

CLEBER CAETANO THOMAZI

**CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE PASSIVO DE
ROTORES FLEXÍVEIS SUPORTADOS POR MANCAIS
DE FILME FLUIDO ATRAVÉS DE ELASTÔMEROS**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2013

CLEBER CAETANO THOMAZI

**CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE PASSIVO DE ROTORES
FLEXÍVEIS SUPORTADOS POR MANCAIS DE FILME FLUIDO
ATRAVÉS DE ELASTÔMEROS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientador: Professor Marcelo Braga dos Santos

Coorientador: Professor Francisco Paulo Lépre Neto

UBERLÂNDIA – MG

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU , MG, Brasil

T465c Thomazi, Cleber Caetano, 1973-
2013 Contribuição ao controle passivo de rotores flexíveis suportados por mancais de filme fluido através de elastômeros / Cleber Caetano Thomazi. 2013.
162 f. : il.

Orientador: Marcelo Braga dos Santos.
Coorientador: Francisco Paulo Lé pore Neto.
Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Rotores - Teses. 3. Mancais de filme fluido - Teses. 4. Elastômeros - Teses. I. Santos, Marcelo Braga dos, 1974- II. Lé pore Neto, Francisco Paulo, 1949- III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

CLEBER CAETANO THOMAZI

**CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE PASSIVO DE ROTORES FLEXÍVEIS SUPORTADOS
POR MANCAIS DE FILME FLUIDO ATRAVÉS DE ELASTÔMEROS**

Tese APROVADA pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Banca examinadora:

Professor Doutor Marcelo Braga dos Santos – Orientador
Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia

Professor Doutor Francisco Paulo Léopore Neto – Coorientador
Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia

Professor Doutor Marcus Antônio Viana Duarte
Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia

Professor Doutor Valder Steffen Jr.
Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia

Professor Doutor Hans Ingo Weber
Departamento de Engenharia Mecânica – PUC – Rio de Janeiro

Professora Doutora Katia Lucchesi Cavalca Dedini
Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP

Uberlândia, 02 de Agosto de 2013.

AGRADECIMENTOS

O autor externa sua gratidão aos Professores Francisco Paulo Lépure Neto e Marcelo Braga dos Santos, orientadores e idealizadores desta pesquisa, pelas discussões, sugestões, incentivo e amizade.

O autor agradece aos professores do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica pela formação oferecida.

O autor reconhece e agradece o suporte financeiro fornecido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais, FAPEMIG, ao desenvolvimento desta pesquisa.

O autor agradece à sua esposa pelo apoio incondicional, motivação, afeto e dedicação.

O autor agradece, por fim, a todos aqueles que de forma direta ou indireta auxiliaram-no na execução deste trabalho.

THOMAZI, C. C., **Contribuição ao controle passivo de rotores flexíveis suportados por mancais de filme fluido através de elastômeros**. 2013. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia.

Resumo

Análises dinâmicas de um rotor flexível apoiado por mancais radiais de filme fluido montados em uma suspensão elastomérica são realizadas utilizando o Método dos Elementos Finitos. A resposta ao desbalanceamento e o comportamento da estabilidade são obtidos para várias configurações de dispositivos amortecedores e para diferentes materiais viscoelásticos. Os coeficientes de rigidez e de amortecimento dos mancais hidrodinâmicos são obtidos através da Teoria de Mancais Curtos. As propriedades dos materiais viscoelásticos, determinadas em função da frequência a uma dada temperatura, são obtidas através de ensaios conduzidos no Laboratório de Sistemas Mecânicos da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia. Os dispositivos dissipativos elastoméricos possuem forte influência no comportamento dinâmico do rotor. Observa-se que, com a escolha adequada da configuração do amortecedor, a amplitude da resposta ao desbalanceamento pode ser reduzida. A velocidade limite de estabilidade é aumentada com o emprego dos amortecedores elastoméricos para a maioria dos casos analisados.

Palavras-chave: rotores flexíveis, mancais de filme fluido, elastômeros.

THOMAZI, C. C., **Contribution to the passive control of flexible rotors supported by fluid film bearings by means of elastomers**. 2013. Ph. D. Thesis, Federal University of Uberlândia.

Abstract

Dynamic analyses of a flexible rotor supported by fluid film radial bearings on elastomeric suspension are performed using the Finite Element Method. The response to the unbalance and the stability behavior are obtained for different types of damping devices configuration and viscoelastic materials. The stiffness and damping coefficients of the hydrodynamic bearings are evaluated through the Short Bearing Theory. The properties of the elastomers, as a function of the frequency at a given temperature, are obtained from tests conducted in the Laboratory of Mechanical Systems of the School of Mechanical Engineering in the Federal University of Uberlândia. Dissipative elastomeric devices have strong influence on the dynamic behavior of the rotor. It is observed that with the suitable choice of the damper, the amplitude of the unbalance response may be reduced. The threshold speed of stability is increased with the use of elastomeric dampers for the most analyzed cases.

Keywords: flexible rotors, fluid film bearings, elastomers.

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

c	folga (coeficiente de) amortecimento referente a compressão
D	diâmetro altura (dimensão de bloco de borracha)
e	excentricidade
E	módulo módulo de elasticidade
F	força
G	centro de massa
h	espessura
H	circulatória (matriz)
I	momento de inércia
k	(coeficiente de) rigidez
K	rigidez
l	comprimento
L	comprimento
m	massa
M	massa
O	referente a centro
p	pressão
q	distância
r	deslocamento raio (de precessão)
R	transformação (matriz de)
s	frequência complexa referente a cisalhamento (<i>shear</i>)
S	centro elástico (do disco) número de Sommerfeld

t	espessura tempo
T	energia cinética temperatura
u	deslocamento
UY	deslocamento nodal na direção y
UZ	deslocamento nodal na direção z
W	trabalho
x, y, z	eixos de coordenadas cartesianos, posição

Letras Gregas

α	ângulo de pressão (módulo) parâmetro de Prony
β	ângulo de fase
δ	variação, deslocamento
Δ	decremento logarítmico variação
ε	deformação razão de excentricidade
ϕ	ângulo de atitude ângulo de fase
η	fator de perda
λ	tempo de relaxação
ν	coeficiente de Poisson
ρ	tempo de fluência
σ	parte real da frequência complexa tensão parte real do autovalor complexo
τ	tempo de relaxação (parâmetro de Prony)
θ	deslocamento angular
ω	frequência (de precessão), parte imaginária da frequência complexa velocidade angular

Ω velocidade de rotação

Subscritos

∞	referente ao módulo assintótico
0	referente a temperatura de referência
	Referente a tensão inicial
a	referente a amortecimento
	referente a anel (de aço)
b	referente a mancal
c	referente a termo cruzado (acoplamento)
cr	referente a crítica (velocidade)
d	referente a diametral (momento diametral de inércia)
	referente a direto (principal)
	referente à deformação deformativa
e	referente a elastômero
	referente a entrada (temperatura)
f	referente a efetiva (temperatura)
g	referente a temperatura de transição
gir	referente a giroscópico
j	referente a munhão
min	referente a mínimo (espessura de filme)
p	referente a polar (momento polar de inércia)
r	referente a radial
S	referente ao centro geométrico
v	referente à deformação volumétrica
x	referente à direção (coordenada) x
y	referente à direção (coordenada) y
z	referente à direção (coordenada) z

Sobrescritos

'	referente ao módulo de armazenamento
"	referente ao módulo de perda
*	referente ao módulo complexo
G	referente a deviatórico
K	referente a volumétrico

Abreviaturas

API	Instituto Americano de Petróleo (<i>American Petroleum Institute</i>)
BW	Precessão retrógrada (reversa) (<i>Backward Whirling</i>)
CAE	Engenharia assistida por computador (<i>Computer Aided Engineering</i>)
FEM	Método dos Elementos Finitos (<i>Finite Element Method</i>)
FFB	Mancal de filme fluido (<i>Fluid Film Bearing</i>)
FW	Precessão progressiva (direta) (<i>Forward Whirling</i>)
LSM	Laboratório de Sistemas Mecânicos
MTI	<i>Mechanical Technology Incorporated</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
SSR	Rotor simplesmente apoiado (<i>Simply Supported Bearing</i>)
VLE	Velocidade limite de estabilidade

SUMÁRIO

1) INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação.....	1
1.2 Histórico da aplicação de materiais viscoelásticos na redução da amplitude da resposta síncrona e na mitigação dos efeitos de instabilidades em máquinas rotativas	4
1.3 Justificativa e relevância do trabalho	8
1.4 Objetivos da tese	10
1.5 Organização da tese.....	12
2) CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....	13
2.1 Fundamentos de dinâmica dos rotores.....	13
2.1.1 Rotor de Jeffcott.....	16
2.1.2 Modos e frequências naturais de precessão	22
2.1.3 Diagrama de Campbell	23
2.1.4 Velocidades críticas	24
2.1.5 Desbalanceamento	28
2.1.6 Instabilidade	29
2.1.7 Efeito do amortecimento	30
2.2 Mancais radiais de filme fluido.....	32
2.2.1 Mancais curtos	34
2.2.2 Características dinâmicas dos mancais de filme fluido.....	34
2.3 Análise dinâmica de rotores usando ANSYS®	38
2.3.1 Modelagem dos mancais	40
2.3.2 Análise de vibração livre (análise modal).....	41
2.3.3 Análise harmônica.....	42
2.4 Polímeros, materiais viscoelásticos e elastômeros	43
2.4.1 Comportamento dos materiais viscoelásticos.....	45
2.4.2 Módulos de armazenamento e de perda	47
2.4.3 Influência da frequência.....	51
2.4.4 Influência da temperatura	51
2.4.5 Comentários sobre o tipo de carregamento.....	52
2.4.6 Efeito da pré-carga.....	53
2.4.7 Modelos fenomenológicos para representar o comportamento viscoelástico ..	54
2.5 Viscoelasticidade através do ANSYS®	65
2.5.1 Séries de Prony.....	66

3) METODOLOGIA.....	69
3.1 Descrição do sistema rotor-mancais-amortecedores	70
3.1.1 Rotor	70
3.1.2 Mancais.....	71
3.1.3 Considerações sobre a modelagem dos mancais	72
3.1.4 Amortecedores elastoméricos.....	75
3.2 Modelagem em elementos finitos	80
3.2.1 Rotor	80
3.2.2 Mancais.....	80
3.2.3 Dispositivos amortecedores	81
3.2.4 Malha de elementos finitos	81
3.5 Análise modal e diagrama de Campbell	82
3.5.1 Condições essenciais de contorno	83
3.6 Resposta ao desbalanceamento	85
4) RESULTADOS E DISCUSSÕES	87
4.1 Modelos de referência	87
4.2 Resposta ao desbalanceamento	93
4.2.1 Amortecedores de compressão	94
4.2.2 Amortecedores de cisalhamento.....	109
4.3 Análise de instabilidade	122
4.3.1 Amortecedores de compressão	123
4.3.2 Amortecedores de cisalhamento.....	127
4.4 Discussões.....	131
4.4.1 Atenuação dos picos de resposta ao desbalanceamento.....	131
4.4.1 Simetria dos suportes elastoméricos	134
4.4.2 Geometria dos suportes elastoméricos.....	135
4.4.3 Eficácia global dos amortecedores elastoméricos	135
4.4.4 Dimensões do dispositivo de amortecimento.....	136
4.4.5 Determinação das propriedades dinâmicas dos elastômeros	136
5) CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	137
5.1 Sugestões para o desenvolvimento de futuros trabalhos.....	139
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	141

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Mancais de filme fluido são comumente usados para suportar partes rotativas de máquinas e possuem considerável influência no comportamento dinâmico de rotores. Com a crescente demanda por máquinas com maiores velocidades de rotação e dimensões compactas, têm-se dedicado esforços para melhorar o desempenho deste tipo de mancal no sentido de se diminuir as amplitudes de vibração, reduzir as amplitudes do movimento de precessão e mitigar os efeitos das instabilidades dinâmicas que podem ocorrer em rotores que operam em altas velocidades.

Os motores turbo-eixos desenvolvidos para aplicações militares na década de 1970 são exemplos de máquinas rotativas com grande aproveitamento de energia e elevado grau de compactação de seus elementos orgânicos (MARMOL, 1979). Eles foram projetados para operar a altas velocidades no intuito de aumentar o fluxo de ar sem, contudo, ter suas dimensões físicas ampliadas. Estas máquinas são empregadas onde se requer sustentação de elevadas potências, alta confiabilidade, pequeno tamanho e baixo peso, sendo utilizadas em unidades auxiliares de potência, helicópteros, embarcações, tanques e aerodeslizadores. Suas palhetas curtas requerem folgas de topo extremamente pequenas para manter sua alta eficiência aerodinâmica. Isto, por sua vez, exige que o movimento lateral do rotor seja muito restrito para se evitar o contato entre as palhetas e o estator. À medida que a velocidade do rotor aumenta, torna-se mais difícil manter as velocidades críticas fora da faixa de operação e, por consequência, manter as vibrações laterais a níveis aceitáveis. Para se conseguir operação segura através, ou nas proximidades, das

velocidades críticas de flexão, o rotor deve estar bem balanceado, altamente amortecido, ou ambos.

Compressores rotativos constituem outro exemplo de máquinas nas quais a operação em velocidades elevadas é desejável. Maiores velocidades implicam menor número de estágios (STERNLICHT e LEWIS, 1968), i.e., maximiza-se o trabalho realizado para um determinado tamanho de máquina. A limitação da velocidade é imposta, em última instância, pela dinâmica do sistema rotor-mancal, pelas tensões no rotor e pela gama de fluxo exigida.

De fato, girar mais rápido é o objetivo em máquinas que visam maior produtividade, como as máquinas ferramentas. Em aplicações relacionadas à geração ou utilização de energia, uma máquina mais rápida pode desenvolver ou converter mais potência para um mesmo torque. E sendo o torque um fator crítico no dimensionamento dos elementos estruturais, o aumento da velocidade permite produzir dispositivos de potência mais leves (GENTA, 2005).

Operar na faixa supercrítica tem-se mostrado de grande interesse em várias aplicações, especialmente em árvores longas como aquelas tipicamente empregadas em helicópteros ou aeronaves com rotores orientáveis (*tiltrotors* ou *tilt-wing airborne vehicle*) (MONTAGNIER e HOCHARB, 2007).

A necessidade de se desenvolver mancais mais eficientes para turbomáquinas que operam em velocidades supercríticas é abordada por Lee, Kim, *et al.* (2004). Segundo os autores, esta eficiência pode ser conseguida aumentando-se a capacidade de carga e o amortecimento dos mancais.

Lund (1965) mostrou que suportes flexíveis e com amortecimento podem melhorar a estabilidade de rotores suportados por mancais de filme fluido a altas velocidades. Da mesma forma, Kirk e Gunter (1972) mostram que suportes flexíveis de mancais que proveem amortecimento externo podem aumentar o domínio de estabilidade de um sistema disco-eixo.

O amortecimento é desejável em várias aplicações, pois pode suprimir instabilidades e atenuar a amplitude da resposta ao desbalanceamento em velocidades críticas (VANCE, 1988). Máquinas rotativas apresentam picos de vibração que podem ser mais ou menos pronunciados nas velocidades críticas. Para reduzir estas amplitudes, deve-se aumentar o amortecimento das partes não rotativas (GENTA, 2005).

Existem diferentes maneiras de se incorporar amortecimento aos suportes dos rotores: usando-se mancais de filme fluido em detrimento a mancais de rolamento, uma vez que estes últimos apresentam amortecimento desprezível, empregando-se amortecedores por esmagamento de filme (*squeeze film dampers*), através de amortecedores hidráulicos, ou introduzindo-se amortecedores viscoelásticos (VANCE, 1988).

Lee, Kim, *et al.* (2004) usam mancais de fole com revestimento viscoelástico, enquanto Choudhry (2003) aplica uma rede de arames para introduzir amortecimento ao mancal. Estes autores apresentam soluções distintas para atingir o objetivo de reduzir a órbita do rotor através de amortecedores compactos. Lee, Kim, *et al.* (2004) relatam que a redução das orbitas se dá pela dissipação da energia mecânica na forma de calor pela histerese do material viscoelástico. Choudhry (2003) atribui ao atrito entre os fios de aço a dissipação da energia mecânica.

ISHIDA (2009) apresenta um método passivo de supressão de vibração que pode ser empregado para diminuir as amplitudes na ressonância e reduzir as oscilações instáveis. Ele utiliza uma combinação de molas descontínuas e um balanceador de esferas simultaneamente.

A utilização de amortecedores que se valem do princípio de esmagamento do filme fluido é muito difundida em turbomáquinas de alta velocidade. Hoje, possivelmente este é o tipo de amortecedor mais empregado. Contudo, as tolerâncias estreitas de usinagem, a necessidade de um sistema de suprimento de óleo e as tubulações adicionais tornam este tipo de dispositivo oneroso.

Amortecedores passivos que utilizam materiais viscoelásticos, especialmente elastômeros, vêm sendo utilizados com sucesso no controle de vibrações e na atenuação de ruído pelas indústrias automotiva e aeroespacial desde a década de 1960 (ORGEN, 2005). Na construção civil o emprego de elastômeros remonta a mais de um século. Contudo, mesmo com o grande desenvolvimento dos processos de obtenção de polímeros atingido nas duas últimas décadas, com os quais é possível obter uma gama de propriedades muito abrangente, ainda se considera pequeno o número de trabalhos referentes à aplicação de elastômeros como forma de controlar fenômenos relacionados à vibração em máquinas rotativas.

A tendência de se ter maior número de máquinas rotativas operando em faixas supercríticas, a consequente necessidade de se melhorar o desempenho dinâmico de mancais hidrodinâmicos, o potencial dos materiais viscoelásticos, particularmente dos elastômeros, em atuar como amortecedores atenuando as amplitudes de vibração e mitigando instabilidades, e a escassez de literatura associada a este assunto específico motivam o desenvolvimento deste trabalho.

1.2 Histórico da aplicação de materiais viscoelásticos na redução da amplitude da resposta síncrona e na mitigação dos efeitos de instabilidades em máquinas rotativas

Anéis elastoméricos tipo “O” (*o-rings*) foram utilizados com sucesso como suporte flexível provendo amortecimento a uma pequena turbina a ar (POWELL e TEMPEST, 1968, *apud* VANCE, 1988). Os anéis foram montados em uma estrutura ao redor de mancais de rolamento. Apesar do sucesso da aplicação, verificou-se uma forte queda do amortecimento com o aumento da temperatura.

Entre os trabalhos mais completos relacionados à aplicação de elementos elastoméricos estão aqueles iniciados na década de 1970 pela *Mechanical Technology Incorporated* (MTI) sob contratos da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) (CHIANG, TESSARZIK e BADGLEY, 1972; GUPTA, TESSARZIK e CZIGLENYI, 1974; SMALLEY e TESSARZIK, 1975; DARLOW e SMALLEY, 1977; TECZA, DARLOW e SMALLEY, 1979; RIEGER, BURGESS e ZORZI, 1980; RIEGER e ZORZI, 1980). O principal objetivo desses estudos era aumentar a disponibilidade de dados orientados a projeto de amortecedores baseados em elastômeros, algo que na época impedia o crescimento das aplicações deste tipo de material em máquinas rotativas.

Smalley e Tessarzik (1975) mencionam que em meados da década de 1970 havia um forte e crescente uso de suportes com amortecimento como meio de controlar vibrações em turbomáquinas avançadas. Naquela época o amortecedor por esmagamento de filme era o mais utilizado. Dispositivos elastoméricos na forma de anéis O e de cartuchos foram considerados para aplicações em motores de baixo custo e para eixos de transmissão de helicópteros.

Esta série de pesquisas foi coroada em 1981 com a publicação de Darlow e Zorzi intitulada “*Mechanical Design Handbook for Elastomer*”. Estes autores citam aplicações de elastômeros na redução da amplitude de vibração em rotores. Realizou-se um experimento no qual demonstra-se a maior eficiência de um dispositivo elastomérico na redução da amplitude de vibração quando comparada à de um amortecedor por esmagamento de filme, consolidando-se, desta forma, o uso de elastômeros como material de suporte para máquinas rotativas.

Vance (1988) sugere que com o contínuo desenvolvimento de materiais sintéticos, os amortecedores elastoméricos eventualmente competiriam com os amortecedores de esmagamento de filme em um número maior de aplicações em turbomáquinas.

Dutt e Nakra (1992) demonstram que é possível aumentar o domínio de estabilidade em um rotor de Jeffcott modificado escolhendo-se suportes viscoelásticos com geometria e

propriedades adequadas. Estes mesmos autores reportam uma grande redução na resposta ao desbalanceamento do mesmo sistema incorporando suportes viscoelásticos (DUTT e NAKRA, 1993).

Kulkarni, Pannu e Nakra (1993) publicaram um estudo onde é analisado um rotor de Jeffcott modificado suportado tanto por mancais de rolamento quanto por mancais hidrodinâmicos em suspensão viscoelástica. Para o caso dos mancais de rolamento, utilizam-se materiais viscoelásticos com alto fator de amortecimento, resultando em amplitudes de resposta ao desbalanceamento reduzidas. O mesmo ocorre para o sistema suportado por mancais hidrodinâmicos, no qual, além da redução da amplitude de resposta ao desbalanceamento, pode-se ter uma melhoria no comportamento com relação à estabilidade.

Mancais de sapatas pivotadas (*tilting pad bearings*) são, na prática, padrão na maior parte das máquinas rotativas críticas e sensíveis à instabilidade sob o ponto de vista dinâmico. Apesar de mais complexos e de custo mais elevado comparados aos mancais de geometria fixa, sua estabilidade devida aos baixos valores das rigidezes cruzadas, tornam este tipo de mancal o mais utilizado em máquinas rotativas de alto desempenho. Mesmo estes mancais não estão completamente livres de problemas. Um destes é a “flutuação de sapata” (*pad flutter*), a qual foi observada em mancais de grandes turbinas e de unidades geradoras. O problema é caracterizado pela flutuação da sapata entre o pivô e o munhão, a qual pode acarretar danos nas bordas das sapatas não carregadas ou mesmo falha por fadiga. O fenômeno manifesta-se de forma similar ao *oil whirl*, exceto pelo fato que a sapata vibra e não o rotor. Uma das formas de resolver este problema de instabilidade é introduzir amortecimento através de anéis elastoméricos entre o pivô e o soquete da sapata (ZEIDAN e PAQUETTE, 1994).

Panda e Dutt (1999) determinam as características ótimas de materiais poliméricos usados como base de mancais de rolamento e de filme fluido que suportam um rotor de Jeffcott modificado, minimizando a resposta ao desbalanceamento e maximizando a “velocidade limite de estabilidade” (VLE). Estes autores utilizam um modelo com quatro elementos para descrever o comportamento do material viscoelástico. Os efeitos giroscópicos são considerados.

O comportamento dinâmico de um rotor de Jeffcott modificado suportado por mancais elásticos lineares montados sobre suspensões viscoelásticas é investigado por Shabaneh e Zu (2000). O modelo de Kelvin-Voigt é utilizado para caracterizar o comportamento do material viscoelástico. Eles verificam que com o aumento do coeficiente de perda ocorre o aumento da frequência natural do sistema e que o decaimento de vibração se dá de forma mais rápida. Com o aumento da rigidez do material viscoelástico, a frequência fundamental

também aumenta até atingir o valor apresentado por um sistema suportado por mancais rígidos. Contudo, o decaimento de vibração pode ocorrer de forma mais rápida ou mais lenta dependendo da rigidez do material. O modelo contínuo usado por Shabaneh e Zu (2000) adota a teoria de Timoshenko, o qual considera os efeitos da inércia rotativa e das deformações de cisalhamento da viga. Apesar de poderem ser incorporados, os efeitos giroscópicos não foram considerados. As análises conduzidas por estes autores não levam em consideração materiais viscoelásticos reais, isto é, eles fazem um estudo paramétrico variando termos do modelo de Kelvin-Voigt sem que haja, necessariamente, uma correspondência com algum material de uso comum. Também não se considera a existência de efeitos cruzados acoplados nos mancais.

Mancais com revestimento interno de borracha têm sido usados em eixos de propulsão de embarcações, em turbinas hidráulicas e outros equipamentos industriais que processam água ou lama. O grau de conformidade proporcionado pela borracha ajuda a isolar a vibração promovendo uma operação silenciosa e a compensação de desalinhamentos (HARNOY, 2003).

Dutt e Toi (2003) demonstram teoricamente que a utilização de setores poliméricos ao redor do mancal reduz a resposta ao desbalanceamento e aumenta o limite de estabilidade para um sistema eixo-rotor simples, melhorando suas características dinâmicas. Eles também determinam as dimensões ótimas (comprimento e espessura) para os setores. Estes autores analisam um rotor de Jeffcott modificado e também não empregam propriedades mecânicas de materiais reais, isto é, obtidos através de ensaios.

Lee, Kim, *et al.* (2004) utilizam uma lâmina de material viscoelástico em um mancal de fole para reduzir as órbitas do rotor. Esta redução se dá pela dissipação da energia mecânica na forma de calor pela histerese do material viscoelástico.

Ferreira (2005) apresenta um modelo numérico para predizer as características dinâmicas de um rotor simples suportado por mancais de rolamento apoiados sobre mantas viscoelásticas. Utiliza-se o modelo de derivada fracionária para descrever o comportamento do material viscoelástico. Com o emprego da manta e o consequente aumento do amortecimento, a amplitude da resposta do sistema nas frequências naturais é consideravelmente reduzida. A autora sugere estender o estudo para mancais hidrodinâmicos.

Bormann (2005) descreve o comportamento de anéis O na atenuação de vibrações em rotores suportados por mancais de rolamento. As propriedades dinâmicas (rigidez e amortecimento) de anéis O de uso comercial são determinadas em função da frequência e da temperatura. Ele propõe um método gráfico para o projeto otimizado de rotor suportado

por mancais que apresentam amortecimento extra devido à presença de anéis elastoméricos.

Após analisar um eixo rotativo com amortecimento interno montado em mancais elásticos dissipativos ou em mancais infinitamente rígidos com suspensão viscoelástica, Montganier e Hocharb (2007) verificam que os suportes viscoelásticos provêm estabilidade quando mancais sem este tipo de suspensão são menos eficientes, especialmente no caso de eixos longos. Utilizou-se a teoria de Euler-Bernoulli, na qual os efeitos do cisalhamento transversal são negligenciados. Os efeitos de inércia translacional e rotatória, momentos giroscópicos foram considerados. Tanto amortecimento viscoso quanto histerético foram levados em conta no modelo. Inserindo-se amortecimento externo no modelo aumentam-se todos os decrementos logarítmicos, o que tende a deslocar o limite de instabilidade para uma velocidade de rotação mais alta.

Saldarriaga (2007) apresenta uma metodologia para controle passivo de vibração aplicada a rotores flexíveis, baseada no uso de absorvedores viscoelásticos translacionais aplicados na base dos mancais de rolamento de um rotor vertical. O emprego do material viscoelástico permitiu diminuir consideravelmente o nível de vibração quando comparado com o sistema desprovido de amortecedores.

Friswell, Sawicki, *et al.* (2007) empregam abordagem de variável interna para modelar o material viscoelástico em análise dinâmica transiente e incluem um modelo de dissipação de energia. A simulação do comportamento de uma bomba turbomolecular é usada para demonstrar a significativa alteração do comportamento dinâmico de uma máquina devida às mudanças da rigidez e amortecimento causadas pela temperatura. Os autores concluem que o balanceamento de máquinas que operam em altas velocidades e são suportadas por elastômeros pode tornar-se difícil em ambientes propícios a variações de temperatura.

Thomazi, Santos e Lépre (2011) apresentam o estudo paramétrico de um amortecedor elastomérico em duplo anel retangular cisalhante montado em mancais radiais de filme fluido. Estes autores verificam que adicionando amortecimento externo aos mancais hidrodinâmicos através de materiais viscoelásticos pode-se reduzir a amplitude da resposta ao desbalanceamento. Contudo, eles recomendam cuidado na escolha das dimensões e das propriedades do amortecedor viscoelástico. Uma configuração equivocada pode causar respostas indesejáveis.

Em trabalho mais recente Thomazi, Santos e Lépre (2012) aplicam ao mesmo sistema rotor-mancais amortecedores viscoelásticos em forma de insertos retangulares separados entre si por 90°. Novamente, eles observam grande redução na resposta ao desbalanceamento.

Como se pode observar ainda é muito limitado o número de pesquisas e publicações referentes à aplicação de materiais viscoelásticos como amortecedores em máquinas rotativas.

1.3 Justificativa e relevância do trabalho

Qualquer máquina que apresente movimento rotativo é uma fonte de vibração. Problemas relacionados à vibração excessiva em máquinas rotativas que operam em alta velocidade são relatados desde o princípio do século XX. Se nenhuma medida de controle for tomada um rotor pode gerar vibração e tensões flutuantes capazes de levar a máquina a uma falha catastrófica. Máquinas com baixo peso e alto desempenho exibem uma tendência de maior flexibilidade, o que leva a uma maior sensibilidade ao desbalanceamento, resultando em níveis mais elevados de vibração.

Mancais radiais de filme fluido são peças-chaves no desenvolvimento de novos projetos de máquinas rotativas. Como a velocidade das máquinas está aumentando sensivelmente, há uma inquietação crescente no sentido de que os mancais possam falhar sob um de seus aspectos dinâmicos, qual seja não cumprir sua função de promover amortecimento suficiente para limitar as amplitudes de resposta síncrona e suprimir instabilidades.

Sob o aspecto econômico, a busca pela melhoria das características dinâmicas dos mancais pode ser relacionada com a expectativa do aumento progressivo da demanda e do custo da energia. É notória a busca por máquinas mais eficientes objetivando-se economia de energia. A diminuição do peso das máquinas é uma das maneiras mais elementares para se conseguir esta economia. A substituição de materiais tradicionais por outros de menor densidade, e.g., aço por polímeros ou alumínio, bem como a redução do peso de componentes mecânicos através da redução de suas espessuras e tamanhos é uma tendência generalizada. O aumento da velocidade é uma solução cada vez mais procurada para se aumentar a eficiência energética.

Como se pode observar, a busca continua por máquinas rotativas mais eficientes conduz naturalmente a sistemas compactos com alta velocidade. Como consequência, a operação nas faixas supercríticas tornaram-se mais comuns nas últimas décadas. Seguindo esta tendência, estudos devem ser conduzidos no intuito de encontrar soluções para os problemas potenciais que podem aparecer em velocidades elevadas.

Polímeros viscoelásticos são considerados bons elementos para suporte de máquinas, devido à sua eficiência em dissipar energia vibratória. Os elastômeros são materiais viscoelásticos que dissipam energia convertendo energia mecânica em calor e, assim, amortecendo.

Smalley, Darlow e Mehta (1977) comentam que o uso de suportes com amortecimento elastomérico adicional como forma de se controlar vibrações excitadas por movimentos rotativos é uma tendência crescente, principalmente no que se refere a aplicações em turbomáquinas avançadas. Estes autores citam a aplicação de dispositivos viscoelásticos em árvores flexíveis, como aquelas presentes em helicópteros. Eles mencionam que ainda existe pouca literatura específica referente à aplicação de materiais viscoelásticos em mancais.

Bormann (2005) relata que é surpreendente a quantidade ínfima de literatura relacionada às propriedades dinâmicas de anéis elastoméricos. Nos dias atuais a seleção de suportes elastoméricos ainda é feita de forma empírica, pois o cálculo das características de amortecimento e rigidez requer medições complexas quando se tem dependência da temperatura e da frequência. Isto pode tornar o desenvolvimento destes sistemas de amortecimento excessivamente oneroso.

Saldarriaga (2007) comenta que o pouco uso de suportes viscoelásticos em máquinas rotativas pode ser explicado pelas dificuldades do projeto destes sistemas, dado que é bastante recente o desenvolvimento de modelos de comportamento viscoelástico adequados para aplicações estruturais.

Sabe-se que o amortecimento externo não rotativo em suportes de máquinas pode suprimir instabilidades e atenuar os picos de amplitude de precessão do rotor em velocidades críticas. Mancais convencionais, i.e., aqueles sem dispositivos amortecedores extras, podem não ser capazes de prover amortecimento suficiente para rotores que trabalham em velocidades supercríticas. Assim, amortecimento externo deve ser introduzido de outra maneira. Os materiais viscoelásticos, particularmente os elastômeros, exibem uma combinação de rigidez e amortecimento e são de fácil fabricação e montagem. Elastômeros permitem projetos compactos, o que pode ser uma grande vantagem quando comparados com outros tipos de amortecedores.

Enquanto a aplicação de amortecedores viscoelásticos em mancais de rolamento parece ter suas vantagens mais facilmente detectáveis, para o caso dos mancais hidrodinâmicos tais observações não são tão diretas. A inerente presença de amortecimento no filme fluido torna difícil conseguir uma configuração que amplifique os seus benefícios sobre o desempenho dinâmico do sistema. Somado a isto, a complexidade de se modelar mancais hidrodinâmicos torna mais desafiador o projeto de amortecedores viscoelásticos para aplicação nesta classe de mancal. Assim, algumas dúvidas persistem: amortecedores viscoelásticos seriam capazes de reduzir a amplitude de rodópio síncrono em sistemas rotativos suportados por mancais hidrodinâmicos? As possíveis instabilidades que podem aparecer em sistemas que operam em alta velocidade e, particularmente, naqueles

suportados por mancais de filme fluido, podem ser suprimidas, ou, pelo menos, ter a faixa de operação estável aumentada?

É neste panorama caracterizado pelo aumento de máquinas operando em faixas supercríticas, pelo pequeno número de trabalhos voltados à aplicação de materiais viscoelásticos como amortecedores em máquinas rotativas, particularmente, aquelas suportadas por mancais hidrodinâmicos, e pela consequente existência de vasto campo ainda a ser coberto na área de amortecimento viscoelástico aplicado a máquinas rotativas que se enquadra o presente trabalho.

A escolha por abordar o tema relacionado à aplicação de materiais viscoelásticos como amortecedores passivos em máquinas rotativas suportadas por mancais hidrodinâmicos está ligada aos seguintes fatores:

(1) Tecnológico: as relações entre as características destes amortecedores e os critérios de projeto de máquinas rotativas ainda estão pouco definidas. Quando existentes, as referências são pouco abrangentes e inevitavelmente recomendam experimentos longos e caros em modelos de escala reduzida. A falta de modelos que permitam uma análise compreensiva do efeito do amortecimento viscoelástico sobre sistemas rotativos impõe limitações a novos projetos com aplicação destes materiais. A utilização de métodos numéricos, mais especificamente o Método dos Elementos Finitos (FEM – do inglês *Finite Element Method*), tende a facilitar o desenvolvimento futuro de uma teoria ampla para mancais de deslizamento com alto amortecimento, a qual ajudaria a reduzir os testes, tanto de laboratório quanto de protótipos, que hoje são necessários mesmo nas menores inovações.

(2) Econômico: os avanços nos processos de fabricação e nas técnicas de análise para materiais viscoelásticos ajudam a manter os sistemas de amortecimento passivo como a solução com custo-efetividade mais atraente quando comparados aos sistemas que empregam controle ativo e semiativo. Além disto, sistemas com controle passivo não necessitam de fontes externas de energia, o que os torna inertes a problemas como falta de energia ou falha de sensores. Segundo Mead (1988), os sistemas ativos devem ser usados quando os melhores sistemas passivos não conseguirem atender as necessidades.

1.4 Objetivos da tese

Os problemas mais comumente recorrentes em dinâmica de rotores estão relacionados aos níveis excessivos de vibração síncrona causados pelo desbalanceamento de massa e às instabilidades do rotor.

O desbalanceamento gera forças de excitação senoidais e deslocamentos que podem ter magnitude suficiente para sobrepujar as folgas entre o rotor e o estator, levando a um contato indesejável.

A instabilidade ocorre além de certa velocidade (VLE) quando uma perturbação cresce com o tempo, auxiliada pela energia de rotação do sistema, constituindo uma vibração autoexcitada. Dependendo da intensidade em que se manifesta a instabilidade pode impedir a continuidade operacional de uma máquina.

Neste trabalho, é analisado o comportamento dinâmico de um rotor que opera em velocidades supercríticas e é suportado por mancais radiais hidrodinâmicos cilíndricos, lubrificados a óleo com amortecimento passivo adicional promovido por dispositivos elastoméricos.

A ideia básica é inserir material elastomérico distribuído de forma simétrica entre o encosto do mancal hidrodinâmico e o seu alojamento (Figura 1-1) e verificar a resposta ao desbalanceamento e a estabilidade do sistema mediante diferentes configurações geométricas e propriedades viscoelásticas. O objetivo principal é avaliar os efeitos destes amortecedores sobre os dois principais problemas dinâmicos que recaem sobre máquinas que operam na faixa supercrítica: amplitudes excessivas de resposta síncrona e instabilidade, tentando-se responder as questões colocadas na seção anterior.

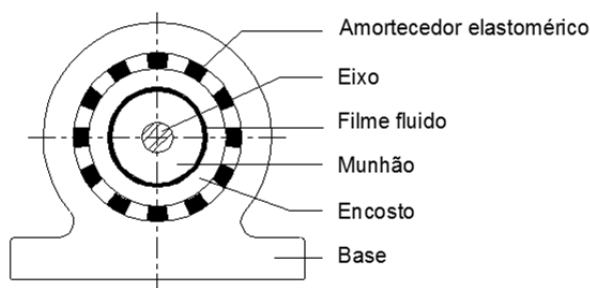


Figura 1-1 – Amortecedor elastomérico inserido entre o encosto do mancal e seu alojamento.

As configurações testadas são: cartucho contínuo de compressão, cartuchos segmentados de compressão, cartucho contínuo de cisalhamento e cartuchos segmentados de cisalhamento.

O FEM é empregado para modelar e analisar o problema em questão através do pacote comercial ANSYS®. As propriedades dos elastômeros foram obtidas a partir de ensaios realizados no Laboratório de Sistemas Mecânicos da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Como objetivo mais amplo, pretende-se que este trabalho contribua para o desenvolvimento de amortecedores passivos e compactos que ofereçam uma ampla faixa de rigidez e de amortecimento, com a mesma capacidade, ou superior, de controle sobre máquinas rotativas que outros dispositivos como, por exemplo, os amortecedores por esmagamento de filme.

1.5 Organização da tese

Este trabalho foi organizado em cinco capítulos. Uma breve descrição sobre cada um deles é apresentada abaixo.

Neste primeiro capítulo introduz-se a necessidade de se aumentar o amortecimento em mancais radiais de filme fluido através da utilização de materiais com comportamento viscoelástico como forma de se atenuar amplitudes de resposta síncrona e mitigar possíveis problemas de instabilidade, justificando-se, desta forma, a abordagem do tema. Uma revisão da literatura relacionada à aplicação de materiais viscoelásticos em máquinas rotativas é apresentada. Na sequência, os objetivos do trabalho são estabelecidos.

No segundo capítulo apresentam-se os fundamentos teóricos referentes aos elementos de estudo desta tese, quais sejam: (1) dinâmica de rotores; (2) mancais radiais de filme fluido (mancais radiais cilíndricos hidrodinâmicos) e (3) materiais viscoelásticos. A utilização do FEM através do ANSYS® é também abordada.

No Capítulo III é tratada a metodologia adotada na tese. São descritos os modelos numéricos utilizados neste trabalho. Os limites do estudo e as simplificações adotadas são bem especificados neste capítulo.

Os resultados das simulações numéricas, bem como a análise e a discussão destes são encontrados no quarto capítulo.

As conclusões, os comentários finais, juntamente com sugestões para futuros desenvolvimentos são apresentados no Capítulo V.

CAPÍTULO II

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Neste capítulo são apresentados aspectos gerais que envolvem os objetos de estudo desta tese, quais sejam: dinâmica de rotores, mancais radiais de filme fluido e materiais viscoelásticos. Não se tem a pretensão de esgotar estes assuntos, mesmo porque isto seria impraticável em um único trabalho. Como em quase toda a área especializada, existem vários bons textos que abordam estes assuntos, contudo, pode ser difícil retirar de forma imediata observações práticas a respeito. O objetivo desta seção é fazer uma introdução sobre cada assunto que facilite a compreensão por parte do leitor da metodologia apresentada no Capítulo III, enfocando pontos importantes que serão considerados na análise e discussão dos resultados apresentados no Capítulo IV e mantendo a perspectiva matemática a um mínimo.

2.1 Fundamentos de dinâmica dos rotores

A principal parte de uma máquina rotativa é o próprio rotor, cuja função é gerar e/ou transmitir potência. Fisicamente, um rotor é constituído por uma árvore na qual são montados (por meio de chavetas, interferência, união roscada, ou mesmo construídos como uma única peça) vários componentes, como rodas, engrenagens, impulsores, hélices, acoplamentos, etc. O rotor é suportado por elementos de máquinas chamados mancais, os quais transmitem o carregamento à estrutura base ou fundação.

Não existe estrutura completamente rígida e os rotores não fogem à regra. Na realidade, em muitas aplicações os rotores são bem flexíveis. Assim, quando submetidos a forças de excitação (e.g. mecânica, aerodinâmica, magnética, etc.) os rotores apresentam outros movimentos além da rotação; eles vibram, por exemplo.

A força de desbalanceamento é a excitação mais comum, presente até mesmo quando os mais criteriosos processos de fabricação são empregados. De fato, é praticamente impossível garantir que os centros de gravidade de todas as massas de um rotor coincidam exatamente com o seu eixo de rotação.

A princípio, o rotor deveria ter apenas o movimento de rotação em torno do seu eixo de simetria. Contudo, à medida que a velocidade é imposta, as forças centrífugas devidas ao desbalanceamento causam a deflexão do rotor e este, fletido, executa um movimento de precessão ao redor do seu eixo neutro de forma síncrona com a velocidade de rotação. A este movimento dá-se o nome de precessão síncrona (*synchronous whirl*), ou rotação secundária síncrona (Figura 2-1).

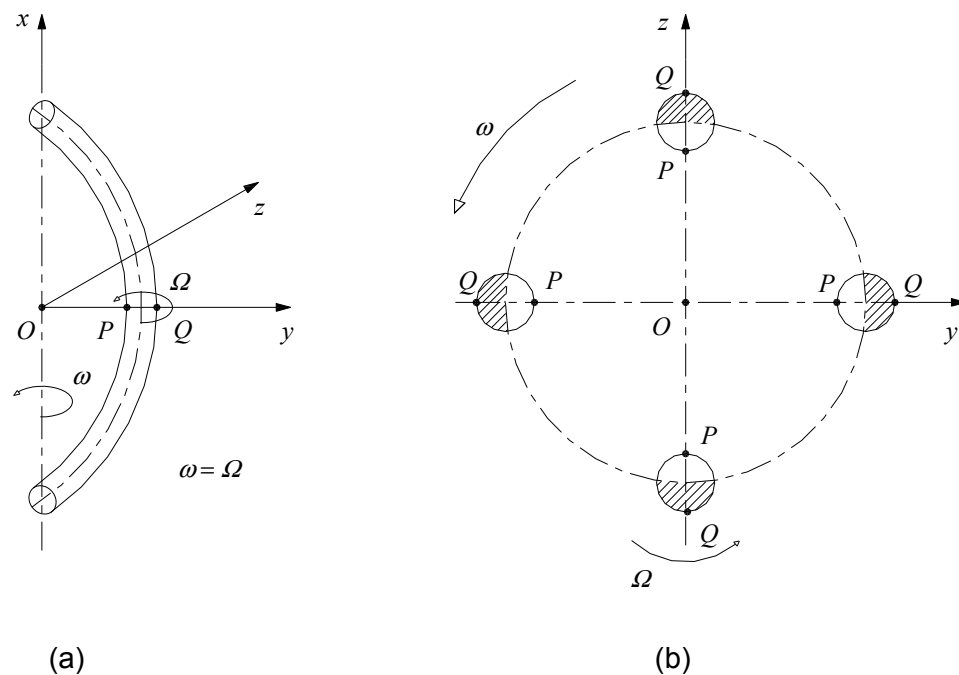


Figura 2-1 – (a) Precessão síncrona, ou seja, a velocidade de precessão ω é igual à velocidade de rotação Ω . (b) Plano yz – a área hachurada da seção transversal do eixo encontra-se sob tração. Adaptado de Genta (2005).

Atribui-se a Rankine (1869) a primeira análise dinâmica de rotores e a inclusão do termo *whirling* ao vocabulário da dinâmica de rotores. Rankine concluiu corretamente que a

velocidade de precessão é igual à frequência de rotação e propôs a existência de uma velocidade crítica a qual seria o limite de velocidade para o rotor. Escolhendo um modelo equivocado (aparentemente aplicando incorretamente a 2ª Lei de Newton a um sistema de coordenadas rotativas), ele predisse que além de certa velocidade “... a árvore fica consideravelmente fletida e realiza um movimento de precessão em torno de sua forma fletida”. Ele definiu esta certa velocidade de *whirling speed* (RAO, 2011).

É interessante destacar que a precessão síncrona não constitui uma “vibração” do rotor na definição tradicional da palavra. A forma fletida do rotor permanece a mesma durante o movimento, i.e., o estado de deformação do eixo permanece constante ao longo do tempo e este movimento apenas aparece como vibração a partir do momento em que a amplitude deste é medida em relação a uma direção fixa. Todavia, a analogia com o movimento vibratório para descrever a precessão síncrona continua sendo adotada e efetiva para o seu entendimento, principalmente no que concerne ao conceito de velocidade crítica como será percebido nas próximas seções.

Neste âmbito, a expressão “análise dinâmica de rotores” é utilizada para designar o conjunto de estudos especializados que envolvem o comportamento e o diagnóstico de máquinas rotativas (turbocompressores, turbinas a vapor, turbinas a gás, hélices de helicópteros, bombas, ventiladores, centrífugas, redutores de engrenagens, motores e geradores elétricos, motores de combustão interna, etc.).

Máquinas rotativas fazem parte de muitos sistemas e são amplamente empregadas na indústria. O entendimento da dinâmica dos rotores torna-se fundamental no processo de concepção e manutenção desta classe de máquinas. Máquinas rotativas modernas produzem ou absorvem grandes quantidades de energia em um volume relativamente pequeno. Estas altas densidades energéticas são permitidas pelas elevadas velocidades dos seus eixos. Contudo, maiores velocidades implicam maiores forças de inércia e problemas potenciais relacionados à precessão do eixo, vibração e instabilidades dinâmicas (VANCE, 1988).

A análise de sistemas rotativos demanda o estudo de muitas variáveis como o cálculo das rotações críticas, a resposta ao desbalanceamento, cálculo dos limites de instabilidade, deflexão do eixo durante o movimento, vibrações torcionais (torção do elemento em torno do seu próprio eixo), vibrações induzidas por fluidos que se deslocam através do sistema, entre outras. Sob o ponto de vista da dinâmica de rotores, o sucesso de um projeto envolve (VANCE, 1988):

- Evitar as frequências críticas, se possível.

- Minimizar a resposta dinâmica em ressonância, se velocidades críticas tiverem que ser atravessadas.
- Minimizar a vibração e o carregamento dinâmico transmitido à estrutura da máquina, ao longo da faixa de velocidades operacionais.
- Manter as folgas mais estreitas possíveis para aumentar a eficiência da máquina, sem que haja contato entre as partes do rotor e do estator.
- Evitar instabilidades dinâmicas.
- Evitar ressonância torcional ou instabilidade torcional do sistema

Assim, os seguintes estudos são os mais frequentemente requeridos:

- Determinação das velocidades críticas e as modificações necessárias para alterá-las, caso necessário, ou o estabelecimento das velocidades de operação nas quais os problemas vibratórios possam ser evitados.
- Cálculo das amplitudes de deslocamento causadas pelo desbalanceamento do rotor e a determinação de massas corretivas e suas localizações a fim de efetuar o balanceamento.
- Determinação das frequências em que se manifestam as instabilidades dinâmicas e as modificações de projeto para eliminá-las.
- Determinação das frequências naturais torcionais quando vários eixos estão acoplados.

2.1.1 Rotor de Jeffcott

Em 1895 Föppl propôs o primeiro modelo bem sucedido de rotor. O sistema consistia em um eixo com um disco localizado no centro do vão, sem amortecimento. Föppl demonstrou que a operação na faixa supercrítica era estável, contrariando o que anteriormente havia estabelecido Rankine em 1869. Como a publicação deste trabalho deu-se em uma revista de circulação limitada aos dinamicistas de rotores da época (*Der Civilingenieur*), pouco se atentou para sua importância.

Em 1919 Jeffcott concebeu um modelo semelhante ao de Föppl adicionando amortecimento a ele. O trabalho foi publicado em uma revista inglesa de grande alcance e

como resultado, o modelo de Jeffcott é, até os dias de hoje, o mais popularmente conhecido¹.

O rotor de Jeffcott, ilustrado na Figura 2-2, consiste em um disco de massa m , com desbalanceamento q , montado no centro de um eixo flexível de massa desprezível, comprimento l e rigidez à flexão k . O rotor é suportado em suas extremidades por dois mancais rígidos. O único tipo de amortecimento é devido ao arraste do fluido no disco. Este arraste no disco e no eixo é representado por um coeficiente de amortecimento viscoso, c .

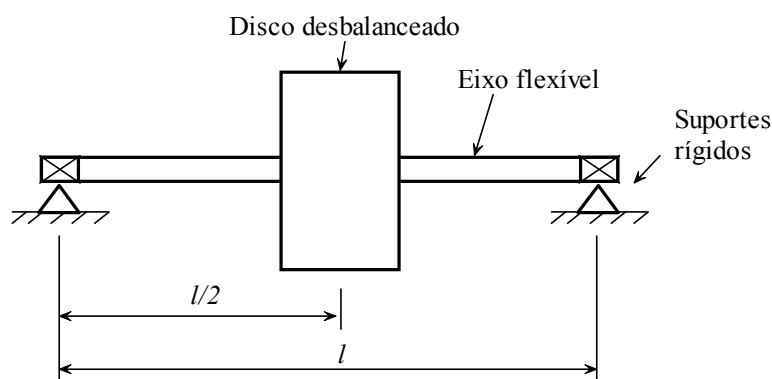


Figura 2-2 – Rotor de Jeffcott.

O desbalanceamento do rotor pode ser interpretado como um deslocamento do centro de massa do disco do rotor em relação à linha elástica do eixo (centro do disco), por uma distância radial q (Figura 2-3). Nesta configuração o centro de massa do disco desbalanceado está em G . A linha elástica intercepta o disco no ponto S o qual é chamado de centro elástico do disco do rotor, ou centro geométrico. A flexão do eixo devida ao carregamento dinâmico é $\overline{OS}$.

¹ Devido às contribuições de DeLaval e Föppl, alguns autores denominam o modelo de Jeffcott como rotor DeLaval-Jeffcott, ou Föppl-Jeffcott, ou DeLaval-Föppl-Jeffcott.

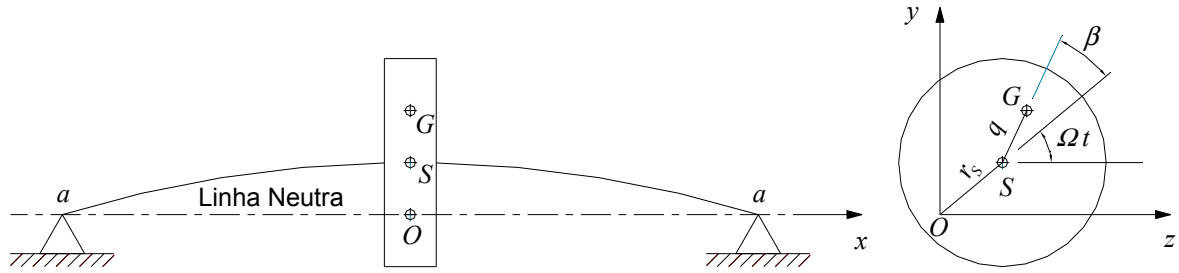


Figura 2-3 – Precessão do rotor.

As cargas devidas à gravidade são desconsideradas, uma vez que são insignificantes quando comparadas às cargas dinâmicas (inerciais) na maioria das turbomáquinas (VANCE, 1988).

Quando em repouso, o ponto S coincide com o eixo $a-a$ (considerando-se que não haja empenamento do eixo) em O . À medida que a velocidade angular Ω aumenta, a força centrífuga da massa excêntrica faz com que o ponto S mova-se para fora, flexionando o eixo, e fazendo com que ele execute um movimento em torno do eixo de rotação com um raio de precessão r_s .

As equações diferenciais que descrevem o movimento do centro do disco são:

$$\begin{aligned} m\ddot{z}_s + c\dot{z}_s + kz_s &= mq\Omega^2 \cos(\Omega t) \\ m\ddot{y}_s + c\dot{y}_s + ky_s &= mq\Omega^2 \sin(\Omega t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde y_s e z_s definem a posição do centro do eixo S .

Observa-se que as forças de desbalanceamento são representadas por forças em quadratura com frequência igual à velocidade de rotação. As soluções das Eqs. (2.1) são dadas por (VANCE, 1988):

$$\begin{aligned}
z_s &= \frac{q\Omega^2}{\left[\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\Omega}{m}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \cos(\Omega t - \beta) \\
y_s &= \frac{q\Omega^2}{\left[\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\Omega}{m}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \sin(\Omega t - \beta) \\
\beta &= \tan^{-1} \left[\frac{c\Omega}{m\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)} \right]
\end{aligned} \tag{2.2}$$

sendo β o ângulo de fase, isto é, o ângulo pelo qual o vetor deslocamento fica defasado do vetor desbalanceamento.

A solução da equação do movimento de precessão é (VANCE, 1988):

$$r_s = (y_s^2 + z_s^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{q\Omega^2}{\left[\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\Omega}{m}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{2.3}$$

A amplitude da resposta ao desbalanceamento, r_s , e o ângulo de fase, β , satisfazem as equações diferenciais de movimento para qualquer velocidade constante do eixo, Ω . Na Figura 2-4, a equação (2.3) é representada graficamente para dois valores diferentes de coeficientes de amortecimento, sendo $\sqrt{k/m}$ a velocidade crítica não amortecida. Por inspeção das Eqs. (2.2) e (2.3), verifica-se que o gráfico da Figura 2-4 também é típico para as amplitudes verticais e horizontais (Eq. 2.2), uma vez que a órbita do eixo é circular.

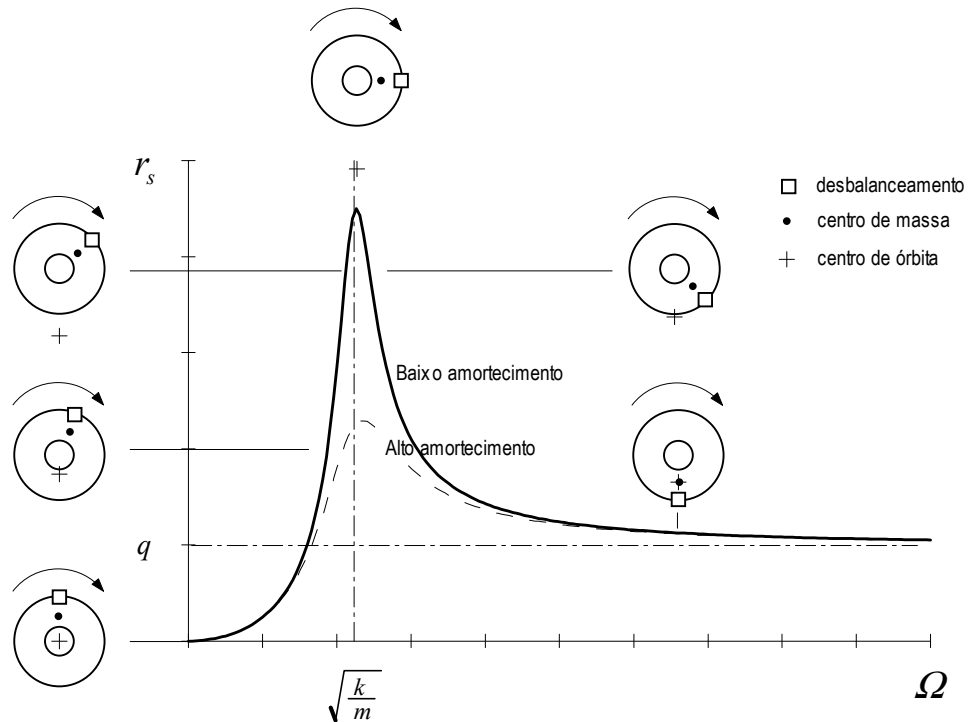


Figura 2-4 – Resposta ao desbalanceamento de um rotor de Jeffcott.

Para baixos valores de amortecimento e operação próxima à velocidade crítica, a amplitude da resposta ao desbalanceamento torna-se muito elevada. Se não houver amortecimento, o seu valor torna-se teoricamente infinito na velocidade crítica.

Observa-se que o ângulo de fase β é 90° na velocidade crítica. Em velocidades elevadas o ângulo de fase é 180° , o que significa que o centro de massa aproxima-se (ou coincide) do centro de rotação. Desta forma, não se verifica problema de operação supercrítica para o rotor de Jeffcott (em mancais rígidos) a não ser o de acomodar os picos de amplitude encontrados na passagem através da região de velocidade crítica.

A amplitude da precessão síncrona aumenta à medida que a velocidade de rotação aproxima-se da velocidade crítica. É comum encontrar como definição de velocidade crítica aquela em que a resposta síncrona ao desbalanceamento é máxima. A amplitude torna-se máxima na velocidade crítica, mas diminui à medida que esta velocidade é excedida devido ao fenómeno de “autobalanceamento” (VANCE, 1988). Em velocidades supercríticas, a amplitude diminui e aproxima-se do valor do desbalanceamento estático q .

Através da análise do rotor de Jeffcott, verificam-se três maneiras de se minimizar as amplitudes do rodópio síncrono²:

- Balancear o rotor (minimizar ou “contrabalancear” o efeito da massa desbalanceada, introduzindo-se uma força de mesma magnitude e oposta à força de distúrbio);
- Mover a velocidade para longe da velocidade crítica (manipular a matriz de rigidez ou de massa);
- Adicionar amortecimento ao sistema de mancais.

O balanceamento preciso do rotor a altas velocidades parece ser a melhor maneira de se reduzir a amplitude da precessão síncrona. Na realidade, o balanceamento é o método mais direto, pois ataca a causa do problema. Contudo, não é possível atingir-se, na prática, um balanceamento perfeito e, além disto, ao longo da operação o desbalanceamento tende a aumentar com a deposição de material sobre o rotor ou devido ao desgaste não uniforme dos seus elementos constitutivos.

Mover a velocidade de operação para longe da crítica pode ser feito através da alteração da velocidade (ou faixa) de operação, o que nem sempre é possível devido às exigências do processo, ou através da alteração da própria velocidade crítica. A alteração da velocidade crítica é bastante útil para máquinas com velocidade constante ou para aquelas que apresentam pouca possibilidade de variação de velocidade de operação. Na prática, a alteração da velocidade crítica é obtida alterando-se a rigidez dos suportes do rotor. Deve-se observar que este parâmetro não está contemplado no modelo de Jeffcott, contudo, possui efeito similar ao da rigidez, k , sobre a velocidade crítica (VANCE, 1988).

Para velocidades próximas à crítica, observa-se que o amortecimento é bastante eficaz na redução da amplitude. Se a máquina não puder trabalhar longe da velocidade crítica ou se deve atravessar por esta velocidade vagarosamente e repetidamente, adicionar amortecimento ao sistema torna-se a solução mais efetiva em se reduzir a amplitude da precessão síncrona. Como no rotor de Jeffcott o único amortecimento é devido ao arraste aerodinâmico³, este método não seria efetivo. Nas máquinas reais, contudo, os suportes são flexíveis ou podem ser utilizados mancais de filme fluido, cujo grau de amortecimento pode ser alterado através de um projeto adequado. Deve-se salientar que em um sistema rotativo

² Apesar de se utilizar o modelo de Jeffcott, estes três procedimentos também são válidos para máquinas mais complexas (VANCE, 1988).

³ Deve-se notar que o amortecimento interno, como aquele advindo do atrito entre partes do rotor, é, na prática responsável por precessões não síncronas autoexcitadas (i.e., instabilidades autoexcitadas).

com uma única fonte de potência o amortecimento dissipará parte da energia que antes era utilizada para impor a velocidade de rotação ao rotor. Isto explica casos em que o rotor, por falta de potência do motor, não é capaz de acelerar além da velocidade crítica.

O rotor de Jeffcott é um modelo muito simplificado quando comparado a um rotor que opera a alta velocidade. Mas apesar de sua simplicidade, ele retém as características essenciais de sistemas mais complexos em resposta ao desbalanceamento, permitindo explicar a variação da amplitude de precessão em função da velocidade do eixo. Além disto, é possível estender os estudos de dinâmica de rotores introduzindo-se algumas alterações ao modelo original. Estes modelos são chamados de “rotores de Jeffcott modificados”.

Ao se adotar o conceito de projeto de rotor flexível, no qual os rotores giram em velocidades supercríticas, dificuldades operacionais que não podem ser descritas pelo modelo de Jeffcott podem surgir. Em certas condições acima da primeira velocidade crítica, influências do efeito giroscópico, atrito interno, e forças hidrodinâmicas nos mancais podem levar a movimento de rodópio assíncrono destrutivo.

2.1.2 Modos e frequências naturais de precessão

Considerando-se um rotor cuja velocidade de rotação é Ω e que Ω é tal que o estado de referência do rotor seja estável, ao se aplicar uma força de impacto no mesmo sentido de Ω , o rotor fará um movimento de precessão em forma fletida em torno do estado de referência a uma velocidade ω . A este movimento dá-se o nome de precessão progressiva ou direta (*forward whirling*), FW. Se o impacto for no sentido contrário de Ω , o rotor sofrerá precessão retrógrada (ou reversa) (*backward whirling*), BW. As frequências destes movimentos são conhecidas como frequências naturais de precessão, ou simplesmente frequências de precessão [*natural whirling (precessional) frequencies*], e as formas associadas são chamadas modos de precessão natural, ou modos de precessão [*natural whirling (precessional) modes*].

Para um rotor de Jeffcott modificado, cujo disco não esteja no meio do vão do eixo as frequências naturais FW e BW variam diferentemente em função de Ω e divergem quando colocadas em um gráfico de abscissa Ω . Esta divergência ocorre devido à inclinação do disco descentralizado. Este movimento de oscilação do disco associado ao vetor momento angular do disco causa o aumento da frequência FW e a diminuição da frequência BW. Efeito giroscópico é o nome dado a este fenômeno e é tanto mais pronunciado quanto maior o momento polar de massa do disco em relação ao do eixo.

A determinação das frequências naturais de precessão e de seus modos associados constitui um problema de álgebra linear (problema de autovalor) e não um problema de

resposta vibratória. Os autovalores fundamentais FW e BW são as frequências naturais de precessão e os autovetores constituem os modos naturais de precessão.

Em um rotor de Jeffcott, como o disco é centralizado no vão do eixo, não ocorre a sua inclinação, conseqüentemente, as frequências FW e BW não divergem.

2.1.3 Diagrama de Campbell

Para o modelo discretizado de um rotor linear axissimétrico em relação ao seu eixo de giro a uma velocidade constante Ω , a equação linearizada do movimento toma a seguinte forma geral:

$$[M]\{\ddot{u}\} + ([C] + [C_{gir}])\{\dot{u}\} + ([K] + [H])\{u\} = \{F\} \quad (2.4)$$

onde $\{u\}$ é o vetor contendo as coordenadas generalizadas no sistema de referência inercial, $[M]$ é a matriz simétrica de massa, $[C]$ é a matriz simétrica de amortecimento, $[C_{gir}]$ é a matriz antissimétrica giroscópica, $[K]$ é a matriz simétrica de rigidez, $[H]$ é a matriz antissimétrica circulatória, e $\{F\}$ é o vetor dependente do tempo em que todas as funções de força estão representadas.

A matriz giroscópica contém termos inerciais, e conseqüentemente, conservativos que no caso da dinâmica de rotores estão associados aos momentos giroscópicos que atuam nas partes rotativas. A matriz circulatória contém termos não conservativos associados ao amortecimento interno dos elementos rotativos e ao amortecimento do fluido ao redor do rotor quando se emprega o modelo linearizado para mancais e selos. A presença da matriz circulatória pode causar instabilidade (GENTA, 2005).

Deve-se observar que as matrizes giroscópica e circulatória são proporcionais à Ω , e quando esta tende a zero, os termos antissimétricos desaparecem e a equação é reduzida ao de uma estrutura. As matrizes de amortecimento e de rigidez também são dependentes da velocidade de rotação.

A solução geral da Eq. 2.4 pode ser escrita adicionando-se a função complementar (solução geral da equação homogênea) a uma integral particular da equação completa. Isto permite analisar o comportamento livre do sistema. A solução usual para vibração livre é:

$$u = u_0 e^{st} \quad (2.5)$$

onde $s = \sigma + i\omega$ é a frequência complexa. A frequência natural do movimento livre do sistema é a parte imaginária ω de s . A parte real σ de s é o expoente de amortecimento, i.e., a taxa com a qual a amplitude diminui com o tempo. Um valor negativo de σ caracteriza um movimento estável, ou seja, aquele que diminui com o tempo, enquanto que um valor positivo implica movimento instável com crescimento exponencial em relação ao tempo.

O comportamento livre de um sistema rotativo pode ser resumido por um gráfico cuja abscissa é Ω e a ordenada corresponde às frequências naturais $\omega_i = \text{Im}(s_i)$. Como em muitos casos as frequências das forças excitadoras também são dependentes da velocidade, elas podem ser inseridas no mesmo gráfico, obtendo o chamado diagrama de interferência ou Diagrama de Campbell, em homenagem a Wilfred Campbell que em 1924 teve a funcional ideia de sobrepor a linha de resposta síncrona nas linhas de frequência natural FW e BW. Na Figura 2-5 tem-se um Diagrama de Campbell típico de um rotor.

A intersecção dos vários ramos do Diagrama de Campbell com o eixo ω são as frequências naturais do sistema parado. Se o sistema for axialmente simétrico, as frequências naturais são pares de valores coincidentes.

Outro gráfico interessante sob o ponto de vista da dinâmica rotacional é aquele que relaciona as taxas de decaimento em função da velocidade de rotação, quando o amortecimento se faz presente. Gráficos desta natureza são apresentados no Capítulo IV.

2.1.4 Velocidades críticas

As velocidades de rotação nas quais as funções de força possuem a frequência coincidente com uma das frequências naturais do sistema são denominadas “velocidades críticas”. Elas são identificadas no Diagrama de Campbell pelas interseções das curvas relacionadas às frequências naturais com aquelas relacionadas às frequências das excitações forçadas.

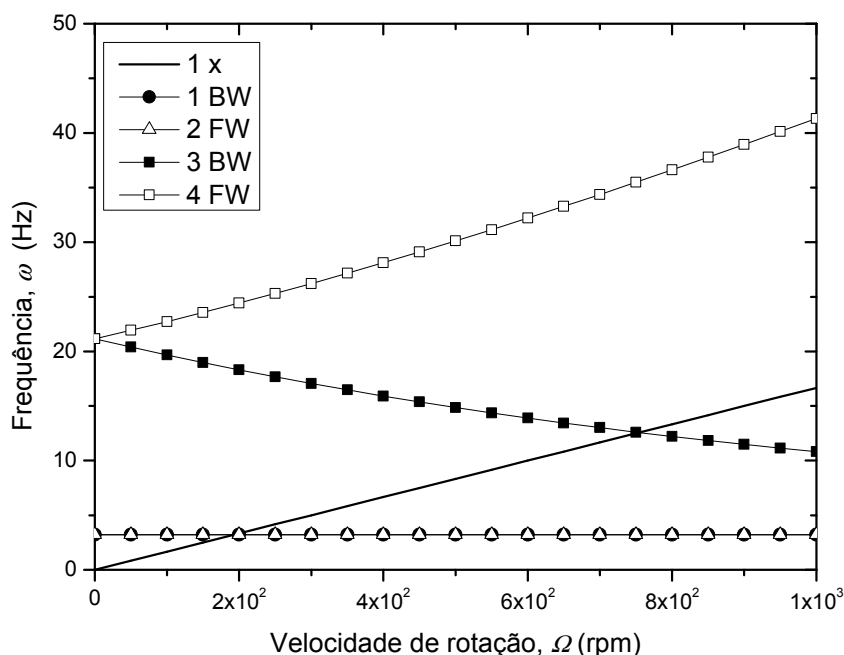


Figura 2-5 – Diagrama de Campbell para um rotor.

O termo “velocidade crítica” apareceu pela primeira vez no trabalho Dunkerley (1894) sobre vibrações em árvores com polias. No seu artigo, lê-se na primeira sentença: “É de conhecimento que toda árvore, mesmo balanceada, quando acionada a certa velocidade, flexiona-se, e, a menos que a deflexão seja limitada, pode até romper-se, apesar de que em velocidades maiores o eixo torna a girar bem. Esta velocidade particular ou ‘velocidade crítica’ depende da maneira como a árvore é suportada, de suas dimensões e do módulo de elasticidade, e das dimensões, pesos, e posições das polias que ela possua”.

Em 1883 Carl Gustav Patric DeLaval operou uma turbina a vapor de um estágio em velocidade supercrítica (YOON, LIN e ALLAIRE, 2013).

Operar em velocidades críticas pode ser muito danoso à máquina, uma vez que as amplitudes do movimento podem tornar-se muito elevadas e a operação nestas velocidades, ou em suas cercanias, pode levar a vibrações extremamente altas e, até mesmo, a uma falha catastrófica. É o caso das ressonâncias causadas pela coincidência de uma frequência natural de flexão com a velocidade de rotação do rotor (detectada no Diagrama de Campbell pela interseção dos ramos relacionados com as frequências naturais com a reta $\omega = \Omega$). Estas velocidades são usualmente denominadas “velocidades críticas de flexão”. Usualmente, estabelecem-se “margens de separação” que delimitam as regiões nas proximidades das velocidades críticas. As velocidades que se situam fora destas margens,

são consideradas “faixas de operação segura”. A API 684 (2005) estabelece critérios para a definição das margens de separação.

Contudo, nem todas as intersecções do Diagrama de Campbell são potencialmente perigosas à máquina. Se, por exemplo, a frequência da força excitadora coincide com a frequência natural de um modo que é completamente desacoplado dela, não ocorrerá efetivamente ressonância. Podem-se ter ainda casos onde a ressonância é muito fraca e o amortecimento do sistema pode ser suficiente para evitar qualquer manifestação significativa. As velocidades críticas menos perigosas são comumente chamadas de “velocidades críticas secundárias”.

As normas API definem velocidade crítica como sendo a velocidade de rotação da árvore que corresponde ao pico não amortecido criticamente na qual o sistema rotor-mancal-suporte opera em estado de ressonância (API 684, 2005). Em outras palavras, a frequência das forças excitadoras periódicas geradas pelo rotor operando na velocidade crítica coincide com a frequência natural do sistema rotor-mancal-suporte. Normalmente, as velocidades críticas laterais (de flexão) são as mais importantes.

As velocidades críticas de flexão podem ser definidas como as velocidades nas quais as forças centrífugas devidas à flexão do rotor estão em equilíbrio indiferente às forças restauradoras elásticas. Sob esta visão, é um fenômeno mais semelhante a uma instabilidade elástica do que um caso típico de vibração. Como se comentou anteriormente, um rotor operando em uma velocidade crítica não está submetido a vibrações de qualquer tipo, mas sim a uma fonte de excitação periódica que pode causar vibrações, usualmente muito fortes, nas partes não rotativas da máquina. Para estas condições, o amortecimento proveniente do estator e dos suportes (amortecimento não rotativo) pode prevenir uma falha do rotor devida ao aumento linear da vibração com o tempo. O amortecimento vindo do rotor é totalmente ineficaz neste caso uma vez que não há variação da amplitude de deformação da árvore do rotor.

Para ilustrar a analogia do movimento de precessão síncrona com o movimento vibratório, pode-se reportar à Figura 2-6, na qual se apresenta o fenômeno de velocidade crítica da seguinte forma: seja um disco de massa m montado em um eixo flexível de rigidez k e cujo peso é desprezível quando comparado ao do disco. A velocidade angular do eixo é Ω . O centro de gravidade do disco está excêntrico com relação à linha neutra do eixo por uma distância $\overline{OG}$. Os mancais são perfeitamente rígidos e isotrópicos e, conseqüentemente, o eixo realiza um movimento de precessão com órbita perfeitamente circular de raio $\overline{OS}$, de tal forma que o centro de massa do disco realiza um movimento com

raio $\overline{OS} + \overline{SG}$. Desta forma o eixo puxa o disco para dentro com uma força $k\overline{OS}$ e a força centrífuga empurra-o para fora com uma força $m\Omega^2(\overline{OS} + \overline{SG})$.

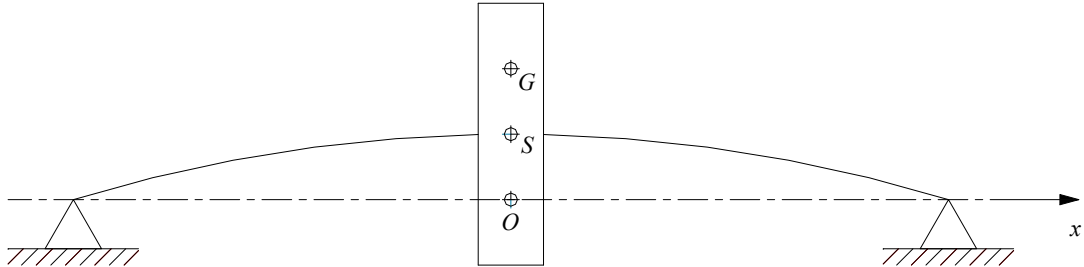


Figura 2-6 – Rotor simples com desbalanceamento de massa.

Para uma condição de equilíbrio, a seguinte igualdade deve ser satisfeita:

$$k\overline{OS} = m\Omega^2(\overline{OS} + \overline{SG}) \quad (2.6)$$

ou seja,

$$\overline{OS} = \frac{m\Omega^2 \overline{SG}}{k - m\Omega^2} \quad (2.7)$$

Assim, quando se tem $\Omega = \omega_{cr} = \sqrt{k/m}$ o denominador da Eq. (2.7) torna-se nulo e $\overline{OS}$ infinito. A velocidade ω_{cr} é chamada velocidade crítica do rotor.

Nota-se, ainda, que para $\Omega < \omega_{cr}$, $\overline{OS}$ é positivo, ou seja, $\overline{OS}$ e $\overline{SG}$ estão na mesma direção, de tal forma que o centro de gravidade do disco está fora da órbita do centro do eixo. Para $\Omega > \omega_{cr}$, $\overline{OS}$ é negativo e o centro de gravidade fica dentro da órbita do centro do eixo. Logo, ao se atravessar por uma velocidade crítica há uma inversão do centro de gravidade, a qual é traduzida pela mudança do ângulo de fase entre amplitude e a força de excitação desbalanceadora de 0° para 180° . À medida que a velocidade torna-se muito elevada, $\overline{OS} = -\overline{SG}$ e o centro de gravidade do disco coincide com o centro da órbita do eixo e, portanto, fica estacionário. Na Figura 2-7 têm-se o sistema eixo-disco para três situações distintas.

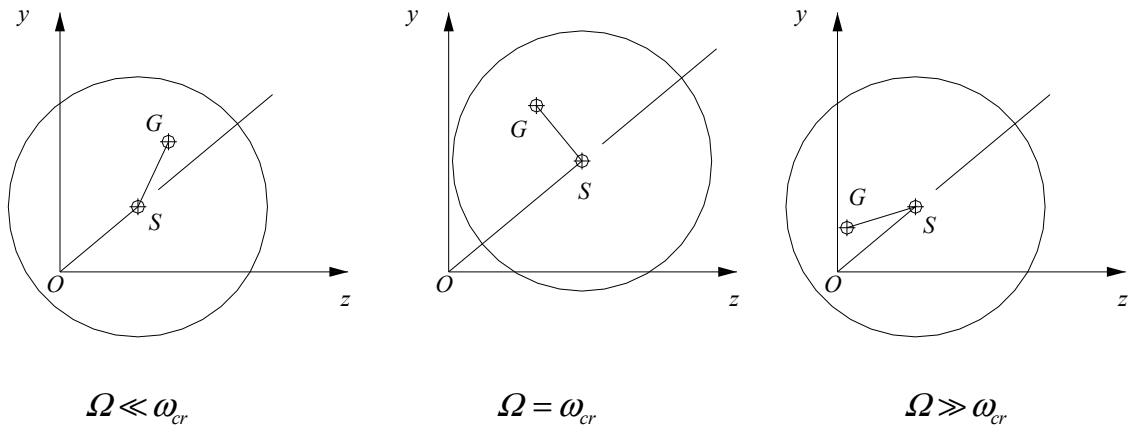


Figura 2-7 – Fase em diferentes rotações.

Devido à existência de amortecimento, na prática não ocorre amplitude infinita na velocidade crítica. Deve-se observar que o amortecimento inerente do material do rotor não contribui para limitar a amplitude uma vez que não há alteração da forma fletida do eixo durante o movimento de precessão. De fato, na maior parte dos casos a maior fonte de amortecimento são os mancais de filme fluido.

A faixa de velocidade que se inicia em zero e vai até a primeira velocidade crítica é denominada “faixa subcrítica de operação”. A partir da primeira velocidade crítica, é comum referir-se como “faixa supercrítica de operação”.

2.1.5 Desbalanceamento

A determinação dos efeitos causados por forças excitadoras é um dos objetivos da análise dinâmica de rotores. Entre estas forças, o desbalanceamento de massa é considerado o mais importante (LALLANE e FERRARIS, 1997).

Uma das forças $\{F\}$ da Eq. 2.4 é causada pelo desbalanceamento. Forças de desbalanceamento são funções harmônicas do tempo, com amplitude proporcional à Ω^2 e com frequência igual a Ω .

A força de desbalanceamento pode ser descrita como um vetor girando com a mesma velocidade angular do rotor e cujos componentes no sistema de referência fixo variam harmonicamente no tempo com frequência circular igual à da rotação Ω (GENTA, 2005).

Segundo Vance (1988), a fonte mais comum de vibração em máquinas rotativas é o desbalanceamento. O desbalanceamento das partes rotativas produz vibração síncrona com a velocidade do rotor.

A frequência forçada para o caso de desbalanceamento pode ser representada no Diagrama de Campbell por uma linha reta $\omega = \Omega$, ou seja, por uma reta a 45° no plano $\omega\Omega$.

2.1.6 Instabilidade

O termo instabilidade quer dizer que o movimento tende a aumentar sem limite, e muitas vezes isto ocorre trazendo consequências destrutivas à máquina. A instabilidade dinâmica de um rotor é caracterizada pelo movimento do sistema rotor-mancais em frequências diferentes da velocidade de rotação do eixo. A causa da instabilidade não é o desbalanceamento. Usualmente ela está relacionada à variação de alguma pressão dinâmica do fluido ao redor do componente rotativo.

Quando o sistema não está sujeito a forças externas e possui apenas movimento livre devido às suas condições iniciais, e seu movimento, em condições específicas, cresce indefinidamente com o tempo, ele é dito instável (LALLANE e FERRARIS, 1997).

As forças de acoplamento cruzado são, em muitos casos, as principais causas de instabilidades nos sistemas rotativos. Estas forças são geradas em componentes como mancais de filme fluido, selos e impulsores, isto é, nos elementos que são essenciais para a operação de turbomáquinas. As forças de acoplamentos cruzados de origem aerodinâmica são geradas pela diferença de fluxo nas folgas em torno dos impulsores e selos causadas pelo movimento lateral do rotor.

Uma consequência usualmente observada das forças cruzadas acopladas é a perda de amortecimento nos modos do sistema rotor-mancais, particularmente no modo direto correspondente à primeira rotação crítica. Isto pode ocasionar fortes vibrações laterais subsíncronas.

Desde meados da década de 1920, quando se identificou a causa da instabilidade em turbocompressores com sendo a histerese interna, ou o atrito interno entre as partes do rotor, os problemas relacionados com a instabilidade têm-se mostrado moderados ou infrequentes. Naquela ocasião, também se identificou o filme de óleo como uma fonte de instabilidade (*oil whip*). Contudo, com a maior demanda por turbomáquinas (em substituição às alternativas), a exigência por maiores velocidades e pressões de trabalho (melhor desempenho), os problemas relacionados com instabilidade tomaram lugar de destaque novamente (VANCE, ZEIDAN e MURPHY, 2010).

Oil whip é a fonte de instabilidade mais comumente diagnosticada. Ela particularmente faz-se presente em mancais hidrodinâmicos radiais planos (cilíndricos). Uma prática comum quando se detecta *oil whip* é substituir os mancais por um tipo mais estável, como os de sapatas pivotadas. Este tipo de alteração normalmente, mas nem sempre, resulta em máquinas mais estáveis. Vance (1988) descreve algumas de suas experiências e conclui que a instabilidade dinâmica usualmente não tem uma única fonte. Por exemplo, um compressor centrífugo com elevada razão de compressão suportado por mancais hidrodinâmicos tem as seguintes fontes potenciais de instabilidade: (a) as rigidezes

cruzadas acopladas dos mancais; (b) atrito interno entre partes do rotor; (c) forças oriundas do fluido ao redor dos impulsores (ou impelidores). Se as duas últimas fontes de instabilidade forem mantidas constantes, a estabilidade da máquina dependerá: (a) do amortecimento do sistema rotor-mancais, o qual decorre principalmente dos mancais; (b) da magnitude dos termos de rigidez cruzadas produzidas pelos mancais em relação aos termos de rigidez direta. Mancais de sapatas pivotadas não possuem acoplamentos cruzados (ou são negligenciáveis), mas fornecem menos amortecimentos que os mancais cilíndricos planos. Assim, a alteração do tipo de mancal pode eliminar a instabilidade ou piorá-la, dependendo de onde o acoplamento cruzado é predominante, nos mancais ou no rotor e impulsores.

Uma forma de aumentar o amortecimento efetivo do sistema é adicionar amortecedores por esmagamento de filme. Contudo, isto nem sempre é uma boa solução. Se o aumento proporcionado for menor que um valor ótimo para rotores flexíveis, pode-se ter uma diminuição no amortecimento efetivo e, conseqüentemente, ter-se uma deterioração da estabilidade dinâmica do rotor (BARRETT, GUNTER e ALLAIRE, 1978). Este comportamento, o qual pode causar surpresa a muitos, faz Vance (1988) enfatizar a importância de se realizar análises matemáticas e simulações computacionais para se garantir que as alterações propostas em um projeto sejam bem direcionadas e atinjam os resultados esperados.

Como se comentou na seção 2.1.3, se a parte real do autovalor complexo for positiva, o sistema é instável. A análise matemática de estabilidade possui algumas limitações, mas fornece a compreensão necessária do fenômeno para que se possam realizar alterações necessárias para suprimir os problemas correlatos.

2.1.7 Efeito do amortecimento

Devido a excitações externas e internas algumas dificuldades operacionais sob o ponto de vista dinâmico podem ocorrer. Como principais fontes de excitação externa podem-se citar: desbalanceamento do rotor, desalinhamento do acoplamento, perda de retilidade do eixo, etc. Excitações internas (ou autoexcitações) ocorrem quando as características do sistema são tais que a energia de rotação amplifica e mantém qualquer perturbação do sistema.

Estas excitações são indesejáveis sob o ponto de vista operacional, de confiabilidade e integridade. Assim, vários trabalhos foram realizados no intuito de se reduzir os efeitos destas excitações. Uma solução muito disseminada é adicionar amortecimento aos suportes das máquinas, o que causaria a dissipação de energia vibratória nociva.

Uma das fontes mais comuns de vibração excessiva em rotores é a força dinâmica produzida por desbalanceamento. Vibração síncrona devida ao desbalanceamento é usualmente controlada através do balanceamento do rotor. Esta é a maneira mais efetiva de minimizar a precessão síncrona, pois ataca diretamente a causa do desbalanceamento. Contudo, o balanceamento do rotor por si só frequentemente é insuficiente para compensar o desbalanceamento e, conseqüentemente, reduzir a amplitude da resposta síncrona do rotor. Adicionando-se amortecimento externo em combinação com o balanceamento pode prover uma boa solução na limitação da vibração dentro de magnitudes toleráveis (THOMAZI, SANTOS e LÉPORE, 2011).

O amortecimento consiste na redução progressiva da amplitude de um movimento oscilatório, em que ocorre dissipação de energia. É a propriedade de um material ou de um sistema de converter energia mecânica em energia térmica.

O amortecimento pode ser viscoso, de Coulomb ou por histerese. O amortecimento viscoso é devido à interação do fluido. Neste caso, o amortecimento é proporcional à velocidade. O amortecimento de Coulomb, ou por atrito seco, é devido à dissipação da energia cinética entre as superfícies em escorregamento. O amortecimento por histerese, ou amortecimento sólido, é causado pelo atrito interno que ocorre quando um sólido é deformado.

Quando se fala em amortecimento do material, está-se referindo à dissipação de energia em um meio contínuo resultante de um carregamento cíclico. O amortecimento de um sistema é a energia total dissipada, adicionando-se ao amortecimento dos materiais a energia dissipada nas juntas.

O amortecimento pode ser classificado, ainda, como ativo ou passivo. O amortecimento ativo refere-se à dissipação de energia em um sistema promovida por meios externos, como, por exemplo, atuadores controlados. Já o amortecimento passivo refere-se à dissipação de energia inerente ao próprio sistema através de dispositivos de amortecimento como isoladores, juntas e suportes, ou por amortecimento interno de membros estruturais.

O amortecimento é empregado para reduzir a amplitude dos movimentos causados por instabilidades dinâmicas, ou ressonâncias, em um sistema. Níveis indesejados de vibração e ruído são largamente tratados, combatidos e controlados através de amortecimento passivo.

Em dinâmica de rotores ainda se pode falar em amortecimento externo, ou não rotativo, e amortecimento interno, ou rotativo. O primeiro está associado às partes estacionárias da máquina e usualmente possui efeito estabilizador. O segundo está diretamente ligado ao rotor e pode reduzir a amplitude de vibração em condições

subcríticas, contudo apresenta efeitos desestabilizadores na faixa supercrítica (GENTA, 2005).

2.2 Mancais radiais de filme fluido

A frase do pioneiro na teoria e projeto de mancais Anthony George Maldon Michell sumariza, de forma atual, a visão sobre mancais: “para os projetistas de máquinas todos os mancais são apenas males necessários, sem nenhuma contribuição para o produto... Seus méritos consistem em absorver a menor potência possível, desgastarem-se de forma mais lenta possível, ocupar o menor espaço possível, e custar menos possível”.

Mancais de filme fluido operam com uma fina camada de lubrificante entre as superfícies que estão em movimento relativo. O lubrificante tem as seguintes funções: a) suportar a carga do rotor; b) reduzir o atrito; c) fornecer rigidez e amortecimento; d) arrefecer o mancal; e) atenuar as vibrações transmitidas.

Mancais de filme fluido podem ser classificados de acordo com vários critérios:

- princípio de funcionamento: hidrodinâmico (ou de auto sustentação); hidrostático (pressurizado externamente); híbrido (combinação dos dois primeiros).
- dimensões: longo, curto, finito.
- direção da carga: radial ou axial.
- tipo de fluido: líquido ou gasoso.
- regime de fluxo: laminar ou turbulento.
- geometria: circular plano; com quatro ranhuras axiais; elíptico (limão); de três lóbulos; com barreira de pressão; de sapatas pivotadas; com anel flutuante; entre outros.

A escolha entre um ou outro tipo de mancal hidrodinâmico radial consiste em um compromisso. Se, por um lado, os mancais de geometria não circular são mais estáveis, por outro eles possuem menor capacidade de carga, possuem maior perda de fluido e requerem maior fluxo de lubrificante (FRENE, NICOLAS, *et al.*, 1997). Além disto, à medida que a geometria torna-se mais complexa, o custo do mancal aumenta.

Mancais radiais de filme fluido com furo cilíndrico (*plain journal bearings*) são os mais simples em geometria e, conseqüentemente, os mais extensivamente utilizados. Em termos de capacidade de carga (força por área projetada) este tipo de mancal é superior aos demais mancais de deslizamento de filme fluido (furo elíptico, de lóbulos, deslocados ou de sapatas). Em contrapartida, sua capacidade de suportar instabilidades (*oil whirl*) é inferior aos demais (NEW e RUDDY, 1986).

Na Figura 2-8 são apresentados os principais parâmetros geométricos de um mancal radial hidrodinâmico. A diferença entre o diâmetro da superfície de apoio do mancal, D_b , e o diâmetro do munhão, D_j , é chamada folga diametral, c . A folga radial, c_r , é a diferença entre os raios do mancal e do munhão, i.e., $c_r = c/2$. A relação entre a folga diametral e o diâmetro do munhão é denominada razão de folga. A dimensão na direção longitudinal do mancal é denominada comprimento (ou largura) do mancal, L_b .

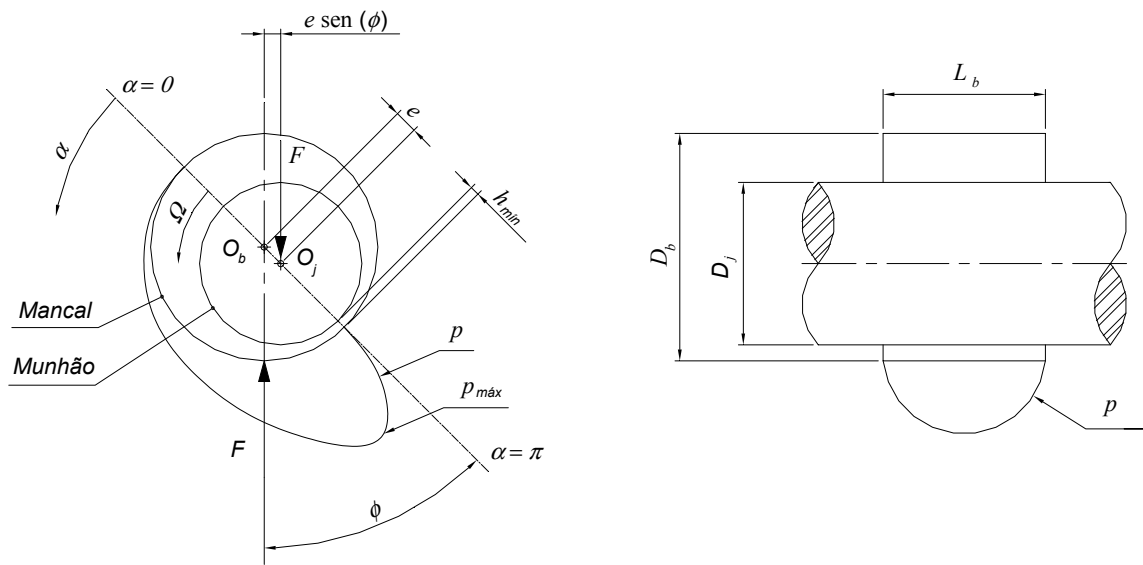


Figura 2-8 – Principais parâmetros geométricos em um mancal radial de filme fluido.

Sobre a linha de centros, definida pelos centros do mancal, O_b , e do munhão, O_j , está a menor espessura do filme lubrificante (h_{min}). A distância $\overline{O_b O_j}$ é denominada excentricidade, e :

$$e = \overline{O_b O_j} = c_r - h_{min} \quad (2.8)$$

A relação entre a excentricidade e a folga radial é denominada razão, ou fator, de excentricidade, ε :

$$\varepsilon = \frac{\overline{O_b O_j}}{c_r} = 1 - \frac{h_{min}}{c_r} \quad (2.9)$$

O ângulo ϕ , o qual define a posição da menor espessura do filme lubrificante, é chamado de ângulo de atitude ou de excentricidade. O ângulo α , que descreve a região sob pressão, ou região hidrodinamicamente lubrificada, é denominado ângulo de pressão.

2.2.1 *Mancais curtos*

Mancais curtos, i.e., aqueles cujo comprimento L_b é muito menor que o diâmetro D_b , veem sendo usados com sucesso em vários tipos de máquinas, especialmente em motores de automóveis. Apesar da capacidade de carga por unidade de área projetada ser inferior quando comparada aos mancais longos, as seguintes características têm contribuído para a sua escolha em detrimento a mancais com maior comprimento (HARNOY, 2003)⁴:

- Como o fluido circula mais rapidamente através da folga radial, os mancais curtos apresentam melhor capacidade de troca de calor. O fluxo relativamente elevado aumenta o arrefecimento através da contínua substituição do lubrificante aquecido pelo cisalhamento viscoso. A temperatura de operação é um fator de extrema relevância no projeto de mancais, uma vez que o superaquecimento é considerado uma das principais falhas deste tipo de elemento.
- Mancais curtos são menos susceptíveis a danos causados por desalinhamentos. O risco de ocorrer toque entre as bordas do mancal e o munhão é menor.
- O desgaste por partículas abrasivas é diminuído, pois o fluxo de lubrificante tem maior facilidade para retirá-las do mancal.

Os mancais curtos requerem menos espaço, resultando em projetos mais compactos. A tendência no projeto de máquinas é fazê-las cada vez menores. Mancais curtos competem com mancais de rolamento, os quais possuem comprimentos usualmente menores que seus diâmetros.

2.2.2 *Características dinâmicas dos mancais de filme fluido*

O aumento da velocidade das máquinas rotativas acentua o efeito da rigidez e do amortecimento sobre o comportamento dinâmico de um sistema rotor-mancais. Assim, as características estáticas de desempenho (capacidade de carga, vazão, potência dissipada, temperatura, etc.) não são as únicas a serem levadas em consideração no projeto de

⁴ Mancais longos continuam sendo usados até os dias atuais, principalmente em sistemas onde se necessita elevada capacidade de carga.

mancais. As propriedades dinâmicas (amortecimento e rigidez) afetam as velocidades críticas, a resposta ao desbalanceamento, o limite de estabilidade e o nível de atenuação do ruído. Estas propriedades sofrem influência da geometria do mancal, do sistema de lubrificação, das propriedades do fluido e do regime de operação.

Mancais hidrodinâmicos não podem ser tratados como uma mola simples com rigidez direta como ocorre com mancais de elementos rolantes⁵. Mancais hidrodinâmicos apresentam uma resistência parecida com a rigidez da mola que é dependente do deslocamento do munhão em relação à superfície interna do mancal. Esta força não está linearmente relacionada com o deslocamento, tampouco é colinear a ele. Além disto, mancais hidrodinâmicos apresentam considerável amortecimento que tem importante influência na estabilidade deste tipo de mancal.

A presença inerente de amortecimento nos mancais hidrodinâmicos é a característica mais relevante (benéfica) sob o ponto de vista da dinâmica de rotores. Além disto, a rigidez do filme fluido possui forte influência sobre as velocidades críticas. Este fato propicia a modificação (aumentar ou diminuir) das velocidades críticas através da manipulação dos parâmetros de projeto (VANCE, 1988).

A rigidez de mancais de filme fluido, k , é a taxa de aumento da carga F com o deslocamento e em uma dada direção. Os termos de rigidez e de amortecimento viscoso são representados na Figura 2-9, sendo que a influência da flexão pode ser geralmente desconsiderada (LALLANE e FERRARIS, 1997).

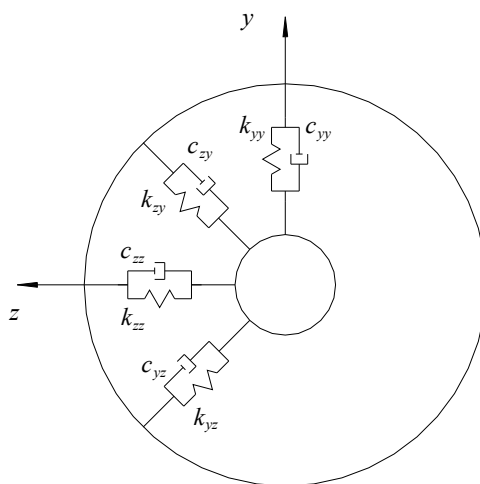


Figura 2-9 – Coeficientes de rigidez e de amortecimento de um mancal.

⁵ Apesar de um mancal de rolamento ser constituído por partes descontínuas e que se movem, o mancal, como um todo, pode ser tratado como se fosse sólido elástico. As constantes de rigidez para mancais de rolamento usualmente ficam na faixa de 1×10^8 N/m e 4×10^8 N/m na direção da carga aplicada (HAMROCK, SHMID e JACOBSON, 2004).

O trabalho virtual W das forças atuando no munhão pode ser escrito da seguinte forma:

$$W = -k_{zz}z\delta_z - k_{zy}y\delta_z - k_{yy}y\delta_y - k_{yz}z\delta_y - c_{zz}\dot{z}\delta_z - c_{zy}\dot{y}\delta_z - c_{yy}\dot{y}\delta_y - c_{yz}\dot{z}\delta_y \quad (2.10)$$

ou

$$W = F_z\delta_z + F_y\delta_y \quad (2.11)$$

onde F_y e F_z são as componentes de força generalizadas. Colocando-se em forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} F_z \\ F_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{zz} & k_{zy} \\ k_{yz} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{zz} & c_{zy} \\ c_{yz} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Quando o deslocamento do mancal hidrodinâmico dá-se na mesma direção da aplicação da força, têm-se as rigidezes diretas (ou principais), ou seja:

$$k_{zz} = \frac{\partial F_z}{\partial z} \quad (2.13)$$

$$k_{yy} = \frac{\partial F_y}{\partial y}$$

Se o deslocamento não ocorre na mesma direção da força aplicada, então se têm as rigidezes cruzadas, definidas como:

$$k_{zy} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \quad (2.14)$$

$$k_{yz} = \frac{\partial F_y}{\partial z}$$

Os coeficientes de rigidez principais (ou diretos), k_d (k_{zz} e k_{yy}), relacionam a força em uma direção devido ao deslocamento na mesma direção. Em outras palavras, as

rigidezes diretas provêm forças restauradoras que empurram o munhão de volta à sua posição de equilíbrio (Figura 2-10).

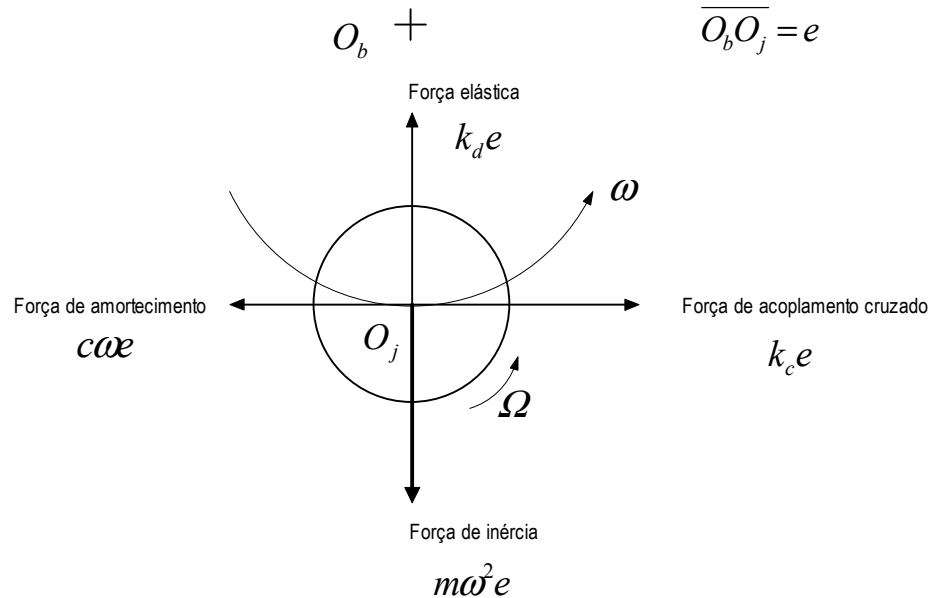


Figura 2-10 – Forças atuantes no munhão.

Uma grande assimetria nos coeficientes de rigidez diretos é responsável pela separação das velocidades críticas (*split critical speeds*) e pelas órbitas de forma não circular.

As componentes de rigidez cruzadas são responsáveis por causar instabilidades na forma de *oil whirl*, ou de *oil whip* em mancais radiais de filme fluido (HARNOY, 2003). Estas componentes se combinam para formar uma força no mesmo sentido do movimento de precessão.

De forma análoga, podem-se definir os termos de amortecimento diretos e cruzados. Os coeficientes de amortecimento relacionam a variação da força devido a uma pequena alteração na velocidade.

Devido ao movimento de precessão, a combinação das duas componentes de amortecimento principais, c (c_{zz} e c_{yy}) produzem forças tangenciais à órbita que agem contra o movimento de precessão, ajudando a retardá-lo, ao contrário do que produzem os coeficientes de rigidez cruzados, k_c (k_{yz} e k_{zy}). Quando as forças de amortecimento diretas são incapazes de dissipar a energia injetada pelas forças de rigidez cruzadas ($c \omega e < k_c e$), o movimento de precessão torna-se instável, o rotor absorve energia aumentando a amplitude de precessão até que alguma não-linearidade restrinja o movimento do rotor.

Apesar do inerente amortecimento dos mancais cilíndricos planos, às vezes ele não é suficientemente elevado para evitar as instabilidades de óleo a altas velocidades. Acima de certo “limite inferior de velocidade” (*threshold speed*) o sistema torna-se instável. Este limite inferior de velocidade geralmente corresponde a aproximadamente duas vezes a primeira velocidade crítica.

Mancais projetados para suprimir instabilidades de óleo como os de sapatas pivotadas possuem rigidezes cruzadas desprezíveis em altas velocidades. Contudo, o amortecimento também é menor. Estes mancais hidrodinâmicos com geometria especial têm geralmente características de rigidez direta diferentes daqueles de geometria simples (VANCE, 1988). Consequentemente, eles apresentam velocidades críticas diferentes quando comparados com os mancais radiais planos.

As forças no filme hidrodinâmico e, consequentemente, a rigidez e o amortecimento é fortemente influenciado pela folga radial, o que torna este parâmetro essencial para se controlar aspectos dinâmicos do rotor. Outro parâmetro de grande influência é a viscosidade. A sua variação através do controle de temperatura é outra forma de influenciar a dinâmica da rotação.

2.3 Análise dinâmica de rotores usando ANSYS®

Na modelagem de rotores flexíveis modernos, o FEM tem se destacado desde a década de 1970 sobre os demais métodos. O emprego do FEM juntamente com os avanços dos computadores digitais tem possibilitado a formulação de sistemas rotativos complexos e tornou possível a obtenção de soluções numéricas acuradas.

Comparativamente com outros métodos (e.g., o método da matriz de transferência), a necessidade de se ter poucos elementos para se obter resultados com acurácia satisfatória torna o FEM mais atrativo. Além disto, o FEM é menos susceptível a instabilidades numéricas (RUHL, R., BOOKER, J. F. , 1972).

Tradicionalmente, os códigos computacionais baseados no FEM para análise dinâmica de rotores fundamentavam-se em modelos unidimensionais consistindo em elementos de viga, massa e mola para análise de vibração lateral e torcional. Apesar da recente tendência de se utilizar elementos sólidos e de placas em detrimento dos elementos de viga, estes últimos, continuam sendo empregados de forma extensiva.

Alguns pesquisadores têm estudado o uso do FEM na modelagem de sistemas rotativos. Ruhl e Booker (1972) incluem em seus modelos apenas a inércia translacional e a rigidez à flexão. Elementos de viga de Rayleigh foram utilizados por Nelson e McVaugh (1976) na derivação das equações elementares em sistemas de referência fixo e rotativo. Os efeitos da inércia rotativa, momentos giroscópicos, deformação cisalhante e

amortecimento viscoso e interno estrutural (histerético) foram incorporados por Özgüven e Özkan (1984).

O ANSYS® é um programa de Engenharia Assistida por Computador (CAE) baseado no método dos Elementos Finitos utilizado há mais de quatro décadas na solução de variados problemas de Engenharia. Este software permite a utilização de elementos de viga, massa e mola, bem como de placas e sólidos para modelar sistemas complexos e realizar análises de tensão/deformação, vibrações livres e forçadas.

Os elementos de viga baseados na teoria de Timoshenko são amplamente utilizados em análise dinâmica de rotores. Eles possuem dois nós e seis graus de liberdade (três translações e três rotações) por nó com comportamentos axial, torcional e flexional desacoplados. As excitações torcionais são essenciais para o estudo de falhas e transientes de máquinas rotativas acionadas por correias, correntes ou engrenagens, mas podem ser omitidas em casos onde este comportamento não é importante. As frequências naturais dos modos axiais são normalmente muito mais altas do que as de outros modos e poucas excitações atuam na direção axial. Assim, em muitos estudos, como o apresentado neste trabalho, vibrações axiais e torcionais são ignoradas, sendo o comportamento flexional o único a ser considerado, o que reduz o número de graus de liberdade para quatro em cada nó.

O efeito giroscópico pode ser entendido como a tendência do momento angular de um sistema rotativo acoplar-se com rotações em torno do eixo do rotor. O efeito giroscópico causa a variação das frequências naturais com a velocidade de rotação do rotor e isto faz com que a formulação e a solução do sistema de equações para rotores sejam diferentes daquelas realizadas para sistemas convencionais de vibração. No ANSYS® a matriz giroscópica é derivada a partir da expressão de energia cinética (NELSON e MCVAUGH, 1976). Para uma massa concentrada, considerando apenas os termos de segunda ordem, a energia cinética total do elemento é:

$$T = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_d & 0 \\ 0 & I_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z \end{Bmatrix} - \omega_x I_p \dot{\theta}_z \theta_y \quad (2.15)$$

onde: m é a massa;

I_p é o momento polar de inércia;

I_d é o momento diametral de inércia;

u_y e u_z são os deslocamentos perpendiculares ao eixo de rotação;

θ_y e θ_z são os deslocamentos angulares em torno dos eixos y e z , respectivamente;

ω_x é a velocidade de rotação em torno de x ($\omega_x = \dot{\theta}_x$).

Os primeiros dois termos contribuem para a matriz de massa do elemento e o último termo fornece a matriz giroscópica.

Um elemento de viga é considerado como um número infinito de massas concentradas. A energia cinética giroscópica do elemento é obtida através da integração do último termo da Eq. 2.15 ao longo da viga:

$$T = -2\rho I_x \omega_x \int_0^l \dot{\theta}_z \theta_y dx \quad (2.16)$$

onde: ρ é a densidade;

I_x é o momento de inércia normal a x ;

l é o comprimento do elemento de viga.

A matriz giroscópica é deduzida a partir das funções de forma dos elementos.

A força de amortecimento em um sistema de referência estacionário é dada por:

$$\{F_a\} = [R]^T [C][R]\{\dot{r}\} + [R]^T [C][R][\omega]^T \{r\} \quad (2.17)$$

onde $\{F_a\}$ é a força de amortecimento, $\{r\}$ é o vetor deslocamento e $[R]$ é matriz de transformação. O segundo termo da Eq. (2.17) representa o amortecimento rotativo, o qual modifica a rigidez aparente do sistema.

2.3.1 Modelagem dos mancais

Pode-se visualizar um rotor girando sobre um conjunto de molas e amortecedores (Figura 2-9). Os coeficientes dinâmicos podem ser determinados através de dados experimentais, equações analíticas (caso deste trabalho) ou através de programas numéricos específicos.

Quando se considera apenas vibrações laterais, a posição do centro do eixo no mancal pode ser descrita pelos deslocamentos laterais e pelas rotações. As equações constitutivas lineares para o mancal são dadas por uma matriz de rigidez 4x4 e por uma matriz de amortecimento 4x4 (Eq. 2.12).

Os mancais são tradicionalmente representados no ANSYS® por elementos COMBIN14 (mola – amortecedor) ou por um único elemento MATRIX27 (matriz massa, mola e amortecedor) e, mais recentemente, pelo elemento COMBI214 (elemento de mancal bidimensional com rigidez e amortecimento), o qual pode representar em um único elemento as rigidezes e amortecimentos diretos e cruzados.

2.3.2 Análise de vibração livre (análise modal)

A presença dos termos giroscópicos em sistemas rotativos introduz forças no sistema que causam a separação das frequências naturais. Estas frequências naturais devem ser determinadas a fim de se calcular as velocidades críticas nas quais são esperadas as amplitudes mais elevadas. Ao se executar análises modais é possível verificar como a velocidade de rotação afeta estas frequências.

Com a presença da matriz giroscópica, os métodos de solução de autovalores (*eigen solvers*) tradicionais não podem ser utilizados. As rotinas de solução de autovalores complexos DAMP e QRDAMP estão disponíveis no ANSYS® para extrair os autovalores complexos de sistemas rotativos.

Para qualquer sistema livre sem amortecimento, a equação do movimento pode ser expressa da seguinte forma:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (2.18)$$

Assumindo-se que o movimento é harmônico:

$$\{x_j\} = \{\phi_j\} e^{i\omega_j t} \quad (2.19)$$

A equação do movimento pode ser reescrita como se segue:

$$(-\omega_j^2 [M] + [K])\{\phi_j\} e^{i\omega_j t} = 0 \quad (2.20)$$

O problema de autovalor acima é resolvido para se obter as frequências naturais e as formas dos modos do sistema.

Se ao sistema for adicionado amortecimento, a equação do movimento é:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (2.21)$$

E o comportamento é expresso por autovetores e autovalores complexos:

$$\{x_j\} = \{\phi_j \pm \psi_j i\} e^{-(\sigma_j \pm \omega_j i)t} \quad (2.22)$$

No par conjugado de autovalores complexos $(\sigma_j \pm \omega_j i)$, a parte real σ_j representa a estabilidade do sistema e a parte imaginária ω_j representa a frequência circular em regime permanente.

O termo $e^{\sigma_j t}$ representa o decaimento ao longo do tempo. Se σ_j for negativo, a amplitude do deslocamento diminui exponencialmente com o tempo, o que implica um sistema estável. Se σ_j for positivo, a amplitude cresce ilimitadamente, denotando um sistema instável.

O modo complexo permite definir a precessão direta e a retrógrada. A direção de precessão dos modos é calculada a partir dos autovetores complexos. As partes reais e imaginárias dos deslocamentos em duas direções perpendiculares normais ao eixo do rotor são coletadas em dois vetores para cada nó j :

$$\{u_{1,j}\} = \begin{Bmatrix} \phi_{1,j}^{\text{Re}} \\ \phi_{2,j}^{\text{Re}} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \{u_{2,j}\} = \begin{Bmatrix} \phi_{1,j}^{\text{Im}} \\ \phi_{2,j}^{\text{Im}} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

O sentido da precessão é encontrado a partir do produto vetorial $\{u_1\} \times \{u_2\}$. O sentido do produto é comparado com o sentido da rotação aplicada. Se o sinal do vetor resultante for positivo, o modo é de precessão progressiva (mesma direção da rotação), e se for negativo, o modo é retrógrado.

Em uma análise modal com vários passos de carga (correspondentes a diferentes velocidades de rotor), o ANSYS® classifica os resultados através da aplicação automática de um algoritmo de rastreamento de modo para gerar o diagrama de Campbell.

2.3.3 Análise harmônica

A análise harmônica é empregada para se obter a resposta em frequência de um sistema submetido a cargas que variam harmonicamente ao longo do tempo, tais como desbalanceamento e excitações a partir da base.

Algumas forças giram de forma síncrona, como é o caso do desbalanceamento, e outras são assíncronas. No ANSYS®, ao invés de se especificar a frequência da força de excitação, estabelece-se uma relação entre a frequência de excitação e a frequência da velocidade de rotação através do comando SYNCHRO.

As forças de desbalanceamento são representadas em um plano complexo, divididas em uma parte real e outra imaginária. A parte real positiva e a parte imaginária negativa das forças de desbalanceamento são aplicadas ao longo dos eixos real e imaginário do plano de desbalanceamento, respectivamente.

2.4 Polímeros, materiais viscoelásticos e elastômeros

A palavra polímero vem do grego e significa literalmente “muitas partes”. Um polímero é uma macromolécula que contém muitos grupos de átomos, chamados monômeros, unidos por ligações covalentes. Polímeros são usualmente classificados em três grupos: termoplásticos, elastômeros e termofixos. Esta classificação é baseada nas propriedades termodinâmicas dos polímeros em consequência de sua estrutura molecular (RIANDE, DÍAZ-CALLEJA, *et al.*, 2000).

Os termoplásticos são polímeros lineares (que formam fios que ficam isolados uns dos outros) que se tornam fluidos quando aquecidos. Eles podem ser moldados e transformados usando-se processos de injeção em molde ou extrusão. Os termoplásticos são os polímeros mais utilizados atualmente na indústria (RIANDE, DÍAZ-CALLEJA, *et al.*, 2000). Os termoplásticos ainda podem ser classificados em cristalinos e amorfos.

Os elastômeros são uma subclasse dos polímeros com ligações cruzadas com baixa densidade de pontos que podem ser facilmente deformados, alcançando extensões de até dez vezes seu comprimento inicial e capazes de rapidamente retornarem às suas dimensões originais quando o carregamento é removido. É justamente devida à sua condição de malha que eles não podem fluir e retornam às suas dimensões originais pela ação de uma força restauradora de origem entrópica quando a tensão aplicada é removida. Os elastômeros, em contraste com outros polímeros, são notoriamente elásticos e deformáveis. Na realidade, o termo elastômero é a contração de polímero elástico (*elastic polymer*).

Elastômero é usualmente considerado um termo norte-americano, mas mesmo nos Estados Unidos da América, o termo “borracha” (*rubber*) permanece predominante tanto nas fábricas quanto nas normas. O termo elastômero apareceu pela primeira vez na literatura técnica em 1939 como uma maneira de se distinguir as borrachas sintéticas das naturais. O seu emprego neste sentido diminuiu, mas deixou como legado alguma controvérsia sobre a terminologia (GRETHLEIN, CRAIG e LANE, 2004).

Os elastômeros podem ser obtidos da natureza ou ser sintetizados. A chamada borracha natural é obtida de qualquer fonte natural de látex, sendo a mais comum a *Havea Brasiliensis*. Os elastômeros sintéticos podem ser formulados a partir de fontes orgânicas ou inorgânicas. Os elastômeros orgânicos são geralmente derivados do petróleo e conhecidos como borrachas sintéticas. Os elastômeros inorgânicos são baseados na química do silicone (GRETHLEIN, CRAIG e LANE, 2004).

Os polímeros termofixos, ou termoestáveis, são materiais rígidos cujas estruturas e malhas, nas quais os movimentos da cadeia ocorrem, são fortemente restritas devidos à alta densidade dos pontos de ligação cruzada. Assim como ocorre com os elastômeros, os termofixos não podem ser transformados uma vez que obtidos, tampouco eles fluem quando submetidos à presença do calor; ao invés disto eles degradam-se em temperaturas elevadas (RIANDE, DÍAZ-CALLEJA, *et al.*, 2000).

Os elastômeros (neste trabalho designando indistintamente borrachas naturais e sintéticas) são polímeros amorfos aos quais vários ingredientes são adicionados, formando o que os químicos chamam de composto. Após o aquecimento e reações (vulcanização), estes materiais tornam-se “borracha”. Sua resistência é elevada, especialmente ao cisalhamento e à compressão. Além de elásticos, os elastômeros dissipam energia devido à sua natureza viscoelástica.

Polímeros em geral, resinas e, em uma menor extensão, concreto e madeira, apresentam um fenômeno dissipativo associado com a elasticidade que pode ser expresso globalmente pela viscosidade (LEIMATRE e CHABOCHE, 1990). Para estes materiais, se o carregamento permanece abaixo de um determinado valor, as deformações são elásticas, mas envolvem dissipação. Estas deformações resultam do movimento relativo entre segmentos de cadeias nas quais as junções não são destruídas, mas o rearranjo é termicamente ativado. O número de átomos livres para saltar por unidade de tempo é uma função da tensão e da temperatura; isto fornece uma relação entre taxa de deformação e tensão. A deformação, enquanto reversível, é auto estabilizante ou desaparece depois do lapso de certo tempo. O limite de reversibilidade é da ordem de alguns por cento, mas com ligações de baixa densidade ela pode chegar a 50 % ou 100 %. Viscoelasticidade é um termo genérico empregado para enfatizar o comportamento intermediário entre sólidos elásticos e líquidos viscosos.

A teoria da viscoelasticidade pode ser empregada para tratar da reversibilidade em sólidos viscoelásticos em função do tempo. Em situações dinâmicas, isto resulta em amortecimento muito baixo (10^{-4}) à temperatura ambiente, mas pode atingir 10^{-2} a 1 para polímeros (LEIMATRE e CHABOCHE, 1990).

O comportamento dos elastômeros é altamente dependente da deformação. Para deformações infinitesimais ou para pequenas deformações, a resposta de um elastômero (ou de um material viscoelástico) a perturbações mecânicas são bem descritas pela Teoria da Viscoelasticidade Linear (RIANDE, DÍAZ-CALLEJA, *et al.*, 2000).

2.4.1 Comportamento dos materiais viscoelásticos

A deformação em um material amorfo não envolve deslocamentos atômicos em planos cristalográficos específicos, como no caso dos metais cristalinos. Ao invés disto, um contínuo deslocamento de átomos ou de moléculas acontece com o tempo e a um carregamento constante. Este mecanismo encontrado em materiais não cristalino⁶ está associado à difusão de átomos ou moléculas, isto é, um processo termicamente ativado.

Quando um material sofre uma deformação ao ser submetido a um carregamento e esta deformação desaparece completamente quando se retiram as forças aplicadas, diz-se que este material é elástico. Quando toda a energia armazenada no corpo durante o carregamento retorna ao se remover a carga, tem-se um material puramente elástico. As curvas de tensão e deformação em relação ao tempo movem-se em fase (Figura 2-11). Para estes materiais, a Lei de Hooke é aplicável, isto é, a tensão é proporcional à deformação e o módulo de elasticidade é definido pela razão entre tensão e deformação.

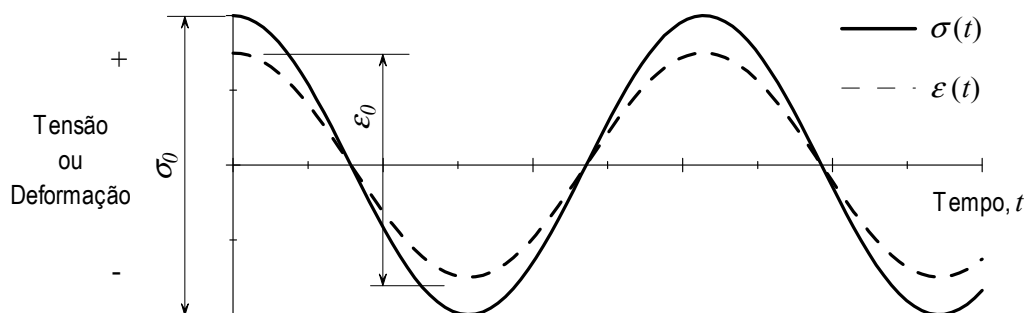


Figura 2-11 – Resposta de um material elástico a uma perturbação dinâmica.

Por outro lado, quando nenhuma energia armazenada durante o carregamento retorna ao se retirar a carga, tem-se um material perfeitamente viscoso (Figura 2-12). Neste caso,

⁶ Em temperaturas suficientemente elevadas materiais cristalinos também apresentam apreciável fluxo plástico ativado termicamente, uma vez que a difusão torna-se importante (MEYERS e CHAWLA, 1999).

diz-se que toda a energia foi perdida através de amortecimento puro. A tensão é proporcional à taxa de deformação, e a razão entre tensão e a taxa de deformação é conhecida como viscosidade. Um material puramente viscoso não possui nenhuma componente de rigidez e as curvas de tensão e deformação em relação ao tempo movem-se defasadas a 90° , em contraste com os materiais perfeitamente elásticos, os quais possuem ângulo de fase nulo.

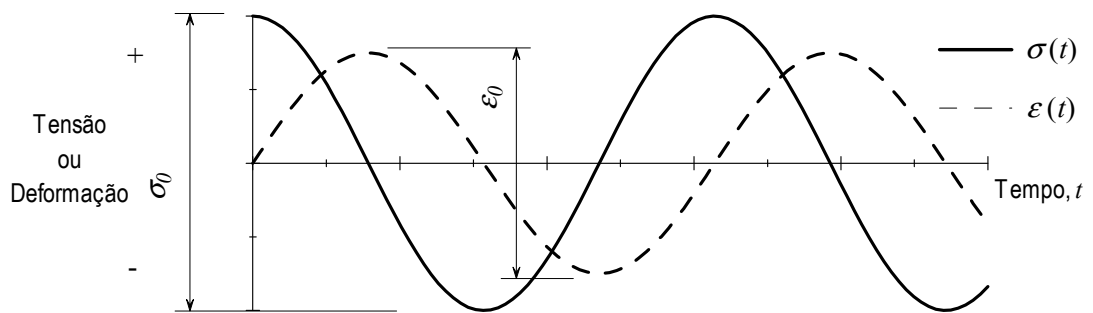


Figura 2-12 – Resposta de um material viscoso a uma perturbação dinâmica.

Os fluidos de modo geral apresentam uma resistência ao fluxo chamada viscosidade. A viscosidade de um fluido resulta em uma perda de energia por atrito, que se manifesta como calor. Quanto mais viscoso, maior é a perda de energia por atrito.

Entre estas duas classificações extremas, têm-se os materiais viscoelásticos. Parte da energia armazenada em um sistema viscoelástico é restaurada com a remoção do carregamento, e a energia remanescente é dissipada na forma de calor. A tensão cíclica a uma frequência de carregamento fica defasada em relação à deformação. O ângulo de fase, ϕ , representa o nível de amortecimento. Quanto maior este ângulo, maior o amortecimento (Figura 2-13).

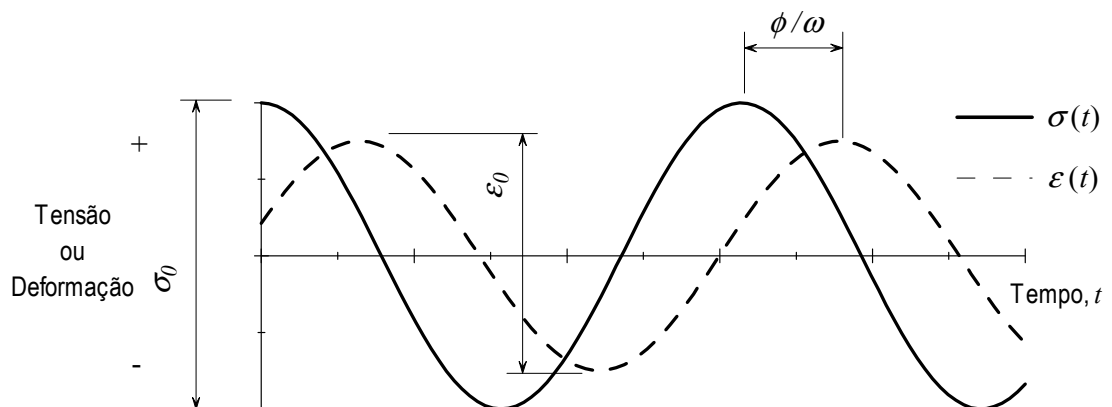


Figura 2-13 – Resposta de um material viscoelástico a uma perturbação dinâmica.

Uma substância viscoelástica possui uma componente elástica e outra viscosa. As curvas de carregamento e descarregamento para um material perfeitamente elástico são as mesmas e a energia perdida por ciclo é nula. Na prática, sempre há uma componente dependente do tempo devido às propriedades viscosas. Isto implica uma não coincidência da curva de descarregamento com a de carregamento. Na Figura 2-14 a área hachurada corresponde à energia dissipada por ciclo. Este fenômeno é muito bem utilizado para amortecer vibrações (MEYERS e CHAWLA, 1999). Alguns polímeros e metais macios, como o chumbo e o alumínio, apresentam boa capacidade de amortecimento.

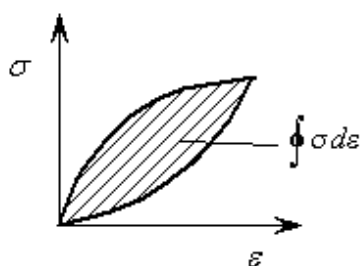


Figura 2-14 – Comportamento viscoelástico: a área hachurada é numericamente igual à energia perdida em um ciclo de carregamento-descarregamento.

2.4.2 Módulos de armazenamento e de perda

O comportamento dos materiais viscoelásticos é influenciado por muitos parâmetros: frequência, temperatura, taxa de deformação dinâmica, pré-carga estática, fluência e relaxação, envelhecimento, entre outros.

Perturbações dinâmicas, usualmente senoidais, são utilizadas para estudar o comportamento viscoelástico de um material. Na Figura 2-15 tem-se a resposta de um material viscoelástico submetido a uma deformação oscilatória com frequência, ω .

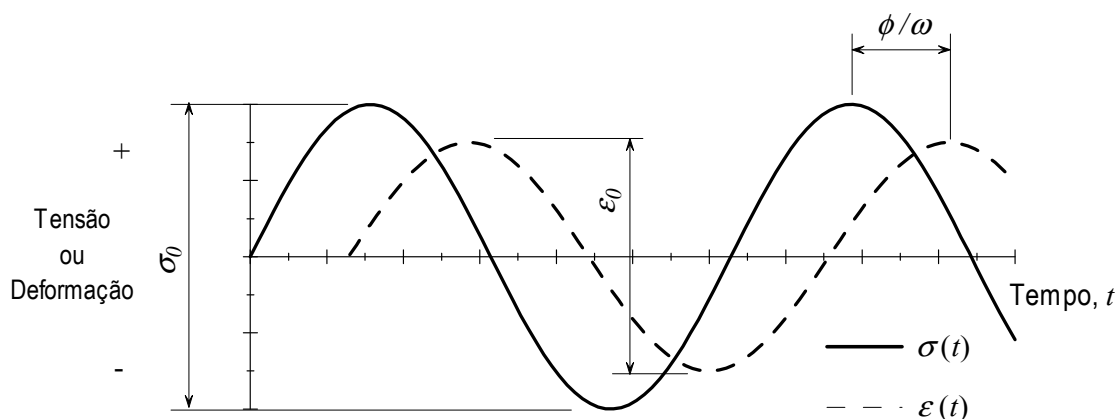


Figura 2-15 – Resposta de um material viscoelástico a uma perturbação dinâmica senoidal. Adaptado de (MEYERS e CHAWLA, 1999).

A partir da Figura 2-15, podem-se escrever as seguintes expressões para tensão e deformação:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad (2.24)$$

$$\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t + \phi) \quad (2.25)$$

Destas expressões, e utilizando a Lei de Hooke, podem-se definir dois módulos:

$$E' = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \right) \cos \phi = \varepsilon_0 e^{(\omega t)i} \quad (2.26)$$

$$E'' = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \right) \sin \phi = \sigma_0 e^{(\omega t + \phi)i} \quad (2.27)$$

Estes módulos são obtidos através de ensaios em função da frequência e representam efetivamente as propriedades dinâmicas do material. E' é conhecido como módulo de armazenamento (ou módulo elástico, ou módulo de relaxação) e representa o comportamento elástico do material, isto é, a energia armazenada. E'' é chamado de módulo dissipativo (ou módulo de perda) e está relacionado às características viscosas do material, que corresponde à perda de energia.

Ao se trabalhar com viscoelásticos é necessário definir suas propriedades de rigidez e amortecimento, traduzidas pelo módulo complexo, E^* :

$$E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\phi} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\cos \phi + i \sin \phi) = E' + iE'' \quad (2.28)$$

Na Figura 2-16 está representada graficamente a relação entre estas quantidades.

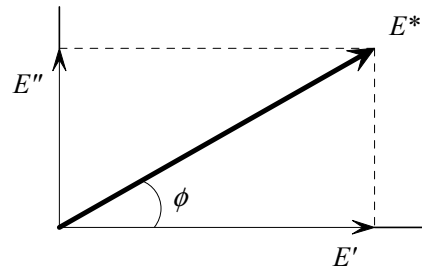


Figura 2-16 – Relação entre os módulos de armazenamento e de perda.

De maneira similar à apresentada anteriormente, pode-se deduzir o módulo de cisalhamento complexo como:

$$G^* = G' + iG'' \quad (2.29)$$

Os módulos de armazenamento e de perda podem ser escritos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} E' &= E^* \cos \phi \\ E'' &= E^* \sin \phi \\ G' &= G^* \cos \phi \\ G'' &= G^* \sin \phi \end{aligned} \quad (2.30)$$

Pode-se, então, definir o *fator de perda* como:

$$\eta = \tan \phi = \frac{E''}{E'} = \frac{G''}{G'} = \frac{\text{energia perdida}}{\text{energia armazenada}} \quad (2.31)$$

O fator de perda é proporcional à razão entre a máxima energia armazenada por ciclo e a máxima energia dissipada por ciclo.

Na Figura 2-17 é apresentada a variação das componentes do módulo complexo e do fator de perda de um material viscoelástico típico em relação a um dos parâmetros de maior influência, a temperatura.

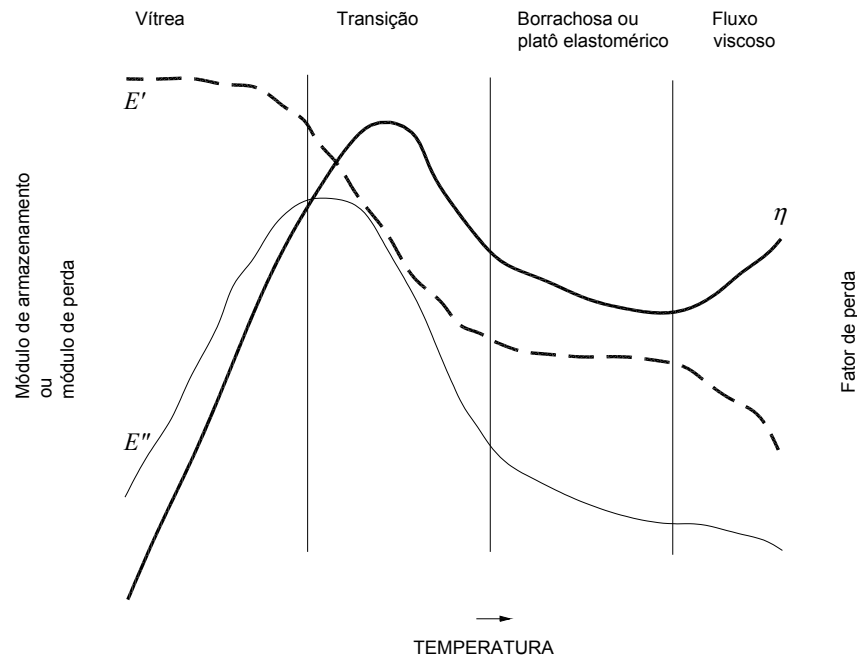


Figura 2-17 – Variação típica do módulo complexo em função da temperatura.

Nota-se que o material viscoelástico possui vários estados com características distintas. Estes estados são conhecidos como vítreo, de transição (ou viscoelástico), borrachoso (flexível, semelhante à borracha, elástico) e região de fluxo viscoso (fluência). Ao se especificar um material viscoelástico para uma determinada aplicação deve-se levar em consideração a região em que ele irá operar. Na região vítrea as cadeias de polímero são cristalinas e rigidamente ordenadas. O material possui um comportamento semelhante a um vidro. Para este estado tem-se a maior rigidez, traduzida pelo módulo de armazenamento, e o amortecimento é normalmente baixo. Apenas pequenas deformações são permitidas. A temperatura de transição vítrea, T_g , corresponde à passagem do módulo de armazenamento da fronteira entre a região vítrea e a região de transição, definindo, também, o pico do módulo dissipativo.

Na região de transição, o material viscoelástico exibe a sua maior taxa de mudança de rigidez e possui o seu mais alto nível de amortecimento. O elevado poder de amortecimento nesta região está relacionado ao fato de que as longas cadeias moleculares dos polímeros estão em um estado semi-rígido e semi-fluente, sendo capazes de se atritar contra as cadeias adjacentes. Este atrito é o responsável pelo amortecimento mecânico dos materiais viscoelásticos.

A facilidade com que estas cadeias deslizam uma contra as outras depende da razão entre a temperatura T e a temperatura de transição vítrea T_g . Para $T/T_g < 1$, as ligações

secundárias estão “congeladas”, o módulo de armazenamento é alto e o amortecimento relativamente baixo. Quando $T/T_g > 1$, as ligações secundárias foram fundidas, permitindo o escorregamento entre as cadeias com facilidade; o módulo de armazenamento é baixo e o amortecimento é elevado (ASHBY, SHERCLIFF e CEBON, 2007)

O menor nível de rigidez é atingido na região borrachosa. O amortecimento também está em um patamar baixo, mas ainda a um nível razoável. Devido à pequena variação do módulo complexo com a temperatura e frequência, esta é uma região preferencialmente escolhida para aplicações de dispositivos isoladores ou amortecedores de vibração. Na realidade, as regiões de transição e borrachosa são aquelas em que os elastômeros normalmente encontram-se e oferecem as melhores condições para o controle de vibração (SMALLEY e TESSARZIK, 1975).

2.4.3 *Influência da frequência*

Usualmente observa-se que a rigidez dinâmica é maior que a estática, e que a rigidez tende a aumentar com a frequência. De modo geral, o comportamento viscoelástico em função da frequência é o inverso daquele observado na Figura 2-17 com relação à temperatura.

2.4.4 *Influência da temperatura*

O comportamento dos elastômeros é fortemente influenciado pela temperatura. Assim a caracterização dos elementos elastoméricos deve ser feita sobre toda a gama de frequência e temperatura de interesse. Smalley e Tessarzik (1975) observam que o aumento da temperatura tende a produzir os mesmos resultados da redução da frequência e vice-versa.

A resistência dos elastômeros, bem como quase todas outras propriedades, diminui em temperaturas elevadas. Assim, é desejável a utilização de compostos que gerem o mínimo de calor por ciclo. Além disto, deve-se considerar no projeto de amortecedores a forma como o calor gerado é perdido.

A geração interna de calor é decorrente da dissipação de energia mecânica por histerese. Este fenômeno pode provocar o aumento da temperatura a tal ponto que as propriedades do material sejam alteradas. A quantidade de calor gerada por ciclo depende da amplitude da oscilação (GENT, 2000). Assim, quando um elastômero é submetido a oscilações de amplitude constante, um composto mais rígido apresenta menos geração de calor e um menor aumento da temperatura. Como a dependência da amplitude da deformação é bem forte, este efeito pode suprimir as alterações nas propriedades de perda.

2.4.5 Comentários sobre o tipo de carregamento

Quando dispositivos constituídos por elastômeros são empregados como suporte estrutural, é necessário e desejável que não haja deformação notável. Além disto, o elastômero deve possuir flexibilidade suficiente sob cisalhamento para absorver as mudanças que ocorrem devido às expansões e contrações térmicas.

Devido ao fato dos elastômeros possuírem um módulo de cisalhamento tipicamente igual à metade do módulo volumétrico, eles apresentam flexibilidade em um plano e grande rigidez no outro. Sob este aspecto os elastômeros possuem comportamento semelhante ao de um líquido, capazes de suportar elevadas compressões hidrostáticas. Na realidade, é muito mais fácil mudar a forma de um elastômero do que alterar o seu volume (RIANDE, DÍAZ-CALLEJA, *et al.*, 2000). Este comportamento é ilustrado na Figura 2-18, onde se verifica uma maior resistência à compressão do que ao cisalhamento ($\Delta y < \Delta x$). Quando submetido à compressão o elastômero deforma-se e projeta-se para os lados onde não há ancoragem com as placas de aço, de tal forma que o seu volume continua constante.

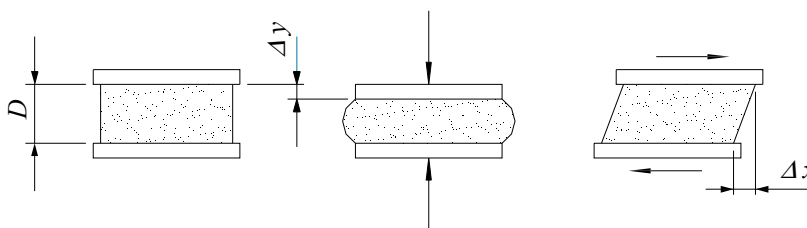


Figura 2-18 – Efeito do carregamento de compressão e de cisalhamento sobre um corpo de borracha entre duas placas de aço. Adaptado de Riande, Díaz-Calleja, *et al.* (2000).

Em cisalhamento o bloco deforma-se uniformemente sem, contudo, sofrer deformação para fora da região delimitada pelas placas de aço.

Se a altura do bloco de borracha, D , diminuir, fica evidente o efeito das placas de aço, uma vez que a possibilidade de salientar-se também diminui. Logo, um bloco mais fino de borracha será mais rígido que um mais espesso. Isto é muito bem explorado colocando-se camadas finas de elastômeros entre várias placas de aço, o que normalmente denomina-se estrutura sanduíche.

A borracha quando solicitada ao cisalhamento é particularmente mais adaptável a grandes deformações quando comparada à compressão. Esta comparação pode ser vista na Figura 2-19. Em geral, a borracha fornece melhor amortecimento de vibração em cisalhamento do que em compressão. Sendo assim, os dispositivos usualmente projetados para controlar movimentos vibratórios são projetados para oferecer maiores tensões de cisalhamento possíveis.

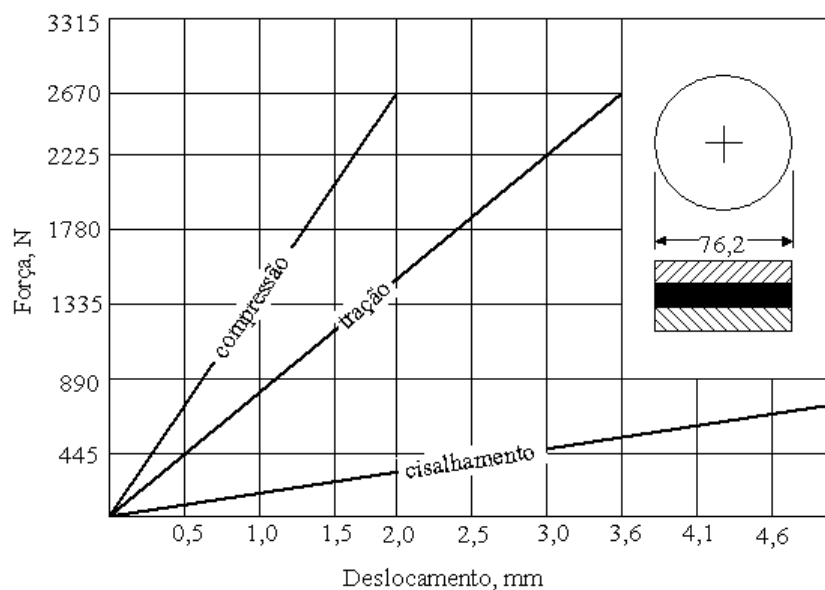


Figura 2-19 – Curvas características de uma montagem com borracha. Adaptado de Black (1980).

Neste ponto introduz-se o conceito de “fator de forma” (ou fator geométrico), o qual é definido pela razão entre a área do elemento elastomérico submetido ao carregamento (um lado) e a área livre para deformar. Um fator de forma elevado implica baixa capacidade de deformação.

2.4.6 Efeito da pré-carga

Deformações estáticas usualmente estão presentes nas aplicações com elastômeros, sejam devidas ao peso próprio do sistema, sejam por imposição de algum dispositivo. As deformações estáticas possuem influência nas propriedades dinâmicas dos elastômeros. Primeiramente, há uma alteração da forma do elastômero e suas dimensões são efetivamente modificadas. Além disto, os elastômeros apresentam efeitos tixotrópicos. O módulo elástico diminui com a imposição prévia de deformação. Há um aumento da dissipação de energia acompanhando o efeito tixotrópico, provavelmente associado com o trabalho necessário para romper as ligações entre a borracha e os enchimentos (carbono negro ou outro enchimento enrijecedor) (GENT, 2000).

De modo geral, espera-se que uma pré-carga compressiva resulte em um aumento da rigidez do elastômero.

Qualquer elemento elastomérico que esteja submetido a uma tração oscilatória deve ser suficientemente pré-carregado em compressão para minimizar os efeitos de fadiga (GENT, 2000). Este assunto, contudo, não é escopo do presente trabalho.

2.4.7 Modelos fenomenológicos para representar o comportamento viscoelástico

Os módulos de elasticidade, E , e de rigidez, G , representam as propriedades de qualquer material. Diferentemente de outros materiais, para polímeros, estes módulos são funções de operadores temporais, isto é, E e G dependem da natureza do carregamento.

As características de deslocamento sob carga de elementos poliméricos podem ser representadas através de arranjos de molas e amortecedores. Os mecanismos elásticos e viscosos envolvidos nas respostas viscoelásticas têm sido tradicionalmente modelados através da combinação de elementos elásticos ideais (que obedecem a Lei de Hooke), representados por molas, e elementos viscosos ideais (que obedecem a Lei da viscosidade de Newton), representados por amortecedores.

O termo viscoelasticidade é comumente aplicado aos materiais que não se apresentam nem como um sólido elástico ideal tampouco como um líquido viscoso, mas sim, aos que possuem características típicas destes dois tipos de materiais.

O comportamento elástico ideal pode ser representado por uma mola e o viscoso por um amortecedor ideal. Quando se aplica tração a uma mola, esta se deforma em certa quantidade ε . Retirando-se este carregamento a mola retorna a sua dimensão original. Considerando-se o comportamento linear-elástico, este fenômeno é descrito pela Lei de Hooke:

$$\sigma = k\varepsilon \quad (2.32)$$

onde: σ é a tensão aplicada;

k é o módulo de elasticidade (ou a rigidez da mola).

O amortecedor nada mais é do que um cilindro preenchido por um fluido com viscosidade η dentro do qual se move um pistão. Aplicando-se uma força, F , ao pistão, este se desloca uma quantidade u , e quanto maior esta força, mais rápido é o seu deslocamento. Considerando-se uma relação linear entre a força e a velocidade do pistão, tem-se:

$$F = \eta \frac{du}{dt} \quad (2.33)$$

Nota-se que a força é proporcional à taxa de deformação $\dot{\varepsilon}$:

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} = \eta \dot{\varepsilon} \quad (2.34)$$

Assim, o comportamento viscoelástico pode ser representado por diferentes montagens de molas e amortecedores. Estes modelos mecânicos são amplamente usados para simular o comportamento viscoelástico.

As propriedades viscoelásticas de um material dependem fortemente das condições do ambiente, temperatura e carregamento.

Na Eq. (2.35) observa-se a dependência do comportamento de um material viscoelástico não linear em função do tempo.

$$E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} = \sigma(\varepsilon, t) \quad (2.35)$$

A tensão é uma função genérica da deformação e do tempo. O comportamento dos elastômeros é fortemente influenciado pela deformação quando esta é elevada. Contudo, em vários casos, inclusive para os conduzidos neste trabalho, as deformações são pequenas e uma descrição linear é suficiente, i.e., a deformação e a resposta no tempo podem ser separadas. A equação para um material viscoelástico linear é:

$$\sigma(t) = E(t)\varepsilon(t) \quad (2.36)$$

O comportamento viscoelástico manifesta-se pela fluência e pela relaxação. Em um material elástico quando um carregamento é aplicado instantaneamente e mantido constante a deformação também é instantânea. Ao se remover o carregamento a deformação é recuperada.

Em um material viscoelástico, ao se aplicar uma carga constante e, em seguida, mantendo-a constante, observa-se uma variação geométrica do material em relação ao tempo, ou seja, ocorre fluência do material. Se o carregamento for muito elevado, ou perdurar por longo tempo ou, ainda, se a temperatura for muito elevada pode ocorrer um escoamento viscoso permanente. Ao se remover o carregamento, ocorre certa recuperação instantânea seguida por uma recuperação ao longo do tempo. Quando existe escoamento viscoso, ao se retirar o carregamento permanece uma deformação residual (Figura 2-20).

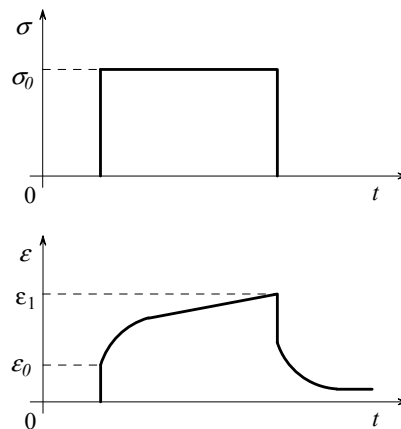


Figura 2-20 – Fluência e recuperação de fluência.

No processo de relaxação (Figura 2-21), com o carregamento aplicado instantaneamente e, então, mantido constante, observa-se uma variação da tensão do material em relação ao tempo. A tensão aumenta instantaneamente e, em seguida, ocorre de forma mais lenta a relaxação da tensão durante certo período até que se atinja um valor constante.

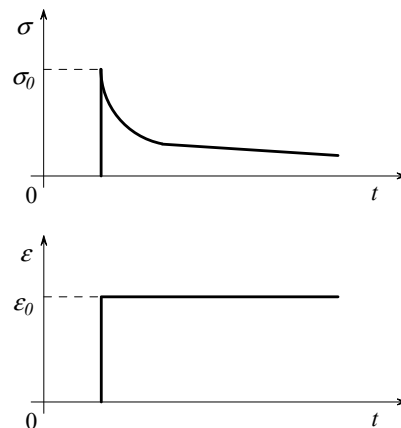


Figura 2-21 – Relaxação de tensão.

Elementos simples como molas e amortecedores são usualmente combinados para modelar materiais viscoelásticos. As molas como elementos elásticos e os amortecedores com propriedades viscosas quando arranjados entre si permitem prever a resposta de um material à fluência e à relaxação. Como não contém informações sobre fenômenos físicos e moleculares, são modelos fenomenológicos.

Os modelos mecânicos básicos são os de Kelvin-Voigt e de Maxwell. O modelo de Kelvin-Voigt consiste em uma associação em paralelo de um amortecedor e uma mola,

enquanto que no modelo de Maxwell, estes dois elementos encontram-se em série. Por se tratarem de modelos bastante simples, eles normalmente não conseguem representar de forma acurada o desempenho dinâmico de materiais viscoelásticos, sendo, então substituídos por modelos “generalizados”.

O modelo de Maxwell

O modelo de Maxwell é constituído por uma mola associada em série com um amortecedor (Figura 2-22).

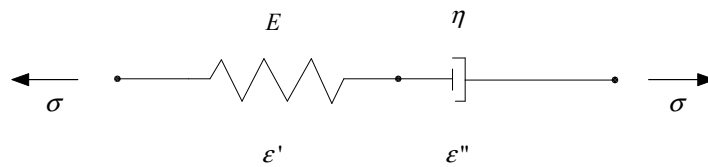


Figura 2-22 – Modelo de Maxwell.

Desta forma, a deformação total é dada pela soma das deformações da mola, ε' , e do amortecedor, ε'' :

$$\varepsilon = \varepsilon' + \varepsilon'' \quad (2.37)$$

Derivando a Eq. (2.37) em relação ao tempo, tem-se:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}' + \dot{\varepsilon}'' = \frac{\dot{\sigma}}{k} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.38)$$

Definindo-se $p_1 = \frac{\eta}{k}$ e $q_1 = \eta$, tem-se a equação constitutiva de um material viscoelástico:

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_1 \dot{\varepsilon} \quad (2.39)$$

Pode-se analisar o comportamento deste material submetendo um corpo de prova a um ensaio de dois estágios. No primeiro estágio, aplica-se uma tensão constante σ_0 no instante $t = 0$ e mantém-se o corpo carregado com esta tensão durante um determinado intervalo de tempo. A deformação obtida neste período é $\varepsilon(t)$. Nesta situação, a solução da equação diferencial (2.39), em termos de ε , é dada por:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{q_1} + C_1, \text{ para } t > 0 \quad (2.40)$$

A constante C_1 é determinada em função das condições iniciais. No instante $t = 0$, quando se aplica a tensão σ_0 instantaneamente, a sua derivada $\dot{\sigma}(t)$ apresenta uma singularidade. Integra-se, então, a Eq. (2.39) através deste ponto.

$$\int_{-\tau}^{+\tau} \sigma dt + p_1 [\sigma(+\tau) - \sigma(-\tau)] = q_1 [\varepsilon(+\tau) - \varepsilon(-\tau)] \quad (2.41)$$

Quando $\tau \rightarrow 0$, o primeiro termo da Eq. (2.41) anula-se. Como não há tensão aplicada em $t = 0^-$, a deformação também é nula. Fazendo-se, então, $\varepsilon(0^+) = \varepsilon_0$, a deformação inicial, tem-se:

$$p_1 \sigma_0 = q_1 \varepsilon_0 \quad (2.42)$$

ou

$$\varepsilon_0 = \frac{p_1}{q_1} \sigma_0 = \frac{\sigma_0}{k} \quad (2.43)$$

A constante C_1 é obtida pela solução da Eq. (2.40) no instante $t = 0^+$

$$C_1 = \varepsilon_0 = \frac{p_1}{q_1} \sigma_0 = E_0 \sigma_0 \quad (2.44)$$

onde E_0 é chamado de módulo inicial ou de impacto.

A equação da deformação toma a seguinte forma:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{q_1} (p_1 + t) = \sigma_0 \left(E_0 + \frac{t}{q_1} \right) \quad (2.45)$$

Este primeiro estágio é representado na Figura 2-23 pelas curvas no intervalo $0 < t < t_1$. Observa-se que no primeiro estágio a deformação aumenta à tensão constante, ou seja, tem-se o fenômeno de fluência.

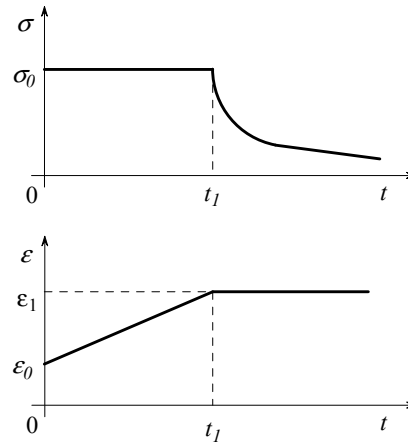


Figura 2-23 – Ensaio de fluência e relaxação do modelo de Maxwell.

A partir de $t = t_1$ inicia-se o segundo estágio do ensaio, mantendo-se a deformação a um valor constante, ε_1 , o que leva à obtenção de uma tensão $\sigma(t)$ durante este período.

A derivada da deformação é nula, logo a Eq. (2.39) fica homogênea para a tensão σ . Sua solução é:

$$\sigma(t) = C_2 e^{-\frac{t}{\lambda_1}}, \text{ para } t > t_1 \quad (2.46)$$

onde $\lambda_1 = p_1$ é o tempo de relaxação, ou seja, o tempo necessário para que a tensão se reduza para $1/e$ do seu valor inicial.

Sendo $\sigma(t_1^+)$ a tensão no início do segundo estágio do ensaio, pode-se obter o valor da constante C_2 .

Sabe-se que $\sigma(t_1^-) = \sigma(t_1^+) = \sigma_0$, pois a taxa de deformação $\dot{\varepsilon}$ é finita ao longo de todo o ensaio. Substituindo-se este valor na Eq. (2.46) obtém C_2 e a seguinte expressão:

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\frac{(t-t_1)}{\lambda_1}} \quad (2.47)$$

que é representada graficamente na Figura 2-23 no intervalo de tempo $t > t_1$.

Nota-se que no segundo estágio a tensão diminui sob deformação constante, caracterizando o fenômeno de relaxação de tensão.

No modelo apresentado, o material submetido a uma tensão finita possui uma capacidade ilimitada de deformação, que é uma característica típica de um fluido. Por este motivo, este modelo de material é denominado fluido de Maxwell, embora apresente uma resposta elástica no momento de aplicação do carregamento com um módulo inicial (ou de impacto) E_0 .

O modelo de Kelvin-Voigt

O modelo de Kelvin-Voigt consiste na associação em paralelo entre uma mola e um amortecedor (Figura 2-24).

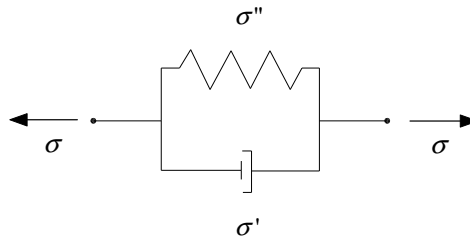


Figura 2-24 – Modelo de Kelvin-Voigt.

Desta forma, a deformação ε é a mesma para os dois elementos. A tensão total σ é composta por duas componentes, uma atuando na mola, σ' , e outra atuando no amortecedor, σ'' , ou seja:

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = k\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon} \quad (2.48)$$

Escrevendo-se de outra forma, tem-se a equação constitutiva do material de Kelvin-Voigt:

$$\sigma = q_0\varepsilon + q_1\dot{\varepsilon} \quad (2.49)$$

O comportamento representado por este modelo também pode ser analisado através do ensaio de dois estágios. No ensaio de fluência com tensão constante $\sigma = \sigma_0$, a solução da equação é:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{q_0} + C_1 e^{-\frac{t}{\rho_1}} \quad (2.50)$$

onde $\rho_1 = \frac{q_1}{q_0}$ é o tempo de fluência.

Com a aplicação do carregamento no instante $t = 0$, a tensão σ sofre uma variação instantânea de 0 a σ_0 . Considerando-se a condição inicial $\varepsilon(0^+) = 0$, encontra-se o valor de

$$C_1 = -\frac{\sigma_0}{q_0}. \text{ Assim,}$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{q_0} \left(1 - e^{-\frac{t}{\rho_1}} \right) \quad (2.51)$$

Este comportamento de deformação sob fluência é ilustrado na Figura 2-25 no intervalo de tempo $0 < t < t_1$.

Prolongando-se este ensaio por um período muito longo, $t \rightarrow \infty$, a deformação aumenta até se aproximar de um valor limite, ε_∞ , proporcional à tensão, fenômeno semelhante ao que ocorre com um sólido elástico. Este modelo é chamado de sólido de Kelvin:

$$\varepsilon_\infty = \frac{\sigma_0}{q_0} = \frac{\sigma_0}{E_\infty} \quad (2.52)$$

onde E_∞ é conhecido como módulo assintótico.

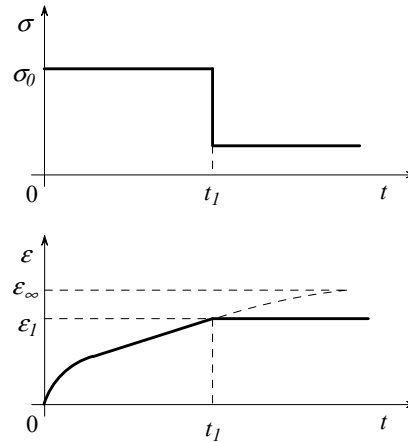


Figura 2-25 – Ensaio de fluência e relaxação do modelo de Kelvin-Voigt.

O segundo estágio do ensaio inicia-se em $t = t_1$, mantendo-se a deformação constante, $\varepsilon = \varepsilon_1$.

Desenvolvendo-se a Eq. (2.49), encontra-se a seguinte expressão para a tensão:

$$\sigma = q_0 \varepsilon_1 = \sigma_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\lambda_1}} \right) \quad (2.53)$$

Observa-se no segundo estágio que a relaxação é incompleta, ou seja, a tensão diminui instantaneamente para um determinado valor e permanece constante a partir de então.

Cadeias generalizadas de Kelvin e de Maxwell

A construção sistemática de modelos viscoelásticos complexos passa pela utilização da cadeia de Kelvin e da cadeia de Maxwell generalizadas.

No primeiro caso, unidades de Kelvin são conectadas em série, sendo muitas vezes inserida uma mola ou um amortecedor em série (Figura 2-26). A mola confere ao modelo uma resposta ao impacto ($E_0 \neq 0$), enquanto o amortecedor resulta em comportamento de fluido ($E_\infty = 0$).

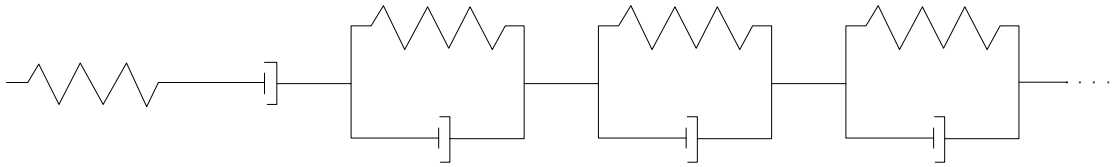


Figura 2-26 – Cadeia de Kelvin.

No modelo de Maxwell generalizado, várias unidades são associadas em paralelo (Figura 2-27).

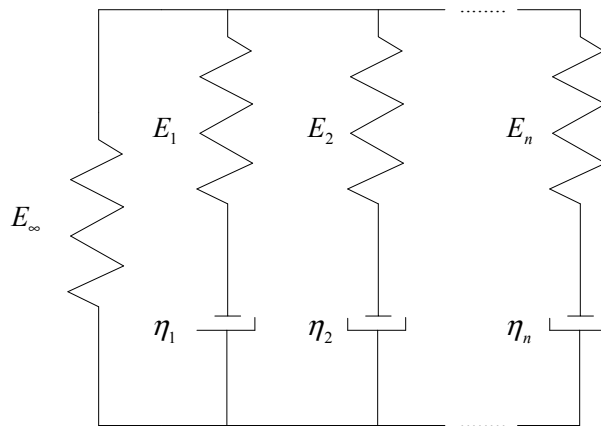


Figura 2-27 – Cadeia de Maxwell.

A equação diferencial de qualquer modelo tem a seguinte forma:

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} + p_2 \ddot{\sigma} + \dots = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon} + q_2 \ddot{\varepsilon} + \dots \quad (2.54)$$

ou

$$\sum_{i=0}^m p_i \frac{d^i \sigma}{dt^i} = \sum_{i=0}^n q_i \frac{d^i \varepsilon}{dt^i} \quad (2.55)$$

A equação constitutiva (2.54) ou (2.55) descreve matematicamente o comportamento mecânico de um material viscoelástico.

Representação do comportamento de um elastômero através de Séries de Prony

Como visto nas seções anteriores, o comportamento viscoelástico linear de um elastômero pode ser descrito por modelos constituídos por molas elásticas que obedecem a Lei de Hooke e por amortecedores viscosos que seguem a Lei de Newton. Os modelos mais simples são o de Maxwell e de Kelvin-Voigt.

O modelo de Maxwell (Figura 2-22) é uma primeira aproximação para descrever a relaxação de tensão de um sólido viscoelástico. O módulo de elasticidade E caracteriza a mola e η representa o comportamento viscoso. A relação entre estes dois parâmetros (Eq. 2.56) é conhecida como tempo de relaxação para um sistema mecânico sujeito a uma tensão controlada.

$$\tau = \frac{\eta}{E} \quad (2.56)$$

O modelo de Kelvin-Voigt descreve o comportamento à fluência, mas não é adequado para descrever o comportamento de um sólido viscoelástico linear, para o qual é necessário tanto a relaxação de tensão quanto a fluência.

Uma melhor representação do comportamento para muitos materiais viscoelásticos é obtida através do modelo de generalizado de Maxwell (Figura 2-27).

A deformação permanece constante em todos os elementos individuais e a tensão é dada pela soma das tensões individualmente experimentadas por cada elemento. Assim, o módulo de relaxação é dado por:

$$E(t) = E_{\infty} + \sum_{i=1}^n E_i e^{-\left(\frac{t}{\tau_i}\right)} \quad (2.57)$$

O número de elementos de Maxwell, n , em paralelo depende do tempo ou da frequência de interesse. Libeich, Scholz e Wieschalla (2012) sugerem utilizar um elemento por década de frequência. E e η são chamados parâmetros de Prony. Com um conjunto destes parâmetros modela-se o comportamento de um sólido viscoelástico linear.

Para simulações no domínio da frequência, o módulo de relaxação de tensão pode ser transformado em módulo complexo E^* , definido por:

$$E^* = E' + iE'' \quad (2.58)$$

O módulo de armazenamento, E' , descreve as propriedades elásticas do material e o módulo de perda, E'' , descreve as propriedade viscosas. E'' corresponde à quantidade de energia perdida no elemento. Escrevendo-se os módulos de armazenamento e de perda em termos dos parâmetros de Prony, têm-se:

$$\begin{aligned} E'(\omega) &= E_{\infty} + \sum_{i=1}^n E_i \frac{\omega^2 \tau_i^2}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \\ E''(\omega) &= \sum_{i=1}^n E_i \frac{\omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \end{aligned} \quad (2.59)$$

2.5 Viscoelasticidade através do ANSYS®

Desde o início da década de 1970 o FEM vem sendo disponibilizado para análise e projeto de dispositivos elastoméricos através de pacotes comerciais como MARC®, ANSYS®, NASTRAN® e ABAQUS®.

A análise dinâmica de rotores é mais difícil quando dispositivos de amortecimento elastoméricos são usados, devido aos parâmetros não lineares do material. Ensaios são necessários para obter as curvas que caracterizam os materiais e, então, transformá-las nos clássicos parâmetros de rigidez e amortecimento para serem usados nas análises. Como os elastômeros são praticamente incompressíveis ($\nu \cong 0,5$) os elementos devem ser capazes de acomodar este valor elevado do coeficiente de Poisson.

A viscoelasticidade é um comportamento não-linear de um material que apresenta deformação elástica (restauradora) e viscosa (não restauradora). O modelo viscoelástico implementado no ANSYS® é uma forma de integração generalizada do modelo de Maxwell. O modelo é mais abrangente e contém como casos especiais os modelos de Maxwell, Kelvin e sólido linear padrão. O ANSYS® suporta tanto hipoviscoelasticidade (pequenas deformações) quanto hiperviscoelasticidade (grandes deformações).

No fenômeno de viscoelasticidade as deformações inelásticas não dependem apenas do estado de tensão e deformação corrente, mas, em geral, de todo o histórico de seu desenvolvimento.

Para se determinar o incremento de deformação em um determinado intervalo de tempo (passo de tempo) é necessário conhecer o estado de tensão e de deformação em todos os intervalos de tempo precedentes. Desta forma algum esforço computacional a mais é necessário para reter estas informações.

Ao se tratar de respostas não lineares, é comum separar o comportamento volumétrico do deviatório. Para materiais hipoelásticos, o módulo de cisalhamento G reflete o comportamento deviatório, enquanto que o módulo volumétrico K caracteriza o comportamento volumétrico. As relações destes módulos com o módulo de elasticidade E são dadas por:

$$\begin{aligned} G &= \frac{E}{2(1+\nu)} \\ K &= \frac{E}{3(1-2\nu)} \end{aligned} \quad (2.60)$$

Para os elastômeros, o coeficiente de Poisson é $\nu \cong 0,5$ e a relação entre o módulo de cisalhamento e o módulo de elasticidade é dada por:

$$E = 3G \quad (2.61)$$

2.5.1 Séries de Prony

Para os materiais viscoelásticos, a resposta dependente do tempo é caracterizada por termos separados volumétrico e deviatório (Eq. 2.62).

$$\sigma(t) = \int_0^t K(t-t') \frac{d\varepsilon_v}{dt'} dt' + \int_0^t 2G(t-t') \frac{d\varepsilon_d}{dt'} dt' \quad (2.62)$$

onde ε_v a deformação escalar volumétrica vezes a matriz identidade e ε_d é o tensor deformação deviatório.

Estas integrais são estimadas no tempo atual t com base no tempo passado t' . $K(t-t')$ e $G(t-t')$ também não são constantes, pois são função do tempo e são representados por séries de Prony:

$$G(\tau) = G_0 \left[\alpha_\infty^G + \sum_{i=1}^n \alpha_i^G e^{-\left(\frac{\tau}{\tau_i^G}\right)} \right]; \quad K(\tau) = K_0 \left[\alpha_\infty^K + \sum_{i=1}^n \alpha_i^K e^{-\left(\frac{\tau}{\tau_i^K}\right)} \right] \quad (2.63)$$

Neste ponto é importante notar que as séries de Prony empregam módulos relativos (ou normalizados) α_i^G e α_j^K para descrever o tempo de relaxação. Assim, no ANSYS® não se especificam os módulos G_i diretamente, mas sim α_i^G ; a relação $G_i = G_0 \alpha_i^G$ é calculada pelo ANSYS®. Os termos volumétricos são tratados de forma análoga.

Observa-se que as Eqs. (2.63) estão em função do “tempo reduzido” (ou pseudo tempo) τ e não do tempo corrente t . Isto ocorre porque a resposta dependente do tempo e a resposta dependente da temperatura podem ser relacionadas juntas, logo, a resposta em uma temperatura elevada pode ocorrer mais rapidamente do que a uma temperatura mais baixa, desta forma, o pseudo tempo τ é usado para descrever este deslocamento no tempo devido à temperatura. Para os casos onde a temperatura não é considerada (como neste trabalho), pode-se substituir τ por t .

Para incluir os efeitos de relaxação são usados os seguintes parâmetros no ANSYS®:

- O módulo elástico instantâneo (E) e o coeficiente de Poisson (ν). Conhecendo (G_0) ou (K_0), podem-se utilizar as Eqs. (2.60) para determinar (E) e (ν). Estes parâmetros são especificados pelos comandos MP,EX e MP,NUXY, respectivamente.
- Os pares de módulo relativo α_i e tempo de relaxação τ_i , os quais são especificados através do comando TB,PRONY.

Os módulos de relaxação e volumétrico são definidos separadamente. Pode-se, inclusive, definir apenas um dos módulos. Para elastômeros, apenas o módulo de cisalhamento precisa ser definido (o módulo volumétrico passa a ser considerado constante), ou seja, o coeficiente de Poisson efetivo aumentaria até o valor 0,5, i.e., próximo do comportamento incompressível.

A soma dos módulos α_i deve ser menor ou igual a 1,0. O módulo α_∞ não é inserido diretamente, e sim calculado a partir da expressão $1 - \sum \alpha_i$. Se for assumido que o material perderá toda a rigidez em um tempo infinito, a soma será 1,0. Se alguma rigidez permanece em um tempo infinito, a soma deverá ser a diferença entre 1,0 e o módulo relativo no tempo infinito.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

Os problemas mais recorrentes relacionados à dinâmica de rotores são os níveis excessivos de vibração síncrona e as instabilidades do rotor. O primeiro problema pode ser mitigado através de um bom balanceamento, ou através de modificações no sistema que levem as velocidades críticas para fora da faixa de operação, ou através da introdução de amortecimento externo para limitar as amplitudes nas velocidades críticas transversais. As instabilidades podem ser evitadas eliminando-se o mecanismo que provoca a instabilidade, aumentando a frequência natural do sistema rotor-mancais para valores mais altos possíveis, ou introduzindo-se amortecimento para aumentar a velocidade a partir da qual a instabilidade manifesta-se, isto é, a VLE (VANCE, 1988).

Neste trabalho, o FEM é utilizado para analisar o comportamento dinâmico de um rotor (flexível) que opera em velocidades supercríticas e é suportado por mancais radiais hidrodinâmicos cilíndricos curtos, lubrificados a óleo com amortecimento passivo adicional provido por dispositivos viscoelásticos introduzidos entre o mancal e seu alojamento.

Existem vários métodos numéricos para solução de problemas, contudo, o FEM tem-se mostrado aquele com maior acurácia, versatilidade e de melhor compreensão. Na literatura podem-se encontrar equações que se aplicam a geometrias simples, mas à medida que estas se tornam mais complexas, as técnicas e simplificações empregadas para descrever o problema tornam-se ineficazes, produzindo equações inaplicáveis ou que simplesmente não podem ser resolvidas. É neste contexto que o FEM aparece como

ferramenta relevante para o desenvolvimento de amortecedores viscoelásticos voltados a máquinas rotativas.

As análises são restritas ao comportamento dinâmico à flexão, normalmente denominadas “análises laterais”. São obtidas as respostas ao desbalanceamento e verificada estabilidade do sistema mediante diferentes configurações geométricas e propriedades viscoelásticas.

Dois modelos são tomados como referência: (1) o rotor simplesmente apoiado, SSR (do inglês *Simply Supported Rotor*) e (2) o rotor suportado por mancais de filme fluido, FFB (do inglês *Fluid Film Bearing*), sendo que o SSR é utilizado para se observar o efeito do filme de lubrificante sobre o comportamento do rotor. Os resultados obtidos para os modelos com amortecedores elastoméricos são comparados com os do modelo FFB.

3.1 Descrição do sistema rotor-mancais-amortecedores

3.1.1 Rotor

O rotor analisado neste trabalho consiste em uma viga de seção circular, simétrica, na qual dois discos são firmemente acoplados, isto é, como se tivesse sido construído a partir de uma única peça. As dimensões gerais do rotor são apresentadas na Figura 3-1.

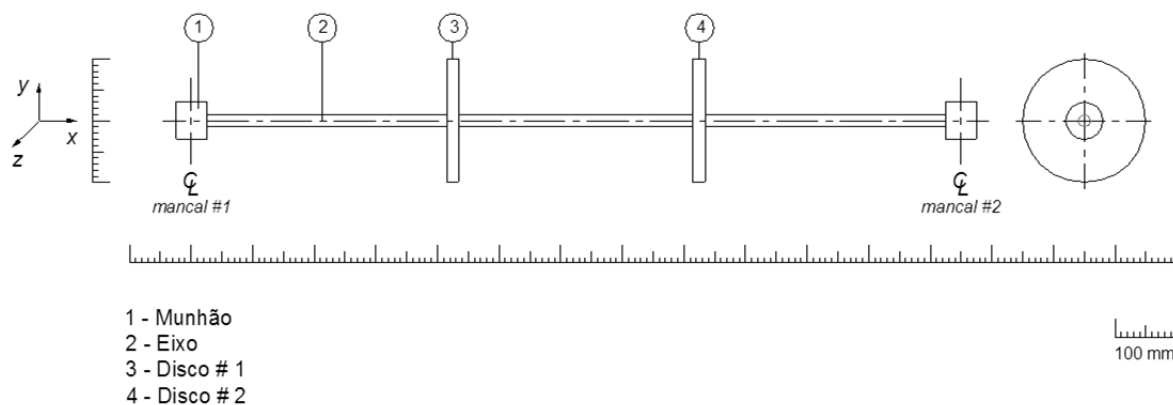


Figura 3-1 – Dimensões do rotor.

O eixo possui 1300 mm de comprimento e diâmetro de 20 mm. O diâmetro dos discos é 200 mm e possuem espessura de 20 mm. Os munhões possuem diâmetro de 60 mm e comprimento igual a 50 mm. Os discos estão separados entre si por uma distância de 400 mm e encontram-se a 425 mm em relação às linhas de centro dos mancais. As propriedades mecânicas dos elementos constituintes do rotor são descritas na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 – Propriedades mecânicas do aço.

Módulo de elasticidade (GN/m^2)	200
Coefficiente de Poisson	0,3
Densidade (kg/m^3)	7850

3.1.2 Mancais

Mancais hidrodinâmicos radiais de furo cilíndrico são os mais simples em geometria e, consequentemente, os mais extensivamente utilizados. Em termos de capacidade de carga (força por área útil projetada) este tipo de mancal é superior aos demais mancais de deslizamento de filme fluido (furo elíptico, multilóbulos, deslocados ou de sapatas) e também apresentam a menor perda de potência. Em contrapartida, sua capacidade de suportar instabilidades de óleo é menor quando comparado aos outros (NEW e RUDDY, 1986).

Neste trabalho, escolheram-se os mancais radiais de furo cilíndrico pelos seguintes motivos: (1) Apresentam menor complexidade em termos de fabricação quando comparados aos demais tipos de mancais hidrodinâmicos. A sua simplicidade admite montagem de dispositivos externos. (2) São mais susceptíveis a fenômenos de instabilidade, permitindo analisá-los sob este aspecto.

Os mancais que suportam o rotor são idênticos e suas dimensões e características apresentadas na Tabela 3-2.

Tabela 3-2 – Características dos mancais.

Comprimento, L_b (mm)	15
Diâmetro interno nominal, D_b (mm)	60
Relação comprimento/diâmetro (L_b / D_b)	0,25
Folga radial, c_r (μm)	51
Carga devido ao peso do rotor (N)	73,28
Viscosidade absoluta do lubrificante ($\text{mPa} \cdot \text{s}$)	12,4

O fluido é tido como incompressível e o regime de fluxo é laminar. Com base nas informações da Tabela 3-2, as principais características estáticas de desempenho foram calculadas: número de Sommerfeld, razão de excentricidade, ângulo de atitude, potência dissipada pelo atrito fluido e a espessura do filme, bem como o número de Reynolds em função da velocidade de rotação (Figura 3-2). Estas características foram determinadas

segundo a Teoria de Mancais Curtos (DUBOIS e OCVRK, 1953 e NORTON, 2006) a partir de 250 rpm, rotação na qual se verifica uma espessura de filme suficiente para superar com certa segurança a rugosidade composta das superfícies do mancal e do munhão, garantindo-se a lubrificação hidrodinâmica.

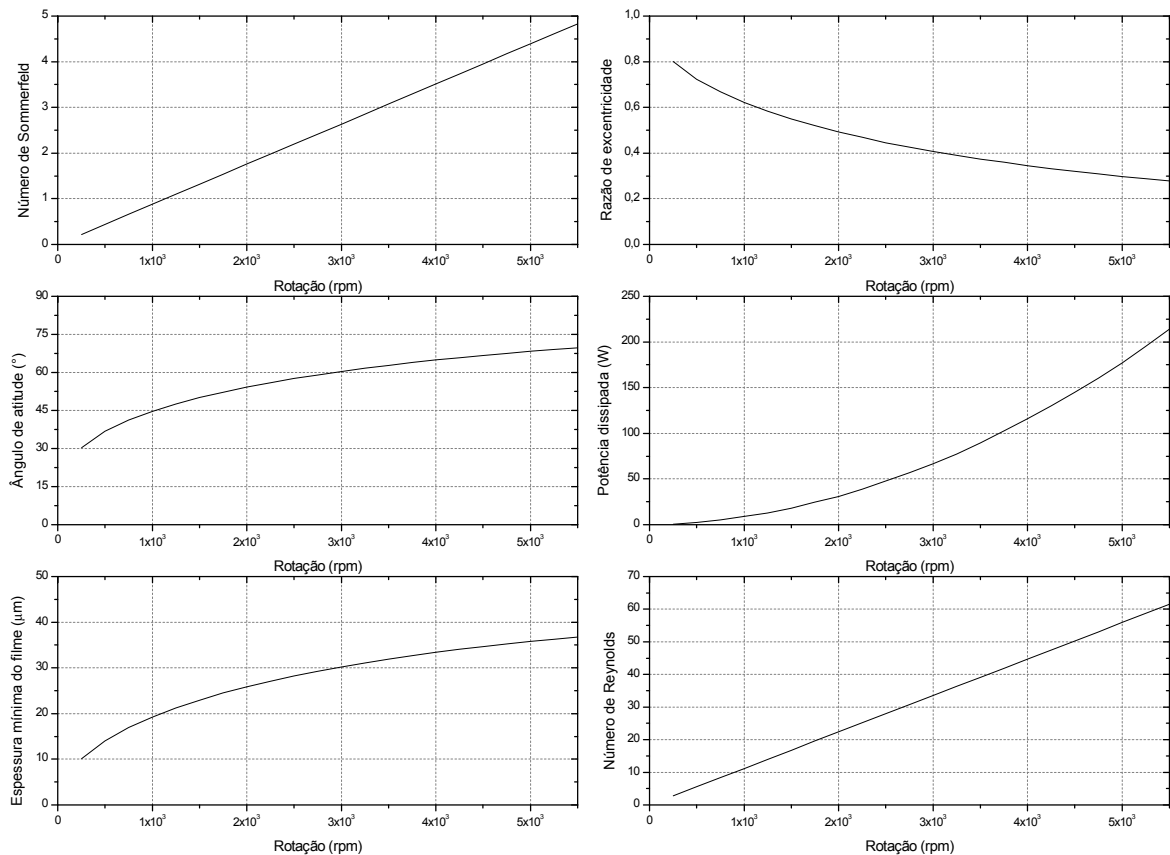


Figura 3-2 – Características estáticas dos mancais e número de Reynolds.

Os coeficientes dinâmicos também foram calculados a partir da Teoria de Mancais Curtos (VANCE, 1988 e CHILDS, 1993). Os coeficientes de rigidez são apresentados na Figura 3-3. Na sua determinação levou-se em consideração a variação em função da velocidade, abrangendo-se a faixa de 250 rpm a 5500 rpm.

3.1.3 Considerações sobre a modelagem dos mancais

Temperatura

A temperatura do filme foi considerada constante. Em outras palavras, admitiu-se que a viscosidade dinâmica permanece a mesma independentemente da velocidade de operação.

A adoção de uma “temperatura efetiva global” representada como uma temperatura média e, conseqüentemente, uma “viscosidade efetiva” do lubrificante é típica no processo de cálculo de mancais (KHONSARI e BOOSER, 2001). Devido à aplicação da carga, a posição do eixo é excêntrica e a temperatura ao longo da circunferência não é uniforme. A temperatura normalmente aumenta da entrada até um valor máximo nas proximidades da espessura mínima de filme e então tende a diminuir na região de divergência do mancal. A hipótese adotada de que a viscosidade é constante em qualquer ponto do campo de pressão é uma aproximação, uma vez que a temperatura, a rigor, não é constante.

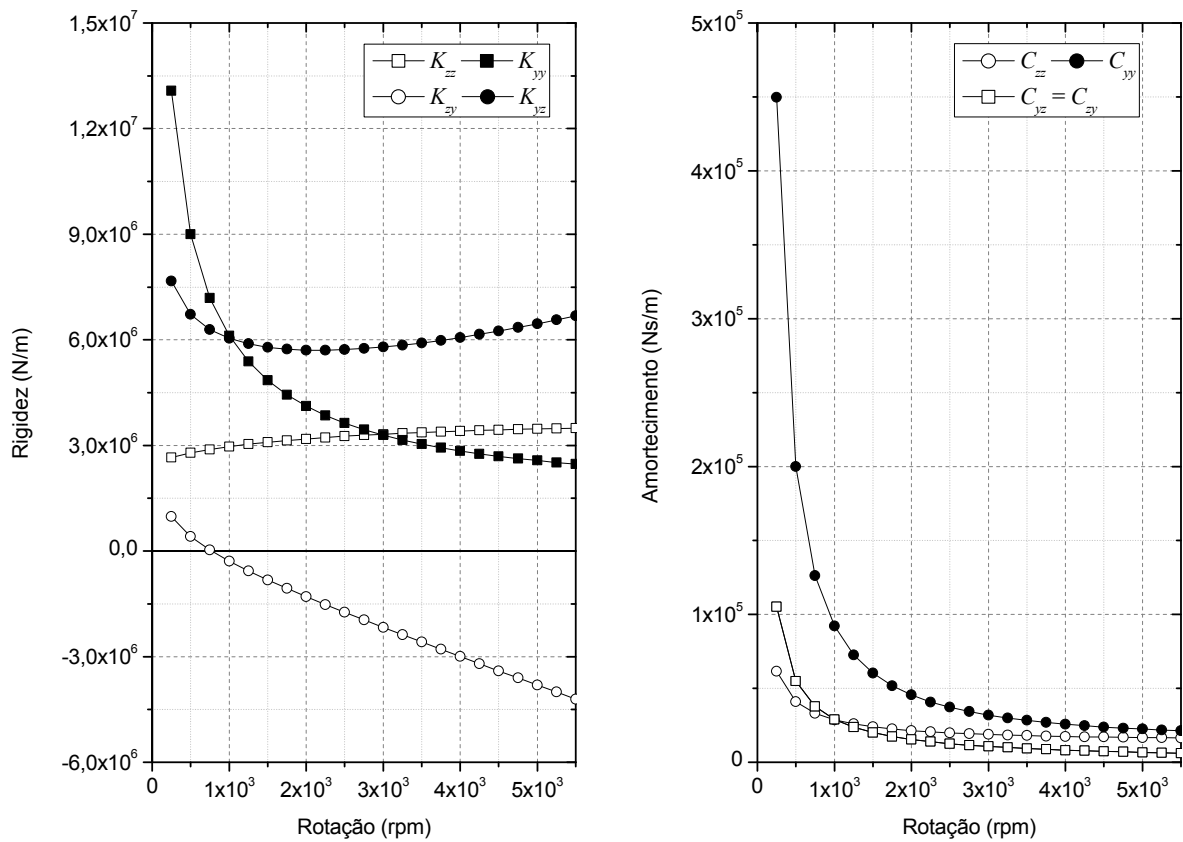


Figura 3-3 – Coeficientes de rigidez e de amortecimento.

A adoção de um regime isotérmico e a escolha de uma viscosidade constante correspondente a uma dada temperatura do lubrificante é a prática mais comum encontrada no projeto de mancais de filme fluido. Neste processo, utiliza-se o conceito de “viscosidade efetiva”. Inicialmente assume-se regime isotérmico e a temperatura média efetiva é igual a:

$$T_f = T_e + \Delta t \quad (3.1)$$

onde T_e é a temperatura de entrada do lubrificante e ΔT é o aumento da temperatura, determinado através da relação da percentagem de energia dissipada pelo cisalhamento do filme e a quantidade de calor removida do pelo lubrificante. Budynas e Nisbett (2006) apresentam didaticamente o procedimento para se obter a viscosidade efetiva.

Neste trabalho, utilizou-se uma aproximação clássica de temperatura média no filme lubrificante. Se a curva de Striebeck for observada, há uma aparente impressão de que a capacidade de carga do mancal é aumentada com o aumento da velocidade. Apesar de que isto é verdade para baixas velocidades, em altas velocidades ocorrem maior agitação e geração de calor. Isto reduz a viscosidade do óleo e, conseqüentemente, a capacidade de carga também é diminuída. Maiores temperaturas também diminuem a resistência do material antifricção, reduzindo também a capacidade de carga do mancal. Assim, para situações mais críticas, é aconselhável um estudo mais rigoroso da distribuição de temperatura.

A determinação do campo real de temperatura e, conseqüentemente, da viscosidade ao longo do filme lubrificante é um problema complicado. A variação da temperatura dentro do filme pode ser calculada resolvendo-se simultaneamente a equação de energia e a equação generalizada de Reynolds assim como a equação de condução de calor no mancal e no munhão (FRENE, NICOLAS, *et al.*, 1997).

Propriedades dinâmicas

As características de rigidez e de amortecimento dos mancais foram determinadas a partir da Teoria de Mancais Curtos. A solução para Mancais Curtos mostra-se válida para mancais cilíndricos planos com razão comprimento/diâmetro (L_b / D_b) menores que 0,5 e razão de excentricidade inferior a 0,8. Como estas condições são satisfeitas em muitas aplicações práticas, a solução de Ocvirk (mancais curtos) é frequentemente empregada na análise de sistemas rotor-mancal.

Quando $\varepsilon \rightarrow 0$ ($S \rightarrow 0$) as rigidezes diretas tornam-se desprezíveis quando comparadas aos termos cruzados, os termos de amortecimento direto tendem a um limite diferente de zero, enquanto os termos de amortecimento cruzado tendem a zero. Um mancal de filme fluido deve ter uma força de restauração radial para se obtenha um limite finito de estabilidade. Se o munhão estiver operando com excentricidade nula, então os termos de rigidez principais são anulados, o munhão fica inerentemente instável e o sistema exibirá o fenômeno de *half frequency whirl*.

3.1.4 Amortecedores elastoméricos

Geometria

Com relação ao modo de solicitação predominante, dois tipos de amortecedores são analisados neste trabalho: (1) amortecedor de compressão e (2) amortecedor de cisalhamento (Figura 3-4). Cabe destacar neste ponto que as configurações de amortecedor tipo cisalhamento não são encontradas na literatura disponível. Os trabalhos publicados com amortecedores inseridos entre o mancal e o alojamento usualmente possuem características dos modelos de compressão.

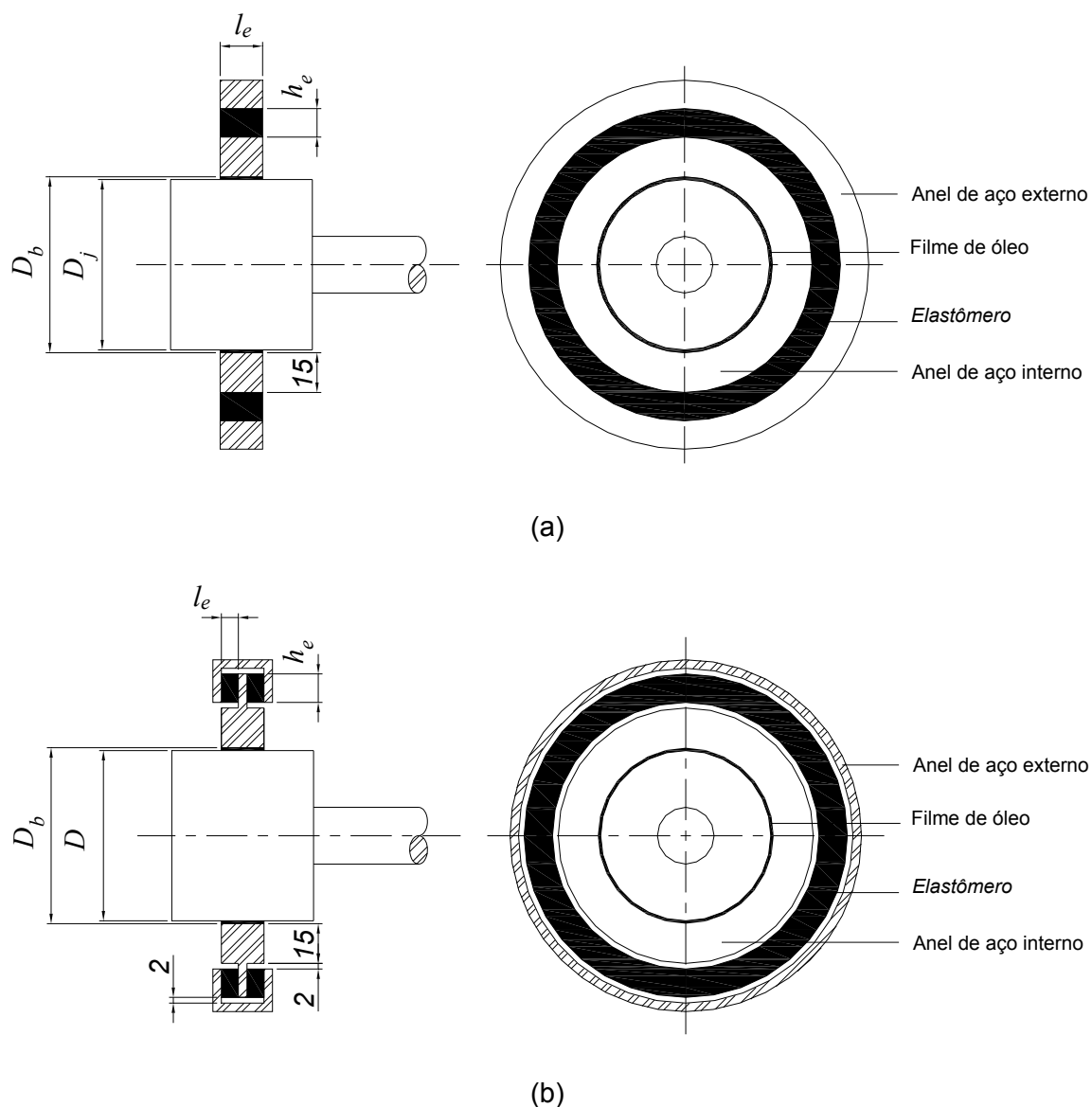


Figura 3-4 – Configurações de amortecedores. (a) amortecedor contínuo de compressão; (b) amortecedor contínuo de cisalhamento.

Nos dispositivos de amortecimento de compressão os cartuchos ou segmentos circunferenciais estão dispostos entre dois anéis de aço. O anel interno é o próprio encosto do mancal. Os elastômeros possuem comprimento l_e igual ao comprimento do mancal L_b e espessura h_e . A espessura do anel do alojamento é $t_a = 15$ mm.

Os amortecedores de cisalhamento possuem duas camadas de elastômero circunferenciais coladas nas faces de um disco de espessura 3 mm que se prolonga a partir da região central do alojamento do mancal. Externamente, os elastômeros estão colados a um anel de aço com seção U. Entre os elastômeros e o alojamento do mancal existe uma folga de 2 mm, necessária para que o material viscoelástico deforme-se em cisalhamento, sem compressão. Uma folga também deve existir entre o elastômero e o anel de aço externo. Pela configuração, observa-se que o dispositivo de cisalhamento seria mais adequadamente classificado como sendo de “duplo cisalhamento”. Cada camada circunferencial de elastômero possui espessura h_e e comprimento $l_e = (L_b - 3) / 2$ (mm).

Diferentes configurações são analisadas, abrangendo sistemas contínuos e segmentados com diferentes dimensões e propriedades. Na Figura 3-5 as diferentes configurações de distribuição dos elementos elastoméricos são apresentadas. Os dispositivos segmentados (b, c, d) foram concebidos de tal forma que apresentem o mesmo volume de material elastomérico. Além disto, cada geometria de amortecedor segmentado possui as mesmas propriedades de rigidez e amortecimento em nas direções y e z , i.e., são distribuídos de forma circunferencialmente uniforme e simetricamente em relação a ambos os eixos.

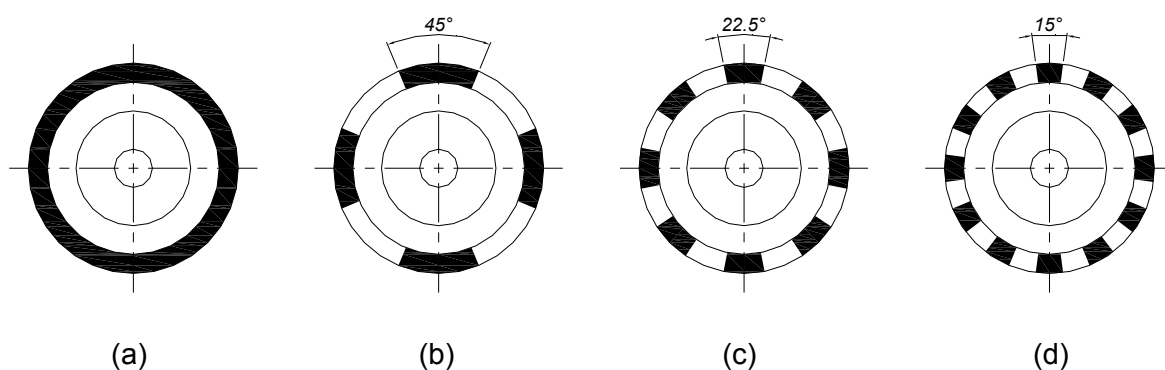


Figura 3-5 – Geometrias dos amortecedores: (a) cartucho contínuo (360°); (b) 4 segmentos x 45°; (c) 8 segmentos x 22,5°, (d) 12 segmentos x 15°.

Os cartuchos contínuos de compressão são os dispositivos mais simples para amortecimento de rotores. A denominação “compressão” tem suas limitações. De fato, os

amortecedores tipo compressão têm seus elementos elastoméricos submetidos a outros esforços conforme se pode observar no dispositivo com 4 elementos ilustrado na Figura 3-6. O elemento inferior é comprimido e tende a ter suas extremidades laterais abauladas. O elemento superior é tracionado e os elementos laterais, obrigados a seguir o deslocamento do alojamento sofrem um esforço composto de cisalhamento, tração na parte superior e compressão na parte inferior.

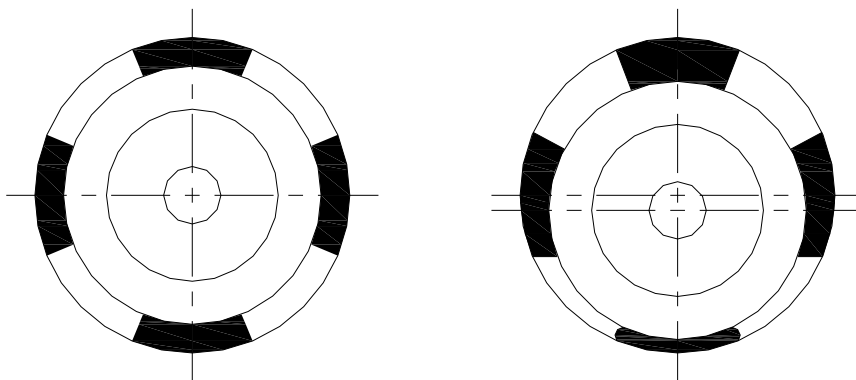


Figura 3-6 – Deformação dos elementos elastoméricos de um amortecedor 4x45° submetido a um deslocamento radial.

Já os amortecedores tipo cisalhamento podem sofrer efeitos de flexão, o chamado efeito viga, dependendo da relação entre as suas dimensões l_e / h_e (GENT, 2000). Se a deformação de cisalhamento for superior a 75 % ou se o fator de forma (relação entre área carregada e área livre para deformar) efetivo for inferior a 0,1, o efeito da tração no elemento elastomérico deve ser levado em consideração. Este efeito é mostrado na Figura 3-7.

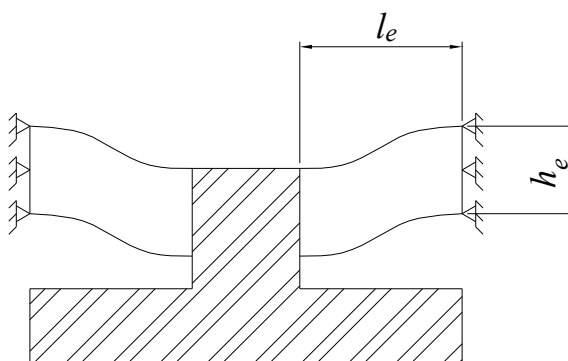


Figura 3-7 – Elemento elastomérico solicitado em cisalhamento e flexão.

Material

Três diferentes amostras de elastômeros foram utilizadas nesta investigação. Suas propriedades dinâmicas são definidas através de uma série de Prony (ver Cap. II) com dois termos. Os coeficientes da série (α_i , τ_i) para os três materiais, bem como as demais propriedades mecânicas relevantes são apresentadas na Tabela 3-3. As denominações 30 SH, 50 SH e 70 SH correspondem às durezas *shore* fornecidas pelo fabricante.

Tabela 3-3 – Propriedades dos materiais viscoelásticos (obtidas a 25°C).

Material	Módulo de elasticidade (N/m ²)	Coeficiente de Poisson	Densidade (kg/m ³)	α_1	τ_1	α_2	τ_2
30 SH	1,658E6	0,4998	1100	0,4168	0,1994	0,5832	0,0045
50 SH	2,329E6		1150	0,3362	0,0986	0,6638	0,0034
70 SH	2,810E6		1200	0,3140	0,0935	0,6860	0,0031

Dois termos de Prony são tomados a partir de ensaios realizados no LSM (LÉPORE e SANTOS, 2008, LÉPORE e SANTOS, 2011). Lépre e Santos utilizam um dispositivo que permite realizar ensaios dinâmicos em amostras submetidas ao cisalhamento em regime isotérmico. A variação dos módulos de armazenamento, de perda e do fator de perda em função da frequência é apresentada nas Figuras 3-8, 3-9 e 3-10.

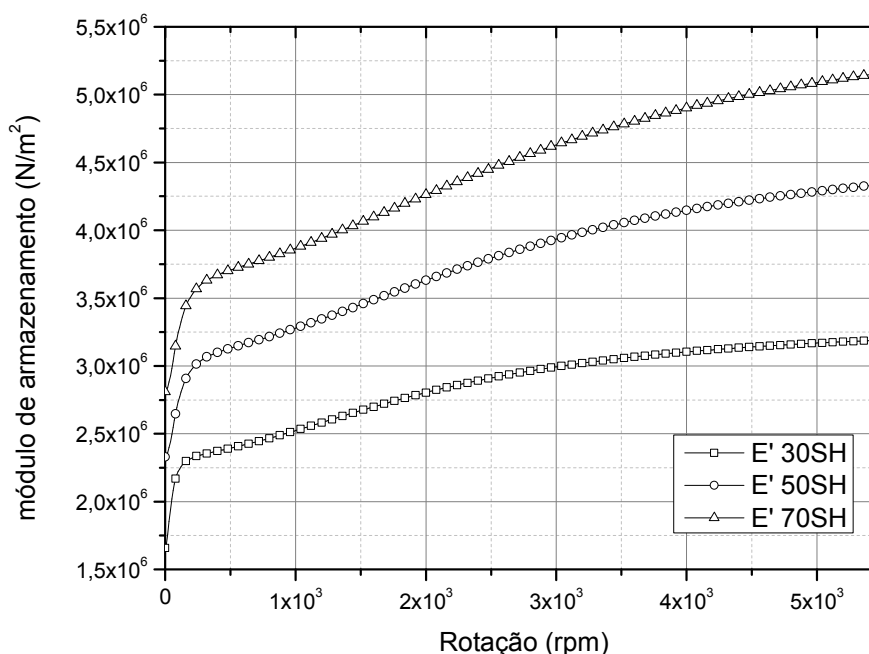


Figura 3-8 – Variação do módulo de armazenamento em função da frequência (rotação).

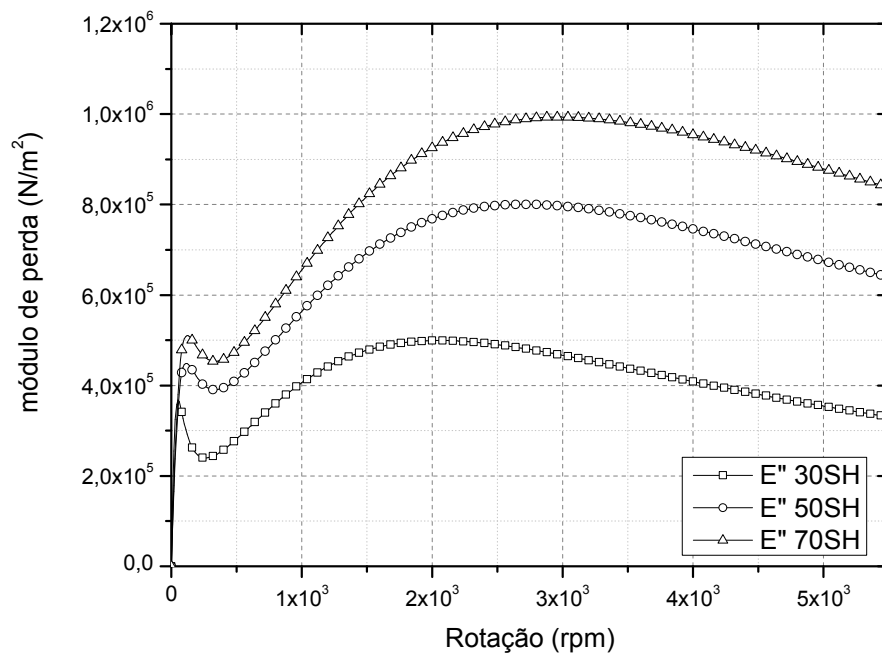


Figura 3-9 – Variação do módulo de perda em função da frequência (rotação).

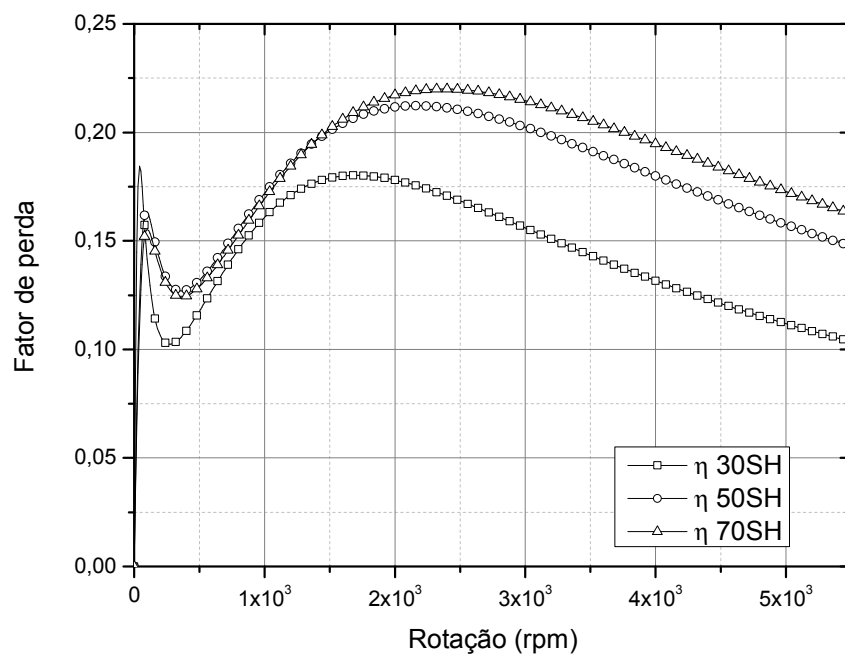


Figura 3-10 – Variação do fator de perda em função da frequência (rotação).

3.2 Modelagem em elementos finitos

O programa de elementos finitos ANSYS®, versões 12.0 e 14.0, é utilizado para modelar o sistema.

Os sistemas rotor-mancais-amortecedores são modelados como uma montagem de elementos de viga para representar o eixo e os dois discos, elementos de mancais bidimensionais com rigidez e amortecimento, elementos sólidos para os encostos dos mancais e para os amortecedores viscoelásticos.

3.2.1 Rotor

Os elementos de viga são baseados na Teoria de Viga de Timoshenko, a qual leva em consideração os efeitos de inércia rotativa, momentos giroscópicos e deformação cisalhante. Apesar de ser possível inserir os efeitos de torsão e deslocamentos axiais, estes não foram implementados para limitar as análises à flexão. A dissipação interna do eixo não é considerada neste trabalho por ser desprezível em comparação ao amortecimento do mancal.

Para o eixo, discos e munhão, foram empregados 72 elementos de viga BEAM188 com função de forma quadrática. Esta malha foi adotada após sucessivos refinamentos (método-h) e não se observar alterações significativas na amplitude da resposta síncrona, nas velocidades críticas determinadas através do diagrama de Campbell e nas frequências naturais obtidas através de análise modal (de modelos estáticos). Esta densidade de malha originou razões de aspecto (razão entre comprimento do elemento e diâmetro) entre 0,1 e 1,0. Coincidentemente, estas razões de aspectos estão dentro das recomendações de Vance, Zeidan e Murphy (2010) e da API 684 (2005).

3.2.2 Mancais

Os coeficientes dinâmicos de rigidez e de amortecimento dos mancais foram calculados a partir da Teoria de Mancais Curtos. Cada mancal foi modelado com um elemento COMBI214.

Os coeficientes dinâmicos foram calculados para passos de 250 rpm no intervalo compreendido entre 250 rpm e 5500 rpm, ou seja, foram empregados 22 conjuntos de coeficientes dinâmicos. Passos mais estreitos, i.e., valores inferiores a 250 rpm e, consequentemente, maior número de coeficientes dinâmicos para o mesmo intervalo de velocidade de rotação, não apresentaram diferenças apreciáveis nas frequências naturais (autovalores) e nos modos associados (autovetores), tampouco nas amplitudes das

respostas ao desbalanceamento do modelo do rotor suportado apenas por mancais de filme fluido (sem amortecedores viscoelásticos).

Para velocidades inferiores a 250 rpm o filme lubrificante pode ter sua espessura tão reduzida que uma mudança no regime de lubrificação de completo para limítrofe é possível, e os valores dos coeficientes dinâmicos não mais seriam válidos.

3.2.3 Dispositivos amortecedores

São utilizados elementos sólidos SOLID186 para os alojamentos dos mancais e para os dispositivos elastoméricos.

Considerou-se que os casquilhos e o encosto estão perfeitamente unidos e que as finas camadas de material anti-atrito não possuem influência na rigidez do mancal. Novamente, a discretização foi adotada depois de repetidos refinamentos e não se verificar alteração relevante nos resultados (refinamento-h).

A viscoelasticidade dos elastômeros foi representada através séries de Prony. Os coeficientes das séries são apresentados na Tabela 3-3.

Considera-se uma perfeita junção entre os elastômeros e os substratos de aço (encosto ou alojamento). Esta condição implica a inexistência de escorregamento entre os elastômeros e os encostos dos mancais e entre os elastômeros e os alojamentos. Na prática, isto corresponderia a uma situação de colagem.

Para cada modelo de amortecedor 6 diferentes espessuras h_e foram analisadas: 2,5 mm, 5,0 mm, 7,5 mm, 10,0 mm, 12,5 mm e 15,0 mm.

3.2.4 Malha de elementos finitos

Na Figura 3-11 são apresentados exemplos de malhas empregados em alguns componentes do sistema.

Uma discretização que conduza a resultados satisfatórios deve ser suficientemente densa para assegurar a exatidão desejada. Contudo, uma discretização desnecessariamente densa torna os cálculos mais lentos, exigindo maior esforço computacional. Em alguns casos, o refinamento excessivo da malha pode provocar a perda da exatidão. A escolha da malha não é óbvia e não obedece a critérios fixos, sendo o julgamento do analista o critério mais importante. O autor particularmente adota refinamentos sucessivos de malha através de análises paramétricas para obter a malha mais adequada.

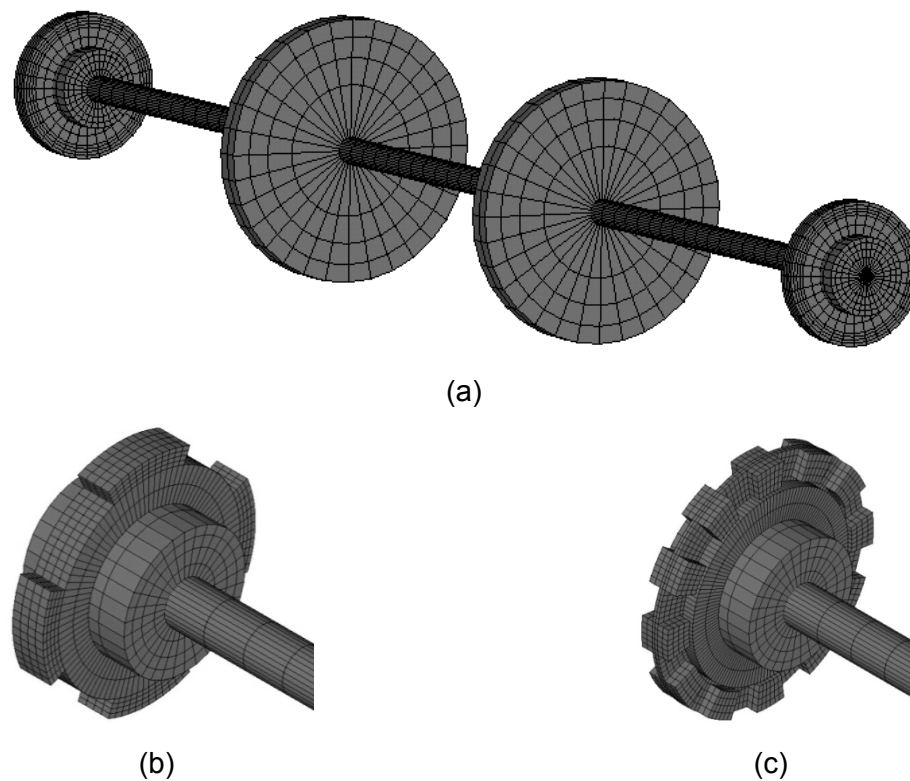


Figura 3-11 – Malha de elementos finitos: (a) rotor com amortecedor contínuo de compressão; (b) amortecedor segmentado $4 \times 45^\circ @ 7,5 \text{ mm}$; (c) amortecedor de cisalhamento $12 \times 15^\circ @ 12,5 \text{ mm}$.

3.5 Análise modal e diagrama de Campbell

Para o modelo de referência SSR utiliza-se a rotina de solução equações QRDAMP (algoritmo QR). A rotina QRDAMP, apesar de mais eficiente computacionalmente é restrita a situações onde o amortecimento não é crítico. Recomenda-se a utilização da rotina DAMP quando o amortecimento rotativo é incluído na análise (ANSYS, 2009). Por este motivo, nos demais modelos a rotina DAMP é empregada.

Após a análise modal o Diagrama de Campbell é traçado. Os movimentos de precessão progressiva (FW) e retrógrada (BW) e as frequências instáveis são identificados no diagrama.

A estabilidade é verificada através da parte real da frequência complexa, a qual mostra o amortecimento daquela frequência em particular assim como a sua estabilidade. Se a parte real for negativa o modo é estável, enquanto um valor positivo reflete um modo instável. Se não houver amortecimento na estrutura rotativa, todas as partes reais serão zero. É interessante notar que apesar do efeito giroscópico criar uma matriz “de

amortecimento”, esta não dissipa energia. Assim, no modelo de rotor simplesmente apoiado e sem qualquer tipo de amortecimento, a parte real da frequência complexa é nula.

A parte imaginária da frequência complexa representa a frequência amortecida e dá a indicação se o modo é de corpo rígido ou não. Se a frequência complexa corresponder a um modo de corpo rígido, ou se o amortecimento for tão importante que suprima a frequência, a parte imaginária é zero.

As velocidades críticas também são identificadas através do Diagrama de Campbell. Elas correspondem aos pontos de intersecção entre as curvas de frequência e a linha de velocidade de rotação. A determinação das velocidades críticas é feita graficamente, e por isso a sua acurácia depende da qualidade do diagrama gerado. Para os modelos apresentados neste trabalho, efetuaram-se sucessivas análises modais (variando-se o número de *load steps* e de modos expandidos) até se obter um número tal que qualquer variação das frequências em relação à faixa de velocidade fosse representada.

3.5.1 Condições essenciais de contorno

Rotor simplesmente apoiado

Para o modelo SSR, os deslocamentos dos nós correspondentes às linhas de centro dos mancais são impedidos nas direções y e z (Figura 3-12).

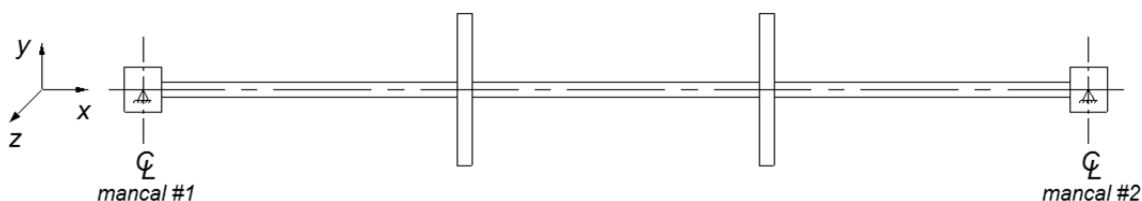


Figura 3-12 – Restrição de deslocamentos nas direções y e z – modelo SSR.

Como as análises restringem-se à flexão, todos os nós do rotor são restritos na direção axial e também têm seus movimentos impedidos em torno do eixo x . Estas condições estendem-se a todos os demais modelos.

Mancal suportado por mancais de filme fluido

Considera-se que o alojamento do mancal é perfeitamente rígido, assim o nó externo do elemento COMBI214 (*I* – Figura 3-13) tem seus deslocamentos restritos em todas as direções. Desta forma, o suporte dos munhões é representado apenas pela rigidez e amortecimento do filme de óleo.

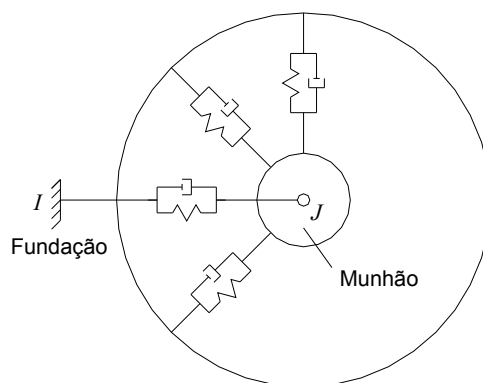


Figura 3-13 – Restrição de deslocamentos de translação e rotação do nó *I* para o modelo FFB.

Rotor suportado por mancal de filme fluido e amortecedores de compressão

Para os modelos de compressão, todos os deslocamentos da face externa na direção radial são impedidos (Figura 3-14).

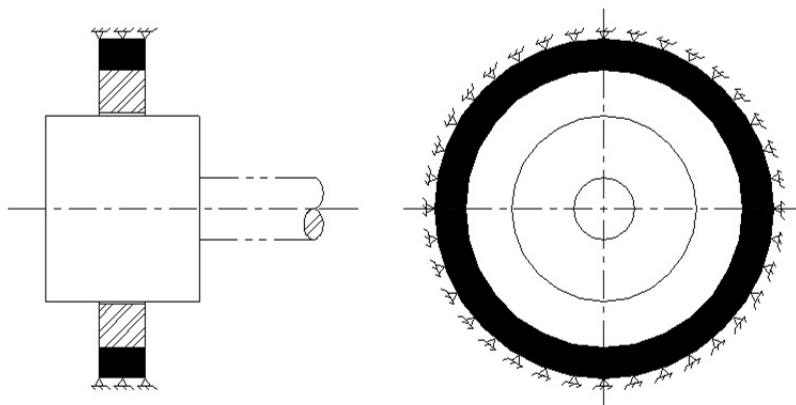


Figura 3-14 – Condições de contorno essenciais para os amortecedores de compressão.

Rotor suportado por mancal de filme fluido e amortecedores de cisalhamento

As faces laterais externas dos elastômeros dos amortecedores de cisalhamento possuem seus movimentos impedidos em todas as direções, conforme ilustrado na Figura 3-15.

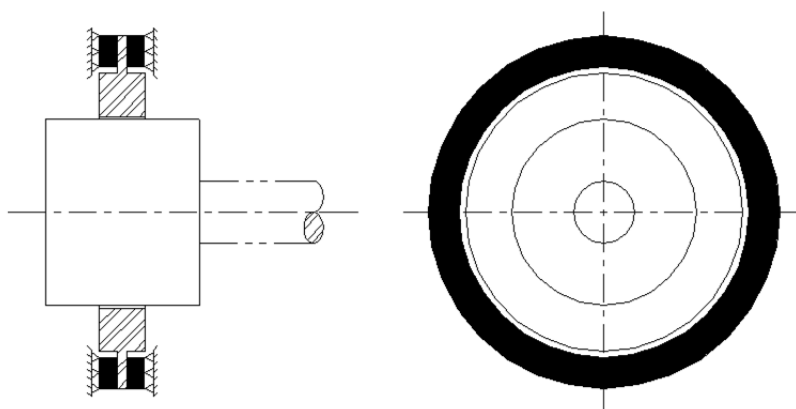


Figura 3-15 – Condições de contorno essenciais para os amortecedores de cisalhamento.

3.6 Resposta ao desbalanceamento

Para todos os modelos apresentados neste trabalho um desbalanceamento de $0,00095 \text{ kg}\cdot\text{m}$ foi introduzido no disco #1. A análise cobre a faixa de 250 rpm até 5500 rpm. Os deslocamentos apresentados correspondem aos do nó ao qual o desbalanceamento foi aplicado (Figura 3-16).

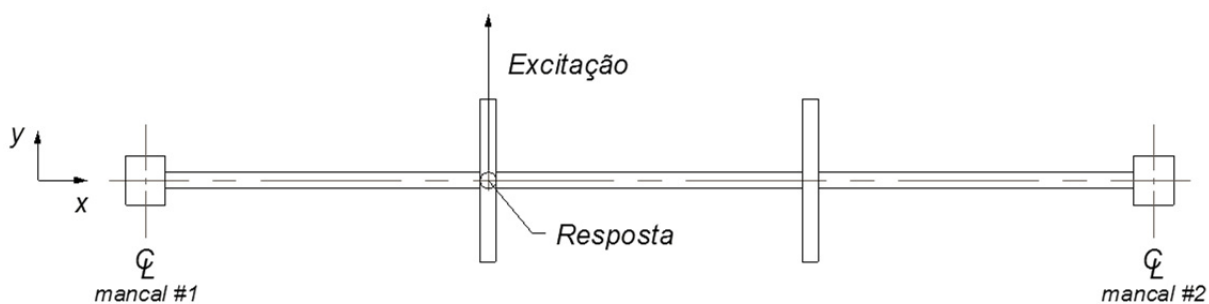


Figura 3-16 – Força de desbalanceamento e resposta.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Modelos de referência

Dois modelos são tomados como referência para comparação de resultados: o rotor simplesmente apoiado (SSR) e o rotor suportado por mancais de filme fluido montados em alojamentos rígidos (FFB).

Como se está acrescentando amortecimento viscoelástico a um sistema com amortecimento fluido, torna-se interessante conhecer o comportamento do rotor suportado apenas por mancais de filme fluido (FFB) de forma isolada. Assim, utilizou-se o modelo SSR para verificar os efeitos do filme fluido no sistema e, posteriormente, empregou-se o modelo FFB como referência para se analisar os efeitos do amortecimento viscoelástico proporcionado pelos dispositivos elastoméricos.

Na Figura 4-1 é apresentado o Diagrama de Campbell referente ao modelo SSR. Pode-se observar que o efeito giroscópico é pequeno dentro da faixa de frequência analisada, uma vez que não se verifica considerável separação dos modos FW e BW.

Observam-se quatro velocidades críticas dentro da faixa de operação de 0 rpm a 5500 rpm, duas associadas a movimentos de precessão retrógrada (BW) e duas a movimentos de precessão progressiva (FW).

Na Figura 4-2 é apresentado o diagrama de Bode para o modelo SSR. Como os suportes são isotrópicos, as respostas são idênticas nas direções y e z .

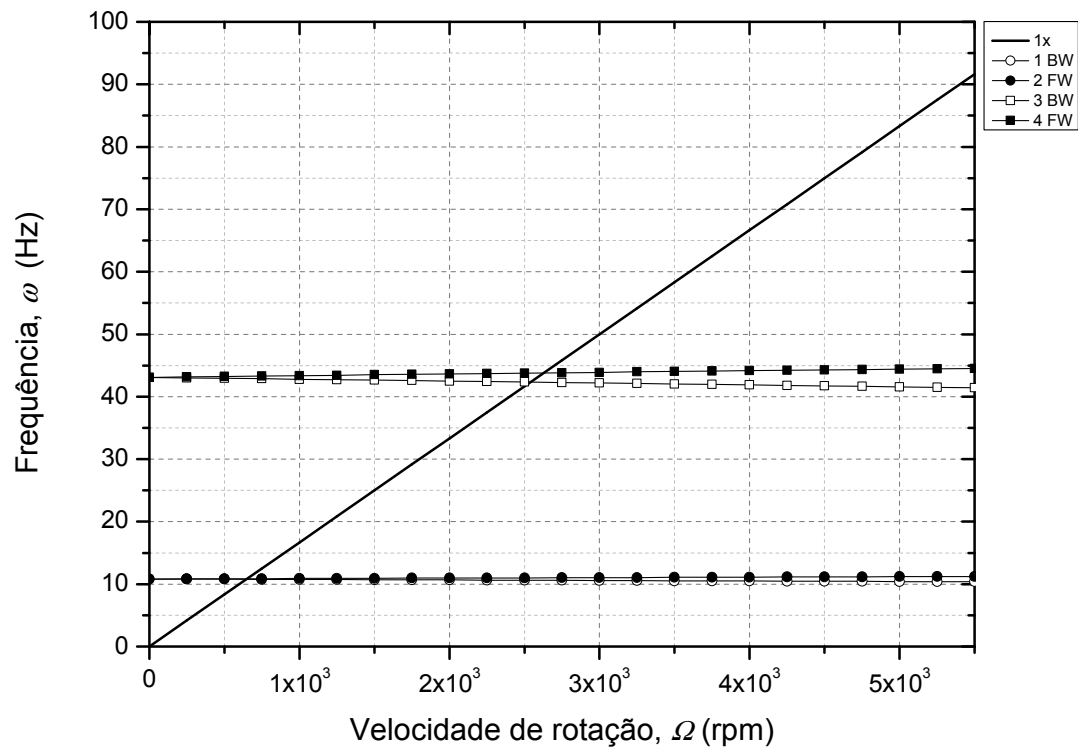


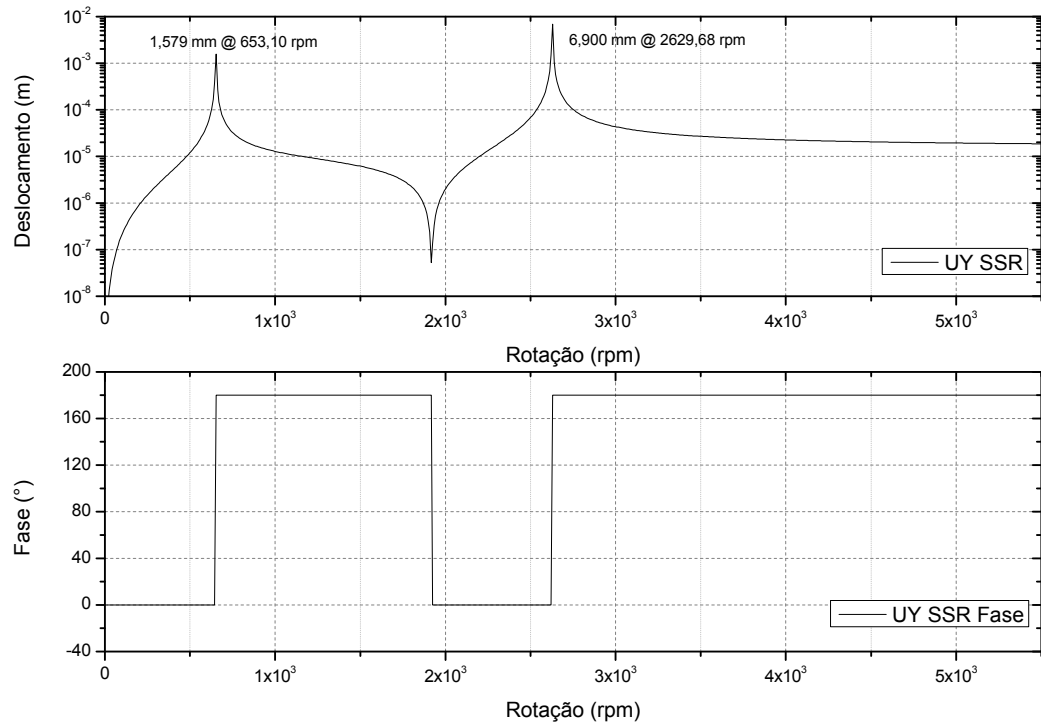
Figura 4-1 – Diagrama de Campbell – modelo SSR.

Observa-se que os modos de precessão retrógrados não são excitados pelo desbalanceamento. Assim, verificam-se apenas duas velocidades críticas no intervalo de operação considerado (653,10 rpm e 2629,68 rpm), correspondentes aos modos de precessão direta. Entre as duas velocidades críticas observa-se uma antirressonância por volta de 1920 rpm.

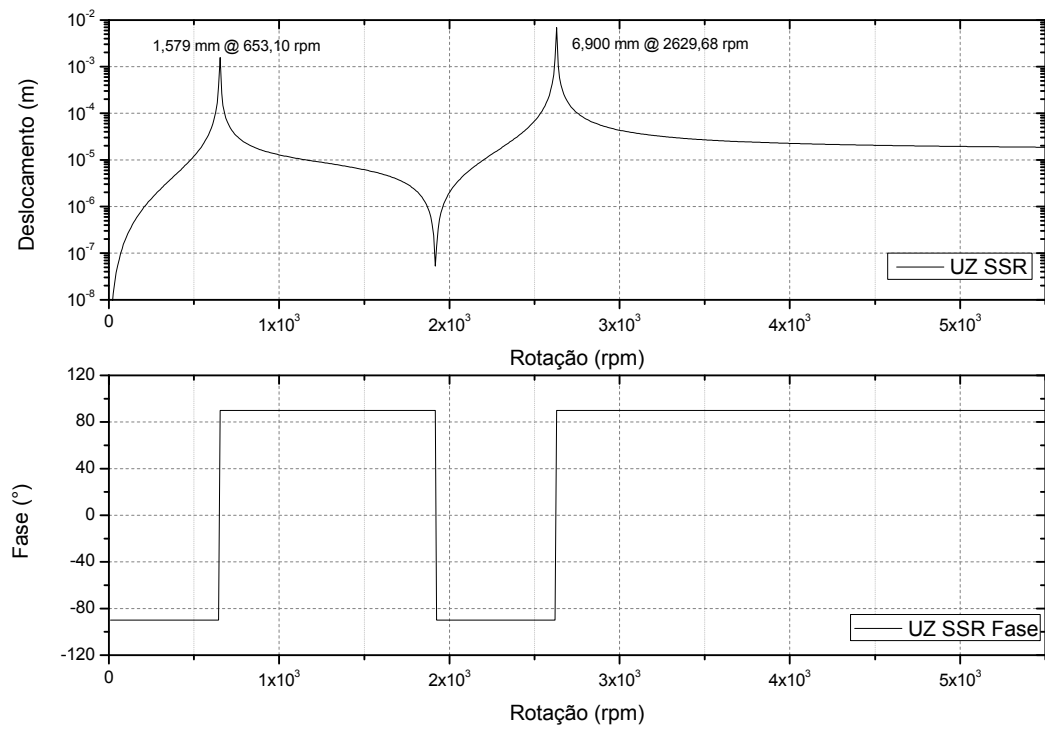
Os picos de resposta ao desbalanceamento são 1,579 mm e 6,900 mm para a primeira e a segunda velocidades críticas, respectivamente. As formas dos modos correspondentes a estas duas velocidades críticas são apresentados na

Figura 4-3.

O Diagrama de Campbell para o modelo FFB é apresentado Figura 4-4. Comparando-se com o diagrama do modelo SSR, observa-se que para o modelo FFB aparecem mais dois modos de precessão retrógrada relacionados aos mancais dentro da faixa de frequência analisada. Além disto, um dos modos apresenta instabilidade, denotado pela letra “u” na legenda. Esta questão é discutida na seção 4.3.



(a)



(b)

Figura 4-2 – Resposta ao desbalanceamento modelo SSR: (a) direção y, (b) direção z.

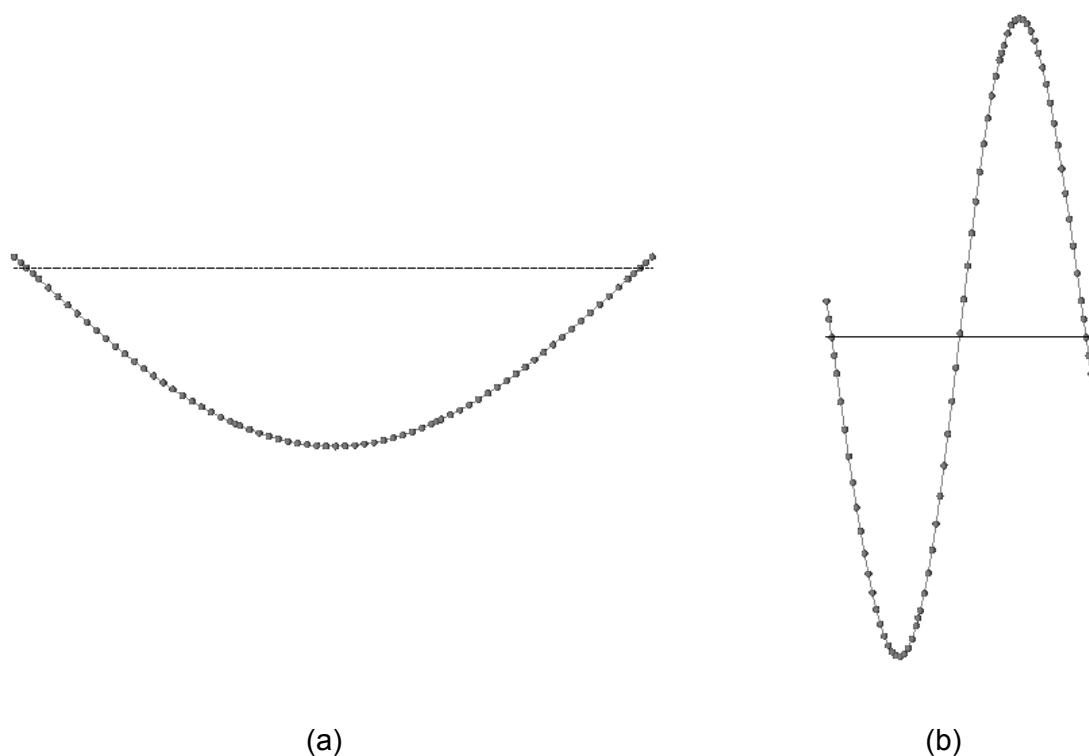


Figura 4-3 – Formas dos modos do modelo SSR: (a) 1ª velocidade crítica; (b) 2ª velocidade crítica.

Com a presença de mancais hidrodinâmicos é possível que a generalização normalmente observada de que a frequência do movimento de precessão progressiva aumente com a velocidade e que a da precessão retrógrada diminua seja modificada. Dependendo da maneira como as características do mancal variam com a velocidade é possível que um modo de precessão direta diminua com o aumento da velocidade e que um modo de precessão retrógrada aumente. Os modos 1 e 2 da Figura 4-4 representam este fenômeno. Estes modos estão associados à precessões retrógradas dos mancais hidrodinâmicos.

Na Figura 4-5 tem-se o diagrama de Bode para o modelo FFB. Com a assimetria das rigidezes diretas ocorre a separação dos picos das velocidades críticas (*split critical* ou *dual critical speed peaks*), sendo que para a primeira velocidade crítica este fenômeno é menos pronunciado.

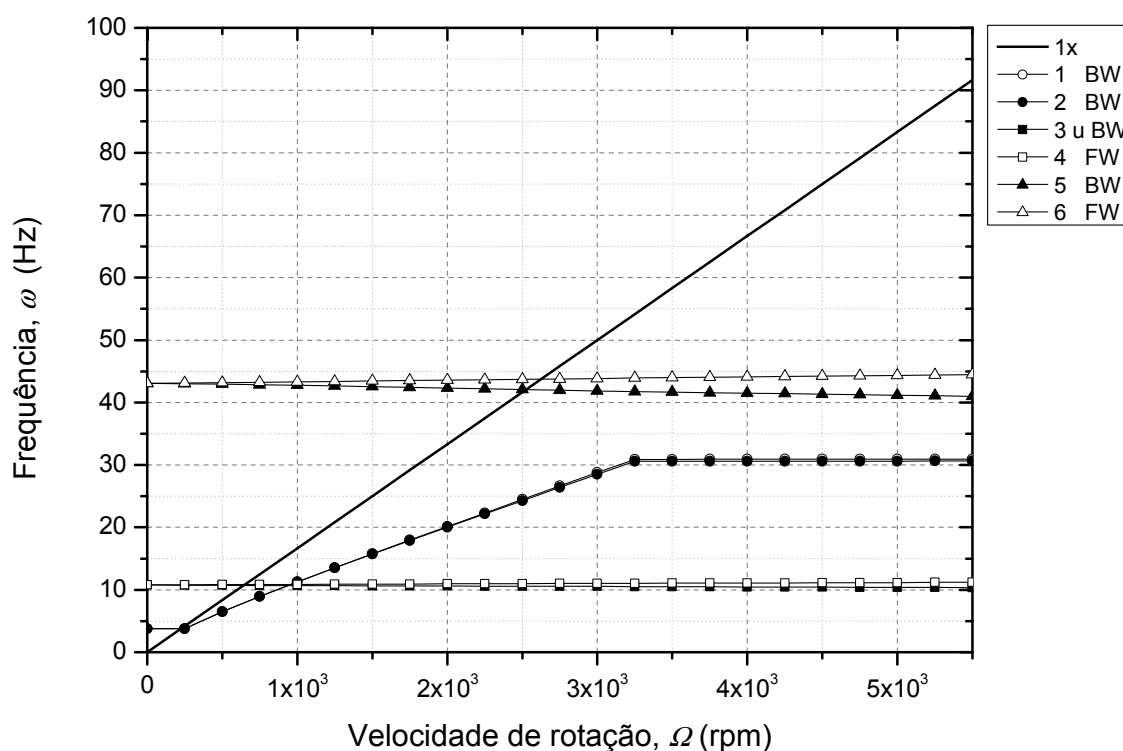


Figura 4-4 – Diagrama de Campbell – modelo FFB.

Uma das principais características de um mancal de filme fluido é prover amortecimento ao sistema. Como se pode observar, as amplitudes de resposta síncrona do modelo FFB são menores para as duas velocidades críticas quando comparadas ao modelo SSR. O efeito do amortecimento do filme fluido é evidente. Há uma redução expressiva nos picos de resposta ao desbalanceamento. Tomando-se como referência as respostas na direção z , por terem maior amplitude, verifica-se que para a primeira velocidade crítica, a redução foi de aproximadamente 33 %, enquanto que para a segunda velocidade crítica, a redução foi de 81 %.

Apesar da forte redução nos picos de resposta ao desbalanceamento, não se observa alteração significativa das velocidades críticas quando se comparam os modelos SSR e FFB. Estas curvas indicam que o efeito do amortecimento na resposta ao desbalanceamento foi percentualmente maior para a segunda velocidade crítica. Apesar disto, a resposta para a segunda velocidade crítica permanece maior comparada à primeira.

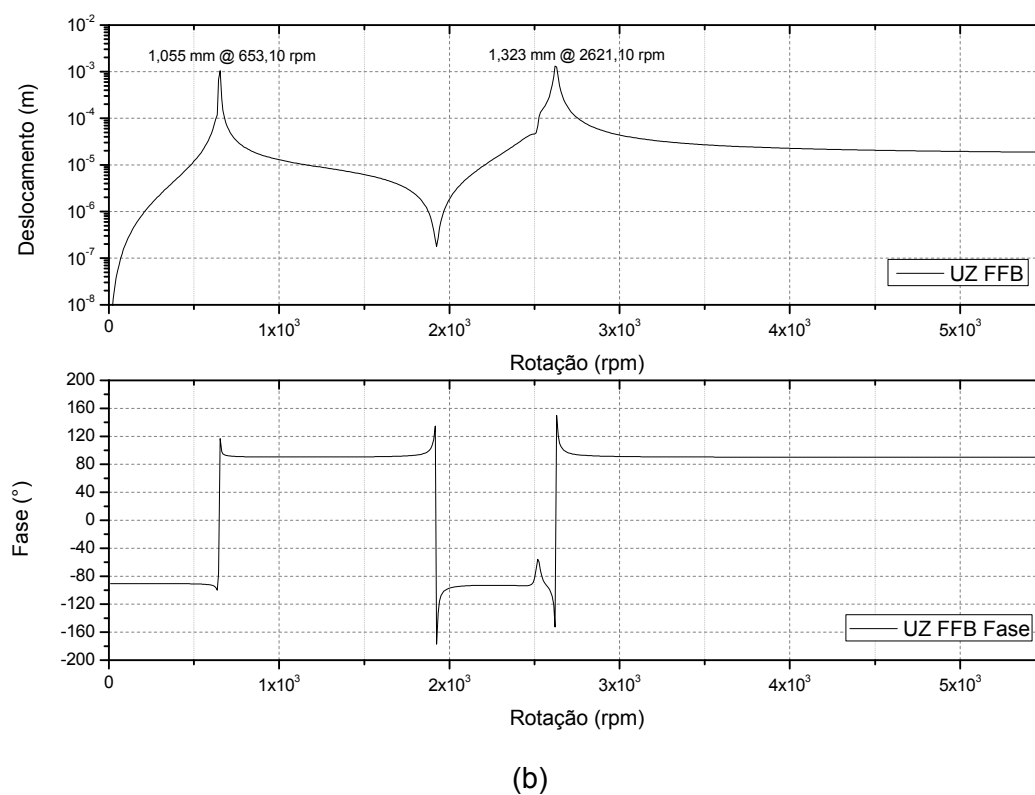
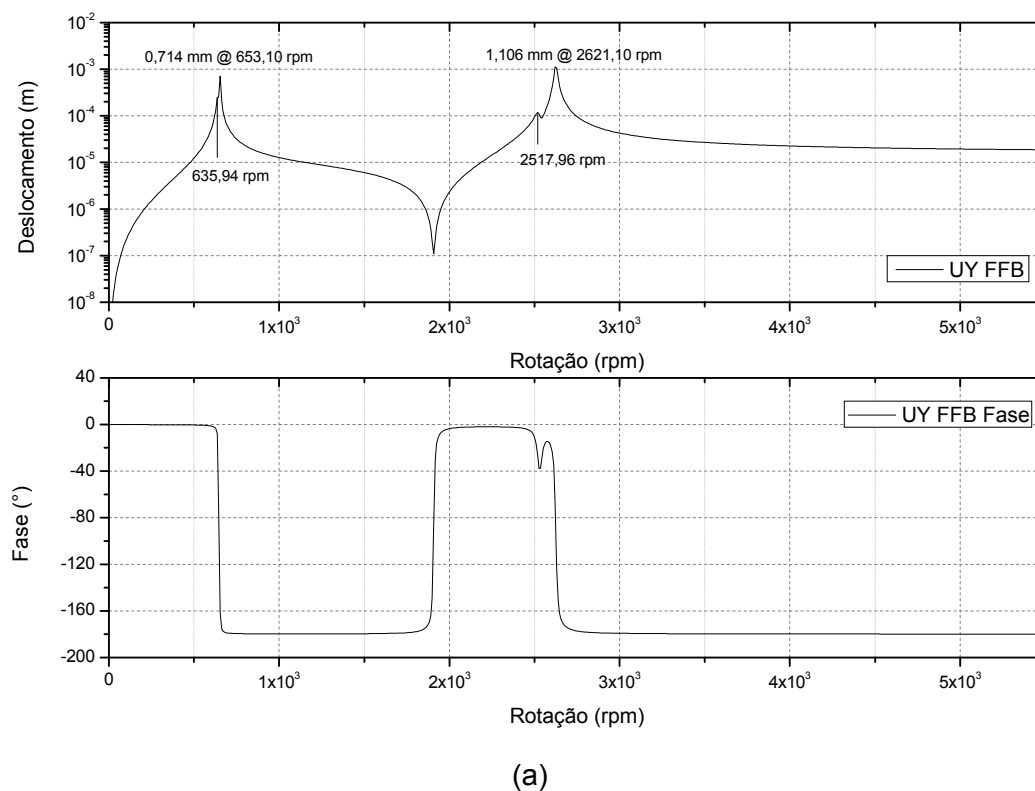


Figura 4-5 – Resposta ao desbalanceamento modelo FFB: (a) direção y, (b) direção z.

Na Figura 4-6 são mostradas as órbitas e as formas dos modos do modelo FFB nas velocidades críticas. Como a separação dos picos é pouco visível na primeira velocidade crítica, apenas a forma do modo correspondente à velocidade de 653,10 rpm é mostrada.

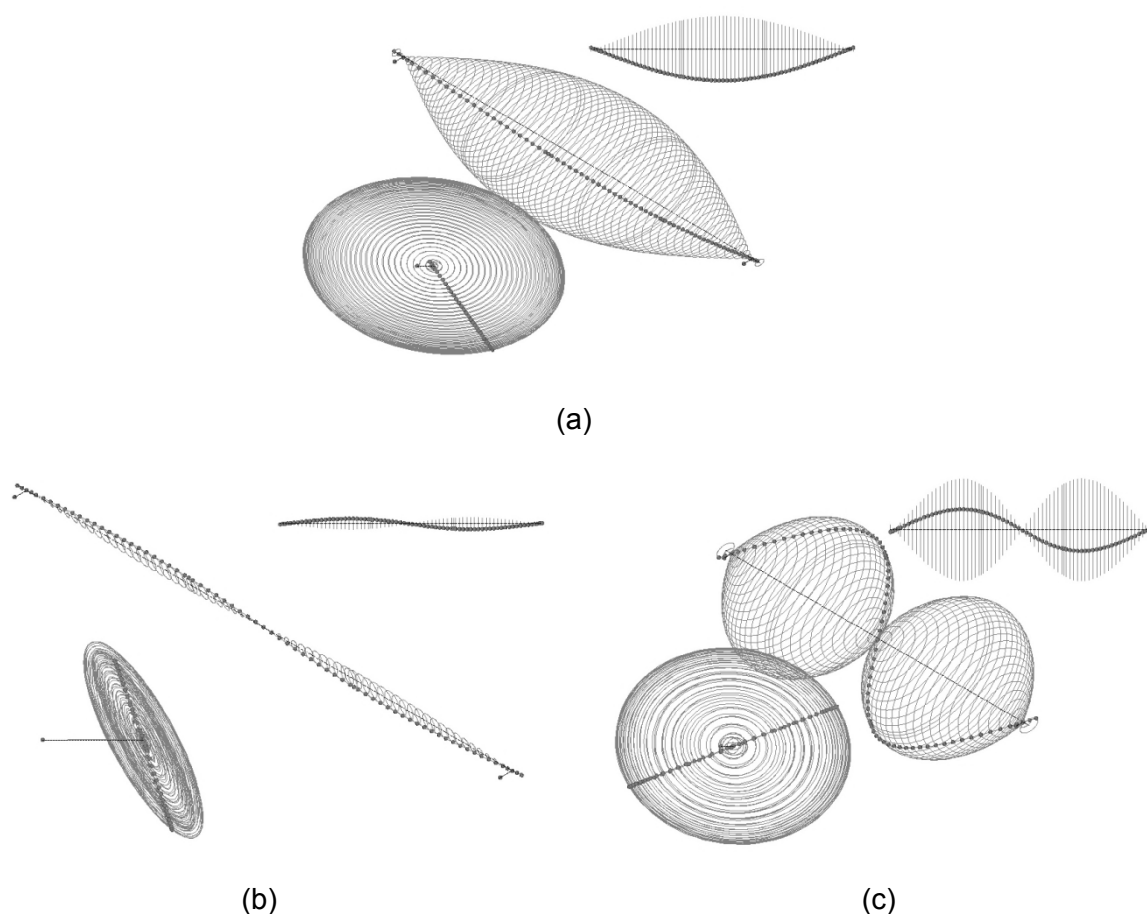


Figura 4-6 – Órbitas e formas dos modos do modelo FFB: (a) 1ª velocidade crítica (653,10 rpm); (b) 2ª velocidade crítica (2517,96 rpm); (c) 2ª velocidade crítica (2621,10 rpm).

4.2 Resposta ao desbalanceamento

A análise da resposta ao desbalanceamento é uma poderosa ferramenta para se verificar se o projeto do sistema terá ou não sucesso ao ultrapassar as velocidades críticas sem danos causados por vibrações excessivas. A importância de se analisar as velocidades críticas laterais de uma máquina rotativa durante a fase de projeto é bem conhecida. O custo de uma parada e da manutenção causada por elevadas vibrações laterais excedem muito o custo de uma criteriosa análise de dinâmica rotativa.

4.2.1 Amortecedores de compressão

Amortecedores de compressão tipo cartucho contínuo

Nas Figuras 4-7 a 4-9 são apresentadas as amplitudes das respostas ao desbalanceamento nas direções y e z referentes aos modelos tipo cartucho contínuo de compressão.

Observa-se que ocorre uma alteração das velocidades críticas. Tanto a primeira quanto a segunda velocidades críticas são deslocadas para a esquerda, i.e., apresentam valores inferiores quando comparadas às velocidades críticas do modelo FFB. Esta é uma indicação da menor rigidez oferecida pelo suporte com dispositivo viscoelástico. Observa-se a separação dos picos da primeira e segunda velocidades críticas de forma mais pronunciada. Picos duplos nas velocidades críticas usualmente indicam forte interação entre o suporte e o sistema rotor-mancal (API 684, 2005).

O deslocamento das velocidades críticas é mais destacado nos amortecedores com maior espessura de elastômero (menor fator de forma) e para os materiais mais macios, i.e., para os suportes mais flexíveis. A distância entre os picos duais também é maior para estes dispositivos.

Dependendo da proximidade entre os picos duais, a qual depende do nível de assimetria das rigidezes do mancal-suporte, pode-se ter uma limitação da faixa de operação segura da máquina (VANCE, ZEIDAN e MURPHY, 2010). Este assunto é mais bem discutido na seção 4.4.3.

Com exceção do modelo 70SH @ 12,5 mm, os picos de deslocamentos máximos dão-se na direção z para as duas velocidades críticas. Para o modelo 70SH @ 12,5 mm o maior pico de deslocamento da primeira velocidade crítica ocorre na direção y .

Outro fenômeno observável é a manifestação de uma terceira velocidade crítica na faixa de operação nos modelos que apresentam suportes elastoméricos com menor rigidez. A presença de mais uma velocidade crítica também implica a limitação das faixas de operação segura.

Na Figura 4-10 são apresentadas as órbitas e as formas dos modos correspondentes às velocidades críticas para o modelo contínuo de compressão com material 30SH e espessura de 15 mm.

Para a primeira velocidade crítica (Figura 4-10.a) os deslocamentos nos mancais são pouco expressivos quando comparados aos encontrados na segunda velocidade crítica (Figura 4-10.b).

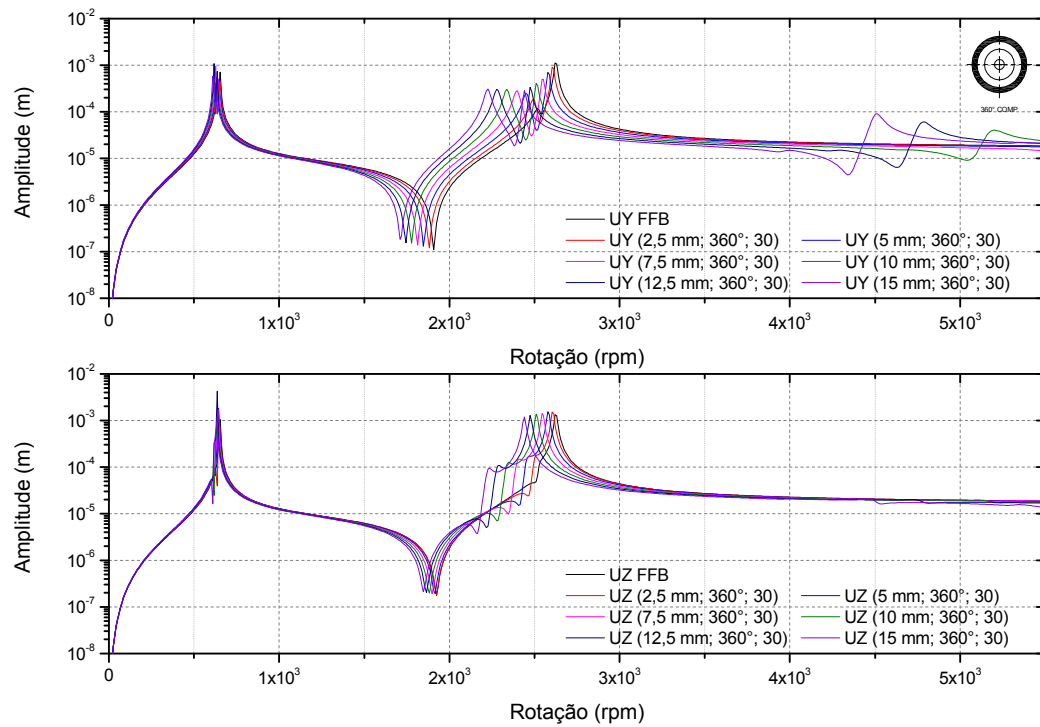


Figura 4-7 – Resposta ao desbalanceamento: 360° de compressão @ 30SH.

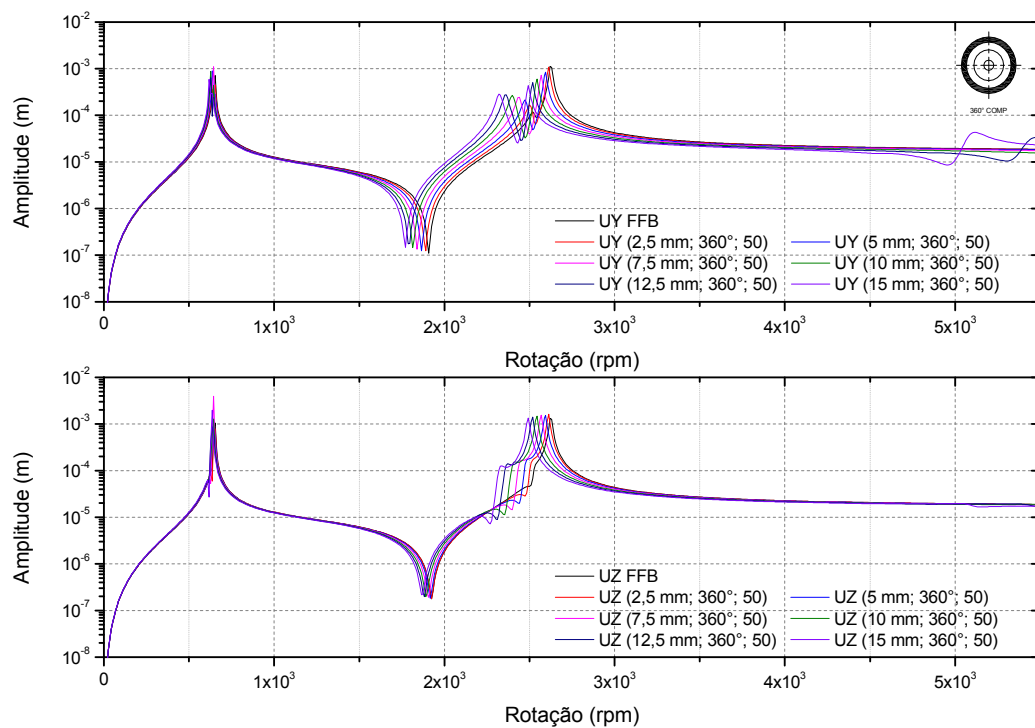


Figura 4-8 – Resposta ao desbalanceamento: 360° de compressão @ 50SH.

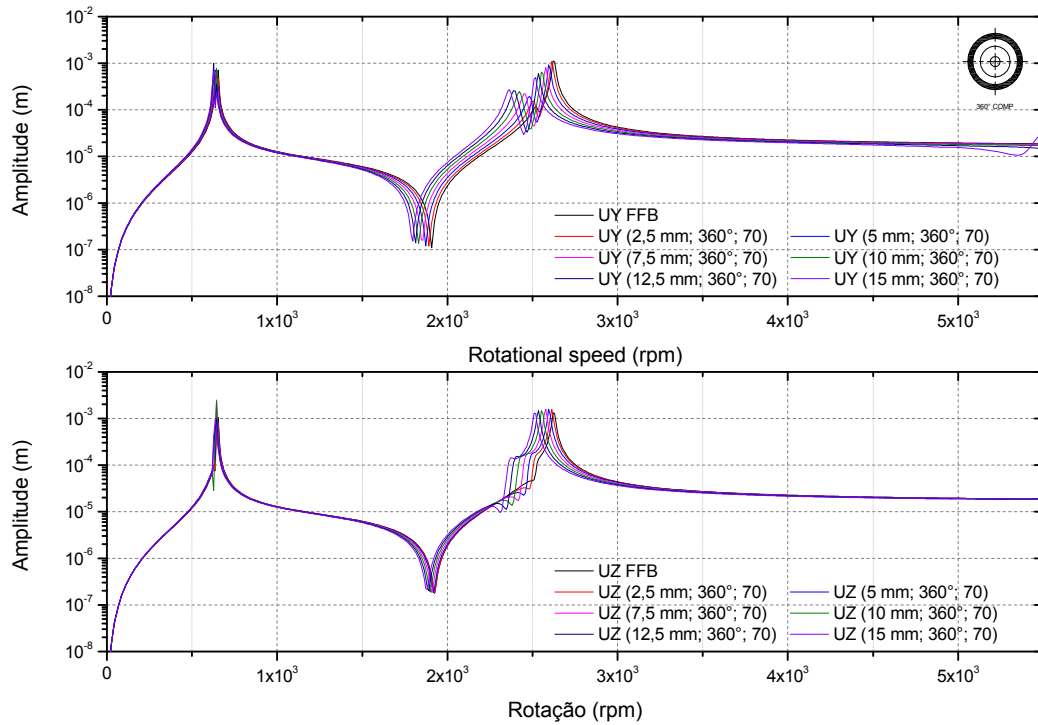


Figura 4-9 – Resposta ao desbalanceamento: 360° de compressão @ 70SH.

Na Figura 4-11 têm-se as amplitudes máximas normalizadas em função da espessura do elastômero. Para a primeira velocidade crítica, os valores normalizados são obtidos dividindo-se a amplitude máxima por 1,055 mm, o qual corresponde ao pico de amplitude do modelo FFB na direção z para primeira velocidade crítica. De forma análoga, os valores normalizados para a segunda velocidade crítica são o resultado da razão entre a amplitude máxima de resposta do modelo em questão por 1,323 mm – amplitude máxima da resposta do modelo FFB na segunda velocidade crítica.

É possível observar que a amplitude da resposta ao desbalanceamento para a segunda velocidade crítica diminui com o aumento da espessura. Contudo, não é possível observar uma tendência de comportamento para a primeira velocidade crítica.

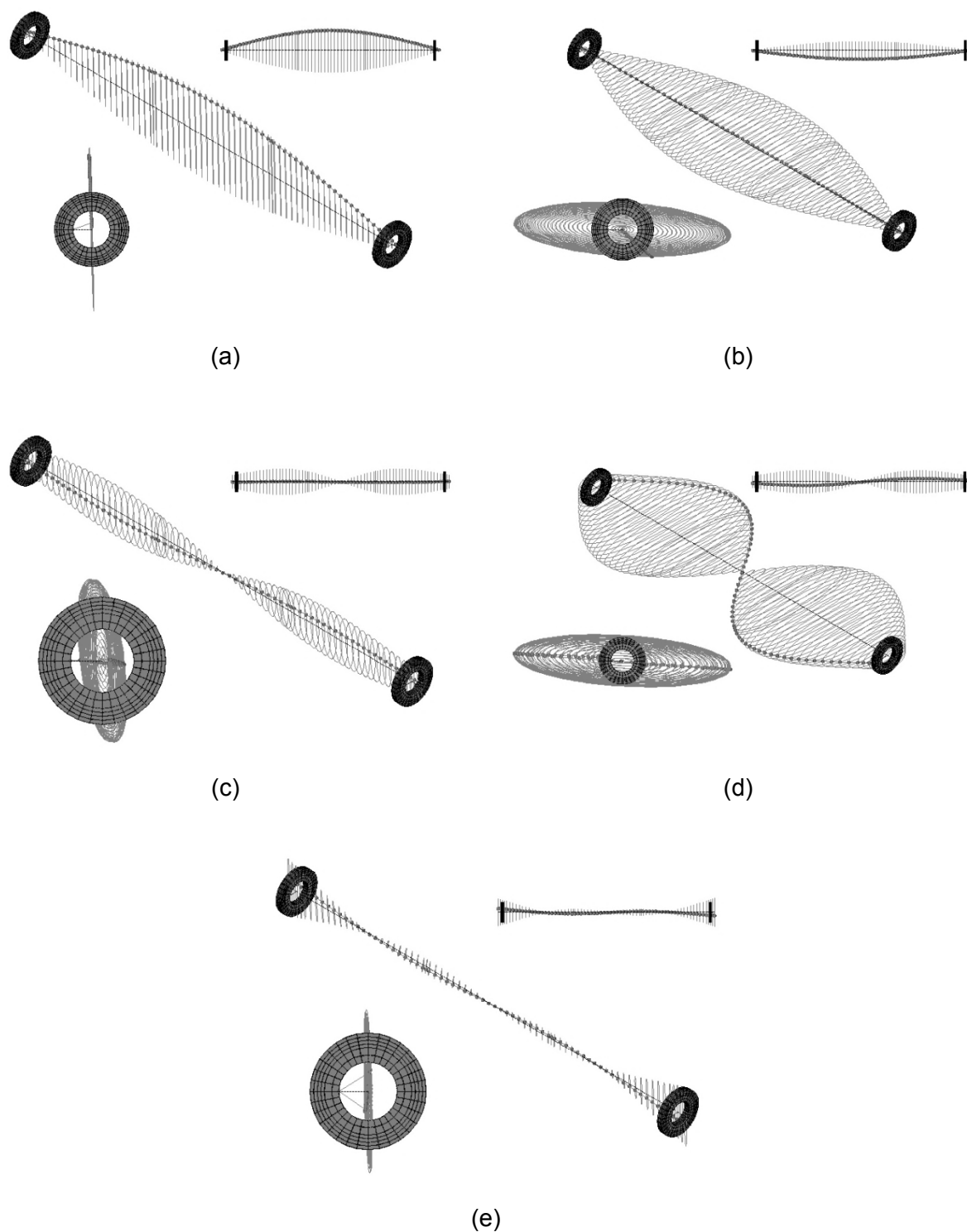


Figura 4-10 – Órbitas e formas dos modos do modelo 360°C @ 30SH @ 15,0 mm: (a) 1ª velocidade crítica (610,14 rpm); (b) 1ª velocidade crítica (635,94 rpm); (c) 2ª velocidade crítica (2225,76 rpm); (c) 2ª velocidade crítica (2440,62 rpm); 3ª velocidade crítica (4511,7 rpm).

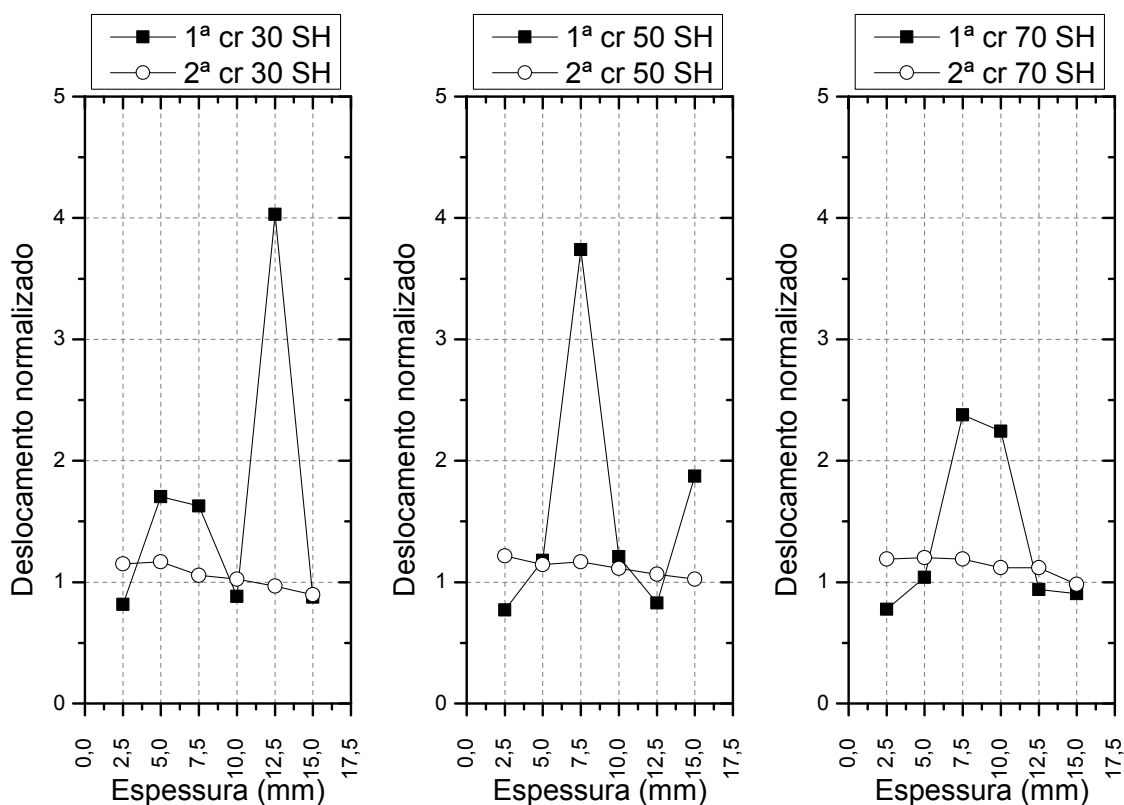


Figura 4-11 – Amplitudes máximas em função da espessura – 360° de compressão.

Os três modelos com espessura de 2,5 mm apresentaram respostas com amplitudes inferiores ao modelo FFB na primeira velocidade crítica. Os modelos 30 SH @ 10,0 mm, 30SH @ 15 mm, 50SH @ 12,5 mm, 70SH @ 12,5 mm e 70SH @ 15 mm também obtiveram sucesso na redução da resposta síncrona para a primeira velocidade crítica.

Com relação à segunda velocidade crítica, apenas os modelos 30SH @ 12,5 mm, 30SH @ 15,0 mm e 70SH @ 15 mm apresentaram amplitudes inferiores ao modelo FFB.

Os modelos 30SH @ 15 mm e 70SH @ 15 mm tiveram respostas inferiores ao modelo FFB nas duas velocidades críticas, ou seja, obtiveram sucesso em reduzir as respostas do sistema como um todo.

Na Figura 4-12 é possível observar os picos de resposta em função do tipo de material. Nenhum modelo com elastômero 50SH teve resposta inferior ao modelo FFB para a segunda velocidade crítica. Constata-se, ainda, que menos de um terço dos modelos é efetivo na redução das amplitudes de resposta a valores inferiores aos do modelo FFB.

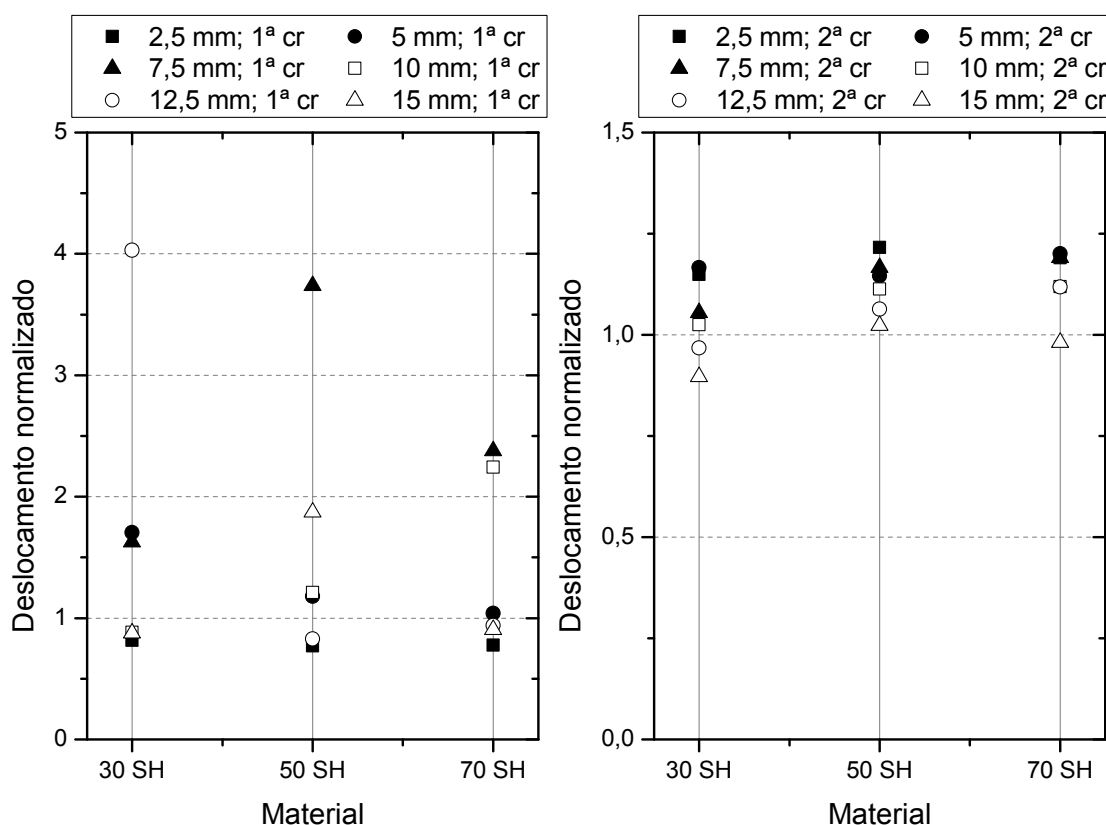


Figura 4-12 – Amplitudes máximas em função do material – 360° de compressão.

Amortecedores de compressão segmentados 12 x 15°

Nas Figuras 4-13 a 4-15 são apresentadas as respostas ao desbalanceamento para os modelos de compressão com 12 segmentos de elastômeros e 15° de extensão.

Ocorre o deslocamento das velocidades críticas para a esquerda de forma mais pronunciada que nos modelos de cartucho contínuo, consequência da menor rigidez do suporte. Há divisão dos picos das velocidades críticas.

Há manifestação de mais uma velocidade crítica dentro da faixa de operação analisada nos modelos com maior espessura. Os picos da terceira velocidade crítica são mais pronunciados no material com maior capacidade de deformação, i.e., com menor fator de forma. A presença de um maior número de velocidades críticas impõe maiores restrições às faixas ditas seguras de operação.

Apenas os modelos 30SH @ 10 mm e 30SH @ 15 mm apresentam amplitude na direção y maior do que na direção z .

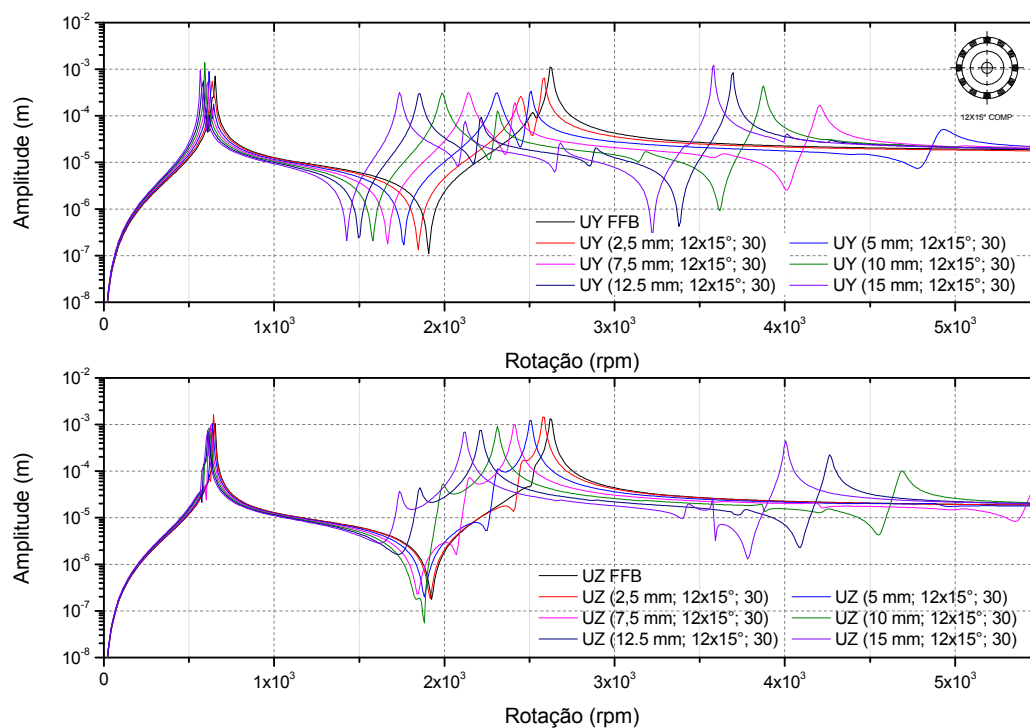


Figura 4-13 – Resposta ao desbalanceamento: 12x15° de compressão @ 30SH.

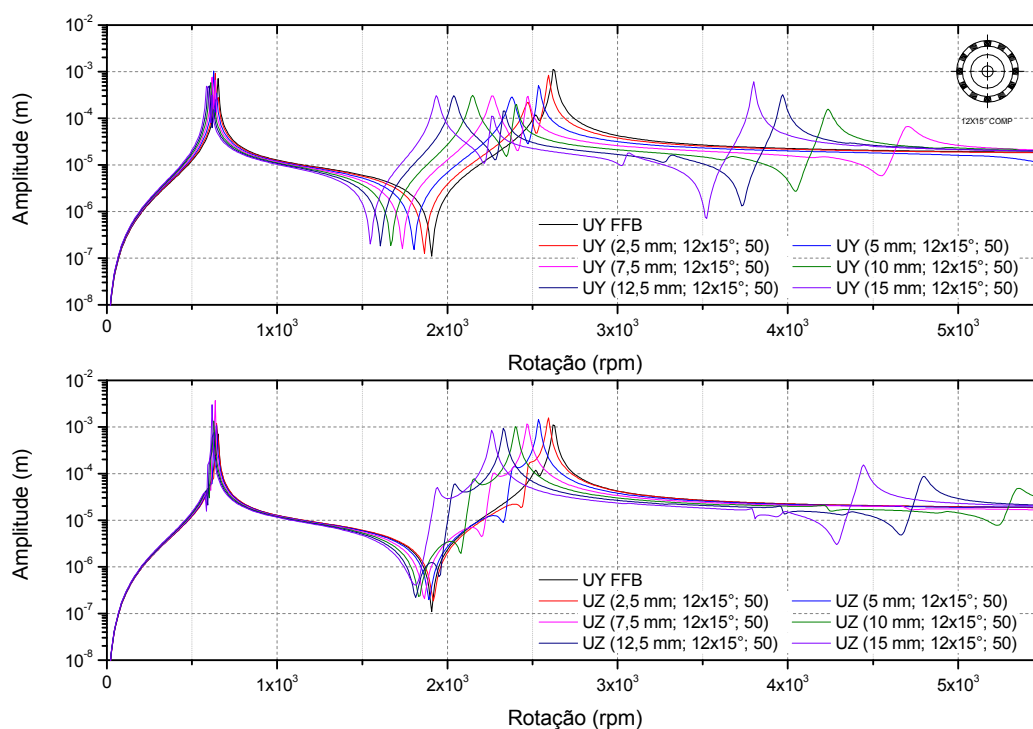


Figura 4-14 – Resposta ao desbalanceamento: 12x15° de compressão @ 50SH.

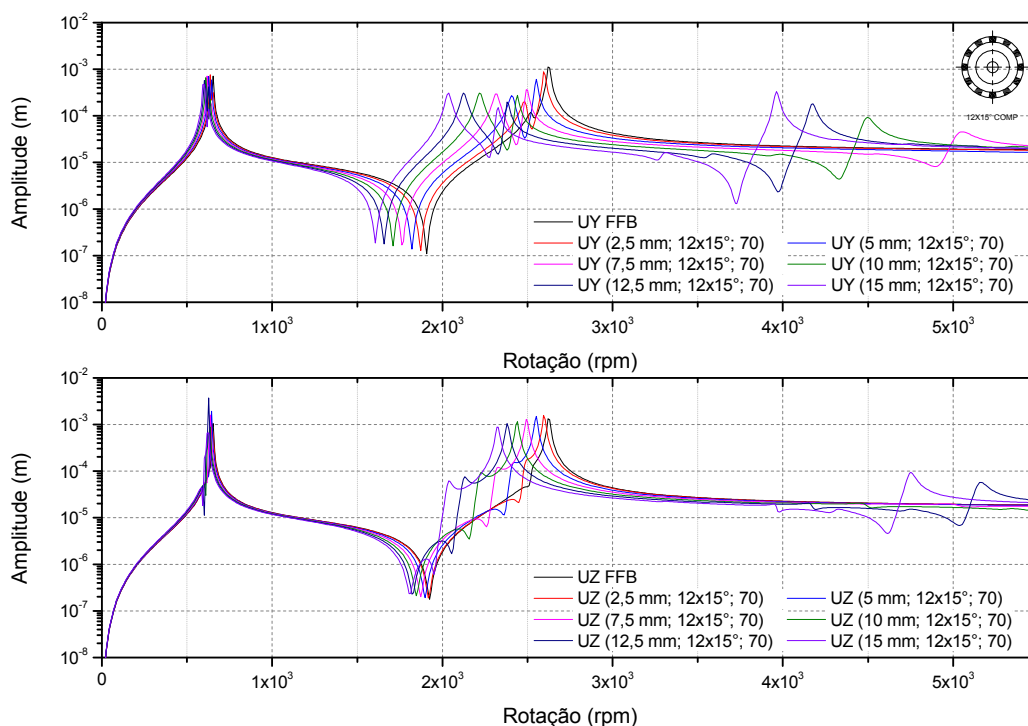


Figura 4-15 – Resposta ao desbalanceamento: 12x15° de compressão @ 70SH.

Pode-se observar pela Figura 4-16 que a amplitude de resposta ao desbalanceamento para a segunda velocidade crítica diminui com o aumento da espessura. Não se observa, contudo, um padrão de comportamento com relação à primeira velocidade crítica.

Considerando o material 30SH, apenas os modelos com 2,5 mm e 10,0 mm de espessura não foram eficazes na redução dos picos de resposta, sendo que o modelo com 10,0 mm não obteve bom resultado apenas para a primeira velocidade crítica. As amplitudes máximas para os modelos com 7,5 mm, 12,5 mm e 15,0 mm são inferiores inclusive à resposta da primeira velocidade crítica. Enfatiza-se que para estes três últimos modelos há uma redução das faixas seguras de operação devido à presença de mais velocidades críticas no intervalo considerado.

Para o material 50SH, apenas o amortecedor com 12,5 mm de espessura conseguiu reduzir as amplitudes de pico para níveis inferiores aos do modelo FFB nas duas velocidades críticas. Contudo, ele também apresenta uma redução nas faixas de operação segura. Os amortecedores 70SH @ 10,0 mm e 70SH @ 15,0 mm apresentam picos menores que o modelo FFB para a primeira e segunda velocidades críticas, mas também apresentam uma redução na faixa de operação segura.

Na Figura 4-17 fica evidente a tendência de redução da amplitude com o aumento da espessura para a segunda velocidade crítica para todos os materiais.

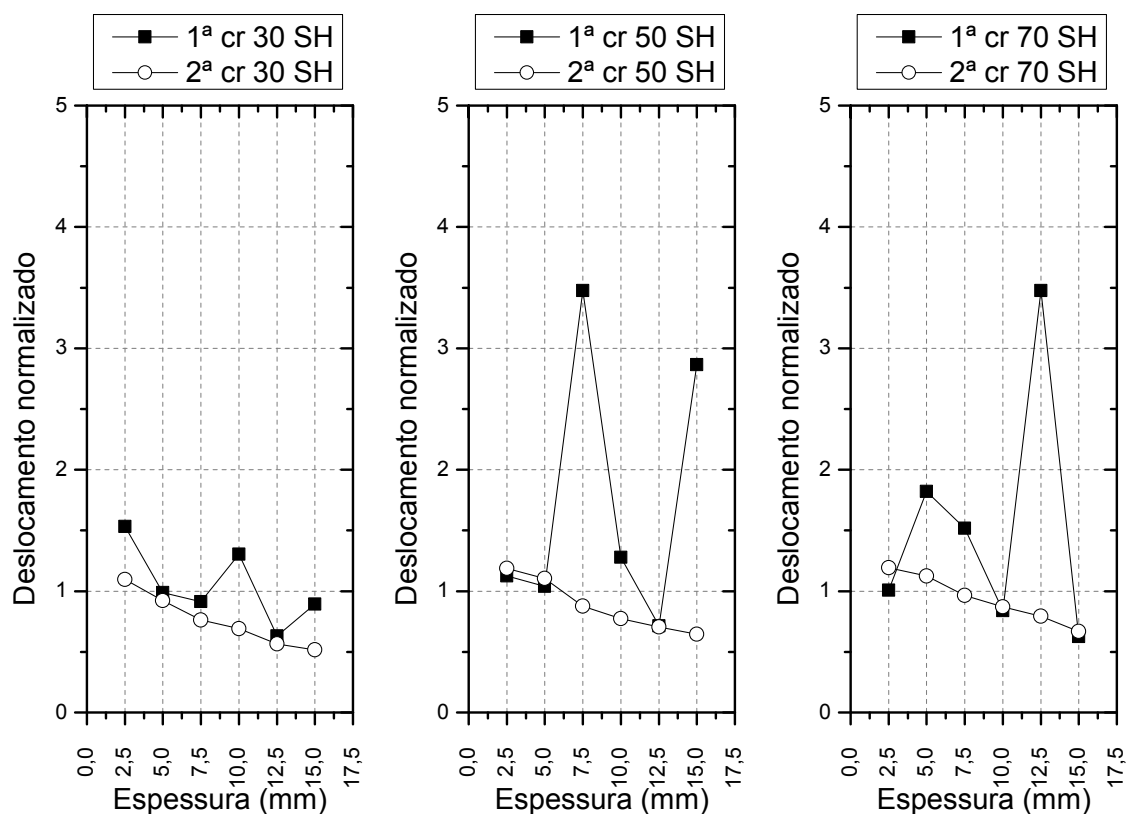


Figura 4-16 – Amplitudes máximas em função da espessura – 12x15° de compressão.

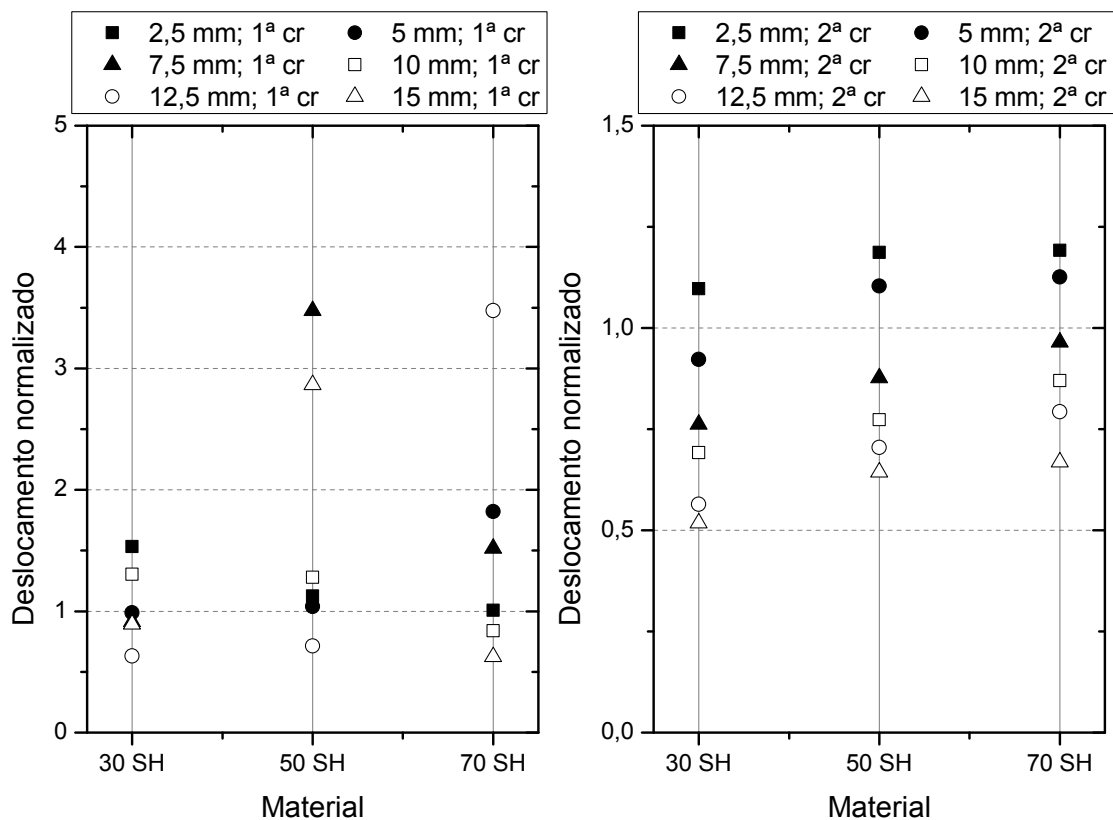


Figura 4-17 – Amplitudes máximas em função do material – 12x15° de compressão.

Verifica-se que os materiais mais macios são mais eficazes na redução das amplitudes para a segunda velocidade crítica.

Observa-se, ainda, que a maioria dos amortecedores é eficaz na redução da resposta na segunda velocidade crítica, enquanto a situação inverte-se com relação à primeira velocidade crítica.

Amortecedores de compressão segmentados 8x22,5°

Nas Figuras 4-18 a 4-20 são apresentadas as respostas ao desbalanceamento dos amortecedores de compressão segmentados 8x22,5°.

Para todos os modelos ocorre o deslocamento das velocidades críticas para a esquerda em relação às velocidades críticas do modelo FFB.

A divisão dos picos de resposta é observada em todos os modelos e para as duas primeiras velocidades críticas.

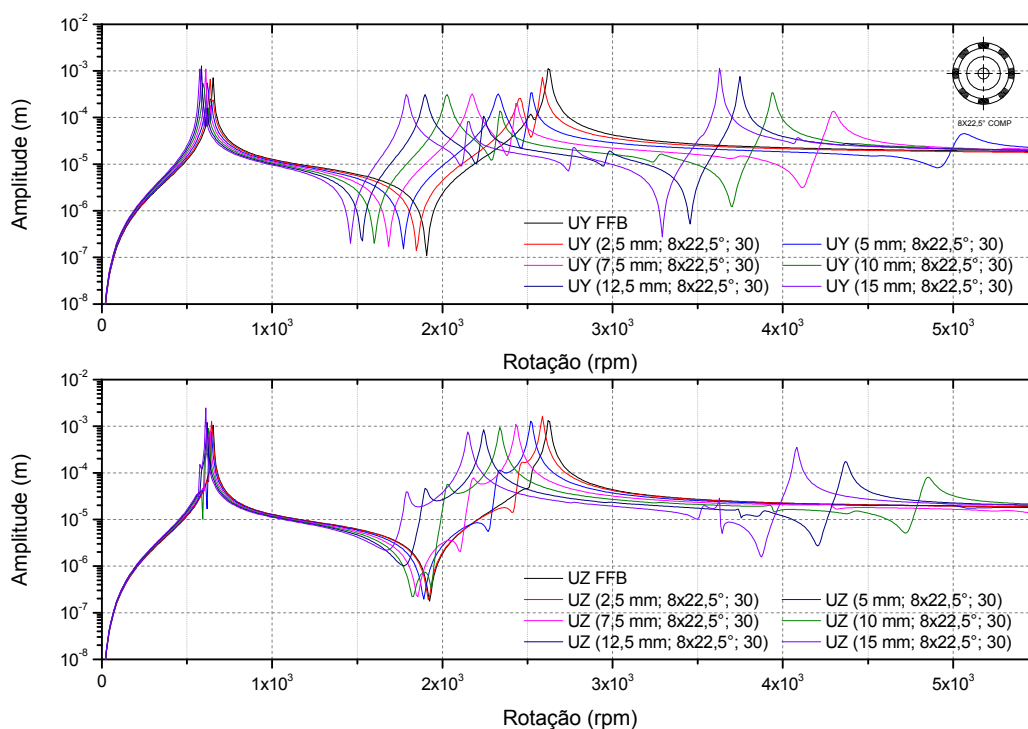


Figura 4-18 – Resposta ao desbalanceamento: 8x22,5° de compressão @ 30SH.

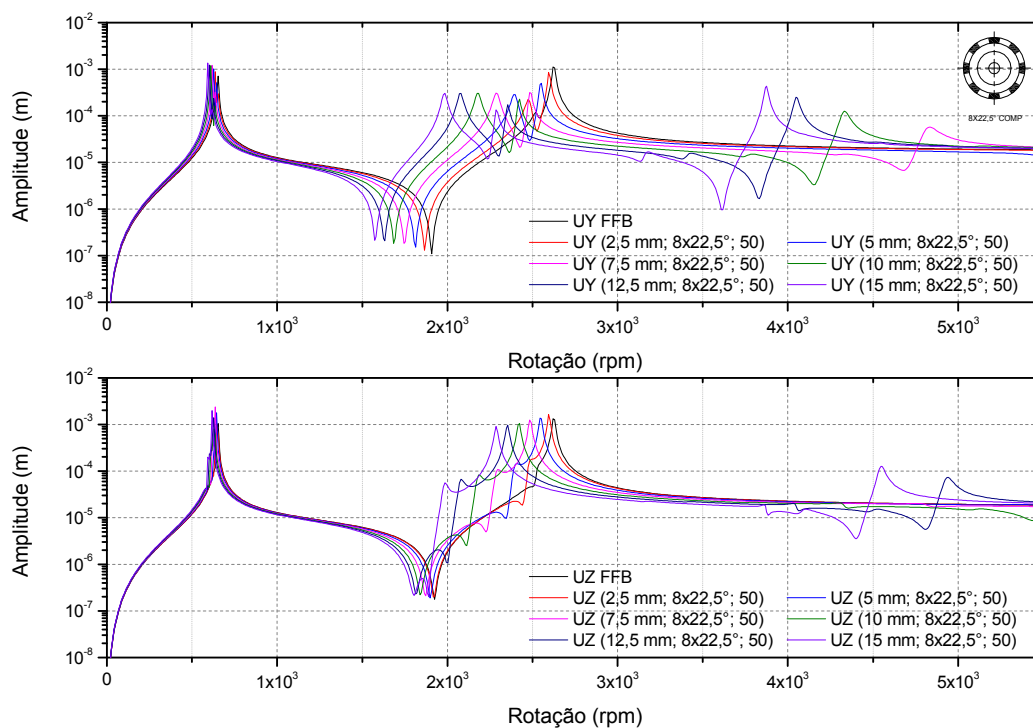


Figura 4-19 – Resposta ao desbalanceamento: 8x22,5° de compressão @ 50 SH.

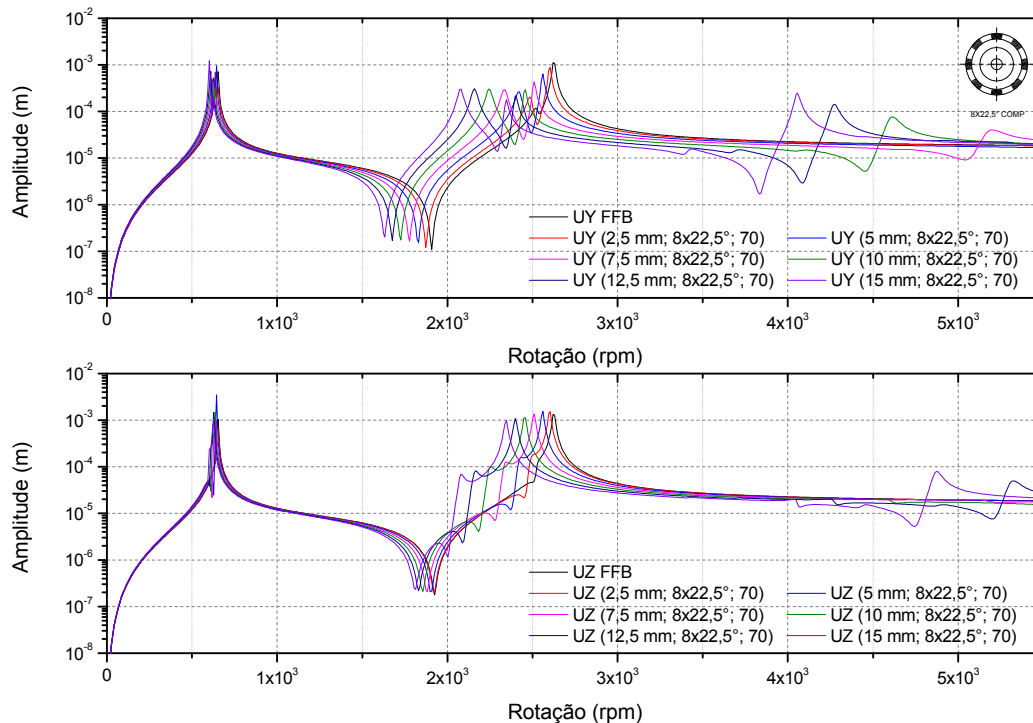


Figura 4-20 – Resposta ao desbalanceamento: 8x22,5° de compressão @ 70SH.

Os amortecedores com maior espessura da camada de elastômero apresentam mais de duas velocidades críticas na faixa de velocidades analisada. Os picos das respostas para

a terceira velocidade crítica são mais elevados nos modelos com elastômeros de maior espessura.

Com exceção dos modelos 30SH @ 7,5 mm, 30SH @ 12,5 mm, 50SH @ 10,0 mm e 70SH @ 15,0 mm, os maiores picos ocorrem na direção z .

Pela Figura 4-21 observa-se que a amplitude dos picos para a segunda velocidade crítica diminui com o aumento da espessura da camada elastomérica para todos os materiais analisados.

Os amortecedores 30SH @ 7,5 mm e 30SH @ 10,0 mm foram eficazes na redução da resposta ao desbalanceamento na primeira e segunda velocidades críticas, sendo que os picos de respostas para o segundo modelo foram inferiores até mesmo para a primeira velocidade crítica. Ambos os modelos apresentam, contudo, uma redução da faixa de operação segura devido à presença de mais uma velocidade crítica.

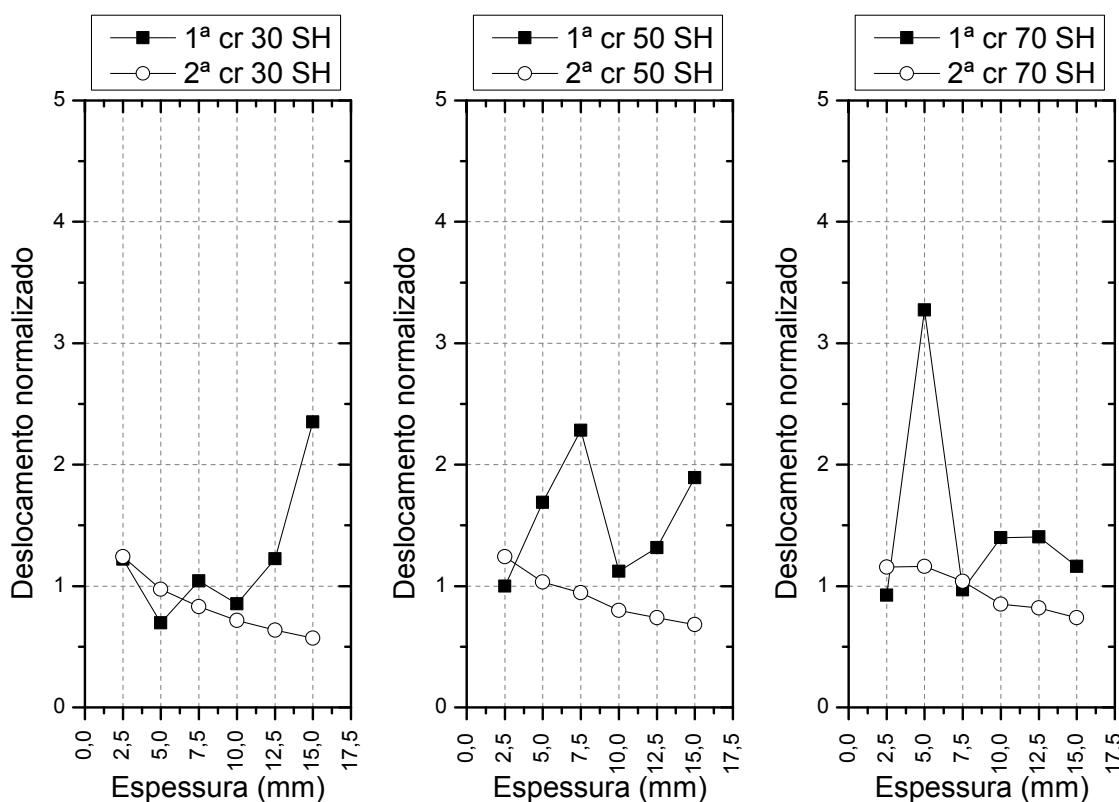


Figura 4-21 – Amplitudes máximas em função da espessura – 8x22,5° de compressão.

Na Figura 4-22 observa-se que, de modo geral, há uma redução na amplitude da resposta na segunda velocidade crítica à medida que a espessura do elastômero aumenta para todos os tipos de materiais analisados.

Além disto, também se observa, de forma geral, que os materiais mais macios apresentam melhores resultados.

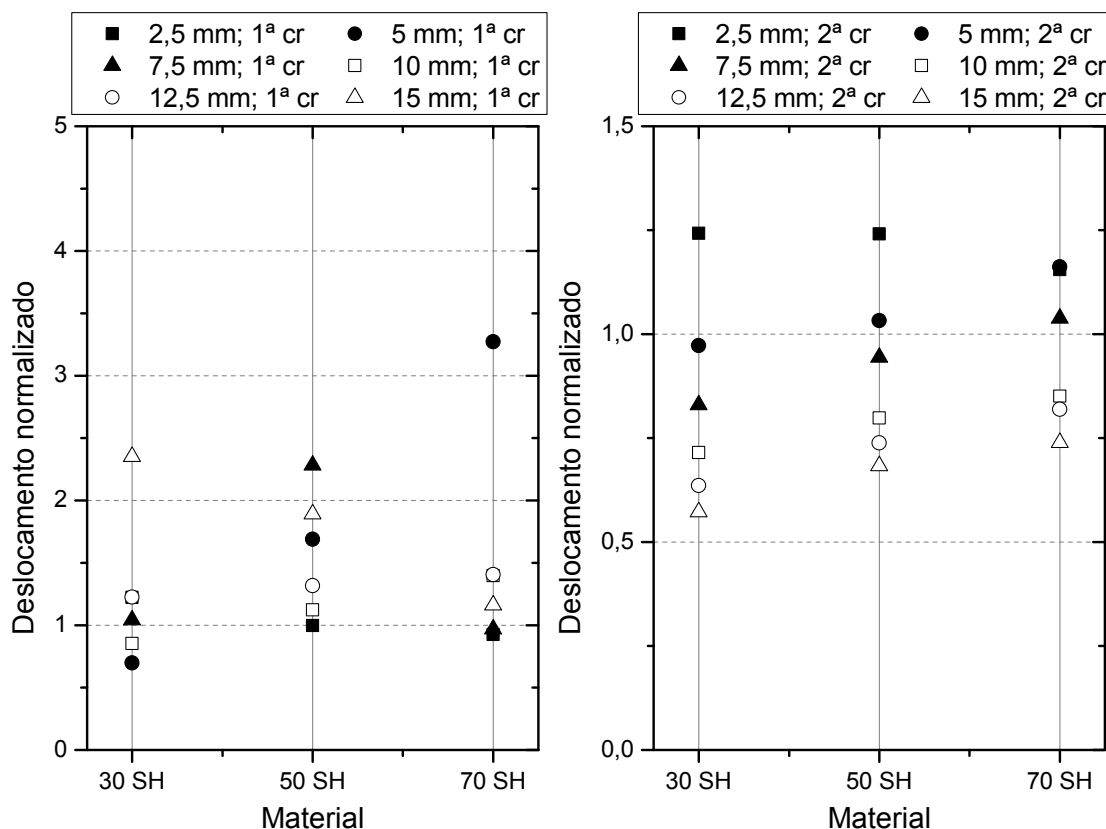


Figura 4-22 – Amplitudes máximas em função do material – 8x22,5° compressão.

Amortecedores de compressão segmentados 4x45°

As respostas ao desbalanceamento de massa para os modelos de compressão 4x45° são apresentados nas Figuras 4-23 a 4-25.

As respostas são, de modo geral, semelhantes àquelas dos demais modelos de compressão apresentados. Há alteração da primeira e segunda velocidades críticas. É observada a separação dos picos. Com o aumento da espessura da camada de elastômero uma terceira velocidade crítica manifesta-se dentro da faixa de operação analisada.

Na Figura 4-26 têm-se os picos normalizados de resposta para a primeira e segunda velocidades críticas em função da espessura da camada de elastômero. Observa-se a redução dos picos para a segunda velocidade crítica com o aumento da espessura do elastômero. Com relação à primeira velocidade crítica, não se observa uma tendência de comportamento.

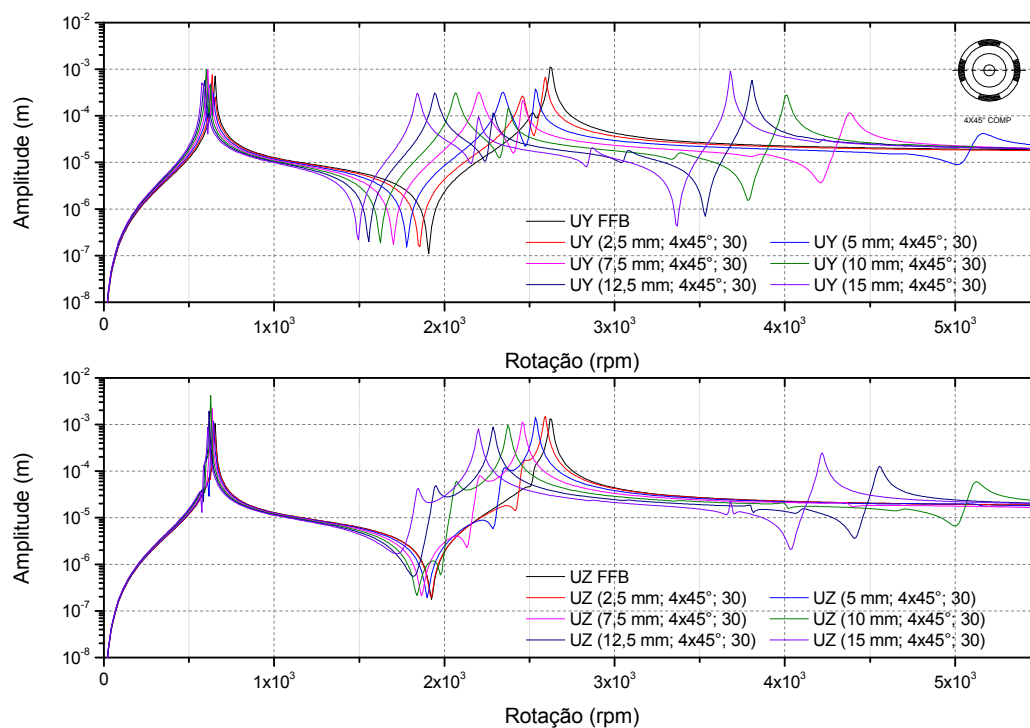


Figura 4-23 – Resposta ao desbalanceamento: 4x45° de compressão @ 30SH.

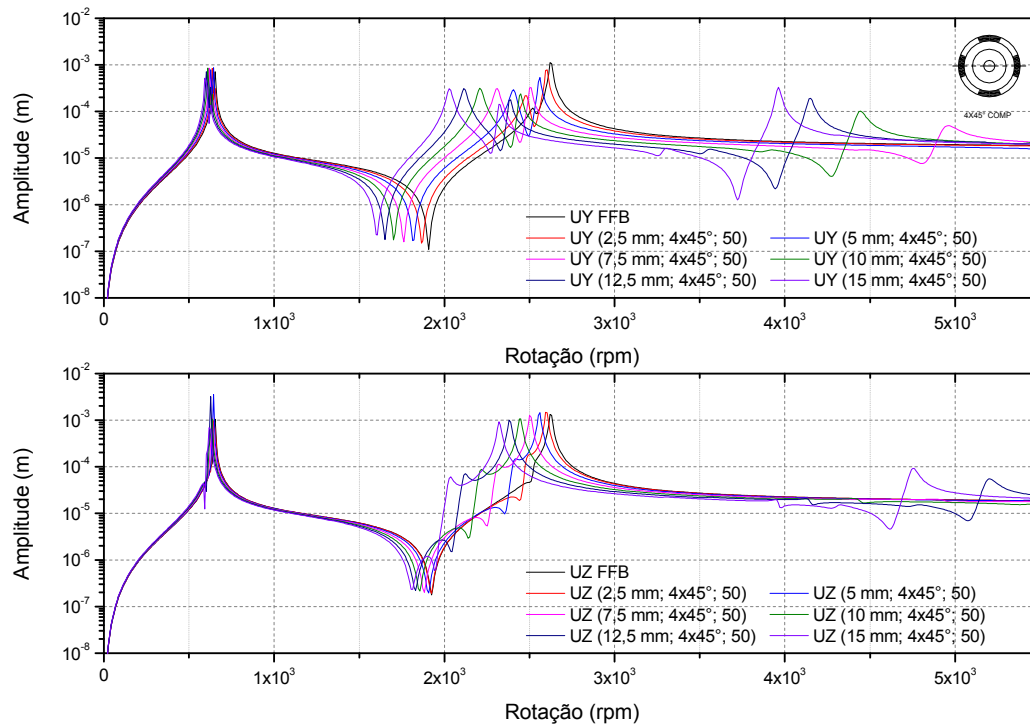


Figura 4-24 – Resposta ao desbalanceamento: 4x45° de compressão @ 50SH.

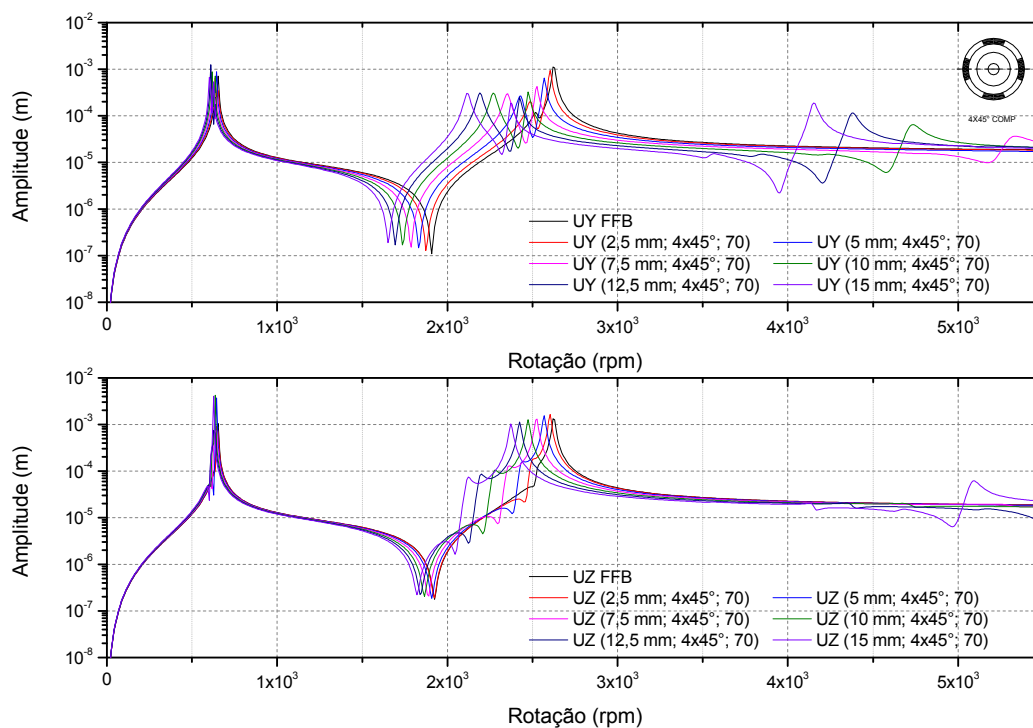


Figura 4-25 – Resposta ao desbalanceamento: 4x45° de compressão @ 70SH.

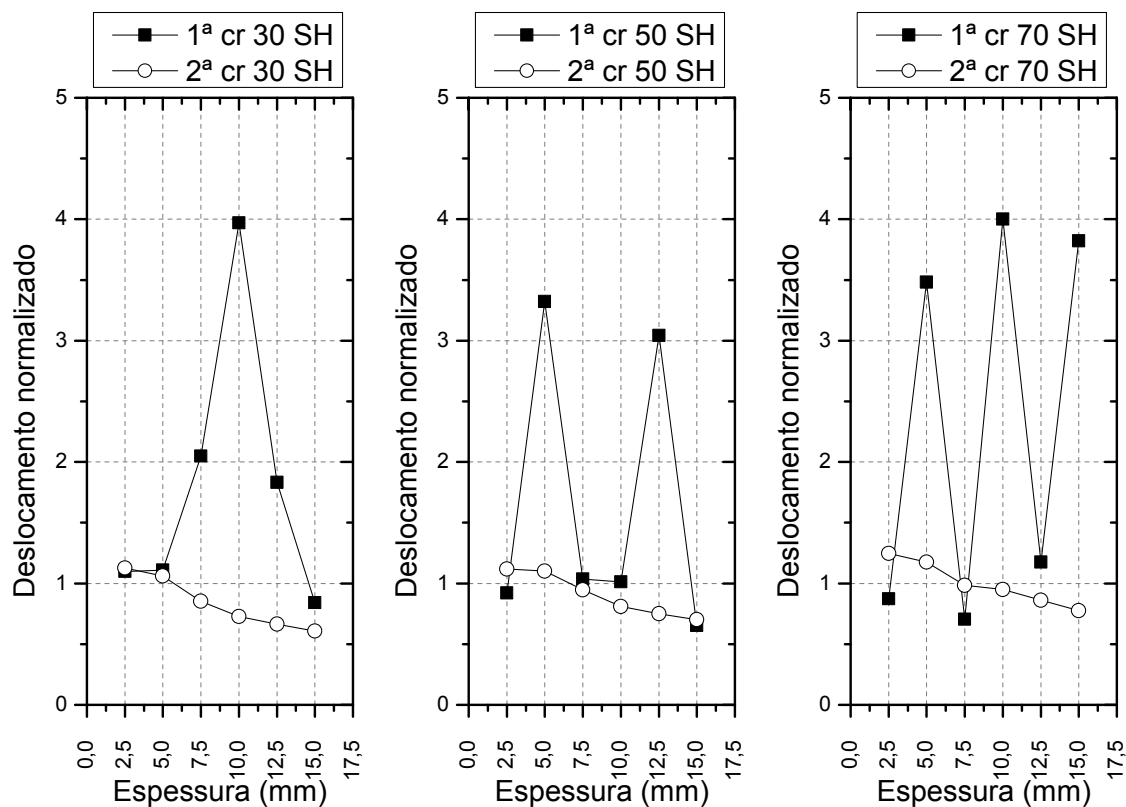


Figura 4-26 – Amplitudes máximas em função da espessura – 4x45° de compressão.

Apenas os amortecedores 30SH @ 15,0 mm e 50SH @ 15,0 mm obtiveram sucesso em reduzir as amplitudes dos picos para valores inferiores ao da primeira velocidade crítica. Estes modelos apresentam mais de duas velocidades críticas dentro da faixa de operação, o que limita as regiões seguras.

Apenas quatro amortecedores (30SH @ 15,0 mm, 50SH @ 2,5 mm, 50SH @ 15,0 mm, 70SH @ 7,5 mm) apresentaram picos na primeira crítica inferiores ao modelo FFB (Figura 4-27).

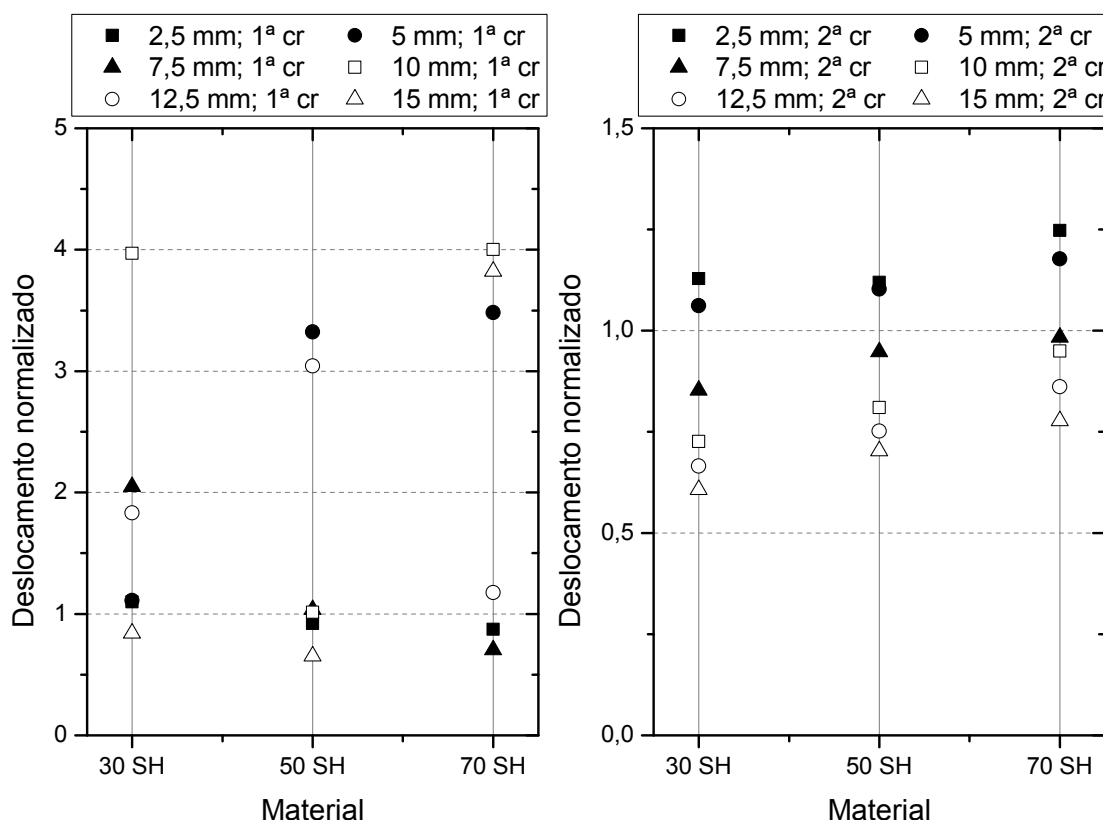


Figura 4-27 – Amplitudes máximas em função do material – 4x45° de compressão.

4.2.2 Amortecedores de cisalhamento

Amortecedores de cisalhamento contínuo

As respostas ao desbalanceamento para o amortecedor de cisalhamento contínuo são apresentadas nas Figuras 4-28 a 4.30.

Para os modelos com elastômeros de menor espessura observa-se o aparecimento de mais velocidades críticas dentro da faixa de operação analisada. Para estes casos além da rigidez do amortecedor ser menor, também se fazem presentes os efeitos causados pela

flexão do elemento elastomérico, ou seja, os elementos não estão sujeitos apenas ao cisalhamento.

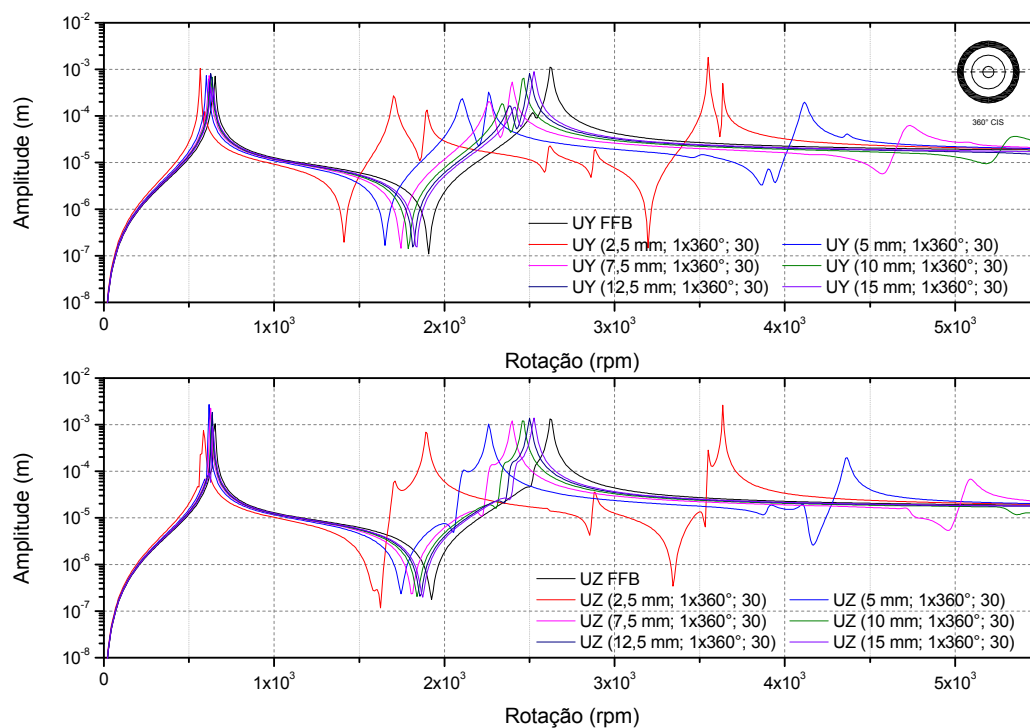


Figura 4-28 – Resposta ao desbalanceamento: 360° de cisalhamento @ 30SH.

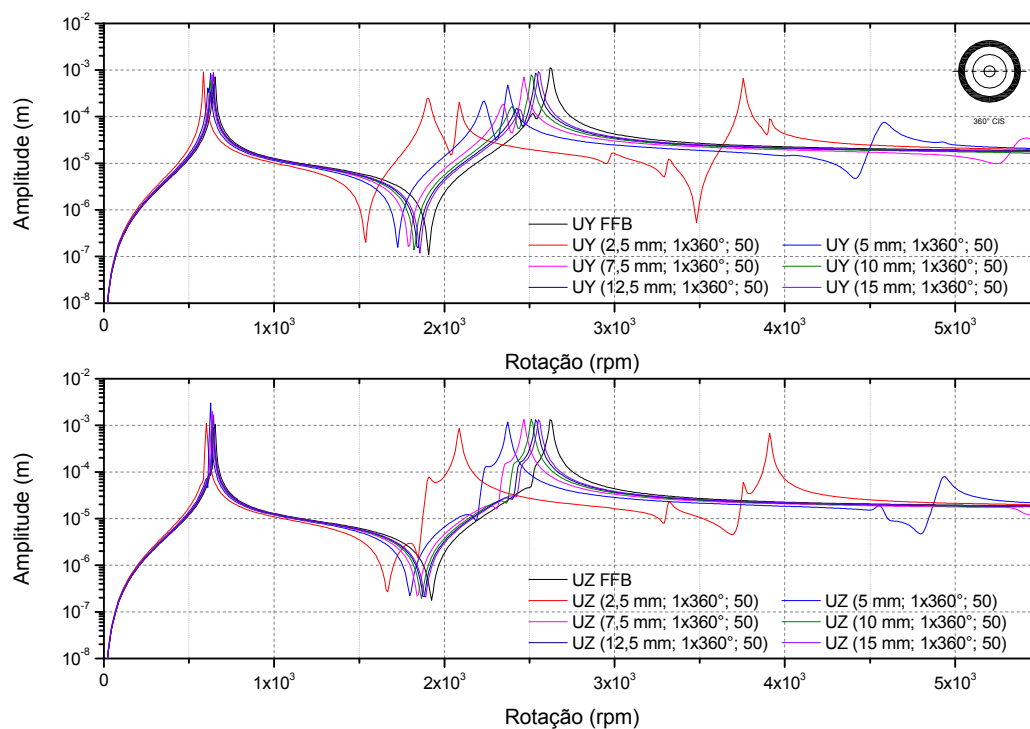


Figura 4-29 – Resposta ao desbalanceamento: 360° de cisalhamento @ 50SH.

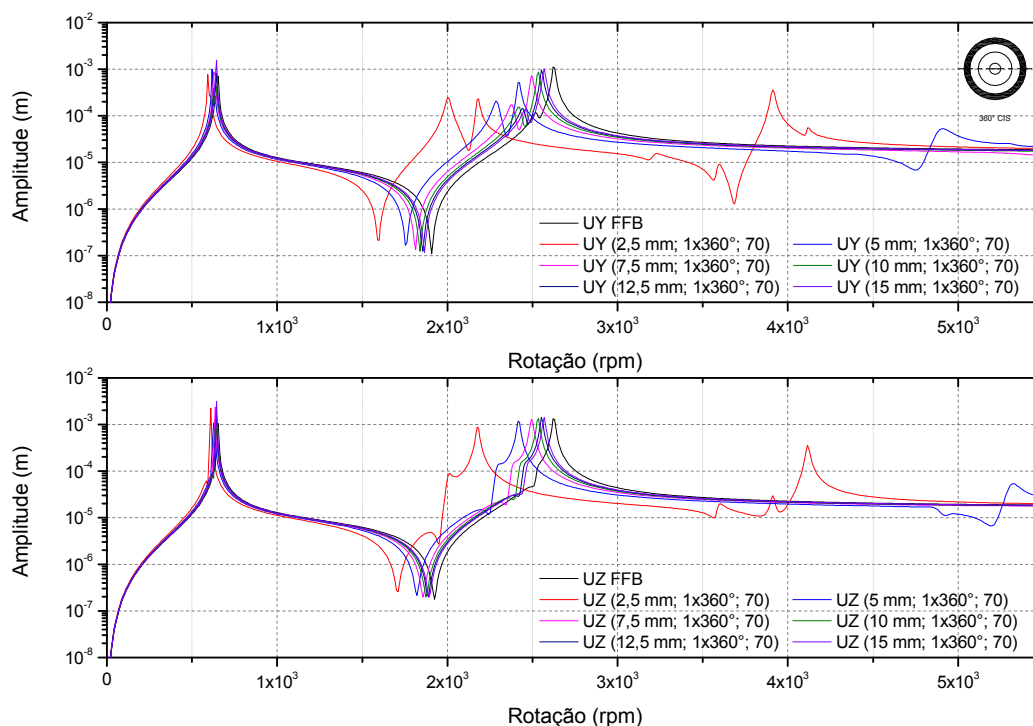


Figura 4-30 – Resposta ao desbalanceamento: 360° de cisalhamento @ 70SH.

Apenas o modelo 360° @ 2,5 mm apresenta pico de resposta na direção y .

Quatro amortecedores conseguem reduzir a amplitude da primeira velocidade crítica a níveis inferiores aos do modelo FFB (Figura 4-31), quais sejam, 30SH @ 2,5 mm, 30SH @ 15,0 mm, 50SH @ 12,5 mm e 70SH @ 10,0 mm.

Observa-se uma tendência de aumento do pico de resposta ao desbalanceamento para a segunda velocidade crítica à medida que a espessura do elastômero aumenta. Não se observa tendência no comportamento dos amortecedores de cisalhamento contínuos no que se diz respeito à primeira velocidade crítica.

Apenas os modelos 30SH @ 2,5 mm e 50SH @ 12,5 mm apresentam picos de amplitude inferiores ao FFB para as duas velocidades críticas. Contudo, o primeiro modelo apresenta picos para a terceira velocidade crítica superior aos valores apresentados pelo modelo FFB na segunda velocidade crítica. Para este modelo as faixas de operação segura são bem limitadas.

Na Figura 4-32 é possível observar que, de modo geral, os materiais mais macios apresentam-se mais eficientes na redução dos picos para a segunda velocidade crítica. Não é possível, contudo, estender esta observação para a primeira velocidade crítica.

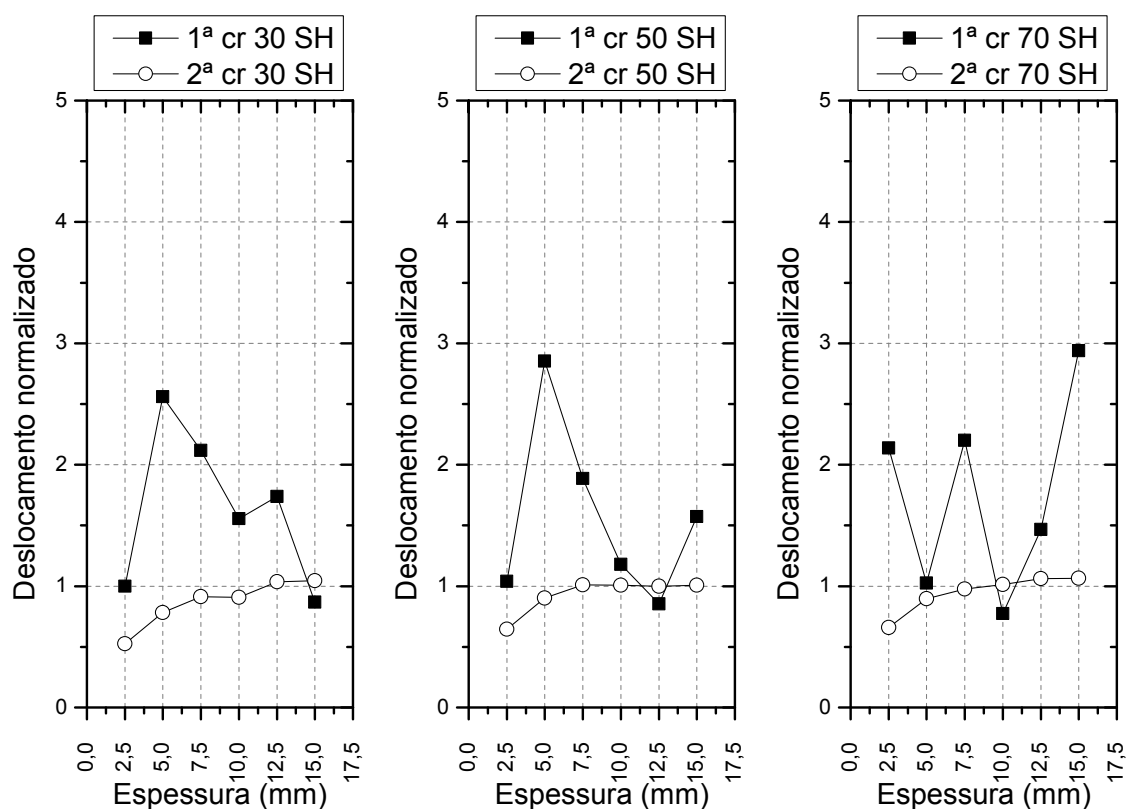


Figura 4-31 – Amplitudes máximas em função da espessura – 360° de cisalhamento.

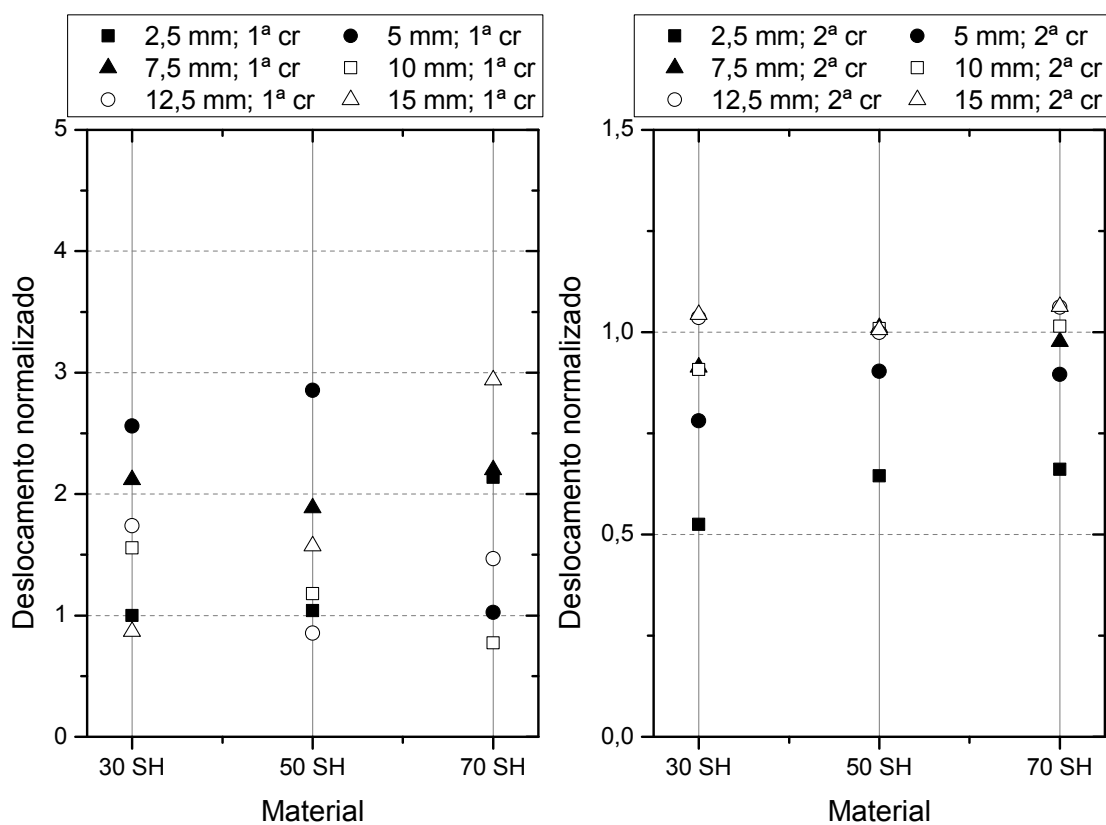


Figura 4-32 – Amplitudes máximas em função do material – 360° de cisalhamento.

Amortecedor de cisalhamento segmentado 12x15°

Nas Figuras 4-33 a 4-35 são apresentadas as respostas ao desbalanceamento para o rotor suportado por amortecedores de cisalhamento segmentado 12x15°.

Observa-se pela Figura 4-36 a tendência de diminuição dos picos de resposta na segunda velocidade crítica com a diminuição da espessura do elastômero. Um fato interessante é que, para todas as espessuras, a resposta na segunda velocidade crítica é inferior ao do modelo FFB.

Apenas o modelo 30SH @ 2,5 mm apresenta pico de amplitude na direção y maior que na direção z . Com relação à primeira velocidade crítica, apenas os modelos 30SH @ 2,5 mm, 50SH @ 12,5 mm, 70SH @ 2,5 mm, 70SH @ 7,5 mm e 70SH @ 10,0 mm apresentam picos inferiores ao do modelo FFB.

Observa-se pela Figura 4-37 que os materiais mais macios apresentam-se mais eficientes na redução dos picos para a segunda velocidade crítica. Para a primeira velocidade crítica não é possível fazer a mesma afirmação.

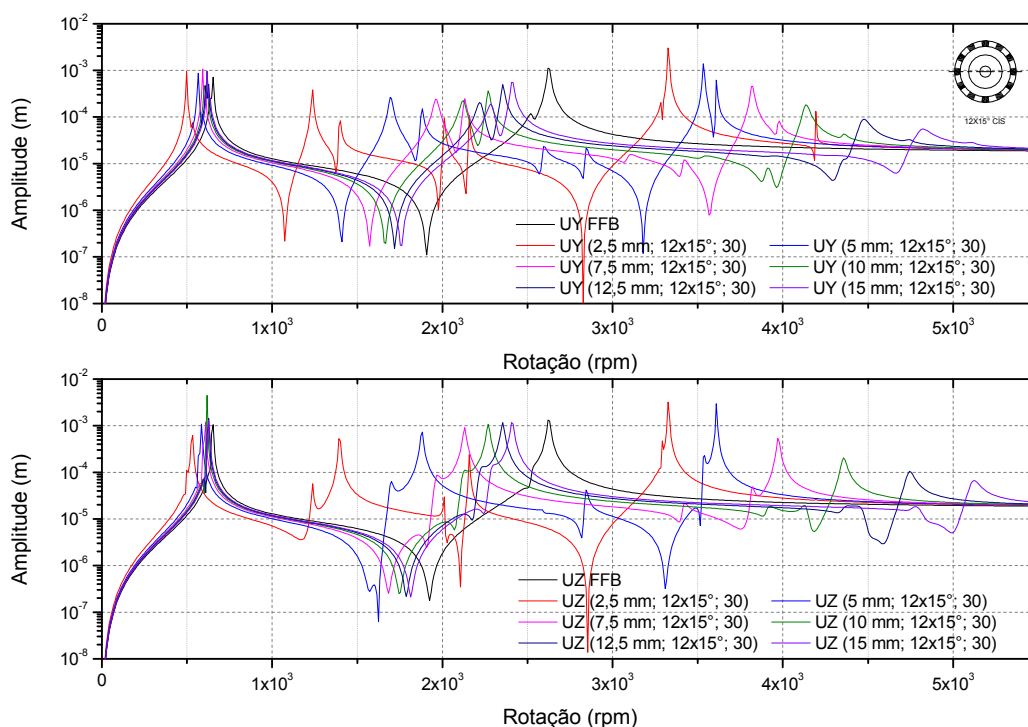


Figura 4-33 – Resposta ao desbalanceamento: 12x15° de cisalhamento @ 30SH.

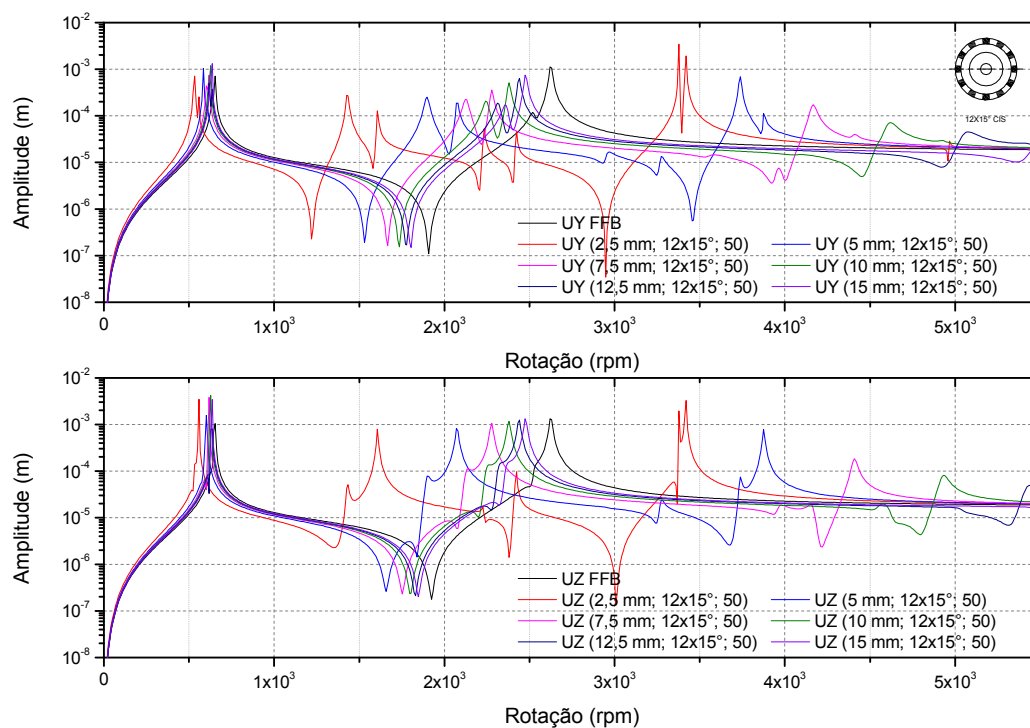


Figura 4-34 – Resposta ao desbalanceamento: 12x15° de cisalhamento @ 50SH.

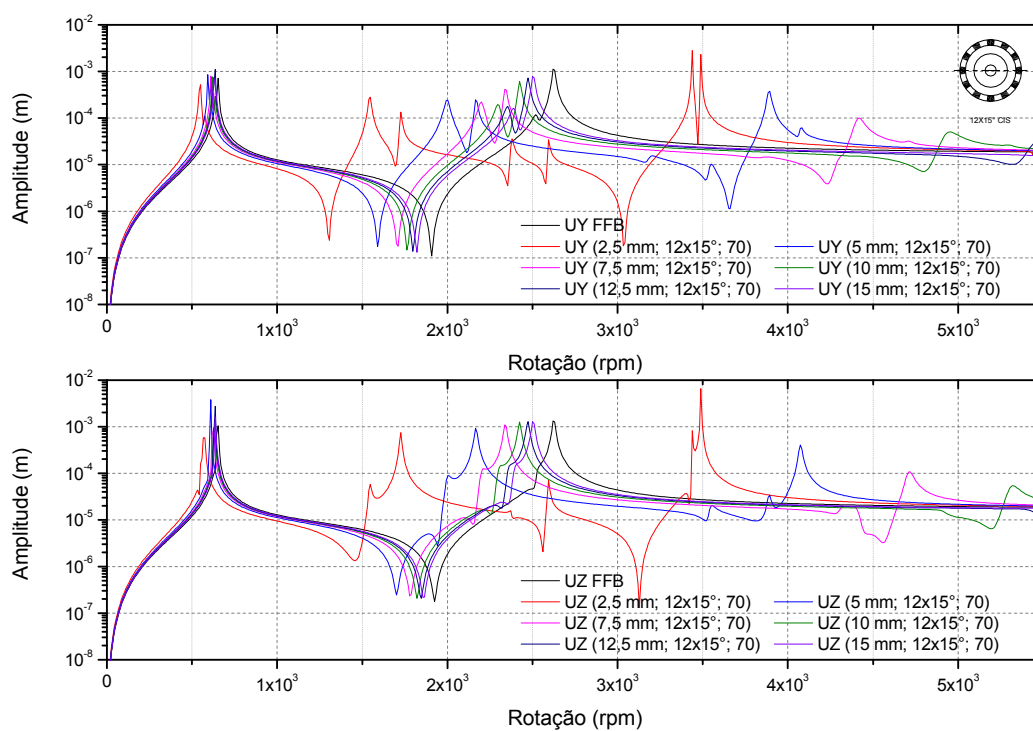


Figura 4-35 – Resposta ao desbalanceamento: 12 x 15° de cisalhamento @ 70SH.

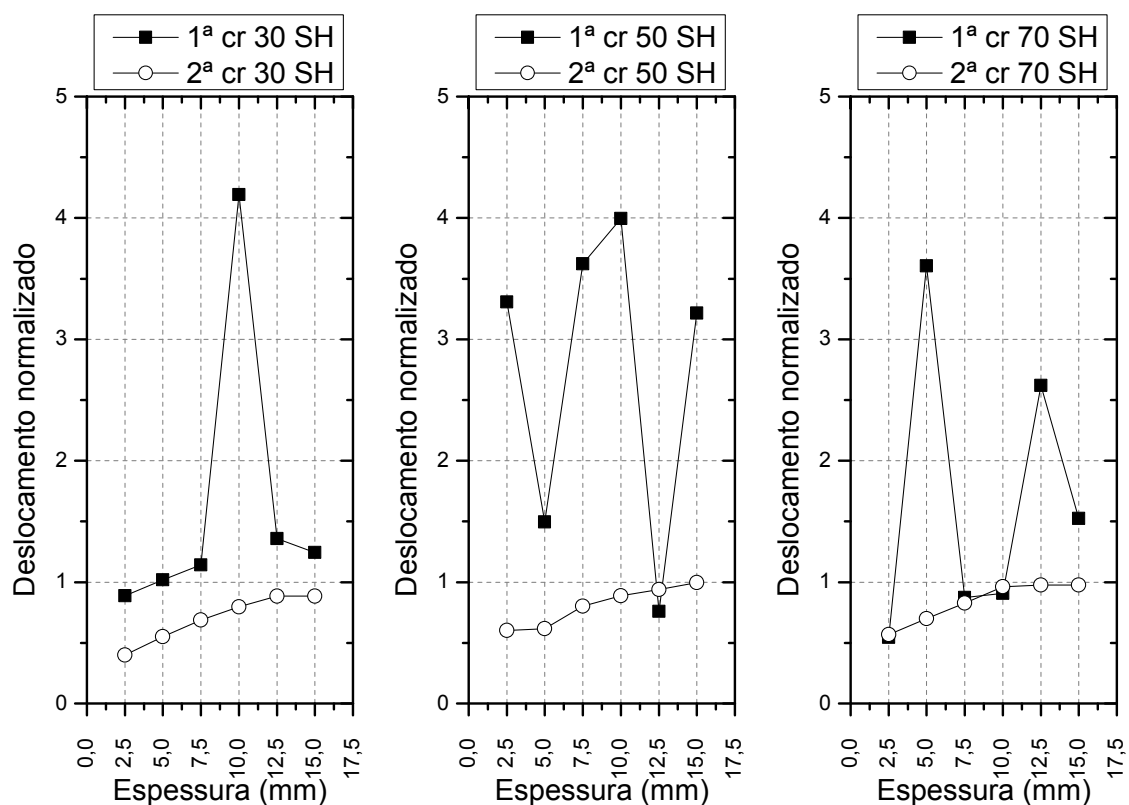


Figura 4-36 – Amplitudes máximas em função da espessura – 12x15° cisalhamento.

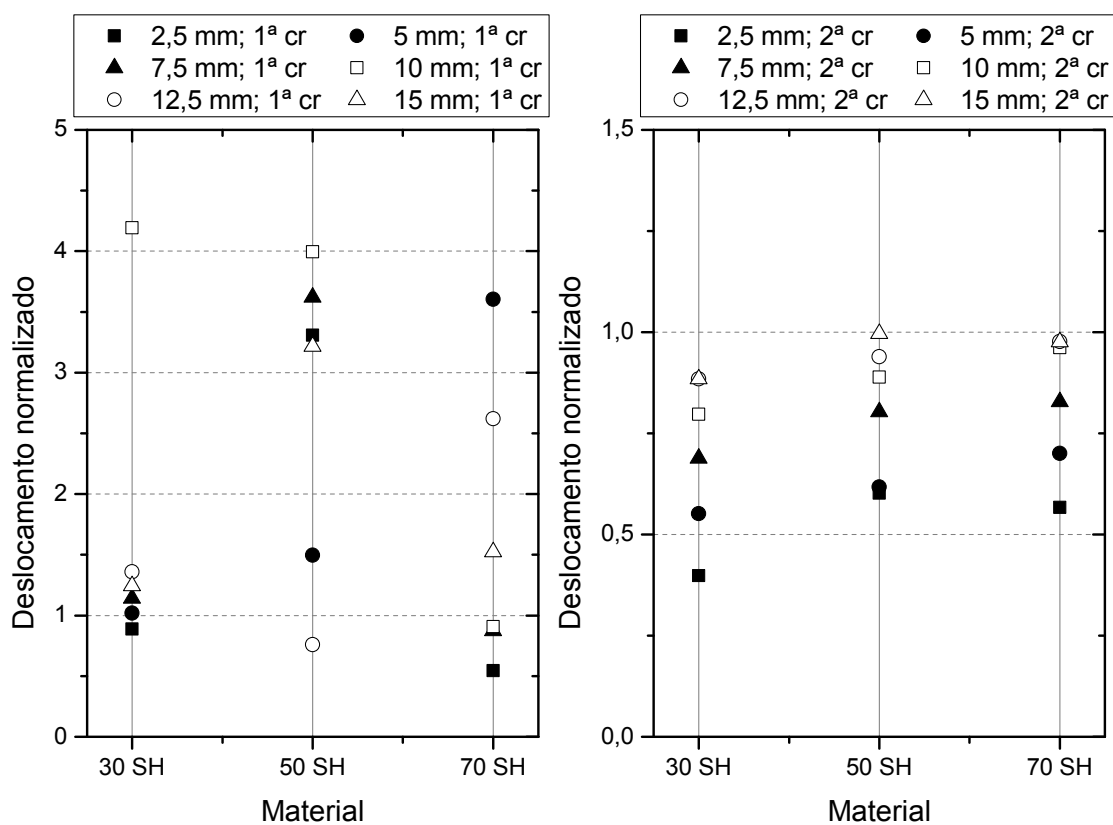


Figura 4-37 – Amplitudes máximas em função do material – 12x15° cisalhamento.

Amortecedores de cisalhamento segmentados 8x22,5°

As respostas ao desbalanceamento do rotor suportado por amortecedores de cisalhamento 8x22,5° são apresentados nas Figuras 4-38 a 4-40.

O deslocamento das velocidades críticas em relação aos modelos FFB é observado para todos os modelos.

Com exceção dos modelos 30SH @ 5,0 mm e 50SH @ 2,5 mm, todos os modelos apresentam picos mais elevados na direção z .

Apenas o modelo 70SH @ 12,5 mm apresentou pico de resposta para a segunda velocidade crítica superior ao do modelo FFB (Figura 4-41). A redução da resposta para a segunda velocidade crítica tende a ser mais efetiva com espessuras menores. Novamente, não é possível estabelecer tendência no comportamento do amortecedor em função da espessura para a primeira velocidade crítica.

Os modelos 50SH @ 12,5 mm, 70SH @ 7,5 mm e 70SH @ 10,0 mm foram os únicos que apresentaram simultaneamente picos inferiores para a primeira e segunda velocidades críticas quando comparados ao FFB.

É possível estabelecer que, de modo geral, os materiais mais macios apresentam melhores resultados na atenuação dos picos de resposta ao desbalanceamento para a segunda velocidade crítica (Figura 4-42). A exceção é dada pelos amortecedores com 2,5 mm de espessura.

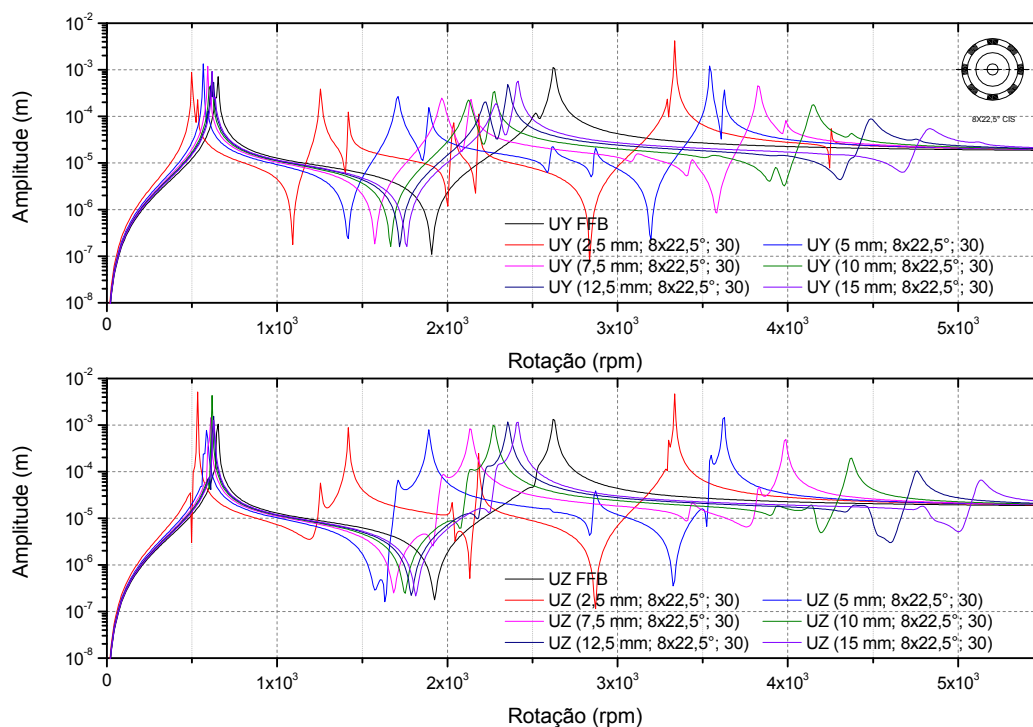


Figura 4-38 – Resposta ao desbalanceamento: 8x22,5° de cisalhamento @ 30SH.

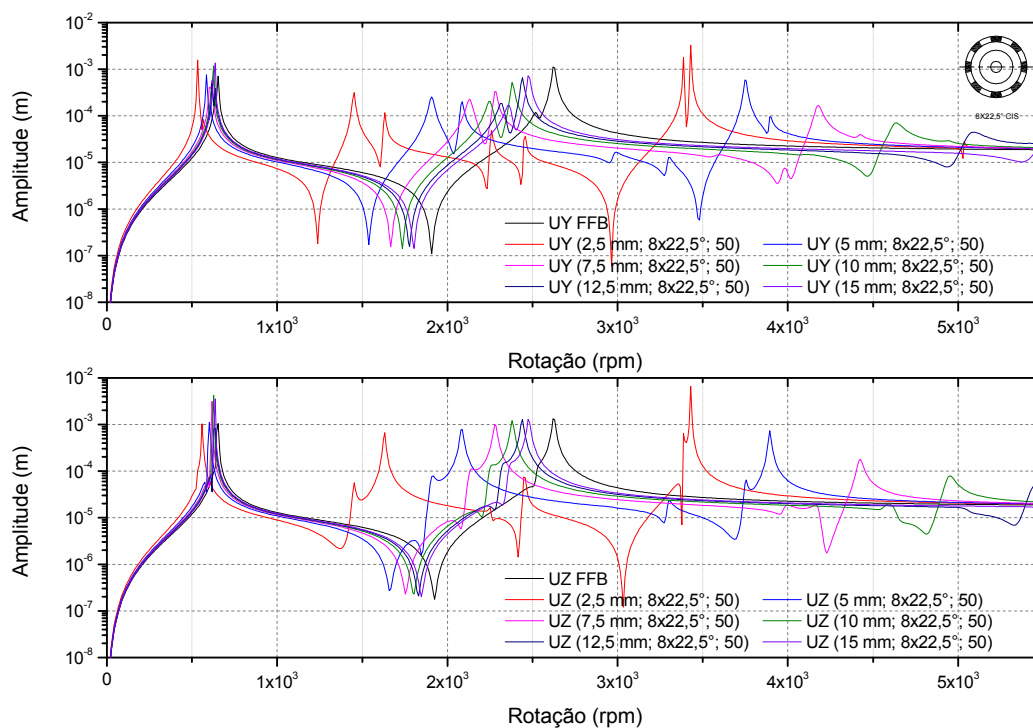


Figura 4-39 – Resposta ao desbalanceamento: 8x22,5° de cisalhamento @ 50SH.

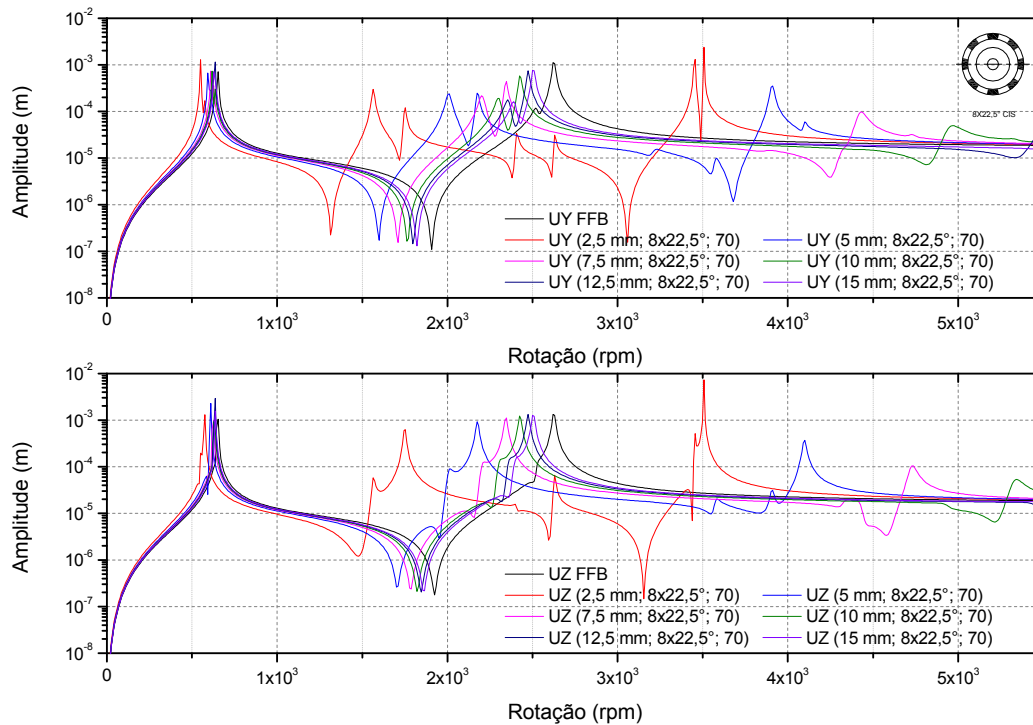


Figura 4-40 – Resposta ao desbalanceamento: 8x22,5° de cisalhamento @ 70SH.

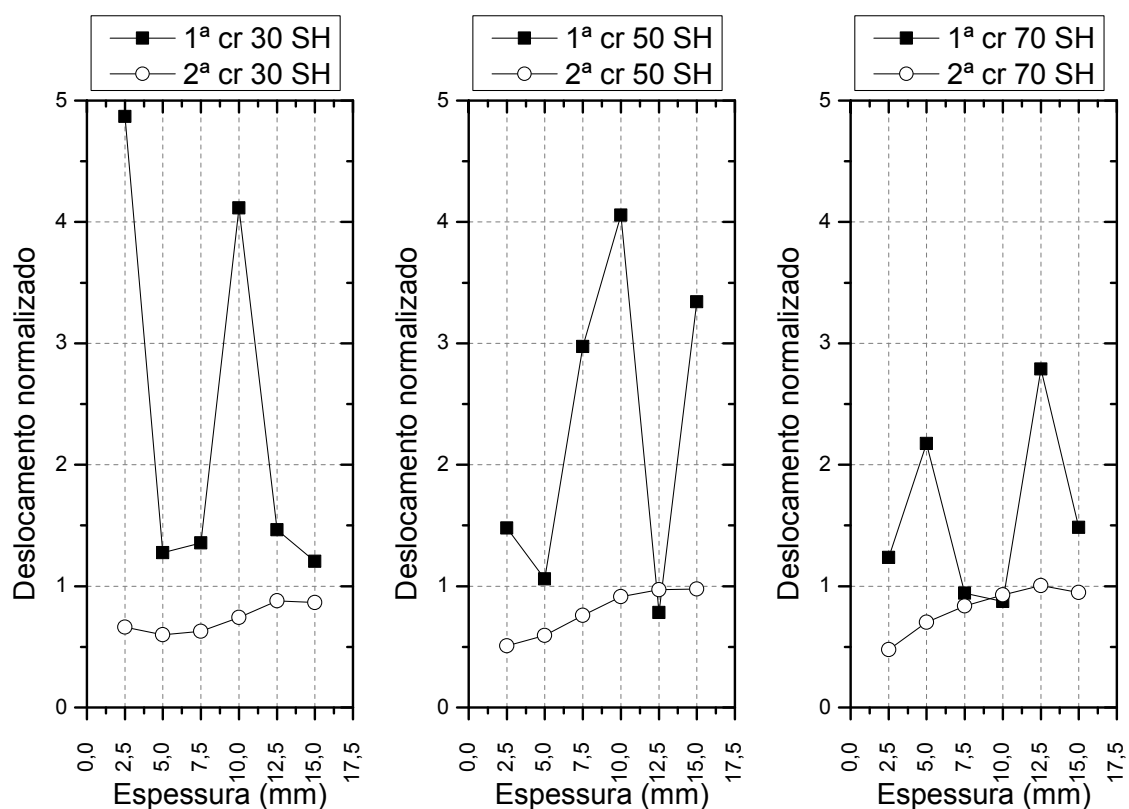


Figura 4-41 – Amplitudes máximas em função da espessura – 8x22,5° cisalhamento.

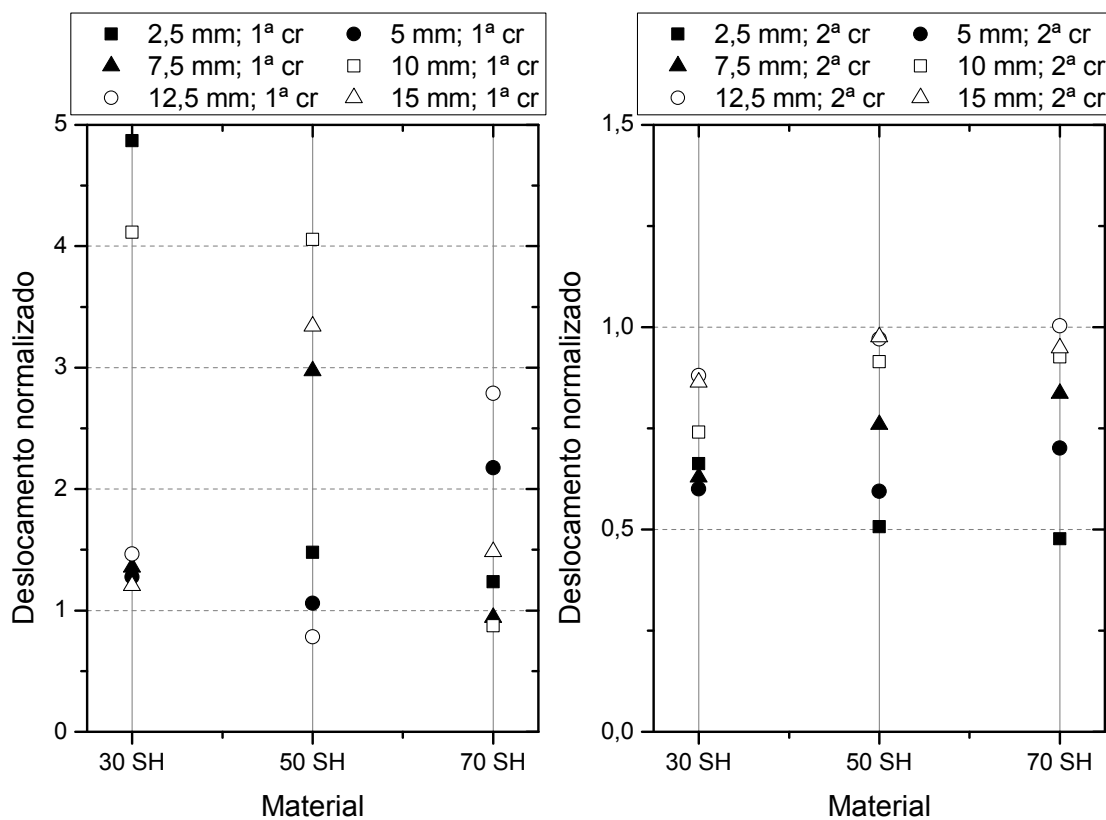


Figura 4-42 – Amplitudes máximas em função do material – 8x22,5° cisalhamento.

Amortecedores de cisalhamento segmentados 4x45°

As respostas ao desbalanceamento do rotor suportado por amortecedores de cisalhamento segmentados 4x45° são apresentados nas Figuras 4-43 a 4-45.

Ocorre o deslocamento das velocidades críticas para a esquerda quando se compara ao modelo FFB.

Somente o modelo 30SH @ 5,0 mm apresenta pico de resposta na direção y superior ao da direção z , e isto ocorre apenas para a primeira velocidade crítica.

Os modelos com menor espessura de elastômero apresentam mais de duas velocidades críticas na faixa de operação analisada. Nos amortecedores com material mais duro esta característica é menos pronunciada.

A tendência de se ter menores respostas para espessuras menores de elastômero para a segunda velocidade crítica, observada nos demais modelos de cisalhamento repete-se para o modelo 4x45° (Figura 4-46).

Excetuando-se o amortecedor 70SH @ 12,5 mm, todos os demais amortecedores apresentaram picos para a segunda velocidade crítica inferiores ao do modelo FFB.

Novamente não é possível estabelecer uma tendência de comportamento para a primeira velocidade crítica.

Os modelos 30SH @ 2,5 mm, 50SH @ 2,5 mm, 50SH @ 5,0 mm, 50 SH @ 12,5 mm e 70SH @ 10,0 mm apresentam picos para a primeira e segunda velocidades críticas inferiores aos do modelo FFB, sendo que os três primeiros apresentaram picos inferiores ao da primeira velocidade crítica.

Os modelos com 2,5 mm de espessura apresentam picos para a terceira velocidade crítica superiores ao pico da segunda velocidade crítica do modelo FFB.

Na Figura 4-47 observa-se que os materiais mais macios possuem maior efetividade na redução dos picos de resposta ao desbalanceamento para a segunda velocidade crítica. Não se pode, contudo, estabelecer uma tendência com relação à primeira velocidade crítica.

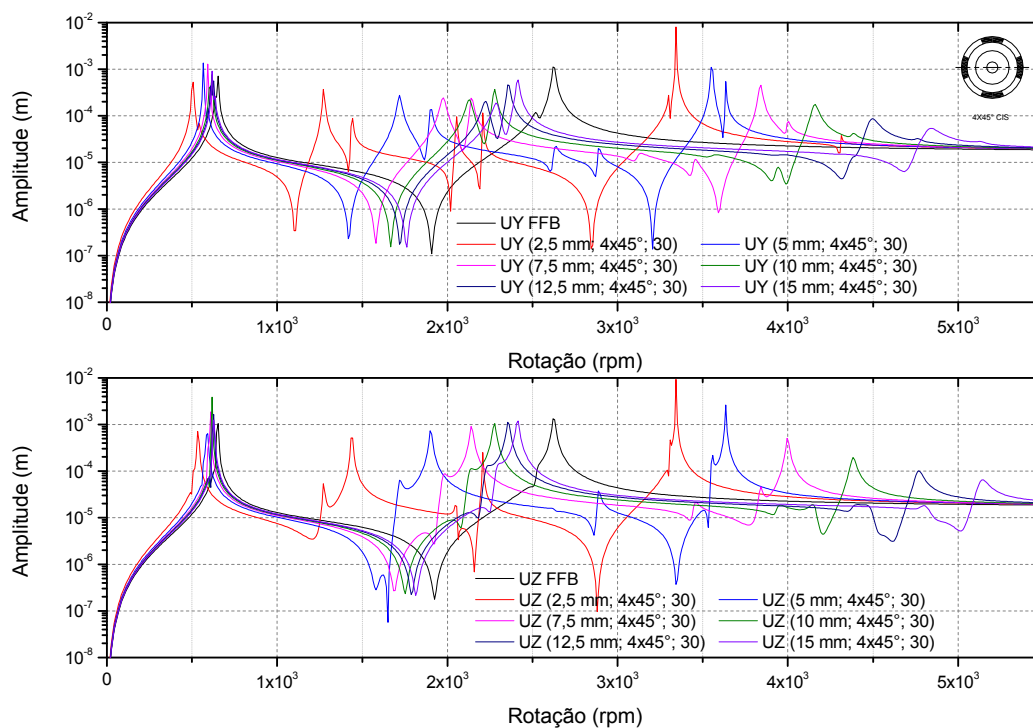


Figura 4-43 – Resposta ao desbalanceamento: 4x45° de cisalhamento @ 30SH.

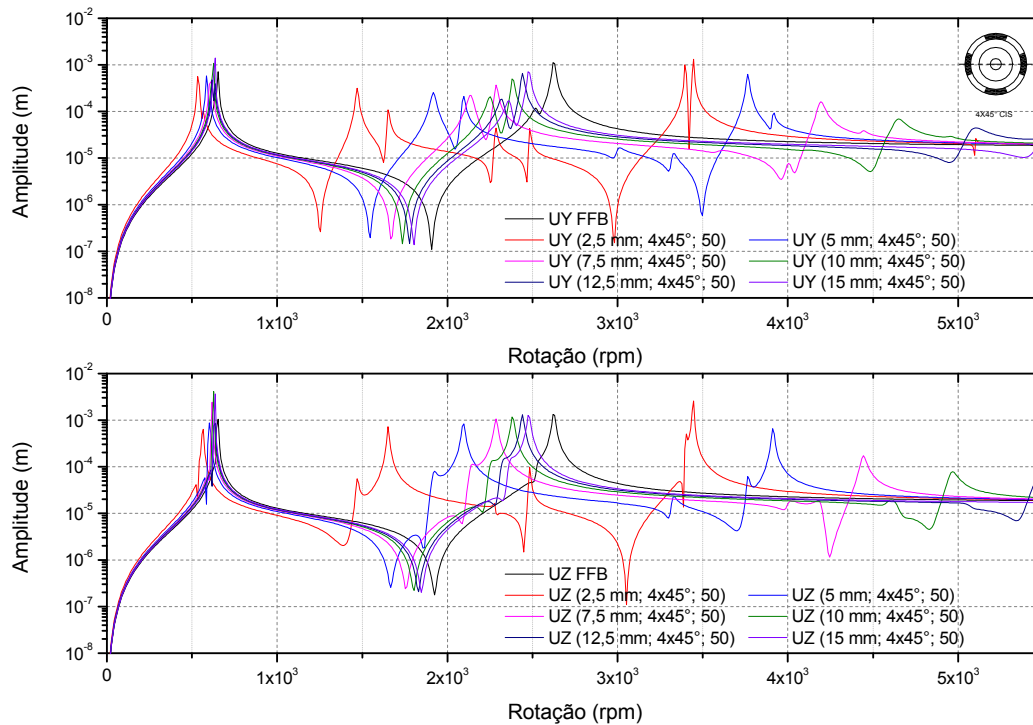


Figura 4-44 – Resposta ao desbalanceamento: 4x45° de cisalhamento @ 50SH.

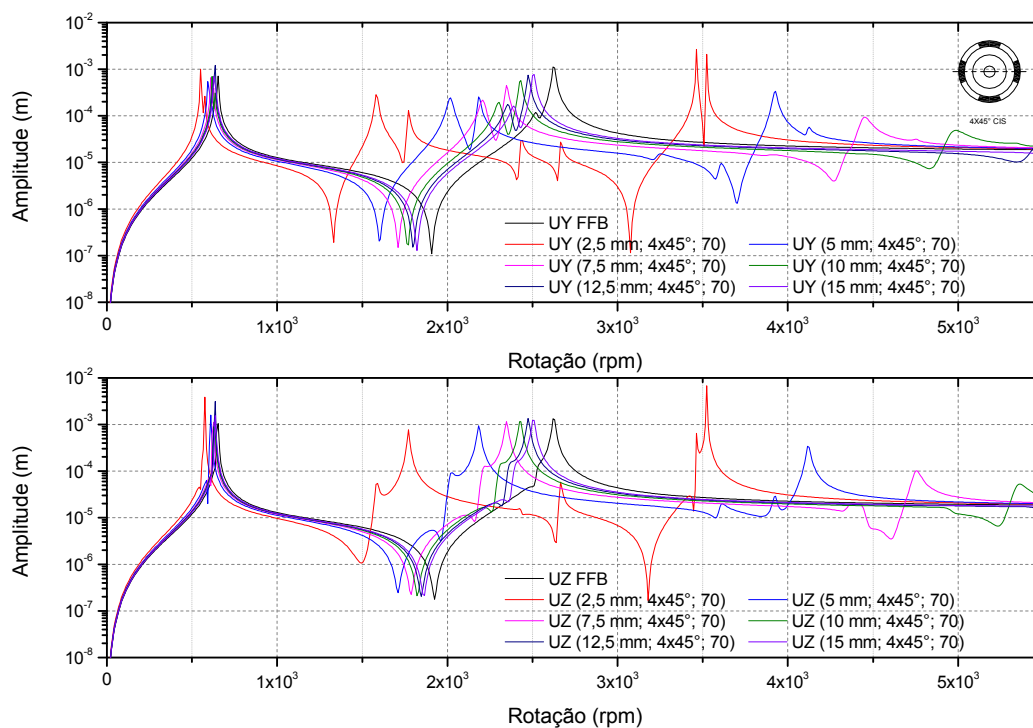


Figura 4-45 – Resposta ao desbalanceamento: 4x45° de cisalhamento @ 70SH.

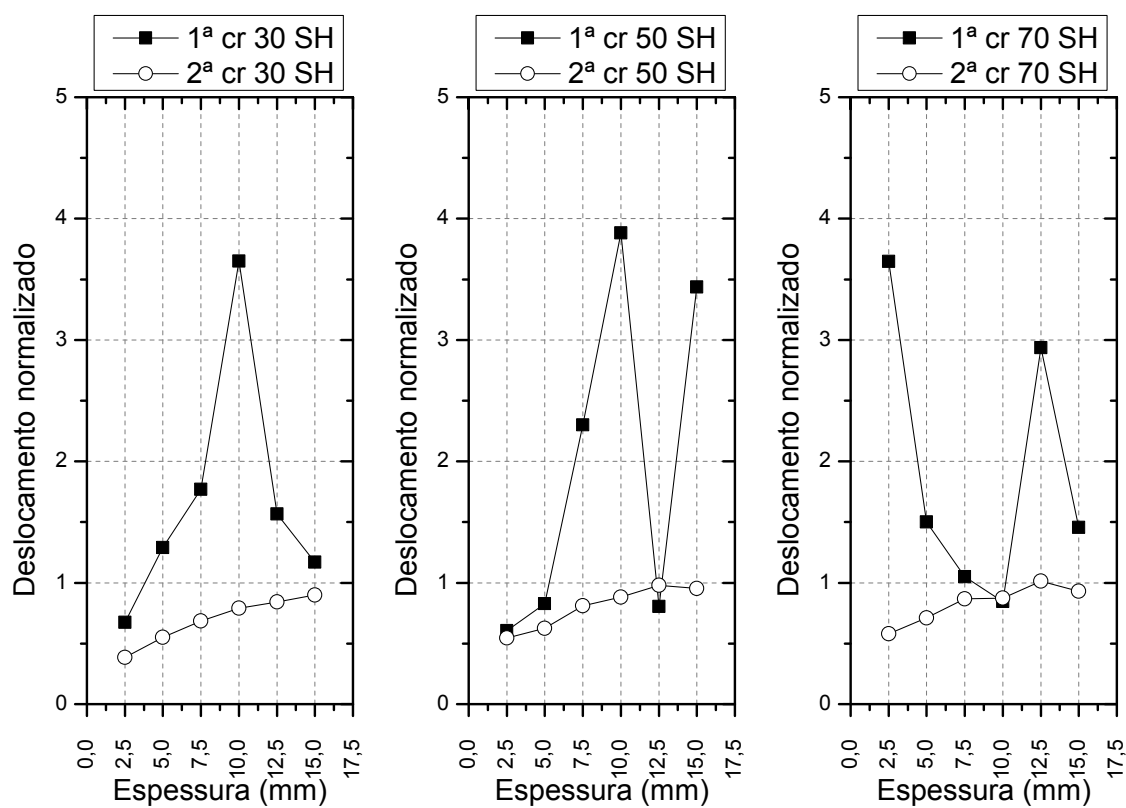


Figura 4-46 – Amplitudes máximas em função da espessura – 4x45° cisalhamento.

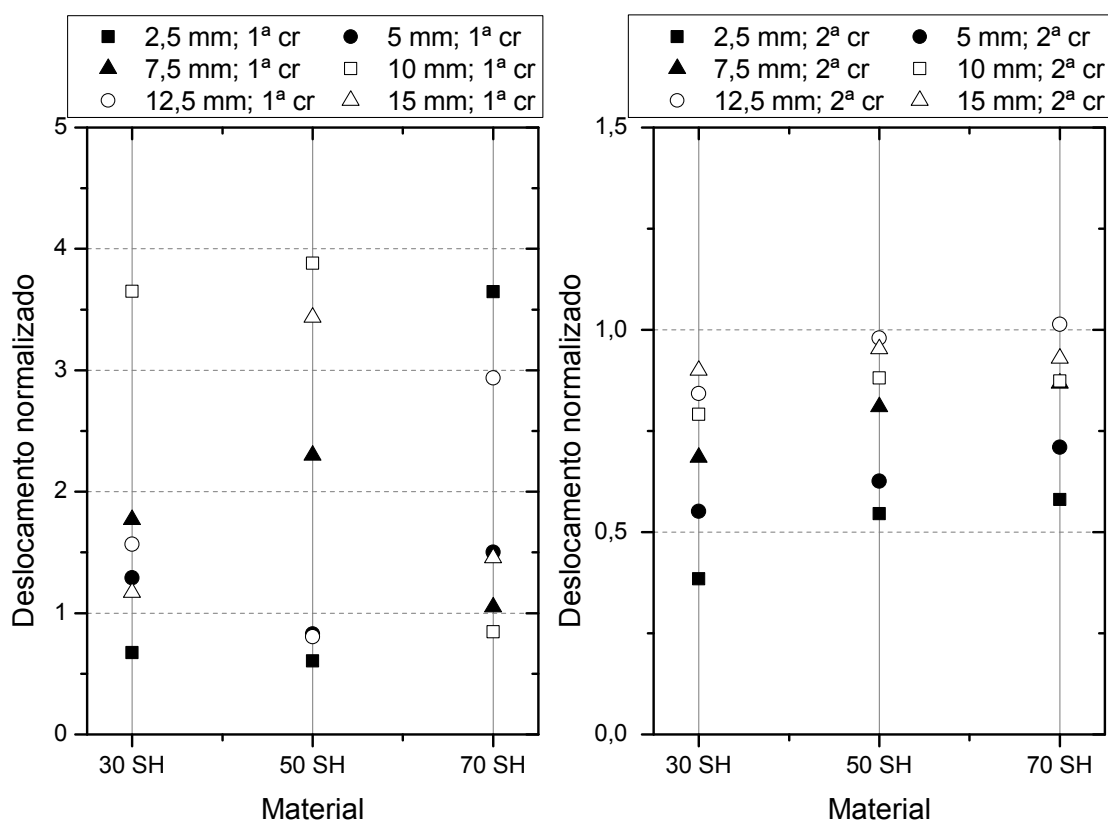


Figura 4-47 – Amplitudes máximas em função do material – 4x45° cisalhamento.

4.3 Análise de instabilidade

No diagrama de Campbell apresentado na Figura 4-4, observa-se que um modo apresenta instabilidade (denotado pela letra “u” na legenda de modos). Trata-se de um modo de precessão retrógrado, o qual não é excitado pelo desbalanceamento. A única fonte de instabilidade no sistema são as rigidezes cruzadas dos mancais hidrodinâmicos.

A verificação da instabilidade é feita através da parte real do autovalor complexo. Na Figura 4-48 é possível observar como a instabilidade evolui em relação à rotação. O sistema torna-se instável, i.e., a parte real do autovalor torna-se positiva a partir de 1075 rpm. A instabilidade ocorre na faixa supercrítica e é um pouco inferior a duas vezes a primeira velocidade crítica.

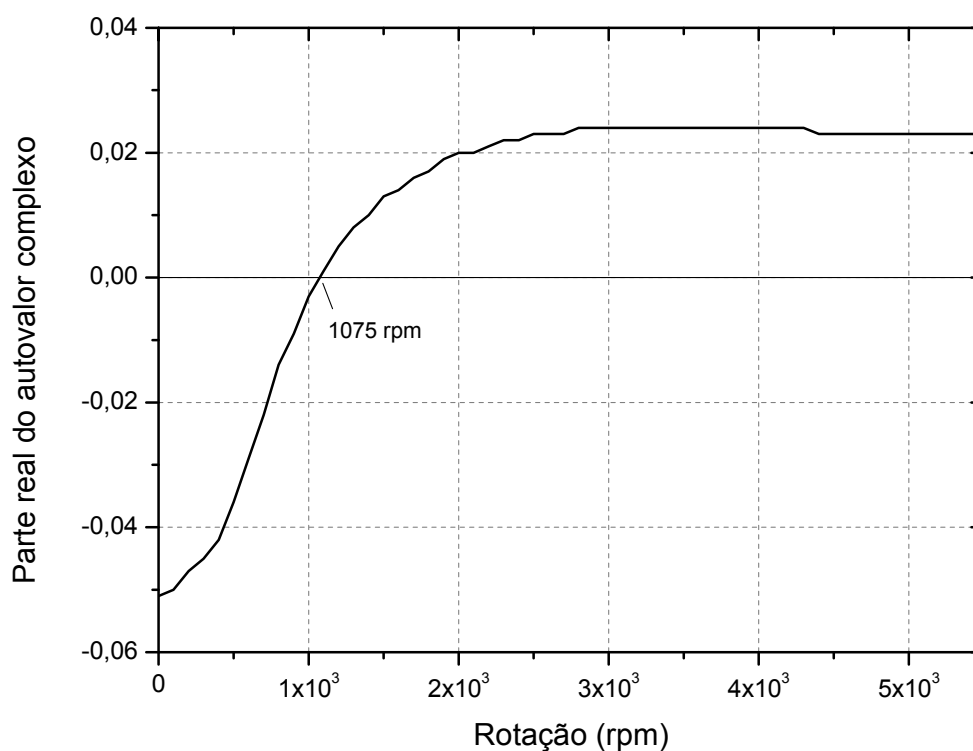


Figura 4-48 – Evolução da instabilidade para o modelo FFB.

4.3.1 Amortecedores de compressão

Nas Figuras 4-49 a 4-52 são apresentadas as partes reais do modo com instabilidade para os amortecedores de compressão. O amortecimento incorporado ao sistema pelos elementos viscoelásticos não suprimiu o modo instável que se manifesta com a utilização de mancais hidrodinâmicos.

Nota-se que a velocidade limite de estabilidade aumenta com o aumento da espessura do elastômero.

Os modelos com elastômero 30SH apresentam, de modo geral, velocidades limites de estabilidade maiores.

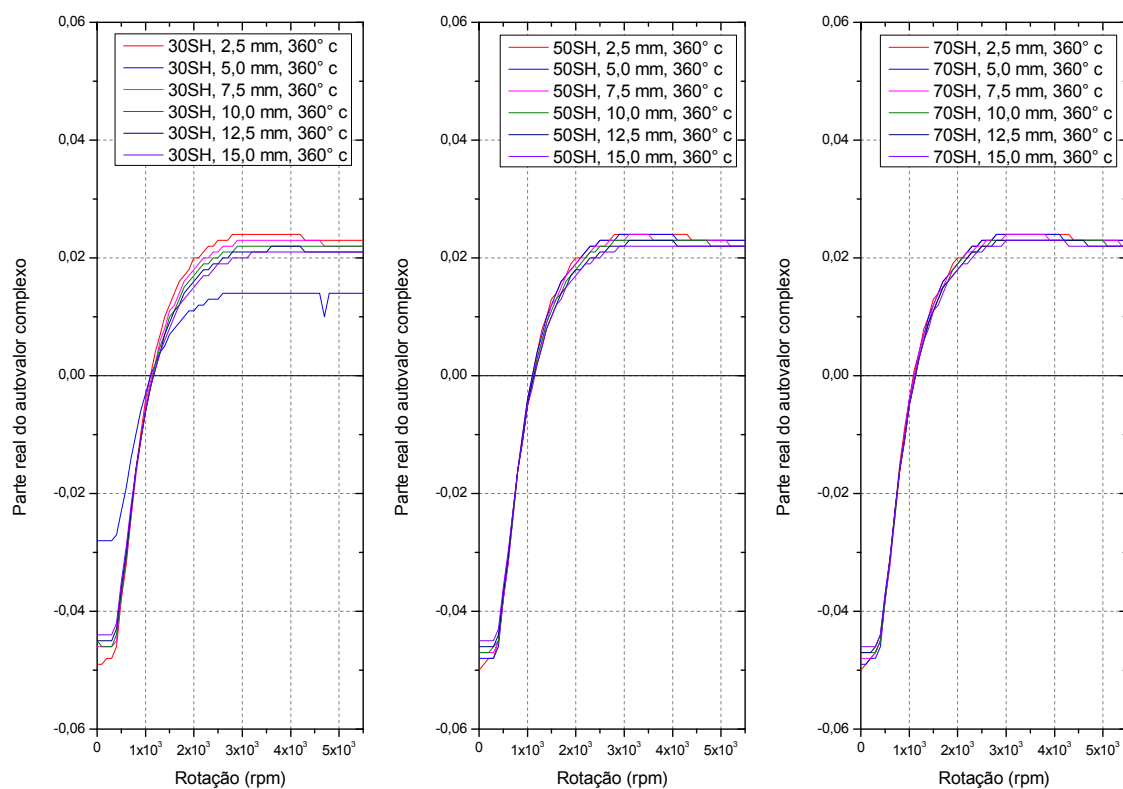


Figura 4-49 – Evolução da instabilidade para o modelo cartucho contínuo de compressão.

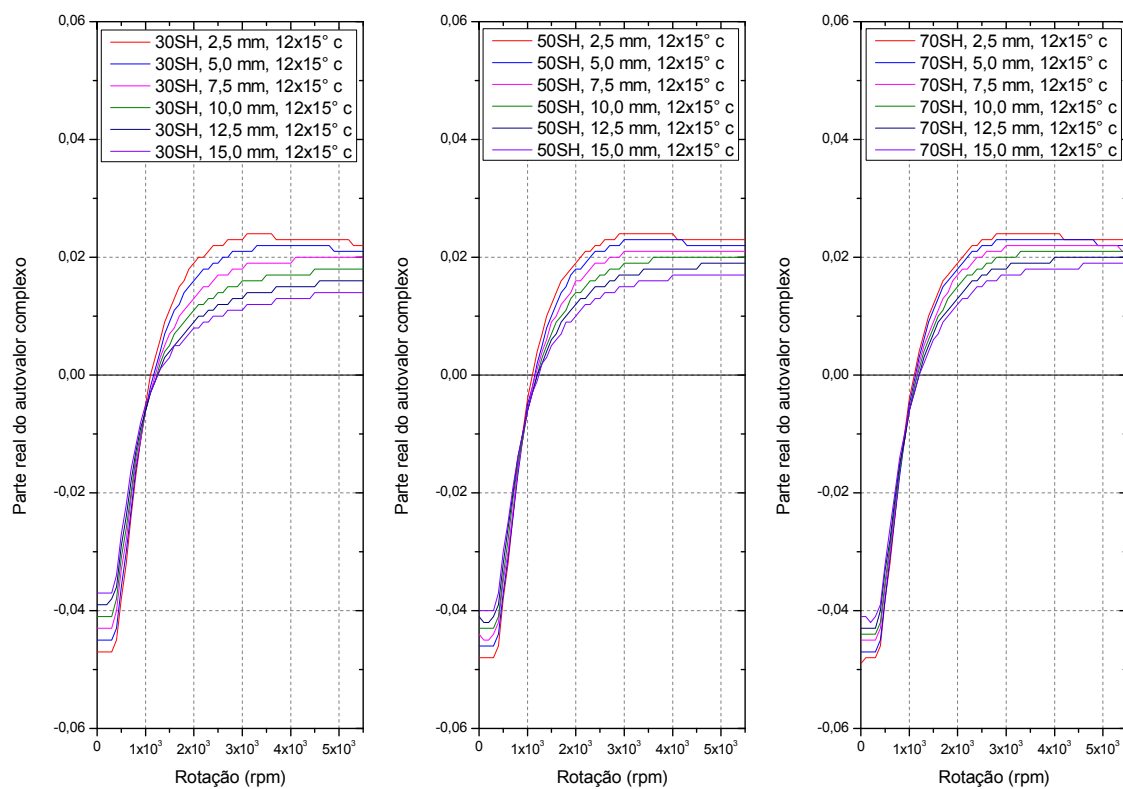


Figura 4-50 – Evolução da instabilidade para o modelo de compressão 12 x 15°.

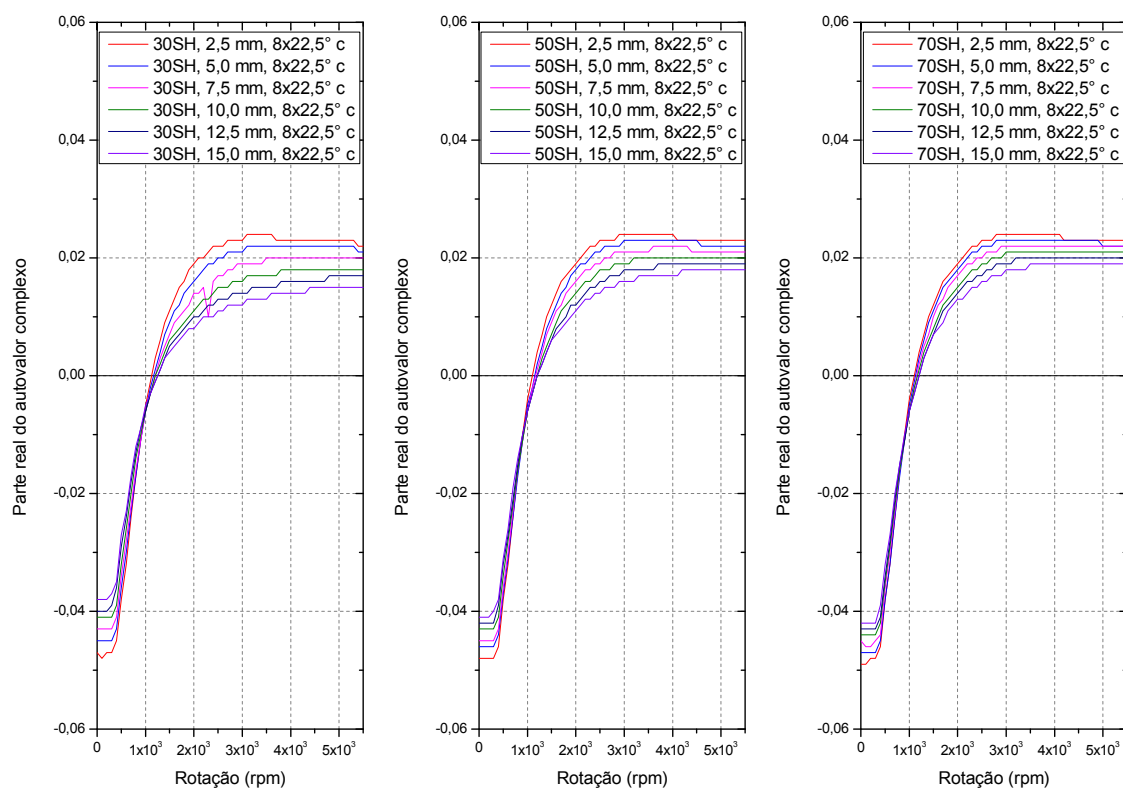


Figura 4-51 – Evolução da instabilidade para o modelo de compressão 8x22,5°.

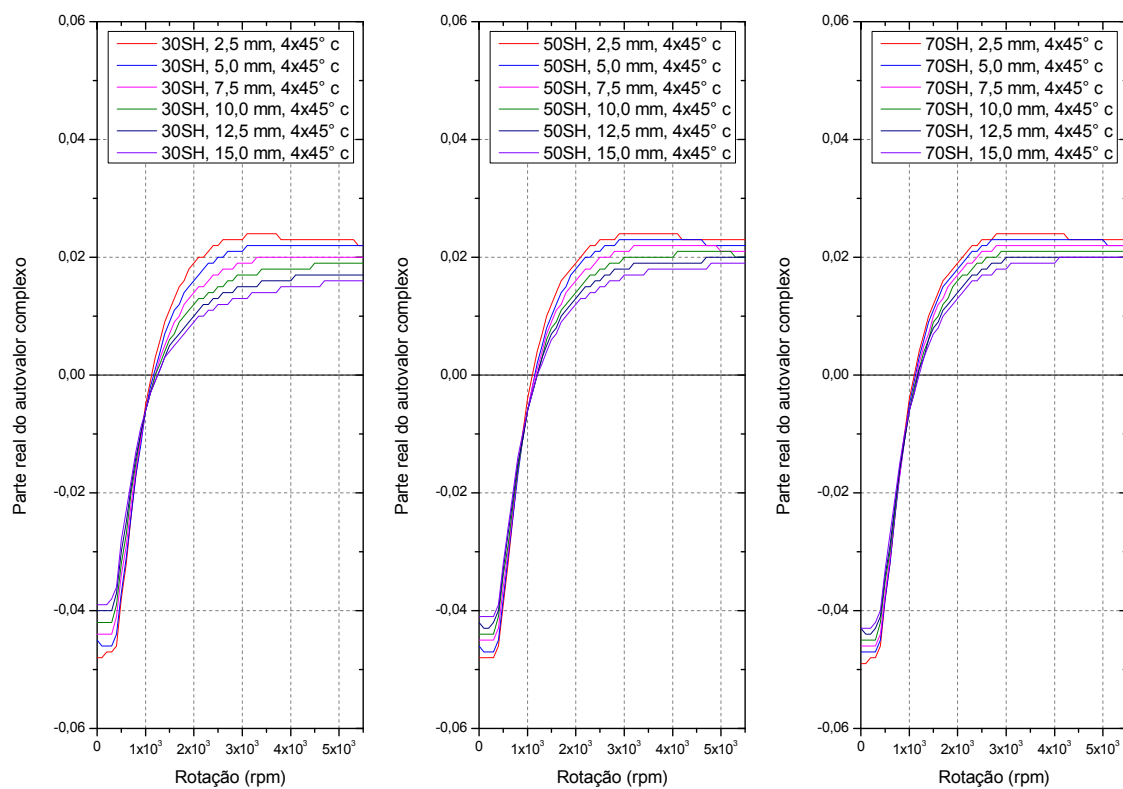


Figura 4-52 – Evolução da instabilidade para o modelo de compressão 4 x 45°.

Na Tabela 4-1 as velocidades a partir das quais a instabilidade se manifesta são apresentadas. Apesar de não suprimir a instabilidade, observa-se que as velocidades limites são superiores à apresentada pelo modelo FFB.

Tabela 4-1 – Velocidades limites de estabilidade para os modelos de compressão.

Amortecedor	Material	30 SH	50 SH	70 SH
	Espessura			
360°	2,5	1100	1100	1080
	5,0	1100	1100	1100
	7,5	1133	1125	1100
	10,0	1150	1126	1125
	12,5	1167	1133	1125
	15,0	1167	1150	1125
12x15°	2,5	1099	1100	1099
	5,0	1166	1150	1125
	7,5	1199	1166	1150
	10,0	1233	1199	1167
	12,5	1250	1199	1200
	15,0	1250	1233	1200
8x22,5°	2,5	1125	1100	1100
	5,0	1166	1150	1125
	7,5	1199	1167	1150
	10,0	1199	1200	1167
	12,5	1250	1200	1200
	15,0	1250	1200	1200
4x45°	2,5	1124	1100	1100
	5,0	1167	1150	1125
	7,5	1200	1167	1150
	10,0	1200	1199	1167
	12,5	1250	1199	1175
	15,0	1250	1199	1200

De modo geral, observa-se que a VLE aumenta com o aumento da espessura (menor fator de forma) e que os modelos com material mais duro apresentam menores VLE.

4.3.2 Amortecedores de cisalhamento

Nas Figuras 4-53 a 4-56 são apresentadas as curvas da parte real do autovalor complexo para os amortecedores tipo cisalhamento e na Tabela 4-2 as velocidades limites de estabilidade correspondentes.

Observa-se que, de modo geral, a velocidade limite de estabilidade diminui com o aumento da espessura do elastômero (maior fator de forma).

Não se observa apreciável alteração da VLE em função da dureza do material.

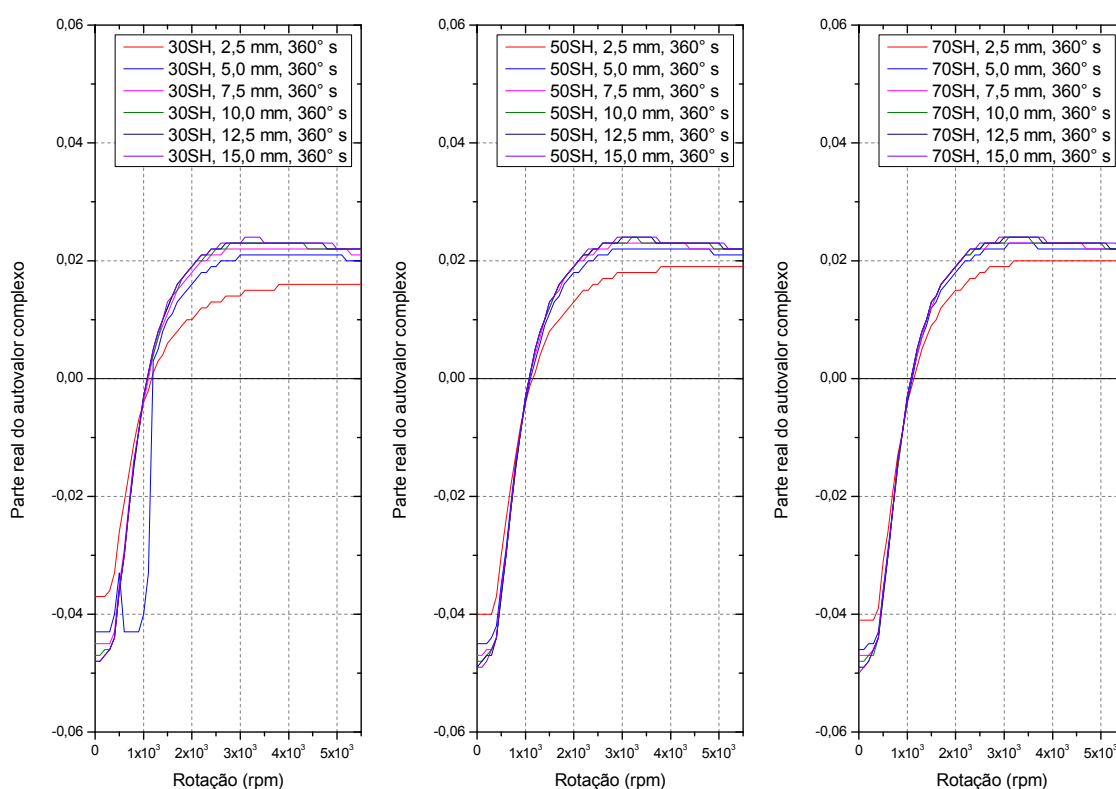


Figura 4-53 – Evolução da instabilidade para o modelo cartucho contínuo de cisalhamento.

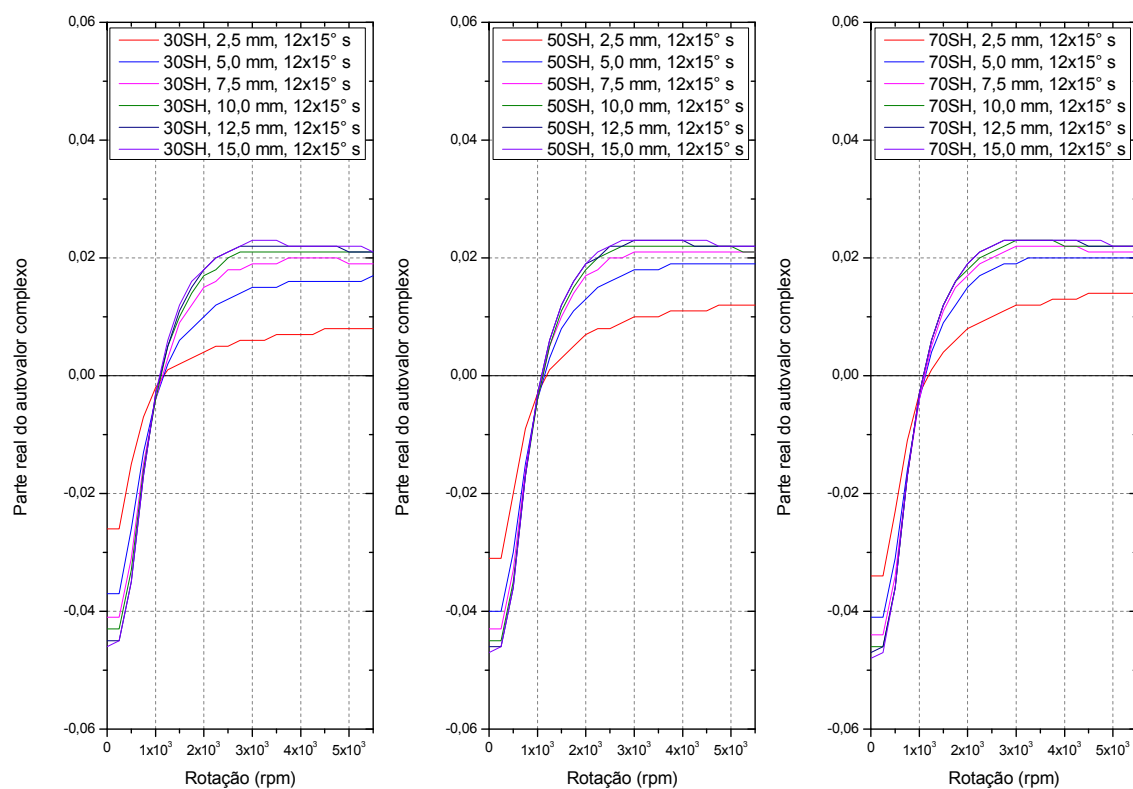


Figura 4-54 – Evolução da instabilidade para o modelo de cisalhamento 12x15°.

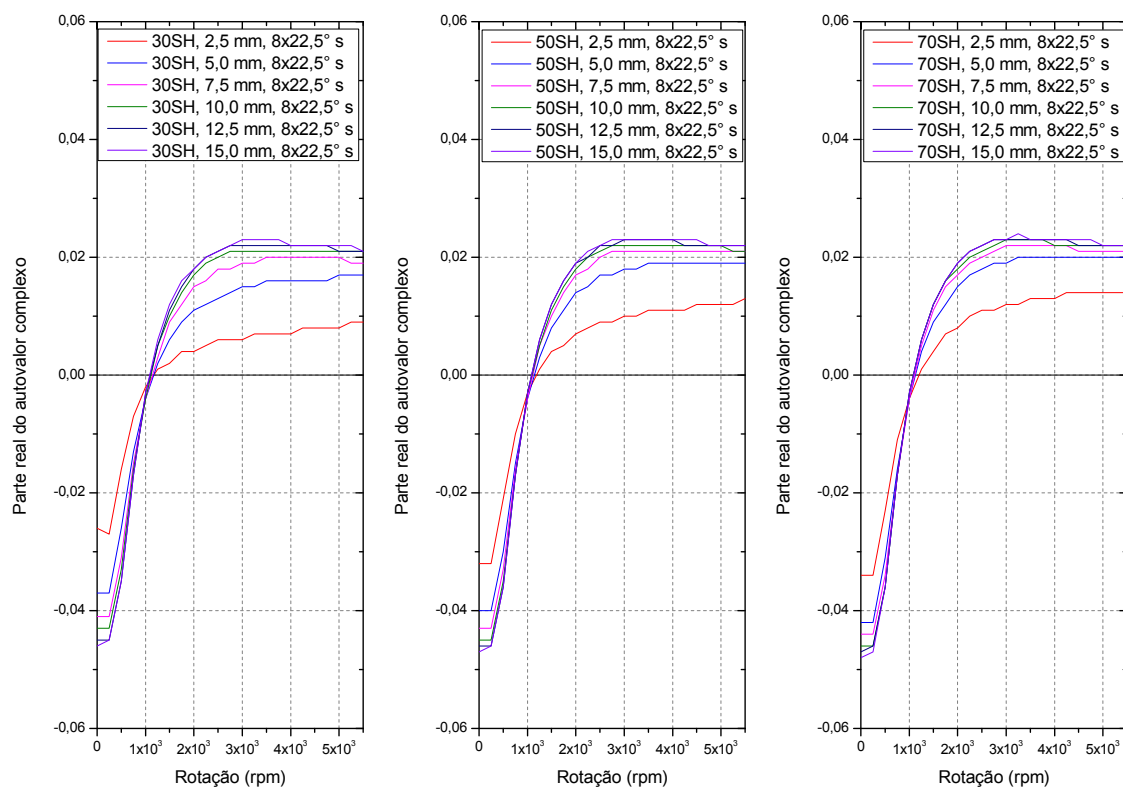


Figura 4-55 – Evolução da instabilidade para o modelo de cisalhamento 8x22,5°.

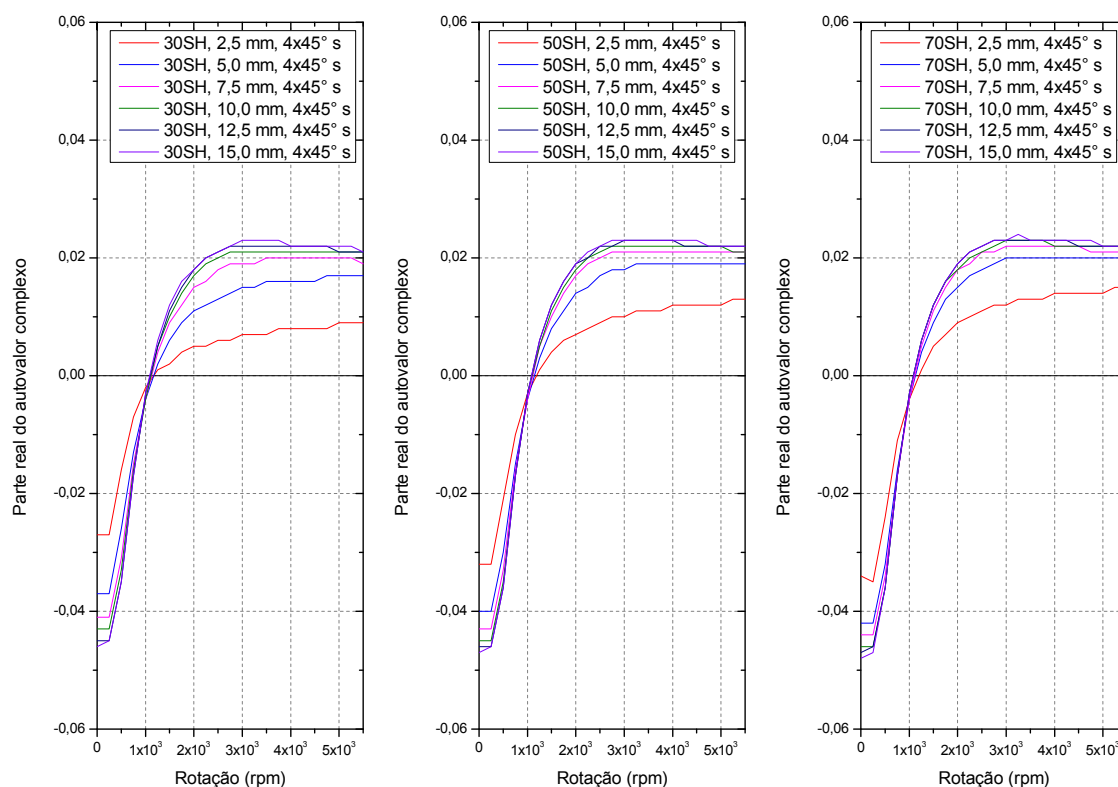


Figura 4-56 – Evolução da instabilidade para o modelo de cisalhamento 4x45°.

Barrett, Gunter e Allaire (1978) estabelecem que se o aumento de amortecimento proporcionado for menor que um valor ótimo para rotores flexíveis, pode-se ter uma diminuição no amortecimento efetivo e, conseqüentemente, ter-se uma deterioração da estabilidade dinâmica do rotor. Isto pode explicar o desempenho de alguns amortecedores. Este comportamento, o qual pode causar surpresa a muitos, faz Vance (1988) enfatizar a importância de se realizar análises matemáticas e simulações computacionais para se garantir que as alterações propostas em um projeto sejam bem direcionadas e atinjam os resultados esperados.

Diferentemente dos amortecedores de compressão, algumas configurações de amortecedores de cisalhamento apresentam mais um modo com instabilidade. Tratam-se também de modos de precessão retrógrada e não são excitados pelo desbalanceamento. Os modelos que apresentam mais de um modo instável estão relacionados na Tabela 4-3, com as respectivas velocidades a partir das quais a instabilidade manifesta-se.

Tabela 4-2 – Velocidades limites de estabilidade para os modelos de cisalhamento.

Amortecedor	Material	30 SH	50 SH	70 SH
	Espessura			
360°	2,5	1166	1150	1134
	5,0	1191	1100	1100
	7,5	1100	1075	1075
	10,0	1075	1075	1075
	12,5	1075	1075	1075
	15,0	1075	1075	1075
12x15°	2,5	1167	1186	1187
	5,0	1167	1142	1126
	7,5	1143	1111	1112
	10,0	1110	1111	1084
	12,5	1093	1083	1084
	15,0	1082	1083	1084
8x22,5°	2,5	1166	1187	1200
	5,0	1166	1143	1125
	7,5	1143	1111	1111
	10,0	1111	1094	1083
	12,5	1094	1084	1083
	15,0	1083	1084	1083
4x45°	2,5	1166	1188	1200
	5,0	1166	1143	1125
	7,5	1125	1111	1111
	10,0	1111	1093	1083
	12,5	1093	1083	1083
	15,0	1083	1083	1083

Tabela 4-3 – Modelos de cisalhamento com mais de um modo instável.

Amortecedor	Material	30 SH	50 SH	70 SH
	Espessura			
360°	2,5	3138		
12x15°	2,5	2300	2644	2848
	5,0	3116		
8x22,5°	2,5	2353	2686	2879
	5,0	3138		
4x45°	2,5	2364	2794	2923

4.4 Discussões

4.4.1 Atenuação dos picos de resposta ao desbalanceamento

O sistema rotativo analisado neste trabalho apresenta a complexidade própria de um rotor flexível sustentado por mancais anisotrópicos e ao qual se adicionam suportes elastoméricos cujas propriedades dinâmicas afetam de sobremaneira o seu comportamento. A simplificação apresentada na Figura 4-57 ajuda no entendimento do sistema.

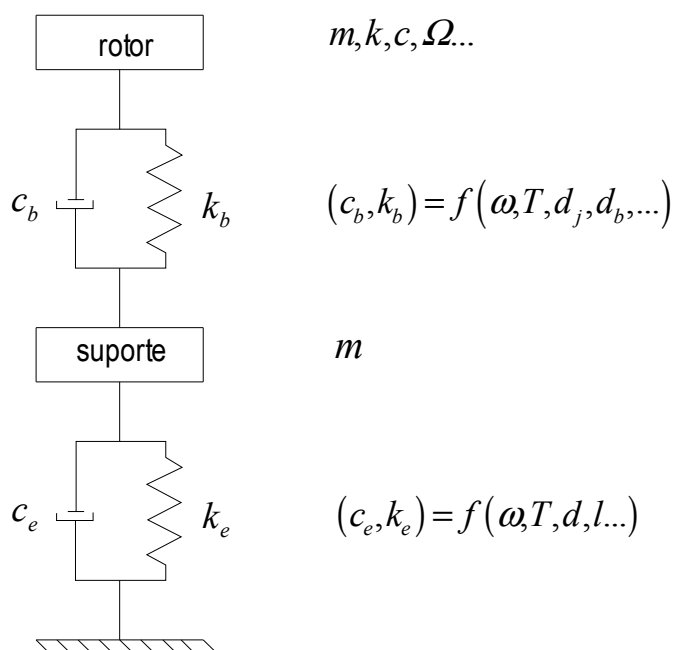


Figura 4-57 – Modelo simplificado do sistema rotor-mancal-amortecedor elastomérico.

O comportamento do sistema depende das características do rotor, das propriedades dinâmicas do filme lubrificante e do material elastomérico. Deve-se notar que a geometria do elastômero também influi nas características dinâmicas do dispositivo, especialmente na rigidez. A frequência de excitação influi tanto no comportamento do rotor, quanto no desempenho do mancal e nas propriedades dos elastômeros.

A energia dissipada pelo material viscoelástico depende da rigidez do suporte (dispositivo elastomérico e mancal) e das deformações que ocorrem no próprio elastômero e, ainda, do fator de perda. Desta forma, um valor ótimo de rigidez do suporte e um alto fator de perda induziriam, a princípio, uma menor resposta.

Os amortecedores estão posicionados nos mancais. Dependendo da frequência de excitação, esta pode não ser a posição mais vantajosa para se instalar um dispositivo de amortecimento, pois a flexibilidade pode ser tão baixa que não permita a ação eficiente do amortecedor. Uma maior flexibilidade permite que o amortecimento atue (CHILDS, 1993).

A utilização dos suportes elastoméricos desloca as velocidades críticas para valores menores quando comparados ao modelo FFB. Dependendo da magnitude deste deslocamento, pode-se entrar em uma região onde o amortecimento do material elastomérico (traduzido pelo fator de perda) seja diminuído, acarretando menor dissipação de energia. Isto é particularmente notado na região da primeira velocidade crítica para todos os modelos.

A análise do comportamento do sistema na segunda velocidade crítica é direta. Nesta região a variação das propriedades dinâmicas do filme fluido é pequena. A presença dos dispositivos elastoméricos torna o sistema menos rígido quando comparado ao modelo FFB. Com isto, ocorre a diminuição da velocidade crítica. Quanto menor a rigidez do amortecedor menor a velocidade crítica. Assim, para as mesmas dimensões, espera-se que o material mais rígido (Figura 3-8) apresente velocidades críticas mais elevadas, ou seja,

$$\omega_{cr}^{70SH} > \omega_{cr}^{50SH} > \omega_{cr}^{30SH}.$$

Tomando-se o modelo segmentado de compressão 12x15° como exemplo, faz-se a análise que se segue. Na Tabela 4-4 têm-se as velocidades críticas correspondentes aos picos na direção z .

Para o modelo 70SH, o fator de perda correspondente à faixa que compreende as velocidades críticas está no seu patamar mais elevado (Figura 3-10) e a sua variação da menor para a maior frequência é praticamente nulo. Assim, a dissipação de energia depende fortemente da geometria do elastômero. Para dispositivos com maior espessura, h_e , i.e., com menor fator de forma, há uma maior área disponível para deformação e, conseqüentemente, a atenuação dos picos é mais pronunciada.

Tabela 4-4 – Segunda velocidade crítica: 12x15° de compressão.

h_e (mm)	$2^a \omega_{cr}$ (rpm)		
	30SH	50SH	70SH
2,5	2578,14	2595,30	2595,30
5,0	2509,38	2535,18	2552,34
7,5	2414,82	2466,42	2492,16
10,0	2311,74	2397,66	2440,62
12,5	2217,18	2328,90	2380,44
15,0	2122,68	2260,14	2320,32

Para o modelo 50SH, o fator de perda está no patamar máximo para a menor velocidade crítica e tem pequena redução à medida que avança para frequências maiores. Para este caso, o efeito do fator de forma é ainda preponderante na atenuação do pico de resposta, mas já se pode esperar uma contribuição adicional das propriedades do material.

No modelo 30SH a faixa do fator de perda correspondente às velocidades críticas está no ramo descendente da curva. A variação entre os valores máximo e mínimo é maior quando comparado aos modelos 50SH e 70SH. Da mesma forma como acontece para os outros dois modelos, quanto maior a espessura maior será a área disponível para deformação e, conseqüentemente, espera-se uma maior atenuação dos picos de resposta ao desbalanceamento. Para os modelos 30SH, já se pode observar uma maior variação das propriedades dinâmicas do filme fluido, principalmente nas frequências inferiores, onde o amortecimento é maior. O material 30SH é o mais flexível entre os três e, conseqüentemente, permite que o amortecimento atue de forma mais efetiva.

As observações feitas acima são extensíveis aos demais modelos de compressão e aos modelos de cisalhamento. Para estes últimos, porém, deve-se notar que o aumento da espessura h_e implica sistemas mais rígidos, ao contrário do que ocorre com os modelos de compressão. Assim, com o aumento da espessura do elastômero, esperam-se picos mais elevados.

A análise para a primeira velocidade crítica é mais complicada, pois dentro de uma pequena faixa de variação das velocidades críticas, os fatores que influenciam o comportamento dinâmico do sistema sofrem mudanças mais intensas. Na Tabela 4-5 o modelo segmentado de compressão 12x15° é empregado para ilustrar a estreita faixa de variação da velocidade crítica em função da espessura do elastômero e do tipo de material.

Tabela 4-5 – Primeira velocidade crítica: 12x15° de compressão.

h_e (mm)	$1^a \omega_{cr}$ (rpm)		
	30SH	50SH	70SH
2,5	644,52	644,52	644,52
5,0	635,94	644,52	644,52
7,5	627,36	635,94	635,94
10,0	592,97	627,36	635,94
12,5	610,14	627,36	627,36
15,0	567,19	618,72	618,72

A anisotropia do filme é mais pronunciada na região da primeira velocidade crítica e as propriedades do filme fluido sofrem forte variação. Para alguns casos, o pico da resposta ocorre na direção y , o que reforça a influência das propriedades do filme lubrificante naquela região. Os fatores de perda são muito baixos e a sua variação apresenta forte gradiente (Figura 3-10). O fator de perda está à esquerda do patamar de máximo valor. Nesta situação, para menores frequências o fator de perda é menor, diferentemente do que ocorre na região da segunda velocidade crítica. O fator de perda do material 50SH é maior que o fator de perda do 70SH até certa frequência.

Esta variação drástica de propriedades dentro de uma faixa estreita de frequência explica, pelo menos em parte, a ausência de uma tendência clara de comportamento nas proximidades da primeira velocidade crítica. Isto obriga que cada caso seja estudado de forma mais cuidadosa naquela região.

Esta complexidade também ajuda a entender a dificuldade em se obter uma teoria plenamente aceita para projeto de amortecedores elastoméricos para máquinas rotativas, tornando a síntese destes dispositivos um processo predominantemente de tentativa e erro. É justamente neste contexto que os métodos numéricos se fazem importante como ferramenta de análise, permitindo que diferentes situações sejam analisadas de forma mais rápida e econômica quando comparada aos ensaios físicos.

4.4.1 Simetria dos suportes elastoméricos

Dutt e Toi (2003) analisam um sistema sem simetria aparente entre os quatro setores elastoméricos que o constituem, i.e., os setores elastoméricos possuem diferentes comprimentos, estão distribuídos em ângulos diferentes em relação ao centro do mancal e não estão equidistantes entre si. Eles observaram que havia possibilidade de instabilidade devido ao efeito das rigidezes cruzadas. Ao analisarem um sistema com setores

elastoméricos simetricamente distribuídos estes autores não observaram efeito das rigidezes cruzadas.

Os modelos segmentados apresentados neste trabalho foram concebidos de tal forma a possuir propriedades idênticas nas direções y e z , além de terem o mesmo volume de material para cada grupo de espessura em particular, e.g., o modelo $12 \times 15^\circ @ 5,0$ mm de compressão possui o mesmo volume de elastômero que os modelos $8 \times 22,5^\circ @ 5,0$ mm e $4 \times 45^\circ @ 5,0$ mm de compressão.

Inserindo-se amortecimento externo no modelo aumentam-se todas as VLE, ou seja, desloca-se o limite de instabilidade para uma velocidade de rotação mais alta.

A princípio, pensa-se que as forças nas direções y e z não são acopladas se os setores elastoméricos possuem as mesmas dimensões e são colocados de forma simétrica. Contudo, tomando o modelo de Maxwell generalizado como base para análise, verifica-se que, na realidade, a ausência de efeitos de acoplamento cruzado é possível apenas quando os termos de rigidez de cada elemento da cadeia são nulos. Isto não ocorre na prática e, em um maior ou menor grau, o acoplamento cruzado se faz presente.

Deve-se observar ainda que os amortecedores com mais de um modo instável apresentam elementos elastoméricos com pequena espessura em relação ao seu comprimento, tornando-os susceptíveis a deformações complexas de flexão, as quais forçariam a uma assimetria do sistema. Ressalta-se que estes modelos com pequena espessura foram concebidos apenas para permitir análises conceituais. Na prática, poucas máquinas tolerariam tão baixa rigidez de um suporte.

4.4.2 Geometria dos suportes elastoméricos

Comparando-se as respostas ao desbalanceamento para amortecedores segmentados com mesma espessura e mesmo material, observam-se diferentes comportamentos entre eles. Isto mostra que a amplitude da resposta síncrona é muito sensível à geometria (distribuição dos elementos elastoméricos, neste caso) do amortecedor.

Para sistemas com mancais de filme fluido, a assimetria nas propriedades dinâmicas tornam os efeitos da geometria do amortecedor ainda mais notáveis.

4.4.3 Eficácia global dos amortecedores elastoméricos

Para que um dispositivo elastomérico seja eficaz sob o ponto de vista dinâmico, o sistema que os possui, quando comparado ao de referência deve: (a) apresentar menores amplitudes de resposta ao desbalanceamento; (b) ter instabilidades suprimidas, ou pelo

menos, ter a velocidade limite de estabilidade ampliada; (c) ter a faixa de operação segura estendida.

A condição (c) além de estar vinculada à amplitude das respostas, também depende da quantidade de velocidades críticas que se apresentam dentro da faixa de operação. Isto porque as margens de separação, i.e., a dimensão das faixas que compreendem as regiões nas cercanias das velocidades críticas, são determinadas em função das amplitudes, e a sua quantidade é função do número de velocidades críticas.

Tendo estes critérios em mente, observa-se que poucos modelos conseguem sucesso simultaneamente. Considerando a inexistência de uma rotina que possa ser amplamente utilizada e a dificuldade em se obter uma configuração que equilibre o compromisso entre os critérios de eficácia, enfatiza-se a importância da simulação numérica como processo mais eficiente, de menor custo, e com menor consumo de tempo para o projeto deste tipo de sistema.

4.4.4 Dimensões do dispositivo de amortecimento

Uma vez provada a eficiência dos amortecedores elastoméricos no controle de máquinas rotativas, outra questão que deve ser abordada quando se trata de máquinas rotativas é a dimensão dos seus componentes. Devido a limitações de espaço, os dispositivos elastoméricos apresentam-se como soluções de custo relativamente baixo e dimensões inferiores quando comparado a outros mecanismos de amortecimento.

4.4.5 Determinação das propriedades dinâmicas dos elastômeros

O conhecimento das propriedades do elastômero é vital para o projeto de amortecedores passivos baseados no uso destes materiais. As propriedades de elastômeros colocadas de forma a serem diretamente empregadas em simulações numéricas são pouco extensas e difíceis de encontrar na literatura. Com exceção de alguns raros trabalhos, como regra, as propriedades devem ser determinadas através de ensaios como os realizados no LSM.

Por outro lado, deve-se ter em mente que os dados devem ser confiáveis para a utilização em um projeto. Sob este aspecto, a condução de ensaios independentes para se verificar as principais propriedades envolvidas é recomendada.

Ensaio para a obtenção das propriedades viscoelásticas demandam esforços e cuidados consideráveis tanto na condução dos experimentos quanto nos ajustes das curvas. É possível que nem todos os projetistas tenham condições de realizar tais ensaios. Este é mais um fato que limita a utilização de elastômeros em sistemas de amortecimento para máquinas rotativas.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Máquinas rotativas têm sido projetadas e construídas para operarem em velocidades cada vez mais elevadas e vêm tornando-se mais leves e esbeltas. Considerações especiais sob o ponto de vista da dinâmica de rotores devem ser dadas às máquinas que operam em alta velocidade, uma vez que estas são mais susceptíveis aos efeitos nocivos relacionados ao desbalanceamento e às instabilidades.

Um balanceamento criterioso do rotor continua sendo uma medida de grande importância para a operação segura. Contudo, a remoção de energia através do uso de sistemas auxiliares, como dispositivos elastoméricos mostra-se necessária para o controle de vibrações em várias situações, particularmente nas proximidades das velocidades críticas.

As velocidades críticas de um rotor, por sua vez, também podem ser alteradas através da utilização de elastômeros, os quais modificam consideravelmente a rigidez dos suportes.

Neste trabalho é descrito o comportamento dinâmico de um rotor suportado por mancais radiais curtos de filme fluido com amortecimento adicional promovido por dispositivos elastoméricos colocados entre o encosto e o alojamento destes mancais. As investigações cobriram uma gama considerável de aspectos, quais sejam:

- Descrição do comportamento dinâmico de rotores;
- Descrição do comportamento viscoelástico dos materiais;

- Aplicação de coeficientes dinâmicos com variação de velocidade na modelagem dos mancais;
- Simulação numérica do comportamento dinâmico de rotores;

Dentro do escopo desta pesquisa, podem-se citar as seguintes conclusões:

- Os modelos propostos são capazes de representar o comportamento dinâmico de um rotor flexível suportado por mancais hidrodinâmicos associados a dispositivos elastoméricos de amortecimento.
- As amplitudes de resposta ao desbalanceamento podem ser efetivamente diminuídas com a utilização de amortecedores elastoméricos, mesmo em sistemas suportados por mancais hidrodinâmicos. Alguns modelos apresentaram picos de resposta ao desbalanceamento com aproximadamente 40 % da amplitude registrada para o rotor apoiado somente em mancais hidrodinâmicos.
- O emprego de amortecedores elastoméricos aumenta a VLE em rotores suportados por mancais hidrodinâmicos. Com exceção de alguns modelos contínuos de cisalhamento, os quais apresentaram VLE igual ao do modelo FFB, todos os outros modelos com amortecedores elastoméricos apresentaram VLE maior quando comparados ao modelo FFB. Contudo, nenhum dos modelos apresentados neste trabalho foi capaz de levar a VLE para fora da faixa de operação considerada, sendo que alguns modelos apresentaram mais de um modo instável.
- Para que haja sucesso na aplicação de amortecedores elastoméricos é necessária a escolha adequada da geometria e das propriedades do elastômero, além de um conhecimento aprofundado do comportamento dinâmico do sistema.
- O comportamento dinâmico do sistema é fortemente influenciado pela geometria e pelas propriedades dos elastômeros utilizados nos suportes.
- A introdução de elementos viscoelásticos como suporte de mancais de deslizamento adiciona amortecimento extra ao sistema, mas torna a análise mais complexa.
- Uma desvantagem que pode ocorrer no uso de suportes com menor rigidez é o deslocamento das velocidades críticas para um patamar inferior. Assim, pode ocorrer a manifestação de mais velocidades críticas na faixa de operação do rotor.

De modo geral, pode-se concluir que materiais viscoelásticos aplicados a mancais hidrodinâmicos podem reduzir a amplitude da resposta síncrona e aumentar a velocidade limite de estabilidade em máquinas rotativas que operam em velocidades supercríticas, desde que se faça a escolha adequada da configuração e do material elastomérico.

Apesar de se ter dado ênfase à aplicação de materiais viscoelásticos a máquinas rotativas, muitas outras aplicações podem beneficiar-se das observações estabelecidas neste trabalho, quais sejam: amortecedores estruturais, os quais reduziriam os níveis de tensão aumentando a vida à fadiga dos elementos; amortecedores para redução dos níveis sonoros para melhoria do conforto; isoladores com o objetivo de proteger elementos susceptíveis a falhas por impacto, entre outros.

5.1 Sugestões para o desenvolvimento de futuros trabalhos

Os amortecedores com base em elastômeros são uma alternativa atraente quando comparados a outras formas de amortecimento para máquinas rotativas. Eles são simples, apresentam uma combinação inerente de amortecimento e rigidez, podem ser compactos, não necessitam de circuitos de óleo ou selagem (são secos), e são, consequentemente, relativamente baratos. Desta forma, encorajam-se a realização de novos estudos para o desenvolvimento desta tecnologia.

Neste trabalho, as análises paramétricas dos amortecedores tipo cisalhamento limitaram-se à variação da espessura do elastômero, h_e . Para futuros trabalhos, o efeito do comprimento do elastômero, l_e , deve ser investigado.

Uma das questões que ainda persistem na restrição do emprego de materiais viscoelásticos em máquinas rotativas é a sua durabilidade. Em máquinas rotativas para aplicações industriais críticas nas quais a confiabilidade e a longevidade são fatores preponderantes, desejam-se que os amortecedores viscoelásticos mantenham suas propriedades durante a vida útil da máquina, para que, no mínimo, as intervenções nos amortecedores se deem juntamente com as reformas destes equipamentos, as quais são inevitavelmente realizadas periodicamente. A falha de um amortecedor viscoelástico em uma máquina de grande responsabilidade traria consequências desastrosas em termos de custo. Na prática, a durabilidade é apenas qualitativamente estimada ou derivada a partir de alguns catálogos simples de fabricantes. Mesmo quando disponíveis estes guias são inadequados para aplicações de componentes críticos de engenharia. Apesar de vários estudos terem sido realizados no que diz respeito à alteração das propriedades dos materiais viscoelásticos e à sua deterioração em diversos ambientes, não se verificam na literatura dados específicos para aplicação direta em máquinas rotativas. Para aplicações práticas de amortecedores viscoelásticos, aspectos relacionados à temperatura, envelhecimento, fluência e fadiga devem ser investigados com maior profundidade.

Há necessidade de se desenvolver métodos que incluam a dependência do comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos com relação à deformação. Em um

rotor horizontal o elemento viscoelástico inferior (no caso de setores poliméricos) ou a porção inferior (no caso de cartucho contínuo) é comprimido e a parte superior é tracionada. Deve-se procurar aplicar uma pré-carga compressiva na região que será tracionada de tal forma que isto produza um estado final de compressão ou, pelo menos, nulo. Isto tenderá a aumentar a vida à fadiga do elastômero e, conseqüentemente, a segurança, uma vez que estes elementos apresentam melhor desempenho em compressão (e cisalhamento) do que quando submetidos à tração. Análises que envolvam a pré-carga de elastômeros devem ser realizadas.

Os efeitos da temperatura e do envelhecimento do material podem causar variações significativas nas características dinâmicas da máquina e, conseqüentemente, dificultar os processos de balanceamento baseados nas técnicas convencionais. Estes efeitos devem ser considerados ao se optar pela utilização de materiais viscoelásticos em máquinas rotativas. Neste trabalho, as investigações ficaram restritas à temperatura na qual os ensaios para a determinação das propriedades viscoelásticas dos elastômeros foram conduzidos. Recomenda-se como desenvolvimento futuro, a adequação do sistema desenvolvido por Lépure e Santos (2008) para se obter dados a diferentes temperaturas.

Nos trabalhos de (FERREIRA, 2005) e (SALDARRIAGA, 2007) são reportadas diferentes dificuldades na condução de ensaios físicos. Estas dificuldades são aparentemente comuns em trabalhos realizados nesta área. Desta forma, sugere-se o levantamento dos principais empecilhos relacionados a ensaios envolvendo viscoelasticidade e dinâmica de rotores e o conseqüente desenvolvimento de uma metodologia que permita a sua realização com níveis de incerteza modestos.

A falta de dados para aplicação direta ainda é um dos entraves para a utilização dos elastômeros em dispositivos de amortecimento para máquinas rotativas. Um estudo para se determinar os materiais que melhor se aplicam a esta situação, a determinação das propriedades dinâmicas e a sua publicação para a comunidade interessada é fortemente recomendada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS. **Rotordynamic Analysis Guide, Release 12.0**. Ansys, Inc. Cononsburg, p. 54. 2009.

API 684. **API Standard Paragraphs - Rotordynamic Tutorial: Lateral Critical Speeds, Unbalance Response, Stability, Train Torsionals, and Rotor Balancing**. 2^a. ed. Washington, D.C.: American Petroleum Institute, 2005.

ASHBY, M.; SHERCLIFF, H.; CEBON, D. **Materials – Engineering Science Processing and Design**. [S.I.]: Butterworth-Heinemann, 2007.

BARRETT, L. E.; GUNTER, E. J.; ALLAIRE, P. E. Optimum bearing design and support damping for unbalance response and stability of rotating machinery. **Journal of Engineering for Power**, p. 89-94, January 1978.

BLACK, P. H.; ADAMS, O. E. J. **Machine Design**. 3^a. ed. [S.I.]: McGraw-Hill Book Company, 1981.

BORMANN, A. **Elastomerringe zur Schwingungsberuhigung in der Rotordynamik - Theorie, Messungen und optimierte Auslegung**. Von der Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme der Technischen Universität Berlin. Berlin, p. 149. 2005.

BUDYNAS, R. G.; NISBETT, K. **Shigley's Mechanical Engineering Design**. 8^a. ed. [S.I.]: McGraw-Hill, 2006.

CHIANG, T.; TESSARZIK, J. M.; BADGLEY, R. H. **Development of procedures for calculating stiffness and damping properties of elastomers in Engineering applications - Part I. Verification of basic methods**. Mechanical Technology Incorporated (MTI) / National Aeronautics and Space Administration (NASA). [S.I.], p. 110. 1972. (CR - 120965).

CHILDS, D. **Turbomachinery Rotordynamics**. [S.I.]: John Willey & Sons, 1993.

CHOUDHRY, V. V. **Experimental evaluation of wire mesh for design as a bearing damper**. Texas A&M University. [S.I.], p. 98. 2003.

DARLOW, M. S.; SMALLEY, A. J. **Development of procedures for calculating stiffness and damping properties of elastomers in Engineering applications - Part IV**.

Testing elastomers under rotating load. Mechanical Technology Incorporated (MTI) / National Aeronautics and Space Administration (NASA). [S.I.], p. 97. 1977. (CR - 135355).

DARLOW, M.; ZORZI, E. **Mechanical design handbook for elastomers.** MTI / NASA. New York, p. 353. 1981. (CR 3423).

DUBOIS, G. B.; OCVRK, F. W. **Analytical derivation and experimental evaluation of short-bearing approximation for full journal bearings.** National Advisory Committee for Aeronautics - NACA. [S.I.], p. 1199-1230. 1953. (TN 1157).

DUNKERLEY, S. On the whirling and vibration of shafts. **Phil. Trans. R. Soc.**, Londres, 185, 1894. 279-360.

DUTT, J. K.; NAKRA, B. C. Stability of rotor system with viscoelastic supports. **Journal of Sound and Vibration**, n. 153, 1992. 89-96.

DUTT, J. K.; NAKRA, B. C. Vibration response reduction of a rotor shaft system using viscoelastic polimeric supports. **Journal of Vibration and Acoustics**, ASME 115, 1993. 221 - 223.

DUTT, J. K.; TOI, T. Rotor vibration reduction with polimeric sectors. **Journal of Sound and Vibration**, 2003. 769-793.

FERREIRA, E. M. D. S. **Modelo de rotores dinâmicos com mancais flexíveis utilizando material viscoelástico.** Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2005. 129 p.

FRENE, J. et al. **Hidrodynamic Lubrication - Bearings and Thrust Bearings.** Tribology Series, 33. ed. [S.I.]: Elsevier, 1997.

FRISWELL, M. I. et al. **The response of rotating machines on viscoelastic supports.** International Review of Mechanical Engineering (I.R.E.M.E). [S.I.]: Praise Worthy Prize. 2007. p. 9.

GENT, A. N. **Engineering with rubber - How to design rubber component.** 2^a. ed. Munique: Hanser, 2000.

GENTA, G. **Dynamic of Rotating Systems.** [S.I.]: Springer, 2005.

GRETHLEIN, C. E.; CRAIG, B. D.; LANE, R. A. Elastomeric seals 101 - A brief tutorial. **The AMPTIAC Quarterly**, New York, v. 8, p. 10, 2004. ISSN 2.

GUPTA, P. K.; TESSARZIK, J. M.; CZIGLENYI, L. **Development of procedures for calculating stiffness and damping properties of elastomers in Engineering applications - Part II. Elastomer characteristics at constant temperature.** Mechanical Technology Incorporated (MTI) / National Aeronautics and Space Administration. [S.I.], p. 125. 1974. (CR -134704).

HAMROCK, B. J.; SHMID, S. R.; JACOBSON, B. O. **Fundamentals of Fluid Film Lubrication.** 2^a. ed. Nova Iorque: Marcel Dekker, 2004.

HARNOY, A. **Bearing design in machinery.** [S.I.]: Marcel Dekker, 2003. 640 p.

ISHIDA, Y. **New Passive Control Methods for Reducing Vibrations of Rotors:** Discontinuous Spring Characteristics and Ball Balancers. IUTAM Symposium on Trends in Rotor Dynamics. New Delhi: Springer. 2009. p. 17.

KHONSARI, M. M.; BOOSER, E. R. **Applied Tribology:** Bearing Design and Lubrication. [S.I.]: John Wiley & Sons, 2001. 496 p.

KIRK, R. G.; GUNTER, E. J. The effect of support flexibility and damping on the synchronous response of a single mass flexible rotor. **Journal of Engineering for Industry**, 1972. 12.

KULKARNI, P.; PANNU, S.; NAKRA, B. C. Unbalance response and stability of a rotating system with viscoelastically supported bearings. **Mech. Mach. Theory**, v. 28, p. 427-435, 1993.

LALLANE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics prediction in Engineering**. 2^a. ed. [S.I.]: John Wiley & Sons, 1997.

LEE, Y. B. et al. Dynamic characteristics of a flexible rotor system supported by a viscoelastic foil bearing (VEFB). **Tribology International**, v. 37, p. 679-687, 2004.

LEIMATRE, J.; CHABOCHE, J. L. **Mechanics of Solid Materials**. [S.I.]: Cambridge University Press, 1990.

LIEBICH, R.; SCHOLZ, A.; WIESCHALLA, M. **Rotors supported by elastomer-ring-damper - experimental and numerical investigations**. 10th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery. Londres: Institution of Mechanical Engineers. 2012. p. 443-453.

LUND, J. W. The stability of an elastic rotor in journal bearings with flexible, damped supports. **Transactions ASME**, v. 32, p. 911-920, 1965.

MARMOL, R. A. **Engine rotor dynamics, synchronous and nonsynchronous whirl control**. Pratt & Whitney Aircraft Group and U.S. ARMY Research and Technology Laboratories. [S.I.], p. 149. 1979. (USARTL-TR-79-2).

MEAD, D. J. **Passive vibration control**. [S.I.]: John Wiley & Sons, 1988. 540 p.

MEYERS, M. A.; CHAWLA, K. K. **Mechanical Behavior of Materials**. New Jersey: Prentice Hall, 1999.

MONTAGNIER, O.; HOCHARB, C. Dynamic instability of supercritical driveshafts mounted on dissipative supports - Effects of viscous and hysteretic internal damping, n. 305, p. 23, 2007.

NELSON, H. D.; MCVAUGH, J. M. The dynamics of rotor-bearing system using finite elements. **J. Eng. Ind.**, v. 98(2), p. 593-600, 1976.

NEW, N. H.; RUDDY, A. V. **Self Contained Bearings Assemblies**. AE Symposium. [S.I.]: [s.n.]. 1986. p. 6.

NORTON, R. L. **Machine Design - An Integrated Approach**. 3. ed. [S.l.]: Pearson - Prentice Hall, 2006.

ORGEN, G. O. **Design and Development of a Complex Shear Modulus Measurement Setup for Viscoelastic Materials**. SAE 2005 Noise and Vibration Conference and Exhibition. [S.l.]: [s.n.]. 2005. p. 10.

OZGUVEN, H. N.; OZKAN, Z. L. **Whirl speeds and unbalance response of multibearing rotors using finite elements**. J. Vib. Acoust. Stress Reliab. Des. [S.l.]: Trans. ASME. 1984. p. 72-79.

PANDA, K. C.; DUTT, J. K. Design of optimum support parameters for minimum rotor response and maximum limit. **Journal of Sound and Vibration**, p. 1313-1330, 1999.

POWELL, J. W.; TEMPEST, M. C. A study of high speed machines with rubber stabilized air bearings. **Journal of Lubrication Technology**, n. ASME Paper 68-LubS-9, 1968. 701-708.

RANKINE, W. J. M. On the centrifugal force of rotating shafts. **Engineer**, v. 27, p. 249, 1869.

RAO, J. S. **History of Rotating Machinery Dynamics**. [S.l.]: Springer, 2011.

RIANDE, E. et al. **Polymer Viscoelasticity - Stress and Strain in Practice**. [S.l.]: Marcel Dekker, 2000.

RIEGER, A.; BURGESS, G.; ZORZI, E. **Development of procedures for calculating stiffness and damping properties of elastomers in Engineering applications - Part VI**. Mechanical Technology Incorporated (MTI) / National Aeronautics and Space Administration (NASA). [S.l.], p. 157. 1980. (CR - 159838).

RIEGER, A.; ZORZI, E. **Development of procedures for calculating stiffness and damping of elastomers in Engineering applications - Part VII**. Mechanical Technology Incorporated (MTI) / National Aeronautics and Space Administration (NASA). [S.l.], p. 85. 1980. (CR - 165138).

RUHL, R.; BOOKER, J. F.. A Finite Element Model for Distributed Parameter Turborotor Systems. **ASME Journal of Engineering for Industry**, 94, 1972.

SALDARRIAGA, M. R. V. **Atenuação de vibrações em máquinas rotativas flexíveis usando materiais viscoelásticos nos suportes**. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 120. 2007.

SHABANEH, N. H.; ZU, J. W. Dynamic analysis of rotor-shaft systems with viscoelastic supported bearings. **Mechanism and Machinery Theory**, n. 35, p. 1313-1330, 2000.

SMALLEY, A. J.; DARLOW, M. S.; MEHTA, R. K. **Stiffness and damping of elastomeric o-ring bearing mounts**. National Aeronautics and Space Administration. [S.l.], p. 77. 1977. (CR-135328).

SMALLEY, A. J.; TESSARZIK, J. M. **Development of procedures for calculating stiffness and damping properties of elastomers in Engineering applications - Part III. The effects of temperature, dissipation level and geometry.** Mechanical Technology Incorporated (MTI) / National Aeronautics and Space Administration (NASA). [S.l.], p. 224. 1975. (CR - 134939).

STERNLICHT, B.; LEWIS, P. Vibration problems with high-speed turbomachinery. **Journal of Engineering for Industry**, Fevereiro 1968. 13.

TECZA, J. A.; DARLOW, M. S.; SMALLEY, A. J. **Development of procedures for calculating stiffness and damping properties of elastomers in Engineering applications - Part V. Elastomer performance limits and test of an elastomer damper.** Mechanical Technology Incorporated (MTI) / National Aeronautics and Space Administration (NASA). [S.l.], p. 153. 1979. (CR - 159552).

THOMAZI, C. C.; SANTOS, M. B. D.; LÉPORE, F. D. P. **Analysis of a rotor-bearing system with elastomeric dampers.** VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica CONEN 2012. São Luís: [s.n.]. 2012. p. 8.

THOMAZI, C. C.; SANTOS, M. B. D.; LÉPORE, F. P. Unbalance Response of a Flexible Rotor Supported by Fluid Film Bearings with Additional Viscoelastic Damping. **XIV DINAME**, 2011. 10.

VANCE, J. M. **Rotordynamics of Turbomachinery.** [S.l.]: John Wiley & Sons, 1988.

VANCE, J.; ZEIDAN, F.; MURPHY, B. **Machinery Vibration and Rotordynamics.** New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.

YOON, S. Y.; LIN, Z.; ALLAIRE, P. E. **Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings: Theory and Implementation (Advances in Industrial Control).** Londres: Springer, 2013.

ZEIDAN, F. Y.; PAQUETTE, D. J. **Application of high speed and high performance fluid film bearings in rotating machinery.** Twenty-third Turbomachinery Symposium. [S.l.]: Texas A & M University - Turbomachinery Laboratory. 1994. p. 209-233.