

AURÉLIO ALVES PINTO

**ESTUDO TEÓRICO E NUMÉRICO DE MODELOS CONSTITUTIVOS
DE LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA E ASSOCIAÇÃO COM
SISTEMAS VIBRATÓRIOS**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2011

AURÉLIO ALVES PINTO

**ESTUDO TEÓRICO E NUMÉRICO DE MODELOS CONSTITUTIVOS
DE LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA E ASSOCIAÇÃO COM
SISTEMAS VIBRATÓRIOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Domingos Alves Rade

UBERLÂNDIA - MG

2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil

P659e Pinto, Aurélio Alves, 1981-

Estudo teórico e numérico de modelos constitutivos de ligas com memória de forma e associação com sistemas vibratórios / Aurélio Alves Pinto. – 2011.

113 f. : il.

Orientador: Domingos Alves Rade.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Materiais – Teses. 2. Materiais piezoelétricos – Teses. 3. Materiais inteligentes – Teses. I. Rade, Domingos Alves. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 620.1

A Deus pelo seu amor incondicional e sua misericórdia que se renova a cada instante. Aos meus pais Jarbas e Ivone, aos meus irmãos Murilo e Patrícia e a minha avó Vicentina pelo amor, carinho e compreensão os quais foram indispensáveis para a conclusão desse trabalho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por ter me protegido, me dado força e me guiado em toda minha vida. Sem Ele com certeza vocês não estariam lendo essa dissertação. Sou grato a tudo e por tudo que Ele me deu.

Aos meus pais, Jarbas e Ivone, aos meus irmãos, Murilo e Patrícia e a minha querida avó Vicentina que sempre me apoiaram e incentivaram nos estudos.

A minha companheira Fernanda, bênção de Deus em minha vida, que com o seu sorriso lindo conquistou meu coração.

Ao grande e reluzente professor orientador Domingos pelos ensinamentos, pela dedicação e pelo companheirismo ao longo deste trabalho. À sua esposa Raquel pela confiança e contribuição em minha formação.

Aos amigos professor Dr. Antônio Marcos Gonçalves de Lima e Bruno Guaraldo pela ornamentação desse trabalho.

Aos amigos do laboratório LMEst pelos bons momentos que passamos juntos.

A todos meus amigos.

Ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Estruturas Inteligentes em Engenharia, sediado pelo LMEst, à Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar esse curso.

Ao professor Dr. Marcelo Savi da Universidade Federal do Rio de Janeiro pela ajuda na compreensão do seu modelo.

À CAPES pelo suporte financeiro.

LISTA DE FIGURAS

Figura		Pág.
Figura 1.1	Ilustração da polarização de materiais piezelétricos	3
Figura 1.2	Ilustração do efeito piezelétrico direto (adaptado de (LEO, 2007))	4
Figura 1.3	Ilustração do efeito piezelétrico inverso (adaptado de (LEO, 2007))	4
Figura. 1.4	Aplicações de materiais piezelétricos em produtos industriais: (a) motores piezelétricos; (b) válvulas injetoras de combustível	6
Figura. 1.5	Ilustração do uso de materiais piezelétricos para a geração de energia elétrica a partir do movimento vibratório (SODANO <i>et al.</i> , 2005)	6
Figura 1.6	Ilustração do uso de materiais piezelétricos para o controle ativo de vibrações de estruturas espaciais (MOSHREFI-TORBATIA <i>et al.</i> , 2006)	7
Figura 1.7	Ilustração do uso de materiais piezelétricos combinados com circuitos shunt para o controle passivo de vibrações de estruturas espaciais (MARNEFFE; PREUMONT, 2008)	7
Figura 1.8	Comportamento de um corpo contendo fluido magnetoreológico (www.howstuffworks.com, acesso: fev. 2011)	8
Figura 1.9	Ilustração do comportamento reológico de fluidos magnetoreológicos	9
Figura 1.10	Modos de funcionamento do fluido magnetoreológico: (a) Modo direto, (b) Modo válvula, (c) Modo aperto (COSTA, 2008)	9
Figura 1.11	Ilustração de um amortecedor adaptativo empregando fluido magnetoreológico (BATTARBEE <i>et al.</i> , 2007)	10
Figura 1.12	Ilustração do emprego de fluido magnetoreológico em próteses (www.lord.com, acesso: fev. 2011).	10

Figura 1.13	Ilustração do emprego de fluido eletroreológico em: (a) amortecedor, (b) embreagem (OLIVEIRA, 2008)	11
Figura. 1.14	Esquema de uma célula eletroquímica: 1- eletrodos (vidro ou PET recoberto com óxido de índio), 2 – eletrólito (líquido ou polimérico) e 3 e 4 – polímeros eletroativos (PAOLI, 2001)	12
Figura. 1.15	(a) Robô semelhante a um inseto que caminha com pernas movidas por músculos artificiais (polímeros eletroativos), (b) membro robótico guiado por atuadores de polímeros (http://www2.uol.com.br/sciam/reportagens/musculos_artificiais_impri_mir.html , acesso: fev. 2011)	13
Figura. 1.16	Absorvedor semi-ativo com tiras de MMA (SMA) (ŚWITOŃSKI, 2007)	14
Figura. 1.17	Mão robótica (De LAURENTIS; MAVROIDIS, 2002)	15
Figura. 1.18	Mão robótica (MAENO; HINO, 2006)	15
Figura. 1.19	a) stent metálico sem revestimento externo (Ultraflex); (b) <i>stent</i> de polietileno com memória de forma revestido de silicone (Poliflex)	16
Figura 1.20	Ilustração do filtro com sua forma pré-estabelecida no interior da veia (STOECKEL <i>et al.</i> , 2000)	16
Figura 1.21	(a) Grampo de nitinol (efeito memória de forma), (b) aplicação do grampo (http://www.google.com.br , acesso: fev. 2011)	17
Figura 1.22	Esquema de um sistema de isolamento usando SMA para edifícios (SONG <i>et al.</i> , 2006)	18
Figura 1.23	Esquema de uma viga composta de MMF para o controle ativo (SONG <i>et al.</i> , 2000).	19
Figura 2.1	Transformações de fase devidas às variações de temperatura sem carregamento mecânico [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)]	24
Figura 2.2	Ilustração do efeito memória de forma [adaptada de (LAGOUDAS, 2008)].	24
Figura 2.3	Diagrama tensão × deformação × temperatura ilustrando do efeito de memória de forma [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)].	25
Figura 2.4	Transformações de fase induzidas por temperatura sob carregamento mecânico [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)]	26

Figura 2.5	Transformações de fase induzidas por tensão em condições isotérmicas [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)].	27
Figura 2.6	Diagrama tensão-deformação mostrando o efeito pseudoelástico.	28
Figura 2.7	Ilustração do processo de treinamento de ligas com memória de forma	29
Figura 2.8	Efeito do amortecimento [adaptado de (VIEILLE, 2003)].	30
Figura 2.9	Curva tensão-deformação ilustrando o efeito pseudoelástico; a curva pontilhada refere-se à alta temperatura (VIEILLE, 2003).	31
Figura 3.1	Evolução da fração martensítica para o modelo de Tanaka dentro do intervalo de temperaturas de transformação, (a) aquecimento e (b) resfriamento	37
Figura 3.2	Evolução da fração martensítica para o modelo de Liang e Rogers dentro do intervalo de temperaturas de transformação, (a) aquecimento e (b) resfriamento	40
Figura 3.3	Diagramas tensão-temperatura obtidos experimentalmente: (a) aplicado ao modelo de Tanaka e Liang-Rogers; (b) aplicado ao modelo de Brinson [adaptado de (FLOR, 2005)].	46
Figura 3.4	Evolução da fração martensítica para o modelo de Brinson dentro do intervalo de temperaturas de transformação, (a) aquecimento e (b) resfriamento	47
Figura 3.5	Triângulo de restrições das fases e projeções ortogonais sobre as fronteiras	52
Figura 3.6	Representação gráfica da projeção ortogonal	58
Figura 4.1	Diagrama tensão-deformação para uma temperatura de 288K ($M_f < 288\text{ K} < M_s$), (a) modelos simulados, (b) resultados apresentados por Paiva e Savi (2006)	61
Figura 4.2	Diagramas tensão-deformação para temperatura de 298 K ($M_s < 298\text{ K} < A_s$). (a) - modelos simulados pelo autor; (b) resultados apresentados por Paiva e Savi, 2006	62
Figura 4.3	Diagramas tensão-deformação para temperatura de 333 K ($333\text{ K} > A_f$). (a) - modelos simulados pelo autor; (b) resultados apresentados por Paiva e Savi (2006)	62
Figura 4.4	Diagramas tensão-deformação para temperatura de 270 K ($270\text{ K} < M_f$)	63

Figura 4.5	Diagrama tensão-deformação para temperatura de 314.75 K $A_S < 314,5 < A_f$	64
Figura 4.6	(a) diagrama tensão-deformação ilustrando o efeito pseudoelástico; (b) evolução da fração martensítica em função da tensão para os modelos de Tanaka e de Boyd-Lagoudas.	65
Figura 4.7	Evolução da fração martensítica em função da tensão para o modelo de Liang -Rogers.	66
Figura 4.8	Evolução da fração martensítica em função da tensão para o modelo de Brinson.	66
Figura 4.9	Comparação das curvas de evolução da fração martensítica em função da tensão para os modelos com cinética de transformação assumida	67
Figura 4.10	Carregamento mecânico, carga máxima de 600 MPa	68
Figura 4.11	Carregamento mecânico, carga máxima de 450 MPa.	69
Figura 4.12	Diagrama tensão-deformação para uma temperatura de 333 K e carga máxima de 600 MPa ($333 K > A_f$)	69
Figura 4.13	Diagrama tensão-deformação para uma transformação incompleta, temperatura de 333 K ($333 K > A_f$) e carregamento máximo de 430 MPa.	70
Figura 4.14	Evolução da fração martensítica em função da tensão para o modelo de Fremond modificado simulado na temperatura de 333 K	71
Figura 4.15	Diagrama tensão-deformação representando o efeito memória de forma para uma temperatura de 291 K e carregamento de 600 MPa.	71
Figura 4.16	Evolução da fração martensítica em função da tensão para o modelo de Fremond modificado aplicado a temperatura de 291 K	72
Figura 4.17	Diagrama tensão-deformação para temperatura de 270 K ($270 K < M_f$).	73
Figura 4.18	Diagrama tensão-deformação para temperatura de 288 K ($M_f < 288 K < M_s$).	74

Figura 4.19	Diagrama tensão-deformação para temperatura de 314,75 K ($A_s < 314,75 K < A_f$)	75
Figura 4.20	Diagrama tensão-deformação para temperatura de 333 K ($333 K > A_f$)	75
Figura 4.21	Evolução das frações volumétricas em função da tensão para o modelo de Savi simplificado, aplicado a temperatura de 333 K	76
Figura 4.22	Comparação dos diagramas tensão-deformação para diferentes cargas e temperatura de 333 K	77
Figura 4.23	Evolução das frações volumétricas em função da tensão para o modelo de Savi simplificado aplicado a temperatura de 333 K e tensão de 400 MPa	78
Figura 4.24	Transformação de fase devida à variação de temperatura	79
Figura 4.25	Transformação de fase devido às variações de tensão e temperatura	80
Figura 4.26	Comparação entre os modelos estudados para uma temperatura de 333 K e uma carga de 600 MPa	81
Figura 4.27	Comparação entre os modelos estudados para uma temperatura de 333 K e uma carga de 600 MPa	81
Figura 4.28	(a) Sistema massa-mola de um grau-de-liberdade incorporando fio de SMA, (b) diagrama de corpo livre do sistema	82
Figura 4.29	Resposta em deformação do sistema massa-mola pseudoelástica para $\omega_e = 10\pi$ (5 Hz).	89
Figura 4.30	Resposta em tensão do sistema massa-mola pseudoelástica para $\omega_e = 10\pi$ (5 Hz).	89
Figura 4.31	Resposta em tensão do sistema massa-mola pseudoelástica para $\omega_e = 19\pi$ (9 Hz).	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Condições e consequências da projeção ortogonal da Figura 3.5.	52
Tabela 4.1	Propriedades termomecânicas de uma liga de Nitinol (PAIVA; SAVI, 2006).	59
Tabela 4.2	Propriedades termomecânicas de uma liga de Nitinol	67
Tabela 4.3	Propriedades termomecânicas de uma liga de Nitinol	73
Tabela 4.4	Parâmetros físicos e geométricos do isolador massa-SMA.	88

LISTA DE SÍMBOLOS

M^t	Martensita maclada (<i>martensite twinned</i>)
M^d	Martensita não maclada (<i>detwinned martensite</i>)
M_s	Temperatura inicial de transformação da martensita
M_f	Temperatura final de transformação da martensita
A_s	Temperatura inicial de transformação da austenita
A_f	Temperatura final de transformação da austenita
σ_s	Tensão inicial de transformação
σ_f	Tensão final de transformação
σ^{M_s}	Tensão inicial de formação da fase martensita
σ^{M_f}	Tensão final de formação da fase martensita
σ^{A_s}	Tensão inicial de formação da fase austenita
σ^{A_f}	Tensão final de formação da fase austenita
A	Fase austenita
M	Fase martensita
θ, T	Temperatura do material
f	Força de atrito
ξ	Fração de martensita
ε	Deformação total
$\dot{\sigma}$	Taxa de tensão
$\dot{\varepsilon}$	Taxa de deformação

$\dot{\xi}$	Taxa de fração martensita
$\dot{T}$	Taxa de temperatura
E	Módulo de elasticidade
α	Coeficiente de expansão térmica
Ω	Tensor termoelástico de transformação
a_M	Constante do material
b_M	Constante do material
ξ_0	Fração inicial de martensita
a_A	Constante do material
b_A	Constante do material
C_M	Coeficiente de influência da tensão (martensita)
C_A	Coeficiente de influência da tensão (austenita)
$\dot{\varepsilon}_{tr}$	Taxa deformação transformação
S_L	Deformação máxima do material
ξ_S	Fração de martensita induzida por tensão
ξ_m	Fração de martensita induzida por temperatura
E_M	Módulo de elasticidade da fase martensita
E_A	Módulo de elasticidade da fase austenita
σ_S^{CRIT}	Tensão crítica inicial
σ_f^{CRIT}	Tensão crítica final
ξ_{S_0}	Fração inicial de martensita induzida por tensão
ξ_{m_0}	Fração inicial de martensita induzida por temperatura
$\bar{\sigma}$	Tensão equivalente
ρ	Densidade do material

ψ	Energia livre de Helmholtz
f_{SMA}	Força da SMA no material
f_e	Força externa
f_{bias}	Força de pré-carga
σ_{bias}	Tensão de pré-carga
ξ_1	Fração martensítica não maclada induzida por tensão de tração
ξ_2	Fração martensítica não maclada induzida por tensão de compressão
ξ_3	Fração austenítica
ξ_4	Fração martensítica maclada

PINTO, A. A. "**Estudo Teórico e Numérico de Modelos Constitutivos de Ligas com Memória de Forma e Associação com Sistemas Vibratórios**". 2011. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG.

Resumo

Ultimamente tem-se investido grande esforço em pesquisas com vistas ao desenvolvimento dos chamados materiais inteligentes, entendidos como aqueles que exibem acoplamento de dois ou mais domínios físicos, de modo que, quando externamente estimulados, sofrem alterações controladas de algumas propriedades como a viscosidade, volume, rigidez, resistência elétrica e condutividade. O grau de amadurecimento da tecnologia de materiais e estruturas inteligentes é comprovado pela existência de numerosos exemplos de utilização em produtos industriais. O presente trabalho é dedicado ao estudo das ligas com memória de forma (*shape memory alloys*), que são considerados como um dos materiais inteligentes mais promissores no tocante às inovações industriais. Trata-se de materiais que possuem a capacidade de, uma vez submetidos a cargas externas, recuperar sua forma e dimensões originais quando sujeitos a ciclos térmicos apropriados ou quando o carregamento é retirado. Esses materiais apresentam duas propriedades especiais que os diferenciam dos outros materiais, a memória de forma, propriamente dita, e a pseudoelasticidade. O presente memorial reporta o estudo desenvolvido pelo autor acerca de alguns dos principais modelos constitutivos que foram desenvolvidos para a representação do comportamento termomecânico de materiais com memória de forma. A compreensão destes modelos é essencial para o desenvolvimento de procedimentos de modelagem de dispositivos inteligentes. Após a descrição das potencialidades de aplicação no contexto da tecnologia de estruturas inteligentes e da fenomenologia subjacente ao comportamento das ligas com memória de forma, notadamente as transformações de fase austenita-martensita, apresentam-se as formulações de alguns modelos constitutivos, selecionados dentre aqueles considerados os mais representativos, incluídos em duas categorias distintas, a saber: modelos com cinética de transformação assumida (modelos de Tanaka, de Liang-Rogers, de Brinson, e de Boyd-Lagoudas) e modelos baseados em variáveis internas (modelos de Fremond modificado e de Savi e colaboradores). Em seguida, são apresentados resultados de simulações numéricas realizadas com o objetivo de avaliar as principais características dos modelos estudados e validar as implementações realizadas mediante confrontação com resultados extraídos da literatura. Por fim, são apresentados os desenvolvimentos analíticos e simulações numéricas realizadas para incorporação do modelo de Liang-Rogers em um sistema vibratório de um grau de liberdade, que permitiu comprovar o potencial de utilização dos materiais com memória de forma para o controle de vibrações. O estudo realizado se insere nas atividades desenvolvidas no âmbito do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Estruturas Inteligentes em Engenharia, sediado pelo Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis - LMEst, da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU, que se dedica ao estudo dos fundamentos e aplicações de materiais inteligentes em diversos tipos de problemas de engenharia e problemas multidisciplinares.

Palavras-chave: ligas com memória de forma, modelos constitutivos, absorvedor dinâmico.

PINTO, A. A. " **Theoretical and Numerical Study of Constitutive Models of Shape Memory Alloys and their Association to Vibrating Systems**". 2011. Master Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia – MG - Brazil.

Abstract

In recent times, much research effort has been undertaken aiming at the development of the so-called smart materials, understood as those that exhibit coupling between two or more physical domains in such a way that, when stimulated externally, they undergo controlled variations of some of their properties, such as viscosity, stiffness, volume or electrical conductivity. The degree of maturity of the technology of smart materials and structures is confirmed by numerous examples of applications found in industrial products. The present work is dedicated to the study of shape memory alloys, which are considered as being some of the most promising smart materials in terms of potentiality for industrial innovation. Those materials present the capacity of, once submitted to external loads, recovering their original form and dimensions through the application of thermal cycles or by removing the load. This behavior is due to two effects exhibited by those materials: shape memory and pseudoelasticity. The present dissertation reports the study carried-out by the author concerning some of the most relevant constitutive models intended for the description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys, based on assumed transformation kinetics and on internal variables with constraints. The understanding of such models is considered to be essential for the development of modeling procedures of intelligent devices. After the description of the potentiality of applications of the shape memory alloys in the context of the smart material and structures technology and the assessment of the most relevant phenomenological aspects, specially the underlying phase transformations, the formulations of some constitutive models, chosen among those considered to be the most representative ones, are described, namely: models with assumed transformation kinetics (Tanaka, Liang-Rogers, Brinson, and Boyd-Lagoudas models) and models based on internal variables with constraints (modified Fremond and Savi and coauthors models). Numerical simulations are carried-out with the aim of evaluating the main features of the models considered and validating the numerical implementations by comparisons with results extracted from the literature. Afterwards, the analytical developments and numerical simulations regarding the incorporation of the Liang-Rogers model in a single-degree-of-freedom vibrating system are presented, enabling to evaluate the interest in using shape memory alloys for the purpose of vibration control. The study reported herein has been developed in the context of the National Institute of Science and Technology of Smart Structures in Engineering, leaded by the Structural Mechanics Laboratory Prof. J.E.T. Reis, of the School of Mechanical Engineering of the Federal University of Uberlândia, which is dedicated to the study of the foundations and applications of intelligent materials to various problems of engineering as well as to multidisciplinary problems.

Keywords: shape memory alloys, constitutive models, dynamic absorbers.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
1.1 Materiais Inteligentes.....	1
1.1.1 Materiais piezelétricos	2
1.1.2 Fluidos magnetoreológicos e eletroreológicos	8
1.1.3 Polímeros eletroativos (Electro-Active Polymers – EAP)	11
1.1.4 Materiais com memória de forma (MMF)	13
1.2 Contextualização e objetivos do trabalho	19
1.3 Organização da dissertação.....	20
CAPÍTULO II - FENOMENOLOGIA DOS MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA.....	21
2.1 As ligas Nitinol (NiTi)	21
2.2 Fenomenologia da transformação de fase em ligas com memória de forma...	22
2.3 Comportamento cíclico dos materiais com memória de forma.....	28
2.4 Efeitos de amortecimento dos materiais com memória de forma.....	29
CAPÍTULO III - MODELOS CONSTITUTIVOS DE MAT. COM MEMÓRIA DE FORMA	32
3.1. Introdução	32
3.2 Modelo de Tanaka.....	34
3.3 Modelo de Liang e Rogers.....	38
3.4 Modelo de Brinson.....	40
3.5 Modelo de Boyd e Lagoudas.....	47
3.6 Modelo de Fremond modificado	49
3.7 Modelo simplificado de Savi e coautores.....	53
CAPÍTULO IV - SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	59
4.1 Simulações	59
4.2 Simulação numérica de um ressonador contendo elemento resiliente com memória de forma.....	80
CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	89
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	91

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 Materiais Inteligentes

Ultimamente tem-se investido grande esforço em pesquisas no desenvolvimento dos chamados materiais inteligentes, os quais, quando são externamente estimulados, sofrem alterações de algumas propriedades como a viscosidade, volume, rigidez, resistência elétrica e condutividade. Estes materiais estão sendo utilizados na concepção de sistemas de engenharia denominados estruturas inteligentes que, em alguns aspectos, mimetizam sistemas biológicos no que diz respeito à sua capacidade de adaptação às condições de funcionamento. Acredita-se que, em breve, estruturas que se reparam por conta própria após sofrerem danos estruturais poderão estar disponíveis (DISCOVERY CHANNEL, acesso: fev. 2011).

O grau de amadurecimento da tecnologia de materiais e estruturas inteligentes é comprovado pela existência de numerosos exemplos de utilização em produtos industriais. No tocante ao ensino e a pesquisa, existem vários livros que tratam do assunto (LEO, 2007; LAGOUDAS, 2008; SCHWARTZ, 2002 e 2009; ADDINGTON e SCHODEK, 2005; CHENG, JIANG e LOU, 2008; HU, 2007 e CISMASIU, 2010) e periódicos, tais como o *International Journal of Smart Material Systems and Structures*, *International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems*, *International Journal of Smart Engineering System Design*, *International Journal of Intelligent Systems* e o *Journal of Achievements in Materials and Manufacturig Engineering*.

Dentre os materiais inteligentes hoje existentes, alguns tipos têm-se destacado pelo estado de avanço das aplicações em engenharia. Estes materiais são descritos a seguir.

1.1.1 Materiais piezelétricos

Os materiais piezelétricos, que se inserem na classe dos dielétricos (isolantes), exibem acoplamento eletromecânico, ou seja, produzem cargas elétricas em resposta à aplicação de forças (efeito piezelétrico direto) e, inversamente, deformam-se quando são submetidos a campos elétricos externos (efeito piezelétrico inverso). Muitos destes materiais apresentam também um acoplamento termomecânico conhecido com efeito piroelétrico, segundo o qual potencial elétrico é produzido quando o material é submetido a variações de temperatura (LEO, 2007).

Vários tipos de materiais, naturais ou sintéticos, exibem propriedades piezelétricas, como por exemplo, o quartzo, a turmalina, o osso humano, cerâmicas (Titanato Zirconato de Chumbo – PZT, Titanato de Bário), e polímeros (Fluorido de Polivinilideno - PVDF).

Os materiais piezelétricos sintéticos como cerâmicas PZT e polímeros PVDF são produzidos através da polarização da rede cristalina ou das cadeias poliméricas, gerando um alinhamento parcial dos dipolos elétricos por meio da aplicação de um intenso campo elétrico a temperaturas elevadas. A polarização de materiais cristalinos é ilustrada na Figura 1.1. A condição necessária para que o material exiba propriedades piezelétricas é que as células cristalinas exibam assimetria de cargas elétricas, de modo que cada uma delas possa ser assimilada a um dipolo elétrico. No estado natural, os dipolos estão orientados arbitrariamente, de modo que, macroscopicamente, o material não exibe polarização (Figura 1.1(a)). Quando o material é submetido a uma elevação de temperatura e, ao mesmo tempo, a um forte campo elétrico externo, ocorre uma orientação dos dipolos na direção deste campo (Figura 1.1(b)). Após a remoção do campo elétrico e redução da temperatura à temperatura ambiente, os dipolos permanecem com uma orientação preferencial (Figura 1.1(c)), adquirindo propriedades piezelétricas.

Os materiais piezelétricos devem trabalhar abaixo de um valor de temperatura denominado temperatura de Curie, pois acima deste valor ocorre despolarização espontânea e, em consequência, a perda das características piezelétricas (CLARK *et al.*, 1998).

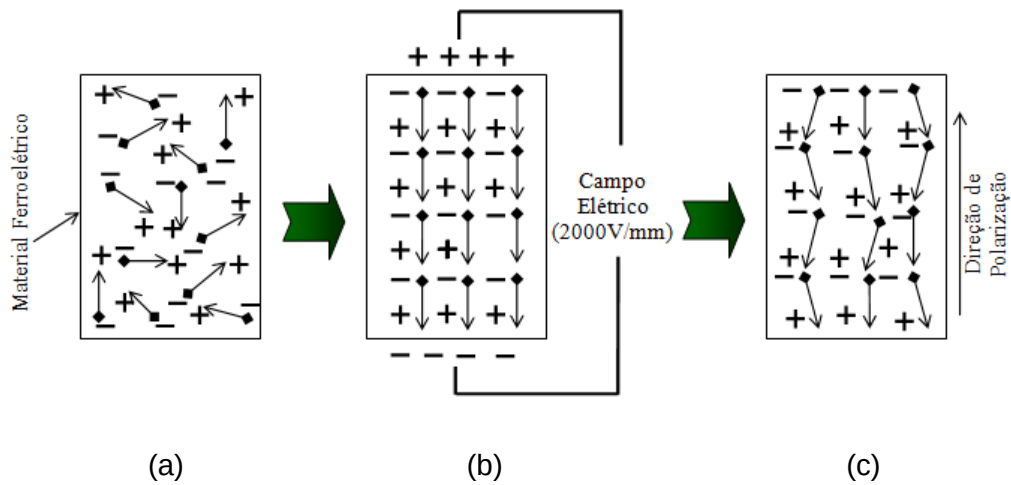


Figura 1.1 – Ilustração da polarização de materiais piezelétricos (adaptado de (LEO, 2007)).

Os materiais piezelétricos podem ser utilizados para a confecção de sensores e atuadores, com base nos efeitos piezelétricos direto e inverso, respectivamente, que são descritos a seguir.

O efeito piezelétrico direto é ilustrado na Figura 1.2, onde se tem uma amostra de um material piezelétrico tracionada. Esta amostra dispõe de eletrodos metálicos depositados sobre as extremidades superior e inferior. Ao se aplicar uma tensão mecânica, o material se deforma e, ao mesmo tempo, produz uma distribuição de cargas elétricas que se acumula nos eletrodos, conforme mostra a Figura 1.2(a). O gráfico da Figura 1.2(b) mostra a relação entre o deslocamento elétrico, D , definido como a carga elétrica produzida por unidade de área dos eletrodos, e a tensão mecânica aplicada, σ (força por unidade de área da seção transversal do corpo de prova). Observa-se uma relação linear para baixos valores da carga aplicada e um desvio da linearidade para cargas maiores. No regime linear, a inclinação da reta é representada pela constante piezelétrica d (C/N), que é uma propriedade intrínseca do material piezelétrico.

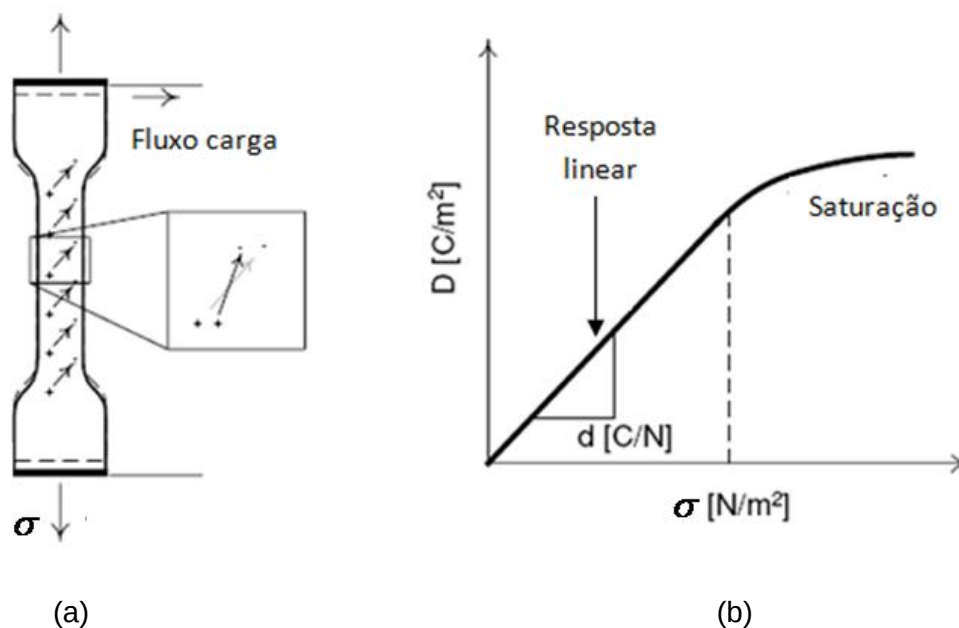


Figura 1.2 – Ilustração do efeito piezelétrico direto (adaptado de (LEO, 2007)).

O efeito piezelétrico inverso é observado quando o material é submetido a um campo elétrico externo, respondendo com deformações geométricas, conforme ilustrado na Figura 1.3, onde S (m/m) é a deformação unitária e E (V/m) é o campo elétrico. Nota-se um comportamento linear para valores baixos do campo elétrico aplicado e um desvio da linearidade para campos elétricos mais intensos. A constante de proporcionalidade aplicável ao regime linear é a mesma constante piezelétrica d , definida anteriormente na apresentação do efeito piezelétrico direto.

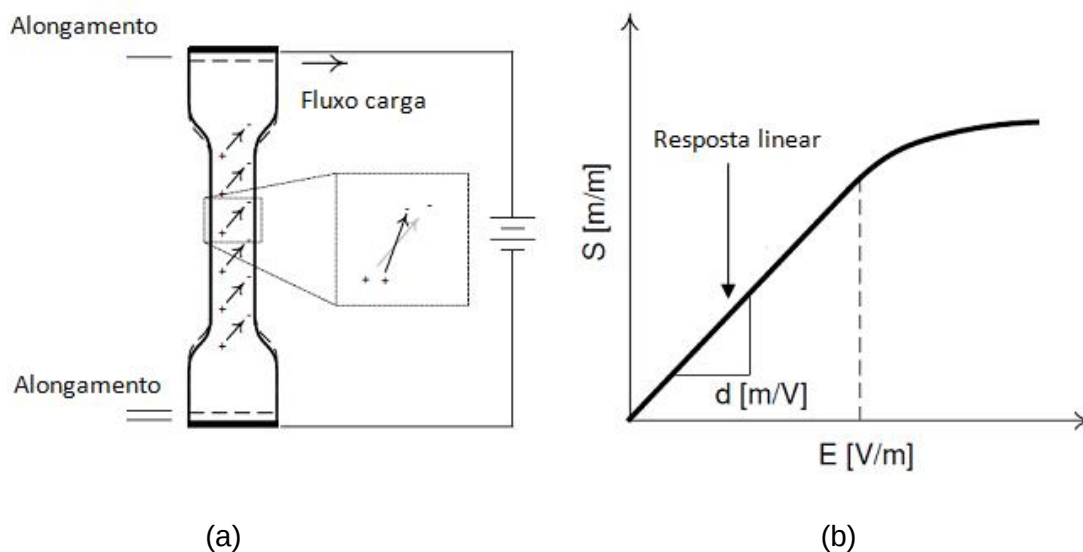


Figura 1.3 – Ilustração do efeito piezelétrico inverso (adaptado de (LEO, 2007)).

Associando os efeitos puramente mecânicos (relação tensão-deformação expressa pela Lei de Hooke), os efeitos puramente elétricos (relação carga-campo elétrico), e o acoplamento eletromecânico ilustrado acima, são obtidas as seguintes equações constitutivas para os materiais piezelétricos em regime linear.

$$S = S^E \sigma + d E \quad (1.1)$$

$$D = d \sigma + \varepsilon^\sigma E \quad (1.2)$$

onde s^E (m²/N) é a flexibilidade do material sujeito a campo elétrico nulo e ε^σ (C/(Vm)) é a constante de permissividade do material isento de cargas externas.

As relações constitutivas podem ser estendidas ao caso de solicitações elétricas e mecânicas multiaxiais, expressas em notação indicial em termos de três direções mutuamente ortogonais, indicadas por eixos cartesianos 1, 2 e 3, da seguinte forma (LEO, 2007):

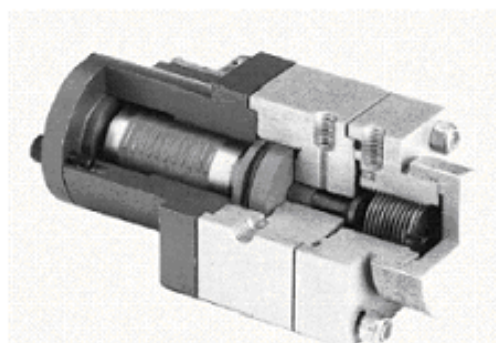
$$S_{ij} = s_{ijkl}^E \sigma_{kl} + d_{ijk} E_k \quad (1.3)$$

$$D_i = d_{ijk} \sigma_{jk} + \varepsilon_{ik}^\sigma E_k, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (1.4)$$

Os efeitos piezelétricos direto e inverso são utilizados para a confecção de sensores de movimento ou deformação e atuadores, respectivamente. Algumas aplicações são ilustradas nas Figuras 1.4 a 1.7.



(a)



(b)

Figura. 1.4 – Aplicações de materiais piezelétricos em produtos industriais: (a) motores piezelétricos; (b) válvulas injetoras de combustível.

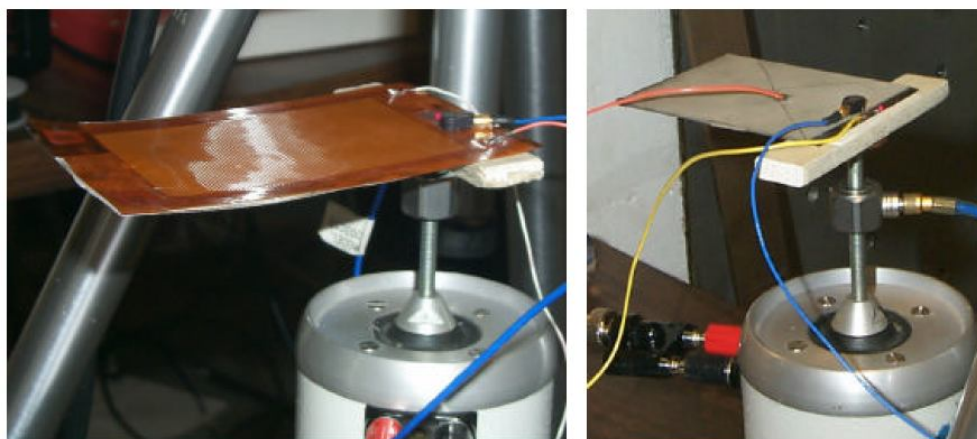


Figura 1.5 – Ilustração do uso de materiais piezelétricos para a geração de energia elétrica a partir do movimento vibratório (SODANO *et al.*, 2005)

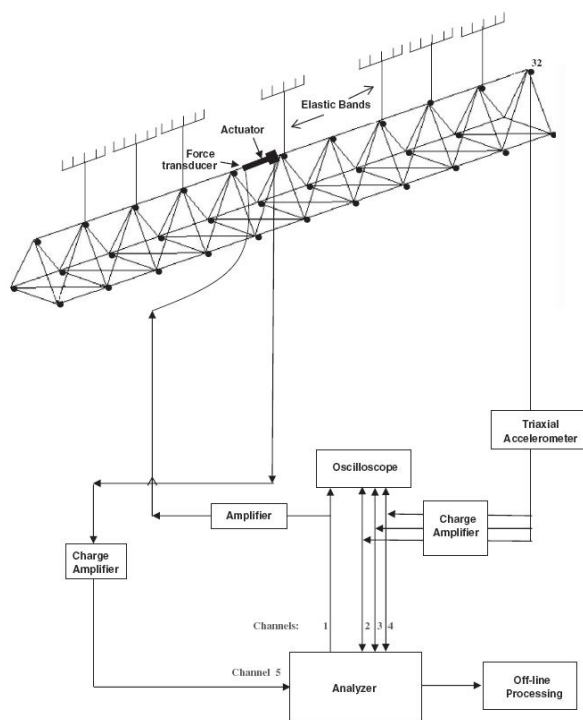


Figura 1.6 – Ilustração do uso de materiais piezelétricos para o controle ativo de vibrações de estruturas espaciais (MOSHREFI-TORBATI *et al.*, 2006)

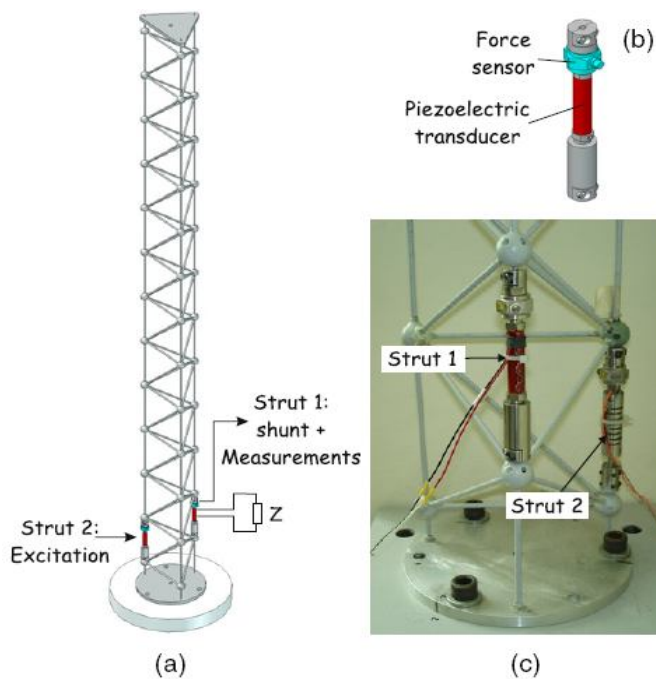


Figura 1.7 – Ilustração do uso de materiais piezelétricos combinados com circuitos shunt para o controle passivo de vibrações de estruturas espaciais (MARNEFFE; PREUMONT, 2008)

1.1.2 Fluidos magnetoreológicos e eletroreológicos

Os fluidos magnetoreológicos são dispersões coloidais de partículas ferromagnéticas com diâmetro de 1 a 5 micrometros em fluido dielétrico, cuja viscosidade aparente pode ser alterada com a aplicação de um campo magnético externo. Frequentemente, surfactantes são adicionados para manter as partículas suspensas no fluido. As partículas de ferro normalmente correspondem de 20% a 40% do volume do fluido. O princípio físico subjacente aos fluidos magnetoreológicos pode ser explicado pela polarização magnética das partículas metálicas e a formação de filamentos cuja ruptura requer o aumento das forças aplicadas, conforme ilustrado na Figura 1.8. Desta forma, o efeito macroscópico observado é o aumento da viscosidade aparente e o aparecimento de uma tensão cisalhante de escoamento acima da qual o fluido apresenta deformação. Nesta condição, do ponto de vista reológico, o fluido tem o comportamento de um fluido de Bingham (HOWSTUFFWORKS, acesso: 2011), ilustrado na Figura 1.9.

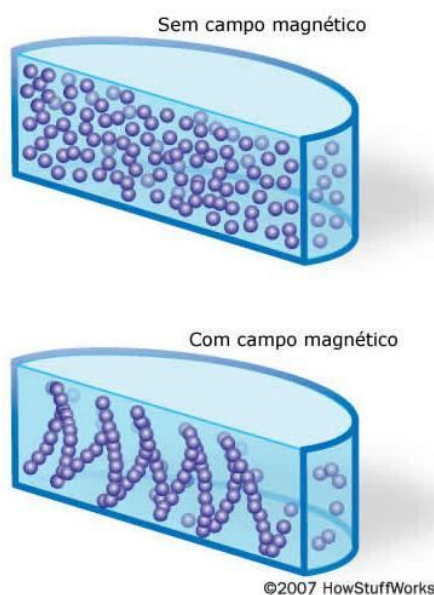


Figura 1.8 – Ilustração do comportamento de um corpo contendo fluido magnetoreológico (www.howstuffworks.com, acesso: fev. 2011).

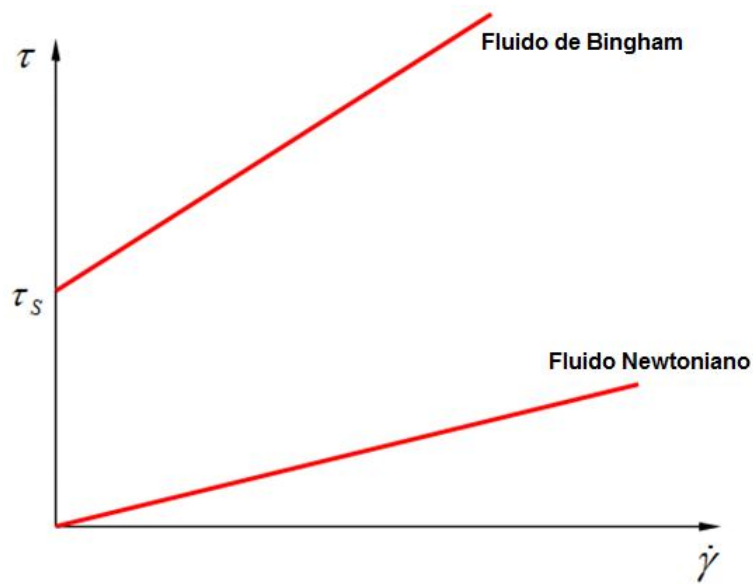


Figura 1.9 – Ilustração do comportamento reológico de fluidos magnetoreológicos.

Quanto à forma de utilização dos fluidos magnetoreológicos em dispositivos, há três modos principais, que são ilustrados na Figura 1.10.

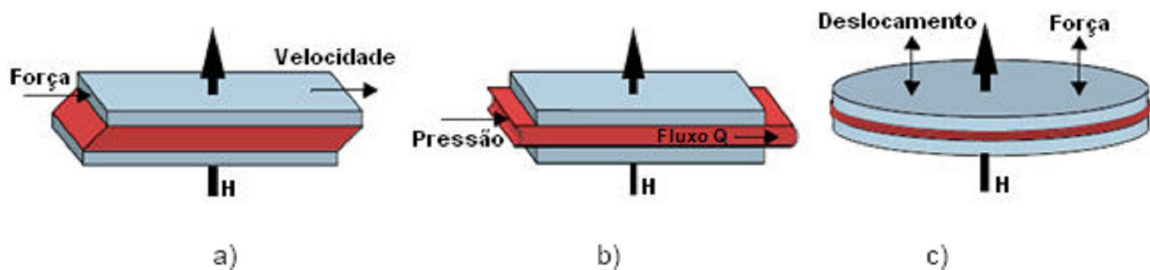


Figura 1.10 – Modos de funcionamento do fluido magnetoreológico: (a) Modo direto, (b) Modo válvula, (c) Modo aperto (COSTA, 2008).

Os fluidos eletroreológicos têm princípio de funcionamento similar ao dos fluidos magnetoreológicos, com a diferença de que a variação de viscosidade é obtida pela aplicação de um campo elétrico externo.

As Figuras 1.11 e 1.12 ilustram algumas aplicações de fluidos magnetoreológicos.

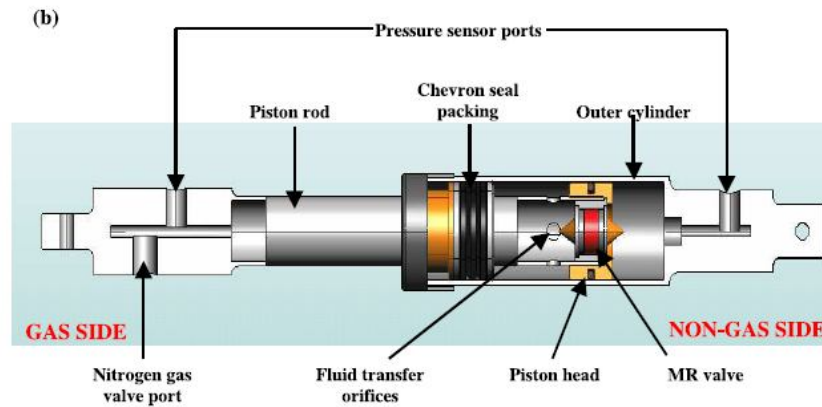


Figura 1.11 – Ilustração de um amortecedor adaptativo empregando fluido magnetoreológico (BATTERBEE *et al.*, 2007).

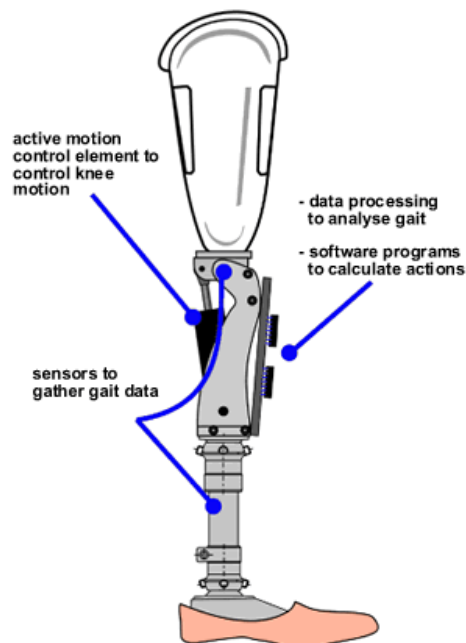


Figura 1.12 – Ilustração do emprego de fluido magnetoreológico em próteses (www.lord.com, acesso: fev. 2011).

A Figura 1.13(a) ilustra a aplicação do fluido eletorreológico em um amortecedor com o objetivo de controlar ativamente as vibrações no veículo. O controle de amortecimento é feito pela variação da tensão elétrica. Na Figura 1.13(b) a variação da tensão altera a viscosidade do fluido permitindo assim o acoplamento e o desacoplamento dos pratos de uma embreagem (OLIVEIRA, 2008)

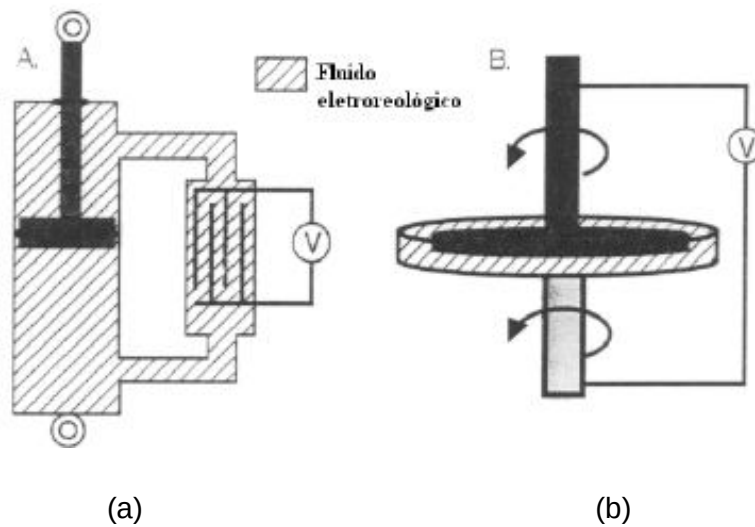


Figura 1.13 – Ilustração do emprego de fluido eletroreológico em: (a) amortecedor, (b) embreagem (OLIVEIRA, 2008).

1.1.3 Polímeros eletroativos (*Electro-Active Polymers – EAP*)

Os plásticos inteligentes distinguem-se dos polímeros sintéticos convencionais pelo fato de responderem a estímulos de forma reproduzível e específica. Assim, estímulos elétricos podem provocar mudança de cor (dispositivos electrocrômicos), contração com movimento mecânico (dispositivos eletromecânicos) ou uma reação de redução ou oxidação (armazenamento de energia).

A classe de plásticos inteligentes mais estudada atualmente é a constituída pelos chamados polímeros eletroativos. Eles são chamados assim devido à capacidade de serem oxidados ou reduzidos em processos químicos ou eletroquímicos. Eles são constituídos de cadeias de átomos de carbono com ligações duplas ($C=C$) alternadas com ligações simples ($C-C$), chamadas de ligações duplas conjugadas (PAOLI, 2001).

Para utilizar esses materiais é necessário construir uma célula eletroquímica de um compartimento e dois eletrodos (eletrodo de trabalho e contraeletrodo), como mostrado na Figura 1.14. Neste caso utilizam-se eletrodos sobre os quais os filmes de polímeros são depositados por evaporação de uma solução ou por eletrodeposição.

Uma destas placas será o eletrodo de trabalho e a outra o contraeletrodo. Como nas outras células eletroquímicas, este dispositivo deverá ter um eletrólito para fechar o circuito

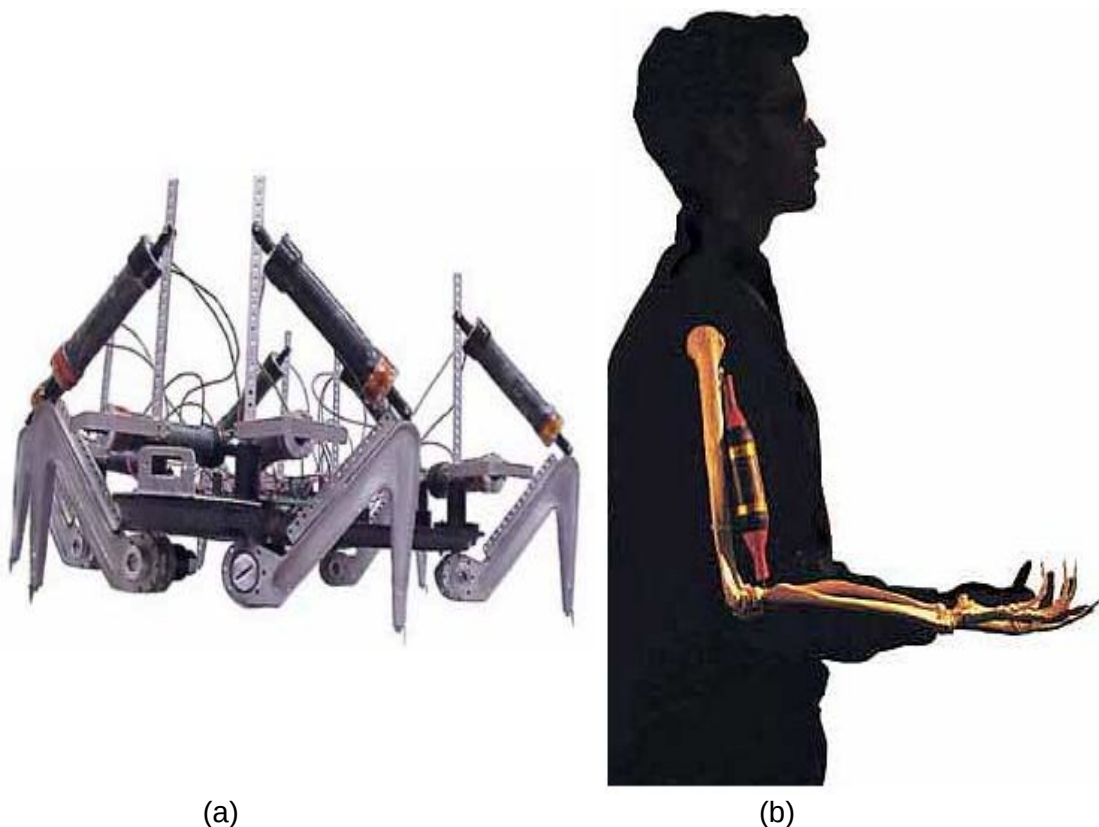


Figura 1.15 – (a) Robô semelhante a um inseto que caminha com pernas movidas por músculos artificiais (polímeros eletroativos), (b) membro robótico guiado por atuadores de polímeros (http://www2.uol.com.br/sciam/reportagens/musculos_artificiais_imprimir.html, acesso: fev. 2011)

1.1.4 Materiais com memória de forma (MMF)

Os materiais com memória de forma (*shape-memory alloys* - *SMA*) são materiais que possuem a capacidade de recuperar sua forma e dimensões originais quando sujeitos a ciclos térmicos apropriados ou quando simplesmente o carregamento ao qual eles são submetidos é retirado. Esses materiais apresentam duas propriedades especiais que os diferenciam dos outros materiais: a memória de forma, propriamente dita, e a pseudoelasticidade.

O efeito memória de forma ocorre quando esses materiais são deformados e, depois de aquecidos a uma determinada temperatura, recuperam sua forma inicial. Já o efeito de pseudoelasticidade diferencia-se do efeito memória de forma pelo fato de o material não necessitar ser aquecido para recuperar a deformação sofrida; ele retorna ao estado inicial

apenas com a retirada do carregamento. Essa recuperação é limitada e ocorre quando os materiais são deformados da ordem de 2 a 10%, sendo que a taxa de deformação-recuperação depende do material. Vale observar que estas magnitudes de deformação recuperável são muito superiores às que se pode obter com materiais tradicionais (aproximadamente 1%).

Os efeitos de memória de forma e pseudoelasticidade acontecem devido a transformações de fase que ocorrem na microestrutura, que pode ser provocada por variações de temperatura do material ou por aplicação de um carregamento mecânico. Estes dois efeitos vêm sendo explorados na confecção de atuadores ativados termicamente, permitindo o controle de forma ou de vibrações. Além disso, o comportamento dos MMF assegura que, sob carregamento cíclico, haja dissipação de energia, o que viabiliza o uso destes materiais para o controle passivo de vibrações (THIEBAUD *et al.*, 2006).

Algumas aplicações dos MMF são descritas a seguir. Por se tratar do objeto da presente dissertação, estes materiais serão tratados com maior detalhamento nos capítulos subsequentes.

Um exemplo de absorvedores dinâmicos de vibrações adaptativos é apresentado na Figura 1.16. Neste caso, as propriedades dos MMF são exploradas para se obter rigidez ajustável em função da temperatura e dissipação de energia (ŚWITOŃSKI, 2007).

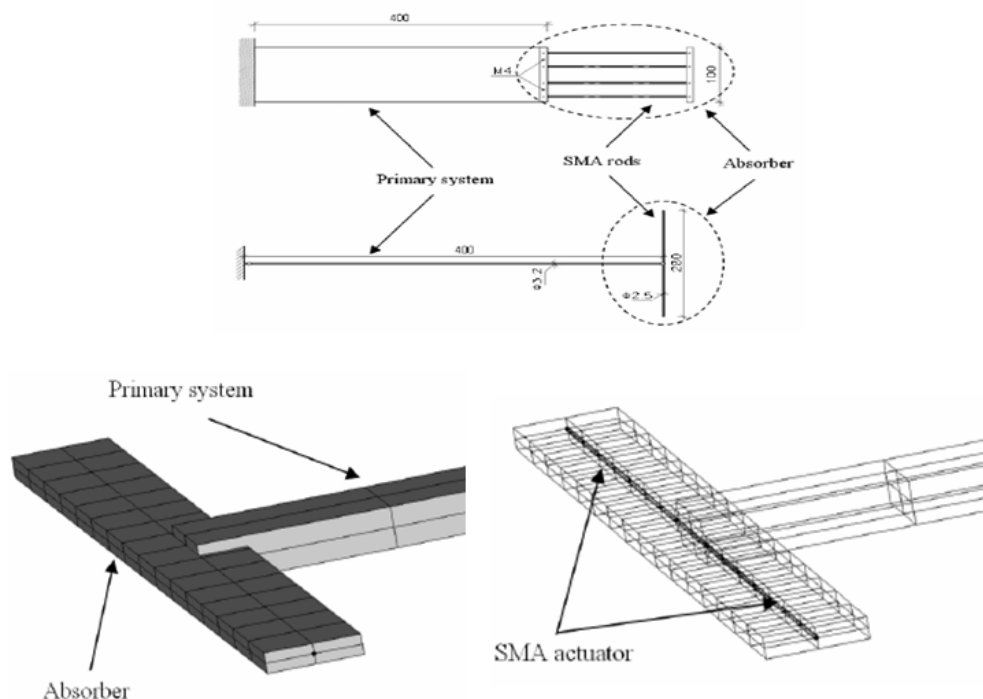


Figura 1.16 – Absorvedor semi-ativo com tiras de MMF (ŚWITOŃSKI; MEZYK; KLEIN, 2007).

A mão robótica, mostrada nas Figuras 1.17 e 1.18, é baseada no uso de cabos de ligas com memória de forma como músculos artificiais (DE LAURENTIS; MAVROIDIS, 2002 e MAENO; HINO, 2006).

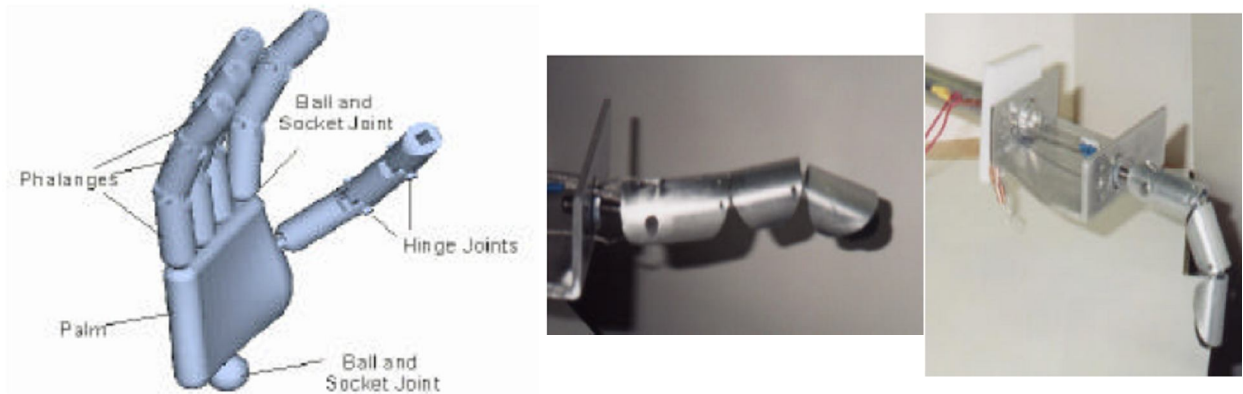


Figura 1.17 – Mão robótica (DE LAURENTIS; MAVROIDIS, 2002)

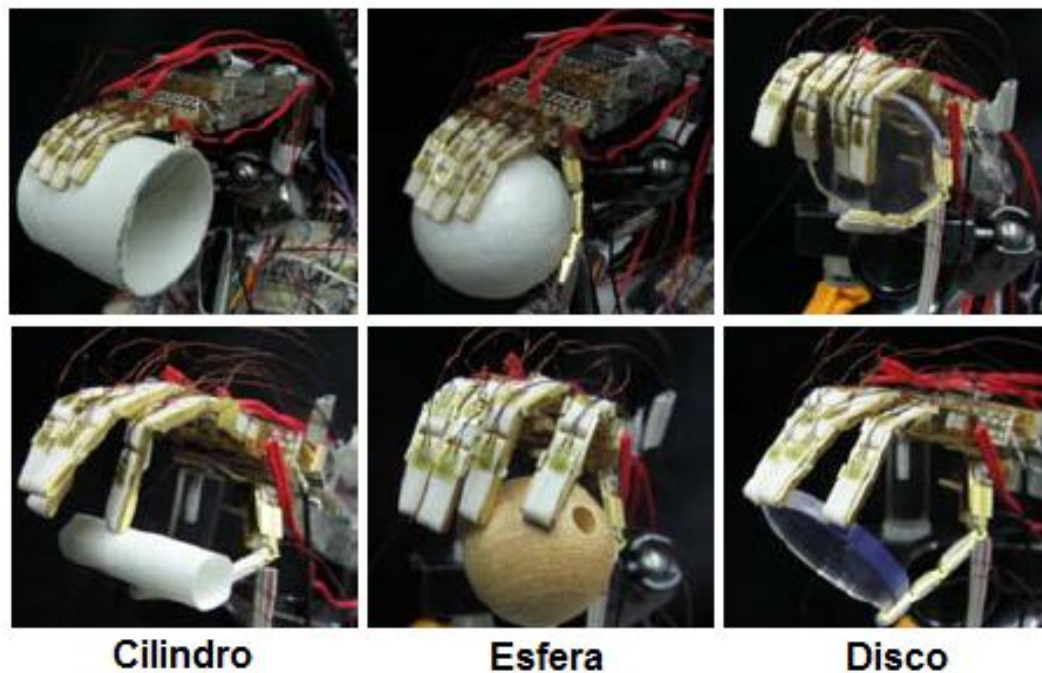


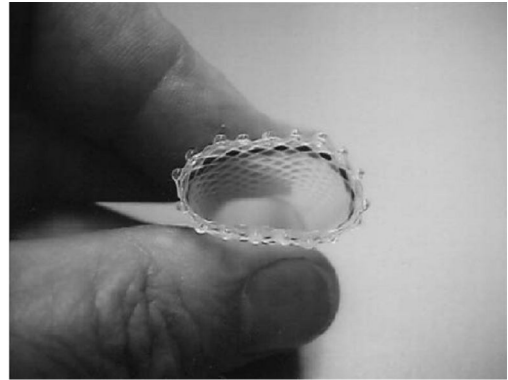
Figura 1.18 – Mão robótica (MAENO; HINO, 2006)

Materiais com memória de forma, tais como o Nitinol vêm sendo muito utilizados na fabricação de *stents* auto-expansíveis (Figura 1.19), os quais têm sido bem aceitos por serem uma segura e eficiente opção para tratar estenoses (estreitamento) esofágica maligna e oclusão maligna da fístula esôfago-respiratória. *Stents* revestidos de silicone

evitam que a mucosa penetre entre os orifícios do *stents*, prevenindo assim a reestenose (BROTO *et al.*, 2003). A principal vantagem destes dispositivos reside no procedimento de expansão por ativação térmica, em substituição aos tradicionais balões.



(a)



(b)

Figura 1.19 – (a) *stent* metálico sem revestimento externo (Ultraflex); (b) *stent* de polietileno com memória de forma revestido de silicone (Poliflex).

Além da fabricação de *stents* esses materiais, de acordo com Stoeckel (2002), também podem ser utilizados na produção de filtros para a retirada de coágulos sanguíneos. Pelo tratamento termomecânico eles adquirem uma determinada forma a qual permite a sua fixação às paredes internas dos vasos sanguíneos. Ao ser deformado a baixa temperatura e inserido no canal obstruído o filtro recupera a sua forma pré-definida devido ao calor do próprio corpo.

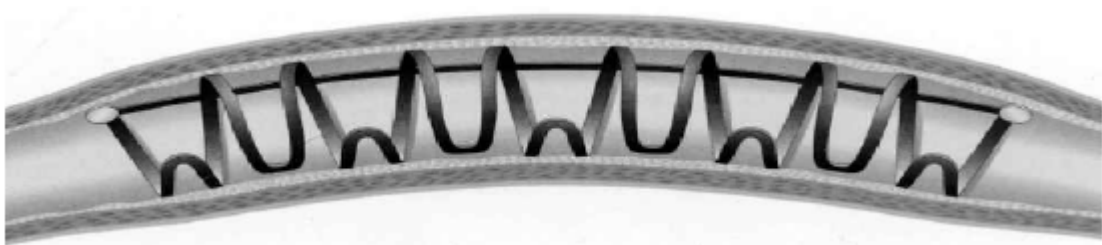


Figura 1.20 – Ilustração do filtro com sua forma pré-estabelecida no interior da veia (STOECKEL *et al.*, 2000)

De acordo com Castleman *et al.* (1976) as primeiras ideias para explorar o potencial da liga de Nitinol como um material de implante foram executadas por Johnson e Alicandri no final dos anos 60. Desde essa época estudos têm sido realizados sobre a viabilidade da liga para operações ortopédicas.

Grampos de compressão de Nitinol foram introduzidos primeiramente na China. Segundo Dai (1983) um grampo com memória de forma foi usado pela primeira vez no corpo humano em 1981. Esses grampos têm sido utilizados em fraturas de ossos curtos tubulares (YANG *et al.*, 1992), para fixação de fraturas mandibulares (DRUGACZ *et al.*, 1995), para fixação de pequenos fragmentos ósseos (MUSIALEK; FILIP; NIESLANIK,., 1998) e para várias outras aplicações superficiais.

A Figura 1.21 mostra um grampo de fixação óssea de Nitinol aplicado a uma fratura. O grampo aproveita a memória de forma da liga para ajustar-se à fratura.

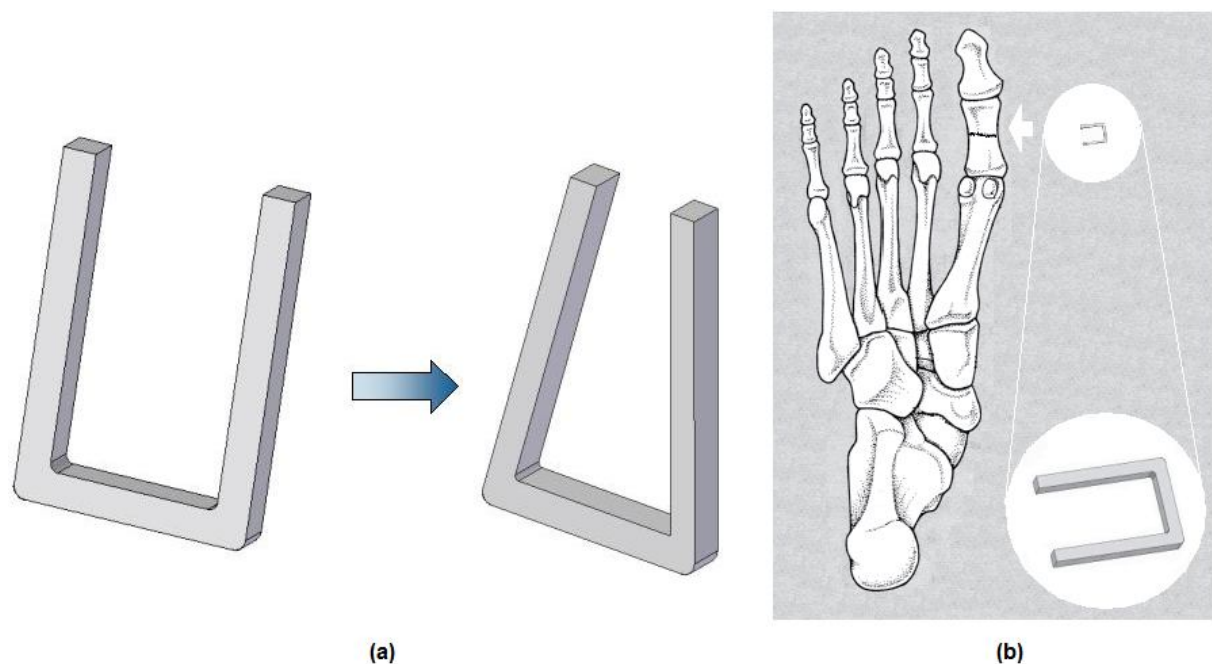


Figura 1.21 – (a) Grampo de Nitinol (efeito memória de forma), (b) aplicação do grampo (<http://www.google.com.br>, acesso: fev. 2011).

O controle estrutural passivo utilizando MMF aproveita a propriedade de amortecimento da SMA para reduzir a resposta e a consequente deformação de estruturas sujeitas a severas cargas. Essas ligas podem ser efetivamente utilizadas para este fim através de dois mecanismos: isolamento e dissipação de energia (SAADAT *et al.*, 2002).

Em um sistema de isolamento do solo, dispositivos de MMF são instalados entre a superestrutura e o solo para montar um sistema desacoplado; a energia sísmica transferida a partir do movimento do solo para a superestrutura é filtrada. Desta forma, os danos estruturais são atenuados. Por outro lado, através do mecanismo de dissipação de energia, os elementos de MMF absorvem a energia de vibração baseado na relação de histerese da curva de tensão-deformação (SONG; MA; LI,2006). A Figura 1.22 mostra o esquema de um sistema de isolamento usando MMF para edifícios.

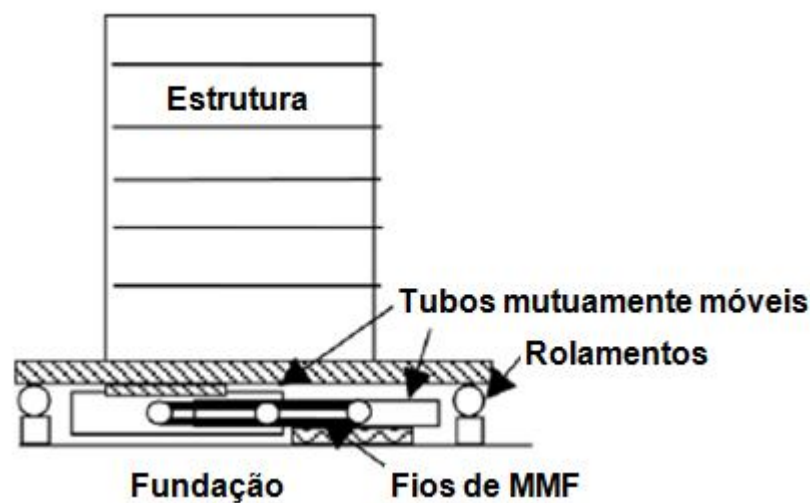


Figura 1.22 – Esquema de um sistema de isolamento usando SMA para edifícios (adaptado de (SONG; MA; LI,2006)).

Tem sido investigada a possibilidade de utilização de MMF para o controle ativo de estruturas. Uma vez treinada a liga para obter uma forma específica através de uma ativação térmica, ela pode ser utilizada como um atuador em um controle ativo de vibrações ou de forma (SAADAT *et al.*, 2002).

Baz; Imam; McCoy, J., (1990) realizaram uma série de estudos teóricos e experimentais examinando a viabilidade de utilização de um atuador de Nitinol para controlar as vibrações de flexão de uma viga em balanço. A Figura 1.23 representa a vista superior de uma viga composta de fios de Nitinol. O ponto O da viga está engastado e a outra extremidade (ponto A) está livre para se mover na direção y. Aplicando uma corrente elétrica aos fios, pode-se controlar o movimento transversal da viga (na direção y) (SONG; KELLY; AGRAWAL,, 2000).

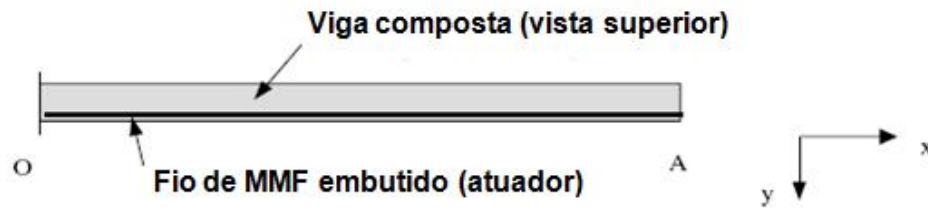


Figura 1.23 – Esquema de uma viga composta de MMF para o controle ativo (SONG; KELLY; AGRAWAL, 2000).

As ligas com memória de forma possuem alta capacidade de amortecimento. As ligas de aços convencionais, a base de cobre ou alumínio, apresentam fatores de amortecimento da ordem de 0,5 a 1,5%, enquanto que os MMF apresentam valores superiores a 40%. A título de exemplo, no trabalho de Shahinpoor e Schneider (2008), estudos envolvendo o controle de vibrações sísmicas foram feitos usando uma base de isolamento. Nesta aplicação grandes blocos de CuZnAl foram colocados na interface entre uma coluna estrutural e uma fundação de concreto.

1.2 Contextualização e objetivos do trabalho

A presente dissertação reporta o estudo desenvolvido pelo autor acerca de alguns dos principais modelos constitutivos com transformação cinética assumida que foram desenvolvidos para a representação do comportamento termomecânico de materiais com memória de forma. A compreensão destes modelos é considerada essencial para o desenvolvimento de procedimentos de modelagem destinados a simular o comportamento dos materiais com memória de forma quando os mesmos são submetidos a carregamentos térmicos e/ou mecânicos. Em decorrência, tais modelos são indispensáveis para a previsão do comportamento e projeto de dispositivos de engenharia confeccionados com MMF.

O estudo abrangeu a fenomenologia atinente ao comportamento termomecânico, a formulação dos modelos constitutivos, sua implementação computacional e a realização de simulações numéricas.

O estudo realizado se insere nas atividades desenvolvidas no âmbito do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Estruturas Inteligentes em Engenharia, sediado pelo LMEst, que se dedica ao estudo dos fundamentos e aplicações de materiais inteligentes em diversos tipos de problemas da engenharia e problemas multidisciplinares.

A motivação por este estudo específico resultou do interesse da equipe do LMEst em estender a abrangência de seus estudos, inicialmente concentrados nos materiais piezelétricos, aos materiais com memória de forma.

1.3. Organização da dissertação

Além deste capítulo introdutório, quatro capítulos compõem a presente dissertação.

O Capítulo 2 apresenta a fenomenologia dos materiais com memória de forma e o efeitos de amortecimento desses materiais.

O Capítulo 3 traz a formulação de alguns dos principais modelos constitutivos dos materiais com memória de forma com transformação cinética assumida e modelos com restrições internas, sendo discutidas suas principais características.

O Capítulo 4 apresenta algumas simulações e comparações entre os modelos estudados e a simulação numérica de um ressonador contendo elemento resiliente com memória de forma.

Finalmente, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

FENOMENOLOGIA DOS MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA

Os dois principais efeitos explorados na utilização de materiais com memória de forma no âmbito da tecnologia de estruturas inteligentes são a *pseudoelasticidade* e o *efeito de memória de forma*, propriamente dito. Ambos permitem a recuperação de deformações que podem ser da ordem de 10%, muito superiores às deformações que podem ser obtidas com materiais metálicos tradicionais. Estes dois efeitos são ocasionados por transformações de fase austenita-martensita que podem ser induzidas por alterações de temperatura e/ou por tensões mecânicas aplicadas. Neste capítulo são apresentados os dois efeitos acima mencionados e sua relação com as transformações de fase, informações estas que são consideradas indispensáveis para a compreensão do funcionamento e o projeto de dispositivos inteligentes confeccionados com materiais com memória de forma. Ênfase é dada às ligas de Níquel-Titânio.

2.1 As ligas Nitinol (NiTi)

Segundo Falvo (2008) as primeiras ligas com memória de forma surgiram na década de 1930 quando Arne Ölander descobriu o comportamento pseudoelástico nas ligas de Au-Cd. Mais tarde, Greninger e Mooradian (1938) notaram que aquecendo e resfriando a liga de Cu-Zn a fase martensita se desenvolvia e desaparecia. Ainda segundo Falvo (2008), o pesquisador William J. Buehler e seus companheiros de trabalho do laboratório Naval Ordnance Laboratory descobriram o efeito memória de forma nas ligas de níquel-titânio, que

passaram a ser chamadas de Nitinol em referência às iniciais dos metais e do laboratório onde foram desenvolvidas (Nickel-Titanium Naval Ordnance Laboratory).

As ligas Nitinol oferecem maior potencial de aplicação comercial, pois combinam boas propriedades mecânicas e biocompatibilidade (FRENZEL, *et al.*, 2004). Vários estudos relacionados à sua biocompatibilidade foram realizados. De acordo com Mantovani (2000) os pesquisadores Castlemen *et al.* (1976) verificaram uma forte encapsulação, uma reação inflamatória moderada e uma grande falta de células em função do tempo de implantação quando aparelhos ortopédicos de Nitinol foram implantados em fêmures de ratos e macacos por um período acima de seis meses. Estas observações foram consideradas suficientemente seguras para justificar a implantação em humanos.

Em relação à resistência à corrosão, as ligas de Nitinol são superiores a outras ligas com memória de forma e inferiores às ligas normalmente utilizadas em implantes, como por exemplo, a liga de aço inoxidável 316L e a liga Ti-6Al-4V. Mesmo com essa inferioridade elas podem ser utilizadas como implantes, pois de acordo com Mantovani (2000) *apud* Shibi Lu (1990), constatou que a taxa de corrosão do Nitinol é de 0,001 mm por ano após realizar um experimento em que mergulhou uma liga de Nitinol em solução fisiológica durante 72 horas.

2.2 Transformações de fase em ligas com memória de forma

Ligas metálicas podem ser representadas por diagramas de fases metalúrgicas, que são representações esquemáticas das condições de equilíbrio entre fases distintas. Esses diagramas são constituídos por linhas de equilíbrio ou fases limites que separam as diferentes fases uma das outras (LAGOUDAS, 2008).

Dentro de uma dada faixa de temperatura as ligas com memória de forma apresentam duas fases com estruturas cristalinas e propriedades diferentes. Em alta temperatura e baixa tensão mecânica tem-se a fase austenítica (A) e em baixa temperatura e alta tensão mecânica tem-se a fase martensítica (M). Estas duas fases diferem entre si por suas estruturas cristalinas que, por sua vez, determinam suas propriedades mecânicas. A austenita tem estrutura cristalina cúbica ao passo que a martensita pode ter estrutura tetragonal, ortorrômbica ou monoclínica.

A transformação de uma fase para outra não ocorre por difusão atômica, mas por distorção da rede cristalina induzida por tensões de cisalhamento. Cada cristal de martensita formado pode ter uma orientação específica que caracteriza uma *variante*. Estas variantes se agrupam em duas categorias: martensita maclada (*twinned martensite* - M^t), induzida por variação de temperatura, a qual é formada pela combinação das variantes autoacomodadas, e martensita não maclada (*detwinned martensite* - M^d) ou reorientada, induzida por tensões mecânicas, na qual uma variante específica é dominante (M^d). A transformação de fase reversível de austenita para martensita e vice-versa, induzida pela temperatura ou por tensão mecânica, é que define o comportamento das ligas com memória de forma, conforme ilustrado a seguir, com base em (LAGOUDAS, 2008).

Ao se resfriar uma liga que se encontra na fase austenítica e em um estado livre de tensão até uma temperatura abaixo de uma temperatura crítica, sua estrutura cristalina sofre uma transformação para martensita maclada. Essa transformação é chamada de transformação direta. Quando o material é aquecido a partir da fase martensítica a estrutura cristalina retorna para a fase austenítica, e esta transformação recebe o nome de transformação inversa. A Figura 2.1 esquematiza estas transformações, sendo caracterizados quatro valores de temperatura associados com a transformação de fase, M_s e M_f (temperatura inicial e final de formação da fase martensítica durante o resfriamento) e A_s e A_f (temperatura inicial e final de formação da fase austenítica durante o aquecimento). Essas temperaturas obedecem à seguinte relação, $M_f < M_s < A_s < A_f$.

As temperaturas de transformação de fase são característica de cada liga e variam com a composição química e os tratamentos termomecânicos (OTSUKA; REN, 1999).

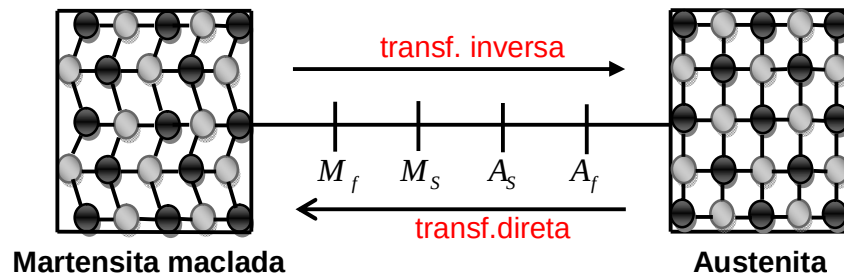


Figura 2.1 – Transformações de fase devidas às variações de temperatura sem carregamento mecânico [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)].

Ao se aplicar um carregamento mecânico no material, em baixa temperatura, ocorrerá uma reorientação na estrutura cristalina de forma que ela passará de martensita maclada para martensita não maclada, como mostra a Figura 2.2, na qual os símbolos σ_s e σ_f representam, respectivamente, a tensão mínima para que se inicie a transformação de martensítica maclada para martensita não maclada, e a tensão para a qual esta transformação é completada. Aquecendo o material a temperatura acima de A_f ele retornará para a fase austenítica e recuperará sua forma original.

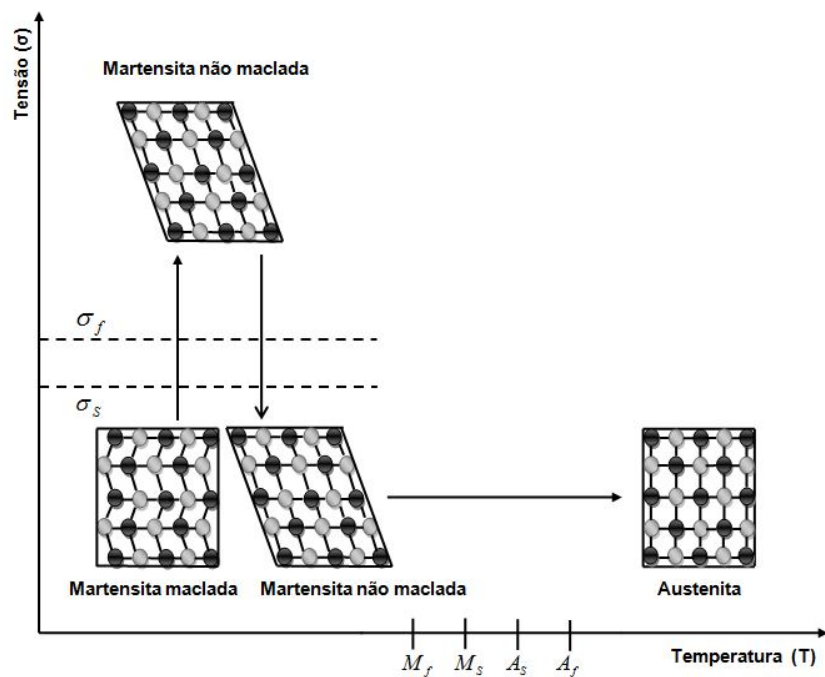


Figura 2.2 – Ilustração do efeito memória de forma [adaptada de (LAGOUDAS, 2008)].

O efeito de memória de forma é mais bem explicitado no diagrama tensão $\times$ deformação $\times$ temperatura, correspondente a uma liga típica de NiTi, apresentado na Figura 2.3. Observa-se que, partindo do ponto A, no qual o material se encontra em alta temperatura,

constituído integralmente de austenita, o resfriamento na ausência de tensão aplicada conduz à composição de 100% de martensita maclada (ponto B). Com aplicação monotônica de tensão com a temperatura mantida constante, o material apresenta um comportamento aproximadamente linear elástico, até o momento em que se inicia a maclagem, seguindo-se o aparecimento de um platô, que corresponde à ocorrência de grande deformação enquanto a tensão aplicada permanece praticamente constante. Ao final do processo de maclagem, o comportamento volta a ser aproximadamente linear até o ponto C. Procedendo-se ao descarregamento até o ponto D, não ocorre nenhuma transformação de fase, permanecendo o material com 100% de martensita não maclada; ocorre a recuperação elástica parcial, mas o material continua apresentando deformação permanente após o completo alívio do carregamento (ponto D). O aumento subsequente da temperatura na ausência de carregamento promove a transformação da martensita não maclada para austenita, que se inicia no ponto E e termina no ponto F, com a recuperação completa da deformação do material.

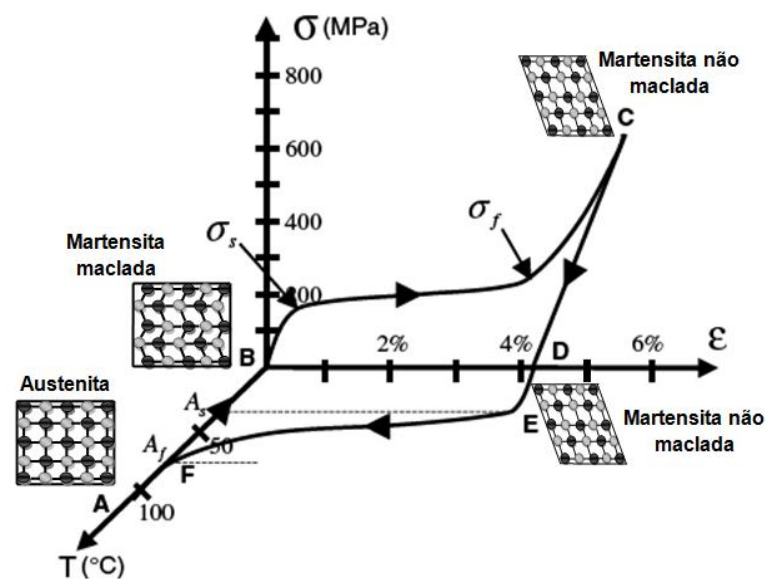


Figura 2.3 – Diagrama tensão × deformação × temperatura ilustrando do efeito de memória de forma [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)].

Outros efeitos induzidos pela combinação de carregamentos térmicos e mecânicos, relevantes na caracterização do comportamento de materiais com memória de forma, são também discutidos por Lagoudas (2008), e apresentados a seguir.

Ao se resfriar um material que se encontra 100% na fase austenítica até uma temperatura abaixo de M_f , estando ao mesmo tempo submetido a uma tensão mecânica superior a σ_s , ocorrerá uma transformação da fase austenítica para a fase martensítica não maclada, com alteração macroscópica de forma. Se a tensão aplicada for inferior a σ_f haverá formação de parcelas de martensita maclada e de martensita não maclada; se a tensão aplicada for superior a σ_f , haverá formação somente de martensita não maclada. Reaquecendo o material a uma temperatura acima de A_f o mesmo recuperará a sua forma inicial, mesmo sendo mantido o carregamento. Este comportamento é ilustrado na Figura 2.4. Esta figura mostra ainda que as temperaturas de transição, que correspondem a início e fim das transformações de fase, aumentam com o valor da tensão aplicada, o que é caracterizado pelas retas com inclinação positiva, indicadas na figura.

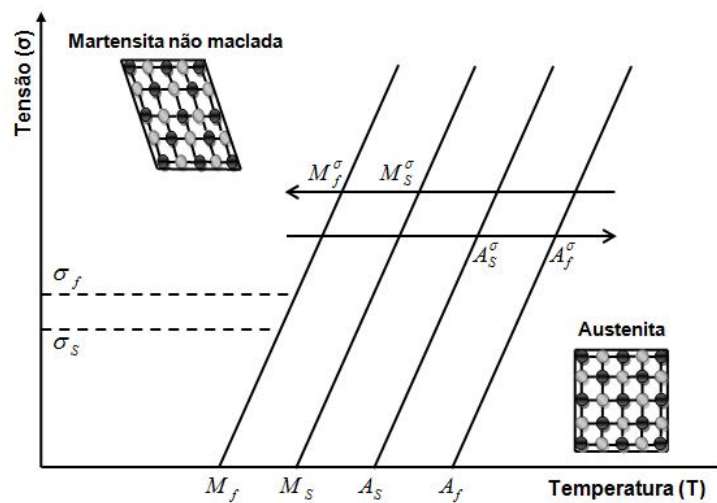


Figura 2.4 – Transformações de fase induzidas por temperatura sob carregamento mecânico [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)].

Além das transformações induzidas por temperatura, os materiais com memória de forma podem sofrer transformações de fase quando, estando na fase austenítica, são sujeitos a cargas mecânicas em condições isotérmicas. Este carregamento produz martensita maclada com grandes deformações macroscópicas; se o material estiver a uma temperatura acima de A_f , dependendo do carregamento aplicado ocorre transformação de fase completa da austenita e a completa recuperação da deformação quando o

carregamento é retirado. Este efeito é denominado *pseudoelasticidade*, estando ilustrado na Figura 2.5, na qual os símbolos σ^{M_s} e σ^{M_f} referem-se à tensão inicial e final de formação da fase martensítica não maclada, e σ^{A_s} e σ^{A_f} fazem referência à tensão inicial e final de formação da fase austenítica, respectivamente.

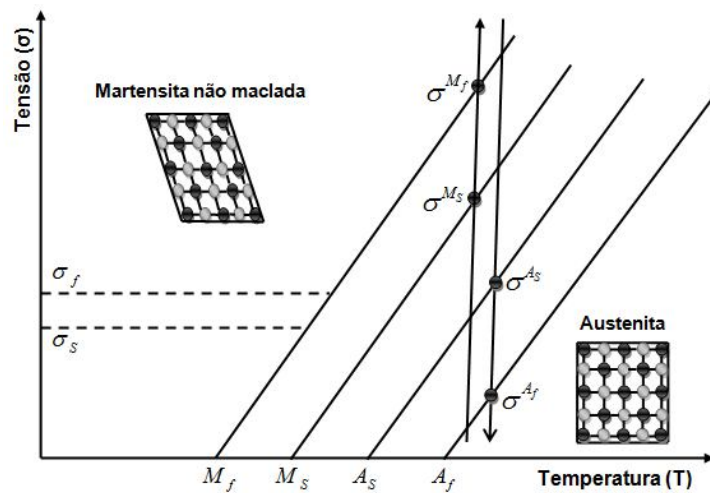


Figura 2.5 – Transformações de fase induzidas por tensão em condições isotérmicas [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)].

A Figura 2.6 esquematiza o efeito pseudoelástico por meio de um diagrama tensão-deformação.

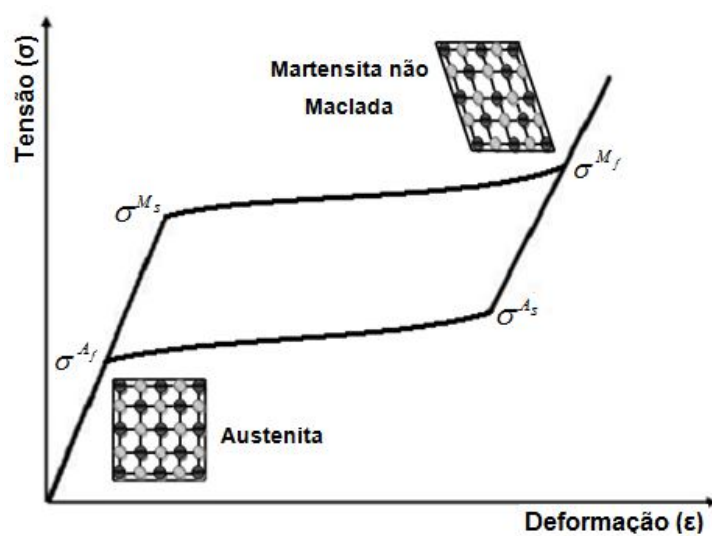
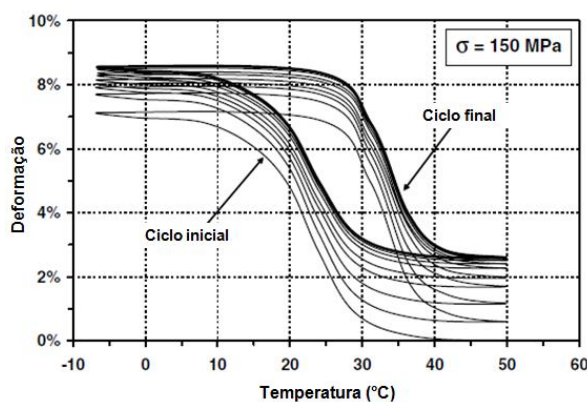


Figura 2.6 – Diagrama tensão-deformação mostrando o efeito pseudoelástico [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)].

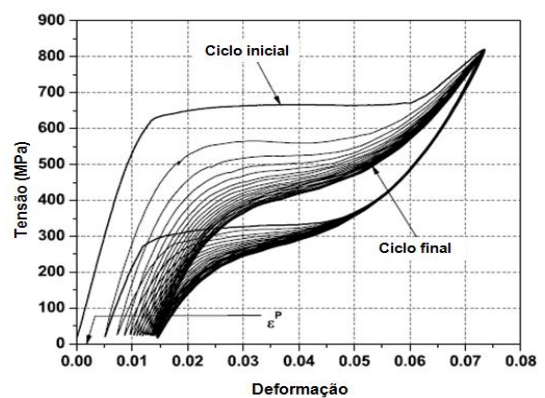
2.3 Comportamento cíclico dos materiais com memória de forma

Nas seções precedentes, foi abordado o efeito de memória de forma unidirecional (*one-way shape memory effect*). Entretanto, os materiais com memória de forma podem apresentar alterações de forma repetíveis sem nenhuma aplicação de carga, quando são submetidos a ciclos térmicos, o que caracteriza o chamado efeito de memória de forma bidirecional (*two-way shape memory effect*), que pode ser particularmente útil na concepção de atuadores para aplicações dinâmicas. De acordo com Lagoudas (2008), o efeito de memória de forma bidirecional pode ser observado em materiais que foram submetidos a um processo de treinamento, que consiste de uma ciclagem termomecânica seguindo uma trajetória de carregamento específica. Esta ciclagem induz alterações microestruturais que causam alterações macroscópicas observáveis do comportamento do material.

A Figura 2.7(a) ilustra o comportamento de uma liga com memória de forma sujeita a ciclos de temperatura sob carregamento mecânico constante. Observa-se que, durante os primeiros ciclos térmicos, ocorre apenas recuperação parcial da deformação provocada durante o resfriamento. Entretanto, a parcela de deformação não recuperável diminui à medida que a ciclagem é realizada. Desta forma, após treinamento do material, o material previamente solicitado mecanicamente pode realizar ciclos completos de movimento em resposta a ciclos térmicos aplicados. Comportamento similar pode ser observado quando o material é ciclado mecanicamente a uma temperatura superior a A_f (regime pseudoelástico), conforme ilustrado na Figura 2.7(b).



(a)



(b)

Figura 2.7 – Ilustração do processo de treinamento de ligas com memória de forma [adaptado de (LAGOUDAS, 2008)].

Vale observar que, do ponto de vista das aplicações práticas, o efeito de memória de forma é explorado na concepção de atuadores e o efeito de pseudoelasticidade é explorado para o amortecimento passivo, uma vez que o laço de histerese apresentado no diagrama tensão-deformação (Figura 2.6) promove dissipação de energia quando o material é submetido a carregamentos cíclicos. Este último efeito é brevemente discutido na seção seguinte.

2.4 Efeitos de amortecimento dos materiais com memória de forma

O efeito de amortecimento dos materiais com memória de forma está relacionado com a dissipação da energia mecânica durante a transformação martensítica. Segundo Ellouze (2009) esses materiais apresentam uma notável capacidade de amortecimento devido à formação, sob a ação de tensões, de múltiplas placas de martensita, as quais levam à criação e movimento de interfaces entre austenita e martensita e entre as variantes da martensita. De acordo com Piedboeuf e Gauvin (1998) o movimento dos átomos e dos defeitos existentes na estrutura cristalina e a reorientação da fase martensita resultam em uma grande dissipação de energia que, por consequência, promove o amortecimento. Segundo Kinra e Wolfender (1992) esse amortecimento pode ocorrer durante as transformações induzida por temperatura ou tensão e durante a coexistência de duas fases (martensita e austenita) que dependerá das condições aplicadas no material.

A força de atrito interno é mais importante durante a transformação martensítica, pois ela está associada à criação e ao deslocamento das interfaces austenita/martensita e martensita/martensita. Dependendo do estado da liga, austenítico ou martensítico, e da deformação do material, existem três regiões onde a força de atrito interno (f), que representa a capacidade de amortecimento do material (Q), apresenta valores muito diferentes conforme mostrado na Figura 2.8 (VIEILLE, 2003).

- No estado austenítico a força de atrito interno é baixa e ela ocorre devido ao movimento reversível dos deslocamentos e defeitos pontuais.

- No estado martensítico a força de atrito interno está associada ao movimento reversível das interfaces entre as variantes da martensita, e o seu valor é maior do que no estado austenítico.
- Durante a transição de fase a força de atrito interno é elevada e está associada ao movimento dos planos invariantes (*habit planes*). Esses planos constituem a interface entre as fases martensita e austenita e são invariáveis durante as transformações de fase.

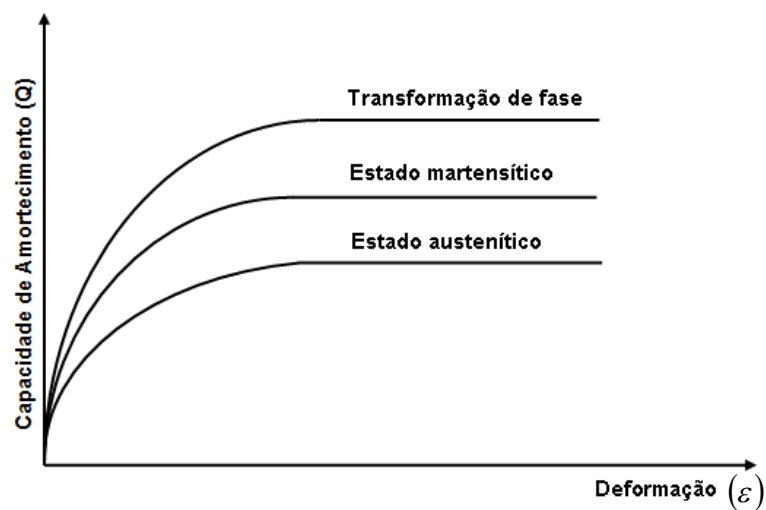


Figura 2.8 – Efeito do amortecimento [adaptado de (VIEILLE, 2003)].

A força restauradora produzida no ciclo de histerese devido ao efeito de superelasticidade age como um dispositivo de amortecimento. A Figura 2.9 ilustra uma curva tensão-deformação de uma liga de Nitinol que se encontra na fase austenita (temperatura maior que A_f). Aplicando uma tensão superior a σ_{M_s} no material a fase austenita começará a dar lugar à fase martensita maclada até chegar ao ponto em que se tem uma estrutura completamente martensítica. Quando a tensão atinge o nível σ_{A_s} no processo de descarga, o material inicia o seu retorno para a fase austenita. No final do processo se toda deformação for recuperada diz-se que o material apresentou o efeito pseudoelástico. Quando a fase martensita é induzida por tensão a alta temperatura (temperatura maior que A_f) as tensões de transformação aumentam deslocando o gráfico para cima como mostra a curva pontilhada da Figura 2.9. Nesse caso a superfície de histerese é alta e dá origem a uma grande capacidade de amortecimento. Por outro lado,

um material no estado martensítico, à temperatura ambiente, também apresenta uma boa capacidade de amortecimento, que ocorre devido ao movimento histerético entre as interfaces das variantes da martensita. Uma das vantagens de trabalhar no estado austenítico é poder contar com a força restauradora fornecida pelo material, a qual faz o mesmo retornar a sua forma original (PIEDBOEUF; GAUVIN, 1998).

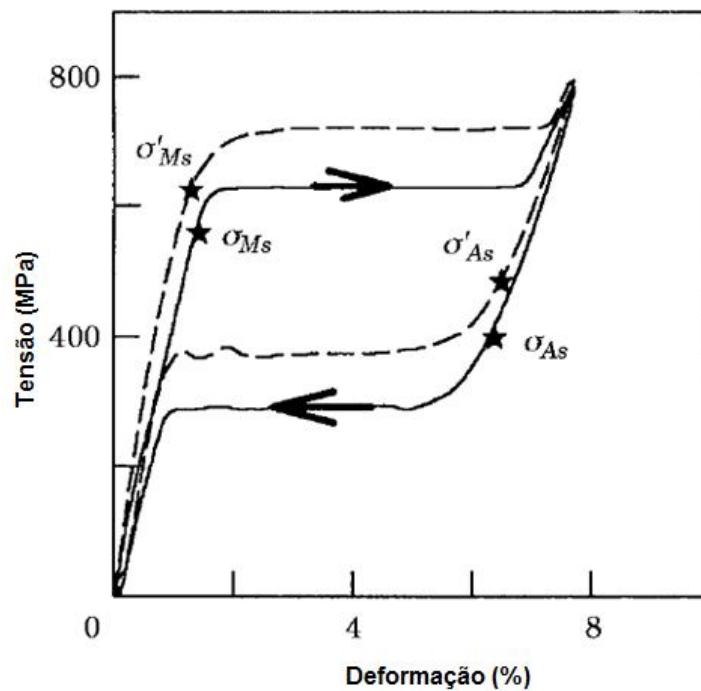


Figura 2.9 – Curva tensão-deformação ilustrando o efeito pseudoelástico; a curva pontilhada refere-se à alta temperatura (PIEDBOEUF; GAUVIN, 1998).

CAPÍTULO III

MODELOS CONSTITUTIVOS DE MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA

3.1. Introdução

A necessidade de uma análise mais precisa do comportamento termomecânico de materiais com memória de forma tem motivado o interesse dos pesquisadores em desenvolver modelos matemáticos adequados para descrever satisfatoriamente o comportamento desses materiais.

De acordo com Faria (2007) a modelagem destas ligas pode ser abordada tanto do ponto de vista microscópico quanto do ponto de vista macroscópico. Nesta dissertação serão tratados os aspectos termomecânicos fenomenológicos, ou seja, macroscópicos.

Os modelos fenomenológicos podem ser classificados em polinomiais, com restrições internas, baseados em plasticidade e com cinética de transformação de fase assumida. Grande parte dos modelos polinomiais utiliza a energia livre de Helmholtz na forma polinomial e descreve os comportamentos pseudoelástico e de memória de forma (FALK; KONOPKA, 1990). Os modelos com restrições internas consideram restrições associadas à coexistência das diferentes fases do material. Com base nessa ideia, Fremond (1987) desenvolveu um modelo tridimensional que considera três variáveis internas que devem obedecer às restrições impostas para descrever os fenômenos de memória de forma e pseudoelasticidade. Segundo Savi e Braga (1993b) o modelo original de Fremond é incapaz de descrever as modificações na fase martensítica quando o material é solicitado por uma

tensão cisalhante. Curvas obtidas experimentalmente em ensaios de torção deixaram evidente a presença dessas transformações nas ligas de NiTi e em outras ligas com memória de forma (JACKSON *et al.*, 1972). Em uma análise qualitativa Savi e Braga (1993b) notaram que as curvas obtidas no ensaio de torção eram similares às obtidas no ensaio de tração para a liga de NiTi. Devido a esta observação, estes autores desenvolveram um modelo unidimensional, baseado no modelo de Fremond, válido para o estado de cisalhamento puro. Mais tarde Savi e Braga (1993a) e Baêta Neves *et al.* (2003) promoveram modificações no modelo original de Fremond que permitiram descrever os principais comportamentos das ligas com memória de forma, apresentando um número mínimo de restrições em comparação com outros modelos.

Segundo Faria (2007) *apud* Simo e Taylor (1986) os modelos que tomam como base a plasticidade exploram a teoria da elastoplasticidade e são capazes de descrever os fenômenos de memória de forma e pseudoelasticidade utilizando essa teoria.

Os principais modelos com cinética de transformação assumida abordados na literatura utilizam funções matemáticas (cossenoidais, exponenciais, etc.) para descrever a cinética das transformações de fase (FARIA, 2007). O primeiro modelo a exibir esta formulação foi proposto por Tanaka e Nagaki (1982). Eles elaboraram um modelo tridimensional baseado na equação de balanço de energia e na desigualdade de Clausius-Duhem. Três anos mais tarde Tanaka (1985) desenvolveu um modelo unidimensional baseado na sua teoria geral com a introdução da fração volumétrica da martensita expressa em termos de uma função exponencial da temperatura e da tensão (MATSUZAKI *et al.*, 2001). A partir do modelo de Tanaka originaram-se outros modelos que apresentam alterações nas funções de cinética de transformação como o de Liang e Rogers (1990), Brinson (1993), Boyd e Lagoudas (1996), entre outros.

Os modelos de Tanaka, Liang e Rogers e Brinson se tornaram populares e foram objeto de diversas comprovações experimentais, tendo hoje destaque na modelagem do comportamento das ligas com memória de forma (FARIA, 2007).

A escolha do melhor modelo pode ser difícil em virtude da diversidade de modelos desenvolvidos existentes na literatura. Portanto, este capítulo apresenta alguns dos modelos com cinética de transformação assumida mais difundidos na literatura, sendo eles: o Modelo de Tanaka, o Modelo de Liang e Rogers, o Modelo de Brinson e o Modelo de Boyd e Lagoudas. Esses modelos são apresentados com uma notação unificada, com destaque para suas principais características, de modo a possibilitar a comparação direta entre eles.

Trata-se de modelos com cinética de transformação assumida que utilizam funções cossenoidais e exponenciais para descrever a cinética das transformações de fase. Em suas formulações, consideram-se, além da deformação (ε) e da temperatura (T), uma variável interna escalar (ξ) que representa a fração volumétrica da fase martensítica (PAIVA; SAVI, 2006).

Após a exposição destes modelos serão descritos dois modelos com restrições internas: o modelo modificado de Fremond desenvolvido por Savi e Braga (1993) para o caso de cisalhamento puro e o modelo simplificado de Savi e coautores. Todos os modelos são considerados unidimensionais e as temperaturas de transformação obedecem à ordenação $M_f < M_s < A_s < A_f$.

3.2 Modelo de Tanaka

O modelo de Tanaka (1985) foi desenvolvido para descrever problemas tridimensionais, mas sua aplicação ficou restrita ao caso unidimensional (PAIVA; SAVI, 2006). Segundo Flor (2005) esse modelo considera somente a transformação da fase martensítica induzida por tensão sem distinguir entre martensítica maclada e a não maclada. Portanto, ele não avalia os fenômenos que ocorrem a baixas temperaturas. Esse modelo baseia-se na variação da energia interna para a formulação da cinética da transformação.

Tanaka adota três variáveis de estado: deformação (ε), temperatura (T) e fração martensítica (ξ) para descrever o processo termodinâmico e assim obter as equações constitutivas e a evolução da fração martensítica. Partindo da primeira lei da termodinâmica em função da energia livre de Helmholtz e introduzindo a desigualdade de Clausius-Duhem (2ª Lei da Termodinâmica) tem-se a lei constitutiva dada na Equação 3.1 (FLOR, 2005).

$$\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon} - \alpha\dot{\xi} - \Omega\dot{T} \quad (3.1)$$

onde α é o coeficiente de expansão térmica e Ω é o tensor termoelástico de transformação.

As transformações de fase são descritas através de funções exponenciais. Desta forma, a transformação de austenita (A) para martensita (M) obedece à seguinte função:

$$\xi = 1 - e^{(-a_M(M_s - T) + b_M \sigma)} + \xi_0, \quad (3.2)$$

onde a_M e b_M são constantes do material, enquanto ξ_0 representa a fração volumétrica de martensita quando se inicia a transformação. O limite de tensão que determina o começo da transformação é definido por:

$$\sigma_{M_s} \geq \frac{a_M}{b_M} (T - M_s) \quad (3.3)$$

Pelo fato da transformação ser governada por uma função exponencial, a variável interna ξ tende assintoticamente para o valor unitário. A estratégia para solucionar este problema, onde a transformação se completaria no infinito, é considerar que a transformação se encerra quando $\xi = 0,99$ (TANAKA; NAGAKI, 1982). Assim, uma expressão final para o término da transformação é dada na Equação 3.4:

$$\sigma_{M_f} = \frac{2 \ln 10}{b_M} - \frac{a_M}{b_M} (M_s - T) \quad (3.4)$$

A transformação inversa de martensita para austenita também é governada por uma função exponencial, sendo descrita segundo:

$$\xi = \xi_0 e^{(-a_A(T - A_s) - b_A \sigma)} \quad (3.5)$$

onde a_A e b_A são constantes características do material.

A Equação 3.5 se aplica para valores de tensão que determinam o início da transformação inversa, que são calculados de modo a satisfazer a relação abaixo:

$$\sigma_{A_s} \leq \frac{a_A}{b_A} (T - A_s) \quad (3.6)$$

O fim da transformação inversa é dado pela Equação 3.7, considerando que a transformação finalizará quando $\xi = 0,01$.

$$\sigma_{A_f} = -\frac{2\ln 10}{b_A} - \frac{a_A}{b_A} (A_s - T) \quad (3.7)$$

As constantes mencionadas nas equações 3.2 a 3.7 são calculadas da seguinte forma:

$$a_M = -\frac{2\ln 10}{M_s - M_f}; \quad b_M = -\frac{2\ln 10}{C_M}; \quad a_A = \frac{2\ln 10}{A_f - A_s}; \quad b_M = \frac{2\ln 10}{C_A} \quad (3.8)$$

Observa-se que o modelo de Tanaka depende de nove parâmetros os quais devem ser obtidos experimentalmente. São eles: módulo de elasticidade (E), temperaturas de transformação (M_s, M_f, A_s e A_f), tensor de transformação (Ω), tensor termoelástico de transformação (α) e os coeficientes de influência da tensão (C_A e C_M) (FLOR, 2005).

Nota-se também que neste modelo consideram-se somente as transformações que ocorrem em temperaturas superiores a M_s , pois, de acordo com as equações acima, para temperaturas inferiores a M_s a tensão torna-se negativa e o ciclo não se completa. Para temperaturas inferiores a M_f a fração martensítica assume desde o início (em um estado

livre de tensão) o valor de 0,99, ou seja, supõe-se transformação completa. Entre as temperaturas M_s e M_f e A_s e A_f tem-se variações exponenciais conforme apresentado na Figura 3.1.

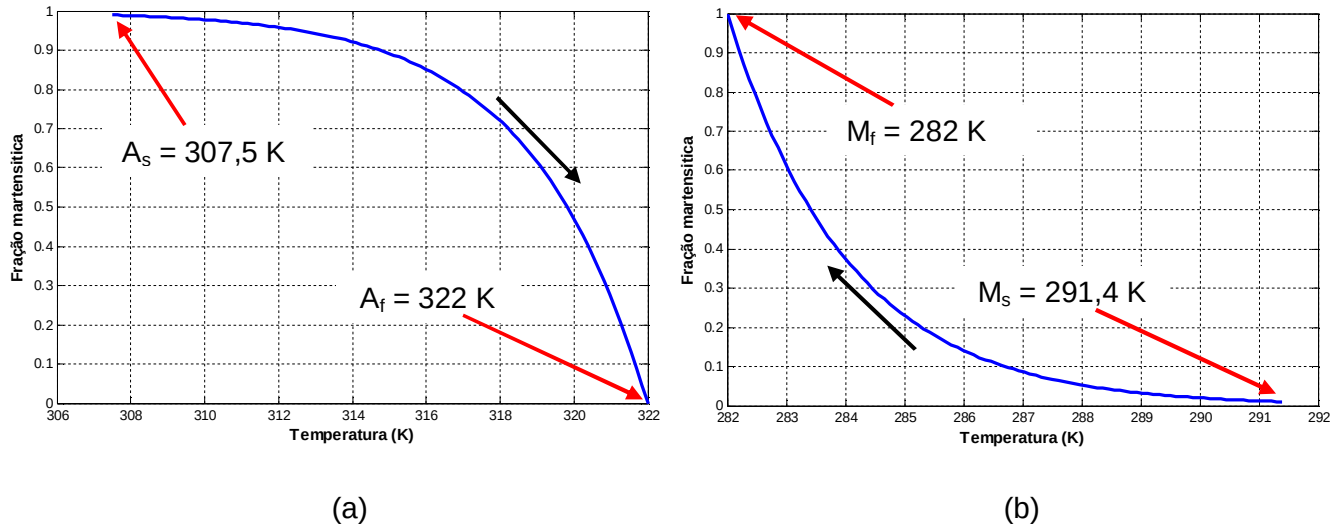


Figura 3.1 – Evolução da fração martensítica para o modelo de Tanaka dentro do intervalo de temperaturas de transformação, (a) aquecimento e (b) resfriamento.

O modelo de Tanaka não faz referência a uma equação específica para expressar o tensor termoelástico de transformação. Uma forma de estabelecer esta equação é reescrever a equação constitutiva 3.1 da seguinte forma (FLOR, 2005).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma} + \alpha \dot{\xi} + \Omega \dot{T}}{E} \quad (3.9)$$

Desta forma tem-se a deformação total composta por um termo elástico, um termo de transformação e um termo térmico. A deformação por transformação ($\dot{\varepsilon}_tr = \frac{\alpha \dot{\xi}}{E}$) é utilizada para determinar o valor do tensor de transformação (Ω):

$$\Omega = -\frac{E\dot{\varepsilon}_{tr}}{\dot{\xi}} \quad (3.10)$$

3.3 Modelo de Liang e Rogers

O modelo proposto por Liang e Rogers (1990) é uma variante do modelo de Tanaka, no qual a função exponencial de evolução da fração martensítica é substituída por uma função cosseno (MATSUZAKI *et al.*, 2001). As variáveis de estado que governam o comportamento são: tensão (σ), deformação (ε), temperatura (T) e fração martensítica (ξ). Esse modelo considera somente uma fração martensítica e, como no modelo de Tanaka, não faz distinção entre martensita maclada e não maclada.

As equações seguintes referem-se a um modelo unidimensional, segundo o qual a lei de transformação de austenita para martensita é dada por:

$$\xi = \frac{1-\xi_0}{2} \cos\left(a_M\left(T - A_f - \frac{\sigma}{C_M}\right)\right) + \frac{1-\xi_0}{2} \quad (3.11)$$

Semelhantemente ao modelo de Tanaka, o modelo de Liang e Rogers também considera um limite de tensão para que ocorra a transformação, o qual é definido por:

$$C_M(T - M_s) < \sigma < C_M(T - M_f) \quad (3.12)$$

Para a transformação inversa, de martensita para austenita, a expressão da lei de transformação é dada por:

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \cos \left(a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right) + 1 \quad (3.13)$$

com o limite de tensão obedecendo:

$$C_A(T - A_s) < \sigma < C_A(T - A_f) \quad (3.14)$$

de modo que as constantes são calculadas empregando as seguintes expressões:

$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_s} \quad e \quad a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f} \quad (3.15)$$

onde C_M e C_A são constantes de transformação.

Semelhantemente ao modelo de Tanaka, esse modelo necessita de nove parâmetros experimentais: módulo de elasticidade (E), temperaturas de transformação (M_s, M_f, A_s e A_f), tensor de transformação (Ω), tensor termoelástico de transformação (α) e os coeficientes de influência da tensão (C_A e C_M) e leva em conta somente as transformações para temperaturas iguais ou superiores a M_s . Nesse modelo devem-se impor os limites de validade das leis de evolução. Quando a fração martensítica é igual a 1 tem-se uma transformação completa de austenita para martensita e quando ela é igual a 0 tem-se a transformação completa de martensita para austenita (Figura 3.2).

Embora as equações de evolução da fração martensítica não sejam expressas de forma temporal elas levam em conta a possibilidade de existência de uma fração antes que se inicie a transformação. Isso é conveniente para simulações numéricas de transformações incompletas e de simulações para a recuperação de forma através do aquecimento (FLOR, 2005).

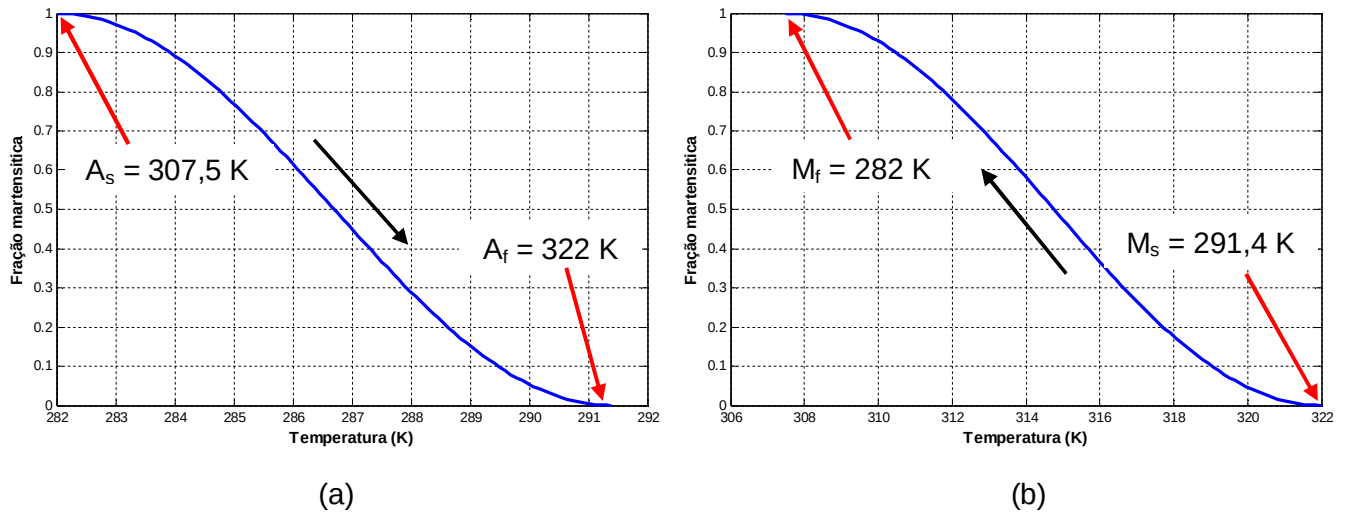


Figura 3.2 – Evolução da fração martensítica para o modelo de Liang e Rogers dentro do intervalo de temperaturas de transformação, (a) aquecimento e (b) resfriamento.

Outra diferença entre os modelos de Liang e Rogers e de Tanaka é a consideração do tensor de transformação. Liang e Rogers analisaram o valor deste parâmetro considerando um processo de descarga onde a fração martensítica é igual a 1 e as temperaturas aplicadas no material são inferiores a A_s . Ao se retirar a carga a partir da fase completamente martensítica tem-se a máxima deformação recuperável (S_L) e, por consequência, tem-se a seguinte expressão para o tensor de transformação (FLOR, 2005):

$$\Omega = -ES_L \quad (3.16)$$

3.4 Modelo de Brinson

O modelo de Brinson (1993) foi criado com base nos modelos de Tanaka e de Liang e Rogers de tal forma que esse modelo emprega a lei constitutiva de Tanaka e as equações de evolução da fração martensítica de Liang e Rogers. Entretanto, Brinson fez algumas modificações em seu modelo de forma a permitir-lhe considerar as fases martensita maclada e não maclada. A equação constitutiva foi alterada de modo a considerar que os

parâmetros dos materiais não são constantes, permitindo assim a introdução da fração martensítica induzida termicamente.

Com essas modificações o modelo é válido para todas as faixas de temperatura, o que não ocorre para os modelos estudados anteriormente. Os modelos de Tanaka e de Liang e Rogers não são válidos para temperaturas inferiores a M_f , pois a equação constitutiva para estas temperaturas fornece uma relação linear entre tensão e deformação (FLOR, 2005).

A separação feita por Brinson permite que qualquer transformação provocada pela tensão aplicada em um material que se encontra em estado 100% austenítico produzirá martensita não maclada. Desta forma, a variável interna considerada por Brinson é definida de acordo com a Equação 3.17.

$$\xi = \xi_s + \xi_m \quad (3.17)$$

onde ξ_s e ξ_m são as frações martensíticas induzidas por tensão (fração martensítica não maclada) e temperatura (fração martensítica maclada), respectivamente.

Ao substituir a Equação 3.17 na lei constitutiva (Equação 3.1) e integrando em relação ao tempo tem-se:

$$\sigma - \sigma_0 = E\varepsilon - E\varepsilon_0 + \alpha\xi_m - \alpha\xi_{m_0} + \alpha\xi_s - \alpha\xi_{s_0} + \Omega T - \Omega T_0 \quad (3.18)$$

Os termos com subscrito zero representam as condições iniciais e podem ser considerados constantes. Desta forma, a equação (3.18) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\sigma = E\varepsilon + \alpha\xi_m + \alpha\xi_s + \Omega T + \Delta_0, \quad (3.19)$$

onde

$$\Delta_0 = \sigma_0 - E\varepsilon_0 - \alpha\xi_{m_0} - \alpha\xi_{S_0} - \Omega T_0 \quad (3.20)$$

Brinson (1993) estabelece uma relação linear entre os módulos de elasticidade das fases austenítica e martensítica, expressa segundo:

$$E(\xi) = E_A + \xi(E_M - E_A) \quad (3.21)$$

Na equação acima E_M , E_A e ξ correspondem aos módulos de elasticidade da martensita e da austenita e à fração de martensita, respectivamente. Para $\xi = 1$ tem-se 100% de fase martensítica e $E = E_M$; para $\xi = 0$ tem-se 100% de fase austenítica e $E = E_A$.

Brinson (1993) também mostra que o tensor de transformação, que é função da fração martensítica, está diretamente relacionado com o módulo de elasticidade, de acordo com a Equação 3.22.

$$\Omega(\xi) = -S_L E(\xi) \quad (3.22)$$

A partir dessas considerações têm-se as seguintes equações de transformação:

a) *transformação direta entre martensita maclada e não maclada a uma temperatura inferior a M_s .*

A transformação expressada abaixo é válida quando $T < M_s$ e $\sigma_s^{CRIT} < \sigma < \sigma_f^{CRIT}$

$$\xi_s = \left(\frac{1 - \xi_{s_0}}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{\sigma_s^{CRIT} - \sigma_f^{CRIT}} (\sigma - \sigma_f^{CRIT}) \right) + \left(\frac{1 + \xi_{s_0}}{2} \right) \quad (3.23a)$$

$$\xi_m = \xi_{m_0} - \frac{\xi_{m_0}}{1 - \xi_{s_0}} (\xi_s - \xi_{s_0}) + \Gamma_{T\xi} \quad (3.23b)$$

Na equação (3.23a e 3.23b) se $M_f < T < M_s$ e $T < T_0$, tem-se a condição:

$$\Gamma_{T\xi} = \frac{1 - \xi_{m_0}}{2} \cos(a_M (T - M_f) + 1). \quad (3.24)$$

Em caso contrário, tem-se:

$$\Gamma_{T\xi} = 0 \quad (3.25)$$

b) Transformação direta entre martensita maclada e não maclada para temperaturas superiores a M_s .

A lei de transformação seguinte é válida quando $T > M_s$ e

$$\sigma_s^{CRIT} + C_M (T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{CRIT} + C_M (T - M_s):$$

$$\xi_s = \left(\frac{1 - \xi_{s_0}}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{\sigma_s^{CRIT} - \sigma_f^{CRIT}} (\sigma - \sigma_f^{CRIT} - C_M (T - M_s)) \right) + \left(\frac{1 + \xi_{s_0}}{2} \right) \quad (3.26a)$$

$$\xi_m = \xi_{m_0} - \frac{\xi_{m_0}}{1 - \xi_{s_0}} (\xi_s - \xi_{s_0}) \quad (3.26b)$$

c) *Transformação inversa de martensita não maclada para austenita*

A transformação seguinte é válida quando $T > A_s$ e $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$:

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \left(\cos \left(a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right) + 1 \right) \quad (3.27a)$$

$$\xi_s = \xi_{s_0} - \frac{\xi_{s_0}}{\xi_0} (\xi_0 - \xi) \quad (3.27b)$$

$$\xi_m = \xi_{m_0} - \frac{\xi_{m_0}}{\xi_0} (\xi_0 - \xi) \quad (3.27c)$$

As equações que descrevem os comportamentos inicial e final da transformação de austenita para martensita são dadas abaixo:

- Para $T \leq M_s$:

$$\sigma_s = \sigma_s^{CRIT} \quad e \quad \sigma_f = \sigma_f^{CRIT} \quad (3.28)$$

- Para $T > M_s$

$$\sigma_s = \sigma_s^{CRIT} + C_M(T - M_s) \quad ; \quad \sigma_f = \sigma_f^{CRIT} + C_M(T - M_s) \quad (3.29)$$

Para a transformação inversa têm-se:

- Para $T < A_s$:

$$\sigma_s = C_A (T - A_f) \quad (3.30)$$

- Para $T > A_s$

$$\sigma_f = C_A (T - A_s) \quad (3.31)$$

As constantes relacionadas nas equações acima (3.24 e 3.27) são expressas abaixo:

$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_s} \quad e \quad a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f} \quad (3.32)$$

A formulação desenvolvida acima mostra que para a utilização do modelo de Brinson são necessários dois parâmetros a mais que nos modelos discutidos anteriormente, ou seja, onze parâmetros, os quais são: módulo de elasticidade (E), temperaturas de transformação (M_s, M_f, A_s e A_f), tensor termoelástico de transformação (Ω), coeficiente de expansão térmica (α), coeficientes de influência da tensão (C_A e C_M) e as tensões críticas de transformação para temperaturas inferiores a M_s (σ_s^{CRIT} e σ_f^{CRIT}) (FLOR, 2005).

Nota-se nos gráficos da Figura 3.3 que existe uma relação linear entre as tensões de transformação e a temperatura. Essa relação fornece os coeficientes C_A e C_M , que são constantes de transformação da liga.

A diferença desse modelo em relação aos discutidos anteriormente é que ele é válido para todas as temperaturas, incluindo as temperaturas inferiores a M_s , e também por fazer distinção entre martensita maclada e não maclada.

De modo semelhante ao modelo de Liang e Rogers esse modelo leva em conta a possibilidade de existência de uma fração martensítica inicial (ξ_0) antes mesmo de se iniciar a transformação. Essa fração é usada como dado de partida para uma primeira transformação.

O processo de transformação inversa (martensita para austenita) somente se completa para temperaturas superiores a A_s .

Ao analisar o diagrama tensão-temperatura, obtido experimentalmente, ilustrado na Figura 3.3 nota-se uma diferença entre os modelos considerados: Tanaka e Liang e Rogers (a) e Brinson (b). Na Figura 3.3 (a) as retas tensão-temperatura passam por todas as temperaturas de transformação em um estado livre de tensão. Já na Figura 3.3 (b) isso ocorre somente para a transformação inversa (martensita para austenita), pois as retas não passam nas temperaturas de transformação da martensita em um estado livre de tensão. Isso implica uma diferença entre as curvas tensão-deformação dos modelos discutidos anteriormente. No Capítulo 4 serão apresentadas as curvas de tensão-deformação dos respectivos modelos e a verificação dessa diferença ficará nítida.

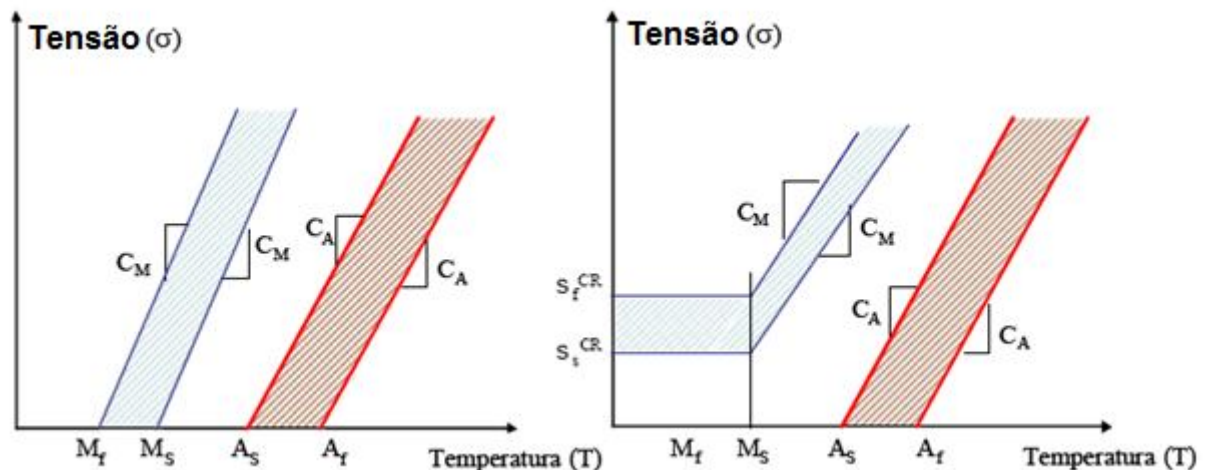


Figura 3.3 – Diagramas tensão-temperatura obtidos experimentalmente: (a) aplicado ao modelo de Tanaka e Liang-Rogers; (b) aplicado ao modelo de Brinson [adaptado de (FLOR, 2005)].

A Figura 3.4 mostra a evolução da fração martensítica em função da temperatura. Devido ao fato dessa evolução ser representada por uma função cosseno, os gráficos dessa figura são semelhante aos gráficos da Figura 3.2, referentes ao modelo de Liang e Rogers.

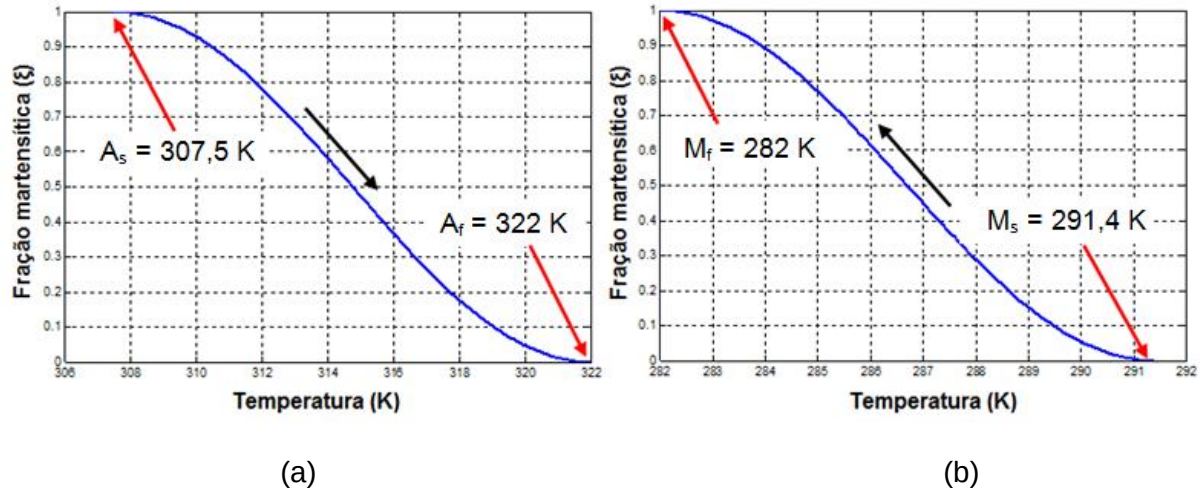


Figura 3.4 – Evolução da fração martensítica para o modelo de Brinson dentro do intervalo de temperaturas de transformação, (a) aquecimento e (b) resfriamento.

3.5 Modelo de Boyd e Lagoudas

De acordo com Paiva e Savi (1999) o modelo de Boyd e Lagoudas apresenta alterações em relação ao modelo de Tanaka, as quais permitiram o desenvolvimento de uma teoria tridimensional. As relações utilizadas para descrever a cinética de transformação são semelhantes às empregadas no modelo de Tanaka, considerando que as constantes a_M , b_M , a_A e b_A são definidas de forma diferente.

A transformação de austenita para martensita obedece à seguinte lei:

$$\xi = 1 - e^{(-a_M(M_s - T) - b_M \bar{\sigma})} + \xi_0 \quad (3.33)$$

onde a tensão efetiva é dada por:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma : \sigma} \quad (3.34)$$

e as constantes são dadas por:

$$a_M = \frac{2\ln(10)}{M_s - M_f} \quad e \quad b_M = \frac{a_M}{C_M} \quad (3.35)$$

onde C_M é uma constante do material.

Para a transformação inversa, de martensita para austenita, tem-se:

$$\xi = \xi_0 e^{(-a_A(T - A_s) - b_A \bar{\sigma})} \quad (3.36)$$

onde as constantes são dadas por:

$$a_A = -\frac{2\ln(10)}{A_s - A_f} \quad e \quad b_A = \frac{a_A}{C_A} \quad (3.37)$$

e C_A é uma constante do material.

3.6 Modelo de Fremond modificado

Fremond desenvolveu um modelo tridimensional capaz de reproduzir os efeitos de pseudoelasticidade e de memória de forma usando três variáveis internas que podem obedecer às restrições internas para a coexistência de três fases diferentes. Mais tarde, um modelo unidimensional, construído com base no modelo de Fremond, foi desenvolvido por Paiva e Savi (2006). Esse modelo considera diferentes propriedades do material e uma nova fração volumétrica associada com a fase martensita maclada. Desta forma, o modelo permite uma correta descrição do fenômeno de transformação de fase devido à variação de temperatura. Ele também considera os efeitos de deformação plástica e aclopamento da transformação da fase plástica. Em seguida será apresentado o modelo de Fremond modificado por Savi e Braga (1993), para o caso unidimensional e solicitação por carga cisalhante.

Como foi mencionado precedentemente, o modelo de Fremond (1987) foi escrito para o caso tridimensional para uma resposta termomecânica de uma liga com memória de forma onde as transformações martensíticas são descritas por três variáveis internas. Essas variáveis representam a fração volumétrica de duas variantes da martensita e devem satisfazer as restrições para a coexistência de três fases distintas, onde a terceira fase é a austenítica.

Considerando esse modelo, Savi e Braga (1993b), o modificaram para obter uma versão unidimensional válida para o caso de cisalhamento puro. Para isso consideraram a seguinte expressão da energia livre:

$$\rho\psi = \frac{E\varepsilon^2}{2} - \varphi + \xi_1(-\alpha\varepsilon + \varphi) + \xi_2(\alpha\varepsilon + \varphi) + I \quad (3.38)$$

onde E é o módulo de elasticidade, ε é a deformação e α e φ são parâmetros que descrevem a transformação martensítica.

A variável φ é calculada de acordo com a Equação 3.39, onde L é o calor latente de transformação de fase martensita-austenita e θ é a razão entre as temperaturas T e T_M (T_M é a temperatura média abaixo da qual a fase austenita é instável).

$$\varphi = L(\theta - 1) \quad ; \quad \theta = \frac{T}{T_M} \quad (3.39)$$

ξ_1 e ξ_2 representam as frações volumétricas das variantes da martensita e $I(\xi_1, \xi_2)$ é a função indicatriz associada com as seguintes restrições (SAVI; BRAGA, 1993b):

$$h_1 = -\xi_1 \leq 0, \quad h_2 = -\xi_2 \leq 0, \quad h_3 = \xi_1 + \xi_2 - 1 \leq 0 \quad (3.40)$$

Partindo da Equação 3.38 é possível obter as seguintes equações constitutivas:

$$\sigma = E\varepsilon + \alpha(\xi_2 - \xi_1) \quad (3.41)$$

$$B_1 = \alpha\varepsilon - \varphi - \partial_1 I(\xi_1, \xi_2) \quad (3.42)$$

$$B_2 = -\alpha\varepsilon - \varphi - \partial_2 I(\xi_1, \xi_2) \quad (3.43)$$

onde B_1 e B_2 são as tensões termodinâmicas e ∂_1 e ∂_2 são os sub-diferenciais calculados por Rockafellar (1970), de acordo com Paiva e Savi (2006).

Savi e Paiva (1993b) relatam em seu artigo que os multiplicadores de Lagrange oferecem uma boa alternativa para representar a função indicatriz e os sub-diferenciais reescrevendo-os de acordo com as Equações 3.44 e 3.45.

$$I(\xi_1, \xi_2) = \lambda_1 h_1 + \lambda_2 h_2 + \lambda_3 h_3 \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} \partial_1 I(\xi_1, \xi_2) &= -\lambda_1 + \lambda_3 \\ \partial_2 I(\xi_1, \xi_2) &= -\lambda_2 + \lambda_3 \end{aligned} \quad (3.45)$$

Considerando o pseudopotencial de dissipação $\Phi(\dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2)$, o qual é quadrático, é possível calcular as variantes da martensita pela equação abaixo (SAVI; BRAGA, 1993b):

$$\eta \dot{\xi}_1 = B_1 \quad e \quad \eta \dot{\xi}_2 = B_2 \quad (3.46)$$

onde η é o coeficiente associado com as perdas internas que ocorrem durante a mudança de fase.

Uma opção para calcular as frações martensíticas, de acordo com Paiva e Savi (2006), é através do algoritmo de projeção, o qual é apresentado considerando um estado de deformação quase plástico. Para obter a solução considera-se um estado teste o qual assume um comportamento elástico sem transformação de fase. Para calcular esse estado, que é representado pelas variáveis indicadas por barras nas equações abaixo, aplica-se o algoritmo de *Euler Implícito* às Equações 3.42 e 3.43. Desta forma, o estado teste é obtido pelas seguintes equações:

$$\bar{\xi}_1^{n+1} = \xi_1^n + \frac{\Delta\tau}{\eta} (\varepsilon_{n+1} - \varphi_{n+1}) \quad (3.47)$$

$$\bar{\xi}_2^{n+1} = \xi_2^n + \frac{\Delta\tau}{\eta} (-\varepsilon_{n+1} - \varphi_{n+1}) \quad (3.48)$$

O passo seguinte é avaliar se as frações martensíticas obedecem às restrições abaixo:

$$\bar{h}_1 = -\bar{\xi}_1 \leq 0; \quad \bar{h}_2 = -\bar{\xi}_2 \leq 0; \quad \bar{h}_3 = \bar{\xi}_1 + \bar{\xi}_2 - 1 \leq 0 \quad (3.49)$$

Caso as restrições expressas por (3.49) sejam satisfeitas, o estado teste é calculado pelas Equações 3.47 e 3.48 e isso significa que não ocorre transformação. Caso contrário, utilizam-se as equações 3.50 e 3.51, as quais necessitam de uma projeção, como mostrado na Figura 3.5, para calcular esse estado.

$$\xi_1^{n+1} = \bar{\xi}_1^{n+1} + \Delta\xi_1 \quad (3.50)$$

$$\xi_2^{n+1} = \bar{\xi}_2^{n+1} + \Delta \xi_2 \quad (3.51)$$

onde $\Delta \xi_1$ e $\Delta \xi_2$ representam as projeções ortogonais que garantem que as frações martensíticas ξ_1 e ξ_2 obedecerão às restrições impostas.

Para satisfazer as restrições impostas pela Equação 3.49 as frações martensíticas devem estar a todo tempo dentro do triângulo da Figura 3.5 (região τ).

Se os valores de $\bar{\xi}_1^{n+1}$ e $\bar{\xi}_2^{n+1}$ calculados pelas Equações 3.47 e 3.48 estiverem fora da região IV os valores de $\Delta \xi_{1,2}$ são prescritos de forma que os resultados das Equações 3.50 e 3.51 serão projetados no ponto mais próximo ao limite do triângulo da Figura 3.5. Similar procedimento é aplicado a todas as regiões de acordo com a Tabela 3.1.

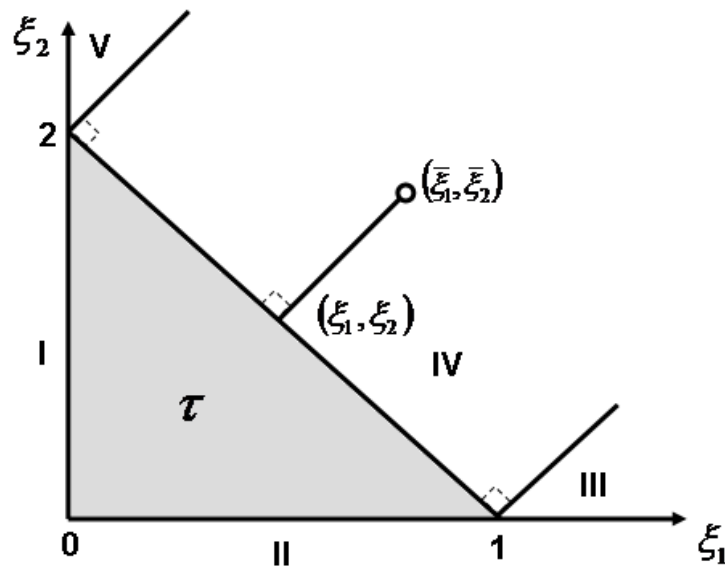


Figura 3.5 - Triângulo de restrições das fases e projeções ortogonais sobre as fronteiras.

Tabela 3.1 – Condições e consequências da projeção ortogonal da Figura 3.5.

Região	Condição	Resultado	Resultado
I	$\bar{\xi}_2^{n+1} < 0$	$\Delta \xi_1 = 0$	$\Delta \xi_2 = -\bar{\xi}_2^{n+1}$
II	$\bar{\xi}_1^{n+1} < 0$	$\Delta \xi_1 = -\bar{\xi}_1^{n+1}$	$\Delta \xi_2 = 0$
III	$\bar{\xi}_2^{n+1} \leq \bar{\xi}_1^{n+1} - 1$	$\Delta \xi_1 = 1 - \bar{\xi}_1^{n+1}$	$\Delta \xi_2 = -\bar{\xi}_2^{n+1}$
IV	$\bar{\xi}_2^{n+1} > \bar{\xi}_1^{n+1} - 1$ & $\bar{\xi}_2^{n+1} < \bar{\xi}_1^{n+1} + 1$	$\Delta \xi_1 = \left(\frac{1 - \bar{\xi}_1^{n+1} - \bar{\xi}_2^{n+1}}{2} \right)$	$\Delta \xi_2 = \Delta \xi_1$
V	$\bar{\xi}_2^{n+1} \geq \bar{\xi}_1^{n+1} + 1$	$\Delta \xi_1 = -\bar{\xi}_1^{n+1}$	$\Delta \xi_2 = 1 - \bar{\xi}_2^{n+1}$

3.7 Modelo simplificado de Savi e coautores

Analisando o artigo de Paiva e Savi (2006), observa-se que os autores propuseram um novo modelo tomando por base o modelo original de Fremond. Nessa abordagem eles excluíram o estudo sobre tensão-compressão assimétrica e focaram em uma formulação simplificada considerando as seguintes variáveis como principais: deformação elástica (ε_e), temperatura (T) e quatro variáveis associadas com as frações volumétricas ($\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$). Para maiores detalhes deve-se consultar (PAIVA *et al.*, 2005 e PAIVA *et al.*, 2006).

De acordo com esse modelo ξ_1 está associado com a fração martensítica não maclada induzida por tensão de tração, ξ_2 descreve a fração martensítica não maclada induzida por compressão, ξ_3 representa a fase austenítica e ξ_4 corresponde à fração martensítica maclada. A energia livre do sistema pode ser escrita em função dos pesos de cada função com suas frações volumétricas (PAIVA; SAVI, 2006). A relação entre essas frações é mostrada na Equação 3.52.

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = 1 \quad (3.52)$$

Com essa relação é possível reescrever a energia livre do sistema em função de três frações volumétricas (ξ_1, ξ_2, ξ_3) e decompor a deformação elástica da seguinte forma:

$$\varepsilon_e = \varepsilon - \alpha_h (\xi_1 - \xi_2) \quad (3.53)$$

onde ε é a deformação total e $\varepsilon_p = \alpha_h (\xi_1 - \xi_2)$ é a deformação plástica, sendo α_h um parâmetro relacionado com o comprimento horizontal da curva tensão-deformação.

Para completar, o pseudopotencial de dissipação é definido como função das seguintes taxas, $\dot{\varepsilon}, \dot{T}, \dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dot{\xi}_3$. Ao fazer uma abordagem geral do material é possível obter as seguintes equações constitutivas que descrevem o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma:

$$\sigma = E(\varepsilon + \alpha_h (\xi_2 - \xi_1)) + \alpha (\xi_2 - \xi_1) - \Omega(T - T_0) \quad (3.54)$$

$$\dot{\xi}_1 = \frac{1}{\eta} \left\{ \alpha \varepsilon + \Lambda(T) + (2\alpha\alpha_h + E\alpha_h^2)(\xi_2 - \xi_1) + \right\} + \partial_{\dot{\xi}_1} J_x \quad (3.55)$$

$$\dot{\xi}_2 = \frac{1}{\eta} \left\{ -\alpha \varepsilon + \Lambda(T) - (2\alpha\alpha_h + E\alpha_h^2)(\xi_2 - \xi_1) - \right\} + \partial_{\dot{\xi}_2} J_x \quad (3.56)$$

$$\dot{\xi}_3 = \frac{1}{\eta} \left\{ -\frac{1}{2}(E_A - E_M)(\varepsilon + \alpha_h (\xi_2 - \xi_1))^2 + \Lambda_3(T) + \right\} + \partial_{\dot{\xi}_3} J_x \quad (3.57)$$

onde o módulo de elasticidade (E) e o tensor de transformação (Ω) são calculados em função da fração martensítica como mostrado nas equações abaixo:

$$E = E_M + \xi_3 (E_A - E_M) \quad (3.58)$$

$$\Omega = \Omega_M + \xi_3 (\Omega_A - \Omega_M) \quad (3.59)$$

Nas equações precedentes, T_0 é a temperatura de referência quando a deformação é nula ($\varepsilon = 0$). A função Λ é dependente da temperatura e define o nível da tensão da transformação de fase. O subscrito A refere-se à fase austenítica e o subscrito M à fase martensítica. Os termos $\partial_{\xi_n} J_\pi$ (para $n = 1, 2$ e 3) são os subdiferenciais da função indicatriz J_π em função das frações martensíticas ξ_n (PAIVA; SAVI, 2006). A função indicatriz $J_\pi(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ está relacionada com o conjunto convexo π , o qual fornece as restrições internas relacionadas com a correlação das três fases mencionadas anteriormente:

$$\pi = \{\xi_n \in \mathfrak{R} \mid 0 \leq \xi_n \leq 1; \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 \leq 1\} \quad (3.60)$$

de modo que:

$$J_\pi(\xi_n) = \begin{cases} 0 & \text{Se } \xi_n \in \pi \\ \infty & \text{Se } \xi_n \notin \pi \end{cases} \quad (3.61)$$

Com relação às equações de evolução das frações volumétricas (3.55 a 3.57), η é o coeficiente de dissipação e $J_X(\dot{\varepsilon}, \dot{T}, \dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dot{\xi}_3)$ é a função indicatriz que descreve as restrições para os sub-laços internos devidos às transformações incompletas de fases e também para a formação da martensita maclada. Sendo assim, o conjunto convexo X pode ser escrito conforme a Equação 3.62 para $\dot{\sigma} \neq 0$:

$$X = \left\{ \dot{\varepsilon}_n \in \mathfrak{R} \mid \begin{array}{l} \dot{\varepsilon}_1 \geq 0; \dot{\varepsilon}_3 \leq 0 \text{ Se } \varepsilon_0 > 0 \\ \dot{\varepsilon}_2 \leq 0; \dot{\varepsilon}_3 \geq 0 \text{ Se } \varepsilon_0 < 0 \end{array} \right\} \quad (3.62)$$

onde:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon - \frac{\Omega}{E}(T - T_0) \quad (3.63)$$

Quando a taxa de tensão é nula ($\dot{\sigma} = 0$) o conjunto convexo é expresso de acordo com a Equação 3.64. Maiores detalhes são fornecidos por Paiva e Savi (2006), Savi *et al.* (2007), Monteiro *et al.* (2009) e Oliveira *et al.* (2010).

$$X = \left\{ \dot{\varepsilon}_n \in \Re \left| \begin{array}{l} \dot{T}\dot{\xi}_1 \begin{cases} < 0 \text{ Se } \dot{T} > 0, \sigma < \sigma_M^{CRIT} \text{ e } \xi_1^S \neq 0 \\ = 0 \text{ caso contrário} \end{cases} \\ \dot{T}\dot{\xi}_2 \begin{cases} < 0 \text{ Se } \dot{T} > 0, \sigma < \sigma_M^{CRIT} \text{ e } \xi_2^S \neq 0 \\ = 0 \text{ caso contrário} \end{cases} \\ \dot{T}\dot{\xi}_3 \geq 0 \\ -\dot{\xi}_1^2 - \dot{\xi}_1\dot{\xi}_3 = 0 \text{ ou } -\dot{\xi}_2^2 - \dot{\xi}_2\dot{\xi}_3 = 0 \end{array} \right. \right\} \quad (3.64)$$

onde ξ_1^S e ξ_2^S são os valores de ξ_1 e ξ_2 quando a transformação de fase se inicia e σ_M^{CRIT} é a tensão crítica para as transformações de martensita maclada para não maclada sob carga de tração ou de compressão. O cálculo das funções Λ e Λ_3 é feito de acordo com as equações abaixo:

$$\Lambda = -L_0 + \frac{L}{T_M}(T - T_M) \quad (3.65)$$

$$\Lambda_3 = -L_0^A + \frac{L^A}{T_M}(T - T_M) \quad (3.66)$$

Nas equações acima T_M é a temperatura abaixo da qual a fase martensítica se torna estável e L_0, L, L_0^A e L^A são parâmetros referentes à tensão crítica (σ^{CRIT}) de transformação de fase. A definição dessas funções (Λ e Λ_3) estabelece uma tensão crítica de transformação para cada fase. A definição dessa tensão é fundamental para avaliar o conjunto convexo X quando $\dot{\sigma} = 0$. E ela pode ser obtida considerando

$\dot{\xi}_1 = \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$ nas Equações 3.54 e 3.55. Desta forma, a seguinte expressão pode ser obtida:

$$\sigma_M^{CRIT} = \frac{E_M}{\alpha + E_M \alpha_h} \left(L_0 - \frac{L(T - T_M)}{T_M} + \alpha_h \Omega_M (T - T_0) \right) - \Omega_M (T - T_0) \quad (3.67)$$

Outra característica importante desse modelo é que existe uma temperatura crítica (T_C) abaixo da qual não existe mudança de posição no laço de histerese do gráfico tensão-deformação. Essa temperatura limita a variação da tensão crítica de transformação e pode ser determinada fazendo as considerações $\dot{\xi}_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$ e $\xi_1 = 0$ nas Equações 3.54 e 3.55. Desta forma têm-se as seguintes expressões:

$$\alpha_h = \varepsilon_R - \frac{\alpha}{E_M} - \frac{\Omega_M}{E_M} (T_C - T_0) \quad (3.68)$$

$$T_C = T_M \left(\frac{LE_M + \alpha(\Omega_M T_0 - \alpha)}{LE_M + \alpha\Omega_M T_M} \right) \quad (3.69)$$

Para contemplar as diferentes características para a cinética da transformação de fase no processo de carregamento e descarregamento utilizam-se diferentes valores para o parâmetro η :

$$\eta = \begin{cases} \eta^L & \text{Se } \dot{\varepsilon} > 0 \\ \eta^U & \text{Se } \dot{\varepsilon} < 0 \end{cases} \quad (3.70)$$

Uma forma de trabalhar com as não-linearidades presentes nas Equações 3.54 a 3.57 consiste em empregar a técnica de partição do operador, associada a um processo iterativo (OLIVEIRA, 2008). Isso permite tratar problemas acoplados como desacoplados. Para isso isolam-se os subdiferenciais e aplica-se o método de *Euler Implícito* para calcular as frações

volumétricas $(\xi_1, \xi_2 \text{ e } \xi_3)$. Caso os valores calculados não satisfaçam as restrições impostas pelo tetraedro da Figura 3.6, as projeções ortogonais que representam os subdiferenciais da função indicatriz $J_\pi(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ forçam as variáveis a ficarem contidas no domínio associado ao tetraedro (OLIVEIRA, 2008). Essa projeção considera o ponto mais próximo da superfície do tetraedro, garantindo assim que as frações volumétricas calculadas obedeçam às restrições impostas pelo modelo (SAVI; BRAGA, 1993).

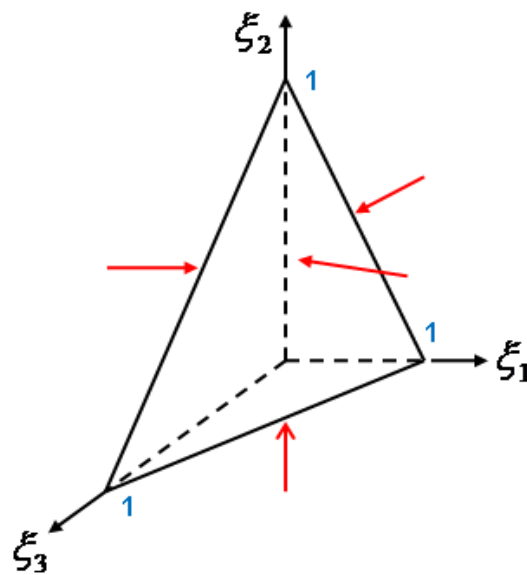


Figura 3.6 – Representação gráfica da projeção ortogonal.

CAPÍTULO IV

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

4.1 Simulações

Após a descrição dos modelos apresentados no Capítulo III, simulações numéricas foram realizadas com o intuito de validar os modelos com cinética de transformação assumida. Os resultados das simulações foram comparados com os resultados apresentados por Paiva e Savi (2006).

As simulações foram realizadas considerando as propriedades de um fio de Nitinol. A Tabela 4.1 apresenta as propriedades termomecânicas relevantes do fio, utilizadas para a realização das simulações.

Tabela 4.1 - Propriedades termomecânicas de uma liga de Nitinol (PAIVA; SAVI, 2006).

Propriedades do Material	Temperaturas de Transformação	Parâmetros do Material
$E_A = 67,0 \text{ GPa}$	$M_f = 282,0 \text{ K}$	$C_M = 8,0 \text{ MPa/K}$
$E_M = 26,3 \text{ GPa}$	$M_s = 291,0 \text{ K}$	$C_A = 13,8 \text{ MPa/K}$
$\Omega = 0,55 \text{ MPa/K}$	$A_s = 307,5 \text{ K}$	$\sigma_s^{CRIT} = 100,0 \text{ MPa}$
$S_L = 0,067$	$A_s = 322,0 \text{ K}$	$\sigma_f^{CRIT} = 170,0 \text{ MPa}$

As Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam as comparações das curvas tensão-deformação que evidenciam, dependendo das condições impostas, o efeito memória de forma ou pseudoelástico entre os modelos simulados e entre as curvas obtidas por Paiva e Savi (2006), nas temperaturas de 288 K, 298 K e 333 K. Pelos gráficos observa-se que os modelos simulados correspondem exatamente, no tocante às tensões críticas de transformação de fase e às deformações obtidas, aos modelos expostos na literatura.

Como explicado com relação ao modelo de Brinson (Capítulo III) a sua curva tensão-deformação difere das dos outros modelos, pois na transformação direta (austenita para martensita) as retas do diagrama tensão-temperatura não passam pelas temperaturas de transformação da martensita em um estado livre de tensão (Figura 3.3).

Aos modelos simulados foi acrescentado o modelo de Boyd e Lagoudas e os resultados obtidos para esse modelo correspondem exatamente aos resultados do modelo de Tanaka para o caso unidimensional. A mesma observação foi relatada por Paiva e Savi (1999 e 2006).

Na Figura 4.1 o modelo de Brinson mostra o material constituído pelas fases austenita e martensita maclada em sua fase mãe e a transformação dessa fase em martensita não maclada é satisfeita de forma que inicialmente a fração martensítica induzida por temperatura (ξ_T) varie entre zero e um e a fração martensítica induzida por tensão (ξ_s) é igual a zero. Iniciando-se a transformação, ξ_T passa a dar lugar a ξ_s e quando toda carga é retirada do material o mesmo apresenta uma deformação residual (S_L). O material poderá recuperar sua forma inicial, voltando para a fase mãe, aquecendo-o a uma temperatura superior a A_f , representando assim o efeito memória de forma. Comprovando os resultados apresentados por Paiva e Savi (1999), os outros modelos exibem a transformação de uma parcela da fase austenítica, assinalando uma deformação inicial como se essa tivesse sido ocasionada por imposição de um campo de tensões, visto que esses modelos não apresentam a variante da martensita maclada.

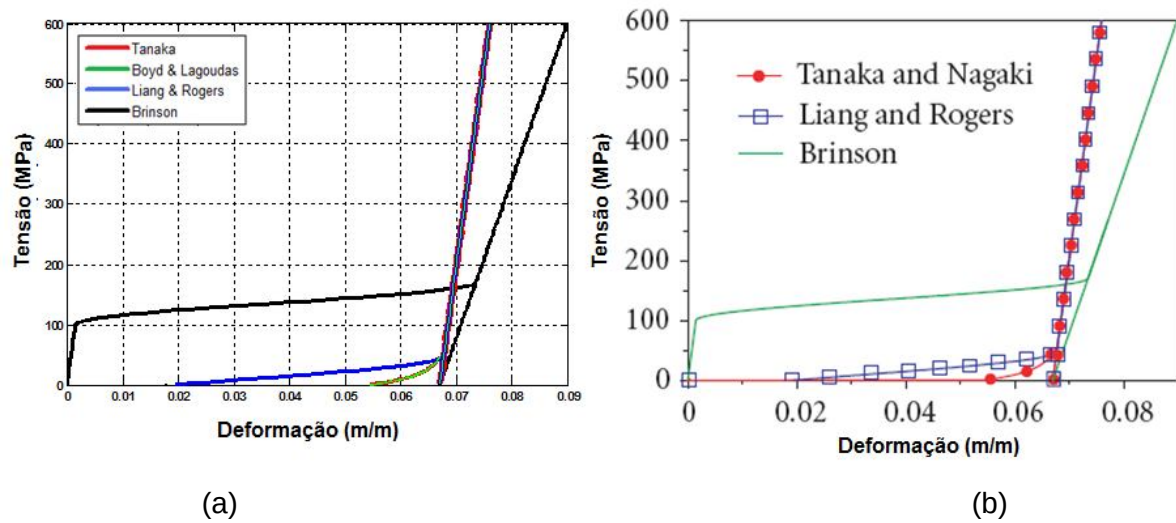
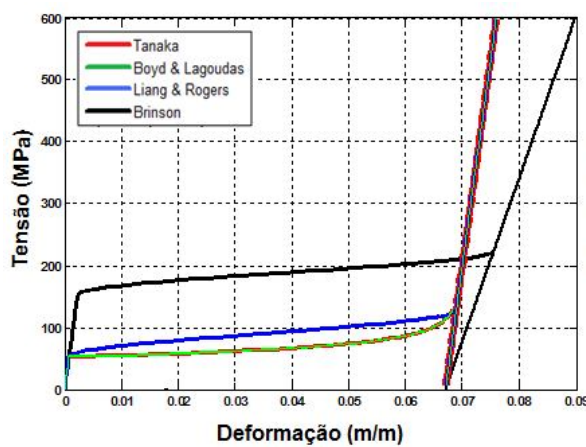
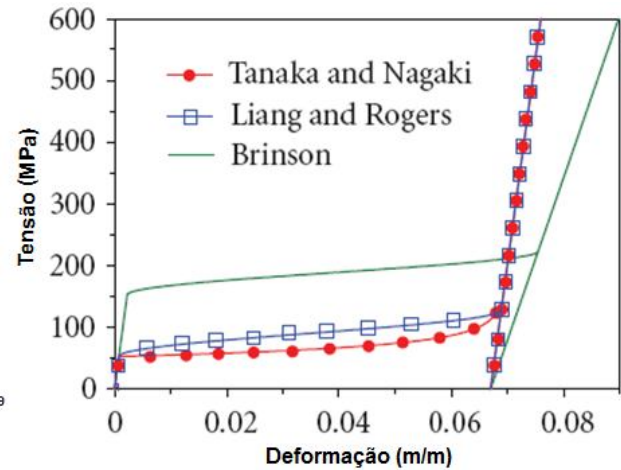


Figura 4.1 - Diagramas tensão-deformação para uma temperatura de 288K ($M_f < 288 K < M_s$), (a) modelos simulados, (b) resultados apresentados por Paiva e Savi (2006).

Na Figura 4.2 os gráficos são produzidos aplicando uma temperatura de 298 K ($M_s < 298 K < A_s$) e, como observado nas curvas abaixo, a transformação de austenita para martensita ocorre de forma coerente. Como mencionado no Capítulo III, os modelos de Tanaka, Boyd e Lagoudas e Liang e Rogers não conseguem completar o ciclo de histerese das curvas tensão-deformação para temperaturas inferiores a M_s . Já o modelo de Brinson pode ser aplicado a qualquer temperatura. Ao descarregar o material, uma deformação residual (S_L) é apresentada, a qual poderá ser recuperada aquecendo o material acima de A_f . Fica demonstrado assim o efeito de memória de forma.



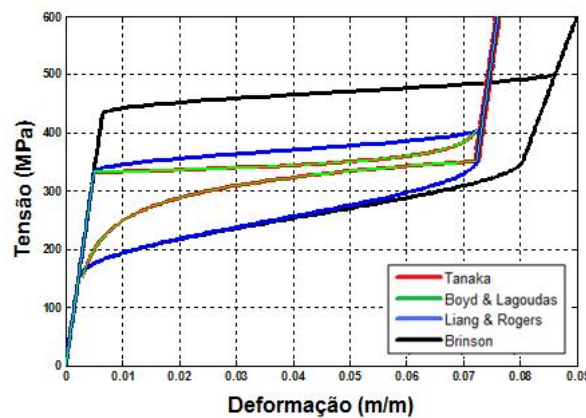
(a)



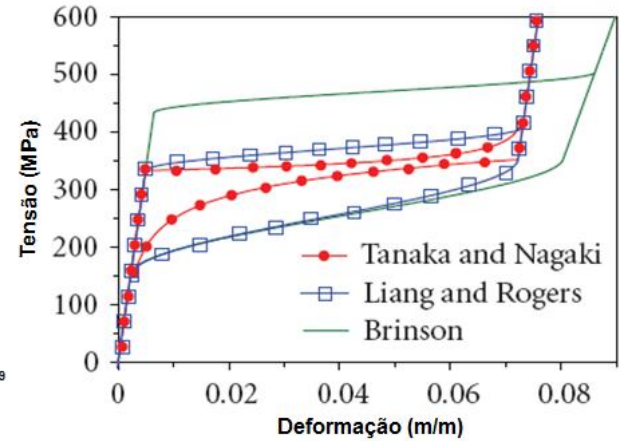
(b)

Figura 4.2 - Diagramas tensão-deformação para temperatura de 298 K ($M_s < 298 \text{ K} < A_s$). (a) - modelos simulados pelo autor; (b) resultados apresentados por Paiva e Savi, 2006.

A Figura 4.3 mostra o efeito de pseudoelasticidade; é possível identificar diferenças nas formas das curvas previstas pelos modelos, sendo que o modelo de Brinson apresenta maior área compreendida pelo laço de histerese.



(a)



(b)

Figura 4.3 - Diagramas tensão-deformação para temperatura de 333 K ($333 \text{ K} > A_f$). (a) - modelos simulados pelo autor; (b) resultados apresentados por Paiva e Savi (2006).

A Figura 4.4 mostra as curvas tensão-deformação simuladas na temperatura de 270 K ($270 \text{ K} < M_f$). Como relatado no Capítulo III, com exceção do modelo de Brinson, todos os

outros modelos com cinética de transformação assumida apresentam um comportamento linear entre tensão e deformação e uma deformação inicial correspondente à deformação residual $S_L = 0,067$. O modelo de Brinson descreve adequadamente o efeito de memória de forma, como pode ser visto na figura abaixo.

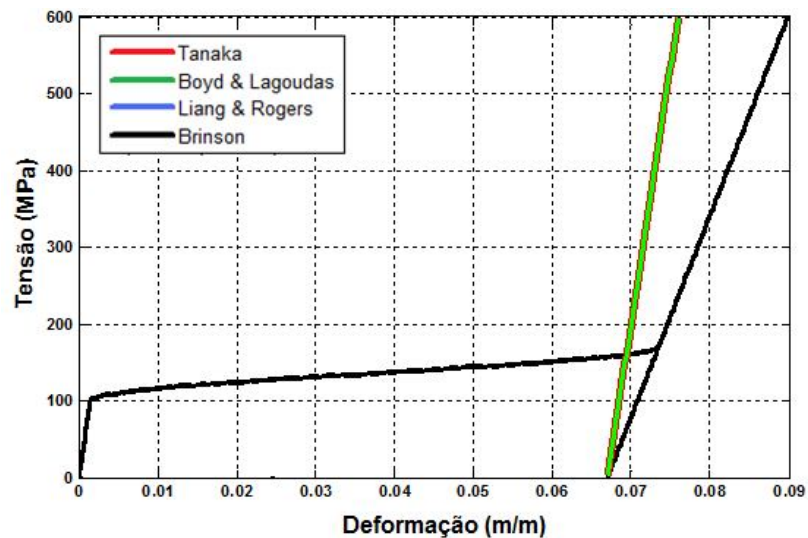


Figura 4.4 - Diagramas tensão-deformação para temperatura de 270 K ($270\text{ K} < M_f$).

A Figura 4.5 apresenta o efeito pseudoelástico parcial, pois a transformação inversa não é concluída. As curvas correspondem a simulações na temperatura de 314,75 K, ou seja, temperatura inferior a A_f e superior a A_s . Nessa condição a transformação de martensita para austenita não é finalizada, necessitando-se, assim, que o material seja aquecido acima de A_f para que o mesmo recupere a deformação sofrida e volte ao estado inicial.

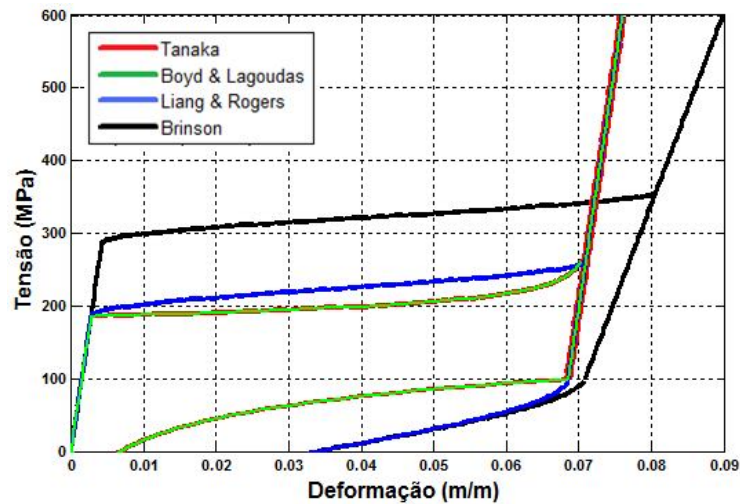
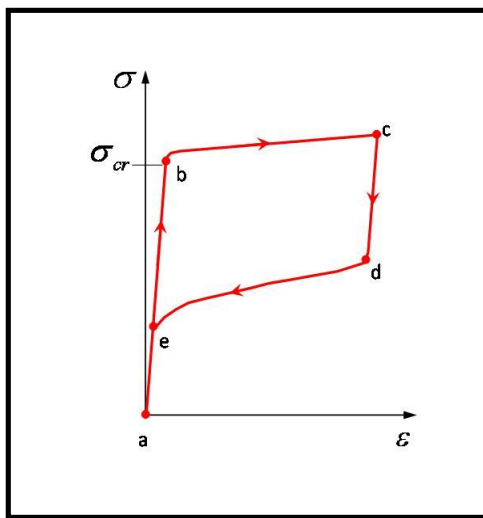
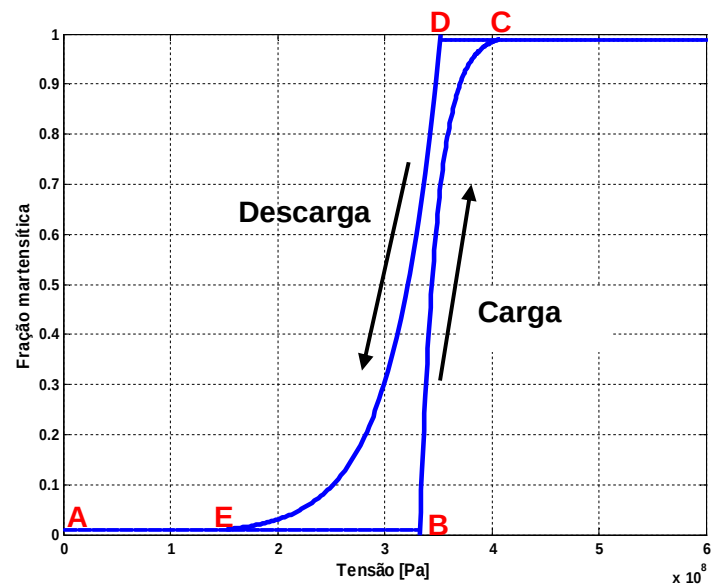


Figura 4.5 - Diagrama tensão-deformação para temperatura de 314.75 K $A_s < 314,5 < A_f$.

A Figura 4.6(a) ilustra uma curva tensão-deformação para o efeito de pseudoelasticidade e a 4.6(b) mostra a evolução da fração martensítica em função da tensão para os modelos de Tanaka e Boyd-Lagoudas para temperatura de 333 K. Vale ressaltar que esses dois modelos apresentam resultados idênticos. Sendo assim, o ponto A encontra-se no estado livre de tensão. No ponto B inicia-se a transformação da fase austenítica para martensítica e a fração martensítica é nula. Durante a transformação, a fração martensítica cresce e se torna igual a 1 no ponto C (constituição completamente martensítica). Não ocorre transformação entre os pontos C e D durante o descarregamento. A partir do ponto D inicia-se a transformação inversa que irá se completar quando a fração martensítica for igual a zero no ponto E.



(a)



(b)

Figura 4.6 – (a) diagrama tensão-deformação ilustrando o efeito pseudoelástico; (b) evolução da fração martensítica em função da tensão para os modelos de Tanaka e de Boyd-Lagoudas.

A Figura 4.7 mostra a evolução da fração martensítica para o modelo de Liang-Rogers. As mesmas observações feitas na Figura 4.6 para os modelos de Tanaka e Boyd-Lagoudas podem ser feitas para esse modelo. A única diferença está no formato das curvas, pois o modelo de Liang-Rogers considera uma função cosseno para a evolução da fração martensítica.

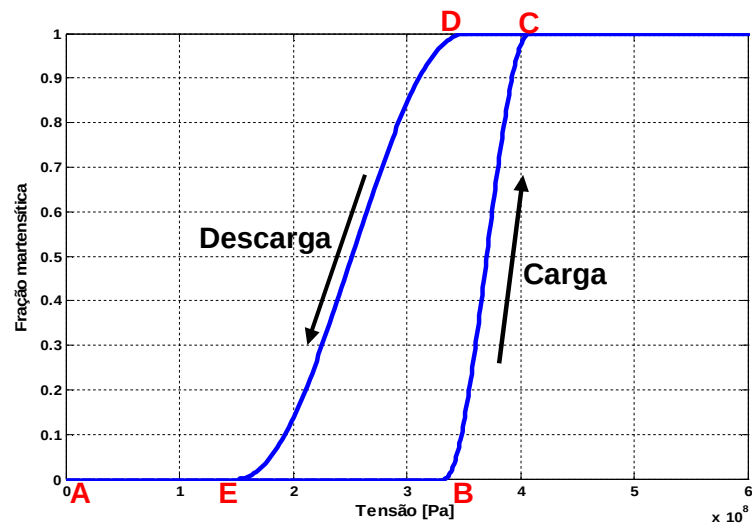


Figura 4.7 – Evolução da fração martensítica em função da tensão para o modelo de Liang - Rogers.

A Figura 4.8 representa a evolução da fração martensítica para o modelo de Brinson. Note-se que essas curvas são semelhantes às da Figura 4.7 (modelo de Liang-Rogers), o que era de se esperar visto que os dois modelos consideram uma função cosseno para a evolução dessa fração. Devido às modificações introduzidas no modelo de Brinson (comentadas no Capítulo III) este modelo apresenta maior área compreendida pelo laço de histerese, motivo pelo qual as curvas da Figura 4.8 são mais espaçadas que as das Figuras 4.6 e 4.7.

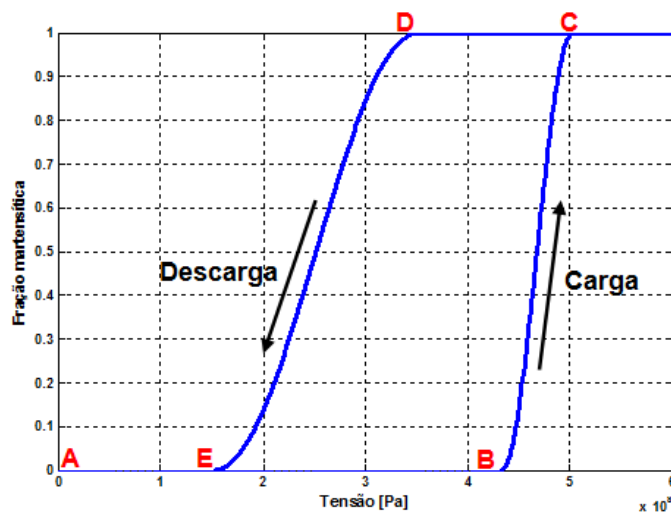


Figura 4.8 – Evolução da fração martensítica em função da tensão para o modelo de Brinson.

Para uma melhor comparação e comprovação do que foi dito anteriormente a respeito das curvas das Figuras 4.6, 4.7 e 4.8, as mesmas foram traçadas num mesmo gráfico, como mostra a Figura 4.9.

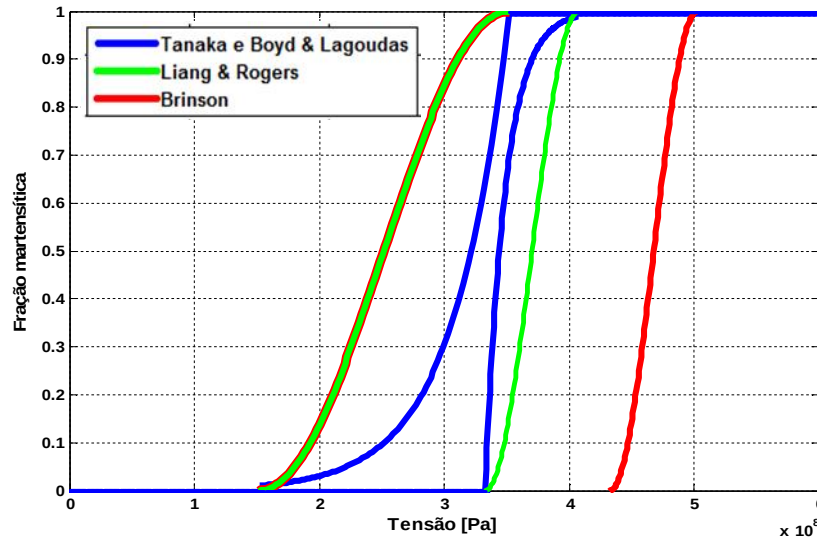


Figura 4.9 – Comparação das curvas de evolução da fração martensítica em função da tensão para os modelos com cinética de transformação assumida.

Os gráficos das figuras anteriores são referentes aos modelos com cinética de transformação assumida. Daqui para frente serão tratados os modelos com restrições internas. Para este efeito, a Tabela 4.2 apresenta as propriedades termomecânicas relevantes do fio de MMF utilizado para a concretização das simulações do modelo de Fremond modificado, apresentado na Seção 3.6.

Tabela 4.2 - Propriedades termomecânicas de uma liga de Nitinol.

Propriedades do Material	
$E_A = 54,0 \text{ GPa}$	$\eta = 10^{-3} \text{ GPa.s}$
$\alpha = 0,330 \text{ GPa}$	$T = 333 \text{ K}$
$L = 0,175 \text{ GPa}$	$T_M = 288 \text{ K}$

A Figura 4.12 exhibe o diagrama tensão-deformação para uma temperatura de trabalho de 333 K. Nessa temperatura o modelo descreve o efeito de pseudoelasticidade. Um dos

diferenciais desse modelo em relação aos modelos com cinética de transformação assumida é que ele não necessita que sejam conhecidas as tensões críticas de transformação. Conhecendo-se as propriedades do material e aplicando uma história de tensão (carregamento) como mostrado na Figura 4.10, por exemplo, tem-se o diagrama tensão-deformação. Caso a tensão aplicada não seja suficiente para que o ciclo se complete, o gráfico da Figura 4.13 prevê a ocorrência de uma transformação incompleta. As Figuras 4.12 e 4.13 foram simuladas considerando as mesmas propriedades do material, alterando-se apenas o carregamento aplicado, o primeiro com carga máxima de 600 MPa (Figura 4.10) e o segundo com carga máxima de 430 MPa (Figura 4.11). A forma de carregamento e descarregamento é idêntica para ambos os casos, a única diferença é o valor máximo de tensão aplicada.

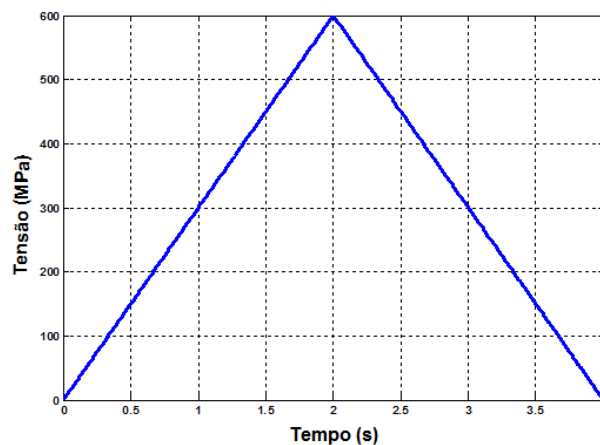
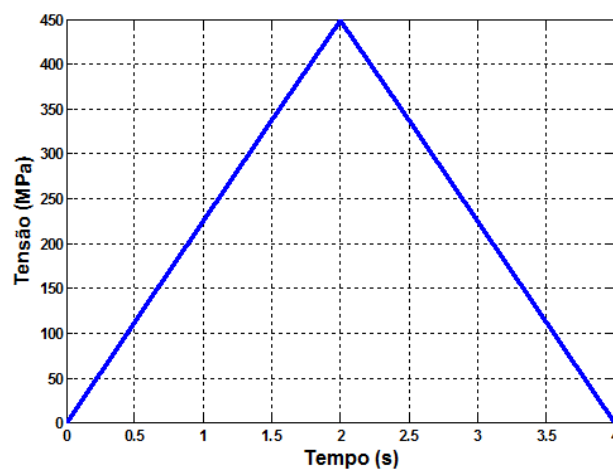


Figura 4.10 – Carregamento mecânico, carga máxima de 600 MPa.



4.11 – Carregamento mecânico, carga máxima de 450 MPa.

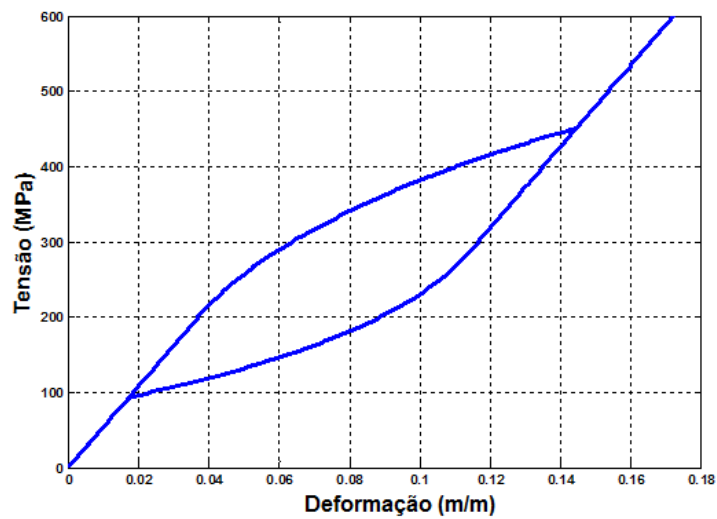


Figura 4.12 - Diagrama tensão-deformação para uma temperatura de 333 K e carga máxima de 600 MPa ($333\text{ K} > A_f$).

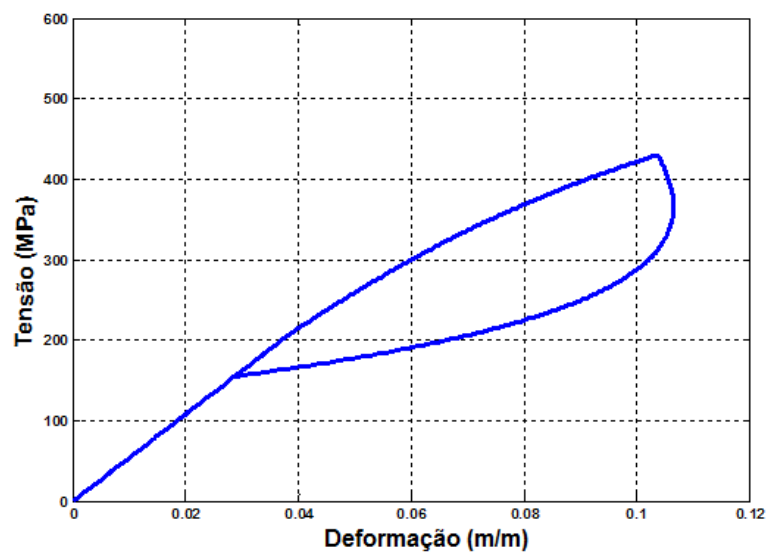


Figura 4.13 - Diagrama tensão-deformação para uma transformação incompleta, temperatura de 333 K ($333\text{ K} > A_f$) e carregamento máximo de 430 MPa.

A Figura 4.14 descreve a evolução da fração martensítica em função da tensão para o caso pseudoelástico onde a temperatura aplicada é de 333 K. As curvas indicadas por linhas vermelha e azul são, respectivamente, as frações martensíticas induzidas por tensão e temperatura. Note-se que seus valores são coerentes com os encontrados na literatura mencionada no Capítulo III, pois a soma destas variáveis tem que ser menor ou igual a 1. No ponto A o material se encontra na fase austenítica, a qual permanece até que a tensão

crítica de transformação seja alcançada (ponto B). A partir desse ponto inicia-se a transformação de austenita para martensita e a fração martensítica aumenta o seu valor com o acréscimo de tensão até que a transformação se complete. Desta forma, no ponto C tem-se uma composição completamente martensítica. No trajeto de C para D não ocorre transformação. A transformação inversa (martensita para austenita) começa no ponto D. Ao se retirar a carga (trajeto D para E), a fração martensítica diminui ao ponto de se tornar igual a zero no ponto E. Assim o material volta para o estado austenítico.

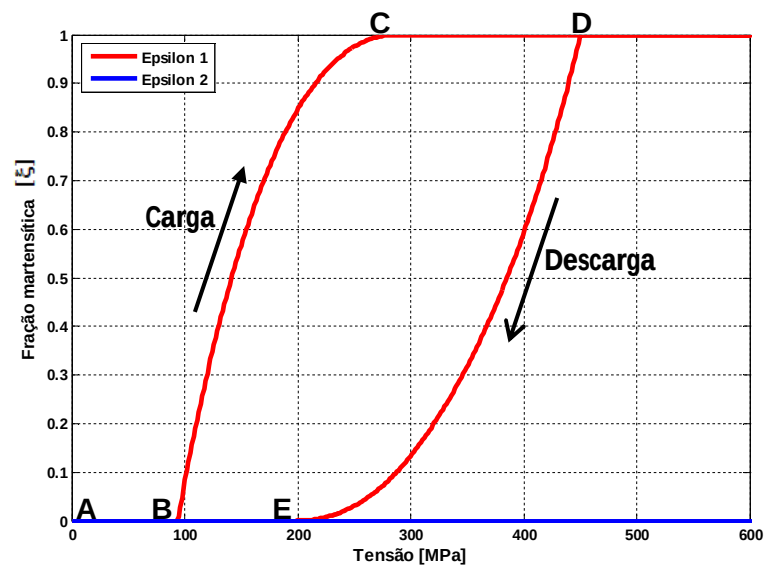


Figura 4.14 – Evolução da fração martensítica em função da tensão para o modelo de Fremond modificado simulado na temperatura de 333 K.

Na Figura 4.15 tem-se o efeito de memória de forma; ao se retirar o carregamento o material apresenta uma deformação residual a qual pode ser totalmente recuperada aquecendo-o acima de A_f . A temperatura utilizada nessa simulação é de 291 K e o carregamento é de 600 MPa, conforme apresentado na Figura 4.10.

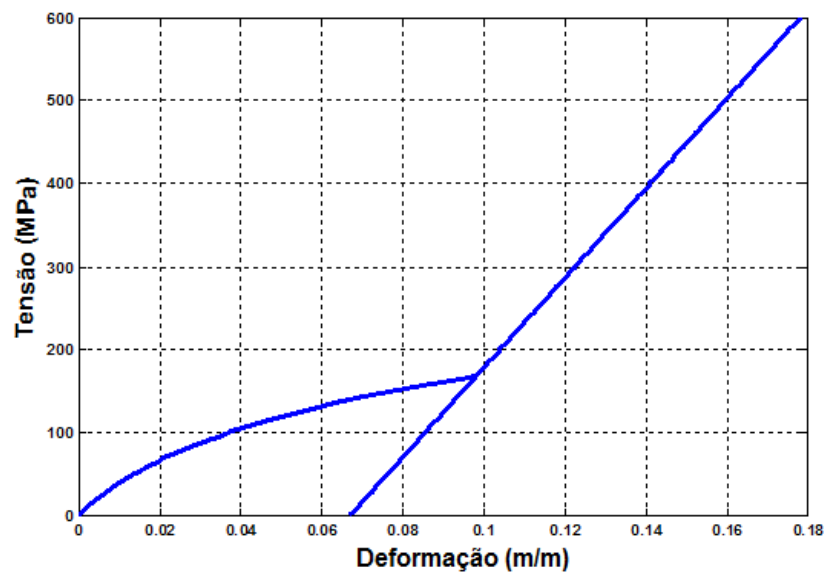


Figura 4.15 - Diagrama tensão-deformação representando o efeito memória de forma para uma temperatura de 291 K e carregamento de 600 MPa.

A Figura 4.16 expõe a evolução da fração martensítica em função da tensão para o caso memória de forma onde a temperatura aplicada é de 291 K. Nesta figura, as curvas em vermelho e azul são as frações martensíticas induzidas por tensão e temperatura, respectivamente. Como para o caso do efeito pseudoelástico, esse resultado também está coerente com a literatura, pois a soma entre as frações volumétricas resulta menor ou igual a 1.

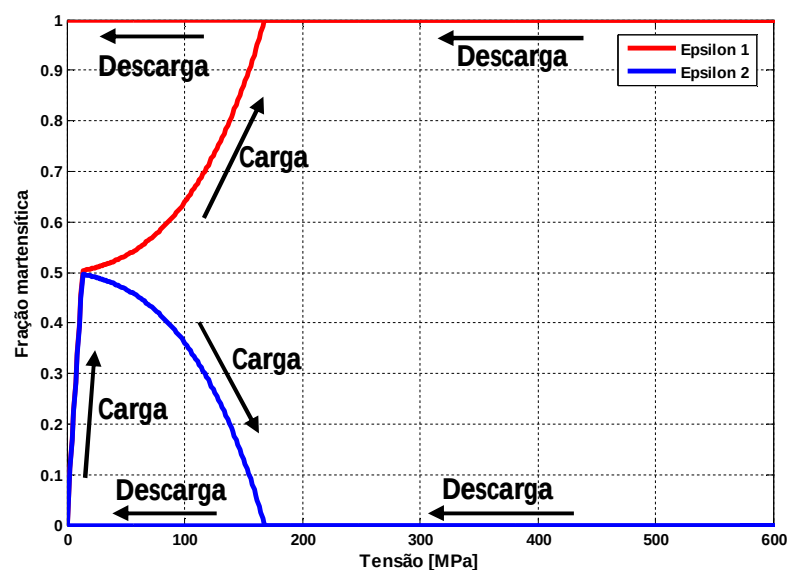


Figura 4.16 – Evolução da fração martensítica em função da tensão para o modelo de Fremond modificado aplicado a temperatura de 291 K.

A seguir serão apresentados os resultados referentes ao modelo simplificado de Savi, descrito na Seção 3.7. Para a obtenção destes resultados foram adotados os dados mostrados na Tabela 4.3. Nas simulações foram utilizadas as mesmas temperaturas consideradas para os modelos com cinética de transformação assumida: 270 K, 288 K, 314,75 K e 333 K.

Tabela 4.3 - Propriedades termomecânicas de uma liga de Nitinol.

Propriedades do material			
$E_A = 54,0 \text{ GPa}$	$E_M = 42,0 \text{ GPa}$	$L_0^T = 0,15 \text{ MPa}$	$L_0^C = 0,15 \text{ MPa}$
$\alpha_h = 0,0453$	$\alpha = 0,330 \text{ GPa}$	$L^C = 41,5 \text{ MPa}$	$L^A = 175 \text{ MPa}$
$\Omega_A = 0,74 \text{ MPa}$	$\Omega_M = 0,17 \text{ MPa}$	$L^T = 41,5 \text{ MPa}$	$L_0^A = 0,630 \text{ MPa}$
$\eta_c^T = 1,0 \text{ MPa}$	$\eta_d^T = 2,0 \text{ MPa}$	$\eta_d^C = 2,0 \text{ MPa}$	$\sigma_M = 500 \text{ MPa}$
$\eta_c^A = 1,0 \text{ MPa}$	$\eta_d^A = 2,0 \text{ MPa}$	$\eta_c^C = 1,0 \text{ MPa}$	$\sigma_{A_f}^{esc} = 1000 \text{ MPa}$
$T_M = 291,4 \text{ K}$	$T_A = 307,5 \text{ K}$	$T_f = 423 \text{ K}$	$\sigma_{A_s}^{esc} = 1500 \text{ MPa}$

A Figura 4.17 mostra o diagrama tensão-deformação para uma liga de Nitinol submetida a temperatura constante de 270 K, que é inferior a M_f , e a uma história de carregamento de 600 MPa, como apresentado na Figura 4.10. Nessa temperatura a fase martensítica é estável e o processo de carregamento e descarregamento descreve o efeito memória de forma. Como no modelo de Brinson, esse modelo também pode ser aplicado para temperaturas inferiores a M_f . Durante o carregamento ocorre a transformação de fase de martensita maclada para não maclada. A transformação inversa não ocorre quando a carga é retirada, pois na temperatura de 270 K a fase martensita induzida por tensão é estável. Isso provoca uma deformação residual, a qual pode ser verificada quando o material é totalmente descarregado. Em seguida, aquecendo o material acima de 333 K, onde a austenita é estável, a deformação residual é recuperada e o material passa da fase martensita não maclada para a fase austenita.

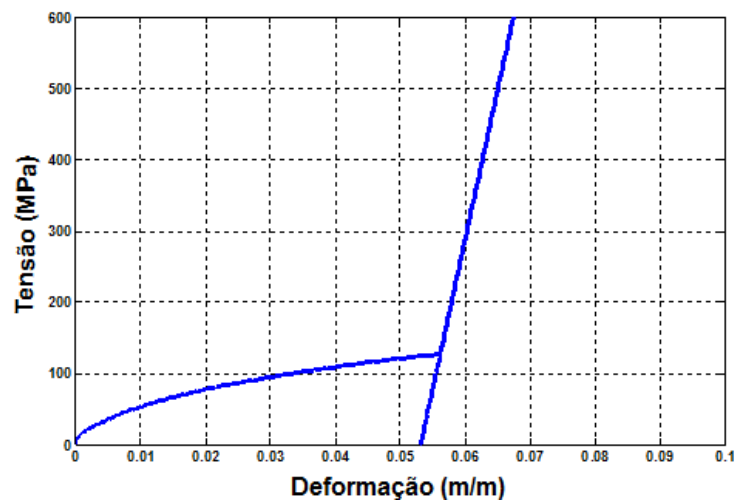


Figura 4.17 – Diagrama tensão-deformação para temperatura de 270 K ($270\text{ K} < M_f$).

O gráfico da Figura 4.18 foi construído para uma temperatura de 288 K. Note-se que o aumento da temperatura de 270 K (caso anterior) para 288 K implicou um aumento da tensão crítica de transformação. Fato semelhante foi observado nos modelos discutidos anteriormente. Como a temperatura está abaixo de A_s a curva descreve o efeito memória de forma.

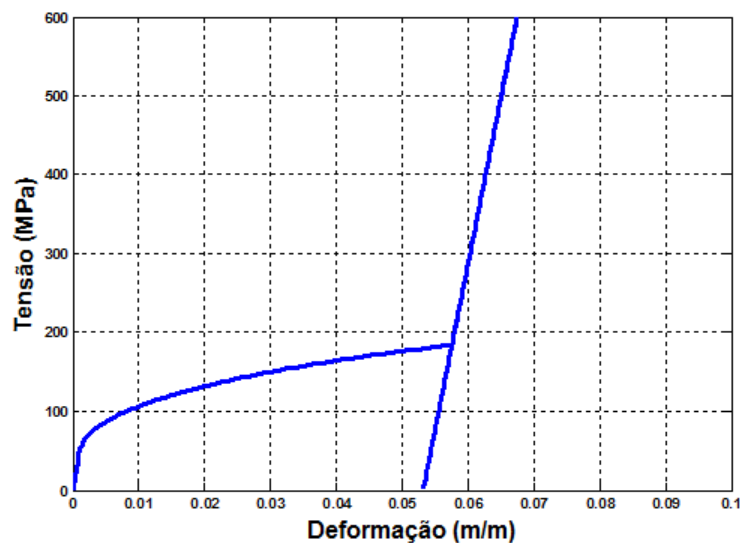


Figura 4.18 – Diagrama tensão-deformação para temperatura de 288 K ($M_f < 288\text{ K} < M_s$).

No gráfico da Figura 4.19 a curva apresentada ilustra uma transformação inversa incompleta. A temperatura é constante e vale 314,75 K, ou seja, ela é maior que A_s e menor que A_f . Nessa condição, o gráfico exprime o efeito pseudoelástico incompleto. Já na Figura 4.20, a temperatura utilizada é maior A_f e o gráfico descreve o efeito pseudoelástico.

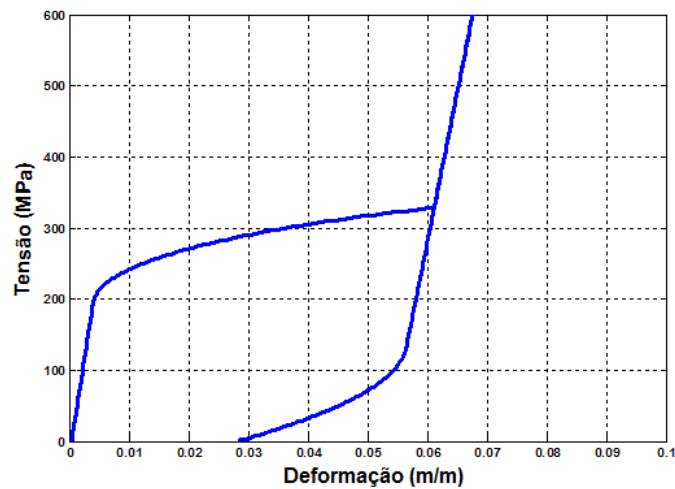


Figura 4.19 - Diagrama tensão-deformação para temperatura de 314,75 K ($A_s < 314,75 \text{ K} < A_f$).

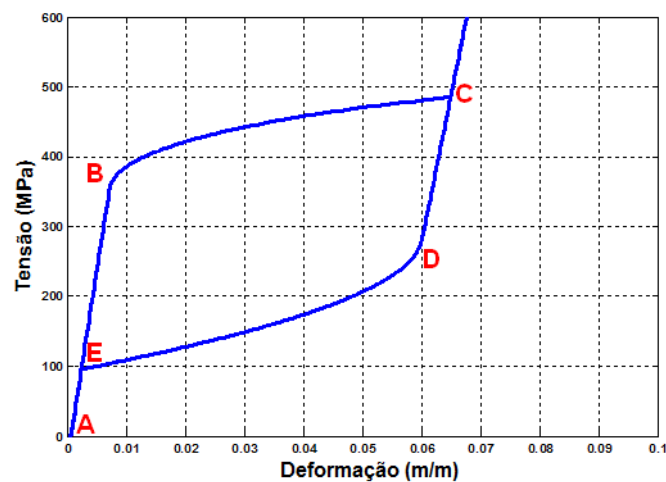


Figura 4.20 - Diagrama tensão-deformação para temperatura de 333 K ($333 \text{ K} > A_f$).

A Figura 4.21 mostra a evolução das frações volumétricas em função da tensão para temperatura constante de 333 K. Nessa temperatura o material se encontra na fase austenítica e se comporta como pseudoelástico. Logo, no ponto A, onde a tensão é nula, tem-se 100 % de austenita e 0 % de martensita. No trajeto de A para B o material continua austenítico e ao ultrapassar a tensão crítica no ponto B a austenita passa a dar lugar à fase martensita não maclada induzida pela força de tração. No ponto C tem-se 100 % de martensita. Durante o descarregamento de C para D não ocorre mudança de fase e ao se atingir a tensão crítica no ponto D inicia-se a transformação de fase inversa onde a martensita passa a dar lugar à austenita. Desta forma, no ponto E tem-se 100 % de austenita. As frações volumétricas referentes à martensita não maclada induzida por compressão e martensita maclada são iguais a zero durante todo o ciclo, pois a carga de trabalho é de tração e a temperatura é constante. Os pontos da Figura 4.21 também podem ser identificados na Figura 4.20.

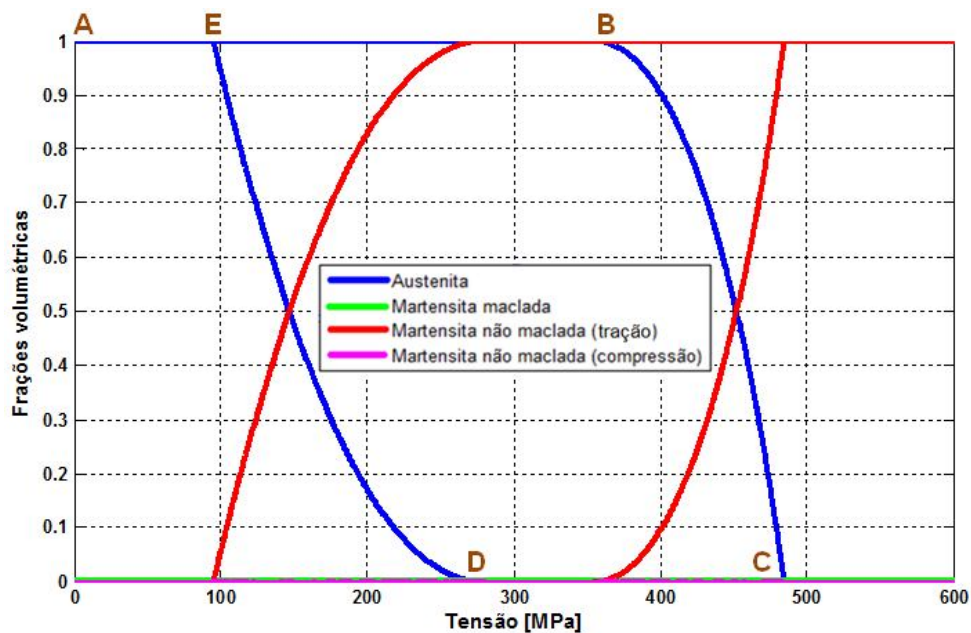


Figura 4.21 – Evolução das frações volumétricas em função da tensão para o modelo de SAVI simplificado, aplicado a temperatura de 333 K.

As curvas simuladas da Figura 4.22 foram obtidas com as mesmas configurações da curva da Figura 4.20, variando-se a tensão aplicada. Na tensão de 400 MPa tem-se uma transformação de fase incompleta. Já para as outras cargas, as transformações são completas e a única diferença entre as curvas são as alterações nas tensões críticas de

transformação de fase, visto que quanto maior a carga aplicada maior será a tensão crítica de transformação no processo direto. Para melhor caracterizar as transformações incompletas traçaram-se na Figura 4.23 as curvas de evolução das frações volumétricas para a tensão de 400 MPa e temperatura de 333 K, Desta forma pode-se comparar as Figuras 4.21 e 4.23 e ver claramente que não ocorreu transformação de fase completa.

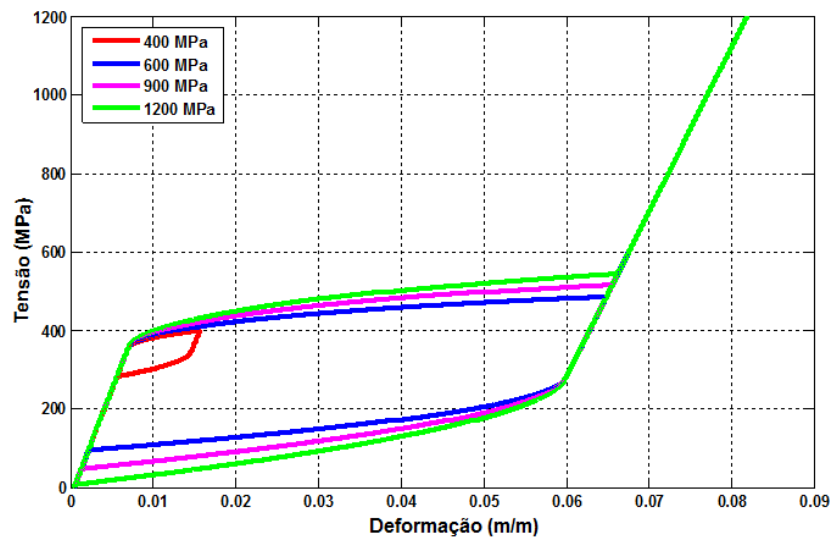


Figura 4.22 – Comparação dos diagramas tensão-deformação para diferentes cargas e temperatura de 333 K.

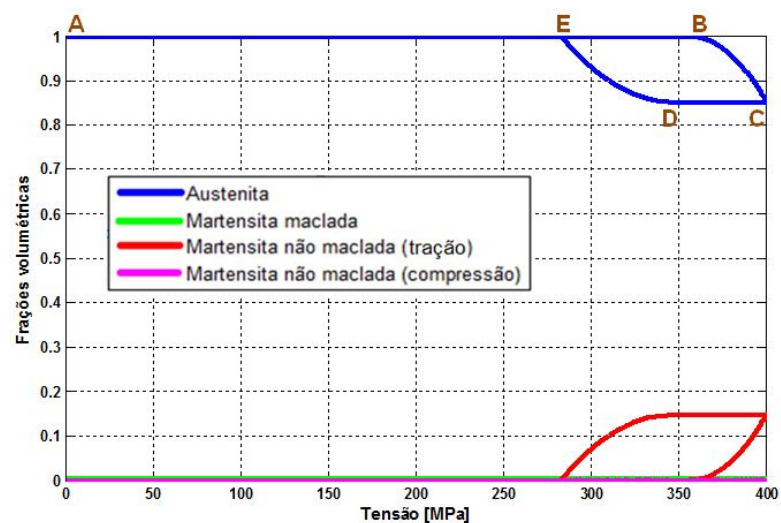


Figura 4.23 – Evolução das frações volumétricas em função da tensão para o modelo de SAVI simplificado aplicado a temperatura de 333 K e tensão de 400 MPa.

A Figura 4.24 representa a transformação de fase devida à variação de temperatura para um estado livre de tensão. No trajeto de A para B o material se comporta elasticamente e a deformação varia linearmente com a temperatura. No ponto A inicia-se a transformação de martensita maclada para austenita. A transformação se completa no ponto C, ou seja, tem-se uma fase completamente austenítica, a qual é estável para temperaturas superiores a esse ponto. Em seguida, ao se resfriar o material de C para D o mesmo não muda de fase e também possui um comportamento elástico como no trecho de A para B. Quando a temperatura atinge o ponto D inicia-se a transformação inversa, austenita para martensita maclada, que se completará no ponto B. Segundo Oliveira (2008) a área formada pela curva corresponde à energia dissipada durante o ciclo termomecânico de transformação de fase devido à variação de temperatura.

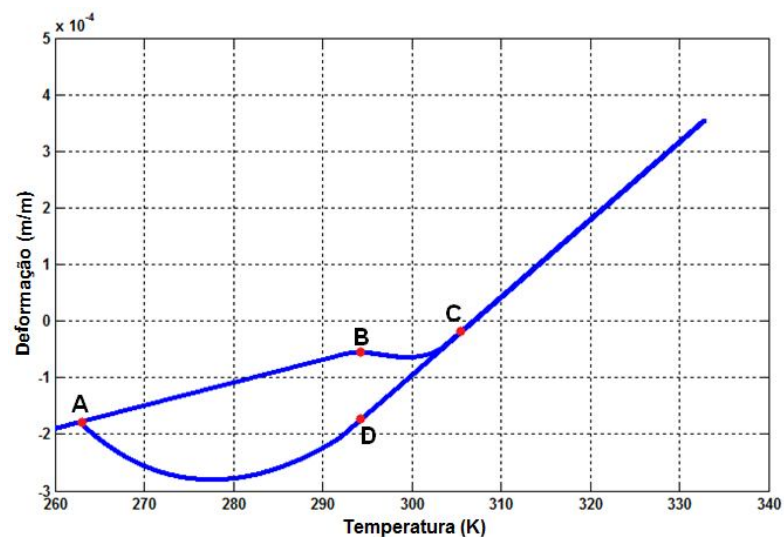


Figura 4.24 – Transformação de fase devida à variação de temperatura.

A Figura 4.25 representa a transformação de fase devida às variações da tensão e da temperatura. Inicialmente, no ponto A o material se encontra na fase martensítica maclada, pois a temperatura de 260 K é menor que M_f . Aplicando gradativamente uma carga de 1100 MPa ocorrerá a transformação de martensita maclada para não maclada (trajeto A para B). Ao descarregar o material (trecho B para C) não ocorre transformação de fase e o material apresenta uma deformação residual. Durante o aquecimento de C para D não ocorre transformação, mas a partir do ponto D inicia-se a transformação de martensita não

maclada para austenita. Ao atingir o ponto E (temperatura de 315 K) o material torna-se completamente austenítico e toda deformação residual é recuperada.

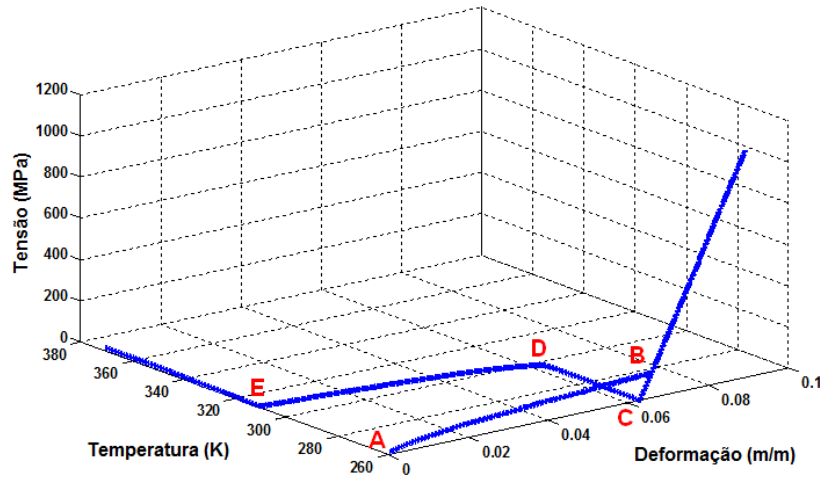


Figura 4.25 – Transformação de fase devido às variações de tensão e temperatura.

A Figura 4.26 apresenta uma comparação entre os modelos estudados à temperatura de 333 K e carregamento de 600 MPa conforme Figura 4.10, descrevendo assim o efeito pseudoelástico. Como dito anteriormente, os modelos de Tanaka e Boyd-Lagoudas apresentam os mesmos resultados para o caso unidimensional. O modelo de Liang-Rogers utiliza uma função cosseno e apresenta uma área formada pelo ciclo maior que os dois modelos anteriores. Mas os três modelos apresentam mesmo nível de deformação para a mesma tensão crítica aplicada. O modelo de Brinson é uma evolução dos modelos anteriores; ele distingue martensita maclada de não maclada e tem um diferencial de poder trabalhar em qualquer temperatura. Os modelos de Savi simplificado e Fremond modificado são modelos com restrições interna. O modelo de Savi simplificado também pode ser aplicado a qualquer temperatura e, como o modelo de Brinson, faz distinção entre martensita maclada e não maclada. Entretanto, seu diferencial é não necessitar conhecer as tensões críticas de transformação.

O comportamento previsto pelo modelo de Fremond modificado foi o que mais se diferenciou das previsões dos demais modelos, fato esse que pode ser explicado pela sua simplicidade ao considerar poucas propriedades do material e ser válido apenas para o caso de cisalhamento puro (comparar Tabelas 4.2 e 4.3). Para uma melhor comparação entre os modelos que apresentaram resultados próximos, o modelo de Fremond modificado foi excluído e as seguintes curvas foram plotadas na Figura 4.27.

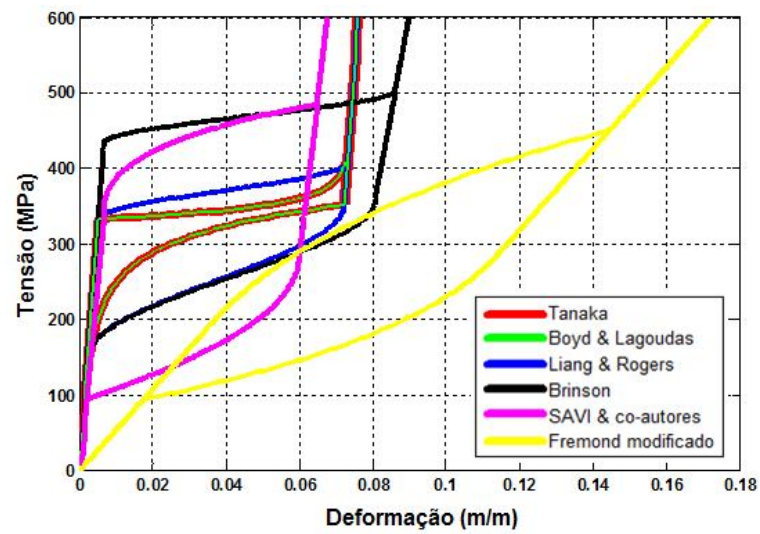


Figura 4.26 – Comparação entre os modelos estudados para uma temperatura de 333 K e uma carga de 600 MPa.

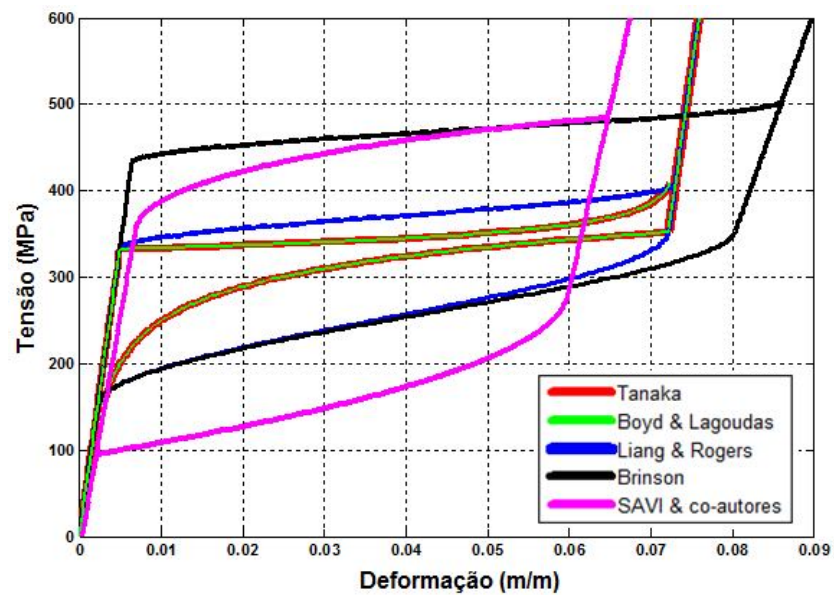


Figura 4.27 – Comparação entre os modelos estudados para uma temperatura de 333 K e uma carga de 600 MPa.

4.2 Simulação numérica de um ressonador contendo elemento resiliente com memória de forma

Como foi mostrado no Capítulo IV a histerese causada durante os ciclos de carregamento e descarregamento ao qual está submetido um MMF pseudoelástico pode ser usada como um mecanismo de dissipação de energia para o controle passivo de vibrações de sistemas dinâmicos (LEO, 2007). Entretanto, uma das grandes dificuldades associadas ao uso dos SMA como elemento de controle estrutural é a não linearidade de suas propriedades constitutivas nas fases de transformação austenita-martensita e martensita-austenita, como discutido nos Capítulos II e III.

Esta seção é dedicada ao uso de uma mola com características pseudoelásticas para a atenuação dos níveis de vibração de um sistema mecânico de um grau-de-liberdade (g.d.l) submetido a uma excitação externa f_e do tipo harmônica, e a uma pré-carga estática f_{bias} como mostrado na Figura 4.28 (a). A Figura 4.28 (b) mostra o diagrama de corpo livre do sistema de 1 g.d.l.

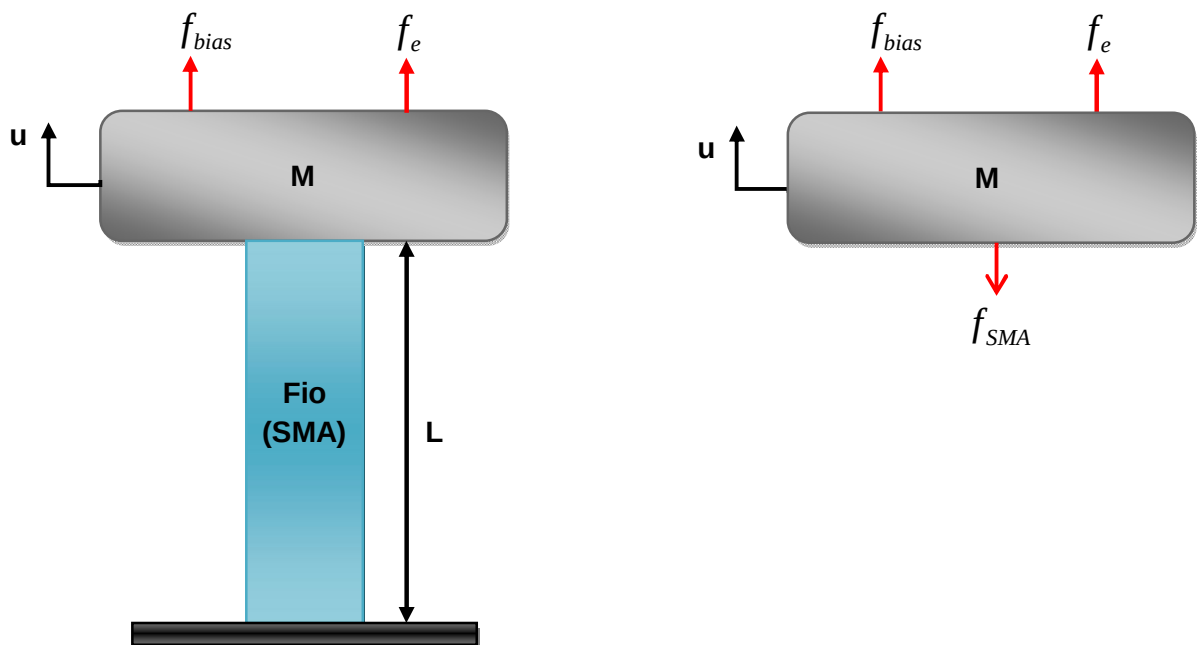


Figura 4.28 – (a) Sistema massa-mola pseudoelástica de um grau-de-liberdade, (b) diagrama de corpo livre do sistema.

Aplicando a segunda lei de Newton no diagrama de corpo livre, e considerando o deslocamento dinâmico do sistema, pode-se obter a seguinte equação do movimento:

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = f_e(t) - f_{SMA}(t) + f_{bias} \quad (4.1)$$

Na prática, durante a modelagem de um sistema mecânico é comum acrescentar um mecanismo adicional de dissipação de energia, como o amortecimento viscoso. Neste contexto, a Equação. (4.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + c \frac{du(t)}{dt} = f_e(t) - f_{SMA}(t) + f_{bias} \quad (4.2)$$

A caracterização da força f_{SMA} sobre a mola pseudoelástica está relacionada com a lei cinética de transformação e com o efeito pseudoelástico do material (LEO, 2007). Desta forma, a implementação numérico-computacional desse efeito utilizando, por exemplo, o modelo proposto por Liang-Rogers, torna-se um tanto complexa, visto que a tensão no fio de SMA é função da deformação aplicada e de sua fração de martensita em cada fase do carregamento e descarregamento. Além disso, a fração de martensita é função da tensão dinâmica aplicada. Desta forma, o cálculo da tensão envolve um processo iterativo no tempo que envolve diretamente as equações que caracterizam as transformações.

A força f_{SMA} é dada pela seguinte expressão:

$$f_{SMA}(t) = A[\sigma(t) + \sigma_{bias}] \quad (4.3)$$

onde σ_{bias} é a tensão devida à pré-carga aplicada, e $\sigma(t)$ é a tensão dinâmica.

Substituindo a Equação 4.3 na Equação 4.2, onde $\sigma_{bias} = \frac{f_{bias}}{A}$, pode-se obter a seguinte expressão para equação do movimento do sistema:

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + c \frac{du(t)}{dt} = f_e(t) - A\sigma(t) \quad (4.4)$$

Um dos métodos para resolver a equação diferencial 4.4 é utilizar um método de integração como o de Runge-Kutta de quarta-ordem, ou o método de integração implícito de Newmark (LEO, 2007; OLIVEIRA, 2008). Neste trabalho, optou-se por utilizar o método proposto por Leo (2007), onde são consideradas as seguintes aproximações dos campos de velocidade e aceleração:

$$\frac{du(t)}{dt} \approx \frac{u(n) - u(n-1)}{\Delta t}, \quad \frac{d^2 u(t)}{dt^2} \approx \frac{u(n) - 2u(n-1) + u(n-2)}{\Delta t^2} \quad (4.5)$$

onde n é um número inteiro maior ou igual a zero e Δt é o passo de tempo.

Substituindo as expressões 4.5 em 4.4, pode-se obter a seguinte expressão que fornece a resposta dinâmica do oscilador:

$$\tilde{A}u(n) + \tilde{B}u(n-1) + \tilde{C}u(n-2) = f_e(n) - A\sigma(n) \quad (4.6)$$

onde: $\tilde{A} = \left(\frac{m}{\Delta t^2} + \frac{c}{\Delta t} \right)$, $\tilde{B} = -\left(2\frac{m}{\Delta t^2} + \frac{c}{\Delta t} \right)$ e $\tilde{C} = \frac{m}{\Delta t^2}$.

Pelo fato da tensão dinâmica ser função do deslocamento e da fração de martensita (ver Capítulo III, Seção 3.3), existem dois regimes que definem o comportamento do SMA: (i) quando a fração de martensita é constante. Neste caso o SMA apresenta comportamento elástico-linear; (ii) comportamento não-linear nas regiões de transformação austenita-martensita e martensita-austenita, como referido nos Capítulo II e III e mostrado no Capítulo IV.

Quando o material se encontra no regime elástico-linear, a seguinte expressão para a tensão dinâmica é usada:

$$\sigma(n) = ES(n) + ES_L \xi \quad (4.7)$$

Além disso, assumindo carregamento unidimensional, $S(n) = u(n)/L$, a Equação 4.7 pode ser combinada com a Equação 4.6, o que permite obter a seguinte expressão para o deslocamento do sistema massa-mola pseudoelástica:

$$u(n) = \frac{-\tilde{B}u(n-1) - \tilde{C}u(n-2) + f_e(n) + EAS_L \xi}{\left(\tilde{A} + \frac{EA}{L} \right)} \quad (4.8)$$

Vale ressaltar que a tensão e a deformação total devem ser calculadas, respectivamente, pelas relações $\sigma_T(t) = \sigma(t) + \sigma_{bias}$ e $S_T(t) = S(t) + S_{bias}$.

Para o caso em que o SMA se encontra no regime não-linear de transformação austenita-martensita, as seguintes equações devem ser resolvidas a cada passo de tempo (LEO, 2007):

$$\tilde{A}u(n) + \tilde{B}u(n-1) + \tilde{C}u(n-2) = f_e(n) - A\sigma(n) \quad (4.9-a)$$

$$\sigma(n) = \frac{E}{L}u(n) + ES_L\xi \quad (4.9-b)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \left\{ \cos \left[a_M (\theta_0 - M_f) - \frac{a_M}{C_M} (\sigma(n) + \sigma_b) \right] + 1 \right\} \quad (4.9-c)$$

As três equações acima devem ser resolvidas para as incógnitas $u(n)$, $\sigma(n)$ e ξ a cada passo de tempo. A seguinte estratégia pode ser utilizada para resolver o sistema: (a) isolar o deslocamento, $u(n)$, na Equação 4.9-a e introduzi-lo na Equação 4.9-b; (b) na equação resultante, pode-se isolar a tensão $\sigma(n)$ como função da fração martensítica, ξ , que é em seguida introduzida na expressão 4.9-c para fornecer a seguinte equação transcendental que deve ser resolvida para a porcentagem de martensita a cada passo de tempo:

$$\xi - \frac{1}{2} \left\{ \cos \left[a_M (\sigma_0 - M_f) - \frac{a_M}{C_M} \left(\frac{\frac{E}{L} \Gamma(n) + \frac{ES_L}{1 + \frac{EA}{L\tilde{A}}} \xi + \sigma_{bias}}{1 + \frac{EA}{L\tilde{A}}} \right) \right] + 1 \right\} = 0 \quad (4.10)$$

$$\text{onde } \Gamma(n) = \frac{-\tilde{B}u(n-1) - \tilde{C}u(n-2) + f_e(n)}{\tilde{A}}.$$

É importante ressaltar que a Equação 4.10 não pode ser resolvida explicitamente, uma vez que possui várias soluções devido à sua periodicidade. Neste sentido, foi utilizada a função “fzero” do MATLAB™ (Mathworks, acesso: março de 2011) para obter a solução que seja a mais próxima da solução atual para a fração de martensita.

Para a transformação não-linear inversa (martensita-austenita), pode-se utilizar o mesmo procedimento adotado anteriormente para resolver o seguinte sistema de equações:

$$\tilde{A}u(n) + \tilde{B}u(n-1) + \tilde{C}u(n-2) = f_e(n) - A\sigma(n) \quad (4.11-a)$$

$$\sigma(n) = \frac{E}{L}u(n) + ES_L\xi \quad (4.11-b)$$

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \left\{ \cos \left[a_A(\theta_0 - A_s) - \frac{a_A}{C_A}(\sigma(n) + \sigma_b) \right] + 1 \right\} \quad (4.11-c)$$

Entretanto, deve-se levar em conta o fato de que na transformação inversa pode não necessariamente ocorrer uma transformação completa, e neste caso, o parâmetro ξ_0 corresponde à fração de martensita quando a transformação inicia a fase austenita.

Utilizando o mesmo procedimento anterior para a transformação direta, pode-se obter a seguinte expressão transcendental para a fração de martensita:

$$\xi - \frac{\xi_0}{2} \left\{ \cos \left[a_A(\theta_0 - A_s) - \frac{a_A}{C_A} \left(\frac{\frac{E}{L}\Gamma(n) + \frac{ES_L}{1 + \frac{EA}{L\tilde{A}}}\xi + \sigma_b \right) \right] + 1 \right\} = 0 \quad (4.12)$$

Nas simulações que seguem será assumido que o material está no estado austenítico ($\xi = 0$) com uma pré-carga σ_{bias} . Nestas condições, o material apresenta comportamento elástico-linear até que a tensão total atinja a tensão crítica de início da transformação austenita-martensita, $\sigma(n) + \sigma_{bias} > \sigma_b$. A partir desse ponto, inicia-se a transformação austenita-martensita e a Equação 4.10 deve ser resolvida para cada passo de tempo. Nesta fase, observa-se um aumento da fração martensítica durante a aplicação do carregamento. Quando a fração martensítica começa a diminuir, o material inicia o regime elástico-linear inverso. O regime não-linear de transformação inversa martensita-austenita ocorre quando a tensão total for menor que a tensão de início da transformação inversa, $\sigma(n) + \sigma_{bias} > \sigma_d$.

Para o sistema da Figura 4.28 (a), a Tabela 4.4 representa os valores dos parâmetros físicos e geométricos utilizados para a geração das funções de resposta no tempo do sistema massa-mola pseudoelástica, para uma excitação harmônica do tipo $f_e(n) = F_e \sin(\omega_e n \Delta t)$, onde $F_e = 20N$ é a amplitude da força, ω_e é a frequência da excitação, e Δt é o intervalo de tempo escolhido para análise.

Tabela 4.4 – Parâmetros físicos e geométricos do isolador massa-SMA.

$m = 25 \text{ Kg}$	$M_f = 8^\circ\text{C}$	$A = 3,14 \text{ mm}^2$
$L = 50\text{e-}2 \text{ m}$	$M_s = 13^\circ\text{C}$	$S_L = 0,07$
$c = 40,8 \text{ N.s/m}$	$A_s = 15^\circ\text{C}$	$T = 27^\circ\text{C}$
$C_M = C_A = 11 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$	$A_f = 17^\circ\text{C}$	$E = 13 \text{ GPA}$

Para os dados do SMA apresentados na Tabela 4.3, são os seguintes os valores das tensões de transição de fase (Capítulo III, Seção 3.3 e Figura 4.6 (a)): $\sigma_b = 154 \text{ MPa}$, $\sigma_c = 209 \text{ MPa}$, $\sigma_d = 132 \text{ MPa}$ e $\sigma_e = 110 \text{ MPa}$. O valor da pré-carga foi adotado como sendo: $\sigma_{bias} = 110 \text{ MPa}$, o que resulta na seguinte deformação

$$S_{bias} = \frac{\sigma_{bias}}{E} = 0.85 \%. \quad \text{Além disso,} \quad a_A = \frac{\pi}{A_f - A_s} = 1.571/^\circ\text{C}^{-1} \quad \text{e}$$

$$a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f} = 0.628/^\circ\text{C}^{-1}.$$

Nesta primeira análise das propriedades de amortecimento passivo da mola pseudoelástica será assumido uma frequência de excitação de $\omega_e = 10\pi$ (5 Hz) bem inferior à frequência natural do sistema massa-mola no regime linear. A Figura 4.29 mostra que o valor médio para a deformação corresponde ao valor da deformação devido à pré-carga estática. A Figura 4.30 demonstra que a tensão total aplicada à mola pseudoelástica devida ao carregamento não é suficiente para induzir as transformações de fase na mola pseudoelástica. Neste caso, a resposta tensão *versus* deformação do sistema é aproximadamente igual à resposta do sistema elástico-linear em que nenhuma transformação de fase é induzida e, portanto, não se observa ganho em termos da atenuação dos níveis de deslocamentos do sistema.

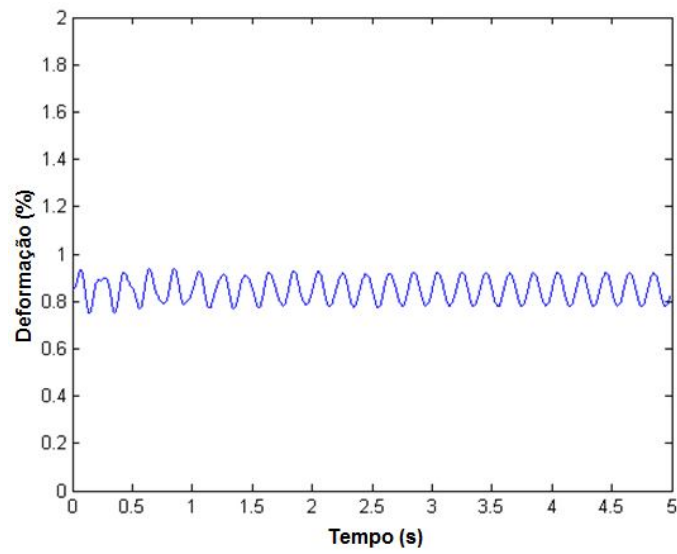


Figura 4.29 – Resposta em deformação do sistema massa-mola pseudoelástica para $\omega_e = 10\pi$ (5 Hz).

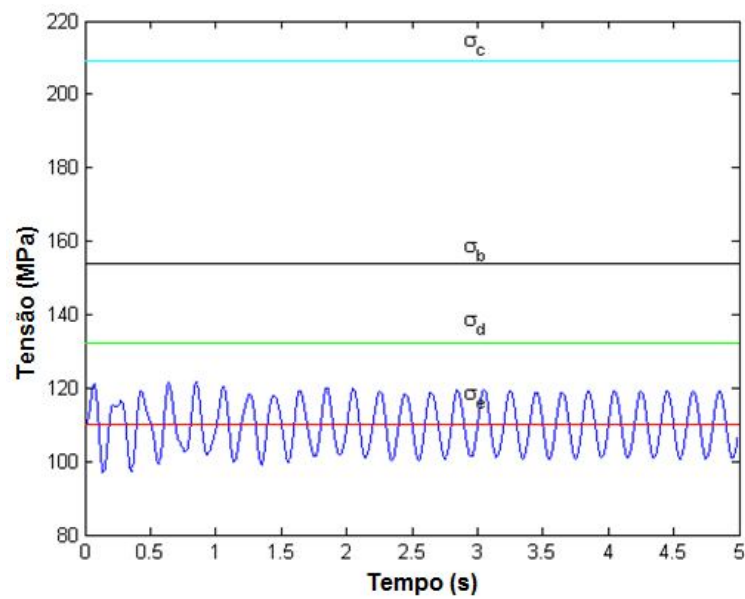


Figura 4.30 – Resposta em tensão do sistema massa-mola pseudoelástica para $\omega_e = 10\pi$ (5 Hz).

Aumentando a frequência da excitação para $\omega_e = 18\pi$ (9 Hz) aproximadamente igual à frequência de ressonância do sistema massa-mola no regime linear, nota-se através da Figura 4.31 que ocorre uma redução significativa das amplitudes da deformação devido à histerese que ocorre na mola pseudoelástica durante as transformações de fase.

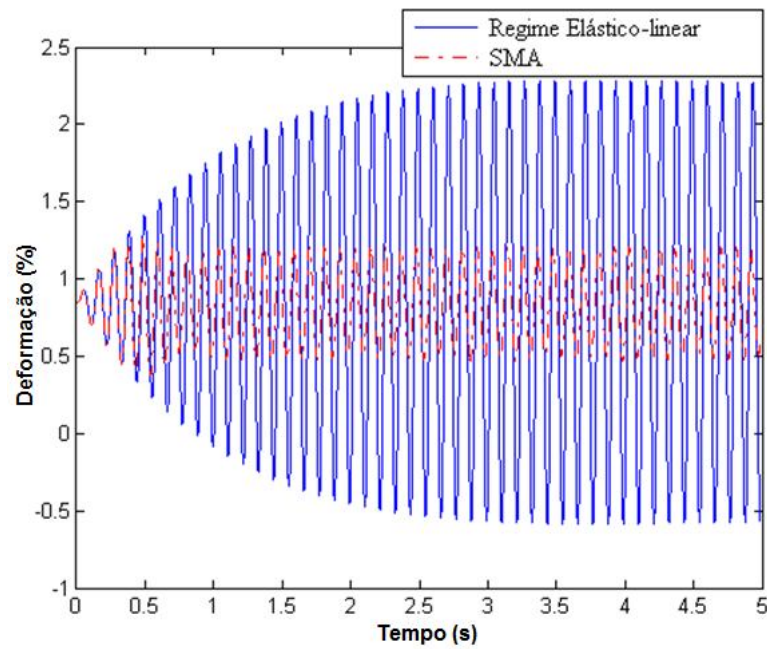


Figura 4.31 – Resposta em tensão do sistema massa-mola pseudoelástica para $\omega_e = 18\pi$ (9 Hz).

Pode-se concluir que o fenômeno pseudoelástico dos SMA, devido a tensões induzidas que levam a transformações de fase martensítica, e posterior recuperação das deformações, pode ser usada com vantagem para o amortecimento passivo de vibrações de sistemas mecânicos.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Este trabalho teve como foco o estudo teórico, implementação computacional e confrontação das características de alguns dos modelos constitutivos de materiais com memória de forma mais difundidos na literatura, além da modelagem e simulação computacional do comportamento de um sistema vibratório dotado de um elemento resiliente constituído de material com memória de forma.

Analisando os modelos com cinética de transformação assumida chega-se à conclusão que o modelo de Brinson apresenta maior abrangência, visto que pode ser aplicado em qualquer temperatura. Já os modelos de Liang-Rogers, de Tanaka e Boyd-Lagoudas apresentam uma limitação ao partirem do pressuposto que a transformação de fase já se completou quando a temperatura é inferior a M_f , comportando-se de forma linear (Figura 4.4). O modelo de Brinson ainda possui a vantagem de diferenciar as transformações que ocorrem a baixa temperatura, entre martensita maclada e não maclada, além de considerar o módulo de elasticidade (E), o tensor de transformação (Ω) e o tensor termoelástico de transformação (α) variáveis e dependentes da fração de martensita (ξ). Dentre os modelos com cinética de transformação assumida o modelo de Brinson foi o que apresentou o maior nível de histerese, as maiores tensões de transformação da fase austenita para a martensita e as maiores deformações durante essa transformação.

Todos os modelos com cinética de transformação assumida utilizam a energia livre de *Helmholtz* nas equações de evolução; para o caso unidimensional, as simulações numéricas obtidas no Capítulo IV comprovaram as semelhanças entre os modelos de Boyd-Lagoudas e de Tanaka.

Os modelos com restrições internas possuem a vantagem de não necessitar do conhecimento prévio dos limites de tensão para que ocorra a transformação, pois nesse modelo o carregamento é aplicado até que a transformação se complete. Caso a tensão não seja suficiente para que a transformação se complete, o gráfico tensão-deformação, como o da Figura 4.13, é criado e o sistema entra em um laço de histerese, qual não foi tratado nesses modelos, pois parte-se de uma transformação de fase completa.

O modelo de Fremond modificado por Paiva e Savi (2006) é específico para o caso unidimensional e solicitação por carga cisalhante. Já o modelo de Savi é um modelo genérico e, como no modelo de Brinson, também diferencia martensitas maclada e não maclada. Sua utilização também é válida para todas as temperaturas. Esse modelo é mais complexo, pois envolve um maior número de propriedades dos materiais.

Após o estudo dos modelos foi desenvolvido um exemplo de aplicação do modelo de Liang-Rogers a um sistema vibratório de 1 g.d.l., motivado pelo interesse em utilizar os materiais com memória de forma para a concepção de absorvedores dinâmicos de vibrações. A capacidade de redução de amplitudes por meio da exploração do efeito de pseudoelasticidade foi evidenciada pelos resultados das simulações numéricas. Desta forma conclui-se que os materiais com memória de forma apresentam uma grande potencialidade no uso como amortecimento passivo de vibrações de sistemas mecânicos.

Com base nos estudos e observações realizadas, são feitas as seguintes propostas de continuidade do trabalho realizado:

- a) inclusão dos laços de histereses para o caso de transformação incompleta.
- b) implementação dos modelos estudados em programas de elementos finitos, visando à simulação de estruturas com geometrias mais complexas.
- c) Aplicação dos modelos em problemas de controle ativo e passivo de vibrações.
- d) Realização de experimentos visando à validação dos procedimentos de modelagem e à avaliação do desempenho de procedimentos de controle de vibrações baseado no uso de materiais com memória de forma.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADDINGTON, M., SCHODEK, D., "Smart Materials and New Technologies For Architecture and Design Professions", Architectural Press, 2005.

ASSIS, B. C. F. P., MEGGIOLARO, A. M., "Modelagem e Controle Não-Linear de Força para Atuadores Baseados em Polímeros Dielétricos Eletroativos", XVIII Congresso Brasileiro de Automática, p. 1143-1148, 2010.

BAÊTA NEVES, A. P., SAVI, M. A., PACHECO, P. M. C. L., "Horizontal Enlargement of the Stress-Strain Loop on a Thermo-Plastic-Phase Transformation Coupled Model for Shape Memory Alloys", XVII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 2003.

BATTERBEE, C., SIMS, N., D., STANWAY, R., RENNISON, M., "Magnetorheological Landing gear: 2. Validation Using Experimental Data", Smart Mater. Struct., Vol .16, p. 2441–2452D, 2007.

BAZ, A., IMAM, K., MCCOY, J., "Active Vibration Control of Flexible Beams Using Shape Memory Actuators", J. Sound Vib., Ver. 140, p. 437–456, 1990.

BODY, J. G., LAGOUDAS, D. C., "Thermodynamic Constitutive Model for the Shape Memory Materials Part I: The Monolithic Shape Memory Alloys. International Journal of Plasticity", International Journal of Plasticity, Vol. 12, No. 6, p. 805-842, 1996.

BOYD, J., G., LAGOUDAS, D., C., "Constitutive Model for Simultaneous Transformation and Reorientation in Shape Memory Alloys, Mech. of Phase Transf. and Shape Memory Alloys", L.C. Brinson and B. Moran (eds), ASME New York, pp. 159-177, 1994.

BRINSON, L. C., "One Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Ver. 4, p. 229-242, 1993.

BROTO, J., ASENSIO, M., VERNET, J., M., " Results of a New Technique in the Treatment of Severe Esophageal Stenosis in Children: Poliflex Stent", *Journal of Pediatric Gastroenterology and Nutrition*, Vol. 37, p. 203-206, 2003.

CASTLEMAN, L.S., MOTZKIN, S.M., ALICANDRI, F.P., BONAWIT, V.L., "Biocompatibility of nitinol alloy as an implant material". *J.Biomed.Mater.Res.*, Ver. 10, p. 695-731, 1976.

CHENG, F., JIANG, H., LOU, K., "Smart Structures: Innovative Systems for Seismic Response Control", CRC Press, 2008.

CISMASIU, C., *Shape Memory Alloy*, Sciyo, 2010.

CLARK, R., L., SAUNDERS, W., R., e Gibbs, G., P., "Adaptive Structures – Dynamics & Control, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc., p. 467, 1998.

COSTA, M., L., E., "Construção de um Dispositivo Amortecedor Magnetoreológico para uma Suspensão Activa", *Dissertação de Mestrado*, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 2008.

DAI, K.R., "Orthopedic application of a Ni-Ti shape-memory alloy compression staple", *Chung.Hua.Wai.Ko.Tsa.Chih.* 21: 343-345, 1983.

DE LAURENTIS, K. J., MAVROIDIS, C., "Mechanical Design of a Shape Memory Alloy Actuated Prosthetic Hand", *Technomogy and Health Care*, Ver. 10, p. 91-106, 2002.

DRUGACZ, J., LEKSTON, Z., MORAWIEC, H., JANUSZEWSKI, K., "Use of TiNiCo shape-memory clamps in the surgical treatment of mandibular fractures". *J.Oral Maxillofac.Surg.* 53: 665-671, 1995.

ELLOUZE F. J., "Modélisation du Comportement Thermomécanique d'un Alliage à Mémoire de Forme à Base de FER Type Fe-Mn-Si, Thesi de Doctorat (cotutelle), L'Université Henri Poincaré – Nancy I et L'Université de Sfax, 2009.

FALK, F., KONOPKA, P., "Three-Dimensional Landau Theory Describing the Martensitic Transformation of Shape Memory Alloys", Journal of Physique, pp. 61- 77, 1990.

FALVO, A., "Thermomachanical Characterization Nickel-Titanium Shape Memory Alloy", Tese doutorado, Università Della Calabria, 2008.

FARIA, V. A., "Análise Numérica de Frequência Natural de Materiais Compósitos Híbridos com Memória de forma", Dissertação de Mestrado em Sistemas Mecatrônicos, Universidade de Brasília, 2007.

FLOR, L. S., "Simulacion Numérica y Correlacion Experimental de las Propiedades Mecanicas em las Aleaciones con Memoria de Forma", Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en Ingenieria, Escuela Técnica Superior de Ingenieria Industrial de Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña, 2005.

FREMOND, M., "Matériaux à Mémoire de Forme", C.R. Acad. Sc. Paris, Tome 34, s.II, No. 7, pp.239-244, 1987.

FRENZEL, J., ZHANG, Z., NEUKING, K., EGgeler, G., "High Quantity Vacuum Induction Melting of Small Quantities of NiTi Shape Memory Alloy in Graphite Crucibles", Journal of Alloys and Compounds, p. 214-223, 2004.

GRENINGER, A. B., MOORADIAN, V. G., "Strain transformation in metastable beta copper-zinc and beta copper-tin alloys". Trans. AIME 128: 337-368, 1938.

HU, J., "Shape Memory Polymers and Textiles", The Textile Institute, Woodhead Publishing Limited, CRC Press, 2007.

JACKSON, C. M., WAGNER, H. J., WASILEWSKI, R. J., "55-Nitinol - The Alloy with a Memory: Its Physical Metallurgy, Properties, and Applications", NASA-SP-5110, 1972.

KINRA V. K., WOLFENDER A., "Mechanics and Mechanisms of Material Damping", ASTM – STP 1169, 1992.

LAGOUDAS, D., C., "Shape Memory Alloy Modeling Engineering Applications", Springer, 2008.

LEO, J., D., "Engineering Analysis of Material Systems", Jonh Wiley & Sons, INC., 2007.

LIANG, C., ROGERS, C. A., "One–Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials", J. Intell. Mat. Syst. & Struct., Ver. 1, pp. 207–234, 1990.

MAENO, T., HINO, T., "Miniature Five-Fingered Robot Hand Driven by Shape Memory Alloy Actuators", Proceedings of the 12th IASTED International Conference, Robotics and Applications, p. 537-555, 2006.

MANTOVANI, D., "Shape Memory Alloys: Properties and Biomedical Applications", Smart Materials, JOM, V. 52(10), p. 36-44.

MARNEFFE, B., PREUMONT, A., "Vibration damping with negative capacitance shunts: theory and experiment". Smart Mater. Struct. 17, 2008.

MATSUZAKI, Y., NAITO, H., IKEDA, T., FUNAMI, K., "Thermo-mechanical Behavior Associate with Pseudoelastic Transformation of Shape Memory Alloys", Smart Mater. Struct., Vol. 10, p. 884-892, 2001.

MONTEIRO Jr., P. C. C., SAVI, M. A., NETTO, T. A., PACHECO, P. M. C. L., "A Phenomenological Description of the Thermomechanical Coupling and the Rate-dependent Behavior of Shape Memory Alloys", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, V. 0, DOI: 10.1177/1045389X9341199, 2009.

MOSHREFI-TORBATIA, M., KEANEB, A., J., ELLIOTTC, S. J., BRENNANC, M., J., ANTHONYC, D., K., E., ROGERSD, "Active vibration Control (AVC) of a Satellite Boom Structure Using Optimally Positioned Stacked Piezoelectric Actuators". Journal of Sound and Vibration 292 (2006) 203–220.

MUSIALEK, J., FILIP, P., NIESLANIK, J., "Titanium-nickel shape memory clamps in small bone surgery", Arch.Orthop.Trauma.Surg. 117: 341-344, 1998.

OLIVEIRA, A., B., "Desenvolvimento de um Isolador de Vibração Pseudoelástico", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, 2008.

OLIVEIRA, S. A., SAVI, M. A, KALAMKAROV, A. L., "A Three-Dimensional Constitutive Model for Shape Memory Alloys", Arch Appl Mech, V. 80, DOI 10.1007/s00419-010-0430-y, p. 1163-1175, 2010.

OTSUKA, K., REN X., Recent, "Developments in the Research of Shape Memory Alloys", Intermetallics, Vol. 7, p. 511-528, 1999.

PAIVA, A., SAVI, M. A., "Overview of Constitutive Models for Shape Memory Alloys", Mathematical Problems in Engineering, Hindawi Publishing Corporation, ID 56876, p. 1-30, 2006.

PAIVA, A., SAVI, M. A., BRAGA, A. M. B., PACHECO, P. M. C. L., "A Constitutive Model for Shape Memory Alloys Considering Tensile-Compressive Asymmetry and Plasticity", International Journal of Solids and Structures 42, no. 11-12, p. 3439–3457, 2005.

PAIVA, A., SAVI, M. A., "Sobre os Modelos Constitutivos com Cinética de Transformação Assumida para Ligas com Memória de Forma", In: XV COBEM - Congresso Brasileiro de Eng. Mecânica, águas de Lindóia – SP, 1999.

PAOLI, M. A., "Plásticos Inteligentes", Caderno Temático de Química Nova na Escola, Edição especial, p. 9-12, 2001.

PIEDBOEUF M. C., GAUVIN R., "Damping Behaviour of Shape Memory Alloys: Strain Amplitude, Frequency and Temperature Effects", Journal of Sound and Vibration, Article N. sv 981578, p. 885-901, 1998.

ROCKAFELLAR, R.T., "Convex Analysis", Princeton Press, New Jersey, 1970.

SAADAT, S., SALICHS, J., NOORI, M., HOU, Z., DAVOODI, H., BAR-ON, I., SUZUKI, Y., MASUDA, A., "An overview of vibration and seismic application of NiTi shape memory alloy", *Smart Materials and Structures*, 11:218–29, 2002.

SAVI, M. A., BRAGA, A. M. B., "Chaotic Response of a Shape Memory Oscillator with Internal Constraints", *Proceedings of the 12th Brazilian Congress of Mechanical*, 1993b.

SAVI, M. A., BRAGA, A. M. B., "Chaotic Vibrations of an Oscillator with Shape Memory", to appear in *Journal of the Brazilian Society for Mechanical Sciences - RBCM*, 1993a.

SAVI, M. A., PAIVA, A., PACHECO, P. M. C. L., "Phenomenological Modeling of Shape Memory Alloy Thermomechanical Behavior", *Mechanics of Solid in Brazil*, Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, ISBN 978-85-85769-30-7, p. 497-511, 2007.

SHAHINPOOR, M., SCHNEIDER, H. J., "Intelligent Materials", 2008.

SHIBI LU, Y., "Engineering Aspects of Shape Memory Alloys", ed. T.W. Duerig et al. (Amsterdam: Butterworth-Heinemann), p. 445–451, 1990.

SCHWARTZ M., *Smart Materials*, CRC Press, 2009.

SCHWARTZ M., *Encyclopedia of Smart Materials*, A Wiley-Interscience Publication, Vol. 1 e 2, 2002.

SIMO, J. C., TAYLOR, R. L., "A Return Mapping Algorithm for Plane Stress Elastoplasticity", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 22, p. 649-670, 1986.

SODANO DANIEL J., HENRY, A., INMAN, GYUHAEE PARK, "Comparison of Piezoelectric Energy Harvesting Device for Recharging Batteries", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 16, 2005.

SONG, G., MA, N., LI, H. N., "Applications of Shape Memory Alloys in Civil Structures", *Engineering Structures*, p. 1266-1274, 2006.

SONG, G., KELLY, B., AGRAWAL, B. N., "Active Position Control of a Shape Memory Alloy Wire Actuated Composite Beam", *Smart Mater. Structure*, p. 711-716, 2000.

STOECKEL, D., "Nitinol Medical Devices and Implants", *SMST-Conference Proceedings*, p. 531-541, 2000.

ŚWITOŃSKI, E., MEZYK, A., KLEIN, W., "Application of Smart Materials in Vibration Control Systems", Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, Vol. 24, ISSUE 1, 2007.

TANAKA, K., NAGAKI, S., "Thermomechanical Description of Materials with Internal Variables in the Process of Phase Transformation", Ingenieur – Archiv., v. 51, pp. 287-299, 1982.

TANAKA, K., "A Thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One-Dimensional Tensile Behavior, Materials Science Research International, Vol. 18, p. 251, 1985.

THIEBAUD, F., COLLET, M., FOLTÊTE, E., LEXCELLENT, C., "Implementation of a Multi-Axial Pseudoelastic Model to Predict the Dynamic Behavior of Shape Memory Alloys", Excerpt from the Proceedings of the COMSOL User Conference Paris, 2006.

VIEILLE, B., "De l'elaboration d'un modele numerique a la prediction du comportement de structures minces en alliage a memoire de forme", Tese de doutorado apresentada à L'U.F.R. des Sciences et Techniques de L'Université de Franche-Comté, 2003.

YANG, P.J., TAO, J.C., GE, M.Z., YANG, Q.M., YANG, H.B., SUN, Q., "Ni-Ti memory alloy clamp plate for fracture of short tubular bone". Chin. Med. J. (Engl.) 105: 312-315, 1992.

DISCOVERY CHANNEL, Disponível em:

<http://www.discoverybrasil.com/guia_tecnologia/materiais_basicos/materiais_inteligentes/index.shtml>. Acessado em: 14 fev. 2011.

HOWSTUFFWORKS, Disponível em: <<http://www.howstuffworks.com/liquid-body-armor2.htm>>. Acessado em: 14 fev. 2011.

LORD, disponível em: www.lord.com, acesso: fev. 2011.

MATHWORKS, www.mathworks.com, acesso: março 2011.

UOL, http://www2.uol.com.br/sciam/reportagens/musculos_artificiais_imprimir.html, acesso: fev. 2011

GOOGLE, <http://www.google.com.br>, acesso: fev. 2011