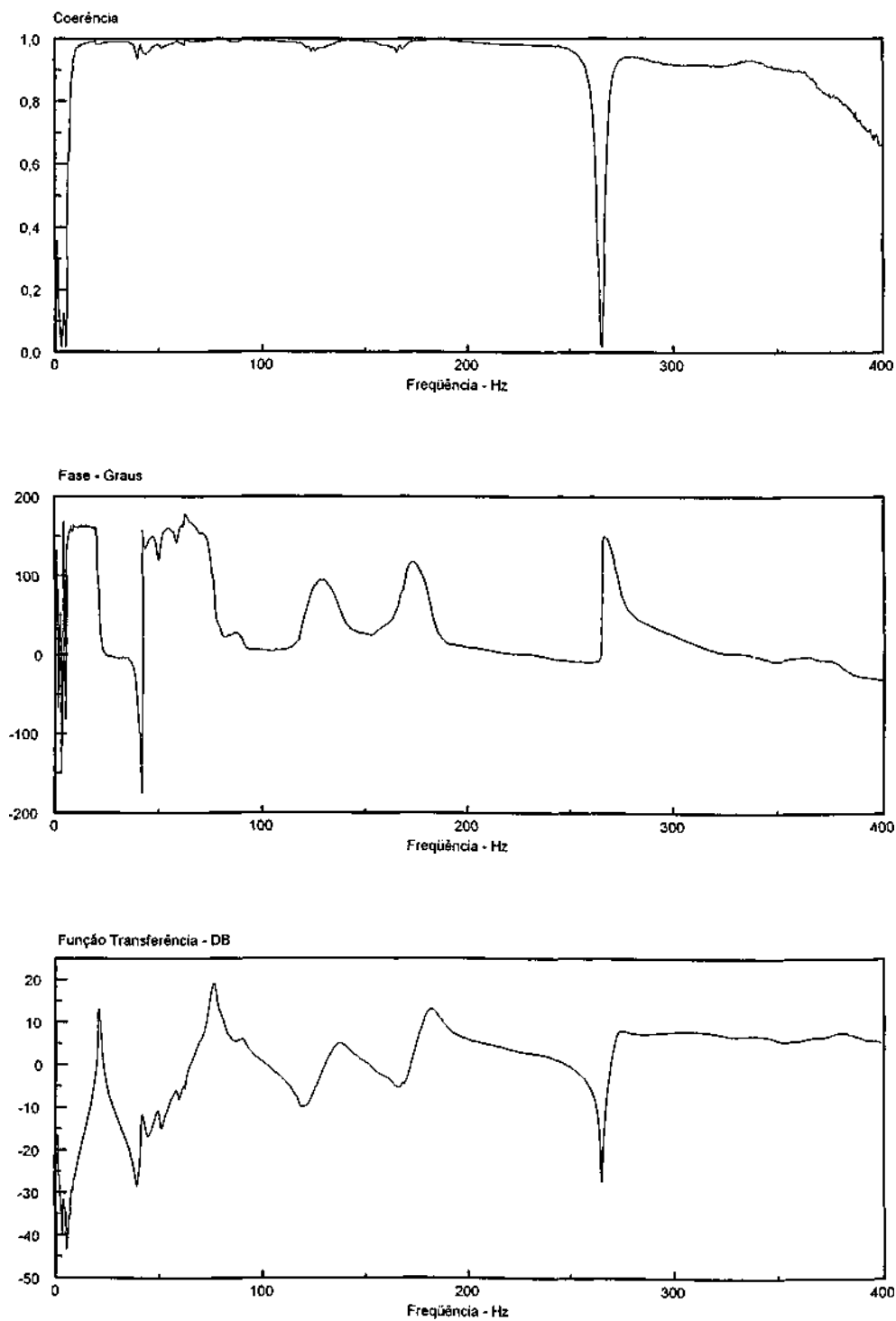


Figura 4.6 – Resposta em frequência, fase e coerência entre os sinais de saída e de entrada para $\Omega = 0$.

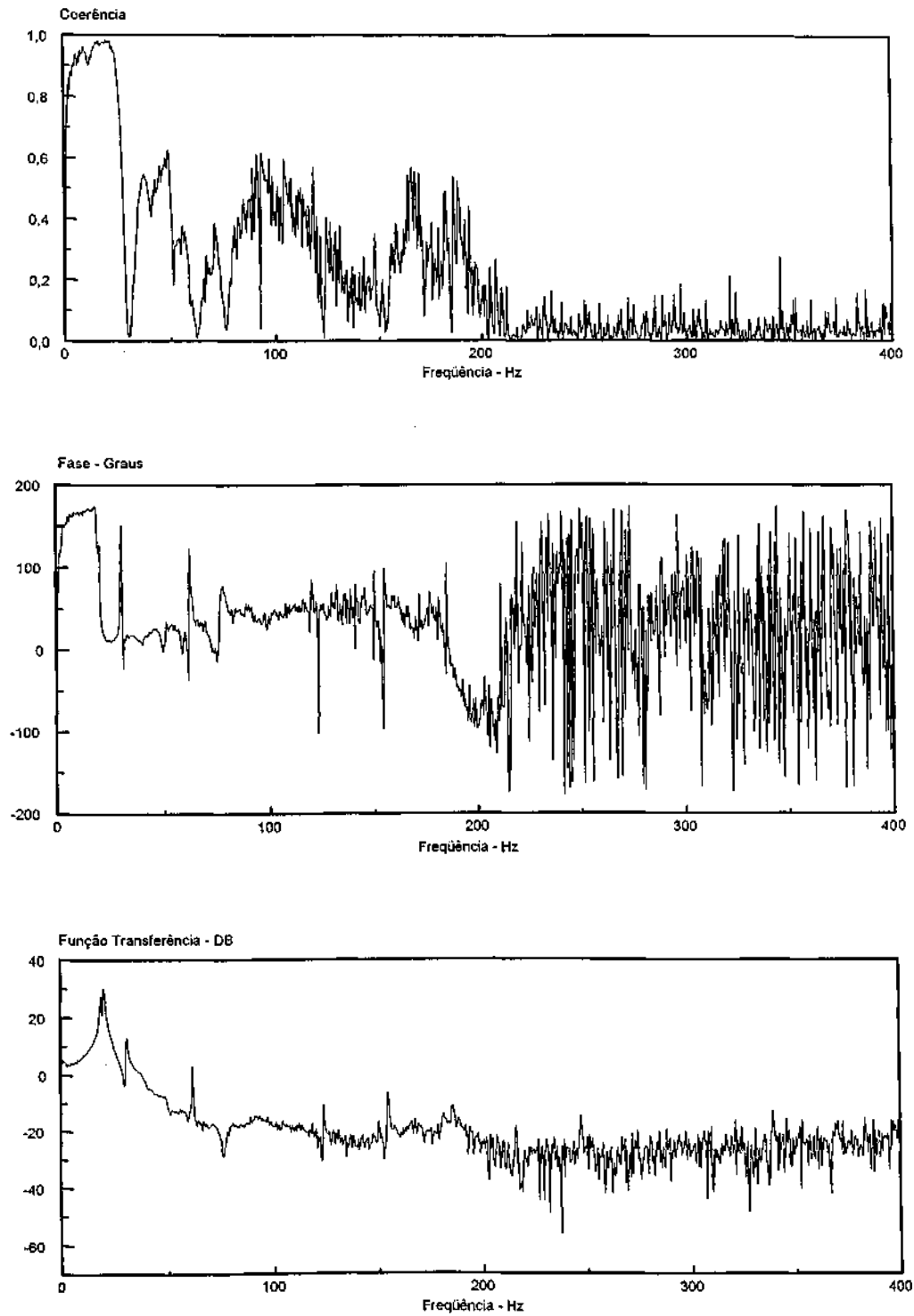


Figura 4.7 – Resposta em frequência, fase e coerência entre os sinais de saída e entrada para $\Omega = 1800$ rpm e direção X.

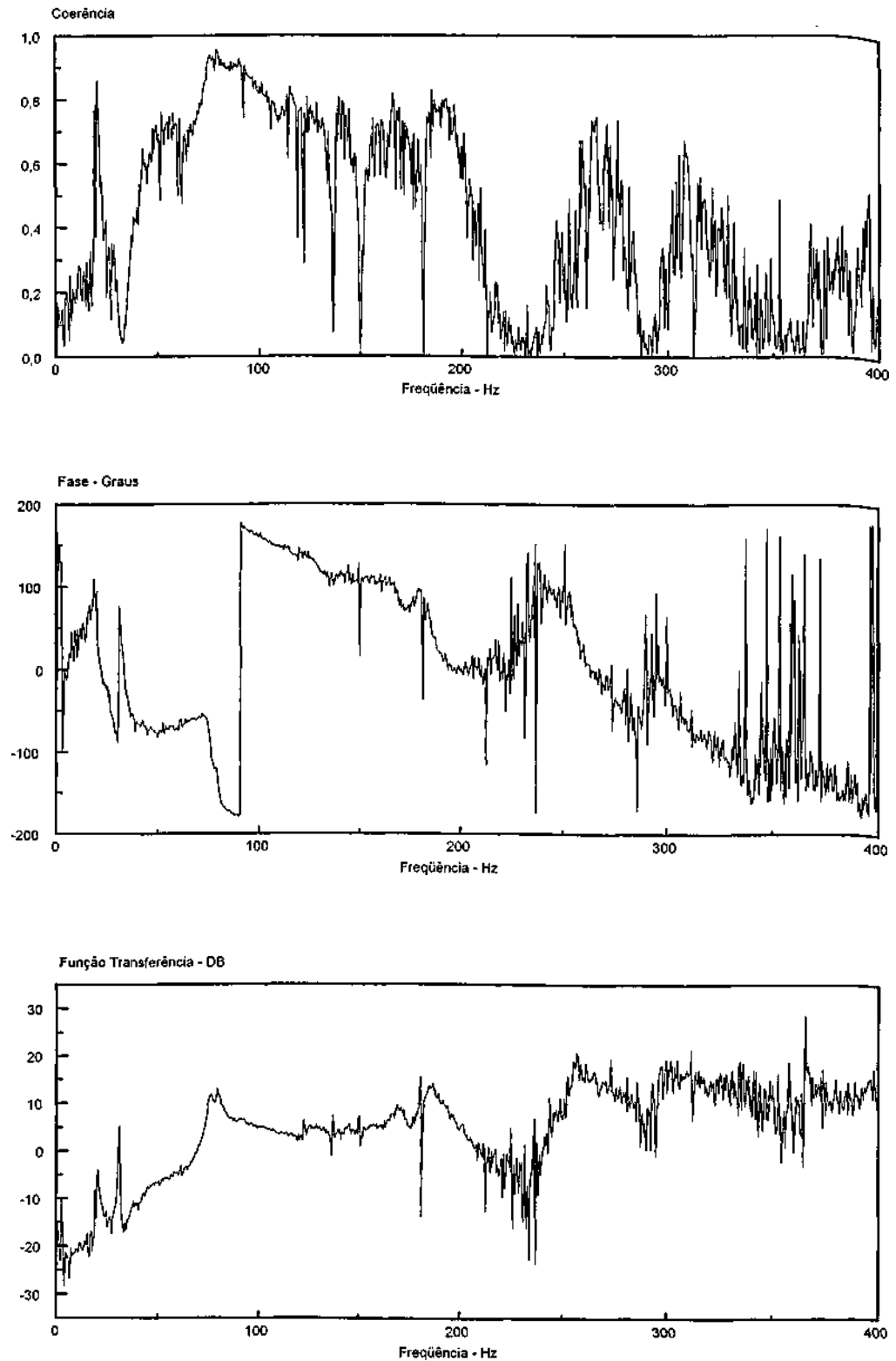


Figura 4.8 – Resposta em frequência, fase e coerência entre os sinais de saída e entrada para $\Omega = 1800$ rpm e direção Z.

A partir dos dados obtidos nas figuras 4.6, 4.7 e 4.8 e dos resultados teóricos apresentados no capítulo III construiu-se a tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Frequências naturais teóricas e experimentais

$\Omega = 0$ RPM		
AUTOVALORES	TEÓRICAS [Hz]	EXPERIMENTAIS [Hz]
1	24,4	21,0
2	24,4	21,0
3	75,1	76,5
4	75,1	76,5
5	107,8	90,0
6	107,8	90,0
7	131,5	137,5
8	131,5	137,5
9	221,7	182,0
10	221,7	182,0
$\Omega = 1800$ RPM		
AUTOVALORES	TEÓRICAS [Hz]	EXPERIMENTAIS [Hz]
1	23,9	19,0
2	24,8	21,5
3	74,1	76,5
4	76,1	79,5
5	106,2	92,5
6	109,7	92,5
7	130,1	139,5
8	133,1	139,5
9	209,6	186,5
10	235,2	186,5

Os resultados apresentados na tabela 4.1 demonstram uma boa aproximação entre resultados experimentais e os resultados teóricos. Alguns desvios de valor na frequência natural são devidos principalmente a imperfeições no modelo matemático, que não considera, por exemplo, o atrito de Coulomb existente no mancal inferior do rotor (Araújo e Léopore, 1993).

4.2 SENSORES DE PROXIMIDADE

Os deslocamentos laterais do rotor foram detectados através de dois sensores de proximidade, modelo DYMAC M600 da Division of Spectral Dynamics Corporation, que atua como um sistema transdutor de deslocamento sem contato entre a ponta do sensor e uma superfície eletricamente condutiva. O sensor constitui-se de uma bobina de fio encapsulada na extremidade do núcleo de material dielétrico e montado sob uma superfície rosqueada (veja figura 4.9).

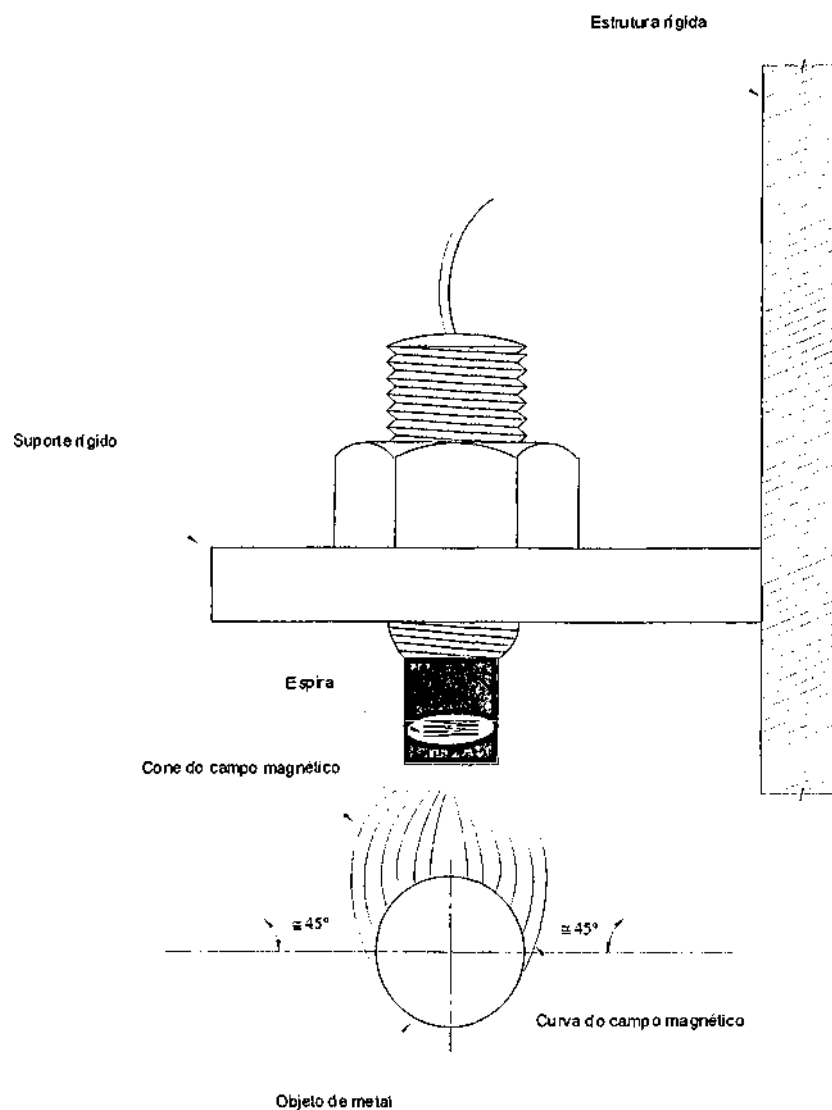


Figura 4.9 – Configuração esquemática do sensor de proximidade.

Segunda a figura 4.9, uma corrente passa pela espira interna do sensor gerando com isso um campo magnético no espaço livre entre a extremidade do sensor e a superfície do

objeto de metal. As correntes de Foucault presentes na superfície do metal absorvem a energia de campo magnético que é uma função da distância entre as superfícies (Scientific Atlanta Instruction Manual, 1985). Este efeito causa uma variação na corrente que passa pela espira e é convertida, através de um driver, numa voltagem proporcional a distância entre as superfícies. Este driver incorpora um controle de calibração formado por circuitos eletrônicos que alimentam a espira, detectam e amplificam esta voltagem.

A relação entre a tensão de saída e a distância do sensor à superfície do metal é definida pela curva de calibração. Tal curva foi construída utilizando-se de um paquímetro digital que fornece a distância entre um pequeno bloco de aço ABNT 1020 (mesmo material dos discos) e o sensor.

As figuras 4.10 (direção X) e 4.11 (direção Z) mostram os pontos obtidos e a curva de ajuste ou calibração propriamente dita.

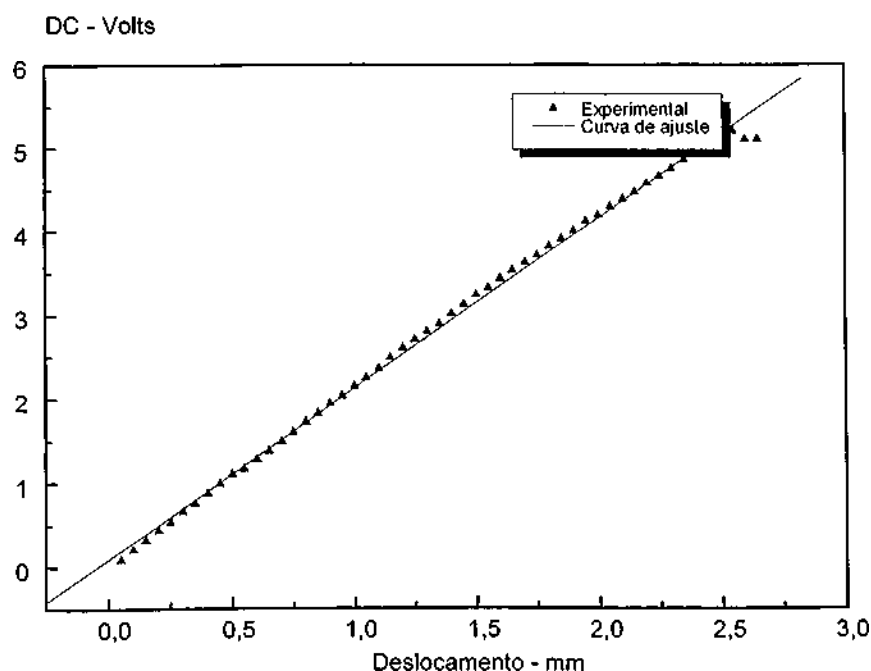


Figura 4.10 – Curva de calibração para o sensor posicionado na direção X.

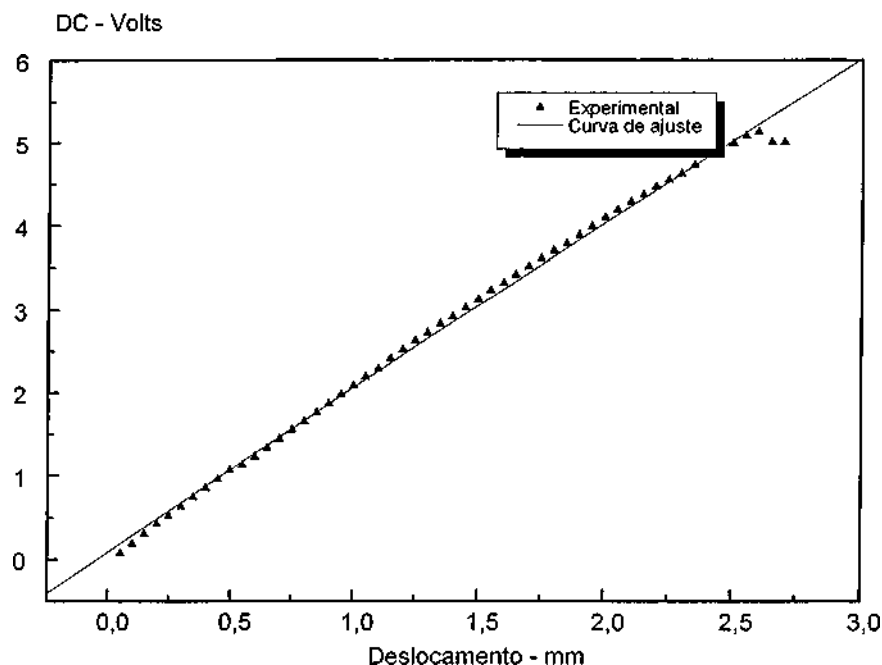


Figura 4.11 – Curva de calibração para o sensor posicionado na direção Z.

Assim, o valor do ganho do sensor nas direções X e Z é dado pelo coeficiente angular da reta de regressão, de onde obtém-se:

$$K_{sx} = 2,03.10^3 \text{ Volts} / m \text{ e } K_{sz} = 1,97.10^3 \text{ Volts} / m$$

4.3 O ATUADOR MAGNÉTICO

O atuador magnético, já descrito no capítulo II, foi construído de forma a envolver completamente o disco 3. Foi feito em aço ABNT 1020 e as características geométricas do núcleo do atuador são mostradas na figura 4.12. A espessura do núcleo é de 16mm (mesma espessura do disco) e o diâmetro livre interno de 94mm, o que permite um "gap" nominal de 2mm uma vez que o diâmetro do disco central é de 90mm. O formato externo retangular do atuador se deve à facilidade da sua fixação à estrutura de sustentação do rotor.

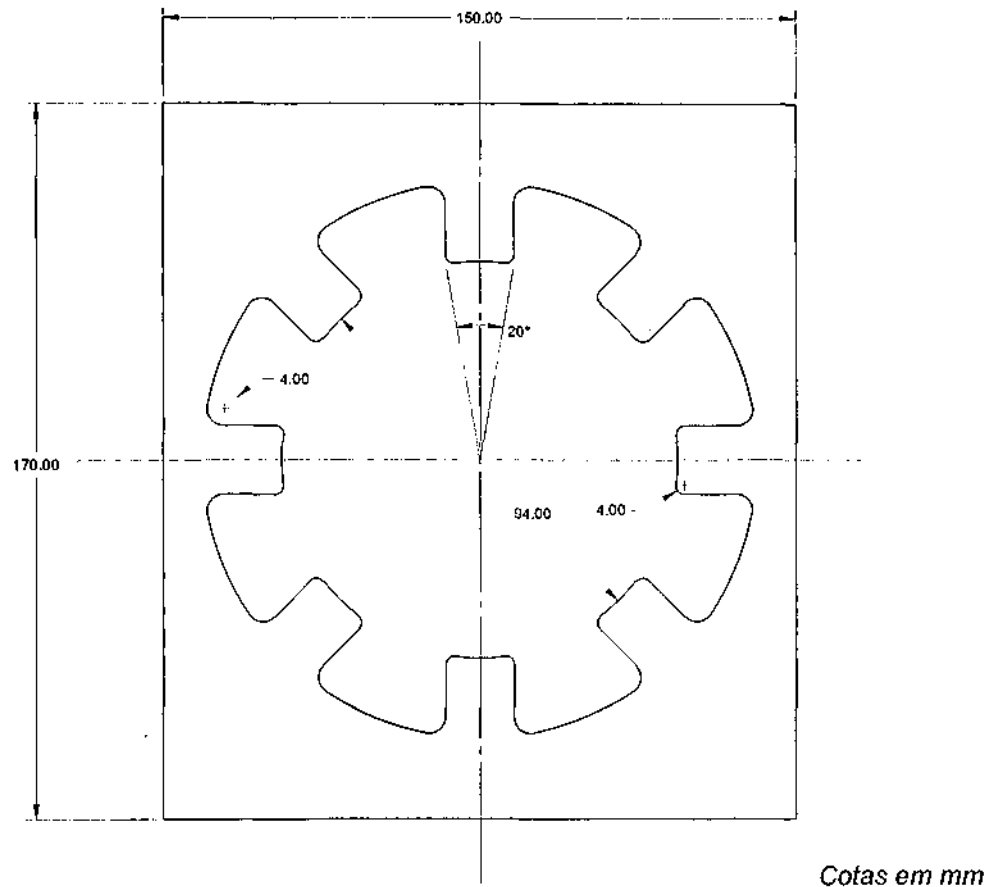


Figura 4.12 – Parâmetros geométricos do mancal magnético.

A figura 4.13 mostra esquematicamente as conexões estabelecidas entre o atuador magnético, a eletrônica de controle e o rotor propriamente dito. O número de espiras, tanto da bobina de linearização como de controle foi de $n=n_2=n_1=228$. A corrente da bobina de linearização é $i_2=1,25$ A e a área de um dos pólos do mancal é $A_p = 262 \text{ mm}^2$. Com estes parâmetros os valores esperados para os coeficientes e o fator força-corrente é $k_i = 4.57 \text{ N/A}$ e para o fator força-deslocamento $k_s = 2440 \text{ N/m}$, conforme descrito pelas expressões (2.24) e (2.25) no capítulo II.

O mancal magnético foi projetado com o objetivo principal de acomodar um máximo número de espiras em seu núcleo sem que a área do pólo (A_p) fosse reduzida a ponto de comprometer a passagem do fluxo magnético no núcleo do material. Para se verificar quantitativamente esta situação foram feitos alguns cálculos que avaliam o comportamento da densidade de fluxo magnético no material analisando-se o comportamento das curvas de magnetização ou curvas $B-H$ (Edminister, 1980), relativas ao material ferromagnético em questão. A densidade máxima de fluxo magnético permitida para o material do atuador (aço

1020) vale $B = 0.7 \text{ T}$ (Aronca, 1970), onde se retira da relação $B = \mu_0 H$ o valor de $H \approx 5.6 \times 10^5 \text{ A/m}$ para $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$. O valor máximo admissível para H é de $H = ni_2/s$ (Edminister, 1980) de onde se obtém, com as características do atuador, $H = 1,4 \times 10^5 \text{ A/m}$. Com isso fica evidente que as características geométricas do atuador atendem ao requisito principal de distribuição do fluxo magnético pela secção reta do núcleo sem haver a restrição de sua passagem.

As características de linearidade do atuador não foram, neste trabalho, objeto de investigação experimental. Contribuiu para isto (1) o fato de se encontrar bem consolidada na literatura a análise deste tipo de atuador (Schweitzer e Lange, 1976 e Frazier et al, 1974); (2) a necessidade de se construir um aparato específico para a realização dos ensaios e (3) não ser este o problema central deste trabalho.

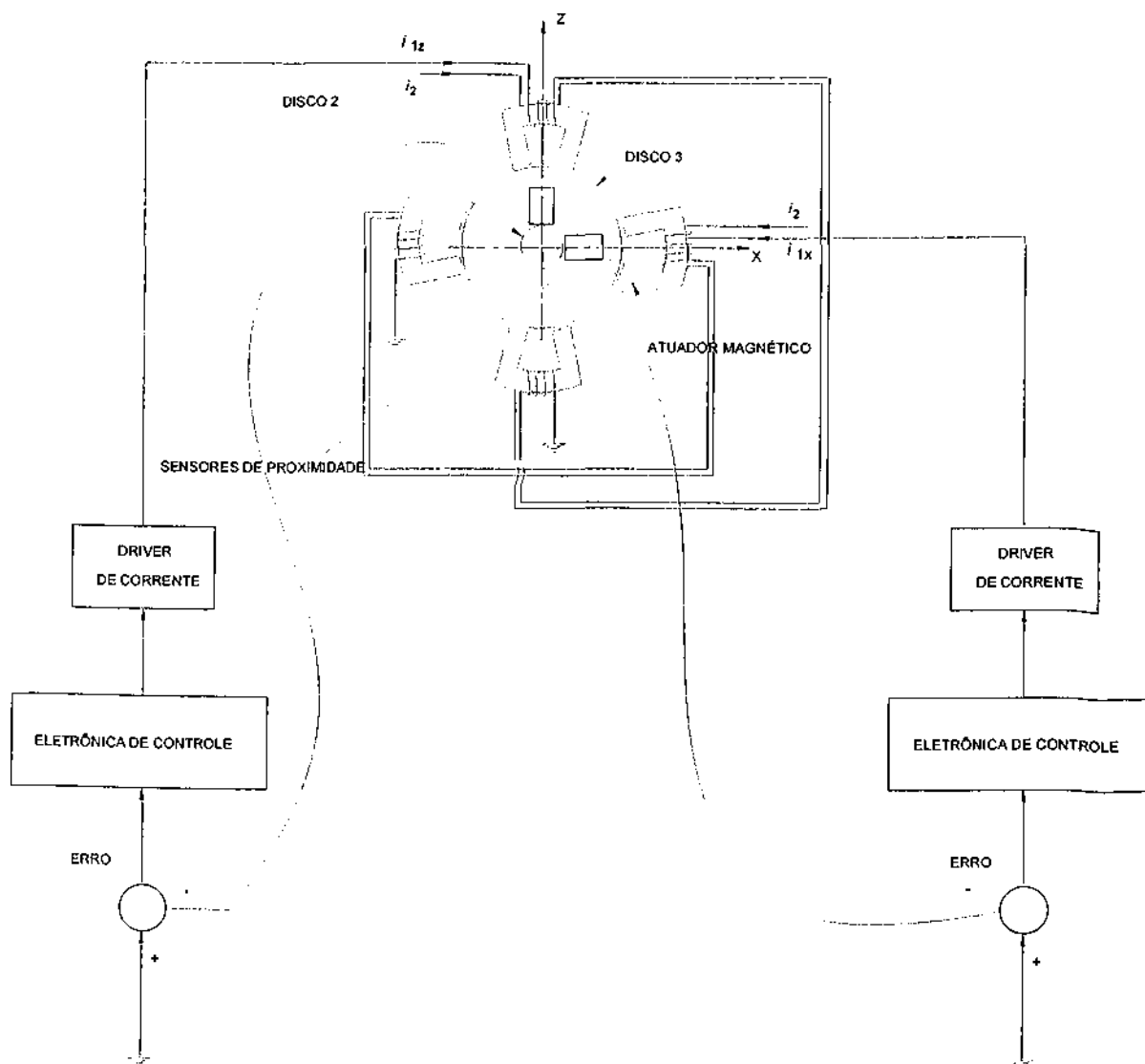


Figura 4.13 – O mancal magnético e a eletrônica associada.

4.4 A ELETRÔNICA DE CONTROLE E O DRIVER DE CORRENTE

O controle das vibrações foi implementado através de um circuito eletrônico que, a partir da diferença detectada entre a saída do sensor e um sinal de referência, gera um sinal elétrico que alimenta o "driver" de corrente do atuador. A figura 4.13 ilustra esta dinâmica de operação.

O circuito eletrônico de controle proposto (fig. 4.14) implementa uma rede em avanço-atraso cuja característica principal é ter uma ação do tipo proporcional derivativa na região das frequências de interesse. Como mencionado no capítulo III este circuito foi projetado com o objetivo de atenuar as vibrações decorrentes da passagem do rotor pela sua primeira frequência natural, em torno de 21Hz. O circuito é composto basicamente de quatro amplificadores operacionais que representam as quatro etapas de tratamento do sinal. Um ajuste de off-set efetuado pelo circuito integrado (U1), que elimina o nível DC do sensor, nível DC associado à posição nominal do disco, a rede compensadora com ganhos ajustáveis efetuados pelo integrado (U2 e U3) e finalmente um somador implementado pelo circuito integrado (U4).

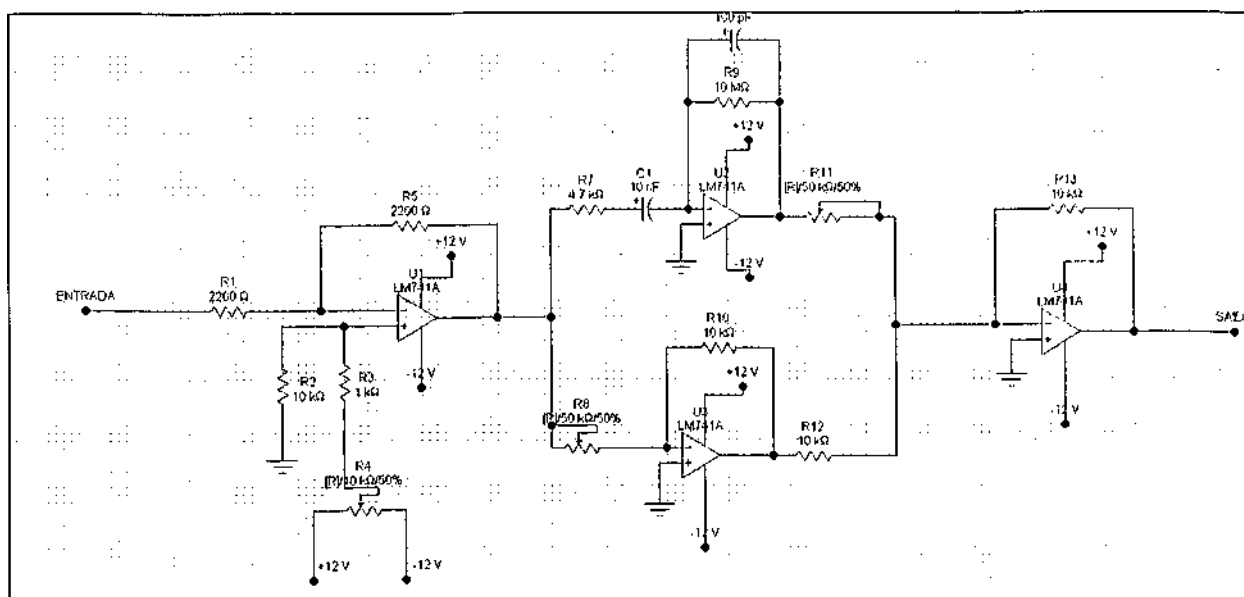


Figura 4.14 – Circuito da eletrônica de controle

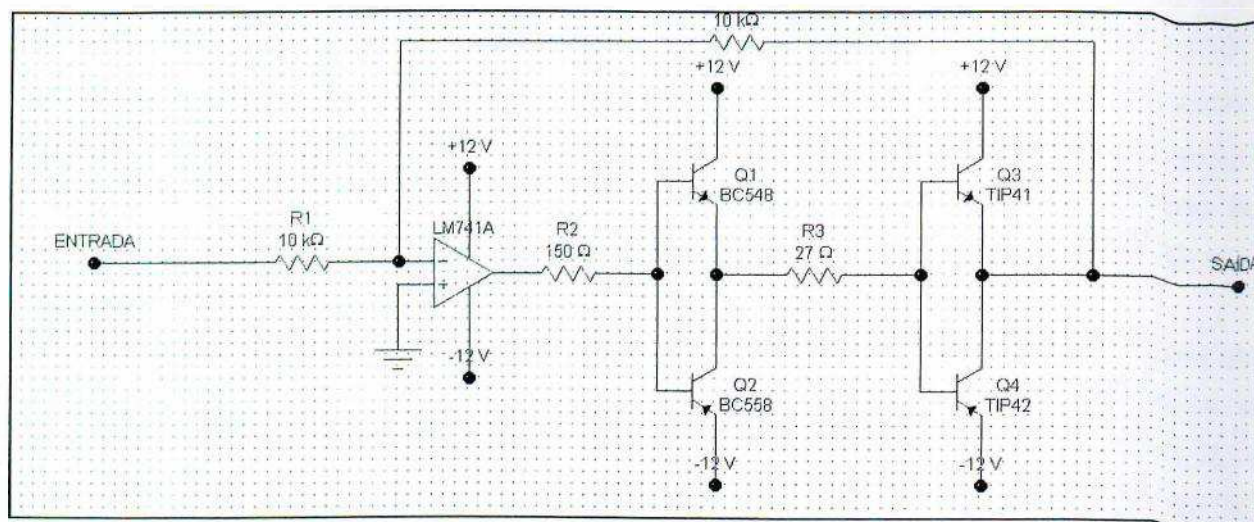


Figura 4.15 – Circuito do driver de corrente.

O driver de corrente, cujo circuito é apresentado na figura 4.15 tem as suas características em baixas frequências – 0 a 1000 Hz – modelado por:

$$\frac{I(s)}{V_{ed}(s)} = K_{dr}$$

onde $I(s)$ é a corrente de saída, $V_{ed}(s)$ a tensão de entrada e K_{dr} é uma constante de proporcionalidade. O valor de K_{dr} foi determinado experimentalmente, obtendo-se:

$$K_{dr} = 1,14 \text{ Ampère / Volts.}$$

A disposição do mancal magnético e dos sensores de proximidade estão mostrados na figura 4.16.

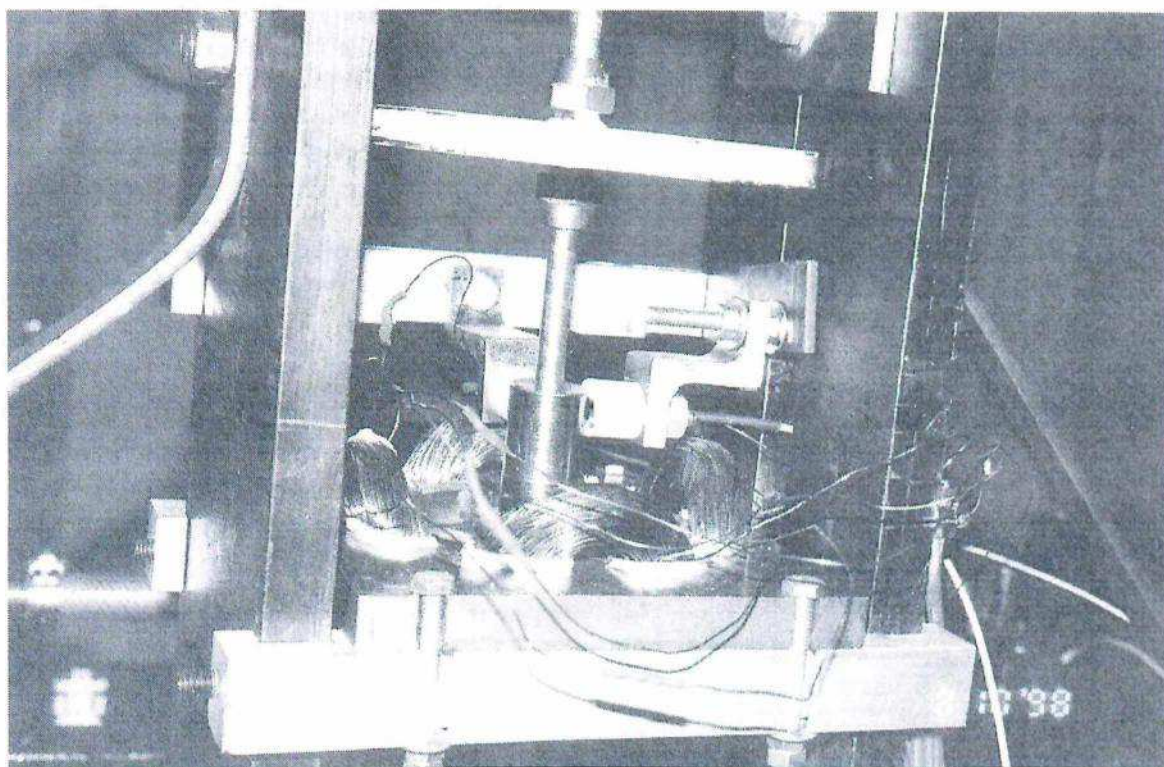


Figura 4.16 – Esquema experimental da montagem do mancal magnético e dos sensores de proximidade.

A princípio procurou-se posicionar o mancal magnético no eixo do rotor, mas verificou-se que sua construção era completamente inviável, já que a sua geometria associada continha características (área de pólo reduzida) que comprometiam a passagem do fluxo magnético no núcleo do material afetando com isso o seu desempenho.

Os sensores de proximidade foram especialmente posicionados no disco 2 no sentido de se ter uma situação mais aproximada da ideal (sensor posicionado no disco 3).

O valor experimental da função de transferência do circuito de controle, representado através do gráfico de resposta em frequência, foi determinado através da entrada de um ruído branco de 50 mV de valor RMS no circuito. Os sinais de entrada e saída do circuito foram adquiridos e tratados pelo Analisador Espectral de Sinais, resultando nos gráficos mostrados nas figuras 4.17 e 4.18.

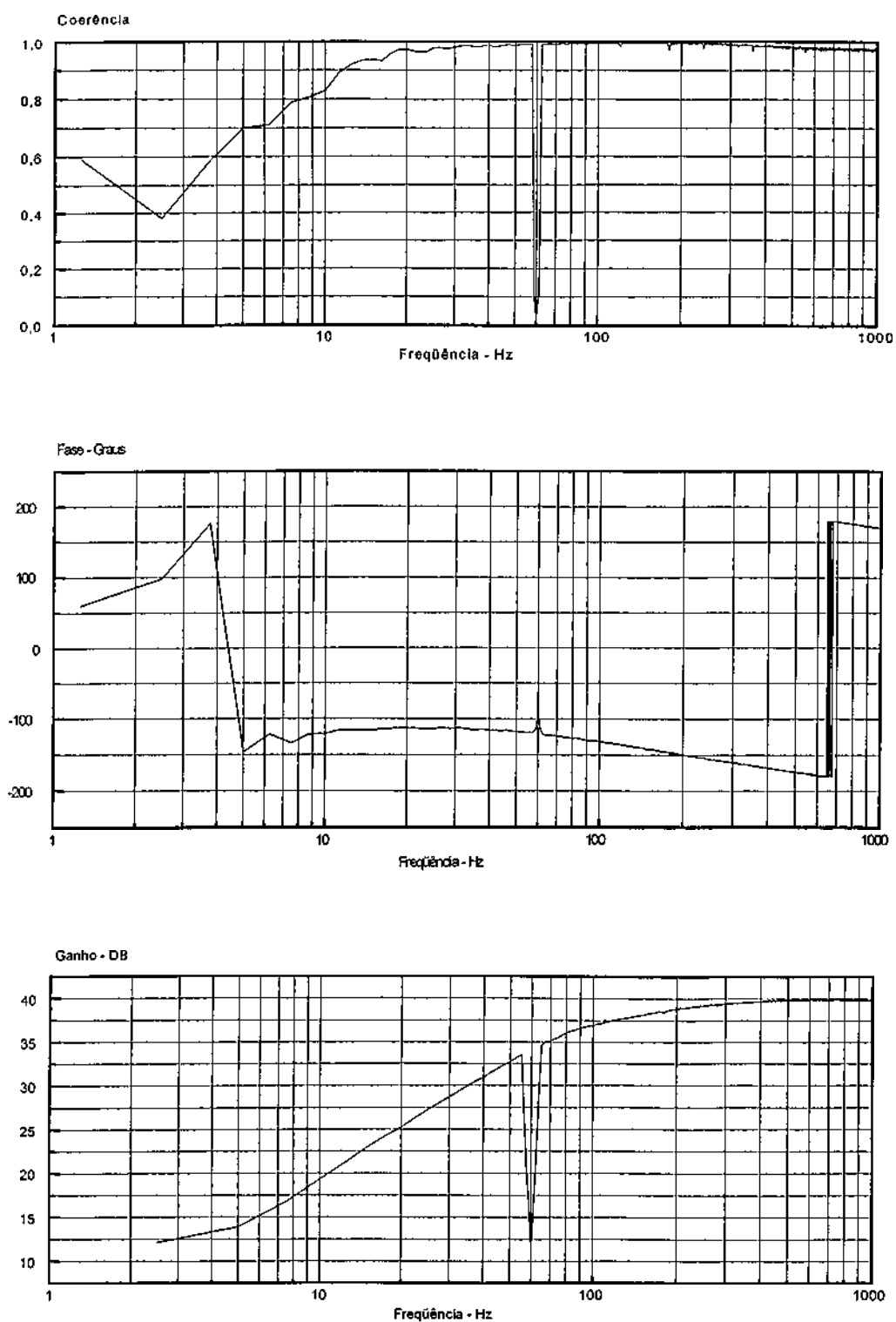


Figura 4.17 – Resposta em frequência, fase e coerência do circuito de controle na direção X.

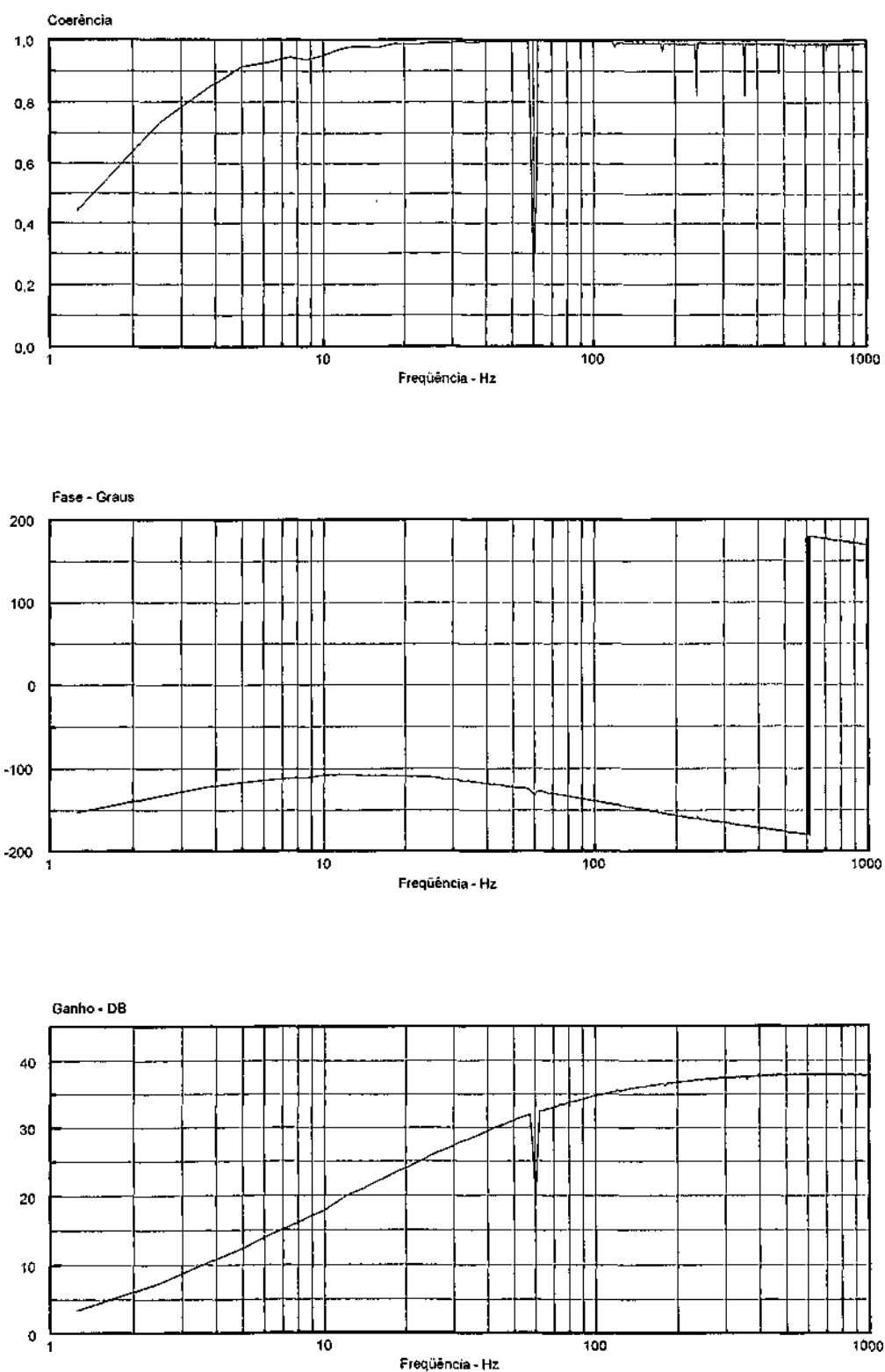


Figura 4.18 – Resposta em frequência, fase e coerência do circuito de controle na direção Z.

Observa-se claramente nas figuras apresentadas o comportamento derivativo do filtro implementado, notadamente na faixa de 5 à 100Hz. Verifica-se também um pico nas figuras na frequência de 60 Hz, que é na verdade um ruído proveniente da tensão de alimentação da rede elétrica.

4.5 VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DO ARRASTO MAGNÉTICO

Para verificar o efeito do arrasto magnético na rotação do rotor, construiu-se o gráfico da tensão aplicada ao motor versus a frequência de rotação para o sistema com controle e sem controle (livre). O resultado obtido é mostrado na figura 4.19.

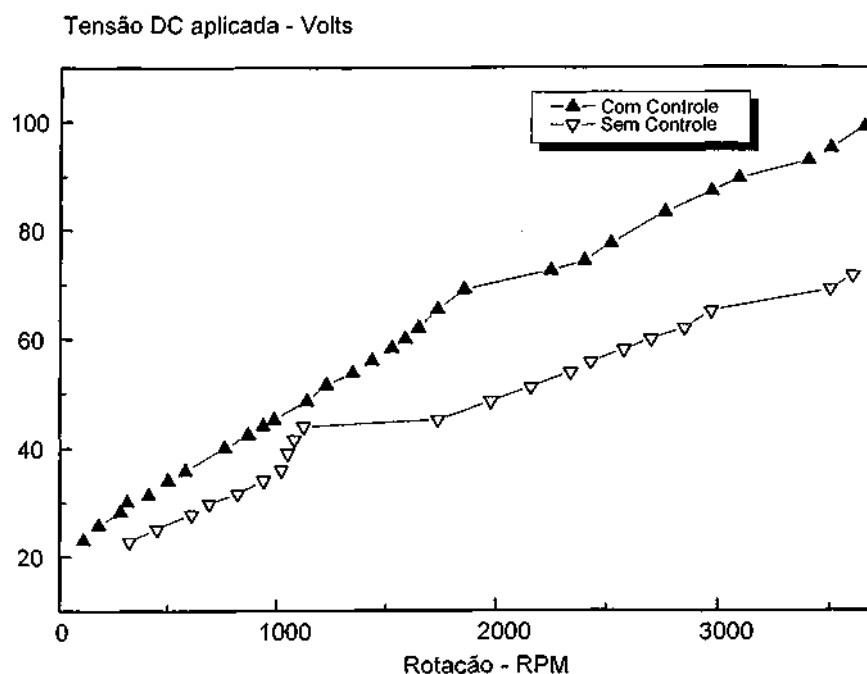


Figura 4.19 – Influência do arrasto magnético na rotação do rotor.

Nota-se que para uma mesma frequência de operação, necessita-se de aplicar uma tensão maior no motor com o sistema de controle ligado em relação ao sistema sem controle, o que demonstra o efeito do arrasto magnético mencionado no capítulo II. Este fato impediu que se fizesse testes do sistema controlado em velocidades de rotação superior à 3600 rpm, uma vez que o motor de acionamento que se dispunha não tinha torque suficiente para vencer os torques de atrito e acelerar o rotor à velocidades mais altas.

4.6 O DESEMPENHO DO CONTROLADOR

Para verificar a eficiência do controle, o rotor foi submetido a um conjunto de testes que são descritos a seguir.

4.1.1 RESPOSTA AO IMPULSO ESTANDO O ROTOR PARADO

Inicialmente, foi feita a determinação experimental da resposta ao impulso para o sistema rotor/mancais sem controle e com controle, estando o rotor parado. A excitação impulsiva foi aplicada por um martelo de impacto tipo 8202 no disco 1 e o acelerômetro foi posicionado no disco 2.

As figuras 4.20 e 4.21 mostram os resultados obtidos.

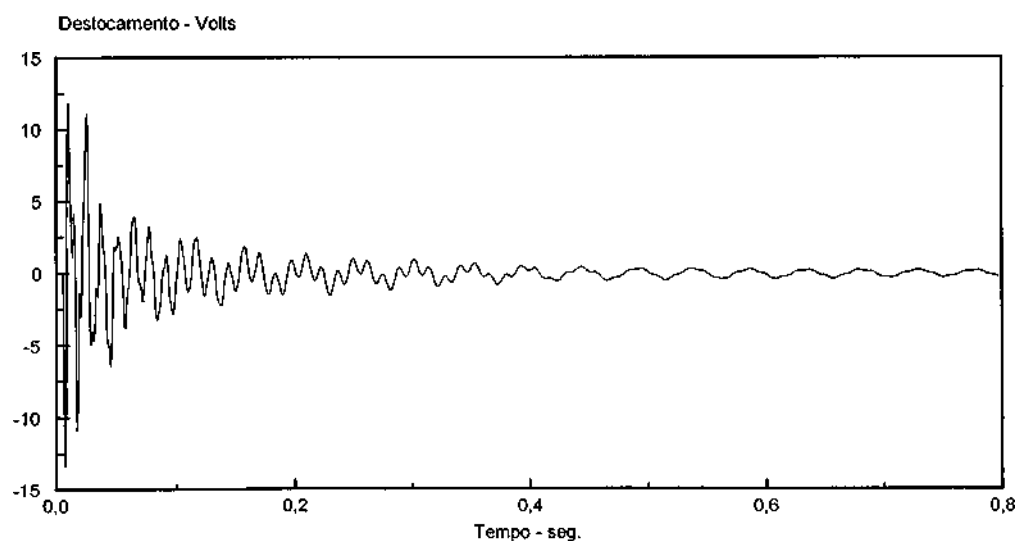


Figura 4.20 – Resposta experimental ao impulso no eixo X para o sistema livre.

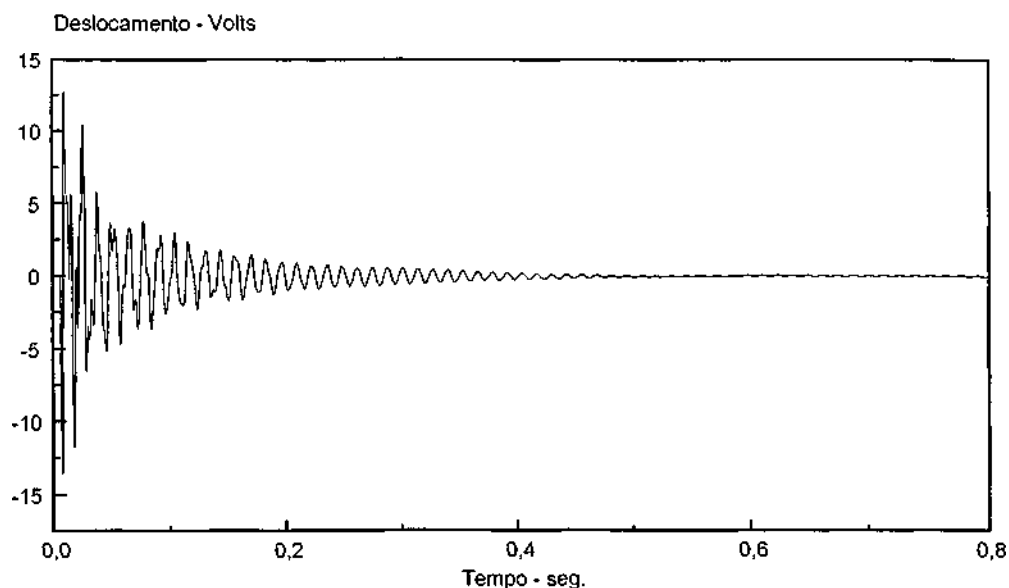


Figura 4.21 – Resposta experimental ao impulso no eixo X para o sistema controlado.

Como pode ser observado, o controle conferiu ao sistema uma maior rigidez, um tempo de acomodação menor e um amortecimento bem acentuado.

Na figura sem o controle verifica-se a característica pouco amortecida do rotor, que continua oscilando depois de transcorrido o transiente, numa frequência determinada e quase sem amortecimento.

4.1.2 RESPOSTA AO DESBALANCEAMENTO ESTANDO O ROTOR OPERANDO PRÓXIMO À PRIMEIRA VELOCIDADE CRÍTICA

Com o objetivo de avaliar o controle quando da passagem do rotor próximo à primeira velocidade crítica, o rotor foi posto a operar a 19 Hz (1140 rpm). Na figura 4.22 é mostrada a resposta experimental do sistema em duas direções perpendiculares (X e Z), medida pelos sensores de proximidade no disco 2, sendo que no tempo $t = 0,8$ seg. foi acionado o controle.

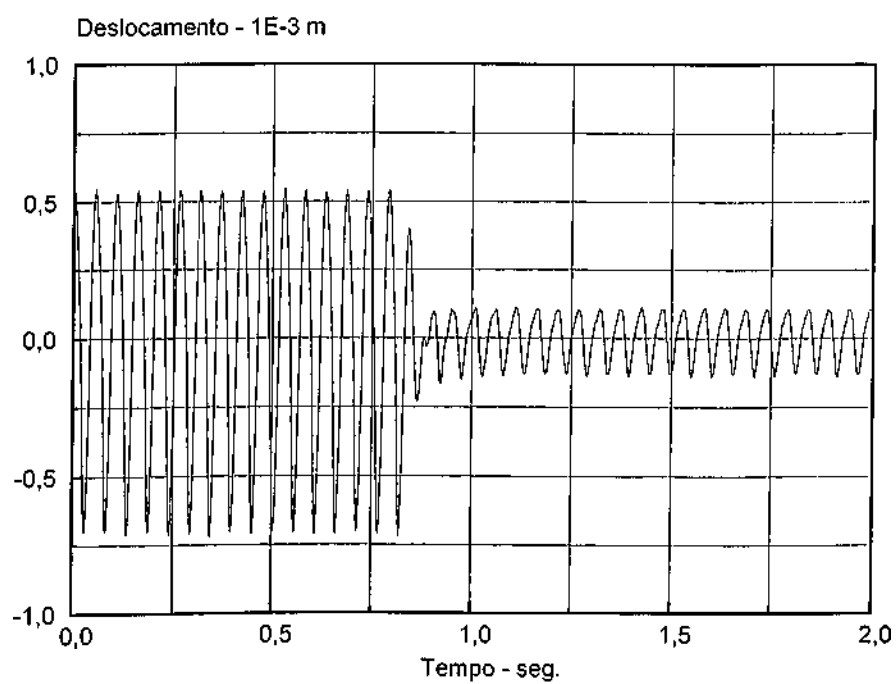
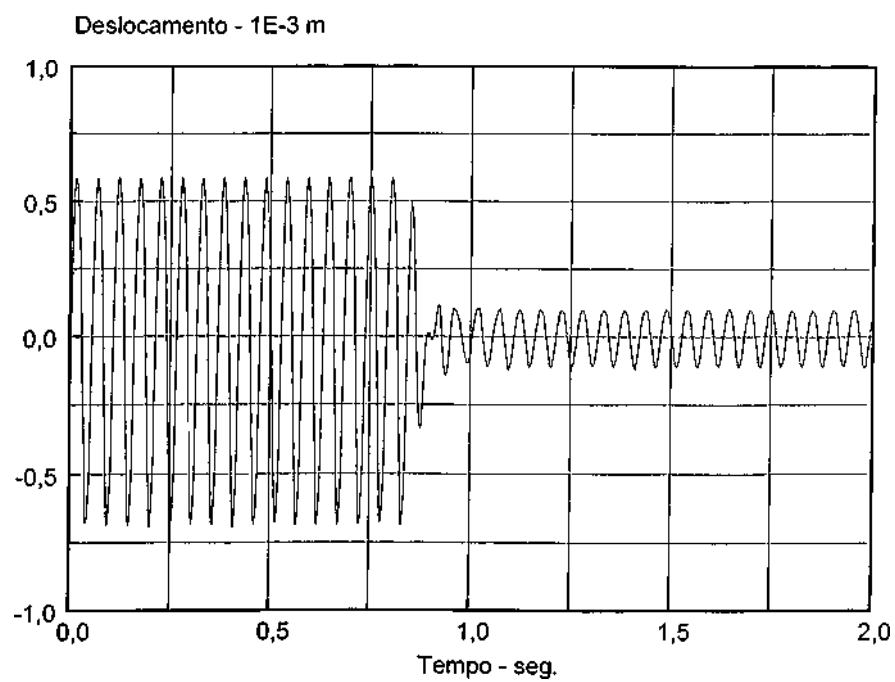


Figura 4.22 – Resposta experimental do sistema nas direções Z e X para uma frequência rotacional de 19Hz. Em $t = 0,8$ seg. é acionado o controle.

Verifica-se nestas curvas uma redução da ordem de 6 vezes no valor das amplitudes de vibração.

Uma figura muito comum, em se tratando da análise do comportamento em vibrações das máquinas rotativas são os deslocamentos orbitais observados pelos sensores. É um gráfico onde se tem num dos eixos o deslocamento na direção X e no outro o deslocamento na direção Z. As curvas 4.23 e 4.24 mostram o diagrama de locus para o sistema sem controle e com controle.

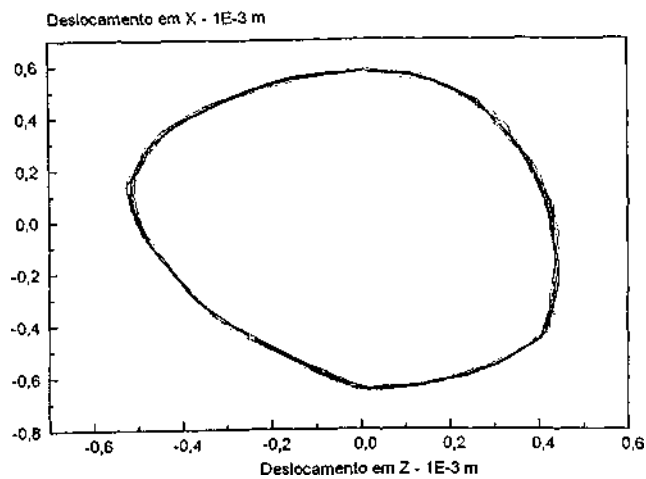


Figura 4.23 – Locus da resposta experimental do sistema para uma frequência rotacional de 19Hz, sem o acionamento do sistema de controle.

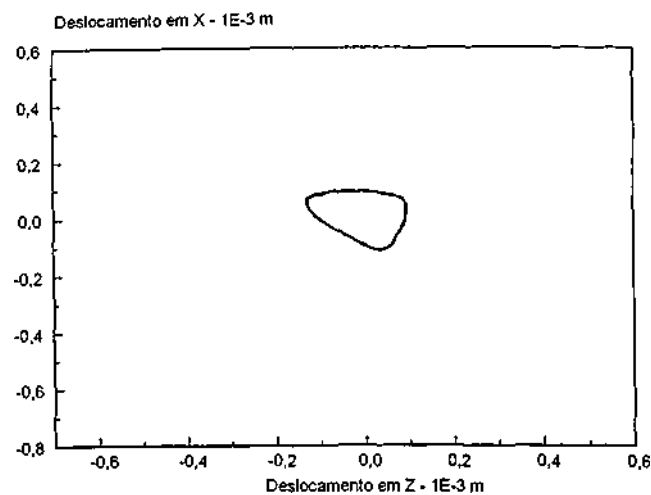


Figura 4.24 – Locus da resposta experimental do sistema para uma frequência rotacional de 19Hz, com o acionamento do sistema de controle.

4.1.3 RESPOSTA AO DESBALANCEAMENTO ESTANDO O ROTOR DESACELERANDO

Para avaliar o comportamento do rotor em desaceleração, o mesmo foi posto a girar à 3600 rpm e depois desligado. O comportamento da vibração experimentada pelo rotor em função da velocidade de rotação é mostrada na figura 4.25 e 4.26. Para a consecução deste experimento foi utilizado um sensor ótico MM0012, ligado a um tacômetro tipo 5586, ambos da Brüel & Kjaer e os sensores de proximidade (DYMAC) instalados no disco 2.

Para se obter o valor RMS do sinal de saída do sensor de proximidade foi construído um circuito analógico específico, constituído de um circuito integrado AD536A que fornecia o sinal DC RMS. Os sinais de saída do tacômetro e do circuito utilizado foram adquiridos por uma interface de aquisição GPIB.

No desenvolvimento deste experimento observou-se que o rotor levou um tempo de 3'14" para desacelerar estando o sistema livre e 1'52" estando o sistema controlado, o que demonstra, mais uma vez, a atuação da força de arrasto.

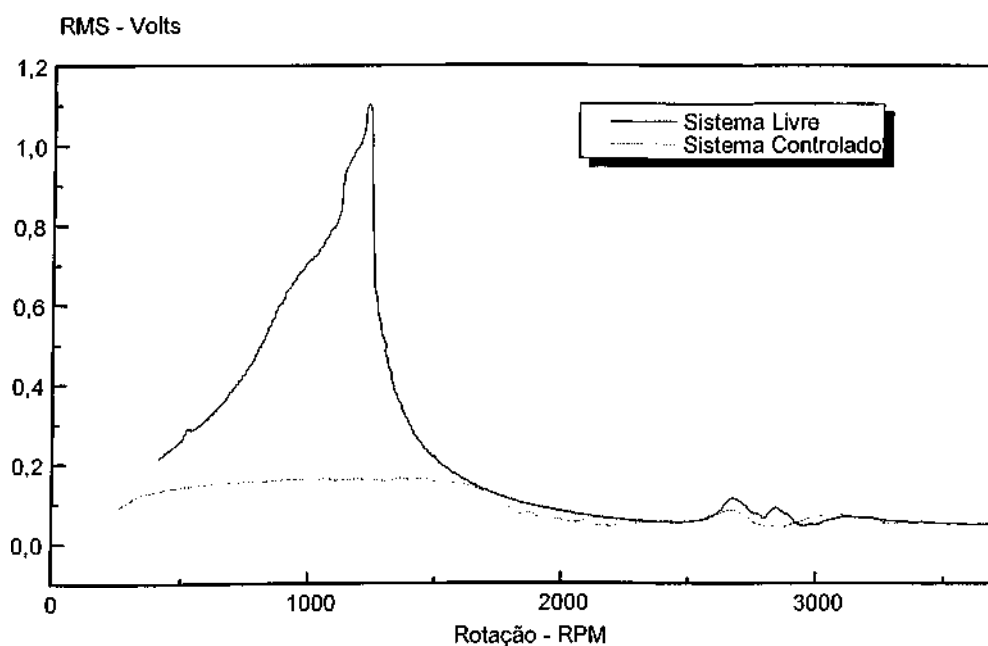


Figura 4.25 – Resposta ao desbalanceamento experimental na direção Z.

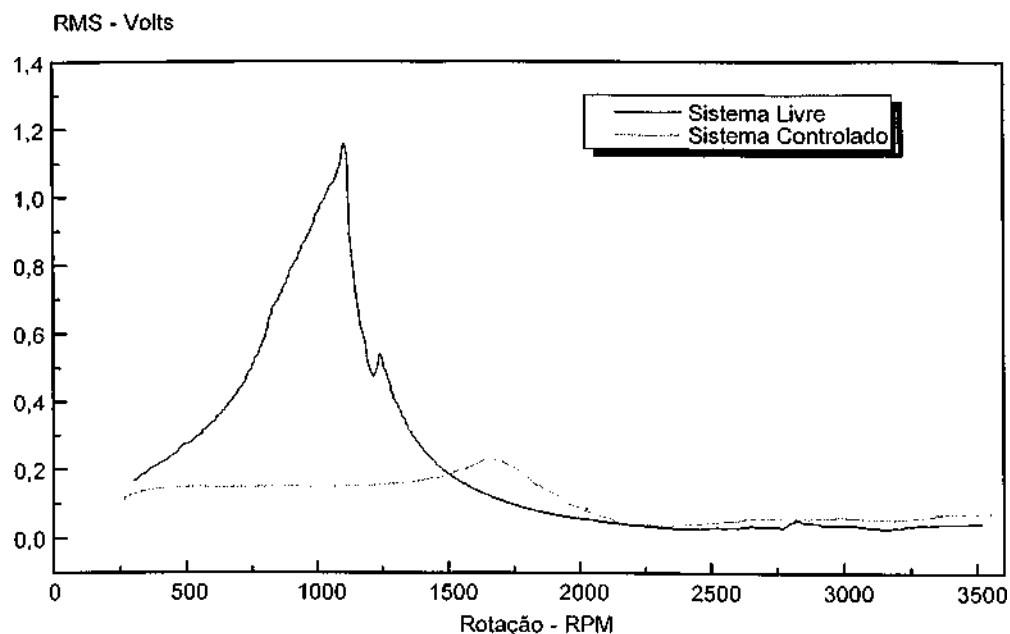


Figura 4.26 – Resposta ao desbalanceamento experimental na direção X.

Pode-se constatar que houve uma boa redução dos níveis de vibração, especialmente na faixa de rotação na vizinhança da primeira velocidade crítica (1260 rpm).

De uma maneira geral e à luz dos testes realizados e tendo em vista propósito de limitar as vibrações na passagem pela primeira velocidade crítica o controle revelou-se bastante eficiente, permitindo ao rotor operar dentro de limites bastante seguros. As amplitudes das vibrações experimentadas foram significativamente amortecidas quando comparadas ao comportamento do sistema rotor/mancais sem controle. Em nenhum momento, durante a desaceleração, o deslocamento do rotor medido pelo sensor ultrapassou o valor de 0,2 Volts RMS ou 0,14 mm, 7% aproximadamente do valor do gap nominal o que demonstra que o sistema de controle atendeu, com eficiência, os requisitos de projeto.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Neste trabalho propôs-se uma metodologia para o controle vibrações laterais presentes em rotores flexíveis utilizando atuadores magnéticos. O procedimento de controle proposto buscou, desde a sua concepção inicial, o atendimento a dois vínculos postos como fundamentais, quais sejam:

- um amortecimento significativo das forças de perturbação que permitisse ao rotor passar com segurança pela primeira velocidade crítica e
- uma facilidade de implementação e experimentação no laboratório.

A proposta apresentada foi construída a partir da teoria de controle clássica, onde um controlador analógico do tipo avanço-atraso e um atuador magnético foram projetados e avaliados, num primeiro momento, através de simulações numéricas e posteriormente através de ensaios experimentais.

A síntese do controlador foi elaborado a partir de um modelo simplificado para o rotor, ou seja, um modelo em que as forças de acoplamento giroscópicas foram desprezadas e em que se reteve apenas o primeiro modo de vibrar da máquina rotativa.

As simulações numéricas foram feitas tanto no modelo simplificado, que deu origem à lei de controle, como num modelo mais elaborado para o rotor. Este modelo mais completo foi construído a partir das técnicas de elementos finitos, associada com um procedimento de redução modal que reteve, no modelo simulado, os seis primeiros modos de vibrar.

Os resultados obtidos a partir das simulações efetuadas revelaram um controlador bastante eficiente e robusto, mesmo diante da saturação considerada nas forças de controle, dos ruídos nos sensores e do modelo mais completo do atuador, onde o parâmetro força-deslocamento foi considerado. A capacidade de amortecimento do controlador pode ser comprovada em diversas velocidade de rotação, particularmente nas rotações próximas a primeira crítica.

Vencida a etapa de análise numérica, o trabalho evoluiu para a investigação experimental dos resultados teóricos previstos. Nesta fase o rotor usado nos testes teve as suas características dinâmicas avaliadas. A resposta do mesmo à excitações adequadas

permitiram a construção do diagrama de resposta em frequência, de onde observou-se uma boa aproximação entre os valores das frequências críticas experimentais e os valores teóricos esperados, especialmente nos modos de baixa frequência. Um indicativo de que os modelos teóricos usados foram adequados.

Quanto aos mancais, foram identificadas experimentalmente apenas as suas características de rigidez. O amortecimento foi assumido como desprezível, uma vez que são parâmetros cuja identificação é um pouco mais complexa e cujas magnitudes, para o caso em questão, estariam dentro das incertezas e aproximações consideradas no projeto do controlador.

O atuador magnético é, neste tipo de problema, um dos elementos mais sensíveis e determinantes na qualidade do desempenho esperado para o sistema de controle. O atuador construído foi resultado de um compromisso estabelecido entre a maximização da força de atuação e a facilidade de construção. Em decorrência deste compromisso obteve-se um atuador de dimensões razoavelmente elevadas e feito em aço ABNT 1020. Durante os testes conduzidos constatou-se o desenvolvimento de forças de arrastos significativas, devido às correntes de Foucault, que se contrapunham à velocidade de rotação da máquina. Estas forças limitaram a velocidade máxima do rotor, quando sujeito a ação do controle, a 3600 rpm.

Um desdobramento natural e evidente deste trabalho é o estudo detalhado do atuador que considere a influência dos materiais, da sua geometria e que principalmente evolua para a caracterização experimental dos seus parâmetros.

Os sensores de deslocamento utilizados mostraram-se muito eficientes, sendo imunes às interferências magnéticas tão comuns neste tipo de aplicação. Cabe no futuro, e também como um desdobramento deste trabalho, o desenvolvimento de sensores específicos, especialmente projetados e integrados construtivamente ao atuador, formando uma unidade única de medição e atuação uma vez que a proximidade entre o ponto de medição e de atuação é, na metodologia proposta neste trabalho, uma hipótese importante, dado as aproximações feitas na construção da lei de controle.

A eletrônica de acionamento e controle não trouxe ao projeto dificuldades relevantes e corresponderam na prática as expectativas postas pelas previsões teóricas.

Quanto ao desempenho, os resultados experimentais do conjunto rotor-controlador-atuador permitem concluir de forma bastante evidente que os objetivos propostos para o controle foram plenamente atingidos. O sistema funcionou adequadamente, estando rotor parado, em rotação próxima à crítica ou acelerando. Com o sistema de controle operando as vibrações máximas observados se restringiram a 7% do valor máximo admitido, garantindo plenamente a integridade e a segurança da máquina.

Quanto à facilidade de experimentação, um vínculo importante estabelecido na proposta inicial deste trabalho, conclui-se que também foi alcançado. Os resultados apresentados e a descrição dos componentes construídos falam por si só.

Os desafios postos para o futuro, se colocam principalmente na construção do sensor e do atuador magnético, principalmente deste último. A construção de um atuador compacto e de alto rendimento é um desafio posto à ciência dos materiais, ao eletromagnetismo e àqueles que trabalham com modelagem e otimização.

A formulação de estratégias de controle que contemplem as características não lineares do problema e as incertezas nos modelos é certamente uma área de interesse sempre constante. Controladores robustos baseados na lógica Fuzzy, associados com procedimentos de identificação via redes neurais merecem ser investigados.

Um fato importante que merece ser destacado nestas notas conclusivas é que a metodologia de projeto proposta na construção e avaliação da lei de controle, qual seja:

- a elaboração da lei de controle a partir de um modelo muito simplificado, um modelo de segunda ordem de uma entrada e uma saída e que retém apenas o primeiro modo de vibrar do rotor,
- a avaliação, através de simulações numéricas, da lei de controle proposta utilizando modelos mais realistas para o rotor, sensor e atuador e finalmente
- a avaliação experimental dos resultados teóricos previstos,

revelou-se uma metodologia acertada e promissora sob o ponto de vista prático para a solução do problema de controle ativo de vibrações laterais em rotores flexíveis. Seguramente este é um dos principais resultados deste trabalho, pois contribui com a sua simplicidade na desmistificação de um problema e ajuda na apropriação do conhecimento, particularmente o conhecimento construído nas bancadas dos laboratórios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Araújo, C. A. e Lépure, F. P. N., 1993, "Controle da Vibração de Rotores Flexíveis Usando Forças Magnéticas Externas", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Março.

Aronca, M., 1970, "Circuitos Magnéticos", Apostila, Universidade Federal de Uberlândia, pp. 1-30.

Bradfield, C. D., Roberts, J. B. e Karunendiran, S., 1991, "A Programmable Electromagnetic Bearing for Vibration Control of a Flexible Shaft", Journal of Vibration and Acoustics, Vol 113, pp. 160-166.

Burrows, C. R., Sahinkaya, M. N. e Clements, S., 1981, "Active Vibration Control of Flexible Rotor: An Experimental and Theoretical Study", Proc. R. Soc. Lond., A 422, pp. 123-146.

Chen, H. M. e Darlow, M. S., 1988, "Magnetic Bearing with Rotating Force Control", Journal of Tribology, Vol. 110, pp. 100-105.

Constantinides, A., 1987, "Applied Numerical Methods with Personal Computers", McGraw-Hill, Nova Iorque.

Edminister, J. A., 1980, "Eletromagnetismo", McGraw-Hill do Brasil, II Série, pp. 164-166.

Frazier, R., Gilinson, P., Oberbeck, G. , 1974, "Magnetic and Electric Suspensions", The MIT Press, Cambridge, Massachussets, ISBN 0-262-06504-X.

Humphris, R. R., 1985, "A Bibliography on Magnetic Bearings", Report N° UVA/643092/MAE85/336.

Humphris, R. R., Kelm, R. D., Lewis, D. W. e Allaire, P. E., 1986, "Effect of Control Algorithms on Magnetic Journal Bearing Properties", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Oct., Vol. 108, pp. 624-632.

- Kojima, H. e Nagaya, K., 1984, "Nonlinear Torsional Vibrations of a Rotating Shaft System With a Magnet Coupling", Bulletin of JSME, 27 (228).
- Kwakernaak, H. e Silvan, R., 1972, "The Maximally Achievable Accuracy of Linear Optimal Regulators and Linear Optimal Filters", IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. 17, N° 1, pp. 79-86.
- Lalanne, M. e Ferraris, G., 1990, "Rotordynamics Prediction in Engineering", John Wiley & Sons, NY.
- Lalanne, M., Ferraris, G. e Berthier, P., 1984, "Relatório Técnico Relativo ao Programa MONOROTOR", Publicação da Universidade Federal de Uberlândia, Departamento de Engenharia Mecânica.
- Lee, C. W. e Jeong, H. S., 1996, "Dynamic Modeling and Optimal Control of Cone-Shaped Active Magnetic Bearing Systems", Control Eng. Practice, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Taejon, Vol. 4, N°. 10, pp. 1393-1403.
- Li, Q., Yan, L. e Hamilton, J. F., 1986, "Investigation of the Steady-State Response of a Dual-Rotor System With Intershaft Squeeze-Film Damper", Journal of Engineering For Gas Turbines And Power, Vol. 108, pp. 605-612.
- Okada, Y., Nagai, B. e Shimane T., 1992, "Cross-Feedback Stabilization of the Digitally Controlled Magnetic Bearing", Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 114, pp. 54-59.
- Ribeiro, J. Francisco, 1995, "Controle Robusto aplicado ao Problema de Vibrações em Rotores Flexíveis", Tese de Doutorado, São José dos Campos.
- Roberts, J. B., 1987, "Vibration Control of a Flexible Transmission Shaft by Means of a Squeeze-Film Damper: An Experimental Investigation", Journal of Sound and Vibration, Vol. 113 (2), pp. 329-345.
- Schweitzer, G. e Lange, R., 1976, "Characteristics of a Magnetic Rotor Bearing for Active Vibration Control", Technische Universität München, Institut für Mechanik, pp. 1-6.
- Scientific Atlanta, 1985, "M600 & M606 Eddy Probe Drivers", Instructions Manual, Spectral Dynamics Division, United States, San Diego.

Ulbrich, H., 1991, "Active Bearing Support for Rotating Machine Elements", Technical University Braunschweig, Institute of Automation and Handling Techniques, Department of Machine Dynamics and Kinematics, Germany, pp. 2-12.

ANEXOS

ANEXO I

MODELO MATEMÁTICO DO ROTOR

Este anexo apresenta o modelo matemático de um rotor flexível, elaborado a partir das técnicas de elementos finitos, onde inicia descrevendo os elementos estruturais que o compõem, ou seja, as vigas, os discos e os mancais, evolui-se com a modelagem das forças de desbalanceamento e finalmente apresenta a construção do seu modelo global.

I.1 MODELO DO ROTOR

O rotor é um sistema mecânico constituído fundamentalmente de vigas (eixos), mancais e discos, que apresenta uma velocidade de rotação Ω em torno de um eixo principal.

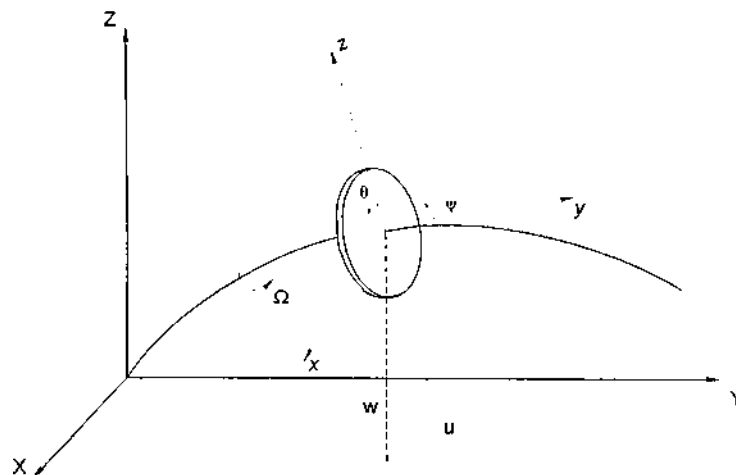


Figura I.1 - Sistemas de coordenadas

O modelo do rotor é construído a partir das equações de Lagrange derivadas para cada um dos elementos discretos que o compõe, ou seja, o disco, os mancais e a viga.

O sistema de coordenadas mostrados na figura 1.1 será utilizado para a obtenção da energia cinética, da energia potencial e do trabalho virtual realizado por cada um destes elementos. Da figura tem-se:

[X Y Z] - Sistema de coordenadas fixo.

[x y z] - Sistema de coordenadas móvel, ligado ao disco ou a um elemento de árvore definido.

1.1.1 O Disco

Os discos são considerados elementos rígidos que podem transladar e girar em duas direções (quatro graus de liberdade), são portanto, caracterizados exclusivamente pela energia cinética de que dispõem. Para se obter a energia cinética do disco é preciso calcular a sua velocidade de rotação. Seja R a matriz que relaciona os referenciais R_0 e R_1 , onde R é o resultado de uma rotação ψ em torno do eixo Z , seguida de uma rotação θ em torno do novo eixo x (x_1) e finalmente de uma rotação ϕ em torno do último eixo y . A velocidade instantânea de rotação do rotor no sistema fixo no disco é:

$$\dot{\omega}_{R_1/R_0} = \dot{\psi} Z + \dot{\theta} x_1 + \dot{\phi} y \quad (1.1)$$

Ao se calcular a energia cinética do disco, usando para isto a sua velocidade angular expressa no sistema inercial R_0 , $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ obtém-se (Lalanne e Ferraris, 1990):

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} (I_{Dx} \omega_x^2 + I_{Dy} \omega_y^2 + \omega_z^2 + I_{Dx} \omega_z^2) \quad (1.2)$$

onde M_D é a massa do disco, I_{Dx} , I_{Dy} e I_{Dz} são os momentos de inércia e ainda:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \cos(\theta) \sin(\phi) + \dot{\theta} \cos(\phi) \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin(\theta) \\ \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\phi) + \dot{\theta} \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Admitindo que:

- a) θ e ψ são muito pequenos ($\cos(\theta) = \cos(\psi) \cong 1.0$)
- b) $\dot{\phi} = \Omega t$

- c) o disco é simétrico, ou seja, os momentos de inércia em torno de z e x são iguais: $I_{Dx} = I_{Dz} = I_x = I_z$

A energia cinética do disco pode ser aproximada por:

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{Dx} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} (I_{Dz} (\Omega^2 + 2\Omega\dot{\psi}\theta)) \quad (1.4)$$

O centro do disco é um nó que admite dois deslocamentos em u e w , e duas rotações θ e ψ , em torno dos eixos Y e X respectivamente (fig. 1.1).

Seja $\delta = (u, w, \theta, \psi)$ o vetor de deslocamento nodal, calculando-se a energia cinética do disco e aplicando-se as equações de Lagrange resulta em:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = M_{\text{disco}} \ddot{\delta} + \Omega C_{\text{disco}} \dot{\delta} \quad (1.5)$$

onde:

$$M_{\text{disco}} = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x \end{bmatrix} \text{ e } C_{\text{disco}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_y \\ 0 & 0 & I_y & 0 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

M_{disco} é a matriz de massa e C_{disco} é a matriz de amortecimento ou giroscópica devido à velocidade de rotação Ω de um elemento de disco.

1.1.2 A ÁRVORE

A árvore do rotor é composta por elementos de viga com características geométricas que variam linearmente ao longo de um elemento e que admitem movimentos de translação (u e w) e rotação (θ e ψ) em torno dos eixos X e Z. Na figura 1.2, mostra-se um elemento de viga para o qual são considerados os efeitos de cisalhamento (Timoshenko) e da inércia de rotação da secção transversal (Rayleigh).

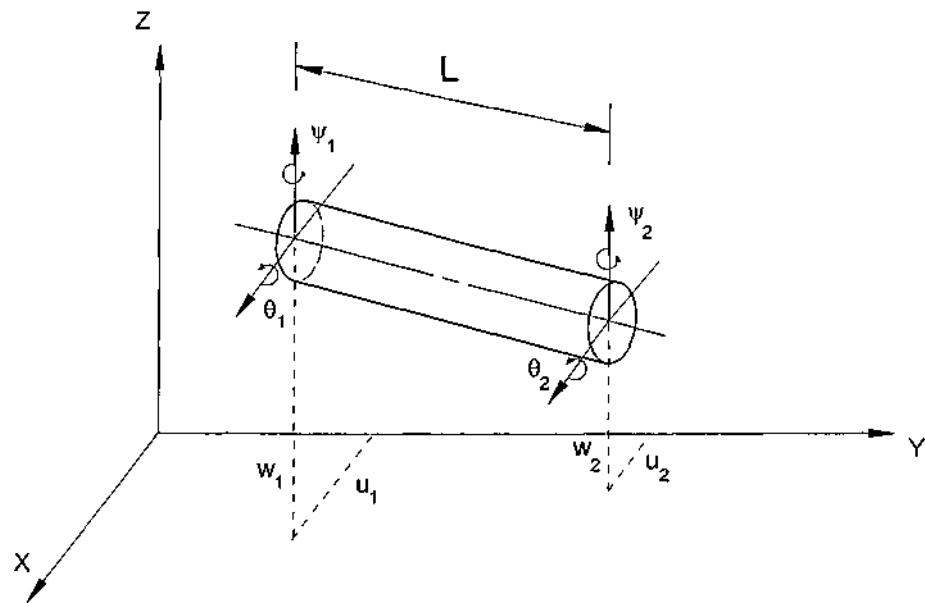


Figura 1.2 - Elemento de viga.

A energia de um elemento de viga é obtida via integração de um volume elementar de disco ao longo do comprimento dy . Tem-se para a mesma:

$$T_v = \int_{y_1}^{y_2} S(y)(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dy + \frac{\rho}{2} \int_{y_1}^{y_2} I(y)(\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) dy + \frac{\rho\Omega^2}{2} \int_{y_1}^{y_2} I_p(y) dy + \rho\Omega \int_{y_1}^{y_2} I_p(y) \dot{\psi}\theta dy \quad (1.7)$$

onde $S(y)$ é a secção transversal; $I(y)$ é a inércia da secção transversal em relação ao diâmetro; $I_p(y)$ é a inércia polar e ρ é a massa da viga por unidade de volume. Na expressão acima o primeiro termo representa a energia cinética clássica de uma viga em flexão, o segundo termo se deve ao efeito da rotação (viga Timoshenko), o terceiro termo é uma constante que não contribui na equação de Lagrange, já o quarto termo representa o efeito giroscópico.

A viga é aqui representada por um elemento finito que tem dois nós, os quais admitem quatro graus de liberdade cada um – dois deslocamentos e duas rotações.

Seja o vetor de coordenadas nodais da viga:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \quad (1.8)$$

onde os deslocamentos e ângulos se relacionam através da expressão:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \text{ e } \psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.9)$$

Admitindo que os deslocamentos u e w são dados pelas funções de interpolação:

$$u = F_1(y)\delta u, \text{ onde } \delta u = [u_1 \quad \psi_1 \quad u_2 \quad \psi_2]' \quad (1.10)$$

$$w = F_2(y)\delta w, \text{ onde } \delta w = [w_1 \quad \theta_1 \quad w_2 \quad \theta_2]'$$

e $F_1(y)$ e $F_2(y)$ são as funções típicas para os deslocamentos da viga.

$$F_1(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (1.11)$$

$$F_2(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right]$$

Calcula-se a energia cinética substituindo (1.8 - 1.11) em (1.7) e após isso aplica-se as equações de Lagrange, o que resulta em:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = M_{\text{viga}} \ddot{\delta} + \Omega C_{\text{viga}} \dot{\delta} \quad (1.12)$$

onde as matrizes elementares de massa (M_{viga}), giroscópica (C_{viga}) e a matriz de rigidez da viga (K_{viga}), são expressas por:

$$M_{\text{viga}} = \frac{\rho L}{840} \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2' & M_3 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

onde M_1 , M_2 e M_3 valem:

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \begin{bmatrix} 240S_1 + 72S_2 + \frac{504}{L^2}(I_1 + I_2) & 0 & 0 & -(2,3) \\ 0 & (1,1) & L(30S_1 + 14S_2) + \frac{84}{L}I_2 & 0 \\ 0 & (2,3) & L^2(5S_1 + 3S_2) + 84I_1 + 28I_2 & 0 \\ -(2,3) & 0 & 0 & (3,3) \end{bmatrix} \\
 M_2 &= \begin{bmatrix} (2,2) & 0 & 0 & -(2,3) \\ 0 & 54(S_1 + S_2) - \frac{504}{L^2}(I_1 + I_2) & -L(14S_1 + 12S_2) + \frac{84}{L}I_1 & 0 \\ 0 & L(12S_1 + 14S_2) - \frac{84}{L}I_2 & -3L^2(S_1 + S_2) - 14(I_1 + I_2) & 0 \\ -(3,2) & 0 & 0 & (3,3) \end{bmatrix} \quad (1.14) \\
 M_3 &= \begin{bmatrix} (2,2) & 0 & 0 & -(2,3) \\ 0 & 72S_1 + 240S_2 + \frac{504}{L^2}(I_1 + I_2) & -L(14S_1 + 30S_2) - \frac{84}{L}I_1 & 0 \\ 0 & (2,3) & -L^2(3S_1 + 5S_2) + 28I_1 + 84I_2 & 0 \\ -(2,3) & 0 & 0 & (3,3) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

e

$$C_{\text{viga}} = \frac{\rho\Omega}{30} \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ -C'_2 & C_3 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

onde C_1 , C_2 e C_3 valem:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{36}{L}(I_1 + I_2) & 6I_2 & 0 \\ -(1,2) & 0 & 0 & 6I_2 \\ -(1,3) & -(2,3) & 0 & L(6I_2 + 2I_2) \\ -(1,4) & -(2,4) & -(3,4) & 0 \end{bmatrix} \\
 C_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{36}{L}(I_1 + I_2) & 6I_1 & 0 \\ \frac{36}{L}(I_1 + I_2) & 0 & 0 & 6I_1 \\ 6I_2 & 0 & 0 & -L(I_1 + I_2) \\ 0 & 6I_2 & L(I_1 + I_2) & 0 \end{bmatrix} \\
 C_3 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{36}{L}(I_1 + I_2) & -6I_1 & 0 \\ -(1,2) & 0 & 0 & 6I_2 \\ -(1,3) & -(2,3) & 0 & L(2I_1 + 6I_2) \\ -(1,4) & -(2,4) & -(3,4) & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

onde S_i e I_i é a secção e a inércia no nó i ($i=1,2$) e L é o comprimento do elemento.

1.1.3 ENERGIA POTENCIAL

É através da energia potencial que se deriva a matriz de rigidez da viga, para isso seja a energia potencial de deformação dada por:

$$E_p = \frac{1}{2} \int \epsilon' \sigma d\tau \tag{1.17}$$

onde ϵ é a deformação longitudinal de um ponto x , y da secção; σ é a tensão que se relaciona com a deformação através do módulo de elasticidade E ($\sigma = E\epsilon$).

Seja u e w o deslocamento do centro da viga em relação ao centro geométrico C, como mostrado na figura I.3.

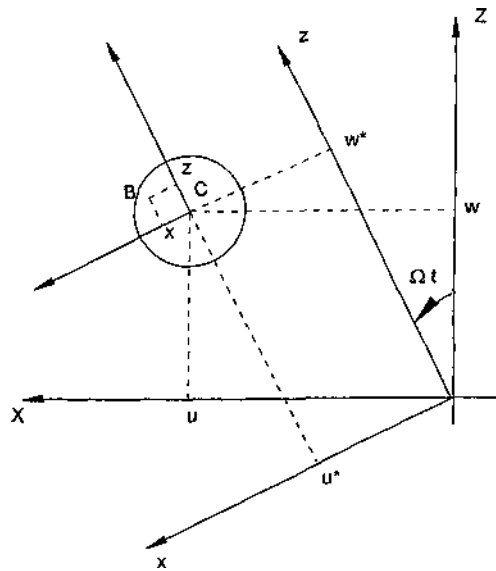


Figura I.3 – Sistema de coordenadas da viga.

Pode ser mostrado (Lalanne e Ferraris, 1990) que a tensão longitudinal no ponto B é:

$$\varepsilon = -x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{I.18})$$

assim a tensão é a soma de duas parcelas, uma linear e outra não linear.

Substituindo (I.18) em (I.17), admitindo que a viga é simétrica em relação à x e z e desprezando os termos de segunda ordem, obtém-se para a energia potencial da viga:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{I.19})$$

onde I_x e I_z é a "inércia da secção" da viga ao longo de x e z .

Se a viga está sujeita a uma força axial constante F_0 então deve-se acrescentar a energia potencial de deformação a parcela:

$$U_2 = \int_0^L \left[\frac{F_{or}}{S} \varepsilon \right] d\tau = \frac{F_{or}}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (1.20)$$

assim a energia potencial da viga é:

$$U_{viga} = U_1 + U_2 = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_{or}}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (1.21)$$

Como geralmente $I = I_x = I_z$ e ainda:

$$\begin{aligned} u &= u \cos(\Omega t) - w \sin(\Omega t) \\ w &= u \sin(\Omega t) + w \cos(\Omega t) \end{aligned} \quad (1.22)$$

onde obtém-se para (1.21):

$$U_{viga} = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_{or}}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (1.23)$$

Admitindo os deslocamentos possíveis dados por (1.9) e (1.10), substituindo-os em (1.23) obtém-se para a energia potencial da viga:

$$\begin{aligned} U_{viga} &= \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\delta u' \frac{d^2 F'}{dy^2} \frac{d^2 F}{dy^2} \delta u + \delta w' \frac{d^2 G'}{dy^2} \frac{d^2 G}{dy^2} \delta w \right) dy + \frac{F_{or}}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] dy + \\ &\quad \frac{F_{or}}{2} \int_0^L \left(\delta u' \frac{d F'}{dy} \frac{d F}{dy} \delta u + \delta w' \frac{d G'}{dy} \frac{d G}{dy} \delta w \right) dy \end{aligned} \quad (1.24)$$

A integração de (I.24) resulta em:

$$U_{\text{viga}} = \frac{1}{2} [\delta' (K_1 + K_2) \delta] \quad (\text{I.25})$$

onde δ é dado por (I.8), K_1 é a matriz clássica de rigidez da viga e K_2 é a rigidez devido à força F_{or} .

O efeito de cisalhamento (Lalanne e Ferraris, 1990) é introduzido em K_1 através de um coeficiente α_c dado por:

$$\alpha_c = \frac{12EI}{GB\beta_c L^2} \quad (\text{I.26})$$

onde G é o coeficiente de Coulomb e β_c um número próximo da unidade.

Supõe-se que a secção e inércia variam linearmente ao longo de um elemento. A matriz de rigidez elementar da viga é dada por:

$$K_{\text{viga}} = K_1 + K_2 \quad (\text{I.27})$$

Sendo a matriz K_1 expressa por:

$$K_1 = \frac{E}{L^3(1+\alpha_c)} \begin{bmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 \\ K_{12}^1 & K_{22}^1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.28})$$

onde:

$$K_{11}^1 = \begin{bmatrix} 12I & 0 & 0 & -6IL \\ 0 & 12I & 6IL & 0 \\ 0 & 6IL & 4IL^2(1+\frac{\alpha_c}{4}) & 0 \\ -6IL & 0 & 0 & 4IL^2(1+\frac{\alpha_c}{4}) \end{bmatrix} \quad (\text{I.29})$$

$$K_{12}^1 = \begin{bmatrix} -12I & 0 & 0 & -6IL \\ 0 & -12I & 6IL & 0 \\ 0 & -6IL & 2IL^2(1-\frac{\alpha_c}{2}) & 0 \\ 6IL & 0 & 0 & 2IL^2(1-\frac{\alpha_c}{2}) \end{bmatrix} \text{ e}$$

$$K_{22}^1 = \begin{bmatrix} 12I & 0 & 0 & 6IL \\ 0 & 12I & -6IL & 0 \\ 0 & -6IL & 4IL^2(1+\frac{\alpha_c}{4}) & 0 \\ 6IL & 0 & 0 & 4IL^2(1+\frac{\alpha_c}{4}) \end{bmatrix}$$

Por sua vez a matriz K_2 é:

$$K_2 = \frac{F_a}{30L} \begin{bmatrix} K_{11}^2 & K_{12}^2 \\ K_{12}^2 & K_{22}^2 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

onde:

$$K_{11}^2 = \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$K_{12}^2 = \begin{bmatrix} -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 3L & 0 & 0 & -L^2 \end{bmatrix} \text{ e} \quad (1.31)$$

$$K_{22}^2 = \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

onde:

I : Inércia média ao longo do elemento e

α_c : Coeficiente de cisalhamento.

F_a : Força axial

I.1.4 O MANCAL

Os mancais são elementos estruturais que estabelecem ligações entre os graus de liberdade de translação de dois nós, um no rotor e outro pode ser no engastamento fixo ou apoiado sobre uma fundação elástica, conforme mostra a figura I.4.

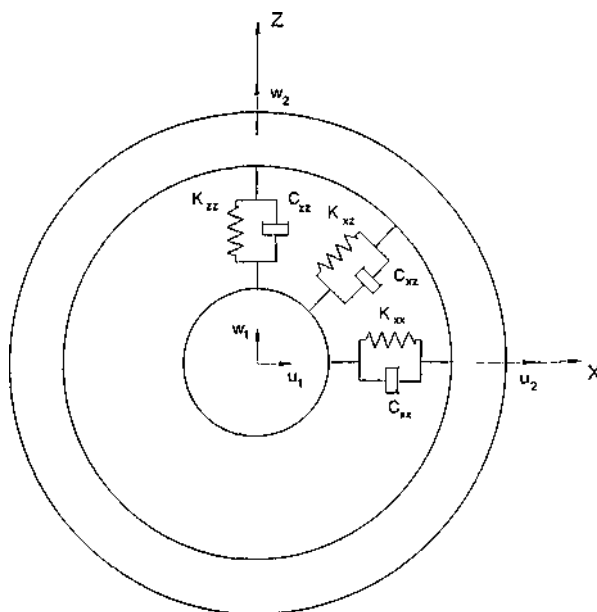


Figura I.4 - Fundação ligada ao rotor pelo mancal.

As forças são transmitidas entre um nó e outro através das matrizes de rigidez e amortecimento, supostas assimétricas, e que apresentam termos cruzados. Estas forças de ligação são dadas por:

$$F_m = -K_r \gamma - K_a \dot{\gamma} \quad (I.32)$$

onde:

$$\gamma = \begin{bmatrix} u_1 & w_1 & u_2 & w_2 \end{bmatrix} \quad (I.33)$$

e

$$K_r = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xz} & -K_{xx} & -K_{xz} \\ K_{zx} & K_{zz} & -K_{zx} & -K_{zz} \\ -K_{xx} & -K_{xz} & K_{xx} & K_{xz} \\ -K_{xz} & -K_{zz} & K_{zx} & K_{zz} \end{bmatrix} e \quad (1.34)$$

$$K_a = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xz} & -C_{xx} & -C_{xz} \\ C_{zx} & C_{zz} & -C_{zx} & -C_{zz} \\ -C_{xx} & -C_{xz} & C_{xx} & C_{xz} \\ -C_{xz} & -C_{zz} & C_{zx} & C_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

1.2 FORÇAS DE DESBALANCEAMENTO

O desbalanceamento é normalmente definido como uma massa m a uma distância d do centro geométrico do elemento. A massa permanece sempre no plano xz e sua coordenada ao longo do eixo y é constante.

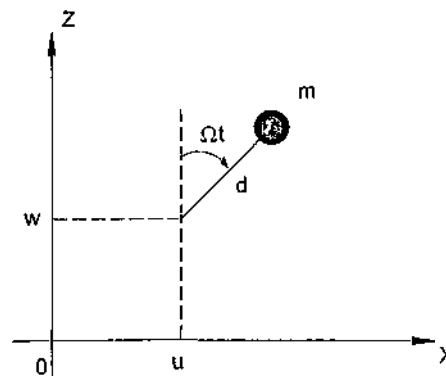


Figura 1.5- Massa de desbalanceamento.

Quando se calcula a energia cinética da massa m , situada em $t=0$ sob o eixo z , e se aplica a equação de Lagrange obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = -md\Omega^2 \begin{bmatrix} \sin \Omega t \\ \cos \Omega t \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Assim, uma massa de desbalanceamento que em $t=0$ está numa posição angular α em relação ao eixo z provoca uma força dada por:

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \end{bmatrix} = -md\Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t + \alpha) \\ \cos(\Omega t + \alpha) \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

1.3 OBTENÇÃO DO MODELO GLOBAL

Uma vez construído as matrizes de massa, de rigidez e de amortecimento dos vários elementos presentes no rotor, integra-se estes elementos para se obter o modelo global. Para exemplificar, este processo de integração, seja os dois elementos de árvore, que apresentam um nó em comum, mostrados na figura abaixo:

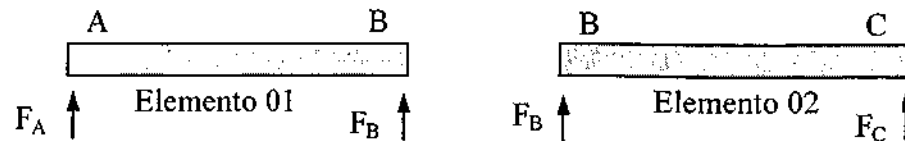


Fig. 1.6 - Dois elementos de árvore, com um nó em comum.

Seja δ_i o vetor de deslocamento (4×1) do nó i e F_i (4×1) o vetor de forças atuando no nó i , ($i=A,B,C$). A equação que descreve o movimento do elemento 01 é:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}_1 \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_A \\ \ddot{\delta}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}_1 \begin{Bmatrix} \dot{\delta}_A \\ \dot{\delta}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}_1 \begin{Bmatrix} \delta_A \\ \delta_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_A \\ F_B \end{Bmatrix}_1 \quad (1.38)$$

onde M_{ij} é uma submatriz 4×4 , da matriz de massa do elemento 01. Definição análoga valem para as submatrizes de amortecimento C_{ij} e rigidez K_{ij} .

Para o elemento 02 tem-se :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}_2 \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_B \\ \ddot{\delta}_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}_2 \begin{Bmatrix} \dot{\delta}_B \\ \dot{\delta}_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}_2 \begin{Bmatrix} \delta_B \\ \delta_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_B \\ F_C \end{Bmatrix}_2 \quad (1.39)$$

Como o nó B é comum aos dois elementos, e admitido que os dois elementos são idênticos, então o modelo "integrado" dos elementos 01 e 02 é (usando 1.38 e 1.39) :

$$\overline{\mathbf{M}} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_A \\ \ddot{\delta}_B \\ \ddot{\delta}_C \end{Bmatrix} + \overline{\mathbf{C}} \begin{Bmatrix} \dot{\delta}_A \\ \dot{\delta}_B \\ \dot{\delta}_C \end{Bmatrix} + \overline{\mathbf{K}} \begin{Bmatrix} \delta_A \\ \delta_B \\ \delta_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_A \\ F_B \\ F_C \end{Bmatrix} \text{ onde:} \quad (1.40)$$

$$\overline{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} + \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ & \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

$$\overline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} + \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} \\ & \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} \end{bmatrix} \text{ e} \quad (1.42)$$

$$\overline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} + \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ & \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

Uma vez integrado dois elementos, integra-se aos mesmos um terceiro, um quarto, e assim por diante, até obter-se o modelo global do rotor¹. Tal modelo, escrito numa forma compacta, resulta em:

$$[M]\{\ddot{\xi}\} + [C](\Omega)\{\dot{\xi}\} + [K]\{\xi\} = \{F_p\} + \{F_c\} \quad (1.44)$$

onde:

[M] – Matriz de massa global do sistema (simétrica).

[C] – Matriz de amortecimento e dos efeitos giroscópicos do sistema (assimétrica).

[K] – Matriz de rigidez global freqüentemente assimétrica.

{ξ} – Vetor dos deslocamentos nodais.

{F_p} – Vetor das forças de perturbação.

{F_c} – Vetor das forças de controle.

Uma vez que cada nó admite quatro graus de liberdade, duas rotações e duas translações, o vetor de estado {ξ} tem dimensão 4n_n x 1, onde n_n é o número de nós em que a estrutura foi discretizada. As matrizes [M],[K] e [C] são quadradas de ordem 4n_n e as forças são vetores 4n_n x 1.

¹ O exemplo acima, permite que se observe a natureza diagonal dominante que as matrizes globais apresentam.

ANEXO II

ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS PARA O PROGRAMA MONOROTOR

DINÂMICA DO ROTOR ANALISADO

ROTOR.DAT : ROTOR COM 22 NÓS, 4 DISCOS E 2 MANCAIS

5	22	2.	6	4	0	0.	0	0	0.	0.	1	.0	1
2		.048		1									
3		.078		1									
4		.107		1									
5		.140		1									
6		.172		1									
7		.198		1									
8		.220		1									
9		.245		1									
10		.272		1									
11		.287		1									
12		.301		1									
13		.325		1									
14		.354		1									
15		.379		1									
16		.402		1									
17		.425		1									
18		.451		1									
19		.475		1									
20		.500		1									
21		.526		1									
22		.552		1									
99999													
	2	0	0	0	0								
	22	0	0	0	0								
99999													
	1	21											
	1	1	2	1	1	1							
	2	2	3	1	2	2							
	3	3	4	1	2	2							

4	4	5	1	2	2
5	5	6	1	2	2
6	6	7	1	4	4
7	7	8	1	4	4
8	8	9	1	2	2
9	9	10	1	2	2
10	10	11	1	3	3
11	11	12	1	3	3
12	12	13	1	4	4
13	13	14	1	4	4
14	14	15	1	2	2
15	15	16	1	2	2
16	16	17	1	2	2
17	17	18	1	4	4
18	18	19	1	4	4
19	19	20	1	2	2
20	20	21	1	2	2
21	21	22	1	2	2
2	3				
22	7	0	1	5	5
23	13	0	1	6	6
24	18	0	1	7	7
3	2				
25	2	0	0	8	10
26	22	0	0	9	10
5	2				
27	2	0	0		
28	22	0	0		

99999

1	2.07E+11	7800.	0.3	
1	.0040	.0	.0	2.
2	.0050	.0	.0	2.
3	.0125	.0	.0450	2.
4	.0070	.0	.0	2.
5	.0750	.0	.0112	2.
6	.0450	.0	.0157	2.
7	.0600	.0	.0107	2.
8	384300.	384300.	0.	0.
9	384300.	384300.	0.	0.
10	0.	0.	0.	0.
27	0	1	4	
1	1	.818		
2	2	.818		
3	3	3.24E-4		
4	4	3.24E-4		
28	0	1	4	

1	1	.735
2	2	.735
3	3	2.70E-4
4	4	2.70E-4

99999

99999

99999

ANEXO III

RELATÓRIO DE SAÍDA DO PROGRAMA MONOROTOR

DINÂMICA DO ROTOR ANALISADO

ROTOR.DAT : ROTOR COM 22 NÓS, 4 DISCOS E 2 MANCAIS

INDIC (0 A 7)-----	5
NRO DE NOS-----	22
CODIGO DE LEITURA DOS DADOS FISICOS---	2.0
NRO DE FREQUENCIAS-----	6
CODIGO ESCRITO MODOS-ENERGIAS-----	4
CODIGO ESCRITO-----	0
COEF DE CISALHAMENTO-----	.90000E+00
NRO DE VETORES-----	10
NRO DE ITERACOES MAXIMA-----	10
PRECISAO SOBRE AS FREQUENCIAS-----	.10000E-07
PRECISAO SOBRE OS VETORES-----	.10000E-01

NRO DE EQUACOES-----	88
NRO DE ELEMENTOS-----	28
NRO DE MATERIAIS-----	1
NRO DE PROPRIEDADES GEOMETRICAS-----	10

NRO ELEMENTOS SUPLEMENTARES-----	2
NRO DE AMORTECIMENTOS MODAIS-----	0
NSYMK (0= K EH SIMETRICA)-----	0
NRO DE BLOCOS DE MATRIZ-----	1
TAMANHO DE UM BLOCO DE MATRIZ-----	468
NRO DE BLOCOS DE VETORES-----	1
NRO DE VETORES POR BLOCO-----	10

```

*****
*
*   CALCULO DAS FREQUENCIAS E MODOS ESTACIONARIOS
*   CONVERGENCIA APOS      6  ITERACOES
*
*****

```

```

*****   FREQUENCIAS  ESTATICAS   *****

```

```

      .243939E+02
      .243939E+02
      .751409E+02
      .751409E+02
      .107817E+03
      .107817E+03

```

```

-----

```

```

      .131522E+03
      .131522E+03
      .221684E+03
      .221805E+03

```

```

-----

```

```

*****
*
*          MODO NRO  1      FREQ=      24.39 HZ
*
*****
*
*      NOS      X          Z          RX          RZ
*
*****
*      1      -.3614E-01    -.2049E+00    .6396E+01    -.1128E+01 *
*      2      .1802E-01     .1021E+00    .6396E+01    -.1128E+01 *
*      3      .5157E-01     .2924E+00    .6216E+01    -.1096E+01 *
*      4      .8229E-01     .4665E+00    .5729E+01    -.1011E+01 *
*      5      .1132E+00     .6415E+00    .4801E+01    -.8469E+00 *
*      6      .1369E+00     .7759E+00    .3525E+01    -.6218E+00 *
*      7      .1523E+00     .8634E+00    .3185E+01    -.5618E+00 *
*      8      .1640E+00     .9299E+00    .2858E+01    -.5042E+00 *
*      9      .1735E+00     .9833E+00    .1410E+01    -.2488E+00 *
*     10      .1764E+00     .1000E+01    -.1788E+00    .3154E-01 *
*     11      .1759E+00     .9971E+00    -.2017E+00    .3557E-01 *
*     12      .1754E+00     .9942E+00    -.2231E+00    .3935E-01 *
*     13      .1736E+00     .9843E+00    -.5975E+00    .1054E+00 *
*     14      .1694E+00     .9606E+00    -.1030E+01    .1817E+00 *
*     15      .1620E+00     .9182E+00    -.2338E+01    .4124E+00 *
*     16      .1502E+00     .8515E+00    -.3437E+01    .6063E+00 *
*     17      .1342E+00     .7607E+00    -.4435E+01    .7823E+00 *
*     18      .1132E+00     .6419E+00    -.4696E+01    .8284E+00 *
*     19      .9290E-01     .5266E+00    -.4890E+01    .8627E+00 *
*     20      .6998E-01     .3967E+00    -.5457E+01    .9625E+00 *
*     21      .4401E-01     .2495E+00    -.5817E+01    .1026E+01 *
*     22      .1692E-01     .9591E-01    -.5944E+01    .1048E+01 *
*****

```

```

*****
*
*          MODO NRO  2          FREQ=          24.39 HZ          *
*
*****
*
*   NOS          X              Z              RX              RZ          *
*
*****
*   1      .2049E+00      -.3614E-01      .1128E+01      .6396E+01 *
*   2      -.1021E+00      .1802E-01      .1128E+01      .6396E+01 *
*   3      -.2924E+00      .5157E-01      .1096E+01      .6216E+01 *
*   4      -.4665E+00      .8229E-01      .1011E+01      .5729E+01 *
*   5      -.6415E+00      .1132E+00      .8469E+00      .4801E+01 *
*   6      -.7759E+00      .1369E+00      .6218E+00      .3525E+01 *
*   7      -.8634E+00      .1523E+00      .5618E+00      .3185E+01 *
*   8      -.9299E+00      .1640E+00      .5042E+00      .2858E+01 *
*   9      -.9833E+00      .1735E+00      .2488E+00      .1410E+01 *
*  10      -.1000E+01      .1764E+00      -.3154E-01      -.1788E+00 *
*  11      -.9971E+00      .1759E+00      -.3557E-01      -.2017E+00 *
*  12      -.9942E+00      .1754E+00      -.3935E-01      -.2231E+00 *
*  13      -.9843E+00      .1736E+00      -.1054E+00      -.5975E+00 *
*  14      -.9606E+00      .1694E+00      -.1817E+00      -.1030E+01 *
*  15      -.9182E+00      .1620E+00      -.4124E+00      -.2338E+01 *
*  16      -.8515E+00      .1502E+00      -.6063E+00      -.3437E+01 *
*  17      -.7607E+00      .1342E+00      -.7823E+00      -.4435E+01 *
*  18      -.6419E+00      .1132E+00      -.8284E+00      -.4696E+01 *
*  19      -.5266E+00      .9290E-01      -.8627E+00      -.4890E+01 *
*  20      -.3967E+00      .6998E-01      -.9625E+00      -.5457E+01 *
*  21      -.2495E+00      .4401E-01      -.1026E+01      -.5817E+01 *
*  22      -.9591E-01      .1692E-01      -.1048E+01      -.5944E+01 *
*****

```

```

*****
*
*          MODO NRO   3          FREQ=          75.14 HZ          *
*
*****
*
*  NOS          X          Z          RX          RZ          *
*
*****
*   1   .3540E+00   -.8691E-01   -.1185E+01   -.4825E+01 *
*   2   .5858E+00   -.1438E+00   -.1189E+01   -.4841E+01 *
*   3   .7252E+00   -.1780E+00   -.1041E+01   -.4239E+01 *
*   4   .8286E+00   -.2034E+00   -.6630E+00   -.2701E+01 *
*   5   .8743E+00   -.2147E+00   .3965E-01   .1615E+00 *
*   6   .8107E+00   -.1990E+00   .9892E+00   .4029E+01 *
*   7   .6933E+00   -.1702E+00   .1239E+01   .5046E+01 *
*   8   .5739E+00   -.1409E+00   .1412E+01   .5752E+01 *
*   9   .3995E+00   -.9809E-01   .1964E+01   .8000E+01 *
*  10   .1613E+00   -.3960E-01   .2312E+01   .9418E+01 *
*  11   .1992E-01   -.4889E-02   .2314E+01   .9426E+01 *
*  12   -.1121E+00   .2753E-01   .2314E+01   .9426E+01 *
*  13   -.3371E+00   .8276E-01   .2273E+01   .9259E+01 *
*  14   -.5992E+00   .1471E+00   .2153E+01   .8768E+01 *
*  15   -.7924E+00   .1945E+00   .1615E+01   .6580E+01 *
*  16   -.9167E+00   .2250E+00   .1012E+01   .4123E+01 *
*  17   -.9796E+00   .2405E+00   .3075E+00   .1252E+01 *
*  18   -.1000E+01   .2455E+00   .6989E-01   .2847E+00 *
*  19   -.9959E+00   .2445E+00   -.1384E+00   -.5636E+00 *
*  20   -.9479E+00   .2327E+00   -.7542E+00   -.3072E+01 *
*  21   -.8440E+00   .2072E+00   -.1153E+01   -.4697E+01 *
*  22   -.7111E+00   .1746E+00   -.1300E+01   -.5297E+01 *
*****

```

```

*****
*
*          MODO NRO  4          FREQ=          75.14 HZ          *
*
*****
*
*  NOS          X          Z          RX          RZ          *
*
*****
*  1  -.8691E-01  -.3540E+00  -.4825E+01  .1185E+01 *
*  2  -.1438E+00  -.5858E+00  -.4841E+01  .1189E+01 *
*  3  -.1780E+00  -.7252E+00  -.4239E+01  .1041E+01 *
*  4  -.2034E+00  -.8286E+00  -.2701E+01  .6630E+00 *
*  5  -.2147E+00  -.8743E+00  .1615E+00  -.3965E-01 *
*  6  -.1990E+00  -.8107E+00  .4029E+01  -.9892E+00 *
*  7  -.1702E+00  -.6933E+00  .5046E+01  -.1239E+01 *
*  8  -.1409E+00  -.5739E+00  .5752E+01  -.1412E+01 *
*  9  -.9809E-01  -.3995E+00  .8000E+01  -.1964E+01 *
* 10  -.3960E-01  -.1613E+00  .9418E+01  -.2312E+01 *
* 11  -.4889E-02  -.1992E-01  .9426E+01  -.2314E+01 *
* 12  .2753E-01  .1121E+00  .9426E+01  -.2314E+01 *
* 13  .8276E-01  .3371E+00  .9259E+01  -.2273E+01 *
* 14  .1471E+00  .5992E+00  .8768E+01  -.2153E+01 *
* 15  .1945E+00  .7924E+00  .6580E+01  -.1615E+01 *
* 16  .2250E+00  .9167E+00  .4123E+01  -.1012E+01 *
* 17  .2405E+00  .9796E+00  .1252E+01  -.3075E+00 *
* 18  .2455E+00  .1000E+01  .2847E+00  -.6989E-01 *
* 19  .2445E+00  .9959E+00  -.5636E+00  .1384E+00 *
* 20  .2327E+00  .9479E+00  -.3072E+01  .7542E+00 *
* 21  .2072E+00  .8440E+00  -.4697E+01  .1153E+01 *
* 22  .1746E+00  .7111E+00  -.5297E+01  .1300E+01 *
*****

```

```

*****
*
*          MODO NRO   5          FREQ=      107.82 HZ          *
*
*****
*
*   NOS          X              Z              RX              RZ          *
*
*****
*   1      .8654E+00    -.1000E+01    .5879E+01    .5087E+01 *
*   2      .6219E+00    -.7187E+00    .5805E+01    .5023E+01 *
*   3      .4753E+00    -.5493E+00    .5481E+01    .4743E+01 *
*   4      .3422E+00    -.3954E+00    .5117E+01    .4428E+01 *
*   5      .2031E+00    -.2347E+00    .4598E+01    .3979E+01 *
*   6      .8415E-01    -.9725E-01    .3963E+01    .3429E+01 *
*   7     -.3264E-02    .3772E-02    .3801E+01    .3289E+01 *
*   8     -.7213E-01    .8335E-01    .3429E+01    .2967E+01 *
*   9     -.1282E+00    .1481E+00    .1738E+01    .1504E+01 *
*  10     -.1468E+00    .1696E+00    -.1647E+00    -.1425E+00 *
*  11     -.1445E+00    .1669E+00    -.1925E+00    -.1666E+00 *
*  12     -.1420E+00    .1641E+00    -.2188E+00    -.1893E+00 *
*  13     -.1327E+00    .1533E+00    -.6784E+00    -.5871E+00 *
*  14     -.1092E+00    .1261E+00    -.1164E+01    -.1007E+01 *
*  15     -.6985E-01    .8072E-01    -.2389E+01    -.2068E+01 *
*  16     -.1352E-01    .1562E-01    -.3200E+01    -.2769E+01 *
*  17      .5591E-01    -.6460E-01    -.3704E+01    -.3206E+01 *
*  18      .1402E+00    -.1620E+00    -.3757E+01    -.3251E+01 *
*  19      .2173E+00    -.2511E+00    -.3679E+01    -.3184E+01 *
*  20      .2943E+00    -.3401E+00    -.3463E+01    -.2996E+01 *
*  21      .3707E+00    -.4284E+00    -.3355E+01    -.2903E+01 *
*  22      .4462E+00    -.5156E+00    -.3386E+01    -.2930E+01 *
*****

```

```

*****
*
*      MODO NRO   6      FREQ=      107.82 HZ
*
*****
*
*      NOS      X      Z      RX      RZ
*
*****
*      1      .1000E+01      .8654E+00      -.5087E+01      .5879E+01 *
*      2      .7187E+00      .6219E+00      -.5023E+01      .5805E+01 *
*      3      .5493E+00      .4753E+00      -.4743E+01      .5481E+01 *
*      4      .3954E+00      .3422E+00      -.4428E+01      .5117E+01 *
*      5      .2347E+00      .2031E+00      -.3979E+01      .4598E+01 *
*      6      .9725E-01      .8415E-01      -.3429E+01      .3963E+01 *
*      7      -.3772E-02      -.3264E-02      -.3289E+01      .3801E+01 *
*      8      -.8335E-01      -.7213E-01      -.2967E+01      .3429E+01 *
*      9      -.1481E+00      -.1282E+00      -.1504E+01      .1738E+01 *
*     10      -.1696E+00      -.1468E+00      .1425E+00      -.1647E+00 *
*     11      -.1669E+00      -.1445E+00      .1666E+00      -.1925E+00 *
*     12      -.1641E+00      -.1420E+00      .1893E+00      -.2188E+00 *
*     13      -.1533E+00      -.1327E+00      .5871E+00      -.6784E+00 *
*     14      -.1261E+00      -.1092E+00      .1007E+01      -.1164E+01 *
*     15      -.8072E-01      -.6985E-01      .2068E+01      -.2389E+01 *
*     16      -.1562E-01      -.1352E-01      .2769E+01      -.3200E+01 *
*     17      .6460E-01      .5591E-01      .3206E+01      -.3704E+01 *
*     18      .1620E+00      .1402E+00      .3251E+01      -.3757E+01 *
*     19      .2511E+00      .2173E+00      .3184E+01      -.3679E+01 *
*     20      .3401E+00      .2943E+00      .2996E+01      -.3463E+01 *
*     21      .4284E+00      .3707E+00      .2903E+01      -.3355E+01 *
*     22      .5156E+00      .4462E+00      .2930E+01      -.3386E+01 *
*****

```

***** MATRIZES MODAIS *****

MATRIZES	MODAIS	TOTAIS
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9
10	10	10
11	11	11
12	12	12
13	13	13
14	14	14
15	15	15
16	16	16
17	17	17
18	18	18
19	19	19
20	20	20
21	21	21
22	22	22
23	23	23
24	24	24
25	25	25
26	26	26
27	27	27
28	28	28
29	29	29
30	30	30
31	31	31
32	32	32
33	33	33
34	34	34
35	35	35
36	36	36
37	37	37
38	38	38
39	39	39
40	40	40
41	41	41
42	42	42
43	43	43
44	44	44
45	45	45
46	46	46
47	47	47
48	48	48
49	49	49
50	50	50
51	51	51
52	52	52
53	53	53
54	54	54
55	55	55
56	56	56
57	57	57
58	58	58
59	59	59
60	60	60
61	61	61
62	62	62
63	63	63
64	64	64
65	65	65
66	66	66
67	67	67
68	68	68
69	69	69
70	70	70
71	71	71
72	72	72
73	73	73
74	74	74
75	75	75
76	76	76
77	77	77
78	78	78
79	79	79
80	80	80
81	81	81
82	82	82
83	83	83
84	84	84
85	85	85
86	86	86
87	87	87
88	88	88
89	89	89
90	90	90
91	91	91
92	92	92
93	93	93
94	94	94
95	95	95
96	96	96
97	97	97
98	98	98
99	99	99
100	100	100

*** MASSA ***

```

.681E-01 -.576E-17 -.664E-18 -.759E-17 .152E-17 -.184E-17
-.573E-17 .681E-01 -.239E-17 -.339E-18 -.867E-18 -.141E-17
-.111E-17 -.585E-17 .329E-01 -.129E-17 -.260E-17 .867E-18
-.716E-17 -.285E-18 -.148E-17 .329E-01 -.217E-17 -.260E-17
.651E-18 -.867E-18 -.260E-17 -.130E-17 .385E-01 .607E-17
-.325E-18 -.184E-17 -.434E-18 -.434E-17 .545E-17 .385E-01

```

*** RIGIDEZ ***

.160E+04	.212E-10	-.410E-09	-.171E-08	-.101E-08	.129E-08
-.218E-10	.160E+04	.782E-10	-.289E-09	-.134E-08	-.104E-08
-.510E-10	-.992E-09	.733E+04	-.322E-10	.468E-10	.152E-10
-.100E-08	.625E-10	.238E-10	.733E+04	.136E-10	-.118E-10
-.113E-08	-.132E-08	-.120E-09	-.182E-11	.177E+05	.532E-10
.135E-08	-.111E-08	.564E-10	.112E-09	-.952E-11	.177E+05

* * * CORIOLIS * * *

-.589E-22	-.206E-02	-.109E-02	.724E-04	-.229E-02	-.186E-02
.206E-02	-.928E-22	.724E-04	.109E-02	.186E-02	-.229E-02
.109E-02	-.724E-04	.812E-19	.212E-02	.109E-02	-.153E-02
-.724E-04	-.109E-02	-.212E-02	.546E-19	-.153E-02	-.109E-02
.229E-02	-.186E-02	-.109E-02	.153E-02	.355E-22	-.440E-02
-.186E-02	.229E-02	.153E-02	.109E-02	.440E-02	-.109E-18

*** AMORTECIMENTO ***

[illegible]