



**FACULDADE DE COMPUTAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**



Vinícius Borges Pires

Utilização de Equações Diferenciais Parciais para Eliminação de Ruídos e Detecção de Bordas

Setembro
2008

Vinícius Borges Pires

Utilização de Equações Diferenciais Parciais para Eliminação de Ruídos e Detecção de Bordas

Dissertação de Mestrado apresentada à
Faculdade de Computação da Universi-
dade Federal de Uberlândia como parte
dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Ciência da Computação.
Área de concentração: Banco de Dados.

Orientadora:
Profa Dra Celia Aparecida Zorzo Barcelos

Uberlândia, MG
2008

Vinícius Borges Pires

Utilização de Equações Diferenciais Parciais para Eliminação de Ruídos e Detecção de Bordas

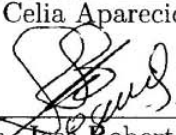
Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Computação da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Área de concentração: Banco de Dados.

Aprovação em 01 de Setembro de 2008.

Banca Examinadora:

Orientadora: celia a. z. Barcelo
Dra. Celia Aparecida Zorzo Barcelos – UFU

Avaliador 1: 
Dr. José Roberto Nogueira – UNESP

Avaliador 2: 
Dr. Gilberto Arantes Carrijo – UFU

Uberlândia, MG
2008

Universidade Federal de Uberlândia

Data: Setembro de 2008

Autor: **Vinícius Borges Pires**
Título: **Utilização de Equações Diferenciais Parciais para Eliminação de Ruídos e Detecção de Bordas**
Faculdade: **Faculdade de Ciência da Computação**
Grau: **Mestre**

Fica garantido à Universidade o direito de circulação e impressão de cópias deste documento para propósitos exclusivamente acadêmicos, desde que o autor seja devidamente informado.


Autor

O AUTOR RESERVA PARA SI QUALQUER OUTRO DIREITO DE PUBLICAÇÃO DESTE DOCUMENTO, NÃO PODENDO O MESMO SER IMPRESSO OU REPRODUZIDO, SEJA NA TOTALIDADE OU EM PARTES, SEM A PERMISSÃO ESCRITA DO AUTOR.

©Todos os direitos reservados a Vinícius Borges Pires

Dedicatória

Dedico essa dissertação aos meus pais, a quem tanto amo e admiro. Esta conquista também é de vocês. Obrigado.

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a Deus, por dirigir minha vida de maneira tão grandiosa, dando-me forças para caminhar e não desistir nos momentos difíceis.

Aos meus pais, **Guilhermino José Pires** e **Bernarda de Sá Borges Pires**, minha irmã **Cinthia**, meu cunhado **Silas** e meu sobrinho **Markus** Vinicius por estarem sempre me apoiando e dedicando imenso amor à mim. Sem vocês não seria possível mais essa conquista.

A minha namorada **Shirley Macedo**, pelo amor, compreensão, paciência, incentivo e apoio neste projeto.

A minha orientadora **Prof. Celia Aparecida Zorzo Barcelos**, pelo incentivo, paciência e dedicação durante este período em que trabalhamos juntos. Obrigado por acreditar no meu esforço e trabalho.

Ao colega **Daniel** Hilário, por sua estimada ajuda e colaboração na revisão desta dissertação.

Aos demais colegas **Alexandre** Fieno, **Adriano** Fiad, **Douglas** Cordeiro, **Eduardo** Ribeiro, **Everton** Hipolito, **Felipe** César, **Ivan** Lopez, **Italo** Tiago, **Juliana** Franciscani, **Klerisson** Paixão, **Liliane** do Nascimento, **Lucas** Butti, **Marcos** Roberto, **Marcos** Vinicius, **Mirela** Junqueira, **Núbia** Rosa, **Robson** Lopes, **Sérgio** Francisco, **Stéfano** Borges, **Tauller** Matos, **Valquiria** Duarte, **Victor** Sobreira, **Walter** Borges, **Wagner** Queiroz pelo companheirismo, troca de experiências e compartilhamento de idéias.

E finalmente, às demais pessoas que aqui não foram mencionadas, mas que de forma direta ou indireta contribuíram para o meu sucesso.

Muito obrigado a todos !!!

Resumo

A detecção de bordas em imagens digitais é um campo de pesquisa que tem atraído grande interesse da comunidade científica. Suas aplicações vão desde a inspeção automática e controle de qualidade de peças industriais até o diagnóstico de malignidade de tumores cancerígenos. No entanto, muitos detectores de bordas existentes apresentam problemas relacionados a detecção de bordas falsas. Neste contexto, o grande desafio é encontrar métodos que minimize a detecção de bordas falsas, geralmente provenientes de ruídos, falta de iluminação, pêlos, gramas, folhagens, etc. Por esse motivo propõe-se neste trabalho dois métodos de detecção que tem por base as equações diferenciais parciais (EDPs). O primeiro, inspirado nos trabalhos propostos em [Grigorescu et al. 2003, Grigorescu et al. 2004, Galvanin et al. 2006], consiste em combinar duas técnicas de detecção de bordas existentes: o modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003] e o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica. O objetivo é utilizar o modelo de difusão não linear para suavizar a imagem de interesse, remover ruídos e ao mesmo tempo preservar bordas. Em seguida aplica-se o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica sobre a imagem suavizada para remover texturas e obter o mapa de bordas final. O segundo método consiste em modificar o método de Canny substituindo a técnica de suavização usada por Canny por outra mais eficiente, baseada no modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003]. Para avaliar a performance dos métodos propostos, diversos experimentos foram realizados em uma coleção de imagens naturais e imagens corrompidas com ruído gaussiano. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados obtidos por outros três detectores: o detector de bordas de Canny [Canny 1986], Canny com supressão *surround* anisotrópica [Grigorescu et al. 2004] e o detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b]. Em todos os experimentos realizados, verifica-se que os detectores de bordas propostos tem a melhor performance em termo de redução de bordas falsas. Verifica-se também que o segundo método supera o primeiro. Para mostrar a eficiência dos detectores propostos em problemas reais, aplica-se a segunda proposta em imagens de câncer de pele. Neste caso, o objetivo é auxiliar os dermatologistas no diagnóstico clínico de lesões pele, uma vez que os mesmos têm dificuldades de encontrar as bordas de uma lesão, principalmente quando a variação entre a lesão e a pele saudável é suave. Os resultados obtidos mostraram que a estratégia proposta é eficiente.

Palavras-chave: Câncer de Pele, Detecção de Bordas, Equações Diferenciais Parciais, Métodos Variacionais, Remoção de Ruídos, Supressão *Surround*.

Abstract

The edge detection of digital images is a research field that has attracted great interest from the scientific community. Their applications go from the automatic inspection and quality control of industrial piece to the diagnosis of malignancy of cancerous tumors. However, many existing edge detectors have problems related to false edge detection. In this context, the great challenge is to find methods which minimizes the detection of false edges, usually originating from noise, illumination lack, hair, grass, foliage, etc. It is for this reason that in this work we propose two methods for edge detection that are based on the partial differential equations. The first, inspired in the works proposed in [Grigorescu et al. 2003, Grigorescu et al. 2004, Galvanin et al. 2006], consists in the combining of two techniques of existent edge detection: the nonlinear diffusion model proposed by [Barcelos et al. 2003] and the Canny edge detector with anisotropic surround suppression. The goal is to use the nonlinear diffusion model to smoothen the image of interest, to remove noises and at the same time to preserve edges. Soon afterwards the Canny edge detector with anisotropic surround suppression is applied on the smoothed image to remove textures and obtain the final edge map. The second method consists of the modification of the Canny detector where we substituted the smoothing technique used by Canny by another more efficient one, based on the nonlinear diffusion equation proposed by [Barcelos et al. 2003]. To evaluate the performance of the proposed methods, several experiments were accomplished in a collection of natural images and corrupted images with gaussian noise. The obtained results were compared with the results obtained with the other three detectors: the Canny edge detector [Canny 1986], the Canny edge detector with anisotropic surround suppression [Grigorescu et al. 2004] and edge detector proposed in [Papari et al. 2006b]. In all accomplished experiments, we verified that the proposed edge detectors have the best performance in terms of false edge reduction. We also verified that the second method outperforms the first. To show the efficiency of the proposed detectors in real problems, we applied the second proposal in images of skin cancer. In this case, the goal is to help dermatologists in the clinical diagnosis of skin lesions, since they have difficulties in finding the lesion edges, mainly when the variation between the lesion and the skin is smooth. The results showed that the proposed strategy is efficient.

Keywords: Skin Cancer, Edge Detection, Partial Differential Equations, Variational Methods, Noise Removal, Surround Suppression.

Sumário

Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xxi
Introdução	xxiii
I Fundamentação Teórica	1
1 Conceitos Preliminares	3
1.1 Definições e Conceitos Básicos Relacionados a Imagem Digital	3
1.1.1 Imagens Digitais	3
1.1.2 Elementos de uma Imagem	4
1.2 Definições e Conceitos Matemáticos ([Rudin 1973, Brezis 1987, Evans 1998]) . .	6
1.2.1 Operadores Diferenciais	6
1.2.2 Derivada Direcional	8
1.2.3 Convolução [Gonzalez and Woods 2008]	8
1.2.4 Função Gaussiana	9
1.2.5 Outras Definições	10
1.2.6 Notações	12

1.3	Considerações Finais	12
2	Detectores de Bordas	13
2.1	Método de Canny	15
2.2	Método Baseado em Equações Diferenciais Parciais	17
2.3	Métodos Inspirados Biologicamente	19
2.3.1	Método de Grigorescu e outros [Grigorescu et al. 2004]	19
2.3.2	Método de Papari e outros [Papari et al. 2006b]	23
2.4	Considerações Finais	24
3	Suavização e Remoção de Ruídos	25
3.1	O Problema Básico	25
3.2	Equações Diferenciais Parciais	26
3.3	Métodos Variacionais	31
3.3.1	O Termo Regularizador	32
3.3.2	Equação de Euler-Lagrange	33
3.3.3	Difusão baseada na Variação Total, $p = 1$	39
3.3.4	Difusão Isotrópica, $p = 2$	45
3.3.5	Difusão Anisotrópica, $1 < p < 2$	48
3.3.6	Combinando Difusão Isotrópica e Difusão baseada na Variação Total	50
3.4	Considerações Finais	51
II	Propostas para a Detecção de Bordas	53
4	Detectores de Bordas Propostos	55
4.1	Proposta I	56
4.1.1	Equação de Difusão Nonlinear	57
4.1.2	Detector de Bordas de Canny com Supressão Surround Anisotrópica	58

4.1.3	Exemplo	61
4.2	Proposta II	61
4.2.1	Equação de Difusão Não Linear	63
4.2.2	Cálculo do Gradiente	64
4.2.3	Supressão não Máxima	65
4.2.4	Limiarização	66
4.3	Considerações Finais	67
5	Discretização e Detalhes de Implementação Numérica	69
5.1	Método de Diferenças Finitas	69
5.2	Termo de Difusão - Discretização	75
5.3	Equação de Difusão - Discretização	76
5.4	Função $g(\nabla G_\sigma * u)$ - Discretização	78
5.5	Considerações Finais	80
6	Resultados Experimentais e Análise de Performance	81
6.1	Análise de Performance	82
6.1.1	Medida de Performance	82
6.2	Aplicações em Imagens Naturais	83
6.2.1	Primeiro Grupo de Experimentos	86
6.2.2	Segundo Grupo de Experimentos	91
6.3	Parâmetros dos Detectores Propostos	99
6.3.1	Proposta I	99
6.3.2	Proposta II	105
6.4	Aplicações em Câncer de Pele	105
6.4.1	Primeiro Experimento	107
6.4.2	Segundo Experimento	110
6.4.3	Terceiro Experimento	113

6.5	Considerações Finais	116
7	Conclusões e Trabalhos Futuros	119
	Referências Bibliográficas	120
III	Apêndice	127
A	Outros Resultados	129

Lista de Figuras

2.1	Detecção de bordas por operadores de derivação.	14
2.2	Detecção de bordas via equação diferenciais parciais. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) Imagem suavizada via EDP; (c) Bordas detectas pela função g	18
2.3	Região de inibição <i>surround</i> definida pelos raios r_1 e r_2 , onde $r_1 \simeq 2\sigma$ e $r_2 = 4r_1$	20
3.1	Suavização via equação de difusão linear. (a) Imagem original; (b) - (e) suavização via equação do calor com $t = 5, 25, 100$ e 250 , respectivamente.	27
4.1	Fluxograma da Proposta I.	56
4.2	Suavização via equação de difusão não linear. (a) Imagem original; (b) gráfico da 128° linha; (c) imagem ruidosa com $SNR = 12 \text{ dB}$; (d) gráfico da 128° linha das imagens original e ruidosa; (e) imagem suavizada via equação de difusão não linear (4.1); (f) gráfico da 128° linha das imagens original e suavizada.	59
4.3	Resultados obtidos com a aplicação da Proposta I em diferentes escalas de suavização. A primeira linha mostra a imagem original e seu correspondente mapa de bordas ideal. A segunda linha mostra as imagens suavizadas e a terceira mostra os respectivos mapas de bordas obtidos por Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica.	62

4.4	Fluxograma da Proposta II.	63
4.5	Detecção de bordas. (a) Magnitude do gradiente; (b) resultado da supressão não máxima; (c) resultado da limiarização.	64
4.6	Esquema de supressão não máxima [Vale and POZ 2002, Junior 2007].	66
5.1	Malha regular de passo $h = k = 1$	71
6.1	Imagens teste utilizadas nos experimentos realizados neste trabalho.	84
6.2	Mapas de bordas ideais desenhados a mão.	85
6.3	Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	88
6.4	Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	89
6.5	Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	90
6.6	Performance média obtida pelos detectores de bordas estudados no primeiro grupo de experimentos.	91
6.7	Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	92

- 6.8 Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b]. 93
- 6.9 Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b]. 94
- 6.10 Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b]. 96
- 6.11 Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b]. 97
- 6.12 Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b]. 98

6.13	Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	100
6.14	Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	101
6.15	Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	102
6.16	Performance média obtida pelos detectores de bordas no segundo grupo de experimentos.	103
6.17	Detecção de bordas de uma lesão benigna. (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.	108
6.18	Detecção de bordas de uma lesão benigna. (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.	109

6.19	Detecção de bordas do melanoma maligno. (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.	111
6.20	Detecção de bordas do melanoma maligno. (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.	112
6.21	Detecção de bordas de uma lesão sintética corrompida com ruído gaussiano com $SNR = 12 \text{ dB}$. (a) Imagem original; (b) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (c) resultado obtido pela Proposta II; (d) resultado obtido por Rajab e outros em [Rajab et al. 2004].	114
6.22	Detecção de bordas de uma lesão que contém pêlo (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.	115
A.1	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	130
A.2	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	131

A.3	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	132
A.4	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	133
A.5	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	134
A.6	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	135
A.7	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	136

A.8	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	137
A.9	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	138
A.10	Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão <i>surround</i> anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].	139
A.11	Performance média dos detectores de bordas estudados para dez imagens teste sem ruído e dez imagens teste com ruído.	140

Lista de Tabelas

6.1	Parâmetros utilizados pela Proposta I para imagens sem ruído.	105
6.2	Parâmetros utilizados pela Proposta I para imagens ruidosas.	105
6.3	Parâmetros utilizados pela Proposta II para imagens sem ruído.	106
6.4	Parâmetros utilizados pela Proposta II para imagens ruidosas.	106
6.5	Parâmetros utilizados pela Proposta II nos experimentos apresentados.	116

Introdução

Desde o início da década de 80, a área de processamento digital de imagens, mais especificamente a de detecção de bordas, tem atraído grande interesse da comunidade científica. Atualmente, a detecção de bordas tem um papel crucial em diversas áreas como medicina, aplicações militares, aplicações industriais, propriedade intelectual, segurança, sistemas de sensoramento remoto, etc.

Para encontrar bordas, os métodos em geral baseiam-se no operador gradiente, uma vez que o mesmo tem a característica de indicar mudanças abruptas nos níveis de cinza da imagem. No entanto, métodos baseados nesse operador tem o inconveniente de serem sensíveis a ruídos e elementos de texturas, tais como gramas, folhagens, galhos, pêlos, etc.

Um dos trabalhos pioneiros que tratou o problema de detecção de bordas, foi proposto por Canny [Canny 1986]. Para resolver o problema de sensibilidade a ruídos/texturas o método de Canny suaviza a imagem antes da detecção de bordas. No entanto, o processo de suavização empregado por ele apresenta problemas como, baixa capacidade de remover ruídos e preservar bordas. Por outro lado, esse método tem a vantagem de afinar bordas com alta precisão.

Desde a publicação do método de Canny, foram propostos diversos métodos que visam aperfeiçoar a detecção de bordas.

Um método que merece destaque foi proposto por Papari e outros em [Papari et al. 2006b]. Para minimizar a sensibilidade a ruídos e texturas, eles propuseram um método de detecção de bordas inspirado no sistema visual humano (*human visual system - HSV*), por existir evidências

baseadas em estudos psicofísicos e neurofisiológicos que o sistema visual humano faz, em seu estágio inicial de processamento de informações visuais, a distinção entre bordas de objetos e bordas provenientes de ruídos e regiões texturizadas. Em outras palavras, para resolver os problemas de detecção de bordas, o método aplica uma técnica de supressão de bordas de texturas, inspirada biologicamente, conhecida como supressão *surround*.

Esse método apresentou bons resultados, com uma expressiva redução de detecção de bordas falsas quando comparado a outros métodos de detecção de bordas existentes [Canny 1986, Richards et al. 1988, Grigorescu et al. 2003, Grigorescu et al. 2004]. No entanto, esse método ainda apresenta bordas falsas e algumas perdas de bordas de interesse.

Recentemente, muitos pesquisadores tem proposto métodos que modificam ou combinam métodos de detecção de bordas já consagrados na literatura. Esta estratégia visa resolver diversos problemas encontrados pelos detectores como remoção de ruídos, preservação de bordas e também como forma de melhorar os resultados dos detectores de bordas existentes.

Nessa perspectiva, merecem destaque os trabalhos propostos por [Grigorescu et al. 2004] e [Galvanin et al. 2006]. O primeiro propõe modificar o detector de bordas de Canny. Para tanto, os autores adicionaram ao detector de Canny uma técnica de supressão *surround* que tem a função de remover bordas falsas provenientes de texturas. Por outro lado, o segundo propõe combinar o método de Canny com uma equação diferencial parcial.

Portanto, pode-se dizer que no processo de detecção de bordas, uma etapa de remoção de ruídos e elementos de texturas é imprescindível. É por esse motivo que grandes esforços vem sendo empregados no desenvolvimento de métodos sofisticados que são capazes de resolver tais problemas.

Entre as metodologias utilizadas para a remoção de ruídos, explora-se neste trabalho os métodos que tem por base as equações diferenciais parciais (EDPs). Alguns dos modelos de EDPs são obtidos a partir de métodos variacionais.

No estudo dos métodos variacionais, explora-se os efeitos da difusão isotrópica ($p = 2$), da difusão baseada na variação total (*Total Variation* - *TV*) ($p = 1$) e da difusão anisotrópica

($1 < p < 2$). Explora-se também modelos que combina os efeitos da difusão isotrópica e da difusão baseada na variação total. Como contribuição, expõe-se a minimização dos funcionais de energia que originam os modelos de EDPs provenientes de problemas variacionais.

Para detectar bordas, propõe-se neste trabalho dois métodos que tem por base as equações diferenciais parciais.

O primeiro, inspirado nos trabalhos propostos por [Grigorescu et al. 2003, Grigorescu et al. 2004, Galvanin et al. 2006], consiste em combinar duas técnicas de detecção de bordas: o modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003] e o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica.

O objetivo é utilizar o modelo de difusão não linear para suavizar a imagem, remover ruídos e preservar bordas. Em seguida aplica-se o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica sobre a imagem suavizada para remover texturas e obter o mapa de bordas final.

Esta estratégia apresentou bons resultados com uma expressiva redução na detecção de bordas falsas (espúrias), principalmente quando a imagem de interesse é ruidosa.

O segundo método de detecção de bordas proposto neste trabalho consiste em modificar o método de Canny. Para tanto, substituiu-se a técnica de suavização usada por Canny por outra mais eficiente. Para suavizar a imagem de interesse, remover ruídos e ao mesmo tempo preservar bordas, utiliza-se o modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003].

Esta modificação também mostrou-se muito eficaz pois reduziu o número de detecção de bordas falsas e aumentou a precisão e detecção de bordas verdadeiras.

Na intenção de expor com clareza os conceitos, as técnicas e os resultados obtidos, estrutura-se este trabalho em três partes.

A primeira parte, trata-se de uma revisão da literatura, que está dividida da seguinte forma:

- No **Capítulo 1**, apresenta-se alguns conceitos básicos e definições que serão utilizadas no decorrer deste texto;
- No **Capítulo 2**, alguns métodos de detecção de bordas encontrados na literatura serão

discutidos; e

- No **Capítulo 3**, serão apresentados os modelos utilizados para suavização, remoção de ruídos e restauração de imagens degradadas baseados em equações diferenciais parciais, bem como a minimização dos funcionais de energia que originam os modelos de EDPs provenientes de problemas variacionais;

A segunda parte é dedicada à descrição das modificações propostas, análise e comparações dos resultados obtidos e algumas propostas de trabalhos futuros:

- No **Capítulo 4**, apresenta-se os métodos de detecção de bordas propostos;
- No **Capítulo 5**, de forma detalhada, estão todos os passos necessários para a discretização e implementação do modelo de difusão não linear utilizado pelos detectores de bordas propostos;
- No **Capítulo 6**, apresenta-se os resultados obtidos pelos métodos propostos utilizando-se imagens naturais e imagens de câncer de pele, a comparação dos métodos propostos entre si e a comparação com os métodos de Canny [Canny 1986], Canny com supressão *surround* anisotrópica [Grigorescu et al. 2004] e Papari e outros [Papari et al. 2006b]. Esta análise é realizada por meio de uma medida de performance que compara os resultados obtidos pelos detectores com o resultado dado por um humano.
- No **Capítulo 7**, apresenta-se as conclusões finais deste trabalho e as propostas de trabalhos futuros.

A terceira parte para efeito de comparação consiste de um apêndice onde apresenta-se um série de resultados obtidos pelos detectores de bordas propostos e pelos os outros detectores de bordas considerados.

Parte I

Fundamentação Teórica

Conceitos Preliminares

1.1 Definições e Conceitos Básicos Relacionados a Imagem Digital

A área de processamento digital de imagens, mais especificamente a detecção de bordas de imagens médicas e/ou naturais, é de grande interesse da comunidade científica.

Nos últimos anos, vários modelos matemáticos foram propostos com o objetivo de obter um detector de bordas ótimo, capaz de satisfazer os interesses do usuário. Neste trabalho, utiliza-se uma ferramenta matemática baseada em equações diferenciais parciais para a detecção de bordas de imagens digitais.

Desta forma, este capítulo expõe de forma sucinta alguns dos principais conceitos e definições referentes a processamento de imagens e também definições matemáticas que serão utilizadas ao longo deste trabalho.

1.1.1 Imagens Digitais

Definição 1.1 (*Imagem Digital*) *Define-se uma imagem digital u como sendo uma função contínua de valor real no domínio Ω , tal que:*

$$u : \Omega \subset R^n \rightarrow R$$

onde $n = 2, 3$.

Aqui, uma imagem digital será uma função bidimensional, definida como:

$$\begin{aligned} u : \Omega \subset R^2 &\rightarrow R \\ (x, y) &\mapsto u(x, y) \end{aligned}$$

onde $u(x, y)$ é amplitude da imagem.

Definição 1.2 (*Representação da Imagem*) Uma imagem digital pode ser representada por uma matriz $N \times M$, onde os índices de linhas e colunas i, j identificam um ponto (x, y) da imagem e $u(x, y)$ representa a intensidade do tom de cinza da imagem.

Definição 1.3 (*Nível de Cinza*) É a intensidade da luz monocromática (brilho) nos pontos (x, y) da imagem definida pela função $u(x, y)$.

1.1.2 Elementos de uma Imagem

Definição 1.4 (*Pixel*) É a menor unidade de uma imagem, o qual é possível atribuir uma cor. A união de todos os pixels forma a imagem.

Definição 1.5 (*Borda*) É o limite entre duas regiões com propriedades distintas de nível de cinza ou uma mudança brusca de nível de cinza da imagem.

Definição 1.6 (*Contorno*) É a linha que “fecha” ou “limita” exteriormente uma região.

Definição 1.7 (*Textura*) *É uma propriedade homogênea em alguma escala espacial maior do que a da resolução da imagem.*

No entanto, é importante dizer que não existe uma definição universalmente aceita. Alguns pesquisadores descrevem uma textura como sendo uma grande quantidade de objetos pequenos, como por exemplo grama, folhagem, galhos, cabelos, etc. Existem ainda aqueles que consideram que superfícies com padrões comuns que parecem uma grande quantidade de pequenos objetos, como por exemplo, manchas de animais como leopardos e chacais, listras de animais como zebras, padrões em casca de árvores, madeira, pele, etc.

Definição 1.8 (*Ruído*) *É a mudança indesejada de alguma propriedade física da imagem, como cor, tonalidade, brilho e outras, causada durante a aquisição e/ou transmissão e/ou recepção da imagem. Em outras palavras, é algum erro cometido durante a aquisição, transmissão ou recepção da imagem.*

Ruídos ocorrem freqüentemente em:

- imagens médicas; tais como (*transmission computed tomography - CT*), (*magnetic resonance imaging - MRI*), (*magnetic source imaging - MSI*), raio-X e (*electrical source imaging - ESI*);
- imagens obtidas por satélites para reconhecimento de alvos, observação de tráfego, desmatamento, etc, e;
- imagens obtidas do fundo do oceano, fotos, vídeos, filmes, etc.

Definição 1.9 (*Signal to Noise Ratio - SNR*) *É um dos parâmetros que pode ser utilizado de forma quantitativa para expressar a qualidade de uma imagem ou a intensidade de ruídos presentes na mesma. Medida em decibéis (dB), a Relação-Sinal-Ruído (SNR) é obtida por:*

$$SNR = \frac{\text{variância da imagem}}{\text{variância do ruído}} \text{ dB}$$

ou mais precisamente por:

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma^2}{\sigma_r^2} \right) dB$$

onde:

σ - desvio padrão do sinal da imagem original;

σ_r - desvio padrão do ruído.

1.2 Definições e Conceitos Matemáticos ([Rudin 1973, Brezis 1987, Evans 1998])

1.2.1 Operadores Diferenciais

Sejam Ω um aberto de R^2 e $u : \Omega \rightarrow R$. Os seguintes operadores diferenciais são definidos:

Definição 1.10 *O gradiente de u é um operador de primeira ordem definido pelo vetor:*

$$\nabla u(x, y) = \left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

onde:

$\frac{\partial u}{\partial x}$ - derivada parcial de u em relação a x , e;

$\frac{\partial u}{\partial y}$ - derivada parcial de u em relação a y .

A magnitude e a direção do gradiente são definidas por:

$$|\nabla u(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} \quad (1.1)$$

$$\Theta(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{\partial u}{\partial y} / \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (1.2)$$

respectivamente.

O operador gradiente é largamente utilizado em processamento de imagens para determinar mudanças bruscas nos níveis de cinza de uma imagem, isto é, para indicar a presença de bordas.

Outras normas freqüentemente utilizadas para calcular a magnitude do gradiente são as normas da soma e do máximo, ambas equivalentes a norma euclidiana (1.1).

As normas da soma e do máximo são expressas por:

$$|\nabla u(x, y)| = \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$$

$$|\nabla u(x, y)| = \max \left(\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|, \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \right)$$

respectivamente. No entanto, neste trabalho sempre que necessário vamos utiliza-se a norma euclidiana para calcular a magnitude do gradiente.

Definição 1.11 *O Laplaciano de u é obtido por:*

$$\Delta u(x, y) = \nabla^2 u(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Definição 1.12 *O divergente de u , denotado por “div”, é expresso por:*

$$\operatorname{div}(u(x, y)) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

1.2.2 Derivada Direcional

Definição 1.13 *Seja*

$$\begin{aligned} u : X \subset \mathbb{R}^n &\rightarrow \mathbb{R}^m \\ (x_1, \dots, x_n) &\mapsto (u_1(x_1, \dots, x_n), \dots, u_m(x_1, \dots, x_n)) \end{aligned}$$

uma função diferenciável, $a \in X$ e $v \in \mathbb{R}^n$. A derivada direcional de u aplicada em a na direção v é expressa por:

$$\frac{\partial u}{\partial v}(a) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{u(a + tv) - u(a)}{t}$$

quando esse limite existir.

1.2.3 Convolução [Gonzalez and Woods 2008]

Defini-se agora a convolução entre duas funções bidimensionais.

Definição 1.14 *A convolução de duas funções $f(x, y)$ e $g(x, y)$, denotada por $f(x, y) * g(x, y)$, é definida pela integral:*

$$\{f * g\}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u, v) g(x - u, y - v) du dv$$

1.2.4 Função Gaussiana

Definição 1.15 A função Gaussiana, também conhecida como distribuição normal, de dimensão n , média 0 e variância t é definida por:

$$G_t(x) = \frac{1}{(2\pi t)^{\frac{n}{2}}} e^{\frac{-(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)}{2t}} \quad (1.3)$$

onde $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

A função gaussiana possui as seguintes propriedades:

- **Normalização:** A função gaussiana é normalizada, isto é, $\int_{-\infty}^{+\infty} G_t(x) dx = 1$.
- **Propriedade de semigrupo:** A convolução de duas Gaussianas de variâncias t_1 e t_2 é outra Gaussiana de variância $t_1 + t_2$, isto é:

$$G_{t_1+t_2}(x) = \{G_{t_1} * G_{t_2}\}(x)$$

Note que, tomando $\sigma = \sqrt{t}$, pode-se escrever a Equação (1.3) da forma:

$$G_\sigma(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{\frac{-(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)}{2\sigma^2}} \quad (1.4)$$

onde σ é o desvio padrão.

O filtro Gaussiano é obtido pela convolução da função u com a função Gaussiana G_σ . Esse filtro é um filtro linear passa-baixa, largamente utilizado para a suavização de imagens e remoção de ruídos.

1.2.5 Outras Definições

Definição 1.16 *Seja $\mathcal{X}$ um conjunto e $\mathfrak{M}$ um subconjunto de partes de $\mathcal{X}$. Diz-se que $\mathfrak{M}$ é uma σ -álgebra se satisfizer as seguintes condições:*

1. $\mathcal{X} \in \mathfrak{M}$
2. Se $A \in \mathfrak{M}$, então $A^c \in \mathfrak{M}$, onde A^c é o complementar de A relativo a $\mathcal{X}$.
3. Se $A_i \in \mathfrak{M}$, $i = 1, \dots$ então $\cup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathfrak{M}$.

Definição 1.17 *Denomina-se espaço mensurável a um par $(\mathcal{X}, \mathfrak{M})$ em que $\mathfrak{M}$ é uma σ -álgebra sobre $\mathcal{X}$ e mensurável aos elementos de $\mathfrak{M}$.*

Definição 1.18 *Seja $(\mathcal{X}, \mathfrak{M})$ um espaço mensurável, Y um espaço topológico e u uma função de $\mathcal{X}$ em Y . Dizemos que u é uma função mensurável, se $u^{-1}(\Omega) \in \mathfrak{M}$ para todo conjunto aberto $\Omega \subset Y$.*

Logo, se u é contínua, então u é mensurável.

Teorema 1.1 *Para que uma função de uma variável real $u(x)$ seja mensurável é necessário e suficiente que, para todo número real δ o subconjunto $\{x : u(x) < \delta\}$ seja mensurável.*

Definição 1.19 *Seja $\Omega \subset R^n$ um domínio aberto e $1 \leq p < \infty$. Define-se o espaço $L^p(\Omega)$ como sendo:*

$$L^p(\Omega) = \{u : \Omega \subset R^n \rightarrow R \text{ mensurável ; } \int_{\Omega} |u(x)|^p dx < \infty\}$$

$$\|u\|_{L^p(\Omega)} = \left(\int_{\Omega} |u(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}$$

Em particular para $p = 1$, tem-se:

$$\|u\|_{L^1(\Omega)} = \int_{\Omega} |u(x)| dx$$

Se $p = 2$,

$$\|u\|_{L^2(\Omega)} = \left(\int_{\Omega} |u(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}$$

Observação: A norma em L^1 é também conhecida como norma de variação total (*total variation* - TV), indicada por $\|u(x)\|_{TV(\Omega)}$

Definição 1.20 *Define-se o espaço $L^\infty(\Omega)$ como sendo:*

$$L^\infty(\Omega) := \{u : \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \text{ mensurável ; } |u(x)| \leq c \text{ q.t.p sobre } \Omega \text{ para algum } c > 0\}$$

onde q.t.p é uma abreviação para “quase toda parte”.

Considere $u \in L^\infty(\Omega)$, a norma de u é expressa por:

$$\|u\|_{L^\infty(\Omega)} = \inf \{c > 0 ; |u(x)| \leq c \text{ q.t.p sobre } \Omega\}$$

Definição 1.21 *Define-se o espaço das funções de variação limitada (bounded variation - BV) como:*

$$BV(\Omega) = \{u \in L^1(\Omega) ; \mathcal{V}(u, \Omega) < +\infty\}$$

onde:

$$\mathcal{V}(u, \Omega) = \sup \left\{ \int_{\Omega} u \operatorname{div}(\phi) dx ; \phi \in C_0^1(\Omega, \mathbb{R}^n), \|\phi\|_{L^\infty(\Omega)} \leq 1 \right\}$$

Nesse espaço a norma de u é expressa por:

$$\|u\|_{BV(\Omega)} = \|u\|_{L^1(\Omega)} + \mathcal{V}(u, \Omega)$$

Definição 1.22 *Seja $X \subset \mathbb{R}^n$ um conjunto. X é compacto se é limitado e fechado.*

1.2.6 Notações

Com relação ao espaço das funções contínuas utiliza-se neste trabalho as seguintes notações:

- $C(\Omega)$ denomina-se espaços das funções contínuas sobre Ω .
- $C_c(\Omega)$ é o espaço das funções contínuas sobre Ω com suporte compacto. Dizer que o suporte é compacto significa que o fecho do conjunto dos pontos onde a função é não nula é compacto, ou seja, é fechado e limitado.

$$C_c(\Omega) = \{f \in C(\Omega); f(x) = 0 \quad \forall x \in \Omega \setminus K \text{ e } K \subset \Omega \text{ é um compacto}\}$$

- $C^k(\Omega)$ é o espaço das funções k vezes continuamente diferenciáveis em Ω ($k \geq 0$).
- $C^\infty(\Omega) = \bigcap_{k \geq 0} C^k(\Omega)$.

- $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$, onde $\partial\Omega$ é a fronteira da região Ω .

Com relação as derivadas utiliza-se as seguintes notações:

- $u^{(n)}$ é a derivada de ordem n da função u . Por exemplo, u' é a derivada de ordem 1 da função u , u'' é a derivada de ordem 2, e assim por diante.
- $u_\xi, \frac{\partial u}{\partial \xi}$ é a derivada parcial de u em relação a ξ , onde ξ é uma variável. Por exemplo, se ξ é x , então considera-se que u_x ou $\frac{\partial u}{\partial x}$ é a derivada parcial de u em relação a x .

Ao longo desse trabalho a variável “**x**” em negrito denota um vetor em R^2 .

1.3 Considerações Finais

Este capítulo expôs de forma sucinta alguns dos principais conceitos e definições referentes a processamento de imagens e também definições matemáticas que serão utilizadas ao longo deste trabalho.

O próximo capítulo mostra alguns dos principais métodos de detecção de bordas encontrados na literatura.

Capítulo 2

Detectores de Bordas

A detecção de bordas é uma área muito importante no campo de processamento de imagens e visão computacional.

Atualmente, a detecção de bordas tem um papel crucial em diversas áreas como medicina, aplicações militares, aplicações industriais, propriedade intelectual, segurança, sistemas de sensoriamento remoto, etc.

Para encontrar bordas, os métodos baseiam-se na primeira derivada (gradiente) ou na segunda derivada (Laplaciano), uma vez que as derivadas possuem a característica de indicar mudanças abruptas nos níveis de cinza da imagem.

A Figura 2.1 ilustra graficamente a primeira e a segunda derivadas em imagens, neste caso, formadas por faixas claras e escuras.

Observe que nas regiões homogêneas, a primeira derivada (gradiente) é zero e, nas regiões de transição, a primeira derivada assume um valor de máximo ou mínimo, enquanto que a segunda derivada (Laplaciano) possui um cruzamento por zero (zero-crossings).

Portanto, para encontrar bordas, os detectores fazem a diferenciação da imagem e em seguida procuram pixels onde existem máximos (mínimos) locais ou cruzamentos por zeros.

Apesar de parecer simples, a detecção de bordas não é uma tarefa fácil pois apresenta sérios problemas, no qual destaca-se a sensibilidade a ruídos e elementos de textura, como por

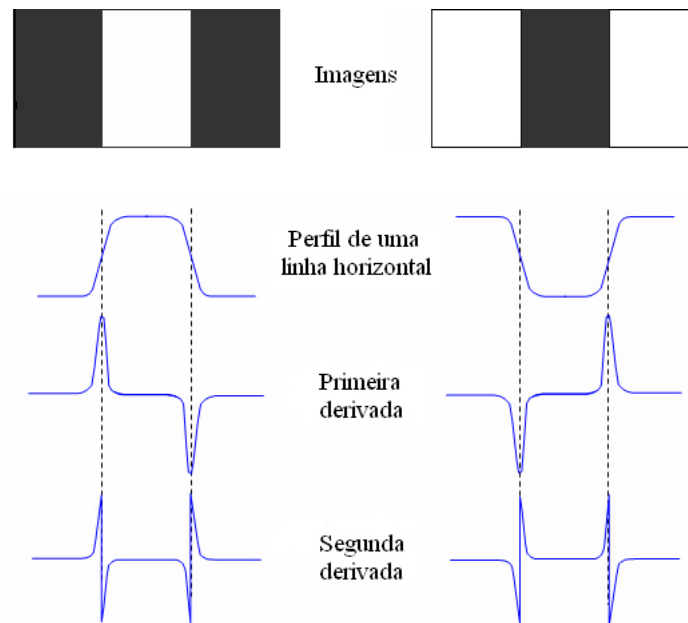


Figura 2.1: Detecção de bordas por operadores de derivação.

exemplo grama, folhagem, galhos, cabelos, etc.

Para resolver esse problema, os detectores de bordas baseiam-se em informações de densidade de bordas [Ghosal and Mehrotra 1994], em análise complementar de bordas e regiões [Ma and Manjunath 2000, Malik et al. 2001], em modelos de difusão não linear [Alvarez et al. 1992, Barcelos et al. 2003] e mais recentemente no sistema visual humano (human visual system - HSV) [Grigorescu et al. 2003, Papari et al. 2006b, Chaji and Ghassemian 2006].

Além disso, para se ter melhores resultados, os detectores são geralmente construídos para atenderem interesses mais específicos, tais como detecção de tecidos em imagens médicas, detecção de bordas de objetos da vida real para aplicação em robótica, agricultura, etc.

Neste capítulo mostra-se brevemente alguns dos principais métodos de detecção de bordas encontrados na literatura.

2.1 Método de Canny

Um dos trabalhos pioneiros que tratou o problema de detecção de bordas, foi proposto por Canny [Canny 1986]. Para alcançar seu objetivo, Canny estabeleceu que um detector de bordas deve satisfazer três critérios básicos de desempenho: boa detecção, boa localização e boa resposta. Em outras palavras, um detector de bordas deve ser capaz de: minimizar o número de falsos positivos (pixels detectados mas que não são bordas) e falsos negativos (pixels de bordas que não são detectados); minimizar a distância entre a borda detectada e a borda verdadeira e; minimizar a probabilidade de múltipla detecção de uma borda (isto é, o algoritmo deve fornecer resposta única para cada pixel de borda na imagem).

Para encontrar bordas, o método de Canny baseia-se no operador gradiente, ou seja, Canny procura os pontos onde $|\nabla u(\mathbf{x})|$ tem um máximo local.

No entanto, como o gradiente amplifica as altas frequências da imagem, ruídos e texturas presentes na imagem também serão amplificados. Para resolver este problema, o detector de Canny faz a suavização da imagem antes da diferenciação (cálculo do gradiente). A suavização empregada por Canny consiste em convoluir a imagem original $I(\mathbf{x})$ com uma função Gaussiana G_σ , isto é,

$$u(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x}) * G_\sigma(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2 \quad (2.1)$$

onde G_σ é obtida pela Equação (1.4).

Após a suavização, o próximo passo é determinar os pixels candidatos à bordas. Como já discutido neste trabalho, estes pixels são obtidos a partir do cálculo do gradiente. No entanto, muitos pixels candidatos a bordas não são de interesse, ou seja, são bordas falsas. Para resolver esse problema, o método de Canny emprega duas técnicas conhecidas como: supressão não máxima e limiarização adaptativa (ou threshold histerese). Estas duas técnicas serão detalhadas no capítulo 4.

A seguir, apresenta-se a implementação computacional do detector de bordas de Canny,

dividido em quatro etapas:

1. A primeira etapa consiste em suavizar a imagem de entrada $I(\mathbf{x})$ para que detalhes irrelevantes como elementos de texturas e ruídos sejam removidos;
2. A segunda etapa consiste em determinar a magnitude $|\nabla u(\mathbf{x})|$ e a direção $\Theta(\mathbf{x})$ do gradiente para cada pixel $(\mathbf{x})$ na imagem suavizada;
3. Na terceira etapa, a técnica de supressão não máxima é aplicada. Neste processo, somente os pixels $(\mathbf{x})$, em que a magnitude do gradiente $|\nabla u(\mathbf{x})|$ tem um máximo local na direção $\Theta(\mathbf{x})$ são candidatos a pixels de bordas. Em outras palavras, a supressão não máxima remove os pixels, cujos valores não são máximos locais, na direção perpendicular à borda. Esta técnica proporciona o afinamento e uma melhor localização das bordas; e
4. Na quarta etapa, a técnica de limiarização é aplicada para remover bordas fracas. Neste processo, dois diferentes limiares são utilizados: um limiar inferior t_L e um limiar superior t_H . Todos os pixels candidatos a bordas com magnitude do gradiente abaixo do limiar t_L são considerados como não bordas. Por outro lado, os pixels com magnitude do gradiente acima do limiar t_H e os pixels com magnitude do gradiente acima do limiar t_L que podem ser conectados a algum pixel com magnitude acima do limiar t_H são considerados como pixels de bordas.

O método de Canny tem uma eficiente técnica de afinamento de bordas mas, por outro lado, ele tem a desvantagem de apresentar muitas bordas falsas, principalmente quando a imagem de interesse é ruidosa.

Os resultados obtidos com a aplicação desse método, em diferentes tipos de imagens, podem ser vistos no capítulo 6.

2.2 Método Baseado em Equações Diferenciais Parciais

Nós últimos anos, tem-se observado um interesse crescente no desenvolvimento e aplicações de equações diferenciais parciais (EDPs) com o intuito de detectar bordas [Perona and Malik 1990, Alvarez et al. 1992, Barcelos et al. 2003]. Este fato é devido a capacidade que as equações diferenciais parciais tem de recuperar imagens danificadas, preservar bordas e ao mesmo tempo remover ruídos. Além disso, o uso de EDPs permite obter estabilidade e exatidão no processo numérico.

Neste contexto, as equações diferenciais parciais surgem como uma alternativa promissora para a solução de problemas relacionados a sensibilidade a ruídos e texturas.

Um modelo baseado em equações diferenciais parciais que demonstra ser promissor para a detecção de bordas foi proposto por Alvarez e outros em [Alvarez et al. 1992]. Tal modelo é matematicamente expresso por:

$$\begin{aligned} u_t &= g|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t > 0, \\ u(\mathbf{x}, 0) &= I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega \times R_+} &= 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega, t > 0. \end{aligned} \tag{2.2}$$

onde $u(\mathbf{x}, 0)$ é a imagem inicial, $u(\mathbf{x}, t)$ é a versão suavizada de $I(\mathbf{x})$ no instante t e g é uma função dada por:

$$g = g(|G_\sigma * \nabla u|) = \frac{1}{1 + k|G_\sigma * \nabla u|^2} \tag{2.3}$$

onde G_σ é uma função Gaussiana obtida pela Equação (1.4) e $G_\sigma * \nabla u$ é a estimativa local do gradiente.

Pode-se observar que para controlar o processo de suavização, remover ruídos e ao mesmo tempo impedir a perda de bordas, a função g age da seguinte forma: nos pontos de bordas onde $|\nabla u|$ possui valores altos, $g \rightarrow 0$. Por outro lado, nas regiões homogêneas onde $|\nabla u|$ possui valores baixos, $g \rightarrow 1$.

Em outras palavras, pode-se dizer que para controlar o processo de suavização e ao mesmo tempo preservar bordas a função g age exatamente como um detector de bordas.

Outros detalhes desse modelo será apresentado no capítulo 3.

A Figura 2.2 mostra o efeito da função g quando aplicada a uma imagem natural.

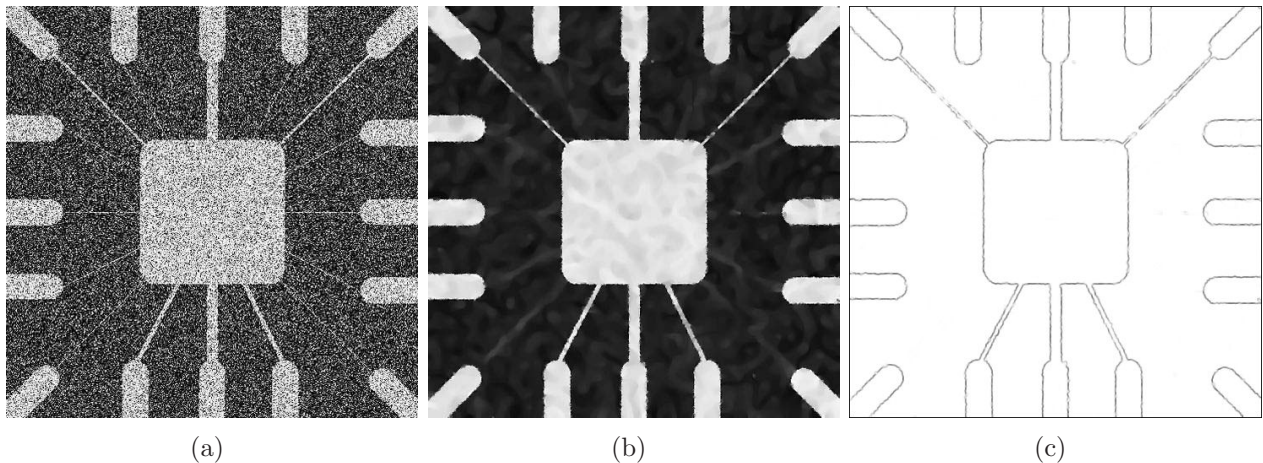


Figura 2.2: Detecção de bordas via equação diferenciais parciais. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) Imagem suavizada via EDP; (c) Bordas detectas pela função g .

Neste exemplo, fica evidente que os modelos baseados em equações diferenciais surge como uma alternativa promissora para a detecção de bordas, uma vez que os ruídos foram removidos eficientemente e as bordas da imagem preservadas. No entanto, esse método ainda apresenta efeitos indesejáveis como a detecção de bordas com estrutura largas.

2.3 Métodos Inspirados Biologicamente

Existem evidências baseadas em estudos psicofísicos e neurofisiológicos, que o sistema visual humano faz, em seu estágio inicial de processamento de informações visuais, a distinção entre bordas de objetos e bordas provenientes de regiões texturizadas.

Baseados nesta teoria, Grigorescu e outros propuseram em [Grigorescu et al. 2004] um novo método de detecção de bordas capaz de minimizar a detecção de bordas falsas.

2.3.1 Método de Grigorescu e outros [Grigorescu et al. 2004]

O método de Grigorescu e outros foi proposto para tratar o problema de sensibilidade a texturas e consequentemente minimizar a detecção de bordas falsas em imagens naturais.

Para alcançar seu objetivo Grigorescu e outros adicionaram ao detector de bordas uma técnica de remoção de textura conhecida como supressão *surround*.

O detector de bordas de Grigorescu e outros [Grigorescu et al. 2004] é brevemente descrito a seguir.

Cálculo do Gradiente

Para encontrar bordas, o detector proposto por Grigorescu e outros baseia-se no operador gradiente. Todavia, além de detectar bordas de objeto, o gradiente também detecta bordas geradas por ruídos e elementos de texturas. Ou seja, o gradiente detecta qualquer mudança brusca nos níveis de cinza da imagem. Assim, se a imagem é ruidosa ou texturizada, muitas bordas indesejáveis serão detectadas.

Para amenizar esse problema, Grigorescu e outros suavizou a imagem antes do processo de detecção convoluindo-a com a primeira derivada da função Gaussiana $G_\sigma(x, y)$, isto é,

$$u(x, y) = I(x, y) * \nabla G_\sigma(x, y),$$

onde σ é um parâmetro.

Assim, o vetor gradiente de $u(x, y)$ é calculado da seguinte forma:

$$\nabla u(x, y) = \left(\left\{ I * \frac{\partial G_\sigma}{\partial x} \right\}, \left\{ I * \frac{\partial G_\sigma}{\partial y} \right\} \right) \quad (2.4)$$

A magnitude e a direção do gradiente são obtidas pelas Equações (1.1) e (1.2), respectivamente.

Como a suavização resultante da convolução da imagem I com a primeira derivada da Gaussiana G_σ é linear, ruídos e texturas não são removidos eficientemente. Para resolver esse problema o método de Grigorescu e outros aplica a técnica de supressão *surround*.

Supressão *Surround*

A supressão *surround* é uma técnica que tenta fazer a distinção entre bordas de objetos e bordas provenientes de regiões texturizadas. Para tanto, em cada ponto (x, y) da imagem um termo de supressão t_σ é computado levando em conta as informações da vizinhança deste ponto. Esta vizinhança (ou região) conhecida como inibição *surround* (veja Figura 2.3) é definida pela diferença entre duas funções Gaussianas, isto é:

$$D \circ G_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi(4\sigma)^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2(4\sigma)^2}} - \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (2.5)$$

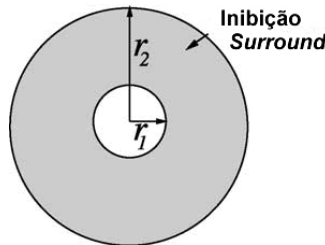


Figura 2.3: Região de inibição *surround* definida pelos raios r_1 e r_2 , onde $r_1 \simeq 2\sigma$ e $r_2 = 4r_1$.

Além disso, a técnica utiliza uma função peso normalizada w_σ definida por:

$$w_\sigma(x, y) = \frac{H(D \circ G_\sigma(x, y))}{\|H(D \circ G_\sigma(x, y))\|}, \quad \text{onde} \quad (2.6)$$

$$H(z) = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ z & z \geq 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

e $\| \cdot \|$ é uma norma de L^1 .

Assim, para cada ponto da imagem o termo de supressão t_σ pode ser calculado de duas formas diferentes: anisotrópico ou isotrópico.

Supressão *Surround* Anisotrópica

A supressão *surround* anisotrópica é obtida através da computação de um termo de supressão t_σ^A que leva em conta um fator adicional que depende da direção do gradiente. Este fator é definido como sendo a diferença entre a direção do gradiente $\Theta(x, y)$ obtida em um ponto (x, y) na imagem e a direção do gradiente $\Theta(x - u, y - v)$ obtida em um ponto $(x - u, y - v)$ na região de inibição *surround*, isto é:

$$\Delta_{\Theta, \sigma}(x, y, x - u, y - v) = |\cos(\Theta(x, y) - \Theta(x - u, y - v))| \quad (2.8)$$

Esse fator comporta da seguinte forma: se a direção do gradiente nos pontos (x, y) e $(x - u, y - v)$ são iguais, isto é, o ponto (x, y) analisado é provavelmente um ponto de textura, então o fator $\Delta_{\Theta, \sigma}$ será máximo, ou seja, $\Delta_{\Theta, \sigma}(x, y, x - u, y - v) = 1$. Por outro lado, se a direção do gradiente no ponto (x, y) é ortogonal a direção do gradiente no ponto $(x - u, y - v)$ então o fator $\Delta_{\Theta, \sigma}$ será mínimo, isto é, $\Delta_{\Theta, \sigma}(x, y, x - u, y - v) = 0$, uma vez que o ponto (x, y) analisado é provavelmente um ponto de borda.

Para tanto, define-se o termo de supressão anisotrópica como:

$$t_{\sigma}^A = \int_{\Omega} |\nabla u(x - u, y - v)| w_{\sigma} \times |\cos(\Theta(x, y) - \Theta(x - u, y - v))| dudv \quad (2.9)$$

onde $\times$ é um símbolo de multiplicação. Para remover bordas de texturas e ao mesmo tempo preservar bordas de objetos o termo de supressão t_{σ}^A terá valores altos em regiões de texturas e valores baixos nas bordas do objeto.

Neste contexto, para cada ponto (x, y) na imagem define-se a supressão *surround* anisotrópica como:

$$C_{\sigma}^A(x, y) = H(|\nabla u(x, y)| - \alpha t_{\sigma}^A(x, y)) \quad (2.10)$$

onde α é um parâmetro que controla a força de supressão e H é definida como na Equação (2.7). Assim, se o ponto analisado esta inserido em uma região texturizada, o termo de supressão será forte e consequentemente o operador C_{σ}^A será mínimo. Desta forma, pontos de texturas que foram detectados como sendo pelo operador gradiente serão removidos, eliminando assim a detecção de bordas falsas.

Supressão *Surround* Isotrópica

Para obter o operador de supressão *surround* isotrópica o método utiliza um termo de supressão que leva em conta apenas a distancia entre as bordas. Ou seja, ele independe da direção do gradiente. Assim, o termo de supressão isotrópica é obtido pela convolução da magnitude do gradiente com a função peso normalizada w_{σ} , isto é:

$$t_{\sigma}^I = \int_{\Omega} |\nabla u(x - \tilde{u}, y - \tilde{v})| w_{\sigma} d\tilde{u}d\tilde{v} \quad (2.11)$$

Para tanto, a supressão *surround* isotrópica é definida como:

$$C_{\sigma}^I(x, y) = H(|\nabla u(x, y)| - \alpha t_{\sigma}^I(x, y)) \quad (2.12)$$

onde α é um parâmetro que controla a força de supressão e H é definida como na Equação (2.7).

Após aplicar a técnica de supressão *surround* para remover bordas de texturas o detector de bordas proposto por [Grigorescu et al. 2004] utiliza as técnicas de supressão não máxima e limiarização (ou *threshold* histerese) propostas por Canny [Canny 1986] para afinar e binarizar as bordas da imagem.

Em [Grigorescu et al. 2004], os autores adicionaram a técnica de supressão *surround* ao detector de bordas de Canny para mostrar que este mecanismo pode ser incorporado a outros detectores de bordas existentes afim de minimizar a detecção de bordas falsas. Os resultados obtidos pelo detector de bordas de Canny com supressão *surround* apresentaram bons resultados em termo de detecção de bordas pois reduziu a detecção de bordas de texturas.

2.3.2 Método de Papari e outros [Papari et al. 2006b]

Na tentativa de obter resultado mais eficientes, Papari e outros propuseram em [Papari et al. 2006b] uma modificação no detector de bordas de [Grigorescu et al. 2004]. O método proposto por [Papari et al. 2006b] consiste em aplicar o detector de bordas de [Grigorescu et al. 2004] em uma imagem com diferentes escalas. Os resultados obtidos em cada escala são combinados no final para obter o mapa de bordas binário.

Esta modificação mostrou ser muito promissora e eficiente, superando o detector de bordas proposto por [Grigorescu et al. 2004] em termos de detecção de bordas verdadeiras e redução de bordas falsas.

2.4 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados três trabalhos relacionados a detecção de bordas. Pelos resultados reportados nos trabalhos revisados, pode-se perceber que a detecção de bordas não é uma tarefa fácil. Além disso, percebe-se que a maior dificuldade dos detectores de bordas é como encontrar uma forma eficiente de tratar ruídos e elementos de texturas, como gramas, folhagens, galhos, pêlos, etc.

No próximo capítulo, trata-se o problema de remoção de ruídos e texturas, no contexto das equações diferenciais parciais. Modelos baseados em EDPs são muito promissores e vem sendo largamente utilizados em processamento de imagens para uma grande variedade de problemas.

Suavização e Remoção de Ruídos

3.1 O Problema Básico

Um problema comum em processamento de imagens é encontrar $u(\mathbf{x})$, uma aproximação para a imagem verdadeira $u_{\text{verdadeira}}(\mathbf{x})$, a partir de uma imagem inicial ruidosa ou degradada $I(\mathbf{x})$, definida por:

$$I(\mathbf{x}) = u_{\text{verdadeira}}(\mathbf{x}) + \delta, \quad \mathbf{x} \in R^2$$

onde δ representa o ruído, as partes faltantes ou danificadas da imagem verdadeira ou outras características não desejadas da imagem inicial $I(\mathbf{x})$.

A tarefa de encontrar $u(\mathbf{x})$, que melhor se aproxima da imagem verdadeira é conhecido como restauração. Sua importância é revelada pelas diversas aplicações, como por exemplo, na área médica, oceanográfica, militar, agricultura, indústria termoquímica, cinematográfica, etc.

Para encontrar $u(\mathbf{x})$, os métodos baseiam-se em diversas teorias, tais como: equações diferenciais parciais, transformadas de Fourier e decomposição de Wavelet.

Nos últimos anos, o interesse por modelos baseados em equações diferenciais parciais para

restaurar imagens degradadas, remover ruídos, detectar bordas, etc; vem experimentando um vigoroso crescimento.

Neste capítulo, são estudados alguns modelos baseados em EDPs que são utilizados para restaurar imagens degradadas, remover ruídos e detectar bordas.

3.2 Equações Diferenciais Parciais

A história das equações diferenciais começou no século XVII e foram inicialmente utilizadas para modelar fenômenos físicos. Desde então, elas tem sido aplicadas em diversos campos da ciência como: ótica, eletricidade, ondulatória, magnetismo, mecânica, fluidos, medicina, etc.

Ao longo dos últimos anos, o uso de equações diferenciais parciais (EDPs) em processamento de imagens tem sido amplamente estudado. A aplicação de EDPs em imagens iniciou com os trabalhos de Koenderink [Koenderink 1984] e Hummel [Hummel 1986]. Em seus trabalhos, Koenderink e Hummel observaram que o processo de suavização obtido pela convolução da imagem original $I(\mathbf{x})$ com a função Gaussiana $G_t(\mathbf{x})$:

$$u(\mathbf{x}, t) = G_t(\mathbf{x}) * I(\mathbf{x}).$$

pode ser visto como a solução da equação do calor dada por:

$$u_t = \Delta u, \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, t > 0, \quad (3.1)$$

com condição inicial $u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x})$.

A equação do calor, também conhecida como equação da difusão, tem o efeito de suavizar a imagem em todas as direções, inclusive sobre as bordas da imagem. Para tanto, no contexto de detecção de bordas esse efeito é indesejado, uma vez que todas as bordas da imagem são

deterioradas.

A Figura 3.1 mostra o efeito da equação do calor em escala crescente de t . Fazendo $t \rightarrow \infty$ a imagem se tornará homogênea e, conseqüentemente todas as informações relevantes da imagem serão perdidas, como mostra as Figuras 3.1(b) a 3.1(e), obtidas para diferentes valores de t .

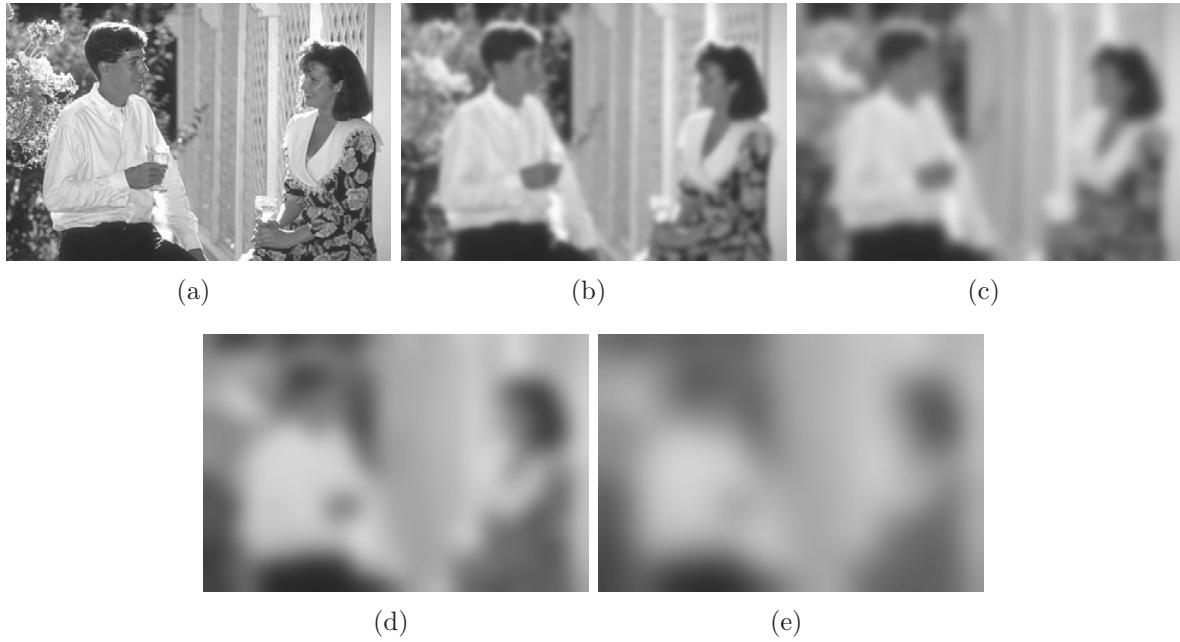


Figura 3.1: Suavização via equação de difusão linear. (a) Imagem original; (b) - (e) suavização via equação do calor com $t = 5, 25, 100$ e 250 , respectivamente.

Uma importante contribuição para a preservação de bordas foi apresentada por Perona e Malik em [Perona and Malik 1990]. Partindo do princípio de que as equações de difusão lineares não preservam bordas, os autores propuseram substituir a equação do calor pela equação de difusão não linear:

$$u_t = \operatorname{div}(g(|\nabla u|)\nabla u), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, t > 0, \quad (3.2)$$

$$u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

onde $u(\mathbf{x}, 0)$ é a imagem inicial, $u(\mathbf{x}, t)$ é a versão suavizada de $I(\mathbf{x})$ no instante t e g é uma função suave não crescente que satisfaz as seguintes condições: $g(0) = 1$, $g(s) \geq 0$, e $g(s) \rightarrow 0$ quando $s \rightarrow \infty$.

O objetivo da função g é controlar o processo de suavização. Sendo assim, nos pontos onde $|\nabla u|$ é grande tem-se $g \rightarrow 0$, isto é, nos pontos de bordas o processo de difusão é mínimo, preservando, com isso, as bordas da imagem.

Existem várias alternativas para a escolha da função g . Perona e Malik [Perona and Malik 1990], por exemplo, propuseram as seguintes funções:

$$g(|\nabla u|) = e^{-\frac{|\nabla u|^2}{k^2}} \quad (3.3)$$

e

$$g(|\nabla u|) = \frac{1}{1 + \frac{|\nabla u|^2}{k^2}} \quad (3.4)$$

onde k é uma constante que está diretamente relacionada à quantidade de detalhes a ser preservado.

Esse modelo teve uma forte contribuição no que diz respeito à preservação de bordas e remoção de ruídos. Porém, apresentou alguns problemas teóricos e práticos que foram resolvidos em trabalhos posteriores [Alvarez et al. 1992]. Um dos problemas apresentados pelo modelo Perona e Malik surgiu com a aplicação do mesmo em imagens ruidosas. Como $|\nabla u|$ possui altos valores em quase todos os pontos da imagem ruidosa, g terá valores próximos de zero e consequentemente tem-se baixa redução de ruídos [Barcelos et al. 2003].

O modelo de Perona e Malik [Perona and Malik 1990] também contribuiu para o surgimento de muitos outros modelos. Um dos trabalhos que merecem destaque foram propostos por Alvarez e outros em [Alvarez et al. 1992]. Usando a idéia da difusão degenerada, também

conhecida como fluxo da curvatura média:

$$\begin{aligned} u_t &= |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t > 0, \\ u(\mathbf{x}, 0) &= I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \end{aligned} \quad (3.5)$$

e a idéia de Perona e Malik [Perona and Malik 1990], Alvarez e outros [Alvarez et al. 1992] propuseram a seguinte equação diferencial não linear:

$$\begin{aligned} u_t &= g|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t > 0, \\ u(\mathbf{x}, 0) &= I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega \times R_+} &= 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega, \end{aligned} \quad (3.6)$$

A função g proposta por Alvarez e outros [Alvarez et al. 1992] é dada por:

$$g = g(|G_\sigma * \nabla u|) = \frac{1}{1 + k|G_\sigma * \nabla u|^2} \quad (3.7)$$

onde G_σ é uma função Gaussiana como mostrada na Equação (1.4) e $G_\sigma * \nabla u$ é a estimativa local do gradiente utilizado para a eliminação de ruídos.

Pode-se observar que no caso particular em que $g(|\nabla u|) = \frac{1}{|\nabla u|}$ tem-se $u_t = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$, que é um caso particular do modelo de Perona e Malik [Alvarez et al. 1992, Perona and Malik 1990].

O sucesso do modelo mostrado pela Equação (3.6) vem da forma como a função g e o termo de difusão agem no processo de suavização da imagem de interesse. O termo de difusão $|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$ tem a função de suavizar a imagem, remover ruídos, enquanto a função g tem a tarefa de controlar a velocidade de difusão e consequentemente preservar as bordas da imagem. Assim, se o valor de $|\nabla u|$ é pequeno na vizinhança de um ponto, significa que esse ponto é

um ponto interior de uma região homogênea, logo, a difusão nele é forte. Por outro lado, se o valor de $|\nabla u|$ é grande na vizinhança de um ponto, significa que esse ponto é borda, portanto, a difusão nele é mínima.

Outra modificação no modelo de Perona e Malik [Perona and Malik 1990] foi proposta por Nordström [Nordström 1990]. Ele acrescentou um termo forçante $(u - I)$ ao modelo de Perona e Malik [Perona and Malik 1990] forçando $u(x, t)$ se manter próxima da imagem inicial $I(x)$. O modelo proposto por Nordström [Nordström 1990] é expresso pela seguinte equação diferencial não linear:

$$u_t = \operatorname{div}(g(|\nabla u|)\nabla u) - (u - I), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t > 0, \quad (3.8)$$

$$u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

o modelo proposto por Nordström [Nordström 1990] reduz o efeito degenerativo da difusão a níveis aceitáveis e conseqüentemente preserva mais características de bordas da imagem, mas por outro lado, ruídos não são removidos eficientemente [Barcelos et al. 2003].

As equações diferenciais parciais podem também ser obtidas a partir de problemas variacionais. Um exemplo clássico é o modelo proposto por [Rudin et al. 1992]:

$$u_t = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda(u - I), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t > 0, \quad (3.9)$$

$$u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|_{\partial \Omega \times R_+} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega,$$

que é a solução do problema variacional:

$$\min_u E(u) = \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})| \, d\Omega + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 \, d\Omega \quad (3.10)$$

onde λ é um multiplicador de Lagrange.

Pode-se observar que no caso particular onde $\lambda = 1$ e $g(s) = \frac{1}{s}$, os modelos mostrados pelas Equações (3.8) e (3.9) são equivalentes.

Na próxima seção, explora-se os modelos de equações diferenciais parciais que tem por base os métodos variacionais.

3.3 Métodos Variacionais

Os métodos variacionais tem como principal objetivo encontrar um caminho, uma curva ou uma superfície, para os quais um determinado funcional tem um valor mínimo.

Os métodos variacionais surgiram a partir da busca de soluções para problemas físicos que eram modelados via equações diferenciais parciais. Os resultados bem sucedidos em muitos problemas, fez dos métodos variacionais, uma das áreas mais ativas de pesquisa no campo da matemática aplicada, do processamento de imagens e da visão computacional.

O espaço de aplicação dos métodos variacionais abrange os problemas de remoção de ruídos, restauração de imagens, problemas de elasticidade, dinâmica de fluidos, etc.

No entanto, neste trabalho estuda-se apenas os modelos variacionais com aplicações em restauração de imagens e remoção de ruídos.

O modelo básico consiste em minimizar um funcional de energia penalizado, da forma:

$$\min_u E(u) = \frac{1}{2} \|u - I\|^q + \alpha \mathcal{R}(u) \quad q \in [1, \infty] \quad (3.11)$$

onde $\mathcal{R}(u)$ é o termo regularizador, $\|u - I\|^q$ é o termo de fidelidade, $\alpha > 0$ é um parâmetro de regularização e $\| \cdot \|$ é alguma norma conveniente.

O objetivo do termo $\mathcal{R}(u)$ é a difusão da imagem. Por outro lado, o objetivo do termo

$\|u - I\|^q$ é forçar a imagem suavizada u a estar o mais próximo possível da imagem original I . Em outras palavras, o termo de fidelidade auxilia o termo regularizador a preservar as características mais importantes da imagem. O balanceamento entre o termo regularizador e o termo de fidelidade é garantido pelo parâmetro α . Dependendo do tipo de aplicação que se deseja, o parâmetro α pode ser uma constante ou uma função.

Outra formulação matemática geralmente usada para representar um funcional de energia é:

$$\min_u \mathcal{R}(u) \quad \text{sujeito à restrição} \quad \|u - I\|^q = \sigma^2 \quad q \in [1, \infty] \quad (3.12)$$

onde assume-se que o desvio padrão do ruído σ é conhecido.

Chambolle e outros mostraram em [Chambolle and Lions 1997] que resolver (3.11) é equivalente a resolver (3.12), quando $\alpha = \frac{1}{\lambda}$, onde λ é um multiplicador de Lagrange encontrado na solução (3.12).

As soluções dos funcionais (3.11) e (3.12) são obtidos encontrando as soluções no estado estacionário da equação diferencial parcial, que é a evolução da equação de Euler-Lagrange.

Antes de falar da equação de Euler-Lagrange, é realizado um breve estudo dos diferentes tipos de regularização $\mathcal{R}(u)$.

3.3.1 O Termo Regularizador

O termo regularizador $\mathcal{R}(u)$ pode ser considerado como o termo mais relevante para a preservação das características importantes da imagem. Para cada aplicação desejada, esse termo pode apresentar diferentes formas. A mais comum é dado pela integral:

$$\mathcal{R}(u) = \int_{\Omega} |Qu|^p d\Omega$$

onde Q é um operador linear que pode ter uma das seguintes formas:

$$Q = \begin{cases} I_d & (\text{operador identidade}) \\ \Delta & (\text{operador Laplaciano}) \\ \nabla & (\text{operador gradiente}) \end{cases} \quad (3.13)$$

e p é uma constante (ou função) que varia no intervalo $[1, 2]$.

A escolha mais adequada do operador Q e do parâmetro p vai depender do problema em questão. Por exemplo, quando se deseja remover ruídos e ao mesmo tempo preservar características importantes da imagem, como bordas, é comum utilizar-se $p \neq 2$ e o operador gradiente ∇ , uma vez que o mesmo tem a característica de indicar mudanças bruscas na imagem.

Por outro lado, se o objetivo é borrar a imagem ou remover ruídos, toma-se $p = 2$. Neste caso, bordas e outros detalhes importantes da imagem são deterioradas.

Portanto, a escolha correta do parâmetro p é essencial para o sucesso do modelo, uma vez que o termo regularizador apresenta diferentes efeitos de difusão para diferentes valores de p .

Neste trabalho, explora-se os efeitos da difusão isotrópica ($p = 2$), da difusão baseada na variação total (*Total Variation - TV*) ($p = 1$) e da difusão anisotrópica ($1 < p < 2$). Além disso, apresenta-se um funcional de energia que combina o efeito da difusão isotrópica com o efeito da difusão baseada na variação total.

3.3.2 Equação de Euler-Lagrange

A equação de Euler-Lagrange foi primeiramente obtida por Euler e mais tarde, demonstrada por Lagrange de forma mais rigorosa.

O problema básico consiste em encontrar uma função $u : R \rightarrow R$, entre todas as funções contínuas com primeiras e segundas derivadas contínuas em um intervalo $[a, b]$, satisfazendo as condições de fronteira $u(a) = \alpha$, $u(b) = \beta$, $\alpha, \beta \in R$, que conduz ao valor mínimo (ou

máximo) de um funcional:

$$E(u) = \int_a^b L(x, u, u') dx \quad \text{com } u(a) = \alpha, \quad u(b) = \beta \quad \text{e } a \leq x \leq b \quad (3.14)$$

onde a função $L : [a, b] \times R \times R \rightarrow R$, chamada de *Lagrangeano*, é assumida ser contínua e diferenciável no intervalo $[a, b]$ com continuidade em relação a todos os seus argumentos, um número de vezes suficiente para que todas as expressões que são escritas façam sentido.

Seja u , por hipótese, a função solução de E e v uma função que difere de u de certa quantidade, isto é:

$$v = u + \varepsilon \eta, \quad (3.15)$$

onde $v \in C^1[a, b]$, $\varepsilon > 0$ é um parâmetro real que varia continuamente e η é uma função arbitrária que satisfaz as condições de contorno:

$$\eta(a) = \eta(b) = 0$$

Assim, pode-se escrever o funcional (3.14) da forma:

$$E(v) = \int_a^b L(x, v, v') dx \quad (3.16)$$

onde $v' = \frac{dv}{dx}$, ou da forma:

$$E(u + \varepsilon \eta) = \int_a^b L(x, u + \varepsilon \eta, u' + \varepsilon \eta') dx \quad (3.17)$$

onde:

$$v' = u' + \varepsilon \eta' \quad (3.18)$$

Diferenciando (3.17) em relação a ε , obtém-se a derivada direcional de E aplicada em u na direção η , isto é:

$$E'(u, \eta) = \int_a^b \left(\frac{\partial L}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial L}{\partial v'} \frac{\partial v'}{\partial \varepsilon} \right) dx \quad (3.19)$$

Das Equações (3.15) e (3.18), tem-se que:

$$\frac{\partial v}{\partial \varepsilon} = \eta \quad \text{e} \quad \frac{\partial v'}{\partial \varepsilon} = \eta' \quad (3.20)$$

Substituindo-se a Equação (3.20) na Equação (3.19), obtém-se:

$$E'(u, \eta) = \int_a^b \left(\frac{\partial L}{\partial v} \eta + \frac{\partial L}{\partial v'} \eta' \right) dx \quad (3.21)$$

Defini-se agora as condições de estacionariedade de um funcional. Para tanto, considere a definição a seguir.

Definição 3.1 *Seja $E : V \rightarrow R$, tal que $V = \{u \in C[a, b]\}$ e suponha que para algum $\tilde{u} \in V$ e $\forall \eta \in \tilde{V}$; $\tilde{V} = \{\eta, \eta = u - v, \text{ com } u, v \in V\}$ e $|\eta| = 1$,*

$$E'(\tilde{u}, \eta) = 0 \quad (3.22)$$

Então $\tilde{u}$ é um ponto estacionário de E .

Assim, usando a definição acima e supondo que u é um ponto estacionário de E , tem-se que:

$$\int_a^b \left(\frac{\partial L}{\partial u} \eta + \frac{\partial L}{\partial u'} \eta' \right) dx = 0 \quad (3.23)$$

Integrando $\int_a^b \frac{\partial L}{\partial u'} \eta'$ por partes, encontra-se:

$$\int_a^b \frac{\partial L}{\partial u'} \eta' = \left[\frac{\partial L}{\partial u'} \eta \right]_a^b - \int_a^b \frac{d}{dx} \frac{\partial L}{\partial u'} \eta dx \quad (3.24)$$

Substituindo-se a Equação (3.24) na Equação (3.23), obtém-se:

$$\int_a^b \left(\frac{\partial L}{\partial u} \eta - \frac{d}{dx} \frac{\partial L}{\partial u'} \eta \right) dx + \left[\frac{\partial L}{\partial u'} \eta \right]_a^b = 0 \quad (3.25)$$

Aplicando-se as condições de contorno, isto é $\eta(a) = \eta(b) = 0$, encontra-se:

$$\left[\frac{\partial L}{\partial u'} \eta \right]_a^b = 0$$

Portanto,

$$\int_a^b \left(\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{d}{dx} \frac{\partial L}{\partial u'} \right) \eta dx = 0 \quad (3.26)$$

Fazendo uso do lema fundamental do cálculo variacional,

Lema 3.1 (*Lema fundamental do cálculo variacional*) Se a e $b, b > a$ são constantes fixas e $F(x)$ é uma função continua pertencente a $C[a, b]$ e se

$$\int_a^b F(x) \eta(x) dx = 0 \quad (3.27)$$

para toda função continuamente diferenciável η , que satisfaça as condições $\eta(a) = \eta(b) = 0$, pode-se concluir que $F(x) = 0$ para todo o intervalo $a \leq x \leq b$.

conclui-se que (3.26) é equivalente à condição:

$$\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{d}{dx} \frac{\partial L}{\partial u'} = 0, \quad a \leq x \leq b \quad (3.28)$$

Portanto, a Equação (3.28) é a equação de Euler-Lagrange para o funcional (3.14).

Antes de deduzir a equação de Euler-Lagrange para uma função em R^2 , isto é, $u : \Omega \subset R^2 \rightarrow R$, considera-se as seguintes definições.

Definição 3.2 *Considere que a direção cosseno v_i é uma função de (x, y) na fronteira $\partial\Omega$. Segue então que:*

$$u_v = v_1 u_x + v_2 u_y \quad (3.29)$$

$$u_{tan} = -v_2 u_x + v_1 u_y \quad (3.30)$$

Definição 3.3 *As identidades da integral de Gauss são definidas por:*

$$\int_{\Omega} u v_x \, d\Omega = \int_{\partial\Omega} v_1 u v \, ds - \int_{\Omega} u_x v \, d\Omega \quad (3.31)$$

$$\int_{\Omega} u v_y \, d\Omega = \int_{\partial\Omega} v_2 u v \, ds - \int_{\Omega} u_y v \, d\Omega \quad (3.32)$$

Deduz-se agora a equação de Euler-Lagrange para funcionais do tipo $E : V \rightarrow R$, onde V é algum conjunto de funções reais u definidas em Ω , $\Omega \subset R^2$.

Desta forma,

$$E(u) = \int_{\Omega} L(x, y, u, u_x, u_y) \, d\Omega \quad \forall u \in V \quad (3.33)$$

onde:

$$V = \{v \in C^2(\bar{\Omega}); v = \alpha \text{ sobre } \partial\Omega\}$$

e $\alpha = \alpha(x, y)$ é uma função contínua na fronteira $\partial\Omega$ e $L(x, y, u, u_x, u_y)$ possui derivadas parciais contínuas de ordem ≤ 2 para $(x, y) \in \bar{\Omega}$.

Considera-se também o espaço das funções testes (ou demissíveis) como sendo:

$$\mathring{V} = \{v \in C^2(\bar{\Omega}); v = 0 \text{ na } \partial\Omega\}$$

A derivada direcional de 1ª ordem de E é expressa por:

$$E'(u, \eta) = \int_{\Omega} \frac{\partial L}{\partial u} + \frac{\partial L}{\partial u_x} \eta_x + \frac{\partial L}{\partial u_y} \eta_y \, d\Omega \quad (3.34)$$

Lembrando que a condição para um ponto estacionário de L é:

$$E'(u, \eta) = 0 \quad \forall u \in \mathring{V}$$

tem-se que:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial L}{\partial u} + \frac{\partial L}{\partial u_x} \eta_x + \frac{\partial L}{\partial u_y} \eta_y \, d\Omega = 0 \quad (3.35)$$

Integrando (3.35) por partes, encontra-se:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) \right] \eta \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} \left(v_1 \frac{\partial L}{\partial u_x} + v_2 \frac{\partial L}{\partial u_y} \right) \eta \, ds = 0, \quad \forall \eta \in \mathring{V} \quad (3.36)$$

Como $\eta = 0$ na fronteira $\partial\Omega$, a integral de linha se anula. Assim, a primeira integral deve se anular para todas as funções testes. Logo:

$$\frac{\partial L}{\partial u} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) \right] = 0, \quad \text{em } \Omega \quad (3.37)$$

A Equação (3.37) é a equação de Euler-Lagrange para o funcional (3.33).

3.3.3 Difusão baseada na Variação Total, $p = 1$

O grande desafio nas áreas de restauração de imagens, detecção de bordas, remoção de ruídos, é encontrar modelos de difusão que são capazes de remover ruídos, recuperar partes degradadas ou faltantes e ao mesmo tempo preservar características importantes da imagem, como por exemplo, bordas.

Nas últimas décadas, vários modelos de difusão tem sido propostos e consequentemente novas teorias. Os modelos expostos aqui baseiam-se na variação total. A principal vantagem da difusão baseada na variação total é que o método não penaliza descontinuidades (isto é, bordas), uma vez que o processo de difusão empregado é estritamente ortogonal ao gradiente da imagem.

Um dos primeiros modelos baseados nessa teoria, conhecido como um dos mais influentes nas áreas de restauração de imagens, remoção de ruídos e preservação de bordas foi proposto por Rudin e outros [Rudin et al. 1992]. Este modelo propõe reconstruir a imagem corrompida (degradada) a partir da minimização do funcional:

$$TV(u) = \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})| \, d\Omega \quad (3.38)$$

sujeito as seguintes restrições:

$$\int_{\Omega} u(\mathbf{x}) \, d\Omega = \int_{\Omega} I(\mathbf{x}) \, d\Omega \quad \text{e} \quad \|u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})\|_{L^2(\Omega)}^2 = \sigma^2$$

Ao longo deste trabalho, quando não existirem chances de ambiguidade a norma de $L^2(\Omega)$

será denotada por $\|\cdot\|$.

Na primeira restrição assume-se que o ruído é distribuído com média zero, e a segunda utiliza o conhecimento prévio que o desvio padrão do ruído é σ . Porém, em muitos casos práticos esse parâmetro não é conhecido. Portanto, se uma boa estimativa do seu valor não for encontrada o sucesso do modelo ficará comprometido.

Este problema foi resolvido através da minimização do problema sem restrições (3.39), que é equivalente ao problema com restrições (3.38), introduzido por Rudin e outros [Rudin et al. 1992]. A equivalência entre os problemas (3.38) e (3.39) foram estabelecidas Chambolle e Lions em [Chambolle and Lions 1997]. Desta forma, minimiza-se:

$$\min_u E(u) = \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})| d\Omega + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 d\Omega \quad (3.39)$$

onde λ é o multiplicador de Lagrange, que é inversamente proporcional à variância do ruído [Chan et al. 2001], $\int_{\Omega} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 d\Omega$ é o termo de fidelidade e $\int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})| d\Omega$ é o termo regularizador responsável pela difusão da imagem.

A equação de Euler-Lagrange do modelo acima é apresentada a seguir.

Pode-se observar que o funcional de energia (3.39) que se deseja minimizar pode ser escrito como uma integral da forma:

$$E(u) = \int_{\Omega} L(x, y, u, u_x, u_y) d\Omega$$

Deste modo, a equação de Euler-Lagrange que minimiza o funcional de energia (3.39) é:

$$\frac{\partial L}{\partial u} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) \right] = 0 \quad (3.40)$$

Assim, considerando

$$L(x, y, u, u_x, u_y) = |\nabla u(\mathbf{x})| + \frac{\lambda}{2}[u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} + \frac{\lambda}{2}(u - I)^2,$$

e derivando L em relação a u, u_x e u_y , obtém-se a equação diferencial:

$$\lambda(u - I) - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) \right] = 0, \quad (3.41)$$

pois,

$$\frac{\partial L}{\partial u} = 2 \frac{\lambda}{2}(u - I) = \lambda(u - I)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_x} = \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2)^{-\frac{1}{2}} 2u_x = \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_y} = \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2)^{-\frac{1}{2}} 2u_y = \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}$$

Utilizando a definição do operador divergente, encontra-se a equação de Euler-Lagrange para o funcional de energia (3.39), isto é:

$$\lambda(u - I) - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) = 0, \quad \text{em } \Omega \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega \times R_+} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega,$$

O mínimo do funcional $E(u)$ pode ser encontrado resolvendo a seguinte equação de evolução:

$$u_t = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda(u - I), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t > 0,$$

$$u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega \times R_+} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega,$$

onde $u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x})$ é a imagem inicial com ruído, $u(\mathbf{x}, t)$ é a versão suavizada na escala t e $\frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega \times R_+} = 0$ é a condição de contorno.

Para o parâmetro λ , [Rudin et al. 1992] sugeriram um valor dinâmico $\lambda(t)$ que converge para:

$$\lambda = -\frac{1}{2\sigma^2} \int_{\Omega} \left[|\nabla u| - \frac{\nabla I \nabla u}{|\nabla u|} \right] d\Omega$$

quando $t \rightarrow \infty$.

Note que a Equação (3.42) não está definida nos pontos onde $\nabla u = 0$, devido à presença da expressão $\frac{1}{|\nabla u|}$. Para resolver esse problema, é comum utilizar a norma euclidiana $|\nabla u|_a = \sqrt{|\nabla u|^2 + a}$, onde a é um valor pequeno e positivo. Assim, minimizar (3.39) é equivalente a minimizar:

$$\min_{\mathbf{u}} E(u) = \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})|_a d\Omega + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 d\Omega \quad (3.43)$$

Em [Acar and Vogel 1994], os autores mostraram que a solução do funcional acima converge para a solução (3.42) quando $a \rightarrow 0$.

A existência e unicidade desse modelo pode ser encontrada em [Andreu et al. 2000, Vese 2001, Acar and Vogel 1994, Chambolle and Lions 1997].

Com o sucesso da difusão baseada na variação total, várias modificações foram introduzidas

no modelo de Rudin e outros [Rudin et al. 1992].

Uma importante melhoria para o modelo de Rudin e outros foi introduzida por Strong e Chan [Strong and Chan 1996, Strong 1997]. Eles introduziram um fator de controle de difusão $\alpha(\mathbf{x})$ ao termo de regularização, na tentativa de retardar a difusão nas bordas da imagem. Esse modelo mostrou ser eficiente para a remoção de ruídos e ao mesmo tempo preservar bordas, uma vez que o tipo de difusão empregado é estritamente ortogonal ao gradiente da imagem.

O funcional de energia baseado na variação total, proposto por Strong e Chan é expresso por:

$$TV(u)_\alpha = \int_{\Omega} \alpha(\mathbf{x}) |\nabla u(\mathbf{x})| \, d\Omega \quad (3.44)$$

com a seguinte restrição:

$$\int_{\Omega} |u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})|^2 \, d\Omega = \sigma^2$$

Esse problema foi resolvido pela minimização do problema sem restrições:

$$\min_{\mathbf{u}} E(u) = \int_{\Omega} \alpha(\mathbf{x}) |\nabla u(\mathbf{x})| \, d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 \, d\Omega \quad (3.45)$$

que é equivalente ao problema (3.44) com restrições.

Note que o funcional de energia (3.45) que desejamos minimizar pode ser escrito como uma integral da forma:

$$E(u) = \int_{\Omega} L(x, y, u, u_x, u_y) \, d\Omega$$

Portanto, a equação de Euler-Lagrange que minimiza o funcional de energia (3.45) é:

$$\frac{\partial L}{\partial u} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) \right] = 0 \quad (3.46)$$

Assim, considerando

$$L(x, y, u, u_x, u_y) = \alpha(\mathbf{x}) |\nabla u(\mathbf{x})| + \frac{1}{2} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 = \alpha(\mathbf{x}) \sqrt{u_x^2 + u_y^2} + \frac{1}{2} (u - I)^2,$$

e derivando L em relação a u, u_x e u_y , obtém-se a equação diferencial:

$$(u - I) - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha(\mathbf{x}) u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha(\mathbf{x}) u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) \right] = 0, \quad (3.47)$$

pois,

$$\frac{\partial L}{\partial u} = 2 \frac{1}{2} (u - I) = (u - I)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_x} = \alpha(\mathbf{x}) \frac{1}{2} (u_x^2 + u_y^2)^{-\frac{1}{2}} 2u_x = \frac{\alpha(\mathbf{x}) u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_y} = \alpha(\mathbf{x}) \frac{1}{2} (u_x^2 + u_y^2)^{-\frac{1}{2}} 2u_y = \frac{\alpha(\mathbf{x}) u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}$$

Logo, usando a definição do operador divergente, encontra-se a equação de Euler-Lagrange para o funcional de energia (3.45), isto é:

$$(u - I) - \operatorname{div} \left(\alpha(\mathbf{x}) \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) \right) = 0, \quad (3.48)$$

Portanto, o mínimo do funcional pode ser encontrado resolvendo a seguinte equação de evolução:

$$\begin{aligned} u_t &= \operatorname{div} \left(\alpha(\mathbf{x}) \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - (u - I), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t > 0, \\ u(\mathbf{x}, 0) &= I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega \times R_+} &= 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega, \end{aligned} \tag{3.49}$$

onde $\alpha : \Omega \subset R^2 \rightarrow R$ é uma função, $u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x})$ é a imagem inicial com ruído, $u(\mathbf{x}, t)$ é a versão suavizada na escala t e $\frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega \times R_+} = 0$ é a condição de contorno.

A escolha do fator de controle $\alpha(\mathbf{x})$ é determinante para o sucesso do modelo. Determinadas escolhas para $\alpha(\mathbf{x})$ foram feitas em [Strong and Chan 1996, Strong 1997] e os resultados numéricos obtidos por eles apresentaram bons resultados. A idéia é escolher $\alpha(\mathbf{x})$ de tal forma que nas regiões de bordas onde $\alpha(\mathbf{x}) \rightarrow 0$, tem-se baixa difusão e consequentemente, a preservação de bordas. Por outro lado, nas regiões homogêneas onde $\alpha(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$, tem-se alta difusão. Desta forma, as regiões homogêneas serão fortemente suavizadas, permitindo assim, a remoção de ruídos e outras características indesejáveis da imagem.

Em particular, se $\alpha(\mathbf{x}) = \text{constante}$, obtém-se o funcional energia de variação total (3.38) introduzido por Rudin e outros em [Rudin et al. 1992].

3.3.4 Difusão Isotrópica, $p = 2$

Para melhor entendimento do efeito da difusão isotrópica ($p = 2$), inicia-se esta seção com uma análise dos meios isotrópicos. Um meio é dito isotrópico se suas propriedades físicas são as mesmas em quaisquer direções. Os líquidos, os gases e os sólidos amorfos são exemplos de materiais isotrópicos.

Em imagens, a difusão isotrópica apresenta essas mesmas propriedades físicas. Quando

aplicada em imagens, a difusão se propaga em todas as direções causando a deteriorização de bordas e outras características importantes da imagem. Por outro lado, a difusão isotrópica remove ruídos e outras características indesejáveis de forma eficiente. A equação do calor é um exemplo clássico que exemplifica essas propriedades, como mostra a Figura 3.1.

Outro exemplo comum é obtido pelo problema de minimização:

$$\min_{\mathbf{u}} E(u) = \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})|^2 d\Omega + \lambda \int_{\Omega} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 d\Omega \quad (3.50)$$

onde termo o regularizador $\int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})|^2 d\Omega$ é chamado de integrante de Dirichlet

Esse modelo difere do modelo de Rudin e outros [Rudin et al. 1992] por ter o integrante de Dirichlet no lugar do termo de variação total. No entanto, esse modelo tem a desvantagem de causar a perda de bordas e outros detalhes importantes, mas por outro lado, ruídos são removidos eficientemente.

A equação de Euler-Lagrange do funcional (3.50) é apresentado a seguir.

Pode-se observar que o funcional de energia (3.50) que é desejado minimizar pode ser escrito como uma integral da forma:

$$E(u) = \int_{\Omega} L(x, y, u, u_x, u_y) d\Omega$$

Logo, a equação de Euler-Lagrange que minimiza o funcional de energia (3.50) é:

$$\frac{\partial L}{\partial u} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) \right] = 0 \quad (3.51)$$

Assim, considerando

$$L(x, y, u, u_x, u_y) = |\nabla u(\mathbf{x})|^2 + \lambda [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 = (u_x^2 + u_y^2) + \lambda (u - I)^2,$$

e derivando L em relação a u , u_x e u_y , obtém-se a equação diferencial parcial:

$$2\lambda(u - I) - \left[\frac{\partial}{\partial x} (2u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (2u_y) \right] = 0, \quad (3.52)$$

pois,

$$\frac{\partial L}{\partial u} = 2\lambda(u - I) = 2\lambda(u - I)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_x} = 2u_x$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_y} = 2u_y$$

Utilizando a definição do operador divergente, obtém-se:

$$2\lambda(u - I) - 2\operatorname{div}(\nabla u) = 0, \quad (3.53)$$

Portanto, o mínimo do funcional de energia (3.50) pode ser encontrado resolvendo a equação de evolução:

$$u_t = \operatorname{div}(\nabla u) - \lambda(u - I), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t > 0, \quad (3.54)$$

$$u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial\Omega \times R_+} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega,$$

onde $u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x})$ é a imagem inicial com ruído, $u(\mathbf{x}, t)$ é a versão suavizada na escala t e

$\frac{\partial u}{\partial \eta}|_{\partial\Omega \times R_+} = 0$ é a condição de contorno.

Como já mencionado, a difusão isotrópica não é capaz de preservar bordas. No entanto, é importante dizer que resultados mais eficientes podem ser obtidos a partir da combinação entre a difusão isotrópica e a difusão baseada em outras teorias que tem a propriedade de preservar bordas. Mais adiante, será apresentado um modelo que faz a combinação entre os diferentes tipos de difusão expostos.

3.3.5 Difusão Anisotrópica, $1 < p < 2$

Os funcionais de energia baseados na difusão anisotrópica ($1 < p < 2$) tem sido largamente utilizados na área de processamento de imagens, uma vez que os resultados encontrados apresentam bons resultados. Ao contrário da difusão isotrópica, a difusão anisotrópica tem como principal característica a preservação de bordas. Além disso, métodos baseados nessa teoria mostram ser eficientes para a remoção de ruídos e outras características indesejáveis presentes na imagem.

Nos últimos anos, vários modelos matemáticos baseados nessa teoria foram propostos. Pode-se mencionar por exemplo, o modelo proposto por Song [Song 2003], expresso por:

$$\min_{\mathbf{u}} \quad \frac{1}{p} \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})|^p d\Omega, \quad 1 < p < 2, \quad (3.55)$$

sujeito as seguintes restrições:

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 d\Omega = \sigma^2$$

Resolver esse problema de minimização é equivalente a resolver o problema sem restrições:

$$\min_{\mathbf{u}} \quad E(u) = \frac{1}{p} \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})|^p d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 d\Omega, \quad 1 < p < 2, \quad (3.56)$$

A equação de Euler-Lagrange desse funcional é apresentado a seguir.

Pode-se observar que o funcional de energia (3.56) pode ser escrito como uma integral da forma:

$$E(u) = \int_{\Omega} L(x, y, u, u_x, u_y) d\Omega$$

Consequentemente, a equação de Euler-Lagrange que minimiza o funcional de energia (3.56) é:

$$\frac{\partial L}{\partial u} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) \right] = 0 \quad (3.57)$$

Considerando

$$L(x, y, u, u_x, u_y) = \frac{1}{p} |\nabla u(\mathbf{x})|^p + \frac{1}{2} [u(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})]^2 = \frac{1}{p} (u_x^2 + u_y^2)^{\frac{p}{2}} + \frac{1}{2} (u - I)^2,$$

e derivando L em relação a u, u_x e u_y , obtém-se a equação diferencial parcial:

$$(u - I) - \left[\frac{\partial}{\partial x} (|\nabla u|^{p-2} u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (|\nabla u|^{p-2} u_y) \right] = 0, \quad (3.58)$$

pois,

$$\frac{\partial L}{\partial u} = 2 \frac{1}{2} (u - I) = (u - I)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_x} = \frac{1}{p} \frac{p}{2} (u_x^2 + u_y^2)^{\frac{p-2}{2}} 2u_x = |\nabla u|^{p-2} u_x$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_y} = \frac{1}{p} \frac{p}{2} (u_x^2 + u_y^2)^{\frac{p-2}{2}} 2u_y = |\nabla u|^{p-2} u_y$$

Utilizando-se a definição do operador divergente, obtém-se:

$$(u - I) - \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u) = 0, \quad (3.59)$$

Portanto, o mínimo do funcional de energia (3.56) pode ser encontrado resolvendo a seguinte equação de evolução:

$$u_t = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u) - (u - I), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, t > 0, \quad (3.60)$$

$$u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|_{\partial \Omega \times \mathbb{R}_+} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega,$$

onde $u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x})$ é a imagem inicial com ruído, $u(\mathbf{x}, t)$ é a versão suavizada na escala t e $\left. \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|_{\partial \Omega \times \mathbb{R}_+} = 0$ é a condição de contorno.

3.3.6 Combinando Difusão Isotrópica e Difusão baseada na Variação Total

A idéia de combinar diferentes tipos de difusão tem sido utilizada por vários pesquisadores como estratégia para resolver problemas relacionados a remoção de ruídos, preservação de bordas e restauração de imagens.

Um dos trabalhos que merece destaque foi proposto por [Blomgren et al. 1997]. Este modelo combina o efeito da difusão isotrópica com o efeito da difusão baseada na variação total. Em outras palavras, pode-se dizer que ele utiliza o efeito da difusão isotrópica para remover ruídos

e o efeito da difusão baseada na variação total para preservar bordas.

O funcional de energia proposto por [Blomgren et al. 1997] é expresso por:

$$\min_u E(u) = \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})|^{p(|\nabla u|)} d\Omega \quad (3.61)$$

onde p é uma função monotonicamente decrescente, $\lim_{s \rightarrow 0} p(s) = 2$ e $\lim_{s \rightarrow \infty} p(s) = 1$.

Portanto, nas regiões de bordas onde $|\nabla| \rightarrow \infty$, tem-se $p(|\nabla|) = 1$, ou seja, nas bordas da imagem, emprega-se a difusão baseada na variação total, que tem como característica a preservação de bordas. Por outro lado, nas regiões homogêneas onde $|\nabla| \rightarrow 0$ e consequentemente $p(|\nabla|) = 2$, emprega-se a difusão isotrópica.

Os resultados experimentais obtidos por este modelo mostraram ser muito eficiente para a remoção de ruídos. No entanto, tal modelo ainda apresenta alguns problemas teóricos. Além disso, pode-se verificar que a atualização contínua do expoente p causa o excesso de suavização e o aumento do custo computacional.

A minimização deste funcional de energia segue a mesma idéia utilizada para minimizar (3.56).

3.4 Considerações Finais

Como já foi mencionado, o principal problema dos detectores de bordas é a sensibilidade a ruídos e elementos de texturas, uma vez que a maioria das técnicas de remoção de ruídos não são capazes de preservar bordas. Para tanto, foi apresentando neste capítulo alguns modelos baseados em equações diferenciais parciais e nos métodos variacionais que podem ser utilizados como alternativas para a remoção de ruídos e texturas e preservação de bordas.

Como contribuição, foi apresentado a minimização dos principais funcionais de energia que originam os modelos variacionais.

No próximo capítulo é descrito dois métodos de detecção de bordas que utilizam um modelo de equações diferenciais parciais para a remoção de ruídos e elementos de texturas.

Parte II

Propostas para a Detecção de Bordas

Detectores de Bordas Propostos

Motivados pelas dificuldades encontradas pelos detectores de bordas para remover ruídos e elementos de textura, propõe-se neste trabalho dois métodos de detecção de bordas que empregam uma técnica de suavização não linear.

A primeira proposta consiste em combinar técnicas de detecção de bordas, remoção de ruídos e texturas já consagradas na literatura. A combinação ou modificação de técnicas já conhecidas tem sido utilizada por muitos pesquisadores como estratégias para resolver diversos problemas encontrados pelos detectores e, como forma de melhorar os resultados dos detectores de bordas existentes [Grigorescu et al. 2003, Grigorescu et al. 2004, Galvanin et al. 2006, Papari et al. 2006a, Papari et al. 2006b, Papari et al. 2007].

A estratégia de combinar técnicas de detecção de bordas proposta neste trabalho apresentou bons resultados, com uma expressiva redução de detecção de bordas falsas.

Já a segunda proposta consiste em modificar o detector de bordas de Canny onde ao invés de se empregar uma técnica de suavização linear, é empregado uma técnica de suavização não linear, baseada em uma equação diferencial parcial não linear. Ou seja, substitui-se a técnica de suavização utilizada por Canny por outra mais eficiente.

Essa mudança mostrou-se muito eficaz pois reduziu substancialmente o número de detecção de bordas falsas (espúrias) e aumentou o número de bordas verdadeiras.

4.1 Proposta I

Seguindo as idéias introduzidas por [Grigorescu et al. 2003, Barcelos et al. 2003, Grigorescu et al. 2004, Galvanin et al. 2006] e, considerando que a difusão linear não é capaz de preservar bordas, é proposto neste trabalho um novo esquema de detecção de bordas com o objetivo de melhorar a performance dos principais detectores de bordas encontrados na literatura.

O método proposto consiste em combinar o modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003] com o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica proposto por Grigorescu e outros em [Grigorescu et al. 2004].

A idéia é aplicar o modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003] para suavizar a imagem de interesse, preservar bordas, remover ruídos e consequentemente minimizar a detecção de bordas falsas. Após a suavização da imagem aplica-se o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica para suprimir (remover) bordas de texturas e detectar bordas com estruturas afinadas.

A Figura 4.1 mostra as etapas do método de detecção proposto.

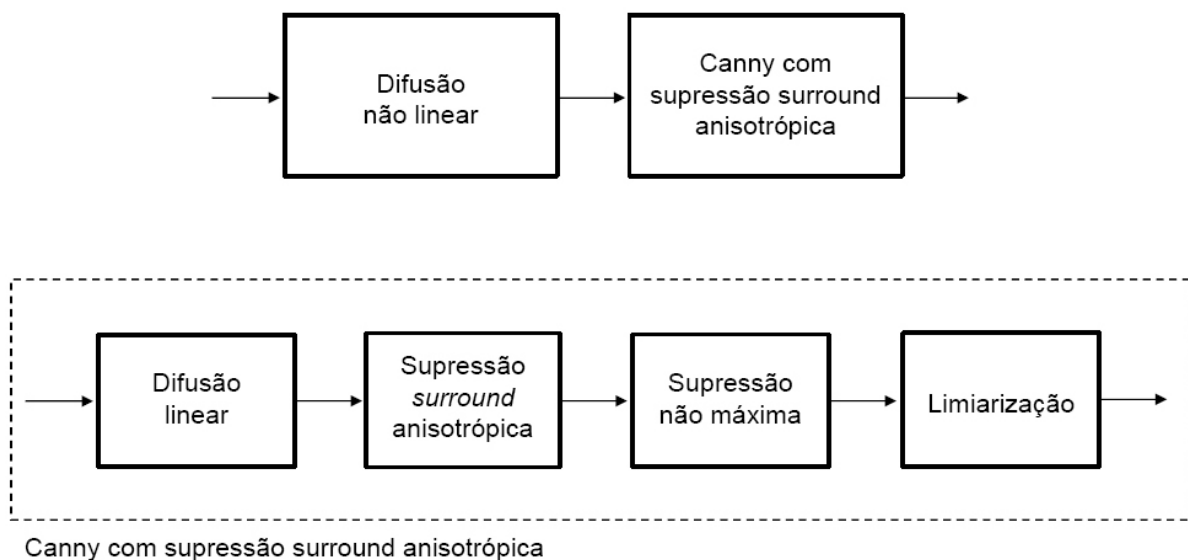


Figura 4.1: Fluxograma da Proposta I.

Nas próximas seções, descreve-se cada etapa da proposta I para a detecção de bordas.

4.1.1 Equação de Difusão Nonlinear

Vários métodos de suavização podem ser encontrados na literatura. No entanto, efeitos indesejáveis como deterioração de bordas, perda de informações relevantes, tornam alguns desses métodos inviáveis quando se deseja eliminar apenas informações irrelevantes como ruídos/texturas e ao mesmo tempo manter a nitidez das bordas de interesse.

Na tentativa de resolver esses problemas, Barcelos e outros propuseram em [Barcelos et al. 2003], a equação de difusão não linear

$$\begin{aligned} u_t &= g |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda (1 - g)(u - I), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, t > 0, \\ u(\mathbf{x}, 0) &= I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega \times \mathbb{R}_+} &= 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega, \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde $I(\mathbf{x})$ é a imagem original, $u(\mathbf{x}, t)$ é a versão suavizada de $I(\mathbf{x})$ no instante t e λ é um parâmetro. A função g é uma função decrescente que satisfaz as seguintes condições $g(0) = 1$, $g(s) \geq 0$, e $g(s) \rightarrow 0$ quando $s \rightarrow \infty$.

A função g utilizada por Barcelos e outros em [Barcelos et al. 2003] é matematicamente expressa por:

$$g = g(|G_\sigma * \nabla u|) = \frac{1}{1 + k|G_\sigma * \nabla u|^2}, \quad (4.2)$$

onde k é um parâmetro e G_σ é uma função Gaussiana, como definida na Equação (1.4).

A principal contribuição Barcelos e outros em [Barcelos et al. 2003] foi a adição do termo regularizador $\lambda(1 - g)$, denominado seletor de moderação ao modelo de difusão proposto por

Nordström em [Nordström 1990]. Esse termo garante a estabilidade do modelo no processo de evolução temporal. Além disso, [Barcelos et al. 2003] mostraram que o modelo de difusão acima, apresenta a melhor performance em termos de suavização e preservação de bordas quando comparada com os modelos propostos por [Perona and Malik 1990, Alvarez et al. 1992, Nordström 1990].

O sucesso desse modelo vem da forma como cada termo age no processo de suavização. Nas regiões homogêneas onde $|\nabla G_\sigma * u|$ é pequeno, tem-se maior suavização da imagem, já que a função g que controla o processo de difusão aproxima de 1 (isto é $g \sim 1$) e consequentemente $(1 - g) \sim 0$, ou seja, o termo forçante $(u - I)$ que recupera as características iniciais da imagem original será inexpressivo. Por outro lado, nas regiões de bordas onde $|\nabla G_\sigma * u|$ é grande, o efeito contrário ocorrerá. Ou seja, nas regiões de bordas onde $g \sim 0$ a suavização será mínima, uma vez que o termo de difusão $|\nabla u| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right)$ responsável pela suavização da imagem será inexpressivo. Neste caso, $(1 - g) \sim 1$, consequentemente o termo forçante $(u - I)$ agirá na imagem, recuperando mais intensamente as características das bordas da imagem original.

Na Figura 4.2 é mostrado o efeito desse modelo quando aplicado em uma imagem corrompida com ruído gaussiano. Analisando as Figuras 4.2(e) e (f), pode-se verificar que o ruído foi eficientemente removido e as bordas da imagem preservadas.

Após a suavização da imagem via EDP, o próximo passo é aplicar o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica sobre a imagem suavizada para remover bordas de texturas e obter o mapa de bordas final.

4.1.2 Detector de Bordas de Canny com Supressão Surround Anisotrópica

Como descrito no capítulo 2, o detector de bordas de Canny começa com uma filtragem linear para calcular o gradiente da imagem e termina com uma técnica de afinamento de bordas (supressão não máxima) e uma técnica de limiarização para obter um mapa de bordas

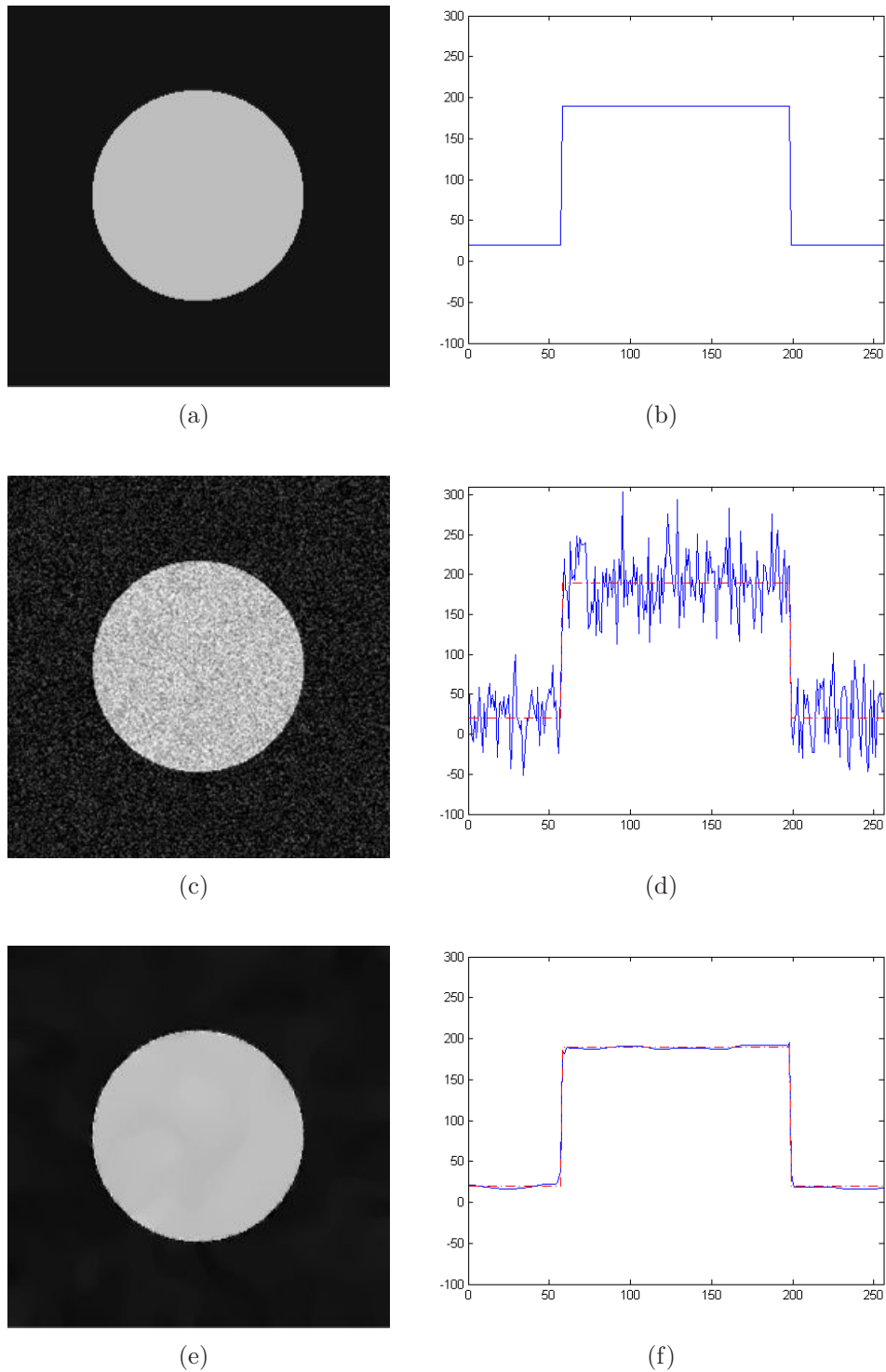


Figura 4.2: Suavização via equação de difusão não linear. (a) Imagem original; (b) gráfico da 128ª linha; (c) imagem ruidosa com $SNR = 12 \text{ dB}$; (d) gráfico da 128ª linha das imagens original e ruidosa; (e) imagem suavizada via equação de difusão não linear (4.1); (f) gráfico da 128ª linha das imagens original e suavizada.

binário. No entanto, pode-se verificar que o algoritmo de Canny apresenta muitas bordas falsas provenientes de ruídos e elementos de textura. Na tentativa de resolver esse problema Grigorescu e outros [Grigorescu et al. 2003, Grigorescu et al. 2004] adicionaram ao detector de bordas de Canny uma técnica inspirada biologicamente conhecida como supressão *surround*, a qual foi discutida no capítulo 2. Está tem a função de remover bordas de texturas e minimizar a detecção de bordas falsas.

Na implementação do detector de bordas proposto foi utilizado a supressão *surround* anisotrópica, uma vez que a mesma supera a supressão *surround* isotrópica em termos de distinção entre bordas de objetos e bordas de texturas.

A seguir é apresentado brevemente a implementação computacional do detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica, que foi dividido em quatro etapas.

1. Na primeira etapa convolui-se a imagem de entrada com a função gaussiana, como definido em (2.1), em uma tentativa de suavizar a imagem e remover ruídos. No entanto, esse processo é linear e portanto ineficiente. Por esse motivo aplica-se a equação de difusão não linear (4.1) para suavizar a imagem de entrada antes de aplicar o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica. Desta forma, a ineficiência do método de suavização de Canny é compensada pelo processo de suavização via EDP.
2. Na segunda etapa calcula-se o gradiente da imagem como ilustrado na Equação (1.1) e aplica-se a supressão *surround* anisotrópica sobre a imagem suavizada para remover bordas de texturas e minimizar a detecção de bordas falsas.
3. Na terceira etapa aplica-se a técnica de supressão não máxima para obter o afinamento e uma melhor localização das bordas, e
4. Na quarta etapa, a técnica de limiarização (ou *thresholding* histerese) é aplicada para remover bordas fracas e obter o mapa de bordas binário.

4.1.3 Exemplo

A Figura 4.3 exemplifica uma aplicação prática do método de detecção de bordas proposto em diferentes escalas de suavização.

A primeira linha mostra a imagem original e um mapa de bordas ideal, que foi desenhado a mão. A segunda linha mostra, da esquerda para a direita, as imagens obtidas em escala crescente de suavização e a terceira linha mostra os mapas de bordas obtidos com a aplicação do detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica sobre as imagens suavizadas.

Pode-se observar que em baixa escala de suavização (ver a primeira imagem a esquerda da terceira linha), muitas bordas falsas foram detectadas. Por outro lado, para alta escala de suavização (ver a primeira imagem a direita da terceira linha) houve-se uma expressiva redução de detecção de bordas falsas. Além disso, comparando os resultados obtidos (terceira linha) com o mapa de bordas ideal (primeira linha), pode-se observar que muitas bordas de interesse que não foram detectadas em baixa escala de suavização foram detectadas em alta escala de suavização. Isso mostra que a estratégia de detecção de bordas é muito eficaz e promissora pois reduziu o número de detecção de bordas falsas e aumentou o número de bordas verdadeiras.

Na próxima seção é apresentado o segundo método de detecção de bordas proposto neste trabalho.

4.2 Proposta II

A crescente busca por algoritmos de detecção de bordas mais eficientes tem contribuído para o surgimento de métodos cada vez mais sofisticados [Papari et al. 2006b, Chaji and Ghassemian 2006].

Na tentativa de resolver os problemas apresentados pelo detector de bordas de Canny e obter resultados cada vez melhores é proposto neste trabalho um segundo método de detecção de bordas. Este método consiste em fazer uma modificação no método de Canny onde ao invés de empregar uma técnica de suavização linear, é empregado uma técnica de suavização não

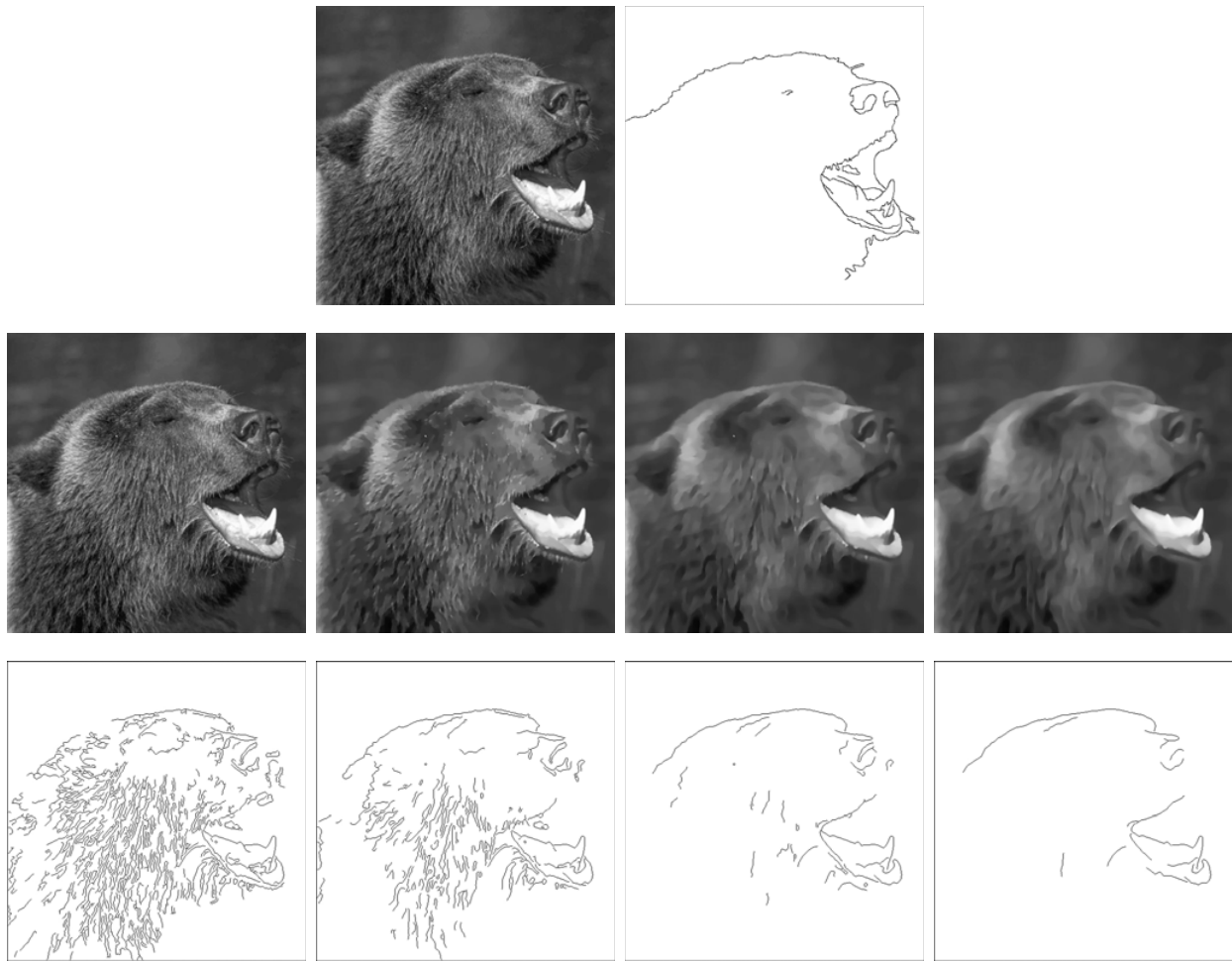


Figura 4.3: Resultados obtidos com a aplicação da Proposta I em diferentes escalas de suavização. A primeira linha mostra a imagem original e seu correspondente mapa de bordas ideal. A segunda linha mostra as imagens suavizadas e a terceira mostra os respectivos mapas de bordas obtidos por Canny com supressão *surround* anisotrópica.

linear, baseada no modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003]. Ou seja, substitui-se a técnica de suavização utilizada por Canny por outra mais eficiente.

A Figura 4.4 mostra as etapas do segundo método de detecção proposto.

Inicialmente a imagem de entrada $I(\mathbf{x})$ é suavizada utilizando-se a equação de difusão não linear proposta em [Barcelos et al. 2003] com o objetivo de remover ruídos e elementos de texturas. Terminado o processo de suavização, inicia-se a busca por pixels candidatos a bordas, ou seja, pixels onde a magnitude do gradiente tem um máximo local. Como a imagem

resultante do gradiente apresenta bordas largas aplica-se a técnica de supressão não máxima. Após o afinamento das bordas utiliza-se a técnica de limiarização para remover as bordas fracas geralmente relacionadas a bordas falsas. Ao final de todas essas etapas, obtém-se o mapa de bordas binário.

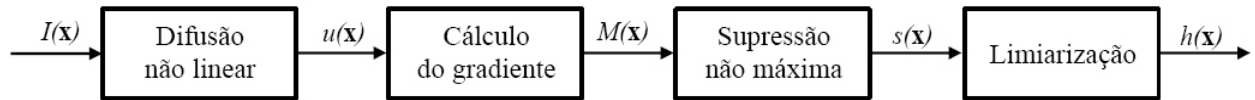


Figura 4.4: Fluxograma da Proposta II.

As próximas seções descrevem em detalhes o segundo detector de bordas proposto.

4.2.1 Equação de Difusão Não Linear

A suavização é considerada como a etapa mais importante do detector, uma vez que o processo de detecção de bordas é altamente dependente do tipo de suavização empregado. Desta forma, para suavizar a imagem de entrada e remover informações indesejáveis como ruídos e texturas, utiliza-se a equação de difusão não linear:

$$u_t = g |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda (1 - g)(u - I), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^2, t > 0,$$

$$u(\mathbf{x}, 0) = I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega \times R_+} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega,$$

que foi discutida na seção 4.1.1.

A grande vantagem desse método é que bordas e fronteiras permanecem mais estáveis durante o processo de suavização.

4.2.2 Cálculo do Gradiente

O próximo passo após a suavização da imagem de entrada é determinar os pixels candidatos a bordas, que por sua vez são obtidos a partir do cálculo do gradiente.

Aqui, o gradiente é calculado utilizando a expressão matemática definida pela Equação (1.1). No entanto, a imagem resultante do gradiente apresenta bordas com estruturas largas e mal definidas, como mostra a Figura 4.5(a).

Para resolver este problema, aplica-se a técnica de afinamento de bordas, conhecida como supressão não máxima.

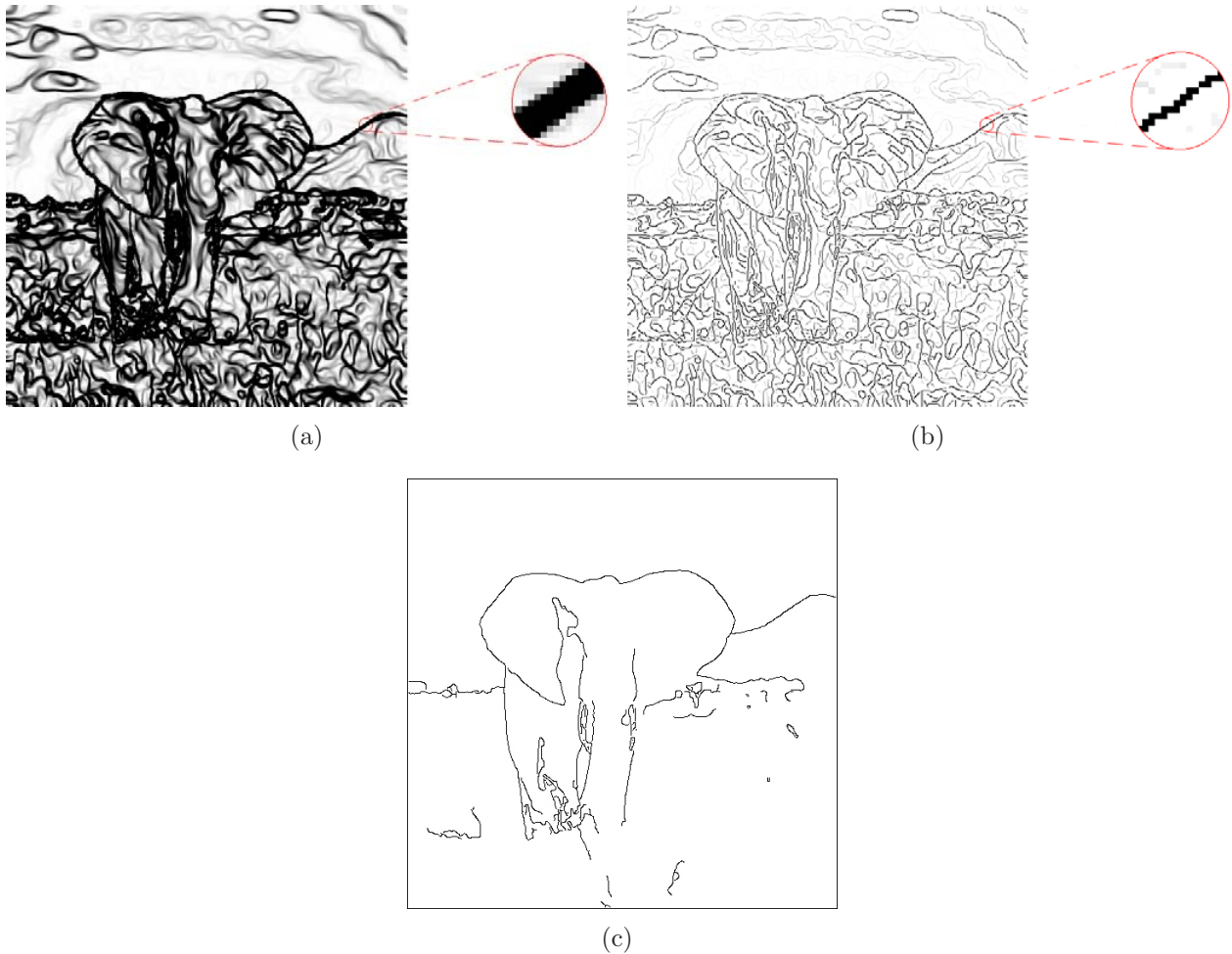


Figura 4.5: Detecção de bordas. (a) Magnitude do gradiente; (b) resultado da supressão não máxima; (c) resultado da limiarização.

4.2.3 Supressão não Máxima

A técnica de supressão não máxima proposta inicialmente por Canny [Canny 1986] tem como objetivo o afinamento de bordas e consequentemente, a localização mais exata dos pixels de bordas. Como o próprio nome diz, a supressão não máxima suprime (elimina) os pixels na direção do gradiente que não são máximos locais, como mostra a Figura 4.5(b).

A implementação dessa técnica é obtida como segue: primeiro, limita-se a direção do gradiente $\Theta(x, y)$ em apenas oito direções, ou seja, em quatro setores representados pelos números 0, 1, 2, 3, como mostra a Figura 4.6(c). Desta forma, todas as direções intermediárias do gradiente estarão classificadas por um destes setores [Jain et al. 1995].

Em seguida, todos os pixels (x, y) da imagem $M(x, y)$ resultante do gradiente serão visitados por uma máscara de tamanho 3×3 (veja Figura 4.6(a)) e cada pixel central (x, y) da máscara é comparado com os dois vizinhos (x', y') e (x'', y'') , determinados de acordo com o setor. Ou seja, o pixel central (x, y) da máscara é comparado com os dois vizinhos que estão na direção do gradiente, como ilustra a Figura 4.6(a).

Se a magnitude do gradiente $s(x, y)$ é maior que as magnitudes $s(x', y')$ e $s(x'', y'')$, então o pixel (x, y) será o candidato a pixel de borda. Desta forma, a magnitude $s(x, y)$ é mantida, enquanto é atribuído o valor zero para $s(x', y')$ e $s(x'', y'')$. Como a direção do gradiente é perpendicular a direção da borda, então bordas com larga espessura serão afinadas até a espessura de um pixel.

A Figura 4.6 ilustra o esquema de supressão não máxima para o caso particular em que a magnitude do gradiente do pixel central é um máximo local e a direção do gradiente $\Theta(x, y)$ é 45° . Neste caso, a magnitude do gradiente $s(x, y)$ é comparada com a magnitude de seus dois vizinhos $s(x + 1, y - 1)$ e $s(x - 1, y + 1)$, respectivamente nas direções -45° e $+45^\circ$, perpendiculares a direção da borda. Como o pixel central (x, y) da máscara é um máximo local, seus dois vizinhos (pixels cinzas) receberão valores zero. Este procedimento se repete até que todos os pixels da imagem sejam visitados.

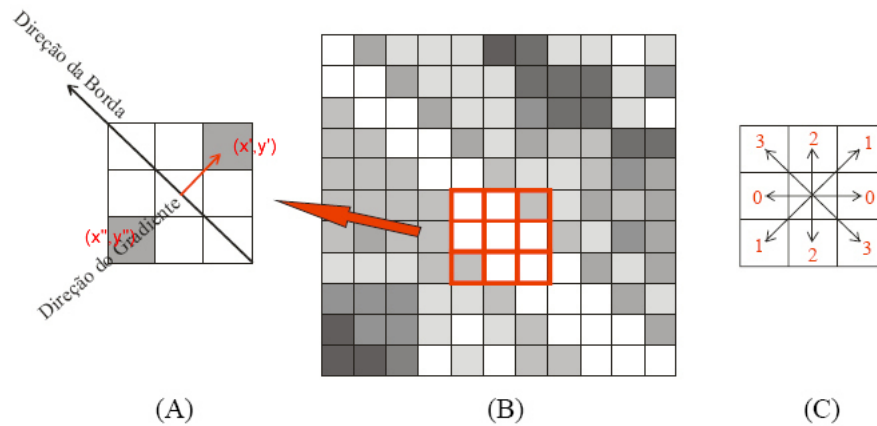


Figura 4.6: Esquema de supressão não máxima [Vale and POZ 2002, Junior 2007].

O mapa de bordas resultante da supressão não máxima (veja Figura 4.5(b)) é então limiarizado para eliminar os pixels detectados “erroneamente” como sendo bordas com a finalidade de obter o mapa de bordas final.

4.2.4 Limiarização

Como mostra a Figura 4.5(b), mesmo após a supressão não máxima, muitas bordas falsas, geralmente provenientes de ruídos e texturas, ainda precisarão ser removidas.

A limiarização é uma das técnicas mais utilizadas para eliminar bordas falsas. Tal processo consiste basicamente em determinar um limiar T , de forma que seja possível separar os pixels da imagem em duas classes bem definidas: pixels de bordas e pixels de fundo.

Este método funciona bem para imagens sintéticas e imagens onde os objetos estão bem destacados. Por outro lado, em imagens naturais, formadas por diferentes regiões, com diferentes níveis de cinza, um único limiar não permite obter bons resultados.

Uma técnica de limiarização eficiente, conhecida como histerese, foi proposta por Canny [Canny 1986] para completar o processo de detecção de bordas. Essa técnica consiste basicamente em uma limiarização com dois limiares: um limiar inferior t_L e um limiar superior t_H .

A escolha dos limiares não é uma tarefa fácil e envolve tentativa e erro. Em [Canny 1986], Canny sugeriu os seguintes valores para o limiar t_L : $t_L = 0,3 t_H$ ou $t_L = 0,5 t_H$. A partir dessas informações, fixa-se $t_L = 0,4 t_H$, visto que o valor ideal para esses parâmetros varia de acordo com o tipo de imagem em questão.

A aplicação dos limiares t_L e t_H sobre o mapa de bordas resultante da supressão não máxima formará dois mapas de bordas binários b_L e b_H , respectivamente. Todo pixel candidato a borda com magnitude do gradiente $|\nabla s|$ acima do limiar t_H é considerado como borda, formando o mapa b_H . Por outro lado, todo pixel com magnitude do gradiente abaixo do limiar t_L é considerado como não borda, isto é, como fundo.

O limiar t_H é escolhido de tal forma que o mapa de bordas formado b_H tenha o mínimo possível de bordas falsas. Porém, tal procedimento poderá causar a fragmentação de bordas, isto é, a perda de bordas que são verdadeiras. Para resolver esse problema, o método proposto por Canny utiliza o mapa de bordas b_L , formado pelos pixels com magnitude do gradiente entre t_L e t_H . Esse processo é conhecido como complementação de bordas.

Note que $b_H \subseteq b_L$ já que $t_H > t_L$. Desta forma, para complementar bordas o método procura os segmentos de bordas em b_L que tenha pelo menos um ponto em comum no mapa b_H . O mapa de borda final, como mostrado na Figura 4.5(c) é então formado por todos os segmentos de bordas em b_L que estão conectados a algum pixel em b_H .

4.3 Considerações Finais

Atualmente, a sensibilidade a ruídos e elementos de textura é considerada como um dos principais problemas na área de detecção de bordas.

Na tentativa de resolver este problema foi apresentado neste capítulo dois métodos de detecção de bordas que utilizam um modelo de equações diferenciais parciais para a remoção de ruídos e texturas.

O primeiro combina o modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003] e

o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica proposta por [Grigorescu et al. 2004], enquanto o segundo modifica o detector de bordas de Canny, substituindo-se o processo de suavização do Canny por outro mais eficiente baseado no modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003].

Os métodos propostos demonstraram serem eficientes e promissores pois ao utilizar equações de difusão não linear é possível suavizar a imagem de interesse, remover ruídos, elementos de texturas e ao mesmo tempo preservar bordas que são de interesse.

Analisando os algoritmos propostos nota-se também que o segundo método é computacionalmente mais simples e possui baixo custo computacional.

O próximo capítulo apresenta a solução numérica da equação diferencial parcial utilizadas pelos detectores de bordas propostos.

Discretização e Detalhes de Implementação Numérica

Em muitas situações, a busca por soluções analíticas de modelos matemáticos que envolvem equações diferenciais, pode ser inviável. Neste caso, uma alternativa é obter aproximações numéricas para a solução em pontos de um domínio discreto.

Portanto, é apresentado neste capítulo, todos os passos envolvidos na discretização da equação de difusão não linear (4.1), utilizadas pelos detectores de bordas propostos para a suavização da imagem, remoção de ruídos/texturas e preservação de bordas.

5.1 Método de Diferenças Finitas

Antes de resolver qualquer equação diferencial de forma numérica, é necessário discretizar o domínio onde a equação está definida [Cunha 2000].

Para discretizar o domínio, primeiro define-se uma malha, isto é, um conjunto finito de pontos do domínio. No caso unidimensional tem-se a seguinte definição:

Definição 5.1 (Cunha [Cunha 2000]) *Seja x_0 um ponto de referência e h um número positivo. A malha associada a x_0 é constituída pelo seguinte conjunto de pontos:*

$$x_i = x_0 \pm ih, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

onde h é a distância entre os pontos do domínio, chamada de tamanho do passo.

Para tanto, como o objetivo deste trabalho são imagens bidimensionais representadas pela função $u : \Omega \subset R^n \rightarrow R$, onde Ω é o domínio e $n = 2$, busca-se então, a solução $u(x), x \in R^2$. Desta forma, deve-se discretizar a região Ω , em uma malha bidimensional de pontos igualmente espaçados h e k , associada a (x_i, y_j) dada por:

$$(x_i, y_j) = (x_0 \pm ih, y_0 \pm jk), \quad i, j = 1, 2, \dots, M$$

onde h e k são os passos e (x_0, y_0) o ponto de referência.

Por questões práticas, é comum tomar $h = k = 1$. A malha formada por esses pontos é conhecida como malha regular. A Figura 5.1 mostra a malha regular de uma imagem de dimensão $m \times n$.

Após a discretização do domínio, o próximo passo é aproximar as derivadas presentes na equação diferencial. As aproximações para as derivadas são obtidas expandindo-se $u(x_i + h, y_i + h)$ em série de Taylor em uma vizinhança de (x_i, y_i) .

Para facilitar o entendimento, considera-se novamente apenas o caso unidimensional. A generalização pode ser obtida de forma análoga sem muito esforço.

Teorema 5.1 *Suponha que $u \in C^n[x_0, x_t]$, isto é, que u é contínua com derivada até a ordem n no intervalo $[x_0, x_t]$. A expansão em série de Taylor de u , para todo $x \in [x_0, x_t]$, é expressa por:*

$$u(x) = u^{(0)}(x_0) + (x - x_0) u^{(1)}(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} u^{(2)}(x_0) + \dots + \frac{(x - x_0)^k}{k!} u^{(n)}(\xi) \quad (5.1)$$

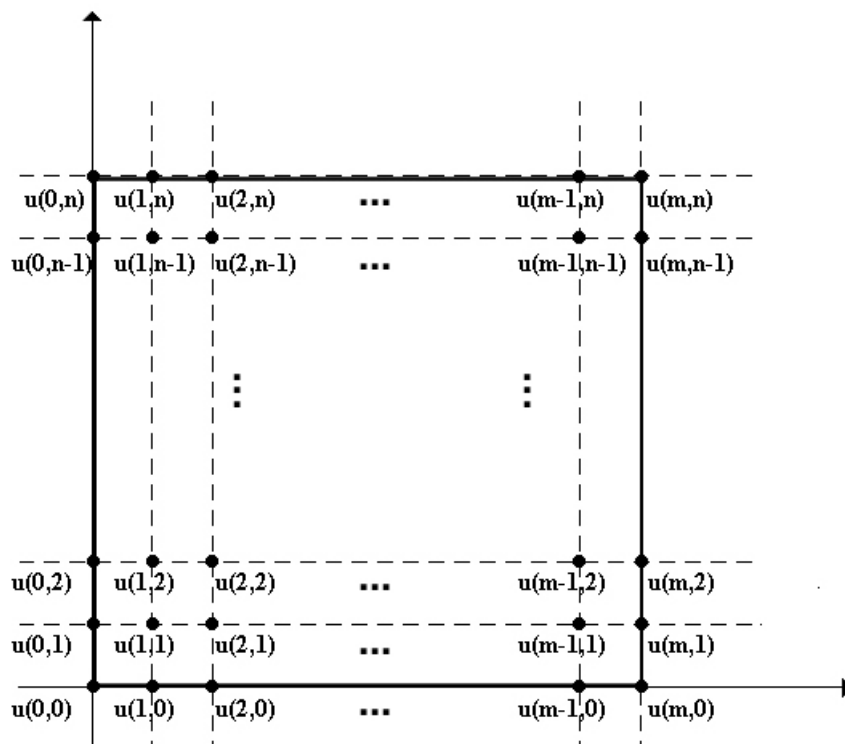


Figura 5.1: Malha regular de passo $h = k = 1$.

onde $\xi \in [x_0, x_i]$ e $u^{(N)}(x_0)$ representa a derivada de ordem n da função u no ponto x_0 .

Assim, para encontrar a primeira derivada da função u no ponto x_i , expande-se $u(x_i)$ em série de Taylor em uma vizinhança de x_i , isto é, no ponto $u(x_i + h)$:

$$u(x_i + h) = u(x_i) + h u'(x_i) + \frac{h^2}{2!} u''(x_i) + \frac{h^3}{3!} u'''(x_i) + \dots \quad (5.2)$$

Isolando $u'(x_i)$ na Equação (5.2), obtém-se a equação:

$$u'(x_i) = \frac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h} - \left[\frac{h}{2!} u''(x_i) + \frac{h^2}{3!} u'''(x_i) + \dots \right] \quad (5.3)$$

No processo de discretização $\left[\frac{h}{2!} u''(x_i) + \frac{h^2}{3!} u'''(x_i) + \dots \right]$ recebe o nome de erro local de truncamento. Este erro fornece a diferença entre o valor exato da derivada e sua aproximação numérica. A partir daqui, o erro local de truncamento será representado por $O(h)$.

Assim, reescrevendo a Equação (5.3), obtém-se a fórmula de diferenças avançada:

$$u'(x_i) = \frac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h} - O(h)$$

que fornece a aproximação numérica para a primeira derivada:

$$u'(x_i) \approx \frac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h} \quad (5.4)$$

Utilizando-se um ponto anterior a x_i , isto é, $x_i - h$, obtém-se a fórmula de diferenças atrasada para o cálculo da derivada. Expandindo-se $u(x_i)$ em série de Taylor na vizinhança de x_i , isto é, no ponto $u(x_i - h)$, encontra-se:

$$u(x_i - h) = u(x_i) - h u'(x_i) + \frac{h^2}{2!} u''(x_i) - \frac{h^3}{3!} u'''(x_i) + \dots \quad (5.5)$$

Isolando-se $u'(x_i)$ na Equação (5.5), obtém-se a fórmula de diferenças atrasada:

$$u'(x_i) = \frac{u(x_i) - u(x_i - h)}{h} - O(h)$$

que fornece a aproximação numérica para a primeira derivada:

$$u'(x_i) \approx \frac{u(x_i) - u(x_i - h)}{h} \quad (5.6)$$

Por outro lado, subtraindo a fórmula de diferenças avançada (5.2) pela fórmula de diferenças atrasada (5.5), obtém-se a aproximação numérica mostrada na Equação (5.7):

$$u(x_i + h) - u(x_i - h) = 2 h u'(x_i) + \frac{h^3}{3!} u'''(x_i) + \frac{h^5}{5!} u^{(5)}(x_i) + \dots \quad (5.7)$$

Isolando-se $u'(x_i)$ na Equação (5.7), obtém-se a fórmula de diferenças centrada:

$$u'(x_i) = \frac{u(x_i + h) - u(x_i - h)}{2h} - O(h)^2$$

que fornece uma aproximação para a primeira derivada:

$$u'(x_i) \approx \frac{u(x_i + h) - u(x_i - h)}{2h} \quad (5.8)$$

A aproximação numérica mostrada na Equação (5.8) é obtida expandindo-se $u(x_i + h)$ e $u(x_i - h)$ em séries de Taylor na vizinhança do ponto central x_i .

Para as derivadas de ordem superior a 1, as aproximações numéricas são obtidas de forma análoga as obtidas para as derivadas de ordem 1, ou seja, por meio de manipulações algébricas da série de Taylor.

Agora, somando as fórmulas de diferenças avançada (5.2) e atrasada (5.5), obtém-se a aproximação numérica mostrada na Equação (5.9):

$$u(x_i + h) + u(x_i - h) = 2 u(x_i) + h^2 u''(x_i) + \frac{2 h^4}{4!} u''''(x_i) + \dots \quad (5.9)$$

Isolando-se $u''(x_i)$ na Equação (5.9), obtém-se a fórmula de diferenças centrada:

$$u''(x_i) = \frac{u(x_i + h) - 2 u(x_i) + u(x_i - h)}{h^2} - O(h^2)$$

que fornece a aproximação numérica da segunda derivada mostrada na Equação (5.10):

$$u''(x_i) \approx \frac{u(x_i + h) - 2 u(x_i) + u(x_i - h)}{h^2} \quad (5.10)$$

Estendendo as aproximações numéricas apresentadas acima para o caso bidimensional, obtém-se as seguintes equações de diferenças, relativas às derivadas da equação diferencial:

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_x(x_i, y_j) \approx \frac{u_{i+h,j} - u_{i,j}}{h}, & \text{fórmula avançada} \\ u_x(x_i, y_j) \approx \frac{u_{i,j} - u_{i-h,j}}{h}, & \text{fórmula atrasada} \\ u_x(x_i, y_j) \approx \frac{u_{i+h,j} - u_{i-h,j}}{2h}, & \text{fórmula centrada} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_y(x_i, y_j) \approx \frac{u_{i,j+h} - u_{i,j}}{h}, & \text{fórmula avançada} \\ u_y(x_i, y_j) \approx \frac{u_{i,j} - u_{i,j-h}}{h}, & \text{fórmula atrasada} \\ u_y(x_i, y_j) \approx \frac{u_{i,j+h} - u_{i,j-h}}{2h}, & \text{fórmula centrada} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{xx}(x_i, y_j) \approx \frac{u_{i+h,j} - 2u_{i,j} + u_{i-h,j}}{h^2} \\ u_{yy}(x_i, y_j) \approx \frac{u_{i,j+h} - 2u_{i,j} + u_{i,j-h}}{h^2} \\ u_{xy}(x_i, y_j) \approx \frac{1}{4h^2} [u_{i+h,j+h} - u_{i+h,j-h} - u_{i-h,j+h} + u_{i-h,j-h}] \end{array} \right.$$

com $i = 1, \dots, 512$, $j = 1, \dots, 512$ e $h = 1$.

Nas aproximações acima, utiliza-se uma notação simplificada escrevendo-se $u_{i \pm h, j \pm h}$ para $u(x_i \pm h, y_j \pm h)$ e $u_x(x)$ para $u'(x)$.

A aproximação numérica para as derivadas de $u(x, y)$ em cada ponto no interior do intervalo onde a equação diferencial está definida, será calculada utilizando-se as fórmulas de diferenças centradas.

Por outro lado, nas regiões de contorno da imagem, onde não existem pontos suficientes para a utilização das fórmulas de diferenças centradas, será utilizado as fórmulas de diferenças avançadas e atrasadas.

5.2 Termo de Difusão - Discretização

O termo de difusão da equação diferencial não linear descrita na seção 4.1.1 é mostrada na Equação (5.9):

$$|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) \quad (5.11)$$

Considerando-se que ∇u é um vetor da forma $\nabla u = (u_x, u_y)$, tem-se que:

$$|\nabla u| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

e

$$\frac{\nabla u}{|\nabla u|} = \frac{1}{|\nabla u|} (u_x, u_y) = \left(\frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)$$

Assim,

$$\operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)$$

Desenvolvendo-se as derivadas parciais na expressão acima tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) = \frac{u_{xx} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_x \left(\frac{u_x u_{xx} + u_y u_{yx}}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)}{u_x^2 + u_y^2}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) = \frac{u_{yy} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_y \left(\frac{u_x u_{xy} + u_y u_{yy}}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)}{u_x^2 + u_y^2}$$

Assim,

$$\begin{aligned}
|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) &= |\nabla u| \left[\frac{u_{xx} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_x \left(\frac{u_x u_{xx} + u_y u_{yx}}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)}{u_x^2 + u_y^2} + \frac{u_{yy} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_y \left(\frac{u_x u_{xy} + u_y u_{yy}}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)}{u_x^2 + u_y^2} \right] \\
&= \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \frac{u_{xx} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_x \left(\frac{u_x u_{xx} + u_y u_{yx}}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)}{u_x^2 + u_y^2} + \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \frac{u_{yy} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u_y \left(\frac{u_x u_{xy} + u_y u_{yy}}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)}{u_x^2 + u_y^2} \\
&= \frac{u_{xx}(u_x^2 + u_y^2) - u_x(u_x u_{xx} + u_y u_{yx})}{u_x^2 + u_y^2} + \frac{u_{yy}(u_x^2 + u_y^2) - u_y(u_x u_{xy} + u_y u_{yy})}{u_x^2 + u_y^2} \\
&= \frac{u_{xx}u_x^2 + u_{xx}u_y^2 - u_x^2 u_{xx} - u_x u_y u_{yx} + u_{yy}u_x^2 + u_{yy}u_y^2 - u_y u_x u_{xy} - u_y^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} \\
&= \frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_x u_y u_{xy} + u_{yy}u_x^2}{u_x^2 + u_y^2}
\end{aligned}$$

Logo,

$$|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) = \frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_x u_y u_{xy} + u_{yy}u_x^2}{u_x^2 + u_y^2} \quad (5.12)$$

5.3 Equação de Difusão - Discretização

A remoção de ruídos em imagens digitais baseia-se fundamentalmente em um processo de evolução da equação diferencial parcial no tempo, ou seja, a partir de uma imagem inicial $u(x, y, 0)$ no tempo $t = 0$, calcula-se a solução da equação para sucessivos instantes de tempo,

obtendo-se imagens “melhoradas” a cada nível t subsequente.

Desta forma, a solução da equação de difusão não linear dada por:

$$u_t = g |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda (1 - g)(u - I), \quad x \in \Omega, t > 0, \quad (5.13)$$

deve ser encontrada em cada ponto discreto da malha regular (x_i, y_j) no tempo t_n , $n = 0, 1, \dots$.

Para tanto, considere

$$\mathcal{L}(u) = g |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda (1 - g)(u - I), \quad (5.14)$$

Assim, o modelo (5.13) pode ser escrito na forma $u_t = \mathcal{L}(u)$. Utilizando-se o método de Euler, pode-se aproximar o modelo contínuo (5.13) pela forma discretizada:

$$\mathcal{L}(u_{ij}^n) = \frac{u_{ij}^{n+1} - u_{ij}^n}{\Delta t}$$

ou

$$u_{ij}^{n+1} = u_{ij}^n + \Delta t \mathcal{L}(u_{ij}^n),$$

onde Δt é passo de evolução temporal e $u_{ij}^0 = I(x_i, y_i, 0)$.

Logo, a solução numérica para equação de difusão não linear dada por (5.13) é:

$$u_{ij}^{n+1} = u_{ij}^n + \Delta t g_{ij}^n \left[\frac{\left(\frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2} \right)^2 (u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n)}{\left(\frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2} \right)^2 + \left(\frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n}{2} \right)^2} \right] -$$

$$- \left[\frac{2 \left(\frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2} \right) \left(\frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n}{2} \right) \left(\frac{u_{i+1,j+1}^n - u_{i+1,j-1}^n - u_{i-1,j+1}^n + u_{i-1,j-1}^n}{4} \right)}{\left(\frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2} \right)^2 + \left(\frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n}{2} \right)^2} \right] +$$

$$+ \left[\frac{\left(\frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n}{2} \right)^2 (u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n)}{\left(\frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2} \right)^2 + \left(\frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n}{2} \right)^2} \right] - \lambda (1 - g_{ij}^n)(u_{ij}^n - u_{ij}^0) \quad (5.15)$$

com condições de contorno

$$u_{0,j}^n = u_{1,j}^n, \quad u_{N,j}^n = u_{N-1,j}^n, \quad e \quad u_{i,0}^n = u_{1,N}^n = u_{1,N-1}^n$$

5.4 Função $g(|\nabla G_\sigma * u|)$ - Discretização

A função g utilizada pela equação de difusão não linear (5.13) para a realização dos experimentos é expressa por:

$$g(|\nabla G_\sigma * u|) = \frac{1}{1 + k|\nabla(G_\sigma * u)|^2} \quad (5.16)$$

onde k é um parâmetro e $G_\sigma * u$ é a convolução entre a função Gaussiana G_σ e a imagem inicial u .

Para convoluir a função u com a Gaussiana G_σ consideremos a seguinte definição.

Definição 5.2 *Sejam $f, \rho \in SC_{per}(2L)$, o espaço das funções seccionalmente periódicas de período $2L$. A convolução de f e ρ é uma função $f * \rho : R \rightarrow R$ definida por:*

$$(f * \rho)(x) = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(t) \rho(x - t) dt.$$

Como a malha utilizada para discretizar g é uma malha regular de passo $h = k = 1$, então o valor de L será 1 [Silva 2002]. Desta forma, a convolução de f e ρ é calculada em uma vizinhança de (x_i, y_j) , através do cálculo da integral:

$$(f * \rho)(x_i, y_j) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x_i - x, y_j - y) \rho(x, y) dx dy$$

Assim, utilizando a regra de Simpson para calcular o valor dessa integral, conforme [Silva 2002], e além disso considerando-se que $f(x, y) = G_\sigma(x, y)$ e $\rho(x, y) = u(x, y)$, obtém-se a expressão numérica para o cálculo de $G_\sigma * u$:

$$\begin{aligned} (G_\sigma * u_{ij}) = \frac{1}{36} \Big\{ & G_\sigma(1, 1) u_{i-1, j-1} + G_\sigma(-1, 1) u_{i+1, j-1} + G_\sigma(1, -1) u_{i-1, j+1} + \\ & + G_\sigma(-1, -1) u_{i+1, j+1} + 16 G_\sigma(0, 0) u_{i, j} + 4 \Big[G_\sigma(0, 1) u_{i, j-1} + \\ & + G_\sigma(1, 0) u_{i-1, j} + G_\sigma(-1, 0) u_{i+1, j} + G_\sigma(0, -1) u_{i, j+1} \Big] \Big\} \end{aligned} \quad (5.17)$$

onde G_σ é obtida por

$$G_\sigma(x, y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Fazendo $\psi_{i,j} = G_\sigma * u_{ij}$ e utilizando as fórmulas de diferenças centradas, obtém-se os seguintes resultados:

$$\psi_x = \frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}}{2}$$

$$\psi_y = \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}}{2}$$

Logo,

$$\nabla(G_\sigma * u_{ij}) = (\psi_x, \psi_y)$$

$$|\nabla G_\sigma * u|^2 = \left(\frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}}{2} \right)^2$$

Portanto a função g discretizada é expressa por:

$$g(|\nabla G_\sigma * u|) = \frac{1}{1 + k(\psi_x^2 + \psi_y^2)} \quad (5.18)$$

5.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados alguns conceitos necessários para a implementação numérica da equação de difusão não linear utilizada pelos detectores de bordas propostos.

No capítulo seguinte são apresentados alguns resultados experimentais obtidos com a aplicação dos detectores de bordas propostos e de outros dois detectores estudados.

Resultados Experimentais e Análise de Performance

Este capítulo é dedicado às avaliações experimentais dos dois detectores de bordas propostos neste trabalho. Para tanto, os experimentos aqui realizados têm dois objetivos principais: comparar os resultados obtidos pelas Propostas I e II entre si e, compará-las com os resultados obtidos utilizando o método de Canny [Canny 1986], o método de Canny com supressão *surround* anisotrópica [Grigorescu et al. 2004] e o método proposto por Papari e outros [Papari et al. 2006b].

Para tal comparação, utiliza-se o mesmo banco de imagens teste, como mostrado nas Figuras 6.1 e 6.2 e a mesma medida de performance utilizada por [Papari et al. 2006b].

Como uma aplicação das técnicas propostas em problemas reais, apresenta-se os resultados obtidos com a aplicação da Proposta II em imagens de câncer de pele. Neste caso, o objetivo é auxiliar os dermatologistas no diagnóstico clínico de lesões de pele, uma vez que os mesmos tem dificuldades de encontrar as bordas de uma lesão, principalmente quando a variação entre a lesão e a pele saudável é suave.

Antes de apresentar os resultados obtidos, é apresentada a medida de performance usada para avaliar os dois detectores de bordas propostos nesta dissertação.

6.1 Análise de Performance

Existem diversas formas de avaliar a performance de um detector de bordas. As mais comuns são aquelas que fazem a análise de bordas.

Os métodos baseados na análise de bordas podem ainda ser classificados pelo uso ou não de um mapa de bordas ideal (*ground truth*), que geralmente é desenhado a mão.

Neste trabalho, a avaliação dos detectores de bordas é obtida comparando-se os resultados obtidos por cada detector com os resultados obtidos por um humano. Quando mais próximo o resultado obtido pelo detector estiver do resultado obtido por um humano, melhor será o detector.

A medida de performance utilizada para medir a eficiência dos detectores é descrita a seguir.

6.1.1 Medida de Performance

Para avaliar a performance dos detectores de bordas estudados foi utilizada a medida de performance introduzida em [Grigorescu et al. 2003], descrita a seguir.

Sejam E_{DO} o conjunto de pixels de bordas e B_{DO} o conjunto de pixels de fundo, ambos do mapa de bordas ideal e, sejam E_D o conjunto de pixels de bordas e B_D o conjunto de pixels de fundo, ambos da imagem obtida pelo detector de bordas. O conjunto de pixels de bordas detectados corretamente pelo detector de bordas é indicado por $GT = E_D \cap E_{DO}$. O conjunto de pixels de bordas perdidos pelo detector (falsos negativos) é indicado por $FN = B_D \cap E_{DO}$ e o conjunto de pixels detectados falsamente como bordas (falsos positivos) é indicado por $FP = E_D \cap B_{DO}$.

A performance do detector de bordas é obtida contando o número de pixels de bordas detectados corretamente (GT), o número de falsos positivos (FP) e o número de falsos negativos (FN), como mostrado na Equação (6.1):

$$P = \frac{GT}{GT + FP + FN} \quad (6.1)$$

onde P é um escalar que varia entre 0 e 1. Se todos os pixels de bordas são detectados corretamente (isto é, $FN = 0$) e nenhum pixel de fundo é detectado falsamente como borda (isto é $FP = 0$), então $P = 1$. Caso contrário, quanto mais pixels de bordas são detectados falsamente e/ou perdidos pelo detector, menor é o valor de P [Grigorescu et al. 2003].

Como as bordas de uma imagem são desenhadas de forma subjetiva por um humano, nem sempre as mesmas irão coincidir com as bordas obtidas pelo detector. Desta forma, para a implementação da medida de performance apresentada, utiliza-se os seguintes critérios: um pixel de borda é detectado corretamente, se existe um pixel de borda presente na vizinhança 5×5 do pixel considerado, na imagem ideal. Por outro lado, se o detector encontra um pixel de borda e na imagem ideal não existe nenhum pixel de borda na vizinhança 5×5 do pixel considerado, então esse é considerado como falso positivo enquanto um pixel é considerado como falso negativo, se existe um pixel de borda na imagem ideal e não existe pixel de borda na vizinhança 5×5 do pixel considerado, no mapa de bordas obtido pelo detector.

6.2 Aplicações em Imagens Naturais

Para testar a eficiência dos detectores de bordas propostos neste trabalho, uma série de experimentos utilizando imagens naturais foram realizados, uma vez que elementos de texturas, como por exemplo grama, folhagens, galhos, pêlos, etc, tornam o processo de detecção de bordas mais difícil.

Com o objetivo de deixar mais evidente qual detector tem a melhor performance em termos de detecção de bordas, aplicou-se os mesmos em imagens corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$.

Os experimentos realizados foram divididos em dois grupos. O primeiro é dedicado a avaliação da Proposta I e o segundo é dedicado a avaliação da Proposta II.



Figura 6.1: Imagens teste utilizadas nos experimentos realizados neste trabalho.

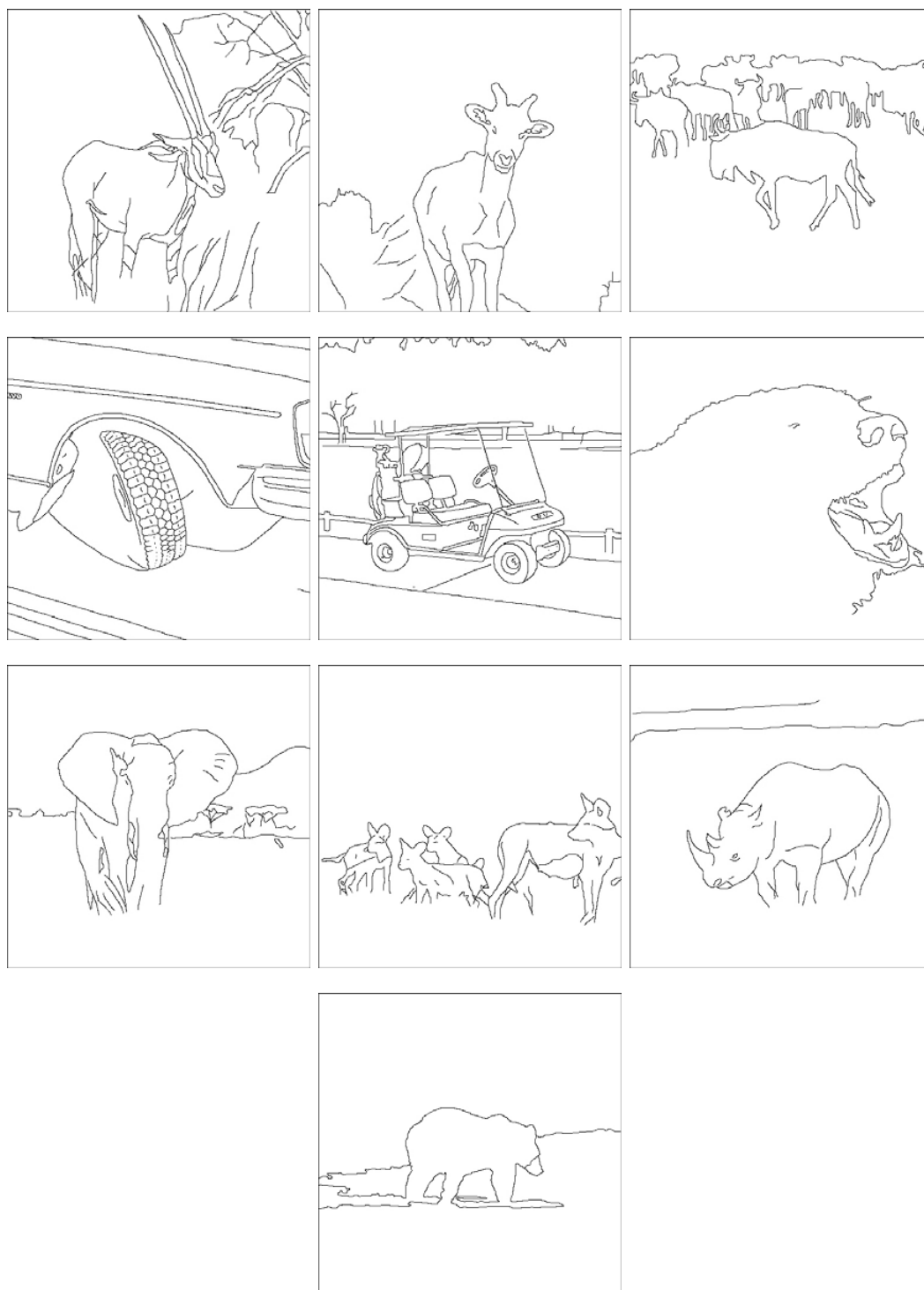


Figura 6.2: Mapas de bordas ideais desenhados a mão.

6.2.1 Primeiro Grupo de Experimentos

O primeiro grupo de experimentos é dedicado a apresentação dos resultados obtidos com a Proposta I. Para avaliar a performance do método proposto, comparou-se os resultados obtidos com os resultados obtidos por outros três detectores de bordas: o detector de bordas de Canny [Canny 1986], o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica e o detector de bordas proposto por [Papari et al. 2006b].

A comparação entre os detectores é realizada da seguinte forma: primeiro determina-se um mapa de bordas ideal para cada imagem teste. Em seguida, faz-se a comparação entre o mapa de bordas ideal e o mapa de bordas obtido pelo detector, obtendo assim uma performance para esse detector. Depois, compara-se a performance do detector de bordas propostos com a performance obtida pelos outros detectores considerados.

A primeira linha (Figuras (a) e (b)) de cada figura mostra as imagens teste e seu correspondente mapa de bordas ideal enquanto a segunda linha (Figuras (c) e (d)) mostram os resultados obtidos pela Proposta I e pelo detector de Canny [Canny 1986], respectivamente. A última linha (Figuras (e) e (f)) mostra os resultados obtidos pelo detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica [Grigorescu et al. 2004] e pelo detector de bordas proposto por [Papari et al. 2006b]. Além disso, abaixo de cada mapa de bordas é apresentado a performance P do detector de bordas em questão.

As Figuras 6.3, 6.4 e 6.5 mostram os resultados obtidos pelos detectores utilizando-se imagens sem ruído. Pode-se observar que para todas as imagens teste, o método proposto neste trabalho apresenta a melhor performance em termos de detecção de bordas enquanto que os piores resultados foram obtidos pelo detector de Canny.

Isso mostra que a eficiência do detector de bordas está diretamente relacionada a técnica empregada por cada detector para remover ruídos e texturas. O detector de bordas proposto nesta dissertação emprega uma técnica de suavização não linear baseada em equações diferenciais parciais para remover ruídos e a técnica de supressão *surround* anisotrópica para remover

bordas de texturas. Por outro lado, o método de Canny emprega uma técnica de suavização linear baseada na convolução entre a imagem teste e uma função Gaussiana. Como a suavização linear não é eficiente, muitas bordas falsas provenientes de ruídos e elementos de texturas são detectadas.

Enquanto isso, analisando os resultados obtidos pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica, pode-se verificar que ocorreu uma redução considerável na detecção de bordas falsas. Pode-se verificar também que o detector de bordas proposto por [Papari et al. 2006b] obteve bons resultados, mas o mesmo ainda apresenta bordas falsas.

As Figuras 6.7, 6.8 e 6.9, mostram os resultados obtidos pelos detectores de bordas estudados utilizando-se imagens ruidosas. Neste experimento, as imagens teste foram corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13\text{ dB}$, o que dificulta ainda mais a detecção de bordas.

Comparando-se os resultados apresentados nas Figuras 6.7, 6.8 e 6.9, pode-se observar que o método proposto neste trabalho mais uma vez apresenta a melhor performance em termos de detecção de bordas. Este fato é atribuído ao eficiente processo de suavização, remoção de ruídos e preservação de bordas do modelo de difusão não linear e a técnica de supressão *surround* anisotrópica utilizada para remoção de bordas falsas que é empregada pelo método proposto.

Comparando-se os resultados mostrados nas Figuras 6.7, 6.8 e 6.9 com os resultados mostrados nas Figuras 6.3, 6.4 e 6.5, pode-se observar que, como esperado, todos os detectores apresentam resultados inferiores para imagens ruidosas.

No entanto, comparando-se os resultados obtidos pelo método proposto em imagens ruidosas com os resultados obtidos pelos outros detectores em imagens sem ruído, pode-se verificar que o método proposto foi superior a todos os outros três detectores de bordas, como mostra a Figura 6.6.

Agora, comparando-se os resultados obtidos pelo método proposto com os resultados obtidos por Canny e Canny com supressão *surround* anisotrópica, fica evidente que a estratégia de combinar equações diferenciais parciais com outros métodos de detecção de bordas é muito

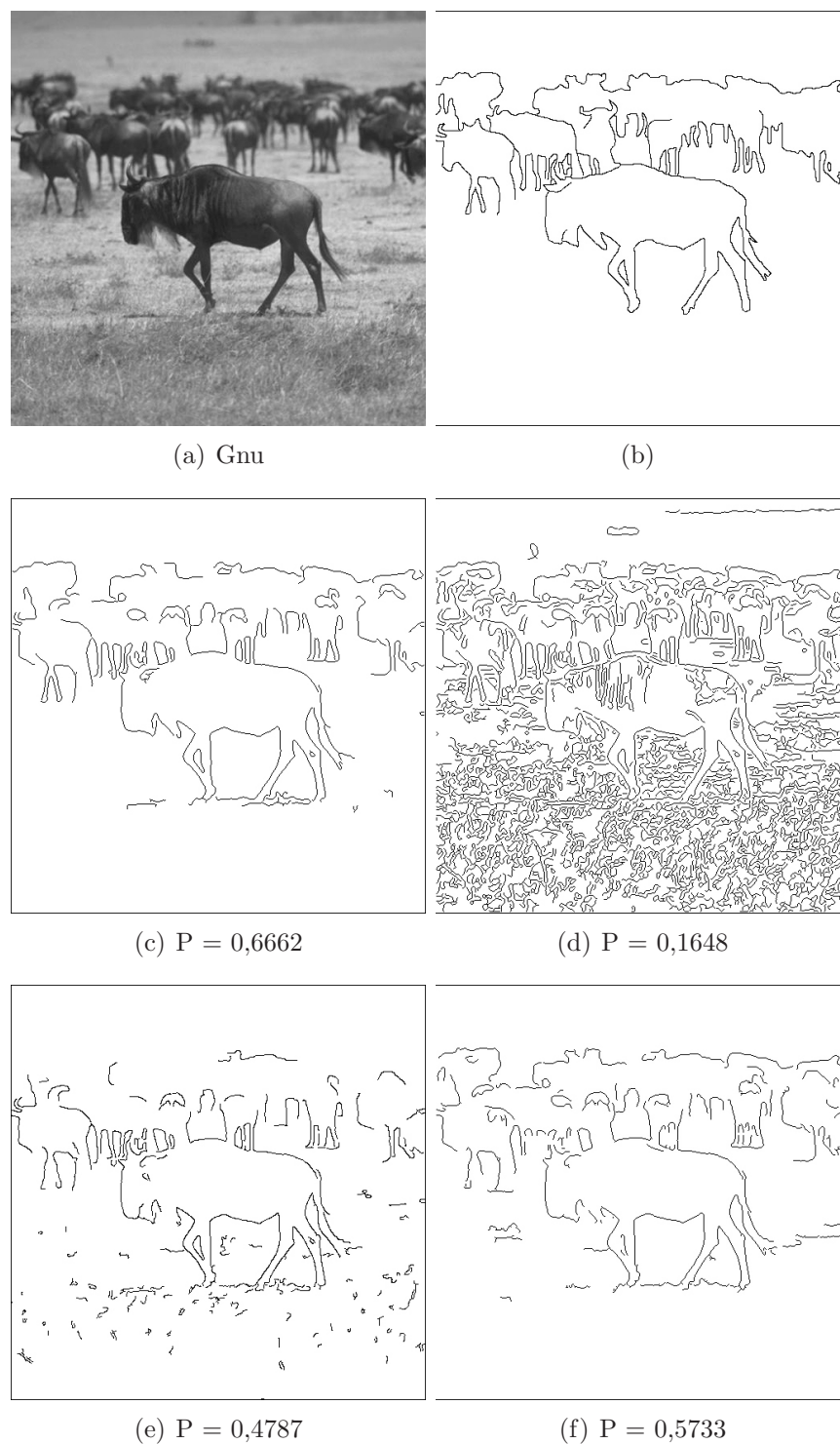


Figura 6.3: Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

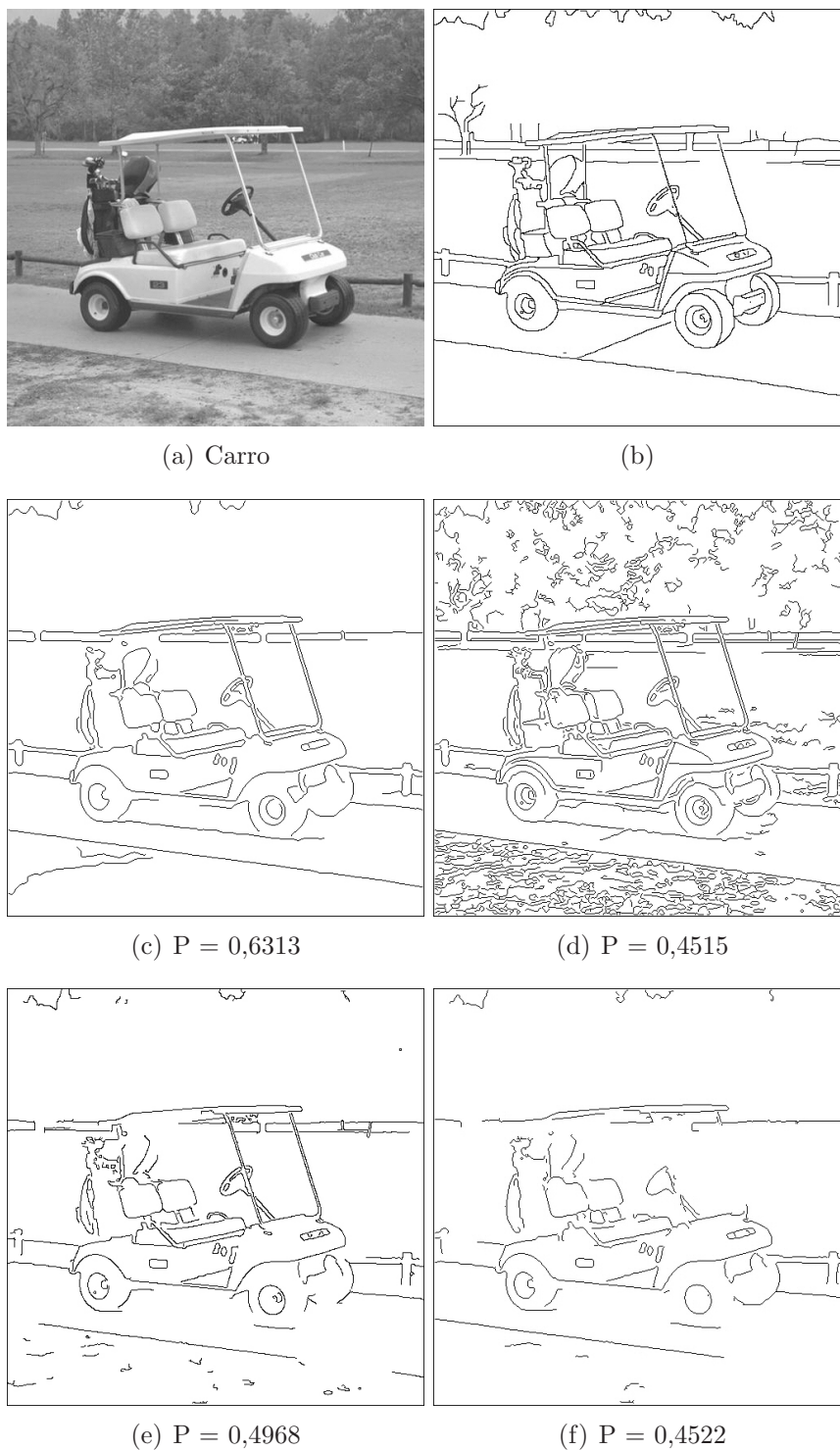


Figura 6.4: Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

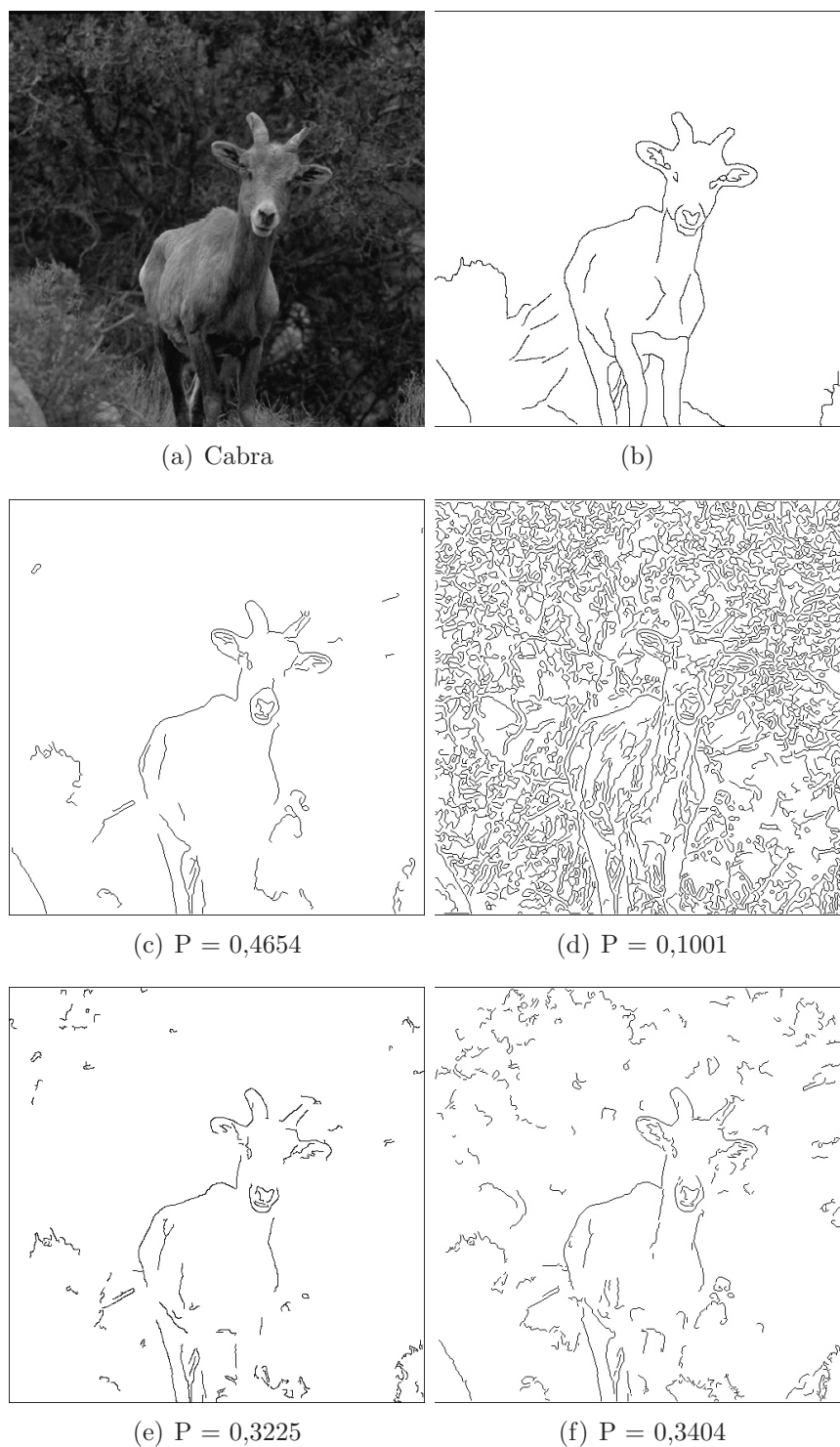


Figura 6.5: Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

promissora.

Para facilitar a comparação entre os métodos de detecção de bordas apresentados, mostra-se na Figura 6.6 a performance média obtida pelos detectores nos experimentos acima. A performance média é obtida utilizando-se a Equação (6.2):

$$p = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{n} \quad (6.2)$$

onde P_i é a performance obtida pelo detector no experimento i e n é o número de experimentos realizados.

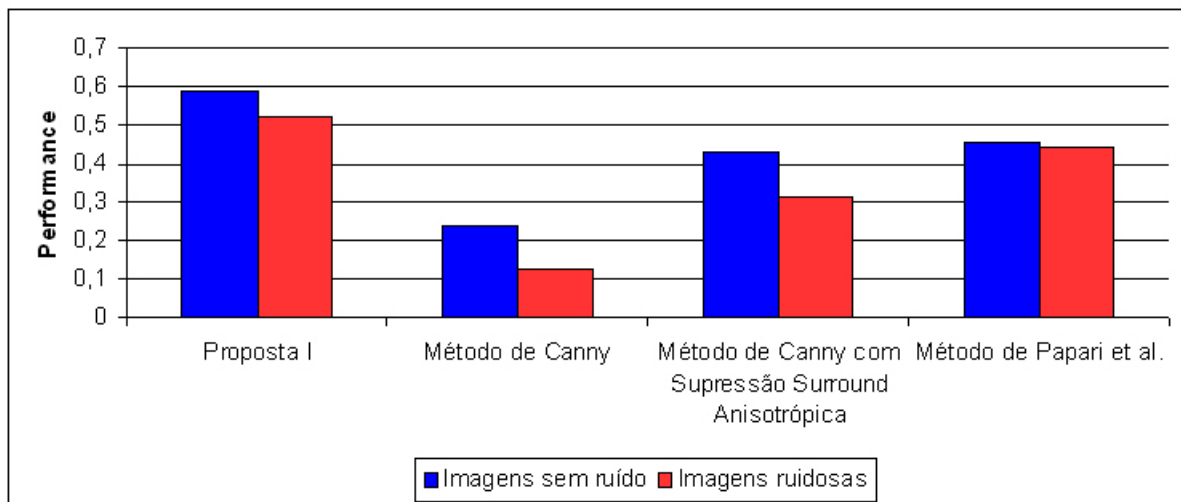


Figura 6.6: Performance média obtida pelos detectores de bordas estudados no primeiro grupo de experimentos.

6.2.2 Segundo Grupo de Experimentos

O segundo grupo de experimentos é dedicado a apresentação dos melhores resultados obtidos com a Proposta II e a comparação desses resultados com os resultados obtidos por outros quatro detectores: a Proposta I, o detector de bordas de Canny [Canny 1986], o detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica [Grigorescu et al. 2004] e o detector proposto

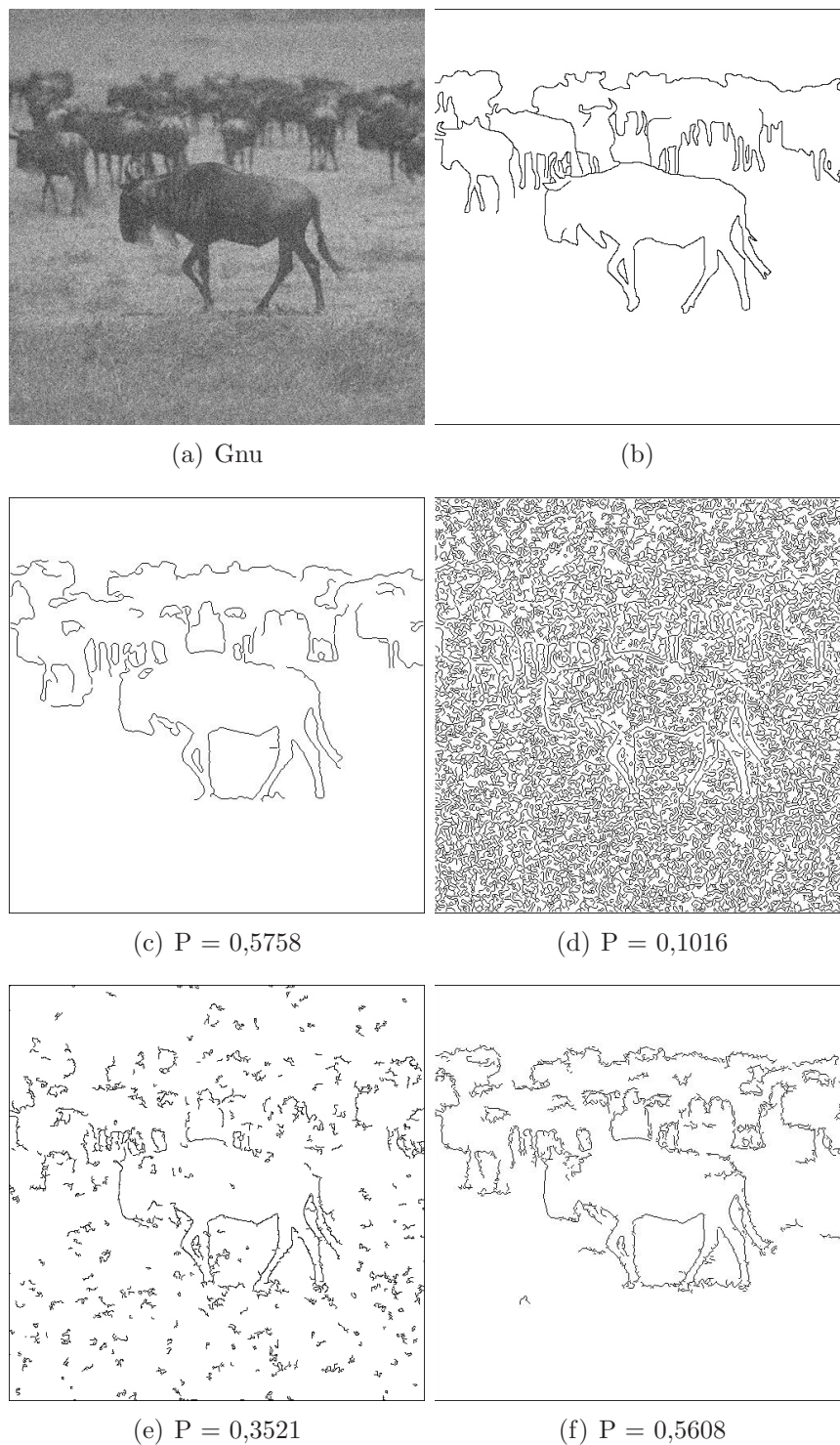


Figura 6.7: Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

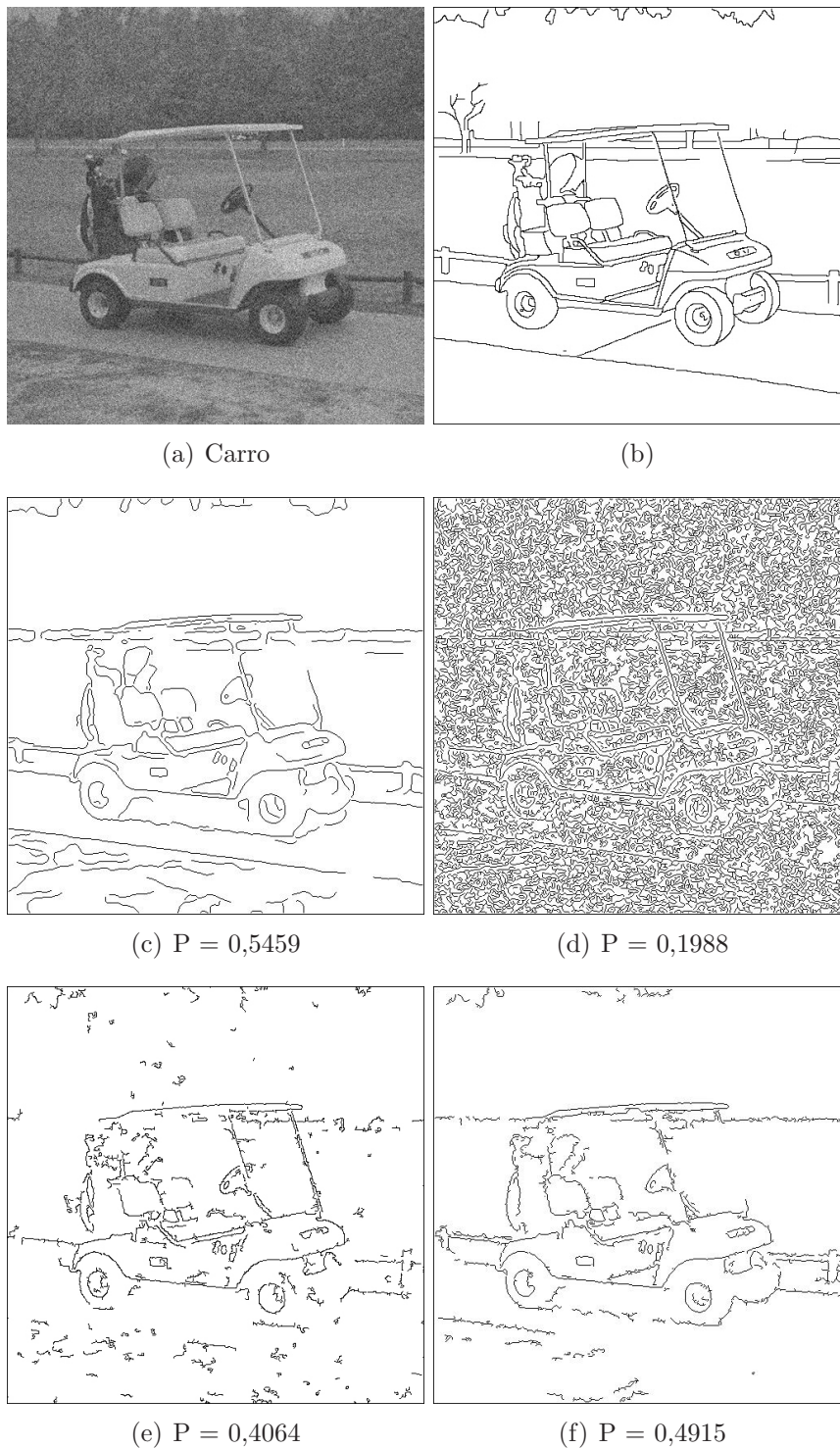


Figura 6.8: Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

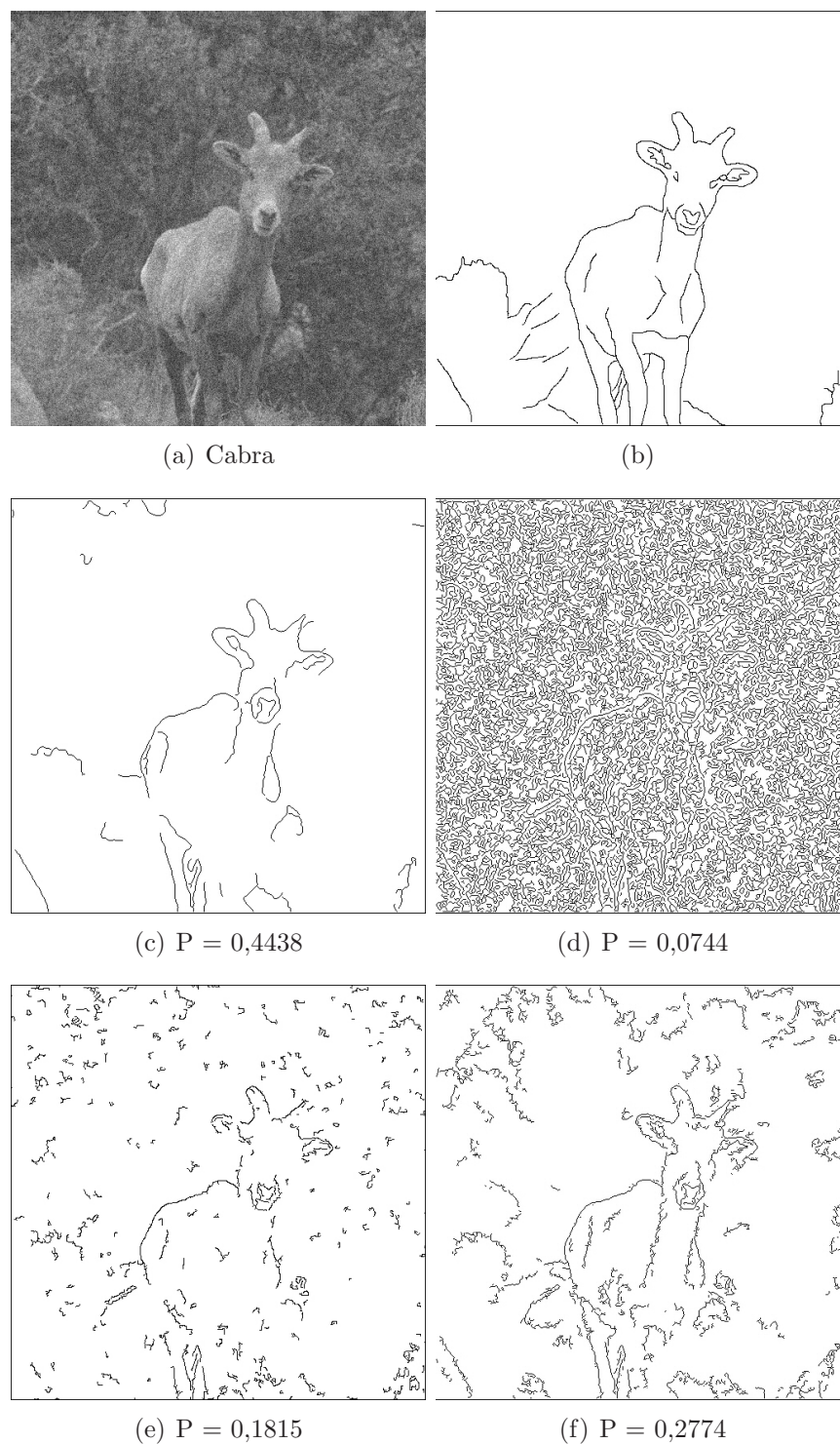


Figura 6.9: Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta I; (d) resultado obtido pelo método de Canny; (e) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (f) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

por [Papari et al. 2006b].

A primeira linha (Figuras (a) e (b)) de cada figura mostra as imagens teste e seu correspondente mapa de bordas ideal, enquanto a segunda linha (Figuras (c) e (d)) mostra os resultados obtidos pelas Propostas II e I, respectivamente. A última linha (Figuras (e), (f) e (g)) mostra os resultados obtidos pelo detector de bordas de Canny, Canny com supressão *surround* anisotrópica e pelo detector de bordas proposto por [Papari et al. 2006b], respectivamente.

A performance P de cada detector de bordas é mostrada abaixo de cada mapa de bordas encontrado.

Nas Figuras 6.10, 6.11 e 6.12, são mostrados os resultados obtidos por cada detector de bordas estudado utilizando-se imagens sem ruído. Note que os resultados obtidos pela Proposta II foram expressivos, superando todos os resultados obtidos pelos outros quatro detectores utilizados na comparação com o método proposto.

Este fato é atribuído à principal vantagem da Proposta II que é substituir uma suavização linear por uma técnica não linear baseada em equações diferenciais parciais. Desta forma, remove-se ruídos e elementos de textura de forma eficiente e ao mesmo tempo preserva-se bordas de interesse que eram perdidas durante o processo de suavização empregado por Canny.

As Figuras 6.13, 6.14 e 6.15, mostram os resultados obtidos pelos detectores de bordas estudados utilizando-se imagens corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13\text{ dB}$. Pode-se observar que os resultados obtidos pela Proposta II mais uma vez apresenta a melhor performance em termos de detecção de bordas, superando todos os outros cinco detectores de bordas utilizados na comparação com o método proposto.

Pode-se observar também que, como no primeiro experimento, os resultados obtidos pela Proposta II em imagens ruidosas são superiores a todos os resultados obtidos por Canny, Canny supressão *surround* anisotrópica e por [Papari et al. 2006b] em imagens sem ruídos.

Considerando-se esses resultados experimentais apresentados neste trabalho, bem como de outros experimentos realizados, pode-se afirmar que a Proposta II é eficiente e promissora. Isso

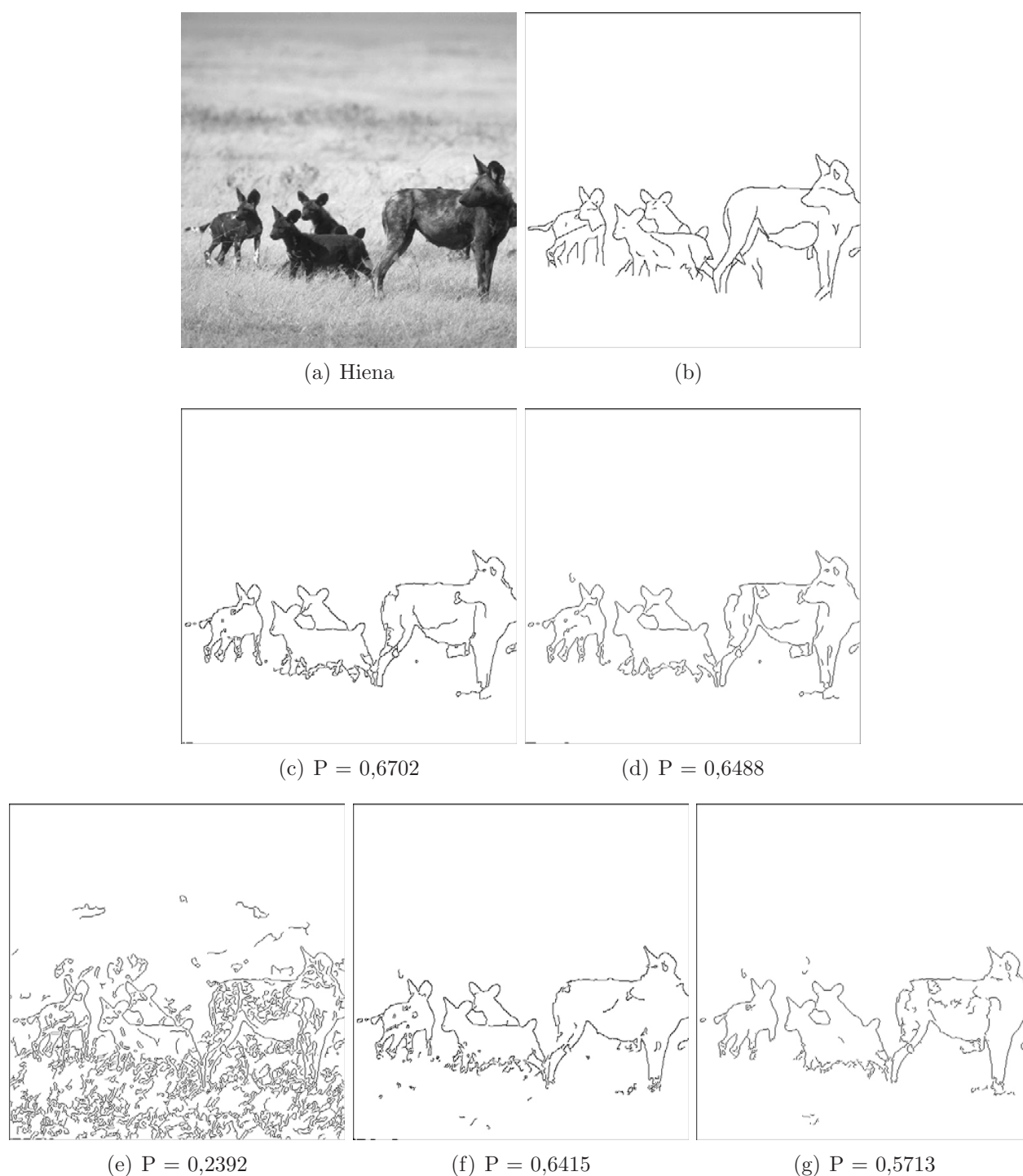


Figura 6.10: Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

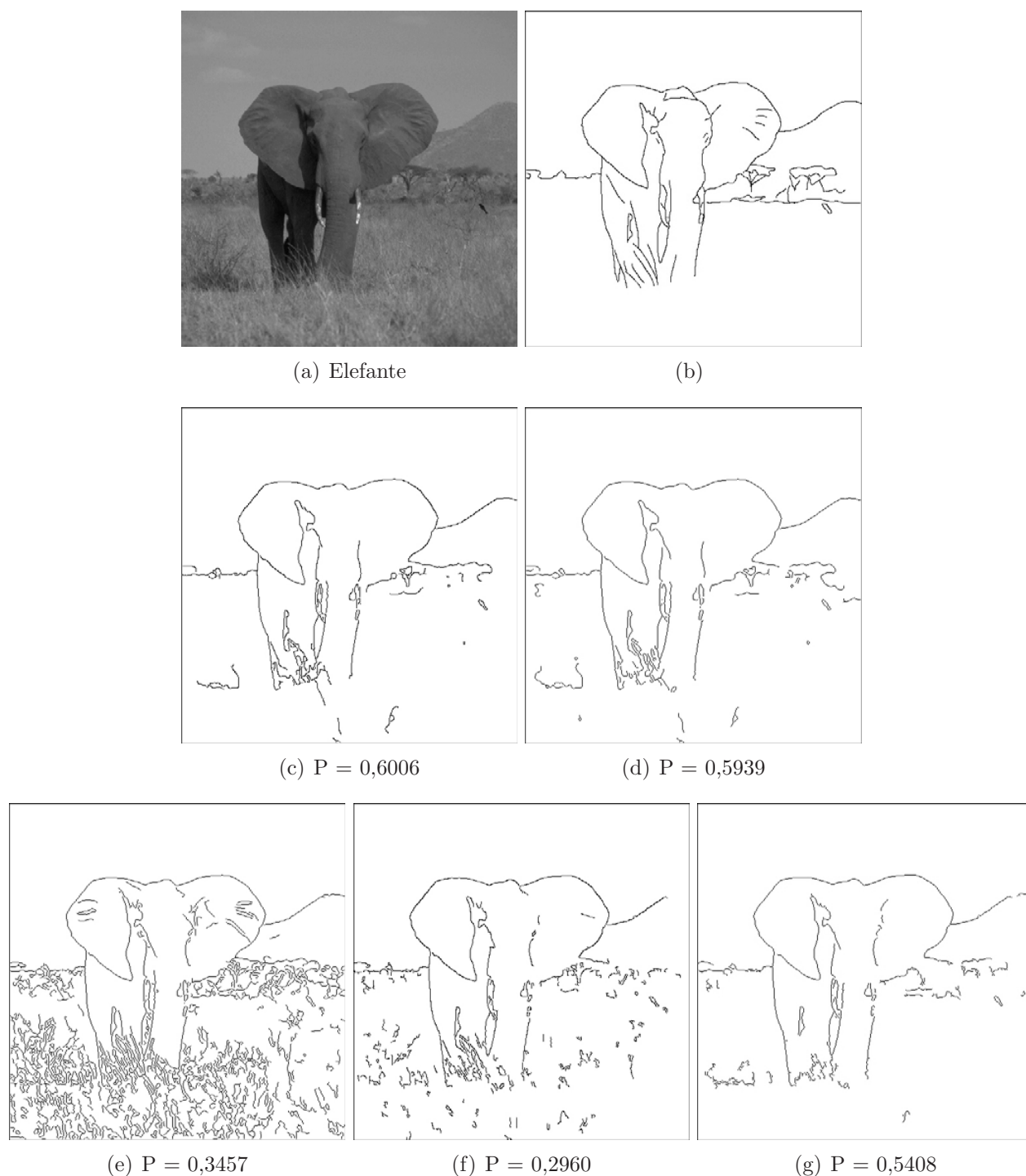


Figura 6.11: Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

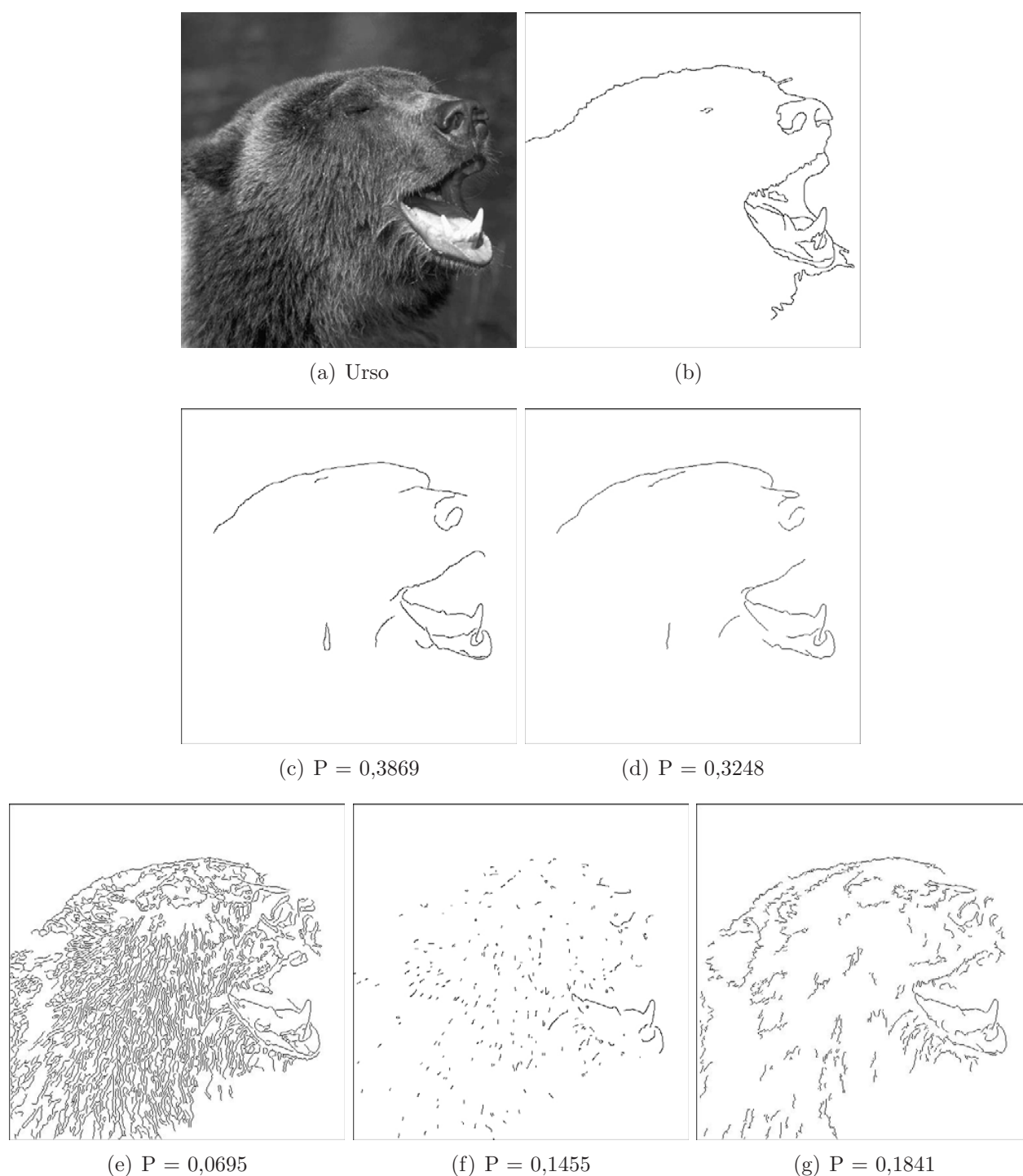


Figura 6.12: Detecção de bordas. (a) Imagem original sem ruído; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

fica melhor evidenciado analisa-se a Figura 6.16 que mostra a performance média obtida por cada detector.

No apêndice A, mostra-se os resultados obtidos pelos detectores de bordas para vinte imagens testes, sendo dez com ruídos e dez sem ruídos.

6.3 Parâmetros dos Detectores Propostos

Em qualquer aplicação prática a escolha correta dos parâmetros utilizados pelos detectores de bordas propostos é fundamental para obter bons resultados. Por esse motivo é apresentado nesta seção uma breve explicação de cada parâmetro utilizado pelos detectores de bordas propostos (Proposta I e II).

6.3.1 Proposta I

A primeira etapa da Proposta I é a suavização da imagem via equação de difusão não linear. Essa equação proposta por Barcelos e outros [Barcelos et al. 2003] utiliza os parâmetros:

- Δt - tamanho do passo de evolução temporal. Em outras palavras, pode-se dizer que esse parâmetro é a condição de estabilidade do processo de discretização da equação de difusão. A estabilidade do sistema é garantida utilizando baixos valores para Δt , como por exemplo, $0 < \Delta t \leq 0.3$. Todavia, como esse parâmetro também está relacionado com o tempo do algoritmo, isto é, quando menor o valor de Δt maior é o tempo de processamento. Portanto, é comum utilizar-se $\Delta t = 0.2, 0.25$ ou $0,3$;
- k - constante utilizada pela função g para controlar a força de suavização. Em outras palavras, pode-se dizer que esse parâmetro está diretamente relacionado a quantidade de detalhes da imagem que se deseja preservar. Portanto, o sucesso do modelo depende da escolha adequada de k . Na tentativa de obter o valor ideal para a constante k , Barcelos e outros apresentaram em [Barcelos et al. 2005] um modelo para o cálculo de k . No

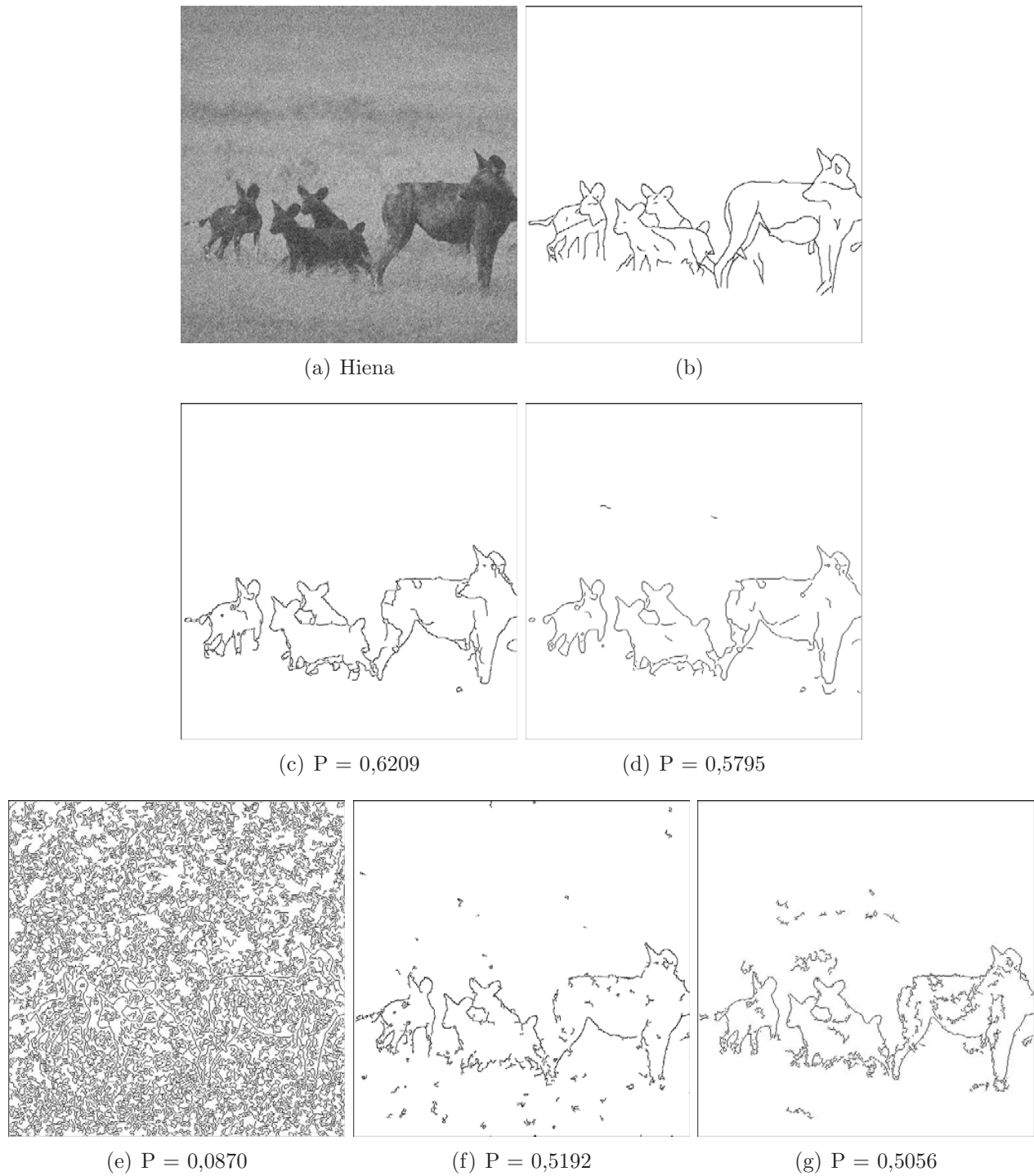


Figura 6.13: Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

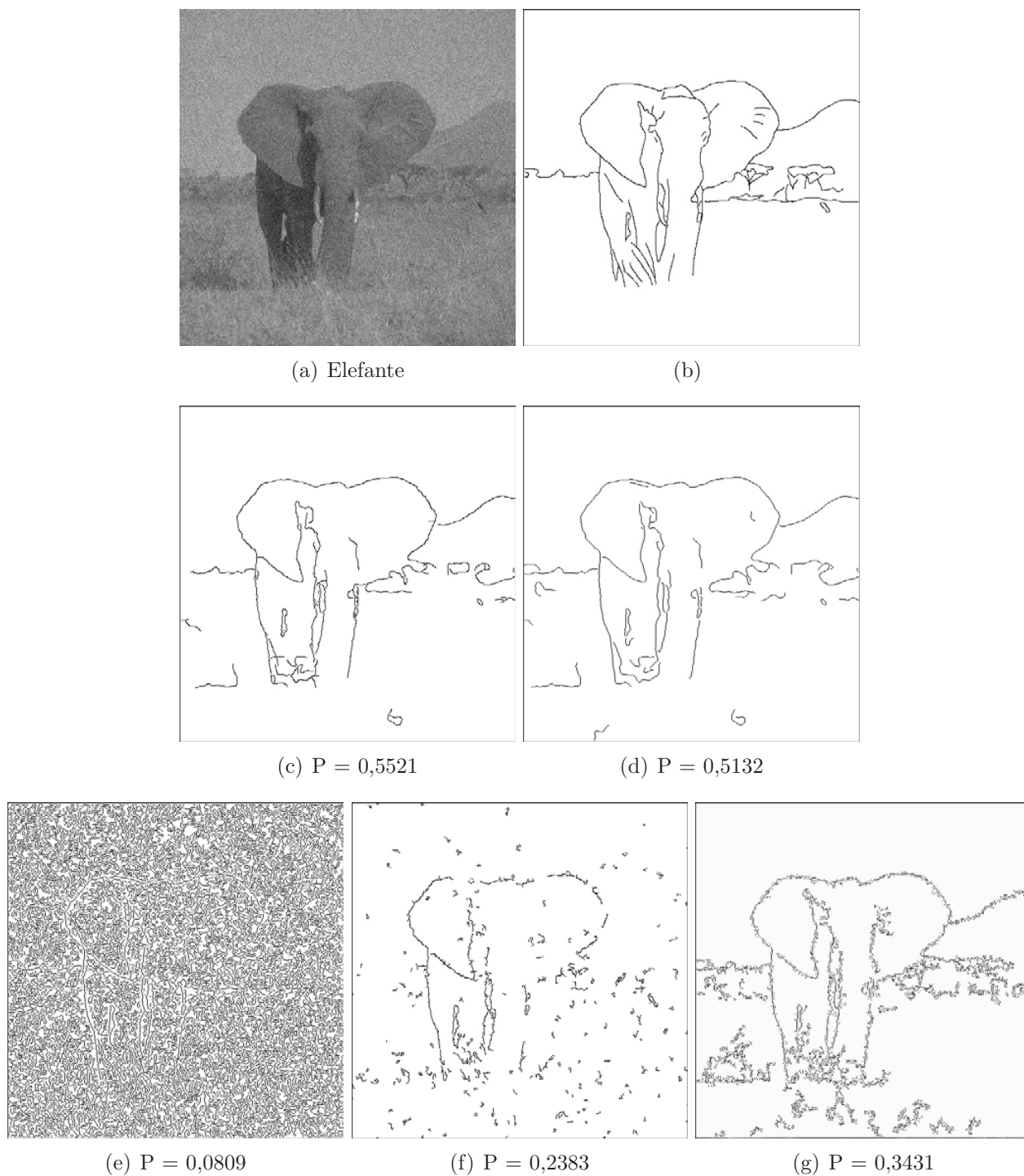


Figura 6.14: Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

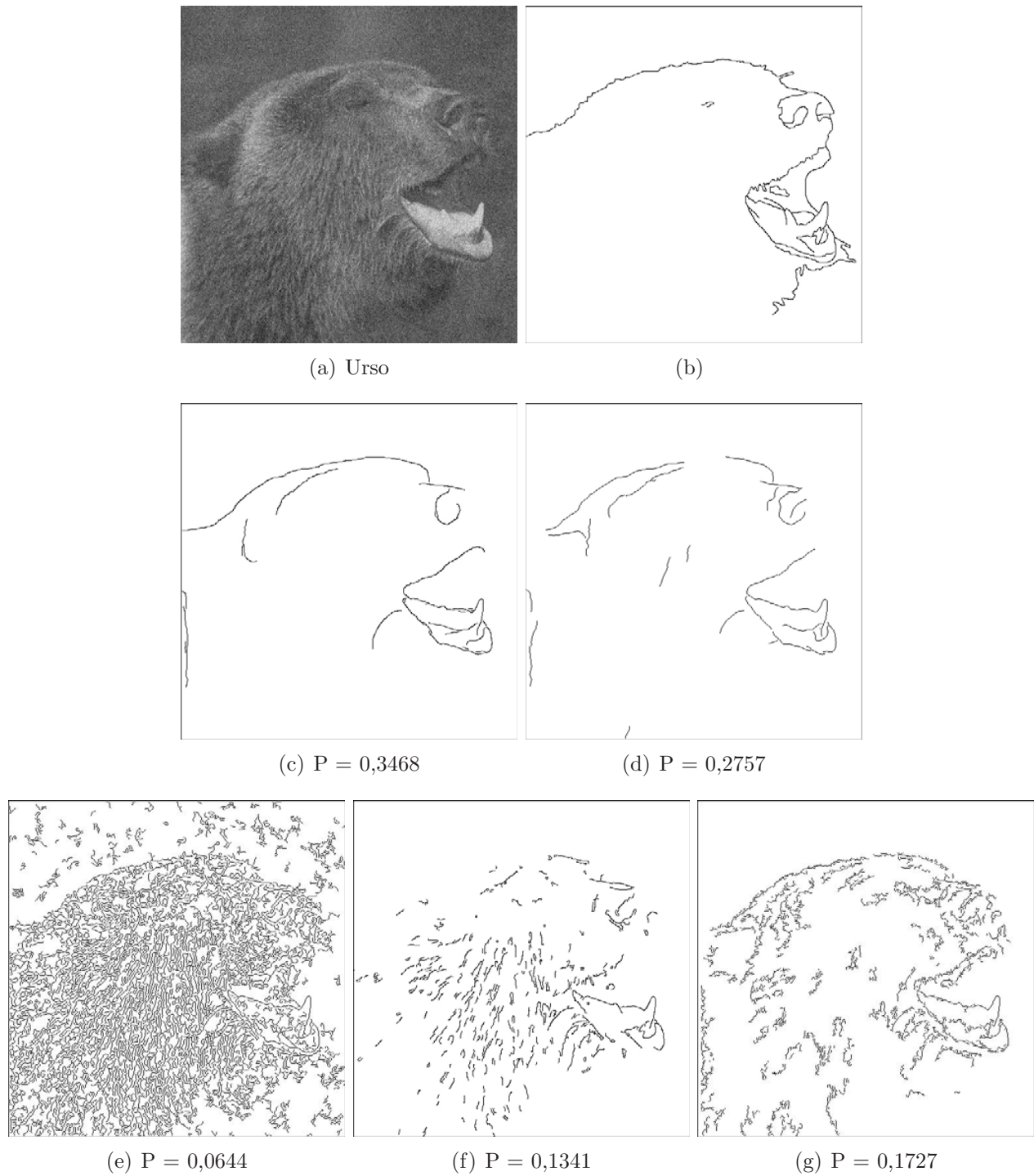


Figura 6.15: Detecção de bordas. (a) Imagem original corrompida com ruído gaussiano; (b) mapa de borda ideal; (c) resultado obtido com a Proposta II; (d) resultado obtido com a Proposta I; (e) resultado obtido pelo método de Canny; (f) resultado obtido pelo método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (g) resultado obtido pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

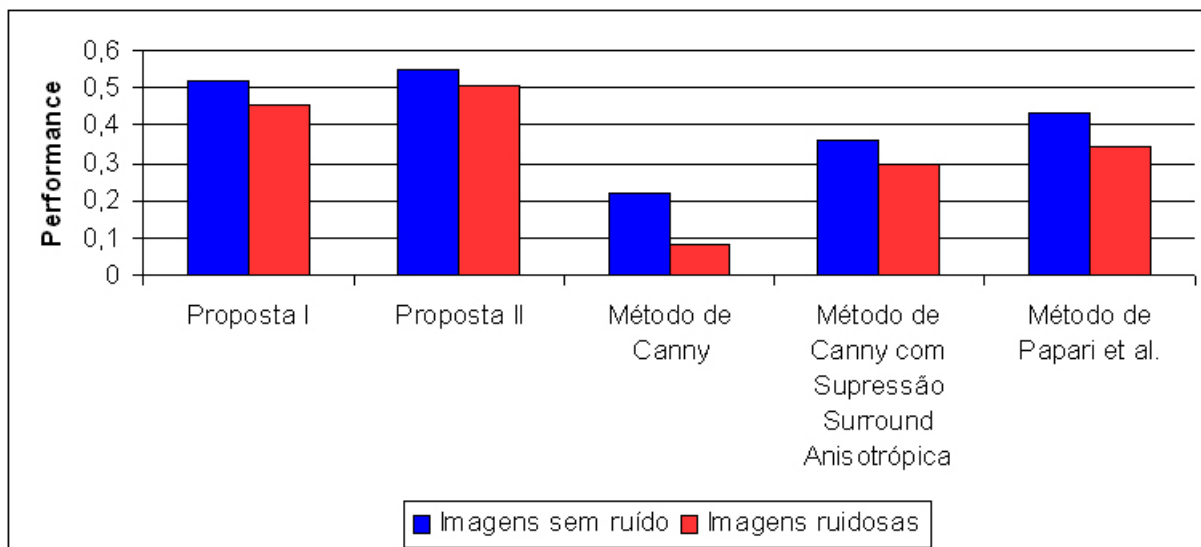


Figura 6.16: Performance média obtida pelos detectores de bordas no segundo grupo de experimentos.

entanto, nos experimentos realizados escolheu-se não utilizar esse modelo pois o objetivo desse trabalho é encontrar os melhores resultados com o modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003] para a detecção de bordas. Portanto, neste trabalho o parâmetro k foi obtido a partir de uma série de resultados experimentais;

- σ - desvio padrão da função Gaussiana G_σ . Esse parâmetro controla a intensidade de suavização do filtro Gaussiano e quanto mais elevado for o seu valor maior é a intensidade de suavização. Como esse filtro é linear, um forte processo de suavização (por exemplo $\sigma = 3, 4, \dots$) causa o borramento da imagem, o deslocamento e a deteriorização de bordas. Portanto, se o objetivo é preservar e detectar bordas, utiliza-se $\sigma = 1$;
- N - número de iterações. A escolha desse parâmetro pode depender da aplicação desejada e do tipo de imagem em questão; Logo, a escolha do número de iterações ótimo envolve tentativa e erro. Em muitos casos práticos, pode-se fixar $N = 100, 150$ ou 200 .
- λ - constante usada para fazer o balanceamento entre o termo de difusão e o termo forçante e o seletor de moderação. A escolha padrão é $\lambda = 1$. No entanto, se o objetivo é

recuperar as características iniciais da imagem $I(\mathbf{x})$ com mais intensidade, utiliza-se por exemplo $\lambda = 1,5$ ou $\lambda = 2$. Se o contrário ocorrer, isto é, o objetivo é suavizar a imagem mais intensamente e com mais rapidez, utiliza-se por exemplo $\lambda = 0$ ou $\lambda = 0,5$

A segunda etapa da Proposta I é a detecção de bordas via detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica. Esta etapa utiliza os parâmetros:

- σ - desvio padrão da função Gaussiana G_σ . Os critérios utilizados para a escolha desse parâmetro já foram apresentados acima;
- α - constante utilizada para controlar a força da técnica de supressão *surround*. Quanto mais alto for o valor de α maior é a intensidade da supressão e remoção de bordas de texturas. A escolha padrão para este parâmetro é $\alpha = 1$;
- K_1 e K_2 - parâmetros utilizados na etapa de supressão *surround* para definir a vizinhança anular (ou região *surround*) que cerca um determinado ponto. Em outras palavras, pode-se dizer que K_1 é o raio interno do anel que cerca o pixel analisado e K_2 é o raio externo do anel. As informações dessa região é utilizada para fazer a distinção entre os pixels de bordas de objetos e pixels de bordas de texturas. A escolha padrão para K_1 e K_2 são $K_1 = 1$ e $K_2 = 4$;
- t_L e t_H - limiares utilizados na etapa de limiarização (ou *threshold* histerese) para a binarização da imagem resultante da supressão não máxima. Os pixels com valores abaixo do limiar inferior t_L são considerados como não bordas e recebe o valor 0, enquanto os pixels com valores acima do limiar superior t_H são considerados como bordas e recebe o valor 1. Os pixels com valores entre t_L e t_H que podem ser conectados a algum pixel com valores acima do limiar superior t_H são considerados como pixels de bordas e recebe o valor 1. A escolha destes parâmetros é difícil e envolve tentativa e erro. Em alguns trabalhos encontrados na literatura fixou-se $t_L = 0,5 t_H$ [Canny 1986, Grigorescu et al. 2004].

6.3.2 Proposta II

O segundo método utiliza os parâmetros $\Delta t, k, \lambda, \sigma, t_L, t_H$ e N , que já foram discutidos na Proposta I.

Nos experimentos realizados neste trabalho alguns parâmetros foram fixados, considerando-se os ajustes obtidos em alguns trabalhos de referência. Os valores fixados são: $\Delta t = 0,25$, $\lambda = 1$, $\alpha = 1$, $K_1 = 1$, $K_2 = 4$ e $t_L = 0,4 t_H$.

Os parâmetros utilizados pelos detectores de bordas propostos para a realização dos dois grupos de experimentos apresentados são mostrados nas Tabelas 6.1 a 6.4.

Imagens testes	Proposta I								
	λ	Δt	k	Iterações	σ	α	K_1	K_2	t_H
Gnu	1	0,25	0,005	100	1	1	1	4	0,4
Carro	1	0,25	0,0008	100	1	1	1	4	0,3
Cabra	1	0,25	0,003	100	1	1	1	4	0,39

Tabela 6.1: Parâmetros utilizados pela Proposta I para imagens sem ruído.

Imagens testes	Proposta I								
	λ	Δt	k	Iterações	σ	α	K_1	K_2	t_H
Gnu	1	0,25	0,001	100	1	1	1	4	0,37
Carro	1	0,25	0,0006	100	1	1	1	4	0,13
Cabra	1	0,25	0,0007	100	1	1	1	4	0,28

Tabela 6.2: Parâmetros utilizados pela Proposta I para imagens ruidosas.

6.4 Aplicações em Câncer de Pele

O câncer de pele se caracteriza pelo crescimento anormal e descontrolado das células que compõem a pele e podem ser classificados como benignos ou malignos.

Imagens testes	Proposta II				
	λ	Δt	k	Iterações	t_H
Hiena	1	0,25	0,0007	200	5,2
Elefante	1	0,25	0,002	100	5,7
Urso	1	0,25	0,0002	200	5,9

Tabela 6.3: Parâmetros utilizados pela Proposta II para imagens sem ruído.

Imagens testes	Proposta II				
	λ	Δt	k	Iterações	t_H
Hiena	1	0,25	0,002	100	5,4
Elefante	1	0,25	0,0009	100	5,1
Urso	1	0,25	0,0002	200	4,8

Tabela 6.4: Parâmetros utilizados pela Proposta II para imagens ruidosas.

O melanoma maligno é o tipo de câncer de pele com o pior prognóstico. É um tumor altamente maligno em estágios avançados, devido a sua elevada probabilidade de disseminar metástases ¹ para outros órgãos. No entanto, a detecção do melanoma em sua fase inicial pode aumentar significativamente as chances de cura do paciente. Desta forma, é de extrema importância a detecção precoce do melanoma maligno.

Algumas características físicas, tais como forma, borda, cor e textura da superfície podem auxiliar os dermatologistas no diagnóstico clínico do melanoma [Claridge and Orun 2002]. No entanto, a irregularidade das bordas das lesões de pele é o fator de diagnóstico mais significativo no diagnóstico clínico do melanoma maligno [Smith 1997, Claridge et al. 1998]. As lesões benignas têm bordas geralmente mais redondas e ovais, enquanto que, os melanomas tem bordas mais irregulares.

Porém, uma pesquisa realizada por Saugeon e outros [Saugeon et al. 2003] revelou que os especialistas em diagnóstico de lesões de pele tem dificuldades em determinar as bordas de uma lesão, principalmente quando a variação entre a lesão e a pele saudável é suave.

¹Metástases (do grego *metástatis* = mudanças de lugar, transferência) é a formação de uma nova lesão tumoral a partir da primeira, mas sem continuidade entre as duas. Quando surgem metástases, quase sempre o tumor é incurável.

Na tentativa de ajudar os dermatologistas, muitas técnicas de detecção de bordas de imagens de câncer de pele tem sido propostas. As metodologias baseiam-se em diversas teorias, tais como contornos ativos ou *snakes* [Chung and Sapiro 2000], *thresholding* [Ganster et al. 2001, Maglogiannis et al. 2005, Rajab et al. 2004, Xu et al. 1999], *c-means fuzzy* [Lim and Lee 1990], redes neurais [Rajab et al. 2004], entre outras.

Uma estratégia de detecção de bordas que a princípio é promissora, é proposta neste trabalho como uma tentativa de auxiliar os dermatologistas no diagnóstico clínico do melanoma maligno. A estratégia proposta consiste em utilizar o detector de bordas obtido pela Proposta II para encontrar bordas de lesões de pele, uma vez que o mesmo apresentou a melhor performance em termos de detecção de bordas nos experimentos realizados com imagens naturais.

Para mostrar a eficiência da estratégia proposta, um série de experimentos com imagens de câncer de pele serão reportados a partir de agora.

6.4.1 Primeiro Experimento

O primeiro experimento é dedicado a apresentação dos melhores resultados obtidos com a aplicação da Proposta II em lesões de pele benignas.

Os resultados obtidos nesse experimento são mostrados nas Figuras 6.17 e 6.18. Comparando-se de forma visual, os resultados obtidos pela Proposta II (Figuras 6.17(d) e 6.18(d)) com os resultados obtidos por Canny (Figuras 6.17(b) e 6.18(b)), pode-se verificar que os melhores resultados foram obtidos utilizando-se a Proposta II.

Os resultados obtidos ao utilizar-se o método de Canny apresentam muitas bordas falsas, implicando no fracasso do sistema de detecção de bordas. Além disso, pode-se verificar que muitas bordas de interesse são perdidas, ou seja, não são encontradas. Por outro lado, pode-se observar que os resultados obtidos pela estratégia proposta neste trabalho, apresenta apenas as bordas das lesões. Portanto, pode-se afirmar que o detector de bordas proposto pode ser utilizado como uma ferramenta para auxiliar os dermatologistas no diagnóstico clínico de lesões

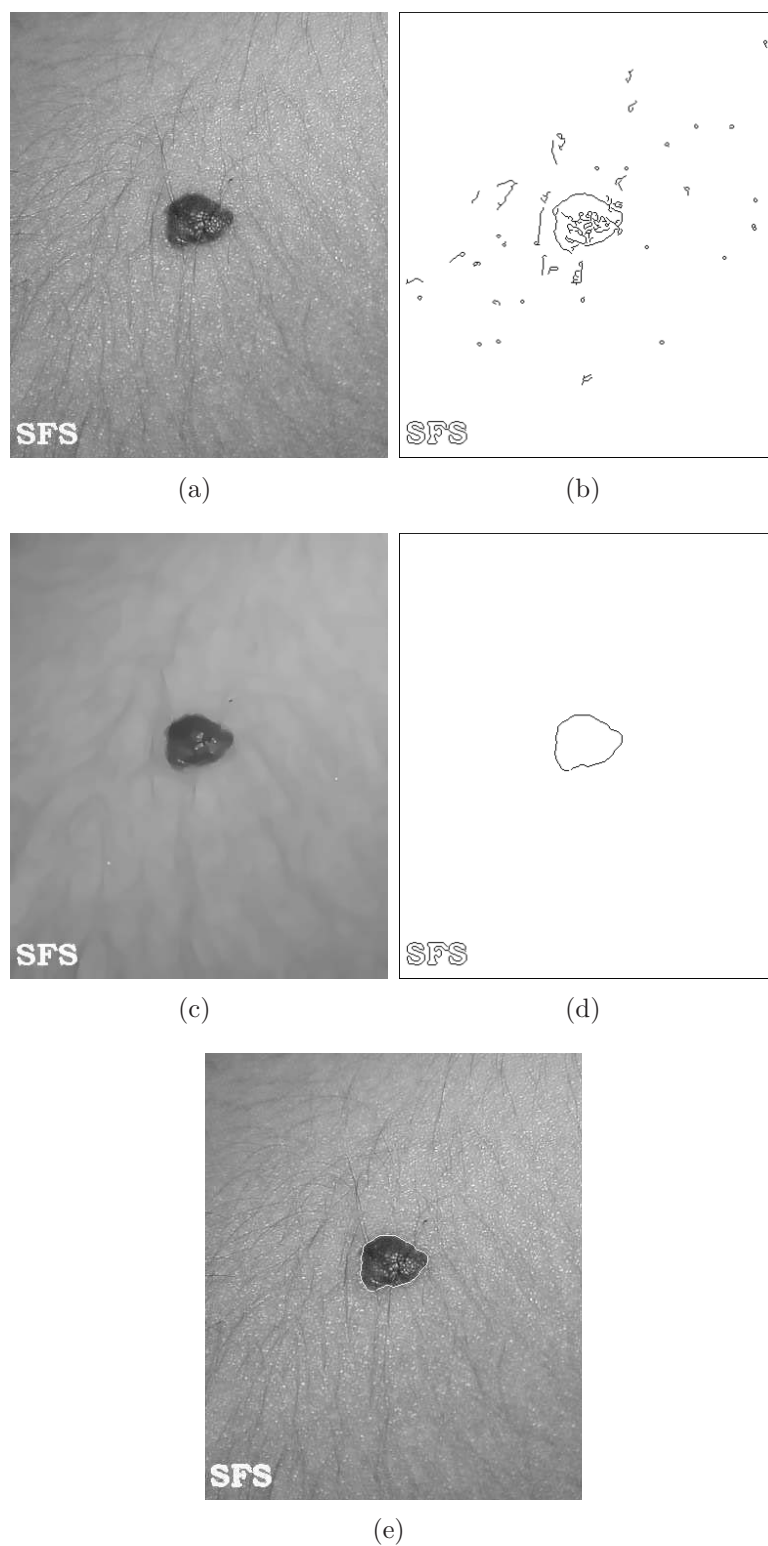


Figura 6.17: Detecção de bordas de uma lesão benigna. (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.

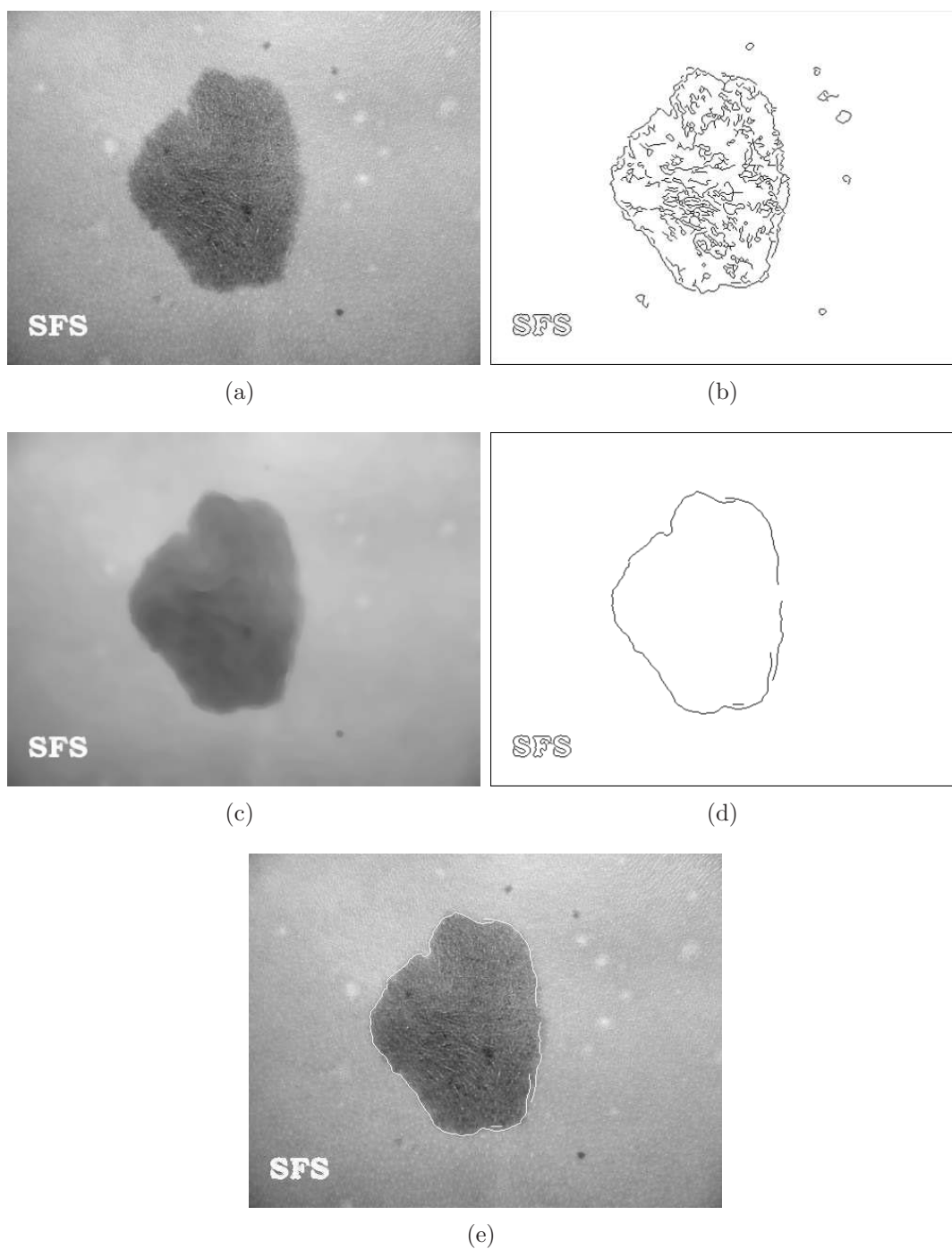


Figura 6.18: Detecção de bordas de uma lesão benigna. (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.

de pele.

O sucesso do detector de bordas proposto é atribuído ao eficiente processo de suavização empregado pelo detector. Pode-se observar nas Figuras 6.17(c) e 6.18(c), que o método proposto tem a vantagem de remover detalhes irrelevantes da imagem e ao mesmo tempo preservar bordas de interesse, minimizando assim a detecção de bordas falsas.

As Figuras 6.17(e) e 6.18(e) mostram a sobreposição das bordas sobre a imagem original. Em todos os casos, a precisão obtida atende aos resultados esperados.

6.4.2 Segundo Experimento

O segundo experimento é dedicado a apresentação dos melhores resultados obtidos com a aplicação da Proposta II em imagens de lesões de pele malignas.

As Figuras 6.19 e 6.20 mostram os resultados obtidos nesse experimento. Pode-se observar que utilizando-se imagens malignas, a Proposta II (Figuras 6.19(d) e 6.20(d)) também apresenta os melhores resultados em termos de detecção de bordas e minimização de bordas falsas. Isso mostra mais uma vez que o método de detecção de bordas é muito promissor, podendo auxiliar os dermatologistas na detecção precoce de lesões malignas, proporcionando assim maiores chances de cura e qualidade de vida aos pacientes.

Um dos principais ganhos neste experimento foi encontrar as bordas da Figura 6.20, uma vez que a variação entre a lesão e a pele saudável é muito suave e nem todo método de detecção de bordas encontrado na literatura consegue bons resultados para imagens com este grau de dificuldade. Isso fica evidente quando compara-se o resultado obtido pelo método proposto (veja Figura 6.20(d)) com o resultado obtido por Canny (veja Figura 6.20(b)). O método proposto apresenta apenas o contorno da lesão, enquanto o método de Canny apresenta muitas bordas indesejáveis.

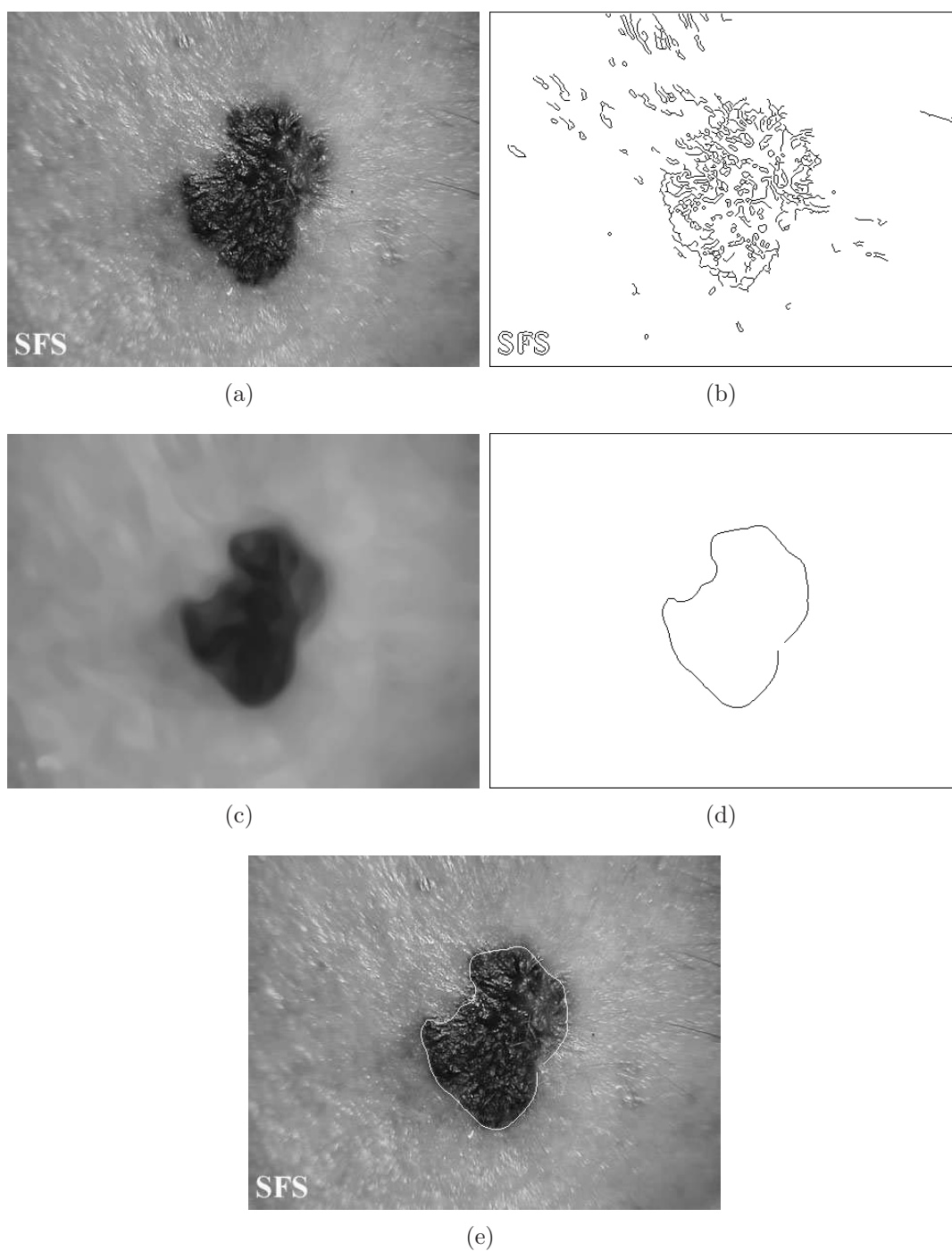


Figura 6.19: Detecção de bordas do melanoma maligno. (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.

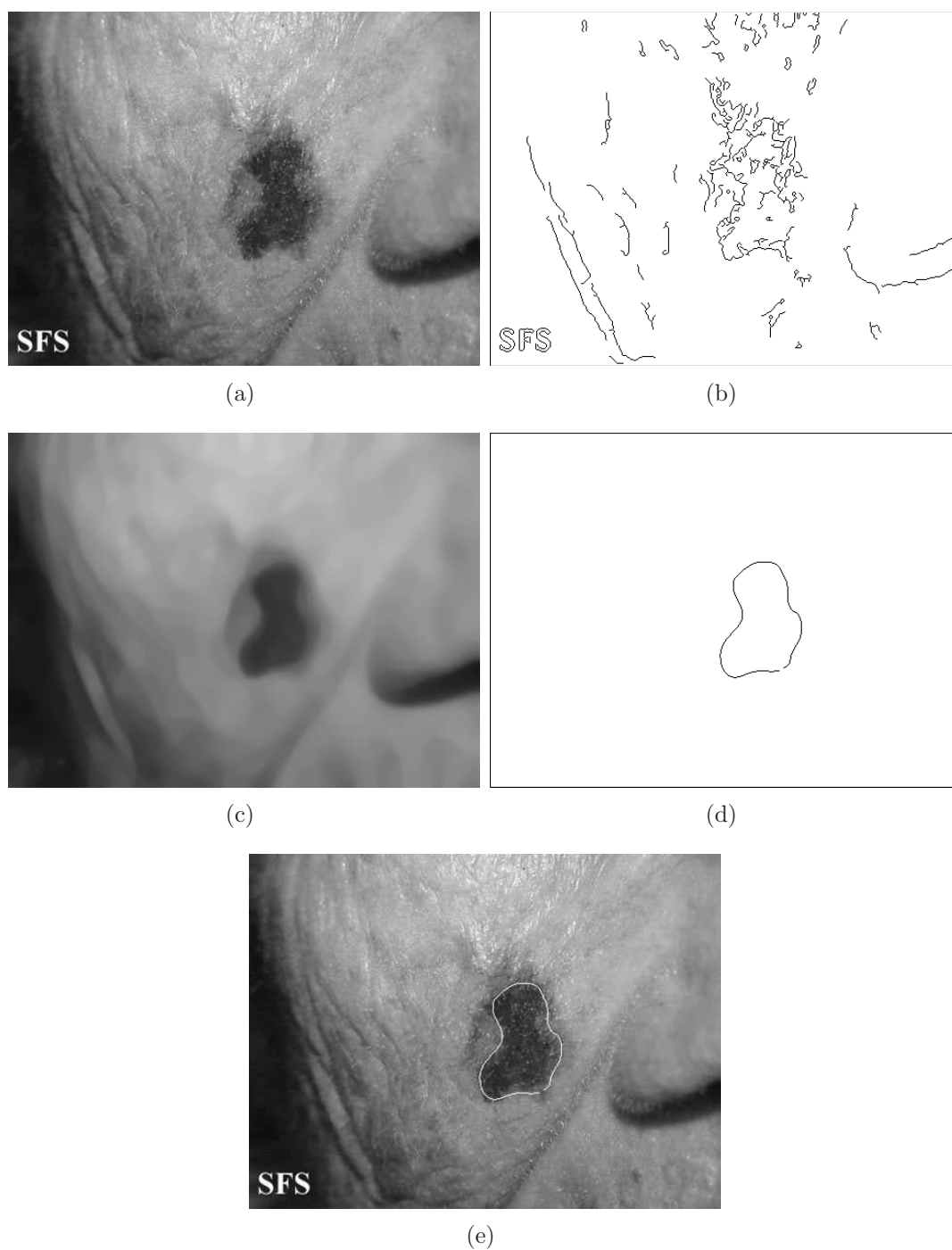


Figura 6.20: Detecção de bordas do melanoma maligno. (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.

6.4.3 Terceiro Experimento

O terceiro experimento mostra que o detector de bordas proposto também é eficiente quando aplicado em imagens com algum tipo de dificuldade de detecção de bordas, como por exemplo, em imagens corrompidas com ruído ou cobertas por pêlos.

A Figura 6.21 mostra os resultados obtidos utilizando-se uma imagem corrompida com ruído gaussiano com $SNR = 12 \text{ dB}$. O efeito da técnica de suavização empregado pelo detector proposto para remover ruídos é mostrado na Figura 6.21(b). Pode-se verificar que o ruído da imagem foi removido eficientemente e todas as bordas de interesse da imagem foram preservadas.

Nota-se também que o contorno da lesão obtido pelo método proposto (Figura 6.21(c)) apresenta todos os detalhes de bordas da lesão, enquanto no resultado obtido por [Rajab et al. 2004] muitas informações e detalhes de bordas foram perdidas, como mostra a Figura 6.21(d).

A Figura 6.22 mostra os resultados obtidos utilizando-se uma imagem que contém pêlos. Pode-se observar que o resultado obtido por Canny (Figura 6.22(b)) apresenta muitas bordas falsas, geradas principalmente pela presença de pêlos na imagem. Isso mostra mais uma vez que o processo de suavização empregado por Canny não é eficiente. Além disso, nota-se que muitas bordas de interesse não foram detectadas.

Por outro lado, pode-se verificar que o resultado obtido pela Proposta II (Figura 6.22(d)) apresenta apenas as bordas da lesão e baixa perda de bordas de interesse. Portanto, pode-se afirmar que o detector de bordas proposto neste trabalho é eficiente.

Na Figura 6.22(c), pode-se observar o efeito da suavização empregada pelo detector de bordas proposto. Note que os pêlos presentes na imagem foram praticamente removidos com pequena perda de bordas de interesse.

Na Figura 6.22(e), mostra-se o resultado da sobreposição das bordas sobre a imagem original. Devido a complexidade e o grau de dificuldade de detecção de bordas em lesões que contém pêlos, pode-se dizer que a precisão obtida neste experimento foi muito boa.

A Tabela 6.5 mostra os parâmetros utilizados para a realização desses experimentos.

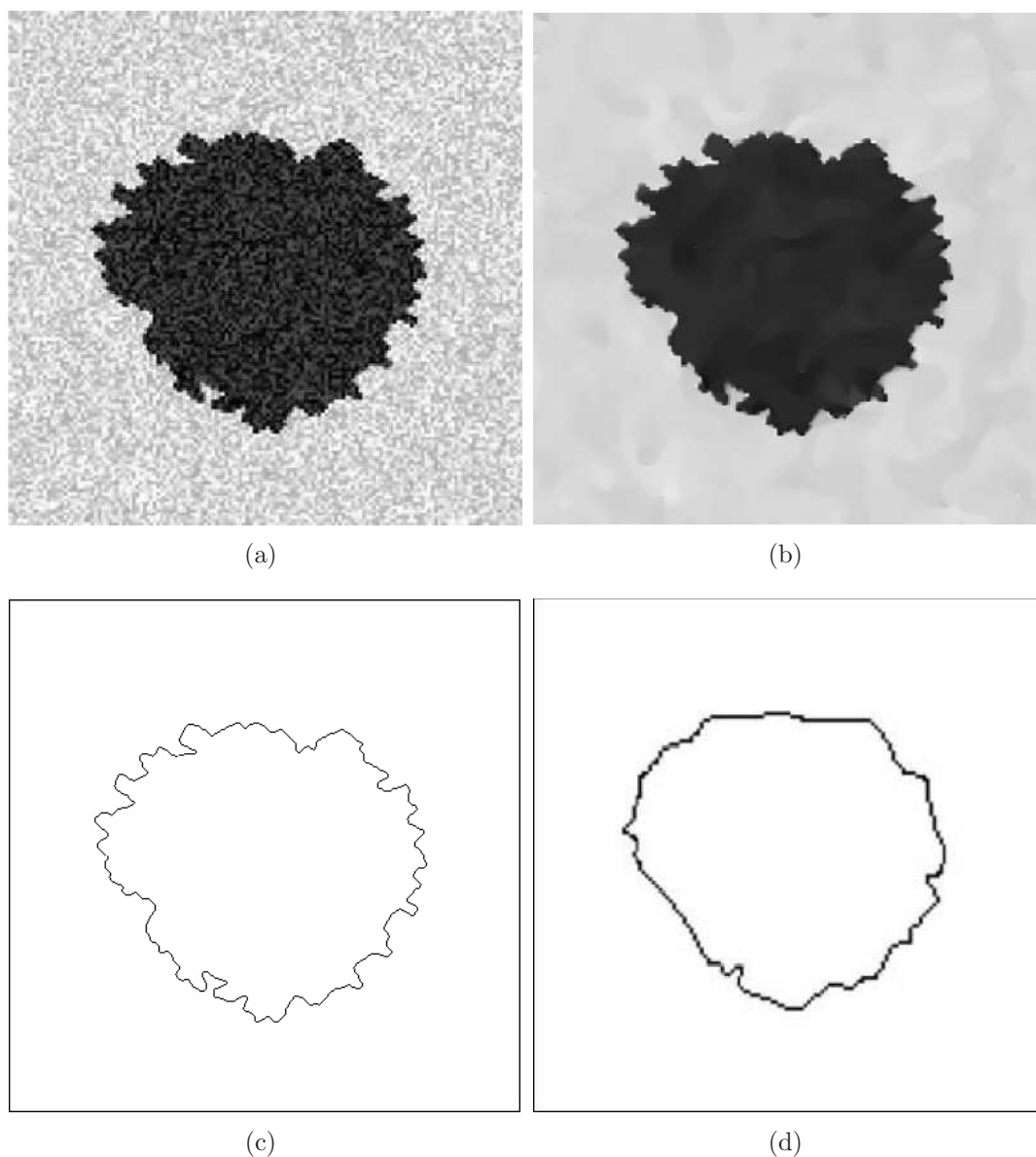


Figura 6.21: Detecção de bordas de uma lesão sintética corrompida com ruído gaussiano com $SNR = 12 \text{ dB}$. (a) Imagem original; (b) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (c) resultado obtido pela Proposta II; (d) resultado obtido por Rajab e outros em [Rajab et al. 2004].

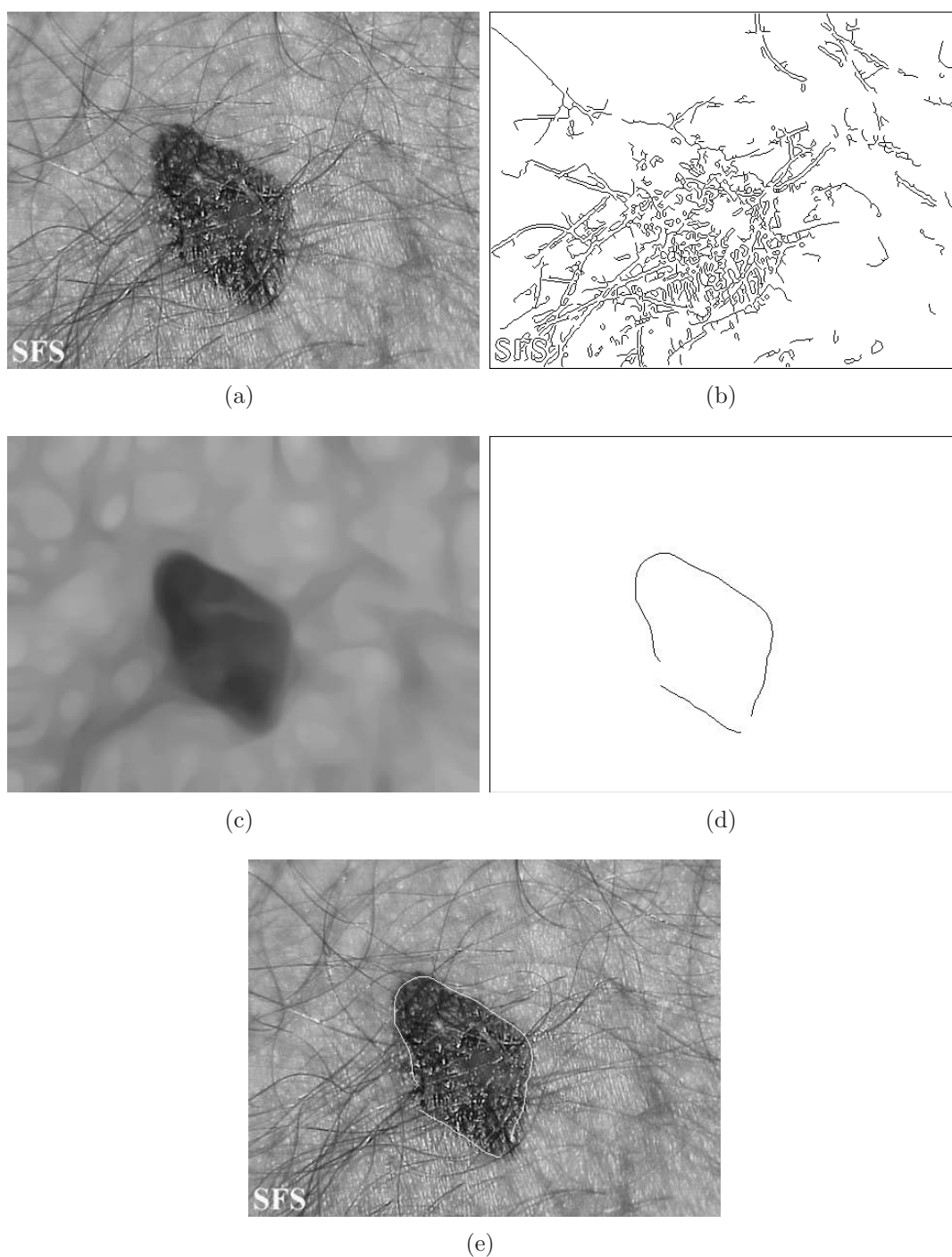


Figura 6.22: Detecção de bordas de uma lesão que contém pêlo (a) Imagem original; (b) resultado obtido pelo método de Canny; (c) resultado da suavização via equações diferenciais parciais; (d) resultado obtido pela Proposta II; (e) sobreposição das bordas sobre a imagem original.

Imagens testes	Detector de bordas proposto				
	λ	Δt	k	Iterações	t_H
Figura 6.17	1	0,25	0,0002	100	9
Figura 6.18	1	0,25	0,0001	100	5,4
Figura 6.19	1	0,25	0,0005	100	9,5
Figura 6.20	1	0,25	0,0002	100	4
Figura 6.21	1	0,25	0,0002	100	5
Figura 6.22	1	0,25	0,00002	100	4,5

Tabela 6.5: Parâmetros utilizados pela Proposta II nos experimentos apresentados.

6.5 Considerações Finais

Este capítulo apresentou alguns dos experimentos computacionais realizados neste trabalho. Esses experimentos foram divididos em duas partes.

Na primeira parte, o objetivo era avaliar a performance dos detectores de bordas propostos. Para tanto, esses detectores foram aplicados em imagens naturais com diferentes níveis de complexidade. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados obtidos pelos detectores de bordas de Canny, Canny com supressão *surround* anisotrópica e pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

Em todos os experimentos realizados, verificou-se que os detectores de bordas propostos neste trabalho foram superiores a todos os outros detectores confrontados.

Comparando-se os resultados obtidos pela Proposta I com os resultados obtidos por Canny e Canny com supressão *surround* anisotrópica, fica evidente que quando se combina equações diferenciais parciais com outras técnicas de detecção de bordas os resultados são bons.

Comparando-se os resultados obtidos pelas Propostas I e II entre si, pode-se observar que a Proposta II tem a melhor performance em termos de detecção de bordas. Ela também tem a vantagem de ser computacionalmente mais simples quando comparada a Proposta I.

Como o detector de bordas proposto por [Papari et al. 2006b] não foi implementado, os resultados experimentais foram retirados do banco de testes criado por eles, que está disponível em <http://www.cs.rug.nl/imaging/papari/JASP/results.html>.

Na segunda parte, a Proposta II foi aplicada em imagens de câncer de pele, com o objetivo de auxiliar os dermatologistas na detecção precoce de lesões malignas e consequentemente aumentar as chances de cura dos pacientes. O detector de bordas foi aplicado em diferentes tipos de lesões e os resultados obtidos mostraram que a estratégia proposta fornece bons resultados.

As imagens utilizadas para a realização desses experimentos foram cedidas pelo dermatologista Dr. Samuel Freire da Silva. O banco de imagens de câncer de pele pode ser encontrado em <http://www.atlasdermatologico.com.br>.

Nos experimentos realizados, pode-se observar também que a boa performance dos métodos propostos estão diretamente ligadas a escolha dos parâmetros k , t_H e número de iterações N . A escolha desses parâmetros é empírica e envolve tentativa e erro.

O próximo capítulo apresenta as conclusões finais e as propostas de trabalhos futuros.

Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho abordou-se o problema de detecção de bordas, com ênfase no problema de sensibilidade a ruídos e elementos de texturas. Para resolver esses problemas, estudou-se alguns modelos para remoção de ruídos baseados em equações diferenciais parciais e métodos variacionais.

Como contribuição foi proposto dois novos métodos de detecção de bordas via equações diferenciais parciais. O primeiro propõe combinar duas técnicas de detecção de bordas: o modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003] e o detector de bordas de Canny. Já o segundo propõe modificar o detector de bordas de Canny, substituindo-se a técnica de suavização empregada pelo mesmo por outra mais eficiente, baseada no modelo de difusão não linear proposto por [Barcelos et al. 2003]. Esse modelo tem a vantagem de suavizar uma imagem de interesse, focalizando as estruturas de bordas, deixando as regiões homogêneas fortemente suavizadas e as bordas mais nítidas.

Diversos experimentos computacionais foram realizados utilizando-se além dos métodos propostos, o método de Canny [Canny 1986] e o método de Papari e outros [Papari et al. 2006b]. Os experimentos foram divididos em dois grupos distintos, sendo um com imagens naturais e outro com imagens de câncer de pele.

Analisando-se os resultados obtidos em imagens naturais chegou-se a uma importante con-

clusão, que os detectores de bordas propostos neste trabalho são superiores aos detectores de bordas de Canny [Canny 1986] e Papari e outros [Papari et al. 2006b], em termos de detecção de bordas verdadeiras, redução do número de detecção de bordas falsas e remoção de ruídos e elementos de texturas. Outra conclusão importante é que a performance da Proposta II em imagens ruidosas é superior a performance do detector de bordas proposto por Papari e outros em imagens sem ruído. Verificou-se também que a Proposta II é superior a Proposta I.

Analisando-se os resultados obtidos pela Proposta II em imagens de câncer de pele, verificou-se que a estratégia proposta é muito promissora, mas é preciso realizar mais experimentos e, além disso, realizar uma análise mais aprofundada dos resultados com a ajuda de uma equipe de dermatologistas.

Embora nos experimentos realizados os métodos propostos tenham alcançado bons resultados é evidente que resultados ainda melhores podem ser obtidos com o avanço das pesquisas nesta área.

Como trabalhos futuros, tem-se as seguintes propostas:

- Implementar modelos de difusão não linear baseados nos métodos variacionais para a detecção de bordas;
- Obtenção automática de parâmetros para certas classes de imagens;
- Criar parcerias médicas para obter um banco de imagens de câncer de pele com imagens classificadas e, implementar um algoritmo de classificação de imagens de câncer de pele que utiliza as informações das bordas da lesão encontradas pelo detector de bordas proposto; e
- Aplicar os métodos propostos em imagens coloridas.

Referências Bibliográficas

- [Acar and Vogel 1994] Acar, R. and Vogel, C. (1994). Analysis of bounded variation penalty methods for ill-posed problems. *Inverse Problems*, 10(6):1217–1229.
- [Alvarez et al. 1992] Alvarez, L., Lions, P. L., and Morel, J. M. (1992). Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion *II*. *SIAM journal on numerical analysis*, 29(3):845–866.
- [Andreu et al. 2000] Andreu, F., Ballester, C., Caselles, V., and Mazon, J. (2000). Minimizing total variation flow. *Comptes Rendus de l’Academie des Sciences Series I Mathematics*, 331(11):867–872.
- [Barcelos et al. 2003] Barcelos, C. A. Z., Boaventura, M., and Jr., E. C. S. (2003). A well-balanced flow equation for noise removal and edge detection. *IEEE Transactions on Image Processing*, 12(7):751–763.
- [Barcelos et al. 2005] Barcelos, C. A. Z., Boaventura, M., and Jr., E. C. S. (2005). Edge Detection and Noise Removal with Automatic Selection of Parameters for a PDE Based Model. *Computational and Applied Mathematics*, 24(71):131–150.
- [Blomgren et al. 1997] Blomgren, P., Chan, T., and Mulet, P. (1997). Extensions to Total Variation Denoising. *Technical report, UCLA Dept. of Math., CAM 97-42*.

- [Brezis 1987] Brezis, H. (1987). *Analyse fonctionnelle*. Analyse fonctionnelle, Masson, Paris.
- [Canny 1986] Canny, J. (1986). A Computational Approach to Edge Detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6):679–698.
- [Chaji and Ghassemian 2006] Chaji, N. and Ghassemian, H. (2006). Texture-Gradient-Based Contour Detection. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2006:1–8.
- [Chambolle and Lions 1997] Chambolle, A. and Lions, P. (1997). Image recovery via total variation minimization and related problems. *Numerische Mathematik*, 76(2):167–188.
- [Chan et al. 2001] Chan, T. F., Osher, S., and Shen, J. (2001). The digital tv filter and nonlinear denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(2):231–241.
- [Chung and Sapiro 2000] Chung, D. H. and Sapiro, G. (2000). Segmenting skin lesions with partial-differential-equations-based image processing algorithms. *IEEE Transactions on Image Processing*, 19(7):763–767.
- [Claridge and Orun 2002] Claridge, E. and Orun, A. (2002). Modelling of edge profiles in pigmented skin lesions. *Medical image understanding and analysis*, 0:1–4.
- [Claridge et al. 1998] Claridge, E., Smith, J. D. M., and Hall, P. N. (1998). Evaluation of border irregularity in pigmented skin lesions against a consensus of expert clinicians. *Proceedings of Medical Image Understanding and Analysis*, 0:85–88.
- [Cunha 2000] Cunha, M. C. (2000). Métodos Numéricos. 2^a Ed., Editora UNICAMP.
- [Evans 1998] Evans, L. C. (1998). *Analyse fonctionnelle*, volume 19. Partial differential equations, Graduate Studies in Mathematics.
- [Galvanin et al. 2006] Galvanin, E. A. S., do Vale, G. M., and POZ, A. P. D. (2006). The Canny Detector with Edge Region Focusing Using an Anisotropic Diffusion Process. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 16(4):614–621.

- [Ganster et al. 2001] Ganster, H., Pinz, A., Röhrer, R., Wildling, E., Binder, M., and Kittler, H. (2001). Automated Melanoma Recognition. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(3):233–239.
- [Ghosal and Mehrotra 1994] Ghosal, S. and Mehrotra, R. (1994). Detection of composite edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 3(1):14–25.
- [Gonzalez and Woods 2008] Gonzalez, R. C. and Woods, R. E. (2008). *Digital Image Processing*. Upper Saddle River, NJ, 3rd ed. edition.
- [Grigorescu et al. 2003] Grigorescu, C., Petkov, N., and Westenberg, M. A. (2003). Contour Detection Based on non-Classical Receptive Field Inhibition. *IEEE Transactions on Image Processing*, 12(7):729–739.
- [Grigorescu et al. 2004] Grigorescu, C., Petkov, N., and Westenberg, M. A. (2004). Contour and boundary detection improved by surround suppression of texture edges. *Image and Vision Computing*, 22:609–622.
- [Hummel 1986] Hummel, R. A. (1986). Representations based on zero-crossings in scale-space. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 0:204–209.
- [Jain et al. 1995] Jain, R., Kasturi, R., and Schunck, B. G. (1995). *Machine vision*. Inc New York.
- [Junior 2007] Junior, R. L. S. (2007). *Extração automática de pontos de apoio para integração de imagens aéreas digitais e dados de perfilamento laser aerotransportado*. PhD thesis, Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.
- [Koenderink 1984] Koenderink, J. (1984). The structure of images. *Biol. Cybernet.*, 50:363–370.

- [Lim and Lee 1990] Lim, Y. W. and Lee, S. U. (1990). On the color image segmentation algorithm based on the thresholding and the fuzzy c-means techniques. *Pattern Recognition*, 23(9):935–952.
- [Ma and Manjunath 2000] Ma, W. Y. and Manjunath, B. S. (2000). Edge flow: A technique for boundary detection and image segmentation. *IEEE Trans. Image Processing*, 9(8):1375–1388.
- [Maglogiannis et al. 2005] Maglogiannis, I., Pavlopoulos, S., and Koutsouris, D. (2005). An Integrated Computer Supported Acquisition, Handling, and Characterization System for Pigmented Skin Lesions in Dermatological Images. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 9(1):86–98.
- [Malik et al. 2001] Malik, J., Belongie, S., Leung, T., and Shi, J. (2001). Contour and texture analysis for image segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 43(1):7–27.
- [Nordström 1990] Nordström, K. N. (1990). Biased anisotropic diffusion: a unified regularization and diffusion approach to edge detection. *Image and Vision Computing*, 8(4):318–327.
- [Papari et al. 2007] Papari, G., Campisi, P., and Petkov, N. (2007). Multilevel Surround Inhibition. A Biologically Inspired Contour Detector. *SPIE Image processing: algorithm and systems V*, 6497:1–19.
- [Papari et al. 2006a] Papari, G., Campisi, P., Petkov, N., and Neri, A. (2006a). Contour detection by multiresolution surround inhibition. *International Conference on Image Processing*, 0:749–752.
- [Papari et al. 2006b] Papari, G., Campisi, P., Petkov, N., and Neri, A. (2006b). A multiscale approach to contour detection by texture suppression. *SPIE Image processing: algorithm and systems*, 6064:107–118.

- [Perona and Malik 1990] Perona, P. and Malik, J. (1990). Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(7):629–639.
- [Rajab et al. 2004] Rajab, M. I., Woolfson, M. S., and Morgan, S. (2004). Application of region-based segmentation and neural network edge detection to skin lesions. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 28:61–68.
- [Richards et al. 1988] Richards, W., Nishihara, H. K., and Dawson, B. (1988). *CARTOON: a biologically motivated edge detection algorithm*, chapter 4, pages 55–69. Number 668. Natural Computation.
- [Rudin et al. 1992] Rudin, L., Osher, S., and Fatemi, E. (1992). Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D*, 60:259–268.
- [Rudin 1973] Rudin, W. (1973). Functional Analysis. *McGraw-Hill Book Company, New York*.
- [Saugeon et al. 2003] Saugeon, P. S., Guilloid, J., and Thiran, J. P. (2003). Towards a computer-aided diagnosis system for pigmented skin lesions. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 27(1):65–78.
- [Silva 2002] Silva, E. C. (2002). Um novo modelo de difusão não linear com preservação de bordas para segmentação e eliminação de ruídos em imagens e análise comparativa com modelos correlatos. Master’s thesis, Mestrado em Matemática Aplicada - IBILCE, UNESP, São José do Rio Preto - SP.
- [Smith 1997] Smith, J. D. M. (1997). Characterisation of the appearance of pigmented skin lesions by computer methods compatible with clinical assessment. *PhD thesis, The University of Birmingham, School of Computer Science*.
- [Song 2003] Song, B. (2003). Topics in Variational PDE Image Segmentation, Inpainting and Denoising. *PhD Thesis, University of California, Los Angeles*.

- [Strong 1997] Strong, D. M. (1997). Adaptive Total Variation Minimizing Image Restoration. *Ph.D. Dissertation, UCLA Math Department, CAM Report 97-38*.
- [Strong and Chan 1996] Strong, D. M. and Chan, T. F. (1996). Relation of regularization parameter and scale in total variation based image denoising. *Technical Report, UCLA (CAM 96-07), University of California, Los Angeles, CA*.
- [Vale and POZ 2002] Vale, G. M. and POZ, A. P. D. (2002). Processo de detecção de bordas de Canny. *Boletim de Ciências Geodésicas*, (2):67–78.
- [Vese 2001] Vese, L. (2001). A study in the BV space of a denoising-deblurring variational problem. *Applied Mathematics and Optimization*, 44(2):131–161.
- [Xu et al. 1999] Xu, L., Jackowski, M., Goshtasby, A., Roseman, D., Bines, S., Yu, C., Dhawan, A., and Huntley, A. (1999). Segmentation of skin cancer images. *Image and Vision Computing*, 17:65–74.

Parte III

Apêndice

Outros Resultados

Neste apêndice são apresentados um total de vinte resultados experimentais obtidos pelos detectores de bordas propostos e pelos detectores de bordas de Canny [Canny 1986], Canny com supressão *surround* anisotrópica [Grigorescu et al. 2004] e pelo detector de bordas proposto por [Papari et al. 2006b]. Os dez primeiros experimentos mostrados nas Figuras A.1 a A.5 foram obtidos utilizando-se imagens naturais sem ruído e os dez últimos ilustrados nas Figuras A.6 a A.10 foram obtidos utilizando-se imagens corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13\text{ dB}$.

A primeira coluna de cada figura mostra as imagens teste enquanto a segunda coluna mostra os mapas de bordas ideais e os resultados obtidos pelo detector de bordas de Canny. A terceira coluna mostra os resultados obtidos pela Proposta I e pelo detector de bordas de Canny com supressão *surround* anisotrópica e a quarta coluna mostra os resultados obtidos pela Proposta II e pelo detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

Abaixo de cada resultado obtido é apresentada a performance P do detector de bordas em questão.

Para facilitar a comparação entre os detectores de bordas, mostra-se na Figura A.11 a performance média obtida por cada detector de bordas estudado. A performance média foi obtida utilizando-se a Equação (6.2).

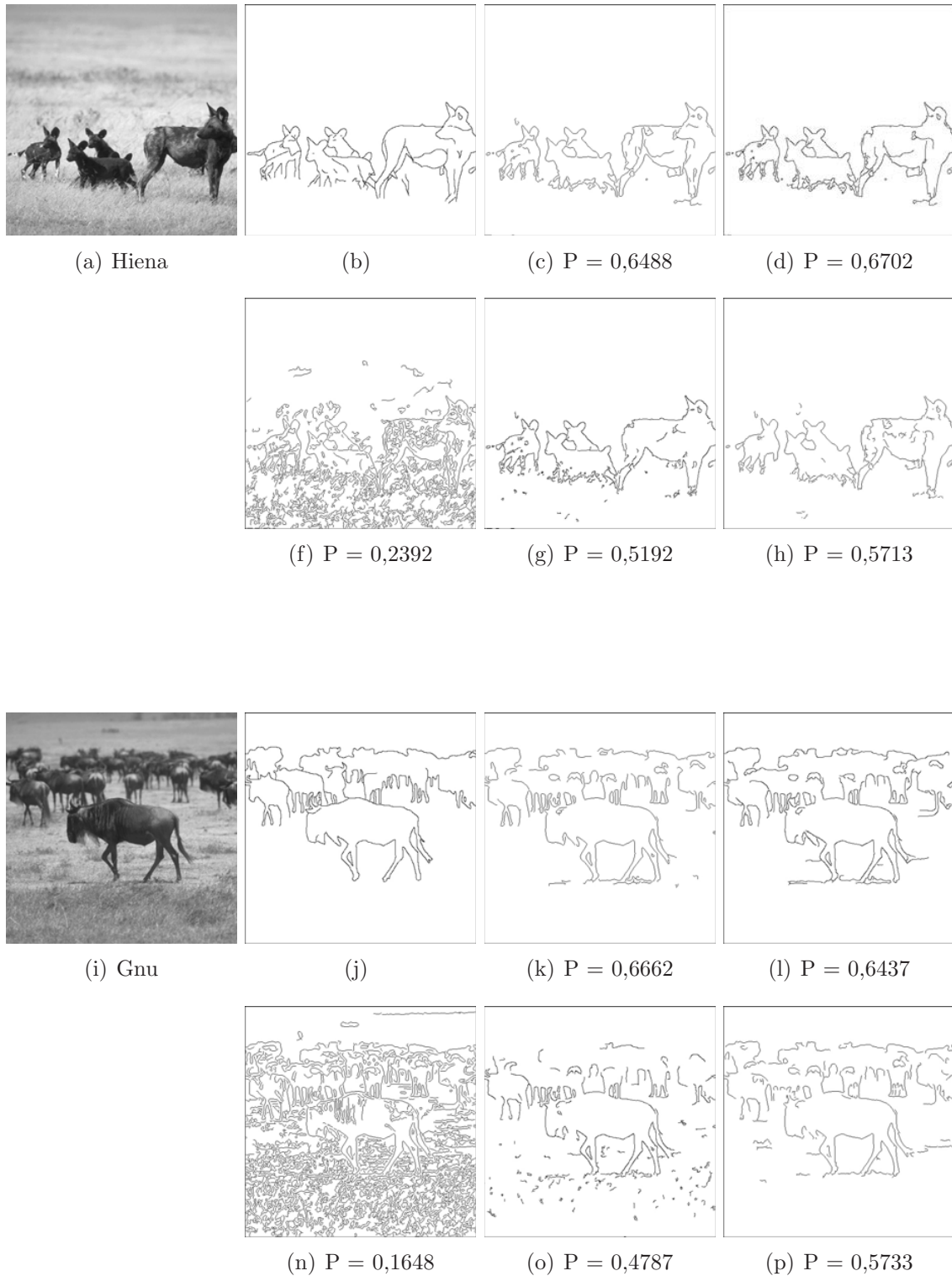


Figura A.1: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

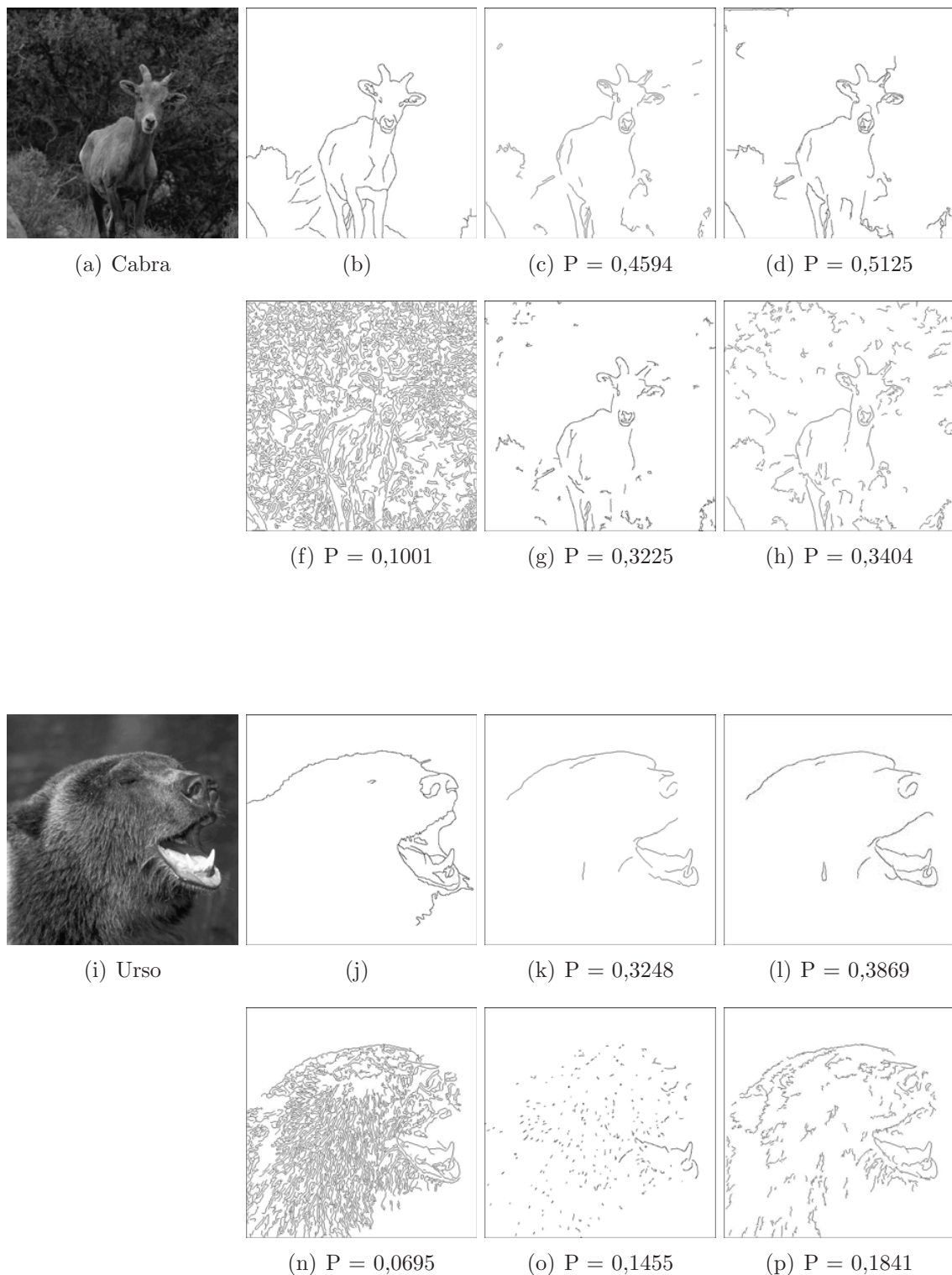


Figura A.2: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

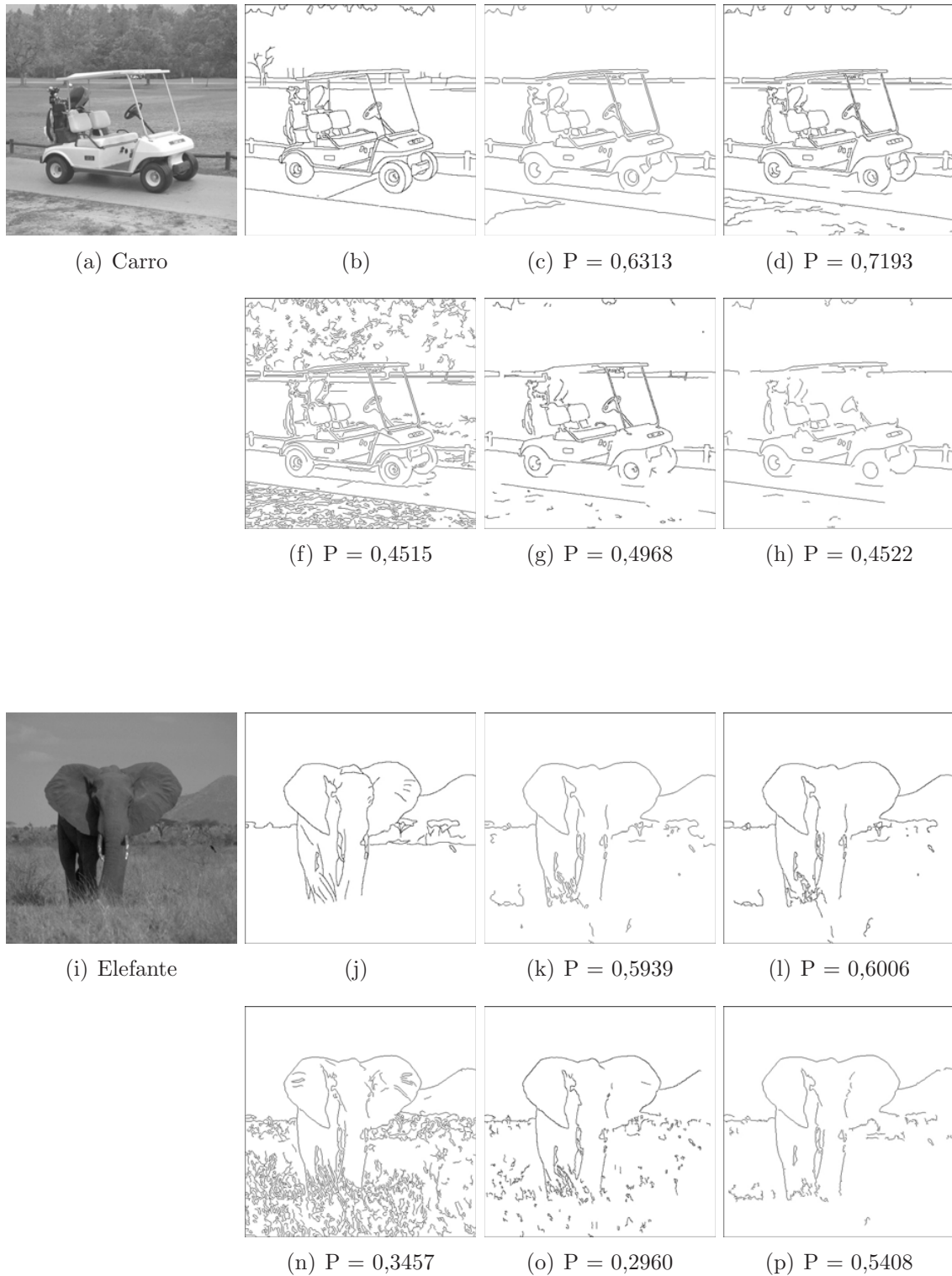


Figura A.3: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

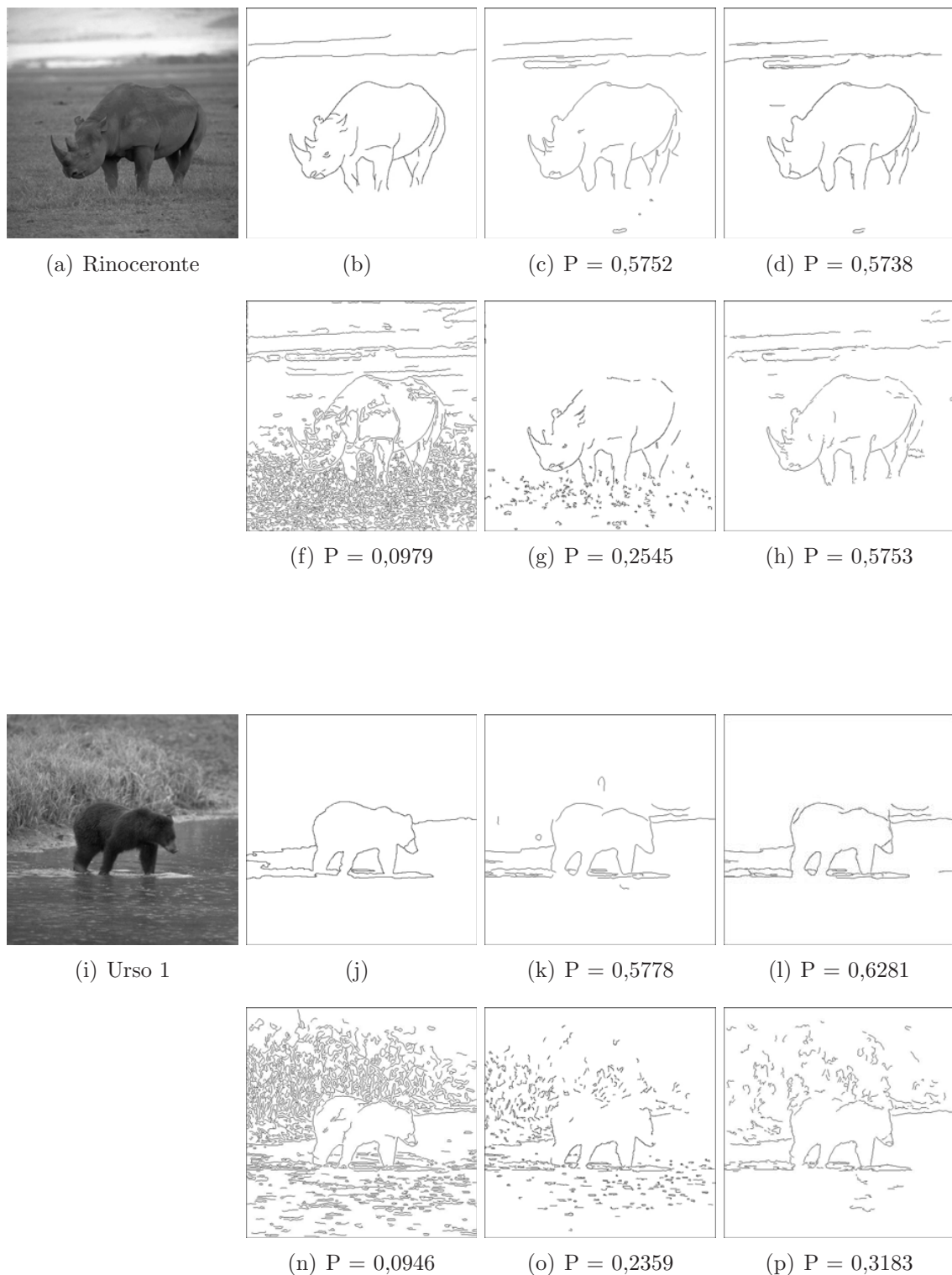


Figura A.4: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

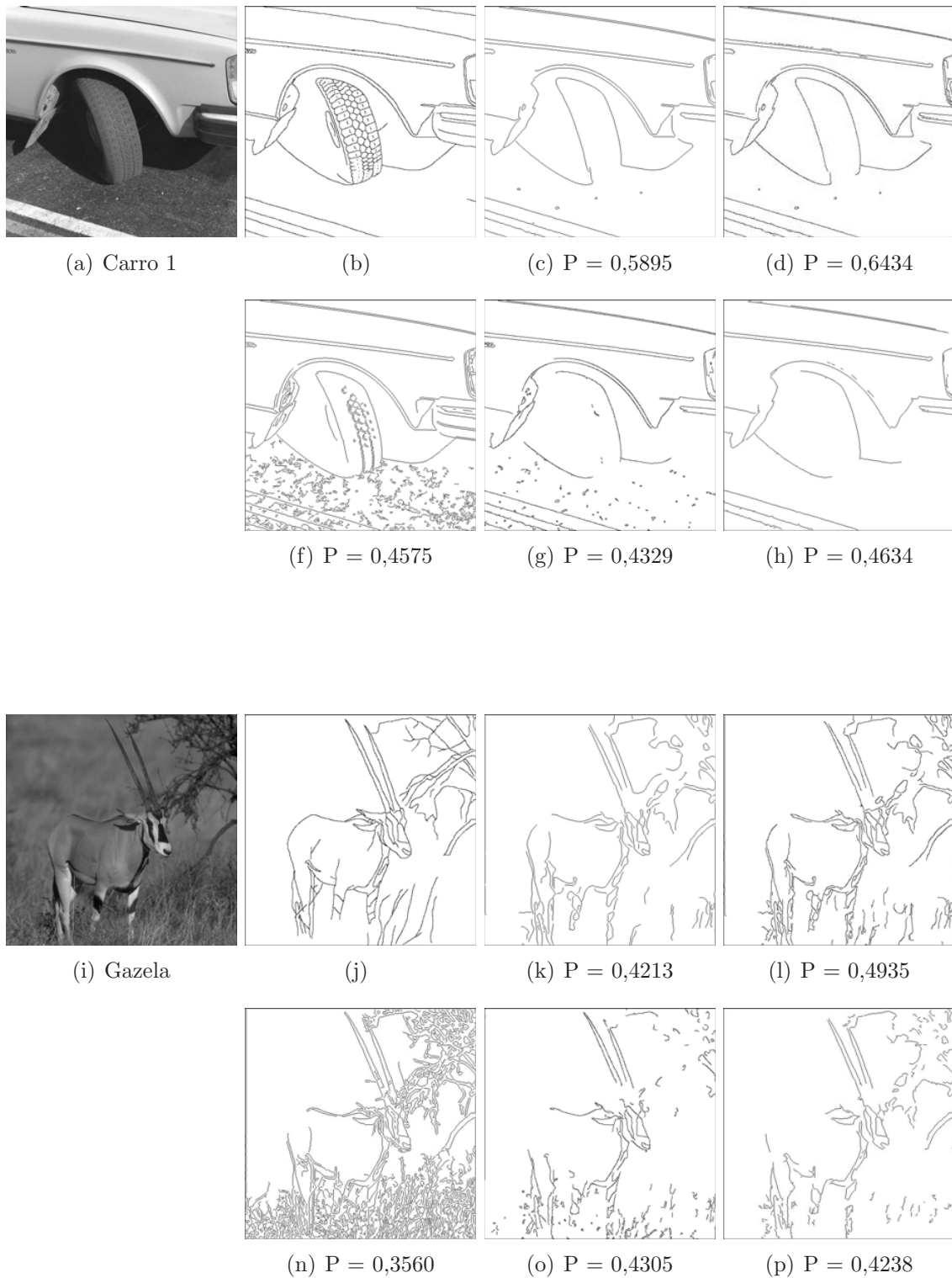


Figura A.5: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais sem ruído; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

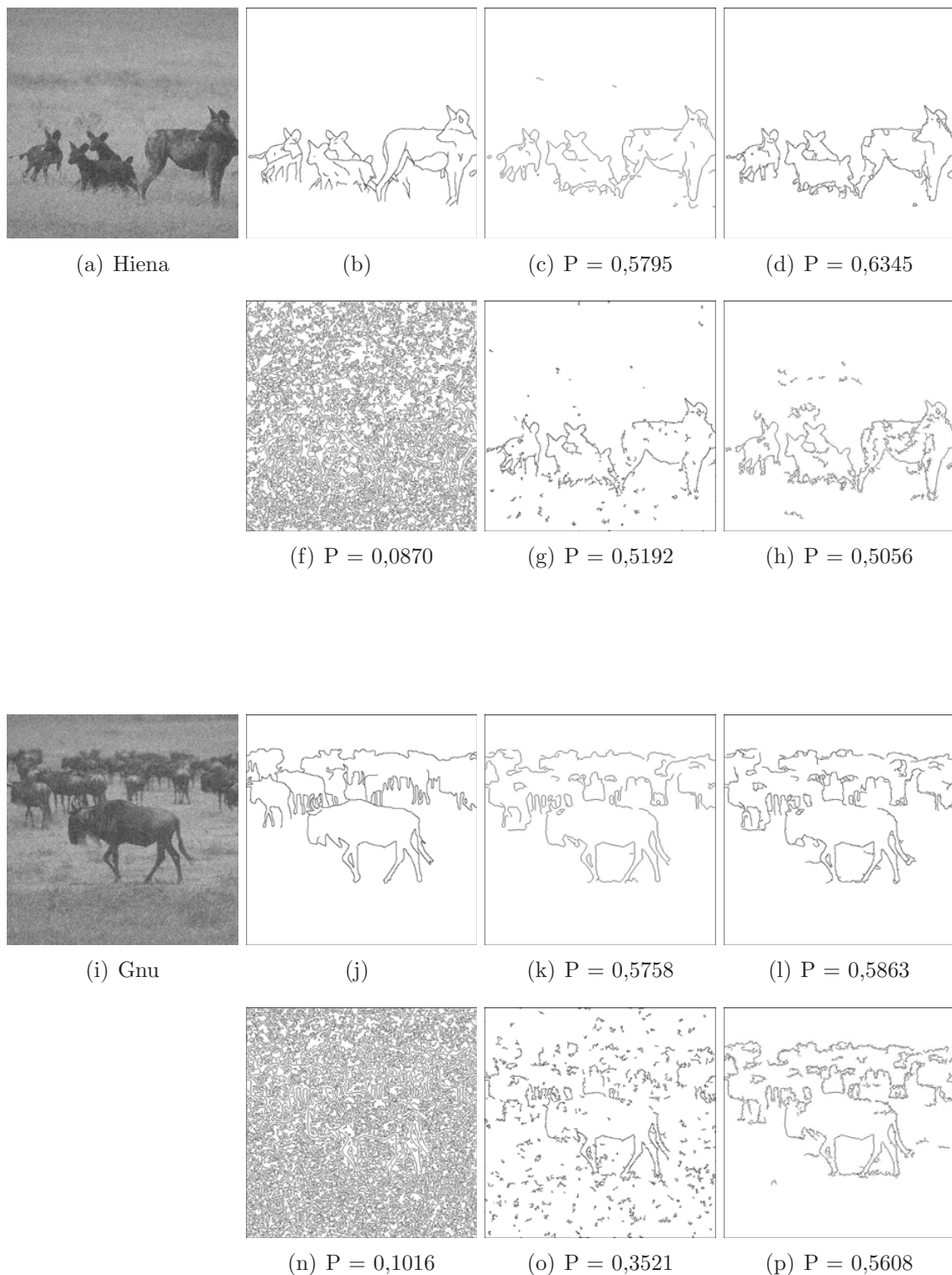


Figura A.6: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

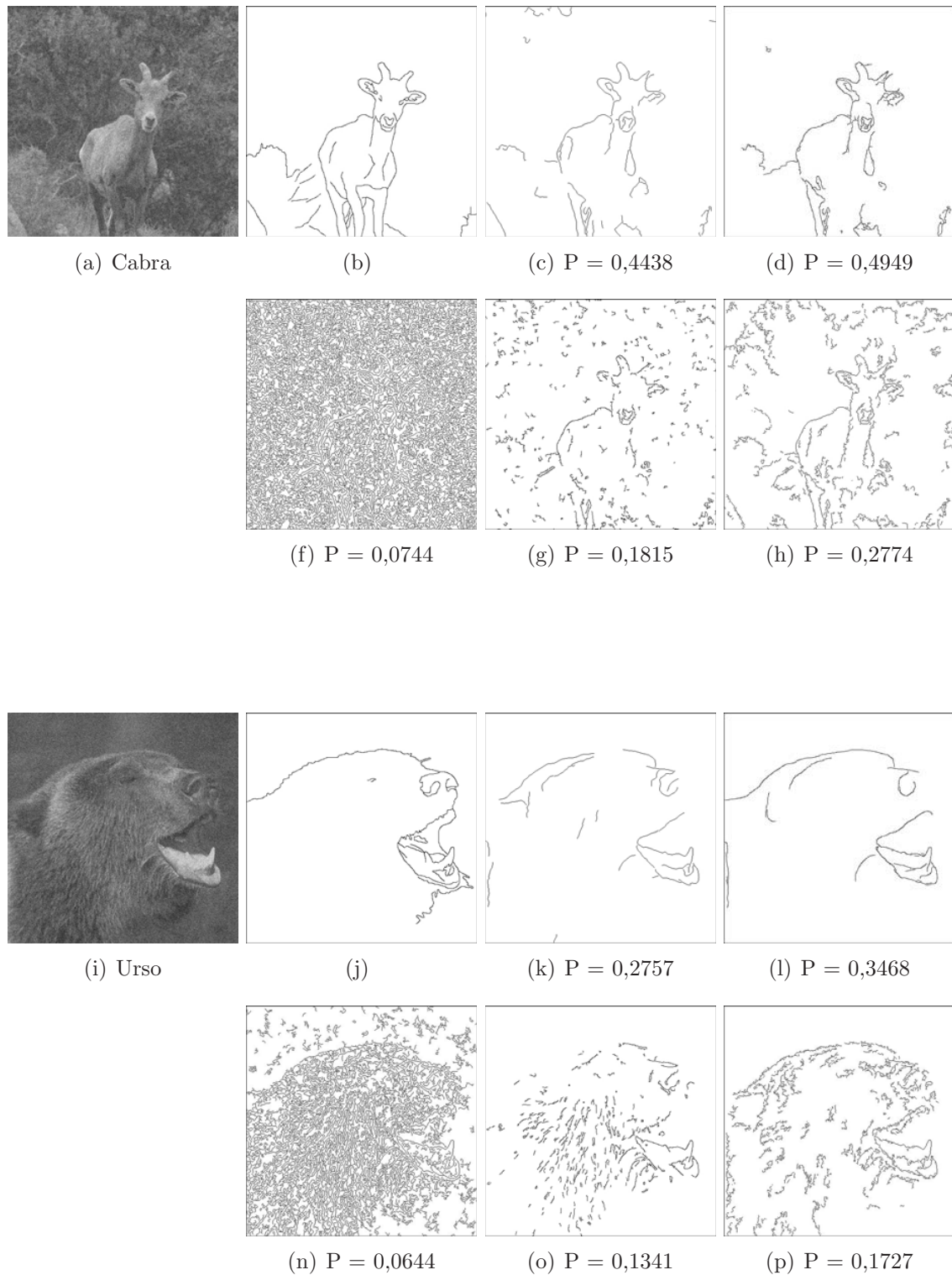


Figura A.7: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

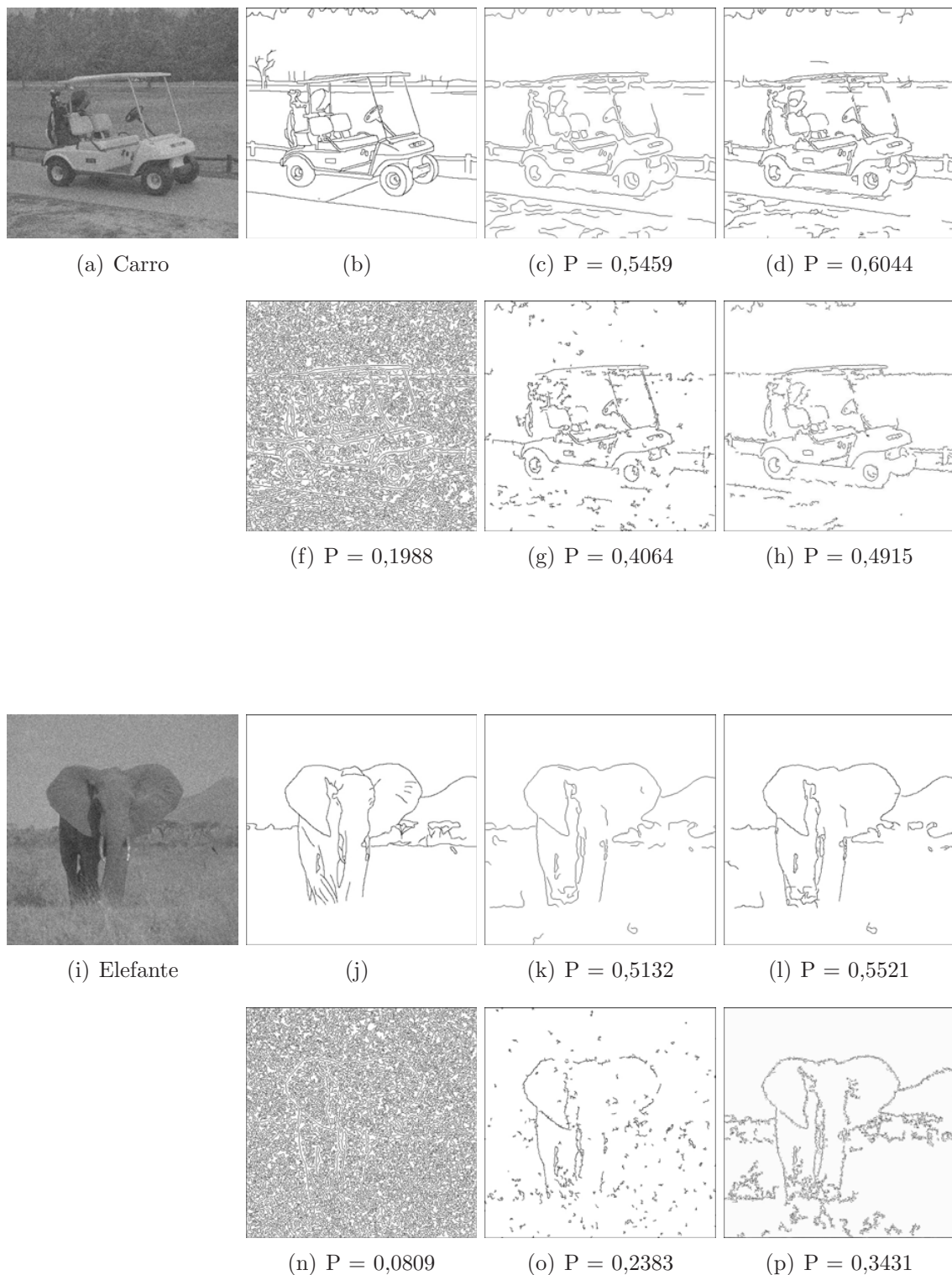


Figura A.8: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

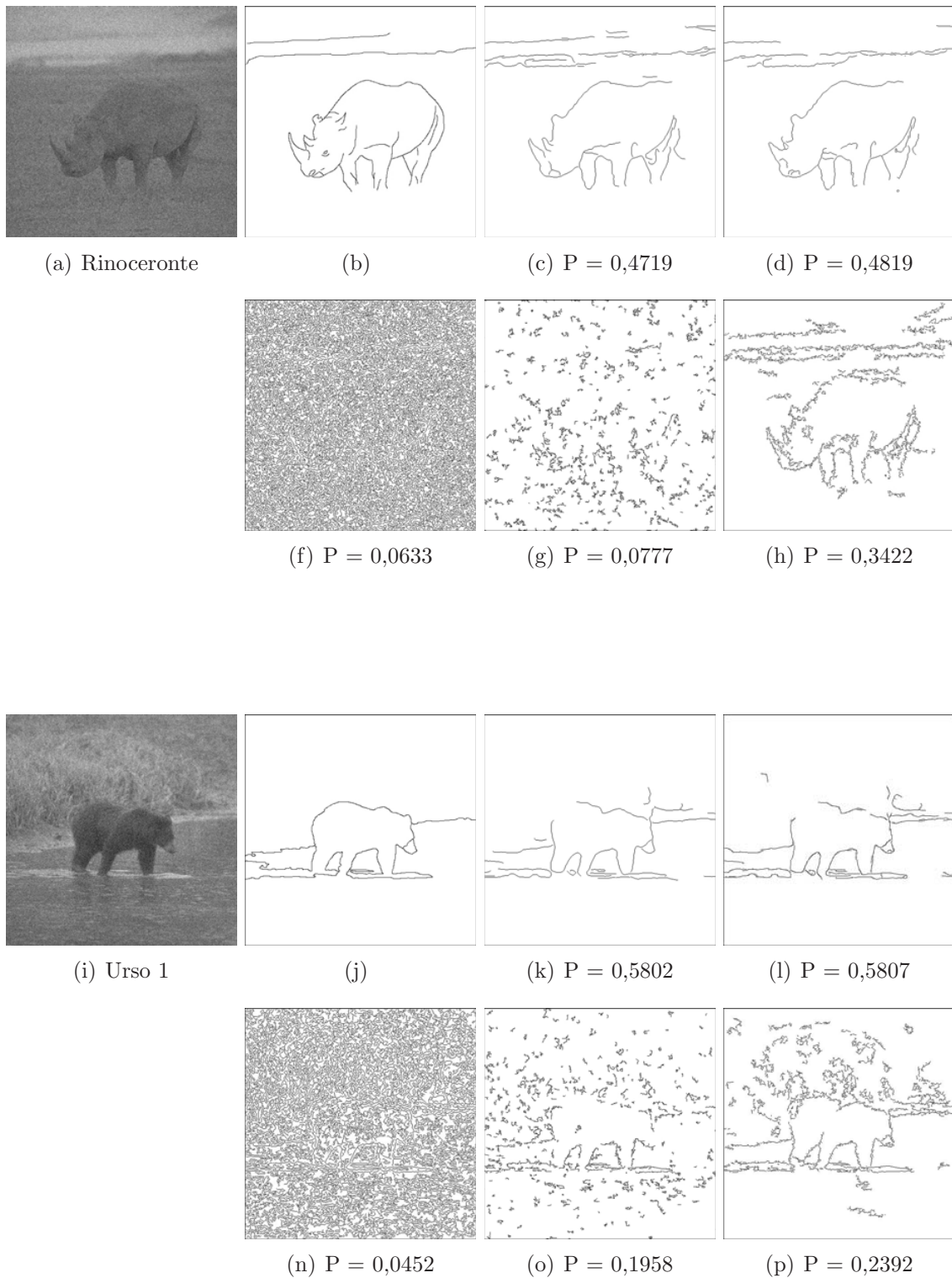


Figura A.9: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

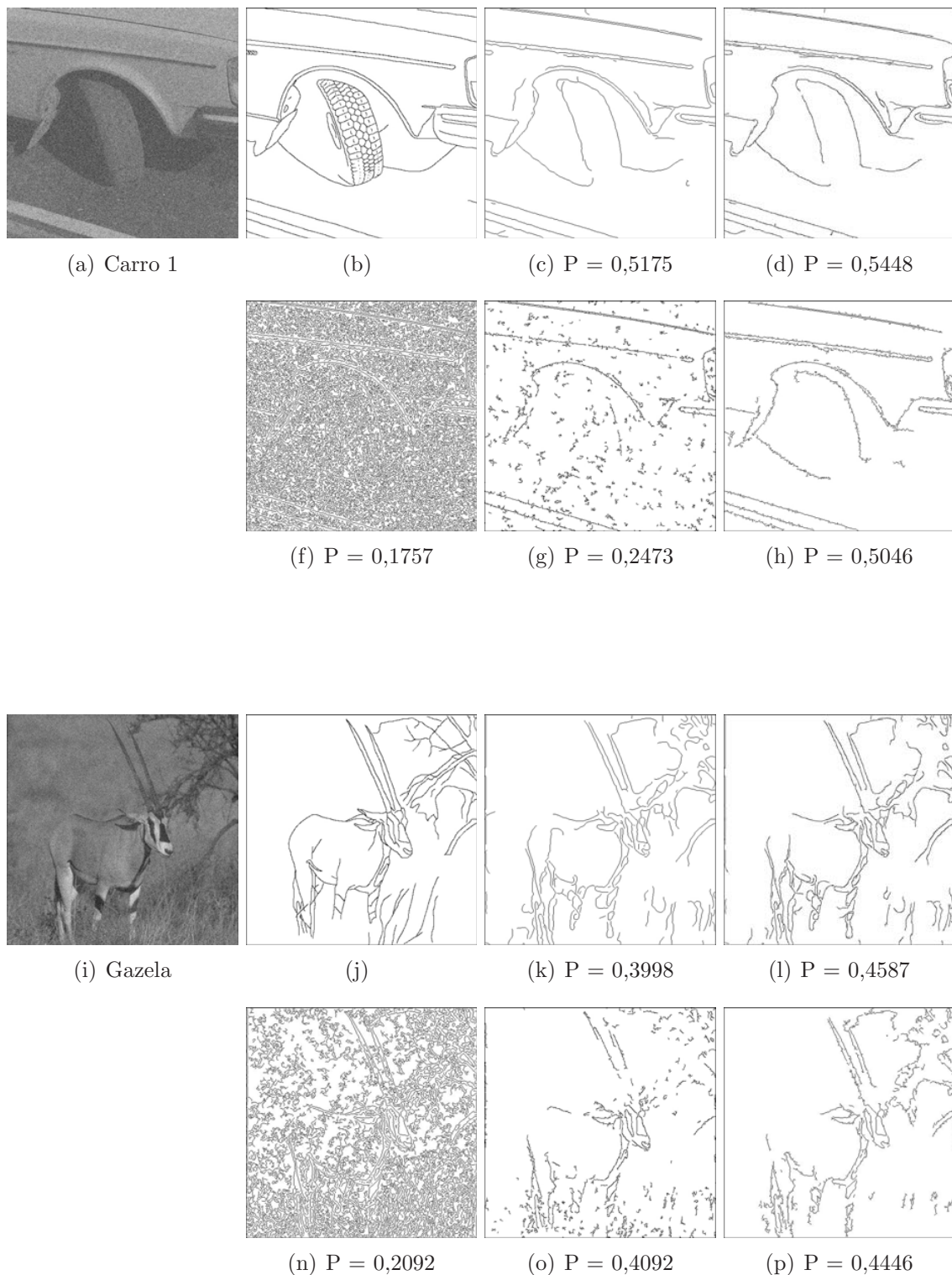


Figura A.10: Detecção de bordas. (a) e (i) Imagens originais corrompidas com ruído gaussiano com $SNR = 13 \text{ dB}$; (b) e (j) mapas de bordas ideais; (c) e (k) resultado da Proposta I; (d) e (l) resultado da Proposta II; (f) e (n) resultado do método de Canny; (g) e (o) resultado do método de Canny com supressão *surround* anisotrópica; (h) e (p) resultado do detector de bordas proposto em [Papari et al. 2006b].

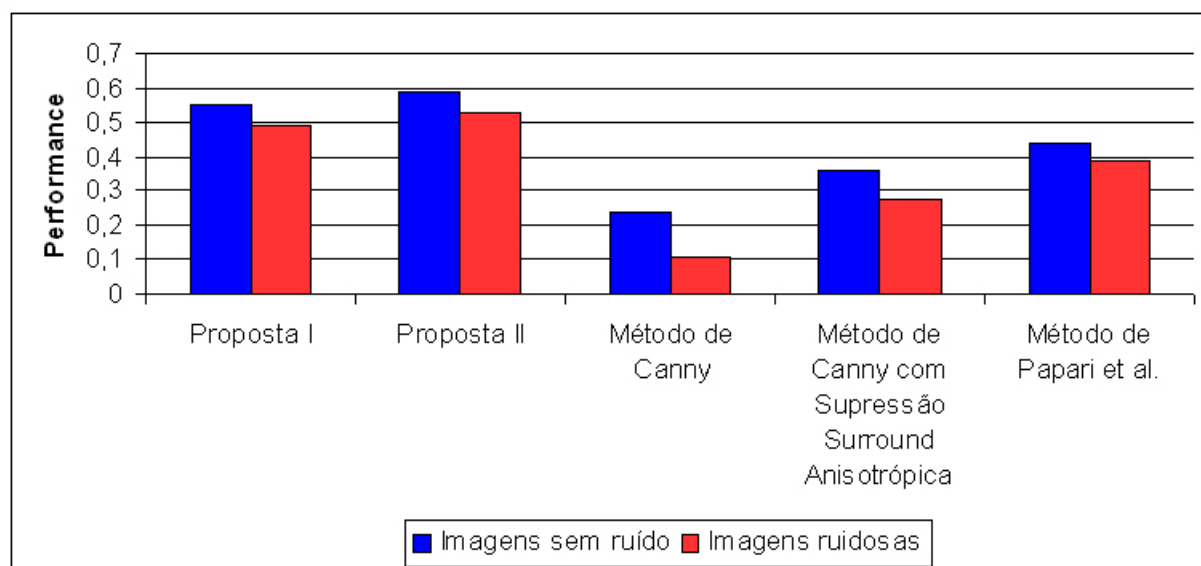


Figura A.11: Performance média dos detectores de bordas estudados para dez imagens teste sem ruído e dez imagens teste com ruído.

© Vinícius Borges Pires & Celia Aparecida Zorzo Barcelos

Rua Paraguai - Bairro Americas
75703410 Catalão (GO) - Brasil
vinniciusbp@gmail.com

Dissertação de Mestrado em Ciência da Computação
documento escrito em L^AT_EX 2_ε
UFU - Universidade Federal de Uberlândia - FACOM