



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



**PROJETO E CONSTRUÇÃO DE HIDROCICLONES COM
ANÁLISE DE INCERTEZAS E MANUFATURA ADITIVA**

Vitor Alves Garcia

Uberlândia - MG

2022



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



PROJETO E CONSTRUÇÃO DE HIDROCICLONES COM ANÁLISE DE INCERTEZAS E MANUFATURA ADITIVA

Vitor Alves Garcia

Orientadores: Luiz Gustavo Martins Vieira

Fran Sérgio Lobato

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Química, área de concentração em Pesquisa e Desenvolvimento de Processos Químicos.

Uberlândia – MG

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

- G216p
2022
- Garcia, Vitor Alves, 1992-
Projeto e construção de hidrociclones com análise de incertezas e
manufatura aditiva [recurso eletrônico] / Vitor Alves Garcia. - 2022.
- Orientador: Luiz Gustavo Martins Vieira.
Co-orientador: Fran Sérgio Lobato
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Química.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2023.7000>
Inclui bibliografia.
1. Química. I. Vieira, Luiz Gustavo Martins, 1976-, (Orient.). II.
Lobato, Fran Sérgio, 1976-, (Co-orient.). III. Universidade Federal de
Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. IV.
Título.

CDU: 54

André Carlos Francisco
Bibliotecário – CRB-6/3408



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química
Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1K, Sala 206 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: (34)3239-4249 - www.ppgeq.feq.ufu.br - secpgeq@feq.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Química				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 17/2022, PPGEQ				
Data:	16 de dezembro de 2022	Hora de início:	14:00	Hora de encerramento:	17:00
Matrícula do Discente:	11823EQU008				
Nome do Discente:	Vitor Alves Garcia				
Título do Trabalho:	Projeto e construção de hidrociclones com análise de incertezas e manufatura aditiva				
Área de concentração:	Desenvolvimento de Processos Químicos				
Linha de pesquisa:	Processos de Separação				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Estudo experimental e de simulação em hidrociclones não convencionais				

Reuniu-se por meio de webconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, assim composta: Maria do Carmo Ferreira - DEQ/UFSCar; Gustavo Barbosa Libotte - IPRJ/UERJ; Roberto Mendes Finzi Neto - FEMEC/UFU; Yanne Novais Kyriakidis - FEQUI/UFU; Fran Sérgio Lobato - FEQUI/UFU, coorientador e Luiz Gustavo Martins Vieira - PPGEQ/UFU, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Prof. Dr. Fran Sérgio Lobato, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Luiz Gustavo Martins Vieira, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/12/2022, às 11:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fran Sergio Lobato, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/12/2022, às 11:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gustavo Barbosa Libotte, Usuário Externo**, em 19/12/2022, às 15:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Roberto Mendes Finzi Neto, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/12/2022, às 16:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Yanne Novais Kyriakidis, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/12/2022, às 16:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **MARIA DO CARMO FERREIRA, Usuário Externo**, em 19/12/2022, às 21:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4146180** e o código CRC **033464D1**.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus pelo dom da vida, por guiar meu caminho e por me capacitar para executar este trabalho.

Aos meus pais, Lilia e Elton, por todo o sacrifício feito para que eu pudesse seguir meus sonhos, por todo o incentivo para que eu prosseguisse sempre com meus estudos e por todo amor e educação dado para a minha formação como pessoa. À minha irmã, Ana Elisa, por todo o companheirismo e amizade desde a infância até hoje. À toda minha família, por serem sempre a minha base, em especial aos meus avós, Alci, Adenice, Sebastião (*in memoriam*) e Luzia (*in memoriam*).

Deixo também meus agradecimentos à minha noiva, Nathalia, por todo o amor, apoio e paciência durante o período de desenvolvimento desta tese, bem como a toda sua família, que se tornaram a minha própria em Uberlândia. Em especial, à minha sogra, Rosane.

Aos meus amigos, pelos momentos de alegria, que ajudaram a amenizar as dificuldades do doutorado e tornaram esse período mais agradável.

Agradeço aos meus orientadores, Luiz Gustavo Martins Vieira e Fran Sérgio Lobato, por toda a disponibilidade, ensinamentos e orientação necessários para o desenvolvimento deste trabalho, mas também por toda a contribuição para o meu crescimento pessoal.

Aos professores, técnicos e demais servidores da Universidade Federal de Uberlândia, que possibilitam o funcionamento da universidade e contribuem para que ela cumpra, com excelência, seu papel de ensino, pesquisa e extensão. Em especial, ao professor Roberto Mendes Finzi, por disponibilizar equipamentos da Faculdade de Engenharia Mecânica para a execução deste trabalho, aos técnicos Fabrício Vieira de Oliveira (FEMEC-UFU), Ulysses Guilherme Ferreira (FEQUI-UFU), Sebastião Alves de Jesus Filho (FEQUI-UFU) e Flaysner Magayver Portela (IQ-UFU), cujos serviços foram fundamentais para a realização desta tese.

Também sou grato aos companheiros de laboratório e do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, pelos momentos compartilhados de trabalho, estudo e descontração.

Aos membros da banca examinadora por suas valorosas contribuições a esta tese.

E, finalmente, agradeço à Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade concedida e à CAPES pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	iv
LISTA DE SÍMBOLOS	vi
RESUMO	x
ABSTRACT	xi
Capítulo 1 – Introdução	1
1.1 – Objetivos	3
Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica	4
2.1 – Hidrociclones	4
2.1.1 – Estrutura e Funcionamento dos Hidrociclones	4
2.1.2 – Dimensões dos Hidrociclones e seus Impactos sobre o Processo	9
2.1.3 – Hidrociclones Comerciais e Famílias de Hidrociclones	12
2.1.4 – Condições Operacionais	13
2.1.5 – Parâmetros e Respostas Associados à Separação em Hidrociclones	14
2.1.5.1 - Concentração Volumétrica e Densidade das Correntes	14
2.1.5.2 – Vazão Volumétrica das Correntes	15
2.1.5.3 – Número de Euler	15
2.1.5.4 – Razão de Líquido	16
2.1.5.5 – Eficiência Total e Eficiência Total Reduzida	16
2.1.5.6 – Eficiência Granulométrica e Eficiência Granulométrica Reduzida	17
2.1.5.7 – Diâmetro de Corte e Diâmetro de Corte Reduzido	18
2.1.5.8 – Nitidez de Separação	18
2.1.6 – Histórico de Pesquisa com Hidrociclones na FEQUI-UFU	19
2.1.7 – Trabalhos Envolvendo Hidrociclones em Nível Global	25
2.2 – Otimização	28
2.2.1 – Definição Matemática do Problema de Otimização	29
2.2.2 – Classificação das Técnicas de Otimização	31
2.2.3 – Evolução Diferencial	32
2.2.3.1 – Geração da População Inicial	33
2.2.3.2 – Operador de Cruzamento	34
2.2.3.3 – Operador de Seleção	35

2.2.3.4 – Atendimento ao Critério de Parada	35
2.2.4 – Otimização Multi-Objetivo	36
2.2.5 – <i>Multi-Objective Differential Evolution</i> – MODE	39
2.2.5.1 – Operador de Ordenamento por <i>Rank</i>	40
2.2.5.2 – Operador de Truncamento de Soluções	41
2.2.5.3 – Operador de Seleção	42
2.3 – Tratamento de Incertezas	42
2.3.1 – Robustez	43
2.3.1.1 – Média Efetiva	44
2.3.1.2 – Metodologia Adotada e Hidrociclones Obtidos por Garcia (2018)	46
2.3.2 – Confiabilidade	50
2.3.2.1 – Distribuição de Probabilidade	51
2.3.2.2 – Ponto Mais Provável de Falha e Índice de Confiabilidade	54
2.3.2.3 – Otimização Baseada em Confiabilidade – AMV (<i>Advanced Mean Value</i>)	56
2.4 – Manufatura Aditiva (Impressão 3D)	59
2.4.1 – Modelagem por Deposição Fundida – FDM	60
2.4.1.1 – Preenchimento Interno	62
2.4.1.2 – Materiais de Impressão por FDM	63
2.4.2 – Aplicações da Manufatura Aditiva	64
Capítulo 3 – Metodologia	66
3.1 – Otimização Multi-Objetivo Baseada em Confiabilidade	66
3.2 – Construção dos Hidrociclones	71
3.3 – Experimentos	76
3.3.1 – Material Particulado	77
3.3.2 – Unidade Experimental	79
3.3.2.1 – Tanque de Armazenamento da Suspensão e Agitador Mecânico	80
3.3.2.2 – Bomba Centrífuga	80
3.3.2.3 – Medidor de Vazão	80
3.3.2.4 – Manômetro Digital	81
3.3.3 – Procedimento Experimental	81
Capítulo 4 – Resultados e Discussão	83
4.1 – Otimizações Multi-Objetivo Baseadas em Confiabilidade	83

4.1.1 – Caso 1: Maximização da Eficiência Total e Minimização da Razão de Líquido	83
4.1.2 – Caso 2: Maximização da Eficiência Total e Minimização do Número de Euler	89
4.1.3 – Caso 3: Minimização da Razão de Líquido e Minimização do Número de Euler	96
4.1.4 – Caso 4: Maximização da Eficiência Total, Minimização da Razão de Líquido e Minimização do Número de Euler	101
4.2 – Resultados Experimentais	107
4.2.1 – Considerações sobre os Hidrociclones Fabricados por Manufatura Aditiva ...	107
4.2.2 – Hidrociclones Otimizados Usando Robustez com Modelos Nominais	109
4.2.3 – Hidrociclones Otimizados Usando Robustez com Modelos Robustos	112
4.2.4 – Hidrociclones Otimizados Usando Confiabilidade	115
4.2.5 – Melhores Hidrociclones das Três Categorias de Otimização	119
4.2.6 – Melhores Hidrociclones deste Trabalho Frente a Outros Hidrociclones Otimizados	123
Capítulo 5 – Conclusões e Sugestões	127
5.1 – Conclusões	127
5.2 – Sugestões	129
Referências Bibliográficas	130
Apêndice A - Dimensões e Resultados Experimentais dos Hidrociclones Testados	143
Anexo A - Resultados do Planejamento Composto Central de Salvador (2017)	145

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Representação esquemática da estrutura e do escoamento em um hidrociclone	5
Figura 2.2 – Componentes da velocidade de escoamento em um hidrociclone	6
Figura 2.3 – Balanço de forças da partícula na direção radial em um hidrociclone	7
Figura 2.4 – Representação esquemática do fenômeno de curto-circuito	8
Figura 2.5 – Representação esquemática do <i>gas core</i> em um hidrociclone	8
Figura 2.6 - Representação esquemática de um hidrociclone e suas dimensões	9
Figura 2.7 – Operações vetoriais envolvidas na etapa de cruzamento da Evolução Diferencial	34
Figura 2.8 – Representação das curvas de Pareto para dois problemas com diferentes objetivos	37
Figura 2.9 – Possíveis formas de distribuição das soluções ao longo da curva de Pareto	38
Figura 2.10 – Algoritmo MODE proposto por Lobato (2008)	39
Figura 2.11 – Estrutura do ordenamento por <i>rank</i>	40
Figura 2.12 – Representação geométrica do conceito de distância de multidão	42
Figura 2.13 – Ilustração da diferença entre ponto ótimo robusto e global	43
Figura 2.14 – Ilustração gráfica da diferença entre ponto ótimo nominal e com confiabilidade	50
Figura 2.15 – Curvas de densidade de probabilidade (a) e distribuição acumulada (b) da variável aleatória Z que segue uma distribuição normal com média $\mu_Z = 0$	53
Figura 2.16 – Busca pelo ponto mais provável de falha pelo algoritmo AMV	57
Figura 2.17 – Representação de uma impressora 3D da tecnologia FDM	61
Figura 2.18 – Estruturas de preenchimento interno	62
Figura 3.1 – Projeto da seção cilíndrica de alimentação dos hidrociclones	71
Figura 3.2 – Projeto do tubo de <i>overflow</i> dos hidrociclones	72
Figura 3.3 – Projeto da seção cônica dos hidrociclones	72
Figura 3.4 – Projeto do hidrociclone montado	73
Figura 3.5 – Impressora 3D GTMax3D Core AB300	74
Figura 3.6 – Peças de um hidrociclone construídas: (a) tubo de <i>overflow</i> , (b) seção cilíndrica de alimentação e (c) seção cônica	75
Figura 3.7 – Hidrociclone montado	76

Figura 3.8 – Distribuição granulométrica do quartzito	78
Figura 3.9 – Unidade experimental de hidrociclonagem do LASER-UFU	79
Figura 3.10 – Medidor de vazão mássica instalado na unidade experimental: sensor Coriolis (esquerda) e painel de exibição dos dados (direita)	80
Figura 4.1 – Curvas de Pareto obtidas nas otimizações nominal e com confiabilidade do Caso 1	83
Figura 4.2 – Detalhamento das curvas de Pareto da Figura 4.1 na região de maiores valores das respostas	84
Figura 4.3 – Hidrociclones destacados nas curvas de Pareto da Figura 4.1	85
Figura 4.4 – Hidrociclones do caso 1 selecionados para construção e teste experimental ...	88
Figura 4.5 – Curvas de Pareto obtidas nas otimizações nominal e com confiabilidade do Caso 2	90
Figura 4.6 – Detalhamento das curvas de Pareto da Figura 4.5 na região de maiores valores das respostas	90
Figura 4.7 – Detalhamento das curvas de Pareto da Figura 4.5 na região de menores valores das respostas	91
Figura 4.8 – Hidrociclones destacados nas curvas de Pareto da Figura 4.5	91
Figura 4.9 – Hidrociclones do caso 2 selecionados para construção e teste experimental ...	95
Figura 4.10 – Curvas de Pareto obtidas nas otimizações nominal e com confiabilidade do Caso 3	96
Figura 4.11 – Hidrociclones destacados nas curvas de Pareto da Figura 4.10	97
Figura 4.12 – Hidrociclones do caso 3 selecionados para construção e teste experimental	100
Figura 4.13 – Curvas de Pareto obtidas nas otimizações nominal e com confiabilidade do Caso 4	102
Figura 4.14 – Hidrociclones destacados nas curvas de Pareto da Figura 4.13	103
Figura 4.15 – Peça de hidrociclone usada nos experimentos analisada no MEV com ampliações de 100 vezes (a), 500 vezes (b) e 1000 vezes (c)	108
Figura 4.16 – Comparação de η e d_{50} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018) testados experimentalmente	110
Figura 4.17 – Comparação de R_L e C_{vu} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018) testados experimentalmente	111

Figura 4.18 – Comparação de Eu e C_{vo} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018) testados experimentalmente	111
Figura 4.19 – Comparação de η e d_{50} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018) testados experimentalmente	113
Figura 4.20 – Comparação de R_L e C_{vu} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018) testados experimentalmente	114
Figura 4.21 – Comparação de Eu e C_{vo} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018) testados experimentalmente	114
Figura 4.22 – Comparação de η e d_{50} entre os hidrociclones selecionados das otimizações baseadas em confiabilidade testados experimentalmente	117
Figura 4.23 – Comparação de R_L e C_{vu} entre os hidrociclones selecionados das otimizações baseadas em confiabilidade testados experimentalmente	118
Figura 4.24 – Comparação de Eu e C_{vo} entre os hidrociclones selecionados das otimizações baseadas em confiabilidade testados experimentalmente	119
Figura 4.25 – Comparação de η e d_{50} entre os melhores hidrociclones testados das três categorias de otimização	120
Figura 4.26 – Comparação de R_L e C_{vu} entre os melhores hidrociclones testados das três categorias de otimização	121
Figura 4.27 – Comparação de Eu e C_{vo} entre os melhores hidrociclones testados das três categorias de otimização	121
Figura 4.28 – Comparação de η entre os melhores hidrociclones deste trabalho e os otimizados por Silva (2012) e Salvador (2017)	124
Figura 4.29 – Comparação de R_L entre os melhores hidrociclones deste trabalho e os otimizados por Silva (2012) e Salvador (2017)	125
Figura 4.30 – Comparação de Eu entre os melhores hidrociclones deste trabalho e os otimizados por Silva (2012) e Salvador (2017)	125

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Relações geométricas de famílias de hidrociclones e de equipamentos comerciais	12
Tabela 2.2 – Hidrociclones selecionados de Garcia (2018) obtidos por otimização com modelos nominais	49
Tabela 2.3 – Hidrociclones selecionados de Garcia (2018) obtidos por otimização com modelos robustos	49
Tabela 3.1 – Composição química do quartzito	77
Tabela 4.1 – Dimensões dos hidrociclones destacados na Figura 4.3 e suas respostas previstas	86
Tabela 4.2 – Dimensões dos hidrociclones selecionados da Figura 4.4 e suas respostas previstas	89
Tabela 4.3 – Dimensões dos hidrociclones destacados na Figura 4.8 e suas respostas previstas	92
Tabela 4.4 – Dimensões dos hidrociclones selecionados da Figura 4.9 e suas respostas previstas	95
Tabela 4.5 – Dimensões dos hidrociclones destacados na Figura 4.11 e suas respostas previstas	98
Tabela 4.6 – Dimensões dos hidrociclones selecionados da Figura 4.12 e suas respostas previstas	101
Tabela 4.7 – Dimensões dos hidrociclones destacados na Figura 4.14 e suas respostas previstas	104
Tabela 4.8 – Resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018)	109
Tabela 4.9 – Resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018)	112
Tabela 4.10 – Resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações baseadas em confiabilidade	115
Tabela 4.11 – Resultados experimentais dos melhores hidrociclones testados	122
Tabela 4.12 – Comparação entre as respostas experimentais dos melhores hidrociclones deste trabalho e outros equipamentos otimizados obtidos por Silva (2012) e Salvador (2017) ...	124
Tabela A.1 – Dimensões e resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018)	143

Tabela A.2 – Dimensões e resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018)	143
Tabela A.3 – Dimensões e resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações baseadas em confiabilidade	144
Tabela AN.1 – Resultados do Planejamento Composto Central de Salvador (2017)	145

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbf{a}^k$	Direção de busca do ponto mais provável de falha, $[M^0L^0T^0]$
Cr	Probabilidade de cruzamento, $[M^0L^0T^0]$
C_{va}	Concentração volumétrica de sólidos na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
C_{vi}	Concentração volumétrica de sólidos na corrente i , $[M^0L^0T^0]$
C_{vo}	Concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>overflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
C_{vu}	Concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
C_{wa}	Concentração mássica de sólidos na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
C_{wi}	Concentração mássica de sólidos na corrente i , $[M^0L^0T^0]$
C_{wu}	Concentração mássica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
d_{50}	Diâmetro de corte, $[M^0L^1T^0]$
d_{50}'	Diâmetro de corte reduzido, $[M^0L^1T^0]$
d_i	Distância de multidão de um indivíduo, $[M^0L^0T^0]$
d_p	Diâmetro de partícula, $[M^0L^1T^0]$
D_c	Diâmetro da seção cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
D_i	Diâmetro do duto de alimentação do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
D_o	Diâmetro do tubo de <i>overflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
D_u	Diâmetro do orifício de <i>underflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
Eu	Número de Euler, $[M^0L^0T^0]$
f	Função objetivo, $[M^0L^0T^0]$
$\mathbf{f}$	Vetor de objetivos, $[M^0L^0T^0]$
f_{eff}	Média efetiva da função objetivo f , $[M^0L^0T^0]$
f_Z	Função densidade de probabilidade, $[M^0L^0T^0]$
F	Fator de ponderação, $[M^0L^0T^0]$

F_Z	Função de distribuição acumulada, $[M^0L^0T^0]$
g	Função de restrição, $[M^0L^0T^0]$
G	Função de restrição transformada, $[M^0L^0T^0]$
Gr	Eficiência granulométrica, $[M^0L^0T^0]$
Gr'	Eficiência granulométrica reduzida, $[M^0L^0T^0]$
h	Comprimento da seção cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
H	Comprimento da seção cônica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
l	Comprimento do <i>vortex finder</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
L	Comprimento total do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
N	Tamanho da população de candidatos a solução, $[M^0L^0T^0]$
N_{gen}	Contador de geração, $[M^0L^0T^0]$
N_{max}	Número máximo de gerações, $[M^0L^0T^0]$
N_s	Número de amostras geradas na vizinhança do indivíduo, $[M^0L^0T^0]$
p_f	Probabilidade de falha, $[M^0L^0T^0]$
p_s	Probabilidade de sucesso ou confiabilidade, $[M^0L^0T^0]$
Q_a	Vazão volumétrica da corrente de alimentação, $[M^0L^3T^{-1}]$
Q_i	Vazão volumétrica da corrente i , $[M^0L^3T^{-1}]$
Q_u	Vazão volumétrica da corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^3T^{-1}]$
R^2	Coefficiente de determinação, $[M^0L^0T^0]$
R_L	Razão de líquido, $[M^0L^0T^0]$
S	Nitidez de separação, $[M^0L^0T^0]$
u_c	Velocidade da suspensão na seção cilíndrica, $[M^0L^1T^{-1}]$
u^*	Ponto mais provável de falha, $[M^0L^0T^0]$
U	Variável aleatória da distribuição normal padrão, $[M^0L^0T^0]$
U	Vetor de variáveis aleatórias da distribuição normal padrão, $[M^0L^0T^0]$

v_r	Velocidade radial, $[M^0L^1T^{-1}]$
v_z	Velocidade axial, $[M^0L^1T^{-1}]$
v_θ	Velocidade tangencial, $[M^0L^1T^{-1}]$
W_a	Vazão mássica da corrente de alimentação, $[M^1L^0T^{-1}]$
W_i	Vazão mássica da corrente i , $[M^1L^0T^{-1}]$
W_u	Vazão mássica da corrente de <i>underflow</i> , $[M^1L^0T^{-1}]$
x	Variável de projeto, $[M^0L^0T^0]$
$\mathbf{x}$	Vetor de variáveis de projeto, $[M^0L^0T^0]$
X_1	Variável codificada do diâmetro do duto de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
X_2	Variável codificada do diâmetro do tubo de <i>overflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
X_3	Variável codificada do comprimento total, $[M^0L^0T^0]$
X_4	Variável codificada do ângulo da seção cônica, $[M^0L^0T^0]$
X_a	Frequência acumulativa da granulometria da corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
X_u	Frequência acumulativa da granulometria da corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
Y	Resposta do hidrociclone nos modelos ajustados, $[M^0L^0T^0]$
Z	Variável aleatória, $[M^0L^0T^0]$
$\mathbf{Z}$	Vetor de variáveis aleatórias, $[M^0L^0T^0]$

Símbolos Gregos

β	Índice de confiabilidade, $[M^0L^0T^0]$
δ	Parâmetro de robustez, $[M^0L^0T^0]$
$\boldsymbol{\delta}$	Vetor de parâmetros de robustez, $[M^0L^0T^0]$
$-\Delta P$	Queda de pressão no hidrociclone, $[M^1L^{-1}T^{-2}]$
η	Eficiência total, $[M^0L^0T^0]$

η'	Eficiência total reduzida, $[M^0L^0T^0]$
θ	Ângulo da seção cônica do hidrociclone $[^\circ]$
μ	Média da variável aleatória, $[M^0L^0T^0]$
ρ	Densidade do fluido, $[M^1L^{-3}T^0]$
ρ_i	Densidade da corrente i , $[M^1L^{-3}T^0]$
ρ_s	Densidade do sólido, $[M^1L^{-3}T^0]$
σ	Desvio padrão da variável aleatória, $[M^0L^0T^0]$
ϕ_U	Função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão, $[M^0L^0T^0]$
Φ_U	Função de distribuição acumulada normal padrão, $[M^0L^0T^0]$
ω	Vetor de parâmetros dos modelos ajustados, $[M^0L^0T^0]$

RESUMO

Os hidrociclones são equipamentos industriais utilizados para promover separações entre uma fase discreta, sólida ou líquida, e uma fase contínua líquida. O desempenho desses equipamentos pode ser avaliado segundo três critérios, sendo eles poder de separação, capacidade de concentração e consumo energético, e essas características são altamente dependentes da geometria e das dimensões do equipamento. Ademais, a melhoria simultânea da performance do hidrociclone nesses três quesitos constitui um problema de otimização multi-objetivo, uma vez que tais características são conflitantes entre si. Adicionalmente, nas abordagens clássicas dos problemas de otimização, não são consideradas perturbações e incertezas, às quais o sistema está sujeito, o que pode acarretar na obtenção de resultados que, quando aplicados na prática, não correspondam às expectativas, tornando sua implementação inviável. Diante disso, o presente trabalho teve como objetivo projetar hidrociclones usando otimização baseada em confiabilidade no contexto multi-objetivo. Dessa forma, as otimizações foram realizadas considerando diferentes níveis de confiabilidade em quatro estudos de caso avaliando o poder de separação, a capacidade de concentração e o consumo energético. A partir dos resultados obtidos alguns hidrociclones foram selecionados para serem construídos, bem como alguns dos reportados por Garcia (2018), obtidos usando otimização robusta. Os separadores foram então construídos através da técnica de manufatura aditiva e foram testados experimentalmente. Os resultados obtidos mostraram que o aumento do nível de confiabilidade considerado provoca, como esperado, mudanças nas curvas de Pareto, podendo ser na forma de um encurtamento ou de um afastamento da curva em relação ao resultado do problema nominal, a depender das restrições que estão sendo ativadas. Além disso, verificou-se que os hidrociclones obtidos com confiabilidade possuem, na prática, uma maior tendência de respeitar as restrições definidas no problema de otimização. Por fim, foram obtidos hidrociclones com bons desempenhos experimentais em todos os quesitos considerados: poder de separação e clarificação, capacidade de concentração e consumo energético.

Palavras-chave: hidrociclone, otimização, confiabilidade, robustez, manufatura aditiva.

ABSTRACT

Hydrocyclones are industrial equipment used to separate a discrete phase, solid or liquid, from a continuous liquid phase. The performance of these equipment can be assessed considering three criteria, which are separation, concentration capacity and energy consumption, and these aspects are highly dependent on the equipment geometry and dimensions. Moreover, the simultaneous improvement of hydrocyclone performance in these three features constitutes a multi-objective optimization problem since these characteristics are conflicting with each other. Furthermore, in the classical approach of optimization problems, disturbances and uncertainties, which the system is subjected, are not considered. This fact can lead to results that, when applied in practice, do not correspond to the expectations, making their application unfeasible. Therefore, the present work aimed to design hydrocyclones using reliability-based optimization in the multi-objective context. Thus, optimizations were accomplished considering different reliability levels for four study cases, evaluating the separation potential, the concentration capacity and the energy consumption. Hence, some of the obtained hydrocyclones were chosen to be constructed, along with some equipment reported by Garcia (2018), obtained using robust optimization. In this way, the hydrocyclones were fabricated using the additive manufacturing method and they were experimentally tested. The results showed that a raise in reliability level leads, as expected, to changes in the Pareto curves, which can be in the form of a shortening or a displacement from the original curve, depending on which constraints are being activated. Furthermore, it was found that hydrocyclones obtained with reliability tend, in practice, to respect more the constraints defined in the optimization problem. Finally, it was obtained hydrocyclones with good experimental performance in all considered aspects: separation and clarification potential, concentration capacity and energy consumption.

Keywords: hydrocyclone, optimization, reliability, robustness, additive manufacturing.

Capítulo 1

Introdução

Os hidrociclones são equipamentos largamente utilizados na indústria com o intuito de promover separações entre uma fase discreta, seja sólida, líquida ou gasosa, e uma fase contínua líquida, usando o princípio da sedimentação centrífuga. Esses equipamentos são altamente versáteis e, por isso, são utilizados em diversos setores da indústria, como o mineral, químico, petroquímico, alimentício, biotecnológico, entre outros. As possibilidades de aplicação dos hidrociclones também são múltiplas, de maneira que eles podem ser utilizados para classificar partículas, concentrar suspensões, clarificar e recuperar fluidos, lavar sólidos e separar líquidos imiscíveis (SVAROVSKY, 2000).

Dessa forma, o desempenho dos hidrociclones está intimamente relacionado à sua geometria e suas dimensões, podendo ser avaliado segundo três aspectos: o poder de separação, a capacidade de concentração e o consumo energético. Naturalmente, é desejável que o poder de separação e a capacidade de concentração sejam máximos e o consumo energético mínimo. Contudo, o atendimento simultâneo a esses critérios apresenta um caráter conflitante, ou seja, em geral, à medida que se melhora uma dessas características, piora-se ao menos uma das outras. Por essa razão, a busca por melhorias na performance dos hidrociclones constitui um problema de otimização multi-objetivo.

Tradicionalmente, as abordagens empregadas para a resolução dos problemas de otimização não consideram que as variáveis, os parâmetros ou os modelos apresentem perturbações e incertezas, as quais são inerentes às etapas de modelagem, simulação, projeto e controle de sistemas de engenharia. Tais perturbações e incertezas decorrem da natureza dinâmica da realidade, de imprecisões nas medidas e de variações e oscilações nas grandezas que influenciam o sistema. Especificamente nos hidrociclones, pode-se citar como fontes de incertezas as imprecisões nas medidas no processo de fabricação, o desgaste em função do tempo de operação, erros operacionais durante a execução experimental, entre outros. Consequentemente, a negligência a esses fatores pode levar a resultados otimizados que quando aplicados na prática diferem do comportamento esperado. Sendo assim, é importante realizar a otimização do sistema associada a um método de análise de incertezas.

Uma forma de se fazer isso é através da incorporação de uma medida de robustez ao problema de otimização. Nesse tipo de abordagem, há uma tendência em produzir resultados que sejam menos sensíveis às perturbações nas variáveis de projeto consideradas, mantendo o nível de desempenho mesmo diante dessas oscilações (LEIDEMER, 2009). Assim, um tratamento robusto do problema de otimização de hidrociclones foi realizado por Garcia (2018), tendo sido escolhidas 24 geometrias de hidrociclones otimizados através dessa abordagem.

Um outro tipo de análise de incertezas para o problema de otimização é aquela baseada em confiabilidade, na qual busca-se ter uma maior garantia de que as restrições definidas no problema serão respeitadas. Consequentemente, os resultados obtidos nessa abordagem têm uma maior tendência em se manter dentro da faixa desejada na prática (DU; CHEN, 2004).

Após a etapa de projeto dos hidrociclones, é necessário construí-los para que possam ser testados, e, para isso, deve-se definir a forma de fabricação. Uma técnica de grande interesse e que apresenta uma larga expansão em seu uso nos últimos anos é a manufatura aditiva, também conhecida como impressão 3D. Nesse método de fabricação, os objetos são formados através da deposição ou solidificação de um material em camadas sobrepostas, sendo o formato desenhado de cada camada controlado por computador, até que o artefato esteja inteiramente construído (ATTARAN, 2017; BOGUE, 2013).

A manufatura aditiva apresenta diversas vantagens em relação às técnicas convencionais de fabricação. A primeira delas é a eficiência no consumo de matéria prima, evitando, assim, o desperdício de material e contribuindo para a redução do custo de fabricação. Outra vantagem é o alto potencial de customização das peças construídas, o que permite a construção de artefatos com geometrias não convencionais e adaptados para aplicações em casos específicos. Além disso, a manufatura aditiva permite a rápida construção de protótipos, possibilitando, assim, a exploração e testagem de aparatos inovadores e de novos *designs* para peças e equipamentos já existentes. Por fim, a manufatura aditiva tem ainda como vantagem a alta precisão e exatidão das dimensões dos objetos construídos (ATTARAN, 2017).

Diante do que foi exposto, fica clara a relevância tanto da aplicação da otimização multi-objetivo associada a técnicas de análise de incertezas quanto da manufatura aditiva para projetar, construir e testar hidrociclones. Nesse cenário, a seguir são apresentados os objetivos do presente trabalho.

1.1 - Objetivos

O objetivo geral deste trabalho foi aplicar a otimização multi-objetivo com análise de incertezas para projetar hidrociclones de desempenho aprimorado, fabricá-los usando manufatura aditiva e testá-los experimentalmente.

Por sua vez, os objetivos específicos foram:

- Obter hidrociclones com alto poder de separação, alta capacidade de concentração e baixo consumo energético através de otimização multi-objetivo baseada em confiabilidade das dimensões do equipamento;
- Analisar o efeito da confiabilidade sobre os resultados da otimização;
- Construir, usando manufatura aditiva, os hidrociclones obtidos neste trabalho por otimização baseada em confiabilidade, bem como aqueles escolhidos por Garcia (2018) obtidos usando otimização robusta;
- Realizar testes experimentais para verificar o desempenho dos hidrociclones construídos.

Sendo assim, este trabalho está estruturado como segue. No Capítulo 2, é apresentada a revisão bibliográfica acerca dos temas relacionados a esta tese. No Capítulo 3, é mostrada a metodologia utilizada. No capítulo 4, são exibidos os resultados e a discussão a respeito deles. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 – Hidrociclones

O primeiro hidrociclone foi inventado nos Estados Unidos, em 1891. Contudo, estes equipamentos só passaram a ser usados com sucesso na indústria na transição entre as décadas de 1930 e 1940, sendo suas aplicações neste período limitadas às indústrias de papel e celulose e de mineração de carvão (BRADLEY, 1965).

Com o passar dos anos, a utilização dos hidrociclones se diversificou e, atualmente, estes equipamentos são aplicados em vários segmentos da indústria, dentre eles os setores mineral (DONSKOI et al., 2008; SADIGH; MEHRABANI, 2018), químico (HUANG et al., 2017; XU et al., 2016), petroquímico (MOGNON et al., 2015), alimentício (ALTIERI et al., 2015; CROWLEY et al., 2018; EMAMI et al., 2007) e de biotecnologia (HABIBIAN et al., 2008; PINTO et al., 2013; SYED et al., 2017).

A seguir a estrutura e o funcionamento dos hidrociclones são descritos para uma melhor compreensão de como ocorre a separação centrífuga entre as fases discreta e contínua no equipamento.

2.1.1 – Estrutura e Funcionamento dos Hidrociclones

A estrutura dos hidrociclones consiste basicamente em uma seção cilíndrica acoplada a um tronco de cone. Na parte cilíndrica do equipamento está localizado o duto de alimentação, que é posicionado de forma que a corrente que chega ao equipamento seja alimentada tangencialmente no separador. Ainda nesta seção, encontra-se o tubo de *overflow*, posicionado no topo do cilindro. Este tubo prolonga-se para o interior do equipamento, sendo que tal prolongamento é chamado de *vortex finder*. Por sua vez, a seção cônica do equipamento apresenta um orifício na sua parte inferior, denominado orifício de *underflow* (BRADLEY, 1965).

A Figura 2.1, mostra a estrutura do hidrociclone, assim como o movimento da suspensão em seu interior.

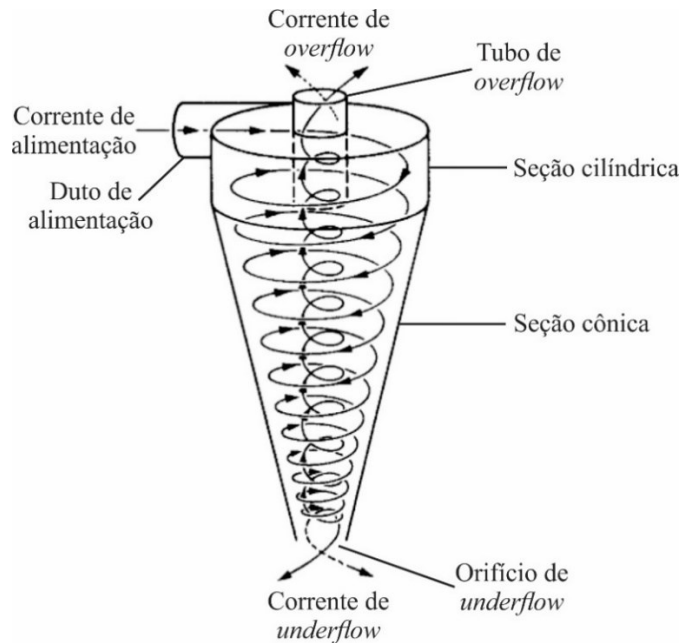


Figura 2.1 – Representação esquemática da estrutura e do escoamento em um hidrociclone (adaptado de Bradley (1965)).

Conforme representado na Figura 2.1, a separação sólido-líquido em um hidrociclone inicia-se com a suspensão, dotada de energia de pressão, sendo alimentada tangencialmente, a uma alta velocidade, na parte cilíndrica do equipamento, iniciando um movimento helicoidal descendente. A componente rotacional deste movimento gera um campo centrífugo, que é proporcional à componente angular da velocidade (SVAROVSKY, 1984). Dessa forma, à medida que o fluido adentra a região cônica, a velocidade da suspensão aumenta com a redução da seção disponível para o escoamento, potencializando cada vez mais o campo centrífugo (SILVA, 2012; VIEIRA, 2006).

A ação centrífuga faz com que as partículas maiores e mais densas se movimentem em direção às paredes do separador, formando um fluxo denso de partículas nesta região, que deixa o equipamento pelo orifício de *underflow*. Por sua vez, as partículas menores e menos densas são arrastadas pela maior parte do fluido, que, não sendo capaz de sair pelo orifício de *underflow*, inicia um movimento helicoidal ascendente, na região próxima ao eixo central do equipamento, em direção à outra saída do hidrociclone, o *overflow* (BRADLEY, 1965; SVAROVSKY, 2000).

Dessa forma, o escoamento em um hidrociclone é composto por dois vórtices com sentidos opostos de movimento axial, um externo descendente, também chamado de vórtice forçado, e outro interno ascendente, conhecido também como vórtice natural. Além disso, em razão da dinâmica do escoamento no interior do hidrociclone, as duas correntes de saída

produzidas apresentam características distintas, sendo a corrente de *underflow* mais concentrada em sólidos e a corrente de *overflow* mais diluída.

Assim, apesar da simplicidade estrutural do equipamento, o escoamento em um hidrociclone é altamente complexo, de forma que o movimento da suspensão no interior do separador é tridimensional e altamente turbulento (SRIPRIYA et al., 2007). Dessa maneira, a velocidade de escoamento pode ser dividida em três componentes no sistema de coordenadas cilíndricas: a velocidade tangencial (v_θ), a velocidade radial (v_r) e a velocidade axial (v_z) (BERGSTRÖM, 2006). A Figura 2.2 representa cada uma destas componentes da velocidade.

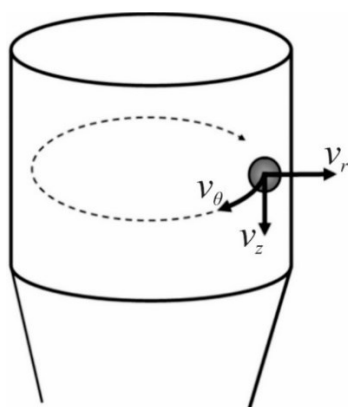


Figura 2.2 – Componentes da velocidade de escoamento em um hidrociclone (adaptado de Bergström (2006)).

A componente tangencial da velocidade é a mais significativa do escoamento em hidrociclones (BRADLEY, 1965). Esta componente é a responsável pela geração do campo centrífugo, fundamental para o processo de separação, além de impedir o acúmulo de sólidos nas paredes do equipamento, devido à sua ação cisalhante. A componente axial do movimento, por sua vez, é a responsável por direcionar as partículas coletadas para o orifício de *underflow* e o restante do líquido, juntamente com as partículas não coletadas, para o tubo de *overflow*. Por fim, a componente radial da velocidade, normalmente, é a menor entre as três (SVAROVSKY, 2000), contudo ela é a responsável pelo movimento das partículas em direção às paredes do separador para serem coletadas ou em direção ao vórtice interno, onde elas são arrastadas pelo líquido para a corrente de *overflow*.

Sob a ótica das partículas, o escoamento em um hidrociclone envolve a atuação de duas forças com orientações radiais opostas: a força centrífuga direcionada para o exterior e a força de arraste orientada para o interior do equipamento. A primeira é decorrente do movimento angular realizado pela partícula, já a segunda é inerente a qualquer escoamento

envolvendo mais de uma fase. A Figura 2.3 representa a atuação destas duas forças em uma partícula no hidrociclone.

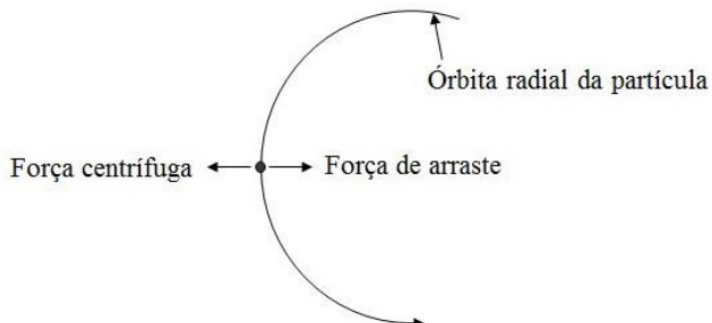


Figura 2.3 – Balanço de forças da partícula na direção radial em um hidrociclone (adaptado de Wills e Napier-Munn (2006)).

A atuação da força centrífuga acelera a sedimentação das partículas na direção das paredes, segundo o seu tamanho, forma e densidade. Assim, partículas maiores e mais densas sedimentam-se rapidamente, chegando às paredes do hidrociclone e sendo coletadas no orifício de *underflow*. Já partículas menores e menos densas, possuem uma sedimentação mais lenta, não conseguindo chegar às paredes do hidrociclone e sendo, então, movidas na direção do vórtice interno pela força de arraste, saindo pelo duto de *overflow* (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006).

Ademais, o escoamento em hidrociclones envolve ainda algumas particularidades relevantes, que são os fenômenos do curto-circuito e da formação de uma coluna de gás na região do eixo central do equipamento, chamada de *gas core*.

O fenômeno do curto-circuito ocorre no topo da seção cilíndrica, na região que compreende a alimentação e as proximidades da parede externa do *vortex finder*. Este efeito origina-se da turbulência provocada pela obstrução do movimento rotacional da corrente que já circula no equipamento pela corrente de alimentação, que acaba de entrar no separador. Dessa forma, um fluxo caótico é gerado nesta região, fazendo com que parte do fluido migre direto para o interior do *vortex finder*, arrastando partículas que não passaram pelo processo de separação centrífuga. Consequentemente, o poder de separação do hidrociclone é prejudicado pela ocorrência do fluxo de curto-circuito. Por essa razão, o *vortex finder* prolonga-se para o interior da parte cilíndrica do equipamento, a fim de tentar minimizar a ocorrência deste fenômeno (BERGSTRÖM; VOMHOFF, 2007).

A Figura 2.4 ilustra o fenômeno do curto-circuito em hidrociclones.

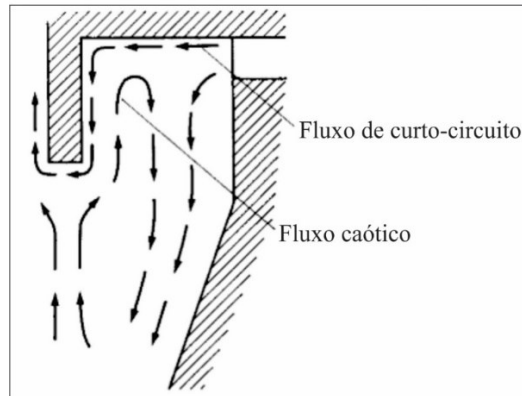


Figura 2.4 – Representação esquemática do fenômeno de curto-circuito (adaptado de Bradley (1965)).

Por sua vez, o fenômeno do *gas core* ocorre quando ao menos uma das descargas do hidrociclone está em contato direto com a atmosfera ou com algum outro gás existente no ponto de descarga. As altas velocidades rotacionais do escoamento criam uma região de baixa pressão no eixo central do equipamento, fazendo com que o ar atmosférico ou o outro gás presente no ponto de descarga seja aspirado para dentro do separador, formando uma coluna gasosa nesta região (SVAROVSKY, 2000). A Figura 2.5 mostra a representação esquemática do *gas core* formado em um hidrociclone.

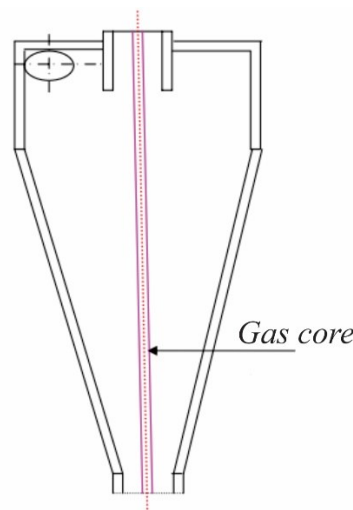


Figura 2.5 – Representação esquemática do *gas core* em um hidrociclone (adaptado de Sripriya et al. (2007)).

Estudos prévios mostram que a formação do *gas core* provoca mudanças nas características do escoamento no hidrociclone, afetando o poder de separação e de concentração do equipamento (KUANG et al., 2012; SRIPRIYA et al., 2011; ZOU; WANG; JI, 2016). Assim, Sripriya et al. (2007) estudaram o efeito da eliminação do *gas core* sobre a performance do hidrociclone, através da inserção de uma haste sólida no meio da seção cônica. Foi observado

que a eliminação do *gas core* favoreceu a eficiência de separação do equipamento estudado. Dando continuidade a esse trabalho, Sripriya et al. (2011) concluíram que o efeito do *gas core* sobre a eficiência de separação é mais acentuado para partículas com densidades próximas à da fase líquida, de forma que, para partículas com densidades muito diferentes do fluido, o efeito do *gas core* não é tão significativo.

2.1.2 – Dimensões dos Hidrociclones e seus Impactos sobre o Processo

Um outro fator que impacta no desempenho do hidrociclone é a sua geometria, juntamente com as suas dimensões. A Figura 2.6 mostra a representação esquemática da geometria de um hidrociclone convencional, evidenciando as dimensões mais relevantes deste equipamento. Os símbolos D_c , D_u , D_i e D_o representam, respectivamente, os diâmetros da seção cilíndrica, do orifício de *underflow*, do duto de alimentação e do tubo de *overflow*. As letras h , H , L e l correspondem aos comprimentos da parte cilíndrica, do tronco de cone, total e do *vortex finder*, respectivamente. Por fim, o símbolo θ representa o ângulo da seção cônica.

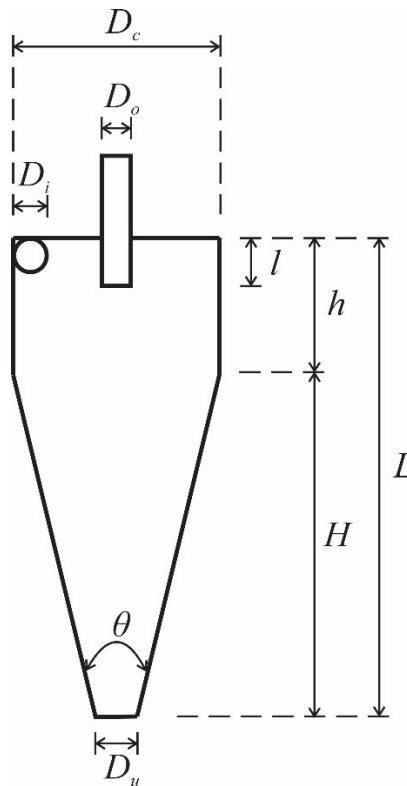


Figura 2.6 - Representação esquemática de um hidrociclone e suas dimensões.

As dimensões mostradas na Figura 2.6 influenciam significativamente o desempenho do equipamento. As mudanças dimensionais que produzem um aumento na resistência ao

escoamento tendem a aumentar o poder de separação do hidrociclone ao custo da diminuição da capacidade de processamento (SVAROVSKY, 2000).

Dessa forma, para uma mesma vazão de alimentação, baixos valores da dimensão D_c resultam em uma pequena área de seção transversal disponível para o escoamento, o que leva a velocidades tangenciais maiores, aumentando a aceleração centrífuga sobre as partículas e, assim, levando a um maior poder de separação do hidrociclone. Além disso, menores valores de D_c implicam em menores distâncias a serem percorridas pelas partículas até chegarem às paredes do hidrociclone para serem coletadas, portanto esse é mais um fator que justifica o aumento do poder de separação do equipamento com a diminuição de D_c . Por outro lado, pequenos D_c elevam o consumo energético, considerando uma mesma vazão processada, e reduzem a capacidade de processamento do separador, nos casos em que a queda de pressão é mantida constante (BRADLEY, 1965; LEE, 2014; NEESSE et al., 2015; YANG et al., 2015).

Por sua vez, a dimensão D_i também apresenta uma forte influência sobre o poder de separação e consumo energético do hidrociclone. Considerando-se uma mesma vazão de processamento, valores de D_i relativamente baixos aumentam a restrição ao escoamento e levam a altas velocidades de alimentação, que aumentam a queda de pressão no equipamento, resultando em um maior consumo energético (VIEIRA et al., 2011; VIEIRA; SILVA; BARROZO, 2016). Em contrapartida, as altas velocidades de alimentação geradas por pequenos valores de D_i potencializam a ação centrífuga, levando a um maior poder de separação. Contudo, em casos extremos em que D_i é excessivamente pequeno, a ação centrífuga se torna tão forte que podem ocorrer quebras das partículas no interior do hidrociclone, dificultando a sua coleta e prejudicando a capacidade de separação do equipamento (STATIE; SALCUDEAN; GARTSHORE, 2001; VIEIRA; SILVA; BARROZO, 2016).

O diâmetro do tubo de *overflow* (D_o) apresenta uma relação inversa com o poder de separação e consumo energético e uma relação direta com o poder de concentração e capacidade de processamento do hidrociclone. Em outras palavras, a redução de D_o aumenta a resistência ao escoamento, provocando um aumento no consumo energético e reduzindo a capacidade de processamento, ao mesmo tempo em que aumenta o poder de separação e reduz o poder de concentração do hidrociclone (BRADLEY, 1965; SVAROVSKY, 2000; VEGA-GARCIA; BRITO-PARADA; CILLIERS, 2018).

Outra dimensão que possui um impacto considerável sobre o desempenho dos hidrociclones é D_u . O aumento desta dimensão melhora o poder de separação e diminui o poder de concentração do hidrociclone, além de reduzir o consumo energético da operação

(GHODRAT et al., 2013; GONÇALVES; BARROZO; VIEIRA, 2017; NI; TIAN; ZHAO, 2016a).

O comprimento da seção cilíndrica (h) também apresenta uma certa influência sobre o poder de separação, capacidade de processamento e consumo energético do hidrociclone. À medida que h aumenta, o espaço interno do hidrociclone se torna maior, o que, consequentemente, aumenta a capacidade de processamento para uma mesma queda de pressão no equipamento ou reduz o consumo energético para uma vazão de processamento constante. Além disso, o maior espaço interno do hidrociclone aumenta o tempo de residência da suspensão no separador, favorecendo o poder de separação do equipamento (MOKNI et al., 2015; SILVA; VIEIRA; BARROZO, 2015).

Por sua vez, o comprimento do *vortex finder* (l) impacta o consumo energético e o poder de separação do hidrociclone. O aumento de l eleva a fricção entre fluido e paredes no interior do equipamento, aumentando a energia requerida no bombeamento. Já o efeito desta dimensão sobre o poder de separação depende do tamanho das partículas a serem coletadas. De modo geral, um aumento em l favorece o poder de separação, uma vez que um *vortex finder* mais longo diminui a ocorrência de curtos-circuitos das partículas (SILVA et al., 2015; WANG; YU, 2008). Entretanto, já foi constatado que para partículas menores, grandes valores de l reduzem a capacidade de coleta dos sólidos, uma vez que o aumento no comprimento do *vortex finder* encurta a extensão do vórtice interno, diminuindo a possibilidade de coleta das partículas finas presentes nesta região (WANG; YU, 2008).

Por fim, o ângulo do tronco de cone (θ) é uma das principais dimensões em termos de influência no desempenho dos hidrociclones (NI et al., 2019). Pequenos valores de θ , normalmente, resultam em um maior poder de separação e um menor consumo energético do hidrociclone. Este comportamento ocorre, pois, um menor valor de θ está associado a um maior comprimento da seção cônica (H), que significa um maior espaço interno no hidrociclone, o que reduz a queda de pressão no equipamento e, por consequência, diminui o consumo energético. Além disso, o maior espaço interno do hidrociclone aumenta o tempo de residência das partículas no separador, aumentando, assim, o poder de separação do equipamento (GHODRAT et al., 2014; SAIDI; MADDAGHAN; FARHANIEH, 2013).

Diante do que foi exposto, fica claro a importância da geometria no desempenho dos hidrociclones. Por essa razão, tais equipamentos são agrupados em famílias, que se diferenciam por suas características geométricas.

2.1.3 – Hidrociclones Comerciais e Famílias de Hidrociclones

Uma família de hidrociclones é constituída por um conjunto de separadores que mantêm entre si proporções constantes e exclusivas das dimensões de suas diferentes partes em relação ao diâmetro da seção cilíndrica (SVAROVSKY, 1984). Mais especificamente, as relações D_i/D_c , D_o/D_c , l/D_c , L/D_c e o ângulo θ do tronco de cone determinam uma família.

Como exemplos de famílias de hidrociclones, pode-se citar as de Bradley e Rietema. Ademais, existem também outros modelos de hidrociclones usados comercialmente, mas que não constituem uma família, uma vez que suas proporções dimensionais não são mantidas entre separadores de escalas de tamanho diferentes, como é o caso dos hidrociclones Demco, Hi-Klone, Mozley, Rietema, RW2515 e Warman. As proporções geométricas que definem as famílias Bradley e Rietema bem como aquelas de alguns dos hidrociclones comerciais mencionados são mostradas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Relações geométricas de famílias de hidrociclones e de equipamentos comerciais (Adaptado de Svarovsky (1984)).

<i>Hidrociclones</i>	D_i/D_c	D_o/D_c	l/D_c	L/D_c	θ
Bradley	0,133	0,200	0,330	6,85	9°
Demco I	0,217	0,500	1,000	4,70	25°
Demco II	0,244	0,313	0,833	3,90	20°
Hi-Klone I	0,175	0,250	0,920	5,60	10°
Hi-Klone II	0,150	0,200	0,800	5,40	10°
Mosley I	0,154	0,214	0,570	7,43	6°
Mosley II	0,160	0,250	0,570	7,71	6°
Mosley III	0,197	0,320	0,570	7,71	6°
Rietema	0,280	0,340	0,400	5,00	20°
RW 2515	0,200	0,320	0,800	6,24	15°
Warman	0,290	0,200	0,310	4,00	15°

Conforme discutido anteriormente, as dimensões do hidrociclone influenciam diretamente no seu desempenho. Dessa forma, cada família apresenta separadores com características de desempenho próprias. Por isso, a família Rietema é conhecida por seus equipamentos de alta capacidade de processamento e baixo consumo energético (GONÇALVES, 2016). Tais características se devem aos seus grandes diâmetros do duto de

alimentação e do tubo de *overflow* e ao seu reduzido comprimento da parte cônica associado a um grande ângulo θ , que resultam em equipamentos com longas seções cilíndricas. Por outro lado, a família Bradley apresenta equipamentos de alto poder de separação, porém com um consumo energético elevado (GONÇALVES, 2016). Tal comportamento é justificado pelos pequenos diâmetros do duto de alimentação e tubo de *overflow* e pelo pequeno ângulo θ .

2.1.4 – Condições Operacionais

Além das dimensões geométricas, o desempenho dos hidrociclones também é impactado pelas condições operacionais da hidrociclonagem, tais como a queda de pressão, a concentração da corrente de alimentação e o tamanho e densidade das partículas alimentadas no separador.

A queda de pressão é proporcional ao poder de separação e ao consumo energético da operação (BRADLEY, 1965). Todavia, o ganho em eficiência de separação por meio do aumento da queda de pressão é efetivo até um certo limite. Para hidrociclones com grandes D_c , o aumento da queda de pressão além de 5 ou 6 bar não resulta em uma melhoria significativa do poder de separação, sendo estes equipamentos operados, tipicamente, com pressões entre 1 e 2 bar (SVAROVSKY, 2000). Contudo, ressalta-se que quanto menor for o D_c do hidrociclone maior é o efeito da queda de pressão sobre o desempenho de separação (TIAN et al., 2018).

Por sua vez, o aumento da concentração de sólidos na alimentação resulta na diminuição da velocidade terminal das partículas, reduzindo, conseqüentemente, o poder de separação do hidrociclone. Em contrapartida, alimentações mais concentradas aumentam a capacidade de processamento do separador, para concentrações volumétricas de até aproximadamente 5% (MATTA; MEDRONHO, 2000; ASCENDINO, 2019; GONÇALVES; BARROZO; VIEIRA, 2017). Assim, quando se deseja uma alta recuperação de sólidos, os hidrociclones são operados, preferencialmente, com corrente de alimentação diluída (SVAROVSKY, 2000).

Por fim, as características das partículas, tamanho e densidade, também influenciam no desempenho da hidrociclonagem. Quanto maior o tamanho das partículas mais facilmente elas serão coletadas, favorecendo o poder de separação da operação (NAGESWARARAO; KARRI, 2016). Por sua vez, o aumento da densidade das partículas em relação à da fase líquida, também favorece o poder de separação do hidrociclone (NI et al., 2016; NI; TIAN; ZHAO, 2016b).

2.1.5 – Parâmetros e Respostas Associados à Separação em Hidrociclones

O processo de separação sólido-líquido em hidrociclones pode ser caracterizado através de parâmetros, que estão relacionados com as características das correntes, e por meio de respostas, as quais estão associadas ao desempenho da operação. Assim, para uma melhor compreensão do processo e quantificação da sua *performance*, tais parâmetros e respostas são definidos a seguir, sendo eles: concentração volumétrica de sólidos (C_{vi}), densidade (ρ_i) e vazão volumétrica (Q_i) de cada corrente, número de Euler (Eu), razão de líquido (R_L), eficiência total (η) e eficiência total reduzida (η'), eficiência granulométrica (Gr) e eficiência granulométrica reduzida (Gr'), diâmetro de corte (d_{50}) e diâmetro de corte reduzido (d_{50}') e nitidez de separação (S).

2.1.5.1 – Concentração Volumétrica e Densidade das Correntes

Para determinar-se a concentração volumétrica (C_{vi}) e a densidade (ρ_i) de uma corrente i (alimentação, *overflow* ou *underflow*), é necessário que a concentração mássica de sólidos da corrente (C_{wi}) seja aferida experimentalmente, usando técnicas de gravimetria. Além disso, as densidades do fluido (ρ) e do sólido (ρ_s) devem ser conhecidas. Assim, com esses dados é possível calcular-se C_{vi} e ρ_i , através das Equações 2.1 e 2.2, respectivamente.

$$C_{vi} = \frac{1}{\left[\frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{1}{C_{wi}} - 1 \right) + 1 \right]} \quad (2.1)$$

$$\rho_i = \frac{\rho}{1 - C_{wi} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)} \quad (2.2)$$

A concentração volumétrica de sólidos na corrente de *underflow* (C_{vu}) é uma variável importante na hidrociclonagem, sobretudo na operação de hidrociclones concentradores, uma vez que este parâmetro está relacionado com o poder de concentração do hidrociclone. Já em operações cujo objetivo é a clarificação do líquido, a concentração da corrente de *overflow* (C_{vo}) é um indicador importante da capacidade de clarificação da operação.

2.1.5.2 – Vazão Volumétrica das Correntes

A determinação da vazão volumétrica de uma corrente i (Q_i) pode ser realizada usando a densidade (ρ_i) e a vazão mássica (W_i) da corrente, conforme mostrado na Equação 2.3. A densidade da corrente pode ser determinada conforme explicado na seção 2.1.5.1, enquanto a vazão mássica deve ser medida experimentalmente, usando, por exemplo, gravimetria.

$$Q_i = \frac{W_i}{\rho_i} \quad (2.3)$$

A vazão volumétrica da corrente de alimentação (Q_a), a uma dada queda de pressão, determina a capacidade de processamento do hidrociclone e é um parâmetro necessário para o cálculo do número de Euler.

2.1.5.3 – Número de Euler

O número de Euler (Eu) é uma importante resposta na operação de hidrociclones, uma vez que está diretamente relacionado com o consumo energético do processo. Este adimensional corresponde à razão entre a queda de pressão no equipamento e a energia cinética do fluido por unidade de volume. Portanto, um número de Euler baixo significa que é necessária uma pequena queda de pressão para operar-se com uma determinada vazão, ou, alternativamente, para uma dada queda de pressão, uma maior vazão de alimentação é alcançada (SILVA et al., 2012; VIEIRA et al., 2011).

Na Equação 2.4, é mostrado que para calcular o número de Euler é necessário que se conheça a queda de pressão no equipamento ($-\Delta P$), a densidade do fluido (ρ) e a velocidade da suspensão na seção cilíndrica (u_c). Esta última, por sua vez, pode ser determinada conhecendo-se a vazão da corrente de alimentação (Q_a) e o diâmetro da parte cilíndrica (D_c), conforme mostrado na Equação 2.5.

$$Eu = \frac{-\Delta P}{\frac{\rho u_c^2}{2}} \quad (2.4)$$

$$u_c = \frac{4Q_a}{\pi D_c^2} \quad (2.5)$$

2.1.5.4 – Razão de Líquido

Outro parâmetro importante na operação com hidrociclones é a razão de líquido (R_L), que consiste na razão entre as vazões volumétricas de líquido do *underflow* e da alimentação. Em outras palavras, a razão de líquido corresponde à fração de fluido alimentado no hidrociclone que sai pela corrente de *underflow*. Para realizar o cálculo da razão de líquido é necessário conhecer-se a concentração volumétrica e a vazão volumétrica das correntes de *underflow* (C_{vu} e Q_u) e de alimentação (C_{va} e Q_a), conforme mostrado na Equação 2.6.

$$R_L = \frac{Q_u(1 - C_{vu})}{Q_a(1 - C_{va})} \quad (2.6)$$

O processo de separação em hidrociclones ocorre principalmente devido à ação do campo centrífugo, contudo uma parcela da separação se deve ao fato de que o hidrociclone é, também, um divisor de correntes. Assim, parte dos sólidos coletados que saem pelo orifício de *underflow* se deve ao arraste pelo líquido descarregado nessa corrente, sendo este fenômeno denominado de efeito T. Neste sentido, a razão de líquido é um parâmetro que quantifica a magnitude do efeito T no processo de separação (MASSARANI, 2001; SVAROVSKY, 2000).

Ademais, a razão de líquido também está associada ao poder de concentração do hidrociclone. Razões de líquido altas implicam em uma maior quantidade de líquido descarregado no *underflow*, deixando esta corrente mais diluída. Assim, quando o objetivo da operação é a concentração dos sólidos, a razão de líquido deve ser minimizada.

2.1.5.5 – Eficiência Total e Eficiência Total Reduzida

Por sua vez, a eficiência total (η) e a eficiência total reduzida (η') são respostas que estão relacionadas com o poder de separação do hidrociclone.

A eficiência total corresponde ao percentual total de sólidos coletados na operação de hidrociclonagem, seja pela ação da força centrífuga ou pelo efeito T. Entende-se por sólidos coletados as partículas que saem pelo orifício de *underflow*. Dessa forma, a eficiência total é definida como a razão entre as vazões mássicas de sólidos das correntes de *underflow* e de alimentação. Assim, para o cálculo dessa resposta, é necessário que se conheça as concentrações mássicas (C_{wu} e C_{wa}) e as vazões mássicas totais (W_u e W_a) dessas duas correntes, conforme mostra a Equação 2.7 (CHU; CHEN; LEE, 2002; SVAROVSKY, 2000).

$$\eta = \frac{C_{wu} W_u}{C_{wa} W_a} \quad (2.7)$$

Já a eficiência total reduzida consiste no percentual de sólidos coletados pelo hidrociclone devido, exclusivamente, à ação centrífuga. Assim, para determinar-se essa resposta é necessário subtrair a contribuição do efeito T no processo de separação, sendo este efeito quantificado pela razão de líquido. Dessa forma, conhecendo-se R_L , é possível calcular a eficiência total reduzida pela Equação 2.8 (CHU; CHEN; LEE, 2002; SVAROVSKY, 2000).

$$\eta' = \frac{\eta - R_L}{1 - R_L} \quad (2.8)$$

2.1.5.6 – Eficiência Granulométrica e Eficiência Granulométrica Reduzida

Uma outra forma de avaliar o poder de separação de um hidrociclone é através da eficiência granulométrica (Gr) e da eficiência granulométrica reduzida (Gr').

A eficiência granulométrica quantifica a capacidade de separação do hidrociclone para um tamanho específico de partícula, sendo assim, partículas de diferentes tamanhos apresentam diferentes valores de eficiência granulométrica. Por esta razão, a eficiência granulométrica de uma operação com hidrociclone é, normalmente, representada na forma de uma curva. Esta curva de eficiência granulométrica apresenta um caráter probabilístico, ou seja, ela representa a probabilidade que uma partícula de um determinado tamanho tem de ser coletada e sair pela corrente de *underflow* (CHU et al., 2004; SVAROVSKY, 2000).

Para determinar-se a eficiência granulométrica é necessário conhecer-se a eficiência total (η) e as distribuições de frequência dos tamanhos de partículas das correntes de *underflow* ($\frac{d(X_u)}{d(d_p)}$) e de alimentação ($\frac{d(X_a)}{d(d_p)}$). Logo, usando estes parâmetros é possível obter-se a eficiência granulométrica através da Equação 2.9.

$$Gr = \eta \frac{\frac{d(X_u)}{d(d_p)}}{\frac{d(X_a)}{d(d_p)}} \quad (2.9)$$

Por sua vez, a eficiência granulométrica reduzida é obtida de maneira similar à eficiência total reduzida. Todavia, a determinação dessa resposta é feita descontando-se a

contribuição do efeito T sobre a eficiência granulométrica, conforme mostrado na Equação 2.10. Dessa forma, a eficiência granulométrica reduzida quantifica o percentual de partículas de um determinado tamanho que devem ser coletadas por ação exclusiva do campo centrífugo.

$$Gr' = \frac{Gr - R_L}{1 - R_L} \quad (2.10)$$

2.1.5.7 – Diâmetro de Corte e Diâmetro de Corte Reduzido

O diâmetro de corte (d_{50}) e o diâmetro de corte reduzido (d_{50}') também são indicadores do poder de separação do hidrociclone.

O diâmetro de corte corresponde ao tamanho de partícula que apresenta eficiência granulométrica (Gr) igual a 50% (SVAROVSKY, 2000). Dessa forma, partículas maiores que o diâmetro de corte têm probabilidade de serem coletadas na corrente de *underflow* maior que 50%, ao passo que partículas menores que este parâmetro apresentam probabilidade de coleta menor que 50%. Portanto, para operações com hidrociclones que visam a máxima recuperação de sólidos na corrente de *underflow* a minimização de d_{50} é favorável.

Assim como as demais respostas denominadas reduzidas, o diâmetro de corte reduzido leva em consideração somente a ação centrífuga no processo de separação, desconsiderando a influência do efeito de divisão de correntes (efeito T). Por conseguinte, esta resposta é definida como o tamanho de partícula cuja eficiência granulométrica reduzida (Gr') é igual a 50%.

2.1.5.8 – Nitidez de Separação

A nitidez de separação (S) está relacionada com o poder de classificação do hidrociclone, de forma que uma alta nitidez significa um menor número de partículas extraviadas no processo de separação. Em outras palavras, uma alta nitidez de separação implica em menos partículas grandes arrastadas para a corrente de *overflow* e menos partículas ultrafinas coletadas no *underflow*.

Segundo Svarovsky (2000), a nitidez de separação está relacionada com a inclinação geral da curva de eficiência granulométrica e este parâmetro pode ser definido de diferentes formas. Uma delas é a definição de S como sendo a inclinação da curva de eficiência granulométrica no ponto referente ao diâmetro de corte (d_{50}).

Uma outra maneira frequente para definir-se a nitidez de separação é a partir da relação entre dois tamanhos de partículas com eficiências granulométricas igualmente espaçadas em relação à eficiência de 50%. Chu et al. (2004), por exemplo, definiram a nitidez de separação como sendo a razão entre os diâmetros de partícula cujas eficiências granulométricas eram 30% (d_{30}) e 70% (d_{70}), conforme mostrado na Equação 2.11.

$$S = \frac{d_{30}}{d_{70}} \quad (2.11)$$

Alternativamente, a nitidez de separação pode ser avaliada, ainda, usando a diferença entre dois diâmetros de partícula com eficiências granulométricas simétricas em torno da eficiência de 50%. Ghodrat et al. (2014), por exemplo, avaliaram a nitidez de separação em seu trabalho com base na diferença entre os diâmetros de partícula cujas eficiências granulométricas eram 75% (d_{75}) e 25% (d_{25}), conforme mostrado na Equação 2.12.

$$\frac{1}{S} = \frac{d_{75} - d_{25}}{2} \quad (2.12)$$

2.1.6 – Histórico de Pesquisa com Hidrociclones na FEQUI-UFU

A Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI-UFU) possui um considerável histórico de pesquisas envolvendo hidrociclones. Tais pesquisas foram de fundamental importância na busca por melhorias no desempenho desses separadores, sendo que, graças a elas, grandes avanços e novas tecnologias envolvendo hidrociclones puderam ser alcançadas.

Uma das inovações em hidrociclonagem estudadas na FEQUI-UFU é o uso de hidrociclones com partes filtrantes. O primeiro trabalho desenvolvido acerca desse tema foi o de Lanna, Barrozo e Damasceno (1992), no qual um hidrociclone com a parte cônica constituída por um meio filtrante feito em nylon foi proposto. Tal equipamento apresentava a geometria da família Bradley, com um diâmetro da parte cilíndrica de 30 mm, e ele teve seu desempenho comparado ao de um hidrociclone convencional semelhante. Os resultados mostraram que o hidrociclone filtrante proposto possuía um número de Euler menor que o convencional, de paredes maciças, indicando que o novo equipamento era energeticamente mais econômico. Além disso, o hidrociclone filtrante levava a uma corrente de *underflow* mais concentrada em

sólidos. Contudo, a eficiência total do novo hidrociclone era menor e o seu diâmetro de corte reduzido maior em relação ao equipamento convencional.

Dando continuidade ao estudo de hidrociclones filtrantes, Vieira (1997) realizou experimentos nas mesmas condições e usando a mesma geometria de hidrociclone que Lanna, Barrozo e Damasceno (1992), contudo a seção cônica filtrante do separador era feita em polipropileno. O autor verificou que, independente do material do meio filtrante, esta categoria de hidrociclones apresentava um mesmo comportamento quando comparado ao hidrociclone convencional, de forma que o material do meio filtrante influenciava somente na ordem de grandeza deste comportamento.

Em seguida, Souza (1999) estudou a influência da resistência do meio poroso no comportamento do hidrociclone filtrante usando um hidrociclone, também da família Bradley, com seções cônicas filtrantes feitas de bronze sinterizado com diferentes permeabilidades. Os resultados obtidos pelo autor mostraram que, à medida que a permeabilidade do meio filtrante aumentava, a capacidade de processamento do equipamento também aumentava. Em contrapartida, assim como nos trabalhos anteriores, o hidrociclone filtrante apresentou menor eficiência total em relação ao convencional de mesma geometria nas mesmas condições.

Ademais, Souza (1999) também constatou que o uso do meio poroso feito de bronze trouxe vantagens em relação aos meios filtrantes utilizados nos trabalhos anteriores. O cone feito de bronze sinterizado aumentou a resistência mecânica da região filtrante, levando a uma maior estabilidade das respostas da operação. Por fim, ainda foi observado por Souza (1999), que as elevadas forças cisalhantes do fluido no interior do hidrociclone impedia a formação de torta nas paredes da região filtrante.

Seguidamente, Vieira (2001) expandiu o estudo dos hidrociclones filtrantes para a família Rietema. O autor testou três cones filtrantes feitos de bronze sinterizado, com diferentes permeabilidades, e avaliou seus efeitos sobre o desempenho do hidrociclone da referida geometria. Os experimentos foram conduzidos nas mesmas condições operacionais que os trabalhos precedentes.

Assim, Vieira (2001) observou que, diferentemente da família Bradley, a incorporação de uma seção cônica filtrante na geometria Rietema levava a um aumento no número de Euler e na razão de líquido, o que significou uma corrente de *underflow* menos concentrada. Por outro lado, o diâmetro de corte diminuiu e a eficiência total aumentou como consequência da maior razão de líquido. Além disso, o autor também constatou que a permeabilidade do meio filtrante influenciou significativamente as respostas do hidrociclone da família Rietema.

Posteriormente, nos trabalhos de Arruda et al. (2002) e Arruda (2003) foram estudados hidrociclones filtrantes das geometrias Krebs e Demco, respectivamente. As seções cônicas filtrantes, nos dois trabalhos, foram fabricadas usando bronze sinterizado. Assim, os resultados obtidos mostraram que, para estas duas famílias, o meio filtrante não produziu mudanças significativas nas respostas dos hidrociclones em comparação com o equipamento convencional.

Dando sequência às pesquisas envolvendo hidrociclones, Vieira (2006) realizou um importante trabalho no qual o efeito das variáveis geométricas sobre o desempenho dos hidrociclones convencional e filtrante (usando bronze sinterizado) foi investigado. Para isso, o autor executou um planejamento composto central (PCC) de cinco níveis para quatro variáveis geométricas, sendo estas as relações D_i/D_c , D_o/D_c , L/D_c e o ângulo θ . Além dos experimentos, foram realizadas simulações usando fluidodinâmica computacional (CFD), que possibilitaram um melhor entendimento escoamento no interior do hidrociclone.

Dessa forma, o trabalho de Vieira (2006) teve como fruto um hidrociclone (H11) com desempenho superior aos demais equipamentos testados. A geometria do H11 resultou em uma alta eficiência associada a um baixo número de Euler, tanto na versão convencional (HC11) quanto na filtrante (HF11).

Diante dos promissores resultados obtidos para a geometria H11, Almeida (2008) estudou a influência do comprimento do *vortex finder* (l) e do diâmetro do orifício de *underflow* (D_u) sobre o desempenho deste hidrociclone, nas versões convencional e filtrante. Para isso, o autor executou um planejamento fatorial a três níveis e realizou simulações usando fluidodinâmica computacional (CFD). Os resultados obtidos por Almeida (2008) mostraram que, dentro da faixa experimental do trabalho, a configuração com valor máximo de D_u e valor intermediário de l favoreciam a característica classificadora do hidrociclone H11, enquanto que a configuração com os valores mínimos de D_u e l resultaram em um equipamento com poder concentrador maior.

Ainda usando como base a geometria H11, Façanha (2012) examinou a influência da posição do meio filtrante de bronze sinterizado no hidrociclone. Para isso, a autora comparou os desempenhos de hidrociclones com parte cilíndrica filtrante (HCIF), parte cônica filtrante (HCOF) e convencional (HCON). Os resultados obtidos mostraram que, em termos de consumo energético, as duas modalidades de hidrociclones filtrantes foram mais econômicas que o hidrociclone convencional, sendo o HCIF o de menor gasto energético dentre as modalidades filtrantes. No entanto, em relação ao poder de separação, apenas o HCOF apresentou eficiência

total maior que o hidrociclone convencional, sendo a eficiência do HCIF a menor dentre as três modalidades de hidrociclones testados.

Dando continuidade aos estudos com hidrociclones filtrantes, Salvador (2013) avaliou os efeitos da incorporação de paredes filtrantes tanto na parte cilíndrica quanto na parte cônica (HCICOF). Para isso, a autora comparou o desempenho do hidrociclone proposto com as modalidades cilíndrico-filtrante (HCIF), cônico-filtrante (HCOF) e convencional (HCON) de mesma geometria, variando a permeabilidade do meio filtrante e o diâmetro do orifício de *underflow* (D_u). Assim, os resultados obtidos mostraram que, na faixa experimental considerada, diâmetros do orifício de *underflow* maiores e permeabilidades menores para os hidrociclones filtrantes reduzem o consumo energético do equipamento, sendo o HCICOF, na menor permeabilidade testada, o equipamento mais econômico energeticamente. Contudo, os hidrociclones filtrantes apresentaram razões de líquido maiores do que o hidrociclone convencional.

Outro estudo que teve como base a pesquisa de Vieira (2006) foi o trabalho desenvolvido por Silva (2012). O referido trabalho utilizou os resultados do PCC de Vieira (2006) para aplicar a técnica de superfície de resposta e, assim, obter equações de regressão para as principais respostas do processo de hidrociclonagem. Tais equações foram, então, utilizadas para otimizar geometrias de hidrociclones usando o algoritmo de Evolução Diferencial (ED). As variáveis otimizadas foram as relações geométricas D_i/D_c , D_o/D_c , L/D_c e o ângulo θ e foram considerados três diferentes estudos de caso, sendo o objetivo do caso 1 a maximização da eficiência total, o do caso 2 a minimização da razão de líquido e o do caso 3 a minimização do número de Euler. Dessa forma, foram obtidos três hidrociclones convencionais otimizados HCOT1 (alta eficiência), HCOT2 (baixa razão de líquido) e HCOT3 (baixo número de Euler), sendo o primeiro e o terceiro os que apresentaram resultados experimentais mais promissores.

Dessa forma, em função de seus bons desempenhos experimentais, os hidrociclones HCOT1 e HCOT3 foram estudados por Kyriakidis (2014). A autora verificou a influência do diâmetro do orifício de *underflow* (D_u) e do comprimento do *vortex finder* (l) sobre o desempenho dos hidrociclones mencionados. Assim, verificou-se que, na faixa experimental utilizada, a separação no HCOT1 foi favorecida por um comprimento intermediário do *vortex finder* e um maior diâmetro do orifício de *underflow*. Já o HCOT3 não sofreu influência significativa do comprimento do *vortex finder*, mas teve a sua capacidade concentradora favorecida por pequenos diâmetros do orifício de *underflow*.

Por sua vez, Silva (2014) realizou um estudo envolvendo a otimização da geometria do hidrociclone usando o algoritmo de Evolução Diferencial, similar ao trabalho de Silva (2012), porém, envolvendo hidrociclones com a parte cônica filtrante. Dessa forma, a autora obteve os hidrociclones filtrantes otimizados HFOT1 (otimizado para máxima eficiência total), HFOT2 (otimizado para mínima razão de líquido) e HFOT3 (otimizado para mínimo número de Euler). Ademais, os resultados experimentais confirmaram o alto poder de separação do HFOT1 e mostraram que o HFOT3, além de ser um separador energeticamente econômico, é também um ótimo concentrador, sendo melhor que o HFOT2 neste aspecto.

O desempenho superior do hidrociclone HFOT3 motivou Gonçalves (2016) a usar esta geometria como base de seu trabalho. A autora estudou o efeito da concentração da corrente de alimentação (C_{va}) e do diâmetro do orifício de *underflow* (D_u) sobre o desempenho do hidrociclone da referida geometria, nas modalidades cônico-filtrante e convencional. Dessa forma, os resultados de Gonçalves (2016) revelaram que uma alimentação mais concentrada reduzia o gasto energético do hidrociclone ao custo da diminuição da eficiência total. Por sua vez, a diminuição do diâmetro do orifício de *underflow* favoreceu a concentração dessa corrente.

Sendo assim, a autora concluiu que, para manter as capacidades de separação e de espessamento do hidrociclone em patamares adequados, deve-se operar, preferencialmente, com a concentração da corrente de alimentação e o diâmetro do orifício de *underflow* nos níveis mínimos ($C_{va} = 1\%$ e $D_u = 3$ mm). Entretanto, caso seja necessário operar com uma corrente de alimentação mais concentrada, a configuração com diâmetro de *underflow* no nível máximo ($D_u = 5$ mm) contribui para o aumento da eficiência.

Dando sequência às pesquisas com hidrociclones, Salvador (2017) estudou o efeito das relações geométricas D_i/D_c , D_o/D_c , L/D_c e do ângulo θ sobre o desempenho de hidrociclones, usando a mesma metodologia experimental de Vieira (2006), com a diferença que a autora executou o PCC para quatro diferentes categorias de hidrociclones: convencional (HCON), cônico-filtrante (HCOF), cilíndrico-filtrante (HCIF) e cilíndrico-cônico-filtrante (HCICOF).

Usando os resultados experimentais, Salvador (2017) ainda usou a técnica da superfície de resposta associada ao algoritmo de Evolução Diferencial para obter hidrociclones otimizados das quatro categorias, segundo três casos de otimização: máxima eficiência total (caso 1), mínima razão de líquido (caso 2) e mínimo número de Euler (caso 3). Dessa maneira, foram obtidos os hidrociclones otimizados HCON-OT1, HCON-OT2, HCON-OT3, HCOF-

OT1, HCOF-OT2, HCOF-OT3, HCIF-OT1, HCIF-OT2, HCIF-OT3, HCICOF-OT1, HCICOF-OT2 e HCICOF-OT3.

Em seguida, Garcia (2018) usou os resultados do PCC executado por Salvador (2017) para hidrociclones convencionais, com a finalidade de obter hidrociclones otimizados de forma robusta. O autor usou o conceito da média efetiva associado ao algoritmo MODE (Multi-Objective Differential Evolution) para obter hidrociclones otimizados que fossem pouco sensíveis a perturbações nas variáveis de projeto (D_i/D_c , D_o/D_c , L/D_c e θ). Assim, foram realizados quatro casos de otimização multi-objetivo: máxima η e mínima R_L (caso 1); máxima η e mínimo Eu (caso 2); mínima R_L e mínimo Eu (caso 3); máxima η , mínima R_L e mínimo Eu (caso 4).

Dentre os hidrociclones otimizados obtidos por Garcia (2018), alguns foram selecionados para serem testados experimentalmente. Todavia, devido à limitação de peças disponíveis para a construção dos hidrociclones, os equipamentos testados experimentalmente apenas se aproximavam dos separadores otimizados, mas não tinham dimensões exatamente iguais às aquelas obtidas nas otimizações. Ainda assim, os hidrociclones construídos apresentaram desempenho experimental satisfatório, sendo ótimos equipamentos concentradores.

Por sua vez, Kyriakidis (2018) montou um banco de dados com o histórico de resultados experimentais de hidrociclonagem obtidos na FEQUI-UFU. Com base nesses dados, a autora utilizou a técnica da superfície de resposta associada ao algoritmo de Evolução Diferencial para otimizar geometricamente hidrociclones segundo três diferentes objetivos: maximizar a eficiência total (caso 1), minimizar a razão de líquido (caso 2) e minimizar o número de Euler (caso 3). Dessa forma, foram obtidos os hidrociclones geometricamente otimizados HGOT1, HGOT2 e HGOT3.

Os equipamentos obtidos por Kyriakidis (2018) tiveram seus desempenhos comparados aos demais separadores do banco de dados, de forma que os separadores HGOT1 e HGOT3 se destacaram. O HGOT1 se mostrou um separador com a mesma eficiência total do melhor hidrociclone do banco de dados neste quesito, com a vantagem de ter um consumo energético reduzido. Já o HGOT3 foi o equipamento que apresentou o maior poder concentrador dentre todos.

Posteriormente, Gonçalves (2019) comparou o desempenho de quatro hidrociclones otimizados, na separação sólido-líquido envolvendo um fluido não-newtoniano. Os separadores testados foram os hidrociclones MAX, obtido por Panisset (2014), a geometria HOT, obtida por Mognon (2015), e os equipamentos HGOT1 e HGOT3. O fluido utilizado era do tipo

pseudoplástico, sendo esta característica conferida a ele através da adição de carboximetilcelulose (CMC). Dessa maneira, a autora estudou o efeito do aumento do caráter pseudoplástico do fluido bem como do aumento da concentração de sólidos na alimentação (C_{va}) sobre o desempenho dos hidrociclones.

Os resultados obtidos por Gonçalves (2019) mostraram que o aumento do caráter pseudoplástico do fluido prejudica o movimento rotacional e favorece o escoamento axial da suspensão, o que diminui a eficiência de separação e, inusitadamente, aumenta a capacidade de processamento. Ainda, foi verificado que o aumento da concentração de sólidos na alimentação também reduz a eficiência total, contudo, em condições de fluido altamente viscoso, este efeito é pouco significativo. Por fim, a autora verificou que, considerando todas as condições operacionais testadas, o separador HGOT1 foi o que apresentou maior eficiência total, ao passo que os hidrociclones MAX e HOT foram os que tiveram o maior poder concentrador.

2.1.7 – Trabalhos Envolvendo Hidrociclones em Nível Global

Além das pesquisas realizadas na FEQUI-UFU, diversos trabalhos envolvendo a busca por melhorias nos hidrociclones foram publicados na literatura nos últimos anos. A seguir, alguns desses trabalhos são apresentados.

A primeira produção científica a ser comentada é o trabalho de Ghodrat et al. (2014), no qual foram investigados os efeitos do comprimento e do formato da seção cônica do hidrociclone sobre o seu desempenho. Para isso, foram testados, usando simulação por CFD, hidrociclones semelhantes que diferiam somente no comprimento da parte cônica (H), sendo que um deles apresentava H igual a 35 mm e o outro H igual a 385 mm. Mantendo-se o diâmetro da parte cilíndrica e do orifício de *underflow* constante, os autores manipularam o ângulo do tronco de cone para simular as duas configurações. Além disso, foram comparados também três equipamentos com diferentes formatos da parte cônica: convencional, côncavo e convexo. Adicionalmente, as simulações para cada hidrociclone foram realizadas considerando diversas concentrações da corrente de alimentação.

Os resultados obtidos por Ghodrat et al. (2014) mostraram que o aumento do comprimento da seção cônica (redução do ângulo do tronco de cone) levou a uma diminuição do diâmetro de corte (d_{50}) e da queda de pressão ($-\Delta P$) no equipamento e aumentou a nitidez de separação (S), prejudicando somente a razão de líquido (R_L), que teve um aumento. Além disso, os autores concluíram que o formato convexo era o mais vantajoso, considerando a busca por

um compromisso entre as respostas do hidrociclone, uma vez que este formato apresentou a maior nitidez de separação (S) com valores relativamente baixos de $-\Delta P$ e R_L , sobretudo para correntes de alimentação diluídas. Por fim, os autores propuseram uma geometria otimizada do hidrociclone cuja parte cônica era longa ($H = 385$ mm) e convexa. Tal separador foi comparado a um hidrociclone de parte cônica convencional e menor, mostrando a superioridade do desempenho do novo hidrociclone proposto em termos de $-\Delta P$, R_L e S .

Outro importante trabalho envolvendo a busca por melhorias no hidrociclone através de mudanças em sua geometria foi realizado por Zhang et al. (2017). Nesse estudo, foi investigada a influência do uso de um duto de alimentação tangencial circular sobre o perfil de escoamento e desempenho do equipamento. Para isso, foi construído um modelo CFD que foi verificado usando dados experimentais de velocidade tangencial e axial, coletados através de um velocímetro Doppler a laser. Assim, com o modelo CFD verificado, foram simulados sete diferentes hidrociclones, sendo seis deles separadores com alimentação tangencial curva com diferentes raios de curvatura e um deles um hidrociclone com alimentação tangencial convencional.

Os resultados das simulações de Zhang et al. (2017) mostraram que o uso de uma alimentação curva mais pronunciada, ou seja, com pequeno raio de curvatura, aumentou o gradiente de pressão e a velocidade tangencial no interior do hidrociclone estudado, o que diminuiu o diâmetro de corte (d_{50}) e aumentou a nitidez de separação (S) no equipamento. Além disso, pequenos raios de curvatura da alimentação também aumentaram o diâmetro e a estabilidade do *gas core* formado no equipamento, o que resultou na diminuição da razão de líquido. Os resultados mostraram ainda que o uso da alimentação curva reduziu a turbulência na entrada do hidrociclone, diminuindo, assim, a ocorrência de curtos-circuitos. Contudo, também foi observado pelos autores que o uso deste tipo de alimentação aumenta a queda de pressão no equipamento.

Nesse mesmo ano, Hwang e Chou (2017) publicaram um estudo sobre a influência da estrutura do *vortex finder* sobre o desempenho de um hidrociclone. Foram consideradas pelos autores três estruturas de *vortex finder*, sendo a primeira do tipo A: estrutura cilíndrica convencional com diferentes espessuras da parede; a segunda do tipo B: estrutura cilíndrica com tronco de cone de diferentes alturas acoplado à superfície externa do *vortex finder*; e a terceira do tipo C: estrutura cilíndrica com tronco de cone invertido de diferentes alturas acoplado na parte externa do *vortex finder*.

Inicialmente, a avaliação do desempenho dos hidrociclones propostos por Hwang e Chou (2017) foi feita usando técnicas de CFD, em seguida, alguns separadores foram selecionados para serem testados experimentalmente nas mesmas condições das simulações. Para isso, foi usada uma suspensão de carbonato de cálcio em água (diâmetro das partículas entre 0,9 e 100 μm com diâmetro médio igual a 17,8 μm) na concentração mássica de 0,5%. Assim, os resultados das simulações por CFD puderam ser verificados usando os resultados experimentais.

Os resultados obtidos por Hwang e Chou (2017) mostraram que quanto maior a espessura da parede do *vortex finder* mais forte é a ação centrífuga dentro do hidrociclone, porém o tempo de residência das partículas no equipamento é reduzido, resultando, portanto, em um pequeno aumento na eficiência de coleta das partículas. Além disso, os autores verificaram ainda que a presença das estruturas cônicas acopladas ao *vortex finder* elevam a queda de pressão no equipamento, sendo que quanto mais longa a estrutura cônica maior é a queda de pressão no separador. Adicionalmente, as estruturas do tipo C apresentaram queda de pressão maior do que as estruturas do tipo B. Ainda, foi observado que o uso de *vortex finders* com estruturas cônicas aumenta também a eficiência de coleta no hidrociclone, de forma que as estruturas tipo C são as mais vantajosas nesse quesito, seguidas pelas estruturas tipo B e por último as do tipo A. Dessa forma, os autores concluíram que as estruturas C e B com alturas intermediárias do tronco de cone são as mais vantajosas para o *vortex finder*, uma vez que elas apresentaram as mais altas eficiências com quedas de pressão aceitáveis.

Outro interessante trabalho envolvendo modificações no tubo de *vortex finder* foi realizado por Wang e Wu (2018). Esses autores propuseram a substituição do tubo de *vortex finder* maciço por um tubo constituído por uma membrana porosa filtrante. Nesse estudo, foram realizadas simulações via CFD, para analisar-se os perfis de escoamento no interior do hidrociclone, e testes experimentais, para observar-se o comportamento do hidrociclone na prática frente à modificação proposta. Assim, foram testados um hidrociclone com *vortex finder* tradicional feito em acrílico e outro com o *vortex finder* poroso constituído por material cerâmico.

Dessa forma, Wang e Wu (2018) observaram, a partir dos resultados, que o uso do tubo de *vortex finder* filtrante, ao permitir que parte do líquido passe direto para a corrente de *overflow*, reduz a turbulência nas proximidades do *vortex finder*, o que, consequentemente, diminui a ocorrência de curtos-circuitos das partículas. Portanto, as correntes de saída do hidrociclone são favorecidas: a vazão de *overflow* se torna mais diluída e a corrente de

underflow mais concentrada. Por essa razão, os autores concluíram que o uso do tubo de *vortex finder* poroso é vantajoso tanto para operações de clarificação do líquido, quanto para processos de espessamento dos sólidos.

Por sua vez, Vega-Garcia, Brito-Parada e Cilliers (2018) realizaram um trabalho em que uma metodologia para projeto de hidrociclones, combinando impressão 3D, simulação via CFD e testes experimentais, foi proposta. No referido trabalho, inicialmente foi construído um hidrociclone de acrílico usando impressão 3D com as mesmas dimensões de um hidrociclone comercial fabricado em cerâmica. Os desempenhos dos dois equipamentos foram, então, comparados, através de testes experimentais nos quais a recuperação de sólidos no *underflow* e a taxa de concentração entre as correntes de *underflow* e alimentação eram medidas. Dessa forma, os autores verificaram que o hidrociclone construído por impressão 3D apresentou desempenho similar ao seu equivalente feito em material cerâmico.

Assim, foram construídos outros hidrociclones por impressão 3D com o objetivo de executar um planejamento fatorial em três níveis, cujas variáveis estudadas eram o diâmetro do tubo de *overflow* (D_o) e o diâmetro do orifício de *underflow* (D_u). Os resultados obtidos mostraram que o aumento de D_o aumenta a taxa de concentração da corrente de *underflow* em relação à alimentação, ao custo da diminuição da eficiência total. Por sua vez, o aumento de D_u favorece a eficiência de coleta, mas prejudica a taxa de concentração da corrente de *underflow*.

Ademais, Vega-Garcia, Brito-Parada e Cilliers (2018) propuseram um modelo CFD para simular o escoamento nos hidrociclones, que foi verificado usando os resultados obtidos na execução do planejamento fatorial. O modelo CFD foi, então, utilizado para simular hidrociclones com a seção cônica em formato parabólico e comparar os seus desempenhos com os de seus equivalentes com seção cônica convencional. Assim, os autores observaram que o uso da seção cônica em formato parabólico pode trazer melhorias no desempenho do hidrociclone. Tais melhorias foram verificadas também experimentalmente, e observou-se que o uso de paredes parabólicas na parte convergente do hidrociclone resultou em um aumento de 10% na eficiência total e de 0,2 na taxa de concentração do *underflow*, ao custo de um pequeno aumento na queda de pressão no equipamento.

2.2 – Otimização

Em uma definição abrangente, a otimização consiste em melhorar aquilo que já existe, projetar o novo com maior eficiência, encontrar a melhor maneira de se executar um

determinado processo, procedimento ou tarefa, ou mesmo encontrar o ponto ideal de equilíbrio entre custo e benefício. A otimização permite determinar-se a melhor configuração de um projeto sem ter que testar todas as possibilidades, diminuindo, assim, o tempo de execução do projeto. Além disso, são também benefícios da otimização a possibilidade de se tratar problemas com um grande número de variáveis e restrições envolvidas, de difícil representação gráfica, e a viabilidade de se obter algo melhor a um baixo custo (SARAMAGO, 1999).

A otimização possui ampla aplicação, sendo possível otimizar problemas em diversos campos do conhecimento. No contexto da indústria e seus processos, especificamente, podem ser citadas diversas possibilidades de aplicação da otimização, como no projeto de plantas e equipamentos, no ajuste de modelos descritivos a dados experimentais da planta, na análise logística para determinação do local de construção da fábrica, no dimensionamento de tanques e armazéns para depósito de matérias-primas e produtos, entre outras (SECCHI, 2001; SILVA, 2012).

2.2.1 – Definição Matemática do Problema de Otimização

A formulação de um problema de otimização é feita a partir da definição de três elementos principais, sendo eles: funções objetivo, variáveis de projeto e restrições (VANDERPLAATS, 1999; SECCHI, 2001).

As funções objetivo são as características do sistema as quais deseja-se melhorar, ou seja, maximizar ou minimizar. Matematicamente, elas são funções dependentes das variáveis de projeto. A definição das funções objetivo exige um alto conhecimento a respeito do processo ou sistema que se deseja otimizar e é uma etapa determinante para o sucesso da otimização (SECCHI, 2001).

Por sua vez, as variáveis de projeto, também chamadas de variáveis independentes, de busca ou de decisão, são os fatores que afetam as características que se deseja melhorar no sistema ou processo. Em outras palavras, são as variáveis que modificam os valores das funções objetivo (VANDERPLAATS, 1999).

Por fim, as restrições correspondem às limitações impostas ao sistema a ser otimizado, seja por uma característica do próprio sistema ou por interesse do usuário da otimização. Matematicamente, as restrições são funções de desigualdade ou igualdade, dependentes das variáveis de busca e que restringem os valores das funções objetivo a determinadas regiões do espaço de projeto. As restrições podem ser classificadas como de desigualdade, de igualdade

ou laterais. As restrições de desigualdade definem uma região do espaço de projeto em que a função de restrição deve ser menor ou igual ou maior ou igual a um determinado valor. Já as restrições de igualdade determinam uma região do espaço de projeto na qual o valor da função de restrição é constante em um dado valor. Por fim, as restrições laterais, definem os intervalos de variação aceitáveis para as variáveis de projeto.

Desse modo, um problema de otimização pode ser escrito sob a forma de um problema de minimização ou de maximização, uma vez que, pelo princípio da dualidade, um tipo de problema pode ser transformado no outro. Assim, para transformar um problema de maximização em um de minimização basta que a minimização ocorra sobre a função objetivo com valor negativo, e vice-versa (DEB, 2001). Portanto, a definição matemática de um problema genérico de otimização, com funções objetivo, funções de restrição e variáveis de projeto, pode ser representada como um problema de minimização conforme mostrado nas Equações 2.13 e 2.14.

$$\min f_m(\mathbf{x}), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2.13)$$

$$\begin{cases} g_j(\mathbf{x}) \leq 0, & j = 1, 2, \dots, J \\ h_k(\mathbf{x}) = 0, & k = 1, 2, \dots, K \\ x_i^{\inf} \leq x_i \leq x_i^{\sup}, & i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2.14)$$

Nas Equações 2.13 e 2.14, $\mathbf{x}$ corresponde ao vetor de variáveis de projeto, sendo x_i uma das n variáveis que compõem esse vetor. Os termos $x_i^{\inf}$ e $x_i^{\sup}$ representam, respectivamente, os limites inferior e superior do intervalo de validade de uma determinada variável de projeto x_i . Já as J desigualdades $g_j(\mathbf{x})$ e as K igualdades $h_k(\mathbf{x})$ são funções de restrição que constituem o problema. Por fim, as M funções $f_m(\mathbf{x})$ correspondem às funções objetivo da otimização, as quais deseja-se minimizar e que compõem o vetor de objetivos $\mathbf{f}$.

Desse modo, as n restrições laterais da Equação 2.14, limitadas por $x_i^{\inf}$ e $x_i^{\sup}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), determinam o domínio (D) do vetor de objetivos $\mathbf{f}$, dentro do espaço $\mathbb{R}^n$. Tal subconjunto é chamado de espaço das variáveis de projeto, sendo onde se encontram os vetores de projeto ($\mathbf{x}$).

Por sua vez, o conjunto de pontos pertencentes ao espaço das variáveis de projeto (D) que satisfazem as J restrições de desigualdade e as K restrições de igualdade é chamado de conjunto viável ou espaço de busca (V). Isto posto, é possível definir como espaço dos objetivos a imagem do vetor de objetivos $\mathbf{f}$ considerando o conjunto viável (V), estando tal espaço contido em $\mathbb{R}^M$.

2.2.2 – Classificação das Técnicas de Otimização

Para solucionar um problema de otimização, existem diversas técnicas que podem ser utilizadas. Elas podem ser classificadas em duas categorias segundo o tipo de abordagem empregado. O primeiro tipo são as técnicas conhecidas como clássicas ou determinísticas. A outra categoria são as técnicas heurísticas ou não determinísticas.

Os métodos de otimização determinísticos caracterizam-se por uma busca iterativa pelo ponto ótimo baseada na obtenção de uma direção de busca e determinação de um tamanho de passo para atualizar a estimativa da solução. Por isso, é comum que essas técnicas envolvam o cálculo diferencial. Além disso, os métodos determinísticos podem abordar o problema em sua forma original, com a presença de todas as restrições, como é o caso dos métodos diretos, ou usando uma abordagem que transforma o problema restrito em um equivalente sem restrições, sendo o caso dos métodos sequenciais (VANDERPLAATS, 1999).

Os avanços nos recursos e técnicas computacionais e no cálculo diferencial nos últimos anos favorecem a eficiência das técnicas determinísticas, que possuem várias aplicações em diversas áreas (AUGUSTINE et al., 2012; LIMBRUNNER et al., 2013; OKONKWO; AGUNWAMBA, 2016). Contudo, esse tipo de abordagem apresenta limitações ao tratar problemas envolvendo funções objetivo ou restrições não contínuas, variáveis de projeto discretas ou quando as funções objetivo apresentam pontos de máximo ou mínimo locais (SARAMAGO, 1999).

Como exemplos de técnicas clássicas pode-se citar a Programação Sequencial Linear, o Gradiente Reduzido Generalizado e a Programação Quadrática Sequencial (VANDERPLAATS, 1999).

Por sua vez, os métodos de otimização heurísticos são técnicas caracterizadas pela auto adaptação, baseadas em processos inteligentes e comportamentos que ocorrem na natureza. Dentre estes, os mecanismos evolutivos são os mais influentes sobre as técnicas computacionais heurísticas. Nesse tipo de abordagem, a otimização parte de uma população de pontos gerados aleatoriamente e essa população é atualizada a cada iteração de forma seletiva, favorecendo a permanência das melhores soluções na população (LIBOTTE, 2020; LOBATO, 2008).

A simplicidade conceitual e a ausência de cálculos de derivadas das funções são pontos favoráveis às técnicas heurísticas evolutivas. Ademais, por dividirem o esforço computacional em múltiplos pontos, esse tipo de método tem uma maior facilidade para tratar problemas envolvendo pontos subótimos locais. Em contrapartida, as técnicas dessa categoria podem

exigir um maior número de avaliações das funções objetivo, em comparação com os métodos determinísticos (SARAMAGO, 1999; COELHO, 2003).

Pode-se citar como exemplos de técnicas de otimização heurísticas a Busca Tabu (GLOVER, 1977), o Recozimento Simulado (KIRKPATRICK et al., 1983), o Enxame de Partículas (EBERHART; KENNEDY, 1995), o Sistema Imunológico Artificial (SILVA, 2001), a Colônia de Formigas (COELHO, 2003) e a Evolução Diferencial (STORN; PRICE, 1995). Esta última é a técnica empregada no presente trabalho e, por isso, é detalhada a seguir.

2.2.3 – Evolução Diferencial

O primeiro registro de publicação do método da Evolução Diferencial (ED) para a comunidade científica foi uma nota técnica da Universidade de Berkley de Storn e Price (1995). Em seguida, a técnica foi apresentada no segundo *International Contest on Evolutionary Optimization* (ICEO) de 1997, onde foi feita a sua aplicação a diversos problemas envolvendo funções matemáticas de diferentes níveis de complexidade e dificuldades de otimização (LOBATO et al. 2012). Após o bom desempenho em sua apresentação, o lançamento da técnica foi consolidado com a publicação do artigo científico de Storn e Price (1997). A partir de então, o método da ED teve seu uso difundido nos trabalhos envolvendo otimização até se tornar uma técnica de destaque entre os métodos heurísticos. O sucesso da ED pode ser atribuído a sua fácil implementação, alta capacidade de busca pelo ótimo global e flexibilidade para tratar problemas com diferentes tipos de variáveis e restrições, além de todas as vantagens comuns aos algoritmos heurísticos.

Pode-se citar dentre os trabalhos bem-sucedidos envolvendo a ED a pesquisa de Sharma e Rangaiah (2013). No referido trabalho os autores aplicaram a técnica de ED para otimizar três diferentes processos químicos, sendo um de alquilação, outro do tipo Williams-Otto e o último de fermentação.

A ED também foi usada por Kumar et al. (2011) para determinar as constantes estequiométricas e de equilíbrio de um processo extrativo de ácido propiônico usando tri-n-butyl fosfato dissolvido em n-decano e 1-decanol.

Além disso, Vakili et al. (2011) otimizaram as condições operacionais de um reator de produção de dimetil éter com o objetivo de maximizar a síntese do produto, usando ED. Os bons resultados obtidos com a técnica motivaram Vakili et al. (2012) a empregá-la novamente, desta vez para otimizar os parâmetros de operação de um reator com membrana para produção

simultânea de dimetil éter e hidrogênio. Assim, mais uma vez, o método apresentou bom desempenho e os resultados obtidos foram satisfatórios.

Portanto, os trabalhos apresentados ilustram a aplicabilidade da ED, além de evidenciar a capacidade dessa técnica para resolver, de forma bem-sucedida, problemas de otimização de diversas áreas da ciência e tecnologia (DAS et al., 2016).

O funcionamento do método ED consiste em uma sequência de etapas que são detalhadas a seguir, considerando um problema mono-objetivo. Essas etapas são: geração da população inicial, aplicação do operador de cruzamento, seleção dos indivíduos da nova geração e atendimento ao critério de parada.

2.2.3.1 – Geração da População Inicial

O algoritmo de ED inicia-se com a geração, normalmente de forma aleatória, de uma população de indivíduos candidatos à solução do problema de otimização. Esses indivíduos correspondem a vetores que contêm um valor para cada uma das n variáveis de projeto, dentro do domínio de cada variável. O usuário define a quantidade de indivíduos (N) que irá compor a população, sendo que se recomenda que essa quantidade N seja de 5 a 10 vezes o número de variáveis de projeto do problema (STORN; PRICE, 1995).

Matematicamente, a geração dos indivíduos da população inicial no método da ED pode ser expressa pela Equação 2.15. Na referida equação, o termo x_j^{inf} e x_j^{sup} correspondem, respectivamente, aos limites inferior e superior do domínio definido para a variável de projeto j ($j = 1, 2, \dots, n$). Por sua vez, o subíndice i representa a posição do indivíduo na população ($i = 1, 2, \dots, N$) e r é um número gerado aleatoriamente com distribuição uniforme entre 0 e 1.

$$x_{i,j} = x_j^{\text{inf}} + r(x_j^{\text{sup}} - x_j^{\text{inf}}) \quad (2.15)$$

Ressalta-se ainda, que apesar de normalmente a geração da população inicial no método de ED ocorrer de forma aleatória, existem aplicações em que outras formas de inicialização do algoritmo são utilizadas. Abass et al. (2001), por exemplo, utilizaram a distribuição gaussiana para gerar os indivíduos da população inicial, de forma que estes foram gerados com base em um valor médio e um desvio padrão definidos pelo usuário da técnica.

2.2.3.2 – Operador de Cruzamento

Após a geração da população inicial, o algoritmo inicia o processo evolutivo da população. Para isso, faz-se necessária a geração de novos indivíduos, que ocorre através do operador de cruzamento. É nesta etapa que a técnica de ED se destaca das demais técnicas heurísticas, uma vez que o cruzamento entre os indivíduos é feito através de operações vetoriais. Tais operações estão representadas na Figura 2.7 e a expressão matemática que representa a etapa de cruzamento do algoritmo ED é mostrada na Equação 2.16.

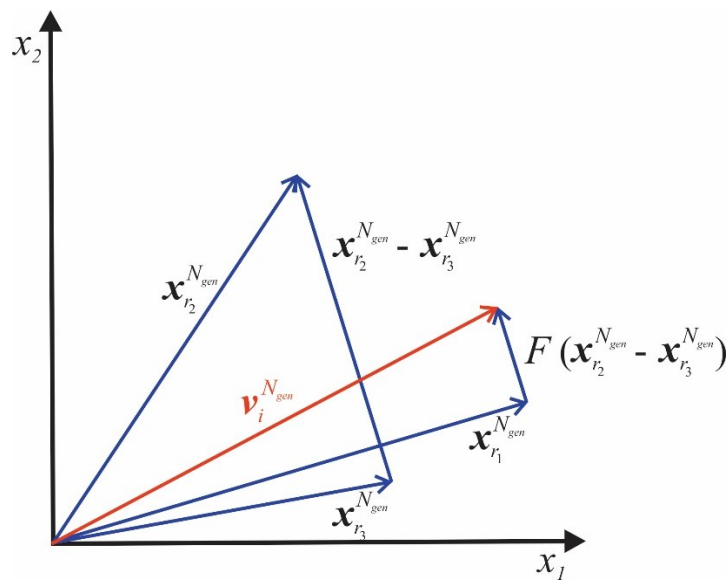


Figura 2.7 – Operações vetoriais envolvidas na etapa de cruzamento da Evolução Diferencial (adaptado de Price et al. (2005)).

$$\mathbf{v}_i^{N_{gen}} = \mathbf{x}_{r_1}^{N_{gen}} + F(\mathbf{x}_{r_2}^{N_{gen}} - \mathbf{x}_{r_3}^{N_{gen}}) \quad (2.16)$$

Na Equação 2.16, o índice N_{gen} refere-se à geração atual da população. A origem do novo indivíduo da população $\mathbf{v}_i^{N_{gen}}$ inicia-se com a seleção de três vetores aleatórios dentre os indivíduos da geração atual, de forma que um deles será o genitor principal ($\mathbf{x}_{r_1}^{N_{gen}}$) e os outros dois serão genitores secundários ($\mathbf{x}_{r_2}^{N_{gen}}$ e $\mathbf{x}_{r_3}^{N_{gen}}$). Então, é feita a subtração entre os genitores secundários e o vetor resultante é multiplicado por um fator de ponderação F , cujo valor recomendado deve estar entre 0,2 e 2,0 (STORN; PRICE, 1995). Após isso, o produto dessa multiplicação por escalar é somado ao genitor principal dando origem ao novo indivíduo.

É importante ressaltar que a operação de cruzamento não é feita necessariamente para todas as posições da população. O operador é aplicado segundo uma probabilidade de

cruzamento (Cr) definida pelo usuário. Segundo Storn e Price (1995), o valor mínimo recomendado para Cr é de 0,1. Assim, para cada posição na população gera-se um número aleatório com distribuição uniforme entre 0 e 1, caso o resultado seja menor ou igual a Cr , o operador de cruzamento é aplicado para aquela posição na população, caso contrário, não é gerado um novo indivíduo para aquela posição e mantém-se o indivíduo da geração atual ($\mathbf{x}_i^{N_{gen}}$). Matematicamente, o procedimento descrito é representado pela Equação 2.17, na qual r é, novamente, um número gerado de forma aleatória com distribuição uniforme entre 0 e 1.

$$\mathbf{w}_i^{N_{gen}} = \begin{cases} \mathbf{v}_i^{N_{gen}} & \text{se } r \leq Cr \\ \mathbf{x}_i^{N_{gen}} & \text{se } r > Cr \end{cases} \quad (2.17)$$

2.2.3.3 – Operador de Seleção

Finalizada a etapa de cruzamento, inicia-se a operação de seleção dos indivíduos que irão compor a nova geração da população. Para isso, são avaliados segundo a função objetivo todos os indivíduos da população atual e os indivíduos gerados na operação de cruzamento. Os indivíduos que não respeitarem uma ou mais restrições são penalizados na avaliação de seu valor da função objetivo. Assim, em cada posição da população, o indivíduo da geração atual ($\mathbf{x}_i^{N_{gen}}$) é comparado ao vetor gerado para aquela posição na etapa de cruzamento ($\mathbf{w}_i^{N_{gen}}$). Aquele que possuir melhor valor da função objetivo é mantido na geração seguinte.

A Equação 2.18 representa a operação de seleção para um problema de minimização da função objetivo (f), sendo que o índice $N_{gen}+1$ denota a geração subsequente da população.

$$\mathbf{x}_i^{N_{gen}+1} = \begin{cases} \mathbf{w}_i^{N_{gen}} & \text{se } f(\mathbf{w}_i^{N_{gen}}) \leq f(\mathbf{x}_i^{N_{gen}}) \\ \mathbf{x}_i^{N_{gen}} & \text{se } f(\mathbf{w}_i^{N_{gen}}) > f(\mathbf{x}_i^{N_{gen}}) \end{cases} \quad (2.18)$$

2.2.3.4 – Atendimento ao Critério de Parada

O procedimento evolutivo do algoritmo de ED ocorre até que um critério de parada seja atendido. A definição desse critério tem como objetivo evitar um uso desnecessário de recursos computacionais para alcançar a convergência do algoritmo. O critério de parada mais comum entre as técnicas heurísticas é a definição de um número máximo de gerações da população (N_{max}). Todavia, existem outros critérios que também podem ser usados, como o

tempo de processamento, um número máximo de avaliações da função objetivo ou até mesmo o monitoramento do usuário (PRICE et al., 2005).

2.2.4 – Otimização Multi-objetivo

Nos problemas de otimização é comum a existência de sistemas nos quais deseja-se melhorar mais de uma característica simultaneamente. Nesses casos, faz-se necessária a definição da função objetivo contendo múltiplos objetivos, sendo que cada um representa uma característica que se deseja melhorar no sistema. Problemas desse tipo são chamados de problemas de otimização multi-objetivo, e o seu tratamento pode ser mais complexo do que o de problemas que envolvem uma única função objetivo.

A maior complexidade dos problemas multi-objetivo ocorre pois, além do espaço das variáveis de projeto, o espaço dos objetivos também é composto por vetores, que contém valores para os M objetivos definidos. Desse modo, nesse tipo de problema, não é obtido somente um ponto ótimo, mas sim um conjunto desses pontos, que, ao serem comparados aos pares, uma solução sempre será melhor que a outra em ao menos um dos objetivos definidos, mas nunca em todos eles. Portanto, nos problemas multi-objetivo, também é importante a manutenção da diversidade entre as soluções no espaço dos objetivos, e, como a proximidade entre dois pontos no espaço das variáveis de projeto não implica necessariamente em proximidade no espaço dos objetivos, como pode ocorrer em problemas não lineares, a otimização pode se tornar mais complexa (DEB, 2001).

Em consequência da obtenção de múltiplos pontos ótimos, a escolha da solução mais conveniente dentre as obtidas na otimização multi-objetivo fica a critério do responsável pela tomada de decisão, que, muitas vezes, pode considerar fatores externos ao problema matemático, como viabilidade econômica e limitações físicas e técnicas para fazer a escolha (DEB, 2001; LOBATO, 2008).

Os pontos ótimos obtidos em problemas multi-objetivo são conhecidos como Ótimos de Pareto e seu conceito fundamenta-se no que foi proposto por Edgeworth (1881) e Pareto (1896). Segundo esse conceito, um ponto é considerado ótimo no contexto multi-objetivo se “nenhum critério utilizado pode melhorar a solução, sem piorar pelo menos um outro critério”. Desse modo, os pontos ótimos de Pareto consistem em um conjunto infinito de soluções ditas não-dominadas, pertencentes ao espaço dos objetivos, cujos pontos correspondentes no espaço

das variáveis de projeto estão dentro do conjunto viável (ESCHENAUER et al., 1990; OSY CZKA, 1984).

Sendo assim, a concepção de otimalidade nos problemas multi-objetivo está relacionada ao conceito de dominância entre as soluções. Para compreender melhor esses conceitos, considera-se duas soluções, x_1 e x_2 , em um problema de otimização com M funções objetivo, sendo $M \geq 2$. Assim, têm-se que a solução x_1 domina a solução x_2 se as seguintes condições são satisfeitas (OSY CZKA, 1984; LOBATO, 2008):

- A solução x_1 não é pior que x_2 em nenhuma das M funções objetivo;
- A solução x_1 é melhor que x_2 em pelo menos uma das M funções objetivo.

Dessa forma, nos problemas de otimização multi-objetivo, têm-se como resultado um conjunto de soluções não-dominadas entre si, as quais formam uma curva no espaço dos objetivos chamada de curva de ótimos de Pareto (ou somente curva de Pareto). A Figura 2.8 ilustra as curvas de Pareto formadas no espaço dos objetivos para dois diferentes problemas de otimização.

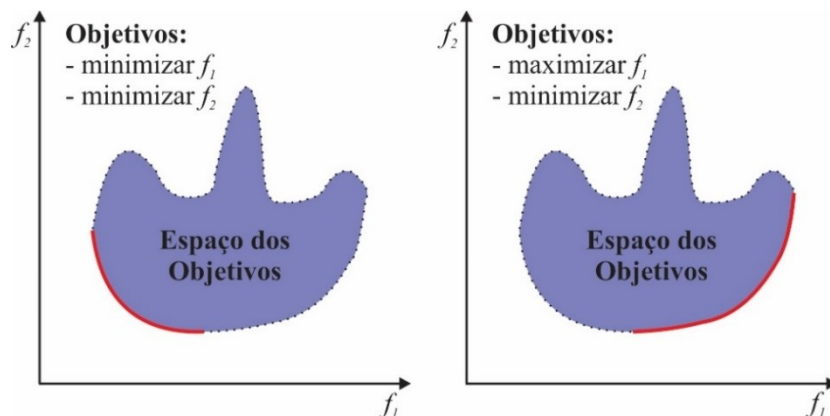


Figura 2.8 – Representação das curvas de Pareto para dois problemas com diferentes objetivos (adaptado de Deb (2001)).

As soluções não-dominadas que compõem a curva de Pareto obtida como resultado de um problema de otimização multi-objetivo possuem as seguintes propriedades (DEB, 2001):

- Qualquer solução do conjunto não-dominado deve ser não dominada em relação a qualquer outra solução do mesmo conjunto;
- Qualquer ponto não contido no conjunto não-dominado deve ser dominado por pelo menos uma solução desse conjunto.

Dessa forma, em um problema de otimização multi-objetivo deseja-se que as soluções obtidas ao final da execução do algoritmo tenham duas características. A primeira é que elas

sejam o mais próximas da curva de Pareto, assegurando assim sua qualidade. A outra característica desejada é a diversidade das soluções, ou seja, as soluções obtidas devem apresentar valores diversos das funções objetivo, pois, dessa forma, o responsável pela escolha da solução a ser implementada tem uma maior variedade de opções para escolher, cada uma mais ou menos comprometida com algum objetivo (DEB, 2001).

Para ilustrar o conceito da diversidade entre as soluções obtidas, tem-se a Figura 2.9, que mostra dois conjuntos de soluções obtidas como resultado de otimizações multi-objetivo. Na Figura 2.9 (a) é mostrado um conjunto de soluções bem distribuídas ao longo da curva de Pareto, apresentando uma boa diversidade entre os pontos. Já a Figura 2.9 (b) exibe um conjunto de soluções que se concentra em determinadas regiões da curva de Pareto, prejudicando a variedade entre elas.

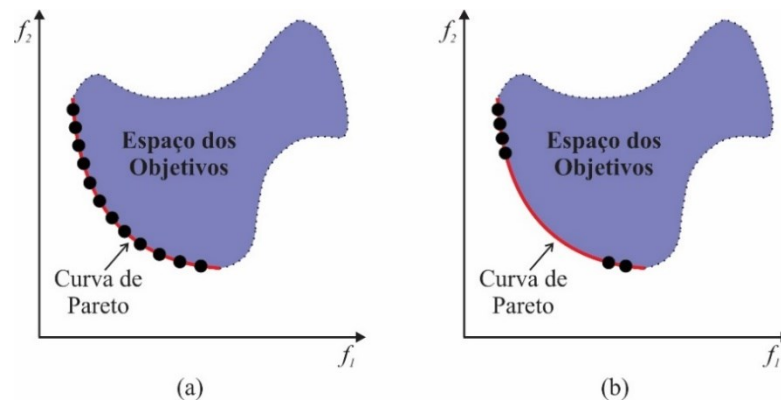


Figura 2.9 – Possíveis formas de distribuição das soluções ao longo da curva de Pareto (adaptado de Deb (2001)).

Existem diversas técnicas na literatura para tratar problemas de otimização multi-objetivo, sendo as técnicas heurísticas as que possuem uma maior facilidade para lidar com esse tipo de problema de otimização. Isso se deve ao fato desse tipo de técnica partir de uma população de pontos na busca pelas soluções não dominadas, o que permite que a curva de Pareto seja obtida em uma única execução do algoritmo. Dentre as técnicas heurísticas que se destacam no tratamento de problemas multi-objetivo pode-se citar: *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II* - NSGA II (DEB et al., 2000), *Strength Pareto Evolutionary Algorithm II* – SPEA II (ZITZLER et al., 2000), *Pareto Multi-Objective Genetic Algorithm* – PMOGA (CASTRO, 2001) e *Multi-Objective Differential Evolution* – MODE (LOBATO, 2008).

O algoritmo MODE consiste em uma forma de aplicação do método da Evolução Diferencial para problemas multi-objetivo, sendo a técnica usada para realizar as otimizações do presente trabalho. Por isso, esse método é descrito com mais detalhes a seguir.

2.2.5 – Multi-Objective Differential Evolution - MODE

O sucesso do método da ED de Storn e Price (1995), que teve aplicações bem-sucedidas em diversos trabalhos (STORN, 1999; PANHER; HAMEYER, 2000; KAPADI; GUDI, 2004; LOBATO; STEFFEN JR, 2006; LOBATO et al., 2007; KUMAR et al., 2011; VAKILI et al., 2011; SILVA, 2012), levou Babu et al. (2005) a propor uma abordagem para problemas multi-objetivo baseada nessa técnica. O algoritmo proposto foi intitulado como *Multi-Objective Differential Evolution* (MODE). Esse algoritmo foi modificado por Lobato (2008), apresentando como características o uso de operadores de classificação por *rank* e truncamento de soluções não-dominadas. A versão do algoritmo MODE proposta por Lobato (2008) foi a utilizada para realizar as otimizações deste trabalho e o referido algoritmo é mostrado na Figura 2.10.

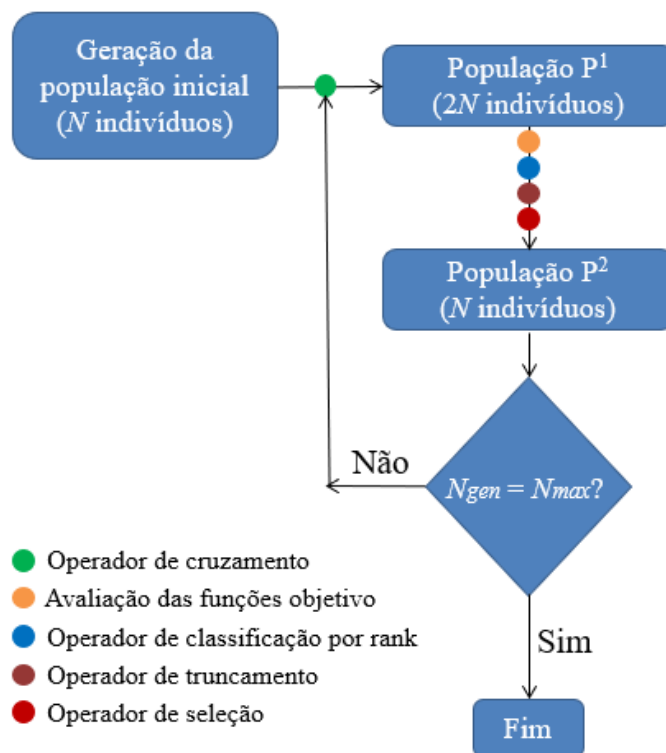


Figura 2.10 – Algoritmo MODE proposto por Lobato (2008).

Na referida figura, observa-se que o algoritmo MODE inicia com a geração aleatória da população inicial contendo N candidatos a solução. Em seguida, aplica-se o operador de cruzamento, similar ao operador do algoritmo de ED tradicional, gerando-se uma população P^1 com $2N$ indivíduos. Os indivíduos da população P^1 são, então, avaliados segundo as funções objetivo, de forma que aqueles que não respeitarem uma ou mais restrições sofrem penalidades

nos valores dessas funções. Em seguida, os indivíduos são classificados em *ranks*, segundo o critério de dominância de Pareto, e é aplicado o operador de truncamento das soluções, que elimina os indivíduos muito próximos entre si. Assim, aplica-se o operador de seleção, que elege as N melhores soluções da população P^1 para formar a nova geração da população de soluções P^2 . O procedimento descrito é repetido até que o número de gerações (N_{gen}) seja igual a um valor máximo definido pelo usuário (N_{max}). Dessa forma, o resultado da execução do algoritmo corresponde à população de soluções não-dominadas da última geração.

A seguir, são detalhados os operadores de ordenamento por *rank*, truncamento e seleção empregados no algoritmo MODE.

2.2.5.1 – Operador de Ordenamento por *Rank*

O operador de ordenamento por *rank* usado no algoritmo MODE foi proposto por Deb et al. (2000). Nesse operador, os indivíduos, já avaliados segundo as funções objetivo, são classificados em *ranks* segundo o critério de dominância de Pareto. Com isso, primeiramente, determina-se as soluções não-dominadas da população e estas são classificadas como de *rank* 1. Então, excetuando-se as soluções de *rank* 1, verifica-se quais são as soluções não-dominadas da população remanescente, e essas são tidas como de *rank* 2. O procedimento de classificação é novamente realizado, excetuando-se as soluções de *rank* 1 e 2, para se determinar os indivíduos de *rank* 3. Isso é feito sucessivamente, até que todos os indivíduos da população estejam classificados dentro de algum *rank*.

A Figura 2.11 ilustra a estrutura de ordenamento por *rank* dentro da população, que, segundo Silva (2004), contribui para a diversidade das soluções, por favorecer a evolução das curvas ao invés de pontos individuais.

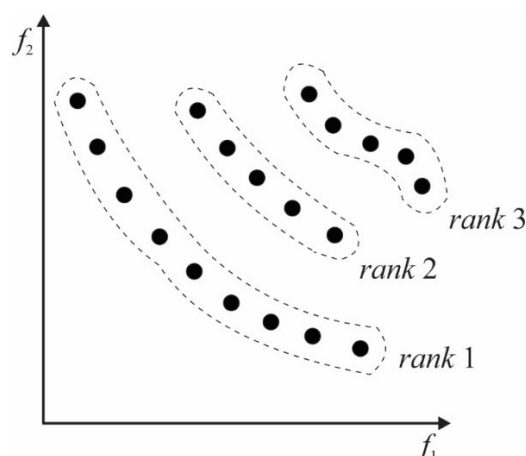


Figura 2.11 – Estrutura do ordenamento por *rank* (reproduzido de Lobato (2008)).

2.2.5.2 – Operador de Truncamento de Soluções

Na execução do algoritmo MODE podem ser obtidas soluções muito próximas umas das outras, o que, ao longo das gerações do algoritmo, poderia resultar em uma curva com pontos concentrados em regiões específicas do espaço dos objetivos. Para evitar esse tipo de ocorrência e favorecer a diversidade das soluções não-dominadas obtidas durante a execução do algoritmo, utiliza-se o operador de truncamento de soluções. Esse operador elimina as soluções que estão muito próximas entre si, contribuindo para que permaneçam na população os pontos que se encontrarem mais espalhados em relação aos demais. Dessa forma, as soluções obtidas ao final da execução do algoritmo tendem a estar mais distribuídas ao longo da curva de Pareto, possuindo maior diversidade (DEB, 2001).

A métrica usada no operador de truncamento para determinar as soluções que se encontram muito próximas umas das outras é a distância de multidão. Resumidamente, esse mecanismo funciona da seguinte maneira: após a aplicação do operador de ordenamento por *rank*, calcula-se a distância entre os indivíduos e seus vizinhos mais próximos no espaço dos objetivos, então elimina-se aqueles que se encontram muito próximos uns dos outros.

O cálculo da distância de multidão d_i das soluções inicia-se atribuindo $d_i = 0$ para todos os T indivíduos dentro de um mesmo *rank*. Então, para cada um dos M objetivos, ordena-se as soluções segundo o valor da função objetivo f_m , de forma decrescente, na lista I^m ($m = 1, 2, \dots, M$). Em seguida, atribui-se para as soluções extremas (máxima e mínima), em cada um dos M objetivos, valor infinito para a distância de multidão ($d_{m,1} = \infty$ e $d_{m,T} = \infty$). Enfim, calcula-se as distâncias de multidão dos demais indivíduos em cada um dos M objetivos conforme a Equação 2.19, assegurando que as soluções mais afastadas das demais apresentem maiores valores de d_i .

$$d_{m,i} = d_{m,i} + \frac{f_{m,i+1} - f_{m,i-1}}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} \quad (2.19)$$

Na Equação 2.19, o sub-índice i corresponde a posição do indivíduo no ordenamento feito para a m -ésima função objetivo na lista I^m , $f_{m,i+1}$ e $f_{m,i-1}$ são os valores da função objetivo m dos vizinhos desse indivíduo e $f_m^{\max}$ e $f_m^{\min}$ são, respectivamente, os valores máximo e mínimo da função objetivo m entre os indivíduos.

Dessa forma, a distância de multidão d_i representa uma estimativa do perímetro do cuboide formado entre os vizinhos mais próximos de um ponto i no espaço dos objetivos. Esse conceito é geometricamente ilustrado para um caso com dois objetivos, f_1 e f_2 , na Figura 2.12,

de modo que quanto mais afastado de seus vizinhos for o ponto i , maior será o cuboide formado referente a ele. Ademais, ressalta-se que o cuboide gerado para as soluções nas extremidades da figura (d_1 e d_T) é infinito.

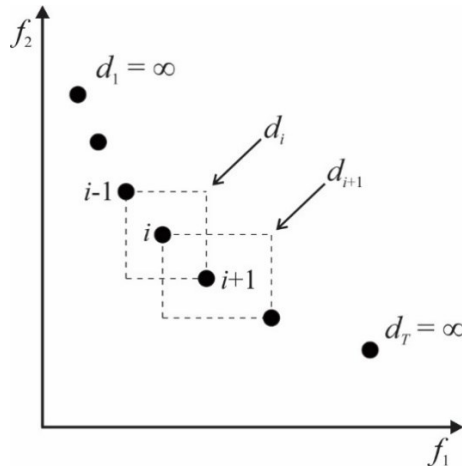


Figura 2.12 – Representação geométrica do conceito de distância de multidão (reproduzido de Lobato (2008)).

2.2.5.3 – Operador de Seleção

No algoritmo MODE, a seleção dos indivíduos que irão compor a próxima geração da população é feita com base em seus *ranks*, priorizando-se as soluções de *ranks* menores. Dessa forma, primeiramente são selecionados os pontos de *rank* 1, seguidos por aqueles de *rank* 2 e assim sucessivamente, até que a quantidade de indivíduos selecionados atinja o tamanho N da população.

2.3 – Tratamento de Incertezas

Tradicionalmente, os problemas de otimização são tratados sem levar em conta as incertezas às quais o sistema a ser otimizado está sujeito. Na prática, sabe-se que os sistemas reais de engenharia estão sujeitos a imprecisões nas medidas, oscilações em seus parâmetros e variações de grandezas relevantes ao longo do tempo, devido à natureza dinâmica da realidade. Portanto, os problemas a serem otimizados podem apresentar perturbações nas variáveis de projeto que afetam de maneira significativa as respostas do sistema, de forma que, ao se implementar a solução ótima obtida, os resultados obtidos na prática podem ser destoantes do que se esperava (LEIDEMER, 2009; CUNHA et al., 2016). Logo, é evidente a importância de se adotar uma estratégia de tratamento de incertezas nos problemas de otimização.

Diante disso, a seguir são apresentadas duas estratégias para tratamento de incertezas nos problemas de otimização: a robustez e a confiabilidade.

2.3.1 – Robustez

A abordagem robusta dos problemas de otimização consiste na busca por pontos ótimos que, além de apresentar bons valores das funções objetivo, sejam também pouco sensíveis a perturbações nas variáveis de projeto. Ou seja, mesmo que essas variáveis sofram perturbações, os valores das funções objetivo pouco se alteram. Essa forma de tratamento dos problemas de otimização foi proposta por Taguchi (1984) e os pontos ótimos obtidos por essa metodologia são chamados de pontos ótimos robustos. Para ilustrar melhor esse conceito, tem-se a Figura 2.13, que mostra a diferença entre uma solução ótima global (não robusta) e uma robusta.

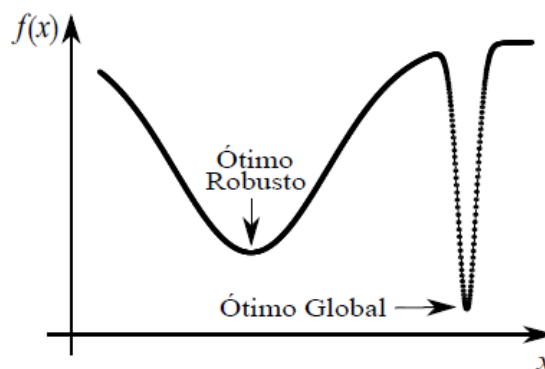


Figura 2.13 – Ilustração da diferença entre ponto ótimo robusto e global (adaptado de Deb e Gupta (2006)).

Na Figura 2.13, deseja-se minimizar a função $f(x)$, sendo x a única variável de projeto do sistema. Observa-se que duas soluções ótimas podem ser obtidas: uma correspondente ao ponto ótimo global, que seria encontrado pelo uso de otimização convencional, mas que é altamente sensível a oscilações na variável de projeto x , e a outra que é um ponto ótimo local, cujo valor da função objetivo pouco varia mediante pequenas perturbações em x , sendo considerada uma solução ótima robusta.

Assim, podem ser encontrados na literatura diversos trabalhos aplicando otimização robusta. Tais aplicações são realizadas para solucionar problemas de diversas áreas, como o setor de logística, sistemas de energia e engenharia.

Na área de logística, pode-se citar como exemplo o trabalho de Ang et al. (2012), que otimizaram robustamente um sistema de armazenamento de cargas unitárias, envolvendo

fornecimento e demanda de produtos variáveis. Além disso, têm-se também o estudo de Werners e Wuelfing (2010) que aplicaram a otimização robusta para aprimorar o sistema de transportes internos de um centro de triagem de encomendas.

No setor energético, Ribas et al. (2010) utilizaram otimização robusta para desenvolver um modelo de planejamento estratégico da cadeia de abastecimento de petróleo e seus derivados. Para isso, os autores consideraram como variáveis fontes de incertezas a produção de petróleo bruto, a demanda pelos produtos e os preços do mercado. Dessa forma, o estudo foi realizado tendo como objetivo de otimização maximizar o lucro obtido com a produção de petróleo no Brasil nos 10 anos subsequentes.

No ramo da engenharia, têm-se como exemplo o trabalho de Salimi e Lowther (2016), que usaram uma abordagem robusta na otimização de um motor de ímã permanente interno (PMI). No referido trabalho, foram consideradas como variáveis de projeto as dimensões do ímã e as otimizações foram realizadas considerando dois estudos de caso. Em um deles, os objetivos avaliados eram o torque médio e a oscilação do torque. No outro, os objetivos eram a maximização da eficiência e a minimização do volume do ímã. Assim, para ambos os casos, a otimização robusta levou a resultados satisfatórios.

No que se refere à aplicação do tratamento robusto em problemas otimização, geralmente há a incorporação de um parâmetro de robustez, que pode ser definido de diferentes formas, dependendo da técnica utilizada. Pode-se citar como exemplos de métodos para inserção de robustez na otimização a regularização robusta (LEWIS, 2002), o uso de medidas de expectância e variância (JIN; SENDHOFF, 2003) e a média efetiva (DEB; GUPTA, 2006). Este último é o método utilizado no presente trabalho e, por isso, é detalhado a seguir.

2.3.1.1 – Média Efetiva

O método da média efetiva é uma forma de tratamento robusto de problemas de otimização proposto por Deb e Gupta (2006). Nessa abordagem, as soluções, ao invés de serem avaliadas por seus valores nominais das funções objetivo, têm os seus valores dessas funções estimados levando-se em consideração também as vizinhanças em torno dos pontos.

Para compreender melhor esse método, a Equação 2.20 mostra como a média efetiva $f_{eff}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\delta})$ de uma função objetivo $f(\mathbf{x})$ é calculada para um ponto genérico $\mathbf{x}$, considerando-se a vizinhança $B_{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x})$ gerada em torno desse ponto (Equação 2.21).

$$f_{eff}(\mathbf{x}, \delta) = \frac{1}{|B_\delta(\mathbf{x})|} \int_{\mathbf{y} \in B_\delta(\mathbf{x})} f(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2.20)$$

$$B_\delta(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n) \mid y_i \in [x_i - \delta_i, x_i + \delta_i], i = (1, 2, \dots, n)\} \quad (2.21)$$

Na Equação 2.20, o termo $|B_\delta(\mathbf{x})|$ corresponde ao hipervolume da vizinhança gerada e $\mathbf{y}$ representa um ponto da vizinhança de $\mathbf{x}$ dentro do raio δ . Por sua vez, a integral definida da Equação 2.20 pode ser avaliada numericamente a partir da geração de um número N_s de pontos aleatórios dentro dos limites da δ -vizinhança de $\mathbf{x}$. Essa forma de avaliação é responsável pelo aumento significativo do custo computacional associado ao uso do método da média efetiva, uma vez que, para cada indivíduo de cada geração, é necessário calcular os valores das funções objetivo em N_s pontos (DEB; GUPTA, 2006).

Para realizar esse procedimento de avaliação das integrais, podem ser utilizados os métodos de Monte Carlo e do Hipercubo Latino. O primeiro apresenta um bom desempenho e um tempo de execução satisfatório quando o problema envolve um número pequeno de variáveis de projeto (JIN; SENDHOFF, 2003; PAENK et al. 2006), enquanto o segundo é indicado para problemas que apresentam grande número de variáveis envolvidas, possuindo um desempenho melhor nesses casos (DEB; GUPTA, 2006; MOREIRA, 2015).

Na literatura podem ser encontrados trabalhos que aplicam a otimização robusta usando a medida da média efetiva dentro do contexto da engenharia. Dentre eles pode-se mencionar o estudo de Cunha et al. (2016), no qual a otimização robusta pelo método da média efetiva foi utilizada para resolver um problema multi-objetivo de um processo de alquilação em que se desejava maximizar a quantidade de octanos produzidos e o lucro do processo.

Outro trabalho que pode ser citado é o de Silveira et al. (2016), que utilizaram otimização por ED associada à abordagem da média efetiva para determinar parâmetros cinéticos de uma operação de secagem. Os resultados da otimização robusta foram comparados aos obtidos de forma nominal e os autores concluíram que ambos levaram a estimativas satisfatórias dos parâmetros cinéticos de secagem, todavia os parâmetros robustos mostraram-se menos sensíveis a perturbações nas condições do sistema.

Ainda na área da engenharia, Garcia (2018) utilizou otimização robusta, baseada no conceito da média efetiva, para encontrar as dimensões geométricas de hidrociclones que resultavam em separadores com desempenho aprimorado. Os equipamentos obtidos no estudo em questão são utilizados como referência para a construção de alguns dos hidrociclones a

serem testados no presente trabalho e, por isso, a seguir a pesquisa de Garcia (2018) é descrita com mais detalhes.

2.3.1.2 – Metodologia Adotada e Hidrociclones Obtidos por Garcia (2018)

No trabalho de Garcia (2018), primeiramente foram estimadas equações das respostas do hidrociclone, eficiência total (η), razão de líquido (R_L), Número de Euler (Eu), diâmetro de corte (d_{50}) e concentração volumétrica do *underflow* (C_{vu}), como função de suas dimensões geométricas, diâmetros do duto de alimentação (D_i) e do tubo de *overflow* (D_o), comprimento total (L) e ângulo da seção cônica (θ). Para isso, foram utilizados os dados coletados por Salvador (2017) para hidrociclones de paredes maciças, os quais foram obtidos a partir de um Planejamento Composto Central (PCC), com 5 réplicas no ponto central e ortogonalidade igual a 1,66, considerando as variáveis dimensionais mencionadas. Essas variáveis foram codificadas conforme as Equações de 2.22 a 2.25.

$$X_1 = \frac{(D_i / D_c) - 0,21}{0,05} \quad (2.22)$$

$$X_2 = \frac{(D_o / D_c) - 0,27}{0,05} \quad (2.23)$$

$$X_3 = \frac{(L / D_c) - 5,8}{1,1} \quad (2.24)$$

$$X_4 = \frac{\theta - 14,5}{3,3} \quad (2.25)$$

Nas equações mostradas, D_c corresponde ao diâmetro da seção cilíndrica, cujo valor nos experimentos de Salvador (2017) era constante e igual a 30 mm. Da mesma forma, as demais variáveis geométricas que não faziam parte do PCC, comprimento do *vortex finder* (l) e diâmetro do orifício de *underflow* (D_u), também tinham seus valores fixos e iguais a 12 mm e 5 mm, respectivamente.

Dessa forma, as equações das respostas do hidrociclone ajustadas por Garcia (2018) usaram os resultados do PCC de Salvador (2017) mostrados no Anexo A e possuíam a forma exibida na Equação 2.26.

$$Y = \omega_0 + \sum_{i=1}^4 \omega_i X_i + \sum_{i=1}^4 \omega_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^4 \sum_{j>i}^4 \omega_{ij} X_i X_j \quad (2.26)$$

Na referida equação, Y corresponde à resposta do hidrociclone, podendo ser η , R_L , Eu , d_{50} ou C_{vu} , e ω é o vetor dos parâmetros do modelo que seriam estimados.

Assim, o ajuste dos modelos foi feito usando otimização pelo método da Evolução Diferencial para minimizar a função objetivo f mostrada na Equação 2.27. Nessa equação, n_{exp} corresponde ao número de experimentos realizados e os termos Y_i^{exp} , Y_i^{cal} e Y_{max}^{exp} são, respectivamente, o valor experimental da resposta considerada, o valor calculado pelo modelo dessa resposta e o maior valor experimental da resposta em questão.

$$f = \sum_{i=1}^{n_{exp}} \frac{(Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{(Y_{max}^{exp})^2} \quad (2.27)$$

Os ajustes dos modelos foram feitos usando otimização nominal (sem robustez) e robusta, empregando o método da média efetiva. Isto posto, os valores utilizados nos parâmetros do algoritmo de ED e no cálculo da média efetiva foram:

- Número de indivíduos da população (N): 50;
- Número máximo de gerações (N_{max}): 500;
- Fator de ponderação (F): 0,5;
- Probabilidade de cruzamento (Cr): 0,8;
- Número de amostras nas vizinhanças (N_s): 25;
- Intervalo de busca dos parâmetros: $-2000 \leq \omega_i \leq 2000$.

Dessa forma, com os modelos das respostas do hidrociclone ajustados, aqueles que foram obtidos usando otimização nominal e robusta com parâmetro de robustez δ igual a 10% foram usados como funções objetivo nas otimizações das dimensões do hidrociclone.

Nessa nova etapa de otimização, foram consideradas como variáveis de projeto as dimensões codificadas do hidrociclone X_1 , X_2 , X_3 e X_4 e foram considerados 4 estudos de caso, com diferentes combinações de funções objetivo, sendo eles:

- **Caso 1:** maximizar η e minimizar R_L ;
- **Caso 2:** maximizar η e minimizar Eu ;
- **Caso 3:** minimizar R_L e minimizar Eu ;
- **Caso 4:** maximizar η , minimizar R_L e minimizar Eu .

Em todos os estudos de caso, foram consideradas as restrições mostradas nas Equações de 2.28 a 2.32. Destaca-se que a restrição mostrada na Equação 2.28 corresponde ao intervalo de busca das variáveis de projeto, sendo a mesma faixa de validade dos experimentos de Salvador (2017). Ademais, a restrição da Equação 2.32 assegurava a viabilidade física dos

hidrociclones obtidos, uma vez que garantia que o comprimento total deles fosse maior que o comprimento da parte cônica, vinculada ao ângulo θ .

$$-1,66 \leq X_i \leq 1,66; (i = 1, 2, 3, 4) \quad (2.28)$$

$$\eta \geq 70\% \quad (2.29)$$

$$R_L \leq 10\% \quad (2.30)$$

$$Eu \leq 5000 \quad (2.31)$$

$$L > H \quad (2.32)$$

Novamente, as otimizações foram realizadas de forma nominal e robusta para os 4 estudos de caso. Dessa vez, como as otimizações eram multi-objetivo foi utilizado o algoritmo MODE acoplado ao conceito da média efetiva. Os parâmetros usados na execução do algoritmo foram:

- Número de indivíduos da população (N): 100;
- Número máximo de gerações (N_{max}): 500;
- Fator de ponderação (F): 0,9;
- Probabilidade de cruzamento (Cr): 0,9;
- Número de amostras nas vizinhanças (N_s): 250;

Nessas condições, foram feitas otimizações de cada um dos 4 estudos de caso de maneira nominal e robusta, usando como funções objetivo os modelos ajustados de forma nominal e robusta. Então, foram selecionados, em cada estudo de caso, hidrociclones para serem construídos e testados experimentalmente. Os separadores foram selecionados tanto das otimizações realizadas usando modelos nominais quanto das que utilizaram modelos robustos.

Nos casos 1, 2 e 3, os equipamentos selecionados correspondiam aos hidrociclones das curvas de Pareto nominal e robusta, com parâmetro de robustez δ igual a 10%, de melhor valor da resposta não otimizada no caso em questão. Sendo assim, no caso 1 foram selecionados os separadores de menor Eu de cada curva, no caso 2 os de menor R_L e no caso 3 os separadores de maior η .

Por sua vez, no caso 4, que envolvia a otimização simultânea dos três objetivos, foram selecionados os hidrociclones de melhor valor de cada uma das respostas otimizadas, das curvas de Pareto nominal e robusta ($\delta = 10\%$). Ou seja, nesse estudo de caso, foram selecionados os equipamentos de maior η , menor R_L e menor Eu de cada uma dessas curvas.

Os hidrociclones selecionados por Garcia (2018) foram usados como referência no presente trabalho, para serem construídos e testados experimentalmente. Tais equipamentos são mostrados nas Tabelas 2.2 e 2.3, sendo que a Tabela 2.2 mostra os separadores obtidos usando otimização com modelos nominais e a Tabela 2.3 exibe os hidrociclones obtidos a partir de otimização com modelos robustos.

Tabela 2.2 – Hidrociclones selecionados de Garcia (2018) obtidos por otimização com modelos nominais.

Caso	Otimização	Hidrociclone	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ (°)
1	Nominal	HOA	4,4	9,8	120,2	20,0
	Robusta	HOC	4,4	10,4	120,3	20,0
2	Nominal	HOE	7,8	10,6	182,9	9,0
	Robusta	HOG	4,7	9,0	120,2	20,0
3	Nominal	HOI	7,7	10,6	180,9	9,2
	Robusta	HOK	4,4	10,6	120,3	19,6
4	Nominal	HO37	4,4	10,6	192,8	9,2
	Nominal	HO38	4,8	9,9	120,8	12,1
	Nominal	HO39	7,8	10,5	180,8	9,3
	Robusta	HO43	4,7	9,0	122,0	20,0
	Robusta	HO44	4,5	10,5	120,2	19,7
	Robusta	HO45	7,2	9,6	129,1	19,9

Tabela 2.3 – Hidrociclones selecionados de Garcia (2018) obtidos por otimização com modelos robustos.

Caso	Otimização	Hidrociclone	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ (°)
1	Nominal	HOM	4,6	9,8	120,3	12,0
	Robusta	HOO	5,0	9,7	120,4	12,3
2	Nominal	HOQ	5,3	9,1	120,3	20,0
	Robusta	HOS	5,3	9,2	120,2	20,0
3	Nominal	HOU	7,7	10,6	184,5	9,1
	Robusta	HOW	7,2	9,6	155,4	9,8
4	Nominal	HO85	4,4	9,1	122,0	20,0
	Nominal	HO86	5,1	9,9	120,2	12,0
	Nominal	HO87	7,7	10,6	186,3	9,0
	Robusta	HO91	4,6	9,2	120,6	20,0
	Robusta	HO92	5,0	9,7	120,5	12,3
	Robusta	HO93	6,8	9,7	158,4	10,1

2.3.2 – Confiabilidade

No projeto de qualquer sistema de engenharia deseja-se que a solução obtida tenha um bom desempenho ao ser implementada na prática. Contudo, todo projeto está sujeito a incertezas em suas variáveis, parâmetros e modelos, o que na prática pode prejudicar o comportamento do sistema levando à ocorrência de um desempenho indesejado, ou seja, à falha. Nesse contexto, o conceito de confiabilidade corresponde à probabilidade de sucesso de um determinado sistema em termos de critérios de desempenho definidos (DU, 2005; LIBOTTE, 2020).

Para uma melhor compreensão do conceito de confiabilidade, a Figura 2.14 ilustra graficamente a diferença entre uma solução obtida por otimização nominal e aquelas obtidas por otimizações baseadas em confiabilidade.

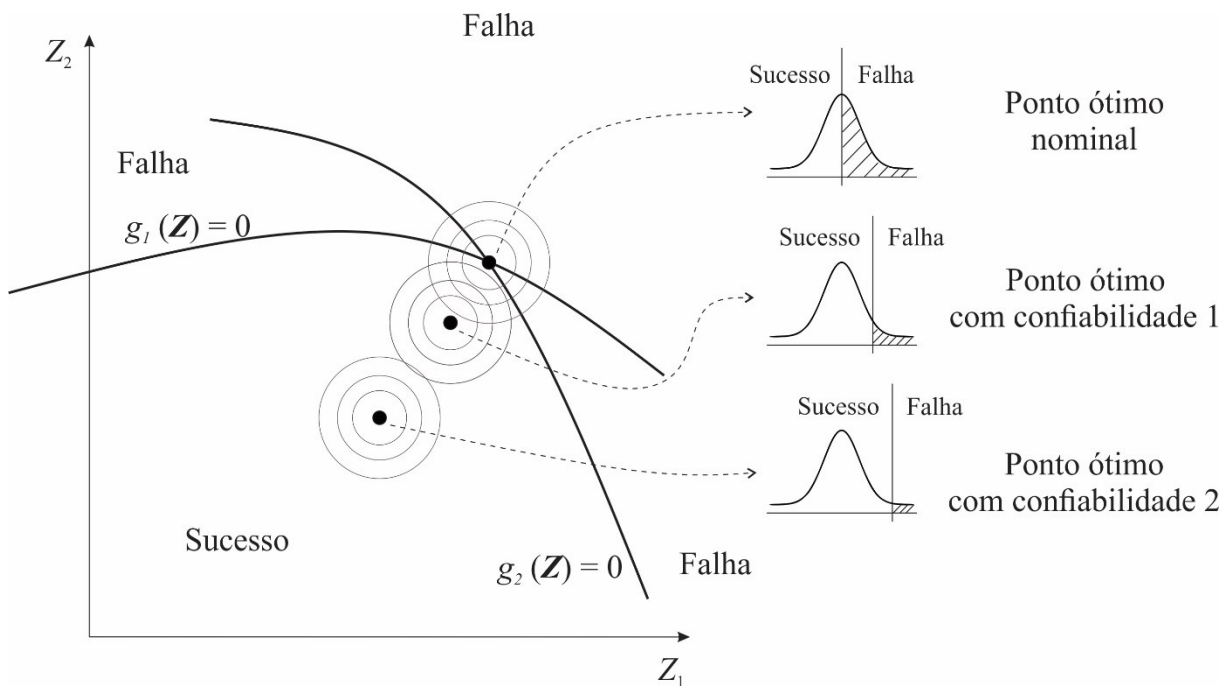


Figura 2.14 – Ilustração gráfica da diferença entre ponto ótimo nominal e com confiabilidade (adaptado de Corso et al. (2016)).

Na referida figura, está representado o espaço das variáveis de projeto (Z_1 e Z_2), o qual tem as regiões de sucesso e de falha delimitadas pelas curvas $g_1(\mathbf{Z}) = 0$ e $g_2(\mathbf{Z}) = 0$. O ponto ótimo obtido de forma nominal localiza-se na fronteira entre as regiões de sucesso e de falha, portanto, em função das incertezas inerentes a esse ponto, há uma probabilidade significativa de que uma solução falha seja obtida na prática. Por sua vez, o ponto ótimo com confiabilidade 1 localiza-se no interior da região de sucesso mantendo uma certa distância em relação à

fronteira com a região de falha, por isso, mesmo diante das incertezas, esse ponto tem uma maior probabilidade de permanecer na região de sucesso em relação ao ponto ótimo nominal. Por fim, o ponto ótimo com confiabilidade 2 está situado em uma região ainda mais interna da região de sucesso e, conseqüentemente, mais distante da fronteira com a região de falha em relação às outras duas soluções. Portanto, tal ponto é o de maior confiabilidade entre os três, possuindo a maior probabilidade de permanecer na região de sucesso diante das incertezas relacionadas a ele.

Antes de abordar técnicas específicas para tratamento de problemas com confiabilidade e entender como a confiabilidade de um projeto pode ser determinada, é necessário compreender alguns conceitos que são apresentados a seguir.

2.3.2.1 – Distribuição de Probabilidade

Uma variável aleatória corresponde ao resultado de um experimento estocástico, que quando executado repetidas vezes pode produzir resultados com valores distintos, em função da sua dependência de fatores imprevisíveis, isto é, incertezas (AGGARWAL, 1993). Dessa forma, um conjunto de n dados coletados para uma dada variável aleatória Z pode ter a sua tendência central representada pela média amostral (μ_Z) e a sua dispersão quantificada pelo desvio padrão (σ_Z), conforme mostrado nas Equações 2.33 e 2.34, sendo z_i cada uma das n amostras coletadas.

$$\mu_Z = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} \quad (2.33)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \mu_Z)^2}{n}} \quad (2.34)$$

Usando seus valores de média e desvio padrão, a variável aleatória Z pode ter a forma de dispersão dos seus dados representada por uma distribuição de probabilidade, que corresponde a uma função matemática que descreve as chances de diferentes resultados de um experimento aleatório ocorrerem. Contudo, existem diversos modelos de distribuição de probabilidade (normal, log-normal, uniforme, exponencial, entre outros) e a escolha daquele que melhor representa o comportamento aleatório do sistema é fundamental para sua caracterização (CHOI; CANFIELD; GRANDHI, 2007).

Dentre os modelos de distribuição de probabilidade, um dos mais frequentemente utilizados, sobretudo em problemas de engenharia, é o modelo de distribuição normal, também conhecido como distribuição gaussiana. Tal modelo é representado pela função densidade de probabilidade mostrada na Equação 2.35, que fornece a frequência de ocorrência ($f_Z(z)$) em função do valor da variável z .

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right) \quad (2.35)$$

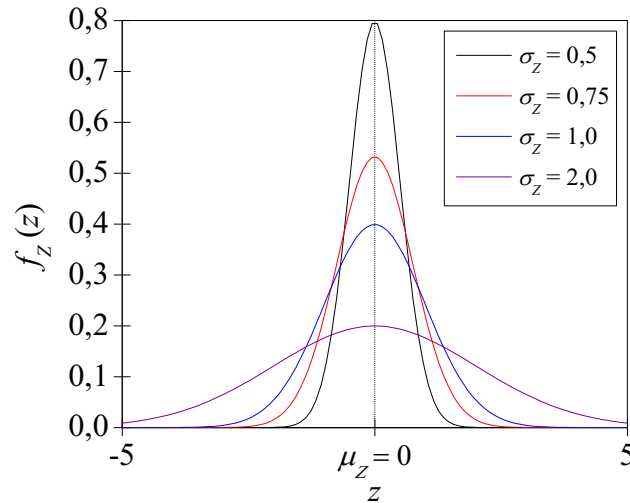
A curva de densidade de probabilidade da distribuição normal possui a forma mostrada na Figura 2.15 (a), apresentando um pico no ponto em que z é igual a média (μ_Z) e diminuindo monotonicamente, tendendo a zero de forma simétrica, à medida que z se afasta de μ_Z . O desvio padrão (σ_Z) marca a distância em relação ao ponto médio na qual ocorre a inflexão da curva. Sendo assim, distribuições com σ_Z maiores produzem curvas mais achatadas, ao passo que σ_Z menores resultam em distribuições com picos mais pronunciados. Esse comportamento pode ser observado na Figura 2.15 (a), que exibe o formato das curvas de densidade de probabilidade da distribuição normal para uma mesma média ($\mu_Z = 0$) e diferentes valores de desvio padrão (LIBOTTE, 2020).

A área abaixo da curva de densidade de probabilidade da distribuição normal possui valor unitário, sendo assim, para determinar a probabilidade do valor da variável aleatória Z estar dentro de um dado intervalo, basta calcular a integral da referida função definida no intervalo de interesse. Dessa forma, existe uma expressão que fornece a probabilidade de Z ser menor que um dado valor z ($P[Z \leq z]$), ela é chamada de função de distribuição acumulada ($F_Z(z)$). Tal função corresponde à integral da função densidade de probabilidade definida no intervalo $]-\infty; z]$ e, no caso da distribuição normal, ela tem a forma mostrada na Equação 2.36 (CHOI; CANFIELD; GRANDHI, 2007).

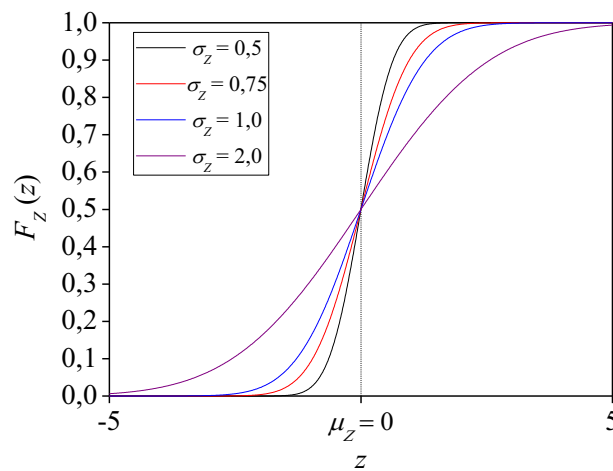
$$F_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right) d\alpha \quad (2.36)$$

O formato da curva de distribuição acumulada da distribuição normal é mostrado na Figura 2.15 (b). Tal função caracteriza-se por ser não-decrescente e tender a 1 quando z tende a infinito. Além disso, no ponto em que z é igual à média (μ_Z), o valor da função é igual a 0,5, isto é, a probabilidade da variável aleatória Z ser menor ou igual a sua média é de 50%. Já o desvio padrão (σ_Z) influencia na inclinação da curva, que é maior para σ_Z menores, chegando

nas proximidades do limite superior da função ($F_Z(z) = 1$) mais rapidamente. A Figura 2.15 (b) ilustra esse comportamento, comparando curvas de distribuição acumulada normal com a mesma média ($\mu_Z = 0$) e diferentes valores de desvio padrão.



(a) Curva de densidade de probabilidade.



(b) Curva de distribuição acumulada.

Figura 2.15 – Curvas de densidade de probabilidade (a) e distribuição acumulada (b) da variável aleatória Z que segue uma distribuição normal com média $\mu_Z = 0$ (adaptado de Libotte (2020)).

Ainda, a distribuição normal pode ser padronizada fazendo-se a transformação da variável aleatória Z na variável U , conforme mostrado na Equação 2.37. Dessa forma, a nova distribuição normal de U , que é chamada de distribuição normal padrão, apresenta média igual a zero e desvio padrão igual a 1.

$$U = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z} \quad (2.37)$$

A função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão assume a forma mostrada na Equação 2.38 e a sua função de distribuição acumulada corresponde à Equação 2.39 (CHOI; CANFIELD; GRANDHI, 2007).

$$\phi_U(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) \quad (2.38)$$

$$\Phi_U(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha^2\right) d\alpha \quad (2.39)$$

2.3.2.2 – Ponto Mais Provável de Falha e Índice de Confiabilidade

Para a compreensão dos conceitos do ponto mais provável de falha e do índice de confiabilidade, considera-se um sistema de engenharia genérico influenciado pelo vetor de variáveis aleatórias e contínuas $\mathbf{Z} = (Z_1, \dots, Z_n)$, e cuja função de desempenho é dada por $g(\mathbf{Z})$. O limiar entre as regiões em que este sistema de engenharia executa adequadamente a função para a qual foi projetado e aquela em que ele não mais é eficaz é denominado estado limite. Matematicamente, esta fronteira entre o sucesso e a falha do sistema é representada pela função de estado limite $g(\mathbf{Z}) = 0$. Dessa forma, fica definida a região de falha do sistema como $g(\mathbf{Z}) > 0$ e a região de sucesso como $g(\mathbf{Z}) \leq 0$ (LIBOTTE, 2020).

Sendo assim, a probabilidade de falha (p_f) do sistema em um evento aleatório pode ser calculada pela integral da função densidade de probabilidade ($f_Z(\mathbf{z})$) na região de falha ($g(\mathbf{Z}) > 0$), conforme mostrado na Equação 2.40.

$$p_f = P[g(\mathbf{Z}) > 0] = \int_{g(\mathbf{Z}) > 0} f_Z(\mathbf{z}) d\mathbf{z} \quad (2.40)$$

Similarmente, a probabilidade de sucesso (p_s) do sistema, também conhecida como confiabilidade, pode ser calculada como a integral da função densidade de probabilidade na região de sucesso ($g(\mathbf{Z}) \leq 0$) ou, alternativamente, como o valor complementar à probabilidade de falha, conforme mostrado na Equação 2.41.

$$p_s = 1 - p_f = P[g(\mathbf{Z}) \leq 0] = \int_{g(\mathbf{Z}) \leq 0} f_Z(\mathbf{z}) d\mathbf{z} \quad (2.41)$$

Considerando-se que as variáveis aleatórias que compõem o vetor $\mathbf{Z}$ seguem distribuições normais, estas variáveis podem ser transformadas para a forma da distribuição normal padrão através da Equação 2.37, dando origem ao vetor de variáveis aleatórias $\mathbf{U}$. Dessa forma, a função de estado limite $g(\mathbf{Z}) = 0$ também passa a ser mapeada no espaço normal padrão de $\mathbf{U}$, se transformando em $G(\mathbf{U}) = 0$.

Sendo assim, o ponto mais provável de falha ($\mathbf{u}^*$) corresponde ao ponto do espaço de $\mathbf{U}$ que pertence à função de estado limite $G(\mathbf{U}) = 0$ e que apresenta o maior valor da função densidade de probabilidade normal padrão ($\phi_U(\mathbf{u})$), uma vez que um maior valor desta função indica uma maior probabilidade de ocorrência em um experimento aleatório. Matematicamente, o ponto mais provável de falha é definido pela Equação 2.42.

$$\mathbf{u}^* = \begin{cases} \arg_{\mathbf{u}} \max \phi_U(\mathbf{u}) \\ \text{Sujeito a } G(\mathbf{U}) = 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

Por sua vez, o índice de confiabilidade (β) é definido como a quantidade de desvios padrão existentes entre a média da variável aleatória e o ponto mais provável de falha (CHOI; CANFIELD; GRANDHI, 2007). Assim, um maior valor do índice de confiabilidade indica que existe uma maior distância, em unidades de desvio padrão, entre a média da variável e a falha, o que significa uma maior garantia de sucesso do projeto.

No caso do espaço da distribuição normal padrão da variável $\mathbf{U}$, em que o valor médio de $\mathbf{U}$ encontra-se na origem e o desvio padrão tem valor unitário, o índice de confiabilidade (β) equivale à distância de $\mathbf{u}^*$ em relação à origem, que é dada pela sua norma euclidiana, conforme mostrado na Equação 2.43.

$$\beta = \|\mathbf{u}^*\| \quad (2.43)$$

Ademais, o índice de confiabilidade (β) está relacionado com a probabilidade de sucesso (p_s), através da inversa da função de distribuição normal acumulada padrão (Φ^{-1}), conforme mostrado na Equação 2.44.

$$\beta = |\Phi^{-1}(p_s)| \quad (2.44)$$

Dessa forma, os problemas de análise de confiabilidade consistem na determinação da probabilidade de falha de uma determinada solução e verificação se o risco envolvido é aceitável. Para isso, podem ser utilizadas duas categorias de técnicas de análise de confiabilidade: os métodos diretos e inversos. Na abordagem direta, busca-se determinar o

índice de confiabilidade, e, conseqüentemente, a probabilidade de falha, de uma determinada solução. Para isso, podem ser usados métodos que fazem uma aproximação da função de estado limite nas proximidades de $\mathbf{u}^*$ usando série de Taylor, de forma que essa aproximação pode ser de primeira ordem (FORM – *First Order Reliability Methods*) (CHOI; CANFIELD; GRANDHI, 2007) ou de segunda ordem (SORM – *Second Order Reliability Methods*) (BREITUNG, 1984). Por sua vez, os métodos inversos partem de uma confiabilidade alvo definida e buscam por pontos que atendam esse nível de confiabilidade desejado (LIBOTTE, 2020).

No presente trabalho, são feitas otimizações utilizando o algoritmo MODE associado a um método de análise de confiabilidade inversa proposto por Wu, Millwater e Cruse (1990) e Wu (1994). Tal técnica é conhecida como AMV (*Advanced Mean Value*) e é detalhada a seguir.

2.3.2.3 – Otimização Baseada em Confiabilidade – AMV (*Advanced Mean Value*)

Tradicionalmente, nos problemas de otimização o tratamento das restrições é feito de forma nominal, ou seja, dada uma função de restrição $g(\mathbf{z}) \leq 0$, basta analisar o valor de $g(\mathbf{z})$ para determinar se a restrição é obedecida ou não. Diferentemente, nos problemas de otimização baseada em confiabilidade, as restrições são tratadas de forma probabilística, uma vez que as variáveis de projeto são consideradas como variáveis aleatórias, seguindo uma distribuição de probabilidade, sendo, no caso dos problemas de engenharia, a distribuição normal a mais utilizada. Conseqüentemente, nessa forma de tratamento dos problemas de otimização tem-se uma maior garantia de atendimento às restrições do problema (DEB et al., 2009).

Nos problemas de otimização baseada em confiabilidade, a avaliação das restrições ocorre segundo a Equação 2.45, na qual se verifica se a probabilidade da função de restrição $g(\mathbf{Z}) \leq 0$ ser atendida é maior ou igual à uma dada probabilidade de sucesso ou confiabilidade alvo (p_s) (DU, 2005).

$$P[g(\mathbf{Z}) \leq 0] \geq p_s \quad (2.45)$$

Para realizar a avaliação das restrições dessa forma, pode-se utilizar a técnica *Advanced Mean Value* (AMV). Para compreender o funcionamento desse método, considera-se a variável aleatória $\mathbf{Z}$, com média μ_Z e desvio padrão σ_Z , seguindo uma distribuição de probabilidade normal. Essa variável é transformada para o espaço normal padrão, conforme

mostrado anteriormente na Equação 2.37, fazendo com que a função de restrição se transforme em $G(\mathbf{U}) \leq 0$. Nos casos em que $\mathbf{Z}$ seguir uma distribuição de probabilidade diferente da normal, a transformação para o espaço normal padrão ainda pode ser feita através da transformação de Rosenblatt (ROSENBLATT, 1952). Tal transformação é feita conforme mostrado na Equação 2.46, na qual $F_Z(z)$ corresponde à função de distribuição acumulada de $\mathbf{Z}$ e Φ é a função de distribuição acumulada normal padrão.

$$\mathbf{u} = \Phi^{-1}(F_Z(\mathbf{z})) \quad (2.46)$$

Então, após a transformação da variável aleatória para o espaço normal padrão, define-se, a partir da confiabilidade alvo (p_s), o índice de confiabilidade desejado (β), usando a Equação 2.44. Com o estabelecimento desses parâmetros e de uma tolerância, é possível realizar a busca pelo ponto mais provável de falha ($\mathbf{u}^*$), que possui distância em relação à origem do espaço normal padrão igual a β e cujo valor da função de restrição $G(\mathbf{u}^*)$ é máximo. Tal busca é feita conforme o algoritmo mostrado na Figura 2.16, no qual $\mathbf{a}^k$ corresponde à direção de busca pelo ponto mais provável de falha (WU; MILLWATER; CRUSE, 1990; WU, 1994; DU, 2005; LOBATO et al., 2017).

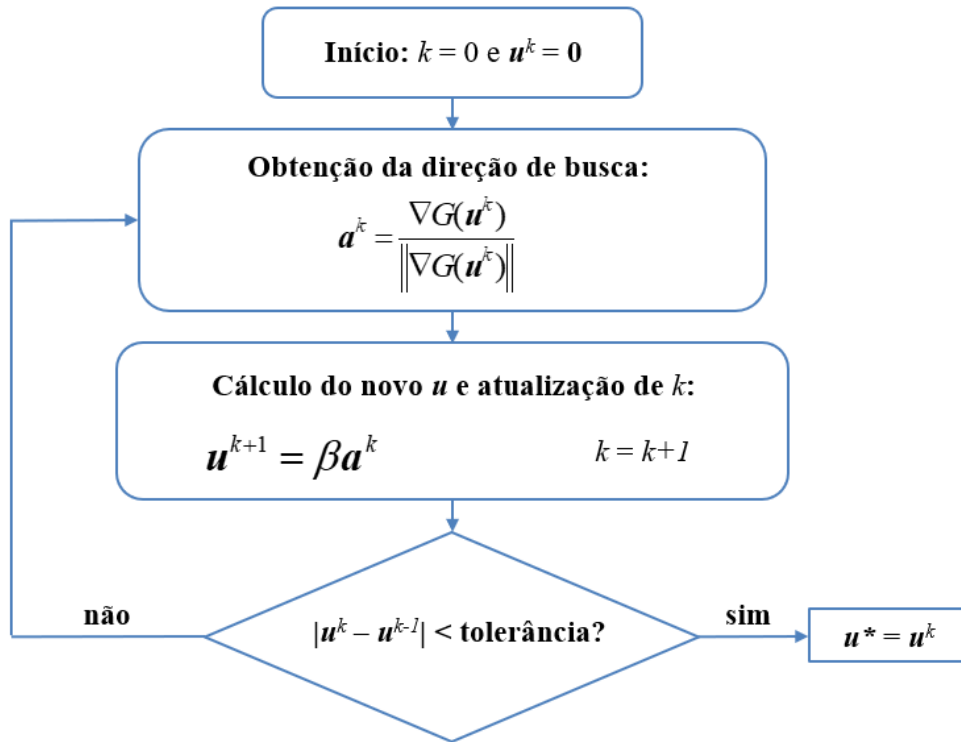


Figura 2.16 – Busca pelo ponto mais provável de falha pelo algoritmo AMV.

Dessa forma, após a obtenção do ponto mais provável de falha, a função de restrição $G(\mathbf{u}^*)$ é avaliada para esse ponto, e, no caso de caso $G(\mathbf{u}^*) \leq 0$, conclui-se que a restrição probabilística da Equação 2.45 é respeitada, caso contrário, a restrição mencionada não está sendo atendida.

A eficácia do método AMV foi avaliada por Lobato et al. (2017), através da aplicação dessa técnica em associação com os algoritmos ED e MODE para problemas com funções matemáticas de diferentes níveis de complexidade e sistemas clássicos de engenharia, mais especificamente, uma treliça de três barras, uma viga em balanço e a colisão lateral de um carro. Os resultados obtidos por essa técnica foram comparados com aqueles obtidos por outros tipos de abordagem, e, assim, verificou-se a qualidade da metodologia proposta.

Ademais, podem ser encontrados na literatura outros trabalhos envolvendo o uso de otimização baseada em confiabilidade para solucionar problemas de engenharia. Dentre eles pode-se citar o estudo de Meng et al. (2019), no qual utilizou-se otimização multi-objetivo baseada em confiabilidade para o projeto das lâminas de uma turbina de forma a reduzir o estresse estrutural na lâmina e aumentar a eficiência da turbina. Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios, obtendo-se melhorias no desempenho do sistema.

Outro estudo recente envolvendo otimização baseada em confiabilidade foi o realizado por Abid et al. (2021). Os autores realizaram a otimização considerando confiabilidade da geometria de uma liga com efeito memória de forma para minimizar o volume de material em uma estrutura, uma vez que tais materiais são de alto valor agregado e uma redução no volume implicaria também na diminuição do custo da estrutura. Na otimização, a análise de confiabilidade foi considerada sobre uma restrição imposta para o estresse máximo ao qual a estrutura estaria submetida, sendo que, em caso de desrespeito a essa restrição, o material poderia perder suas propriedades de efeito memória de forma ou até mesmo se romper.

Por sua vez, Shuai et al. (2019) utilizaram uma metodologia de otimização baseada em confiabilidade para projetar a estrutura das correntes de um equipamento transportador de carvão mineral. O objetivo do estudo era minimizar a massa das correntes e, ao mesmo tempo, garantir uma probabilidade de falha, ou seja, de rompimento da corrente, mínima. A aplicação foi bem-sucedida e os resultados com a estrutura da corrente projetada foram considerados satisfatórios para o sistema estudado.

Assim, os trabalhos mencionados exemplificam algumas das aplicações feitas nos últimos anos envolvendo metodologias de otimização baseadas em confiabilidade. Além disso,

os trabalhos citados evidenciam o crescente interesse no uso desse tipo de abordagem, em função do maior nível de segurança associado.

2.4 – Manufatura Aditiva (Impressão 3D)

Apesar de só ter ganhado uma maior notoriedade nos últimos anos, a tecnologia de fabricação de objetos conhecida como impressão 3D começou a ser estudada há décadas. As primeiras pesquisas envolvendo a fabricação de peças computadorizadas de maneira aditiva foram conduzidas na década de 1970, contudo, a primeira impressora 3D funcional só foi criada em 1984 por Charles W. Hull. Apesar dessa tecnologia ter sido criada décadas atrás, o seu alto custo tornava inviável a difusão e aplicação em larga escala da técnica. Dessa forma, somente a partir do século XXI, os avanços na tecnologia permitiram uma redução de seu custo e viabilizaram uma maior disseminação dessa ferramenta (ATTARAN, 2017; SAMPAIO, 2017).

A impressão 3D, também conhecida como manufatura aditiva ou, ainda, prototipação rápida, consiste na fabricação de um objeto de três dimensões (altura, largura e profundidade) usando processos aditivos. Por processos aditivos, entende-se a adição de material para a fabricação da peça, diferente dos processos de fabricação controlados por computador que eram tradicionalmente usados antes da manufatura aditiva. Esses processos eram essencialmente subtrativos, ou seja, envolviam o corte ou desgaste de uma massa de material para dar forma ao objeto desejado. Assim, tem-se como exemplo das técnicas subtrativas os tornos computadorizados, as cortadoras a laser e as fresas automáticas (SAMPALIO, 2017).

Ao que tange os processos aditivos, existem diversas categorias de técnicas de manufatura aditiva que diferem quanto à forma com que a adição de material ao objeto é feita. Na primeira categoria estão as técnicas que utilizam radiação ultravioleta (UV) para solidificar um fotopolímero e, assim, irem formando a peça desejada. Como exemplo dessa categoria pode-se citar a Estereolitografia (SLA - *Stereolithography*), que usa um laser UV sobre o fotopolímero para formar, camada a camada, o objeto desejado. Além dessa técnica, têm-se também o Processamento de Luz Digital (DLP – *Digital Light Processing*), que usa um projetor de luz na frequência UV para formar pequenos pixels volumétricos (voxel – *volume pixel*), de dimensões 16 x 16 x 15 µm, e, desse modo, ir dando forma à peça (BOGUE, 2013).

Uma outra categoria de técnicas de impressão 3D é aquela que usa um material particulado que vai sendo unido de forma seletiva para dar forma à peça. Como representante dessa categoria pode-se mencionar a Sinterização Seletiva a Laser (SLS – *Selective Laser*

Sintering), processo no qual utiliza-se um laser para unir, através de fundição, uma fina camada de material particulado no formato desejado e, dessa maneira, ir formando as camadas do artefato a ser construído. Outra técnica similar é a Sinterização Seletiva a Calor (SHS – *Selective Heat Sintering*), a qual também utiliza a deposição de camadas de material particulado, normalmente um termoplástico, que é seletivamente unido para formar as camadas da peça. Contudo na SHS, utiliza-se uma fonte de calor ao invés de um laser para fundir e unir o material. Por último, tem-se ainda como exemplo dessa categoria a técnica da Fusão por Feixe de Elétrons (EBM – *Electron Beam Melting*), cujo processo é similar às outras duas técnicas apresentadas, com a diferença que, nesse método, o material particulado é, normalmente, metálico e utiliza-se um feixe de elétrons para realizar a fusão e união das camadas de material (BOGUE, 2013).

Ainda, têm-se as impressoras 3D cujo funcionamento baseia-se na extrusão de um material fundido, geralmente um termoplástico, que é depositado sobre uma superfície para formar as camadas do objeto. Esse tipo de técnica é denominado Modelagem por Deposição Fundida (FDM – *Fused Deposition Modelling*) e utiliza um cabeçote extrusor aquecido controlado por computador, através do qual o material passa, funde-se e é depositado sobre a superfície. Dessa forma, o cabeçote extrusor movimenta-se nas direções X e Y para desenhar o formato da camada da peça, enquanto a mesa de deposição movimenta-se na direção Z, toda vez que uma nova camada é concluída, para dar início à formação da próxima (BOGUE, 2013). Dessa forma, o artefato vai sendo construído camada a camada pela deposição de material fundido através do bico extrusor. O método FDM é o utilizado na construção das peças dos hidrociclones do presente trabalho e, por isso, é detalhado a seguir.

2.4.1 – Modelagem por Deposição Fundida - FDM

Uma impressora 3D que funciona usando a tecnologia FDM é constituída, basicamente, por uma mesa de impressão, um carretel de filamento e um sistema de extrusão, que, por sua vez, tem como principais componentes um bloco aquecedor e um bico extrusor. Uma representação esquemática do equipamento é mostrada na Figura 2.17.

O funcionamento do equipamento ocorre através da passagem de um filamento de material, acondicionado em um carretel, por um sistema de extrusão, que traciona e retrai o filamento em quantidades precisas. No sistema de extrusão, o material é derretido por um bloco aquecedor e forçado a passar por um bico extrusor, cujo diâmetro é menor que o do filamento,

fazendo com que o material saia na forma de um filete. O sistema então move-se nas direções X e Y de maneira a depositar o material fundido sobre a mesa de impressão, desenhando o formato da camada que está sendo formada do objeto (PANDZIC; HODZIC; MILOVANOVIC, 2019; SAMPAIO, 2017).

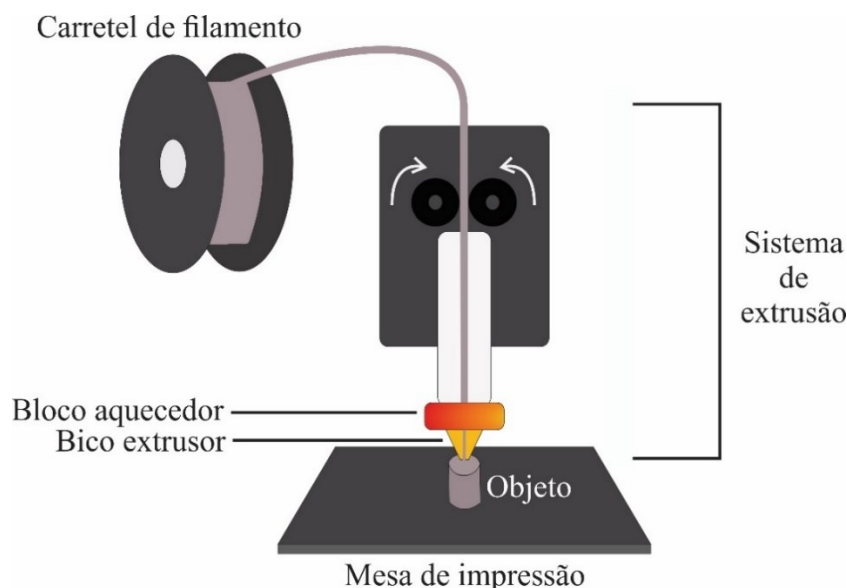


Figura 2.17 – Representação de uma impressora 3D da tecnologia FDM (adaptado de Sampaio (2017)).

Para construir um objeto usando a tecnologia FDM, existem algumas etapas prévias à fabricação na impressora 3D. A primeira delas é comum a todas as tecnologias de manufatura aditiva, que é o projeto da peça usando um *software* de projeto assistido por computador (CAD – *Computer Assisted Design*). Em seguida, o objeto projetado é exportado em formato de arquivo de formas tridimensionais (por exemplo STL, OBJ, AMF e 3MF) e é alimentado em um *software* conhecido como “fatiador” (PANDZIC; HODZIC; MILOVANOVIC, 2019).

Os programas fatiadores são os responsáveis pela definição do processo de fabricação do objeto. Neles é especificada a orientação de impressão da peça, bem como todos os parâmetros do processo de construção da mesma, tais como: a altura de cada camada, a velocidade de impressão, as temperaturas da mesa de impressão e do bico extrusor, a estrutura e o percentual de preenchimento do interior do objeto, o ângulo desse preenchimento em relação ao eixo x da mesa de impressão e a quantidade de camadas sólidas nas faces. Assim, após a definição dessas configurações, o *software* fatiador gera um arquivo em formato executável pela impressora 3D, normalmente G-Code, que é passado para a máquina para iniciar o processo de fabricação (SAMPAIO, 2017).

2.4.1.1 – Preenchimento Interno

Na manufatura por FDM, o interior das peças fabricadas raramente é totalmente preenchido, pois isso implicaria em um maior consumo de material, tornaria o objeto desnecessariamente pesado e pouco contribuiria para a resistência do artefato. Dessa forma, utiliza-se uma estrutura de preenchimento para a parte interior da peça, que confere resistência mecânica ao objeto com um menor gasto de material. A quantidade utilizada de material depende do percentual de preenchimento utilizado, sendo que um percentual igual a 0% significa uma peça com o interior totalmente oco e igual a 100% implica em um objeto inteiramente maciço. De modo geral, quanto maior o percentual de preenchimento da peça, maior é a resistência mecânica da mesma, entretanto, a partir de um determinado valor, entre 80 e 90%, os ganhos em resistência deixam de ser significativos. Portanto, com o intuito de evitar desperdício de material e reduzir o tempo de fabricação, o uso de altos percentuais de preenchimento só é recomendado para artefatos que serão submetidos a altas demandas mecânicas (PANDZIC; HODZIC; MILOVANOVIC, 2019; SAMPAIO, 2017).

Ademais, tem-se diversas opções de estruturas de preenchimento para os objetos construídos por FDM. Dentre as mais comuns pode-se citar a quadrática, a triangular, a hexagonal e a tri-hexagonal, as quais são mostradas na Figura 2.18.

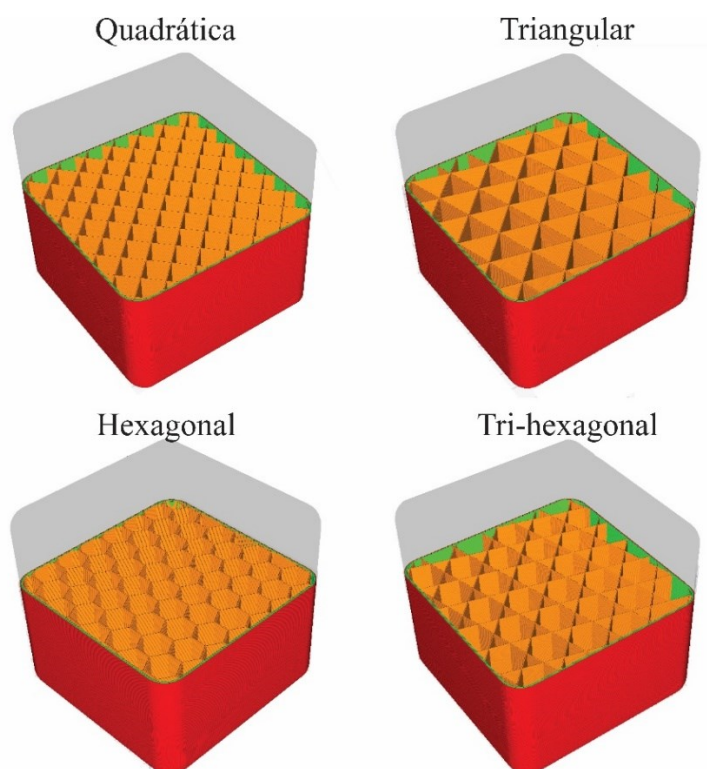


Figura 2.18 – Estruturas de preenchimento interno (adaptado de Sampaio (2017)).

Dessa maneira, cada forma de preenchimento confere ao objeto e ao processo de fabricação diferentes características. Por exemplo, a estrutura quadrática é a que apresenta melhor relação custo-benefício em termos de resistência mecânica *versus* tempo de impressão. Já a estrutura hexagonal é considerada como o padrão de preenchimento que oferece melhor distribuição das tensões sobre a peça. Por fim, a estrutura triangular é a mais adequada para objetos que necessitam de uma maior elasticidade (SAMPAIO, 2017).

Além das estruturas mencionadas, podem ser encontrados vários outros padrões de preenchimento menos convencionais, tais como o cúbico, cúbico subdividido, octeto, zig zag, cruz, giroide, entre outros (PANDZIC; HODZIC; MILOVANOVIC, 2019).

2.4.1.2 – Materiais de Impressão por FDM

Um outro fator altamente determinante sobre as características do objeto produzido é o material utilizado. Atualmente, existe uma grande variedade de materiais no mercado e a escolha do mais adequado depende da finalidade e da aplicação do artefato produzido. Dentre os materiais mais comuns, pode-se citar o ABS (Acrilonitrila Butadieno Estireno), PLA (Ácido Polilático), PETG (Polietileno Tereftalato Glicol), Nylon, entre outros.

O ABS é o material mais utilizado em impressão 3D por FDM em função de seu baixo custo, leveza, boa resistência mecânica e flexibilidade. Contudo, esse material é um derivado do petróleo que quando queimado ou exposto à altas temperaturas (acima de 400 °C) libera substâncias tóxicas e carcinogênicas (SAMPAIO, 2017). Por essas razões, há uma tendência em buscar-se materiais alternativos ao ABS, como é o caso do PLA.

O PLA foi o primeiro material a aparecer como alternativa ao ABS, possuindo um valor de mercado similar. Comparando-se os dois materiais, o PLA apresenta maiores resistência à tração e resistência química e menores resistência à compressão, resistência à temperatura e flexibilidade em relação ao ABS, sendo, portanto, mais quebradiço. Além disso, ao contrário do ABS, o PLA é um plástico biodegradável, compostável e reciclável, produzido a partir do bagaço de cana-de-açúcar ou milho (SAMPAIO, 2017).

Por sua vez, o PETG é um material derivado do polietileno tereftalato (PET), um dos plásticos mais utilizados no mundo. A diferença entre o PET e o PETG está na adição do radical glicol no processo de copolimerização do segundo, que confere a ele a propriedade de não cristalização ao se solidificar (SAMPAIO, 2017). Assim, o PETG apresenta como características altas resistências química, mecânica e térmica e longa durabilidade.

Por fim, o Nylon é um tipo de filamento para impressão por FDM que apresenta uma grande variedade de tipos, cada um com características próprias. Dessa forma, podem ser encontrados Nylons com alta rigidez e resistência, mas também existem variantes desse material com alta elasticidade e flexibilidade. Como exemplos de variedades de Nylon pode-se citar o Nylon 6, Nylon 6/6 e Nylon 6/12. Uma característica negativa desse tipo de material é a sua baixa resistência à umidade, por ser um material higroscópico (SAMPALIO, 2017). Dessa forma, o nylon não é recomendado para a produção de objetos que estarão expostos à umidade ou que terão contato direto com água.

2.4.2 – Aplicações da Manufatura Aditiva

Atualmente, é crescente a aplicação da manufatura aditiva para a fabricação de peças e artefatos em diversas áreas. Contudo, os setores que mais se destacam no uso dessa tecnologia são o aeroespacial, o automotivo e o médico.

O setor aeroespacial foi um dos primeiros a adotar a tecnologia de manufatura aditiva, tanto no ramo da aviação comercial quanto na esfera militar (NAJMON; RAEISI; TOVAR, 2019; VAFADAR et al., 2021). Nesse setor, a manufatura aditiva é empregada para a fabricação de peças e artefatos metálicos, tais como suportes, tubos de sangria e pás de impulsores e rotores, e no reparo de equipamentos danificados, como aerofólios de turbinas, câmaras de combustão de motores e rotores (GONZÁLEZ-BARRIO et al., 2020; KUMAR; NAIR, 2017; NAJMON; RAEISI; TOVAR, 2019).

A *General Electric Aviation*, por exemplo, fabricou os bicos de combustível para seu novo motor LEAP usando manufatura aditiva, resultando em uma peça 25% mais leve e resistente e aumentou a eficiência do motor em 15%. Ainda, a mesma empresa produziu, por meio da manufatura aditiva, um motor turboélice composto por apenas 12 partes, sendo o modelo anterior constituído pelo encaixe de 855 peças, o que resultou em um aumento de 20% na eficiência do motor (KELLNER, 2017; NAJMON; RAEISI; TOVAR, 2019; RUSSELL et al., 2019; VAFADAR et al., 2021).

Por sua vez, o setor automotivo é o que, atualmente, mais utiliza a manufatura aditiva, apresentando um crescimento de 3,6% no uso dessa tecnologia nos últimos anos (WOHLERS et al., 2017). Os avanços na manufatura aditiva com metais possibilitaram para esse setor a realização de projetos mais flexíveis, otimizados e robustos, além da obtenção de produtos mais leves, resistentes e seguros, com redução no tempo de produção e nos custos (VAFADAR et

al., 2021). Assim, tem-se como exemplos de peças produzidas usando manufatura aditiva na indústria automotiva: juntas de direção (JENSEN, 2014), trilhos de janelas elétricas (TYRRELL, 2019), acessórios de capotas móveis (BAKEWELL, 2019), pinças de freios (WISCHEROPP et al., 2019), entre outras.

Ademais, a impressão 3D também possui um grande campo de aplicação na medicina. As possibilidades de aplicação dessa tecnologia incluem a biofabricação de tecidos orgânicos, processo no qual células são incorporadas ao biomaterial usado na impressão (ZADPOOR; MALDA, 2017). Na literatura, já existem trabalhos envolvendo a biofabricação por manufatura aditiva de diversos tipos de tecidos, como cartilagens (SCHON; HOOPER; WOODFIELD, 2017), ossos, pele (LEE; DAI, 2017) e tecido cardiovascular (DUAN, 2017).

Além disso, a manufatura aditiva também é utilizada na área médica para produção de implantes, próteses e instrumentos médicos. Dessa forma, uma grande vantagem da fabricação desses artefatos por manufatura aditiva é a possibilidade de customização do produto fabricado de maneira que ele seja adaptado à anatomia e às necessidades do paciente (ZADPOOR; MALDA, 2017).

Até então, foi feita uma contextualização e foram revisitados conceitos importantes para o bom entendimento deste trabalho. No próximo capítulo, é apresentada a metodologia empregada para o projeto, construção e testagem de hidrociclones, baseadas em confiabilidade e usando manufatura aditiva.

Capítulo 3

Metodologia

Como descrito anteriormente, o objetivo geral do presente trabalho é a obtenção, construção e verificação experimental de hidrociclones de alto desempenho usando otimização baseada em confiabilidade e manufatura aditiva. Nesse caso, cabe ressaltar que alguns hidrociclones selecionados do trabalho de Garcia (2018), obtidos usando otimização robusta, serão analisados. Sendo assim, neste capítulo são descritas as metodologias empregadas na otimização baseada em confiabilidade, na construção dos hidrociclones e nos experimentos.

3.1 – Otimização Multi-Objetivo Baseada em Confiabilidade

As otimizações baseadas em confiabilidade foram realizadas utilizando o algoritmo *Multi-objective Optimization Differential Evolution* (MODE) (LOBATO, 2008) associado à técnica *Advanced Mean Value* (AMV) (WU; MILLWATER; CRUSE, 1990; WU, 1994), implementados no *software* MATLAB. Para isso, foram utilizadas as equações ajustadas de forma nominal por Garcia (2018), usando os dados experimentais de Salvador (2017), para a eficiência total (η), razão de líquido (R_L), número de Euler (Eu), diâmetro de corte (d_{50}) e concentração volumétrica do *underflow* (C_{vu}) em função das variáveis geométricas codificadas do hidrociclone, X_1 , X_2 , X_3 e X_4 , que estão associadas respectivamente a D_i/D_c , D_o/D_c , L/D_c e θ , conforme mostrado nas Equações 3.1 a 3.4.

$$X_1 = \frac{(D_i / D_c) - 0,21}{0,05} \quad (3.1)$$

$$X_2 = \frac{(D_o / D_c) - 0,27}{0,05} \quad (3.2)$$

$$X_3 = \frac{(L / D_c) - 5,8}{1,1} \quad (3.3)$$

$$X_4 = \frac{\theta - 14,5}{3,3} \quad (3.4)$$

Logo, os fatores X_1 , X_2 , X_3 e X_4 foram usados como variáveis de projeto nas otimizações, tendo como espaço de busca o intervalo mostrado na Equação 3.5, que corresponde à faixa de validade dos dados coletados no PCC de Salvador (2017).

$$-1,66 \leq X_i \leq 1,66; (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.5)$$

Quanto às demais variáveis geométricas do hidrociclone, estas foram mantidas constantes, em conformidade com seus valores fixados nos experimentos de Salvador (2017), sendo D_c , l e D_u iguais a 30 mm, 12 mm e 5 mm, respectivamente. Ademais, as condições operacionais C_{va} e $-\Delta P$ eram iguais a 1% e 147 kPa, nessa ordem.

Por sua vez, as equações ajustadas por Garcia (2018) das respostas do hidrociclone, η , R_L , Eu , d_{50} e C_{vu} , em função de suas variáveis geométricas codificadas (X_1 , X_2 , X_3 e X_4) são mostradas nas Equações 3.6 a 3.10. Os valores dos coeficientes de determinação (R^2) obtidos em cada um desses ajustes são, em ordem, 0,9274, 0,9984, 0,9916, 0,9566 e 0,9446. Tais equações foram usadas como funções objetivo e funções de restrição nas otimizações.

$$\eta = 73,26 + \mathbf{X}'\mathbf{b}_1 + \mathbf{X}'\mathbf{B}_1\mathbf{X} \quad (3.6)$$

$$\text{Sendo } \mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}, \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} -0,60 \\ -5,05 \\ -0,69 \\ -2,35 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0,61 & -0,47 & 0,33 & -0,23 \\ -0,47 & 0,71 & 0,40 & -0,78 \\ 0,33 & 0,40 & 1,65 & -0,91 \\ -0,23 & -0,78 & -0,91 & 1,67 \end{bmatrix}.$$

$$R_L = 18,43 + \mathbf{X}'\mathbf{b}_2 + \mathbf{X}'\mathbf{B}_2\mathbf{X} \quad (3.7)$$

$$\text{Sendo } \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 0,29 \\ -10,03 \\ 1,17 \\ -0,90 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} -0,10 & 0,06 & 0,03 & 0,07 \\ 0,06 & 2,81 & 0,16 & 0,29 \\ 0,03 & 0,16 & -0,60 & -0,36 \\ 0,07 & 0,29 & -0,36 & -0,19 \end{bmatrix}.$$

$$Eu = 1857,71 + \mathbf{X}'\mathbf{b}_3 + \mathbf{X}'\mathbf{B}_3\mathbf{X} \quad (3.8)$$

$$\text{Sendo } \mathbf{b}_3 = \begin{bmatrix} -1360,04 \\ -444,64 \\ -346,57 \\ -153,15 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 662,09 & 46,2 & 64,81 & 36,85 \\ 46,2 & 50,90 & 45,15 & 12,99 \\ 64,81 & 45,15 & 153,05 & 0,06 \\ 36,85 & 12,99 & 0,06 & 15,27 \end{bmatrix}.$$

$$d_{50} = 7,43 + \mathbf{X}'\mathbf{b}_4 + \mathbf{X}'\mathbf{B}_4\mathbf{X} \quad (3.9)$$

$$\text{Sendo } \mathbf{b}_4 = \begin{bmatrix} 0,32 \\ 2,94 \\ -0,04 \\ 0,94 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 0,45 & -0,06 & -0,16 & 0,04 \\ -0,06 & -0,41 & -0,12 & -0,15 \\ -0,16 & -0,12 & -0,29 & 0,28 \\ 0,04 & -0,15 & 0,28 & -0,21 \end{bmatrix}.$$

$$C_{vu} = 3,84 + \mathbf{X}'\mathbf{b}_5 + \mathbf{X}'\mathbf{B}_5\mathbf{X} \quad (3.10)$$

$$\text{Sendo } \mathbf{b}_5 = \begin{bmatrix} -0,18 \\ 1,85 \\ -0,48 \\ -0,16 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} 0,14 & -0,11 & 0,13 & 0,00 \\ -0,11 & 0,17 & -0,22 & -0,18 \\ 0,13 & -0,22 & 0,31 & 0,11 \\ 0,00 & -0,18 & 0,11 & 0,21 \end{bmatrix}.$$

Isto posto, as otimizações foram realizadas considerando quatro diferentes estudos de caso, cada um com diferentes objetivos, sendo eles:

- **Caso 1:** maximizar η e minimizar R_L ;
- **Caso 2:** maximizar η e minimizar Eu ;
- **Caso 3:** minimizar R_L e minimizar Eu ;
- **Caso 4:** maximizar η , minimizar R_L e minimizar Eu .

Além das funções objetivo definidas para cada caso, foram determinadas também restrições comuns a todos estudos de caso, com a finalidade de assegurar que os hidrociclones obtidos nas otimizações apresentassem valores satisfatórios para todas as variáveis de desempenho. Tais restrições são mostradas nas Equações 3.11 a 3.15.

$$\eta \geq 70\% \quad (3.11)$$

$$R_L \leq 30\% \quad (3.12)$$

$$Eu \leq 5000 \quad (3.13)$$

$$d_{50} \leq 10 \mu\text{m} \quad (3.14)$$

$$C_{vu} \geq 4\% \quad (3.15)$$

Ressalta-se que as restrições adotadas nas otimizações baseadas em confiabilidade deste trabalho correspondem às mesmas adotadas nas otimizações robustas de Garcia (2018), com exceção da restrição para a razão de líquido, cujo limite foi aumentado de 10% para 30%. Tal mudança foi realizada levando-se em conta que uma razão de líquido menor que 10% limita a variedade dos hidrociclones obtidos na otimização, direcionando os resultados para

separadores altamente concentradores, porém com eficiência total restrita. Por sua vez, um limite de 30% para a razão de líquido permite uma maior diversidade de hidrociclones otimizados, sendo possível a obtenção de equipamentos com maior eficiência total, além dos separadores de característica fortemente concentradora.

Além das restrições consideradas para os parâmetros de desempenho dos hidrociclones, foi adotada ainda uma restrição adicional que corresponde à condição de viabilidade de construção do equipamento. Tal restrição, mostrada na Equação 3.16, assegura que o comprimento total (L) do separador obtido seja maior que o comprimento de sua seção cônica (H), que está geometricamente relacionado com o ângulo θ , conforme indicado na Equação 3.17.

$$L > H \quad (3.16)$$

$$H = \frac{D_c - D_u}{2 \operatorname{tg}(\theta / 2)} \quad (3.17)$$

Sendo assim, substituindo-se a Equação 3.17 na Equação 3.16, dividindo os dois lados da equação resultante por D_c , colocando as variáveis nas formas codificadas X_3 e X_4 e substituindo os valores de D_c e D_u (30 mm e 5 mm, respectivamente), obtém-se a restrição escrita na forma da Equação 3.18.

$$X_3 > \frac{0,379}{\operatorname{tg}(1,65 X_4 + 7,25)} - 5,273 \quad (3.18)$$

Dessa maneira, as otimizações de cada estudo de caso foram executadas de forma nominal e com confiabilidade, sendo considerados na segunda abordagem três diferentes valores do índice de confiabilidade: $\beta = 2$ (confiabilidade de 97,72%), $\beta = 3$ (confiabilidade de 99,87%) e $\beta = 4$ (confiabilidade de 99,99%).

Ademais, na execução das otimizações foram considerados os seguintes valores para os parâmetros do algoritmo MODE:

- Número de indivíduos da população (N): 100;
- Número máximo de gerações (N_{max}): 500;
- Fator de ponderação (F): 0,9;
- Probabilidade de cruzamento (Cr): 0,9.

Por sua vez, na avaliação das restrições de forma probabilística pelo algoritmo AMV, na abordagem com confiabilidade, considerou-se que as variáveis de projeto X_i seguissem uma

distribuição normal. Para isso, definiu-se como valor médio (μ_{X_i}) o próprio valor da variável de projeto, conforme mostrado na Equação 3.19, e o desvio padrão (σ_{X_i}) foi definido a partir de um coeficiente de variação igual a 10%, para todas as variáveis de projeto. Sendo assim, o desvio padrão é obtido multiplicando-se o referido coeficiente de variação pelo valor médio de cada variável, como mostra a Equação 3.20.

$$\mu_{X_i} = X_i; (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.19)$$

$$\sigma_{X_i} = 0,10 \mu_{X_i}; (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.20)$$

Além disso, ainda no algoritmo AMV, foi considerada uma tolerância igual 1×10^{-9} na rotina de busca pelo ponto mais provável de falha.

Por fim, com as otimizações realizadas e as curvas de Pareto de cada caso obtidas, foram selecionados alguns hidrociclones de interesse dentre os otimizados para serem construídos, através de manufatura aditiva (impressão 3D), e serem testados experimentalmente, juntamente com os hidrociclones selecionados de Garcia (2018). Para essa finalidade, foram considerados os separadores de cada estudo de caso pertencentes às curvas de Pareto das otimizações nominal e com confiabilidade usando $\beta = 4$.

Assim, nos casos 1, 2 e 3, definiu-se como critério de escolha os hidrociclones de cada curva selecionada que apresentavam o melhor valor da resposta que não foi otimizada no caso em questão. Por exemplo, no caso 1, em que os objetivos da otimização eram maximizar η e minimizar R_L , os hidrociclones escolhidos foram aqueles pertencentes às curvas de Pareto selecionadas que apresentavam os menores valores de Eu . Similarmente, foram escolhidos os separadores de menor R_L nas curvas selecionadas do caso 2 e os de maior η no caso 3.

Por sua vez, no caso 4, foram selecionados os hidrociclones das curvas escolhidas que apresentavam os melhores valores de cada uma das respostas otimizadas. Sendo assim, em cada curva de Pareto selecionada, três separadores foram designados, sendo eles o de maior η , o de menor R_L e o de menor Eu .

Os hidrociclones selecionados para construção e testagem experimental de cada estudo de caso são mostrados no capítulo 4. Já a forma como foi feita a construção de tais separadores é descrita a seguir.

3.2 – Construção dos Hidrociclones

Os hidrociclones selecionados foram construídos usando uma técnica de manufatura aditiva (impressão 3D). Para isso, a primeira etapa foi o projeto dos equipamentos usando o software de CAD 3D SolidWorks®.

Na etapa de projeto, os hidrociclones foram concebidos de forma modular, sendo eles constituídos por três diferentes partes acopláveis para resultar no equipamento montado. As partes constituintes dos hidrociclones eram a seção cilíndrica de alimentação, a seção cônica e o tubo de *overflow*.

A forma projetada da seção cilíndrica de alimentação é mostrada na Figura 3.1. Esse componente do hidrociclone continha a parte cilíndrica do equipamento, bem como o duto de alimentação, feito em forma de rosca para acoplagem à unidade experimental. No topo dessa peça, havia um dispositivo para encaixe do tubo de *overflow*, ao passo que na parte inferior da mesma, foi projetado um mecanismo para encaixe da seção cônica.

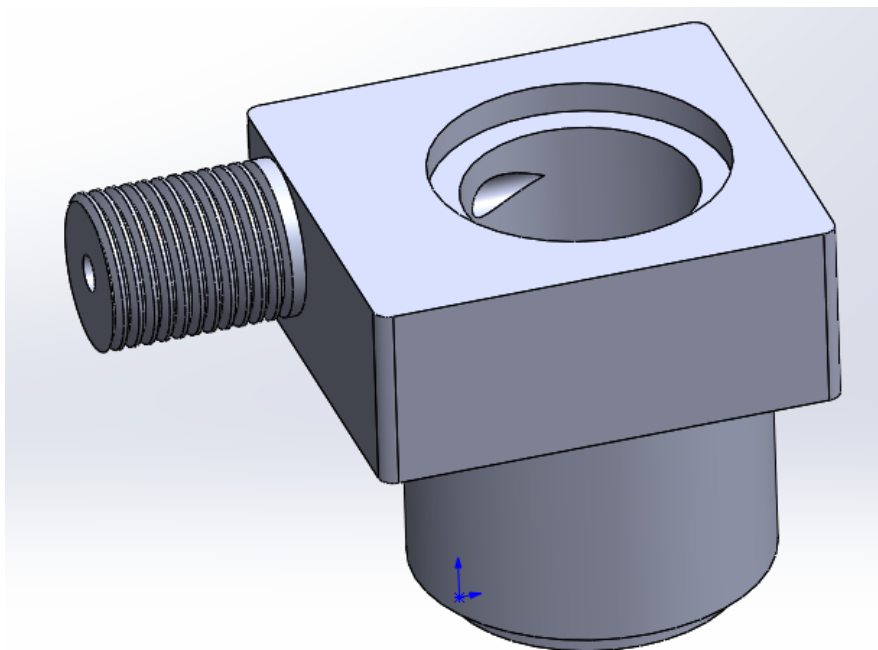


Figura 3.1 – Projeto da seção cilíndrica de alimentação dos hidrociclones.

O tubo de *overflow*, por sua vez, foi concebido de forma a se encaixar na cavidade deixada no topo da seção cilíndrica de alimentação. A Figura 3.2 mostra o projeto do tubo de *overflow*.

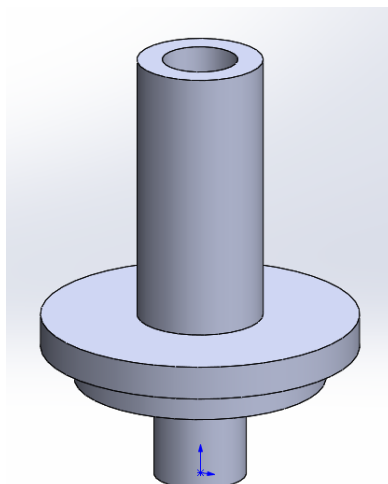


Figura 3.2 – Projeto do tubo de *overflow* dos hidrociclones.

Por fim, a seção cônica tem a sua forma projetada mostrada na Figura 3.3. Essa peça foi concebida de modo a ter sua parte superior com um formato que permita a acoplamento à parte inferior da seção cilíndrica de alimentação. Além disso, o final da parte inferior da seção cônica foi feito no aspecto de rosca para permitir a acoplamento de eventuais dispositivos para redução do orifício de *underflow* do hidrociclone.

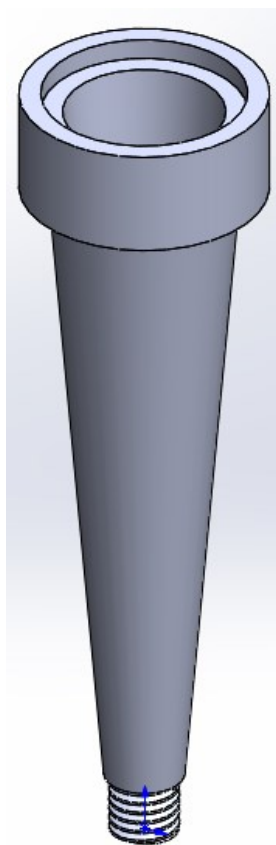


Figura 3.3 – Projeto da seção cônica dos hidrociclones.

O projeto do hidrociclone montado, com todas as peças acopladas, pode ser visto na Figura 3.4.

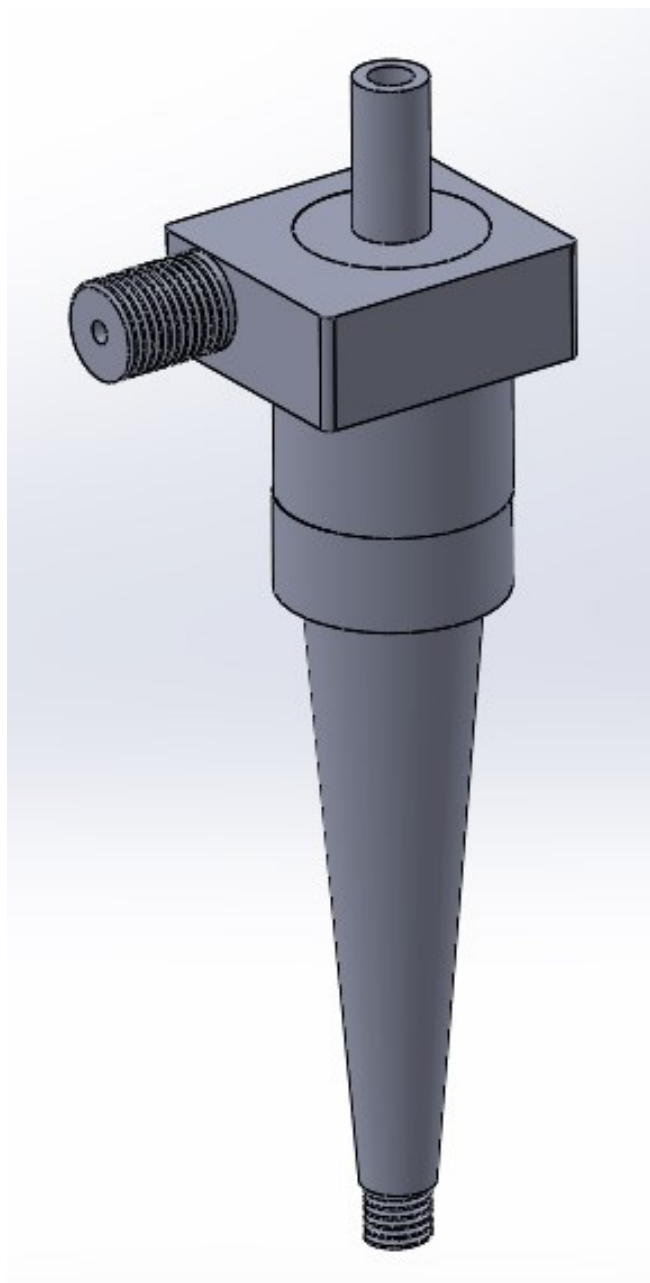


Figura 3.4 – Projeto do hidrociclone montado.

Então, com os projetos das peças de cada hidrociclone concebidos, a etapa seguinte foi a fabricação das mesmas por meio da técnica de impressão 3D. Para isso, foi utilizada a impressora GTMax3D Core AB300 do Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEst) da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU (FEMEC-UFU), mostrada na Figura 3.5.



Figura 3.5 – Impressora 3D GTMax3D Core AB300.

O material utilizado para fabricação das peças dos hidrociclones foi o PETG. Esse material foi escolhido por sua alta resistência mecânica e química e por sua durabilidade (3DLAB, 2017; 3DFILA, 2017), sendo adequado para construção de peças que serão expostas a pressões elevadas e ao escoamento de suspensões com material particulado, como é o caso da hidrociclonagem.

Assim, a impressão 3D das peças foi configurada usando o *software* “fatiador” Simplify3D, no qual definiu-se o uso de uma estrutura de preenchimento do tipo quadrática com percentual de preenchimento igual a 15% e um ângulo em relação ao eixo x da mesa igual a 45°. O diâmetro do bico extrusor era igual a 0,4 mm, a altura de camada utilizada era igual a 0,2 mm e as faces das peças eram feitas usando quatro camadas sólidas. Além disso, foi utilizada uma velocidade padrão de impressão igual a 60 mm/s. Por fim, a temperatura da mesa de impressão foi estabelecida em 70° C, enquanto que a temperatura do bico extrusor era igual 230° C.

Após a impressão, o acabamento das peças era feito em torno mecânico, de forma a realizar um ajuste fino das dimensões para que correspondessem aos valores de projeto. A Figura 3.6 mostra as diferentes peças constituintes de um dos hidrociclones deste trabalho (tubo

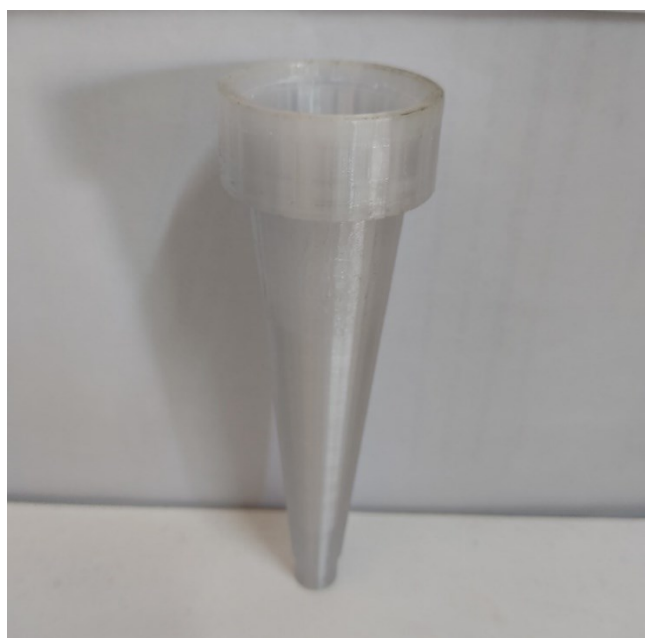
de *overflow* (a), seção cilíndrica de alimentação (b) e seção cônica (c)), após finalizado o processo de fabricação.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.6 – Peças de um hidrociclone construídas: (a) tubo de *overflow*, (b) seção cilíndrica de alimentação e (c) seção cônica.

Dessa forma, usando as peças construídas, a montagem dos hidrociclones era feita por meio do encaixe entre os três diferentes módulos. A vedação dos equipamentos era realizada

usando resina de silicone, que era aplicada nos pontos de encaixe entre as peças. Era necessário, então, aguardar um período de 24 horas para que a resina secasse completamente, antes da realização dos experimentos. Por fim, eram colocadas travas nas partes superior e inferior dos hidrociclones, e estas eram fixadas usando um sistema de hastes, conforme pode ser visto na Figura 3.7, que mostra um hidrociclone montado.

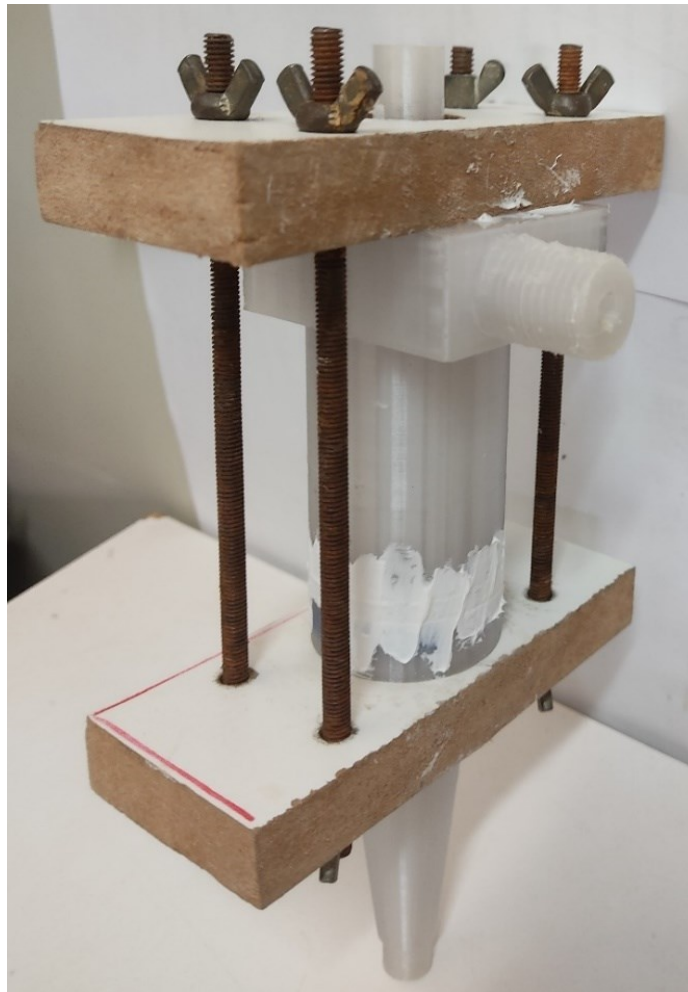


Figura 3.7 – Hidrociclone montado.

Assim, com o equipamento devidamente preparado, partia-se para a realização dos experimentos, tal como é detalhado a seguir.

3.3 – Experimentos

Nesta seção são descritos os elementos envolvidos na execução dos testes experimentais. Desse modo, são caracterizados, primeiramente, o material particulado, em seguida, a unidade de testes e, por fim, o procedimento experimental.

3.3.1 – Material Particulado

O material particulado utilizado nos experimentos foi o quartzito, mesmo minério empregado nos testes do PCC de Salvador (2017), que serviu de base para os ajustes dos modelos de Garcia (2018) usados nas otimizações deste trabalho. Tal material foi cedido pela ANEX mineração, localizada em Itabirito-MG, que determinou sua composição química através de análises de espectrometria de raios X. Assim, a constituição química do minério é mostrada na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Composição química do quartzito.

Espécie Química	Composição (%)
SiO ₂	95,45
TiO ₂	0,08
Al ₂ O ₃	3,56
Fe ₂ O ₃	0,04
CaO	0,01
MgO	0,01
Na ₂ O	0,20
K ₂ O	0,65

O uso do quartzito como material particulado favorece a operação de hidrociclonagem, uma vez que, por se tratar de um minério altamente coeso, com estrutura cristalina densa e organizada, a força entre as partículas torna esse material altamente resistente à quebra (SANTOS et al., 2014). Tal característica permite uma classificação por tamanho mais precisa, visto que as partículas preservam seu tamanho original ao longo da operação.

A preparação do material foi feita através de moagem em um moinho de bolas para que as partículas atingissem uma faixa de distribuição granulométrica desejada. As mesmas deveriam ser suficientemente finas para que a eficiência total de separação dos hidrociclones fosse inferior a 100%, de modo a não haver partículas grosseiras que atrapalhassem a comparação de desempenho entre os separadores. Logo, o processo de moagem foi realizado em bateladas em um moinho composto por um vaso cerâmico de 20 cm de diâmetro e 30 cm de altura, com 75 bolas de, aproximadamente, 4 cm de diâmetro cada uma e operando a uma rotação de 23 rpm. Após isso, amostras representativas do material foram separadas através de quarteamento, para a realização das análises granulométrica e de densidade.

A distribuição granulométrica do quartzito foi determinada por meio da técnica de difração de raios *laser*, usando o equipamento *Mastersizer Microplus* da marca *Malvern*. A dimensão característica determinada pelo equipamento é o diâmetro volumétrico das partículas. Assim, com os dados obtidos foram realizadas regressões não-lineares usando o *software Statistica®*, com ajustes a modelos clássicos de distribuição granulométrica, sendo que o modelo Rosin-Ramler-Bennet (RRB) foi o que melhor se ajustou aos dados coletados, apresentando um coeficiente de determinação (R^2) igual a 0,9922 e resíduos aleatoriamente distribuídos. A expressão matemática obtida como resultado desse ajuste para descrever a distribuição granulométrica do material é apresentada na Equação 3.21.

$$X_a = 1 - \exp\left(-\left(\frac{d_p}{18,75}\right)^{1,08}\right) \quad (3.21)$$

A Figura 3.8 mostra a distribuição granulométrica acumulativa do quartzito juntamente com a curva do modelo RRB ajustado.

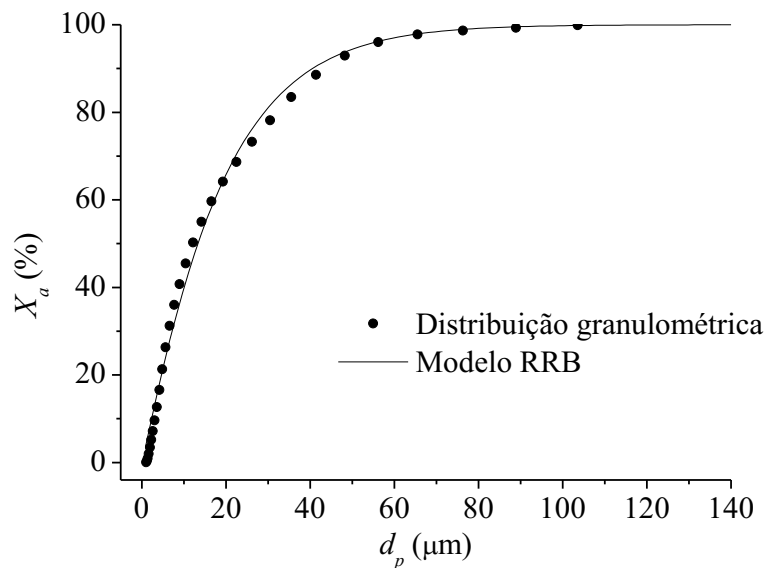


Figura 3.8 – Distribuição granulométrica do quartzito.

Por sua vez, a densidade do material particulado foi determinada usando a técnica de picnometria por deslocamento de gás hélio no equipamento *AccuPyc 1330* da marca *Micromeritics®*. O valor obtido para a densidade real do quartzito, após a realização das análises em triplicata, foi $2,7400 \pm 0,0005 \text{ g/cm}^3$.

3.3.2 – Unidade Experimental

Os ensaios experimentais com os hidrociclones fabricados foram realizados no Laboratório de Separação e Energias Renováveis (LASER) da Faculdade de Engenharia Química da UFU. A unidade experimental era composta pelos seguintes equipamentos, que estão indicados na Figura 3.9: tanque de armazenamento da suspensão (1), agitador mecânico (2), bomba centrífuga (3), medidor de vazão (4), manômetro digital (5) e hidrociclone (6). As características desses equipamentos são detalhadas nas próximas subseções.



Figura 3.9 – Unidade experimental de hidrociclonação do LASER-UFU.

Além dos equipamentos citados, a unidade experimental também possuía duas válvulas do tipo gaveta (V1 e V2) e uma do tipo esfera (i). A válvula V1 serve para ajustar a vazão da corrente de *by-pass* (A), enquanto que a V2 regula a vazão da corrente de alimentação (B). Por sua vez, a válvula esfera é localizada entre o tanque de armazenamento e a bomba centrífuga tem a função de abrir e fechar a passagem de líquido do tanque para a bomba, sendo importante no processo de afogamento da mesma, para iniciar a operação da unidade.

3.3.2.1 – Tanque de Armazenamento da Suspensão e Agitador Mecânico

O reservatório usado para armazenamento da suspensão sólido-líquido era feito de polietileno e possuía capacidade de 250 L. Acoplado ao tanque, havia um agitador mecânico de 1,5 cv dotado de um inversor de frequência, além de um par de chicanas nas proximidades das paredes, com o objetivo de promover a homogeneização adequada da suspensão.

3.3.2.2 – Bomba Centrífuga

A bomba centrífuga que compunha a unidade experimental era da marca *Weir Minerals*, modelo 1,5/1B-AH. Ela possuía rotor e revestimento em alto cromo, apresentando alta resistência à abrasão e à corrosão, sendo, assim, ideal para a operação com a suspensão de água e quartzito. Além disso, a bomba centrífuga possuía 5 cv de potência, sendo o suficiente para fazer o escoamento alcançar a queda de pressão desejada na operação (147 kPa).

3.3.2.3 – Medidor de Vazão

O medidor de vazão mássica instalado na linha de alimentação da unidade experimental era da marca Metroval, modelo RHM08-3FS1PN. Ele era composto por duas partes: o sensor de medição do tipo Coriolis e o painel de exibição dos dados, ambos mostrados na Figura 3.10. A faixa de operação do equipamento era de 300 a 1800 kg/h e a pressão máxima suportada era de 1,55 MPa.



Figura 3.10 – Medidor de vazão mássica instalado na unidade experimental: sensor Coriolis (esquerda) e painel de exibição dos dados (direita).

3.3.2.4 – Manômetro Digital

O manômetro digital estava instalado imediatamente antes da entrada do hidrociclone, com o objetivo de aferir a queda de pressão no equipamento. Como as correntes de *underflow* e *overflow* eram descarregas à pressão atmosférica, a medida indicada pelo instrumento correspondia exatamente à queda de pressão no hidrociclone. Ademais, o manômetro era do tipo Bourdon e a sua faixa de operação era de 0 a 700 kPa.

3.3.3 – Procedimento Experimental

Para a realização dos experimentos deste trabalho preencheu-se o tanque com aproximadamente 200 L de suspensão de água e quartzito na concentração volumétrica de 1%. A mistura era mantida homogênea pela ação do agitador mecânico, que permanecia ligado durante toda a execução experimental.

Inicialmente, acoplava-se o hidrociclone montado no final da linha de alimentação e ligava-se o medidor de vazão e o manômetro digital. Em seguida, as válvulas V1 e V2 eram colocadas nas posições adequadas (válvula V2 fechada e válvula V1 aberta em $\frac{3}{4}$ de volta) e a válvula esfera (i) entre o tanque agitado e a bomba centrífuga era aberta, para fazer o afogamento da bomba. Assim, a mesma era acionada e as vazões das correntes de alimentação e *by-pass* eram ajustadas através da manipulação das válvulas V1 e V2 (Figura 3.9) até que a pressão indicada pelo manômetro digital se estabilizasse em 147 kPa, mesma condição usada nos experimentos de Salvador (2017).

Dessa forma, iniciava-se a coleta dos dados experimentais aferindo-se a temperatura da suspensão, usando um termômetro de bulbo ($\pm 1,0$ °C), para posterior determinação da densidade e viscosidade do fluido. Então, a vazão mássica da corrente de alimentação, indicada no painel do medidor de vazão, era lida e registrada. Além disso, medições usando gravimetria eram feitas dessa corrente, com o objetivo de verificar o estado de calibração do equipamento. Por sua vez, a vazão da corrente de *underflow* era determinada unicamente por gravimetria, usando um béquer de 2 L, um cronômetro ($\pm 0,01$ s) e uma balança semi-analítica ($\pm 0,01$ g). A corrente de *overflow* tinha sua vazão mássica determinada através do balanço de massa no hidrociclone, que operava em estado estacionário.

Na sequência, eram coletadas amostras das correntes de alimentação e *underflow* para determinação das concentrações mássicas e volumétricas dessas correntes. Nesse

procedimento, media-se previamente as massas dos béqueres vazios e, então, aferia-se novamente a massa dos recipientes com as amostras de suspensão coletadas. Após isso, as amostras eram colocadas para secar em estufa a 105 °C por 24 horas, sendo a massa do material seco medida após esse período. Esse procedimento foi realizado em triplicata e, mais uma vez, as concentrações da corrente de *overflow* foram determinadas por balanço de massa.

Por fim, além das amostras para determinação das concentrações, foram coletadas também, das correntes de alimentação e *underflow*, alíquotas para determinação da distribuição granulométrica do material particulado nessas correntes. Novamente, as coletas eram feitas em triplicata, e as amostras eram analisadas usando a técnica de difração a *laser* no aparelho *Mastersizer Microplus*® da fabricante Malvern. Para a realização dessas análises, foi utilizado como dispersante, para evitar a formação de aglomerados de partículas, uma solução aquosa de hexametáfosfato de sódio (Calgon) na concentração de 1 g/L.

Assim, as análises eram iniciadas com a calibração do sistema óptico do equipamento, fazendo-se a medida do “branco” (água mais calgon), que era usada como referência para as demais medidas. Na sequência, a amostra a ser analisada era adicionada ao béquer contendo o “branco” e era submetida a um banho ultrassônico por 30 segundos, também com o objetivo de desaglomerar as partículas. Dessa forma, a análise era realizada e o *software* do equipamento *Mastersizer Microplus* fornecia os dados na forma de diâmetros de partícula por suas respectivas frações cumulativas. Então, esses dados eram transferidos para uma planilha eletrônica e usados para estimar os parâmetros do modelo RRB, através de regressão não-linear no *software Statistica*®.

Capítulo 4

Resultados e Discussão

4.1 – Otimizações Multi-Objetivo Baseadas em Confiabilidade

Nesta seção, são mostrados os resultados obtidos nas otimizações multi-objetivo baseadas em confiabilidade para os quatro estudos de caso considerados, sendo eles caso 1: maximizar η e minimizar R_L ; caso 2: maximizar η e minimizar Eu ; caso 3: minimizar R_L e minimizar Eu ; caso 4: maximizar η , minimizar R_L e minimizar Eu .

4.1.1 – Caso 1: Maximização da Eficiência Total e Minimização da Razão de Líquido

A Figura 4.1 mostra as curvas de Pareto obtidas nas otimizações do caso 1 de forma nominal e baseadas em confiabilidade com os diferentes valores do índice de confiabilidade considerados ($\beta = 2$, $\beta = 3$ e $\beta = 4$).

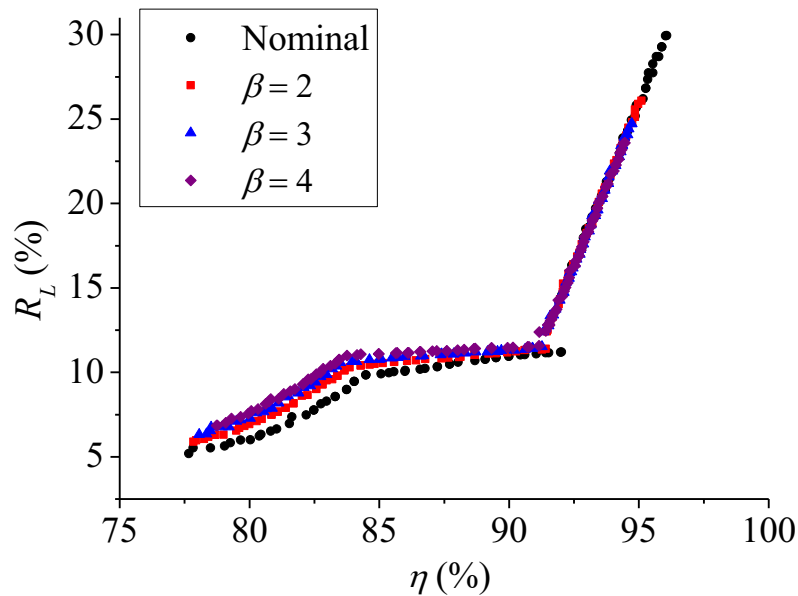


Figura 4.1 – Curvas de Pareto obtidas nas otimizações nominal e com confiabilidade do Caso 1.

Nas curvas de Pareto exibidas na Figura 4.1, é possível observar o comportamento conflitante entre os objetivos de maximizar a eficiência total e minimizar a razão de líquido, uma vez que, em cada curva, à medida η aumenta, R_L também aumenta.

Além disso, na Figura 4.1 ainda é possível observar o efeito da inserção de confiabilidade na otimização do caso 1. Para menores eficiências e razões de líquido, nota-se que quanto maior o nível de confiabilidade inserido, ou seja, quanto maior o valor de β mais a curva de Pareto se afasta da curva obtida por otimização nominal. Por sua vez, para maiores valores das respostas, é possível observar que o aumento do índice de confiabilidade β provoca um encurtamento cada vez maior da curva de Pareto em relação à curva nominal. Tal comportamento é melhor visualizado na Figura 4.2, que exibe o lado direito da Figura 4.1 em uma escala ampliada.

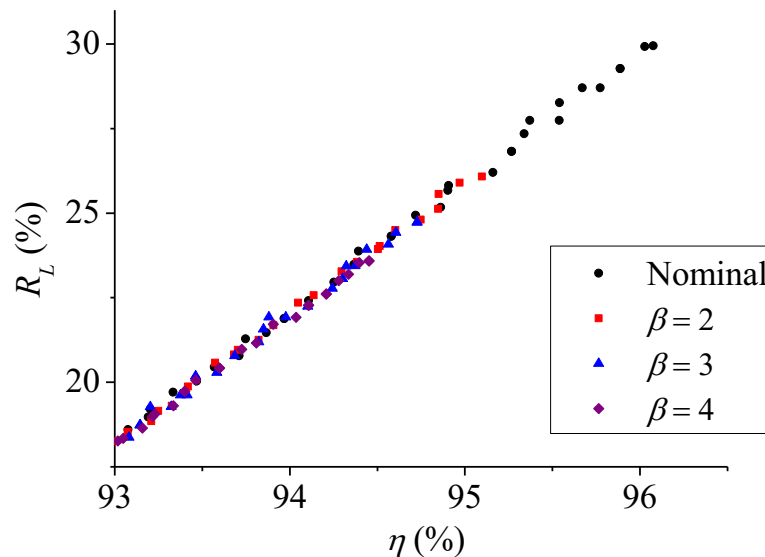


Figura 4.2 – Detalhamento das curvas de Pareto da Figura 4.1 na região de maiores valores das respostas.

Ademais, para entender melhor a razão dos diferentes efeitos da inserção de confiabilidade em cada região das curvas da Figura 4.1 e para observar as características geométricas dos hidrociclones obtidos nas otimizações, alguns separadores foram destacados em cada curva de Pareto obtida no caso 1. Tais equipamentos são destacados na Figura 4.3 e seus valores das variáveis geométricas e das variáveis resposta são mostrados na Tabela 4.1.

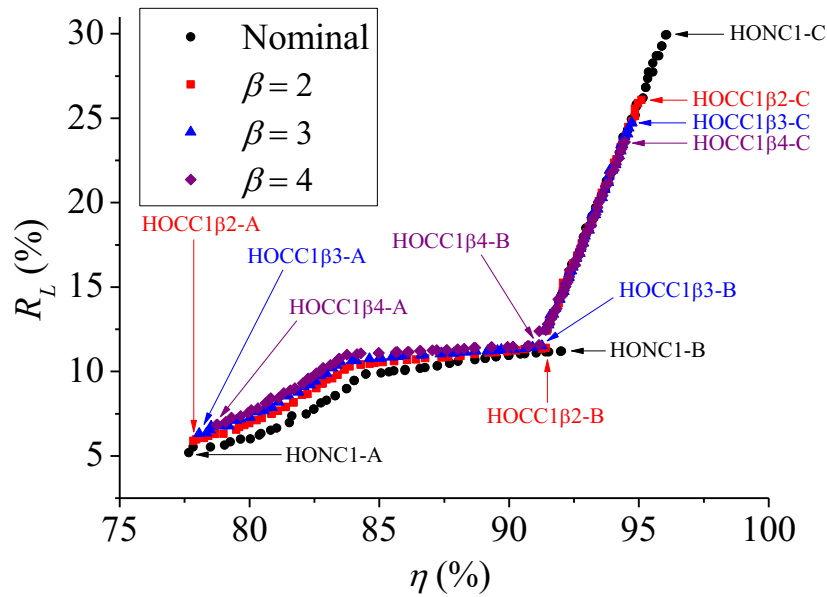


Figura 4.3 – Hidrociclones destacados nas curvas de Pareto da Figura 4.1.

Os hidrociclones destacados na Figura 4.3 foram denominados como Hidrociclones Otimizados Nominalmente do Caso 1 (HONC1), Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 1 com β igual a 2 (HOCC1 β 2), Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 1 com β igual a 3 (HOCC1 β 3) e Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 1 com β igual a 4 (HOCC1 β 4). Além disso, em cada curva de Pareto da Figura 4.3, foram destacados os separadores de menor razão de líquido, designados como tipo A, os que apresentam um compromisso entre os dois objetivos da otimização, sendo intitulados como tipo B, e os de maior eficiência total, denominados como tipo C. Dessa forma, foram destacados os equipamentos HONC1-A, HONC1-B, HONC1-C, HOCC1 β 2-A, HOCC1 β 2-B, HOCC1 β 2-C, HOCC1 β 3-A, HOCC1 β 3-B, HOCC1 β 3-C, HOCC1 β 4-A, HOCC1 β 4-B e HOCC1 β 4-C.

Na Tabela 4.1, observa-se que o hidrociclone da curva nominal com maior η (HONC1-C) apresenta um valor de R_L próximo ao limite de 30% estipulado na restrição para essa resposta. Por essa razão, à medida que o índice β aumenta, o ponto de maior eficiência total da curva de Pareto distancia-se cada vez mais deste valor limite, aumentando a garantia de que essa restrição será respeitada. Tal fato pode ser verificado observando-se os hidrociclones HOCC1 β 2-C, HOCC1 β 3-C e HOCC1 β 4-C, que apresentam valores cada vez menores de R_L , o que explica o encurtamento das curvas de Pareto com o aumento de β no lado direito dessas curvas na Figura 4.1.

Tabela 4.1 – Dimensões dos hidrociclones destacados na Figura 4.3 e suas respostas previstas.

Hidrociclone	X_1 D_i (mm)	X_2 D_o (mm)	X_3 L (mm)	X_4 θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μm)	C_{vu} (%)
HONC1-A	-1,10 4,7	1,16 9,8	-1,66 119,3	-0,74 12,0	77,7	5,2	4794	9,9	10,6
HONC1-B	-1,57 3,9	1,66 10,6	1,65 228,3	-1,65 9,0	92,0	11,2	4951	8,7	7,9
HONC1-C	1,66 8,8	-0,68 7,1	1,65 228,6	-1,66 9,0	96,1	29,9	1867	1,4	4,0
HOCC1β2-A	-1,12 4,6	1,49 10,3	-1,66 119,3	1,63 19,9	77,8	5,9	4249	9,1	9,7
HOCC1β2-B	-1,29 4,4	1,64 10,6	1,64 228,0	-1,66 9,0	91,4	11,4	4129	8,2	7,8
HOCC1β2-C	1,65 8,8	-0,39 7,5	1,66 228,8	-1,66 9,0	95,1	26,1	1793	2,3	4,4
HOCC1β3-A	-0,95 4,9	1,33 10,1	-1,66 119,2	1,66 20,0	78,1	6,3	3866	8,8	9,1
HOCC1β3-B	-1,20 4,5	1,61 10,5	1,65 228,5	-1,66 9,0	91,3	11,5	3877	8,0	7,6
HOCC1β3-C	1,65 8,8	-0,28 7,7	1,66 228,7	-1,66 9,0	94,7	24,7	1770	2,7	4,5
HOCC1β4-A	-0,88 5,0	1,16 9,8	-1,66 119,3	1,65 19,9	78,7	6,8	3763	8,5	8,6
HOCC1β4-B	-1,09 4,7	1,62 10,5	1,65 228,6	-1,66 9,0	91,1	11,6	3590	7,8	7,6
HOCC1β4-C	1,66 8,8	-0,18 7,8	1,66 228,7	-1,66 9,0	94,5	23,6	1754	3,0	4,6

Além da restrição para a razão de líquido, o ponto HONC1-C também se encontra no limite da restrição para a concentração volumétrica do *underflow* ($C_{vu} \geq 4\%$). Dessa forma, os pontos na extremidade de maior η das curvas de Pareto com confiabilidade, HOCC1β2-C, HOCC1β3-C e HOCC1β4-C, apresentam valores de C_{vu} crescentes com o aumento de β , distanciando-se cada vez mais do valor limite da restrição.

Por sua vez, o hidrociclone de menor R_L da curva de Pareto nominal (HONC1-A) apresenta um valor de η igual 77,7%, não estando tão próximo do limite de 70% para esta resposta. Todavia, embora o HONC1-A não ative a restrição de η , ele apresenta valores

próximos aos limites das restrições do número de Euler ($Eu \leq 5000$) e diâmetro de corte ($d_{50} \leq 10 \mu\text{m}$), tornando essas restrições ativas nas otimizações com confiabilidade. Por essa razão, à medida que o valor de β aumenta, os hidrociclones de menor R_L das curvas de Pareto apresentam valores de Eu e d_{50} cada vez mais distantes dos valores limites das restrições, conforme pode ser verificado observando-se os separadores HOCC1 β 2-A, HOCC1 β 3-A e HOCC1 β 4-A.

Dessa forma, as restrições ativas pelos pontos do lado esquerdo das curvas de Pareto na Figura 4.1 são somente de respostas que não estão sendo otimizadas no caso 1. Como consequência disso, tem-se o efeito de afastamento das curvas de Pareto em relação à curva nominal à medida que β aumenta, ao invés do efeito de encurtamento observado na outra extremidade das curvas.

Ainda na Tabela 4.1, observa-se que os hidrociclones obtidos no caso 1 apresentam, de maneira geral, diâmetro do duto de alimentação (D_i), comprimento total (L) e ângulo da seção cônica (θ) altamente variados e diâmetro do tubo de *overflow* (D_o) com valores de medianos a elevados, adotando-se como referência o intervalo de busca definido para as variáveis de projeto ($-1,66 \leq X_i \leq 1,66$).

Os separadores de menor razão de líquido, HONC1-A, HOCC1 β 2-A, HOCC1 β 3-A e HOCC1 β 4-A, são os que apresentam os menores comprimentos totais (L) e maiores ângulos da seção cônica (θ) dentre os separadores destacados de suas respectivas curvas de Pareto, apresentando ainda diâmetros do tubo de *overflow* (D_o) grandes e diâmetros do duto de alimentação (D_i) pequenos. Isso indica que tais características favorecem a minimização da razão de líquido, mantendo as demais respostas do separador dentro das restrições impostas.

Tais observações são coerentes com o que se espera analisando o modelo ajustado para R_L mostrado na Equação 3.7, uma vez que os coeficientes lineares das variáveis X_1 , X_2 , X_3 e X_4 são respectivamente iguais a 0,29, -10,03, 1,17 e -0,90, o que indica que menores D_i (X_1) e L (X_3) e maiores D_o (X_2) e θ (X_4) favorecem a diminuição de R_L .

Por sua vez, os hidrociclones de maior eficiência total, HONC1-C, HOCC1 β 2-C, HOCC1 β 3-C e HOCC1 β 4-C, são os que possuem menor D_o e maiores D_i e L dentre os separadores selecionados de suas respectivas curvas de Pareto, apresentando também o menor valor possível para o ângulo θ . Tal fato indica que essas características permitem ao hidrociclone possuir uma elevada eficiência de separação, respeitando os limites estipulados para as demais respostas do separador.

Mais uma vez, o comportamento observado está em conformidade com o que se espera analisando o modelo ajustado para η apresentado na Equação 3.6, visto que os coeficientes

lineares de X_1 , X_2 , X_3 e X_4 são respectivamente iguais a -0,60, -5,05, -0,69 e -2,35, o que sinaliza que as variáveis geométricas de maior influência sobre a eficiência total são D_o (X_2) e θ (X_4), de modo que a diminuição delas favorece o aumento de η . Por sua vez, as dimensões D_i (X_1) e L (X_3), apesar de possuírem uma relação inversa com η , não têm um impacto tão significativo sobre essa resposta. Por isso, os altos valores dessas duas variáveis não acarretam em grande prejuízo ao valor de η , ao passo que possibilitam o atendimento às restrições do problema.

Ademais, no caso 1, foram escolhidos para construção e verificação experimental os hidrociclones de menor número de Euler das curvas de Pareto nominal e com confiabilidade com índice β igual a 4. Tais equipamentos foram nomeados, respectivamente, como Hidrociclone Otimizado Nominalmente do Caso 1 tipo D (HONC1-D) e Hidrociclone Otimizado com Confiabilidade do Caso 1 com β igual a 4 tipo D (HOCC1 β 4-D).

A Figura 4.4 mostra a posição dos hidrociclones HONC1-D e HOCC1 β 4-D em suas respectivas curvas de Pareto. Observa-se nesta figura, que os referidos separadores se localizam na região central das curvas às quais pertencem.

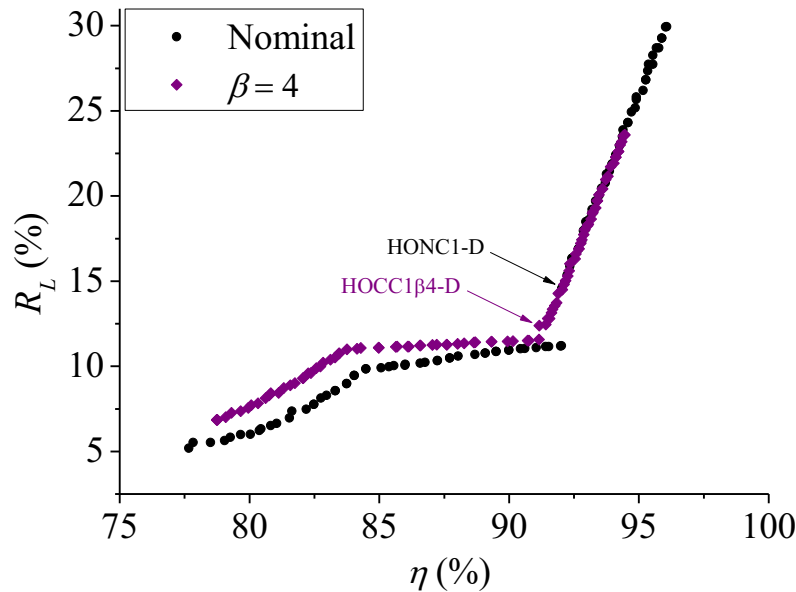


Figura 4.4 – Hidrociclones do caso 1 selecionados para construção e teste experimental.

Por fim, as características geométricas e os valores das variáveis resposta dos equipamentos selecionados, HONC1-D e HOCC1 β 4-D, são mostrados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Dimensões dos hidrociclones selecionados da Figura 4.4 e suas respostas previstas.

Hidrociclone	X_1 D_i (mm)	X_2 D_o (mm)	X_3 L (mm)	X_4 θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μm)	C_{vu} (%)
HONC1-D	1,65 8,8	0,93 9,5	1,66 228,7	-1,66 9,0	92,0	14,6	1584	5,8	6,3
HOCC1β4-D	1,60 8,7	1,65 10,6	1,64 228,1	-1,66 9,0	91,2	12,4	1486	7,1	7,5

Na Tabela 4.2, verifica-se que os hidrociclones HONC1-D e HOCC1β4-D possuem valores do número de Euler iguais a 1584 e 1486, respectivamente, sendo, de fato, separadores com baixo valor desta resposta, considerando que nas restrições adotadas permitia-se Eu de até 5000. Além disso, as características geométricas desses dois hidrociclones são parecidas, diferindo somente no diâmetro do tubo de *overflow* (D_o). Ambos apresentam diâmetro do duto de alimentação (D_i) e comprimento total (L) grandes e ângulo θ pequeno, considerando o intervalo de busca das variáveis de projeto ($-1,66 \leq X_i \leq 1,66$). Contudo, o valor de D_o do HONC1-D é menor em relação ao HOCC1β4-D, o que explicaria o número de Euler, eficiência total e razão de líquido levemente maiores do primeiro em relação ao segundo.

4.1.2 – Caso 2: Maximização da Eficiência Total e Minimização do Número de Euler

Os resultados das otimizações do caso 2 são mostrados na Figura 4.5. Nela estão as curvas de Pareto obtidas pelas otimizações nominal e com confiabilidade com os diferentes valores do índice de confiabilidade considerados ($\beta = 2$, $\beta = 3$ e $\beta = 4$). Na referida figura, é notável o comportamento conflitante entre os objetivos da otimização de maximizar η e minimizar Eu , uma vez que, nas curvas de Pareto, ao aumentar-se a eficiência total, o número de Euler também aumenta.

Além disso, também é possível observar na Figura 4.5 o comportamento da curva de Pareto do caso 2 frente ao aumento no nível de confiabilidade inserido na otimização. Observa-se que o aumento no índice de confiabilidade β provoca um afastamento cada vez maior da curva de Pareto com confiabilidade em relação à curva nominal no lado direito das curvas. Para observar melhor este comportamento, a Figura 4.6 mostra o lado direito das curvas de Pareto da Figura 4.5 em uma escala ampliada.

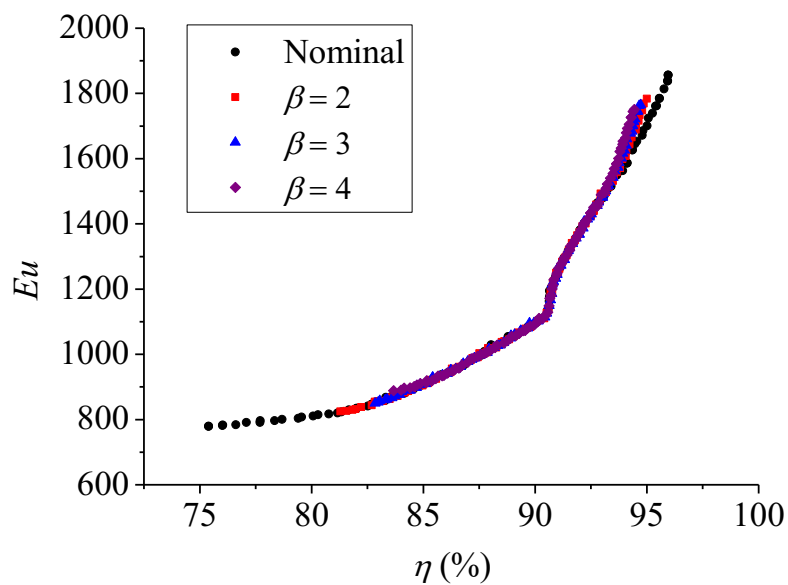


Figura 4.5 – Curvas de Pareto obtidas nas otimizações nominal e com confiabilidade do Caso 2.

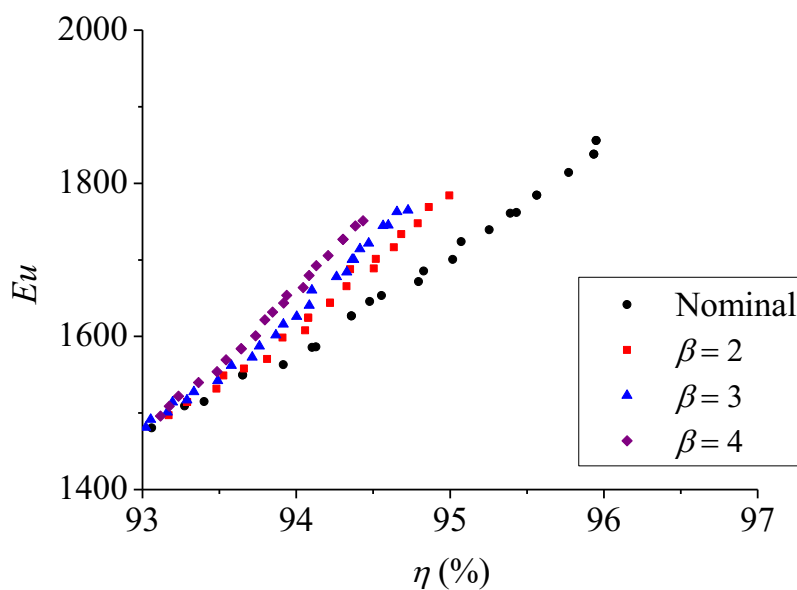


Figura 4.6 – Detalhamento das curvas de Pareto da Figura 4.5 na região de maiores valores das respostas.

Por sua vez, o comportamento no lado esquerdo das curvas de Pareto do caso 2 frente ao aumento no valor de β é o de produzir um encurtamento, cada vez maior, em relação à curva nominal. A Figura 4.7 traz maiores detalhes dessa região da Figura 4.5, deixando esse comportamento mais visível.

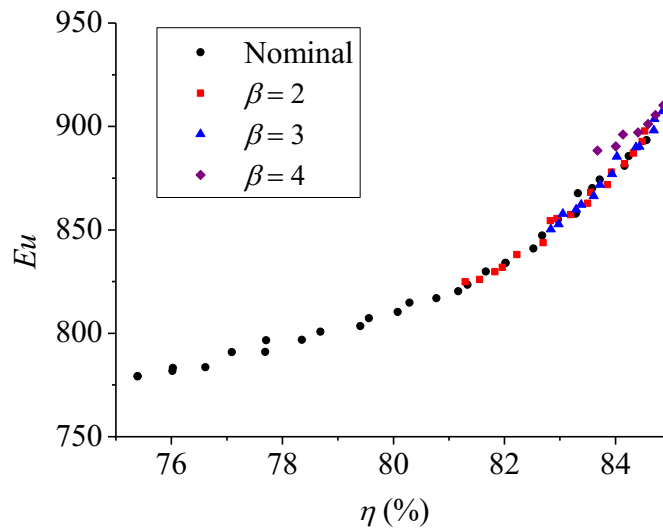


Figura 4.7 – Detalhamento das curvas de Pareto da Figura 4.5 na região de menores valores das respostas.

Ainda, a Figura 4.8 destaca alguns hidrociclones em cada curva de Pareto da Figura 4.5, com comportamentos relevantes das respostas analisadas e os valores dessas respostas, bem como de suas variáveis geométricas, são exibidos na Tabela 4.3. Dessa forma, é possível observar as características dos separadores obtidos e, assim, entender melhor a tendência das curvas.

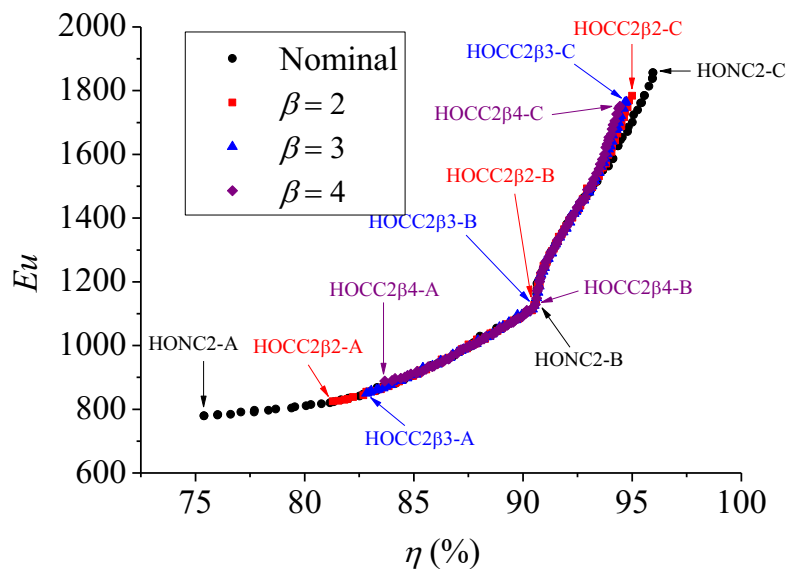


Figura 4.8 – Hidrociclones destacados nas curvas de Pareto da Figura 4.5.

Os hidrociclones destacados na Figura 4.8 foram nomeados como Hidrociclones Otimizados Nominalmente do Caso 2 (HONC2), Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 2 com β igual a 2 (HOCC2 β 2), Hidrociclones Otimizados com

Confiabilidade do Caso 2 com β igual a 3 (HOCC2 β 3) e Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 2 com β igual a 4 (HOCC2 β 4). Além disso, em cada curva de Pareto da Figura 4.8, foram destacados os hidrociclones de menor número de Euler, classificados como tipo A, os que apresentam um compromisso entre os dois objetivos da otimização, denominados como tipo B, e os de maior eficiência total, designados como tipo C. Dessa forma, foram destacados os separadores HONC2-A, HONC2-B, HONC2-C, HOCC2 β 2-A, HOCC2 β 2-B, HOCC2 β 2-C, HOCC2 β 3-A, HOCC2 β 3-B, HOCC2 β 3-C, HOCC2 β 4-A, HOCC2 β 4-B e HOCC2 β 4-C.

Tabela 4.3 – Dimensões dos hidrociclones destacados na Figura 4.8 e suas respostas previstas.

Hidrociclone	X_1 D_i (mm)	X_2 D_o (mm)	X_3 L (mm)	X_4 θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μ m)	C_{vu} (%)
HONC2-A	0,89 7,6	1,65 10,6	0,55 192,1	-1,08 10,9	75,4	10,7	779	10,0	7,4
HONC2-B	1,04 7,9	1,66 10,6	1,66 228,7	-1,66 9,0	90,6	12,3	1137	6,7	7,4
HONC2-C	1,66 8,8	-0,65 7,1	1,65 228,6	-1,66 9,0	95,9	29,5	1856	1,5	4,1
HOCC2 β 2-A	0,90 7,7	1,66 10,6	0,57 192,7	-1,62 9,2	81,3	10,6	825	9,2	8,0
HOCC2 β 2-B	1,04 7,9	1,64 10,6	1,66 228,7	-1,66 9,0	90,6	12,4	1137	6,6	7,4
HOCC2 β 2-C	1,64 8,8	-0,39 7,5	1,66 228,7	-1,66 9,0	95,0	26,0	1784	2,4	4,4
HOCC2 β 3-A	0,88 7,6	1,66 10,6	0,74 198,5	-1,65 9,1	82,8	10,9	850	8,8	7,9
HOCC2 β 3-B	0,97 7,8	1,61 10,5	1,66 228,7	-1,66 9,0	90,5	12,4	1126	6,6	7,3
HOCC2 β 3-C	1,65 8,8	-0,28 7,7	1,66 228,8	-1,66 9,0	94,7	24,7	1765	2,7	4,5
HOCC2 β 4-A	0,85 7,6	1,63 10,5	0,95 205,3	-1,60 9,2	83,7	11,4	888	8,4	7,6
HOCC2 β 4-B	1,00 7,8	1,64 10,6	1,66 228,8	-1,66 9,0	90,6	12,3	1129	6,6	7,4
HOCC2 β 4-C	1,66 8,8	-0,18 7,8	1,65 228,6	-1,66 9,0	94,4	23,6	1751	3,0	4,6

Na Tabela 4.3, é possível observar que o hidrociclone de menor Eu da curva nominal, HONC2-A, possui um valor estimado de d_{50} igual ao valor limite da restrição para essa variável ($d_{50} \leq 10 \mu\text{m}$), bem como um valor de η que se aproxima do limite imposto pela restrição desta resposta ($\eta \geq 70\%$). Dessa forma, na execução das otimizações com confiabilidade, tais restrições passam a se tornar ativas, de forma que, à medida que o índice de confiabilidade β aumenta, os hidrociclones de menor Eu das curvas de Pareto têm seus valores destas duas variáveis cada vez mais distantes dos limites impostos nas restrições, o que aumenta a garantia de que essas restrições serão atendidas. Tal comportamento pode ser notado observando-se, na Tabela 4.3, os hidrociclones HONC2-A, HOCC2 β 2-A, HOCC2 β 3-A e HOCC2 β 4-A que possuem valor de η cada vez maior e d_{50} cada vez menor, à medida que o índice β aumenta.

Dessa forma, como as restrições ativas no lado esquerdo das curvas de Pareto do caso 2 incluem uma das respostas que estão sendo otimizadas, o comportamento da curva com o aumento de β é o de produzir um encurtamento, conforme observado na Figura 4.7.

Por sua vez, o hidrociclone de maior η da curva de Pareto nominal, HONC2-C, apresenta valores de R_L e C_{vu} próximos dos valores limite impostos pelas restrições destas duas respostas ($R_L \leq 30\%$ e $C_{vu} \geq 4\%$). Sendo assim, tais restrições se tornam ativas nas otimizações com confiabilidade, o que faz com que os hidrociclones de maior η das curvas de Pareto tenham valores dessas duas respostas cada vez mais distantes dos limites das restrições, à medida que o índice β aumenta. Tal comportamento pode ser verificado observando-se, na Tabela 4.3, os hidrociclones HONC2-C, HOCC2 β 2-C, HOCC2 β 3-C e HOCC2 β 4-C, que apresentam valor de R_L cada vez menor e C_{vu} cada vez maior, conforme o índice β aumenta.

Assim, como as restrições ativas no lado direito das curvas de Pareto do caso 2 não incluem as respostas otimizadas, o aumento de β produz um afastamento das curvas com confiabilidade em relação à curva nominal, conforme constatado na Figura 4.6.

Ainda na Tabela 4.3, observa-se que os hidrociclones obtidos no caso 2 apresentam, de maneira geral, diâmetro do duto de alimentação (D_i) e comprimento total (L) com valores de moderados a altos, diâmetro do tubo de *overflow* (D_o) variando entre valores moderadamente baixos e valores altos e ângulo da seção cônica (θ) pequenos, tendo-se como referência o intervalo de busca das variáveis de projeto X_i , que variava entre -1,66 e 1,66.

Os hidrociclones destacados com menor número de Euler, HONC2-A, HOCC2 β 2-A, HOCC2 β 3-A e HOCC2 β 4-A, foram os que apresentaram os menores valores de D_i e L dentre os hidrociclones destacados de cada curva de Pareto. Eles apresentaram, ainda, os maiores valores de θ dentre os separadores destacados de cada curva, contudo esse valor ainda é

pequeno. Por fim, os referidos equipamentos apresentam valores altos de D_o , próximos ao limite superior da faixa de busca dessa variável. Tais características indicam que esse tipo de configuração geométrica favorece a minimização do número de Euler no caso 2, mantendo as demais respostas do hidrociclone dentro das restrições estabelecidas.

Analisando-se os coeficientes lineares das variáveis X_1 , X_2 , X_3 e X_4 no modelo ajustado para o número de Euler (Equação 3.8), cujos valores são respectivamente iguais a -1360,04, -444,64, -346,57 e -153,15, verifica-se que a variável geométrica de maior impacto sobre Eu é D_i , seguida por D_o , então L e por fim θ . Desse modo, maiores valores dessas variáveis tendem a reduzir o número de Euler, segundo os coeficientes mostrados. Por essa razão, os hidrociclones de menor Eu apresentaram altos valores D_o e os maiores θ dentre os hidrociclones destacados de cada curva. Quanto a D_i e L , deve-se observar também os coeficientes de segunda ordem das variáveis X_1 e X_3 , cujos valores são respectivamente iguais a 662,09 e 153,05, sendo significativos em relação aos respectivos coeficientes lineares dessas variáveis. Assim sendo, para os termos quadráticos, o aumento de D_i e L provoca um aumento em Eu , sobretudo para valores de X_1 e X_3 maiores que 1. Tais observações podem explicar a obtenção de hidrociclones de mínimo Eu em cada curva com D_i e L elevados, contudo com níveis codificados menores que 1.

Por sua vez, os separadores de maior eficiência total destacados, HONC2-C, HOCC2 β 2-C, HOCC2 β 3-C e HOCC2 β 4-C, foram os que apresentaram maior D_i e menor D_o dentre os hidrociclones destacados de suas respectivas curvas de Pareto. Eles possuem ainda valores elevados de L , próximos ao limite superior da faixa de busca dessa variável, e valores de θ iguais ao valor mínimo permitido para essa variável na faixa de busca definida. Isso indica que as características supracitadas favorecem a maximização da eficiência total no caso 2, mantendo as demais respostas dentro dos limites de suas respectivas restrições.

Mais uma vez, analisando-se os coeficientes lineares das variáveis X_1 , X_2 , X_3 e X_4 no modelo ajustado para a eficiência total (Equação 3.6), verifica-se que as características acima descritas para os hidrociclones de maior eficiência são coerentes. Os referidos coeficientes são, respectivamente, iguais a -0,60, -5,05, -0,69 e -2,35, indicando que D_o (X_2) e θ (X_4) são as variáveis de projeto que possuem maior influência sobre a eficiência total, de modo que a diminuição dessas variáveis favorece o aumento de η . Por sua vez, as variáveis D_i (X_1) e L (X_3), apesar de apresentarem uma relação inversa com a eficiência total, têm um impacto menor sobre essa resposta. Portanto, seus valores mais elevados pouco prejudicam a eficiência e, ao mesmo tempo, possibilitam o atendimento às restrições definidas no problema de otimização.

Ademais, no caso 2 foram selecionados para construção e testagem experimental os hidrociclones de menor razão de líquido das curvas de Pareto nominal e com confiabilidade com β igual a 4. Tais hidrociclones foram denominados, respectivamente, como Hidrociclone Otimizado Nominalmente do Caso 2 tipo D (HONC2-D) e Hidrociclone Otimizado com Confiabilidade do Caso 2 com β igual a 4 tipo D (HOCC2 β 4-D).

As posições dos hidrociclones HONC2-D e HOCC2 β 4-D em suas respectivas curvas de Pareto são mostradas na Figura 4.9. Observa-se na figura que os hidrociclones de menor razão de líquido localizam-se no lado esquerdo de suas curvas, região que predomina a minimização do número de Euler. Além disso, o hidrociclone HOCC2 β 4-D coincide com o HOCC2 β 4-A, ou seja, na curva de Pareto com índice β igual a 4, o separador de menor número de Euler também é o de menor razão de líquido.

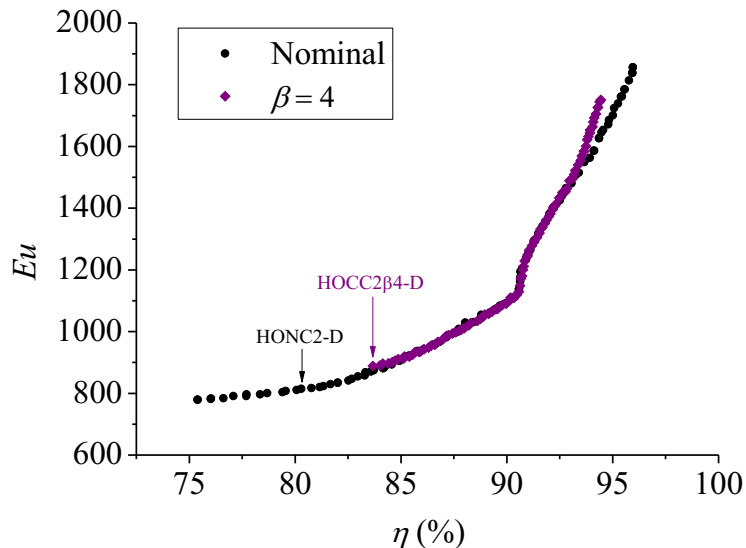


Figura 4.9 – Hidrociclones do caso 2 selecionados para construção e teste experimental.

Por fim, os valores das variáveis geométricas e das respostas previstas dos hidrociclones selecionados, HONC2-D e HOCC2 β 4-D, são mostrados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Dimensões dos hidrociclones selecionados da Figura 4.9 e suas respostas previstas.

Hidrociclone	X_1 D_i (mm)	X_2 D_o (mm)	X_3 L (mm)	X_4 θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μ m)	C_{vu} (%)
HONC2-D	1,02 7,8	1,64 10,6	0,32 184,4	-1,65 9,1	80,3	10,0	815	9,7	8,3
HOCC2 β 4-D	0,85 7,6	1,63 10,5	0,95 205,3	-1,60 9,2	83,7	11,4	888	8,4	7,6

Observa-se na Tabela 4.4 que os valores de razão de líquido dos hidrociclones HONC2-D e HOCC2 β 4-D são, respectivamente, iguais a 10,0% e 11,4%, sendo, de fato, baixos, tendo em vista que os valores dessa resposta poderiam chegar a até 30%, segundo a restrição definida no problema de otimização. Além disso, nota-se que ambos os separadores possuem características geométricas similares, apresentando diâmetro do duto de alimentação (D_i) moderadamente grande, diâmetro do tubo de *overflow* (D_o) elevado e ângulo da seção cônica (θ) pequeno, considerando-se o intervalo de variação permitido para as variáveis de projeto ($-1,66 \leq X_i \leq 1,66$). Contudo, os dois hidrociclones apresentam uma diferença significativa no comprimento total (L), o qual é maior para o HOCC2 β 4-D em comparação com o HONC2-D. Consequentemente, uma vez que o ângulo da seção cônica é similar para ambos os equipamentos, isso faz com que a região cilíndrica do separador HOCC2 β 4-D seja mais longa do que a do separador HONC2-D.

4.1.3 – Caso 3: Minimização da Razão de Líquido e Minimização do Número de Euler

Os resultados das otimizações do caso 3 são mostrados na Figura 4.10. Na referida figura são exibidas as curvas de Pareto obtidas pelas otimizações nominal e com confiabilidade considerando os diferentes valores utilizados para o índice de confiabilidade ($\beta = 2$, $\beta = 3$ e $\beta = 4$).

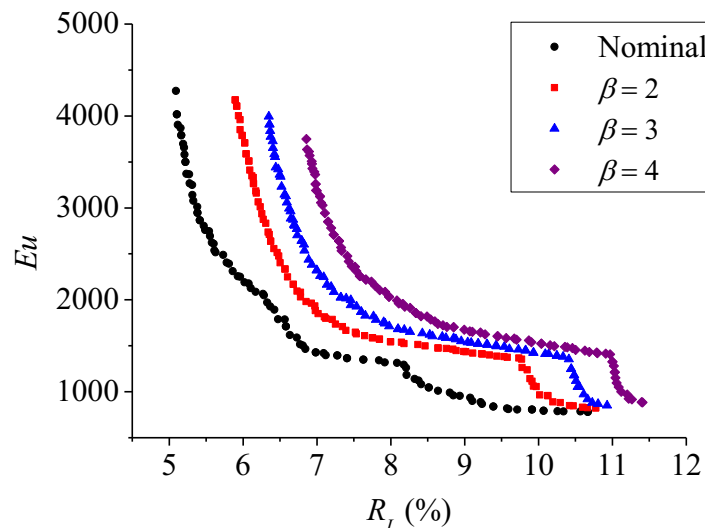


Figura 4.10 – Curvas de Pareto obtidas nas otimizações nominal e com confiabilidade do Caso 3.

Na Figura 4.10, fica evidente o comportamento conflitante entre os dois objetivos da otimização nas curvas de Pareto, uma vez que, em cada curva, ao diminuir-se a razão de líquido,

aumenta-se o número de Euler, e ao diminuir-se o número de Euler, aumenta-se a razão de líquido.

Além disso, na Figura 4.10, é possível perceber o efeito da inserção de confiabilidade nos resultados da otimização do caso 3. Observa-se que quanto maior é o nível de confiabilidade considerado, ou seja, quanto maior o índice β , mais a curva de Pareto se afasta da curva nominal.

Para compreender melhor o comportamento das curvas de Pareto com o aumento do índice β e verificar as características geométricas dos equipamentos obtidos, a Figura 4.11 destaca alguns separadores de interesse em cada curva da Figura 4.10. Os hidrociclones em evidência pertencem a diferentes regiões de suas respectivas curvas e seus valores das variáveis geométricas e das respostas da hidrociclonagem são mostrados na Tabela 4.5.

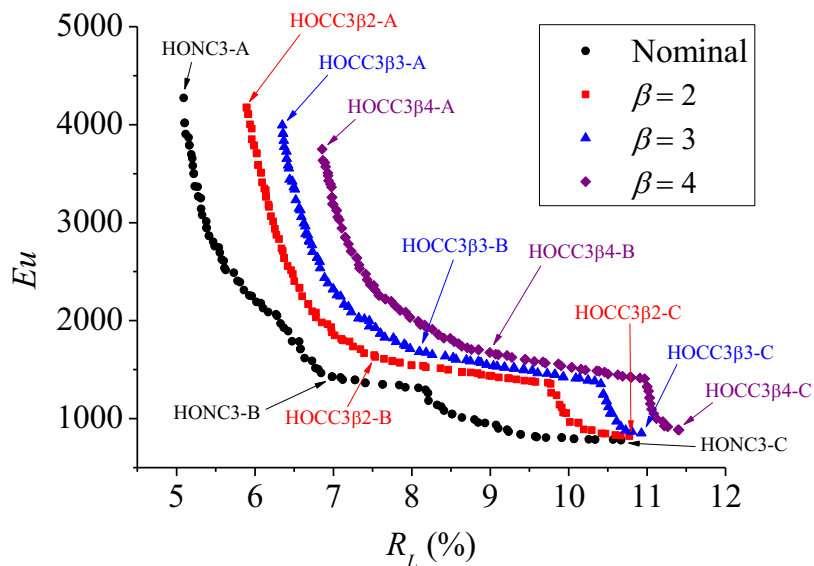


Figura 4.11 – Hidrociclones destacados nas curvas de Pareto da Figura 4.10.

Os hidrociclones em destaque na Figura 4.11 foram nomeados como Hidrociclones Otimizados Nominalmente do Caso 3 (HONC3), Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 3 com β igual a 2 (HOCC3 β 2), Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 3 com β igual a 3 (HOCC3 β 3) e Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 3 com β igual a 4 (HOCC3 β 4). Além disso, em cada curva de Pareto foram destacados os hidrociclones de menor razão de líquido, denominados como tipo A, os que apresentam um compromisso entre os dois objetivos da otimização, designados como tipo B, e os de menor número de Euler, classificados como tipo C. Sendo assim, foram destacados na Figura 4.11 os hidrociclones HONC3-A, HONC3-B, HONC3-C, HOCC3 β 2-A, HOCC3 β 2-B, HOCC3 β 2-C, HOCC3 β 3-A, HOCC3 β 3-B, HOCC3 β 3-C, HOCC3 β 4-A, HOCC3 β 4-B e HOCC3 β 4-C.

Tabela 4.5 – Dimensões dos hidrociclones destacados na Figura 4.11 e suas respostas previstas.

Hidrociclone	X_1 D_i (mm)	X_2 D_o (mm)	X_3 L (mm)	X_4 θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μm)	C_{vu} (%)
HONC3-A	-0,92 4,9	1,19 9,9	-1,66 119,3	-0,76 12,0	77,0	5,1	4273	10,0	10,6
HONC3-B	0,49 7,0	1,51 10,4	-1,64 119,9	1,63 19,9	70,8	7,0	1427	10,0	8,1
HONC3-C	0,90 7,7	1,65 10,6	0,54 191,8	-1,09 10,9	75,5	10,7	780	10,0	7,4
HOCC3β2-A	-1,10 4,6	1,51 10,4	-1,66 119,3	1,64 19,9	77,7	5,9	4175	9,1	9,8
HOCC3β2-B	0,39 6,9	1,19 9,9	-1,65 119,5	1,65 19,9	73,6	7,5	1629	9,3	7,5
HOCC3β2-C	0,89 7,6	1,63 10,6	0,63 194,9	-1,48 9,6	80,2	10,8	824	9,3	7,8
HOCC3β3-A	-1,00 4,8	1,31 10,1	-1,65 119,5	1,63 19,9	78,2	6,3	3993	8,8	9,1
HOCC3β3-B	0,41 6,9	1,03 9,6	-1,65 119,5	1,65 19,9	74,9	8,1	1682	9,0	7,1
HOCC3β3-C	0,88 7,6	1,62 10,5	0,72 197,7	-1,63 9,1	82,5	10,9	851	8,8	7,8
HOCC3β4-A	-0,88 5,0	1,17 9,8	-1,65 119,4	1,66 20,0	78,7	6,9	3748	8,5	8,6
HOCC3β4-B	0,47 7,0	0,85 9,4	-1,61 120,9	1,65 20,0	75,8	9,0	1675	8,8	6,6
HOCC3β4-C	0,89 7,6	1,47 10,3	0,80 200,6	-1,57 9,3	82,4	11,4	884	8,5	7,3

Na Tabela 4.5, observa-se que os três hidrociclones destacados da curva de Pareto nominal, HONC3-A, HONC3-B e HONC3-C, apresentam valores de d_{50} iguais ao limite da restrição imposta para essa resposta ($d_{50} \leq 10 \mu\text{m}$). Tal fato indica que em toda a curva nominal os hidrociclones obtidos estão próximos do limite dessa restrição. Dessa forma, nas otimizações com confiabilidade, a restrição probabilística de d_{50} torna-se ativa, o que faz com que as curvas de Pareto obtidas sejam constituídas por pontos com valores de d_{50} cada vez menores e mais distantes do limite da restrição, à medida que o índice de confiabilidade β aumenta, conforme

pode ser observado na Tabela 4.5. Assim, tal comportamento é o responsável por promover o afastamento das curvas de Pareto com confiabilidade em relação à curva nominal.

Ainda na Tabela 4.5, nota-se que, de maneira geral, os hidrociclones obtidos nas otimizações do caso 3 possuem diâmetro do duto de alimentação (D_i) variando entre valores moderadamente baixos e moderadamente altos, diâmetro do tubo de *overflow* (D_o) com valores elevados, comprimento total (L) variando entre valores baixos e moderadamente altos e ângulo da parte cônica (θ) com valores altamente variáveis, considerando-se como referência o intervalo de variação permitido para as variáveis geométricas codificadas na otimização ($-1,66 \leq X_i \leq 1,66$).

Os hidrociclones destacados de menor razão de líquido em cada curva de Pareto, HONC3-A, HOCC3 β 2-A, HOCC3 β 3-A e HOCC3 β 4-A, apresentaram os menores D_i dentre os hidrociclones destacados de cada curva, bem como os menores L , sendo os valores dessa variável para esses hidrociclones próximos ao mínimo permitido pela faixa de busca. Além disso, esses separadores possuem D_o levemente menor e θ maior que os equipamentos de mínimo Eu (tipo C) de suas respectivas curvas. Assim, conclui-se que tais características devem favorecer a minimização de R_L nas curvas de Pareto do caso 3, mantendo as demais respostas dentro dos limites estabelecidos pelas restrições.

Ademais, pode-se justificar as observações descritas acima analisando-se os coeficientes dos termos lineares do modelo ajustado para a razão de líquido em função das variáveis geométricas codificadas do hidrociclone (Equação 3.7), X_1 , X_2 , X_3 e X_4 . Tais coeficientes são respectivamente iguais a 0,29, -10,03, 1,17 e -0,90, indicando que a razão de líquido tende a ser minimizada com a diminuição de D_i (X_1) e L (X_3) e com o aumento de D_o (X_2) e θ (X_4). Ressalta-se ainda que a variável de maior influência sobre R_L entre elas é D_o , que apresentou, de fato, valores elevados nos hidrociclones HONC3-A, HOCC3 β 2-A, HOCC3 β 3-A e HOCC3 β 4-A, mesmo eles não sendo os separadores de maior D_o em cada curva.

Por sua vez, os hidrociclones destacados com menor Eu em cada curva de Pareto, HONC3-C, HOCC3 β 2-C, HOCC3 β 3-C e HOCC3 β 4-C, possuem os maiores valores de D_i , D_o e L e os menores valores do ângulo θ dentre os hidrociclones destacados de suas respectivas curvas. Isso indica que tais características geométricas podem favorecer a minimização do número de Euler no caso 3, ao mesmo tempo que mantêm os valores das demais respostas do hidrociclone dentro dos limites das restrições estipuladas.

Novamente, tais observações são coerentes com o que se espera analisando os coeficientes lineares das variáveis X_1 , X_2 , X_3 e X_4 na equação usada como função objetivo de

Eu (Equação 3.8), que são respectivamente iguais a -1360,04, -444,64, -346,57 e -153,15. Assim, as respostas de maior influência sobre Eu são D_i (X_1), D_o (X_2), L (X_3) e θ (X_4), nesta ordem, de modo que os maiores valores das três primeiras favorecem a diminuição do número de Euler, ao passo que os menores valores de θ possibilitam que as restrições sejam atendidas sem que haja uma grande deterioração no valor de Eu .

Ademais, no caso 3 foram selecionados para construção e testagem experimental os hidrociclones de maior eficiência total (η) das curvas de Pareto nominal e com confiabilidade com índice β igual a 4. Tais separadores foram nomeados, respectivamente, como Hidrociclone Otimizado Nominalmente do Caso 3 tipo D (HONC3-D) e Hidrociclone Otimizado com Confiabilidade do Caso 3 com β igual a 4 tipo D (HOCC3 β 4-D).

A Figura 4.12 mostra a posição dos hidrociclones HONC3-D e HOCC3 β 4-D em suas curvas de Pareto. Conforme pode ser observado na figura mencionada, os dois hidrociclones de maior eficiência de cada curva localizam-se no lado direito das curvas, região onde a razão de líquido é maior e o número de Euler menor. Cabe ressaltar ainda que o HOCC3 β 4-D coincide com o HOCC3 β 4-C, ou seja, o hidrociclone de maior η da curva com β igual a 4 também é o separador de menor Eu e maior R_L da curva. Tal observação se justifica pelo fato de que uma maior razão de líquido induz uma maior quantidade de partículas a serem arrastadas para o orifício de *underflow* pelo efeito de divisão de corrente no hidrociclone. Sendo assim, é natural e esperado que uma maior razão de líquido esteja associada a uma maior eficiência total.

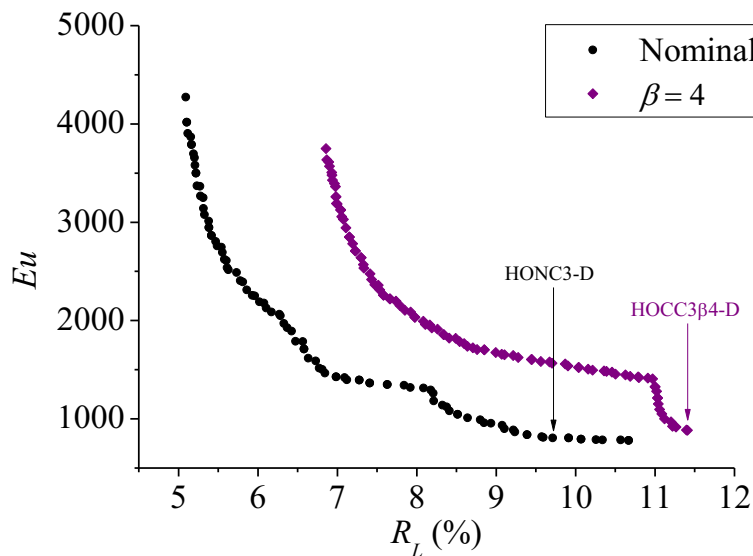


Figura 4.12 – Hidrociclones do caso 3 selecionados para construção e teste experimental.

Por fim, a Tabela 4.6 mostra as características geométricas e os valores das respostas dos hidrociclones selecionados HONC3-D e HOCC3 β 4-D. Observa-se na tabela que os

hidrociclones HONC3-D e HOCC3 β 4-D apresentam valores de eficiência total respectivamente iguais a 79,2% e 82,4%, sendo esses valores razoáveis, tendo em vista que o valor mínimo de η é igual 70% segundo as restrições e levando-se em conta as baixas razões de líquido e números de Euler dos dois separadores.

Tabela 4.6 – Dimensões dos hidrociclones selecionados da Figura 4.12 e suas respostas previstas.

Hidrociclone	X_1 D_i (mm)	X_2 D_o (mm)	X_3 L (mm)	X_4 θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μ m)	C_{vu} (%)
HONC3-D	0,94 7,7	1,66 10,6	0,21 181,1	-1,60 9,2	79,2	9,7	807	9,9	8,4
HOCC3 β 4-D	0,89 7,6	1,47 10,3	0,80 200,6	-1,57 9,3	82,4	11,4	884	8,5	7,3

Ainda na Tabela 4.6, verifica-se que ambos os equipamentos são similares na maioria dos aspectos de suas geometrias, apresentando tamanho de D_i moderadamente alto, D_o elevado e ângulo θ pequeno, tendo-se como referência o intervalo de busca definido para as variáveis geométricas codificadas ($-1,66 \leq X_i \leq 1,66$). Contudo, assim como observado para o caso 2, os dois separadores possuem uma diferença significativa na variável L , sendo o comprimento total do HOCC3 β 4-D maior em relação ao HONC3-D. Desse modo, como ambos possuem valores semelhantes do ângulo do tronco de cone, isso significa uma região cilíndrica mais longa do HOCC3 β 4-D em comparação ao HONC3-D. Tal fato pode explicar a maior eficiência total do primeiro em relação ao segundo.

4.1.4 – Caso 4: Maximização da Eficiência Total, Minimização da Razão de Líquido e Minimização do Número de Euler

A Figura 4.13 mostra os resultados obtidos nas otimizações do caso 4 de forma nominal e com confiabilidade considerando os diferentes valores utilizados para o índice de confiabilidade ($\beta = 2$, $\beta = 3$ e $\beta = 4$). Na referida figura, é exibida a vista tridimensional do espaço dos objetivos (a), contendo as curvas de Pareto obtidas para os diferentes valores de β . Além disso, são mostradas também as projeções bidimensionais das curvas de Pareto, tomando os objetivos da otimização dois a dois, de forma que o gráfico (b) mostra a visão das curvas

projetadas no plano $R_L \times \eta$, o gráfico (c) mostra a projeção no plano $Eu \times \eta$ e o gráfico (d) mostra a vista das curvas no plano $Eu \times R_L$.

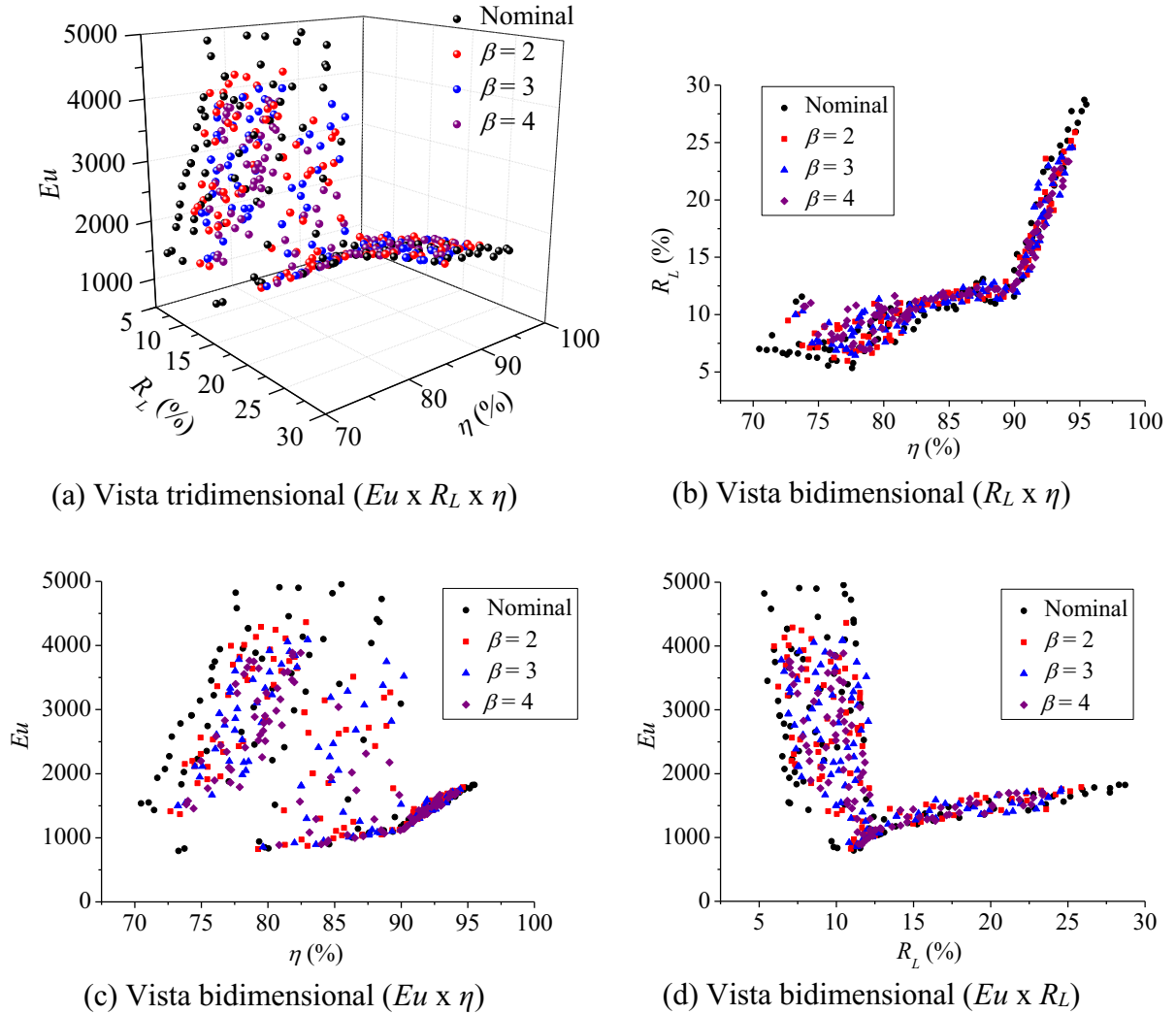


Figura 4.13 – Curvas de Pareto obtidas nas otimizações nominal e com confiabilidade do Caso 4.

Observa-se na Figura 4.13 que quanto maior o valor do índice de confiabilidade β , menor é a região do espaço dos objetivos em que as soluções não dominadas se espalham. Em outros termos, isso significa que quanto maior é o nível de confiabilidade inserido na otimização, maior é a garantia de que as restrições impostas serão respeitadas, porém ao custo de uma redução na diversidade das soluções obtidas.

Para compreender melhor as causas da redução da região de espalhamento das curvas de Pareto com o aumento do índice de confiabilidade, foram destacados na Figura 4.14 alguns hidrociclones em diferentes regiões de cada uma das curvas da Figura 4.13. Os separadores

destacados correspondem aos de melhor valor de cada objetivo da otimização do caso 4 em cada curva de Pareto. Tais equipamentos tem seus valores das variáveis geométricas e respostas mostrados na Tabela 4.7.

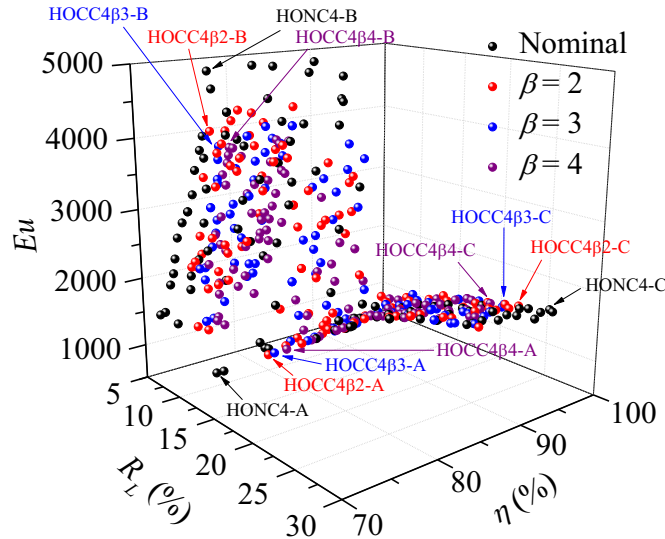


Figura 4.14 – Hidrociclones destacados nas curvas de Pareto da Figura 4.13.

Os hidrociclones em destaque na Figura 4.14 foram nomeados como Hidrociclones Otimizados Nominalmente do Caso 4 (HONC4), Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 4 com β igual a 2 (HOCC4 β 2), Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 4 com β igual a 3 (HOCC4 β 3) e Hidrociclones Otimizados com Confiabilidade do Caso 4 com β igual a 4 (HOCC4 β 4). Além disso, os hidrociclones de menor número de Euler em cada curva foram denominados como tipo A, os de menor razão de líquido como tipo B e os de maior eficiência total como tipo C. Sendo assim, foram destacados na Figura 4.14 os hidrociclones HONC4-A, HONC4-B, HONC4-C, HOCC4 β 2-A, HOCC4 β 2-B, HOCC4 β 2-C, HOCC4 β 3-A, HOCC4 β 3-B, HOCC4 β 3-C, HOCC4 β 4-A, HOCC4 β 4-B e HOCC4 β 4-C.

Observa-se na Tabela 4.7 que o hidrociclone de menor número de Euler da curva de Pareto nominal, HONC4-A, apresenta valores de d_{50} e η próximos aos limites das restrições impostas para essas duas respostas ($d_{50} \leq 10 \mu\text{m}$ e $\eta \geq 70\%$). Dessa forma, nas otimizações com confiabilidade, essas duas restrições passam a se tornar ativas e, por isso, o hidrociclone de menor Eu da curva de Pareto (tipo A) tende a se distanciar cada vez mais dos limites dessas restrições, à medida que o valor do índice de confiabilidade (β) aumenta, tendo uma maior garantia de que tais restrições serão respeitadas. Esse comportamento fica claro na Tabela 4.7 ao observar-se os hidrociclones do tipo A (HONC4-A, HOCC4 β 2-A, HOCC4 β 3-A e

HOCC4 β 4-A), que apresentam valores cada vez maiores de η e cada vez menores de d_{50} , à medida que β aumenta.

Tabela 4.7 – Dimensões dos hidrociclones destacados na Figura 4.14 e suas respostas previstas.

Hidrociclone	X_1 D_i (mm)	X_2 D_o (mm)	X_3 L (mm)	X_4 θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μ m)	C_{vu} (%)
HONC4-A	0,85 7,6	1,55 10,4	0,75 198,9	-0,73 12,1	73,3	11,1	794	9,9	6,7
HONC4-B	-1,12 4,6	1,16 9,8	-1,61 121,0	-0,76 12,0	77,6	5,3	4824	10,0	10,6
HONC4-C	1,65 8,8	-0,56 7,3	1,64 228,2	-1,66 9,0	95,5	28,3	1826	1,8	4,1
HOCC4 β 2-A	0,89 7,6	1,62 10,5	0,70 197,1	-1,37 10,0	79,3	10,9	824	9,3	7,5
HOCC4 β 2-B	-1,03 4,7	1,50 10,4	-1,65 119,5	1,62 19,8	77,2	6,0	3994	9,2	9,6
HOCC4 β 2-C	1,66 8,8	-0,38 7,5	1,64 228,1	-1,63 9,1	94,6	25,9	1788	2,5	4,4
HOCC4 β 3-A	0,92 7,7	1,47 10,3	0,77 199,2	-1,35 10,0	79,6	11,4	857	8,9	7,1
HOCC4 β 3-B	-0,91 4,9	1,29 10,0	-1,66 119,3	1,59 19,7	77,8	6,4	3783	8,8	9,0
HOCC4 β 3-C	1,64 8,8	-0,26 7,7	1,65 228,4	-1,65 9,1	94,4	24,6	1755	2,8	4,5
HOCC4 β 4-A	0,91 7,7	1,38 10,2	0,81 200,8	-1,42 9,8	80,8	11,6	886	8,6	7,0
HOCC4 β 4-B	-0,88 5,0	1,15 9,8	-1,64 120,0	1,64 19,9	78,6	6,9	3764	8,5	8,5
HOCC4 β 4-C	1,62 8,7	-0,16 7,9	1,65 228,4	-1,66 9,0	94,2	23,3	1715	3,1	4,6

Similarmente, o hidrociclone de menor razão de líquido da curva de Pareto nominal, HONC4-B, apresenta seus valores de d_{50} e Eu nas proximidades dos limites das restrições dessas duas respostas ($d_{50} \leq 10 \mu\text{m}$ e $Eu \leq 5000$). Isso faz com que, nas otimizações com confiabilidade, tais restrições se tornem ativas, fazendo com que os separadores de menor R_L

de cada curva de Pareto (tipo B) tenham valores dessas duas respostas cada vez mais distantes dos limites das restrições, à medida que o valor de β aumenta. Tal fato fica explícito na Tabela 4.7 ao observar-se os separadores do tipo B (HONC4-B, HOCC4 β 2-B, HOCC4 β 3-B e HOCC4 β 4-B), que apresentam valores de d_{50} e Eu cada vez menores, à medida que o índice β aumenta.

Por sua vez, na curva de Pareto nominal do caso 4, o hidrociclone com maior eficiência total, HONC4-C, possui valores das respostas R_L e C_{vu} próximos aos limites determinados nas restrições dessas duas variáveis ($R_L \leq 30\%$ e $C_{vu} \geq 4\%$). Sendo assim, similarmente ao que ocorre com os hidrociclones do tipo A e B, tais restrições se tornam ativas nas otimizações com confiabilidade, fazendo com que os equipamentos de maior η de cada curva de Pareto (tipo C) tenha valores do referido par de respostas cada vez mais distantes dos limites dessas restrições, à medida que o índice de confiabilidade (β) aumenta. Este fato é verificado na Tabela 4.7 ao observar-se a diminuição de R_L e o aumento de C_{vu} nos hidrociclones do tipo C (HONC4-C, HOCC4 β 2-C, HOCC4 β 3-C e HOCC4 β 4-C), à medida que o índice β cresce.

Assim, esse comportamento de afastamento dos pontos em relação aos limites das restrições, conforme o nível de confiabilidade aumenta, é o responsável por promover a redução da região de espalhamento das curvas de Pareto, à medida que o valor de β aumenta, observada na Figura 4.13.

Ademais, ainda na Tabela 4.7, é possível analisar as características geométricas dos hidrociclones obtidos nas otimizações do caso 4. De maneira geral, os hidrociclones obtidos nesse caso apresentam valores altamente variados do diâmetro do duto de alimentação (D_i), comprimento total (L) e ângulo da seção cônica (θ) e valores variando entre altos e moderadamente baixos para o diâmetro do tubo de *overflow* (D_o).

Em particular, os separadores do tipo A (HONC4-A, HOCC4 β 2-A, HOCC4 β 3-A e HOCC4 β 4-A), que são os que possuem menor Eu em cada curva de Pareto, apresentam D_i e L com valores moderadamente altos e ângulo θ variando entre valores baixos e moderadamente baixos. Além disso, esses hidrociclones são os que apresentam os maiores diâmetros do tubo de *overflow* (D_o) dentre os equipamentos destacados de cada curva. Isso indica que tais características geométricas favorecem a minimização do número de Euler no caso 4, mantendo as demais respostas dentro dos limites determinados pelas restrições.

Adicionalmente, as características mencionadas estão em concordância com o que se espera analisando os coeficientes lineares das variáveis X_1 , X_2 , X_3 e X_4 na Equação 3.8, que corresponde ao modelo ajustado para o número de Euler em função dessas variáveis. Tais

coeficientes são respectivamente iguais a -1360,04, -444,64, -346,57 e -153,15, mostrando que altos valores de D_i (X_1), D_o (X_2) e L (X_3) favorecem a obtenção de menores Eu , enquanto que valores baixos de θ (X_4), apesar de desfavorecerem a minimização de Eu , pouco influenciam essa resposta em comparação às outras três variáveis, e podem ser importantes para manter o atendimento às restrições do problema de otimização.

Por sua vez, os hidrociclones do tipo B (HONC4-B, HOCC4 β 2-B, HOCC4 β 3-B e HOCC4 β 4-B), que são os de menor R_L em cada curva de Pareto, apresentam os menores valores das dimensões D_i e L dentre os separadores destacados de cada curva, possuindo ainda valores altos de D_o . Os equipamentos dessa categoria possuem ainda valores extremamente altos do ângulo θ , próximos ao limite superior estipulado para essa variável, a única exceção é o HONC4-B, do caso nominal, que apresenta um valor razoavelmente baixo para essa dimensão.

Assim, conclui-se que as características geométricas mencionadas favorecem a minimização da razão de líquido no caso 4, ao mesmo tempo que mantêm as demais respostas do hidrociclone dentro dos limites estabelecidos pelas restrições. Ademais, as observações constatadas estão em concordância com os valores dos coeficientes lineares das variáveis X_1 , X_2 , X_3 e X_4 no modelo ajustado para R_L (Equação 3.7), sendo tais valores respectivamente iguais a 0,29, -10,03, 1,17 e -0,90. Consequentemente, é de fato esperado que a razão de líquido seja minimizada com a redução de D_i (X_1) e L (X_3) e com o aumento de D_o (X_2) e θ (X_4), de modo que a variável com maior influência sobre essa resposta é D_o . Por essa razão, a diferença observada no valor de θ entre o hidrociclone HONC4-B e os demais hidrociclones do tipo B é compreensível, uma vez que essa variável não apresenta um efeito tão significativo sobre R_L quanto D_o .

Já os equipamentos do tipo C (HONC4-C, HOCC4 β 2-C, HOCC4 β 3-C e HOCC4 β 4-C), que são os de maior η em cada curva de Pareto, apresentam os maiores valores de D_i e L e os menores valores de D_o e θ dentre os hidrociclones destacados em cada curva. Tal fato indica que essas características geométricas podem favorecer a maximização de η no caso 4, mantendo as demais respostas da hidrociclonagem dentro das fronteiras das restrições consideradas.

Novamente, as tendências na geometria observadas nos hidrociclones do tipo C estão coerentes com os valores dos coeficientes lineares das variáveis geométricas codificadas no modelo ajustado para η (Equação 3.6), que são iguais a -0,60 para X_1 , -5,05 para X_2 , -0,69 para X_3 e -2,35 para X_4 . Desse modo, é de fato esperado que os hidrociclones de maior η apresentem menores D_o (X_2) e θ (X_4), que são as variáveis que mais influenciam essa resposta, ao passo que

$D_i (X_1)$ e $L (X_3)$ não têm tanto efeito sobre a eficiência total e seus altos valores podem ser importantes para manter as restrições atendidas.

Finalmente, ressalta-se que, no caso 4, foram escolhidos para construção e testagem experimental os hidrociclones destacados na Figura 4.14 pertencentes às curvas de Pareto nominal e com confiabilidade com β igual a 4. Explicitamente, os separadores escolhidos foram HONC4-A, HONC4-B, HONC4-C, HOCC4 β 4-A, HOCC4 β 4-B e HOCC4 β 4-C.

4.2 – Resultados Experimentais

Nesta seção, são mostrados os resultados obtidos nos testes experimentais dos hidrociclones selecionados para construção. Primeiramente, são feitas algumas considerações a respeito dos hidrociclones fabricados em PETG por manufatura aditiva e a viabilidade de seu uso nas operações de hidrociclonagem. Na sequência, são apresentados os resultados experimentais dos separadores escolhidos das otimizações envolvendo robustez de Garcia (2018), de forma que primeiro são mostrados os desempenhos dos equipamentos obtidos usando modelos nominais, e, em seguida, os resultados dos hidrociclones obtidos usando modelos robustos. Posteriormente, são apresentados os desempenhos dos hidrociclones selecionados das otimizações baseadas em confiabilidade.

Ainda nesta seção, os hidrociclones de melhor desempenho experimental de cada categoria de otimização são comparados, com a finalidade de se determinar aqueles de melhor performance dentre todos os separadores testados. Por fim, estes são comparados a hidrociclones otimizados de outros trabalhos.

4.2.1 – Considerações sobre os Hidrociclones Fabricados por Manufatura Aditiva

Antes de apresentar os resultados experimentais obtidos pelos hidrociclones fabricados em PETG por manufatura aditiva, é importante que seja feita uma avaliação a respeito desses equipamentos, de suas limitações e da viabilidade de seu uso nas operações de hidrociclonagem.

Primeiramente, no que diz respeito ao consumo de material na produção dos separadores, estima-se que para a fabricação de cada equipamento gastou-se entre 80 g e 190 g de PETG, dependendo dos tamanhos das peças de cada equipamento. Desse modo, pode-se considerar que essa forma de produção dos hidrociclones tem um baixo consumo de material.

Além disso, durante a execução dos experimentos não foram constatados vazamentos nem rompimentos das peças, que foram submetidas a pressões de até 300 kPa para testar sua resistência. Portanto, para o nível de pressão empregado nas operações deste trabalho, os hidrociclones de PETG mostraram-se suficientemente resistentes.

Ademais, inicialmente suspeitava-se que, devido à abrasividade do quartzito, poderiam ocorrer desgastes nas peças dos hidrociclones de PETG de modo a modificar as dimensões inicialmente projetadas das peças. Contudo, após as operações, tais dimensões foram novamente medidas e não foram verificadas alterações significativas nelas. Isso indica que o tempo de operação dos experimentos deste trabalho não foi suficiente para produzir um desgaste significativo nas peças dos hidrociclones a ponto de modificar suas dimensões, entretanto, no caso de operações mais prolongadas, como em aplicações industriais, é provável que esse desgaste esperado seja verificado.

Por fim, foi observado, após a execução dos experimentos, o acúmulo de pequenas quantidades de material particulado nos espaços existentes entre as camadas das peças, formadas no processo de fabricação por manufatura aditiva. Para observar melhor esse comportamento, uma das peças utilizadas nos experimentos foi analisada em um Microscópio Eletrônico de Varredura (MEV). As imagens obtidas são mostradas na Figura 4.15, tendo elas uma ampliação de 100 vezes (a), 500 vezes (b) e 1000 vezes (c).

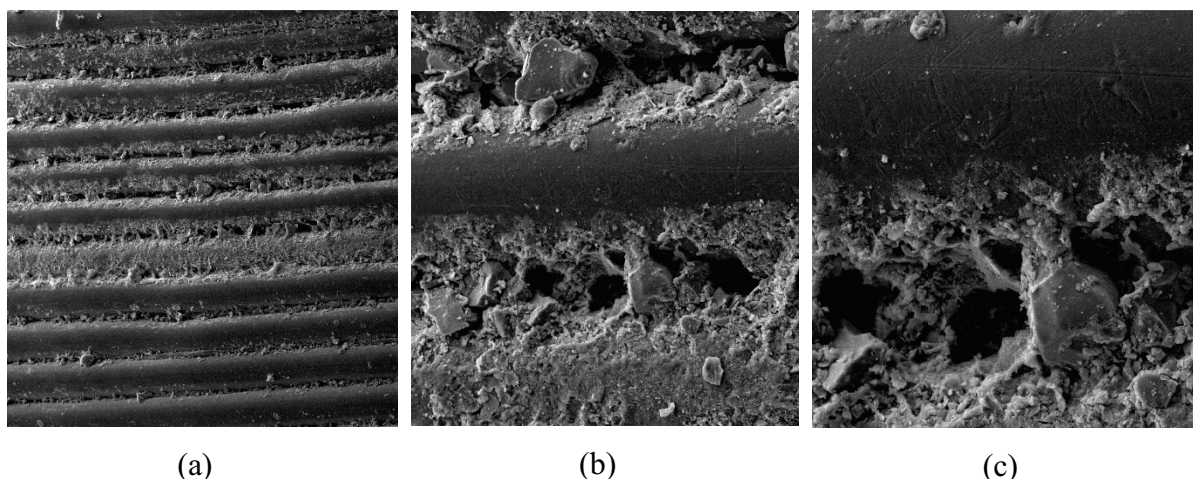


Figura 4.15 – Peça de hidrociclone usada nos experimentos analisada no MEV com ampliações de 100 vezes (a), 500 vezes (b) e 1000 vezes (c).

Nas imagens mostradas na Figura 4.15 fica evidente a presença de material particulado entre as camadas da peça do hidrociclone. Acredita-se que, nos instantes iniciais da operação de hidrociclonagem, esses pequenos espaços existentes entre as camadas das peças sejam

preenchidos pelo material particulado, e, uma vez preenchidos tais espaços, o acúmulo de material neles deixa de ocorrer, não afetando de modo significativo os resultados da operação. Todavia, no caso de se utilizar um equipamento que foi previamente usado no processo de separação de um determinado material para realizar a separação de um material particulado diferente, deve-se ficar atento à possibilidade de ocorrência de contaminação do novo material com o anterior que se acumulou entre as camadas das peças, mesmo que a quantidade acumulada seja mínima.

4.2.2 – Hidrociclones Otimizados Usando Robustez com Modelos Nominais

A Tabela 4.8 mostra os resultados experimentais obtidos para os hidrociclones selecionados das otimizações realizadas por Garcia (2018) usando robustez com modelos nominais. Na tabela, são mostrados os valores experimentais das respostas eficiência total (η), razão de líquido (R_L), Número de Euler (Eu), diâmetro de corte (d_{50}), concentração volumétrica do *underflow* (C_{vu}) e concentração volumétrica do *overflow* (C_{vo}). Ressalta-se que essa última resposta é analisada com o objetivo de verificar a capacidade de clarificação do líquido pelos hidrociclones.

Tabela 4.8 – Resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018).

Hidrociclone	η_{exp} (%)	$R_{L\ exp}$ (%)	Eu_{exp}	$d_{50\ exp}$ (μm)	$C_{vu\ exp}$ (%)	$C_{vo\ exp}$ (%)
HOA	65,2	6,5	7384	12,2	9,4	0,38
HOC	64,4	4,5	6904	13,0	12,5	0,37
HOE	68,3	10,0	1383	10,4	6,5	0,36
HOG	72,8	9,3	6125	9,1	7,3	0,30
HOI	72,4	12,5	1389	9,4	5,5	0,31
HOK	61,6	4,5	5936	14,3	11,9	0,39
HO37	67,8	14,9	5071	10,5	4,7	0,41
HO38	67,5	11,7	5370	11,2	5,4	0,36
HO39	61,0	9,5	1029	13,2	6,3	0,45
HO43	69,3	10,4	4950	10,4	6,6	0,36
HO44	62,0	5,5	5406	13,6	10,8	0,43
HO45	67,1	7,6	1799	11,4	8,4	0,37

De forma complementar à Tabela 4.8, são apresentadas também as Figuras 4.16, 4.17 e 4.18, que exibem, de forma visual, a comparação entre as respostas experimentais dos hidrociclones da Tabela 4.8. A Figura 4.16 mostra os valores de η e d_{50} dos hidrociclones testados, enquanto que a Figura 4.17 exibe a comparação entre as respostas R_L e C_{vu} dos separadores e, por fim, a Figura 4.18 apresenta os valores de Eu e C_{vo} .

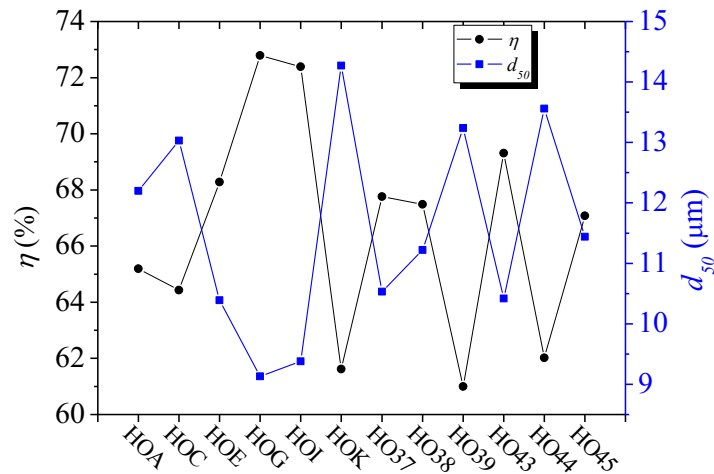


Figura 4.16 – Comparação de η e d_{50} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018) testados experimentalmente.

Na Figura 4.16, é possível observar a relação inversa existente entre eficiência total e diâmetro de corte, uma vez que quando ocorre um aumento de η entre os hidrociclones comparados, há também uma diminuição de d_{50} , e vice-versa. Isso ocorre, pois, uma maior eficiência total significa uma maior capacidade de coleta de partículas e, conseqüentemente, o tamanho de partícula coletada com 50% de eficiência se torna menor.

Além disso, percebe-se na Figura 4.16 que os hidrociclones testados apresentaram, de maneira geral, valores satisfatórios de eficiência total e diâmetro de corte, visto que todos obtiveram valores de η acima de 60% e valores de d_{50} abaixo de 15 μm . Ademais, o separador que mais se destacou no quesito poder de separação, neste caso, foi o hidrociclone HOG, que apresentou a maior η e o menor d_{50} , sendo tais valores iguais a 72,8% e 9,1 μm respectivamente, conforme mostrado na Tabela 4.8.

Por sua vez, a Figura 4.17 evidencia a relação inversa existente entre a razão de líquido e a concentração volumétrica do *underflow*. Em outras palavras, quando há um aumento de R_L entre os hidrociclones comparados, ocorre também uma diminuição de C_{vu} , e vice-versa. Tal comportamento é explicado pelo fato de que uma alta R_L significa uma maior vazão de líquido na corrente de *underflow*, tornando-a mais diluída e diminuindo, assim, o valor de C_{vu} .

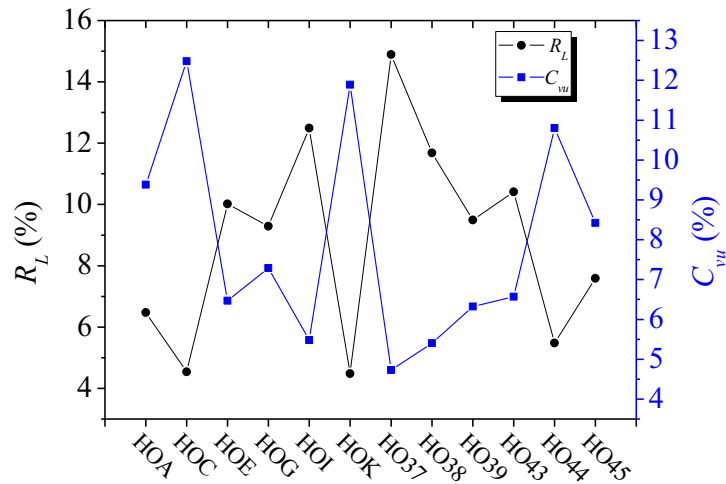


Figura 4.17 – Comparação de R_L e C_{vu} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018) testados experimentalmente.

Ainda na Figura 4.17, observa-se que os hidrociclones testados neste caso também apresentaram bons valores de razão de líquido e concentração volumétrica do *underflow*, de forma que R_L se manteve sempre abaixo de 15% e C_{vu} sempre acima de 4%. Destaca-se ainda, como separador de maior poder de concentração neste caso, o hidrociclone HOC, com R_L igual a 4,5% e C_{vu} igual a 12,5%, conforme exibido na Tabela 4.8.

Por fim, na Figura 4.18, observa-se que os hidrociclones testados apresentaram, de maneira geral, valores satisfatórios de número de Euler e concentração volumétrica do *overflow*, de modo que os valores de Eu obtidos foram todos abaixo de 7500 e os de C_{vo} de no máximo 0,45%.

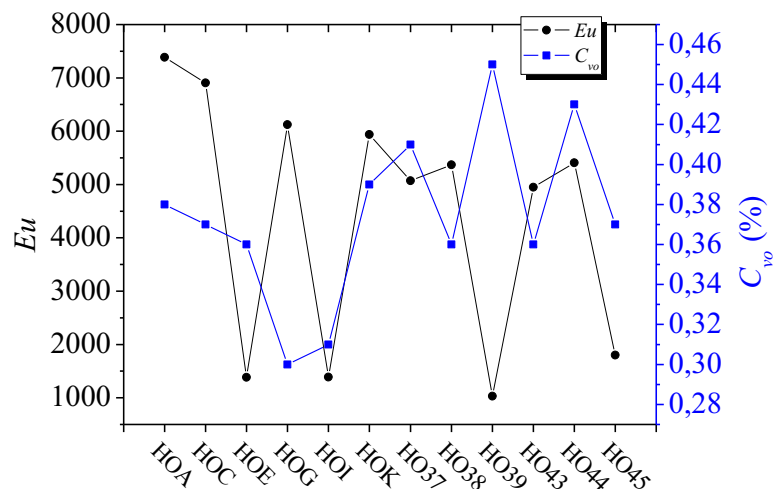


Figura 4.18 – Comparação de Eu e C_{vo} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018) testados experimentalmente.

Dentre os separadores comparados na Figura 4.18, destacou-se por seu baixo consumo energético o hidrociclone HO39, com um valor de Eu igual a 1029, como pode ser visto na Tabela 4.8, o mais baixo dentre os equipamentos comparados nesta categoria.

Já no quesito capacidade de clarificação do líquido, o hidrociclone que mais se destacou foi o HOG, que também é o equipamento de maior poder de separação, com um valor de C_{vo} igual a 0,30%, como mostrado na Tabela 4.8.

Portanto, em resumo, dentre os hidrociclones testados provenientes das otimizações robustas usando modelos nominais, destacaram-se o hidrociclone HOG, por seu poder de separação e de clarificação do líquido, o equipamento HOC, por sua capacidade de concentração, e o separador HO39, por seu baixo consumo energético.

4.2.3 – Hidrociclones Otimizados Usando Robustez com Modelos Robustos

A Tabela 4.9 mostra os resultados experimentais obtidos para os hidrociclones selecionados das otimizações realizadas por Garcia (2018) usando Robustez com modelos robustos. Na tabela, são mostrados os valores das respostas eficiência total (η), razão de líquido (R_L), Número de Euler (Eu), diâmetro de corte (d_{50}), concentração volumétrica do *underflow* (C_{vu}) e concentração volumétrica do *overflow* (C_{vo}) para cada um dos separadores testados.

Tabela 4.9 – Resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018).

Hidrociclone	η_{exp} (%)	$R_{L exp}$ (%)	Eu_{exp}	$d_{50 exp}$ (μm)	$C_{vu exp}$ (%)	$C_{vo exp}$ (%)
HOM	68,0	8,8	5263	11,8	7,3	0,36
HOO	67,6	12,1	5104	10,3	5,5	0,38
HOQ	71,7	10,8	4373	9,7	6,3	0,32
HOS	69,3	9,4	4182	10,8	7,0	0,34
HOU	71,9	10,1	1302	10,3	6,8	0,32
HOW	75,0	12,4	1903	8,5	5,6	0,28
HO85	69,4	9,1	7529	10,5	6,9	0,33
HO86	69,8	10,3	5183	10,7	6,5	0,34
HO87	70,5	9,7	1285	10,4	7,0	0,34
HO91	67,7	9,3	5845	11,4	6,8	0,36
HO92	67,6	12,1	5104	10,3	5,5	0,38
HO93	65,8	10,1	1920	11,3	6,2	0,38

Complementarmente à Tabela 4.9, as Figuras 4.19, 4.20 e 4.21 exibem, de forma visual, a comparação entre as respostas experimentais dos hidrociclones testados neste caso. Assim, a Figura 4.19 compara os valores de η e d_{50} obtidos pelos hidrociclones da Tabela 4.9, a Figura 4.20 exibe os valores de R_L e C_{vu} dos separadores e, por fim, a Figura 4.21 mostra a comparação entre os valores de Eu e C_{vo} dos equipamentos testados.

Na Figura 4.19, é possível notar que, de maneira geral, as respostas eficiência total e diâmetro de corte apresentam uma relação inversa, assim como foi observado nos hidrociclones da categoria anterior.

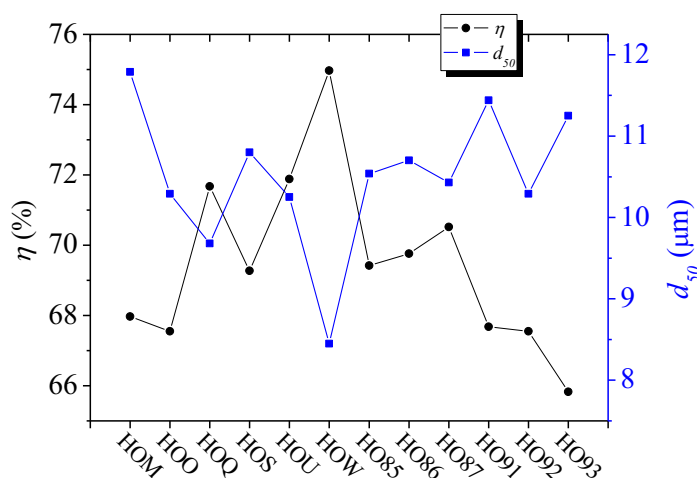


Figura 4.19 – Comparação de η e d_{50} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018) testados experimentalmente.

Ainda na Figura 4.19, percebe-se que, em geral, os resultados obtidos de η e d_{50} dos hidrociclones foram satisfatórios, de modo que os valores de η se mantiveram acima de 65% e os de d_{50} inferiores a 12 μm . Ademais, dentre os separadores testados desta categoria, destaca-se por seu poder de separação o hidrociclone HOW, apresentando a maior eficiência total, igual a 75,0%, e o menor diâmetro de corte, igual a 8,5 μm , conforme mostrado na Tabela 4.9.

Por sua vez, a Figura 4.20 também evidencia a relação inversa existente entre as respostas razão de líquido e concentração volumétrica do *underflow*, assim como foi observado para os hidrociclones obtidos por otimização com robustez e modelos nominais.

Além disso, na Figura 4.20, observa-se que as respostas razão de líquido e concentração volumétrica do *underflow* obtidas para os hidrociclones desta categoria também foram satisfatórias, visto que R_L manteve-se abaixo de 12,5% e C_{vu} teve um valor mínimo de 5,5%. Ainda, dentre os separadores desta categoria, destaca-se como o equipamento de maior capacidade de concentração o hidrociclone HOM, possuindo R_L igual a 8,8% e C_{vu} igual a 7,3%, como mostrado na Tabela 4.9.

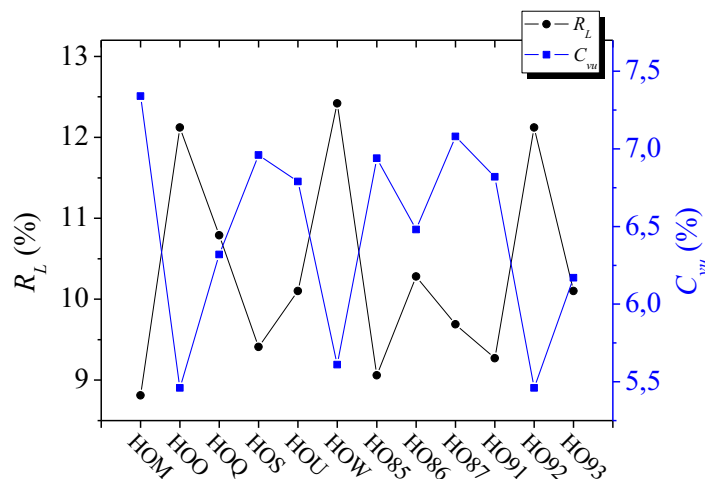


Figura 4.20 – Comparação de R_L e C_{vu} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018) testados experimentalmente.

Por fim, na Figura 4.21, observa-se que também foram obtidos valores satisfatórios para as respostas número de Euler e concentração volumétrica do *overflow* dos hidrociclones testados neste caso. Os valores de Eu ficaram abaixo de 8000 e os de C_{vo} foram todos menores que 0,40%.

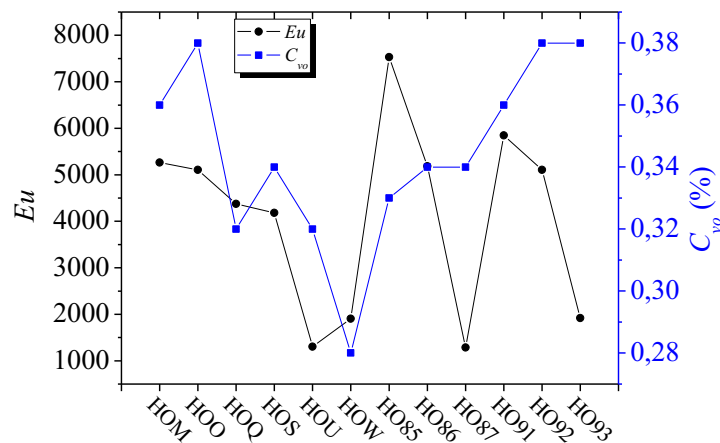


Figura 4.21 – Comparação de Eu e C_{vo} entre os hidrociclones selecionados das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018) testados experimentalmente.

Além disso, ainda na Figura 4.21, destaca-se como hidrociclone mais energeticamente econômico o equipamento HO87. Tal separador possui um Eu igual a 1285, conforme mostrado na Tabela 4.9, o menor dentre os hidrociclones comparados desta categoria.

Já em termos de capacidade de clarificação do líquido, verifica-se na Figura 4.21 que o equipamento que mais se destaca é o HOW, por ser o hidrociclone de menor C_{vo} dentre os separadores comparados. Tal equipamento apresenta um valor de C_{vo} igual a 0,28%, conforme

pode ser visto na Tabela 4.9. Dessa forma, assim como ocorreu entre os hidrociclones obtidos por otimização robusta com modelos nominais, neste caso o separador de maior poder de clarificação do líquido também coincide com o de maior poder de separação.

Sendo assim, em resumo, destacaram-se três equipamentos dentre os hidrociclones testados provenientes das otimizações robustas com modelos robustos. O primeiro é o separador HOW, que se destacou nos quesitos poder de separação e de clarificação do líquido. Outro é o equipamento HOM, sobressaindo-se em termos de capacidade de concentração. E o último é o separador HO87, notório por seu baixo consumo energético.

4.2.4 – Hidrociclones Otimizados Usando Confiabilidade

Similarmente ao que foi apresentado para os hidrociclones testados das otimizações robustas, a Tabela 4.10 mostra os resultados experimentais obtidos para os hidrociclones testados provenientes das otimizações realizadas usando a abordagem baseada em confiabilidade. Na tabela, são mostrados os resultados dos separadores selecionados das curvas nominal e com confiabilidade ($\beta = 4$) dos quatro estudos de caso considerados. As respostas exibidas na Tabela 4.10 são a eficiência total (η), razão de líquido (R_L), número de Euler (Eu), diâmetro de corte (d_{50}) e concentrações volumétricas do *underflow* (C_{vu}) e *overflow* (C_{vo}).

Tabela 4.10 – Resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações baseadas em confiabilidade.

Hidrociclone	η_{exp} (%)	$R_{L,exp}$ (%)	Eu_{exp}	$d_{50,exp}$ (μm)	$C_{vu,exp}$ (%)	$C_{vo,exp}$ (%)
HONC1-D	71,8	14,9	942	8,2	4,6	0,33
HOCC1 β 4-D	70,3	12,2	828	10,8	5,4	0,33
HONC2-D	70,5	9,7	1285	10,4	7,1	0,34
HOCC2 β 4-D	70,6	12,3	1207	9,8	5,4	0,33
HONC3-D	72,4	12,5	1389	9,4	5,5	0,31
HOCC3 β 4-D	73,0	11,9	1307	9,4	5,8	0,31
HONC4-A	73,7	9,7	1244	9,1	7,2	0,30
HONC4-B	68,0	8,8	5263	11,8	7,3	0,36
HONC4-C	81,8	31,9	1517	2,2	2,5	0,26
HOCC4 β 4-A	72,8	10,1	1309	9,1	6,8	0,30
HOCC4 β 4-B	65,9	8,2	3984	12,0	7,3	0,36
HOCC4 β 4-C	79,8	27,4	1209	4,2	2,8	0,28

Assim, comparando-se os resultados experimentais obtidos entre os hidrociclones selecionados das curvas nominal e com confiabilidade de cada caso, é possível verificar a influência da confiabilidade sobre essas respostas. Dessa forma, pode-se verificar se as restrições definidas no problema de otimização foram de fato atendidas nos testes experimentais dos hidrociclones.

Desse modo, fazendo tal análise para o caso 1, verifica-se que a restrição imposta para o diâmetro de corte ($d_{50} \leq 10 \mu\text{m}$) é respeitada pelo hidrociclone selecionado da curva nominal (HONC1-D), que apresenta um valor de d_{50} igual a $8,2 \mu\text{m}$, mas é ferida pelo separador testado da curva com confiabilidade (HOCC1 β 4-D), cujo valor de d_{50} é igual a $10,8 \mu\text{m}$.

Contudo, no caso 2, essa situação se inverte. O equipamento testado da curva nominal (HONC2-D) é o que ultrapassa o limite de restrição de d_{50} , apresentando um valor dessa resposta igual a $10,4 \mu\text{m}$, enquanto que o seu equivalente da curva com confiabilidade (HOCC2 β 4-D) respeita a restrição dessa resposta, possuindo um d_{50} igual a $9,8$.

Por sua vez, no caso 3, todas as restrições impostas no problema de otimização são respeitadas, tanto pelo hidrociclone da curva nominal, quanto pelo separador da curva com confiabilidade.

Por fim, no caso 4, comparando-se os equipamentos do tipo B selecionados de cada curva, observa-se que o hidrociclone da curva nominal (HONC4-B) desrespeita as restrições impostas para as respostas eficiência total ($\eta \geq 70\%$), número de Euler ($Eu \leq 5000$) e diâmetro de corte ($d_{50} \leq 10 \mu\text{m}$), apresentando valores dessas respostas iguais a $68,0\%$, 5263 e $11,8 \mu\text{m}$, respectivamente. Por sua vez, o seu correspondente da curva com confiabilidade (HOCC4 β 4-B) viola somente as restrições para η e d_{50} , apresentando valores dessas respostas iguais a $65,9\%$ e $12,0 \mu\text{m}$, respectivamente. Assim sendo, verifica-se que o uso da abordagem baseada em confiabilidade faz com que a restrição para o número de Euler passe a ser atendida para o hidrociclone otimizado do tipo B do caso 4.

Ainda no caso 4, observa-se que, na comparação entre os hidrociclones testados do tipo C de cada curva, o equipamento da curva nominal (HONC4-C) ultrapassa os limites definidos nas restrições para a razão de líquido ($R_L \leq 30\%$) e concentração volumétrica do *underflow* ($C_{vu} \geq 4\%$), apresentando valores dessas respostas respectivamente iguais a $31,9\%$ e $2,5\%$. Por sua vez, o separador equivalente a ele da curva com confiabilidade (HOCC4 β 4-C) infringe somente a restrição para C_{vu} , tendo um valor dessa resposta igual a $2,8\%$. Tal fato mostra que a abordagem da otimização baseada em confiabilidade faz com que a restrição da razão de líquido passe a ser respeitada para o hidrociclone do tipo C do caso 4.

Dessa forma, diante das análises feitas, observa-se que os hidrociclones testados apresentaram, em alguns casos, resultados experimentais que violam as restrições definidas nas otimizações. Tais ocorrências se devem às incertezas e erros inerentes aos dados experimentais utilizados nos ajustes dos modelos, ao próprio procedimento de ajuste desses modelos, à fabricação das peças dos separadores e também à execução dos experimentos com esses hidrociclones. Contudo, observou-se também que houve mais violações de restrições para os hidrociclones provenientes das otimizações nominais do que para aqueles obtidos por otimização com confiabilidade. Portanto, conclui-se que, de modo geral, o uso da confiabilidade associada à otimização resulta, de fato, em hidrociclones com uma maior tendência em atender, na prática, as restrições definidas no problema de otimização.

Ademais, de forma complementar à Tabela 4.10, são mostradas as Figuras 4.22, 4.23 e 4.24, com a finalidade de apresentar de forma visual os resultados experimentais dos hidrociclones desta categoria, facilitando a comparação de desempenho entre eles. A Figura 4.22 exibe a comparação entre as respostas experimentais η e d_{50} dos hidrociclones deste caso. Já a Figura 4.23 faz uma comparação similar para as respostas R_L e C_{vu} . Por fim, a Figura 4.24 mostra os resultados experimentais de Eu e C_{vo} dos hidrociclones.

Na Figura 4.22, assim como ocorreu para os hidrociclones das duas categorias apresentadas anteriormente, fica evidente a relação inversa existente entre η e d_{50} . Ou seja, entre os hidrociclones mostrados, quando há um aumento de η , ocorre também uma diminuição de d_{50} , e vice-versa.

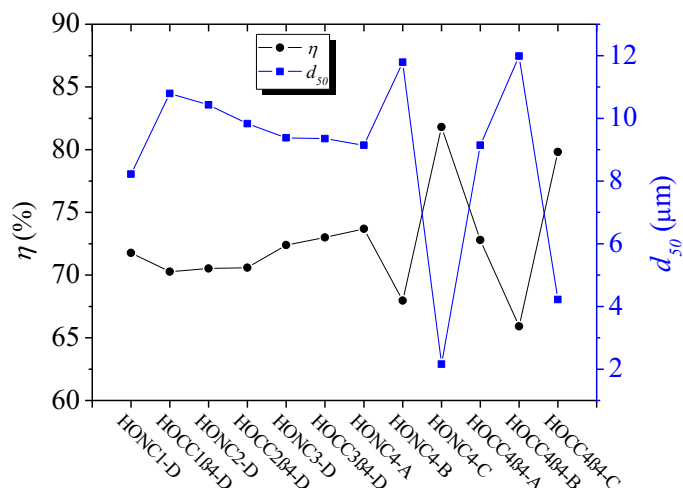


Figura 4.22 – Comparação de η e d_{50} entre os hidrociclones selecionados das otimizações baseadas em confiabilidade testados experimentalmente.

Além disso, observa-se ainda na Figura 4.22 que os resultados experimentais de η e d_{50} obtidos pelos hidrociclones desta categoria foram satisfatórios. Os valores de η mantiveram-

se acima de 65% para todos os hidrociclones testados e os valores de d_{50} foram de no máximo 12,0 μm . Todavia, o equipamento que mais se destacou no aspecto poder de separação foi o hidrociclone HONC4-C, apresentando uma eficiência total igual a 81,8% e um diâmetro de corte igual a 2,2 μm , conforme mostrado na Tabela 4.10.

Por sua vez, na Figura 4.23, também fica clara a relação inversa existente entre as respostas razão de líquido e concentração volumétrica do *underflow*, da mesma forma que ocorreu para os hidrociclones mostrados das duas categorias anteriores. Deste modo, em geral, quando ocorre um aumento de R_L entre os equipamentos comparados, também há uma diminuição de C_{vu} , e vice-versa.

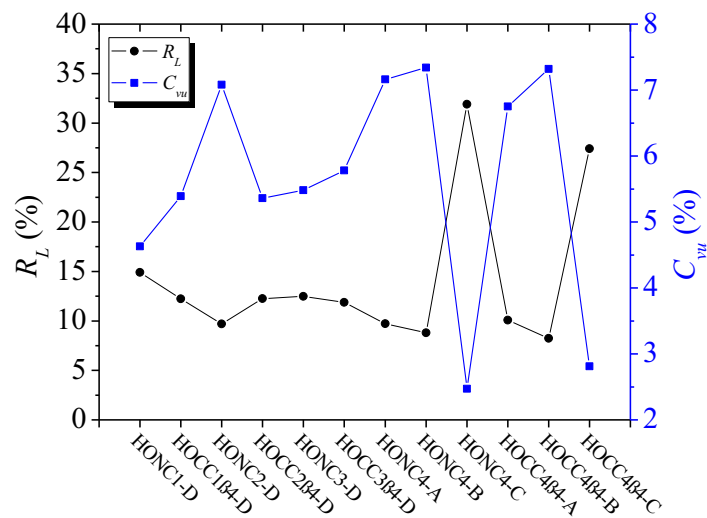


Figura 4.23 – Comparação de R_L e C_{vu} entre os hidrociclones selecionados das otimizações baseadas em confiabilidade testados experimentalmente.

Ainda na Figura 4.23, é possível observar que foram obtidos, de modo geral, bons valores de R_L e C_{vu} para os hidrociclones testados nesta categoria. Os valores de R_L mantiveram-se abaixo de 32%, sendo que a maioria dos equipamentos analisados apresentaram o valor dessa resposta abaixo de 15%, enquanto que a menor C_{vu} observada entre os hidrociclones testados foi igual a 2,5%. Além disso, dentre os hidrociclones testados, destacou-se por ser o de maior capacidade de concentração o equipamento HOCC4B4-B, possuindo uma razão de líquido igual a 8,2% e uma concentração volumétrica do *underflow* igual a 7,3%, como pode ser visto na Tabela 4.10.

Por fim, na Figura 4.24, nota-se que as respostas número de Euler e concentração volumétrica do *overflow* dos hidrociclones desta categoria também apresentaram valores satisfatórios. A resposta Eu de todos os separadores foi abaixo de 5500 e o maior valor observado para C_{vo} foi igual a 0,36%.

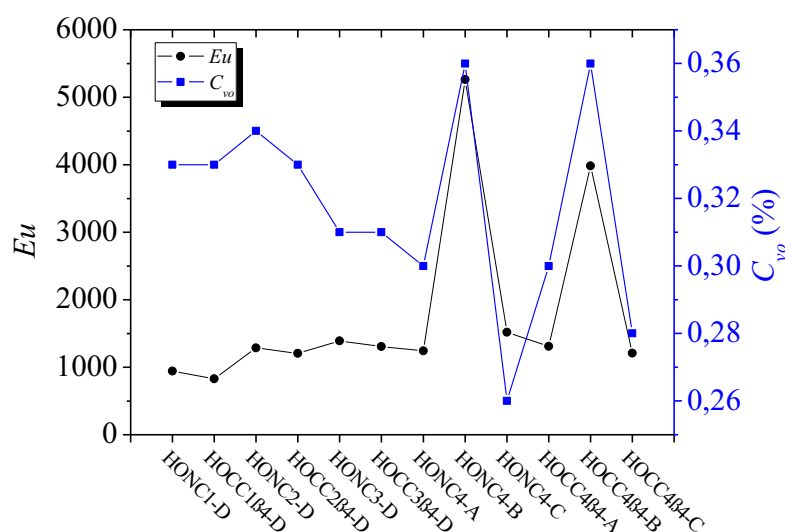


Figura 4.24 – Comparação de Eu e C_{vo} entre os hidrociclones selecionados das otimizações baseadas em confiabilidade testados experimentalmente.

Ademais, destaca-se ainda na Figura 4.24, o hidrociclone HOCC1β4-D, que foi o equipamento de menor consumo energético dentre os testados neste caso, apresentando um valor de Eu igual a 828, como mostrado na Tabela 4.10, com desempenho de eficiência total e razão de líquido similar ao hidrociclone selecionado da otimização nominal do mesmo caso (HONC1-D).

Por sua vez, o separador que apresentou o menor valor de C_{vo} na Figura 4.24, sendo, portanto, o hidrociclone de maior capacidade de clarificação do líquido, foi o HONC4-C. O valor de C_{vo} do referido hidrociclone é igual a 0,26%, conforme exibido na Tabela 4.10. Dessa forma, mais uma vez, o equipamento de maior capacidade de clarificação do líquido é também o de maior poder de separação, assim como ocorreu para as duas categorias de hidrociclones discutidas anteriormente.

Dessa maneira, em síntese, destacaram-se, dentre os hidrociclones testados obtidos por otimização baseada em confiabilidade, os separadores HONC4-C, HOCC4β4-B e HOCC1β4-D. O primeiro se sobressaiu por ser o de maior poder de separação e clarificação do líquido, o segundo por ser o de maior capacidade de concentração e o último por ser o mais econômico energeticamente.

4.2.5 – Melhores Hidrociclones das Três Categorias de Otimização

Nesta subseção, são comparados os resultados experimentais obtidos para os hidrociclones tidos como os melhores em cada uma das três categorias de otimização

consideradas neste trabalho. Dessa forma, dentre os hidrociclones obtidos por otimização robusta com modelos nominais, são mostrados os equipamentos HOG (poder de separação e clarificação do líquido), HOC (capacidade de concentração) e HO39 (economia energética). Por sua vez, das otimizações robustas com modelos robustos, são exibidos os separadores HOW (poder de separação e clarificação do líquido), HOM (capacidade de concentração) e HO87 (economia energética). Por fim, dentre os equipamentos obtidos por otimização baseada em confiabilidade, foram selecionados para comparação os hidrociclones HONC4-C (poder de separação e clarificação do líquido), HOCC4β4-B (capacidade de concentração) e HOCC1β4-D (economia energética).

Assim, na Figura 4.25, é mostrada a comparação para os hidrociclones mencionados em relação às respostas eficiência total e diâmetro de corte. Na referida figura, fica mais uma vez evidente a relação inversa existente entre η e d_{50} .

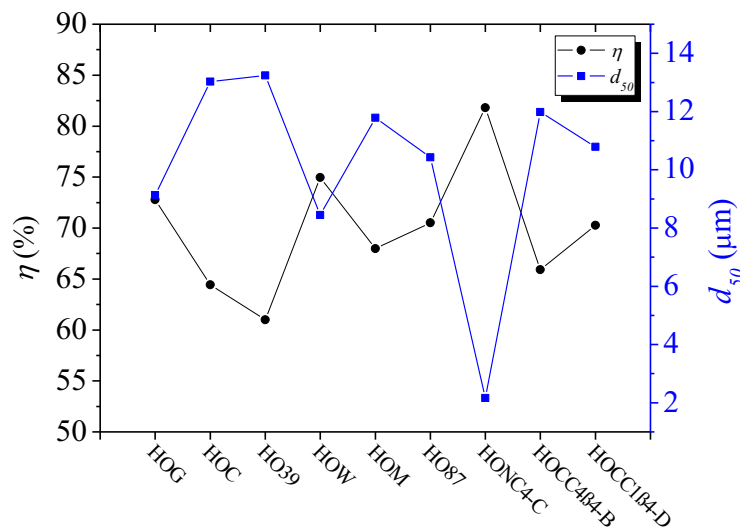


Figura 4.25 – Comparação de η e d_{50} entre os melhores hidrociclones testados das três categorias de otimização.

Além disso, observa-se ainda na Figura 4.25 que, no quesito poder de separação, o hidrociclone que mais se destaca dentre todos os testados neste trabalho é o equipamento HONC4-C, tendo valores experimentais de η iguais a 81,8% e d_{50} igual a 2,2 μm .

Por sua vez, a Figura 4.26 mostra a comparação entre os melhores hidrociclones de cada categoria para as respostas razão de líquido e concentração volumétrica do *underflow*. É possível verificar, novamente, nesta figura a existência de uma relação inversa entre as respostas R_L e C_{vu} .

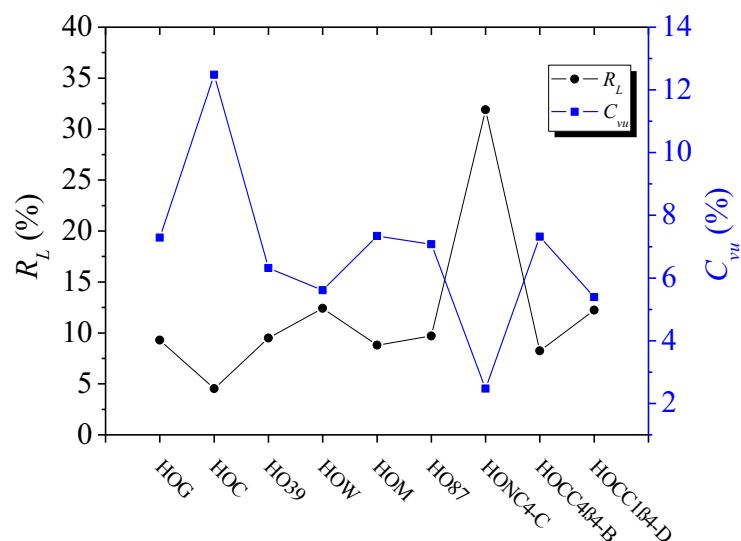


Figura 4.26 – Comparação de R_L e C_{vu} entre os melhores hidrociclones testados das três categorias de otimização.

Ademais, na Figura 4.26, observa-se também que o hidrociclone de maior capacidade de concentração dentre os testados neste trabalho é o HOC, possuindo uma R_L igual a 4,5% e uma C_{vu} igual a 12,5%.

Por fim, a Figura 4.27 apresenta a comparação das respostas número de Euler e concentração volumétrica do *overflow* para os melhores hidrociclones de cada categoria de otimização.

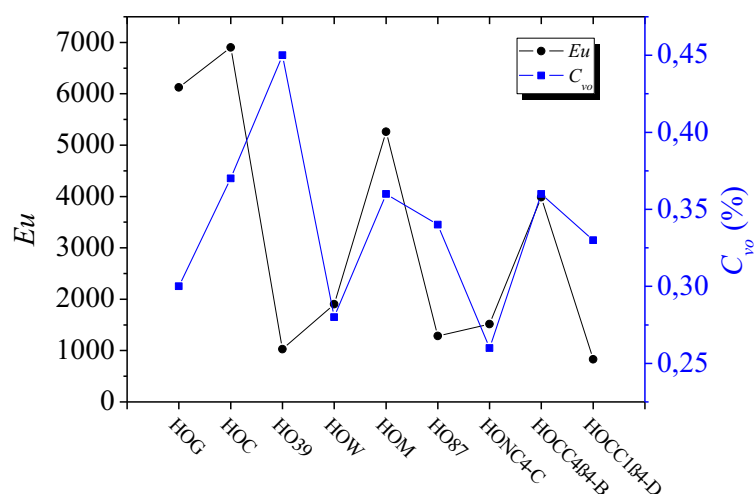


Figura 4.27 – Comparação de Eu e C_{vo} entre os melhores hidrociclones testados das três categorias de otimização.

Na figura em questão, observa-se que o separador de menor Eu dentre os testados neste trabalho é o HOCC1B4-D, com um valor de Eu igual a 828, sendo o mais econômico em termos de consumo energético.

Ainda na Figura 4.27, verifica-se que o equipamento de maior capacidade de clarificação do líquido, ou seja, o de menor valor de C_{vo} , é o separador HONC4-C, cujo valor dessa resposta é igual a 0,26%. Assim, mais uma vez, o hidrociclone de maior poder de separação coincide com o de maior capacidade de clarificação do líquido.

Dessa forma, como o hidrociclone de maior poder de separação coincidiu com o de maior capacidade de clarificação para todas as categorias de hidrociclones testados e, também, para a comparação entre os melhores de cada categoria, há o indício da existência de uma relação entre essas duas características de desempenho. Tal comportamento pode ser justificado pelo fato de que um maior poder de separação significa uma maior quantidade de partículas removidas do líquido da corrente de *overflow*. Em contrapartida, um maior poder de separação também está associado, normalmente, à uma maior razão de líquido, o que resulta em uma maior saída de fluido pela corrente de *underflow*, reduzindo a vazão de líquido da corrente de *overflow* e contribuindo, assim, para o aumento da concentração nesta corrente. No entanto, como indicam os resultados observados, o efeito de maior remoção das partículas é maior que o do aumento da razão de líquido e, por isso, o aumento no poder de separação do hidrociclone resulta também em uma crescente na sua capacidade de clarificação do fluido.

Ademais, a Tabela 4.11 recupera os valores das respostas experimentais dos três hidrociclones considerados como os melhores dentre os testados neste trabalho, com a finalidade de facilitar a análise das características de desempenho desses separadores.

Tabela 4.11 – Resultados experimentais dos melhores hidrociclones testados.

Hidrociclone	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μm)	C_{vu} (%)	C_{vo} (%)
HONC4-C	81,8	31,9	1517	2,2	2,5	0,26
HOC	64,4	4,5	6904	13,0	12,5	0,37
HOCC1 β 4-D	70,3	12,2	828	10,8	5,4	0,33

Na Tabela 4.11, observa-se que o hidrociclone de maior poder de separação e clarificação do fluido, HONC4-C, apresenta a maior razão de líquido dentre os três separadores, sendo R_L igual a 31,9%. Isso é natural, uma vez que maiores valores de eficiência total, normalmente, estão associados a valores de razão de líquido também mais elevados. Assim, o valor de R_L obtido para esse separador é considerado aceitável, tendo em vista seu alto poder de separação, classificação de partículas e clarificação do fluido. Ademais, observando-se o valor de Eu do HONC4-C, que é igual a 1517, conclui-se que o consumo energético desse equipamento é relativamente baixo.

Por sua vez, o hidrociclone de maior capacidade de concentração, HOC, apresenta o menor valor de eficiência total ($\eta = 64,4\%$), os maiores valores de diâmetro de corte ($d_{50} = 13,0 \mu\text{m}$) e concentração volumétrica do *overflow* ($C_{vo} = 0,37\%$), dentre os hidrociclones da Tabela 4.11. Mais uma vez, tal observação é compreensível, uma vez que uma baixa razão de líquido, normalmente, implica em uma perda na eficiência total e, conseqüentemente, aumento do diâmetro de corte e concentração volumétrica do *overflow*. Assim, os valores obtidos de η , d_{50} e C_{vo} obtidos para o HOC foram admissíveis, levando em consideração sua alta capacidade de concentração. Além disso, o referido equipamento também apresenta um número de Euler elevado, sendo igual a 6904, o que torna o HOC um equipamento de alto gasto energético.

Por fim, ainda na Tabela 4.11, o equipamento de menor custo energético dentre os hidrociclones testados, HOCC1 β 4-D, apresentou valores moderados de eficiência total ($\eta = 70,3\%$), diâmetro de corte ($d_{50} = 10,8 \mu\text{m}$), razão de líquido ($R_L = 12,2\%$) e concentrações volumétricas do *underflow* ($C_{vu} = 5,4\%$) e *overflow* ($C_{vo} = 0,33\%$). Tais valores são considerados satisfatórios, levando-se em conta o baixo consumo energético do equipamento.

Até então, foram feitas comparações somente entre os hidrociclones obtidos no presente trabalho. Desse modo, a seguir, os hidrociclones tidos como os melhores dentre os obtidos nas três categorias de otimização são comparados a outros separadores otimizados em outros trabalhos.

4.2.6 – Melhores Hidrociclones deste Trabalho Frente a Outros Hidrociclones Otimizados

Nesta seção, os hidrociclones HONC4-C, HOC e HOCC1 β 4-D, que foram os melhores obtidos no presente trabalho nos quesitos poder de separação, capacidade de concentração e consumo energético, respectivamente, são comparados aos separadores otimizados por Silva (2012) e Salvador (2017). Aqueles obtidos por Silva (2012) são os hidrociclones HCOT1, HCOT2 e HCOT3, que foram otimizados para terem o melhor desempenho em termos de separação, concentração e consumo energético, respectivamente. Por sua vez, os obtidos por Salvador (2017) são os equipamentos HCON-OT1, HCON-OT2 e HCON-OT3, que também foram otimizados para terem máximos poderes de separação, de concentração e mínimo consumo energético, nesta ordem.

As condições operacionais em que os resultados experimentais foram obtidos para os hidrociclones dos três trabalhos foram as mesmas, C_{va} igual a 1% e $-\Delta P$ igual a 147 kPa. Além

disso, os materiais particulados utilizados nos três trabalhos apresentavam densidade e granulometria semelhantes, o que torna viável a comparação entre os hidrociclones.

Logo, a Tabela 4.12 apresenta os valores de η , R_L e Eu dos hidrociclones HONC4-C, HOC, HOCC1 β 4-D, HCOT1, HCOT2, HCOT3, HCON-OT1, HCON-OT2 e HCON-OT3.

Tabela 4.12 – Comparação entre as respostas experimentais dos melhores hidrociclones deste trabalho e outros equipamentos otimizados obtidos por Silva (2012) e Salvador (2017).

	Hidrociclone	η (%)	R_L (%)	Eu
Presente trabalho	HONC4-C	81,8	31,9	1517
	HOC	64,4	4,5	6904
	HOCC1 β 4-D	70,3	12,2	828
Silva (2012)	HCOT1	85,5	44,6	2151
	HCOT2	63,4	9,4	1549
	HCOT3	52,9	5,1	788
Salvador (2017)	HCON-OT1	95,5	44,6	2547
	HCON-OT2	70,9	5,5	6100
	HCON-OT3	66,6	6,3	845

Complementarmente à Tabela 4.12, as Figuras 4.28, 4.29 e 4.30 mostram uma comparação visual entre os hidrociclones mencionados. Assim, a Figura 4.28 apresenta os valores de η dos hidrociclones comparados. Já a Figura 4.29 mostra os valores de R_L dos equipamentos. E, por fim, a Figura 4.30 exhibe a comparação entre os valores de Eu dos separadores.

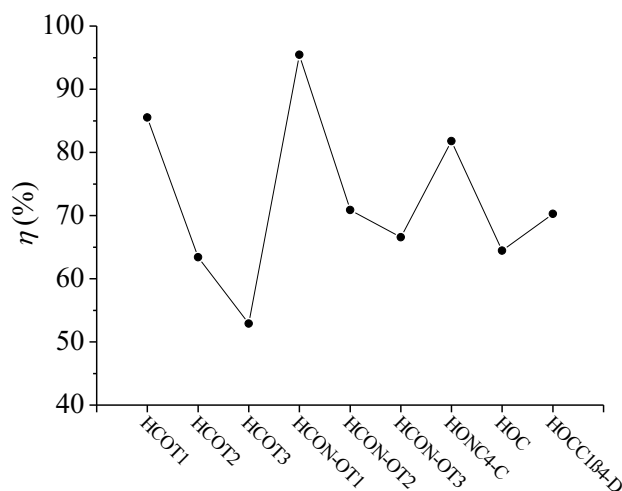


Figura 4.28 – Comparação de η entre os melhores hidrociclones deste trabalho e os otimizados por Silva (2012) e Salvador (2017).

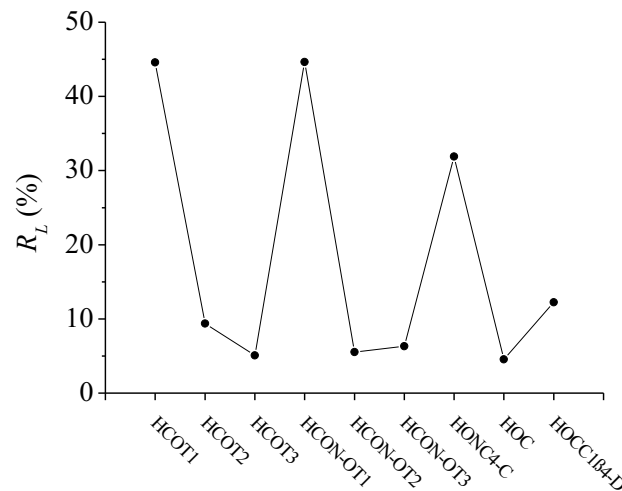


Figura 4.29 – Comparação de R_L entre os melhores hidrociclones deste trabalho e os otimizados por Silva (2012) e Salvador (2017).

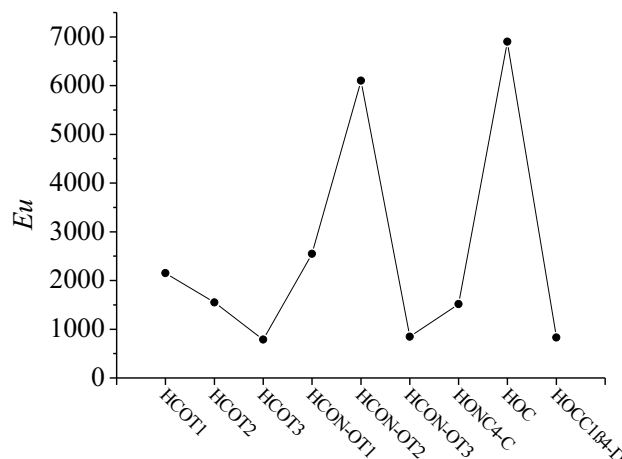


Figura 4.30 – Comparação de Eu entre os melhores hidrociclones deste trabalho e os otimizados por Silva (2012) e Salvador (2017).

Observa-se na Tabela 4.12 e na Figura 4.28 que o hidrociclone de maior poder de separação do presente trabalho, HONC4-C, apresenta a terceira maior eficiência total dentre os hidrociclones comparados ($\eta = 81,8\%$), ficando atrás somente dos separadores HCOT1 ($\eta = 85,5\%$) e HCON-OT1 ($\eta = 95,5\%$). Por sua vez, quando a razão de líquido e o número de Euler dos três equipamentos são comparados, nas Figuras 4.29 e 4.30 respectivamente, verifica-se que HONC4-C apresenta menores razão de líquido ($R_L = 31,9\%$) e número de Euler ($Eu = 1517$) em relação aos hidrociclones HCOT1 ($R_L = 44,6\%$ e $Eu = 2151$) e HCON-OT1 ($R_L = 44,6\%$ e $Eu = 2547$), conforme também pode ser visto na Tabela 4.12. Sendo assim, apesar de não superar os outros dois equipamentos em termos de poder de separação, o hidrociclone HONC4-C compensa isso possuindo uma maior capacidade de concentração e um menor gasto

energético, sendo uma opção viável em relação aos outros dois separadores nos casos em que esses dois requisitos também são importantes na operação.

Já na Figura 4.29, nota-se que o hidrociclone de maior capacidade de concentração obtido no presente trabalho, HOC, é também aquele de menor razão de líquido ($R_L = 4,5\%$) entre os separadores comparados na figura, como pode ser confirmado na Tabela 4.12. Todavia, quando se observa a Figura 4.30, nota-se que tal separador apresenta o número de Euler mais elevado dentre os equipamentos comparados ($Eu = 6904$). Portanto, mesmo em comparação aos equipamentos otimizados por Silva (2012) e Salvador (2017), HOC é um excelente hidrociclone concentrador, porém sua alta capacidade de concentração tem um custo energético elevado.

Por fim, o separador HOCC1 β 4-D, que foi o de menor Eu obtido neste trabalho ($Eu = 828$), se mostrou o segundo mais econômico hidrociclone dentre os comparados na Figura 4.30, ficando atrás somente do HCOT3 ($Eu = 788$), conforme se observa também na Tabela 4.12. Além disso, outro separador que apresentou um número de Euler próximo ao HOCC1 β 4-D foi o HCON-OT3, com Eu igual a 845. Desse modo, comparando-se esses três equipamentos de números de Euler próximos quanto às outras duas respostas, verifica-se que o HOCC1 β 4-D possui R_L igual a 12,2%, sendo maior que o HCOT3 ($R_L = 5,1\%$) e o HCON-OT3 ($R_L = 6,3\%$), mas apresenta eficiência total igual a 70,3%, sendo também maior em relação a HCOT3 ($\eta = 52,9\%$) e HCON-OT3 ($\eta = 66,6\%$). Portanto, os três separadores apresentam consumos energéticos similares, contudo HOCC1 β 4-D possui um poder de separação maior em relação aos outros dois, ao custo de possuir uma menor capacidade concentradora.

Capítulo 5

Conclusões e Sugestões

No presente capítulo, é apresentada uma síntese das principais conclusões obtidas a partir dos resultados deste trabalho, bem como um comparativo com os resultados obtidos por Garcia (2018) usando uma outra técnica para análise de incertezas, a saber, a otimização robusta. Ainda, são apresentadas sugestões para trabalhos futuros, que darão continuidade à busca por novos conhecimentos envolvendo temáticas similares à desta tese.

5.1 – Conclusões

No presente trabalho, as dimensões geométricas de hidrociclones foram otimizadas usando otimização multi-objetivo nominal e baseada em confiabilidade, considerando diferentes valores do índice de confiabilidade (β), para quatro diferentes estudos de caso (Caso 1: maximizar η e minimizar R_L ; Caso 2: maximizar η e minimizar Eu ; Caso 3: minimizar R_L e minimizar Eu ; Caso 4: maximizar η , minimizar R_L e minimizar Eu). Alguns dos hidrociclones obtidos foram selecionados para serem construídos usando manufatura aditiva (impressão 3D), juntamente com os hidrociclones selecionados por Garcia (2018), obtidos através de otimização robusta usando modelos nominais e robustos. Os equipamentos construídos foram então testados experimentalmente para que seus desempenhos fossem avaliados.

Nas otimizações baseadas em confiabilidade, concluiu-se que o aumento do nível de confiabilidade considerado no problema provoca uma distorção da curva de Pareto em relação à sua equivalente nominal (sem confiabilidade). Essa deformação se manifesta na forma de um encurtamento da curva da Pareto, quando as restrições ativadas na otimização baseada em confiabilidade envolvem uma resposta que é um dos objetivos do problema. Entretanto, nos casos em que as restrições ativadas na otimização baseada em confiabilidade não envolvem nenhuma das respostas objetivos do problema, a deterioração da curva de Pareto com confiabilidade manifesta-se na forma de um afastamento em relação à curva nominal.

Ademais, a construção dos hidrociclones usando a técnica de manufatura aditiva, com o material PETG, mostrou a viabilidade dessa forma de fabricação dos equipamentos para aplicações em escala experimental. A efetividade dessa técnica de manufatura confirma-se pela

não ocorrência de problemas envolvendo as peças fabricadas que comprometessem a execução dos experimentos. Além disso, o consumo de material para a fabricação de cada hidrociclone foi baixo, variando entre 80 g e 190 g, a depender do tamanho do equipamento.

Na etapa experimental, concluiu-se que, em geral, os hidrociclones obtidos por otimização baseada em confiabilidade possuem, de fato, uma maior tendência a atender, na prática, as restrições definidas no problema. Tal fato se confirma pelo menor número de ocorrências de restrições violadas pelos hidrociclones testados obtidos com confiabilidade, em relação àqueles obtidos de forma nominal.

Ainda, os hidrociclones testados experimentalmente apresentaram, de maneira geral, bons desempenhos no que tange o poder de separação, a capacidade de concentração, o potencial de clarificação do líquido e o consumo energético. Todavia, em cada categoria de hidrociclones testados, alguns tiveram maior destaque que outros.

Nos hidrociclones obtidos por otimização robusta com modelos nominais, destacaram-se, por seu desempenho experimental, os separadores: HOG, por seu poder de separação e de clarificação do líquido ($\eta = 72,8\%$; $d_{50} = 9,1 \mu\text{m}$; $C_{vo} = 0,30\%$), HOC, por sua capacidade de concentração ($R_L = 4,5\%$; $C_{vu} = 12,5\%$), e HO39, por seu baixo consumo energético ($Eu = 1029$).

Por sua vez, dentre os equipamentos obtidos por otimização robusta com modelos robustos, mereceram ter seus desempenhos experimentais frisados os hidrociclones: HOW, por seu poder de separação e de clarificação do líquido ($\eta = 74,9\%$; $d_{50} = 8,5 \mu\text{m}$; $C_{vo} = 0,28\%$), HOM, por sua capacidade de concentração ($R_L = 8,8\%$; $C_{vu} = 7,3\%$), e HO87, por seu baixo consumo energético ($Eu = 1285$).

Já nos hidrociclones obtidos por otimização baseada em confiabilidade, destacaram-se, nos experimentos, os equipamentos: HONC4-C, por seu poder de separação e de clarificação do líquido ($\eta = 81,8\%$; $d_{50} = 2,2 \mu\text{m}$; $C_{vo} = 0,26\%$), HOCC4 β 4-B, por sua capacidade de concentração ($R_L = 8,2\%$; $C_{vu} = 7,3\%$), e HOCC1 β 4-D, por seu baixo consumo energético ($Eu = 828$).

Assim, dentre todos os equipamentos testados experimentalmente, o de maior poder de separação e clarificação do líquido é o hidrociclone HONC4-C ($\eta = 81,8\%$; $d_{50} = 2,2 \mu\text{m}$; $C_{vo} = 0,26\%$), o de maior capacidade de concentração é o equipamento HOC ($R_L = 4,5\%$; $C_{vu} = 12,5\%$) e o de menor consumo energético é o separador HOCC1 β 4-D ($Eu = 828$). O bom desempenho desses equipamentos se confirmou por meio da comparação deles com outros

hidrociclones otimizados, sendo estes os separadores HCOT1, HCOT2 e HCOT3, obtidos por Silva (2012), e os equipamentos HCON-OT1, HCON-OT2 e HCON-OT3, de Salvador (2017).

Por fim, os hidrociclones de maior poder de separação coincidiram com os de maior capacidade de clarificação do líquido, em todas as categorias de hidrociclones testados. Tal fato evidencia a existência de uma relação entre poder de separação e de clarificação do líquido, como esperado. Portanto, conclui-se que hidrociclones de alto poder de separação tendem a ser, também, equipamentos com alto potencial de clarificação do líquido.

5.2 – Sugestões

Sugere-se para os trabalhos futuros que darão continuidade às pesquisas envolvendo a temática desta tese, o seguinte:

- Avaliar o desempenho dos hidrociclones que se destacaram neste trabalho em diferentes condições operacionais, variando-se, por exemplo, a concentração de sólidos na corrente de alimentação, a pressão na entrada do equipamento, a reologia do fluido e o diâmetro do orifício de *underflow*.
- Analisar a viabilidade de uso dos hidrociclones fabricados por impressão 3D em aplicações industriais. Para isso, sugere-se a realização de um estudo a respeito do desgaste dos equipamentos durante a operação e determinação de sua vida útil, além da estimativa dos custos totais e tempo envolvidos na obtenção do equipamento pronto para uso na indústria.
- Utilizar a impressão 3D para a construção e avaliação de desempenho de hidrociclones com estruturas não convencionais, como, por exemplo, múltiplas alimentações, curvatura no duto de alimentação, *vortex finder* de formato não cilíndrico, seção cônica de formato côncavo ou convexo, etc.
- Utilizar a impressão 3D para construir hidrociclones com paredes de diferentes rugosidades e, assim, avaliar a influência deste fator sobre a operação de hidrociclonação. Além disso, verificar se há influência do material ou do método de construção do hidrociclone sobre o desempenho do equipamento, através da testagem experimental de equipamentos geometricamente idênticos fabricados em diferentes materiais e por técnicas de manufatura distintas.
- Aplicar a metodologia empregada neste trabalho para otimizar, projetar, construir e testar equipamentos utilizados em outras operações unitárias.

Referências Bibliográficas

3DFILA. **Tipos de filamentos : os principais para as Impressoras 3D**. Disponível em: <<https://3dfila.com.br/tipos-de-filamentos-os-principais-para-as-impressoras-3d/>>. Acesso em: 4 abr. 2022.

3DLAB. **Conheça As Propriedades Técnicas Dos Materiais Para Impressora 3D**. Disponível em: <<https://3dlab.com.br/propriedades-dos-materiais-para-impressora-3d/>>. Acesso em: 4 abr. 2022.

ABID, F.; HAMI, A.; MERZOUKI, T.; WALHA, L.; HADDAR, M. An approach for the reliability-based design optimization of shape memory alloy structure. **Mechanics Based Design of Structures and Machines**, v. 49, n. 2, p. 155–171, 2021. <https://doi.org/10.1080/15397734.2019.1665541>

AGGARWAL, K. K. **Reliability Engineering**. 1. ed. Dordrecht: Springer Netherlands, 1993.

ALMEIDA, C. A. K. **Comportamento do hidrociclone filtrante frente às modificações no diâmetro de underflow e no tubo de vortex finder**. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2008.

ALTIERI, G.; GENOVESE, F.; TAURIELLO, A.; RENZO, G. C. Innovative plant for the separation of high quality virgin olive oil (VOO) at industrial scale. **Journal of Food Engineering**, v. 166, p. 325–334, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2015.06.033>

ANG, M.; LIM, Y.; SIM, M. Robust storage assignment in unit-load warehouses. **Management Science**, v. 58, p. 2114–2130, 2012. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1120.1543>

ARRUDA, E. B.; ALMEIDA, C. A. K.; VIEIRA, L. G. M.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Avaliação do comportamento de hidrociclones filtrantes de Krebs. **XXX Encontro nacional sobre escoamento em meios porosos**, São Carlos, 2002.

ARRUDA, E. B. **Performance de hidrociclones filtrantes com geometria Demco**. 185 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2003.

ASCENDINO, G. G. **Caracterização de hidrociclones cilíndrico-filtrantes otimizados**. 147 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.

ATTARAN, M. The rise of 3-D printing: The advantages of additive manufacturing over traditional manufacturing. **Business Horizons**, v. 60, n. 5, p. 677–688, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.bushor.2017.05.011>

AUGUSTINE, N.; SURESH, S.; MOGHE, P.; SHEIKH, K. Economic dispatch for a microgrid considering renewable energy cost functions. **IEEE PES Innovative Smart Grid Technology (ISGT)**, p. 1-7, 2012. <https://doi.org/10.1109/isgt.2012.6175747>

BABU, B. V.; CHAKOLE, P. G.; MUBEEN, J. H. S. Multiobjective differential evolution (mode) for optimization of adiabatic styrene reactor. **Chemical Engineering Science**, v. 60, p. 4822- 4837, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2005.02.073>

BAKEWELL, J. **Customising production**. Disponível em: <<https://www.automotivemanufacturingsolutions.com/customising-production/31218.article>>. Acesso em: 14 mar. 2022.

BARRIO, H. G.; OCHOA, A. C.; LAMIKIZ, A.; LACALLE, L. N. L. Manufacturing processes of integral blade rotors for turbomachinery, processes and new approaches. **Applied Sciences (Switzerland)**, v. 10, n. 9, 2020. <https://doi.org/10.3390/app10093063>

BERGSTRÖM, J. **Flow Field and Fibre Fractionation Studies in Hydrocyclones**. 59 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Royal Institute of Technology, 2006.

BERGSTRÖM, J.; VOMHOFF, H. Experimental hydrocyclone flow field studies. **Separation and Purification Technology**, v. 53, n. 1, p. 8–20, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2006.09.019>

BOGUE, R. 3D printing: The dawn of a new era in manufacturing? **Assembly Automation**, v. 33, n. 4, p. 307–311, 2013. <https://doi.org/10.1108/AA-06-2013-055>

BRADLEY, D. **The hydrocyclone**. 1st. ed. London: Pergamon, 1965. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-010399-0.50006-5>

BREITUNG, K. Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 110, n. 3, p. 357–366, 1984. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1984\)110:3\(357\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1984)110:3(357))

CASTRO, R. E. **Otimização de estruturas com multi-objetivos via algoritmos genéticos**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Departamento de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2001.

CHOI, S.-K.; CANFIELD, R. A.; GRANDHI, R. V. **Reliability-based Structural Design**. 1. ed. London: Springer London, 2007.

CHU, L. Y.; YU, W.; WANG, G. J.; ZHOU, X. T.; CHEN, W. M.; DAI, G. Q. Enhancement of hydrocyclone separation performance by eliminating the gas core. **Chemical Engineering and Processing: Process Intensification**, v. 43, n. 12, p. 1441–1448, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2004.01.002>

CHU, L. Y.; CHEN, W. M.; LEE, X. Z. Enhancement of hydrocyclone performance by controlling the inside turbulence structure. **Chemical Engineering Science**, v. 57, n. 1, p. 207–212, 2002. [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(01\)00364-5](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(01)00364-5)

COELHO, L. S. **Fundamentos, potencialidades e aplicações de algoritmos evolutivos**. Segunda edição. São Carlos – SP: Notas em Matemática Aplicada. 2003.

CORSO, L. L.; GOMES, H. M.; MEZZOMO, G. P.; MOLTER, A. Otimização baseada em confiabilidade para uma célula de carga multiaxial utilizando algoritmos genéticos. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 32, n. 4, p. 221-229, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.rimni.2015.07.002>

CROWLEY, S. V.; MOLITOR, M. S.; KALSCHEUER, R.; LU, Y.; KELLY, A. L.; O'MAHONY, J. A.; LUCEY, J. A. Size classification of precipitated calcium phosphate using hydrocyclone technology for the recovery of minerals from deproteinised acid whey. **International Journal of Dairy Technology**, v. 72, n. 1, p. 142–151, 2018. <https://doi.org/10.1111/1471-0307.12570>

CUNHA, L. G. S.; SILVEIRA, G. S.; LOBATO, F. S. Otimização multi-objetivo robusta aplicado ao projeto de um sistema de engenharia química. In: **XXI Jornada em Engenharia Química**, Uberlândia-MG, 2016. Anais... Uberlândia-MG, 2016. CD-ROM.

DAS, S.; MULLICK, S. S.; SUNGANTHAN, P. N. Recent advances in differential evolution – An updated survey. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 27, p. 1-30, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2016.01.004>

DEB, K.; AGRAWAL, S.; PRATAB, A.; MEYARIVAN, T. **A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II**. Kanpur- India, 2000. https://doi.org/10.1007/3-540-45356-3_83

DEB, K.; GUPTA, H. Introducing robustness in multi-objective optimization. **Evolutionary Computation**. v. 14, n. 4, p. 463-494, 2006. <https://doi.org/10.1162/evco.2006.14.4.463>

DEB, K.; GUPTA, S.; DAUM, D.; BRANKE, J.; MALL, A. K.; PADMANABHAN, D. Reliability-based optimization using evolutionary algorithms. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 13, n. 5, p. 1054–1074, 2009. <https://doi.org/10.1109/TEVC.2009.2014361>

DEB, K. **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms**. First Edition. New York: Jhon Wiley & Sons, 2001.

DONSKOI, E.; SUTHERS, S. P.; CAMPBELL, J. J.; RAYNLYN, T. Modelling and optimization of hydrocyclone for iron ore fines beneficiation — using optical image analysis and iron ore texture classification. **International Journal of Mineral Processing**, v. 87, n. 3–4, p. 106–119, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2008.02.006>

DU, X.; CHEN, W. Sequential Optimization and Reliability Assessment Method for Efficient Probabilistic Design. **Journal of Mechanical Design**, v. 126, n. 2, p. 225–233, 2004. <https://doi.org/10.1115/1.1649968>

DU, X. First-Order and Second Reliability Methods. In: **Probabilistic Engineering Design**. Rolla: University of Missouri, 2005.

DUAN, B. State-of-the-Art Review of 3D Bioprinting for Cardiovascular Tissue Engineering. **Annals of Biomedical Engineering**, v. 45, n. 1, p. 195–209, 2017. <https://doi.org/10.1007/s10439-016-1607-5>

EBERHART, R. C.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. In: **Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science**, Nagoya, Japão. p. 39-43, 1995.

EDGEWORTH, F. Y. **Mathematical Physics**. First edition. London, England: P. Keagan, 1881.

EMAMI, S.; TABIL, L. G.; TYLER, R. T.; CRERAR, W. J. Starch–protein separation from chickpea flour using a hydrocyclone. **Journal of Food Engineering**, v. 82, n. 4, p. 460–465, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2007.03.002>

ESCHENAUER, H.; KOSKI, J.; OSYCZKA, A. **Multicriteria Design Optimization: Procedures and Applications**. 1. ed., v. 1., Berlin, Alemanha: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1990. ISBN 978-3-642-48697-5. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-48697-5>

FAÇANHA, J. M. F. **Incorporação de um cilindro filtrante na separação sólido-líquido em hidrociclones**. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2012.

GARCIA, V. A. **Projeto de hidrociclones usando otimização robusta e evolução diferencial**. 86 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018. <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.1227>

GHODRAT, M.; KUANG, S. B.; YU, A. B; VINCE, A.; BARNETT, G. D.; BARNETT, P. J. Computational Study of the Multiphase Flow and Performance of Hydrocyclones: Effects of Cyclone Size and Spigot Diameter. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 52, n. 45, p. 16019–16031, 2013. <https://doi.org/10.1021/ie402267b>

GHODRAT, M.; KUANG, S. B.; YU, A. B; VINCE, A.; BARNETT, G. D.; BARNETT, P. J. Numerical analysis of hydrocyclones with different conical section designs. **Minerals Engineering**, v. 62, p. 74–84, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.12.003>

GLOVER, F.; Heuristics for integer programming using surrogate constraints. **Decision Science**, v. 8, p. 156, 1977. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.1977.tb01074.x>

GONÇALVES, S. M. **Efeito da concentração de sólidos e de variáveis operacionais no desempenho de um hidrociclone concentrador**. 91 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.

GONÇALVES, S. M. **Separação Sólido-Líquido em Hidrociclones Otimizados Empregando Sistemas Concentrados e Fluido Não-Newtoniano**. 130 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.

GONÇALVES, S. M.; BARROZO, M. A. S.; VIEIRA, L. G. M. Effects of Solids Concentration and Underflow Diameter on the Performance of a Newly Designed Hydrocyclone. **Chemical Engineering and Technology**, v. 40, n. 10, p. 1750–1757, 2017. <https://doi.org/10.1002/ceat.201600496>

HABIBIAN, M.; PAZOUKI, M.; GHANAIE, H.; SANI, K. A. Application of hydrocyclone for removal of yeasts from alcohol fermentations broth. **Chemical Engineering Journal**, v. 138, n. 1–3, p. 30–34, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2007.05.025>

HUANG, C.; SUN, R.; LU, H.; YANG, Q.; HU, J.; WANG, H.; LIU, H. A pilot trial for fast deep desulfurization on MOF-199 by simultaneous adsorption-separation via hydrocyclones. **Separation and Purification Technology**, v. 182, p. 110–117, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2017.03.046>

HWANG, K. J.; CHOU, S. P. Designing vortex finder structure for improving the particle separation efficiency of a hydrocyclone. **Separation and Purification Technology**, v. 172, p. 76–84, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2016.08.005>

JENSEN, W. A. **Formula Student Germany—EOS Supports Racing Team by Producing a Topology-Optimized Steering Stub Axle**. Disponível em: <<https://www.eos.info/en/all-3d-printing-applications/formula-student-automotive-topology-optimized-steering-stub-axle>>. Acesso em: 14 mar. 2022.

JIN, Y.; SENDHOFF, B. Trade-off between performance and robustness: An evolutionary multiobjective approach. **Evolutionary Multi-Criterion Optimization**. Lecture Notes in Computer Science, v. 2632, 2003. https://doi.org/10.1007/3-540-36970-8_17

KAPADI, M. D.; GUDI, R. D. Optimal control of fed-batch fermentation involving multiple feeds using differential evolution. **Process Biochemistry**, v. 39, p. 1709–1721, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.procbio.2003.07.006>

KELLNER, T. **3D-Printed 'Bionic'Parts Could Revolutionize Aerospace Design**. Boston, MA, USA, 2017.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. **Science**, v. 220, p. 671–680, 1983. <https://doi.org/10.1126/science.220.4598.671>

KUANG, S. B.; CHU, K. W.; YU, A. B.; VINCE, A. Numerical study of liquid-gas-solid flow in classifying hydrocyclones: Effect of feed solids concentration. **Minerals Engineering**, v. 31, p. 17–31, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2012.01.003>

KUMAR, L. J.; NAIR, C. G. K. Current Trends of Additive Manufacturing in the Aerospace Industry. In: **Advances in 3D Printing & Additive Manufacturing Technologies**. Singapore: Springer Singapore, p. 39–54, 2017. https://doi.org/10.1007/978-981-10-0812-2_4

KUMAR, S.; DATTA, D.; BABU, B. V. Estimation of equilibrium parameters using differential evolution in reactive extraction of propionic acid by tri-n-butyl phosphate. **Chemical Engineering and Processing: Process Intensification**, v. 50, p. 614–622, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2011.03.004>

KYRIAKIDIS, Y. N. **Análise do Efeito de Variáveis Geométricas sobre o Desempenho de Hidrociclones Otimizados**. 126 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2014.

KYRIAKIDIS, Y. N. **Otimização geométrica de hidrociclones a partir de um histórico em hidrociclonagem na FEQUI/UFU**. 125 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.

LANNA, A. E.; BARROZO, M. A. S.; DAMASCENO, J. J. R. Estudo de desempenho de um hidrociclone filtrante. **Revista Ciência & Engenharia**, p. 175–186, 1992.

LEE, J. Separation of fine organic particles by a low-pressure hydrocyclone (LPH). **Aquacultural Engineering**, v. 63, p. 32–38, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.aquaeng.2014.07.002>

LEE, V. K.; DAI, G. Printing of Three-Dimensional Tissue Analogs for Regenerative Medicine. **Annals of Biomedical Engineering**, v. 45, n. 1, p. 115–131, 2017. <https://doi.org/10.1007/s10439-016-1613-7>

LEIDEMER, M. N. **Proposta de uma metodologia de otimização evolucionária robusta utilizando a transformada unscented aplicável a circuitos de RF/micro-ondas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

LEWIS, A. Robust regularization. **Mathematical Programming**. 2002.

LIBOTTE, G. **Otimização Multi-objetivo de Sistemas de Engenharia na Presença de Incerteza**. 217 f. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional), Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2020.

LIMBRUNNER, J. F.; VOGEL, R. M.; CHAPRA, S.C.; KIRSHEN, P. H. Classic optimization techniques applied to stormwater and nonpoint source pollution management at the watershed scale. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 139, p. 486–491, 2013. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0000361](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000361)

LOBATO, F. S.; GONÇALVES, M. S.; JAHN, B.; CAVALINI JR, A. A.; STEFFEN JR, V. Reliability-Based Optimization Using Differential Evolution and Inverse Reliability Analysis for Engineering System Design. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 174, n. 3, p. 894–926, 2017. <https://doi.org/10.1007/s10957-017-1063-x>

LOBATO, F. S. **Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia**. 184f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2008.

LOBATO, F. S.; SILVA NETO, A. J.; STEFFEN JR, V. Um estudo comparativo usando evolução diferencial e recozimento simulado aplicado a um problema inverso de transferência radiativa. In: **X Encontro de Modelagem Computacional**, Nova Friburgo-RJ, 2007.

LOBATO, F. S.; STEFFEN JR, V.; SILVA NETO, A. J. Evolução diferencial (differential evolution). In: **Técnicas de Inteligência Computacional Inspiradas na Natureza: Aplicação em Problemas Inversos em Transferência Radiativa**. 2ª edição. São Carlos – SP, Brasil: SBMAC, Cap. 10, p. 107-118, 2012.

LOBATO, F. S.; STEFFEN JR, V. Uma metodologia híbrida para otimização usando evolução diferencial e programação sequencial quadrática. In: **VII Simpósio de Mecânica Computacional – SIMMEC**, Araxá-MG, 2006. Anais... Araxá-MG, 2006. CD-ROM.

MASSARANI, G. **Fluidodinâmica em sistemas particulados**. 2ª ed. COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2001.

MATTA, V. M.; MEDRONHO, R. D. A. A new method for yeast recovery in batch ethanol fermentations: Filter aid filtration followed by separation of yeast from filter aid using hydrocyclones. **Bioseparation**, v. 9, n. 1, p. 43–53, 2000.

MENG, D.; YANG, S.; ZHANG, Y.; ZHU, S. P. Structural reliability analysis and uncertainties-based collaborative design and optimization of turbine blades using surrogate model. **Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures**, v. 42, n. 6, p. 1219–1227, 2019. <https://doi.org/10.1111/ffe.12906>

MOGNON, J. L. **Mini-Hidrociclones Aplicados ao Sistema de Controle de Sólidos na Perfuração de Poços de Petróleo**. 98 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

MOGNON, J. L.; SILVA, J. M.; BICALHO, I. C.; ATAÍDE, C. H.; DUARTE, C. R. Modular mini-hydrocyclone desilter type of 30mm: An experimental and optimization study. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 129, p. 145–152, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2015.02.037>

MOKNI, I.; DHAOUADI, H.; BOURNOT, P.; MHIRI, H. Numerical investigation of the effect of the cylindrical height on separation performances of uniflow hydrocyclone. **Chemical Engineering Science**, v. 122, p. 500–513, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2014.09.020>

MOREIRA, F. R. **Otimização robusta multiobjetivo para o projeto de sistemas em engenharia**. 246 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2015.

NAGESWARARAO, K.; KARRI, B. Fish hook in classifier efficiency curves: An update. **Separation and Purification Technology**, v. 158, p. 31–38, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2015.12.005>

NAJMON, J. C.; RAEISI, S.; TOVAR, A. Review of additive manufacturing technologies and applications in the aerospace industry. In: **Additive Manufacturing for the Aerospace Industry**. Elsevier, Cap. 2, p. 7-31, 2019. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-814062-8.00002-9>

NEESSE, T.; DUECK, J.; SCHWEMMER, H.; FARGHALY, M. Using a high pressure hydrocyclone for solids classification in the submicron range. **Minerals Engineering**, v. 71, p. 85–88, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.10.017>

NI, L.; TIAN, J.; SHEN, C.; ZHAO, J. Experimental study of the separation performance of a novel sewage hydrocyclone used in sewage source heat pump. **Applied Thermal Engineering**, v. 106, p. 1300–1310, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.06.093>

NI, L.; TIAN, J.; SONG, T.; JONG, Y.; ZHAO, J. Optimizing Geometric Parameters in Hydrocyclones for Enhanced Separations: A Review and Perspective. **Separation & Purification Reviews**, v. 48, n. 1, p. 30–51, 2019. <https://doi.org/10.1080/15422119.2017.1421558>

NI, L.; TIAN, J.; ZHAO, J. Experimental study of the effect of underflow pipe diameter on separation performance of a novel de-foulant hydrocyclone with continuous underflow and reflux function. **Separation and Purification Technology**, v. 171, p. 270–279, 2016a. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2016.07.047>

NI, L.; TIAN, J.; ZHAO, J. Feasibility of a novel de-foulant hydrocyclone with reflux for flushing away foulant continuously. **Applied Thermal Engineering**, v. 103, p. 695–704, 2016b. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.04.017>

OKONKWO, U. N.; AGUNWAMBA, J. C. Classical optimization of bagasse ash content in cement - stabilized lateritic soil. **Nigerian Journal of Technology**, v. 35, p. 481 – 490, 2016. <https://doi.org/10.4314/njt.v35i3.3>

OSY CZKA, A. **Multicriterion optimization in engineering with fortrám programs**. First edition. England: Ellis Horwood Limited. 1984.

PAENK, I.; BRANKE, J.; JIN, Y. Efficient search for robust solutions by means of evolutionary algorithms and fitness approximation. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 10, p. 405-420, 2006. <https://doi.org/10.1109/TEVC.2005.859465>

PAHNER, U; HAMEYER, K. Adaptative coupling of differential evolution and multiquadrics approximation for the tuning of the optimization process. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 36, p. 1047-1051, 2000. <https://doi.org/10.1109/20.877621>

PANDZIC, A.; HODZIC, D.; MILOVANOVIC, A. Effect of infill type and density on tensile properties of pla material for fdm process. **Annals of DAAAM and Proceedings of the International DAAAM Symposium**, v. 30, n. 1, p. 545–554, 2019. <https://doi.org/10.2507/30th.daaam.proceedings.074>

PANISSET, C. M. A. **Novas alternativas para o Sistema de Separação Sólido-Líquido na Perfuração de Poços de Petróleo: teste de uma unidade de VCS; busca do aumento de eficiência da operação de hidrociclonação; e tratamento da borra de centrifugação por microondas**. 278 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2014.

PARETO, V. **Cours d'Economie Politique**. First Edition: Vol. I and II. Lausanne, Switzerland: F. Rouge, 1896.

PINTO, A. A.; BICALHO, I. C.; MOGNON, J. L.; DUARTE, C. R.; ATAÍDE, C. H. Separation of *Saccharomyces cerevisiae* from alcoholic fermentation broth by two commercial hydrocyclones. **Separation and Purification Technology**, v. 120, p. 69–77, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2013.09.013>

PRICE, K. V.; STORN, R. M.; LAMPINEN, J. A. **Differential Evolution – A practical approach to global optimization**. First Edition. Natural Computing Series: Springer Verlag, 2005.

RIBAS, G. P.; HAMACHER, S.; STREET, A. Optimization under uncertainty of the integrated oil supply chain using stochastic and robust programming. **International Transactions in Operational Research**, v. 17, p. 777-796, 2010. <https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2009.00756.x>

ROSENBLATT, M. Remarks on a Multivariate Transformation. **The Annals of Mathematical Statistics**, v. 23, n. 3, p. 470–472, 1952. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177729394>

RUSSELL, R.; WELLS, D.; WALLER, J.; POORGANJI, B.; OTT, E.; NAKAGAWA, T.; SANDOVAL, H.; SHAMSAEI, N.; SEIFI, M. Qualification and certification of metal additive manufactured hardware for aerospace applications. In: **Additive Manufacturing for the Aerospace Industry**. Elsevier, Cap. 3, p. 33–66, 2019. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-814062-8.00003-0>

SADIGH, M.; MEHRABANI, J. V. Comparison of hydrocyclone and flotation ability in reduction of kaolin ore calcite. **Applied Clay Science**, v. 151, p. 134–139, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.clay.2017.10.027>

SAIDI, M.; MADDAHAN, R.; FARHANIEH, B. Numerical investigation of cone angle effect on the flow field and separation efficiency of deoiling hydrocyclones. **Heat and Mass Transfer**, v. 49, n. 2, p. 247–260, 2013. <https://doi.org/10.1007/s00231-012-1085-8>

SALIMI, A.; LOWTHER, D. A. On the role of robustness in multi-objective robust optimization: application to an IPM motor design problem. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 52, n. 3, p. 1-4, 2016. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2015.2487969>

SALVADOR, F. F. **Estudo Experimental do Comportamento de Um Hidrociclone com Cone e Cilindro Filtrantes**. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2013.

SALVADOR, F. F. **Geometrical optimization of hydrocyclones with permeable cylinders and cones**. 132 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

SAMPAIO, C. **Guia Maker da Impressão 3D - Teoria e Prática Consolidadas**. 2017. Disponível em: <http://www.makerlinux.com.br/ebook/>

SARAMAGO, S. F. P. Métodos de otimização randômica: algoritmos genéticos e simulated annealing. **Notas em Matemática Aplicada**, v. 6, SBMAC, São Carlos – SP, 1999.

SCHON, B. S.; HOOPER, G. J.; WOODFIELD, T. B. F. Modular Tissue Assembly Strategies for Biofabrication of Engineered Cartilage. **Annals of Biomedical Engineering**, v. 45, n. 1, p. 100–114, 2017. <https://doi.org/10.1007/s10439-016-1609-3>

SECCHI, A. R. **Otimização de processos**. Apostila: Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, 165 p., Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001.

SHARMA, S.; RANGAIAH, P. G. An improved multi-objective differential evolution with a termination criterion for optimizing chemical processes. **Computers and Chemical Engineering**, v. 56, p. 155–173, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2013.05.004>

SHUAI, L; ZHENCAI, Z.; HAO, L.; GANG, S. A system reliability-based design optimization for the scraper chain of scraper conveyors with dependent failure modes. **Maintenance and Reliability**, v. 21, n. 3, p. 392–402, 2019. <https://doi.org/10.17531/ein.2019.3.5>

SILVA, C. M. **Desenvolvimento de um algoritmo de otimização multiobjetivo usando algoritmos genéticos**. Tese (Doutorado), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

SILVA, D. O. **Otimização da Separação Sólido-Líquido em Hidrociclones Mediante Modificações Geométricas**. 189 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2012.

SILVA, D. O.; VIEIRA, L. G. M.; LOBATO, F. S.; BARROZO, M. A. S. Optimization of the design and performance of hydrocyclones by Differential Evolution technique. **Chemical Engineering and Processing: Process Intensification**, v. 61, p. 1–7, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2012.07.002>

SILVA, D. O.; VIEIRA, L. G. M.; BARROZO, M. A. S. Optimization of Design and Performance of Solid-Liquid Separators: A Thickener Hydrocyclone. **Chemical Engineering & Technology**, v. 38, n. 2, p. 319–326, 2015. <https://doi.org/10.1002/ceat.201300464>

SILVA, L. N. C. **Engenharia Imunológica: Desenvolvimento e Aplicação de Ferramentas Computacionais Inspiradas em Sistemas Imunológicos Artificiais**. Tese (Doutorado em Engenharia de Computação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

SILVA, N. K. G. **Estudo de Otimização da Configuração do Hidrociclone Filtrante**. 102 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2014.

SILVA, N. K. G.; SILVA, D. O.; VIEIRA, L. G. M.; BARROZO, A. S. Effects of underflow diameter and vortex finder length on the performance of a newly designed filtering hydrocyclone. **Powder Technology**, v. 286, p. 305–310, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.08.036>

SILVEIRA, G. S.; CUNHA, L. G. S.; VERRO, W. S.; LOBATO, F. S.; ARRUDA, E. B. Estimação de parâmetros em equações constitutivas para a determinação da cinética de secagem da maçã usando otimização robusta e o algoritmo de evolução diferencial. In: **XXI Jornada em Engenharia Química**, Uberlândia-MG, 2016. Anais... Uberlândia-MG, 2016. CD-ROM.

SOUZA, F. J. **Análise da influência do meio filtrante no comportamento do hidrociclone filtrante**. 85 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 1999.

SRIPRIYA, R.; KAULASKAR, M. D.; CHAKRABORTY, S.; MEIKAP, B. C. Studies on the performance of a hydrocyclone and modeling for flow characterization in presence and absence of gas core. **Chemical Engineering Science**, v. 62, n. 22, p. 6391–6402, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2007.07.046>

SRIPRIYA, R.; SURESH, N.; CHAKRABORTY, S.; MEIKAP, B. C. Improvement of performance efficiency of a hydrocyclone with design modification by suppressing gas core. **Korean Journal of Chemical Engineering**, v. 28, n. 1, p. 225–231, 2011. <https://doi.org/10.1007/s11814-010-0344-y>

STATIE, E. C.; SALCUDEAN, M. E.; GARTSHORE, I. S. The influence of hydrocyclone geometry on separation and fibre classification. **Filtration and Separation**, v. 38, n. 6, p. 36–41, 2001. [https://doi.org/10.1016/S0015-1882\(01\)80380-3](https://doi.org/10.1016/S0015-1882(01)80380-3)

STORN, R.; PRICE, K. **Differential Evolution – A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces**. Berkeley, CA: International Computer Science Institute, 12 p., TR-95-012, 1995.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution – A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of Global Optimization**. v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997. <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>

STORN, R. System design by constraint adaptation and differential evolution. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 3, p. 22–34, 1999. <https://doi.org/10.1109/4235.752918>

SVAROVSKY, L. **Hydrocyclones**. Eastbourne, UK: Holt, Rinehart & Winston, 1984.

SVAROVSKY, L. **Solid-liquid separation**. 4th. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.

SYED, M. S.; RAFEIE, M.; HENDERSON, R.; VANDAMME, D.; ASADNIA, M.; WARKIANI, M. E. A 3D-printed mini-hydrocyclone for high throughput particle separation: Application to primary harvesting of microalgae. **Lab on a Chip**, v. 17, n. 14, p. 2459–2469, 2017. <https://doi.org/10.1039/C7LC00294G>

TAGUCHI, G. **Quality engineering through design optimization**. Kraus International Publications. New York. 1984.

TIAN, J.; NI, L.; SONG, T.; OLSON, J.; ZHAO, J. An overview of operating parameters and conditions in hydrocyclones for enhanced separations. **Separation and Purification Technology**, v. 206, p. 268–285, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2018.06.015>

TYRRELL, M. **Use of 3D printed components at BMW jumps 42 % annually**. Disponível em: <<https://www.pesmedia.com/3d-printing-components-bmw-group/>>. Acesso em: 14 mar. 2022.

VAFADAR, A. GUZZOMI, F.; RASSAU, A.; HAYWARD, K. Advances in metal additive manufacturing: A review of common processes, industrial applications, and current challenges. **Applied Sciences (Switzerland)**, v. 11, n. 3, p. 1–33, 2021. <https://doi.org/10.3390/app11031213>

VAKILI, R.; SETOODEH, P.; POURAZADI, E.; IRANSHAHI, D.; RAHIMPOUR, M. R. Utilizing differential evolution (DE) technique to optimize operating conditions of an integrated thermally coupled direct DME synthesis reactor. **Chemical Engineering Journal**, v. 168, p. 321–332, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2011.01.032>

VANDERPLAATS, G. N. **Numerical optimization techniques for engineering design**. Third edition. USA: VR D INC. Colorado Springs, 1999.

VEGA-GARCIA, D.; BRITO-PARADA, P. R.; CILLIERS, J. J. Optimising small hydrocyclone design using 3D printing and CFD simulations. **Chemical Engineering Journal**, v. 350, p. 653–659, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2018.06.016>

VIEIRA, L. G. M. **Análise da separação sólido-líquido em hidrociclone filtrante**. Uberlândia, 1997.

VIEIRA, L. G. M. **Estudo da Performance de Hidrociclones Filtrantes de Rietema**. 141 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2001.

VIEIRA, L. G. M. **Otimização dos Processos de Separação em Hidrociclones Filtrantes**. 297 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.

VIEIRA, L. G. M.; SILVÉRIO, B. C.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Performance of hydrocyclones with different geometries. **Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 89, n. 4, p. 655–662, 2011. <https://doi.org/10.1002/cjce.20461>

VIEIRA, L. G. M.; SILVA, D. O.; BARROZO, M. A. S. Effect of Inlet Diameter on the Performance of a Filtering Hydrocyclone Separator. **Chemical Engineering & Technology**, v. 39, n. 8, p. 1406–1412, 2016. <https://doi.org/10.1002/ceat.201500724>

WANG, B.; YU, A. B. Numerical study of the gas-liquid-solid flow in hydrocyclones with different configuration of vortex finder. **Chemical Engineering Journal**, v. 135, n. 1–2, p. 33–42, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2007.04.009>

WANG, C. C.; WU, R. M. Experimental and simulation of a novel hydrocyclone-tubular membrane as overflow pipe. **Separation and Purification Technology**, v. 198, p. 60–67, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2017.04.034>

WERNERS, B.; WUELFING, T. Robust optimization of internal transports at a parcel sorting center operated by Deutsche Post World Net. **European Journal of Operation Research**, v. 201, p. 419–426, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.02.035>

WILLS, B. A.; NAPIER-MUNN, T. **Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery**. 7th. ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 2006. <https://doi.org/10.1016/B978-075064450-1/50003-5>

WISCHEROPP, T. M.; HOCH, H.; BECKMANN, F.; EMMELMANN, C. Opportunities for Braking Technology Due to Additive Manufacturing Through the Example of a Bugatti Brake Caliper. In: **Proceedings of the XXXVII Internationales μ -Symposium**. Bremsen-Fachtagung, Bad Neuenahr, Germany, p. 181–193, 2019. https://doi.org/10.1007/978-3-662-58024-0_12

WOHLERS, T; CAMPBELL, I; DIEGEL, O.; HUFF, R.; KOWEN, J. **3D Printing and Additive Manufacturing State of the Industry: Annual Worldwide Progress Report**. Lund, Sweden, 2017.

WU, Y. T. Computational Methods for Efficient Structural Reliability and Reliability Sensitivity Analysis. **American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal**, v. 32, n. 8, p. 1717–1723, 1994. <https://doi.org/10.2514/3.12164>

WU, Y. T.; MILLWATER, H. R.; CRUSE, T. A. Advanced Probabilistic Structural Analysis Method for Implicit Performance Functions. **American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal**, v. 28, n. 9, p. 1663–1669, 1990. <https://doi.org/10.2514/3.25266>

XU, Y. X.; LIU, Y.; ZHANG, Y. H.; YANG, X. J.; WANG, H. L. Effect of Shear Stress on Deoiling of Oil-Contaminated Catalysts in a Hydrocyclone. **Chemical Engineering & Technology**, v. 39, n. 3, p. 567–575, 2016. <https://doi.org/10.1002/ceat.201500378>

YANG, Q.; LV, W. J.; SHI, L.; WANG, H. L. Treating methanol-to-olefin quench water by minihydrocyclone clarification and steam stripper purification. **Chemical Engineering and Technology**, v. 38, n. 3, p. 547–552, 2015. <https://doi.org/10.1002/ceat.201400429>

ZADPOOR, A. A.; MALDA, J. Additive Manufacturing of Biomaterials, Tissues, and Organs. **Annals of Biomedical Engineering**, v. 45, n. 1, p. 1–11, 2017. <https://doi.org/10.1007/s10439-016-1719-y>

ZHANG, C.; WEI, D.; CUI, B.; LI, T.; LUO, N. Effects of curvature radius on separation behaviors of the hydrocyclone with a tangent-circle inlet. **Powder Technology**, v. 305, p. 156–165, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.10.002>

ZITZLER, E.; DEB. K; THIELE, L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. **Evolutionary Computation Journal**. v. 8, n. 2, p. 125–148, 2000. <https://doi.org/10.1162/106365600568202>

ZOU, J.; WANG, C.; JI, C. Experimental study on the air core in a hydrocyclone. **Drying Technology**, v. 34, n. 7, p. 854–860, 2016. <https://doi.org/10.1080/07373937.2015.1046554>

Apêndice A

Dimensões e Resultados Experimentais dos Hidrociclones Testados

A seguir, nas Tabelas A.1, A.2 e A.3, são mostradas as dimensões e os resultados experimentais obtidos para os hidrociclones testados neste trabalho. Ressalta-se que as dimensões D_c , D_u e l , que não aparecem nas tabelas, eram iguais a 30 mm, 5 mm e 12 mm, respectivamente, e as condições operacionais C_{va} e $-\Delta P$ eram iguais a 1% e 147 kPa, nesta ordem.

Tabela A.1 – Dimensões e resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações robustas com modelos nominais de Garcia (2018).

Hidrociclone	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μ m)	C_{vu} (%)	C_{vo} (%)	Q_a (cm ³ /s)
HOA	4,4	9,8	120,2	20,0	65,2	6,5	7384	12,2	9,4	0,38	141
HOC	4,4	10,4	120,3	20,0	64,4	4,5	6904	13,0	12,5	0,37	146
HOE	7,8	10,6	182,9	9,0	68,3	10,0	1383	10,4	6,5	0,36	327
HOG	4,7	9,0	120,2	20,0	72,8	9,3	6125	9,1	7,3	0,3	155
HOI	7,7	10,6	180,9	9,2	72,4	12,5	1389	9,4	5,5	0,31	326
HOK	4,4	10,6	120,3	19,6	61,6	4,5	5936	14,3	11,9	0,39	158
HO37	4,4	10,6	192,8	9,2	67,8	14,9	5071	10,5	4,7	0,41	171
HO38	4,8	9,9	120,8	12,1	67,5	11,7	5370	11,2	5,4	0,36	166
HO39	7,8	10,5	180,8	9,3	61,0	9,5	1029	13,2	6,3	0,45	379
HO43	4,7	9,0	122	20,0	69,3	10,4	4950	10,4	6,6	0,36	173
HO44	4,5	10,5	120,2	19,7	62,0	5,5	5406	13,7	10,8	0,43	165
HO45	7,2	9,6	129,1	19,9	67,1	7,6	1799	11,4	8,4	0,37	286

Tabela A.2 – Dimensões e resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações robustas com modelos robustos de Garcia (2018).

Hidrociclone	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μ m)	C_{vu} (%)	C_{vo} (%)	Q_a (cm ³ /s)
HOM	4,6	9,8	120,3	12,0	68,0	8,8	5263	11,8	7,3	0,36	167
HOO	5,0	9,7	120,4	12,3	67,6	12,1	5104	10,3	5,5	0,38	170
HOQ	5,3	9,1	120,3	20,0	71,7	10,8	4373	9,7	6,3	0,32	184
HOS	5,3	9,2	120,2	20,0	69,3	9,4	4182	10,8	7,0	0,34	188
HOU	7,7	10,6	184,5	9,1	71,9	10,1	1302	10,3	6,8	0,32	337
HOW	7,2	9,6	155,4	9,8	75,0	12,4	1903	8,5	5,6	0,28	278
HO85	4,4	9,1	122	20,0	69,4	9,1	7529	10,5	7,0	0,33	140
HO86	5,1	9,9	120,2	12,0	69,8	10,3	5183	10,7	6,5	0,34	169
HO87	7,7	10,6	186,3	9,0	70,5	9,7	1285	10,4	7,1	0,34	339
HO91	4,6	9,2	120,6	20,0	67,7	9,3	5845	11,4	6,8	0,36	159
HO92	5,0	9,7	120,5	12,3	67,6	12,1	5104	10,3	5,5	0,38	170
HO93	6,8	9,7	158,4	10,1	65,8	10,1	1920	11,3	6,2	0,38	277

Tabela A.3 – Dimensões e resultados experimentais dos hidrociclones provenientes das otimizações baseadas em confiabilidade.

Hidrociclone	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ (°)	η (%)	R_L (%)	Eu	d_{50} (μm)	C_{vu} (%)	C_{vo} (%)	Q_a (cm^3/s)
HONC1-D	8,8	9,5	228,7	9,0	71,8	14,9	942	8,2	4,6	0,33	396
HOCC1 β 4-D	8,7	10,6	228,1	9,0	70,3	12,2	828	10,8	5,4	0,33	422
HONC2-D	7,8	10,6	184,4	9,1	70,5	9,7	1285	10,4	7,1	0,34	339
HOCC2 β 4-D	7,6	10,5	205,3	9,2	70,6	12,3	1207	9,8	5,4	0,33	350
HONC3-D	7,7	10,6	181,1	9,2	72,4	12,5	1389	9,4	5,5	0,31	326
HOCC3 β 4-D	7,6	10,3	200,6	9,3	73,0	11,9	1307	9,4	5,8	0,31	336
HONC4-A	7,6	10,4	198,9	12,1	73,7	9,7	1244	9,1	7,2	0,3	344
HONC4-B	4,6	9,8	121	12,0	68,0	8,8	5263	11,8	7,3	0,36	167
HONC4-C	8,8	7,3	228,2	9,0	81,8	31,9	1517	2,2	2,5	0,26	312
HOCC4 β 4-A	7,7	10,2	200,8	9,8	72,8	10,1	1309	9,1	6,8	0,3	336
HOCC4 β 4-B	5,0	9,8	120,0	19,9	65,9	8,2	3984	12,0	7,3	0,36	193
HOCC4 β 4-C	8,7	7,9	228,4	9,0	79,8	27,4	1209	4,2	2,8	0,28	349

Anexo A

Resultados do Planejamento Composto Central de Salvador (2017)

Tabela AN.1 – Resultados do Planejamento Composto Central de Salvador (2017).

Hidrociclone	X_1	X_2	X_3	X_4	Eu	R_L (%)	η (%)	d_{50} (μm)	C_{vu} (%)
H ₁	-1	-1	-1	-1	5402	30,95	82,36	2,45	2,64
H ₂	-1	-1	-1	1	4839	28,43	88,63	3,33	2,94
H ₃	-1	-1	1	-1	4315	33,04	85,11	2,04	2,57
H ₄	-1	-1	1	1	3719	29,17	77,28	6,01	2,61
H ₅	-1	1	-1	-1	4060	7,45	76,08	10,15	9,52
H ₆	-1	1	-1	1	3548	9,10	71,91	9,56	7,68
H ₇	-1	1	1	-1	3394	12,61	79,61	7,33	6,12
H ₈	-1	1	1	1	2934	9,95	67,13	11,25	5,28
H ₉	1	-1	-1	-1	2176	30,06	85,76	3,53	2,74
H ₁₀	1	-1	-1	1	1884	29,26	83,44	6,90	2,75
H ₁₁	1	-1	1	-1	1696	33,48	86,20	2,83	2,53
H ₁₂	1	-1	1	1	1400	29,77	80,59	5,77	2,72
H ₁₃	1	1	-1	-1	1272	8,48	73,40	10,65	8,04
H ₁₄	1	1	-1	1	1099	9,58	66,32	11,21	5,42
H ₁₅	1	1	1	-1	1056	12,92	76,66	8,58	5,74
H ₁₆	1	1	1	1	868	11,04	66,10	11,05	5,85
H ₁₇	-1,66	0	0	0	6270	17,44	75,92	8,88	4,25
H ₁₈	1,66	0	0	0	1153	18,93	73,98	8,00	4,01
H ₁₉	0	-1,66	0	0	2741	42,12	80,21	1,14	1,91
H ₂₀	0	1,66	0	0	1314	10,26	70,24	10,97	6,46
H ₂₁	0	0	-1,66	0	3080	14,86	79,54	5,76	5,21
H ₂₂	0	0	1,66	0	1538	18,76	76,10	7,01	3,94
H ₂₃	0	0	0	-1,66	1994	19,93	79,93	5,78	3,92
H ₂₄	0	0	0	1,66	1864	15,93	75,81	7,43	4,68
H ₂₅	0	0	0	0	1835	18,43	74,87	7,20	3,94
H ₂₅	0	0	0	0	1847	18,29	73,52	7,65	3,93
H ₂₅	0	0	0	0	1848	18,29	74,41	7,40	3,95
H ₂₅	0	0	0	0	1845	18,56	71,75	7,81	3,78
H ₂₅	0	0	0	0	1840	18,49	71,73	7,68	3,84