

$$k_{\xi G}(\theta) = k_{M\xi} + \frac{4}{\pi} k_{D\xi} \left(C_1 - \frac{1}{3} C_3 + \frac{1}{5} C_5 - \frac{1}{7} C_7 + \dots \right) \quad (5.21)$$

$$k_{\eta G}(\theta) = k_{M\eta} + \frac{4}{\pi} k_{D\eta} \left(C_1 - \frac{1}{3} C_3 + \frac{1}{5} C_5 - \frac{1}{7} C_7 + \dots \right)$$

A Fig. 5.5 apresenta as curvas das rigidezes nas direções ξ e η , coordenadas rotativas, em função da posição angular do eixo (descritas na Eq. (5.21)). Estas curvas foram obtidas considerando os 18 primeiros termos da série de Fourier (com termos até C_{35} na expansão, conforme a sequência da Eq. (5.21)) e trincas com três profundidades distintas: 20%, 35% e 50%, inseridas separadamente no elemento #18 do modelo em Elementos Finitos da Fig. 4.17 (logicamente, modelo com parâmetros previamente ajustados). Devido à convergência (fato que será abordado mais adiante), o comprimento do elemento de eixo trincado foi fixado em 45 mm. Note que, conforme mencionado, a abertura e fechamento da trinca ocorrem de maneira abrupta quando a posição angular da mesma está em 90° e 270° (em relação ao eixo X positivo), respectivamente. Além disso, como esperado, a variação da rigidez na direção ξ (Fig. 5.5a) é menor que a observada na direção η (Fig. 5.5b). De acordo com Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010), no caso de trincas pouco profundas ($\alpha/D \leq 0,25$). Em máquinas reais, a abertura e fechamento ocorrem quase que abruptamente nas proximidades destas mesmas posições angulares (90° e 270°). A transição é mais suave em trincas profundas.

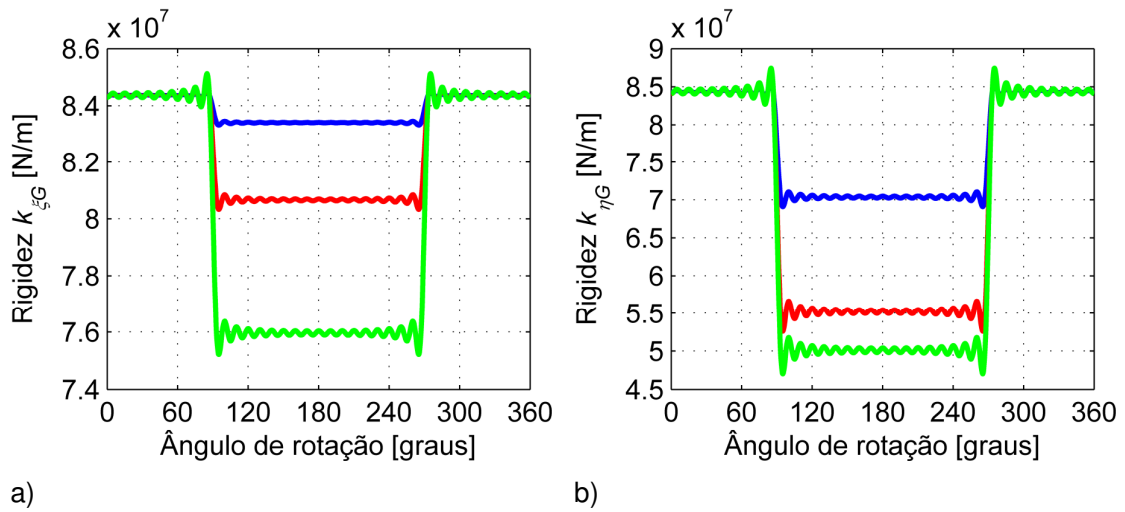


Figura 5.5 – Curvas das rigidezes nas direções ξ e η em coordenadas rotativas segundo o modelo de Gasch (— $\alpha/D = 0,20$; — $\alpha/D = 0,35$; — $\alpha/D = 0,50$): a) rigidez $k_{\xi G}$; b) rigidez $k_{\eta G}$.

A variação dos termos de rigidez em coordenadas fixas, agrupados em $\mathbf{k}_{FG}$, é dada por:

$$\mathbf{k}_{FG} = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_{RG} \mathbf{T} \quad (5.22)$$

sendo a matriz de transformação $\mathbf{T}$,

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 \\ -S_1 & C_1 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

onde $S_i = \sin i\theta$ ($i = 1, 2, 3, \dots$). Assim, a Eq. (5.22) torna-se:

$$\mathbf{k}_{FG} = \begin{bmatrix} k_{FG(11)} & k_{FG(12)} \\ k_{FG(12)} & k_{FG(22)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\xi G}(\theta) C_1^2 + k_{\eta G}(\theta) S_1^2 & [k_{\xi G}(\theta) - k_{\eta G}(\theta)] S_1 C_1 \\ [k_{\xi G}(\theta) - k_{\eta G}(\theta)] S_1 C_1 & k_{\xi G}(\theta) S_1^2 + k_{\eta G}(\theta) C_1^2 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

A Eq. (5.24), matriz de rigidez em coordenadas fixas e em conformidade com o modelo de Gasch, pode ser manipulada matematicamente a fim de obter termos somente em função das rigidezes k_{ξ} e k_{η} . Iniciando pelos termos fora da diagonal principal, tem-se:

$$k_{FG(12)} = \frac{1}{2} (k_{M\xi} - k_{M\eta}) S_2 + \frac{1}{\pi} (k_{D\xi} - k_{D\eta}) \left(\frac{4}{3} S_1 + \frac{4}{5} S_3 - \frac{4}{21} S_5 + \frac{4}{45} S_7 - \frac{4}{77} S_9 + \dots \right) \quad (5.25)$$

Como $k_{M\xi} - k_{M\eta} = \frac{1}{2} (k_{\xi} - k_{\eta})$ e $k_{D\xi} - k_{D\eta} = -\frac{1}{2} (k_{\xi} - k_{\eta})$, então:

$$k_{FG(12)} = (k_{\xi} - k_{\eta}) \left[\frac{1}{4} S_2 - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{4}{3} S_1 + \frac{4}{5} S_3 - \frac{4}{21} S_5 + \frac{4}{45} S_7 - \frac{4}{77} S_9 + \dots \right) \right] \quad (5.26)$$

Para os termos que compõem a diagonal principal, iniciando por $k_{FG(11)}$, obtém-se:

$$k_{FG(11)} = \frac{k_{M\xi}}{2} (1 + C_2) + \frac{2}{\pi} k_{D\xi} \left(\frac{4}{3} C_1 + \frac{4}{5} C_3 - \frac{4}{15} C_5 + \frac{4}{315} C_7 - \dots \right) + \frac{k_{M\eta}}{2} (1 - C_2) + \frac{2}{\pi} k_{D\eta} \left(\frac{2}{3} C_1 + \frac{14}{15} C_3 - \frac{46}{105} C_5 + \frac{97}{315} C_7 - \dots \right) \quad (5.27)$$

Da mesma maneira, o termo $k_{FG(22)}$ fica:

$$k_{FG(22)} = k_{M\xi}(1 - C_2) + \frac{2}{\pi} k_{D\xi} \left(\frac{2}{3} C_1 + \frac{14}{15} C_3 - \frac{46}{105} C_5 + \frac{94}{315} C_7 - \dots \right) + k_{M\eta}(1 + C_2) + \frac{2}{\pi} k_{D\eta} \left(\frac{4}{3} C_1 + \frac{4}{5} C_3 - \frac{4}{15} C_5 + \frac{4}{315} C_7 - \dots \right) \quad (5.28)$$

Seguindo os mesmos parâmetros adotados para determinar as curvas mostradas na Fig. 5.5, a Fig. 5.6 apresenta o comportamento dos termos da matriz de rigidez em coordenadas inerciais obtidas a partir do modelo de Gasch (Eqs. (5.26), (5.27) e (5.28)).

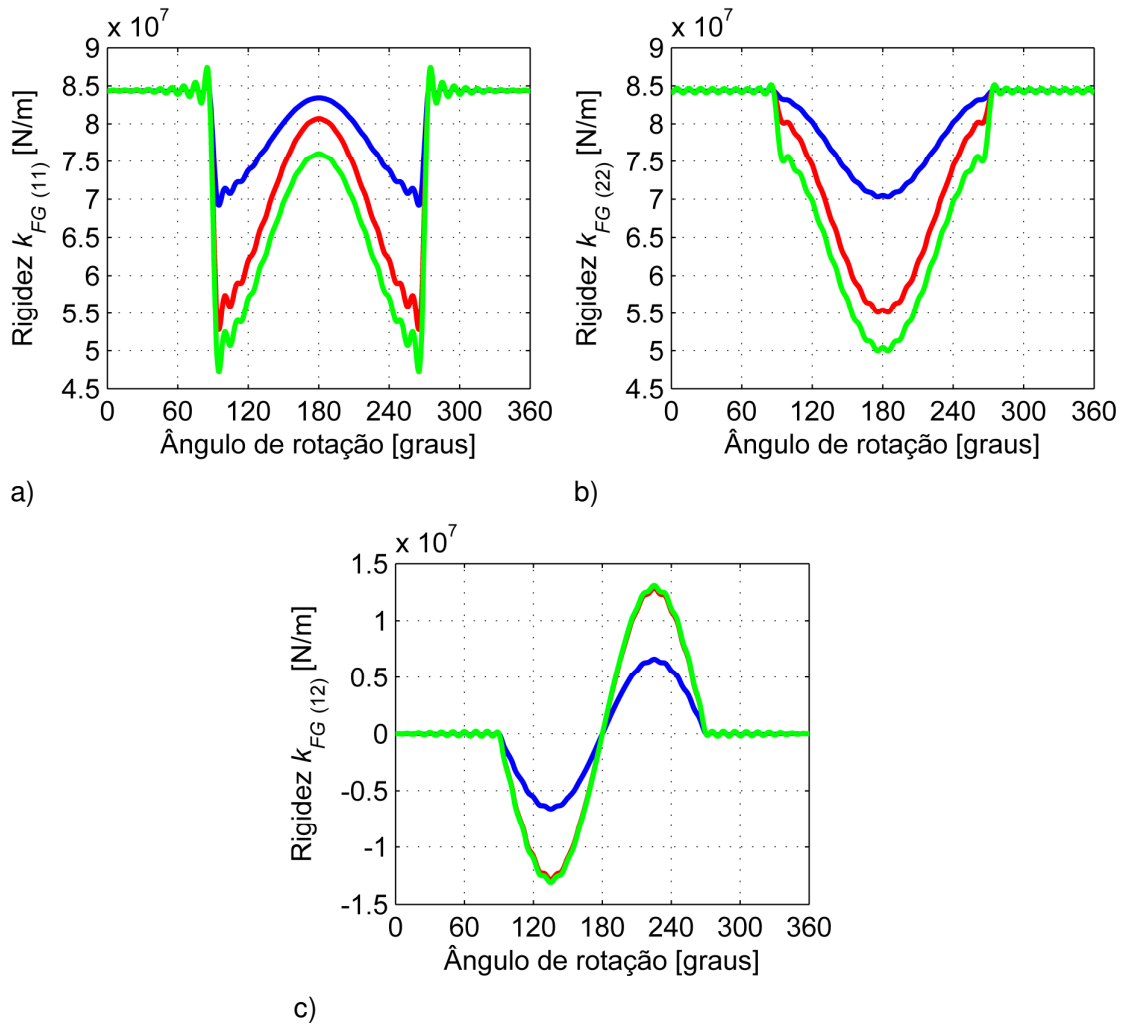


Figura 5.6 – Curvas das rigidezes nas direções X e Z (e cruzada) em coordenadas fixas segundo o modelo de Gasch (— $\alpha/D = 0,20$; — $\alpha/D = 0,35$; — $\alpha/D = 0,50$): a) rigidez $k_{FG(11)}$; b) rigidez $k_{FG(22)}$; c) rigidez $k_{FG(12)}$.

Analisando a Fig. 5.6, nota-se que as rigidezes ao longo das direções X e Z ($k_{FG(11)}$ e $k_{FG(22)}$, respectivamente) possuem seus valores mínimo e máximo muito semelhantes, claro que com uma defasagem de 90° . Além disso, a rigidez cruzada, $k_{FG(12)}$, que surge do acoplamento entre as direções, é muito menor que as diretas (em torno de 15% do valor das rigidezes diretas quando contabilizados os máximos, independentemente do ângulo).

5.1.3 Modelo de Mayes

Enquanto que o modelo de Gasch representa adequadamente trincas pouco profundas (segundo especialistas $\alpha/D \leq 0,25$), Mayes e Davies (1984) propuseram um modelo mais adequado neste sentido (igualmente não linear), no qual a abertura e fechamento da trinca (*breathing* com *Weight Dominance*) ocorrem continuamente de acordo com a função cosseno apresentada na Eq. (5.29). Mayes e Davies (1984) descrevem a aplicação bem sucedida do seu modelo de *breathing* em alguns turbogeradores.

$$f(\Omega t) = \frac{1}{2} [1 + \cos(\Omega t)] \quad (5.29)$$

onde $f(\Omega t)$ é conhecida como *steering function* (*breathing* do modelo de Mayes). O sinal positivo (+) indica que a trinca encontra-se completamente aberta quando o eixo η coincide com a direção negativa de Z (Fig. 5.4).

No modelo de Mayes, os termos da diagonal principal da Eq. (5.17) assumem as rigidezes definidas pela Eq. (5.30), definidas a partir da Eq. (5.29). Neste momento, $\mathbf{k}_R$ assume a denominação $\mathbf{k}_{RM}$.

$$k_\xi(\theta) = k_{\xi M}(\theta) = \frac{1}{2}(k_o + k_\xi) + \frac{1}{2}(k_o - k_\xi)C_1$$

$$k_\eta(\theta) = k_{\eta M}(\theta) = \frac{1}{2}(k_o + k_\eta) + \frac{1}{2}(k_o - k_\eta)C_1 \quad (5.30)$$

sendo $C_1 = 1$, ou seja, para os ângulos $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 360^\circ$ tem-se que $k_{\xi M}(0^\circ) = k_{\xi M}(360^\circ) = k_o$ e $k_{\eta M}(0^\circ) = k_{\eta M}(360^\circ) = k_o$, permanecendo a trinca totalmente fechada. Quando $C_1 = -1$, ou seja, para $\theta = 180^\circ$ tem-se que $k_{\xi M}(180^\circ) = k_\xi$ e $k_{\eta M}(180^\circ) = k_\eta$; permanecendo a trinca totalmente aberta (BURBANO, 2005).

A Fig. 5.7 apresenta as curvas das rigidezes nas direções ξ e η , coordenadas rotativas em função da posição angular do eixo (descritas na Eq. (5.30)). Estas curvas foram obtidas considerando os mesmos parâmetros adotados para determinar as curvas mostradas na

Fig. 5.5 (logicamente sem considerar os termos de expansão da série de Fourier), trincas com três diferentes profundidades: 20%, 35% e 50% de profundidade, inseridas separadamente no elemento #18 do modelo em Elementos Finitos da Fig. 4.17 ($L_{\#18} = 45$ mm). Note que, conforme mencionado, a abertura e fechamento da trinca ocorrem de maneira suave entre as duas situações extremas, (diferente do observado no modelo de Gasch, Fig. 5.5). A trinca encontra-se totalmente aberta para o eixo na posição angular de 180° . Novamente, como esperado, a variação da rigidez na direção ξ (Fig. 5.7a) é menor que a observada na direção η (Fig. 5.7b).

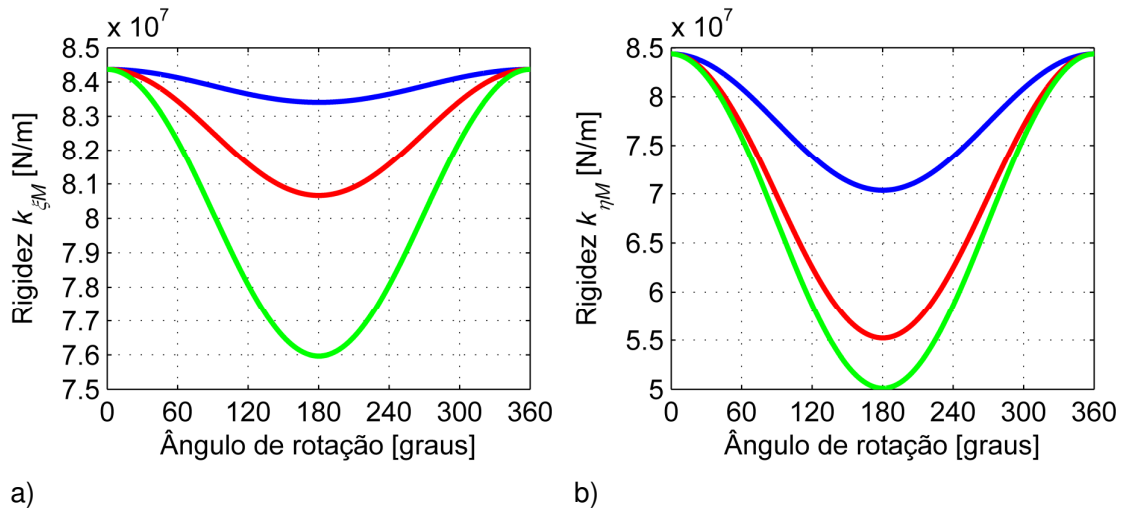


Figura 5.7 – Curvas das rigidezes nas direções ξ e η em coordenadas rotativas segundo o modelo de Mayes (— $\alpha / D = 0,20$; — $\alpha / D = 0,35$; — $\alpha / D = 0,50$): a) rigidez $k_{\xi M}$; b) rigidez $k_{\eta M}$.

A matriz de rigidez $\mathbf{k}_{RM}$ do eixo com trinca, segundo o modelo de Mayes (Eq. (5.30)), em coordenadas rotativas, é dada por:

$$\mathbf{k}_{RM} = \begin{bmatrix} k_{\xi M}(\theta) & 0 \\ 0 & k_{\eta M}(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{M\xi} + k_{D\xi}C_1 & 0 \\ 0 & k_{M\eta} + k_{D\eta}C_1 \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

A variação dos termos de rigidez em coordenadas fixas, agrupados em $\mathbf{k}_{FM}$ e com base na transformação mostrada na Eq. (5.22), é dada por:

$$\mathbf{k}_{FM} = \begin{bmatrix} k_{FM(11)} & k_{FM(12)} \\ k_{FM(12)} & k_{FM(22)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\xi M}(\theta)C_1^2 + k_{\eta M}(\theta)S_1^2 & [k_{\xi M}(\theta) - k_{\eta M}(\theta)]S_1C_1 \\ [k_{\xi M}(\theta) - k_{\eta M}(\theta)]S_1C_1 & k_{\xi M}(\theta)S_1^2 + k_{\eta M}(\theta)C_1^2 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

sendo, obviamente, $\mathbf{k}_{FM}$ semelhante a $\mathbf{k}_{FG}$ (Eq. (5.24)).

A Eq. (5.32), matriz de rigidez em coordenadas fixas, agora em conformidade com o modelo de Mayes, pode ser manipulada matematicamente a fim de obter termos somente em função das rigidezes k_ξ e k_η . Iniciando pelos termos fora da diagonal principal, tem-se:

$$k_{FM(12)} = \frac{1}{4}(k_{D\xi} - k_{D\eta})S_1 + \frac{1}{2}(k_{M\xi} - k_{M\eta})S_2 + \frac{1}{4}(k_{D\xi} - k_{D\eta})S_3 \quad (5.33)$$

Da mesma forma,

$$k_{FM(11)} = \frac{1}{2}(k_{M\xi} - k_{M\eta}) + \frac{1}{4}(3k_{D\xi} - k_{D\eta})C_1 + \frac{1}{4}(k_\xi - k_\eta)C_2 - \frac{1}{8}(k_\xi - k_\eta)C_3 \quad (5.34)$$

$$k_{FM(22)} = \frac{1}{2}(k_{M\xi} + k_{M\eta}) + \frac{1}{4}(k_{D\xi} - 3k_{D\eta})C_1 - \frac{1}{4}(k_\xi - k_\eta)C_2 - \frac{1}{8}(k_\xi - k_\eta)C_3$$

Assim, como afirma Penny e Friswell (2002), em coordenadas fixas o modelo de Mayes gera um valor constante somado às componentes 1X, 2X e 3X da velocidade de rotação do rotor, quando consideradas as rigidezes diretas $k_{FM(11)}$ e $k_{FM(22)}$. O termo de rigidez cruzada, $k_{FM(12)}$, não conta com o valor constante. Resultado similar é observado para o modelo de Gasch (Eqs. (5.26), (5.27) e (5.28)).

A Fig. 5.8 apresenta o comportamento dos termos da matriz de rigidez em coordenadas inerciais obtidas a partir do modelo de Mayes (Eqs. (5.33) e (5.34)), seguindo os mesmos parâmetros adotados para determinar as curvas mostradas na Fig. 5.6. Nota-se que, de uma maneira geral, as rigidezes em coordenadas inerciais determinadas por ambos os modelos são um pouco diferentes, com o modelo de Mayes mostrando uma transição entre trinca fechada e aberta muito mais suave. Algumas diferenças pontuais podem ser observadas como, por exemplo, o fato de que, no modelo de Mayes, as rigidezes ao longo das direções X e Z ($k_{FM(11)}$ e $k_{FM(22)}$, respectivamente) possuem valores mínimos relativamente distantes (são muito próximos no modelo de Gasch). Além disso, comportamentos distintos, principalmente da rigidez $k_{FM(12)}$, ocorrem quando o ângulo de rotação está no entorno de 70° ou 290° . O efeito resultante desta diferença é minimizado, pois da mesma forma que para o modelo de Gasch, a rigidez cruzada $k_{FM(12)}$ é muito menor que as diretas (ficando novamente em torno de 15% do valor das rigidezes diretas quando contabilizados os máximos, independentemente do ângulo de rotação).

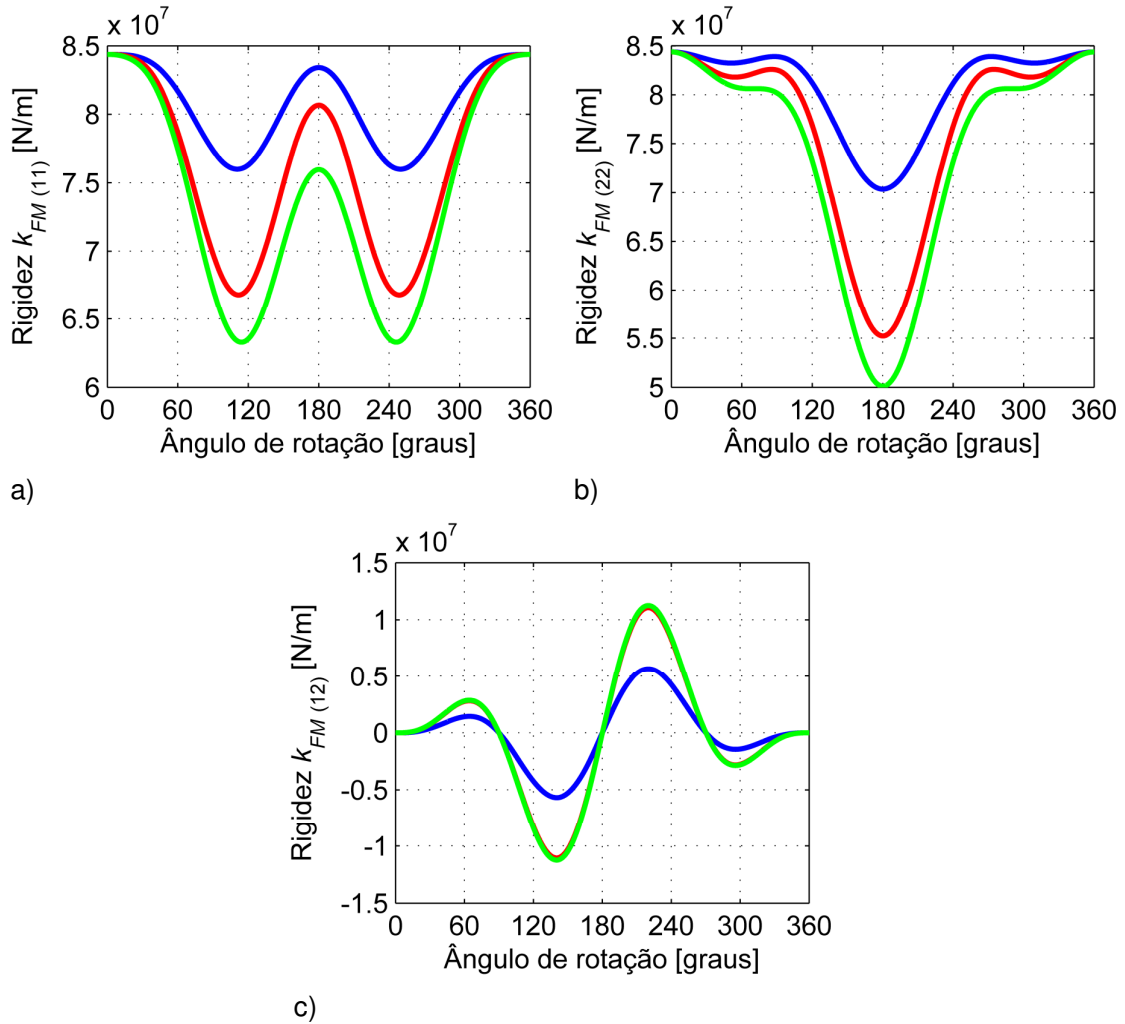


Figura 5.8 – Curvas das rigidezes nas direções X e Z (e cruzada) em coordenadas fixas segundo o modelo de Mayes (— $\alpha/D = 0,20$; — $\alpha/D = 0,35$; — $\alpha/D = 0,50$): a) rigidez $k_{FG(11)}$; b) rigidez $k_{FG(22)}$; c) rigidez $k_{FG(12)}$.

5.1.4 Matriz Elementar do Elemento de Eixo Trincado

O elemento finito adotado nesta Tese de Doutorado para representar o eixo possui dois nós em um total de oito *gdl* (incluindo quatro deslocamentos e quatro rotações ao longo das direções radiais X e Z), como mostrado na Fig. 3.3. Assim, para a construção do elemento finito do eixo trincado, as forças axiais P_1 e P_7 e os momentos de torção P_4 e P_{10} , atuantes ao longo da direção Y (Fig. 5.1), devem ser desconsiderados. Além disso, como mencionado, os efeitos dos modos de trinca *II* e *III* (cortante e torção, respectivamente) são pequenos e, aqui, considerados nulos ($K_{II} = 0$ e $K_{III} = 0$).

A partir das considerações feitas, a flexibilidade adicional inserida no elemento de eixo devido à trinca é representada somente pelos coeficientes c_{55} , c_{56} e c_{66} (Eq. (5.10)). Assim,

oriunda da Eq. (5.9), a Eq. (5.35) mostra a matriz compactada $\mathbf{c}_{CR}$ contendo apenas os três termos de flexibilidade considerados.

$$\mathbf{c}_{CR} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{55} & c_{56} \\ SIM. & & & c_{66} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

A matriz $\mathbf{c}_{CR}$ não pode ser invertida diretamente a fim de determinar a redução de rigidez provocada pela trinca no elemento. Isto porque uma trinca pouco profunda leva a coeficientes de flexibilidade praticamente nulos, gerando uma matriz de rigidez infinita (problema numérico mencionado). Para evitar este resultado, a matriz $\mathbf{c}_{CR}$ deve ser somada à matriz de flexibilidade do elemento sem trinca. Somente após esta operação, a inversão pode ser realizada. A Eq. (5.36) mostra a referida soma.

$$\mathbf{c}_{CE} = \mathbf{c}_o + \mathbf{c}_{CR} \quad (5.36)$$

onde $\mathbf{c}_{CE}$ é a matriz de flexibilidade do elemento com trinca e $\mathbf{c}_o$ se refere a uma combinação das matrizes de flexibilidade do elemento de eixo sem dano para cada um dos planos YZ e XY , previamente definidas pelas Eqs. (3.36) e (3.45). Na realidade, estas matrizes são agrupadas e reorganizadas para ficar em conformidade com os *gdl* da matriz $\mathbf{c}_{CR}$ (claramente, ambas seguem parte da sequência apresentada na Eq. (3.10)). Sekhar (2008) adota este mesmo procedimento. Desta forma, $\mathbf{c}_o$ é dada por:

$$\mathbf{c}_o = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3} \left(1 + \frac{\nu_Y}{4} \right) & 0 & 0 & -\frac{L^2}{2} \\ & \frac{L^3}{3} \left(1 + \frac{\nu_Y}{4} \right) & \frac{L^2}{2} & 0 \\ & & L & 0 \\ SIM. & & & L \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Efetuada a soma mostrada na Eq. (5.36) e, assim, obtendo $\mathbf{c}_{CE}$, as rigidezes k_ξ e k_η utilizadas nos modelos de *breathing* de Gasch ou de Mayes podem ser determinadas. Para isto, são calculadas as inversas das matrizes $\mathbf{c}_{CE}$ e $\mathbf{c}_o$, como mostram as Eqs. (5.38) e (5.39), respectivamente.

$$\mathbf{k}_{CE} = \mathbf{c}_{CE}^{-1} = \begin{bmatrix} k_{CE(11)} & k_{CE(12)} & k_{CE(13)} & k_{CE(14)} \\ & k_{CE(22)} & k_{CE(23)} & k_{CE(24)} \\ & & k_{CE(33)} & k_{CE(34)} \\ SIM. & & & k_{CE(44)} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

$$\mathbf{k}_o = \mathbf{c}_o^{-1} = \begin{bmatrix} k_{o(11)} & k_{o(12)} & k_{o(13)} & k_{o(14)} \\ & k_{o(22)} & k_{o(23)} & k_{o(24)} \\ & & k_{o(33)} & k_{o(34)} \\ SIM. & & & k_{o(44)} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

onde $k_\xi = k_{CE(11)}$, $k_\eta = k_{CE(22)}$ e $k_o = k_{o(11)} = k_{o(22)}$.

As rigidezes $k_{FG(11)}$ e $k_{FG(22)}$ (modelo de Gasch) ou $k_{FM(11)}$ e $k_{FM(22)}$ (modelo de Mayes) podem ser igualmente obtidas e, então, substituídas convenientemente nas Eqs. (5.40) e (5.41). Estas equações retratam a transformação utilizada para obter a matriz de rigidez do eixo livre (para cada plano) a partir da matriz de rigidez do eixo engastado (Eqs. (5.40) e (5.41) são definidas pelas Eqs. (3.50) e (3.43), respectivamente). Com $\mathbf{K}_{CEXY}$ e $\mathbf{K}_{CEYZ}$ calculadas, a matriz de rigidez do elemento trincado, referente ao modelo de Gasch, ou de Mayes, dita $\mathbf{K}_{CEGM}$, de ordem 8×8 , é determinada seguindo o mesmo processo apresentado no Capítulo III.

$$\mathbf{K}_{CEXY} = \frac{12EI}{L^3(1+\nu_Y)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ L & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{F...(11)} & \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} & \frac{(4+\nu_Y)}{12} L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$\mathbf{K}_{CEYZ} = \frac{12EI}{L^3(1+\nu_Y)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -L & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{F...(22)} & -\frac{L}{2} \\ -\frac{L}{2} & \frac{(4+\nu_Y)}{12} L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

onde $k_{F...(11)}$ pode assumir os valores de $k_{FG(11)}$ ou $k_{FM(11)}$. Já $k_{F...(22)}$ pode assumir os valores de $k_{FG(22)}$ ou $k_{FM(22)}$, em coerência com o que é considerado em $k_{F...(11)}$, dependendo do modelo de *breathing* utilizado (Gasch ou Mayes). As rigidezes $k_{FG(12)}$ e $k_{FM(12)}$ são aqui desprezadas, pois são muito menores que as rigidezes determinadas ao longo das direções X e Z (fato previamente mencionado).

5.2 Modelo *FLEX*

Na primeira seção deste Capítulo foram abordados os modelos que assumem a condição de *Weight Dominance* para o *breathing*. Apesar de levar a resultados confiáveis, existem outros modelos capazes de representar mais fielmente este fenômeno, ou seja, modelos onde os carregamentos dinâmicos envolvidos são contabilizados. Dentre eles estão o *3D* (desenvolvido no centro de pesquisas da EDF) e o *FLEX* (BACHSCHMID; TANZI, 2006). São modelos muito próximos (*3D* é extremamente fiel à realidade), sendo o custo computacional do *FLEX* pequeno quando comparado ao do *3D* (o custo computacional dos modelos de Gasch e Mayes é significativamente menor que o do *FLEX*).

O modelo *FLEX* é claramente um modelo não linear, onde os parâmetros da trinca devem ser calculados iterativamente para cada passo de tempo no decorrer da simulação (MORAIS, 2010). Este modelo assume uma distribuição linear de tensão e deformação na área da seção transversal da trinca. O campo de tensão atuante⁴ na mesma seção é utilizado para determinar a porção da área da trinca que se encontra aberta. Segundo Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010), o modelo *FLEX* foi validado numericamente utilizando resultados determinados pelo modelo *3D*, considerando uma viga engastada em uma de suas extremidades. A validação experimental a partir da mesma viga foi efetuada com sucesso.

Na sequência são descritos alguns dos passos adotados para a implementação computacional do modelo *FLEX*. Trata-se de uma abordagem superficial, pois a referida implementação foi realizada no passado por outro pesquisador do LMEst (MORAIS, 2010). Este modelo será aqui utilizado somente para fins de comparação, confrontando este modelo mais sofisticado com os de Gasch e Mayes, acima apresentados.

A implementação computacional do modelo *FLEX* é baseada na divisão da seção transversal do eixo (posição da trinca) utilizando a notação complexa, conforme mostra a Fig. 5.9. De acordo com Morais (2010), durante a rotação do eixo (e consequentemente da malha construída) os números complexos podem ser mais facilmente manipulados. Assim, para um número complexo do tipo $R_a = X_a + Z_a i$, para uma rotação de s radianos tem-se:

$$R_{a+s} = |R_a| e^{i(\theta_a+s)} \quad (5.42)$$

onde R_{a+s} é a nova posição do vetor complexo R_a (de coordenadas X_a e Z_a) e θ_a reflete a posição inicial deste vetor (posição inicial de cada elemento da malha). É importante ressaltar que para $s = 0$, a face da trinca encontra-se fechada e direcionada para eixo Z positivo.

⁴ Proporcional aos momentos causados pelos esforços dinâmicos e pelo peso do rotor.

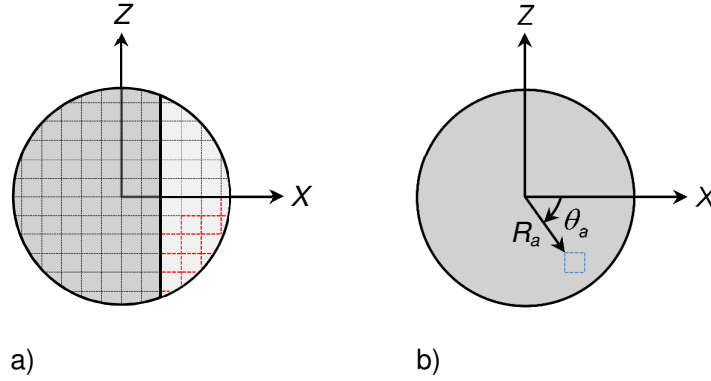


Figura 5.9 – Divisão da seção transversal do eixo na posição da trinca: a) discretização realizada evidenciando os elementos em compressão (quadrados em vermelho); b) representação adotada com números complexos.

Todo o processo é iniciado com o cálculo dos momentos dinâmicos na seção transversal da trinca, provenientes dos deslocamentos angulares determinados na solução da equação do movimento do rotor em condição de trinca (Eq. (5.48)). Os momentos dinâmicos denominados M_{XFLEX} e M_{ZFLEX} (em torno dos eixos X e Z, respectivamente) são dados por:

$$M_{XFLEX} = \frac{EI(\theta_2 - \theta_1)}{L_{FLEX}} \quad (5.43)$$

$$M_{ZFLEX} = \frac{EI(\varphi_2 - \varphi_1)}{L_{FLEX}}$$

onde θ_1 e θ_2 são, respectivamente, os *gdl* de rotação (em torno do eixo X) referentes aos nós 1 e 2 do elemento com trinca. O mesmo se aplica para o *gdl* φ (eixo Z). L_{FLEX} é o comprimento que deve ser imposto ao elemento com trinca. Este valor foi obtido a partir de um ajuste realizado entre os modelos *FLEX* e *3D*, valor que varia conforme a profundidade da trinca como mostra a Tab. 5.1 (BACHSCHMID; TANZI, 2006).

Com M_{XFLEX} e M_{ZFLEX} determinados, inicia-se a parte iterativa do modelo *FLEX* mantendo $s = s_1$, onde $s_1 \geq 0$ (eixo em uma posição angular diferente da inicial). É neste processo que é definida a parcela da trinca que continua fechada após o deslocamento angular do eixo. Em um primeiro momento, calcula-se a distribuição de tensão na área da seção transversal com a trinca, utilizando os momentos de inércia determinados considerando a trinca fechada. A tensão σ_a que resulta dos momentos M_{XFLEX} e M_{ZFLEX} para cada um dos elementos da malha apresentada na Fig. 5.9 é dada por:

Tabela 5.1 – Comprimento L_{FLEX} para o elemento para diferentes profundidades de trinca.

α / D	L_c / D	α / D	L_c / D
0,05	0,07	0,30	0,40
0,10	0,17	0,35	0,41
0,15	0,27	0,40	0,42
0,20	0,33	0,45	0,43
0,25	0,36	0,50	0,50

$$\sigma_a = \frac{M_{ZFLEX} I_{XX} + M_{XFLEX} I_{XZ}}{I_{XX} I_{ZZ} - I_{XZ}^2} X_{ag} - \frac{M_{XFLEX} I_{ZZ} + M_{ZFLEX} I_{XZ}}{I_{XX} I_{ZZ} - I_{XZ}^2} Z_{ag} \quad (5.44)$$

onde I_{XX} , I_{ZZ} e I_{XZ} são momentos de inércia com relação ao centro geométrico c_g da seção transversal com trinca definidos na Eq. (5.45). X_{ag} e Z_{ag} são as distâncias medidas ao longo da mesma seção transversal nas direções X e Z , respectivamente, partindo de c_g até a posição do elemento da malha onde a tensão está sendo calculada.

$$\begin{aligned} I_{XX} &= \int_{A_r} Z^2 dA_r \\ I_{ZZ} &= \int_{A_r} X^2 dA_r \\ I_{XZ} &= \int_{A_r} XZ dA_r \end{aligned} \quad (5.45)$$

com A_r sendo a área remanescente da seção transversal com trinca (momentos de inércia do eixo original para a trinca fechada).

Em cada elemento da malha deve-se verificar se a tensão calculada é de tração ou de compressão (claro que somente na região por onde a trinca se propagou). Tensão positiva indica que o elemento está sobre tração e a trinca, no elemento, encontra-se aberta. Caso contrário, a compressão é verificada e a trinca, no elemento, encontra-se fechada. De posse dos elementos abertos e fechados, pode-se determinar o novo c_g da seção transversal. Novos momentos de inércia são obtidos (em relação ao novo c_g) e a tensão em cada um dos elementos pode ser novamente calculada. Os elementos que estão em tração ou compressão são determinados e o processo continua até a convergência. Com isso, é possível obter a matriz de rigidez do elemento com trinca (em conformidade com os gdl da Eq. (3.10)) para

a posição angular $s = s_1$. Denomina-se a matriz de rigidez obtida pelo modelo *FLEX* com o eixo em uma posição s qualquer como $\mathbf{K}_{CEFLEXs}$.

$$\mathbf{K}_{CEFLEXs} = \begin{bmatrix} b_F & p_F & -q_F & -d_F & -b_F & -p_F & -q_F & -d_F \\ & a_F & c_F & q_F & -p_F & -a_F & c_F & q_F \\ & & e_F & r_F & q_F & -c_F & f_F & s_F \\ & & & h_F & d_F & -q_F & s_F & g_F \\ & & & & b_F & p_F & q_F & d_F \\ & & & & & a_F & -c_F & -q_F \\ & & & & & & e_F & r_F \\ SIM. & & & & & & & h_F \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

sendo os coeficientes da matriz $\mathbf{K}_{CEFLEXs}$ definidos na Eq. (5.47).

$$\begin{aligned} a_F &= \frac{12EI_{ZZ}}{L_{FLEX}^3 (1 + \vartheta_{FZZ})} & g_F &= \frac{EI_{XX} (2 - \vartheta_{FXX})}{L_{FLEX} (1 + \vartheta_{FXX})} \\ b_F &= \frac{12EI_{XX}}{L_{FLEX}^3 (1 + \vartheta_{FXX})} & h_F &= \frac{EI_{XX} (4 + \vartheta_{FXX})}{L_{FLEX} (1 + \vartheta_{FXX})} \\ c_F &= \frac{6EI_{ZZ}}{L_{FLEX}^2 (1 + \vartheta_{FZZ})} & p_F &= \frac{12EI_{XZ}}{L_{FLEX}^3 (1 + \vartheta_{FXZ})} \\ d_F &= \frac{6EI_{XX}}{L_{FLEX}^2 (1 + \vartheta_{FXX})} & q_F &= \frac{6EI_{XZ}}{L_{FLEX}^2 (1 + \vartheta_{FXZ})} \\ e_F &= \frac{EI_{ZZ} (4 + \vartheta_{FZZ})}{L_{FLEX} (1 + \vartheta_{FZZ})} & r_F &= \frac{EI_{XZ} (4 + \vartheta_{FXZ})}{L_{FLEX} (1 + \vartheta_{FXZ})} \\ f_F &= \frac{EI_{ZZ} (2 - \vartheta_{FZZ})}{L_{FLEX} (1 + \vartheta_{FZZ})} & s_F &= \frac{EI_{XZ} (2 - \vartheta_{FXZ})}{L_{FLEX} (1 + \vartheta_{FXZ})} \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\text{onde } \vartheta_{FXX} = \frac{12EI_{XX}}{GSL_{FLEX}^2}, \vartheta_{FZZ} = \frac{12EI_{ZZ}}{GSL_{FLEX}^2} \text{ e } \vartheta_{FXZ} = \frac{12EI_{XZ}}{GSL_{FLEX}^2}.$$

O processo iterativo segue da mesma forma com s assumindo um valor s_2 e assim por diante até que toda a simulação seja realizada. Recomenda-se a leitura dos trabalhos de Moraes (2010) e Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010) para obter mais informações sobre o

modelo *FLEX*. Nestes trabalhos são encontrados fluxogramas acerca da implementação computacional do modelo.

A Fig. 5.10 apresenta as curvas dos momentos de inércia I_{XX} , I_{ZZ} e I_{XZ} (Eq. (5.45)) obtidas para o eixo operando a 60 rev/min e sem a ação de forças de desbalanceamento (somente a atuação da força peso). Além disso, é mostrado o comportamento da área remanescente A_r da seção transversal em função do ângulo de rotação. Para os modelos de Gasch e Mayes, as áreas remanescentes seguem o padrão dado pelas curvas das Figs. 5.5 e 5.7, respectivamente (nestes modelos a área remanescente segue o comportamento da rigidez k_r). Como considerado nas Figs. 5.6 e 5.8 (modelos *Weight Dominance*), trincas com 20%, 35% e 50% de profundidade foram inseridas separadamente no elemento #18 do modelo de Elementos Finitos da Fig. 4.17. Manteve-se o comprimento do elemento de eixo trincado em 45 mm (alterado posteriormente como mostra a Tab. 5.1). Diferentemente dos modelos de Gasch e de Mayes, a formulação do modelo *FLEX* dificulta a apresentação das rigidezes (sistema com vários *gdl*). No entanto, nenhuma informação é perdida devido à relação proporcional existente entre os momentos de inércia e as rigidezes (Eq. (5.47)). Comparando as curvas convenientemente⁵ (I_{ZZ} com $k_{FM(11)}$, I_{XX} com $k_{FM(22)}$ e I_{XZ} com $k_{FM(12)}$; Figs. 5.10 com 5.8), observa-se que o modelo de Mayes muito se assemelha ao modelo *FLEX*, independentemente da profundidade da trinca. Claro que algumas pequenas diferenças podem ser notadas nas formas das curvas, mas estas discordâncias são muito mais evidentes quando a comparação é feita com o modelo de Gasch (Fig. 5.6). Além disso, nota-se que no modelo *FLEX* a trinca se mantém quase que totalmente aberta entre 120° e 240° . Já no modelo de Mayes, a abertura e fechamento ocorrem de uma forma parabólica (evidenciado pela Fig. 5.7). Desta forma, o modelo de Mayes mostra ser uma alternativa interessante por se assemelhar ao *FLEX* e possuir um custo computacional associado largamente inferior.

Na próxima seção são apresentadas outras análises, a fim de comparar diretamente os modelos formulados. Estas análises contemplam os resultados dinâmicos.

5.3 Análise Dinâmica de Eixos Rotativos Trincados

Antes de apresentar as órbitas e respostas ao desbalanceamento, bem como a análise das áreas remanescentes, destaca-se o procedimento adotado nos modelos de Gasch e de Mayes para determinar o comprimento do elemento de eixo trincado.

⁵ Considerando a notação dos momentos de inércia indicados na Eq. (5.45), por exemplo, I_{ZZ} retrata o momento de inércia em torno do eixo X.

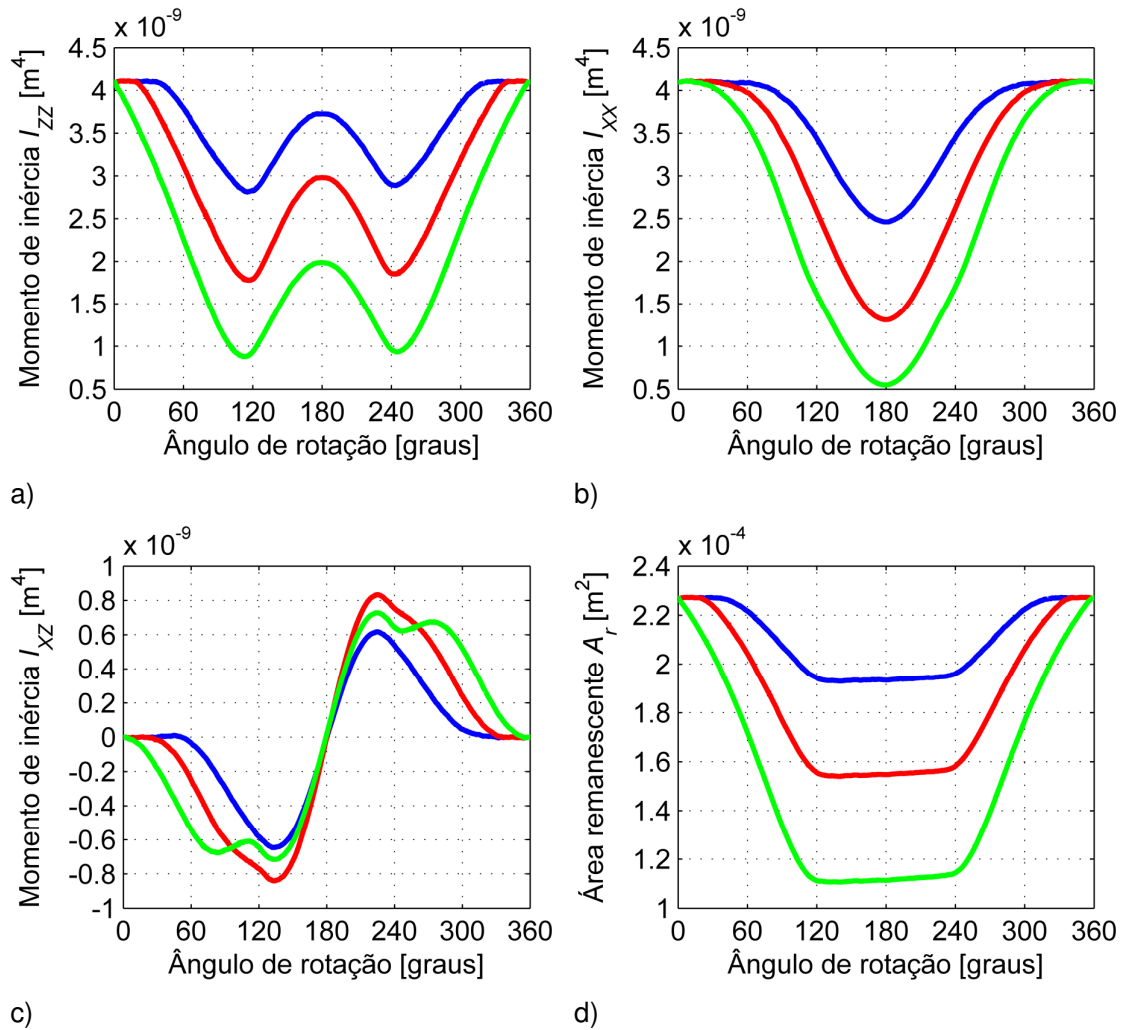


Figura 5.10 – Curvas dos momentos de inércia em coordenadas fixas, segundo o modelo *FLEX* (— $\alpha/D = 0,20$; — $\alpha/D = 0,35$; — $\alpha/D = 0,50$): a) momento I_{zz} ; b) momento I_{xx} ; c) momento I_{xz} ; d) área remanescente da seção transversal.

Como descrito, a relação entre a profundidade da trinca com o aumento da flexibilidade é feita com base nos conceitos da Mecânica da Fratura Linear. Em nenhum momento o comprimento do elemento é considerado, apenas as dimensões associadas à seção transversal. Deste modo, adotou-se como critério de convergência nesta Tese de Doutorado a máxima redução da rigidez do elemento de eixo na direção Z (coordenadas inerciais), quando considerada uma trinca com 50% de profundidade (totalmente aberta). É necessário salientar que, nos trabalhos científicos analisados durante o desenvolvimento desta etapa, não foram encontrados relatos precisos acerca da relação entre a profundidade de trinca e comprimento do elemento que deve ser adotado. Apesar desta relação constar do modelo *FLEX*,

sua diferença com as formulações dos modelos baseados na Mecânica da Fratura aqui apresentados⁶ (Gasch e Mayes) não viabiliza a extensão do conceito de L_{FLEX} (Tab. 5.1).

Assim sendo, a Fig. 5.11 mostra a curva de convergência determinada para o elemento #18 (novamente do modelo da Fig. 4.17). Note que a convergência é observada para comprimentos acima de 45 mm, onde a redução da rigidez foi de 40,61%. Este será o comprimento adotado para qualquer elemento do eixo onde a trinca é inserida. A Tab. 5.2 mostra as reduções da rigidez associadas a diferentes profundidades de trinca.

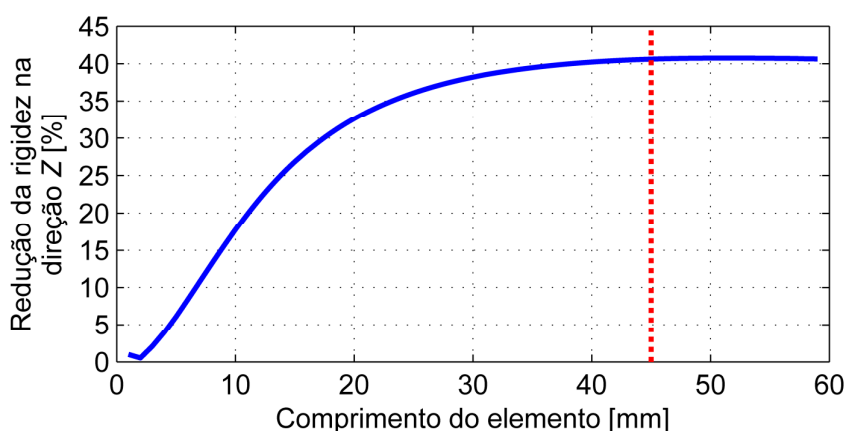


Figura 5.11 – Curva de convergência para o tamanho do elemento a ser considerado nos modelos de Gasch e Mayes (.... convergência em 45 mm).

Tabela 5.2 – Redução da rigidez na direção Z para diferentes profundidades de trinca.

α / D	Redução [%]	α / D	Redução [%]
0,05	0,85	0,30	29,61
0,10	4,21	0,35	34,54
0,15	9,82	0,40	38,06
0,20	16,61	0,45	40,08
0,25	23,57	0,50	40,61

Ainda considerando o rotor a 60 rev/min sem a ação de forças de desbalanceamento, a Fig. 5.12 mostra a primeira comparação realizada entre os modelos de *breathing* descritos. São apresentados os valores correspondentes às parcelas da área da trinca que se encontram abertas (em porcentagem) para oito posições angulares do sistema.

⁶ O modelo *FLEX* também tem como base a Mecânica da Fratura Linear. No entanto, passa pela mudança da posição do c_g ; o que não é realizado nos modelos que pressupõe o *Weight Dominance* em suas formulações.

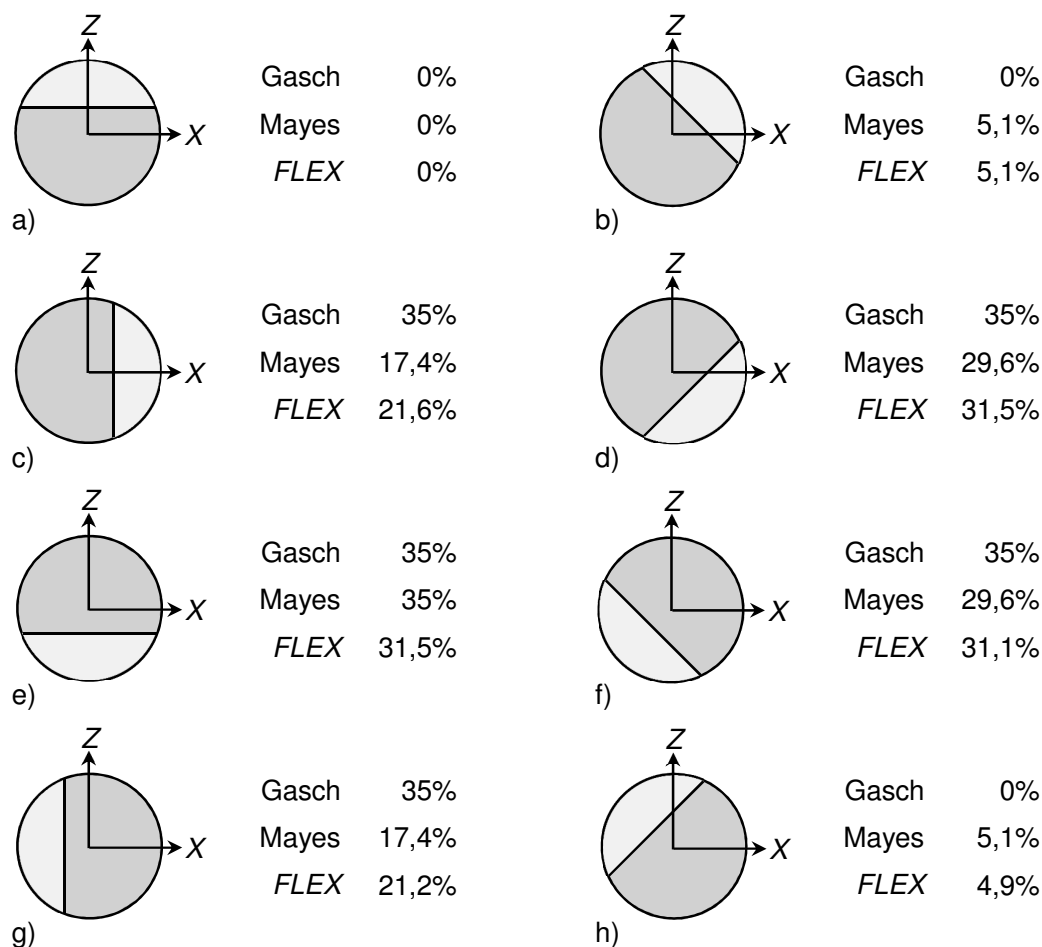


Figura 5.12 – Área aberta de uma trinca (em porcentagem) com 35% de profundidade para oito posições angulares do rotor a 60 rev/min e sem a ação de forças de desbalanceamento: a) 0°; b) 45°; c) 90°; d) 135°; e) 180°; f) 225°; g) 270°; h) 315°.

Note que a abertura da trinca ocorre de forma muito semelhante quando analisados os modelos de Mayes e *FLEX*. A característica abrupta da trinca segundo o modelo de Gasch é evidenciada. É importante ressaltar que nesta análise não são considerados os efeitos introduzidos pelas forças de desbalanceamento (base do modelo *FLEX*; seção transversal do eixo na posição da trinca dividida em 100 elementos), o que explica a semelhança apresentada entre os modelos de Mayes e *FLEX* (devido ao domínio do peso do rotor na análise).

Apenas a título de informação, considerando o eixo em análise sem trinca, em repouso e somente com a atuação de seu próprio peso, o deslocamento horizontal medido no nó #18 em relação ao do mancal híbrido (nó #4), foi de aproximadamente 312 μm . Nos testes experimentais realizados com o rotor em operação, este valor mostrou-se sempre superior à máxima amplitude ao desbalanceamento medida, caracterizando o *Weight Dominance* na bancada construída.

A Eq. (5.48) apresenta a equação diferencial que descreve o comportamento dinâmico de rotores com eixo flexível trincado, equação resultante de uma pequena alteração realizada na Eq. (3.1).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + [\mathbf{D} + \Omega\mathbf{D}_g]\dot{\mathbf{q}} + [\mathbf{K} + \dot{\Omega}\mathbf{K}_{st}]\mathbf{q} = \mathbf{W} + \mathbf{F}_u + \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_e + \Delta\mathbf{K}\mathbf{q} \quad (5.48)$$

onde $\Delta\mathbf{K} = \mathbf{K} - \mathbf{K}_{CE}$; com $\mathbf{K}_{CE}$ assumindo os valores de $\mathbf{K}_{CEGM}$ (matriz de rigidez do elemento trincado segundo os modelos de Gasch ou Mayes) ou $\mathbf{K}_{CEFLEXs}$ (modelo *FLEX*). Observe que o lado esquerdo da equação permanece como o do sistema sem trinca. A matriz $\mathbf{K}_{CE}$ é considerada apenas no lado direito, gerando uma força que simula o referido dano (forma de implementação realizada em ambiente *Simulink* no *MatLab*®).

Utilizando a Eq. (5.48), a Fig. 5.13 mostra as respostas determinadas a partir de um desbalanceamento de 487 g.mm / 0° localizado no disco D_1 (caso 3 mostrado na Tab. 4.4), para o rotor operando em uma condição de *run-up* (curva linear de 0 até 7000 rev/min em 30 s). As respostas são medidas pelo sensor S_{8x} , plano S_8 como especificado na seção 4.2. São inseridas trincas de 20%, 35% e 50% de profundidade, todas novamente no elemento #18 e considerando todos os modelos de *breathing* aqui descritos. Para efeito de comparação, são também mostradas as respostas ao desbalanceamento obtidas a partir do eixo sem dano algum. Além disso, as duas primeiras velocidades críticas (VC ; $VC_1 = 1705$ rev/min entre 1685 rev/min e 1725 rev/min; $VC_2 = 5490$ rev/min) são separadas para uma melhor visualização. Note que, como esperado, a queda nas VC é muito pequena (problema típico observado em eixos rotativos com trincas transversais). Neste caso, VC_1 e VC_2 foram reduzidas em aproximadamente 20 rev/min cada (em média) com a trinca de 50% de profundidade quando considerados os modelos de Gasch e Mayes (resultados similares). É possível observar que a diferença foi menor quando adotado o *FLEX*, evidenciando uma característica mais cautelosa do modelo quanto à influência da trinca no comportamento dinâmico do rotor.

Uma diferença mais pronunciada pode ser observada nas órbitas apresentadas pela Fig. 5.14. Neste caso, as órbitas foram obtidas com o rotor operando em velocidades que, classicamente, evidenciam trincas nos sinais de vibração medidos. São elas: 1/4 da VC_1 , 1/3 da VC_1 , 1/2 da VC_1 (principalmente, BENTLY; HATCH, 2002) e sobre a VC_1 . Em todos os casos o rotor foi desbalanceado em 877,5 g.mm / -90° no disco D_1 e uma trinca com 20% de profundidade foi inserida no elemento #18 do modelo de Elementos Finitos da bancada. Todos os três modelos de *breathing* são analisados, porém os resultados referentes ao modelo *FLEX* são apenas apresentados para 1/2 da VC_1 e sobre VC_1 .

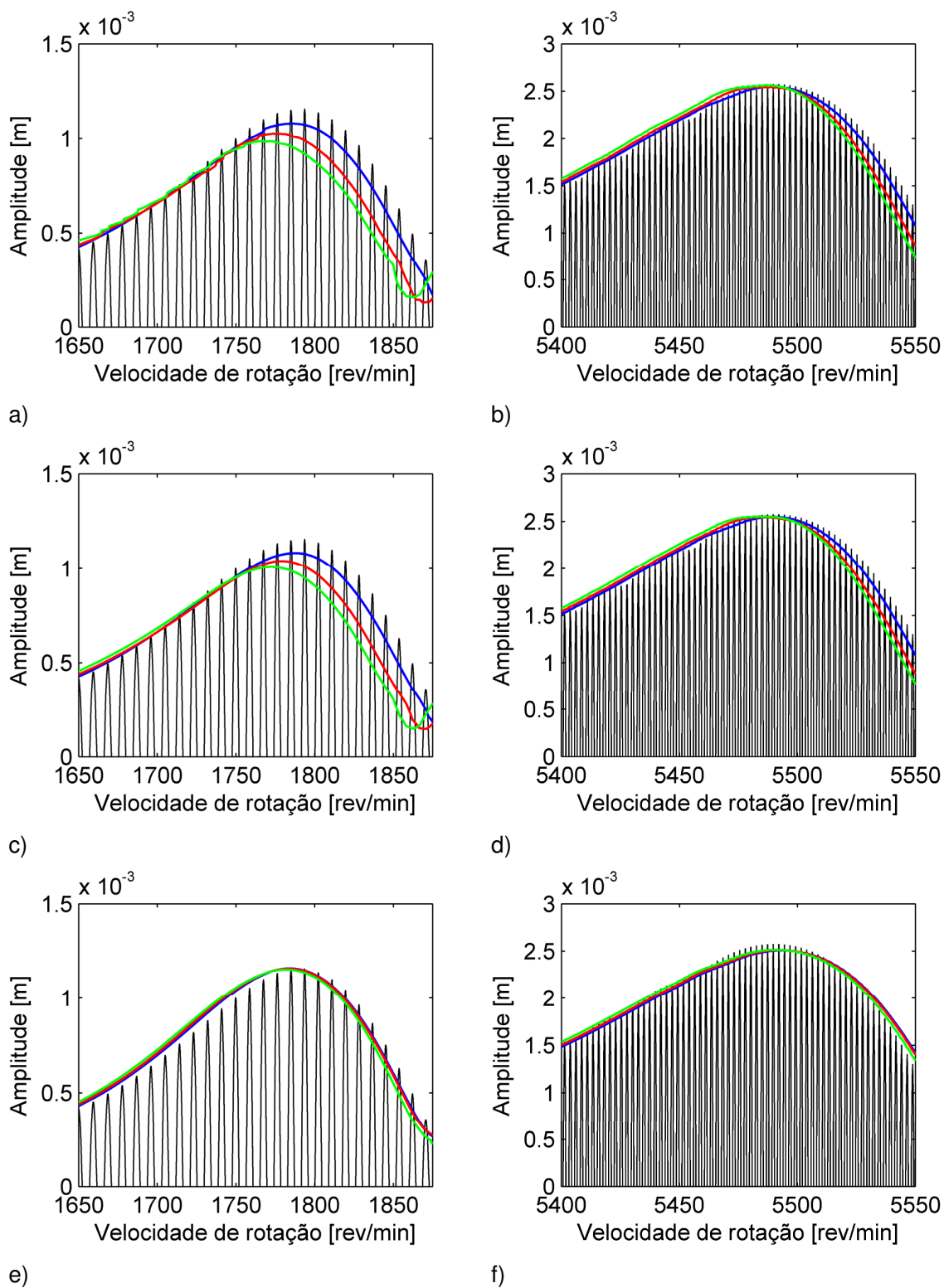


Figura 5.13 – Detalhes de duas velocidades críticas do rotor para diferentes condições de trinca (— $\alpha/D = 0$; — $\alpha/D = 0,20$; — $\alpha/D = 0,35$; — $\alpha/D = 0,50$): a) VC_1 Gasch; b) VC_2 Gasch c) VC_1 Mayes d) VC_2 Mayes e) VC_1 FLEX f) VC_2 FLEX.

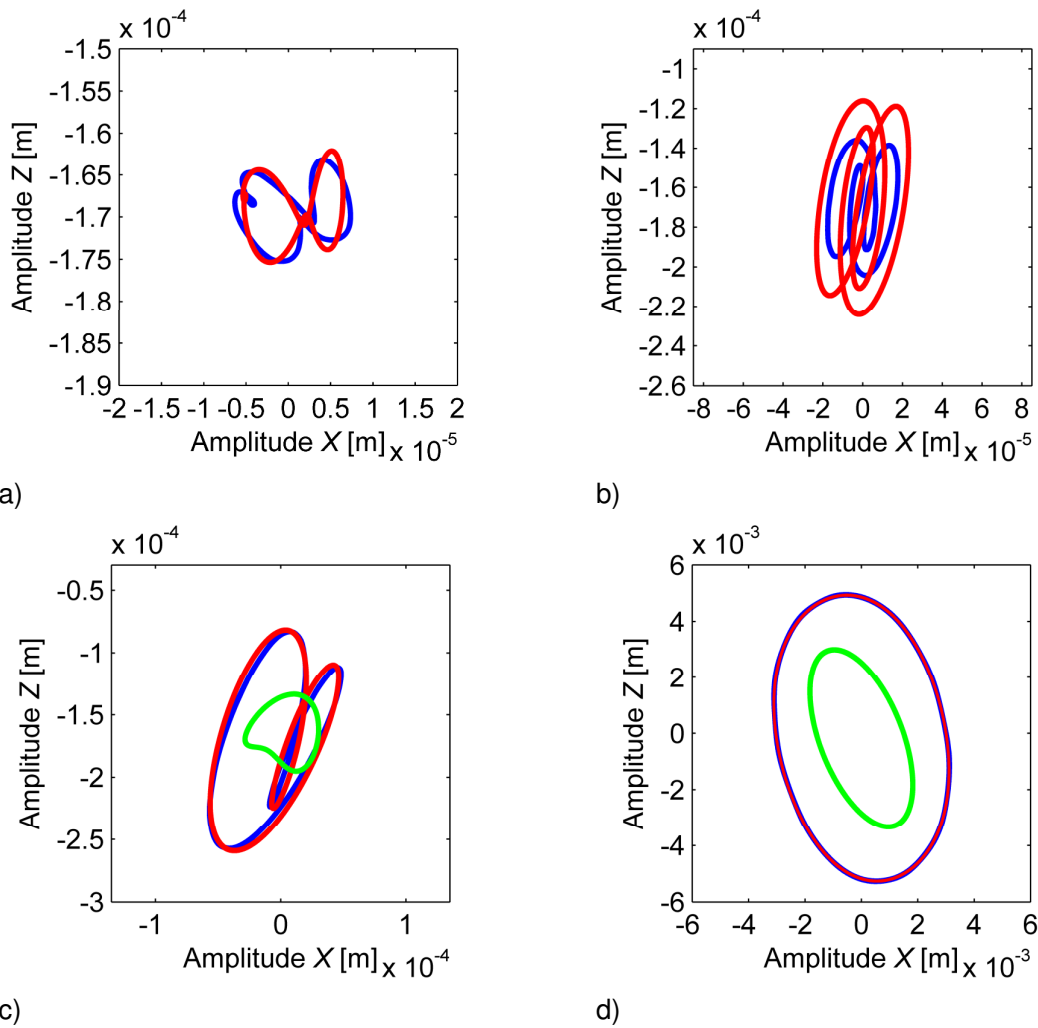


Figura 5.14 – Órbitas medidas pelo plano S_8 considerando diferentes modelos para uma trinca com 20% de profundidade (— Gasch; — Mayes; — *FLEX*): a) $1/4$ da VC_1 ; b) $1/3$ VC_1 c) $1/2$ VC_1 d) VC_1 .

Note que em três das quatro velocidades apresentadas, as órbitas determinadas pelos modelos de Gasch e Mayes são muito próximas. Em contrapartida, a mesma similaridade não é observada quando os dois são comparados com o modelo *FLEX*. De certa forma, esta diferença é esperada. Como mencionado, o modelo *FLEX* caracteriza o fenômeno de *breathing* de uma maneira quase que realística. Já os modelos de Gasch e Mayes são simplificações, o que não significa que o *breathing* descrito por eles não possa ser utilizado na análise do comportamento dinâmico de eixos com trincas, ou seja, que estes modelos não são representativos. Todas as características fundamentais de trincas estão evidentes nas órbitas apresentadas (*loops* extras). Observando as amplitudes das órbitas, novamente o modelo *FLEX* parece ser mais cauteloso no que diz respeito à influência da trinca.

A Fig. 5.15 apresenta órbitas obtidas a partir dos mesmos parâmetros utilizados para determinar as curvas da Fig. 5.14, mas considerando a trinca com 50% de profundidade. Note que agora a influência da trinca pode ser visualizada com maior intensidade. Novamente os modelos de Gasch e Mayes apresentam órbitas diferentes do modelo *FLEX*, mas com efeito similar, (características fundamentais similares podem ser observadas nas Figs. 5.15c e 5.15d). Um fato interessante é que os modelos de Gasch e Mayes passaram a apresentar uma diferença mais significativa entre si (Figs. 5.15a e 5.15b em relação às Figs. 5.14a e 5.14b). Como mencionado, o modelo de Gasch é aconselhado para trincas pouco profundas ($\alpha / D \leq 0,25$).

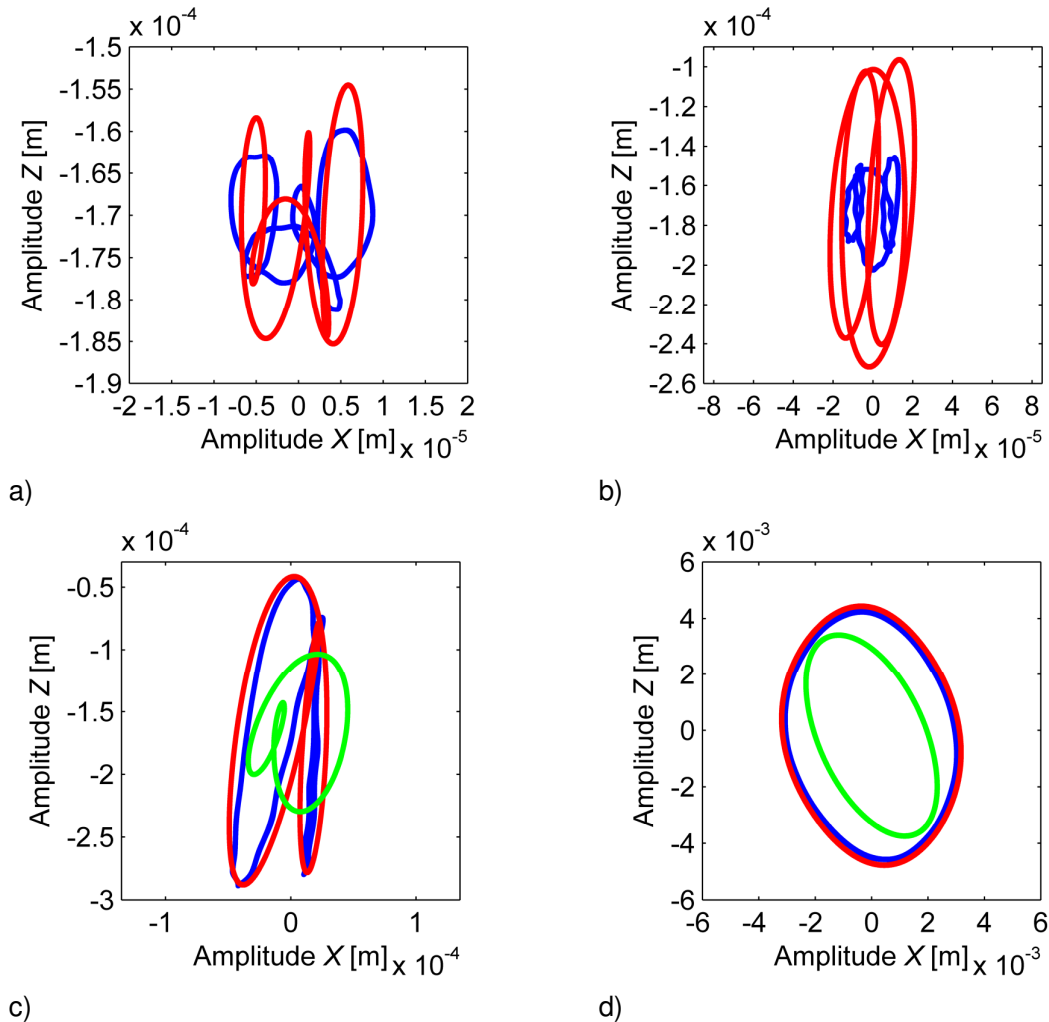


Figura 5.15 – Órbitas medidas pelo plano S_8 considerando diferentes modelos para uma trinca com 50% de profundidade (— Gasch; — Mayes; — *FLEX*): a) $1/4$ da VC_1 ; b) $1/3$ VC_1 ; c) $1/2$ VC_1 ; d) VC_1 .

A Fig. 5.16 apresenta os valores correspondentes às parcelas da área da trinca que se encontram abertas (em porcentagem) para oito posições angulares do eixo do rotor, agora operando em 852 rev/min ($1/2$ de VC_1) nas mesmas condições de trinca e desbalanceamento utilizadas na determinação das órbitas da Fig. 5.15 (trinca com 50% profundidade e desbalanceamento de 877,5 g.mm / -90° no disco D_1). Note que, ao contrário do que é observado quando se analisa o rotor sem desbalanceamento e operando em 60 rev/min (Fig. 5.12), as parcelas da área da trinca que se encontram abertas segundo os modelos de Mayes e *FLEX* são diferentes (*FLEX* levando em conta o efeito dinâmico; seção transversal do eixo na posição da trinca dividida em 100 elementos). Isto justifica a disparidade observada entre as órbitas e respostas ao desbalanceamento, claro que juntamente com o fato da influência da trinca regida pelo modelo *FLEX* ser menor que a influência gerada pelos modelos de

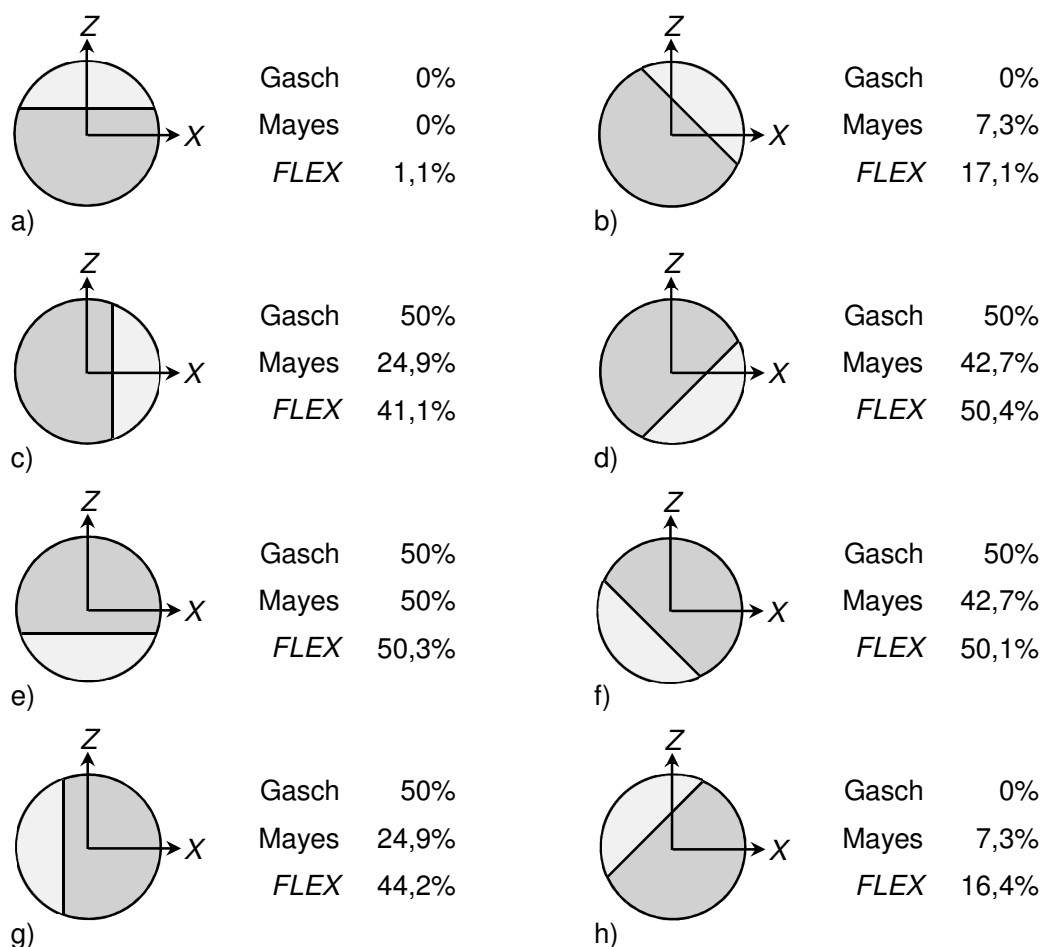


Figura 5.16 – Área aberta de uma trinca (em porcentagem) com 50% de profundidade para oito posições angulares do rotor a 852 rev/min e desbalanceamento atuante: a) 0° ; b) 45° ; c) 90° ; d) 135° ; e) 180° ; f) 225° ; g) 270° ; h) 315° .

Gasch e Mayes (devido provavelmente à forma adotada para definir o tamanho do elemento finito com trinca nos modelos de Gasch e de Mayes).

5.4 Conclusões Parciais

Neste Capítulo foram descritos três modelos de *breathing*, sendo dois deles baseados no domínio do peso do rotor (Gasch e Mayes) e um modelo mais realístico conhecido como *FLEX*. Os conceitos da Mecânica da Fratura Linear envolvidos na formulação dos modelos de Gasch e Mayes também foram apresentados. É importante reafirmar que, apesar de terem sido apresentadas apenas trincas com profundidades entre 20% e 50%, esta Tese de Doutorado trata da detecção e identificação de trincas incipientes (até 25% de profundidade). A utilização de trincas profundas se deve simplesmente ao objetivo deste Capítulo de mostrar os fenômenos envolvidos no comportamento dinâmico de trincas, evidentes somente em grandes profundidades (desafio próprio da dinâmica de rotação).

Os três modelos foram comparados de quatro formas distintas. Em um primeiro momento foi analisado o comportamento das rigidezes nas direções *X* e *Z* (coordenadas inerciais) em função da posição angular do eixo (momentos de inércia para o caso do modelo *FLEX*). Nesta análise foi possível observar uma semelhança interessante entre os modelos de Mayes e *FLEX*, ambos mostrando uma transição suave da trinca (fechada para aberta e vice-versa; Figs. 5.8 e 5.10). O mesmo comportamento não é observado com o modelo de Gasch (Fig. 5.6). Na Fig. 5.12 foi analisada a variação da parcela aberta da trinca durante a rotação do eixo. Sem considerar as forças de desbalanceamento e com o eixo girando lentamente (modelo ajustado no Capítulo 4), observou-se mais uma vez a similaridade entre os modelos de Mayes e *FLEX*. As parcelas da trinca aberta segundo os dois modelos de *breathing* ficaram muito próximas. Mais uma vez o modelo de Gasch se distanciou dos demais. As respostas ao desbalanceamento do rotor afetado por três condições de trinca foram comparadas com as respostas do rotor sem dano em uma terceira análise. Como esperado, a diminuição das velocidades críticas foi pequena quando considerados os três modelos descritos (comportamento típico observado em máquinas rotativas). A última análise foi realizada observando as órbitas determinadas pelos modelos de *breathing* com o rotor sobre duas condições de trinca, 20% e 50% de profundidade. De uma maneira geral, nas velocidades analisadas (todas devidamente escolhidas pela capacidade de evidenciar as trincas nos sinais de vibração), os modelos de Gasch e Mayes se mostraram próximos; juntamente distantes dos resultados obtidos com o modelo *FLEX*. No entanto, foi observado que o modelo de Gasch realmente não leva a bons resultados para trincas mais profundas. Uma aná-

lise mais cuidadosa sobre a velocidade de 852 rev/min ($1/2$ da VC_1) revela que, apesar da clara diferença em amplitude, as características principais do fenômeno de *breathing* são observadas em todos os modelos (fato evidenciado pela Fig. 5.15c). A diferença pronunciada de amplitude se deve ao fato do modelo *FLEX* ser mais cauteloso que os outros dois na influência da trinca sobre as respostas dinâmicas do sistema.

Neste contexto, o modelo de Mayes é considerado o mais viável para ser utilizado nesta Tese de Doutorado. Este modelo apresenta um comportamento coerente com o modelo *FLEX* (na maioria das análises) com um custo computacional bastante inferior (fundamental para a aplicação da técnica de SHM que será apresentada no Capítulo VI). É importante ressaltar que a intenção deste Capítulo não é determinar qual é o modelo que mais representa a realidade do *breathing*. A intenção é definir o modelo disponível na literatura que melhor atende as especificidades da técnica de SHM aqui proposta.

CAPÍTULO VI

Identificação de Trincas Transversais com Base na Combinação de Ressonância

Ishida e Yamamoto (2012) relatam que foi a partir da década de 1950 que trincas começaram a ser encontradas em eixos de máquinas rotativas (eixos de algumas turbinas a vapor). A fim de prevenir acidentes graves e desenvolver sistemas de diagnóstico, pesquisas sobre o comportamento vibratório de eixos rotativos trincados começaram a ser reportadas. Os autores afirmam que em meados da mesma década surgiram os primeiros trabalhos envolvendo o comportamento não linear de rotores, neste caso, a investigação sobre ressonâncias subharmônicas devido aos mancais de rolamento. Já o tratamento não linear dedicado ao estudo de eixos rotativos trincados é mais recente.

Assim sendo, este Capítulo compreende o desenvolvimento de uma técnica de SHM voltada para a identificação de trincas transversais (determinação da profundidade e posição ao longo do eixo). Esta técnica é baseada em um comportamento não linear observado em eixos rotativos trincados, qual seja, a combinação de ressonância (*combination resonance*). Nas duas primeiras seções são descritos os conceitos matemáticos não lineares acerca da metodologia¹ com o detalhamento necessário. A terceira seção mostra uma aplicação numérica, onde a referida técnica de SHM é avaliada a partir de diferentes condições de trinca. Ruídos são adicionados aos sinais a fim de simular um ambiente de identificação menos favorável. São igualmente apresentados resultados preliminares obtidos a partir de experimentos realizados na bancada mostrada no Capítulo IV. Apesar de se tratar de uma técnica baseada no comportamento não linear do sistema, nenhum método exclusivo para a solução de equações do movimento de sistemas não lineares foi utilizado. As respostas do rotor com trinca, quando induzido em uma condição de combinação de ressonância, foram determinadas da mesma forma adotada no Capítulo IV.

¹ O funcionamento da técnica de SHM propriamente dito, juntamente com o método que determina a condição de combinação de ressonância, o método das Escalas Múltiplas.

6.1 Técnica Não Linear

Na técnica de SHM proposta neste Capítulo, forças de diagnóstico são utilizadas em conjunto com um método evolutivo de otimização (Evolução Diferencial²; apresentado em detalhes no Anexo 2) a fim de caracterizar as chamadas assinaturas de trinca nas respostas espectrais do rotor (denominados picos de diagnóstico). O método das Múltiplas Escalas determina as condições requeridas para induzir o sistema a uma combinação de ressonância que ocorre quando (MANI; QUINN; KASARDA, 2006):

$$\Omega_{diag} = |n\Omega - \omega_{\Omega}| \quad (6.1)$$

onde Ω_{diag} é a frequência da força de diagnóstico que irá induzir o rotor à combinação de ressonância, Ω é a velocidade de rotação da máquina, $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N$ e ω_{Ω} é a primeira velocidade crítica de precessão direta do sistema (*forward whirl*). Nos trabalhos de Mani; Quinn; Kasarda (2006), Penny e Friswell (2007), Pesch (2008), Sawicki et al. (2008), Kulesza; Sawicki; Storozhev (2010), Sawicki; Storozhev; Lekki (2011) e Sawicki et al. (2011), ω_{Ω} é relacionada às frequências naturais do sistema. Presume-se aqui que, quando é analisada uma máquina rotativa operando em regime permanente sobre a ação de forças de desbalanceamento, é mais coerente adotar ω_{Ω} como sendo as frequências referentes ao *forward whirl*.

A Fig. 6.1 mostra o fluxograma a respeito da técnica de SHM desenvolvida. Conjuntamente, é apresentado o método de detecção propriamente dito (trata-se de proposta parcialmente inédita por ser uma continuidade do método de detecção desenvolvido pelos pesquisadores acima citados). A técnica de SHM é iniciada com um conjunto de forças de diagnóstico de diferentes frequências (frequências de combinação Ω_{diag} distintas) aplicadas separadamente no rotor. A aplicação de várias forças de diagnóstico faz com que as assinaturas espectrais da trinca sejam específicas para sua localização e profundidade, permitindo a correta identificação. Cada uma das forças é aplicada na máquina rotativa, sendo salvas as respostas espectrais obtidas (**FFT_{exp}**). As mesmas forças são então aplicadas no modelo matemático representativo do sistema, ao qual o otimizador adiciona o modelo da trinca.

² Método utilizado devido a sua habilidade em evitar soluções de mínimo local e por sua alta velocidade de convergência.

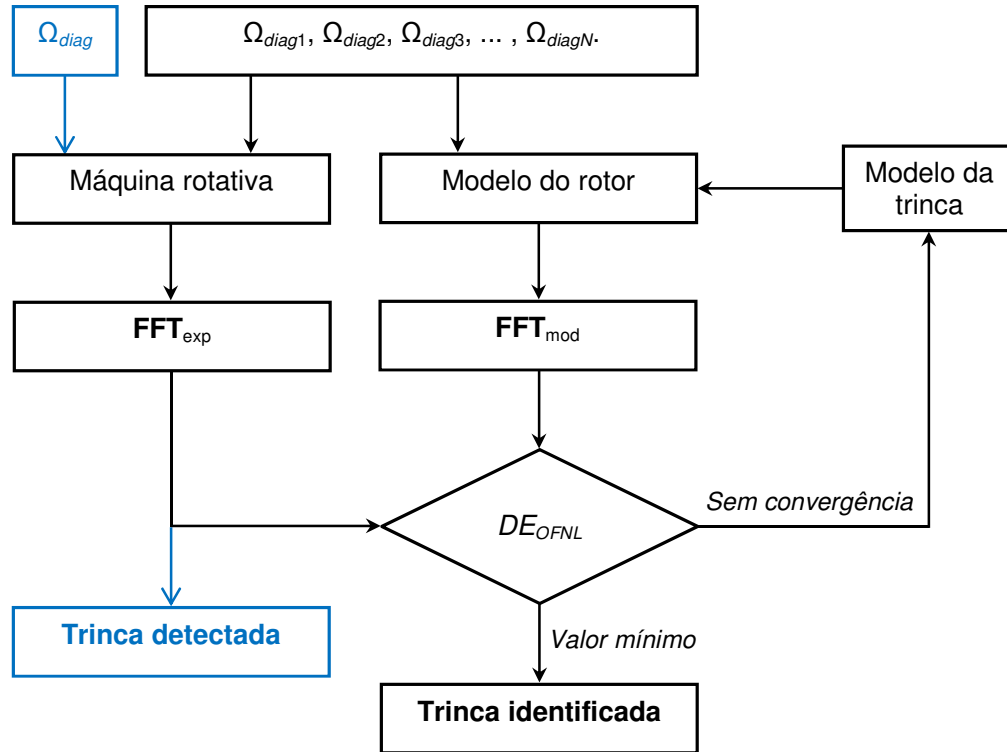


Figura 6.1 – Fluxograma da técnica de SHM desenvolvida (a técnica de detecção utilizada como base é apresentada em azul).

Como uma população de indivíduos é criada, o modelo da trinca é adicionado em diferentes posições e para várias profundidades. As respostas espectrais determinadas ($\mathbf{FFT}_{\text{mod}}$) são então comparadas com as medidas ($\mathbf{FFT}_{\text{exp}}$), utilizando a função objetivo mostrada na Eq. (6.2). Havendo convergência, o valor mínimo da função objetivo corresponderá à configuração da trinca, ou seja, a trinca é identificada. Se a função não resultar em um valor próximo à zero, o método de otimização proporá novas profundidades e posições, iterativamente (e randomicamente), até a configuração real da trinca ser identificada.

$$DE_{OFNL} = \sum_{i=1}^n \frac{\|\mathbf{FFT}_{\text{exp},i} - \mathbf{FFT}_{\text{mod},i}\|}{\|\mathbf{FFT}_{\text{exp},i}\|} \quad (6.2)$$

onde n é o número de FFT utilizadas.

Em resumo, a técnica de SHM proposta é baseada nas assinaturas de trinca que surgem nas respostas espectrais do rotor devido à junção do efeito não linear, provocado pela presença da própria trinca, com a aplicação das forças de diagnóstico, cuja frequência é devidamente determinada através do método das Múltiplas Escalas (Eq. (6.1)). Assim, na

próxima seção, são apresentados brevemente os fundamentos deste método, que leva às condições necessárias para a combinação de ressonância. Para isto, é utilizado um sistema simples (massa-mola de 1 *gdl*) dotado de uma trinca com *breathing* similar ao do modelo de Mayes (uma das expressões apresentadas na Eq. (5.30)).

6.2 Método das Múltiplas Escalas

De acordo com Sanches et al. (2012), o método das Múltiplas Escalas é um método de perturbação assintótico utilizado no tratamento de equações do movimento de sistemas não lineares. Ainda segundo aquele autor, este método é frequentemente empregado em problemas não lineares encontrados na indústria e, de uma forma geral, em máquinas rotativas não lineares.

Assim, considere um sistema de 1 *gdl* de massa m , não amortecido, dotado de uma trinca e excitado por duas fontes de frequências distintas, Ω e Ω_{diag} , representado pela Eq. (6.3). Note que o modelo da trinca tem influência sobre as frequências Ω e 2Ω .

$$m\ddot{q}(t) + \frac{1}{2}(k_o + k_\xi)q(t) + \frac{1}{2}(k_o - k_\xi)\cos(\Omega t)q(t) + \frac{1}{2}(k_o - k_\xi)\cos(2\Omega t)q(t) = F\sin(\Omega t) + F_{diag}\sin(\Omega_{diag}t) \quad (6.3)$$

onde k_o e k_ξ são as rigidezes do sistema sem dano e do mesmo sistema com a trinca totalmente aberta, respectivamente, F é a amplitude da força de excitação e F_{diag} é a amplitude da força de diagnóstico.

Assumindo que a variação da rigidez ($k_o - k_\xi$) devido à trinca é pequena quando comparada com a rigidez do sistema sem dano (k_o), introduz-se na Eq. (6.3) o parâmetro ε (parâmetro pequeno) como mostram as Eqs. (6.4),

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(k_o - k_\xi) &= \varepsilon k_{D\varepsilon} \\ \frac{1}{2}(k_o + k_\xi) &= k_{M\varepsilon} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Desta forma, a Eq. (6.3) torna-se:

$$m\ddot{q}(t) + k_{M\xi} q(t) = F \sin(\Omega t) + F_{diag} \sin(\Omega_{diag} t) - \varepsilon k_{D\xi} \cos(\Omega t) q(t) - \varepsilon k_{D\xi} \cos(2\Omega t) q(t) \quad (6.5)$$

Segundo o método das Múltiplas Escalas, a solução da Eq. (6.5) pode ser expressa em diferentes escalas de tempo (NAYFEH, 1995), como segue:

$$q(t, \varepsilon) = q_0(T_0, T_1) + \varepsilon q_1(T_0, T_1) + \dots \quad (6.6)$$

onde $T_n = \varepsilon^n t$.

Substituindo a Eq. (6.6) na Eq. (6.5), duas novas equações são obtidas agrupando os coeficientes de ε^0 e ε^1 , Eq. (6.7) e Eq. (6.8), respectivamente (os termos de ordem maior que 1 são desprezados). A primeira delas representa um sistema linear forçado, enquanto que os termos não lineares são restritos à segunda equação (sem a ação de forças).

$$mD_0^2 q_0(T_0, T_1) + k_{M\xi} q_0(T_0, T_1) = F \sin(\Omega t) + F_{diag} \sin(\Omega_{diag} t) \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned} mD_0^2 q_1(T_0, T_1) + k_{M\xi} q_1(T_0, T_1) + 2mD_0 D_1 q_0(T_0, T_1) \\ + \frac{1}{2} k_{D\xi} q_0(T_0, T_1) \exp(i\Omega T_0) + \frac{1}{2} k_{D\xi} q_0(T_0, T_1) \exp(-i\Omega T_0) \\ + \frac{1}{2} k_{D\xi} q_0(T_0, T_1) \exp(2i\Omega T_0) + \frac{1}{2} k_{D\xi} q_0(T_0, T_1) \exp(-2i\Omega T_0) = 0 \end{aligned} \quad (6.8)$$

onde D_0 e D_1 são derivadas parciais em função de T_0 e T_1 , respectivamente.

A solução da Eq. (6.7) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} q_0(T_0, T_1) = A_1(T_1) \exp(i\omega_{o\xi} T_0) + \bar{A}_1(T_1) \exp(-i\omega_{o\xi} T_0) \\ + A_2(T_1) \exp(i\Omega T_0) + \bar{A}_2(T_1) \exp(-i\Omega T_0) \\ + A_3(T_1) \exp(i\Omega_{diag} T_0) + \bar{A}_3(T_1) \exp(-i\Omega_{diag} T_0) \end{aligned} \quad (6.9)$$

sendo $\omega_{o\xi} = \left(\frac{k_{M\xi}}{m} \right)^{1/2}$; A_n , juntamente com seu complexo conjugado $\bar{A}_n$, são amplitudes.

Substituindo a Eq. (6.9) na Eq. (6.8), chega-se às condições necessárias para induzir o sistema a ressonâncias provenientes da combinação das frequências de excitação, ou seja, quando $\omega_{o\xi} = \Omega \pm \Omega_{diag}$ e $\omega_{o\xi} = 2\Omega \pm \Omega_{diag}$. Note que somente as combinações que le-

vam à determinação da Eq. (6.1) são apresentadas na Eq. (6.10). Logicamente, outros termos aqui desprezados fazem parte desta solução. Além disso, a inserção de outras componentes harmônicas ($\cos(3\Omega t)$, $\cos(4\Omega t)$, etc) resultariam em combinações do tipo $3\Omega \pm \Omega_{diag}$, $4\Omega \pm \Omega_{diag}$, e assim por diante.

$$\begin{aligned}
 mD_0^2 q_1(T_0, T_1) + k_{M_\varepsilon} q_1(T_0, T_1) = \dots \\
 - \bar{A}_3(T_1) \frac{1}{2} k_{D_\varepsilon} \exp \left[iT_0 \underbrace{(\Omega - \Omega_{diag})}_{\omega_{o_\varepsilon}} \right] - A_3(T_1) \frac{1}{2} k_{D_\varepsilon} \exp \left[-iT_0 \underbrace{(\Omega - \Omega_{diag})}_{\omega_{o_\varepsilon}} \right] \\
 - A_3(T_1) \frac{1}{2} k_{D_\varepsilon} \exp \left[iT_0 \underbrace{(\Omega + \Omega_{diag})}_{\omega_{o_\varepsilon}} \right] - \bar{A}_3(T_1) \frac{1}{2} k_{D_\varepsilon} \exp \left[-iT_0 \underbrace{(\Omega + \Omega_{diag})}_{\omega_{o_\varepsilon}} \right] \quad (6.10) \\
 - A_3(T_1) \frac{1}{2} k_{D_\varepsilon} \exp \left[iT_0 \underbrace{(2\Omega - \Omega_{diag})}_{\omega_{o_\varepsilon}} \right] - \bar{A}_3(T_1) \frac{1}{2} k_{D_\varepsilon} \exp \left[-iT_0 \underbrace{(2\Omega - \Omega_{diag})}_{\omega_{o_\varepsilon}} \right] \\
 - A_3(T_1) \frac{1}{2} k_{D_\varepsilon} \exp \left[iT_0 \underbrace{(2\Omega + \Omega_{diag})}_{\omega_{o_\varepsilon}} \right] - \bar{A}_3(T_1) \frac{1}{2} k_{D_\varepsilon} \exp \left[-iT_0 \underbrace{(2\Omega + \Omega_{diag})}_{\omega_{o_\varepsilon}} \right]
 \end{aligned}$$

6.3 Aplicações Numéricas

O modelo de Elementos Finitos da bancada construída, já com os parâmetros ajustados (Capítulo IV), é utilizado nas aplicações numéricas da técnica de SHM desenvolvida. A representação deste modelo é novamente apresentada pela Fig. 6.1 por questões de conveniência (idêntica à Fig. 4.17).

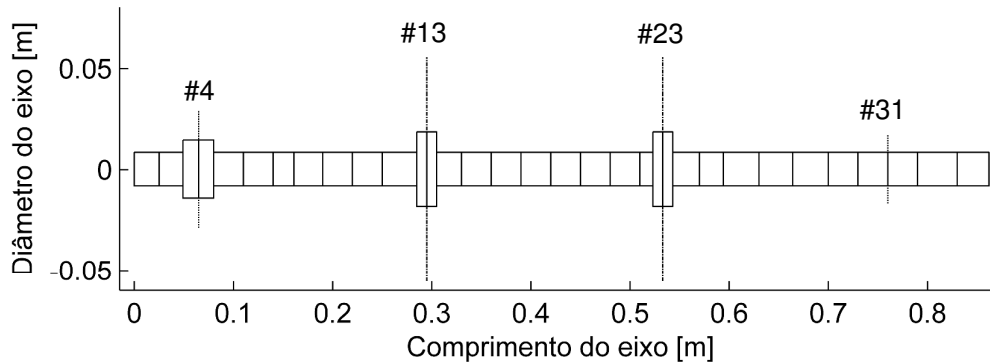


Figura 6.1 – Modelo em Elementos Finitos do rotor da bancada experimental.

Consideram-se aqui somente os sensores posicionados ao longo da direção horizontal dos nós #8 e #28 do eixo, denominados S_{8X} e S_{28X} (planos de medição S_8 e S_{28}). A Eq. (6.11) indica a forma com que os ruídos foram adicionados nas respostas medidas pelos dois sensores. Esta perturbação é adicionada às respostas dinâmicas a fim de testar a metodologia proposta quando aplicada em condições desfavoráveis.

$$\mathbf{q}_{noise} = \mathbf{q} + P_{noise} \mathbf{R}_{noise} \left\{ E[\mathbf{q} - E(\mathbf{q})]^2 \right\}^{1/2} \quad (6.11)$$

onde $\mathbf{q}_{noise}$ representa as respostas dinâmicas do rotor com ruído, P_{noise} é o parâmetro que define a quantidade de ruído adicionada ($P_{noise} = 1\%$ neste caso) e $\mathbf{R}_{noise}$ é um vetor constituído de ruído branco (distribuição normal no intervalo $[0, 1]$). A notação $E[\cdot]$ indica o valor esperado da grandeza $[\cdot]$.

A metodologia de identificação de trincas foi testada para o rotor em cinco diferentes condições estruturais. A primeira delas compreende o eixo sem trinca (importante que a técnica identifique um rotor saudável; não levando a uma identificação do tipo falso-negativo). A segunda condição se trata de uma trinca localizada no elemento #20 (entre os nós #20 e #21 da Fig. 6.1) com 20% de profundidade. A análise seguinte conta com uma trinca localizada no mesmo elemento, porém com severidade mais branda (10% de profundidade). Na quarta análise, a posição da trinca é alterada para o elemento #10, mantendo a profundidade em 20%. O quinto e último teste avalia a metodologia com a trinca posicionada em um local de difícil identificação (complicado até para a detecção). Trata-se do elemento #5, localizado em uma região de pequena deflexão do eixo. O *breathing* das trincas foi simulado segundo o modelo de Mayes. Conforme indicou o procedimento de convergência apresentado no Capítulo V, em todos os casos o comprimento do elemento com trinca foi fixado em 45 mm. A Tab 6.1 sumariza cada um dos cinco casos analisados.

Tabela 6.1 – Casos de trinca analisados na análise numérica da técnica proposta.

	Elemento	Severidade
CASO-1	SEM DANO	-----
CASO-2	#20	20%
CASO-3	#20	10%
CASO-4	#10	20%
CASO-5	#5	20%

Nas avaliações das cinco condições estruturais apresentadas pela Tab. 6.1, o rotor foi colocado para operar em 1200 rev/min com um desbalanceamento de 637,5 g.mm / -90° inserido no disco D_1 . As frequências de diagnóstico Ω_{diag} foram distribuídas (logicamente com base na Eq. (6.1)) ao longo da banda de frequência compreendendo as quatro primeiras frequências naturais do rotor (de 0 até 110 Hz; faixa em que o modelo matemático foi ajustado e validado no Capítulo IV). Assim, a Tab. 6.2 indica as frequências de diagnóstico determinadas, utilizando as duas primeiras precessões diretas da velocidade de operação previamente definida; $\omega_{fw1} = 28,7$ Hz e $\omega_{fw2} = 97,7$ Hz, respectivamente (razão já discutida). Note que 12 frequências de diagnóstico foram utilizadas nas análises (24 FFTs participam do processo de busca já que apenas dois sensores são utilizados). É importante ressaltar que as frequências de diagnóstico próximas às frequências naturais do rotor e as que ficaram abaixo de 5 Hz foram descartadas. Para informação, todas as frequências de diagnóstico que podem ser determinadas a partir das duas precessões diretas são mostradas na Fig. 6.2 ($-5 \leq n \leq 7$).

Tabela 6.2 – Frequências de diagnóstico utilizadas nas avaliações numéricas.

n	Ω_{diag} [Hz]	
	$\omega_\Omega = 28,7$ Hz	$\omega_\Omega = 97,7$ Hz
-1	48,7	-----
+1	8,7	77,7
-2	68,7	-----
+2	11,3	57,7
+3	-----	37,7
+4	51,3	17,7
+5	71,3	-----
+6	-----	22,3
+7	-----	42,3

As forças de diagnóstico foram aplicadas no rotor com a mesma amplitude, ao longo da direção horizontal (direção X) do nó #4 (mancal híbrido). Testes foram realizados para níveis distintos de força (inclusive mudando a direção de aplicação, sem ser notada nenhuma diferença significativa neste caso). Observou-se que a amplitude deve ser alterada de acordo com a quantidade de ruído presente no sinal de resposta. Quanto maior o nível de ruído, maiores devem ser as amplitudes das forças de diagnóstico, de forma a evidenciar as assinaturas de trinca nas respostas espectrais do sistema (picos mais evidentes, que facilitam a identificação). Assim, para os resultados que serão apresentados, a amplitude das for-

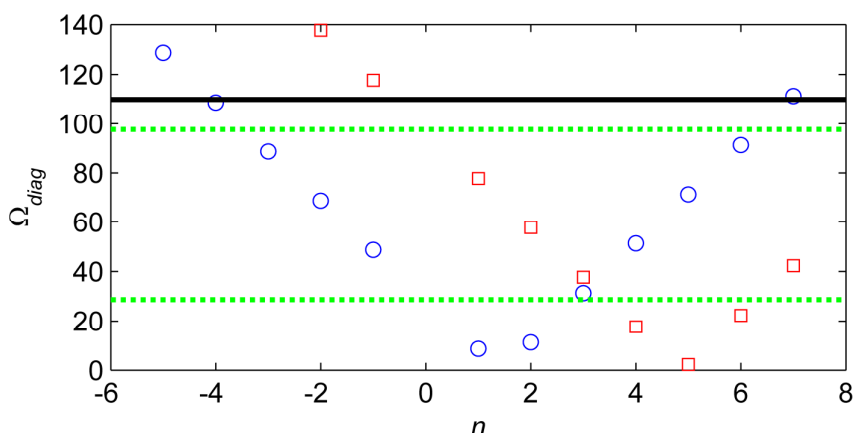


Figura 6.2 – Frequências de diagnóstico possíveis de serem determinadas a partir das duas precessões diretas (..... frequências naturais; — limite de representatividade do modelo; ○ frequências obtidas a partir de $\omega_{fw1} = 28,7$ Hz; □ frequências obtidas com $\omega_{fw2} = 97,7$ Hz.

ças de diagnóstico igual a 25 N foi considerada satisfatória. Claramente, esta força não pode ser muito elevada para que, em aplicações reais, um crescimento mais rápido da trinca não seja favorecido (ressalva insistentemente comentada pelos pesquisadores que desenvolveram a técnica de detecção mostrada na Fig. 6.1).

A Fig. 6.3 mostra as FFTs obtidas com $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz para o eixo saudável (na condição SEM DANO; na faixa de 0 até 110 Hz com passos de 0,2 Hz), com a inserção de uma trinca de 15% de profundidade localizada no elemento #20 e com uma trinca de 30% de profundidade, todas localizadas no mesmo elemento (mudança apenas na severidade do dano). Note que as amplitudes dos picos referentes a cada uma das condições estruturais do rotor são diferentes (picos associados com combinações de ressonância: $\omega_{fw1} - \Omega$, ω_{fw1} , $\omega_{fw1} + 2\Omega$, etc). A Fig. 6.4 apresenta as FFTs obtidas utilizando a mesma frequência de diagnóstico, mas para o eixo com uma trinca de 30% de profundidade localizada no elemento #5 e com uma trinca de mesma profundidade localizada no elemento #20 (mudança somente na posição da trinca ao longo do eixo; trincas inseridas separadamente). Observe que os picos associados com as combinações de ressonância também apresentam diferentes amplitudes. Resultados similares são encontrados para as outras frequências de diagnóstico listadas na Tab. 6.2. Como mencionado, a metodologia proposta neste Capítulo aplica no rotor um conjunto de forças de diagnóstico com diferentes frequências, a fim de identificar a trinca. Isto é possível devido à característica evidenciada pelas Figs. 6.3 e 6.4 (principal contribuição da proposta apresentada neste Capítulo em relação à técnica de detecção disponível na literatura). A aplicação de várias forças de diagnóstico torna a assinatura espectral da trinca única para a sua característica (localização e profundidade), o que permite sua correta

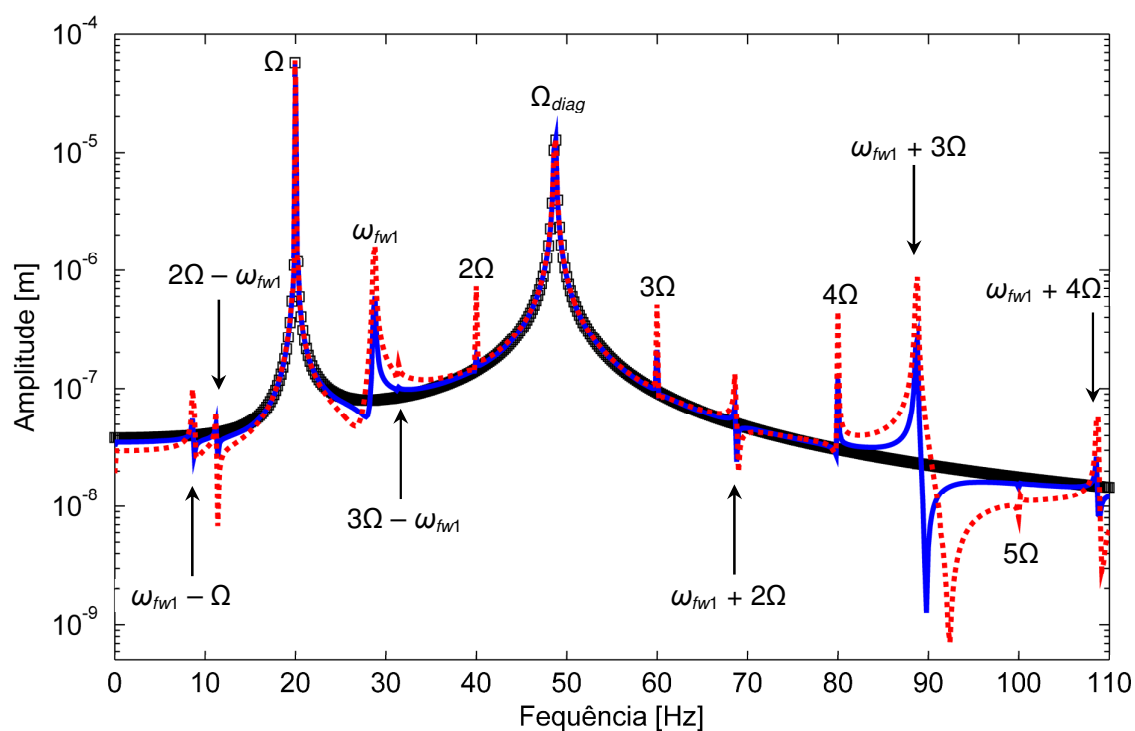


Figura 6.3 – FFTs obtidas com $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz para o eixo em três condições ($\square$ sem trinca; — severidade de 15% no elemento #20; severidade de 30% no mesmo elemento).

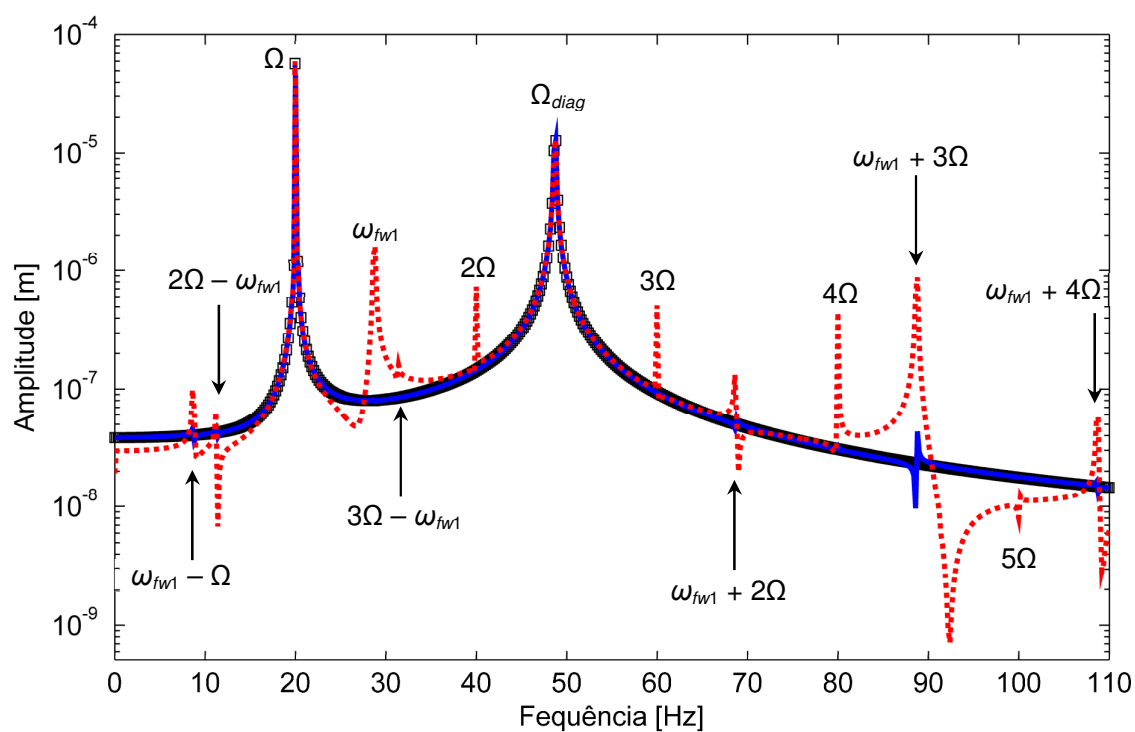


Figura 6.4 – FFTs obtidas com $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz para o eixo em três condições ($\square$ sem trinca; — severidade de 30% no elemento #5; severidade de 30% no elemento #20).

identificação através do processo de minimização associado. Os efeitos inseridos pelo ruído nas respostas espectrais foram desconsiderados desta análise. Além disso, somente as respostas espectrais obtidas pelo sensor S_{8X} são apresentadas.

Contudo, nas próximas seções são mostrados os resultados das cinco análises realizadas. Em cada uma delas, o processo de minimização contou com 20 indivíduos na população inicial do otimizador. Além disso, foram utilizados os parâmetros $F_{DE} = 0,8$ (que controla a amplificação da diferença entre os indivíduos) e $CR_{DE} = 0,5$ (relacionado com a taxa de mutação), conforme recomendado por Viana et al. (2007). O elemento com trinca e a respectiva profundidade foram considerados como variáveis de projeto, sendo os candidatos mostrados na Tab. 6.3 (possibilidades reduzidas de forma para dar agilidade ao processo). O procedimento de minimização foi realizado 5 vezes para evitar soluções de mínimo local.

Tabela 6.3 – Possíveis elementos e respectivas profundidades considerados no procedimento de minimização.

Elementos com trinca	Profundidades de trinca
Elementos de #5 a #11 (entre B_1 e D_1), de #14 a #21 (entre D_1 e D_2) e de #24 a #33 (entre D_2 e B_2).	Zero, 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30%, 35%, 40%, 45% e 50% em relação ao diâmetro do eixo.

6.3.1 Análise do CASO-1: Eixo SEM DANO

A Tab. 6.4 apresenta os resultados obtidos nas 5 vezes em que o processo de minimização foi realizado para o eixo sem trinca, juntamente com os respectivos valores da função objetivo (*Fitness*), DE_{OFNL} da Eq. (6.2). Note que em todos os casos a condição estrutural do rotor foi corretamente, e igualmente, identificada.

Tabela 6.4 – Resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados para o eixo sem trinca.

Processo	<i>Fitness</i>	Elemento	Profundidade [%]
1	0,0813643	#18	Zero
2	0,0813642	#18	Zero
3	0,0813645	#18	Zero
4	0,0813643	#18	Zero
5	0,0813644	#18	Zero

As Figs. 6.5 e 6.6 comparam as FFTs medidas na máquina rotativa³ sem dano pelos sensores S_{8X} e S_{28X} , respectivamente, com as determinadas ao final do processo 2 de identificação (Tab. 6.4). Nestas FFTs, apenas os picos associados à velocidade síncrona 1X e à força de diagnóstico podem ser observados, indicando a condição saudável do eixo (nenhum pico extra é encontrado no espectro, como os mostrados nas Figs. 6.3 e 6.4).

6.3.2 Análise do CASO-2: Elemento #20 com 20% de Profundidade

A Tab. 6.5 apresenta os resultados obtidos nas 5 vezes em que o processo de minimização foi realizado para o eixo com trinca no elemento #20 de profundidade igual a 20%, juntamente com os respectivos valores da função objetivo (*Fitness*). Novamente a condição estrutural do rotor foi corretamente identificada, mostrando a robustez da metodologia na presença de ruído.

Tabela 6.5 – Resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados para o eixo com trinca no elemento #20 de profundidade igual a 20%.

Processo	<i>Fitness</i>	Elemento	Profundidade [%]
1	0,0822508	#20	20
2	0,0822509	#20	20
3	0,0822505	#20	20
4	0,0822503	#20	20
5	0,0822504	#20	20

As Figs. 6.7 e 6.8 comparam as FFTs medidas na máquina rotativa com a trinca no elemento #20 e para a profundidade de 20%, pelos sensores S_{8X} e S_{28X} , respectivamente, com as FFTs determinadas ao final do processo 4 de identificação (Tab. 6.5). Comparando estas FFTs com as apresentadas pelas Figs. 6.5 e 6.6 nota-se o aparecimento de diferentes picos nos espectros (além das componentes superharmônicas 2X, 3X, etc), como resultado do efeito não linear introduzido pela trinca no rotor (variação da rigidez comandada pelo fenômeno de *breathing*). Além disso, como esperado, o processo de otimização reproduziu satisfatoriamente as FFTs obtidas diretamente através do modelo da máquina rotativa com dano (pequenas diferenças são observadas devido ao ruído, porém sem gerar prejuízos ao processo).

³ Logicamente, se tratando de uma avaliação numérica, tais respostas foram obtidas diretamente a partir do modelo matemático do rotor.

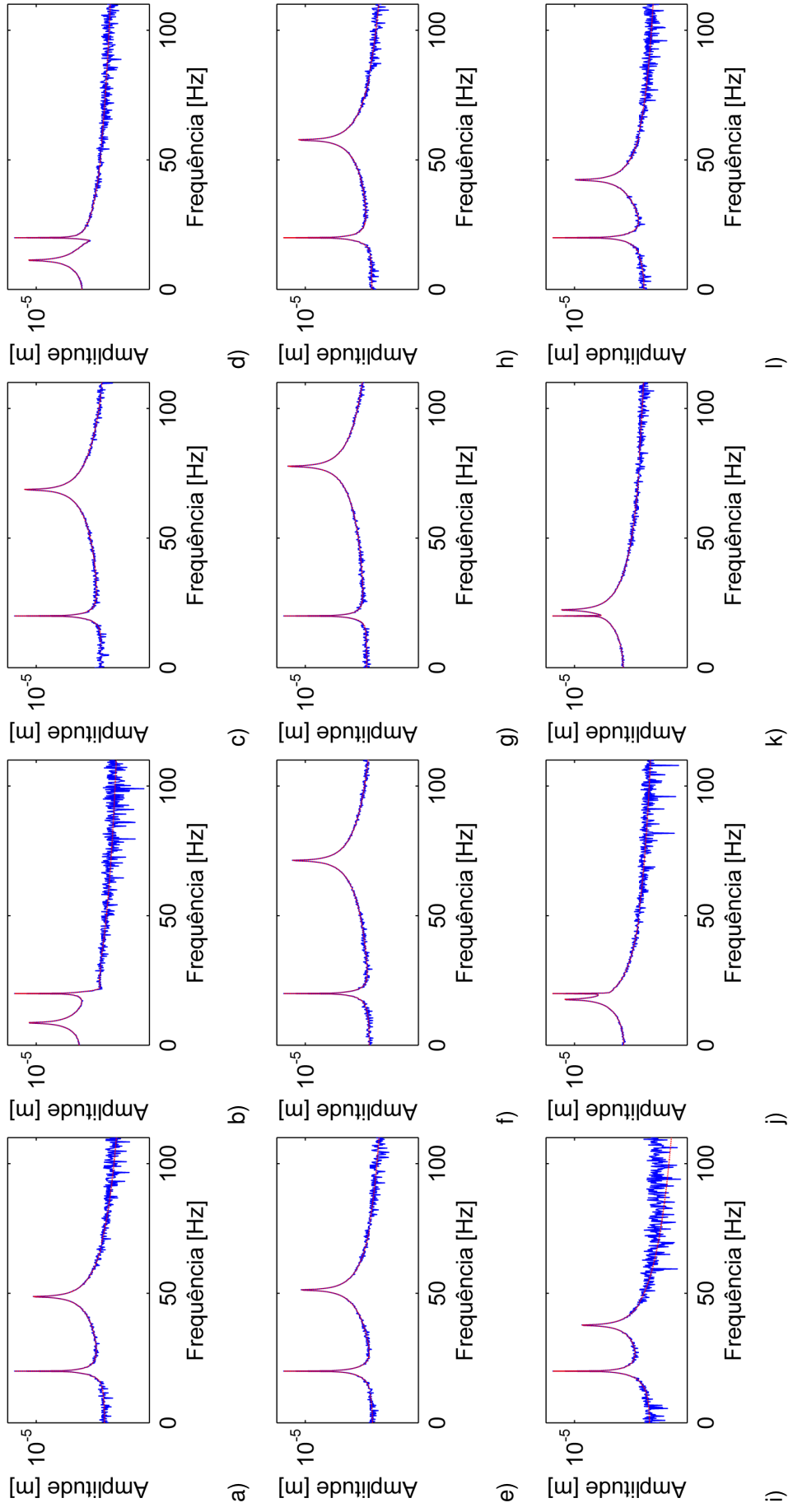


Figura 6.5 – Comparação das FFTs medidas pelo sensor S_{8x} na máquina rotativa sem dano (—) com as FFTs determinadas ao final do processo 2 de minimização (.....) : a) $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz; b) $\Omega_{diag} = 8,7$ Hz; c) $\Omega_{diag} = 68,7$ Hz; d) $\Omega_{diag} = 11,3$ Hz; e) $\Omega_{diag} = 51,3$ Hz; f) $\Omega_{diag} = 71,3$ Hz; g) $\Omega_{diag} = 77,7$ Hz; h) $\Omega_{diag} = 57,7$ Hz; i) $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz; j) $\Omega_{diag} = 17,7$ Hz; k) $\Omega_{diag} = 22,3$ Hz; l) $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz.

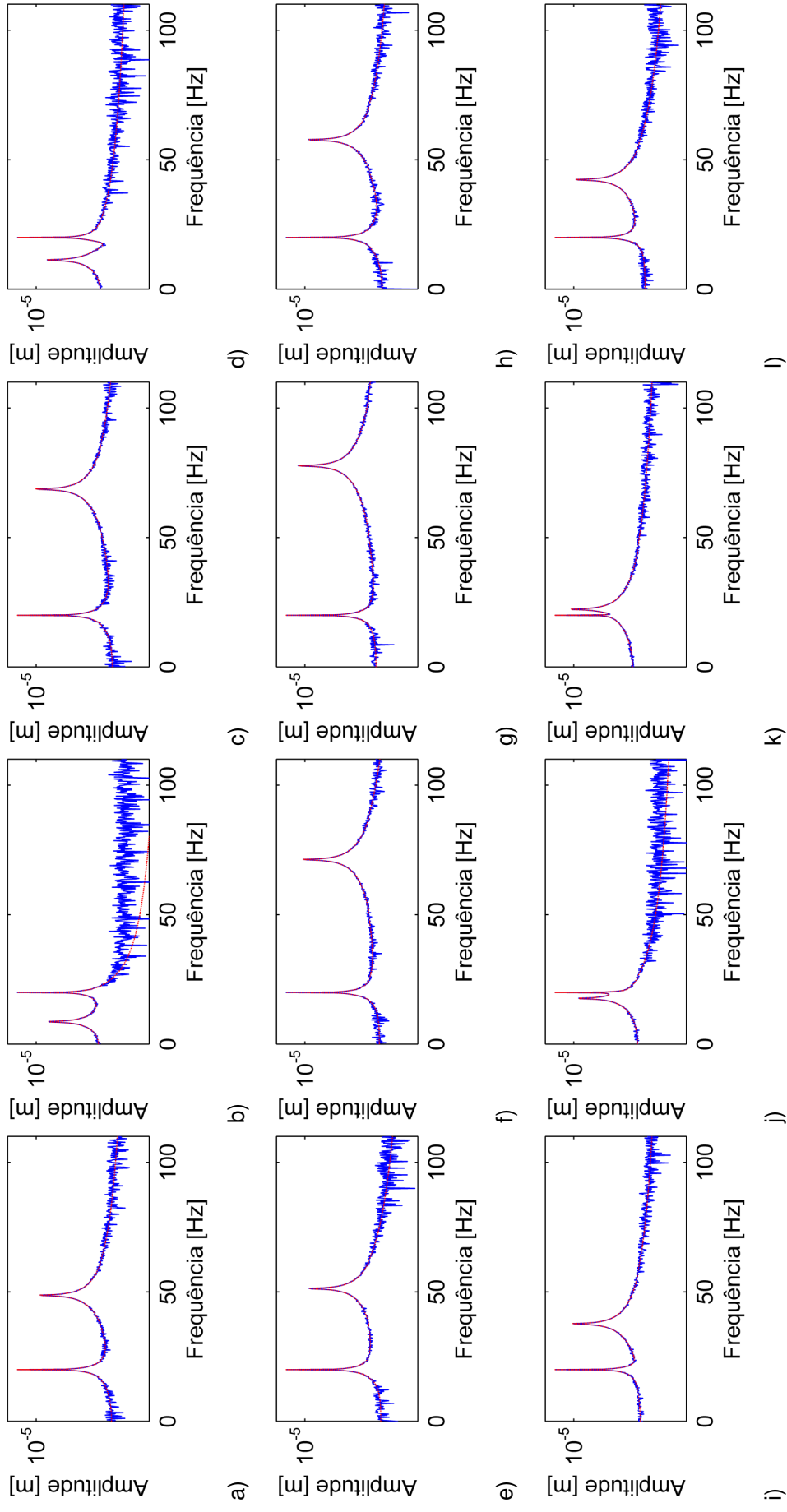


Figura 6.6 – Comparação das FFTs medidas pelo sensor $S_{28,X}$ na máquina rotativa sem dano (—) com as FFTs determinadas ao final do processo 2 de minimização (.....): a) $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz; b) $\Omega_{diag} = 8,7$ Hz; c) $\Omega_{diag} = 68,7$ Hz; d) $\Omega_{diag} = 51,3$ Hz; e) $\Omega_{diag} = 71,3$ Hz; f) $\Omega_{diag} = 77,7$ Hz; g) $\Omega_{diag} = 57,7$ Hz; h) $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz; i) $\Omega_{diag} = 17,7$ Hz; j) $\Omega_{diag} = 22,3$ Hz; k) $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz; l) $\Omega_{diag} = 71,3$ Hz.

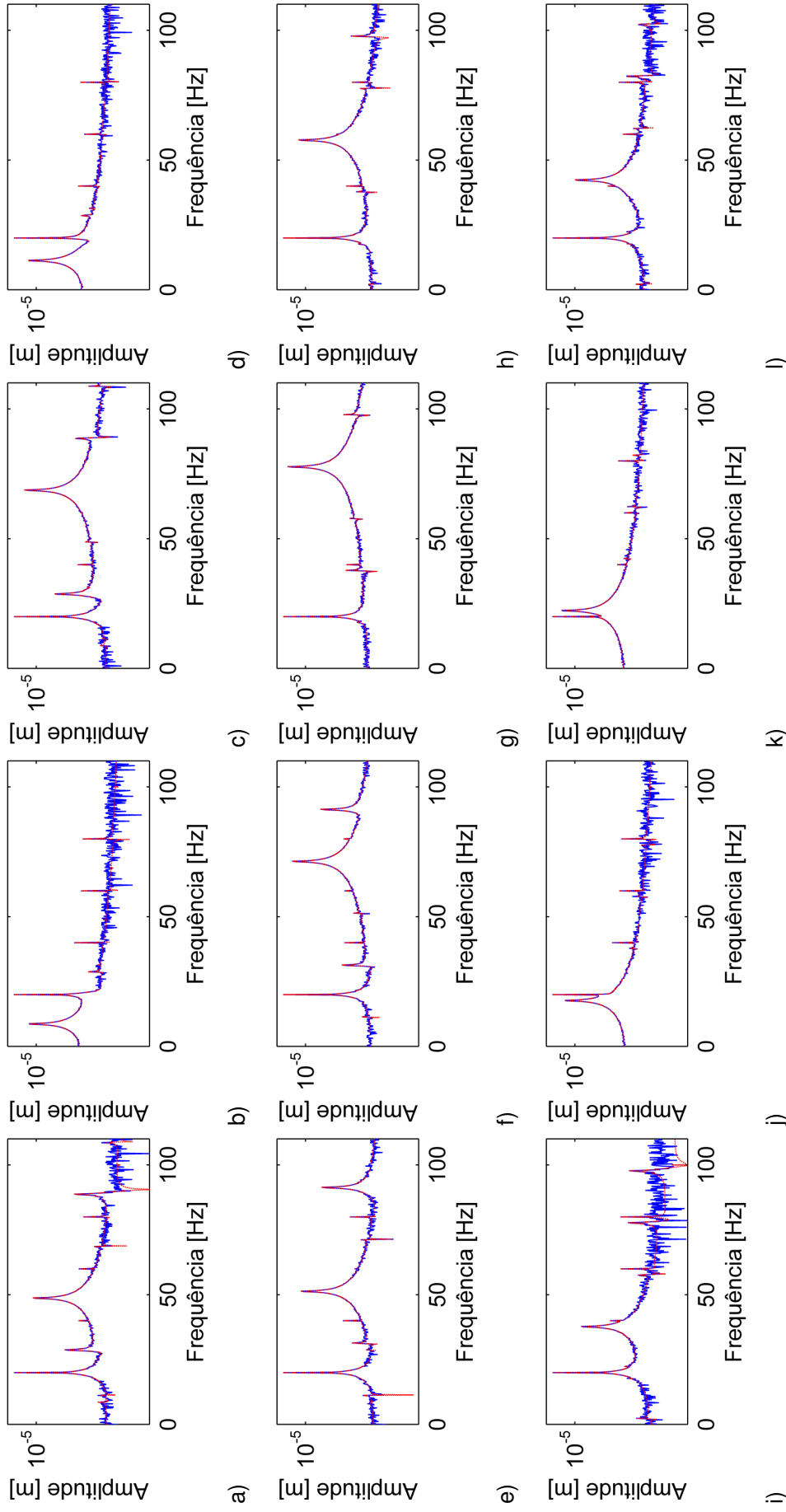


Figura 6.7 – Comparação das FFTs medidas pelo sensor S_{8X} na máquina rotativa sobre o CASO-2 (—) com as FFTs determinadas ao final do processo 4 de minimização (.....) : a) $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz; b) $\Omega_{diag} = 8,7$ Hz; c) $\Omega_{diag} = 68,7$ Hz; d) $\Omega_{diag} = 11,3$ Hz; e) $\Omega_{diag} = 51,3$ Hz; f) $\Omega_{diag} = 71,3$ Hz; g) $\Omega_{diag} = 77,7$ Hz; h) $\Omega_{diag} = 57,7$ Hz; i) $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz; j) $\Omega_{diag} = 17,7$ Hz; k) $\Omega_{diag} = 22,3$ Hz; l) $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz.

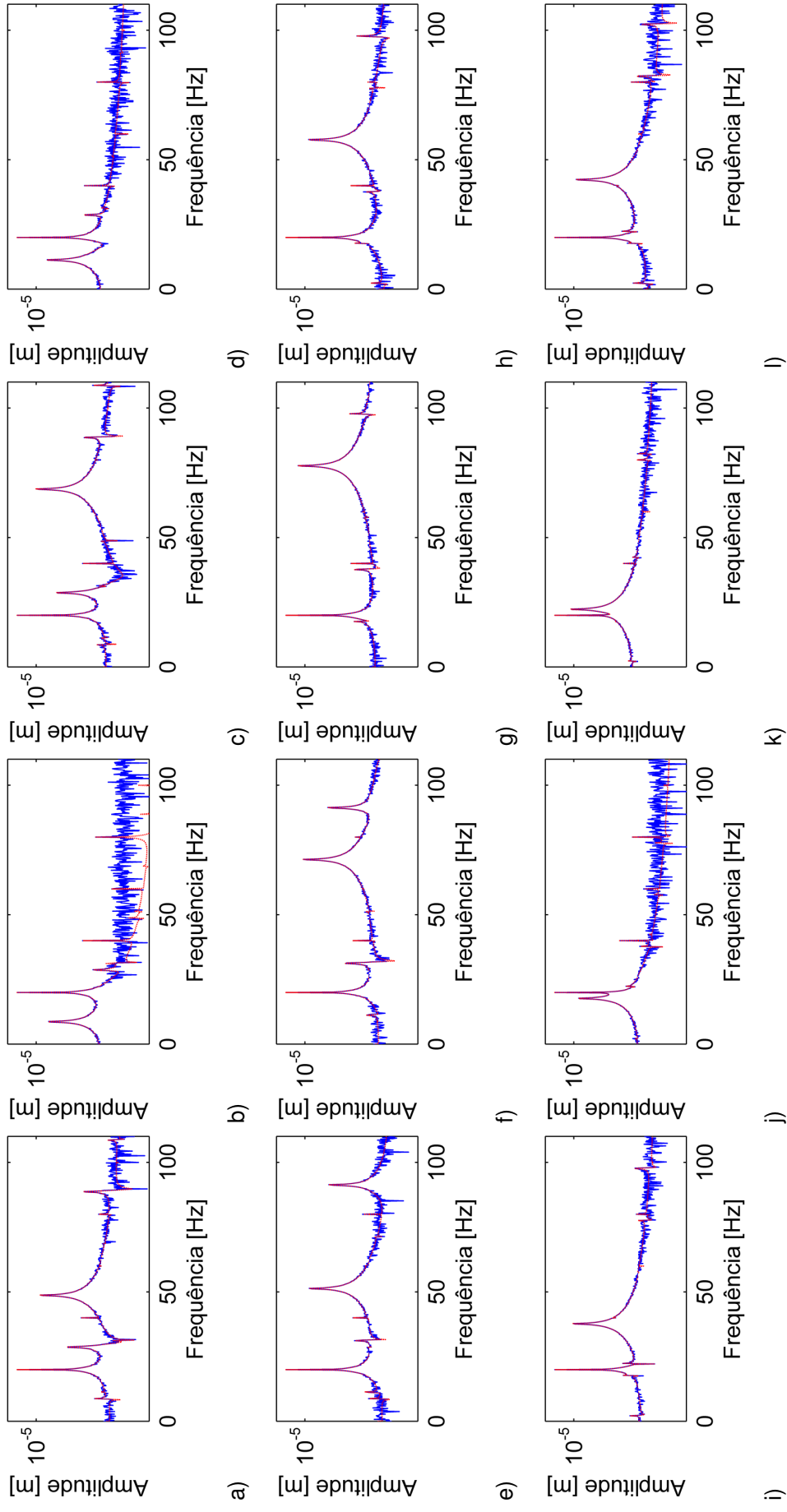


Figura 6.8 – Comparação das FFTs medidas pelo sensor $S_{28,X}$ na máquina rotativa sobre o CASO-2 (—) com as FFTs determinadas ao final do processo 4 de minimização (—): a) $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz; b) $\Omega_{diag} = 8,7$ Hz; c) $\Omega_{diag} = 68,7$ Hz; d) $\Omega_{diag} = 11,3$ Hz; e) $\Omega_{diag} = 51,3$ Hz; f) $\Omega_{diag} = 71,3$ Hz; g) $\Omega_{diag} = 77,7$ Hz; h) $\Omega_{diag} = 57,7$ Hz; i) $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz; j) $\Omega_{diag} = 17,7$ Hz; k) $\Omega_{diag} = 22,3$ Hz; l) $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz.

Na Fig. 6.9 é possível observar o efeito da aplicação das forças de diagnóstico no rotor. São apresentadas as respostas temporais do rotor (tempo total de simulação de 12 s com passos de 0,001 s), também medidas pelo sensor S_{8X} , sistema sem dano e com a trinca considerada nesta seção. Note que a aplicação da força de diagnóstico ($\Omega_{diag} = 48,7$ Hz) no rotor saudável praticamente não altera as curvas. No entanto, quando na condição de trinca, as respostas temporais do rotor se tornam discrepantes em certas regiões, efeito que leva aos mencionados picos de diagnóstico.

6.3.3 Análise do CASO-3: Elemento #20 com 10% de Profundidade

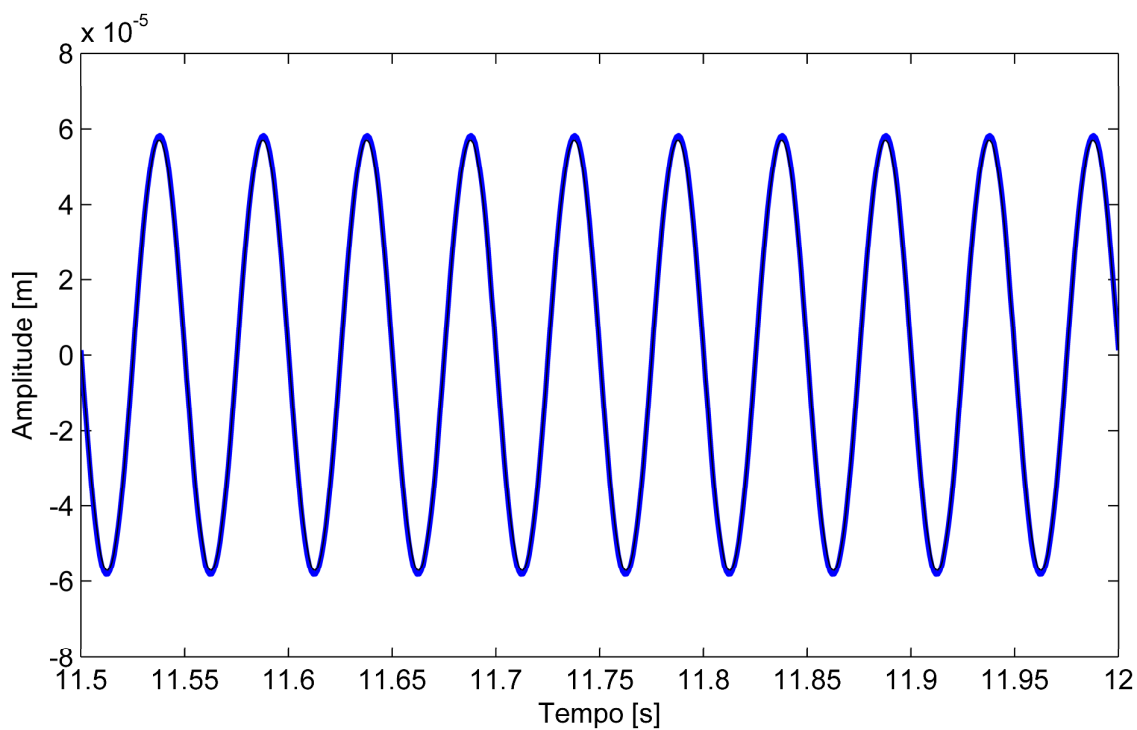
Neste caso, a metodologia foi testada para um trinca localizada na mesma posição que a apresentada na seção anterior (elemento #20), porém com 10% de profundidade (sendo menos severa). A Tab. 6.6 apresenta os resultados obtidos nas 5 vezes em que o processo de minimização foi realizado para este caso. Novamente, os respectivos valores da função objetivo (*Fitness*) são apresentados. Note que esta condição estrutural, menos severa, também foi identificada de forma satisfatória. As FFTs obtidas não serão apresentadas por retratarem de maneira similar o que foi mostrado nas Figs. 6.7 e 6.8.

Tabela 6.6 – Resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados para o eixo com trinca no elemento #20 de profundidade igual a 10%.

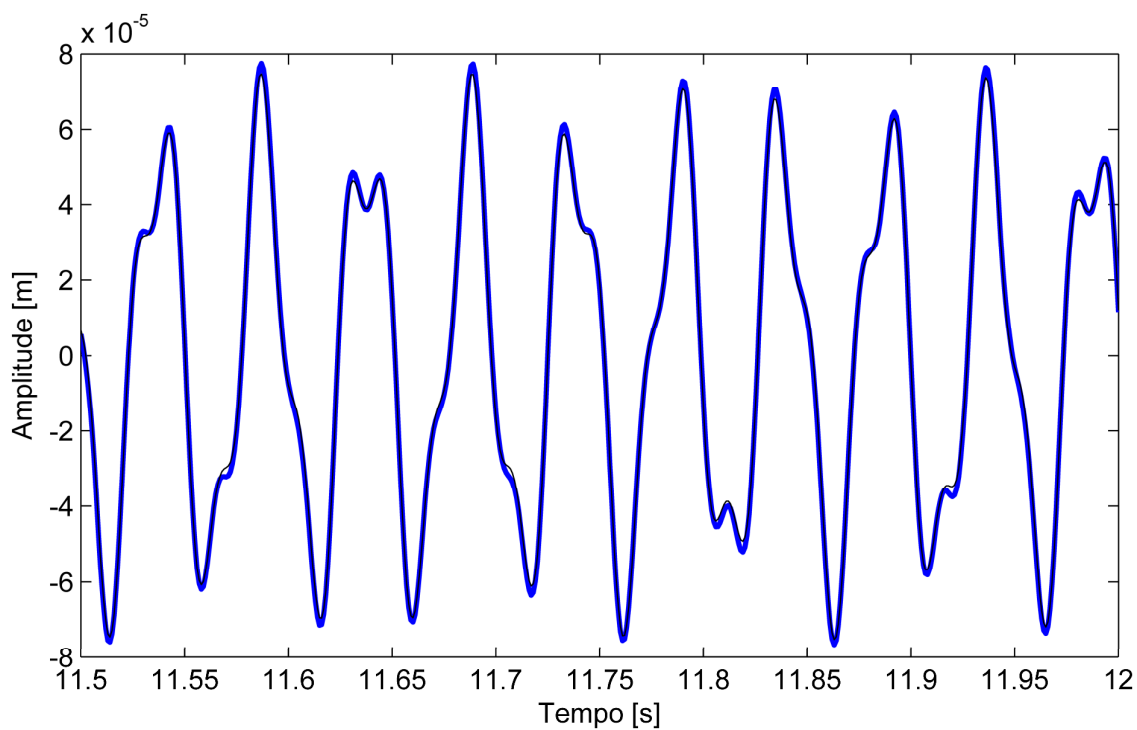
Processo	<i>Fitness</i>	Elemento	Profundidade [%]
1	0,0818713	#20	10
2	0,0818718	#20	10
3	0,0818717	#20	10
4	0,0818714	#20	10
5	0,0818719	#20	10

6.3.4 Análise do CASO-4: Elemento #10 com 20% de Profundidade

O quarto caso trata da identificação de uma trinca com 20% de profundidade, porém agora localizada no elemento #10. A Tab. 6.7 apresenta os resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados, onde em 4 deles a identificação mostrou ser bem sucedida. A partir dos valores do *Fitness*, é possível concluir que o processo 3 levou a uma solução de mínimo local (devido ao efeito do ruído). Isto mostra a importância, mesmo em avaliações numéricas, de efetuar a simulação dos processos de minimização mais de uma vez. Novamente as FFTs obtidas não serão apresentadas por retratarem de maneira similar o que já foi mostrado nas Figs. 6.7 e 6.8.



a)



b)

Figura 6.9 – Respostas temporais do rotor sem (—) e com trinca (—), obtidas pelo sensor S_{8X} : a) sem a aplicação da força de diagnóstico; b) com a aplicação da força de diagnóstico com $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz.

Tabela 6.7 – Resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados para o eixo com trinca no elemento #10 de profundidade igual a 20%.

Processo	<i>Fitness</i>	Elemento	Profundidade [%]
1	0,0816673	#10	20
2	0,0816674	#10	20
3	0,0874460	#9	25
4	0,0816675	#10	20
5	0,0816677	#10	20

6.3.5 Análise do CASO-5: Elemento #5 com 20% de Profundidade

Neste último caso, o rotor é afetado por uma trinca presente no elemento #5 (próximo ao mancal híbrido B_1) com 20% de profundidade. Como mostra a Tab. 6.8 (resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados), a técnica de SHM não foi capaz de identificar corretamente a posição e profundidade da trinca. Note que os resultados se mostram próximos aos verdadeiros, sendo bem sucedido em apenas dois dos processos (observe que o menor valor de *Fitness* é ainda obtido em outro processo). Esta proximidade, ou “acerto”, se deve a outros efeitos dinâmicos induzidos no sistema pela trinca (por exemplo, a mudança da amplitude na velocidade síncrona 1X), que não são associados às combinações de ressonância. Este fato é evidenciado nas FFTs apresentadas pelas Figs. 6.10 e 6.11 (FFTs medidas na máquina rotativa e determinadas ao final do processo 5 de minimização), onde os picos de diagnóstico não são visualizados em nenhum caso, mesmo com a presença da não linearidade. A trinca está localizada em uma região de baixa deflexão do eixo, o que torna a identificação muito mais difícil (limitação da metodologia proposta).

Tabela 6.8 – Resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados para o eixo com trinca no elemento #5 de profundidade igual a 20%.

Processo	<i>Fitness</i>	Elemento	Profundidade [%]
1	0,0823059	#5	10
2	0,0821716	#5	20
3	0,0823107	#6	10
4	0,0823417	#7	5
5	0,0823058	#5	10

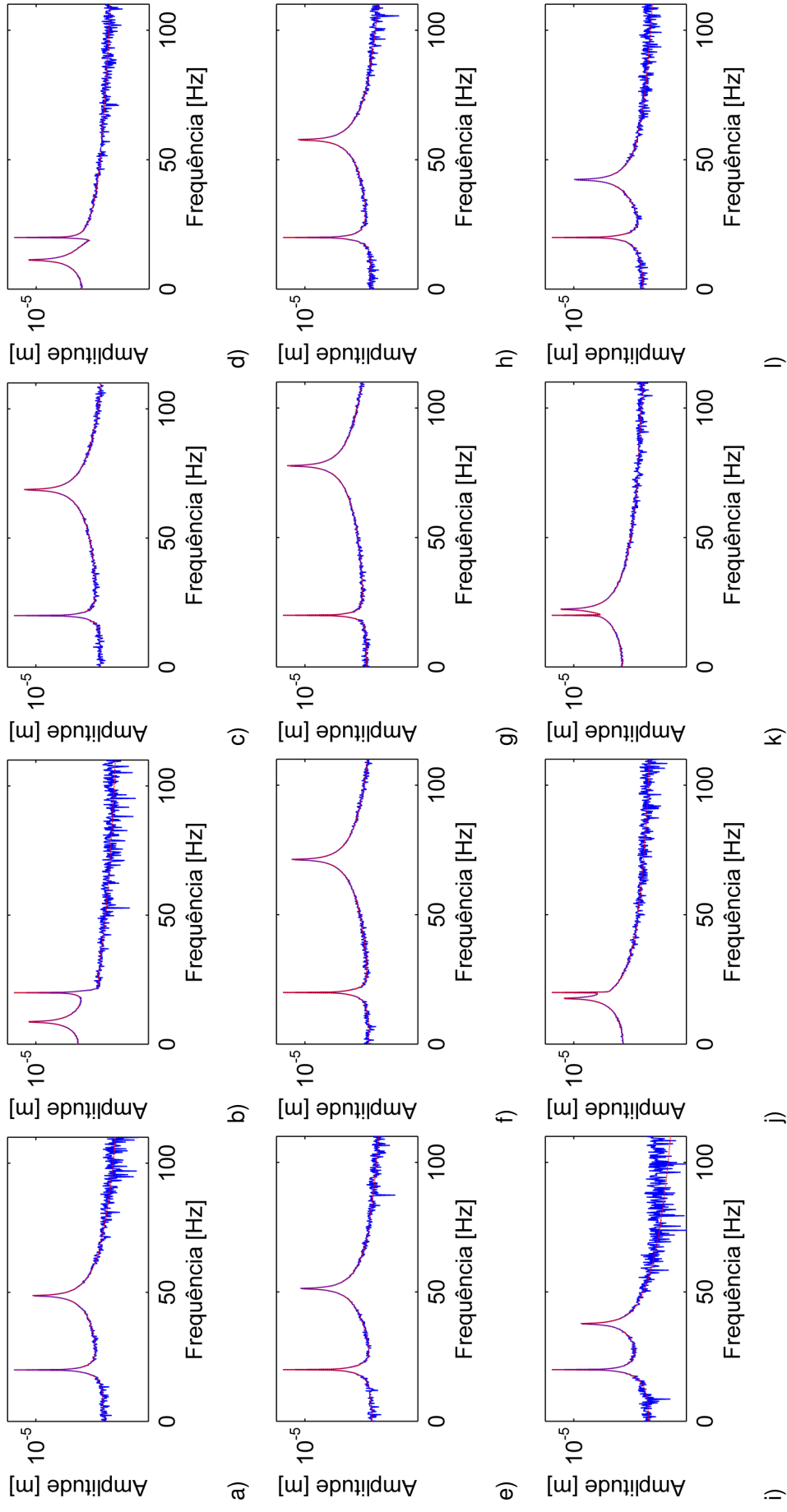


Figura 6.10 – Comparação das FFTs medidas pelo sensor S_{28X} na máquina rotativa sobre o CASO-5 de trinca (—) com as FFTs determinadas ao final do processo 5 de minimização (.....) : a) $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz; b) $\Omega_{diag} = 8,7$ Hz; c) $\Omega_{diag} = 68,7$ Hz; d) $\Omega_{diag} = 11,3$ Hz; e) $\Omega_{diag} = 51,3$ Hz; f) $\Omega_{diag} = 71,3$ Hz; g) $\Omega_{diag} = 57,7$ Hz; h) $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz; i) $\Omega_{diag} = 17,7$ Hz; j) $\Omega_{diag} = 22,3$ Hz; k) $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz; l) $\Omega_{diag} = 51,3$ Hz.

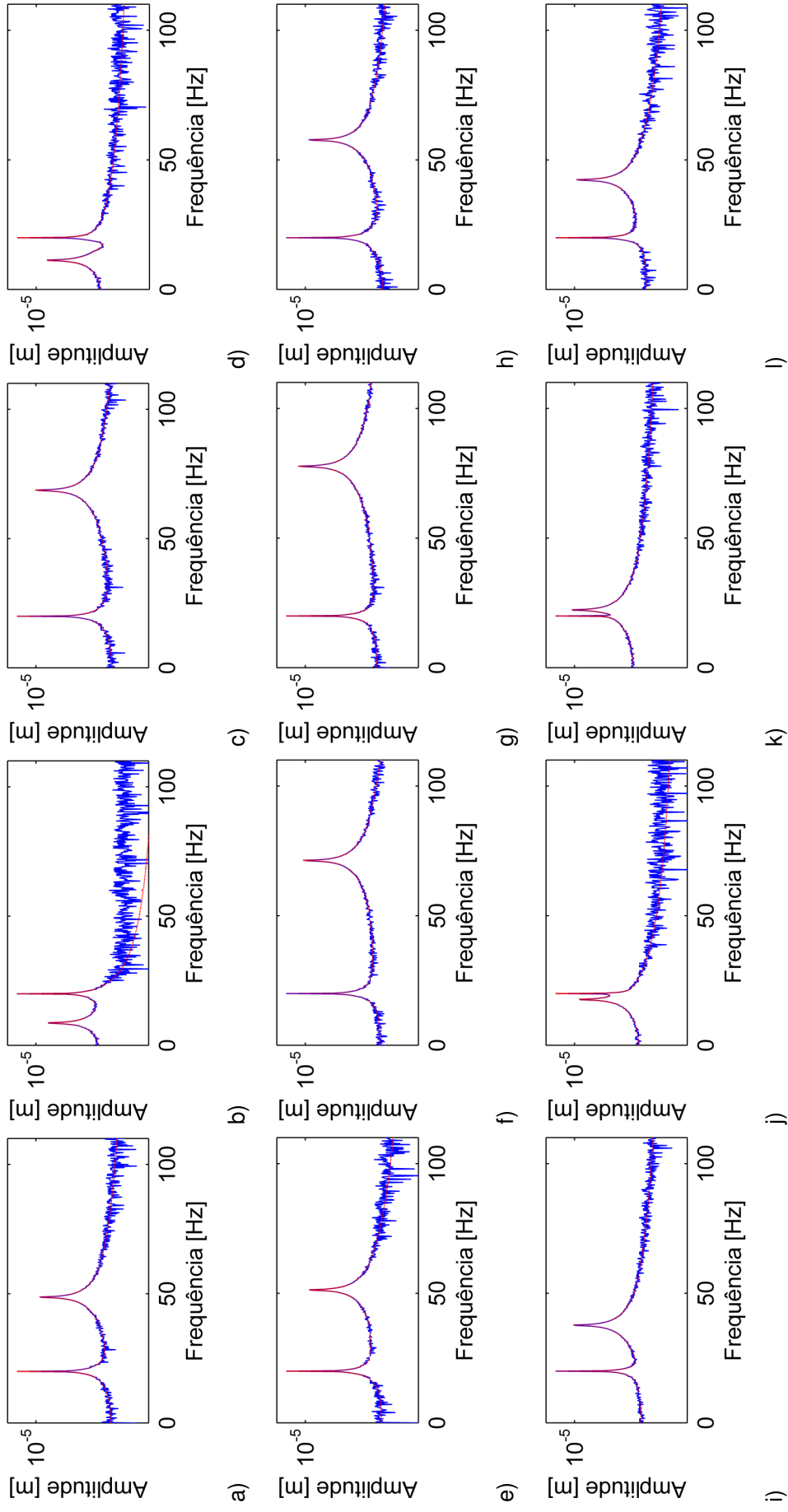


Figura 6.11 – Comparação das FFTs medidas pelo sensor S_{28X} na máquina rotativa sobre o CASO-5 de trinca (—) com as FFTs determinadas ao final do processo 5 de minimização (.....): a) $\Omega_{diag} = 48,7$ Hz; b) $\Omega_{diag} = 8,7$ Hz; c) $\Omega_{diag} = 68,7$ Hz; d) $\Omega_{diag} = 11,3$ Hz; e) $\Omega_{diag} = 51,3$ Hz; f) $\Omega_{diag} = 71,3$ Hz; g) $\Omega_{diag} = 77,7$ Hz; h) $\Omega_{diag} = 77,7$ Hz; i) $\Omega_{diag} = 57,7$ Hz; j) $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz; k) $\Omega_{diag} = 17,7$ Hz; l) $\Omega_{diag} = 22,3$ Hz.

Os resultados mostrados até aqui levam à validação numérica da metodologia de identificação de trincas transversais em eixos rotativos. Assim sendo, torna-se interessante mostrar os resultados experimentais obtidos a partir da mesma técnica de SHM. Isto é realizado na próxima seção, onde também é apresentada a adaptação realizada na bancada de testes (mostrada no Capítulo IV) para a aplicação da referida técnica. Apesar de ainda não se mostrarem satisfatórios, por razões que serão descritas ao longo do texto, alguns dos resultados incentivam a continuidade das pesquisas em torno da técnica de identificação aqui desenvolvida e validada numericamente.

6.4 Aplicação Experimental

A Fig. 6.12 apresenta a configuração da bancada de testes utilizada nos experimentos da técnica de identificação de trincas, numericamente validada nas seções precedentes deste Capítulo. Trata-se da mesma configuração de bancada cujo modelo de Elementos Finitos foi ajustado (modelo da Fig. 6.1), conforme os procedimentos descritos no Capítulo IV. Assim sendo, as posições dos sensores e dos discos, comprimento do eixo, posição dos mancais e detalhes acerca do processo de balanceamento, tudo segue o que foi mostrado até o momento.

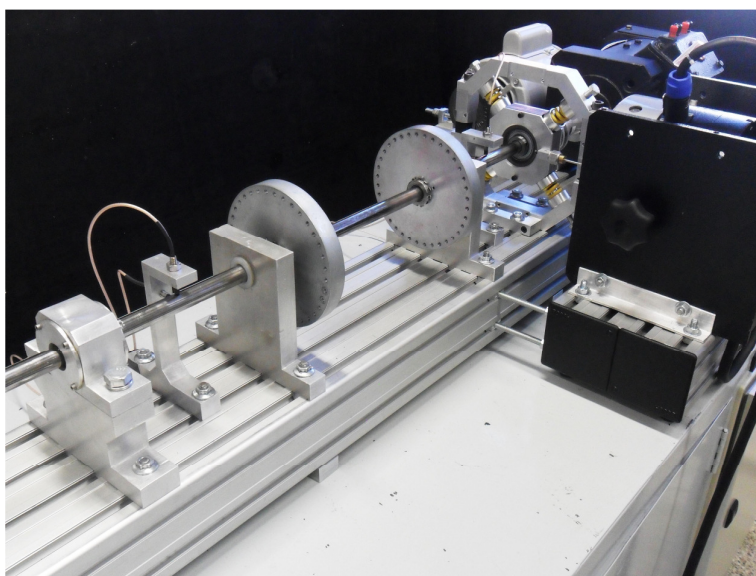


Figura 6.12 – Configuração da bancada de testes utilizada na aplicação da técnica de identificação de trincas (idêntica à Fig. 4.1).

Um excitador eletromecânico (*Brüel & Kjaer*® modelo 4824) foi montado lateralmente no sistema para possibilitar a aplicação das forças de diagnóstico no rotor, como mostrado na Fig. 6.12 (os atuadores eletromagnéticos do mancal híbrido não foram utilizados pelas razões já discutidas). Além disso, como pode ser observado pela Fig. 6.13, uma célula de carga (*PCB*® modelo 208C02) foi acoplada à haste do excitador eletromecânico com a finalidade de regular a amplitude da força de diagnóstico inserida. Note que um dispositivo de alumínio foi utilizado para o acoplamento entre a célula de carga e o corpo interno do mancal híbrido. A Fig. 6.13 revela ainda alguns detalhes da base construída para suportar o excitador eletromecânico (construída com o mesmo perfil de alumínio do rotor).

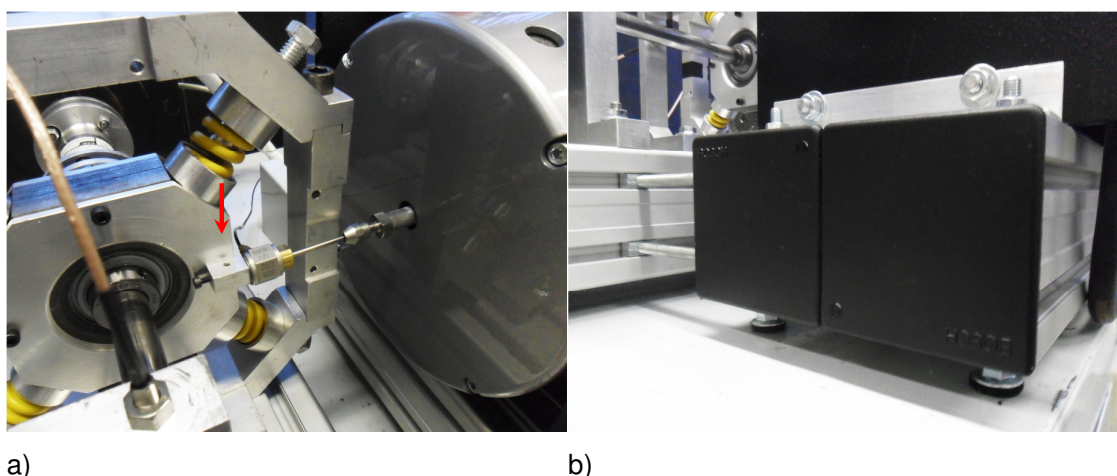


Figura 6.13 – Excitador eletromecânico conectado ao rotor: a) detalhes da célula de carga e dispositivo conector utilizados; b) base construída para suportar o excitador.

Duas condições estruturais foram analisadas, a saber, eixo sem dano e trincado, sendo realizado um corte transversal no eixo para simular a trinca. Para isto, um disco de 0,4 mm de espessura e 30 mm de diâmetro (específico para a usinagem de próteses dentárias) foi utilizado em conjunto com uma máquina de corte de alta rotação (equipamento que será mostrado na Fig. 7.11). O trabalho de usinagem resultou em uma “trinca” com aproximadamente 0,5 mm de espessura e 3,7 mm de profundidade (22% de profundidade em relação ao diâmetro do eixo), como é possível ser observado na Fig. 6.14. A posição da mesma em relação ao disco D_2 (50 mm de distância em relação à sua face; região delimitada pelos discos D_1 e D_2) também pode ser visualizada.

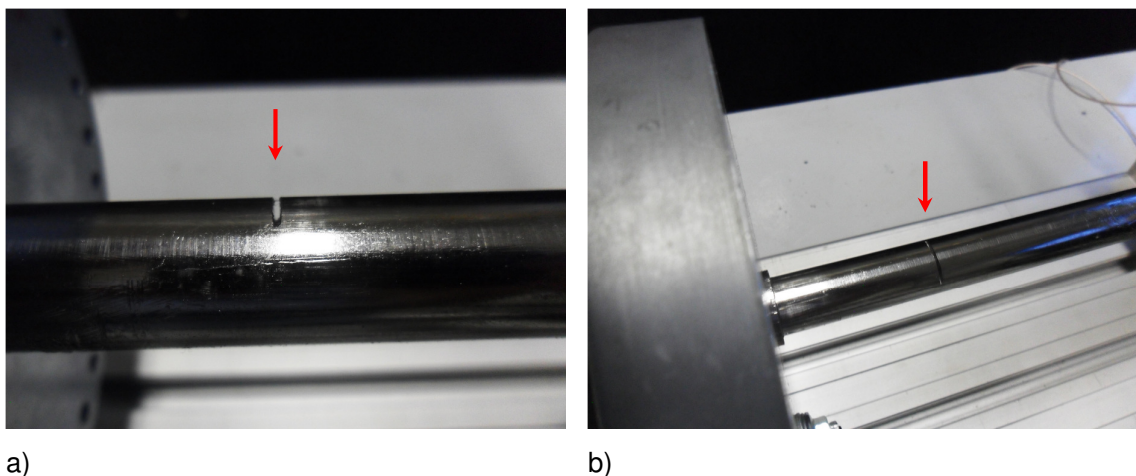


Figura 6.14 - Corte realizado a fim de simular uma trinca: a) profundidade e espessura do corte em detalhe; b) disposição final do corte realizado em relação ao eixo.

Claramente, a espessura do corte introduzido não condiz com trincas reais que surgem em rotores. No entanto, vários pesquisadores adotam este mesmo procedimento devido à dificuldade encontrada (custo de tempo) em nuclear e propagar trincas (BURBANO, 2005; SAWICKI; STOROZHEV; LEKKI, 2011). A fim de obter um corte menos espesso, e consequentemente com um comportamento dinâmico mais próximo a uma trinca real, se pensou em utilizar uma máquina de eletroerosão. No entanto, devido a uma dificuldade que será relatada no Capítulo VII (desmontagem do rotor), esta opção foi descartada.

A Fig. 6.15 mostra a FRF obtida diretamente na bancada de testes (rotor em repouso) para as condições estruturais mencionadas, aplicando impactos ao longo da direção vertical do disco D_2 (direção Z ; martelo de impacto *PCB*[®] modelo 086C01). Neste caso, os sinais de resposta foram medidos utilizando o sensor S_{8Z} (medições novamente realizadas através do analisador de sinais *Agilent*[®] modelo 35670A em uma faixa de aquisição de 0 a 200 Hz em passos de 0,25 Hz; 20 medidas realizadas para o cálculo da média). A FRF do eixo na condição de dano foi obtida com a “trinca” voltada para baixo (direção negativa do eixo Z). Também, a Fig. 6.15 mostra a FRF obtida através do modelo matemático construído contando com uma trinca da mesma profundidade do corte. Observe que a primeira frequência natural da bancada com dano e do modelo muito se aproximam, validando, até certo ponto, o modelo baseado na Mecânica da Fratura Linear que foi apresentado no Capítulo V. Note que diferenças maiores são observadas na frequência associada ao segundo modo de vibrar (o rotor opera em uma velocidade próxima da primeira frequência natural).

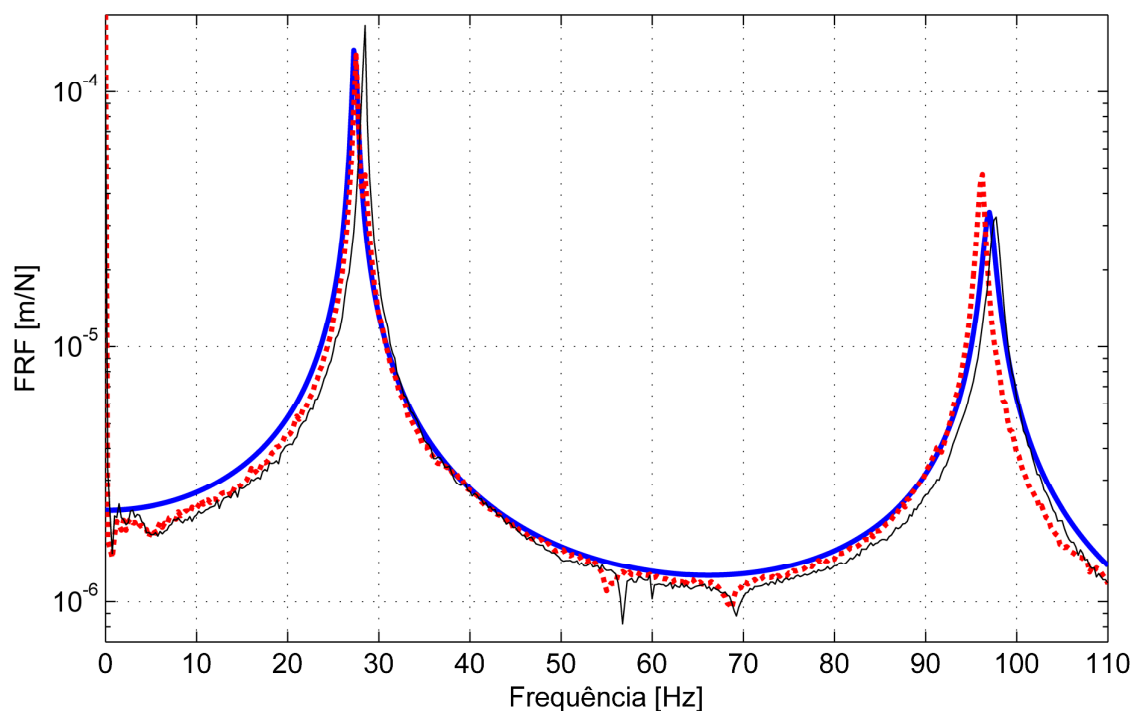


Figura 6.15 – FRFs obtidas para duas condições estruturais do rotor através de experimentos (..... com o corte) e do modelo matemático ajustado (— sem dano; — com trinca no elemento#19 com 22% de profundidade).

Nas avaliações das duas condições estruturais citadas, o rotor foi colocado para operar em 1200 rev/min com um desbalanceamento de 637,5 g.mm / -90° inserido no disco D_1 , da mesma forma com que foi apresentado nas avaliações numéricas. Assim, as frequências de diagnóstico Ω_{diag} utilizadas nesta aplicação experimental são as mesmas mostradas na Tab. 6.2 (escolhidas, inclusive, pelas mesmas razões). No entanto, devido a uma dificuldade de leitura dos sinais, identificado posteriormente, foram descartadas as frequências de 11,3 e 42,3 Hz, levando a um total de 10 frequências de diagnóstico utilizadas nas análises (20 FFTs participam do processo de busca, já que apenas dois sensores são utilizados⁴). Da mesma forma que nas simulações, a amplitude das forças de diagnóstico foi fixada em 25 N. A Fig. 6.16 mostra a resposta temporal do rotor em operação medida pelo sensor S_{8X} quando aplicada uma força de diagnóstico com frequência $\Omega_{diag} = 17,7$ Hz; rotor sem dano. Juntamente, é mostrada a resposta determinada pelo modelo matemático sobre as mesmas condições. Note a proximidade entre as curvas, o que evidencia mais uma vez a representatividade do modelo matemático em Elementos Finitos que foi ajustado no Capítulo IV.

⁴ Medidas realizadas através do analisador de sinais *Agilent*[®] modelo 35670A com ajustes similares aos utilizados para obter as FRFs.

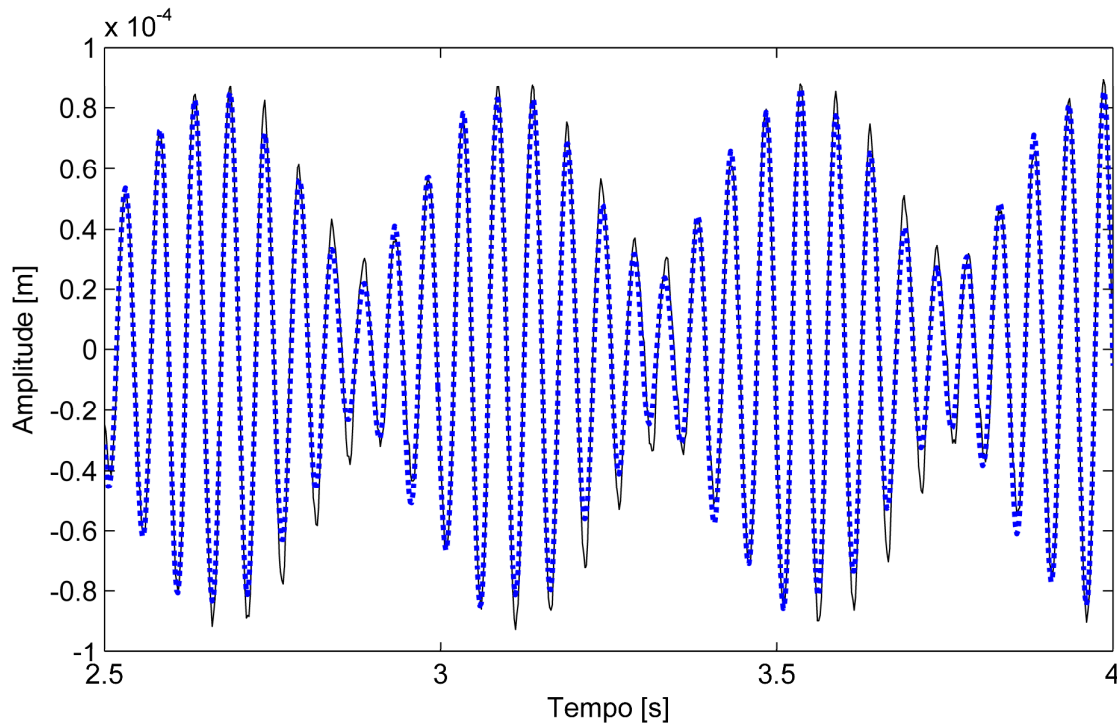


Figura 6.16 – Respostas temporais adquirida diretamente na bancada (—) e determinada pelo modelo matemático (.....) para o rotor operando em 1200 rev/min e desbalanceado em 437,5 g.mm / -90° no disco D_1 ; força de diagnóstico com frequência $\Omega_{diag} = 17,7$ Hz.

Assim sendo, a Tab. 6.9 apresenta os resultados obtidos nas 5 vezes em que o processo de minimização foi realizado para o eixo com o corte (trinca localizada no elemento #19 com 22% de profundidade, seguindo o modelo de Mayes para o *breathing*). Note que a técnica de SHM não pôde identificar corretamente a posição e profundidade da trinca (posição identificada a aproximadamente 90 mm da correta).

Tabela 6.9 – Resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados para o eixo com o corte localizado a 50 mm da face do disco D_2 .

Processo	<i>Fitness</i>	Elemento	Profundidade [%]
1	4,3440465	#24	50
2	4,3440467	#24	50
3	4,3868134	#24	45
4	4,3440463	#24	50
5	4,3440462	#24	50

Contudo, antes de fazer uma análise a respeito destes resultados, é necessário apresentar o que foi obtido para o sistema sem falha. Isto é feito na Tab. 6.10. Note que os resultados apontam uma trinca presente no elemento #18 com 50% de profundidade (resultado melhor que o apresentado na situação de dano), claramente sendo uma identificação incorreta.

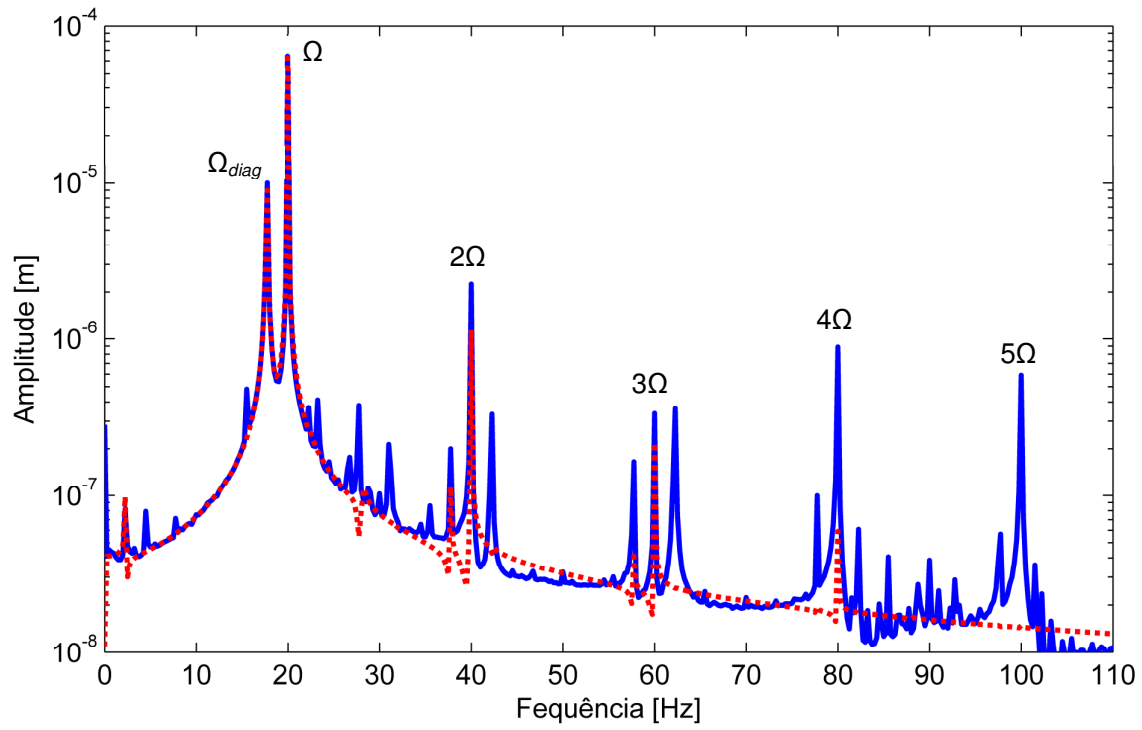
Tabela 6.10 – Resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados para o eixo sem dano.

Processo	<i>Fitness</i>	Elemento	Profundidade [%]
1	1,1119877	#18	50
2	1,1119879	#18	50
3	1,1119872	#18	50
4	1,1119872	#18	50
5	1,1119874	#18	50

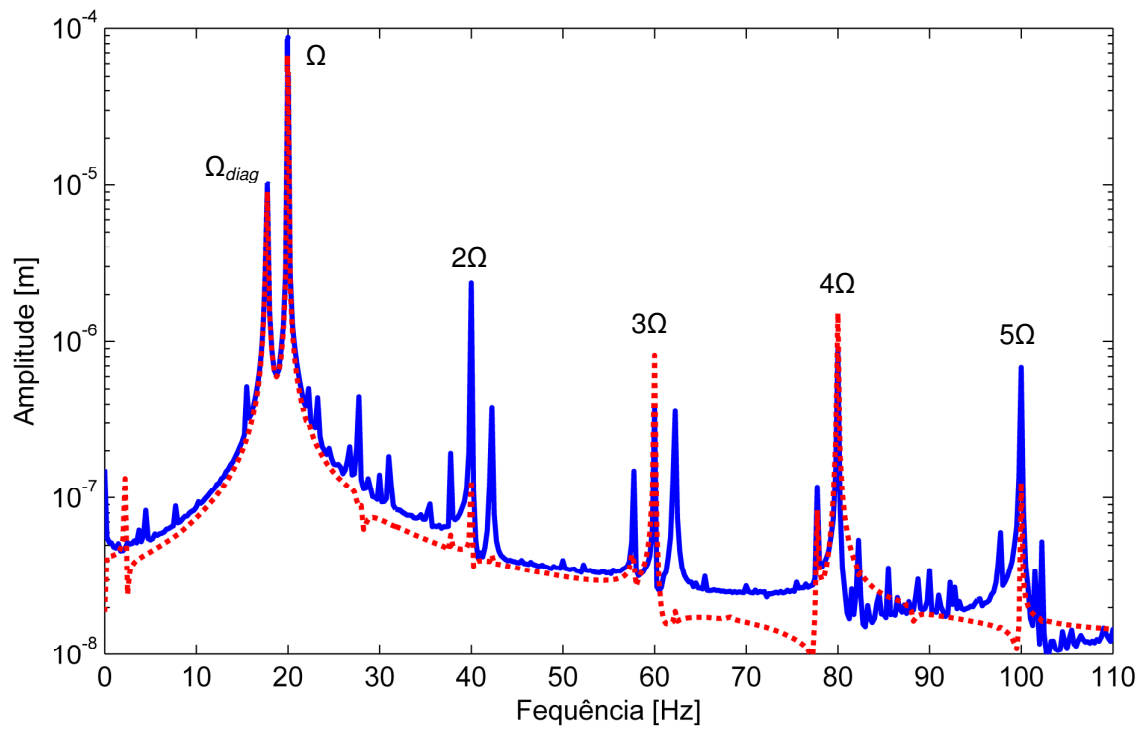
Analizando as respostas espectrais medidas e determinadas ao final dos processos de minimização (Fig. 6.17), é possível entender a fonte dos erros. Note que, diferentemente das FFTs apresentadas nas Figs. 6.5 e 6.6, a resposta espectral do rotor sem dano algum já apresenta picos utilizados como base de diagnóstico pelo processo de minimização (Fig. 6.17a; para as outras Ω_{diag} foram obtidos resultados similares). Estes picos surgem nos espectros por serem excitados pelas próprias frequências Ω_{diag} , ou seja, são outras não linearidades com comportamento próximo ao induzido pela trinca (corte) no eixo do rotor. Assim sendo, elas se combinam com a não linearidade criada pela trinca, levando à identificação incorreta, mesmo quando a trinca de fato está presente no rotor. Testes com diferentes níveis de força de desbalanceamento e diagnóstico foram realizados (637,5 g.mm / -90° e 50 N, 975 g.mm / -90° e 25 N, 975 g.mm / -90° e 50 N, respectivamente). Além disso, outros processos de minimização desconsideraram as frequências associadas às superharmônicas⁵ na função objetivo (nas FFTs). Mesmo assim, os resultados se mantiveram semelhantes.

Com o problema encontrado, pesquisas foram realizadas a fim de detectar a fonte destas outras não linearidades. Assim, chegou-se a conclusão de que o rolamento Y (*FRM*[®] modelo Y203V22) do mancal híbrido é o responsável pelos efeitos observados na Fig. 6.17. Trata-se de um rolamento de esferas com apenas uma carreira, sendo esta profunda (*single-row deep-groove ball bearing*; Fig. 6.18). Segundo Ishida e Yamamoto (2012) este

⁵ O desalinhamento, por exemplo, tem efeito sobre estas componentes.



a)



b)

Figura 6.17 – Comparação das FFTs medidas pelo sensor S_{28X} na máquina rotativa (—) com as FFTs determinadas ao final dos processos de minimização (.....) para $\Omega_{diag} = 17,7$ Hz: a) sem dano; b) com o corte.

rolamento possui uma determinada folga angular que, quando é alcançada, faz com que o dispositivo se comporte de maneira não linear (devido ao movimento de flexão do eixo). A rigidez axial desenvolvida no rolamento, que se reflete na rigidez à flexão do sistema, aumenta e diminui a medida com que o eixo gira, provocando um efeito similar à trinca (rigidez varia 2 vezes por rotação). Ainda segundo os autores, este mesmo efeito não é observado em rolamentos autocompensadores, caso do mancal B_2 da bancada de testes. Esta conclusão é reforçada pelos resultados obtidos por Sawicki; Storozhev; Lekki (2011), onde nenhum pico extra é observado nos espectros obtidos a partir um rotor sem dano quando aplicadas forças de diagnóstico para um rotor suportado por mancais magnéticos.



Figura 6.18 – Rolamento Y que faz parte do mancal híbrido da bancada de testes (B_1).

A junção dos efeitos provenientes das diferentes não linearidades provocou alterações nos espectros obtidos a partir de todas as frequências de diagnóstico. No entanto, como um estímulo para a continuidade das pesquisas acerca desta nova técnica de SHM, alguns dos picos de diagnóstico não foram afetados. Isto pode ser observado na Fig. 6.19, onde são comparados os picos gerados sobre a segunda velocidade de precessão direta (97,7 Hz) quando aplicada a força de diagnóstico com $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz (sensor $S_{28,X}$). Note que o pico da resposta do modelo com a trinca considerada é próximo ao obtido pela FFT do sinal medido no rotor com dano. O mesmo pico não é observado na FFT do sinal medido no rotor sem dano, com a aplicação da mesma força de diagnóstico. Com base nesta característica, resultados mais favoráveis puderam ser encontrados com os processos de otimização.

As Tabs. 6.11 e 6.12 mostram, respectivamente, os resultados obtidos para o eixo sem e com “trinca” (5 processos de minimização em cada). Estas análises consideraram apenas duas frequências de diagnóstico, $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz e $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz (onde foi possível

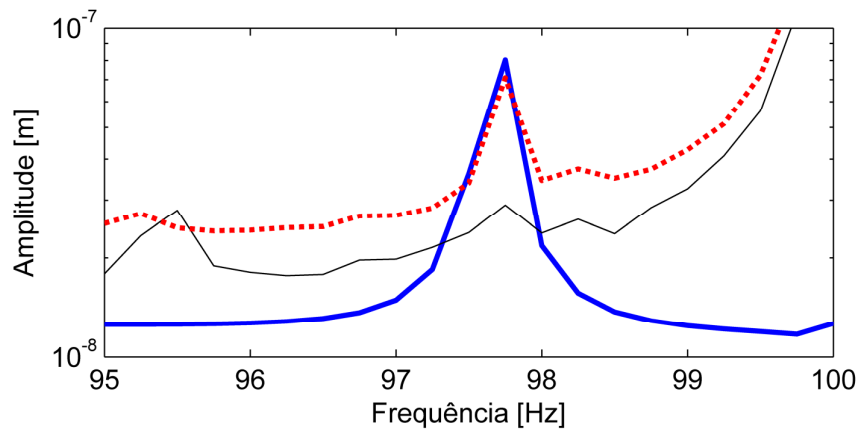


Figura 6.19 – Detalhe das FFTs medidas pelo sensor S_{28X} no rotor sem (—) e com dano (.....) sobre a aplicação da força de diagnóstico com $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz juntamente com a FFT gerada pelo modelo matemático (—).

Tabela 6.11 – Resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados para o eixo sem dano utilizando apenas $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz e $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz.

Processo	<i>Fitness</i>	Elemento	Profundidade [%]
1	1,1827774	#21	10
2	1,1827774	#21	10
3	1,1827777	#21	10
4	1,1827773	#21	10
5	1,1827772	#21	10

Tabela 6.12 – Resultados obtidos nos 5 processos de minimização realizados para o eixo com o corte utilizando apenas $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz e $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz.

Processo	<i>Fitness</i>	Elemento	Profundidade [%]
1	1,2016533	#18	25
2	1,2016538	#18	25
3	1,2016538	#18	25
4	1,2016538	#18	25
5	1,2016536	#18	25

detectar os picos correspondentes; Fig. 6.19). Além disso, o espaço de busca nas FFTs determinadas foi ainda mais reduzido, limitando-se a região próxima à segunda velocidade de precessão direta (de 97 Hz até 98 Hz) para $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz e a faixa de 102 Hz até 102,5 Hz para $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz. Note que os resultados são muito melhores que os mostrados nas Tabs. 6.9 e 6.10, principalmente no que diz respeito à identificação da profundidade da trin-

ca (corte localizado no elemento #19 com 22% de profundidade). Claro que o interesse das aplicações futuras não está em limitar o espaço de busca nas FFTs. Estes resultados apenas indicam o grande potencial desta técnica de SHM. A Fig. 6.20 apresenta as FFTs medidas e identificadas ao final dos melhores processos de otimização. Observe que os picos de diagnóstico foram identificados corretamente.

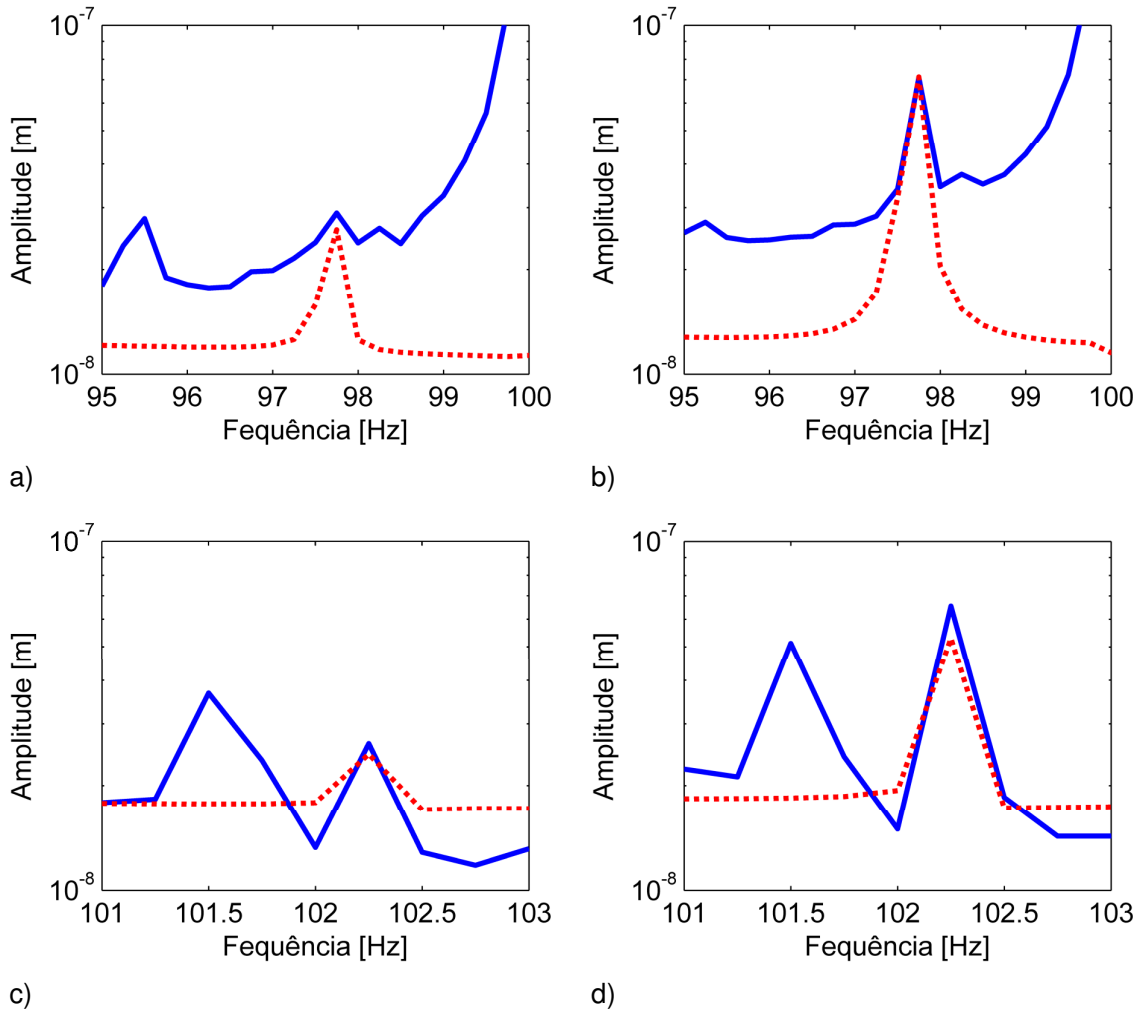


Figura 6.20 – Comparação das FFTs medidas pelo sensor S_{28X} na máquina rotativa (—) com as FFTs determinadas ao final dos melhores processos de minimização (.....) para as duas condições estruturais: a) $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz sem dano; b) $\Omega_{diag} = 37,7$ Hz com dano; c) $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz sem dano; d) $\Omega_{diag} = 42,3$ Hz com dano.

Assim, para minimizar os efeitos indesejados e obter êxito na aplicação experimental da técnica de SHM proposta neste Capítulo, um novo dispositivo foi projetado de forma a adaptar um rolamento autocompensador ao mancal híbrido (mesmo rolamento utilizado no

mancal B_2). Este dispositivo é apresentado na Fig. 6.21. Contudo, testes com esta nova configuração de bancada ainda não foram realizados. Esta aplicação está prevista para ser realizada em um futuro próximo.



Figura 6.21 – Dispositivo construído para a adaptação do rolamento autocompensador no mancal híbrido.

6.5 Conclusões Parciais

Apesar da etapa experimental ainda não apresentar um resultado completamente satisfatório, as aplicações numéricas desenvolvidas mostram que a técnica de SHM aqui proposta se configura como uma alternativa interessante para estimar a existência, posição e profundidade de trincas em máquinas rotativas. A alteração significativa das frequências naturais do rotor devido à presença de trincas apenas é observada em modos de vibrar mais altos. Na metodologia proposta isto não representa dificuldade, já que as forças de diagnóstico geram picos (chamados de picos de diagnóstico) na região dos primeiros modos de vibrar do sistema onde a banda de frequência está associada com uma alta energia de vibração.

Para sua utilização, a técnica requer modelos matemáticos representativos do rotor e da trinca (modelo não contempla os efeitos não lineares inerentes aos rolamentos; razão pela qual os resultados experimentais foram insatisfatórios). É importante ressaltar que os picos de diagnóstico observados nas FFTs dependem do comportamento não linear do *breathing*. Além disso, existe a necessidade de aplicar várias forças de diagnóstico no sistema (com frequências de combinação distintas), o que aumenta consideravelmente o tempo gasto em aplicações experimentais (reais). No entanto, pelo o que tudo indica, este mesmo pro-

cesso pode ser realizado com o equipamento em operação, minimizando a dificuldade. As amplitudes das forças de diagnóstico podem ser ajustadas a fim de manter o rotor em uma condição segura de funcionamento, desencorajando uma possível propagação acelerada da trinca devido à introdução das forças externas (que colocam o sistema em uma condição de ressonância).

Como visto, uma desvantagem da metodologia é a impossibilidade de identificação de trincas transversais presentes em regiões onde o eixo apresenta baixa deflexão (este não é um problema para a técnica de SHM que será mostrada no Capítulo VII). Apesar de apenas uma velocidade de rotação ter sido avaliada, testes indicam que a metodologia é capaz de identificar trincas independentemente da velocidade do rotor. Cavalini Jr et al. (2013) mostra uma análise numérica similar para trincas transversais em vigas, onde esta mesma técnica de SHM é testada em várias frequências de excitação diferentes, apresentando resultados satisfatórios em todos os testes.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO VII

Deteção de Trincas Transversais com Base no Método da Impedância Eletromecânica

Este Capítulo trata da detecção de trincas transversais em eixos rotativos através do método da Impedância Eletromecânica¹. Na primeira seção esta técnica de SHM é contextualizada de uma forma mais abrangente, sendo apresentadas suas particularidades e algumas das métricas de dano (importantes para a utilização prática da técnica). O Capítulo segue com a descrição detalhada do problema que envolve sua aplicação em sistemas mecânicos solicitados dinamicamente. Além disso, são mostrados os procedimentos de usinagem e colagem necessários para a fixação das pastilhas de PZT no eixo. O mesmo é realizado acerca do dispositivo utilizado na transferência dos sinais do referencial rotativo para o fixo e vice-versa. O texto é encerrado com a aplicação desta técnica de SHM na bancada apresentada no Capítulo IV sobre três condições de falha, tanto para o rotor em repouso como em operação (o objetivo é detectar trincas incipientes com o sistema operando em condições normais de trabalho).

Os resultados que serão apresentados neste Capítulo são fruto da vasta experiência da equipe de trabalho do LMEst na detecção de danos utilizando o método da Impedância Eletromecânica. Com base nesta técnica de SHM, trabalhos de mestrado e doutorado foram concluídos (MOURA Jr, 2008; TSURUTA, 2008; PALOMINO, 2008; PALOMINO, 2012), além de um projeto de desenvolvimento tecnológico e industrial realizado em parceria com uma grande empresa do setor aeronáutico. Deve-se destacar que as pesquisas com esta técnica de SHM realizadas hoje pelo LMEst foram iniciadas pelo Prof. Dr. Valder Steffen Jr em 1999, durante seu pós-doutoramento na *Virginia Polytechnic Institute (Virginia Tech)* juntamente com o Prof. Dr. Daniel J. Inman (especialista na utilização deste método para a detecção de danos estruturais visando aplicações aeronáuticas e aeroespaciais).

¹ Esta técnica de SHM é de caráter inédito em máquinas rotativas.

Neste contexto, afirma-se novamente que apesar da detecção de trincas incipientes em sistemas rotativos (em operação) ser um dos problemas mais desafiadores da atualidade (considerando aqueles encontrados na área de dinâmica de rotação), os resultados deste Capítulo mostram que um passo importante foi dado para sua solução.

7.1 Método da Impedância Eletromecânica

O monitoramento da integridade estrutural de sistemas mecânicos baseado no método da Impedância Eletromecânica utiliza pequenos transdutores piezelétricos acoplados na estrutura a fim de monitorar mudanças de rigidez, amortecimento e/ou massa. As cerâmicas piezelétricas (PZTs) apresentam uma relação aproximadamente linear entre o campo elétrico e a deformação (para baixas intensidades do campo elétrico). Sendo assim, grande parte das aplicações práticas é restrita a leis lineares (MOURA Jr, 2008). Equações constitutivas lineares e não lineares envolvendo as pastilhas de PZT podem ser encontradas no *176-1987 – IEEE Standard on Piezoelectricity* (1988).

Devido à dificuldade em se obter a impedância mecânica da estrutura, no método da Impedância Eletromecânica mede-se primeiramente a impedância elétrica do sensor PZT. Supondo que suas propriedades não variam ao longo do tempo, mudanças na impedância elétrica estarão relacionadas diretamente com alterações na impedância mecânica, que por sua vez é afetada pela presença de danos (fenômeno comprovado pela Eq. (7.2)). A impedância mecânica (Z_m) e impedância elétrica do sensor PZT (Z_e) são dadas pela Eq. (7.1).

$$\begin{aligned} Z_m &= \frac{F(\omega)}{\dot{q}(\omega)} \\ Z_e &= \frac{V(\omega)}{I(\omega)} \end{aligned} \quad (7.1)$$

sendo F a força e $\dot{q}$ a velocidade; V e I são a tensão e a corrente elétrica, respectivamente; todas estas grandezas aparecem em função da frequência ω .

O modelo eletromecânico que descreve o processo de medição da assinatura de impedância elétrica é mostrado na Fig. 7.1. Com base neste sistema, Liang; Sun; Rogers (1994) demonstraram que a admitância $Y_a(\omega)$ do atuador de PZT pode ser descrita como uma função combinada da impedância mecânica do próprio atuador $Z_{ma}(\omega)$ e a da estrutura $Z_{me}(\omega)$, sendo:

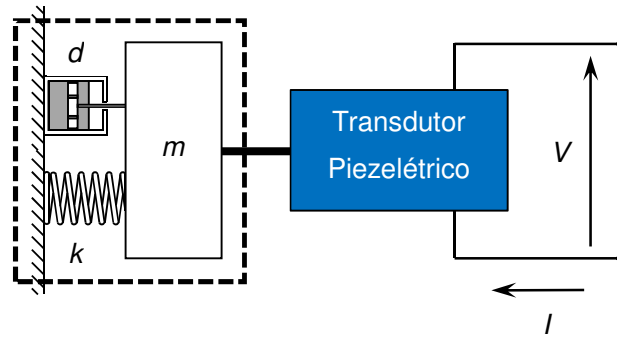


Figura 7.1 – Modelo eletromecânico que descreve o processo de medição da assinatura de impedância.

$$Y_a(\omega) = \frac{I_a(\omega)}{V_a(\omega)} = I(\omega) \omega a \left\{ \bar{\epsilon}_{33}^T [1 - I(\omega) \delta] - \frac{Z_{ma}(\omega)}{Z_{ma}(\omega) - Z_{me}(\omega)} d_{3x}^2 \hat{Y}_{xx}^E \right\} \quad (7.2)$$

onde $\bar{\epsilon}_{33}^T$ é a constante dielétrica complexa do PZT, $\hat{Y}_{xx}^E$ é o módulo complexo de Young do PZT com campo elétrico nulo, V_a é a tensão de entrada no atuador PZT, I_a é a corrente de saída, a é uma constante geométrica do PZT, d_{3x} é a constante de acoplamento piezelétrico com deformação nula e δ é o fator de perda dielétrica.

Como mostra a Eq. (7.2), a impedância é uma função complexa da frequência que possui parte real e parte imaginária. A literatura específica menciona que a parte real das assinaturas de impedância é mais sensível às alterações estruturais, ou seja, é a mais indicada para a detecção de danos (PARK et al., 1999).

Extensivamente aplicado nos mais diversos tipos de estruturas, em particular nas estruturas aeronáuticas, o método da Impedância Eletromecânica opera em altas frequências (geralmente acima de 30 kHz) e possui uma boa sensibilidade a danos incipientes (INMAN et al., 2005). Como mencionado, sua aquisição é feita com o auxílio de um analisador de impedância. No entanto, a detecção e a avaliação da integridade estrutural são realizadas com base na comparação entre assinaturas de impedância medidas antes e após a ocorrência de um possível dano. A comparação visual não é suficiente, sendo necessário o emprego de critérios quantitativos. Neste sentido, definem-se as chamadas métricas de dano, que são parâmetros escalares capazes de representar numericamente a diferença entre duas medições. Dentre as métricas de dano, destacam-se: a raiz da média quadrada (valor *RMS*) o desvio médio da raiz quadrada (*RMSD*), métricas envolvendo modificações do *RMSD*, e o desvio do coeficiente de correlação. As definições das métricas de dano dadas a seguir têm como base os trabalhos de Palomino (2008) e Palomino (2012).

Como primeira métrica de dano, a Eq. (7.3) define a conhecida raiz da média quadrada (valor *RMS*).

$$RMS = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{[\text{Re}(Z_{1i}) - \text{Re}(Z_{2i})]^2}{n} \right\}^{1/2} \quad (7.3)$$

sendo $\text{Re}(Z_{1i})$ a parte real da assinatura de impedância do sistema sem dano (valor de referência; *Baseline*) e $\text{Re}(Z_{2i})$ a parte real da assinatura de impedância do sistema em uma condição estrutural desconhecida; n é o número de pontos (vetor de frequência adquirido) do sinal de impedância ($i = 1, 2, \dots, n$).

A métrica de dano mais utilizada em aplicações do método da Impedância Eletromecânica é o desvio médio da raiz quadrada (*RMSD*), sendo sua forma dada pela Eq. (7.4). Esta métrica não é afetada qualitativamente quando aplicada em assinaturas de impedância medidas a partir de diferentes pastilhas de PZT (níveis de amplitude distintos).

$$RMSD = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{[\text{Re}(Z_{1i}) - \text{Re}(Z_{2i})]^2}{\text{Re}(Z_{1i})^2} \right\}^{1/2} \quad (7.4)$$

Giurgiutiu e Rogers (1998) alteraram a *RMSD* separando a somatória, tornando-a independente no numerador e denominador. Esta métrica de dano, denominada aqui por *RMSD₁*, é mostrada na Eq. (7.5).

$$RMSD_1 = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n [\text{Re}(Z_{1i}) - \text{Re}(Z_{2i})]^2}{\sum_{i=1}^n \text{Re}(Z_{1i})^2} \right\}^{1/2} \quad (7.5)$$

Peairs (2006) apresenta outra modificação no desvio médio da raiz quadrada, levando à métrica de dano *RMSD₂*. Nesta métrica, os efeitos decorrentes de pequenas variações de temperatura, resistência elétrica dos cabos de conexão ou carregamentos, são minimizados (*shift*² em sinais de impedância obtidos sobre as mesmas condições em períodos distintos).

² Mudança da amplitude ou frequência de toda a assinatura de impedância, mantendo a forma da curva original (picos e vales).

$$RMSD_2 = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\left[(\text{Re}(Z_{1i}) - \text{Re}(\bar{Z}_{1i})) - (\text{Re}(Z_{2i}) - \text{Re}(\bar{Z}_{2i})) \right]^2}{n} \right\}^{1/2} \quad (7.6)$$

onde $\bar{Z}_{1i}$ e $\bar{Z}_{2i}$ são as médias das assinaturas de impedância obtidas para as duas condições analisadas (média de todos os pontos i adquiridos de um único sinal).

Peairs (2006) vai além e apresenta uma nova definição para o índice *RMSD* (Eq. (7.7)), o qual conta com o desvio padrão das medições realizadas (calculado para cada ponto i de interesse). Como será observado, o sinal de impedância utilizado nas métricas de dano são na realidade médias de muitos outros sinais adquiridos. Assim, S_{Z1i} representa o desvio padrão (ponto a ponto) destas várias assinaturas medidas para o sistema, na condição sem falha. Desta forma, a métrica torna-se pouco sensível a alterações do ambiente.

$$RMSD_3 = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\left[\text{Re}(\bar{Z}_{1i}) - \text{Re}(Z_{2i}) \right]^2}{n S_{Z1i}^2} \right\}^{1/2} \quad (7.7)$$

A métrica de dano chamada de desvio do coeficiente de correlação, *CCD*, é usada para interpretar e quantificar a informação contida em dois conjuntos de dados. A formulação matemática desta métrica é dada pela diferença entre o escalar 1 e o coeficiente de correlação *CC*, obtido a partir das assinaturas de uma medição qualquer e de uma medição de referência (GIURGIUTIU; ZAGRAI, 2005). Quanto maior for o coeficiente de correlação *CC*, menor será o desvio *CCD* e menor a chance do sistema conter dano.

$$CCD = 1 - CC = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\left[\text{Re}(Z_{1i}) - \text{Re}(\bar{Z}_{1i}) \right] - \left[\text{Re}(Z_{2i}) - \text{Re}(\bar{Z}_{2i}) \right]}{S_{Z1} S_{Z2}} \quad (7.8)$$

sendo que S_{Z1} é o desvio padrão do sinal de impedância de referência obtido (*Baseline*) e S_{Z2} é o desvio padrão do sinal de impedância do sistema na condição estrutural desconhecida (desvio da média dos vários sinais adquiridos, diferente do utilizado na Eq. (7.7)).

Claramente, existem outras métricas de dano disponíveis na literatura (PALOMINO, 2008). No entanto, somente as descritas anteriormente serão utilizadas nas aplicações deste Capítulo. Como se trata de testes inéditos no contexto deste trabalho, a utilização de várias métricas de dano é aconselhada a fim de obter uma metodologia mais confiável. Não apenas para a detecção de trincas incipientes em máquinas rotativas, o método da Impe-

dância Eletromecânica tem a desvantagem de ser sensível ao ruído e a variações das condições ambientais, como diferenças de pressão (de menor influência) e temperatura. Desta forma, para ser utilizada, esta técnica de SHM ainda exige várias precauções (monitoramento constante das condições ambientais e de operação do sistema).

Recomenda-se a leitura das referências Park et al. (2003) e Inman et al. (2005) para um melhor entendimento acerca das particularidades que envolvem a técnica de SHM baseada na Impedância Eletromecânica.

7.2 Descrição Geral do Problema

A Fig. 7.1 apresenta a bancada na configuração utilizada para a aplicação da técnica de SHM proposta neste Capítulo e a detecção de trincas transversais incipientes em eixos rotativos através do método da Impedância Eletromecânica. A configuração é semelhante à apresentada no Capítulo IV, onde algumas poucas alterações foram realizadas já que o eixo passou por processos de usinagem que forçaram a desmontagem do conjunto da Fig. 4.1. Nesta configuração, apenas o plano de medição S_8 foi utilizado (conforme descrito na seção 4.2). Os sensores deste plano participaram do processo de balanceamento da máquina (método dos Coeficientes de Influência) e o monitoramento de suas respostas nos domínios do tempo e frequência. Além disso, algumas FRFs foram obtidas através deles.

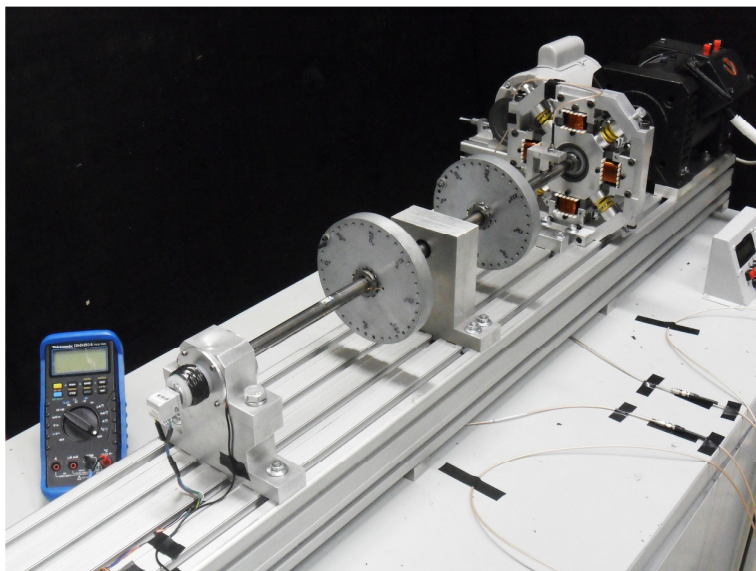


Figura 7.1 – Configuração da bancada utilizada na aplicação do método da Impedância Eletromecânica.

Por esta ser uma aplicação de carácter inédito, foi necessário rever, ou mesmo desenvolver, os procedimentos de montagem do aparato experimental e análise dos resultados. Como mencionado, são raros os trabalhos científicos disponíveis na literatura envolvendo a aplicação desta técnica de SHM em sistemas solicitados dinamicamente (somente são encontradas aplicações em sistemas não rotativos). Isto porque, em grande parte das aplicações realizadas até o momento não houve a necessidade de adquirir as assinaturas de impedância com o sistema mecânico em operação, solicitado por outra fonte qualquer. Novamente, é importante ressaltar que ambas as técnicas de SHM propostas nesta Tese de Doutorado foram formuladas com o objetivo de detectar ou identificar trincas incipientes com o sistema trabalhando em condições normais de operação.

O primeiro problema encontrado envolveu o acoplamento das pastilhas de PZT na superfície do eixo. Claramente, para o sucesso da técnica de SHM aqui proposta, as pastilhas devem ser distribuídas ao longo do eixo devido à localização dos danos (trincas transversais no eixo). Além disso, elas devem ser acopladas nas regiões com a maior incidência deste tipo de dano. Como descreve Tsuruta (2008), as frequências de excitação utilizadas no método da Impedância Eletromecânica são altas, fazendo com que a região de cobertura do PZT seja reduzida. Assim sendo, chegou-se à conclusão de que, no momento (disponibilidade apenas de pastilhas piezelétricas planas), a melhor solução seria realizar a usinagem da superfície do eixo para melhor acoplar as pastilhas de PZT (usinagem pouco invasiva por meio de fresa; 0,5 mm de profundidade). A Fig. 7.2 apresenta os detalhes da usinagem realizada para o acoplamento das cerâmicas piezelétricas.

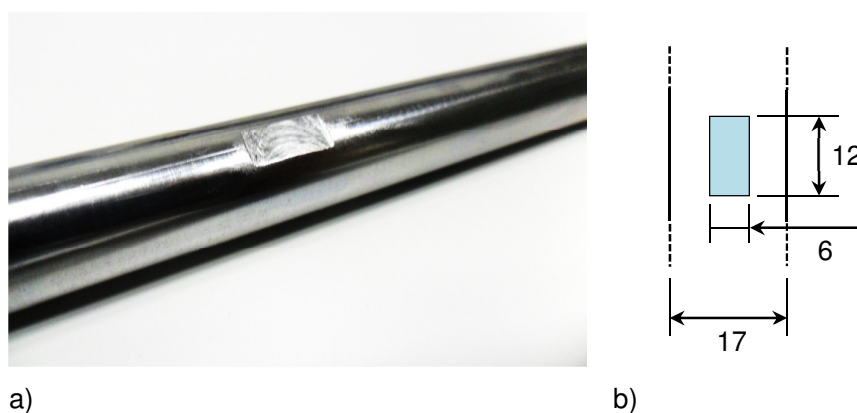


Fig. 7.2 – Usinagem realizada no eixo para o acoplamento dos PZT: a) detalhes da superfície após o procedimento; b) dimensões (mm).

Segundo Inman et al. (2005), o método da Impedância Eletromecânica é capaz de detectar a presença de danos estruturais que estão a uma distância de até, aproximadamente,