

experimento, com a mesma taxa de aquisição, porém com ganho de 20 dB. O uso desta frequência de aquisição se justifica pelo fato de posteriormente ser necessário utilizar uma distribuição tempo-frequência, como no caso da distribuição de Choi-Williams, onde para aplicação desta distribuição, é necessária uma frequência de aquisição quatro vezes maior que a frequência máxima existente no sistema. Ressalta-se mais uma vez que a varredura utilizada está na faixa de 50 a 2000 Hz, porém as figuras presentes neste item 5.2.3 no domínio da frequência são exibidas até a frequência de 4096 Hz, o que é uma maneira usual de representar espectro devido à frequência de aquisição ser 8192 Hz.

Na configuração experimental mostrada na Fig. 5.27 é possível adquirir, para efeito de comparação, o sinal emitido por cada fonte no ponto receptor, o que não é possível em um ambiente industrial, visto que é inviável desligar um equipamento da linha de produção. Então, na Fig. 5.31 pode ser visto a contribuição sonora de cada fonte no ponto receptor.

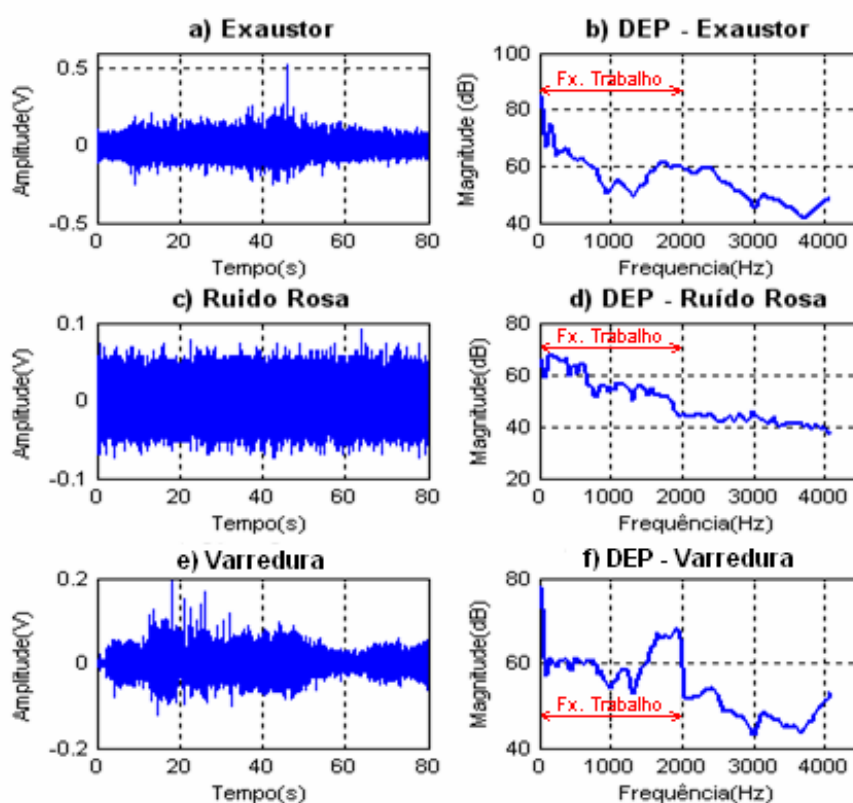


Figure 5.31 – Contribuição de cada fonte no ponto receptor.

No entanto, como o objetivo é simular um ambiente industrial, todas as fontes são ligadas e então realizadas as aquisições. Foram realizadas dez aquisições. A contribuição sonora de todas as fontes no ponto receptor é chamada de sinal primário, o sinal obtido a 2 m

do alto-falante gerando a varredura (podendo ser observado na Fig. 5.32) é o sinal de referência, ambos os sinais são entradas do algoritmo LMS, como mostrado na Fig. 5.33.

O filtro adaptativo foi utilizado com os mesmos parâmetros especificados na simulação em campo reverberante.

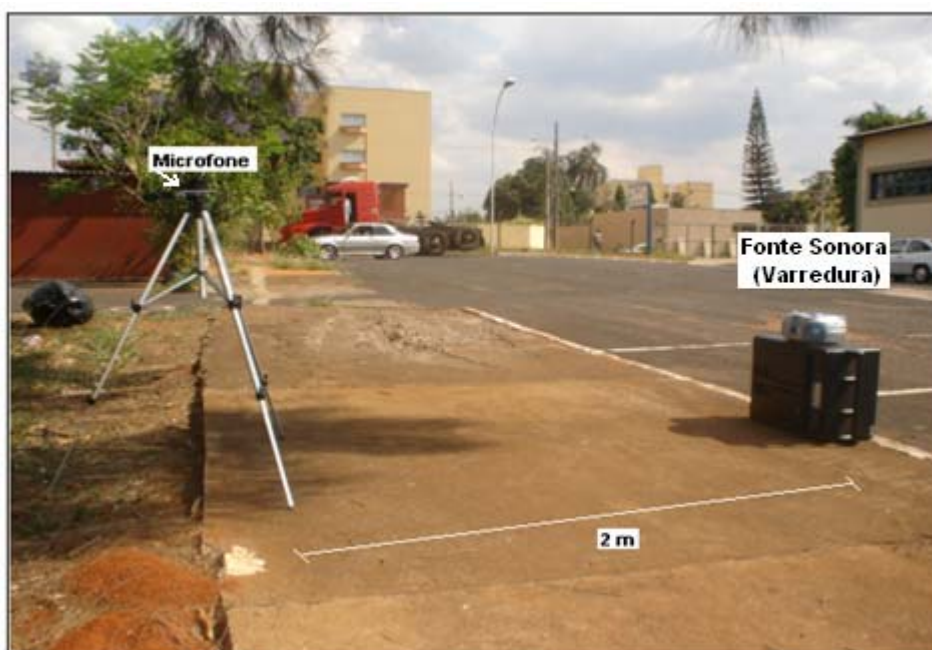


Figure 5.32 – Aquisição do sinal de referência.

O resultado obtido com o filtro é mostrado na Fig. 5.34. O erro mostrado na Fig. 5.34 é o erro absoluto (varredura medida menos varredura estimada).

Analisando a Fig. 5.34, na faixa de frequência da varredura, ou faixa de trabalho (50 a 2000 Hz), observa-se que o erro nas baixas e médias frequências (50 Hz a 500 Hz) possui valores de até -8 dB. De posse do conhecimento da capacidade de filtragem do filtro LMS, e com base nas conclusões obtidas na análise de sensibilidade do capítulo 4, é fácil concluir que nas baixas frequências a contribuição das fontes sonoras (Fonte 1 e 3) são maiores do que a contribuição da varredura no ponto receptor, o que pode ser comprovado com a análise da Fig. 5.35.

Com a Fig. 5.35 comprova-se o fato de que nas baixas frequências a contribuição sonora da varredura no ponto receptor é menor do que a contribuição sonora das outras fontes neste mesmo ponto.

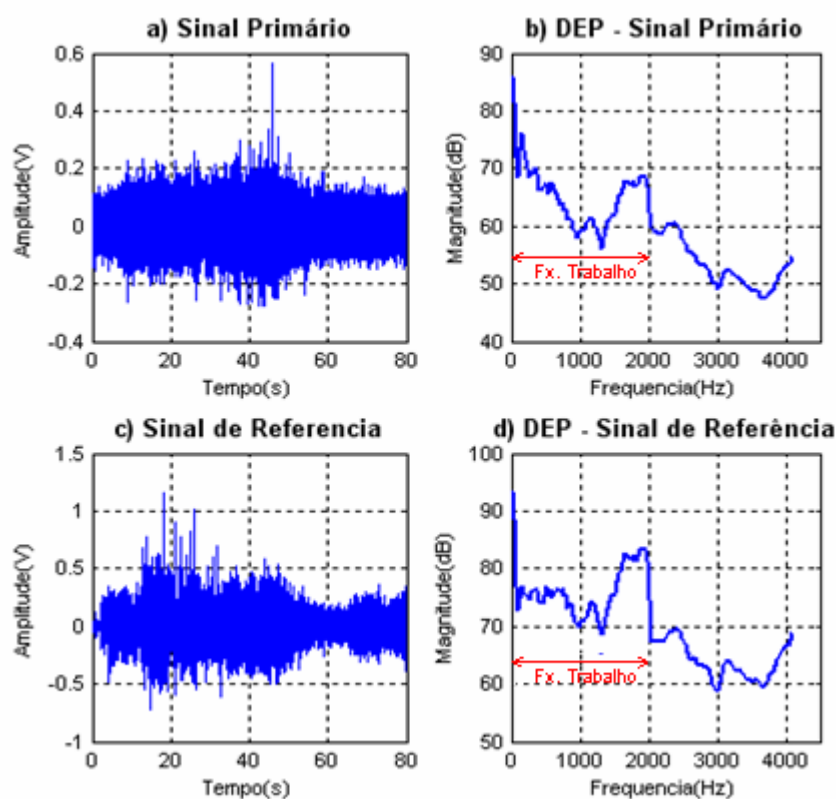


Figura 5.33 - Sinais de entrada no algoritmo LMS.

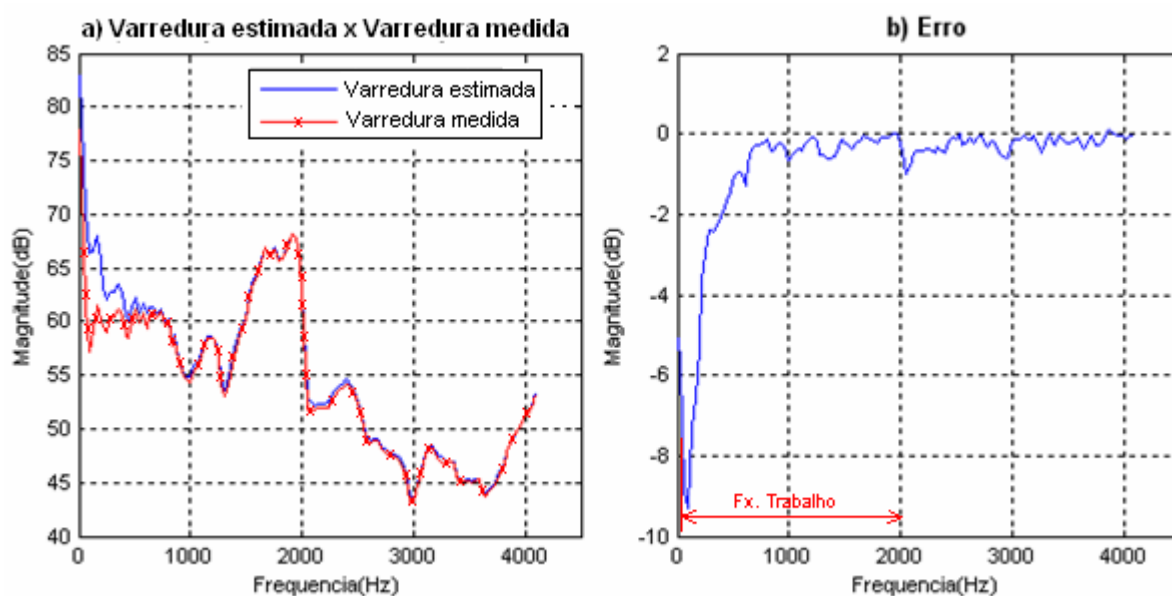


Figura 5.34 - Resultado obtido com o filtro.

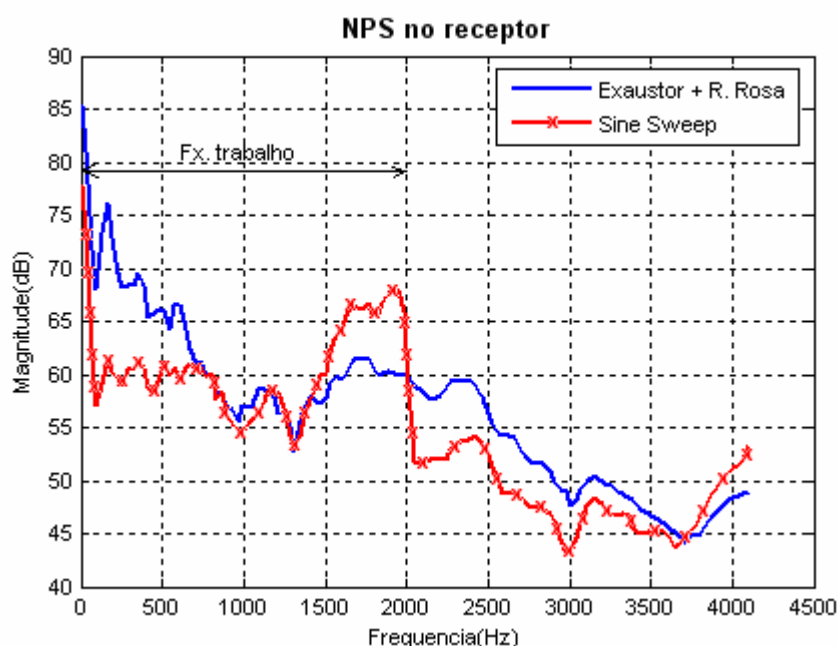


Figura 5.35 - Contribuição das fontes no receptor.

Para reduzir o erro mostrado na Fig. 5.34-b, a mesma metodologia utilizada na simulação em campo reverberante é feita, ou seja, cálculo da média das dez medições após utilização das técnicas de distribuição de Choi-Williams, ajuste via mínimos quadrados e Cepstrum.

Na Fig. 5.36-a está mostrado o espectrograma do sinal adquirido no receptor (uma aquisição), e na Fig. 5.36-b está mostrado o espectrograma resultante da média das dez medições no receptor.

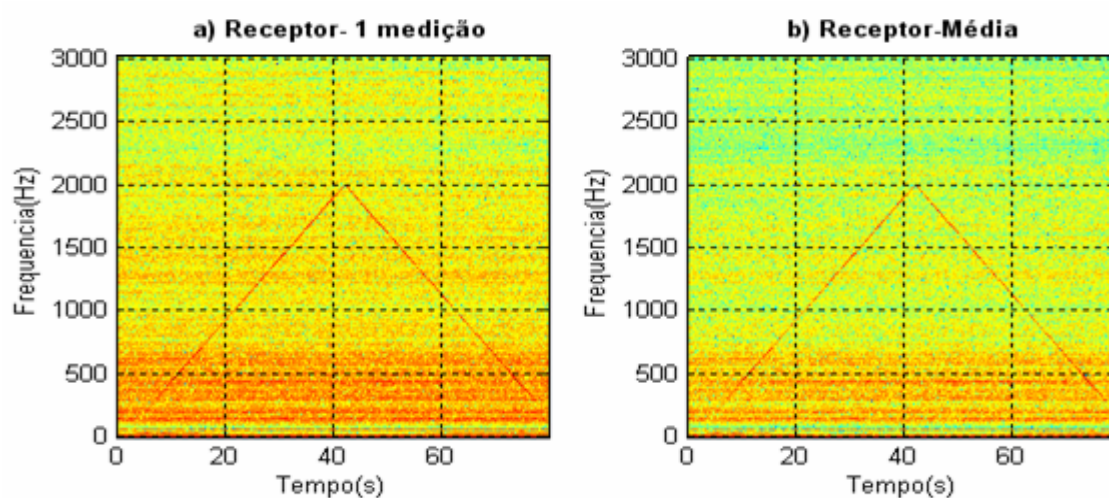


Figura 5.36 – Diagrama tempo-frequência. a) Uma aquisição no ponto receptor. b) Média das dez aquisições no ponto receptor.

Observa-se na Fig. 5.36-b que o nível de pressão sonora nas altas e baixas frequências providas das fontes 1 e 3 (exaustor e ruído rosa respectivamente) são reduzidos, como pode ser observado pela redução da cor vermelha em relação à Fig. 5.36-a.

Utilizando o sinal médio obtido no receptor como ‘sinal primário’ de entrada no algoritmo LMS, o resultado obtido após filtragem adaptativa é mostrado na Fig. 5.37-a. Na Fig. 5.37-b está mostrado o erro absoluto entre os dois sinais da Fig. 5.37-a (varredura medida menos varredura estimada).

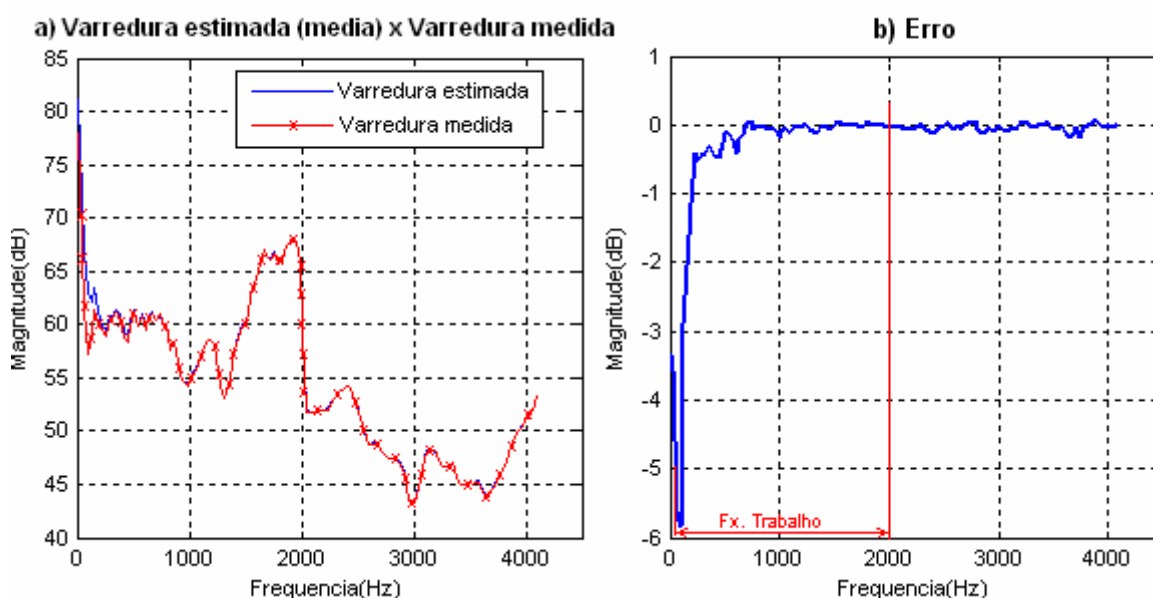


Figura 5.37 – Resultado obtido com o filtro a partir do sinal médio obtido no receptor.

Observa-se na Fig. 5.37 que o sinal da varredura estimada se aproxima mais da varredura medida, nas baixas frequências, se comparado com a Fig. 5.34-a. No entanto, permanece ainda um erro nas baixas frequências (abaixo de 200 Hz) o que se deve ainda pela quantidade superior de energia provida das outras fontes sonoras do sistema em relação à energia contida na varredura nesta frequência. Para eliminar esta energia, uma opção seria adquirir uma quantidade maior de aquisições para realização da média.

Na Fig. 5.38 está mostrado o espectrograma do sinal médio no receptor e o sinal estimado com o filtro.

De posse do sinal estimado com o filtro, o qual é a varredura que chega ao receptor, e do sinal estimado próximo à fonte geradora de varredura, estima-se então a função

transferência entre o emissor e o receptor, utilizando a Eq. (5.1), a qual foi descrita no capítulo 4 (Eq. (4.2)).

$$FT_{est} = 10 \log_{10} (\bar{x}^2_{varredura_est}) - 10 \log_{10} (\bar{x}^2_{Varredura_prox}) \quad (5.1)$$

onde FT_{est} é a Função Transferência estimada, $\bar{x}^2_{varredura_est}$ é a média exponencial da varredura estimada no ponto receptor com o filtro adaptativo, $\bar{x}^2_{Varredura_prox}$ é a média exponencial da varredura estimada próximo ao gerador de varredura. A média exponencial é calculada para um tempo de resposta de 125 milisegundos.

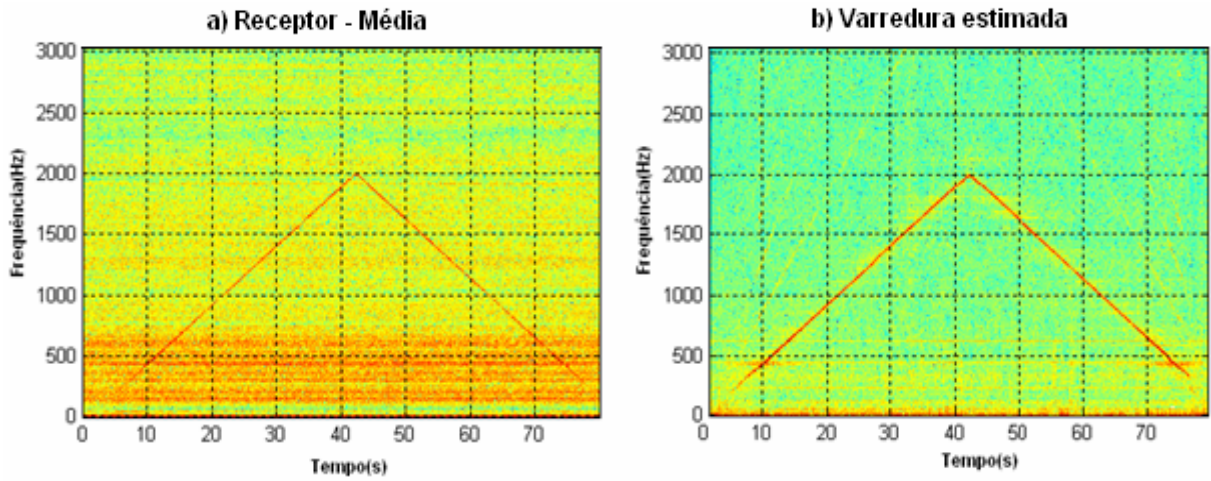


Figura 5.38 - a) Espectrograma do sinal médio no receptor. b) Espectrograma do sinal estimado com o filtro.

A função transferência estimada com a Eq. (5.1) é usada para calcular o nível de pressão sonora que atinge o receptor devido ao exaustor. Assim, com o sinal obtido próximo ao exaustor e com a função transferência estimada com o filtro adaptativo calcula-se a contribuição sonora do exaustor no ponto receptor utilizando a Eq. (5.2).

$$Y(f)_{exaustor} = FT(f)_{est} + 10 \log_{10} (X(f)_{prox_exaustor}) \quad (5.2)$$

onde $Y(f)$ é o Nível de Pressão Sonora no receptor devido à contribuição sonora do exaustor, FT_{est} é a Função Transferência estimada utilizando a Eq. (5.1), $X(f)$ é o sinal no domínio da frequência medido próximo ao alto-falante gerando o ruído do exaustor.

O resultado obtido com a Eq. (5.2), ou seja, a contribuição sonora do exaustor no ponto receptor, está mostrado na Fig. 5.39-a. O erro absoluto (NPS medido menos NPS estimado) entre os dois sinais da Fig. 5.39-a está mostrado na Fig. 5.39-b.

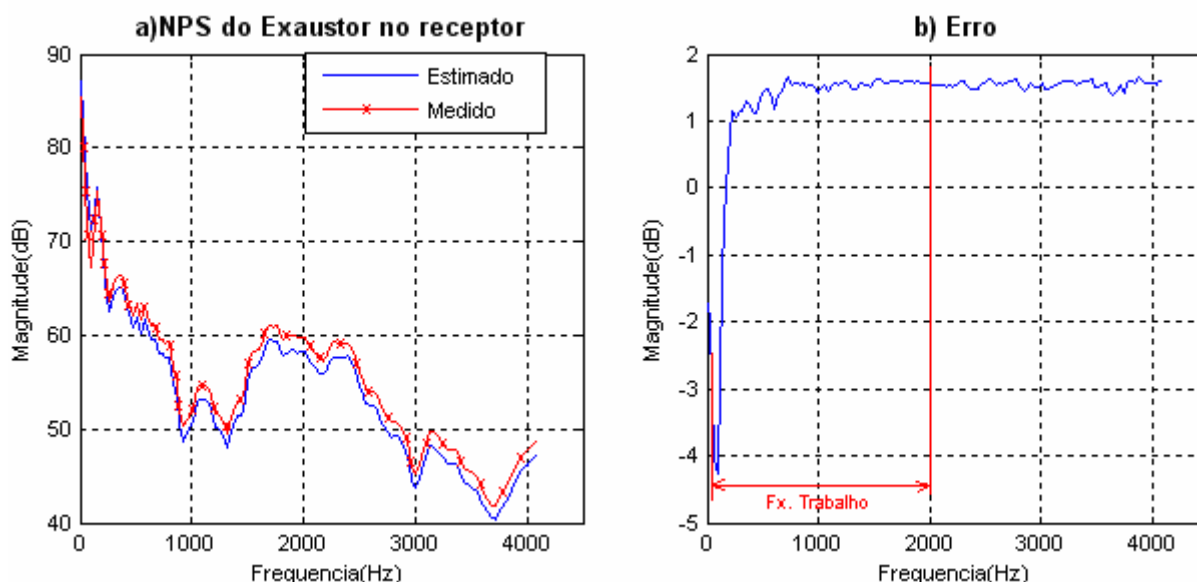


Figura 5.39 - a) Contribuição sonora do Exaustor (Fonte 1) no ponto receptor. b) Erro.

Analisando a Fig. 5.39-b temos que o erro obtido com a metodologia atinge valores de 1,5 dB dentro da faixa de frequência 200 Hz a 2000 Hz. O alto valor de erro obtido abaixo da frequência de 200 Hz se deve ao fato explicado na análise de sensibilidade do capítulo 4. Desta maneira, o resultado obtido é excelente para medições de campo onde erros de medições da ordem de ± 3 dB são satisfatórios.

Na Fig. 5.40 está mostrado, para fim de comparação, o Nível de Pressão Sonora total medido no ponto receptor e o Nível de Pressão Sonora devido somente ao exaustor (estimado com o filtro e medido) também no ponto receptor.

Desta maneira, os procedimentos experimentais são finalizados com êxito, mostrando que a metodologia proposta (utilizando filtro NLMS e corrigindo os *delays* utilizando Cepstrum) consegue quantificar o nível sonoro de determinada fonte com erros menores que os erros provenientes de instrumentação, ou seja, ± 3 dB.

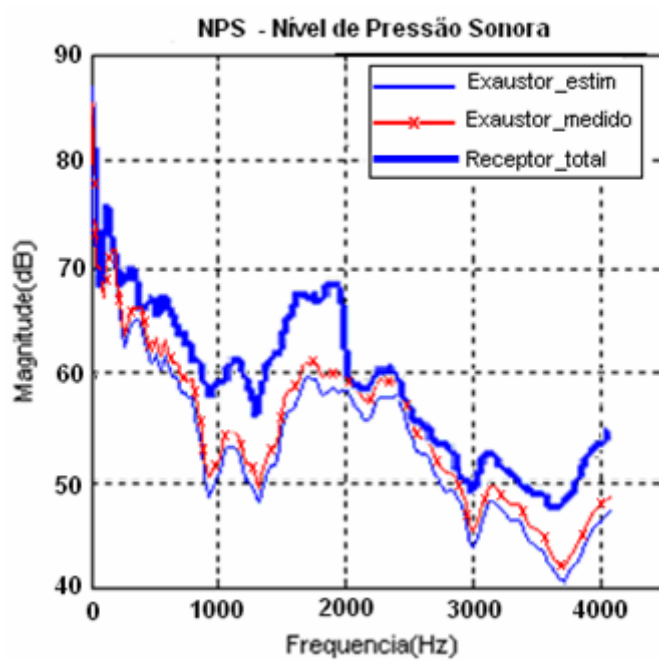


Figura 5.40 – a) NPS total medido no ponto receptor e NPS devido somente à fonte Exaustor’ (medido e estimado com o filtro) também no ponto receptor.

CAPÍTULO VI

Conclusões

Com o desenvolvimento da qualidade de vida das pessoas, o controle de ruído ambiental tornou-se uma exigência muito importante das entidades oficiais que visam ao conforto no local de trabalho e nos lares.

Porém, este tipo de controle não é um trabalho fácil. Mesmo com toda a tecnologia disponível atualmente, é necessário o conhecimento e domínio da ciência em questão.

Esta dissertação visa o desenvolvimento de uma metodologia de baixo custo (utilização de dois sensores), com a qual é possível determinar a contribuição sonora de fontes de ruído industriais (quantificar) em pontos receptores localizados na comunidade circunvizinha, através da estimativa da Função Transferência entre a fonte sonora de interesse e o receptor, utilizando filtro adaptativo e uma fonte de referência (gerador de sinal do tipo varredura senoidal ou *sine sweep*).

6.1 Conclusões deste Trabalho

As principais conclusões deste trabalho são:

1. Após análise de sensibilidade, utilizando o filtro adaptativo com várias configurações dos sinais primários e de referência, onde se variou os níveis de energia dos sinais que compunham estes, concluiu-se que à medida que diminui a energia do sinal provindo da fonte de referência (um gerador de varredura senoidal) do sinal primário, a capacidade de filtragem do filtro é reduzida, sendo assim, a qualidade do sinal filtrado é comprometida, sendo este sinal inadequado para o uso.
2. Nas simulações numéricas (capítulo 4), a característica do filtro adaptativo descrita no tópico anterior foi observada em todas as simulações, principalmente quando simulado o efeito da atenuação sonora em função da frequência (simulação 6 do capítulo 4),

onde nas altas frequências o sinal estimado com o filtro não era o sinal de varredura puro e sim, este sinal com contribuições de energia de fontes presentes no modelo.

3. Quanto ao nível de energia do sinal de referência, esta característica não se mostrou significativa, ou seja, para que se obtenha um bom desempenho do filtro, é necessário apenas que o sinal de referência seja correlacionado com o ‘ruído’, ou ‘interferência’, que se quer eliminar no sinal primário, independente do nível de energia presente no sinal de referência.
4. Para utilização do filtro adaptativo, é necessário utilizar os parâmetros (número de pesos do filtro, razão de convergência e fator de esquecimento) que irão fornecer uma boa convergência e uma boa capacidade de filtragem do sistema, por isto a necessidade de otimizar estes parâmetros com uma função objetivo que vise minimizar o erro entre o sinal estimado com o filtro e o sinal teórico. Conclui-se que tais parâmetros é função da velocidade de varredura do *sine sweep* utilizado.
5. Quanto à presença de fontes coerentes no modelo ou no sistema a ser analisado, o resultado obtido com a utilização do filtro possui boa relação sinal ruído (igual a 17 dB), obtendo somente o sinal da fonte de referência que chega no ponto receptor, o qual é o sinal de interesse, visto que o sinal de referência não está correlacionado com nenhuma fonte presente no sistema. Este resultado pode ser observado na simulação 5 do capítulo 4. O número de fontes e presença de harmônicos nos sinais característicos das fontes também não influenciam na qualidade do sinal filtrado.
6. Com um modelo numérico simulando presença de barreira, conclui-se que o filtro não consegue eliminar a varredura que possui o atraso temporal (*delay*), o qual atinge o receptor, isto é explicado pelo fato deste filtro ser um filtro de correlação, o que é um bom indicativo para estimativa da função transferência, ou seja, esta pode ser obtida mesmo na presença de caminhos de transmissão complexos.
7. Nos procedimentos experimentais foi desenvolvida uma metodologia para diminuir a energia proveniente das fontes do sistema no ponto receptor, porém mantendo o nível de energia da fonte de referência. A metodologia é constituída da realização de médias dos sinais medidos no ponto receptor, após análise tempo-frequência utilizando distribuição de Choy-Williams, técnicas de ajuste via mínimos quadrados e cálculo do Cepstrum. Erros da ordem de 10 (dez) dB nos sinais estimados com o filtro, obtido antes da metodologia (antes de fazer a média) foram reduzidos para 2 (dois) dB após utilização desta.

8. Procedimentos experimentais são finalizados com êxito, mostrando que a metodologia proposta consegue quantificar o nível sonoro de determinada fonte com erros de 2 dB, os quais são menores que os erros provenientes de instrumentação, ou seja, ± 3 dB.

6.1 Trabalhos Futuros

1. Aplicação desta metodologia em uma prática real, ou seja, aplicá-la em algum caso de controle de ruído de comunidade causado por uma planta industrial.
2. Estudo de outros filtros adaptativos, tais como o RLS, o qual é baseado no Algoritmo de Mínimos Quadrados Recursivo, ou *Recursive Least Square* (RLS).
3. Avaliar a metodologia proposta utilizando filtro de Kalman. Assim, poderão ser feitas comparações entre os três filtros adaptativos, LMS, RLS e Kalman, onde será avaliado a capacidade de filtragem e o desempenho destes diante da aplicação da metodologia estudada.
4. Utilizar a técnica da ‘direção de chegada dos raios’ (DOA - *Direction of Arrival*) juntamente com a metodologia proposta nesta dissertação. Assim, a influência dos ângulos dos raios que chegam no receptor poderá ser avaliada.
5. Utilizar a técnica de coerência parcial e fazer uma comparação com a metodologia estudada nesta dissertação.
6. Verificar qual a melhor faixa de frequência de trabalho. Determinando, então, a faixa de frequência que produza os menores erros entre o sinal estimado com o filtro adaptativo e o sinal medido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AIDAR, F. H. Efeitos do Ruído no Homem. **Revista Acústica e Vibrações**. Edição nº 19, 1997.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NRB 10.151: Acústica - Avaliação do Ruído em Áreas Habitadas, Visando o Conforto da Comunidade - Procedimento. Rio de Janeiro, 2000. 12p.

BARBER, A. **Handbook of Noise and Vibration Control**. 6.ed. Elsevier Science, Oxford, United Kingdom, 1993. 600p.

BARRON, R. F. **Industrial Noise Control and Acoustic**. 1.ed. Marcel Dekker Inc., New York, 2003. 534p.

BELL, D. H.; BELL, L. H. **Industrial Noise Control: Fundamentals and Applications**. 2.ed. Marcel Dekker Inc., New York, 1993. 672p.

BENDAT, J. S.; PIERSON, A. G. **Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis**. 1.ed. John Wiley & Sons, United States of America, 1980. 302p.

BENDAT, J. S.; PIERSON, A. G. **Random Data - Analysis and Measurement Procedures**. 2.ed. John Wiley & Sons, United States of America, 1986. 566p.

BERANEK, L. L.; VÉR, I. L. **Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications**. 1.ed. John Wiley & Sons Inc., New York, 1992. 804p.

BEZERRA, R. A. **Detecção de Falhas em Rolamentos por Análise de Vibração**. 2004. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BIES, D. A.; HANSEN, C. H. **Engineering Noise Control: Theory and Practice**. 3.ed.. London and New York, 2003. 719p.

BOURENNANE, S.; BENDJAMA, A. Localization of Moving Sources in a Multipath Propagation Environment. **Applied Acoustics Magazine**. v. 66 (2005), p. 319-339, 2005.

BOZIC, S. M. **Digital and Kalman Filtering** – An Introduction to Discrete-Time Filtering and Optimum Linear Estimation. 1.ed. Edward Arnold, Great Britain, 1979. 157p.

BRAUN, S. **Mechanical Signature Analysis: Theory and Applications**. 1.ed. Academic Press, London, 1986. 385p.

CHEN, J. C.; YAO, K.; HUDSON, R. E. Source Localization and Beamforming. **IEEE Signal Processing Magazine**. p. 30-39, 2002.

CHOI, H. I.; WILLIAMS, W. J. Improved Time-Frequency Representation of Multicomponent Signals Using Exponential Kernels. **IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing**. v. 37, p. 862-871, 1989.

CHUNG, J. Y. **Measurement and Analysis of Diesel Engine Noise**. 1974. Doctor thesis - Purdue University.

CHUNG, J.Y.; CROCKER, M. J.; HAMILTON, J. F. Measurement of Frequency Response and Multiple Coherence Function of the Noise Generation System of a Diesel Engines. **Journal of the Acoustical Society of América**. v. 58, p. 635 – 642, 1975.

COHEN, L, Time-Frequency Distributions: a Review. **Proceedings of IEEE**. v. 77, p. 941-981, 1989.

COHEN, L. **Time-Frequency Analysis**. Prentice Hall Inc., New Jersey, USA, 1995.

FISHER, M. J.; HOLLAND, K. R. Measuring the Relative Strengths of a Set of Partially Coherent Acoustic Sources. **Journal of Sound and Vibration**. v. 201 (1), p. 103-125, 1997.

FISHER, M. J.; BOURNE, M. H.; GLEGG, S. A. L. Jet Engine Source Location: The Polar Correlation Technique. **Journal of Sound and Vibration**. v. 51, p. 23 - 54, 1977.

FRANCO, P. R. G.; DE CASTRO, M. C. F.; DE CASTRO, F. C. C. **Processamento Digital de Sinais** – Introdução ao Processamento Adaptativo de Sinais Digitais. Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2002. Apostila do curso de Processamento Digital de Sinais - Mestrado em Engenharia Elétrica.

GERGES, S. N. Y. **Ruído** - Fundamentos e Controle. 2.ed. Editora NR, Florianópolis-SC, 2000. 674p.

HANDLEY, J. M. Controle de Ruído Industrial. **Revista Acústica e Vibrações**. 15.ed. 1995.

HAYKIN, S. **Adaptive Filter Theory**. 2.ed. Prentice Hall, 1991. 936p.

HOMER, J. P. **Advanced Signal Processing Technique for Noise Source Identification in Mining Equipment**. 2003. Master Degree Thesis - University of Pittsburgh, School of Engineering.

HUERTAS, J. I.; ANTELIS, J. M. Characterization of Adaptive Filters Used in the Identification Process of Annoying Noises in Vehicles. In: INTERNOISE 2005 - CONGRESS AND EXPOSITION ON NOISE CONTROL ENGINEERING, 07-10 august 2005, Rio de Janeiro, Brasil.

IBAMA, Resolução Conama 001, Publicado no Diário Oficial da União no dia 02 de abril de 1990, Seção I, p. 6.408.

JUHL, P. M.; PETERSEN, S. O.; HALD, J. Localizing Sound Sources in 3-D Space Using Spherical Harmonic Beamforming. In: INTERNOISE 2005 - CONGRESS AND EXPOSITION ON NOISE CONTROL ENGINEERING, 07-10 august 2005, Rio de Janeiro, Brasil.

KALMAN, R. On the General Theory of Control. In: PROC. 1st IFAC CONGRESS, London: Butterworth, 1960.

KOSS, L.L.; ALFREDSON, R. J. Identification of Transient Sound Sources on a Punch Press. **Journal of Sound and Vibration**. v. 34 (1), p. 11 - 33, 1974.

MARQUES, P. A. C. **Introdução à Filtragem Adaptativa**. Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, 2003. Apostila do curso de Processamento Digital de Sinal II - Engenharia Informática e de Computadores.

MARSH, K. J. Specification and Prediction of Noise Levels in Oil Refineries and Petrochemical Plants. **Applied Acoustic Magazine**. v. 9, p. 1-15.

MAS, P.; DELMOTTE, P.; SAS, P. Noise Source Identification Based on Measurements of Cross-Correlation Functions. In: IEEE INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT TECHNOLOGY CONFERENCE, Brussels, June 4-6 1996. p. 360 - 365.

MULLER, S.; MASSARANI, P. Transfer-function Measurement with Sweeps. **Journal of Audio Engineering Society**, v. 49(6), p. 443-471, 2001.

NISHIURA, T.; NAKAMURA, M.; LEE, A.; SARUWATARI, H.; SHIKANO, K. Talker Tracking Display on a Autonomous Mobile Robot with a Moving Microphone Array. In: PROCEEDINGS OF THE INTERNACIONAL CONFERENCE ON AUDITORY DISPLAY, Kyoto, Japan, July 2-5, 2002.

NISHIURA, T.; YAMADA, T.; NAKAMURA, S.; SHIANO, K. Localization of Multiple Sound Sources Based on a CSP Analysis with a Microphone Array. In: CONFERENCE ACOUSTIC SPEECH SIGNAL PROCESS (ICASSP), Istanbul, 2000.

Norma ISO 9613/1. **Acoustics: Attenuation of Sound During Propagation Outdoors**. Part1: Calculation of the absorption of sound by the atmosphere. 1993.

RANDALL, R. B.; TECH, B. A. **Frequency Analysis**. 3.ed. Bruel & Kjaer, 1987.

SEYBERT, A. F.; CROCKER, M. J. The Use of Coherence Techniques to Predict the Effect of Engine Operating Parameters on Noise. **Journal of Industrial Engineering**. v. 97 (13), p. 1227 - 1233, 1976.

SOARES Z.M.D.; MÜLLER, S. Secondary Microphone Calibration with Constant Envelope Sweeps Adapted to Background Noise. In: PROCEEDINGS OF THE 17° INTERNATIONAL CONGRESS ON ACOUSTICS, v. 25(1-3), Roma, p. 357, 2001.

SOARES, Z.M.D; HOFFMANN, W.E., MÜLLER ,S. Secondary Microphone Calibration: Advantageous Use of Sweeps to Obtain Impulse Response. In: PROCEEDINGS OF THE 144° ASA MEETING, Cancun, abstracts in Journal of Acoustical Society American, v. 112(5), p. 2234, 2002.

SOUZA, F. P. Efeitos da Poluição Sonora no Sono e na Saúde Geral - Ênfase Urbana. **Revista Acústica e Vibrações**. 10.ed. 1992.

SOUZA, M. C. R. NBR 10151-2000 – A Revisão da Norma. **Revista Acústica e Vibrações**. 25.ed. Julho 2000.

STEARNS, S. D.; DAVID, R. A. **Signal Processing Algorithms in Matlab**. Prentice Hall Signal Processing Series, Upper Saddle River, New Jersey, 1996. 400p.

TESTER, B. J.; FISHER, M. J. Engine Noise Source Breakdown: Theory Simulation and Results. In: 7th AERO – ACOUSTIC CONFERENCE AIAA, Paper n° 81, 1981.

WANG, M.E.; CROCKER, M. J. On the Application of Coherence Techniques for Source Identification in a Multiple Noise Source Environment. **Journal of the Acoustical Society of America**. v. 74 (3), 1983.

WIENER, N. **Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Times Series, with Engineering Applications**. New York: Wiley, 1949.

WIDROW, B.; STEARNS, S. D. **Adaptive Signal Processing**. 1.ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1985. 528p.

ANEXO I

Técnica da Correlação Polar (PCT - Polar Correlation Technique)

Considere um conjunto de fontes em linha, como mostrado na Fig. A1.1, onde as fontes k e l são parcialmente coerentes.

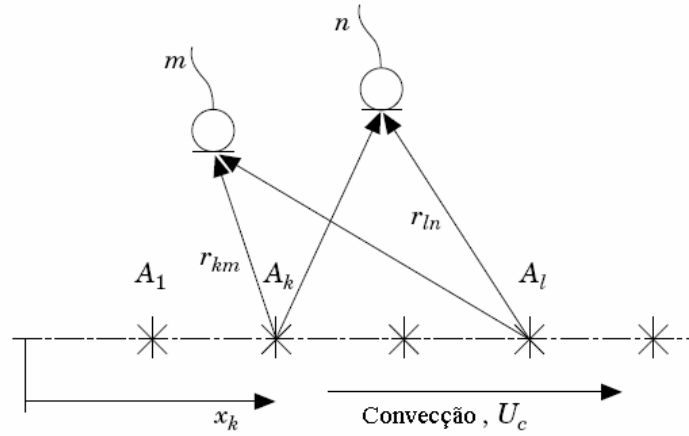


Figura A1.1 - Conjunto de fontes do tipo monopolo parcialmente coerentes.

Considere também, que o sistema possui uma velocidade de convecção U_c . Então, a função de correlação cruzada filtrada entre as duas fontes (k e l) pode ser expressa, segundo Fisher and Holland (1997), pela Eq. (A1.1).

$$A_k(t)A_l(t+\tau) = a_k a_l c_{kl} \exp \left[j \omega \left(r - \frac{x_l - x_k}{U_c} \right) \right] \quad (\text{A1.1})$$

onde a_k e a_l são as amplitudes rms e c_{kl} é o coeficiente de correlação entre as fontes k e l respectivamente.

O espectro cruzado entre os microfones m e n podem ser escritos como:

$$C(m,n) = \sum_k \sum_l \frac{a_k a_l c_{kl} \exp \left[j\omega \left(\frac{r_{km} - r_{ln}}{a_o} + \frac{x_k - x_l}{U_c} \right) \right]}{r_{km} r_{ln}} \quad (A1.2)$$

onde r_{km} é a distância entre a fonte k e o microfone m , r_{ln} é a distância entre a fonte l ao microfone n e a_o é a velocidade do som. Note que, a fase do espectro cruzado compreende dois termos: $(r_{km}-r_{ln})/a_o$, representando a diferença do tempo de propagação, e o termo $(x_k-x_l)/U_c$, representando a diferença de fase entre as fontes k e l respectivamente.

Então a Eq.(A1.2) pode ser generalizada para qualquer situação na qual a geometria fonte-microfone e a fase relativa entre as fontes são conhecidas. Assim, a Eq. (A1.2) pode ser reescrita como:

$$C(m,n) = \sum_k \sum_l b_{kl} \exp[j\omega \phi(m,n,k,l)] \quad (A1.3)$$

Desta maneira, o objetivo é basicamente usar um conjunto de medições de espectro cruzado, $C(m,n)$, juntamente com valores conhecidos de $\phi(m,n,k,l)$, que são as fases relativas, para determinar os valores desconhecidos de b_{kl} .

Para determinação de b_{kl} , um procedimento de ajuste via mínimos quadrados é vantajoso do ponto de vista estatístico, onde os erros envolvidos nas medições do espectro cruzado são inevitáveis.

Para utilização de um ajuste via mínimos quadrados, temos que o objetivo é encontrar um conjunto de fontes, b_{pq} , tendo as mesmas posições e fases especificadas na Eq. (A1.3), as quais minimizarão o erro médio quadrático entre o espectro cruzado medido e aquele calculado a partir do modelo da Eq. (A1.3). O erro a ser minimizado é definido como:

$$\sigma^2_{\min} = \frac{1}{M} \sum_m \frac{1}{N} \sum_n \left| \tilde{C}(m,n) - C(m,n) \right|^2 \quad (A1.4)$$

onde $\tilde{C}(m,n)$ são os valores medidos. Para estimativa do erro mínimo tem-se que:

$$\partial \sigma^2_{\min} / \partial b_{pq} = 0 \quad (A1.5)$$

Substituindo a Eq.(A1.3) em (A1.5), mais algumas manipulações algébricas, tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{M} \frac{1}{N} \sum_m \sum_n \tilde{R}(m,n) \cos[\phi(m,n,p,q)] + \tilde{I}(m,n) \sin[\phi(m,n,p,q)] \\ & = \sum_k \sum_l b_{kl} \frac{1}{M} \sum_m \frac{1}{N} \sum_n \cos[\phi(m,n,k,l) - \phi(m,n,p,q)] \end{aligned} \quad (\text{A1.6})$$

onde $\tilde{R}(m,n)$ e $\tilde{I}(m,n)$ são, respectivamente, as partes reais e imaginárias do espectro cruzado medido.

Analisando a Eq. (A1.6), têm-se que o lado esquerdo da equação é composto de um conjunto de medidas, combinadas com informações geométricas. Para cada par de valores (p,q) , pode-se escrever então:

$$\tilde{S}(p,q) = \sum_k \sum_l b_{kl} \frac{1}{M} \sum_m \frac{1}{N} \sum_n \cos(\phi(m,n,k,l) - \phi(m,n,p,q)) \quad (\text{A1.7})$$

onde $\tilde{S}(p,q)$ é um vetor de medidas, de dimensão $k^2 \times 1$ para k fontes, as quais igualam ao produto do vetor de amplitudes das fontes, B , também de dimensões $k^2 \times 1$, e uma matriz geométrica T de dimensões $k^2 \times k^2$, onde:

$$T(p,q,k,l) \equiv \frac{1}{M} \sum_m \frac{1}{N} \sum_n \cos[\phi(m,n,k,l) - \phi(m,n,p,q)] \quad (\text{A1.8})$$

A Eq. (A1.8) pode ser escrita em notação matricial, onde:

$$S = T B \quad (\text{A1.9})$$

E para resolução do problema, é necessária a solução inversa da matriz T :

$$B = T^{-1} S \quad (\text{A1.10})$$

É claramente observado que o fator crucial para obtenção de resultados satisfatórios é a condição de que a matriz geométrica T seja inversível. Contudo, desde que esta contenha somente informação geométrica, é necessário um teste *a priori*, para determinação da quantidade de microfones e definição das frequências para as quais os resultados obtidos terão melhor precisão.

Para melhor entendimento da inversão da Eq. (A1.7) e obtenção dos parâmetros requeridos (b_{kl}), o modelo de fontes da Fig. A1.2 será utilizado.

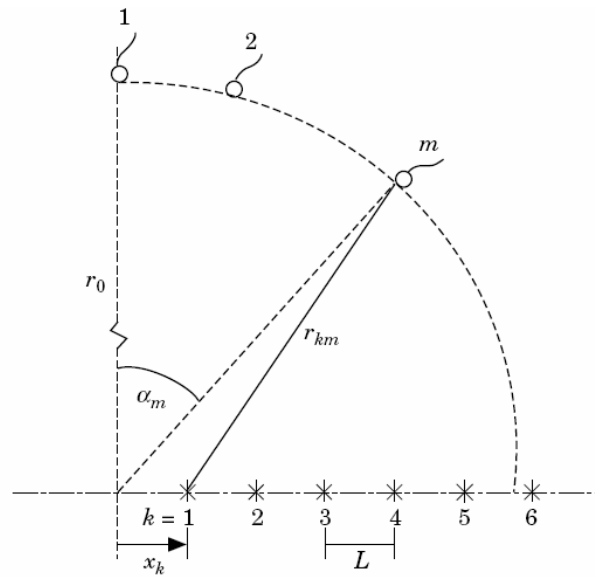


Figura A1.2 - Modelo geométrico

Na Fig. A1.2 as fontes estão igualmente espaçadas, L , tal que $x_k = k L$. Os microfones assumem posições localizadas em um arco polar de raio r_0 , sendo a posição do m -ésimo microfone definido pelo ângulo α_m , sendo $\sin(\alpha_m) = m \sin(\Delta)$, o que significa que os microfones estão espaçados por incrementos iguais de seno do ângulo α . As aproximações $r_{km} = r_0 - x_k \sin(\alpha_m)$ e $r_{ln} = r_0 - x_l \sin(\alpha_n)$ devem ser consideradas.

A partir das Eq.(A1.2) e (A1.3), e utilizando a definição de $T(p,q,k,l)$ na Eq. (A1.8), têm-se:

$$T(p,q,k,l) = \frac{1}{M} \sum_m \frac{1}{N} \sum_n \cos \left[\frac{\omega L \sin(\Delta)}{a_o} \{ (k-p)m - (l-q)n \} - \frac{\omega L}{U_c} \{ (k-p) - (l-q) \} \right] \quad (A1.11)$$

Com um valor ‘apropriado’ de $\left(\frac{\omega L}{a_o}\right)_{sen(\Delta)}$, a natureza oscilatória dos termos nesta equação (A1.11) sugere que $T(p,q,k,l) = 1$ se $k=p$ e $l=q$, e caso contrário, igual a 0. Substituindo este resultado na Eq.(A1.7), tem-se o resultado ideal $\tilde{S}(p,q) = b_{pq}$.

Analisando a Eq.(A1.11) têm-se que este resultado é equivalente a ter efetuado o cálculo da transformada discreta dupla de Fourier nos dados. Isto é esperado desde que a Transformada de Fourier seja bem conhecida.

É notado também que a aplicação da Eq. (A1.11) produz bons resultados quando a matriz geométrica T tem seus principais valores localizados na (ou próximo a) diagonal principal, $k=p$, $l=q$.

Fisher and Holland (1997) demonstra em seu trabalho, através de cálculos analíticos e simulações numéricas como esta técnica (PCT - Técnica da correlação polar) pode ser expandida e aplicada para utilização em sistemas com fontes coerentes, onde estes chegam à conclusão de que é necessária a utilização de múltiplos microfones de referência para trabalhar com este tipo de sistema (fontes coerentes).

ANEXO II

Método da Função de Coerência Parcial (PCF)

O método da Função de Coerência Parcial (*Partial Coherence Function - PCF*) é usado para determinar a única contribuição de uma fonte em um receptor utilizando a função densidade espectral de coerência residual. Esta é obtida removendo os efeitos de todas as fontes do sistema (exceto a única contribuição da fonte sobre investigação) do auto-espectro obtido no receptor (WANG AND CROCKER, 1983). A palavra ‘efeito’ se diz respeito à interferência causada por determinada fonte.

Os resultados da PCF são representados por notação simbólica, os quais consistem de termos $(\gamma^2_{ij.klm})$ e $(G_{ij.klm})$. Os termos denotados por $(\gamma^2_{ij.klm})$ representam as funções de coerência parcial e os termos denotados por $(G_{ij.klm})$ representam o auto-espectro residual ou densidade espectral cruzada residual.

O termo $(G_{ij.klm})$ precedido por um termo $(\gamma^2_{ij.klm})$ é a função densidade espectral de coerência residual. Por exemplo, considerando um sistema constituído de quatro fontes (x_1, x_2, x_3 e x_4) e um receptor (y), a notação $(\gamma^2_{1y.234})$ representa a coerência parcial entre a fonte x_1 e o receptor y sem os efeitos das fontes x_2, x_3 e x_4 . A notação $(G_{yy.234})$ representa o auto-espectro residual do receptor y devido somente ao efeito da fonte x_1 (retirando os efeitos provenientes das fontes x_2, x_3 e x_4). Neste caso, o termo $(\gamma^2_{1y.234} G_{yy.234})$ representa a densidade auto-espectral de coerência residual do receptor y devido à fonte x_1 , eliminando os efeitos das fontes x_2, x_3 e x_4 .

As funções de densidade auto-espectral residual de um sistema com múltiplas entradas ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$) e uma saída (y), ou seja, um sistema *MISO* (*Multiple input – Single output*), são calculadas usando as seguintes equações (BENDAT AND PIERSOL, 1986):

$$G_{yy.1} = G_{yy}(1 - \gamma_{1y}^2) \quad (A2.1)$$

$$G_{yy.12} = G_{yy.1}(1 - \gamma_{2y.1}^2) \quad (A2.2)$$

$$G_{yy.123} = G_{yy.12} (1 - \gamma_{3y.12}^2) \quad (A2.3)$$

As funções parciais de coerência usadas nas Eq.(A2.1) a (A2.3) são obtidas utilizando as seguintes equações (BENDAT AND PIERSON, 1986):

$$\gamma_{ny}^2 = \frac{|G_{ny}|^2}{G_{nn}G_{yy}} = \gamma_{yn}^2 \quad (A2.4)$$

$$\gamma_{ny.1}^2 = \frac{|G_{ny.1}|^2}{G_{nn.1}G_{yn.1}} = \gamma_{yn.1}^2 \quad (A2.5)$$

$$\gamma_{ny.12}^2 = \frac{|G_{ny.12}|^2}{G_{nn.12}G_{yy.12}} = \gamma_{yn.12}^2 \quad (A2.6)$$

As funções de densidade espectral cruzada residual utilizadas nas equações (A2.4) a (A2.6) são obtidas a partir das seguintes equações (BENDAT AND PIERSON, 1986):

$$G_{ny.1} = \frac{G_{11}G_{ny} - G_{n1}G_{1y}}{G_{11}} \quad (A2.7)$$

$$G_{ny.12} = \frac{G_{22.1}G_{ny.1} - G_{n2.1}G_{2y.1}}{G_{22.1}} \quad (A2.8)$$

$$G_{ny.123} = \frac{G_{33.12}G_{ny.12} - G_{n3.12}G_{3y.12}}{G_{33.12}} \quad (A2.9)$$

onde os índices $1, 2, 3, n$ e y podem ser trocados de posição, dependendo do resultado desejado.

É notável que os resultados das funções de densidade espectral de coerência residual são mais representativos para contribuição de fontes no receptor quando há pouca coerência entre as fontes.

ANEXO III

A Varredura Senoidal (*Sine Sweep*)

A varredura senoidal, ou, *sine sweep* é um sinal senoidal cuja frequência varia com o tempo, ou melhor, com uma função qualquer de t , $w(t)$. Se $w(t)$ for uma reta, então terá uma varredura linear.

A construção de uma varredura senoidal no domínio do tempo é facilmente compreendida utilizando as seguintes equações:

$$S(t) = A \sin(\varphi) \quad (\text{A3.1})$$

$$\varphi = \varphi_o + \Delta\varphi \quad (\text{A3.2})$$

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_o + \text{Inc}(\varphi) \quad (\text{A3.3})$$

onde $S(t)$ é a varredura linear, A é a amplitude, φ_o possui valor zero para a primeira amostra (primeiro ponto do sinal $S(t)$) e $\Delta\varphi_o$ para a primeira amostra depende da frequência inicial desejada para a varredura a ser construída, como mostrado na Eq. (A3.4):

$$\Delta\varphi_o = \frac{2\pi f_{\text{inicial}}}{f_s} \quad (\text{A3.4})$$

onde f_{inicial} é a frequência inicial da varredura e f_s é a frequência de amostragem.

O fator $\text{Inc}(\varphi)$ é dado por:

$$\text{Inc}(\varphi) = 2\pi \frac{f_{\text{final}} - f_{\text{inicial}}}{f_s N} \quad (\text{A3.5})$$

onde f_{final} é a frequência final da varredura e N é o número de pontos do sinal $S(t)$.

O grande interesse no emprego da varredura senoidal está na possibilidade de construir funções senoidais arbitrárias, isto é, com respostas em frequências quaisquer.

Na verdade a varredura senoidal é um caso particular da técnica geral de obter respostas impulsivas que utiliza FFT para passar do domínio do tempo para frequência e a IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) para o caminho inverso. Em tese, qualquer sinal pré-determinado pode ser utilizado como sinal de excitação nas técnicas de FFT.

O emprego da varredura senoidal é mais interessante não só pela possibilidade de criar sinais de excitação com resposta em frequência arbitrária, mas também porque há uma relação matemática bem definida entre a frequência da senóide e o instante de tempo em que ela está sendo “apresentada” ao sistema linear ensaiado, representada pela função no tempo, $w(t)$.

A técnica é melhor discutida na interessante revisão presente no artigo de Müller e Massarani (2001).

Quando se aplica uma varredura em um sistema, o que se faz é o excitar com uma determinada frequência em cada instante, sendo que, dependendo de como a frequência varia, pode-se ficar mais ou menos tempo excitando o sistema com a mesma frequência. Utilizando um caso limite como exemplo, um tom puro é uma varredura senoidal em que toda a energia (proporcional à duração do sinal) é empregada em uma única frequência.

A razão entre a energia que sai do sistema e a energia que nele foi injetada é a função de transferência do sistema para aquela frequência em particular. Ora, se em vez de um tom puro for injetado uma varredura senoidal com “lei de formação” conhecida, na prática se excita o sistema com um espectro amplo (limites de frequência da varredura) e com a quantidade de energia que se queira em cada frequência (duração da varredura para cada frequência).

Dividindo o espectro complexo da saída pelo da entrada, obtém-se a resposta em frequência complexa do sistema. A transformada inversa do espectro (IFFT) é a resposta impulsiva do sistema. A partir da resposta impulsiva é possível retirar os efeitos não desejados de eventuais reflexões que tenham contaminado o sinal final com um simples “janelamento” do sinal. Ou seja, com alguma manipulação algébrica, pode-se transformar a resposta impulsiva em uma resposta contínua, com as conseqüentes e inerentes vantagens desse feito.

Algumas recentes aplicações da varredura senoidal em acústica (*airborne acoustics*) podem ilustrar a diversidade da técnica (SOARES AND MÜLLER, 2001; SOARES; HOFFMANN; MÜLLER, 2002).

Mas o interesse do uso da varredura não é apenas esse. Como há uma lei de formação bem definida entre frequência instantânea e a fase do seno, o parâmetro “atraso de grupo” tem um significado claro na varredura. O atraso de grupo (τ) é a derivada da fase (Φ) em relação à frequência (f) multiplicada por uma constante ($-1/2\pi$), conforme a Eq. (A3.6).

$$\tau(f) = \frac{-1}{2\pi} \cdot \frac{d\Phi}{df} \quad (\text{A3.6})$$

Ao se dividir o espectro complexo da saída pelo da entrada (portanto da varredura), se obtém a resposta impulsiva, como para qualquer outro tipo de excitação. Mas como o atraso de grupo $\tau(f)$ está relacionado com o instante em que a frequência f foi apresentada ao sistema, a multiplicação pelo espectro inverso equivale a subtrair $\tau(f)$ para cada f .

Portanto frequências que tenham sido geradas pelo sistema (distorções harmônicas, por exemplo) vão aparecer no sinal de saída em instantes anteriores ao respectivo atraso de grupo. Como os atrasos de grupo são sempre maiores do que os instantes em que as distorções aparecem, as distorções são colocadas em instantes não causais na resposta impulsiva (ou transladadas para o final, no caso de deconvolução circular). Com o “janelamento” do sinal no tempo, as distorções podem ser eliminadas. Isso não é possível com outros tipos de excitação, pois as fases (e portanto os atrasos de grupo) são geralmente pseudo-aleatórias. O raciocínio apresentado não se aplicaria, nesse caso, e as distorções seriam difundidas ao longo de todo o espectro, diminuindo a relação sinal ruído.

ANEXO IV

Distribuições Tempo Frequência (TFD)

A4.1 Introdução

É sabido que uma extensa classe de sinais pode ser expressa como a soma de uma série de senos e co-senos, conhecida como expansão em série de Fourier.

A transformada de Fourier tem sido a ferramenta mais utilizada para analisar o conteúdo em frequência de um sinal. Contudo, utilizando somente o espectro de potência de um sinal não se pode fazer uma avaliação de como este conteúdo em frequência se desenvolve com o tempo, mesmo considerando que a fase da resultante da transformada de Fourier se relacione com o deslocamento do espectro no tempo.

Assim sendo, as bases do espaço de funções, tempo e frequência, podem ser didaticamente ilustrados como na Fig. A4.1, sendo a transformada de Fourier o operador que transporta uma série de um espaço para o outro de forma reversível.

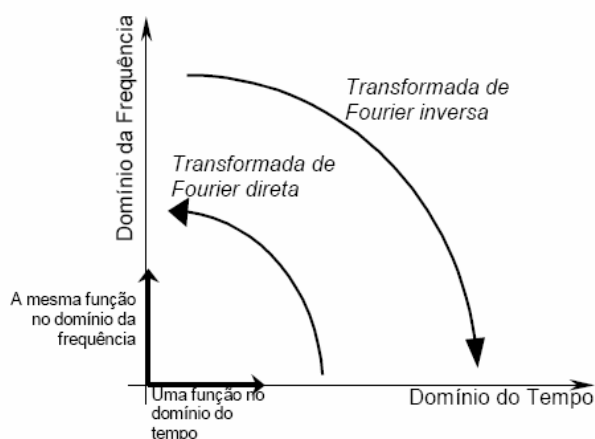


Figura A4.1 – Transformação de vetores entre os espaços tempo-frequência.

As representações que descrevem o comportamento do conteúdo em frequência de um sinal podem ser divididas em duas grandes categorias: representações lineares tais como a

transformada de Fourier e representações de forma quadrática tais como o espectro de potência.

A desvantagem da representação no domínio da frequência é que esta não contém nenhuma informação temporal, pois a base das funções de Fourier é ortogonal à base do tempo (COHEN, 1995) como se pode apreender com a ajuda do esquema da Fig. A4.1. Isto significa que, apesar de poder identificar todas as frequências que ocorrem no sinal, é impossível determinar a partir dos coeficientes calculados quando estas ocorrem.

Em determinado momento surge então a necessidade de gerar-se uma transformada que leve os vetores do domínio do tempo para um domínio não-ortogonal a este, um domínio onde ambas as informações estivessem presentes, conforme ilustrado na Fig. A4.2.

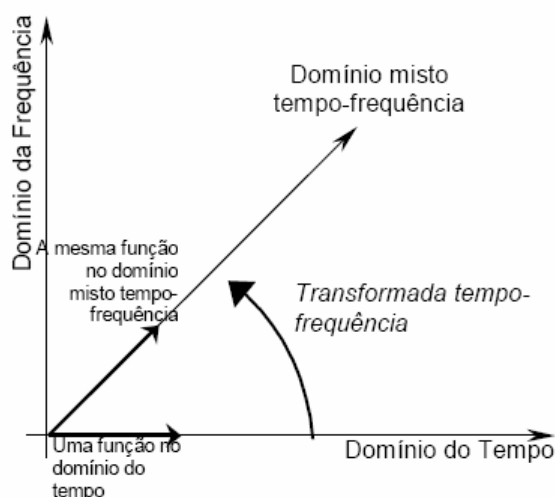


Figura A4.2 – Introdução da transformada Tempo-Frequência.

Deve ser observado que, como o novo domínio misto tempo-frequência não é ortogonal a nenhum dos domínios anteriores, tempo ou frequência, os vetores neste novo domínio misto trazem informação de ambos os domínios. Portanto a solução do problema resume-se em obter uma transformada adequada que relacione os vetores no domínio do tempo a vetores no domínio misto tempo-frequência. No entanto, existem duas formas de fazê-lo:

1. através da transformada Wavelet;
2. através das Distribuições Tempo-Frequência (TFDs).

Embora não tenha sido a primeira das distribuições tempo-frequência (a primeira foi a

Distribuição de Wigner-Ville), indiscutivelmente a mais utilizada é o espectrograma. Esta distribuição deve sua popularidade atual à simplicidade e ao simples entendimento de seu significado - o de um “espectro instantâneo” - que deriva da transformada de Fourier.

Dada a importância estratégica do espectrograma no entendimento da teoria das transformadas tempo-freqüência, sua idéia básica será apresentada, seguido da distribuição tempo-freqüência de Choi-Williams, as quais são focos desta dissertação.

A4.2 Espectrograma ou *Short Time Fourier Transform* (STFT)

O espectrograma, também chamado *Short Time Fourier Transform* (STFT), foi uma das primeiras técnicas tempo-freqüência e até hoje é a mais utilizada na análise de sinais transientes por ser rápida e ter interpretação simples, por ser uma derivação da transformada de Fourier.

A idéia básica do espectrograma é simples: ao invés de tomar-se a transformada de Fourier de todo o sinal de uma vez, divide-se o sinal em partes e então se calcula o espectro de cada parte em separado. Esta divisão pode ser feita utilizando-se uma função de *enjanelamento* (ou *windowing*, em inglês) $h(t)$, centrada num instante t , que irá “fatiar” a função original $f(t)$ em pedaços.

Para ilustrar melhor como este enjanelamento pode ser realizado, é apresentado, na Fig. A4.3, um exemplo onde um sinal cuja freqüência instantânea é linearmente crescente - também conhecido como *chirp* linear - foi fatiado por uma janela retangular de largura total 0,25s, mostrada na Fig. A4.4. Este processo de fatiamento seguido da análise espectral é intuitivo e pode fornecer um bom indicativo da dependência do conteúdo do espectro com o tempo.

Formalmente, a função “fatiada” $f_t(\tau, t)$ pode ser descrita pela Eq. (A4.1):

$$f_t(\tau, t) = f(\tau)h(\tau - t) \quad (\text{A4.1})$$

onde sua Transformada de Fourier é dada por:

$$F_t(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f_t(\tau, t) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)h(\tau - t) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{A4.2})$$

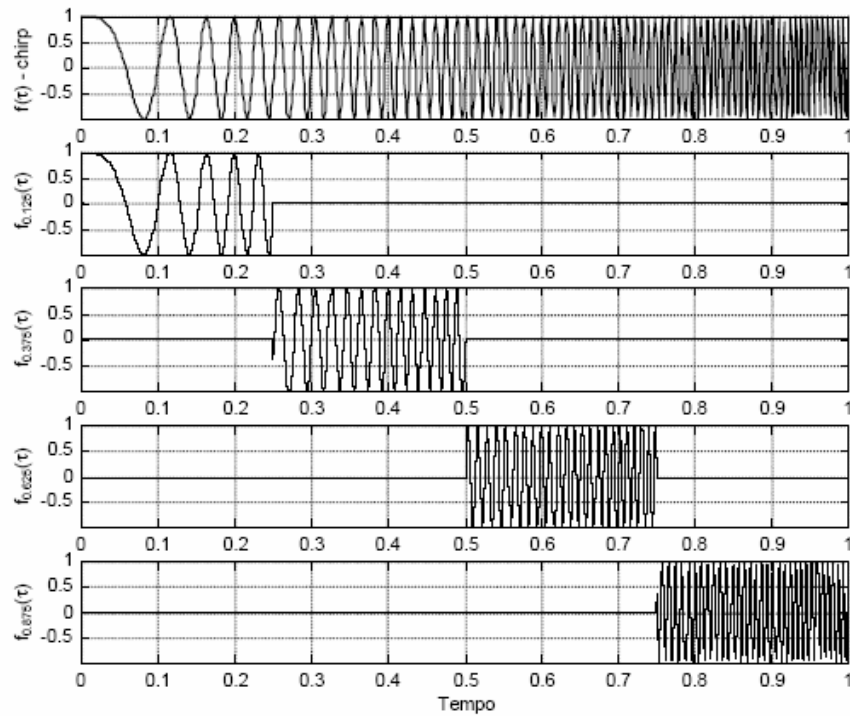


Figura A4.3 – Sinal decomposto por janela retangular de largura 0,25 s.

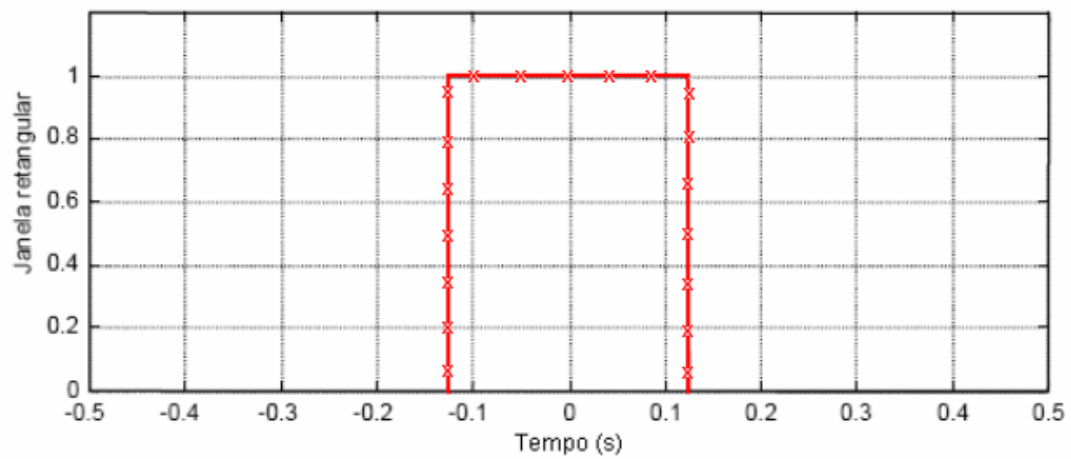


Figura A4.4 - Janela retangular

Define-se então o espectrograma como o conjunto dos quadrados dos módulos dos espectros das fatias:

$$SP(\omega) = |F_t(\omega)|^2 = \int R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (\text{A4.3})$$

onde $R(\tau)$ é a função de auto correlação do sinal em questão e é calculada por:

$$R(\tau) = \int f(t) f^*(t - \tau) dt \quad (\text{A4.4})$$

onde o símbolo * indica complexo conjugado.

A Eq. (A4.3) não é uma função do tempo, a qual indica quanta energia está presente na frequência ω dentro de um período completo. Mas ela mostra como o espectro está distribuído ao longo do tempo. Com base na Eq. (A4.3), não há como dizer se o espectro de potência do sinal está variando no tempo. Portanto, o espectro de potência padrão é inadequado para descrever sinais cujo conteúdo em frequência tenha alguma variação temporal, como por exemplo, sinais de vibração.

Uma forma que permite representar um espectro variável no tempo é expressar a função de auto-correlação de uma maneira dependente do tempo $R(t, \tau)$. Ou seja, obter $R(\tau)$ para cada instante de tempo t . Logo, a transformada de Fourier resultante desta nova função de auto-correlação em relação à variável τ , é também uma função do tempo:

$$SP(t, \omega) = \int R(t, \tau) e^{(-j\omega\tau)} d\tau \quad (\text{A4.5})$$

sendo $SP(t, \omega)$ o espectro de potência dependente do tempo e $R(t, \tau)$ a função de auto-correlação instantânea que é determinada através dos produtos dos pedaços do sinal em instantes de tempo no futuro $s(t+\tau/2)$ e no passado $s(t-\tau/2)$, identificando então as variações do conteúdo em frequência do sinal (Eq. A4.6).

$$R(t, \tau) = f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) f^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \quad (\text{A4.6})$$

No entanto, há um grande paradoxo no uso do espectrograma. Se a janela usada tem longa duração, perde-se resolução no tempo e se ganha resolução em frequência. Por outro lado, se a janela é de curta duração, perde-se em frequência e se ganha no tempo. A regra então é: quanto mais curta a janela, mais perto do domínio no tempo; quanto mais larga, mais perto do domínio da frequência. O ideal então é tentar-se buscar para cada tipo de sinal um meio-termo, de maneira a melhor representar o sinal estudado.

Como se verá adiante, as técnicas bilineares (as distribuições tempo-frequência ou TFDs) são bem mais eficazes, isto é, melhores que o espectrograma no momento de gerar um gráfico. Apesar disso o espectrograma continuará a ser mais eficiente, ou seja, realizará um trabalho de menor qualidade, porém, num tempo bastante menor se comparado com as técnicas descritas nos próximos itens.

A4.3 Distribuições Tempo- Frequência (TFD)

A4.3.1 A Classe de Cohen

Cohen (1995) percebeu que todas as distribuições tempo-frequência podem ser generalizadas de forma a pertencerem a uma única família, chamada por homenagem ao seu criador de *classe de Cohen*. Também é comumente conhecida como *Generalized Time-Frequency Distribution* (GTFD). Como já citado acima, a generalização proposta por Cohen afirma que qualquer distribuição tempo-frequência $C_f(t, \omega)$ pode ser escrita como a transformada de Fourier de uma função de auto-correlação $R(t, \tau)$ da função $f(t)$ (Eq. A4.5).

Sendo a função de auto-correlação dada por:

$$R(t, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int FA(\nu, \tau) \Phi(\nu, \tau) e^{j\nu t} d\nu \quad (\text{A4.7})$$

onde $FA(\nu, \tau)$ é a função de ambigüidade simétrica dada pela Eq. (A4.8), $\Phi(\nu, \tau)$ é a função janela núcleo bidimensional e ν representa a variável frequência (ω) discreta no domínio de ambigüidade.

$$FA(\nu, \tau) = \int f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) f^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\nu t} dt \quad (\text{A4.8})$$

A principal função da janela $\Phi(\nu, \tau)$ é eliminar os termos cruzados da distribuição.

Existem vários núcleos desenvolvidos, cada qual com suas propriedades particulares que os tornam vantajosos ou não para determinado tipo de aplicação.

Existem quatro razões muito fortes para representar uma distribuição tempo-frequência através de seu núcleo $\Phi(\nu, \tau)$, as quais são listadas a seguir:

1. Se existe uma propriedade especial que se deseja que a distribuição atenda, quase sempre será possível exigi-la diretamente de seu núcleo e, via de regra, a equação é mais simples.
2. Dada uma distribuição, todas as suas propriedades podem ser avaliadas por simples inspeção de seu núcleo.
3. Dado um núcleo, a distribuição é fácil de ser calculada.
4. Pode-se criar uma rotina computacional genérica para o cálculo das distribuições, se implementado um ou outro núcleo com poucas alterações no código.

A4.3.2 Distribuição Tempo-Frequência de Choi-Williams (CWD)

A função núcleo a ser utilizada na Eq. (A4.7) para caracterizar a distribuição de Choi-Williams é dada por:

$$\Phi(\nu, \tau) = e^{[-\sigma(\nu\tau^2)]} \quad (\text{A4.9})$$

Assim, a respectiva função generalizada de autocorrelação temporal indexada é dada pela Eq. (A4.10) (CHOI AND WILLIAMS, 1989):

$$R(t, \tau) = \int \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi\tau}{\sigma}}} e^{\left(\frac{-(\nu-t)^2}{4\tau^2/\sigma}\right)} f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \right] d\nu \quad (\text{A4.10})$$

onde $\sigma (\sigma > 0)$ é o parâmetro que controla a velocidade de decaimento. Valores de σ elevados implicam em uma alta taxa de decaimento da função núcleo ao longo dos eixos ν e τ , ou seja, menores serão os pesos que irão ponderar a função de ambiguidade simétrica ($FA(\nu, \tau)$) para valores distantes da origem, causando uma atenuação dos termos cruzados de interferência. Uma faixa de valores aceitáveis para σ deve estar situada entre 0,05 e 10 (CHOY AND WILLIAMS, 1989).

Um dos inconvenientes para o cálculo da distribuição de Choi-Williams é o seu elevado custo computacional requerido na sua implementação numérica, pois cada ponto no domínio tempo-frequência da CWD é o resultado do algoritmo da FFT aplicado à convolução de $R(t, \tau)$ com $\Phi(\nu, \tau)$ ou da FFT 2D em $FA(\nu, \tau)$. Contudo, com a capacidade de processamento das máquinas atuais isto deixa de ser um fator limitante.

Outra desvantagem das distribuições quadráticas bidimensionais de energia é a necessidade de uma frequência de amostragem quatro vezes maior do que a maior frequência que se deseja observar no fenômeno. Além destes inconvenientes, existe uma grande dificuldade para interpretação dos gráficos resultantes.