

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**BALANCEAMENTO DE ROTORES FLEXÍVEIS SEM USAR MASSAS DE
TESTE**

Dissertação Apresentada
à Universidade Federal de Uberlândia por:

MANUEL RAMÓN VILLAFANE SILDARRIAGA

Como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia Mecânica

Aprovada por:

Prof. Dr. João Carlos Mendes Carvalho – (UFU)
Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte – (UFU)
Prof. Dr. Paulo Carlos Kaminski – (USP)
Prof. Dr. Valder Steffen Jr. – (UFU) – Orientador

Uberlândia, 22 de Novembro de 2002

A Luz de Maria

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Valder Steffen Jr., pelo apoio, incentivo e inestimáveis sugestões durante a orientação deste trabalho.

Aos colegas e professores da FEMEC pela amizade e colaboração.

À FEMEC pela oportunidade.

À CAPES pelo apoio financeiro, sem o qual não seria possível a realização deste trabalho de pesquisa.

À Comunidade hispano-falante em Uberlândia pela amizade e o apoio.

A minha família por seu amor e compreensão.

SUMÁRIO

Lista de figuras	vii
Lista de tabelas	viii
Lista de símbolos	ix
Resumo	xii
Abstract	xiii
1 - Introdução	1
2 - Modelo matemático do rotor.....	4
2.1 – Elemento de Disco	6
2.2 – Elemento de árvore	8
2.2.1 – Cálculo da energia cinética	9
2.2.2 – Cálculo da energia de deformação	13
2.3 – Elemento de Mancal	19
2.4 - Efeito das massas desbalanceadas	20
2.5 – Solução do sistema global	22
2.5.1 – Método pseudo-modal	23
3 - Técnicas modernas de otimização	27
3.1 – Redes Neurais	28
3.1.1 - Neurônio Biológico	29
3.1.2 - Neurônio Artificial	30
3.1.3 - Redes Neurais Artificiais	31
3.1.4 - Tipos de Redes Neurais	33
3.1.5 - Treinamento de Redes Neurais Artificiais	34
3.1.5.1 - Implementação do Algoritmo de Treinamento da Rede.....	36
3.1.5.2 - Atualização dos pesos usando o método do gradiente Descendente	39
3.1.5.3 - Atualização dos Pesos Usando o Método do Levenberg-Marquardt	43
3.1.6 - Identificação do Desbalanceamento em Rotores Flexíveis Usando Redes Neurais	46

3.2 - Algoritmos Genéticos	49
3.2.1 - Otimização Biológica : Evolução Natural	49
3.2.2 - Algoritmos Genéticos	50
3.2.3 - Representação dos Cromossomos	51
3.2.3.1 - Representação Binária	52
3.2.3.2 - Representação Ponto Flutuante	54
3.2.4 - Criação da população inicial	54
3.2.5 - Funções de Seleção	55
3.2.6 - Operadores Genéticos	57
3.2.7 - Critérios de Parada	58
3.2.6 - Identificação do desbalanceamento em rotores flexíveis usando Algoritmos Genéticos	59
4 - Técnicas modernas de balanceamento sem massas de teste	62
4.1 - Introdução	62
4.2 - Método de balanceamento modal sem massas de teste prescindindo das propriedades dos mancais	65
4.2.1 – Características Gerais	65
4.2.2 - Formulação do método	65
4.3 - Métodos de balanceamento de rotores, sem massas de teste, usando técnicas modernas de otimização	80
4.3.1 - Introdução	80
4.3.2 - Balanceamento de rotores flexíveis usando Algoritmos Genéticos	81
4.3.3 - Balanceamento de rotores flexíveis usando Redes Neurais	84
5 – Simulações Computacionais	89
5.1 - Simulação do método de balanceamento modal sem massas de teste	89

5.2.1 - Primeira Simulação	92
5.2.1 - Segunda Simulação	93
5.2.1 - Terceira Simulação	94
5.2 – Simulação do método de balanceamento baseando em otimização usando Algoritmos Genéticos	95
5.3 – Simulação do método de balanceamento baseando em otimização usando Redes Neurais	98
6 – Conclusões e futuros desdobramentos	103
7 – Referencias bibliográficas	106

LISTA DE FIGURAS

2.1 - Sistemas de coordenadas inercial e não inercial	5
2.2 - Relações angulares entre os sistemas inercial e não-inercial	5
2.3 - Elemento de Disco	6
2.4 - Elemento de Árvore	8
2.5 - Graus de liberdade do elemento de arvore	9
2.6 - Coordenadas do centro geométrico C e de um ponto arbitrário B no eixo	14
2.7- Configuração do mancal	19
2.8 - Massa Desbalanceada	20
3.1 - Esquema de uma Célula Neural (Neurônio)	29
3.2 - Neurônio Artificial	30
3.3 - Arquitetura de uma Rede Neural <i>Feedforward</i> Multicamadas	33
3.4 - Arquitetura de uma Rede Neural Artificial com Quatro Camadas	35
3.5 - Neurônio de Processamento do algoritmo <i>Backpropagation</i>	35
3.6 - Disposição de uma rede de três capas	37
3.7 - Determinação do modelo inverso do rotor	47
3.8 - Exemplo de aplicação da roleta	55
3.9 - Procedimento de identificação do desbalanceamento usando Algoritmos Genéticos	60
4.1 - Consumo relativo de tempo nas operações de balanceamento de rotores flexíveis	62
4.2 - Esquema de organização das matrizes M,C e K de acordo com as posições dos mancais..	66
4.3 - Modos de Corpo Rígido	69
4.4 - Transformação de Coordenadas	84
4.5 - Gráfica da função χ	86
5.1 – Modelo do Rotor	88
5.2 – Resposta ao Desbalanceamento	92
5.3 – Histórico da Busca do Mínimo para o Primeiro Problema	95
5.4 – Historico da Busca do Mínimo para o Segundo Problema	96
5.5 – Resposta ao Desbalanceamento para três Planos de Correção	97
5.6 – Avanço no Treinamento da RNA para o balanceamento com 3 planos de correção ..	98
5.7 – Avanço no Treinamento da RNA para o balanceamento com 2 planos de correção	99
5.8 - Resposta ao Desbalanceamento para 2 e 3 Planos de Correção	101

LISTA DE TABELAS

3.1 - Tipos de Funções de Ativação mais Usados	31
3.2 - Quatro parâmetros enquadrados em níveis quantificados	53
5.1- Elementos do Tipo Eixo	89
5.2 – Elementos do Tipo Disco	89
5.3 – Elementos do Tipo Mancal	89
5.4 – Velocidades Críticas	90
5.5 – Massas de Desbalanceamento	90
5.6 – Massas de Balanceamento de Corpo Rígido	90
5.7 – Redução da Amplitude Dependendo do Número de Velocidades Adquiridas	91
5.8 – Redução da Amplitude de Deslocamento Usando Quatro Planos de Medida	92
5.9 - Redução da Amplitude de Deslocamento Usando Três Planos de Medida	93
5.10 - Relação entre o Intervalo de Velocidades Usada e a Eficiência do método	93
5.11 – Parâmetros do Algoritmo Genético	94
5.12 – Comparação entre as massas de Desbalanceamento (A.G.)	96
5.13 – Parâmetros da Rede Neural	98
5.12 – Comparação entre as massas de Desbalanceamento (Redes Neurais)	100

LISTA DE SÍMBOLOS

α	- Constante de proporcionalidade associada à taxa de aprendizado dos pesos.
I_k^s	- Entrada total do neurônio k da camada de saída.
$[\Lambda]$	- Matriz espectral.
Wb_j^o	- Peso que une a entrada bias da camada de entrada com o neurônio j da camada oculta.
a_j^o	- Saída do neurônio j da camada oculta.
W_{ki}^s	- Peso que une o neurônio i com o neurônio j da camada de saída.
a_k^s	- Saída do neurônio k da camada de saída.
Wb_k^s	- Peso que une a entrada bias da camada oculta com o neurônio k da camada de saída.
ε	- Deformação unitária do elemento de eixo.
f^o	- Função de ativação dos neurônios da camada oculta.
f^s	- Função de ativação dos neurônios da camada oculta.
ν	- Modulo de Poisson.
W_{ji}^o	- Peso que une o componente i com o neurônio j da camada oculta.
φ	- Ângulo de fase.
α	- Ângulo de fase das massas de desbalanceamento.
ρ	- Densidade do material do elemento.
ϕ	- Matriz dos modos flexíveis.
∇	- Operador Gradiente.
θ	- Rotação em torno de x.
σ	- Tensão Transversal do elemento de eixo.
δ	- Vetor dos deslocamentos nodais.
Ω	- Velocidade Angular.
ψ	- Rotação em torno de z.
ε_c	- Erro médio quadrático.
δ_k	- Erro para a saída k da rede.
ϕ_n	- n modo flexível.
μ_t	- Tendência do algoritmo de Levenberg-Marquardt.
$[\Psi]$	- Matriz com os modos de corpo rígido.
$[\theta]$	- Matriz normalizada com os primeiros N modos do rotor estacionário suportado rigidamente.
$[\Psi_b]$	- Matriz com as informações modais correspondentes às posições dos mancais.
$[\theta_r]$	- Matriz dos modos flexíveis com mancais rígidos contendo só as informações modais nas posições diferentes aos mancais.
$[\Psi_r]$	- Matriz com as informações modais correspondentes às posições diferentes aos mancais.
$[Q_{bb}]$	- Parcela da matriz Q que tem suas linhas e colunas correspondendo aos graus de liberdade associados aos mancais..
$[Q_{br}]$	- Parcela da matriz Q que tem suas colunas correspondendo aos graus de liberdade livres e suas linhas correspondendo aos graus de liberdade associados aos mancais.
$[Q_{rb}]$	- Parcela da matriz Q que tem suas linhas correspondendo aos graus de liberdade livres e suas colunas correspondendo aos graus de liberdade associados aos mancais.

$[Q_{rr}]$	- Parcela da matriz Q que tem suas linhas e colunas correspondendo aos graus de liberdade livres.
$\{\gamma\}$	- Modos flexíveis com mancais rígidos.
$\{\eta\}$	- Vetor de coordenadas generalizadas.
$\{\varepsilon_g\}$	- Vetor de coordenadas modais.
$\{\alpha_{m1}\}$	- Posição angular da massa de correção colocada no primeiro mancal.
$\{\alpha_{m2}\}$	- Posição angular da massa de correção colocada no segundo mancal.
$\{F_u\}$	- Vetor das forças de perturbação.
$\{U\}$	- Vetor de desbalanceamentos nodais.
$\{U_b\}$	- Vetor de desbalanceamentos nodais nos mancais.
$\{U_r\}$	- Vetor de desbalanceamentos nodais nos nós livres.
$\{X(\Omega)\}$	- Amplitude dos deslocamentos nodais.
$\{X_b\}$	- Vetor das amplitudes dos deslocamentos nos graus de liberdade associados aos mancais.
$\{X_{crr}\}$	- Vetor dos deslocamentos nodais definido pelos deslocamentos nos mancais.
$\{X_{ej}\}$	- Vetor dos deslocamentos nodais resultante do sistema dinâmico suportado rigidamente.
$\{X_r\}$	- Vetor das amplitudes dos deslocamentos nos demais graus de liberdade.
$\{X_r\}$	- Vetor dos deslocamentos nodais resultante do sistema dinâmico suportado rigidamente.
C	- Matriz composta pelo somatório das matrizes totais giroscópica e de amortecimento.
C_i	- Probabilidade cumulativa do indivíduo i .
C_{xx}	- Amortecimento do mancal direção x .
C_{xz}	- Amortecimento do mancal, termo cruzado.
C_{zx}	- Amortecimento do mancal termo cruzado.
C_{zz}	- Amortecimento do mancal direção z .
D	- Deslocamentos calculados no modelo de elementos finitos.
D_{um}	- Vetor de posição da massa m_u .
E	- Módulo de Young do material.
$f()$	- Função de Ativação.
F_0	- Força axial aplicada sobre o elemento de eixo.
F_{ob}	- Função objetivo.
F_u	- Força generalizada atuando sobre o mancal na direção X .
F_w	- Força generalizada atuando sobre o mancal na direção Z .
G	- Módulo transversal de elasticidade do material do elemento de eixo.
G_{bl}	- Graus de liberdade bloqueados no modelo.
G_D	- Matriz giroscópica do elemento de disco.
G_E	- Matriz giroscópica do elemento de eixo.
H	- Valor aproximado da matriz Hessiana.
I	- Inércia da seção transversal em relação a um diâmetro.
I_{dx}	- Momento de inércia do elemento de disco.
I_{Dy}	- Momento polar de inércia do elemento de disco.
I_x	- Momento de inércia da seção transversal em relação a x .
I_z	- Momento de inércia da seção transversal em relação a z .
$J(X)$	- Matriz jacobiana de X .
K	- Matriz de rigidez total.
K^*	- Matriz de rigidez total com k_{xz} e k_{zx} nulos.
K_C	- Matriz clássica de rigidez do eixo devida as forças internas.
K_F	- Matriz de rigidez do eixo devida as forças externas axiais.
K_{xx}	- Rigidez do mancal direção x .
k_{xz}	- Rigidez do mancal, termo cruzado.

k_{zx}	- Rigidez do mancal, termo cruzado.
k_{zz}	- Rigidez do mancal direção z.
M	- Matriz massa global.
M_C	- Matriz de massa clássica do elemento de árvore.
M_D	- Matriz massa do elemento de disco.
M_D	- Massa do disco.
M_S	- Matriz de efeito secundário.
m_u	- Massa concentrada.
N_{bits}	- Número de bits por cada indivíduo.
N_{gene}	- Número de bits no gene.
N_{ipop}	- Indivíduos da população inicial.
$N_{nós}$	- Número de nós usados na discretização do modelo.
N_p	- Número de dados usados no treinamento.
N_{par}	- Número de variáveis o de genes.
N_v	- Número de dados para validação.
N_w	- Número de pesos da rede.
P_{hi}	- Parâmetro de valor máximo.
P_i	- Entrada i do conjunto de entradas padrão contido no vetor P.
P_{lo}	- Parâmetro de valor mínimo.
P_{norm}	- Parâmetro normalizado.
P_{Quan}	- Versão quantificada de P_{norm} .
q	- Vetor das coordenadas generalizadas.
q_i	- Coordenadas generalizadas independentes.
Q_i	- Forças generalizadas correspondentes a q_i .
q_n	- Versão desquantificada de P_{quant} .
R	- Deslocamento adquirido experimentalmente.
S	- Seção transversal do elemento de eixo.
S_k	- Sensibilidade do neurônio k da camada se saída.
S_r	- Área reduzida da seção transversal do elemento do eixo.
T	- Energia cinética.
t_i	- Saída i do conjunto de entradas padrão contido no vetor T.
T_u	- Energia cinética da massa concentrada m_u .
U	- Energia potencial ou de deformação.
u	- Deslocamento nodal na direção X.
u^*	- Deslocamento nodal na direção x (não inercial).
U_1	- Energia de deformação devida às forças internas.
U_2	- Energia de deformação devida as forças externas axiais.
U_S	- Energia de deformação total do elemento de eixo.
w	- Deslocamento nodal na direção Z.
w^*	- Deslocamento nodal na direção z (não inercial).
x	- Entradas do Neurônio.
X_{cr}	- Estado de deslocamento arbitrário supondo o rotor como corpo rígido.
Y	- Saídas do Neurônio.
Y_p	- Posição da massa m_u com relação ao eixo Y.
ω_x	- Velocidade instantânea de rotação direção x.
ω_y	- Velocidade instantânea de rotação direção y.
ω_z	- Velocidade instantânea de rotação direção z.
ω	- Vetor velocidade instantânea de rotação.
∂	- Operador derivada parcial.

Saldarriaga, M. R. V., 2002, “Balanceamento de Rotores Flexíveis sem usar Massas de Teste”,
Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG

RESUMO

Nesta dissertação de mestrado são estudadas duas técnicas de balanceamento de rotores flexíveis nas quais não se usam massas de teste. A finalidade é poder atender a situações da indústria nos casos onde o uso de outras técnicas é proibitivo pelo tempo de parada da máquina, além dos tempos envolvidos na colocação e retirada das massas e, também, resolver situações onde características construtivas dificultam a instalação de tais massas. A primeira técnica abordada pode ser considerada como sendo uma técnica modal e baseia-se na superposição dos modos flexíveis do rotor suportado rigidamente e dos modos de corpo rígido, não havendo necessidade do conhecimento prévio das propriedades dos mancais. Este aspecto também é importante do ponto de vista prático, pois nem sempre tais propriedades acham-se disponíveis de forma confiável para serem incluídas no modelo correspondente. A outra técnica fundamenta-se nos métodos pseudo-aleatórios de otimização, sendo que neste trabalho foram explorados os algoritmos genéticos e as redes neurais artificiais. O princípio do método está na obtenção da resposta ao desbalanceamento do rotor flexível para, posteriormente, procurar reproduzi-la a partir de um modelo matemático-computacional do sistema rotor-mancais, considerando as massas de desbalanceamento e suas respectivas posições angulares como variáveis de projeto. Resolve-se, portanto um problema inverso e as massas encontradas são instaladas nos planos de balanceamento escolhidos, em posições angulares localizadas a 180 graus daquelas que foram identificadas. São feitas várias simulações computacionais, procurando evidenciar as vantagens da metodologia desenvolvida, assim como suas limitações.

Saldarriaga, M. R. V., 2002, "Balancing of Flexible Rotors Without Test Weights", M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG

ABSTRACT

The present master's degree thesis presents two flexible-rotor balancing techniques, which do not use trial weights. The goal of this approach is to help in situations found in the industrial context, in which other techniques that use trial weights cannot be applied. A few reasons can be mentioned: the time consumed to stop the machine to install the weights are prohibitive; technical reasons make very difficult the work of installing the trial weights. The first technique can be considered as being a modal one and is based on the superposition of the flexible modes of the rigidly supported rotor and the rigid body modes. The characteristics of the bearings are not needed, which is interesting from the practical point of view, because in many cases those characteristics are not available. The other balancing technique is based on pseudo-random optimization methods. In this research work two methods were explored, namely, the genetic algorithms and artificial neural networks. The basic idea is to obtain the flexible rotor unbalance response, which is then mimicked by using a FEM model in which the unbalance masses and their corresponding angular positions are the design variables in the optimization run. This way, an inverse problem is solved and the masses obtained are installed in previously chosen balancing planes at inverted angular positions. Numerical simulations are presented showing the efficiency and limitations of the methodology developed.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A partir da segunda metade do século XX, as técnicas de balanceamento de rotores flexíveis têm sido objeto de muitos estudos por causa de sua importância tecnológica. Isto se verifica em indústrias como nas de geração de energia elétrica, de refino de petróleo, nuclear e aeroespacial, onde se tem revelada a tendência à diminuição do peso e aumento das velocidades de operação, exigindo parâmetros de confiabilidade cada vez mais restritos no que se refere ao controle de vibrações. Desta forma, é cada vez mais comum a utilização de rotores que trabalham com velocidades acima de sua segunda ou terceira velocidades críticas, regime no qual os efeitos da flexibilidade do rotor são bastante pronunciados. Alguns exemplos são as turbinas de motores a jato, turbogeradores e bombas ultra-centrífugas.

Em baixas velocidades, o balanceamento de rotores apresenta poucos problemas que não possam ser resolvidos por meios relativamente simples (Facilities Engineering Branch, 1983), usando princípios básicos que não se alteraram significativamente desde a primeira metade do século passado. Porém, para velocidades elevadas, o balanceamento de rotores torna-se um problema que requer soluções mais sofisticadas.

Classicamente, o problema do balanceamento de rotores flexíveis tem sido abordado pelo método dos coeficientes de influência ou pelo método modal, ou ainda por métodos baseados nestes dois anteriormente citados (Foiles *et al*, 1998).

No método dos coeficientes de influência, basicamente usam-se massas de teste para determinar a sensibilidade do rotor, aplicando tais massas em planos de balanceamento e medindo a resposta do rotor (vibrações) nos chamados planos de medida. A partir da determinação desta sensibilidade, obtém-se as massas de correção para o sistema (Lacerda, 1990). No caso do método modal, inicialmente proposto por Bishop *et al* (1959), usa-se o fato de que o deslocamento do rotor, causado pelas forças de desbalanceamento, pode ser

representado pela superposição dos vários modos de vibração. É utilizado um procedimento gradual, no qual se corrige o balanceamento em cada modo, começando do primeiro. Em cada etapa, o desbalanceamento modal residual, quer dizer, o desbalanceamento inicial no modo mais o efeito modal de qualquer correção feita nos modos inferiores, é determinado pela interpretação modal da vibração do rotor numa velocidade próxima da velocidade crítica correspondente. Em resumo, o procedimento modal consiste em balancear sucessivamente os modos do sistema rotor-mancais, individualmente, com um conjunto de massas escolhidas para não perturbar os modos inferiores previamente balanceados (Vaqueiro, 1989). A partir dos métodos anteriores, têm surgido métodos híbridos que combinam as vantagens de um e do outro método, e.g. Kang (1997) e Tan e Wang (1993).

As técnicas modernas para o balanceamento de rotores flexíveis tendem a reduzir o custo e o tempo envolvidos nos processos de balanceamento. Na prática, nas situações *in situ*, os rotores são normalmente balanceados com a ajuda do método dos coeficientes de influência, usando um computador ou uma calculadora programável. Neste caso, as sucessivas partidas e paradas e a montagem e desmontagem das massas de teste gastam um tempo considerável. Pesquisas indicam que 50% do tempo do balanceamento é gasto na montagem e desmontagem das massas de teste e 30% é usado nas partidas e paradas (Shablinsky, 1995). Este ponto por si só justifica a investigação de métodos de balanceamento que exigem tempos menores de preparação ao serem utilizados.

Uma debilidade dos processos de balanceamento baseados no método modal é a determinação dos coeficientes de amortecimento e rigidez dos mancais, operação que requer alta precisão. Um modelo impreciso dos mancais ocasionará erro no cálculo dos modos naturais correspondentes e, ao final, terminará influenciando negativamente nos resultados obtidos. No caso de mancais hidrodinâmicos, é difícil obter modelos bem sucedidos, ao se considerar as variações no comportamento dos mancais, que dependem principalmente da velocidade de rotação e da temperatura do fluido. Outro aspecto negativo destes métodos é o seu baixo desempenho, no caso de ocorrer problemas devidos à grande densidade modal e ao elevado amortecimento modal (Vaqueiro, 1989).

O objetivo deste trabalho é o estudo de duas técnicas de balanceamento de rotores flexíveis, sem usar massas de teste. A primeira pode ser considerada como sendo uma técnica modal, porém com a vantagem adicional de permitir o balanceamento do rotor, prescindindo das propriedades dos mancais. Isso diminui a dificuldade encontrada na medição dos coeficientes dos mancais, facilitando consideravelmente o balanceamento de rotores com mancais hidrodinâmicos.

A técnica baseia-se em modelar o rotor como se fosse suportado por mancais rígidos, e as propriedades dos mancais são levadas em conta indiretamente usando os deslocamentos medidos nas posições dos mancais.

No caso de rotores montados sobre mancais rígidos, o cálculo dos modos flexíveis pode ser realizado facilmente e com alta precisão. As vibrações, que são medidas na prática com sensores de deslocamento instalados nos mancais e nos planos de medida ao longo do rotor, são aproximadas por meio dos modos flexíveis calculados com mancais rígidos e com os modos de corpo rígido, que permitem modelar os deslocamentos que acontecem nos mancais.

A segunda técnica implementada usa as vibrações medidas inicialmente no rotor desbalanceado para serem comparadas com os deslocamentos dos planos de medida, obtidos através de um modelo de elementos finitos. Técnicas modernas de otimização determinam as massas de desbalanceamento e suas posições. As massas de balanceamento são instaladas nos planos de correção, minimizando as vibrações residuais nos planos de medida na faixa de velocidades usadas.

É apresentado o desenvolvimento das formulações matemáticas das duas técnicas anteriormente citadas, as quais são submetidas a testes teóricos com simulações computacionais que comprovam a eficiência das mesmas. Com essas simulações, se estudam suas limitações e vantagens, o que permite ter uma visão mais generalizada da possibilidade da aplicação destas técnicas em diversas situações reais, no campo.

Este trabalho está apresentado da seguinte forma:

No Capítulo 2 é apresentada a formulação das equações matemáticas que regem o comportamento dinâmico de rotores flexíveis e o procedimento de solução. Utilizou-se o método dos elementos finitos para obter um modelo geral dos diferentes componentes de um rotor flexível constituído basicamente por mancais, discos rígidos e eixos flexíveis.

No Capítulo 3 são apresentadas as técnicas de otimização usadas, sendo estas: Redes Neurais Artificiais e Algoritmos Genéticos. Faz-se uma apresentação sucinta dos métodos, procurando demonstrar sua formulação e funcionamento.

No capítulo 4 são desenvolvidas as formulações matemáticas dos métodos estudados.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos nas simulações realizadas para os métodos estudados, comparando-se os resultados obtidos.

No Capítulo 6 são mencionadas as conclusões obtidas e encaminhadas sugestões para a continuidade do trabalho.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMATICO DO ROTOR

Neste capítulo será apresentado o procedimento teórico usado para a obtenção do modelo matemático do rotor usado nesta dissertação para o cálculo da resposta às forças de desbalanceamento, determinação das frequências naturais para diferentes velocidades de rotação, e dos modos de vibração. O modelo é obtido usando o método dos elementos finitos segundo o procedimento proposto por Lalanne e Ferraris (1998) e as equações de Lagrange (equação 2.1).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.1)$$

Onde:

T = Energia cinética

U = Energia potencial ou de deformação

q_i = Coordenadas generalizadas independentes

Q_i = Forças generalizadas correspondentes a q_i .

Inicia-se descrevendo os diferentes elementos básicos componentes do rotor, quais sejam: elementos de árvore, elementos de disco e elementos de mancal.

Para o cálculo das energias cinética, e de deformação, e do trabalho virtual é usado um sistema de referência não-inercial de acordo com a figura (2.1), sendo $R_i(XYZ)$ o sistema inercial (fixo) e $R_{ni}(xyz)$ o sistema não inercial, sendo sua origem pertencente á linha neutra do arvore.

A relação entre R_i e R_{ni} é feita por meio de três ângulos: ψ medido sobre o plano XY, θ medido sobre o plano y_1z_1 , e ϕ medido no plano xz (figura 2.2).

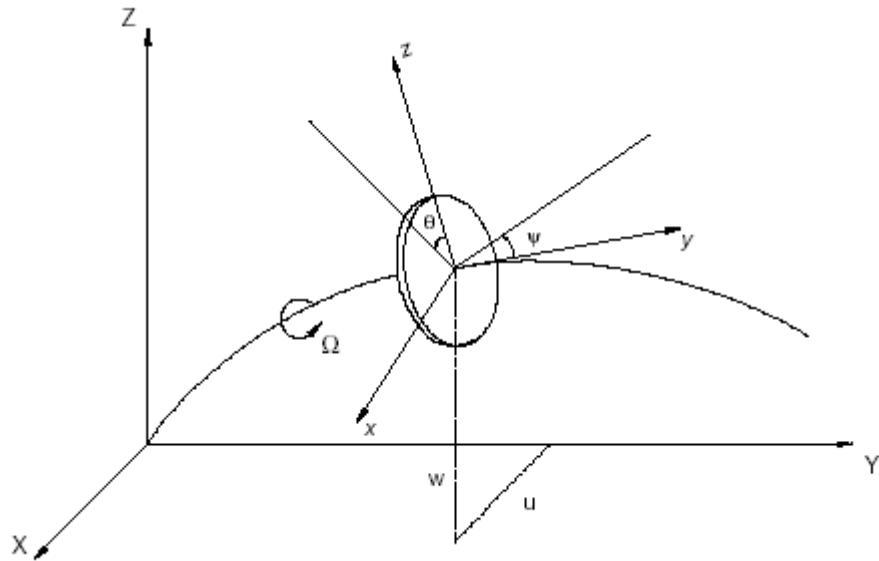


Figura 2.1 - Sistemas de coordenadas inercial e não inercial

A matriz de transformação do sistema de coordenadas inercial, R_i para o não inercial R_{ni} é dada pela seguinte equação:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cdot \cos \phi - \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi & \sin \psi \cdot \cos \phi + \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi & \cos \psi \cdot \sin \phi \\ -\sin \psi \cdot \sin \theta & \cos \psi \cdot \cos \theta & \sin \theta \\ \cos \psi \cdot \sin \phi + \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi & \sin \psi \cdot \sin \phi - \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \phi & \cos \theta \cdot \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

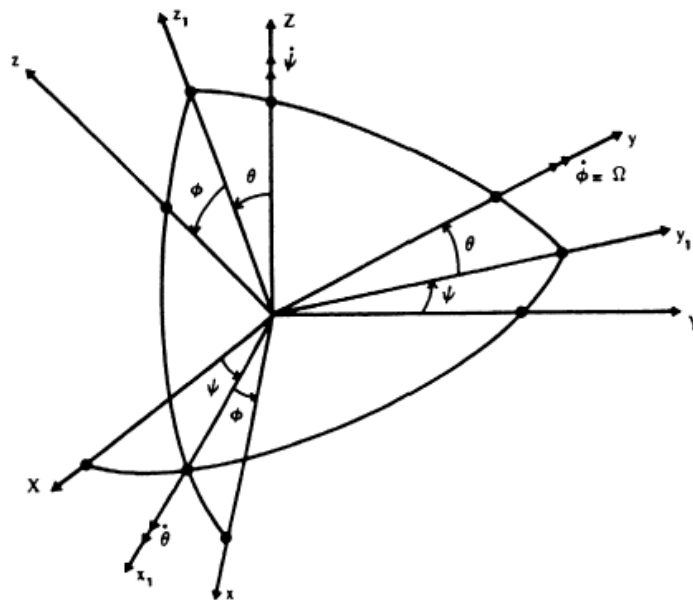


Figura 2.2 - Relações angulares entre os sistemas inercial e não-inercial

O vetor velocidade instantânea de rotação no sistema de coordenadas R_{ni} é dado por:

$$\omega = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \cdot \cos \phi - \dot{\psi} \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \cdot \sin \theta \\ \dot{\theta} \cdot \sin \phi + \dot{\psi} \cdot \cos \theta \cdot \cos \phi \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

2.1 ELEMENTO DE DISCO

O elemento de disco (figura 2.3) é considerado rígido e, portanto, só tem energia cinética, que pode ser calculada pela equação (2.4).

$$T_D = \frac{1}{2} \cdot M_D \cdot (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} \cdot (I_{Dx} \cdot \omega_x^2 + I_{Dy} \cdot \omega_y^2 + I_{Dz} \cdot \omega_z^2) \quad (2.4)$$

Onde:

M_D = Massa do disco.

u, w = coordenadas generalizadas em relação ao sistema de coordenadas inercial.

I_{Dx}, I_{Dy}, I_{Dz} = elementos da diagonal do tensor de inércia do disco.

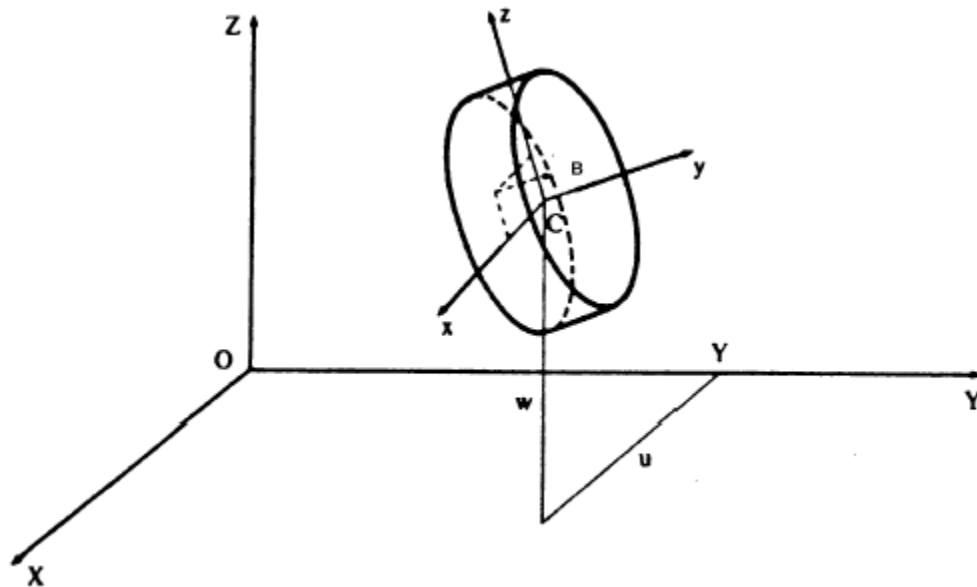


Figura 2.3 - Elemento de Disco.

Considerando o disco simétrico ($I_{Dx} = I_{Dz}$), e os ângulos θ e ψ como sendo pequenos, e a velocidade angular como sendo constante, isto é $\dot{\phi} = \Omega$, e substituída a equação (2.3) na equação (2.4), tem-se:

$$T_D = \frac{1}{2} \cdot M_D \cdot (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} \cdot I_{Dx} \cdot (\dot{\theta}^2 - \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} \cdot I_{Dy} \cdot (\Omega^2 - 2 \cdot \Omega \cdot \dot{\psi} \cdot \theta) \quad (2.5)$$

onde $\frac{1}{2} \cdot I_{Dy} \cdot \Omega^2$ é uma constante e representa a energia de rotação do disco e $\frac{1}{2} \cdot I_{Dy} \cdot 2 \cdot \Omega \cdot \dot{\psi} \cdot \theta$ tem a ver com o efeito giroscópico.

Definem-se como graus de liberdade as translações e rotações, linearmente independentes, necessárias para descrever o movimento dos nós da estrutura. Neste caso, são necessárias duas translações, u e w , e duas rotações, θ e ψ , para definir a posição do nó, como é mostrado na equação (2.6).

$$\{q\} = \{u \quad w \quad \theta \quad \psi\}^T \quad (2.6)$$

Onde:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.7)$$

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.8)$$

Aplicando as equações de Lagrange (equação 2.1) para o vetor q , tem-se a seguinte equação:

$$M_D \cdot \{\ddot{q}\} + \Omega \cdot G_D \cdot \{\dot{q}\} = 0 \quad (2.9)$$

Onde M_D e G_D são correspondentemente as matrizes de massa e giroscópica do elemento de disco, dadas pelas equações (2.10) e (2.11).

$$M_D = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$G_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.2 ELEMENTO DE ÁRVORE

O elemento de árvore (figura 2.4) é considerado como um elemento de viga com seção transversal circular. São considerados os efeitos de inércia rotatória da seção transversal (Rayleigh), e o efeito de cisalhamento (Timoshenko).

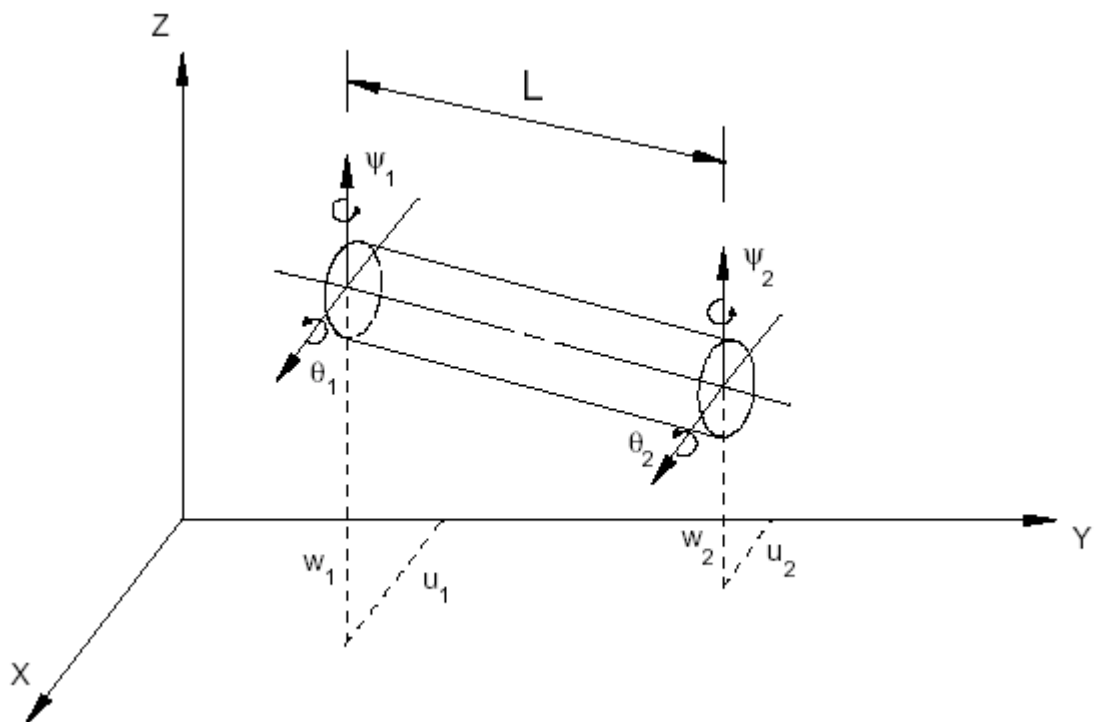


Figura 2.4 - Elemento de Árvore.

Agora são calculadas as energias cinética e de deformação necessárias para a aplicação das equações de Lagrange.

2.2.1 Cálculo da Energia Cinética

A expressão geral da energia cinética de um elemento de árvore é uma extensão daquela obtida para um elemento de disco (equação 2.4). Assim, para um elemento de comprimento L , a energia cinética pode ser escrita como:

$$T = \frac{\rho I}{2} \cdot \int_0^L \{(\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2\} \cdot dy + \frac{\rho \cdot S}{2} \int_0^L \{(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2\} \cdot dy - 2 \cdot \rho \cdot I \cdot \Omega \cdot \int_0^L \dot{\psi} \cdot \theta \cdot dy + \rho \cdot I \cdot L \cdot \Omega^2 \quad (2.12)$$

Onde ρ é a densidade do material do elemento, S é a seção transversal e I é o momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra da árvore.

Usando o método dos elementos finitos, considera-se que o elemento de árvore possui dois nós, sendo que cada nó tem quatro graus de liberdade, dois de deslocamento, e outros dois de rotação, de acordo com a figura (2.5).

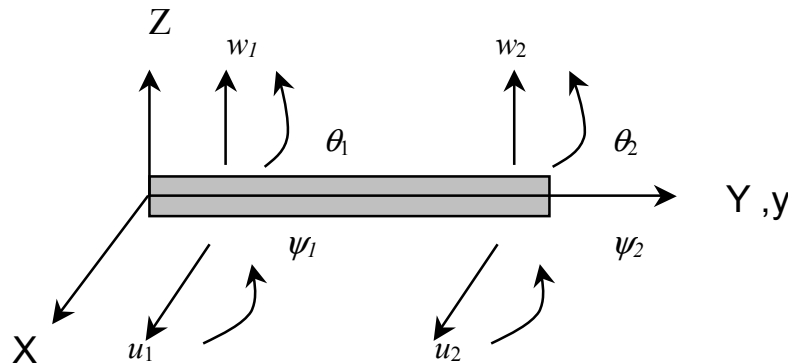


Figura 2.5 - Graus de liberdade do elemento de árvore

Desta forma é possível escrever o vetor de coordenadas nodais do elemento de árvore usando a seguinte equação:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \quad (2.13)$$

Os deslocamentos u e w são dados pelas seguintes funções de interpolação:

$$u = N_1(y)\delta u \quad (2.14)$$

com:

$$\delta u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T$$

$$w = N_2(y)\delta w \quad (2.15)$$

com:

$$\delta w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T$$

Onde $N_1(y)$ e $N_2(y)$ são funções de forma que permitem expressar os deslocamentos da viga (Lalanne e Ferraris, 1998), dadas por:

$$N_1(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (2.16)$$

$$N_2(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (2.17)$$

Calculando as derivadas das equações (2.7), (2.8), (2.14), (2.15) e substituindo-as na equação (2.12), tem-se:

$$\begin{aligned} T = & \frac{\rho S}{2} \int_0^L [\delta \dot{u}^T N_1^T N_1 \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T N_2^T N_2 \delta \dot{w}] dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[\delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta \dot{w} \right] + \\ & + \rho I_P \Omega \int_0^L \delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta w dy + \rho I L \Omega^2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Substituindo as funções de forma e suas derivadas (equações 2.16, e 2.17) na equação (2.18), fica:

$$T = \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_1 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_2 \delta \dot{w} + \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_3 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_4 \delta \dot{w} + \Omega \delta \dot{u}^T M_5 \delta \dot{w} + \rho I L \Omega^2 \quad (2.19)$$

Onde:

$$M_1 = \rho S \int_0^L [N_1^T N_1] dy \quad (2.20)$$

$$M_2 = \rho S \int_0^L [N_2^T N_2] dy \quad (2.21)$$

$$M_3 = \rho I \int_0^L \left[\frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \right] dy \quad (2.22)$$

$$M_4 = \rho I \int_0^L \left[\frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \right] dy \quad (2.23)$$

$$M_5 = \rho I_P \int_0^L \left[\frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \right] dy \quad (2.24)$$

Onde as matrizes M_1 e M_2 , são as matrizes clássicas de massa, M_3 e M_4 , são devidas a influência do efeito da inércia rotatória, e M_5 é devida ao efeito giroscópico. Aplicando as equações de Lagrange (equação 2.1), tem-se:

$$(M_C + M_s) \cdot \{\ddot{\delta}\} + G_E \cdot \{\dot{\delta}\} = 0 \quad (2.25)$$

Onde M_C é obtida a partir de M_1 , M_2 ; M_s é obtida usando M_3 e M_4 , e G_E decorre de M_5 .

$$M_c = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ -54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$M_s = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$G_E = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

2.2.2 Cálculo da Energia de Deformação

A energia de deformação é necessária para a obtenção da matriz de rigidez do elemento de árvore. Inicialmente a energia potencial submetida a uma tensão σ é definida como:

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_{\tau} \varepsilon^T \sigma d\tau \quad (2.29)$$

Onde ε é a deformação unitária do elemento.

A tensão pode expressar-se em termos da deformação unitária pela seguinte equação:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.30)$$

onde E é o modulo de Young do material.

Substituindo a equação (2.30) na equação (2.29) fica:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_{\tau} \varepsilon^2 d\tau \quad (2.31)$$

A deformação unitária do elemento em um ponto B localizado na seção transversal do eixo é (Lalanne e Ferraris, 1998):

$$\varepsilon = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right) \quad (2.32)$$

Onde u^* e w^* são os deslocamentos do centro geométrico (figura 2.6).

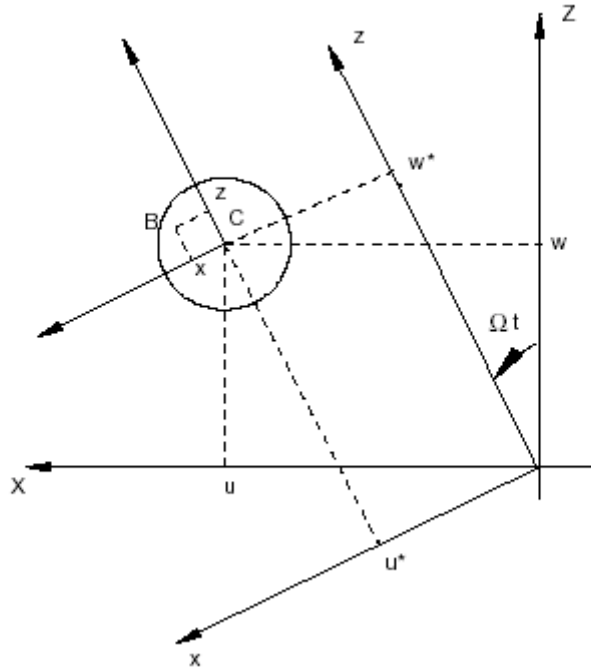


Figura 2.6 - Coordenadas do centro geométrico C e de um ponto arbitrário B no eixo.

A equação (2.32) também pode ser escrita da seguinte forma:

$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_{nl} \quad (2.33)$$

Onde ε_l corresponde aos termos lineares da equação (2.32) (primeiro e segundo termos), e ε_{nl} corresponde aos termos não lineares (terceiro e quarto termos).

Substituindo a equação (2.33) em (2.31), fica:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_{\tau} (\varepsilon_l^2 + 2\varepsilon_l \varepsilon_{nl} + \varepsilon_{nl}^2) d\tau \quad (2.34)$$

A simetria da seção transversal (x em relação a z) permite eliminar o segundo termo da integral.

$$\int_{\tau} (\varepsilon_l \varepsilon_{nl}) d\tau = 0 \quad (2.35)$$

Desprezando os termos de segunda ordem ϵ_{nl} , na equação (2.34), e substituindo o valor de ϵ_l da equação (2.32), fica:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left(-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 dS dy \quad (2.36)$$

Após algumas operações algébricas, a equação (2.36) fica:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left[x^2 \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2xz \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right] dS dy \quad (2.37)$$

Devido a simetria, o terceiro termo da integral da equação (2.37) pode ser desprezado. Definindo os momentos de inércia da seção transversal com relação aos eixos x e z , respectivamente como:

$$I_x = \int_S z^2 ds \quad e \quad I_z = \int_S x^2 ds \quad (2.38)$$

e introduzindo estas duas equações na expressão da energia de deformação (equação 2.37), fica:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (2.39)$$

Se o eixo está submetido a uma força constante F_0 , existe uma contribuição adicional à energia de deformação dada por:

$$U_2 = \int_0^L \frac{F_0}{2} (\epsilon_l + \epsilon_{nl}) dy \quad (2.40)$$

Devido a simetria da seção transversal do eixo em relação a x e z , o primeiro termo da integral da equação (2.40) é nulo. Substituindo-se o valor de ε_{nl} na equação acima tem-se:

$$U_2 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (2.41)$$

Somando as duas componentes (equação 2.39 e equação 2.41) da energia de deformação total, tem-se:

$$U_s = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (2.42)$$

As coordenadas no sistema não-inercial podem ser escritas em função de u , w , usando:

$$u^* = u \cos \Omega t - w \sin \Omega t \quad (2.43)$$

$$w^* = u \sin \Omega t + w \cos \Omega t \quad (2.44)$$

Considerando a simetria, os momentos de inércia da seção transversal com relação a os eixos x e z são iguais ($I_x = I_z = I$). Substituindo as equações (2.43), (2.44) e depois de algumas manipulações algébricas, a equação (2.42) fica:

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (2.45)$$

Considerando que não existe força axial ($F_0 = 0$):

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (2.46)$$

Substituindo as equações (2.14) e (2.15) em (2.46):

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy +$$

$$+ \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta u + \delta w^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta w \right] dy \quad (2.47)$$

Depois da integração U_s fica:

$$U_s = \frac{1}{2} \delta u^T K_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_2 \delta w + \frac{1}{2} \delta u^T K_3 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_4 \delta w \quad (2.48)$$

Onde K_1 e K_2 são as matrizes clássicas de rigidez, e K_3 e K_4 as matrizes devidas às forças axiais, onde:

$$K_1 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \right] dy \quad (2.49)$$

$$K_2 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \right] dy \quad (2.50)$$

$$K_3 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \right] dy \quad (2.51)$$

$$K_4 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \right] dy \quad (2.52)$$

Aplicando as equações de Lagrange (equação 2.1), à equação (2.48), tem-se:

$$\frac{\partial U_s}{\partial \delta} = (K_c + K_F) \delta \quad (2.53)$$

Onde K_c é a matriz clássica de rigidez obtida a partir de K_1 e K_2 , e K_F é a matriz devida às forças axiais, sendo esta relacionada com K_3 e K_4 . As expressões finais das matrizes K_c e K_F são:

$$K_c = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \\ -12 & 0 & -0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$K_F = \frac{F_0}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

onde:

$$a = \frac{12EI}{GS_r L^2} \quad (2.55)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.56)$$

Sendo ν o modulo de Poisson, S_r a área reduzida da seção transversal do elemento e G o módulo transversal de elasticidade do material do eixo.

2.3 ELEMENTO DE MANCAL

Para o cálculo das matrizes de rigidez e de amortecimento viscoso do mancal, os termos correspondentes a estas matrizes são considerados conhecidos (figura 2.7). Considera-se os mancais como sendo elementos rígidos que não sofrem rotações. O trabalho virtual das forças atuando sobre o eixo, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\delta W = -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zz}w\delta w - k_{zx}u\delta w - c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u - c_{zz}\dot{w}\delta w - c_{zx}\dot{u}\delta w \quad (2.57)$$

ou:

$$\delta W = F_u\delta u + F_w\delta w \quad (2.58)$$

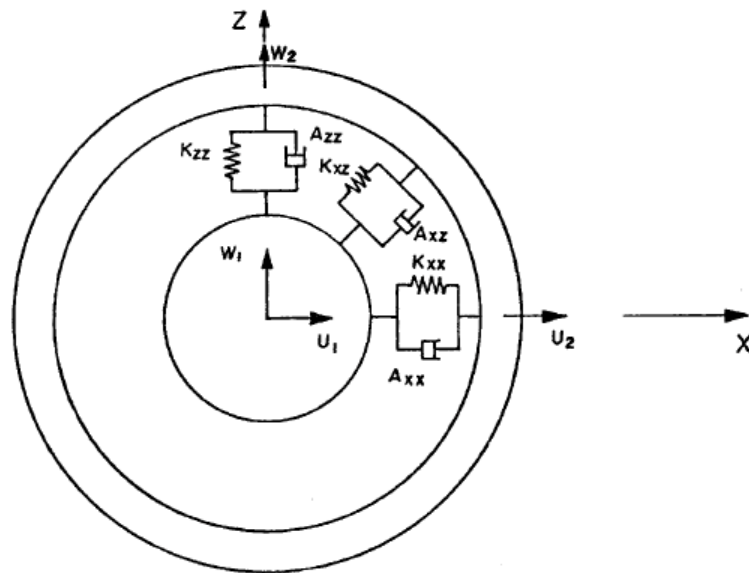


Figura 2.7 - Configuração do mancal

Onde F_u e F_w são as componentes das forças generalizadas. Na forma matricial a equação (2.57) pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

Escrevendo a equação (2.59) em função do vetor de coordenadas generalizadas $\{q\}$ (equação 2.6), fica:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{q\} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\dot{q}\} \quad (2.60)$$

2.4 EFEITO DAS MASSAS DESBALANCEADAS

O desbalanceamento é caracterizado como uma massa concentrada m localizada a uma distância d do centro geométrico do elemento (figura 2.8). A massa permanece no plano xz , sendo sua posição com relação ao eixo y considerada constante.

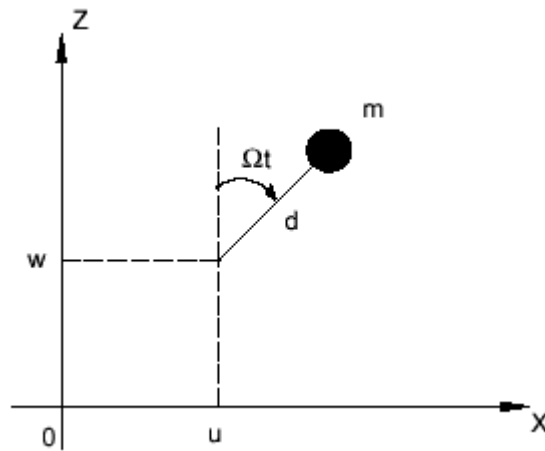


Figura 2.8 - Massa Desbalanceada

A energia cinética T_u da massa concentrada m_u é dada por:

$$T_u = \frac{1}{2} \cdot V^T \cdot m_u \cdot V \quad (2.61)$$

Onde V é o vetor da velocidade da massa m_u . Seja o vetor de deslocamento da massa m_u :

$$D_{mu} = \begin{Bmatrix} u + d \cdot \text{sen}(\Omega t) \\ Y_p \\ w + d \cdot \text{cos}(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (2.62)$$

Onde Y_p é a posição da massa com relação ao eixo y . Derivando a equação (2.62), obtém-se a velocidade da massa concentrada m_u .

$$V = \frac{dD_{mu}}{dt} = \begin{Bmatrix} \dot{u} + d \cdot \Omega \cdot \text{cos}(\Omega t) \\ 0 \\ \dot{w} + d \cdot \Omega \cdot \text{sen}(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (2.63)$$

Então, a energia cinética da massa m_u é:

$$T_u = \frac{m_u}{2} \cdot (\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 \cdot d^2 + 2 \cdot \Omega \cdot d \cdot \dot{u} \cdot \text{cos}(\Omega t) - 2 \cdot \Omega \cdot d \cdot \dot{w} \cdot \text{sen}(\Omega t)) \quad (2.64)$$

Aplicando a equação de Lagrange à equação (2.64), fica:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = -m_u \cdot d \cdot \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \text{sen}(\Omega t) \\ \text{cos}(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (2.65)$$

A equação (2.65) corresponde à massa desbalanceada situada sobre o eixo z no instante $t=(2\pi+T)$, onde T é o período de rotação do eixo. Em situações industriais interessa-se pela influência de várias massas desbalanceadas em um rotor, localizadas em diferentes posições angulares (desbalanceamento distribuido), pelo qual é introduzido na equação (2.64) um ângulo de fase α com relação ao eixo z . As forças ficam então da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = m_u \cdot d \cdot \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \sin(\Omega t + \alpha) \\ \cos(\Omega t + \alpha) \end{Bmatrix} \quad (2.66)$$

A equação (2.66), pode ser rescrita como:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = F_2 \cdot \sin(\Omega t) + F_3 \cdot \cos(\Omega t) \quad (2.67)$$

com:

$$F_2 = m_u \cdot d \cdot \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{Bmatrix} \quad \text{e,} \quad F_3 = m_u \cdot d \cdot \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{Bmatrix} \quad (2.68)$$

Alem das forças de desbalanceamento agindo sobre o rotor podem atuar outras forças, tais como: forças devidas à gravidade, forças axiais, forças assíncronas, forças harmônicas fixas no espaço, etc. Para o propósito desta dissertação só serão consideradas as forças de desbalanceamento.

2.5 SOLUÇÃO DO SISTEMA GLOBAL

Uma vez obtidas, para cada um dos elementos, as matrizes de massa, de rigidez, de amortecimento e giroscópica, é possível construir um sistema de equações global para o conjunto rotor-mancais, de acordo com a seguinte equação:

$$M \cdot \ddot{\delta} + C(\Omega) \cdot \dot{\delta} + K \cdot \delta = F(t) \quad (2.69)$$

A partir da equação anterior é possível obter as frequências naturais e os modos de vibração em função da velocidade de rotação, e também determinar as zonas de estabilidade. Também é possível determinar os efeitos das forças de excitação, particularmente, no caso do presente trabalho, a obtenção da resposta ao desbalanceamento.

De uma maneira geral o sistema global tem $(4 \cdot N_{\text{nós}} - G_{\text{bl}})$ equações, onde $N_{\text{nós}}$ é o número de nós utilizados na discretização do modelo, e G_{bl} , são os graus de liberdade bloqueados. Se o problema é resolvido pelo método modal tem-se $(4 \cdot N_{\text{nós}} - G_{\text{bl}})$ freqüências naturais e o mesmo número de modos flexíveis. No caso de sistemas reais, sem a influência de forças externas, os modos com maior influência dentro da combinação linear que caracterizam a resposta dinâmica do sistema, são os primeiros. Já no caso de sistemas afetados por forças harmônicas, os modos mais influentes são aqueles cujas freqüências naturais correspondentes são próximas da freqüência da força excitadora. Então, considerando um sistema real livre, ou sob a ação de forças harmônicas (como é o caso das forças de desbalanceamento) com freqüências de excitação próximas de suas primeiras freqüências naturais, é razoável considerar que uma combinação linear de seus primeiros “N” modos pode representar os deslocamentos reais do sistema com boa precisão. Para a obtenção das freqüências e modos de vibração, usa-se o método pseudo-modal para reduzir o modelo original.

2.5.1 Método Pseudo-Modal

O método pseudo-modal permite uma grande redução em tempo de processamento e memória requerida, e os resultados obtidos são bastante próximos aos do método direto (Steffen e Lepore, 1983). Inicialmente é definida a base modal para o seguinte problema não giroscópico associado:

$$M\ddot{\delta} + K^*\delta = 0 \quad (2.70)$$

Onde M é a matriz de massa da equação (2.69) e K^* é a matriz de rigidez obtida de K , onde os termos k_{xz} e k_{zx} dos mancais são cancelados. A partir do problema de autovalores simples da equação (2.70) são obtidos os n primeiros modos $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_n$ formando a matriz modal:

$$\Phi = [\phi_1, \dots, \phi_n] \quad (2.71)$$

Introduz-se agora a seguinte transformação:

$$\delta = \Phi p \quad (2.72)$$

Assim, substituindo em (2.69) e premultiplicando por ϕ^T :

$$\phi^T \cdot M \cdot \phi \cdot \ddot{p} + \phi^T \cdot C(\Omega) \cdot \phi \cdot \dot{p} + \phi^T \cdot K \cdot \phi \cdot p = \phi^T \cdot F(t) \quad (2.73)$$

O amortecimento modal pode ser introduzido nesta equação. Por analogia com sistemas de um grau de liberdade (massa, mola, amortecedor), os termos de c_i são calculados como:

$$c_i = 2 \cdot \alpha_i \cdot \sqrt{\phi_i^T \cdot M \cdot \phi_i \cdot \phi_i^T \cdot K \cdot \phi_i} \quad (2.74)$$

Os valores de c_i são adicionados aos valores da diagonal da matriz $\phi^T \cdot C \cdot \phi$. Os valores do fator de amortecimento modal α_i , dependem evidentemente do tipo do sistema em estudo.

Para o caso homogêneo a equação (2.73), fica:

$$\phi^T \cdot M \cdot \phi \cdot \ddot{p} + \phi^T \cdot C(\Omega) \cdot \phi \cdot \dot{p} + \phi^T \cdot K \cdot \phi \cdot p = 0 \quad (2.75)$$

A solução para p é proposta da seguinte forma:

$$p = P e^{rt} \quad (2.76)$$

Substituindo (2.76) e suas derivadas em (2.75), depois de algumas simplificações algébricas, tem-se:

$$(r^2 \cdot m + r \cdot c + k) \cdot P \quad (2.77)$$

onde:

$$m = \phi^T \cdot M \cdot \phi = \text{diag} \{ \phi_i^T \cdot M \cdot \phi_i \} \quad (2.78)$$

$$k = \phi^T \cdot K \cdot \phi = \text{diag} \{ \phi_i^T \cdot K^* \cdot \phi_i \} + \phi_i^T \cdot K^{**} \cdot \phi_i \quad \text{com : } K^{**} = K - K^* \quad (2.79)$$

$$c = \phi^T \cdot c \cdot \phi + \text{diag}\{C_i\} \quad (2.80)$$

A equação (2.77) pode ser rescrita como:

$$\begin{bmatrix} 0 & I \\ -k^{-1} \cdot m & -k^{-1} \cdot c \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} rP \\ P \end{Bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{Bmatrix} rP \\ P \end{Bmatrix} \quad (2.81)$$

Os autovalores e autovetores da equação anterior são quantidades complexas e podem ser obtidas usando o algoritmo Q.R (Bathe, 1976). Os autovalores tem a seguinte forma:

$$A_p = -\frac{\alpha_i \cdot \omega_i}{\sqrt{1 - \alpha_i}} \pm j \cdot \omega_i \quad (2.82)$$

Onde ω_i é a frequência e α_i é o amortecimento viscoso, de tal forma que, se a parte real de A_p é maior que zero o sistema é instável. A partir destes resultados é possível obter o diagrama de Campbell e obter as velocidades críticas do rotor.

No caso do sistema ser excitado por forças de desbalanceamento, a equação (2.73) fica:

$$\phi^T \cdot M \cdot \phi \cdot \ddot{p} + \phi^T \cdot C(\Omega) \cdot \phi \cdot \dot{p} + \phi^T \cdot K \cdot \phi \cdot p = f_2 \sin(\Omega t) + f_3 \cos(\Omega t) \quad (2.81)$$

onde:

$$f_2 = \phi^T \cdot F_2 \quad (2.84)$$

$$f_3 = \phi^T \cdot F_3 \quad (2.85)$$

A solução p é proposta da forma:

$$p = p_2 \cdot \sin(\Omega t) + p_3 \cdot \cos(\Omega t) \quad (2.86)$$

Os termos p_2 e p_3 são obtidos usando a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} k - m\Omega^2 & -\Omega c \\ \Omega c & k - m\Omega^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} p_2 \\ p_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} \quad (2.87)$$

O sistema de equações (2.87) é resolvido para uma velocidade angular de rotação (Ω) dada. Os valores de $p_2(\Omega)$ e $p_3(\Omega)$ associados com a equação (2.72) permitem obter o vetor de deslocamentos as varias velocidades de rotação de interesse:

$$\delta = \phi \cdot \{p_2(\Omega) \cdot \sin(\Omega t) + p_3(\Omega) \cdot \cos(\Omega t)\} \quad (2.89)$$

CAPÍTULO 3

TÉCNICAS MODERNAS DE OTIMIZAÇÃO

Existem situações em que os métodos clássicos de otimização apresentam dificuldades de convergência quando são utilizados na resolução de problemas de engenharia, particularmente no caso de problemas inversos (Assis,1999). Os métodos clássicos não têm a capacidade de ter uma perspectiva global do problema, convergindo com frequência para mínimos locais. Outra dificuldade observada é a impossibilidade de serem usados eficientemente para desenvolvimentos usando técnicas de computação paralela. Os problemas foram reduzidos a partir do momento em que se passou a associar técnicas de otimização com ferramentas de Inteligência Artificial, mais especificamente, com ferramentas de busca heurística. De fato, os algoritmos heurísticos, que se caracterizam pela sua flexibilidade e robustez, têm como objetivo encontrar soluções de boa qualidade num tempo computacional aceitável.

Os anos 80 e 90 marcam o surgimento na literatura de muitos artigos sobre novos métodos de otimização fundamentados nos processos naturais. Dentre as várias técnicas desenvolvidas destacam-se: Redes Neurais Artificiais (RNA), Simulated Annealing (SA), Tabu Search (TS), e Programação Evolutiva (incluindo os Algoritmos Genéticos (AG) inicialmente propostos por Holland (1975), o Scatter Search (SS), proposto por Fred Glover (1977), a Programação Genética, proposta por Koza (1992), e a Programação Evolutiva proposta por Fogel (1995)).

Embora com filosofias distintas, estas técnicas meta-heurísticas possuem em comum características importantes, tais como a capacidade de evitar os mínimos locais e a facilidade para operar em ambientes com processamento paralelo.

Nesta dissertação são usadas duas destas técnicas: as Redes Neurais Artificiais e os Algoritmos Genéticos, que aqui são dedicadas para a identificação de desbalanceamentos em rotores flexíveis. Neste capítulo é apresentado uma abordagem resumida sobre os conceitos teóricos destas técnicas.

3.1. REDES NEURAIIS

Os sistemas de computação lógica têm sido bem sucedidos na resolução de muitos problemas matemáticos ou científicos, na criação, manipulação e manutenção de bases de dados, nas comunicações eletrônicas, no processamento de textos e gráficos, com aplicações até no controle de eletrodomésticos, fazendo-os mais eficientes e fáceis de usar, porém, definitivamente, têm uma grande incapacidade de interpretar os fenômenos que acontecem na natureza.

Esta dificuldade presente nos sistemas de cálculo que trabalham baseados na arquitetura seqüencial desenvolvida por Von Neuman tem feito com que um grande número de pesquisadores trabalhe no desenvolvimento de novos sistemas de tratamento da informação que permitam solucionar problemas cotidianos imitando o que faz o cérebro humano. Este órgão biológico conta com varias características desejáveis para qualquer sistema de processamento digital, tais como:

- (i) É robusto e tolerante a falhas. Diariamente morrem neurônios sem afetar seu desempenho global.
- (ii) É flexível, se ajusta a novos ambientes por aprendizagem, não precisa de programação.
- (iii) Pode manejar informação difusa com ruído e até inconsistências.
- (iv) Executa processamento paralelo o tempo todo.
- (v) É pequeno, compacto e consome pouca energia.

Baseados na eficiência dos processos desenvolvidos no cérebro e inspirados em seu funcionamento, vários pesquisadores desenvolveram nos últimos 60 anos a teoria das Redes Neurais Artificiais (RNA), as quais emulam as Redes Neurais Biológicas, e têm sido usadas para desenvolver estratégias de solução baseadas em exemplos de comportamentos típicos considerados padrões. Estes sistemas não precisam que a tarefa a executar seja programada; eles aprendem e generalizam o aprendizado para outras situações baseados na experiência obtida.

Na continuação se fará uma introdução geral sobre o funcionamento do sistema nervoso e como os processos biológicos foram interpretados para criar os modelos artificiais.

3.1.1. Neurônio Biológico

O sistema nervoso é formado por um grande número (aproximadamente 1011) de elementos altamente interconectados chamados neurônios (figura 3.1). Os principais componentes dos neurônios são:

- (i) Os dendritos, que tem por função receber os estímulos transmitidos pelos outros neurônios;
- (ii) corpo do neurônio, que é responsável por coletar e combinar informações vindas de outros neurônios;
- (iii) o axônio, que é constituído de uma fibra tubular que pode alcançar até alguns metros, e é responsável por transmitir os estímulos para outras células (sinapses).

Os dendritos recolhem os sinais de outros neurônios, via sinapses, e conduzem estes sinais para o núcleo do neurônio. O núcleo é responsável pelo processamento que ocorre no neurônio. Os sinais provenientes dos dendritos são somados e, caso que o total obtido ultrapasse um determinado limite, a célula dispara e envia um sinal pelo axônio em direção a outras células. Alguns sinais tendem a inibir o disparo enquanto outros tem caracter excitatório. Estas características são as mais básicas das Redes Neurais Biológicas e são imitadas nas RNA.

Ao contrário das Redes Neurais Artificiais, as Redes Neurais Biológicas não transmitem sinais negativos, sua ativação é medida pela frequência com que emite pulsos, frequência esta de pulsos contínuos e positivos. As redes naturais não são uniformes como as redes artificiais, apresentando uniformidade apenas em alguns pontos do organismo.

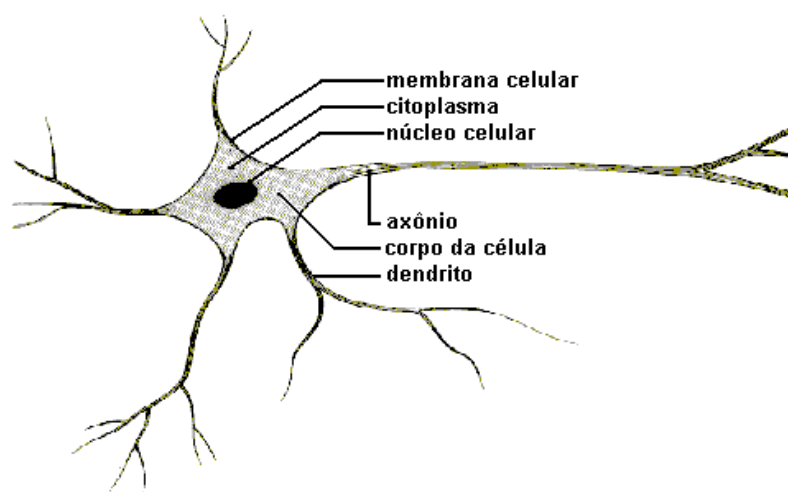


Figura 3.1 - Esquema de uma Célula Neural (Neurônio)

3.1.2. Neurônio Artificial

Os componentes básicos de uma RNA são os neurônios ou unidades de processamento. O primeiro modelo de neurônio foi proposto por Mcculloch e Pitts [32] em 1943. O objetivo era modelar o comportamento das células nervosas. O modelo Mcculloch-Pitts baseava-se no conhecimento disponível na época acerca dos sistemas biológicos. Hoje, sabe-se que o modelo proposto originalmente estava bastante distante da realidade. No entanto, o modelo de Mcculloch-Pitts norteou o desenvolvimento dos modelos subsequentes para neurônios artificiais e a configuração dos modelos mais recentes não difere muito daquele.

O neurônio artificial possui duas fases de processamento. Na primeira fase, calcula-se o somatório do produto das entradas pelos pesos associados. Na Segunda, é atribuída uma função não linear, chamada função de ativação, que é aplicada ao somatório resultante da primeira fase. Na figura 3.2 mostra-se o processo descrito anteriormente em um neurônio artificial.

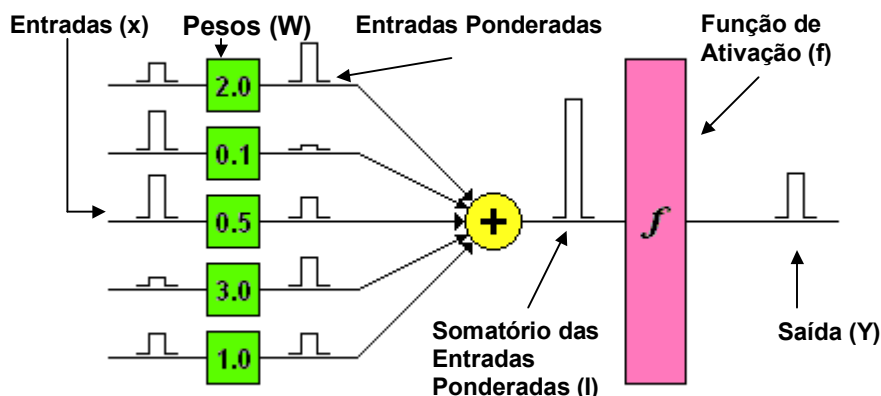


Figura 3.2 - Neurônio Artificial.

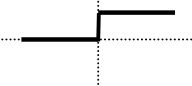
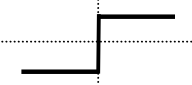
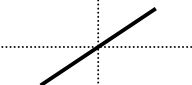
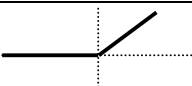
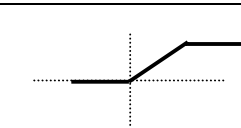
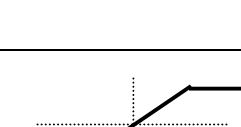
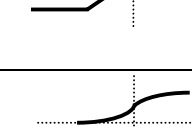
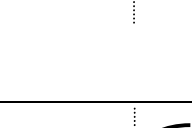
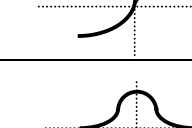
A formulação matemática deste modelo é descrita por:

$$I = \sum_{i=1}^N W_i \cdot x_i \quad \text{e} \quad Y = f(I) \quad (3.1)$$

Onde x são as entradas do neurônio, Y é a saída do neurônio, W_i são os pesos (ou coeficientes de ponderação), $f(I)$ é a função de ativação, e I é o somatório dos pesos pelas correspondentes entradas. No neurônio de Mcculloch-Pitts a função de ativação consiste em um

degrau. O desenvolvimento das Redes Neurais levou à adoção de outros tipos de função de ativação. As principais são: degrau, rampa, logística, tangente, hiperbólica, gaussiana e diferentes modificações destas mesmas. Na tabela 3.1 pode-se ver um resumo das funções de ativação mais usadas.

Tabela 3.1 - Tipos de Funções de Ativação mais Usados

Nome	Relação Entrada/Saída	Gráfico Esquemático
Degrau Binario	$f(l) = 0$ para $l > 0$ $f(l) = 1$ para $l \geq 0$	
Degrau Bipolar	$f(l) = -1$ para $l > 0$ $f(l) = 1$ para $l \geq 0$	
Rampa	$f(l) = l$	
Rampa Positiva	$f(l) = 0$ para $l < 0$ $f(l) = l$ para $l \geq 0$	
Rampa Saturada	$f(l) = 0$ para $l < 0$ $f(l) = l$ para $0 \leq l \leq 1$ $f(l) = 1$ para $l > 1$	
Rampa Saturada Simétrica	$f(l) = -1$ para $l < \mu$ $f(l) = l$ para $l \leq \mu $ $f(l) = 1$ para $l > \mu$	
Logística	$f(l) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha l}}$ com : $\alpha > 0$	
Tangente Hiperbólica	$f(l) = \frac{e^l - e^{-l}}{e^l + e^{-l}}$	
Gaussiana	$f(l) = e^{-l^2}$	

As funções tipo degrau são aplicadas geralmente em problemas de classificação, onde as variáveis de entrada são classificadas em vários grupos, dado que com os valores apropriados dos pesos uma rede com este tipo de funções de ativação tem a capacidade de representar qualquer função da álgebra booleana (Kovácz, 1996).

As funções logística e ou tangente hiperbólica fazem parte de uma classe denominada sigmóide. Esta denominação provém do formato gráfico desta funções, isto é, em forma de “S”. Estas funções apresentam a vantagem de permitir trabalhar com entradas de grande magnitude e de pequena magnitude simultaneamente; isto porque o ganho (entendendo-se por ganho como sendo a derivada da função de transferência calculada para o valor da entrada) entre a entrada e a saída é variável, de tal forma que as entradas de pequena magnitude ficam sujeitas a ganhos maiores do que as entradas de grande magnitude. Estas funções também apresentam a vantagem de serem diferenciáveis em todo o domínio, característica que é imprescindível para alguns métodos de treinamento.

As funções tipo rampa saturada apresentam características similares às sigmóides com relação ao ganho, porém, não são deriváveis em todo seu domínio, o que pode representar um problema no treinamento da rede.

3.1.3 Redes Neurais Artificiais

Uma rede neural completa é organizada em forma de camadas. Uma rede pode possuir n neurônios na camada de entrada, m neurônios na camada seguinte, e assim sucessivamente até a camada final, ou de saída. Uma rede com mais de uma camada é usualmente denominada rede multicamadas.

A forma pela qual os neurônios estão conectados uns aos outros (topologia ou arquitetura da rede) causa um enorme efeito na operação da rede neural. As camadas de uma rede neural são interconectadas através de parâmetros internos denominados pesos (W). A camada de entrada somente apresenta os dados à rede neural (não possui neurônios de processamento) e a camada de saída apresenta os valores de saída de rede após o processamento dos dados. As outras camadas são chamadas de intermediárias ou ocultas. A arquitetura da rede neural mostrada na Figura 3.3, por exemplo, é composta de uma camada de entrada com três neurônios, uma camada oculta com cinco neurônios e uma camada de saída com dois neurônios.

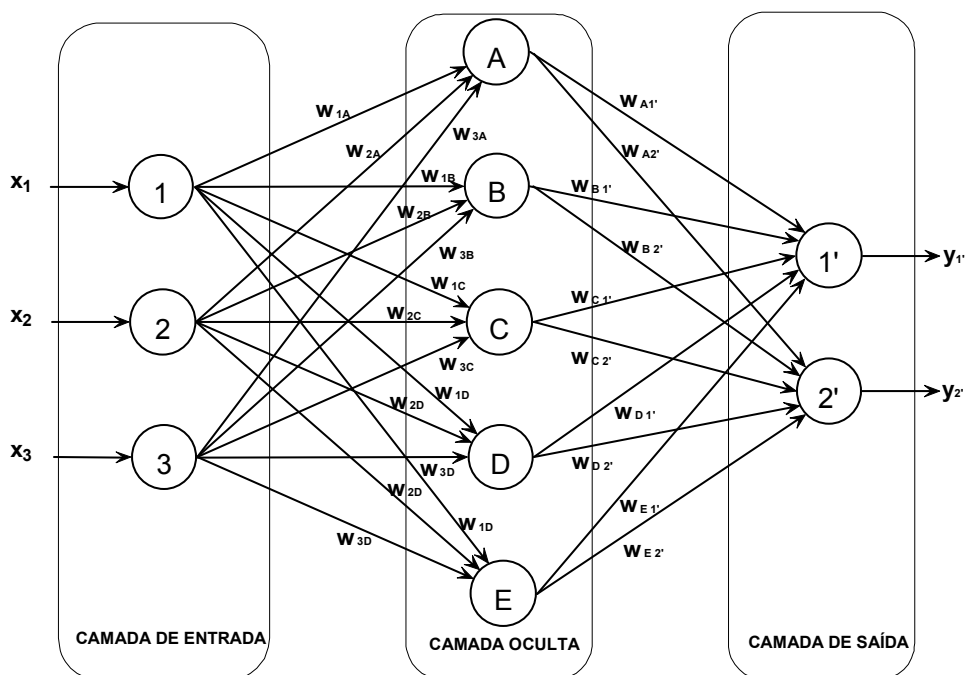


Figura 3.3 - Arquitetura de uma Rede Neural *Feedforward* Multicamadas.

3.1.4 Tipos de Redes Neurais

Existem dois tipos de Redes Neurais Artificiais, as redes tipo *feedback* e as tipo *feedforward*. Quando a rede neural apresenta conexões entre neurônios de uma mesma camada ou com neurônios de camadas anteriores (*feedback*), o processo de obtenção dos pesos é mais complexo, porém após o treinamento, as saídas são calculadas instantaneamente. Uma rede realimentada é chamada de rede recorrente. A rede é treinada com propagações e realimentações, até que haja um equilíbrio entre as entradas, pesos e saídas ou algum critério de convergência seja atingido. As redes recorrentes não serão tratadas neste trabalho.

Quando uma rede neural não apresenta em sua arquitetura interconexões entre os neurônios de uma mesma camada ou de realimentação (*feedback*) com neurônios de camadas anteriores, recebe o nome de rede neural *feedforward*. Nesta rede, inicialmente o vetor de entradas é aplicado à camada de entrada. Então, as funções de ativação são calculadas e o processo flui da camada de entrada para as camadas ocultas e desta para a camada de saída. O aprendizado da rede, ou seja, o ajuste dos pesos, é realizado através de um treinamento supervisionado. Após o treinamento, a rede é capaz de transformar uma simples entrada em uma saída desejável.

3.1.5 Treinamento das Redes Neurais Artificiais

O treinamento da rede neural é feito através de um processo iterativo de ajustes aplicado a seus pesos, até que a rede neural atinja a saída desejada para uma determinada entrada. Existem dois tipos distintos de treinamento:

- (i) Treinamento não supervisionado ou auto-organizado: Neste treinamento a rede não recebe nenhuma informação de como classificar as entradas e ajustar os pesos.
- (ii) Treinamento supervisionado ou associativo: As redes usualmente utilizadas em problemas de engenharia envolvem este tipo de treinamento. Seu nome é derivado da necessidade de um sistema auxiliar para supervisionar o treinamento da rede neural, ou seja é necessário um conjunto de dados experimentais confiáveis. No treinamento supervisionado o vetor das variáveis de entrada possui um correspondente vetor de variáveis de saída.

A rede neural baseada no algoritmo de treinamento *backpropagation* é a mais difundida (Hammerstron, 1993; Touretzky, 1989). Trata-se de uma rede multicamadas *feedforward*, na qual nenhuma informação é retroprogramada durante sua operação (Antsaklis, 1992). É assim denominada pelo seu esquema de treinamento supervisionado, no qual um sinal de erro de saída é retropropagado pela rede, modificando o peso das conexões de forma a minimizar este erro.

Uma rede *backpropagation* requer no mínimo três camadas que são usualmente referenciadas como camada de entrada, oculta ou intermediária, e de saída.

A Figura 3.4. ilustra uma rede multicamadas com arquitetura do tipo *feedforward*, com uma camada de entrada, duas ocultas e uma camada de saída. Normalmente é conveniente adicionar na camada de saída e nas ocultas, uma entrada extra (chamada de *bias*) com valor unitário (Haykin, 1998). Todos os neurônios são interconectados através dos pesos.

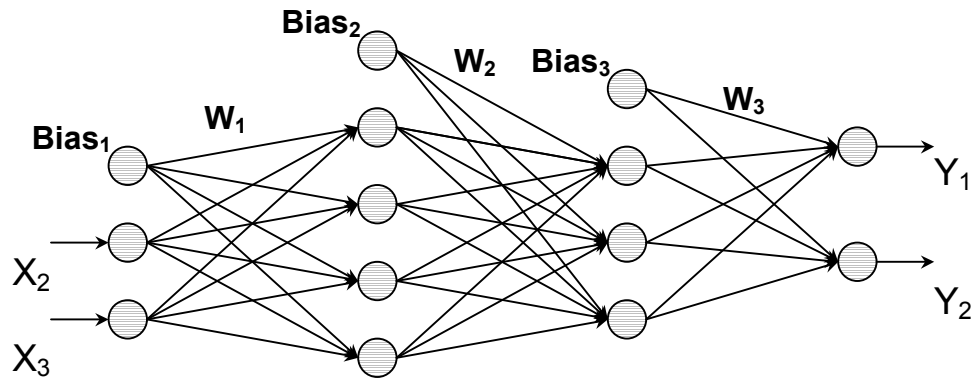


Figura 3.4 - Arquitetura de uma Rede Neural Artificial com Quatro Camadas.

O modelo típico do neurônio utilizado no algoritmo de *backpropagation* é apresentado na Figura 3.5, onde as entradas, X_n , são conectadas pelos seus respectivos pesos, W_n , para o processamento de suas saídas, Y_n , por intermédio das funções de ativação, $f(I)$.

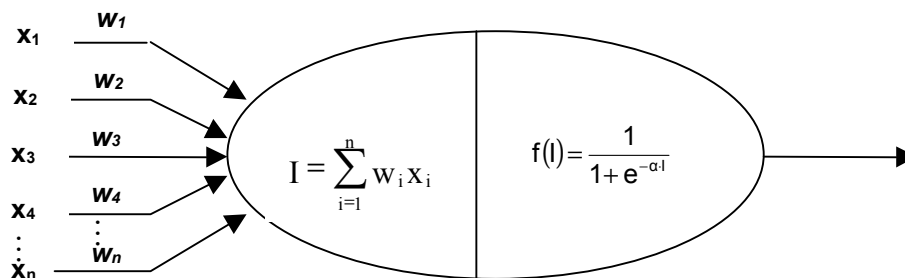


Figura 3.5 - Neurônio de Processamento do algoritmo *backpropagation* com Função de Ativação Logística.

As entradas de uma função de ativação são as somatórias dos produtos dos pesos pelas respectivas entradas.

$$w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \dots + w_nx_n = \sum_{i=1}^n w_ix_i = I \quad (4.3)$$

O algoritmo *backpropagation*, assim como qualquer outro método que use derivadas requer que as funções de ativação sejam contínuas e diferenciáveis. Esta função deve ser assintótica, tanto para valores infinitamente positivos como negativos. Estas condições levam a considerar as funções tipo sigmóide como as mais adequadas na maioria dos casos.

3.1.5.1 Implementação do algoritmo de Treinamento da Rede

O algoritmo de treinamento para Redes Neurais multicamadas atualiza os pesos com base no erro médio quadrático. Como o algoritmo trabalha com aprendizagem supervisionada é preciso um conjunto padrão de entradas e suas respectivas saídas desejadas, da forma:

$$\{p_1, t_1\}, \{p_2, t_2\}, \{p_3, t_3\}, \{p_4, t_4\}, \dots, \{p_Q, t_Q\} \quad (3.4)$$

Onde p_Q é uma entrada da rede e t_Q é a correspondente saída desejada para o Q-ésimo padrão. O algoritmo ajusta os parâmetros da rede para minimizar o erro médio quadrático.

O treinamento começa depois de definir a arquitetura da rede, isto é, depois de definido o número de camadas, o número de neurônios em cada camada e as funções de transferência para cada neurônio. Inicia-se com a geração aleatória dos pesos com valores reais pequenos. No caso de uma rede de três camadas, a propagação acontece apresentado o conjunto padrão de entradas à camada de entrada; esta se propaga através das conexões existentes produzindo uma resposta na camada de saída, o que é comparado com a saída desejada para calcular o erro no aprendizagem. Este erro permite estabelecer a variação mais adequada dos pesos, com o objetivo de, ao final do treinamento obter uma saída satisfatória para o conjunto de entradas padrão apresentado. Isto é conseguido minimizando o erro quadrático em cada iteração do processo de aprendizagem.

A dedução matemática deste procedimento é realizada para uma rede com uma camada de entrada, uma camada oculta, e uma camada de saída (figura 3.6). Logo depois se generaliza o procedimento para redes que tenham mais de uma camada oculta.

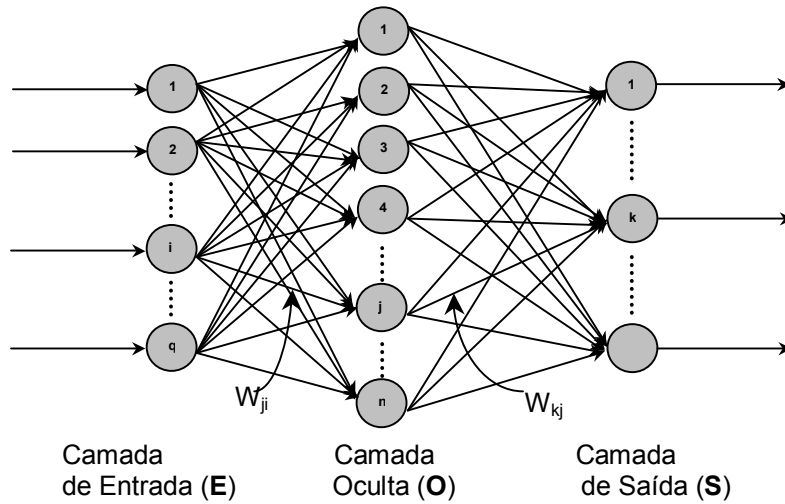


Figura 3.6 - Disposição de uma rede de três camadas.

Na figura (3.6) :

q = Número de elementos da camada de entrada.

n = Número de elementos da camada oculta.

L = Número de elementos da camada de saída.

Para iniciar o treinamento se apresentam à rede o conjunto de entradas padrão, conforme a equação (3.5).

$$P = \left\{ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_i \\ \vdots \\ P_Q \end{matrix} \right\}$$

(3.5)

O conjunto de entradas é propagado através da rede até obter suas saídas correspondentes para os pesos inicialmente estabelecidos. Na camada oculta no neurônio j , se produz uma entrada total I_j^o (o superíndice “o” é usado para indicar que trata-se da camada oculta), produto do somatório de todas as entradas padrões por seus respectivos pesos, de acordo com a equação (3.3). Rescrevendo a equação (3.3) para o caso da entrada total no neurônio j :

$$I_j^o = \sum_{i=1}^q W_{ji}^o \cdot P_i + Wb_j^o \quad (3.6)$$

Onde:

W_{ji}^o = Peso que une o componente i com o neurônio j da camada oculta.

P_i = Entrada i do conjunto de entradas padrão contido no vetor P.

Wb_j^o = Peso que une a entrada *bias* da camada de entrada com o neurônio j da camada oculta.

Cada um dos neurônios da camada oculta tem uma saída. No caso do neurônio j, a saída é a_j^o , de acordo a equação (3.7).

$$a_j^o = f^o(I_j^o) = f^o\left(\sum_{i=1}^q W_{ji}^o \cdot P_i + Wb_j^o\right) \quad (3.7)$$

Onde:

f^o = A função de ativação dos neurônios da camada oculta

As saídas dos neurônios da camada oculta (n componentes) são, por sua vez, as entradas à camada de saída multiplicadas por seus respectivos pesos de conexão, de acordo com a equação (3.8).

$$I_k^s = \sum_{i=1}^n W_{ki}^s \cdot a_i^o + Wb_k^s \quad (3.8)$$

Onde:

W_{ki}^s = Peso que une o neurônio i com o neurônio j da camada de saída

I_k^s = Entrada total do neurônio k da camada de saída

Wb_k^s = Peso que une a entrada *bias* da camada oculta com o neurônio k da camada de saída.

A rede produz uma saída final a_k^s , descrita pela equação (3.9).

$$a_k^s = f^s(l_k^s) = f^s\left(\sum_{i=1}^n W_{ki}^s \cdot a_i^o + Wb_k^s\right) \quad (3.9)$$

Onde:

f^s = função de ativação dos neurônios da camada de saída.

O erro para a saída k da rede é calculado comparando a diferença entre a resposta da rede e a saída desejada. Conforme a equação (3.10).

$$\delta_k = (t_k - a_k^s) \quad (3.10)$$

O erro médio quadrático para cada conjunto padrão de entrada é definido a partir do resultado da equação (3.11).

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^L \delta_i^2 \quad (3.11)$$

Este processo é repetido para todos os conjuntos de entradas e saídas padrões. Para que o treinamento seja bem sucedido, o algoritmo deve atualizar os pesos até que o erro médio quadrático seja minimizado, atingindo um valor pre-estabelecido. Para atualizar os pesos é geralmente usado o método do gradiente descendente (neste caso o algoritmo de treinamento é o *backpropagation* original). Neste trabalho, será comentado este método, assim como o método de Levenberg-Marquardt, que permite minimizar o erro médio quadrático com menos iterações. Este último método foi o usado para o propósito desta dissertação.

3.1.5.2 Atualização dos Pesos Usando o Método do Gradiente Descendente

Depois de calcular o erro, o segundo passo do algoritmo é a atualização dos pesos. Isto é feito em função da mudança do erro médio quadrático em relação aos respectivos pesos, considerando que a direção da máxima descida do erro é a direção negativa de seu gradiente, da seguinte forma:

$$W_{k+1} = W_k - \alpha \cdot \nabla \varepsilon_c \quad (3.12)$$

Onde:

$\nabla \varepsilon_c$ = Gradiente do erro médio quadrático com relação ao respectivo peso.

α = Constante de proporcionalidade associada à taxa de aprendizado dos pesos.

Na camada de saída, o valor do gradiente do erro com relação ao peso W_{kj}^s é:

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial W_{kj}^s} = \frac{\partial}{\partial W_{kj}^s} \left(\frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^L (t_i - a_i^s)^2 \right) = -(t_k - a_k^s) \cdot \frac{\partial a_k^s}{\partial W_{kj}^s} \quad (3.13)$$

Para calcular $\frac{\partial a_k^s}{\partial W_{kj}^s}$ utiliza-se a regra da cadeia, pois W_{kj}^s não é uma função explícita de

a_k^s , mas sim de I_k^s , ou seja:

$$\frac{\partial a_k^s}{\partial W_{kj}^s} = \frac{\partial a_k^s}{\partial I_k^s} \cdot \frac{\partial I_k^s}{\partial W_{kj}^s} \quad (3.14)$$

Então, substituindo a equação (3.14) em (3.13), tem-se:

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial W_{kj}^s} = -(t_k - a_k^s) \cdot \frac{\partial a_k^s}{\partial I_k^s} \cdot \frac{\partial I_k^s}{\partial W_{kj}^s} \quad (3.15)$$

Onde:

$\frac{\partial a_k^s}{\partial I_k^s}$ = Derivada da saída do neurônio k da camada de saída, com relação ao somatório de todas

as entradas do neurônio k.

$\frac{\partial I_k^s}{\partial W_{kj}^s}$ = Derivada do somatório das entradas ao neurônio k da camada de saída, com relação ao peso W_{kj}^s .

Substituindo na equação (3.15) as derivadas das equações (3.8) e (3.9), fica:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_c}{\partial W_{kj}^s} = -(t_k - a_k^s) \cdot f'^s(I_k^s) \cdot a_j^o \quad (3.16)$$

Como é lógico, as funções de transferencia $f(l)$ devem ser deriváveis e continuas em todo o intervalo usado. As funções de transferencia mais usadas e suas respectivas derivadas são as seguintes:

$$\text{Logística:} \quad f(l) = \frac{1}{1 + e^{-l}} ; \quad f'(l) = f(l) \cdot (1 - f(l)) \quad (3.17)$$

$$\text{Tangente hiperbólica:} \quad f(l) = \frac{e^l - e^{-l}}{e^l + e^{-l}} ; \quad f'(l) = 1 - (f(l))^2 \quad (3.18)$$

$$\text{Rampa:} \quad f(l) = l ; \quad f'(l) = 1 \quad (3.19)$$

Da equação (3.16), os termos do erro para os neurônios da camada de saída são dados pela equação (3.20), a qual é denominada sensibilidade da camada de saída.

$$s_k = (t_k - a_k^s) \cdot f'^s(I_k^s) \quad (3.20)$$

Depois de conhecer (3.20) pode-se atualizar o peso W_{ji}^o na camada oculta, dado por:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_c}{\partial W_{ji}^o} = \frac{\partial}{\partial W_{ji}^o} \left(\frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^L (t_k - a_k^s)^2 \right) = - \sum_{k=1}^L (t_k - a_k^s) \cdot \frac{\partial a_k^s}{\partial W_{ji}^o} \quad (3.21)$$

Para calcular o último termo da equação (3.21) é preciso aplicar novamente a regra da cadeia:

$$\frac{\partial a_k^s}{\partial W_{ji}^o} = \frac{\partial a_k^s}{\partial I_k^s} \cdot \frac{\partial I_k^s}{\partial a_j^o} \cdot \frac{\partial a_j^o}{\partial I_j^o} \cdot \frac{\partial I_j^o}{\partial W_{ji}^o} \quad (3.22)$$

Substituindo (3.22) em (3.21), tem-se:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_c}{\partial W_{ji}^o} = - \sum_{k=1}^L (t_k - a_k^s) \cdot \frac{\partial a_k^s}{\partial I_k^s} \cdot \frac{\partial I_k^s}{\partial a_j^o} \cdot \frac{\partial a_j^o}{\partial I_j^o} \cdot \frac{\partial I_j^o}{\partial W_{ji}^o} \quad (3.23)$$

Substituindo as derivadas das equações (3.6), (3.7), (3.8), (3.9) em (3.23) fica:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_c}{\partial W_{ji}^o} = - \sum_{k=1}^L (t_k - a_k^s) \cdot f'^s(I_k^s) \cdot W_{kj}^s \cdot f'^o(I_j^o) \cdot P_i \quad (3.24)$$

Substituindo a equação (3.20) em (3.24), obtém-se:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_c}{\partial W_{ji}^o} = - \sum_{k=1}^L \delta_k^s \cdot W_{kj}^s \cdot f'^o(I_j^o) \cdot P_i \quad (3.25)$$

Neste caso, a sensibilidade dos neurônios da camada oculta é dada pela equação (3.26).

$$s_j^o = f'^o(I_j^o) \cdot \sum_{k=1}^L \delta_k^s \cdot W_{kj}^s \quad (3.26)$$

Então, os pesos para a camada de saída podem ser calculados usando as equações (3.27) e (3.28).

$$W_{kj}^s(t+1) = W_{kj}^s(t) - \alpha \cdot s_k^s \quad (3.27)$$

$$Wb_k^s(t+1) = Wb_k^s(t) - \alpha \cdot s_k^s \quad (3.28)$$

Na camada oculta os pesos são atualizados usando as equações (3.29) e (3.30).

$$W_{ji}^o(t+1) = W_{ji}^o(t) - \alpha \cdot s_j^o \cdot P_i \quad (3.29)$$

$$Wb_j^o(t+1) = Wb_j^o(t) - \alpha \cdot s_j^o \quad (3.30)$$

As deduções acima foram feitas para uma rede de três camadas. Para realizar a análise de uma rede com mais de uma camada oculta pode-se generalizar o problema usando a equação (3.26).

Sabe-se que, quando se trabalha com técnicas de gradiente descendente, é conveniente avançar pela superfície do erro com incrementos pequenos dos pesos. Isto porque não é possível conhecer, a priori, a distância da posição da n -ésima iteração em relação ao mínimo. Com incrementos grandes, corre-se o risco de descartar o mínimo, ou oscilar em sua vizinhança, sem poder alcançá-lo. Com incrementos pequenos, embora aumente o número de iterações, evita-se que isto aconteça. Eleger o incremento adequado influi na velocidade de convergência do algoritmo; tal incremento se controla através da taxa de aprendizado. Na prática, escolhe-se uma taxa de aprendizado alta e à medida que o erro calculado está se aproximando do erro desejado, a taxa de aprendizado é reduzida.

3.1.5.3 Atualização dos Pesos Usando o Método do Levenberg-Marquardt

O algoritmo de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963) é uma modificação do método de Newton (equação 3.31), que usa derivadas de segunda ordem para o cálculo da matriz Hessiana (H), e garante uma convergência mais rápida que os métodos baseados no gradiente descendente. Entretanto, a necessidade de calcular a matriz Hessiana pode ser uma dificuldade intransponível para algumas aplicações de Redes Neurais (Masters, 1993). Também o método de Newton pode apresentar inconvenientes nos casos onde a matriz Hessiana seja singular, ou pelo menos não definida positiva, como se requer para garantir o mínimo global. A matriz H é singular se a superfície da função avaliada é aproximadamente linear com relação a uma ou mais de suas variáveis. Nesse caso a inversa da matriz H pode ter problemas de condicionamento numérico. No

caso da matriz H apresentar autovalores negativos, o passo calculado pelo método de Newton pode ser muito grande e poderia causar oscilações em torno da solução (Vanderplaats, 1993).

$$X_{t+1} = X_t - [H(X_t)]^{-1} \cdot \nabla F(X_t) \quad (3.31)$$

Onde:

X_{t+1} = Valor do vetor das variáveis na iteração $t+1$.

X_t = Valor do vetor das variáveis na iteração t .

$H(X_t)$ = Valor da matriz Hessiana para X_t .

$\nabla F(X_t)$ = Gradiente da função $F(X_t)$.

Para evitar estes inconvenientes, tem sido desenvolvidos métodos que aproximam o valor da matriz H , denominados métodos Quasi-Newton (Vanderplaats, 1993). Neste caso, o método de Levenberg-Marquardt permite calcular o valor aproximado da função Hessiana usando o produto dos Jacobianos como se verá a seguir. Também são minimizados os erros apresentados por mal condicionamento da matriz H . A equação modificada do método de Newton para o cálculo do mínimo usando o método de Levenberg-Marquardt é:

$$X_{t+1} = X_t - [H(X_t) + \mu_t \cdot I]^{-1} \cdot \nabla F(X_t) \quad (3.32)$$

Nesta equação I é a matriz identidade. O valor μ_t , determina a tendência do algoritmo, de maneira que, se μ_t é nulo a equação (3.32) é reduzida ao método de Newton, mas se μ_t é muito grande o valor de $H(X(t))$, será desprezível com relação a $\mu_t \cdot I$. Neste caso o valor $-[H(X(t)) + \mu_t \cdot I]^{-1} \cdot \nabla F(X(t))$ representa um pequeno avanço na direção contrária ao gradiente e o algoritmo terá um comportamento aproximado ao método do gradiente descendente. Então, variando o valor μ_t segundo as condições do problema é possível aproveitar ao mesmo tempo a velocidade de convergência do método de Newton e a garantia de convergência do método do gradiente descendente.

De maneira semelhante ao método do gradiente descendente, o método de Levenberg-Marquardt pretende minimizar o erro médio quadrático, Através da equação (3.33), o erro para k -

ésima saída da rede é calculado comparando a diferença entre a resposta da rede e a saída desejada.

$$\delta_k = (t_k - a_k^s) \quad (3.33)$$

O erro médio quadrático para cada conjunto padrão de entradas é definido a partir do resultado da equação anterior:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^L \delta_i^2 \quad (3.34)$$

O gradiente do erro médio quadrático (equação 3.34) na t-ésima iteração pode ser escrito como:

$$\nabla \varepsilon_c = \nabla \left(\frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^L \delta_i^2 \right) = J^T(\delta) \cdot \delta = J^T(X_t) \cdot \delta(X_t) \quad (3.35)$$

Onde:

$\nabla \varepsilon_c$ = Gradiente do erro médio quadrático.

X_t = Vetor que contem as variáveis (pesos).

$\delta(X_t)$ = Diferença entre à saída da rede é a saída desejada na t-ésima iteração.

$J^T(X_t)$ = Matriz Jacobiana transposta na t-ésima iteração.

Os elementos da matriz Jacobiana têm a seguinte forma:

$$J(X) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta_1}{\partial W_1} & \frac{\partial \delta_2}{\partial W_1} & \dots & \frac{\partial \delta_k}{\partial W_1} \\ \frac{\partial \delta_1}{\partial W_2} & & & \frac{\partial \delta_k}{\partial W_2} \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial \delta_1}{\partial W_n} & \frac{\partial \delta_2}{\partial W_n} & \dots & \frac{\partial \delta_k}{\partial W_n} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Para o cálculo dos elementos da matriz Jacobiana, aplica-se a regra da cadeia, e a matriz Hessiana pode ser aproximada usando a equação (3.37).

$$H(X_t) = J^T(X_t) \cdot J(X_t) \quad (3.37)$$

Rescrevendo a equação (3.32) substituindo (3.35) e (3.37) fica:

$$X_{t+1} = X_t - [J^T(X_t) \cdot J(X_t) + \mu_t \cdot I]^{-1} \cdot J^T(X_t) \cdot \delta(X_t) \quad (3.38)$$

Resumindo, o algoritmo Levenberg-Marquardt segue os seguintes passos:

1. Depois de ter inicializado a rede com um conjunto aleatório de pesos, procede-se ao cálculo das saídas correspondentes e dos erros segundo $\delta_k = (t_k - a_k^s)$.
2. É calculada a matriz Jacobiana.
3. Obtém-se o conjunto de pesos X_{t+1} usando a equação (3.38).
4. Recalcula-se a soma dos quadrados dos erros; se esta soma é menor que o valor calculado no passo 1, então é modificado o valor de μ_t usando a equação (3.39). Se a soma é maior, usa-se a equação (3.40), retrocede-se uma iteração e volta-se ao passo 3.

$$\mu_{t+1} = \frac{\mu_t}{v} \quad (3.39)$$

$$\mu_{t+1} = \mu_t \cdot v \quad (3.40)$$

Onde v é um valor preestabelecido dependendo do problema.

A dificuldade na aplicação deste método tem a ver com o cálculo, armazenamento e inversão da matriz Hessiana (esta matriz tem $Q \times Q$ elementos, onde Q é o número de pesos ou variáveis da rede). O algoritmo de Levenberg-Marquardt é proibitivo ao se trabalhar com redes com muitas interconexões, já que o espaço de memória é limitado.

Considera-se que o algoritmo alcançou a convergência quando o gradiente $\nabla \epsilon_c$ ou o somatório dos erros ao quadrado são menores que um valor pre-definido.

3.1.5 Identificação do Desbalanceamento em Rotores Flexíveis Usando Redes Neurais

Nesta dissertação as Redes Neurais são aplicadas para a identificação do desbalanceamento em rotores flexíveis. O método desenvolvido consiste em identificar um modelo inverso do rotor, que permita determinar os desbalanceamentos partindo da resposta do rotor nas velocidades críticas. As entradas padrões são determinadas em um modelo computacional obtido pelo método dos elementos finitos. Neste modelo são introduzidas massas de desbalanceamento conhecidas e são obtidas as vibrações correspondentes. O processo de treinamento da rede segue o percurso mostrado na figura (3.7).

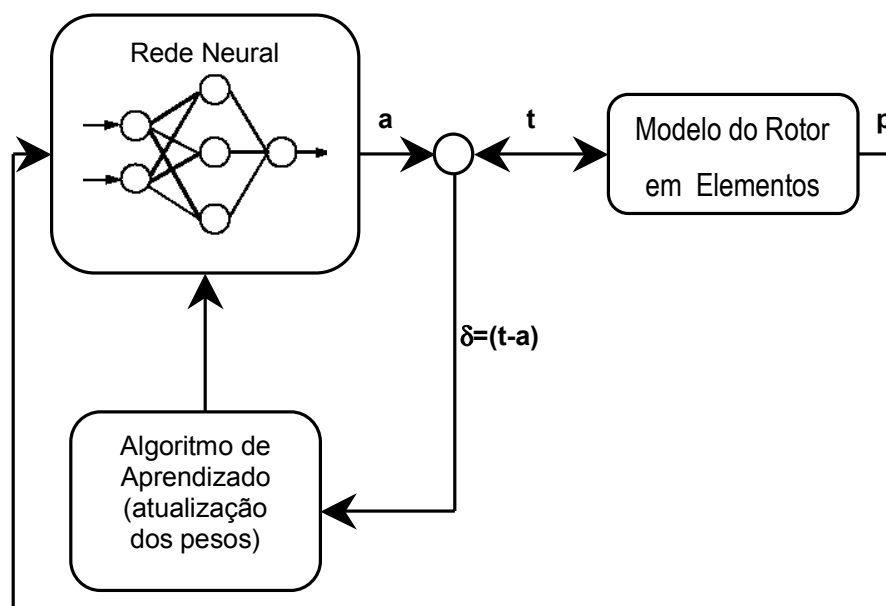


Figura 3.7 - Determinação do modelo inverso do rotor, onde: a são saídas da rede, t são as entradas no modelo direto do rotor, p são as saídas do modelo direto, δ é a diferença entre a saída desejada e a resposta da rede.

O processo de treinamento e validação é o seguinte:

1. São coletados os dados de entrada e saída da rede, Neste caso, os dados são respectivamente as vibrações medidas em uma certa velocidade critica nos planos de medida,

- e as massas de desbalanceamento aplicadas nos planos de correção. Só se trabalha com uma velocidade crítica por vez, para minimizar o volume de dados de entrada da rede.
2. Os dados de entrada e saída padrões são normalizados, estabelecendo um intervalo comum para os valores de entrada e saída que permita um melhor funcionamento das funções de ativação e prevendo também um bom condicionamento numérico (Teixeira, 2001).
 3. Escolha da arquitetura da rede neural, Dependendo do número de entradas e saídas, de seus valores, do tipo de resposta que se deseja, assim como do tipo de treinamento a ser usado, é estabelecida a melhor configuração de funcionamento da rede neural. Escolhe-se o número de camadas, o número de neurônios em cada camada e as funções de ativação a serem usadas.
 4. Treinamento, A rede é treinada a partir de uma configuração aleatória inicial dos pesos, que são ajustados até atingir um erro mínimo prestabelecido ou o gradiente do erro com relação aos pesos ser nulo. Existe a possibilidade de não atingir o erro prestabelecido; algumas das razões para isso podem ser:
 - (i) A arquitetura da rede não foi bem escolhida, caso em que o problema pode ser devido à escolha inadequada das funções de ativação, do número de camadas ou do número de neurônios por camada.
 - (ii) Os dados de entrada não foram corretamente coletados, não sendo representativos do fenômeno de uma forma geral, ou mal escalonados (Teixeira, 2001).
 - (iii) O algoritmo de busca encontra um mínimo local. Neste caso o treinamento deverá ser reiniciado.
 5. Validação, A eficiência da rede é comprovada a partir de entradas diferentes em relação às que foram usadas no processo de treinamento. Existe a possibilidade do erro obtido com os dados de treinamento ser muito menor do que aquele resultante dos dados de validação, ou que a rede piore o seu desempenho (de validação ou teste). Este fenômeno é chamado *overfitting* (também conhecido como *overtraining* ou *overlearning*). Em um treinamento longo pode acontecer que a rede memorize os padrões de treinamento, perdendo sua capacidade de generalização (aumentando os erros nos padrões não apresentados no treinamento). O ideal seria que a rede aprendesse apenas a estrutura geral dos exemplos. Existem dois métodos principais para se evitar essa situação:

- (a) O método da regularização, (ou de redução de pesos) onde se procura limitar a complexidade da rede
- (b) O método *early stopping* que determina um ponto de parada no treinamento, tentando encontrar um ponto ótimo de generalização. Amari et al (1996) diz que o uso *do early stopping* é necessário caso o número de pesos seja 30 vezes inferior ao número de conjuntos padrões para o treinamento, e que o conjunto de validação deve obedecer a seguinte equação:

$$N_v = \frac{N_p}{\sqrt{(2 \cdot N_w)}} \quad (3.41)$$

Onde:

N_v = Número de dados para validação.

N_p = Número de dados usados no treinamento.

N_w = Número de pesos da rede.

3.2. ALGORITMOS GENÉTICOS

Nesta seção são apresentados os conceitos gerais sobre a técnica de otimização dos Algoritmos Genéticos, também usada nesta dissertação para a identificação do desbalanceamento em rotores flexíveis.

3.2.1 Otimização Biológica: Evolução Natural

De acordo com os evolucionistas, a seleção natural é o processo que guia o surgimento de novas espécies complexas e adaptadas ao meio ambiente (Bäck et al, 1997). Um indivíduo de uma população é afetado por outros (por exemplo, através de competição por alimentação, predadores, acasalamento, etc.) e também pelo ambiente em que vive (por exemplo, através da oferta de comida, clima, etc.). Quanto maior a adaptação de um indivíduo a tais condições, maior a chance do indivíduo sobreviver por mais tempo e gerar uma prole, que por sua vez herda a informação genética dos pais. Ao longo do processo de evolução, a população vai sendo influenciada pela informação genética oriunda de indivíduos com adaptação acima da média. Além disso, o caráter não-determinístico da reprodução leva a uma produção permanente de informação genética nova e, portanto, à criação de descendentes diferenciados.

Os indivíduos que hoje sobrevivem na natureza podem ser considerados o resultado de muitas iterações dentro de um grande algoritmo de otimização. A função objetivo, ou de custo, que deseja-se maximizar é a capacidade de adaptação ao ambiente. Assim, as características dos organismos vivos formam uma superfície topológica (Grant,1985), e o nível de adaptação dos indivíduos é caracterizado por pontos desta superfície. Os pontos mais altos correspondem às melhores condições de adaptação.

Assim, um grupo de indivíduos convivendo em um determinado ambiente é chamado de população. Se numa dada população existem características diferentes entre os indivíduos, são esperadas mudanças nas características da população nas gerações posteriores o que é conhecido como evolução. O processo dinâmico pelo qual acontecem estas mudanças baseia-se em uma série de fenômenos naturais que inevitavelmente têm que acontecer. Estes fenômenos podem ser agrupados em quatro tipos específicos:

- (i) **Mutação:** É uma mudança aleatória de baixa probabilidade que acontece nas características de um gene. Esta mudança pode ser passada às gerações seguintes

através de genes recessivos. As mutações podem ser espontâneas ou devidas a fatores externos.

- (ii) Fluxo Genético: Acontece pela introdução de novos organismos à população.
- (iii) Alteração Genética: Ocorre por acaso, quando em pequenas populações, certas características dos indivíduos desaparecem de maneira aleatória.
- (iv) Seleção Natural: Opera de forma que os indivíduos melhor adaptados têm maior capacidade de sobreviver e reproduzirem-se. Neste processo certas mudanças podem produzir indivíduos melhor preparados para sobreviver no meio em que se encontram.

3.2.2 Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos foram inicialmente propostos pelo Professor John Holland (1975) na Universidade de Michigan, mas somente a partir dos anos 80, é que realmente começaram a se popularizar. A idéia inicial de Holland (1975) foi tentar reproduzir algumas etapas do processo de evolução natural das espécies incorporando-as num algoritmo computacional. Basicamente, o ponto chave foi gerar, a partir de uma população de cromossomos, novos cromossomos com propriedades genéticas superiores às de seus antecedentes. Esta idéia foi então associada à solução de um problema onde, a partir de um conjunto de soluções atuais, são geradas novas soluções que são superiores às antecedentes, sob algum critério pré-estabelecido. Algumas das diferenças entre os Algoritmos Genéticos e as técnicas clássicas de otimização são:

- (i) Os Algoritmos Genéticos usam um conjunto, ou população, de pontos para conduzir a busca, não investe somente num ponto isolado do espaço de busca. Isto dá aos Algoritmos Genéticos a capacidade de pesquisar em regiões do espaço de projeto caracterizadas por vários mínimos locais. Os Algoritmos Genéticos observam diferentes áreas do espaço do problema de uma só vez e usam todas estas informações para guiarem o processo evolutivo.
- (ii) Os Algoritmos Genéticos usam somente informações geradas por si mesmos para se guiarem pelo espaço de busca. Muitas outras técnicas necessitam de uma grande variedade de informações para se guiarem. Por exemplo, o método do gradiente descendente, assim como vários outros métodos clássicos, requer derivadas. A única informação utilizada pelos Algoritmos Genéticos é uma medida de adaptação de cada ponto no espaço (valor da função objetivo). Uma vez conhecidos estes valores, os

Algoritmos Genéticos podem usá-los para continuar o processo evolutivo, na busca pelo ótimo.

- (iii) Os Algoritmos Genéticos possuem natureza probabilística, não determinística. Isto é resultado direto das técnicas randômicas usadas pelos Algoritmos Genéticos.
- (iv) Os Algoritmos Genéticos são inerentemente paralelos. Este é um dos seus mais importantes e poderosos aspectos.

Os Algoritmos Genéticos têm mostrado sua eficiência na resolução de uma ampla variedade de problemas de otimização lineares e não lineares por explorar todas as regiões do espaço de busca e determinando áreas promissoras através das operações de mutação, cruzamento, e seleção, aplicadas aos indivíduos da população (Michalewicz, 1994).

O uso de Algoritmos Genéticos requer a determinação de seis importantes questões: a representação dos cromossomos, a criação da população inicial, o processo de seleção, os operadores genéticos incorporados na reprodução, o critério de parada, e a função objetivo.

3.2.3 Representação dos Cromossomos

Diferentes tipos de codificação dos cromossomos têm sido propostos. Assim, pode-se trabalhar com dígitos binários, números de ponto flutuante, números inteiros, símbolos, etc. No método clássico proposto por Holland (1975), o alfabeto era limitado a dígitos binários. Desde então, a representação do problema tem sido objeto de permanente investigação. Tem sido demonstrado que as codificações mais naturais são mais eficientes e produzem melhores soluções (Michalewicz, 1994). Uma representação bastante útil para os indivíduos (ou os cromossomos), usada em otimização, envolve a representação dos genes (ou variáveis) através de um alfabeto de ponto flutuante com valores definidos em um intervalo escolhido previamente. Michalewicz (1994), tem feito experimentos comparando os resultados de representações escritas em dígitos binários com outras em ponto flutuante, concluindo que as baseadas em ponto flutuante são mais eficientes em termos de tempo de processamento computacional e precisão da solução.

3.2.3.1 Representação Binária

Se um parâmetro é contínuo, então precisa ser quantificado com vistas a sua representação no sistema binário. Para isso, divide-se primeiramente a faixa dos valores dos parâmetros em níveis iguais de quantificação, conforme ilustra a tabela (3.2). Cada valor de

parâmetro entra em um dos níveis e é igualado ao valor médio, superior ou inferior daquele nível. Em geral observa-se que ajustando o valor do parâmetro ao valor médio do nível, dentro do qual se enquadra é melhor, uma vez que o maior erro de arredondamento possível é a metade de um nível (os níveis são todos iguais).

As fórmulas matemáticas para codificar ou decodificar o n-ésimo parâmetro P_n em sua representação binária são as seguintes:

Para codificar:

$$P_{\text{norm}} = \frac{P_n - P_{\text{lo}}}{P_{\text{hi}} - P_{\text{lo}}}$$

$$\text{gene}[m] = \text{round} \left\{ P_{\text{norm}} \cdot 2^{-m} - \sum_{p=1}^{m-1} \text{gene}[p] \cdot 2^{-p} \right\} \quad (3.42)$$

Para decodificar:

$$P_{\text{quant}} = \sum_{m=1}^{N_{\text{gene}}} \text{gene}[m] \cdot 2^{-m} + 2^{-(M+1)}$$

$$q_n = P_{\text{quant}} \cdot (P_{\text{hi}} - P_{\text{lo}}) + P_{\text{lo}} \quad (3.43)$$

Onde:

P_{norm} = Parâmetro normalizado ($\in [0,1]$)

P_{lo} = Parâmetro de valor mínimo

N_{gene} = Número de bits no gene

$\text{gene}[m]$ = Versão binária de P_n

P_{hi} = Parâmetro de valor máximo

P_{quant} = Versão quantificada de P_{norm}

q_n = Versão desquantificada de P_{quant}

$\text{round}\{\}$ = Função que aproxima um valor real para o inteiro mais próximo acima

Tabela 3.2 - Quatro parâmetros contínuos são enquadrados nos níveis quantificados mostrados, o gene correspondente indica o nível quantificado no qual o parâmetro se enquadrou. Normalmente, ao parâmetro é atribuído o valor médio do nível quantificado correspondente (adaptado de Haupt et al, 1998).

Níveis Quanticos		Valores dos Parâmetros			
Intervalo do Nível	Nível	0.55	0.11	0.95	0.63
1.000					
	111	x			
0.875					
	110				
0.750					
	101	x			
0.625					
	100	x			
0.500					
	011				
0.375					
	010				
0.250					
	001				
0.125					
	000	x			
0.000					
Valor do Cromossomo		100	000	111	101

Um exemplo de um cromossomo com Npar parâmetros, cada parâmetro com Ngene=11 bits, é:

$$\text{Cromossomo} = \underbrace{10100011001}_{\text{Gene}_1} \underbrace{11101010001}_{\text{Gene}_2} \dots \underbrace{10001100001}_{\text{Gene}_2} \quad (3.44)$$

Neste caso, cada gene da equação (3.44) corresponde a um arreglo (11 bits) da versão quantificada dos parâmetros. O cromossomo tem no total $N_{\text{par}} \times N_{\text{gene}}$ bits.

3.2.3.2 Representação Ponto Flutuante

Diferentemente da codificação binária, a codificação de ponto flutuante não considera quantos bits são necessários para representar com precisão os parâmetros. Isto porque os parâmetros são definidos com números reais, dentro de um intervalo $[a,b]$, tem-se portanto:

$$\text{Cromossomo} = \underbrace{x_1}_{\text{Gene1}} \underbrace{x_2}_{\text{Gene2}} \dots \underbrace{x_n}_{\text{Genen}} \quad (3.45)$$

Onde:

x_1, x_2, x_n = são números reais que representam os parâmetros da rede.

Embora os parâmetros contínuos possam assumir qualquer valor, na realidade, ao serem processados no computador, são representados por um número finito de bits. Assim uma variável de precisão simples tem 16 bits, e uma de dupla precisão tem 32 bits. um supercomputador geralmente usa 64 bits para representar os parâmetros.

3.2.4 Criação da População Inicial

O algoritmo genético deve ser iniciado com um grande número de cromossomos, criando assim a população inicial. Esta população inicial tem N_{ipop} cromossomos e no caso de representação binaria é uma matriz de $N_{\text{ipop}} \times N_{\text{bits}}$ com valores aleatórios de zeros e uns. No caso da representação de ponto flutuante a matriz da população inicial é formada por N_{ipop}

cromossomos. Para cada cromossomo corresponde um vetor de N_{par} valores parâmetros, então uma população inicial N_{ipop} é formada por uma matriz de dimensão $N_{ipop} \times N_{par}$.

3.2.5 Funções de Seleção

A seleção dos indivíduos desempenha um papel importante no algoritmo genético. Uma seleção probabilística é feita de maneira que os indivíduos melhores tenham maior chance de serem selecionados e serem reproduzidos nas gerações futuras. Existem várias técnicas para realizar este processo de seleção, por exemplo: o método da roleta e suas variações, o método do ranking, o método do torneio, os modelos elitistas, e as técnicas de escalonamento (Goldberg 1989, Michalewicz 1994).

Um procedimento comum de seleção é usar uma probabilidade de seleção, P_j , para cada indivíduo j , baseado em sua função de adaptação. Assim, quanto maior a adaptação do indivíduo, maior a probabilidade de passar para a próxima geração.

A roleta (*Roulette Wheel*) desenvolvida por Holland (1975), foi o primeiro método de seleção proposto. A probabilidade, P_i , de cada indivíduo é definida como:

$$P_i = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^N F_j} \quad (3.46)$$

Onde:

F_i = Função de adaptação do indivíduo i

N = número total de indivíduos da população.

Um exemplo da aplicação da roleta é mostrado na figura (3.8).

Número	Cromossomo	Fitness	Graus	% do Total
1	01011010	15	114.9	32%
2	10101001	10	76.6	21%
3	00101011	7	53.6	15%
4	11101011	6	46.0	13%
5	00011001	5	38.3	11%
6	10001110	4	30.6	9%
Totais		47	360	100%

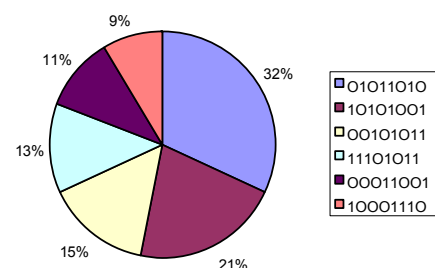


Figura 3.8 - Exemplo de aplicação da roleta. Cada indivíduo em uma determinada geração recebe uma probabilidade de passar para a próxima geração proporcional a sua adaptação (*fitness*).

Os indivíduos mais aptos ocupam um espaço maior nos vários campos da roleta. Para cada simulação matemática, calcula-se inicialmente a probabilidade cumulativa (C) de cada indivíduo:

$$C_i = \sum_{j=1}^i P_j \quad (3.47)$$

O procedimento de seleção ou de extinção do primeiro indivíduo é conduzido pela geração de um número aleatório A_i , entre zero e a unidade. Seleciona-se o i -ésimo indivíduo tal que:

$$C_{i-1} < A_i \leq C_i \quad (3.48)$$

Para cada seleção é gerado um novo número aleatório A_i e o processo é repetido até que se atinja o número de indivíduos previamente estabelecido.

O método elitista é similar ao método da roleta. A única diferença é que a roleta só é composta por indivíduos que tem uma probabilidade superior a um valor denominado “de elite”, sendo que os demais indivíduos são extintos.

O método do ranking apenas calcula a função de adaptação dos indivíduos e utiliza este resultado para ordená-los (do maior para o menor). Estabelece-se um critério de eliminação dos indivíduos com menor adaptação (por exemplo, 50% dos indivíduos são eliminados, e os demais sobrevivem).

Um ranking geométrico normalizado foi proposto por Joines e Houck (1994), definindo P_i para cada indivíduo por:

$$P_i = q' \cdot (1 - q)^{r-1} \quad (3.49)$$

Onde:

q = A probabilidade de selecionar o melhor indivíduo.

r = O valor de ranking do indivíduo, onde o melhor é o primeiro.

$$q' = \frac{q}{1 - (1 - q)^N}$$

N = Tamanho da população.

A seleção por torneio define pares de indivíduos aleatoriamente. É feito um torneio entre cada par de indivíduos, e o vencedor é aquele que apresenta a maior função de adaptação. Os vencedores permanecem para a geração seguinte e os perdedores são extintos.

3.2.6 Operadores Genéticos

Os operadores genéticos constituem o mecanismo básico de busca dos Algoritmos Genéticos. Os operadores são usados para criar novas soluções. Existem dois tipos básicos de operadores: o de cruzamento e o de mutação. O operador de cruzamento toma dois indivíduos e cria dois novos, procurando garantir a troca de informações genéticas entre os dois indivíduos iniciais. Já o operador de mutação altera um único indivíduo produzindo um novo. A probabilidade de ocorrência de mutação em um gene é denominada taxa de mutação, a semelhança do que ocorre na natureza. Usualmente, são atribuídos valores pequenos para a taxa de mutação. A idéia intuitiva desse operador é a de garantir a diversidade da população, mas sem destruir o progresso já obtido no decorrer do processo evolutivo, ou seja, a diversidade deve se comportar como uma perturbação de efeito localizado. A aplicação destes dois operadores e suas variações depende da representação dos cromossomos usada.

Sejam X e Y dois vetores de dimensão $m \times 1$ correspondendo a dois indivíduos da população. Se é usada a representação binária, os operadores de cruzamento e de mutação são usados da seguinte forma:

- (i) Cruzamento Binário: é gerado um número aleatório r de uma distribuição uniforme no intervalo $[1, m]$. São criados dois novos indivíduos (X' e Y') de acordo com as equações (3.50).

$$X'_i = \begin{cases} X_i, & \text{se } i < r \\ Y_i, & \text{se } i \geq r \end{cases}$$

$$Y'_i = \begin{cases} Y_i, & \text{se } i < r \\ X_i, & \text{se } i \geq r \end{cases} \quad (3.50)$$

- (ii) Mutação Binária: o operador de mutação modifica aleatoriamente um ou mais genes de um cromossomo. Os genes são trocados dentro de um indivíduo da população, dependendo

da taxa de mutação escolhida. Assim, se um gene selecionado para mutação tiver valor “1”, passará automaticamente para “0” após a aplicação do operador e vice-versa.

Os operadores para representações de ponto flutuante foram apresentados por Michalewicz (1996). Para valores reais X e Y, são definidos os operadores: mutação não uniforme, multi-mutação não uniforme, mutação de fronteira, cruzamento simples, cruzamento aritmético, e cruzamento heurístico. A seguir serão comentados alguns deles:

- (i) Mutação Uniforme: sejam a_i e b_i os valores mínimo e máximo, respetivamente, permitidos para uma variável i selecionada aleatoriamente, então, a variável é trocada por um número aleatório W , localizado no intervalo (a_i, b_i) :

$$X'_i = \begin{cases} W(a_i, b_i) & \text{com: } i = j \\ X_i & \text{com: } i \neq j \end{cases} \quad (3.51)$$

- (ii) Cruzamento simples, de forma idêntica a sua versão binária apresentado nas equações (3.50), o cruzamento produz duas novas soluções partindo da combinação de dois indivíduos de acordo com as equações (3.52).

$$\begin{aligned} X'_i &= r \cdot X_i + (1-r) \cdot Y_i \\ Y'_i &= r \cdot Y_i + (1-r) \cdot X_i \end{aligned} \quad (3.52)$$

com:

r = número aleatório entre 0 e 1.

3.2.7 Critérios de Parada

O algoritmo genético evolui ao longo das gerações até a função objetivo alcançar um valor determinado. O critério de parada mais usado normalmente é o número máximo de gerações.

Outra estratégia de finalização pode ser o grau de convergência da população. Geralmente, um algoritmo genético força a população a convergir para uma solução única. O algoritmo também deve ser terminado quando não se pode obter melhores soluções ao aumentar-se o número de gerações. Alternativamente, pode estabelecer-se um valor meta para a função objetivo de forma que, sendo este alcançado, o algoritmo é finalizado. Usualmente, vários critérios de finalização são usados conjuntamente.

3.2.8 Identificação do Desbalanceamento em Rotores Flexíveis Usando Algoritmos Genéticos

Neste trabalho os algoritmos Genéticos foram aplicados para o cálculo das massas de desbalanceamento, partindo das vibrações medidas no rotor. As vibrações medidas no rotor são comparadas às obtidas a partir de um modelo do rotor construído pelo método dos elementos finitos. A função objetivo neste caso é o erro médio quadrático entre as vibrações medidas no rotor e as obtidas a partir do modelo. Os indivíduos são vetores de $2 \times N$ linhas onde N é o número de planos de correção usado. O procedimento para a identificação dos desbalanceamentos segue o diagrama mostrado na figura 3.9.

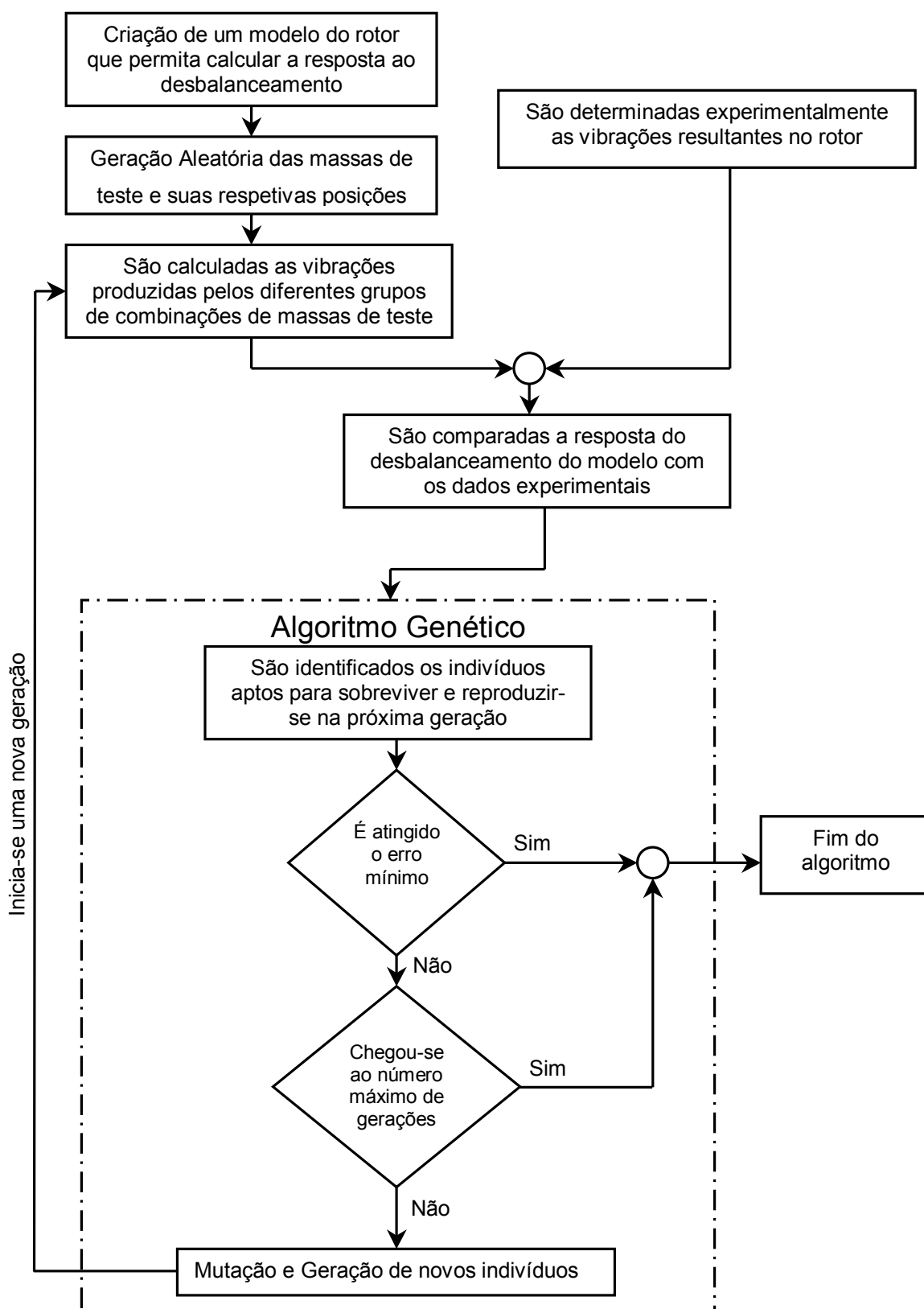


Figura 3.9 - Procedimento de identificação do desbalanceamento usando Algoritmos Genéticos

CAPÍTULO 4

TECNICAS MODERNAS DE BALANCEAMENTO SEM MASSAS DE TESTE

4.1 INTRODUÇÃO

Os componentes rotativos de uma máquina atuam sob a influência de forças dinâmicas que podem ser extremamente elevadas. Quando a amplitude destas forças depende do deslocamento entre o centro de massa do componente e seu centro de rotação, tem-se o chamado desbalanceamento. O desbalanceamento de um rotor é o resultado de imperfeições na fabricação, da não-homogeneidade do material, assim como é consequência de desalinhamentos na montagem. Sujeira, desgaste, corrosão, fluência e deformações térmicas podem agravar o problema no decorrer do tempo. As forças devidas ao desbalanceamento crescem com o quadrado da velocidade, produzindo deflexões que introduzem excentricidade adicional à massa desbalanceada. As cargas dinâmicas provocam falhas prematuras dos mancais, fadiga da estrutura e vibrações que comprometem os componentes mecânicos, provocando diminuição geral do desempenho do equipamento, além de produzir desconforto devido ao ruído e às próprias vibrações. O processo para minimizar estas forças é chamado geralmente de balanceamento.

O balanceamento envolve a adição ou remoção de massas em determinadas posições angulares localizadas ao longo do eixo do rotor. As vibrações residuais devem atender às especificações contidas nas normas técnicas correspondentes, ISO 2953(1999), ISO 1940 (1983), ISO 11342 (1998) . Estas não sendo atendidas, devem ser realizados novos balanceamentos, até que se possa considerar a máquina como balanceada (neste caso, o balanceamento residual atende ao que as normas estabelecem).

Normalmente o balanceamento de rotores flexíveis na indústria é realizado com os métodos convencionais que requerem massas de teste (Shablinsky, 1995). Porém, em diversas situações, o uso destes métodos é difícil ou impossível. As seguintes circunstâncias caracterizam tais situações:

- (i) O custo do tempo gasto no balanceamento é alto, considerando os casos nos quais a máquina desbalanceada faz parte de uma linha de produção. Nos métodos tradicionais é

considerável o tempo gasto nas operações de montagem e desmontagem das massas de teste, e nas partidas e paradas. Na figura (4.1), mostra-se a relação entre os tempos consumidos nas diferentes operações feitas para o balanceamento de um rotor usando o método dos coeficientes de influência.

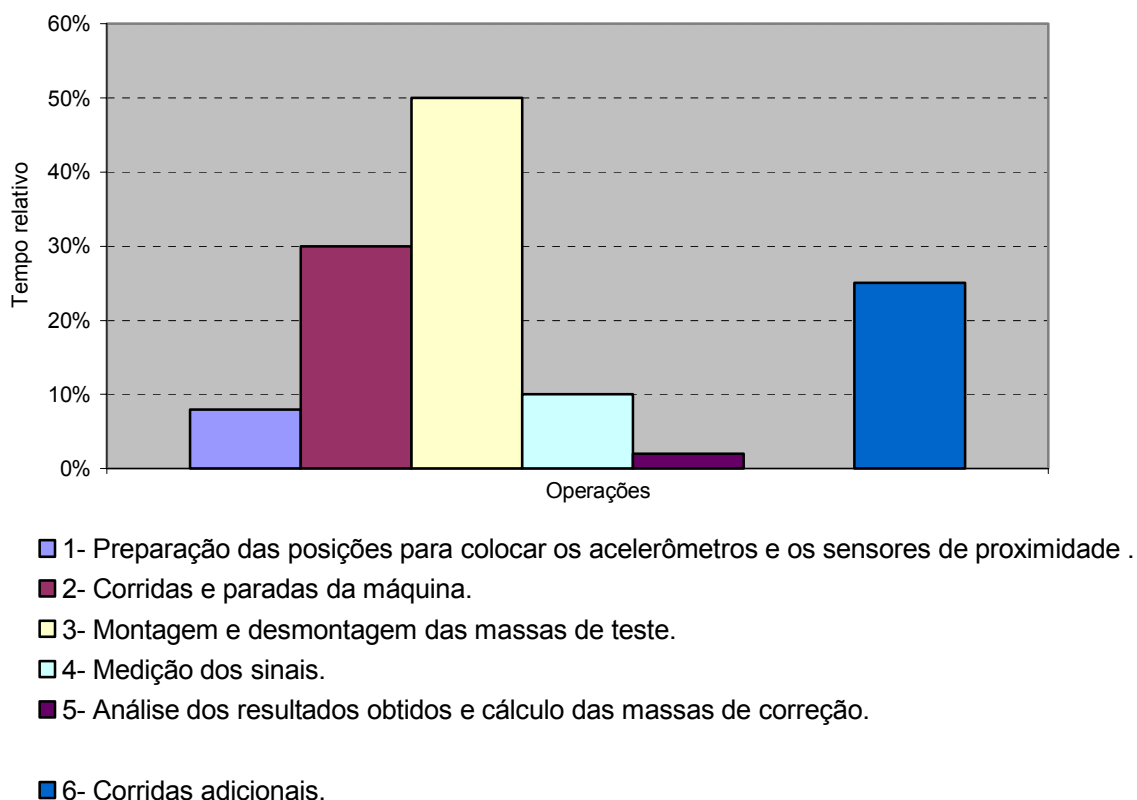


Figura 4.1 - Consumo relativo de tempo nas operações de balanceamento de rotores flexíveis (Shablinsky, 1995).

- (ii) A montagem e desmontagem das massas de teste não é fácil, dadas as características construtivas do rotor, ou sua localização é de difícil acesso.
- (iii) Casos nos quais as contínuas partidas e paradas necessárias para a montagem e desmontagem das massas de teste são impedidas pelo próprio processo desenvolvido (Saavedra, 1996).

As dificuldades mencionadas anteriormente são superadas utilizando métodos de balanceamento que prescindam da utilização de massas de teste. Estes métodos têm sido campo de permanente pesquisa nos últimos anos: Gasch e Drescher (1978), Gnielka (1983), Morton (1985) e Ballo (1981), propuseram procedimentos de balanceamento baseados no método modal, nos quais as componentes modais dos desbalanceamentos são identificadas sem a necessidade de massas de teste para reduzir as vibrações do rotor. No caso do método de Gasch e Drescher, requer-se o conhecimento dos modos flexíveis do rotor. Este método permite, a partir da medição dos deslocamentos nos planos de medida do rotor girando perto das velocidades críticas, identificar os desbalanceamentos generalizados, e corrigir o desbalanceamento sem usar massas de teste. O método foi estendido por Gnielka (1983), para sua aplicação em rotores com mais de dois mancais e considerando a curvatura inicial do eixo. Ballo (1981) e Morton (1985) trabalham com modelos de rotores bastante simples, desconsiderando o amortecimento, o efeito giroscópico, massa dos mancais e efeitos não-lineais; o método aplicado em ambos casos é baseado no conhecimento dos modos do sistema para o rotor livre e com mancais rígidos. Tudo indica que foram estes autores os que iniciaram a investigação sobre balanceamento de rotores prescindindo das propriedades dos mancais. Recentemente, El-Shafei *et al* (2002) apresentaram um procedimento modal para o balanceamento de rotores flexíveis sem massas de teste usando modos complexos e vibrações complexas medidas no rotor. Fritzen *et al* (1999) apresentaram um método para balanceamento de rotores flexíveis sem massas de teste, não necessitando das propriedades dos mancais para sua implementação. Tal método é estudado ao longo desta dissertação, conforme se verá na sequência deste trabalho.

Xu *et al* (2000) apresentaram um método de balanceamento usando técnicas modernas de otimização para determinar as massas de correção e suas respectivas posições angulares. Nesta dissertação de mestrado será desenvolvido um método de balanceamento que parte das vibrações medidas no rotor desbalanceado, usando um modelo escrito a partir do método dos elementos finitos. Determina-se então o desbalanceamento equivalente introduzido por massas instaladas em planos previamente estabelecidos, capaz de representar a resposta ao desbalanceamento medida no rotor. O ajuste das massas e de suas posições é feito usando técnicas de otimização, conforme se verá à frente.

Neste capítulo são apresentadas as duas técnicas acima mencionadas, mostra-se a formulação matemática e sua implementação computacional.

4.2 MÉTODO DE BALANCEAMENTO MODAL, SEM MASSAS DE TESTE, PRECINDINDO DAS PROPRIEDADES DOS MANCAIS

4.2.1 Características Gerais

O método aqui apresentado é basicamente uma técnica de identificação de forças no domínio da frequência. De um modo geral, este procedimento é adequado para estruturas que apresentam baixa densidade modal, isto é, ressonâncias com frequências espaçadas e sistemas com baixo amortecimento modal.

Este método permite identificar os desbalanceamentos do rotor sem o conhecimento das propriedades dos mancais, o que representa uma vantagem com relação a outros métodos, especialmente ao se trabalhar com mancais hidrodinâmicos. Tais tipos de mancais apresentam dificuldades na identificação de seus coeficientes de rigidez e amortecimento, que são indispensáveis no caso da aplicação de outro método modal para o balanceamento do rotor.

Neste método, os deslocamentos medidos experimentalmente no rotor são representados como uma superposição das formas modais do rotor, este modelado como um sistema conservativo sobre mancais rígidos, e de seus modos de corpo rígido.

4.2.2 Formulação Matemática do Método

O modelo do rotor é construído usando o método dos elementos finitos e as equações de Lagrange, conforme detalhado no capítulo 2. Este modelo integrado, ou modelo global, quando escrito na forma matricial resulta em:

$$[M] \cdot \{\ddot{\delta}\} + [C] \cdot \{\dot{\delta}\} + [K] \cdot \{\delta\} = \{F_u\} \quad (4.1)$$

Onde:

$\{\delta\}$ = Vetor dos deslocamentos nodais.

$[M]$ = Matriz de massa global do sistema (simétrica).

$[C]$ = Matriz de amortecimento e dos efeitos giroscópicos (não simétrica).

$[K]$ = Matriz de rigidez (frequentemente não simétrica).

$\{F_u\}$ = Vetor das forças de perturbação.

No caso em que o vetor das forças de perturbação for composto unicamente pelas forças devidas ao desbalanceamento, então pode-se escrever:

$$\{F_u\} = \{U\} \cdot \Omega^2 \cdot e^{i\Omega \cdot t + \varphi} \quad (4.2)$$

Onde:

$\{U\}$ = Vetor de desbalanceamentos nodais.

Ω = Velocidade de rotação do rotor.

φ = Ângulo de fase.

A equação (4.1) pode ser resolvida supondo que o vetor de deslocamentos nodais tenha a seguinte forma:

$$\{\delta(\Omega)\} = \{X(\Omega)\} \cdot e^{i\Omega \cdot t + \varphi} \quad (4.3)$$

Onde:

$\{X(\Omega)\}$: Amplitude dos deslocamentos nodais.

Substituindo a equação (4.3) na equação (4.1) obtêm-se:

$$(-\Omega^2 \cdot [M] + i \cdot \Omega \cdot [C] + [K]) \cdot \{X(\Omega)\} = \Omega^2 \cdot \{U\} \quad (4.4)$$

Para modelar os mancais usando o método dos elementos finitos, de acordo com o capítulo 2, cada mancal precisa de 8 coeficientes independentes para estabelecer as matrizes de amortecimento e rigidez (ver a equação 2.60). Estes coeficientes são dependentes de muitos fatores, como por exemplo, falhas na montagem, temperatura do fluido, velocidade de rotação, etc. Assim, a correta determinação dos coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais não é trivial, podendo comprometer o modelo do sistema. Para evitar usar estes coeficientes procura-se separar os graus de liberdade associados aos mancais. Desta forma, o vetor de deslocamentos é organizado, separando os graus de liberdade associados aos mancais dos demais graus de liberdade, ou seja:

[bb] : matriz que tem suas linhas e colunas correspondendo aos graus de liberdade associados aos mancais.

[rb] : matriz que tem suas linhas correspondendo aos graus de liberdade livres e suas colunas correspondendo aos graus de liberdade associados aos mancais.

[br] : matriz que tem suas colunas correspondendo aos graus de liberdade livres e suas linhas correspondendo aos graus de liberdade associados aos mancais.

[rr] : matriz que tem suas linhas e colunas correspondendo aos graus de liberdade livres.

Aplicando este critério à equação (4.4), fica:

$$\left(-\Omega^2 \cdot \begin{bmatrix} [M_{bb}] & [M_{br}] \\ [M_{rb}] & [M_{rr}] \end{bmatrix} + i \cdot \Omega \cdot \begin{bmatrix} [C_{bb}] & [C_{br}] \\ [C_{rb}] & [C_{rr}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{bb}] & [K_{br}] \\ [K_{rb}] & [K_{rr}] \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ \{X_r\} \end{Bmatrix} = \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \{U_b\} \\ \{U_r\} \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Pode-se observar que as propriedades dos mancais acham-se presentes nas matrizes $[M_{bb}]$, $[C_{bb}]$, e $[K_{bb}]$ da equação (4.6).

O método consiste basicamente em descrever os deslocamentos $\{X_r\}$ do rotor usando tanto os deslocamentos $\{X_b\}$ dos mancais, como os modos de corpo rígido, partindo de uma configuração arbitrária de deslocamentos ao longo do rotor. A estes deslocamentos são superpostas as deformações elásticas, que são aproximadas usando os modos flexíveis do rotor estacionário ($\Omega=0$), considerando que, nas posições dos mancais, o rotor é suportado rigidamente, ficando portanto impedido o deslocamento nestas posições, porém garantindo sua rotação própria. Estes modos flexíveis podem ser calculados a partir do seguinte problema de autovalores:

$$([K_{rr}] - \omega^2 \cdot [M_{rr}]) \cdot \{Y\} = 0 \quad (4.7)$$

Os modos $\{Y\}$ são dispostos na matriz modal $[\theta]$, e normalizados com respeito à matriz de massa $[M_{rr}]$. Considerando que a matriz $[\theta]$ constitui um conjunto de autovetores para o sistema suportado rigidamente, no caso deste conjunto ser completo (infinito número de modos), qualquer estado de deslocamentos do sistema pode ser representado por uma combinação linear destes modos (Meirovitch, 1969). No caso de sistemas reais sem a influência de forças externas, os modos com maior influência dentro da combinação linear são os primeiros. No caso de sistemas

afetados por forças harmônicas, os modos mais influentes são aqueles cujas frequências naturais correspondentes são próximas da frequência da força excitadora. Então, considerando um sistema real livre, ou sob a ação de forças harmônicas (como é o caso das forças de desbalanceamento) com frequências de excitação entre suas primeiras frequências naturais, é razoável considerar que uma combinação linear de seus primeiros “N” modos podem representar os deslocamentos reais do sistema com boa precisão. Assim, o estado de deslocamentos nodais que descreve as deformações elásticas do rotor pode ser escrito como:

$$\{X_e\} = [\theta] \cdot \{\epsilon_g\} \quad (4.9)$$

Onde:

$\{X_e\}$ = Vetor dos deslocamentos nodais resultante do sistema dinâmico suportado rigidamente, que descreve as deformações elásticas do rotor.

$[\theta]$ = Matriz com os primeiros N modos do rotor estacionário suportado rigidamente.

$\{\epsilon_g\}$ = Vetor de coordenadas generalizadas.

O conjunto de modos de corpo rígido permite representar o estado inicial de deslocamentos dos mancais. Este conjunto precisa de dois modos para cada mancal, por considerar só os graus de liberdade de deslocamento. Cada modo tem valor unitário na posição do mancal na direção do deslocamento correspondente e zero nas outras posições dos mancais, sendo um vetor de dimensão igual ao número de nós considerado no modelo. Estes vetores são agrupados em colunas dentro da matriz $[\psi]$. A multiplicação desta matriz pelo vetor dos deslocamentos nodais nas posições dos mancais $\{X_b\}$ permite definir um estado arbitrário de deslocamentos ao longo do eixo, onde os deslocamentos nas posições dos mancais correspondem aos valores medidos. Na figura (4.3) são apresentados estes modos, (figuras 4.3a, 4.3b) para um rotor de dois mancais (figura 4.3d) em um plano de deslocamento. No outro plano de deslocamento, perpendicular ao anterior, estão os outros dois modos. Multiplicando os modos pelos deslocamentos $\{X_b\}$ correspondentes, tem-se o estado de deslocamentos arbitrário, conforme ilustrado na figura (4.3c), em linha verde. O traço de cor azul é o deslocamento real do rotor medido nos planos de medida e o símbolo “o” indica as posições dos planos de medida.

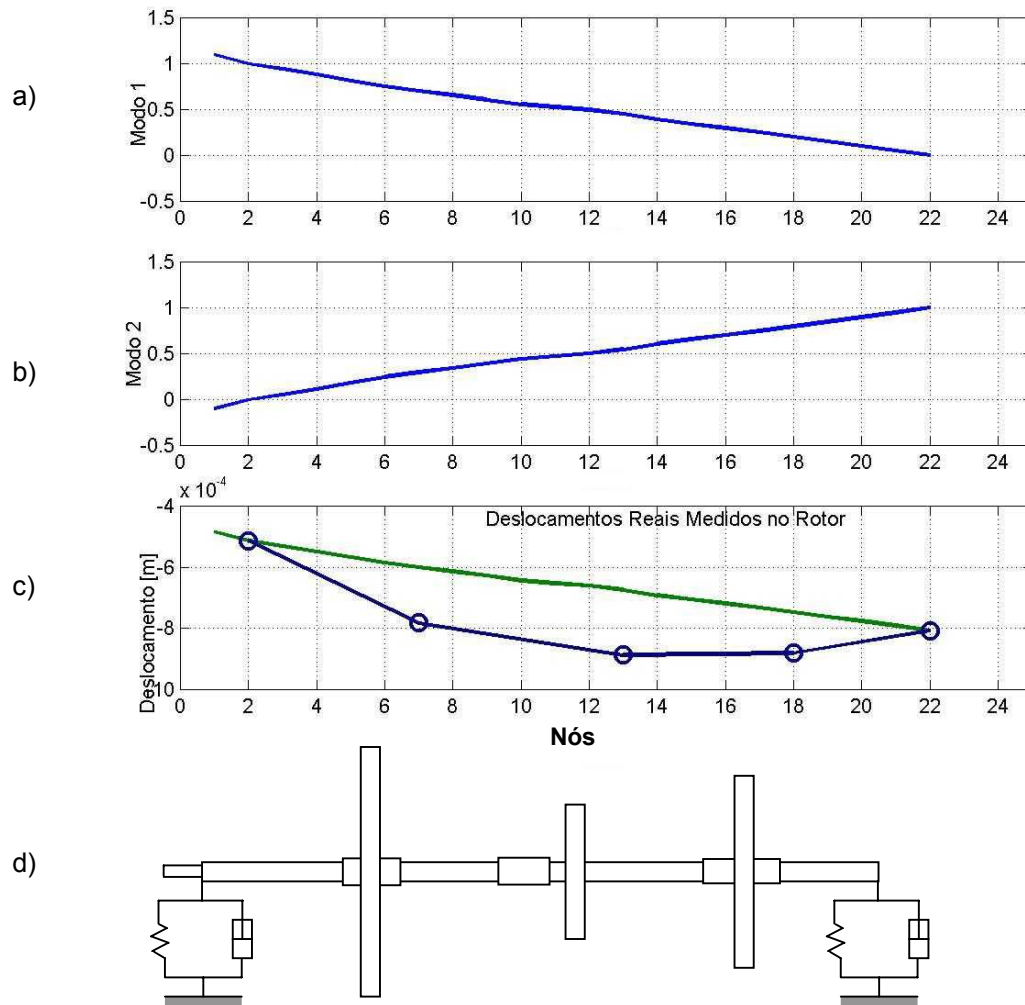


Figura 4.3 - Modos de Corpo Rígido

Então, o estado de deslocamentos arbitrário do rotor, baseado no deslocamento dos mancais, pode ser escrito como:

$$X_{cr} = [\psi] \cdot \{X_b\} \quad (4.10)$$

Seguindo o procedimento descrito para a equação (4.5), separam-se os vetores dos modos agrupados na matriz $[\psi]$ em linhas correspondendo aos nós localizados nas posições dos mancais (parte superior), das linhas correspondentes aos nós livres (parte inferior), de acordo com a equação (4.11).

$$[\psi'] = \begin{bmatrix} [\psi_b] \\ [\psi_r] \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

onde:

$[\psi_b]$ = matriz com as informações modais correspondentes às posições dos mancais.

$[\psi_r]$ = matriz com as informações modais correspondentes às demais posições

Então, pode-se descrever o estado de deslocamentos arbitrário para as posições referentes aos nós livres, a partir de:

$$X_{crr} = [\psi_r] \cdot \{X_b\} \quad (4.12)$$

Considerando que o conjunto de modos elásticos e o de modos de corpo rígido constitui um único sistema de vetores linearmente independentes, então o vetor das amplitudes dos deslocamentos nodais $\{X_r\}$ pode ser escrito como:

$$\{X_r\} = \{X_e\} + \{X_{crr}\} \quad (4.13)$$

Onde:

$\{X_r\}$ = Vetor dos deslocamentos nodais resultante do sistema dinâmico suportado rigidamente que descreve as deformações elásticas do rotor.

$\{X_{crr}\}$ = Vetor dos deslocamentos nodais resultante do sistema arbitrário definido pelos deslocamentos nos mancais.

Substituindo as equações (4.10) e (4.12) em (4.13), fica:

$$\{X_r\} = [\psi_r] \cdot \{X_b\} + [\theta] \cdot \{\epsilon_g\} = \begin{bmatrix} [\psi_r] & [\theta] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ \{\epsilon_g\} \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

Substituindo a equação (4.14) no vetor de deslocamentos da equação (4.5) tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ \{X_r\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ [\psi_r] \cdot \{X_b\} + [\theta] \cdot \{\epsilon_g\} \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

O segundo membro da equação (4.15) pode ser escrito separando as coordenadas generalizadas e os modos de acordo com a equação (4.16).

$$\begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ \{X_r\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ [\psi_r] \cdot \{X_b\} + [\theta] \cdot \{\epsilon_g\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [\psi_r] & [\theta] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ \{\epsilon_g\} \end{Bmatrix} = [T] \cdot \{\eta\} \quad (4.16)$$

onde:

$$[T] = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [\psi_r] & [\theta] \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \{\eta\} = \begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ \{\epsilon_g\} \end{Bmatrix}$$

Sendo $\{\eta\}$ o vetor de coordenadas generalizadas.

Substituindo a forma final da equação (4.16) na equação (4.6) e premultiplicando cada lado da equação pela transposta da matriz $[T]$, fica:

$$[T]^T \cdot \left(-\Omega^2 \cdot \begin{bmatrix} [M_{bb}] & [M_{br}] \\ [M_{rb}] & [M_{rr}] \end{bmatrix} + i \cdot \Omega \cdot \begin{bmatrix} [C_{bb}] & [C_{br}] \\ [C_{rb}] & [C_{rr}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{bb}] & [K_{br}] \\ [K_{rb}] & [K_{rr}] \end{bmatrix} \right) \cdot [T] \cdot \{\eta\} = \Omega^2 \cdot [T]^T \cdot \begin{Bmatrix} \{U_b\} \\ \{U_r\} \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

Substituindo agora os valores de $[T]$ e $\{\eta\}$ na equação (4.17) pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} [I] & [\psi]^T \\ [0] & [\theta]^T \end{bmatrix} \cdot \left(-\Omega^2 \cdot \begin{bmatrix} [M_{bb}] & [M_{br}] \\ [M_{rb}] & [M_{rr}] \end{bmatrix} + i \cdot \Omega \cdot \begin{bmatrix} [C_{bb}] & [C_{br}] \\ [C_{rb}] & [C_{rr}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{bb}] & [K_{br}] \\ [K_{rb}] & [K_{rr}] \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [\psi] & [\theta] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ \{\epsilon_g\} \end{Bmatrix} = \Omega^2 \cdot \begin{bmatrix} [I] & [\psi]^T \\ [0] & [\theta]^T \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{U_b\} \\ \{U_r\} \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

Realizadas as operações acima descritas, resulta:

$$\left(-\Omega^2 \cdot \begin{bmatrix} [M'_{bb}] & [M'_{br}] \\ [M'_{rb}] & [M'_{rr}] \end{bmatrix} + i \cdot \Omega \cdot \begin{bmatrix} [C'_{bb}] & [C'_{br}] \\ [C'_{rb}] & [C'_{rr}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K'_{bb}] & [K'_{br}] \\ [K'_{rb}] & [K'_{rr}] \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ \{\varepsilon_g\} \end{Bmatrix} = \Omega^2 \cdot \begin{Bmatrix} \{U'_b\} \\ \{U'_r\} \end{Bmatrix} \quad (4.19)$$

Onde:

$$\begin{aligned} [M'_{rr}] &= [I] \\ [M'_{rb}] &= [M'_{br}]^T = [\theta]^T \cdot [M_{rb}] + [\theta]^T \cdot [M_{rr}] \cdot [\psi] \\ [M'_{bb}] &= [M_{bb}] + [\psi]^T \cdot [M_{rb}] + [M_{rb}]^T \cdot [\psi] + [\psi]^T \cdot [M_{rr}] \cdot [\psi] \end{aligned} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} [C'_{rr}] &= [\theta]^T \cdot [C_{rr}] \cdot [\theta] \\ [C'_{rb}] &= [C'_{br}]^T = [\theta]^T \cdot [C_{rb}] + [\theta]^T \cdot [C_{rr}] \cdot [\psi] \\ [M'_{bb}] &= [C_{bb}] + [\psi]^T \cdot [C_{rb}] + [C_{rb}]^T \cdot [\psi] + [\psi]^T \cdot [C_{rr}] \cdot [\psi] \end{aligned} \quad (b)$$

$$\begin{aligned} [K'_{rr}] &= [\theta]^T \cdot [K_{rr}] \cdot [\theta] = [\Lambda] \\ [K'_{rb}] &= [K'_{br}]^T = [0] \\ [K'_{bb}] &= [K_{bb}] + [K_{rb}]^T \cdot [\psi] \end{aligned} \quad (c)$$

(4.20)

A matriz diagonal $[\Lambda]$ é conhecida como matriz espectral e contem os quadrados das frequências naturais resultantes do problema de autovalores do rotor suportado por mancais rígidos.

Trabalhando com o segundo membro da equação (4.18), fica:

$$\begin{Bmatrix} \{U'_b\} \\ \{U'_r\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [\psi]^T \\ [0] & [\theta]^T \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{U_b\} \\ \{U_r\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{U_b\} + [\psi]^T \cdot \{U_r\} \\ [\theta]^T \cdot \{U_r\} \end{Bmatrix} \quad (4.21)$$

Inicialmente é preciso determinar os desbalanceamentos nos graus de liberdade livres. Reescrevendo então a equação (4.19) tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -\Omega^2 \cdot \left\{ \begin{Bmatrix} [M'_{bb}] \cdot \{X_b\} + [M'_{bb}] \cdot \{\epsilon_g\} \\ [M'_{rb}] \cdot \{X_b\} + [M'_{rr}] \cdot \{\epsilon_g\} \end{Bmatrix} \right\} + i \cdot \Omega \cdot \left\{ \begin{Bmatrix} [C'_{bb}] \cdot \{X_b\} + [C'_{bb}] \cdot \{\epsilon_g\} \\ [C'_{rb}] \cdot \{X_b\} + [C'_{rr}] \cdot \{\epsilon_g\} \end{Bmatrix} \right\} + \\
 & + \left\{ \begin{Bmatrix} [K'_{bb}] \cdot \{X_b\} + [K'_{bb}] \cdot \{\epsilon_g\} \\ [K'_{rb}] \cdot \{X_b\} + [K'_{rr}] \cdot \{\epsilon_g\} \end{Bmatrix} \right\} = \Omega^2 \cdot \left\{ \begin{Bmatrix} \{U_b\} + [\psi]^T \cdot \{U_r\} \\ [\theta]^T \cdot \{U_r\} \end{Bmatrix} \right\}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Os parâmetros necessários para obter os desbalanceamentos $\{U_r\}$ acham-se na parte inferior da equação (4.22). Dividindo a equação resultante pelo quadrado da velocidade de rotação tem-se:

$$\begin{aligned}
 & - \left\{ [M'_{rb}] \cdot \{X_b\} + [M'_{rr}] \cdot \{\epsilon_g\} \right\} + i \cdot \frac{1}{\Omega} \cdot \left\{ [C'_{rb}] \cdot \{X_b\} + [C'_{rr}] \cdot \{\epsilon_g\} \right\} + \\
 & + \frac{1}{\Omega^2} \cdot \left\{ [K'_{rb}] \cdot \{X_b\} + [K'_{rr}] \cdot \{\epsilon_g\} \right\} = \{U_r\}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Fatorando a equação (4.23) em função dos dois vetores de coordenadas generalizadas e usando as equações (4.20), fica:

$$\left(\frac{1}{\Omega^2} \cdot [\Lambda] - [I] + \frac{i}{\Omega} \cdot [C'_{rr}] \right) \cdot \{\epsilon_g\} + \left(-[M'_{rb}] + \frac{i}{\Omega} \cdot [C'_{rb}] \right) \cdot \{X_b\} = \{U_r\} \tag{4.24}$$

A partir da equação (4.24) pode-se determinar os desbalanceamentos $\{U_r\}$ presentes no rotor, porém, o vetor de coordenadas generalizadas $\{\epsilon_g\}$ ainda é desconhecido. Para sua determinação usa-se a equação (4.14), que relaciona os deslocamentos medidos no rotor, os modos de corpo rígido e os modos flexíveis com mancais rígidos com o vetor de coordenadas generalizadas $\{\epsilon_g\}$. Neste caso se obtém apenas os valores das coordenadas generalizadas $\{\epsilon_g\}$

para os graus de liberdade correspondentes aos deslocamentos nos planos de medida, uma vez que é inviável medir todos os graus de liberdade. Assim, a matriz $[\theta]$ deve ser reduzida considerando somente os graus de liberdade de interesse. Rescrevendo a equação (4.14) fica:

$$\{\varepsilon_g\} = [\theta_r]^{-1} \cdot (\{X_r\} - [\psi_r] \cdot \{X_b\}) \quad (4.25)$$

onde:

$[\theta_r]$ = Matriz dos modos flexíveis com mancais rígidos contendo só as informações modais correspondentes aos graus de liberdade medidos.

A matriz $[\theta_r]$ só é quadrada no caso do número de modos flexíveis considerados ser igual ao número de graus de liberdade medidos. Neste caso pode ser invertida diretamente. No caso em que esta coincidência não ocorre, usa-se o estimador dos mínimos quadrados, que permite resolver sistemas super-determinados calculando a pseudoinversa da matriz $[\theta_r]$. Assim, a solução para as coordenadas $\{\varepsilon\}$ fica:

$$\{\varepsilon_g\} = ([\theta_r]^T \cdot [\theta_r])^{-1} \cdot [\theta_r]^T \cdot (\{X_r\} - [\psi_r] \cdot \{X_b\}) \quad (4.26)$$

Onde $\{\varepsilon_g\}$ é um vetor com o número de elementos igual ao número de modos estacionários considerados no modelo.

Na determinação dos desbalanceamentos nos planos de medida partindo da equação (4.23), as frequências naturais e os amortecimentos modais são deixados como incógnitas secundárias. além dos desbalanceamentos. Isto para evitar os problemas que podem se apresentar por falta de precisão do modelo. A matriz $[C'_{rr}]$, que é construída pela adição da matriz giroscópica com a matriz de amortecimento, é explicitada de acordo à equação (4.27). A parcela giroscópica pode ser determinada com precisão uma vez que geralmente a massa e a geometria do rotor são bem conhecidas.

$$[C'_{rr}] = [D'_{rr}] + [G'_{rr}] \quad (4.27)$$

onde:

$[D'_{rr}]$ = Parcela da matriz $[C'_{rr}]$ referente à matriz de amortecimento do sistema suportado por mancais rígidos.

$[G'_{rr}]$ = Parcela da matriz $[C'_{rr}]$ referente à matriz giroscópica do sistema suportado por mancais rígidos.

Substituindo a equação (4.27) em (4.24) fica:

$$\{U'_r\} - \frac{1}{\Omega^2} \cdot [\Lambda] \cdot \{\epsilon_g\} - \frac{i}{\Omega} \cdot [D'_{rr}] \cdot \{\epsilon_g\} = \{b(\Omega)\} \quad (4.28)$$

com:

$$\{b(\Omega)\} = \left(-[I] + \frac{i}{\Omega} \cdot [G'_{rr}] \right) \cdot \{\epsilon_g\} + \left(-[M'_{rb}] + \frac{i}{\Omega} \cdot [C'_{rb}] \right) \cdot \{X_b\} \quad (4.29)$$

Então, para resolver o desbalanceamento U'_r no modo j , a equação fica:

$$U'_{rj} - \frac{1}{\Omega^2} \cdot \omega \cdot \epsilon_{gj} - \frac{i}{\Omega} \cdot \kappa \cdot \epsilon_{gj} = b_j(\Omega) \quad (4.30)$$

Desde que, na equação anterior, a matriz $[D'_{rr}]$ seja considerada como sendo diagonal.

Para diferentes velocidades e modos elásticos, e separando as equações em suas partes real e imaginaria, resulta um sistema de equações super-determinado no qual os desbalanceamentos U'_r são obtidos usando a equação (4.31). Neste caso, tem-se um sistema formado por j modos elásticos estacionários, para N velocidades de rotação Ω .

$$[\Phi]_{j \times 4 \times j} \cdot \begin{Bmatrix} \text{Re}(U'_{r1}) \\ \text{Im}(U'_{r1}) \\ \omega_1 \\ \kappa_1 \\ \vdots \\ \text{Re}(U'_{rj}) \\ \text{Im}(U'_{rj}) \\ \omega_j \\ \kappa_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{Re}(b_1(\Omega_1)) \\ \text{Im}(b_1(\Omega_1)) \\ \vdots \\ \text{Re}(b_j(\Omega_N)) \\ \text{Im}(b_j(\Omega_N)) \end{Bmatrix} \quad (4.31)$$

Onde $[\phi]_{j \times 4 \times j}$ é:

$$[\Phi]_{j \times 4 \times j} = \begin{bmatrix} [\Phi]_1 & & & \\ & [\Phi]_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & [\Phi]_j \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Assim, a matriz $[\phi]_i$, Para um dado modo “i” é dada por:

$$[\Phi]_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{\Omega_1^2} \cdot \text{Re}(\varepsilon_{g1i}) & \frac{1}{\Omega_1^2} \cdot \text{Im}(\varepsilon_{g1i}) \\ 0 & 1 & -\frac{1}{\Omega_1^2} \cdot \text{Im}(\varepsilon_{g1i}) & -\frac{1}{\Omega_1^2} \cdot \text{Re}(\varepsilon_{g1i}) \\ 1 & 0 & -\frac{1}{\Omega_2^2} \cdot \text{Re}(\varepsilon_{g2i}) & \frac{1}{\Omega_2^2} \cdot \text{Im}(\varepsilon_{g2i}) \\ 0 & 1 & -\frac{1}{\Omega_2^2} \cdot \text{Im}(\varepsilon_{g2i}) & -\frac{1}{\Omega_2^2} \cdot \text{Re}(\varepsilon_{g2i}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & -\frac{1}{\Omega_N^2} \cdot \text{Re}(\varepsilon_{gNi}) & \frac{1}{\Omega_N^2} \cdot \text{Im}(\varepsilon_{gNi}) \\ 0 & 1 & -\frac{1}{\Omega_N^2} \cdot \text{Im}(\varepsilon_{gNi}) & -\frac{1}{\Omega_N^2} \cdot \text{Re}(\varepsilon_{gNi}) \end{bmatrix}_{N \times 4} \quad (4.33)$$

Onde ε_{gab} corresponde o valor do vetor $\{\varepsilon_g\}$ no modo **b** calculado na velocidade **a**.

A solução do sistema de equações super-determinado é obtida a partir da equação (4.34).

$$\begin{Bmatrix} \text{Re}(U'_{r1}) \\ \text{Im}(U'_{r1}) \\ \omega_1 \\ \kappa_1 \\ \vdots \\ \text{Re}(U'_{rj}) \\ \text{Im}(U'_{rj}) \\ \omega_j \\ \kappa_j \end{Bmatrix} = \left(([\Phi]_{j \times N \times j})^T \cdot [\Phi]_{j \times N \times j} \right)^{-1} \cdot ([\Phi]_{j \times N \times j})^T \cdot \begin{Bmatrix} \text{Re}(b_1(\Omega_1)) \\ \text{Im}(b_1(\Omega_1)) \\ \vdots \\ \text{Re}(b_j(\Omega_N)) \\ \text{Im}(b_j(\Omega_N)) \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

Depois de resolver os desbalanceamentos $\{U'_r\}$, a determinação dos desbalanceamentos reais nos nós livres é feita usando a equação (4.21), abaixo rescrita:

$$\{U_r\} = ([\theta] \cdot [\theta]^T)^{-1} \cdot [\theta] \cdot \{U'_r\} \quad (4.35)$$

É usada a pseudoinversa da matriz $[\theta]$ porque na maioria dos casos esta não é quadrada.

No caso de $\{U'_b\}$, a multiplicação da transposta da matriz dos modos de corpo rígido pelo vetor de desbalanceamentos nos graus de liberdade livres, somada ao vetor de desbalanceamentos nos mancais, é correspondente ao somatório dos momentos produzidos pelas forças de desbalanceamento nas posições dos mancais, nos dois planos de vibração, conforme se vê na equação (4.36).

$$\{U'_b\} = \{U_b\} + [\psi]^T \cdot \{U_r\} = \begin{Bmatrix} \Sigma M_{1x} \\ \Sigma M_{1z} \\ \Sigma M_{2x} \\ \Sigma M_{2z} \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

onde:

ΣM_{1x} = somatório dos momentos relação ao primeiro mancal, na direção x.

ΣM_{1z} = somatório dos momentos relação ao primeiro mancal, na direção z.

ΣM_{2x} = somatório dos momentos relação ao segundo mancal, na direção x.

ΣM_{2z} = somatório dos momentos relação ao segundo mancal, na direção z.

Se o rotor já foi balanceado previamente como corpo rígido, o somatório de momentos em qualquer ponto ao longo do eixo deve ser nulo. Então, é possível determinar os desbalanceamentos nas posições dos mancais, usando a equação (4.37).

$$\{U_b\} = -[\psi]^T \cdot \{U_r\} \quad (4.37)$$

Determinados os desbalanceamentos, faz-se finalmente a correção do rotor, colocando as massas de balanceamento em posições angulares diametralmente opostas, mantendo o mesmo valor dos momentos de desbalanceamento determinados, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \{U_{bb}\} \\ \{U_{br}\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{U_b\} \\ \{U_r\} \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

Onde:

$\{U_{bb}\}$ = Produtos das massas de balanceamento pela excentricidade, referentes às massas de correção, colocadas nos nós associados aos mancais.

$\{U_{br}\}$ = Produtos das massas de balanceamento pela excentricidade, referentes às massas de correção, colocadas nos nós livres.

Neste caso teriam que ser colocadas duas massas de correção para cada plano nas direções dos deslocamentos medidos. Para colocar somente uma massa por plano de correção é preciso somar o efeito das massas calculadas para cada plano. Assim, as massas de correção e suas respectivas posições angulares são calculadas através da equação (4.39).

$$\left\{ \begin{array}{c} Mm_1 \\ Mm_2 \\ \vdots \\ Mp_j \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \sqrt{(U_{bb(1)}^2 + U_{bb(2)}^2)} \\ \sqrt{(U_{bb(3)}^2 + U_{bb(4)}^2)} \\ \vdots \\ \sqrt{(U_{br(2-j-1)}^2 + U_{bb(2-j)}^2)} \end{array} \right\} e \left\{ \begin{array}{c} \alpha_{m1} \\ \alpha_{m2} \\ \vdots \\ \alpha_{pj} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \tan^{-1}(U_{bb(2)}^2/U_{bb(1)}^2) \\ \tan^{-1}(U_{bb(3)}^2/U_{bb(4)}^2) \\ \vdots \\ \tan^{-1}(U_{br(2-j)}^2/U_{br(2-j-1)}^2) \end{array} \right\} \quad (4.39)$$

Onde:

$\{Mm_i\}$ = Produto da massa de balanceamento pela excentricidade, referente à massa de correção, colocada no primeiro mancal.

$\{Mm_2\}$ = Produto da massa de balanceamento pela excentricidade, referente à massa de correção, colocada no segundo mancal.

$\{\alpha_{m1}\}$ = Posição angular da massa de correção colocada no primeiro mancal.

$\{\alpha_{m2}\}$ = Posição angular da massa de correção colocada no segundo mancal.

$\{Mp_i\}$ = Produtos da massas de balanceamento pela excentricidade, referentes às massas de correção, colocada plano “i”.

$\{\alpha_{pi}\}$ = Posição angular da massa de correção colocada no plano “i”.

4.3 METODOS DE BALANCEAMENTO DE ROTORES, SEM MASSAS DE TESTE, USANDO TÉCNICAS MODERNAS DE OTIMIZAÇÃO

4.3.1 Introdução

Desde os anos 70 a otimização clássica têm sido usada para melhorar o desempenho dos métodos tradicionais de balanceamento de rotores flexíveis. Mais recentemente Lacerda e Steffen (1991) usaram o método de otimização de Davidon, Fletcher e Powell para calcular as massas de balanceamento, procurando a mínima energia de deformação total do sistema rotor mancais para uma velocidade escolhida. Hassan (1993) estudou um método para o balanceamento de rotores a partir de um modelo simplificado do rotor usando o método de otimização de Powell e minimizando as amplitudes de vibração nos planos de medida. Ono (1999), usou o método de otimização LMI (*Linear Matrix Inequality*) para melhorar o rendimento do método dos coeficientes de influência

minimizando três aspectos simultaneamente: a energia de deformação, a máxima amplitude de vibração em qualquer plano de medida, e a soma total do peso das massas de correção.

A identificação e correção de problemas dinâmicos em rotores flexíveis usando técnicas modernas de otimização é um campo novo de estudo, dado que o desenvolvimento destas técnicas é relativamente recente. A maioria dos estudos realizados é orientada para o controle ativo de vibrações produzidas pelo desbalanceamento (Zhou, 2001) ou à identificação de uma ou várias falhas num rotor. Yaagoub *et al* (2001) propuseram um método para o controle ativo das vibrações em rotores flexíveis usando redes neurais multicamadas, treinadas mediante o algoritmo de *backpropagation*, testando o método em um modelo simplificado de um sistema rotor-mancais. Nalinaksh *et al* (2000) e Santiago *et al* (2002) usaram também redes neurais multicamadas com o algoritmo de treinamento *backpropagation* para a identificação de falhas em rotores. Suh *et al* (2000) e Simões e Steffen (2002) usaram algoritmos genéticos e redes neurais para determinar a posição e a severidade de falhas em rotores. Xu *et al* (2000) apresentaram um método de balanceamento usando algoritmos genéticos para identificar o desbalanceamento e determinar as massas de correção e suas respectivas posições angulares.

Neste trabalho são implementadas duas técnicas similares para o balanceamento de rotores flexíveis, uma usando algoritmos genéticos, e a outra, usando redes neurais artificiais. Ambas as técnicas usam as vibrações medidas inicialmente no rotor desbalanceado para serem comparadas com os deslocamentos nos planos de medida, estes obtidos através de um modelo de elementos finitos. São procuradas as massas de desbalanceamento e suas posições no modelo de elementos finitos que aproximem a resposta do modelo das vibrações medidas no rotor.

As massas de correção devem ser de valor idêntico ao das massas de desbalanceamento obtidas, devendo serem instaladas nas mesmas posições ao longo do eixo do rotor. Entretanto, a posição angular das massas de correção é defasada de 180 graus em relação as massas de desbalanceamento. A expectativa é a de que, através deste procedimento, seja possível minimizar as vibrações do rotor provocadas pelo desbalanceamento original na faixa de velocidades usada.

4.3.2 Balanceamento de Rotores Flexíveis Usando Algoritmos Genéticos

Usando Algoritmos genéticos, é desenvolvido um processo de otimização para determinar as massas de correção do desbalanceamento de rotores flexíveis e suas respectivas posições angulares em uma faixa de velocidade. Os passos mais importantes do procedimento implementado são descritos abaixo:

- (i) Identificação e ajuste do modelo. Neste trabalho o modelo usado é determinado usando o método dos elementos finitos. No entanto outros métodos de modelamento podem ser usados como o método da matriz de transferencia (Horney e Pilkey, 1978) ou Rayleigh-Ritz (Lalanne e Ferraris, 1998). O ajuste dos parâmetros do modelo da máquina rotativa é usualmente feito em função da resposta em frequência, a partir de uma excitação do tipo impulso (e.g. Vaqueiro, 1989, e Zhang e Xie, 1992), ou usando a resposta ao desbalanceamento e o diagrama de Campbell (Assis, 1999).
- (ii) Coleta dos dados experimentais, São obtidos os deslocamentos nos planos de medida na faixa de velocidades desejada em duas direções perpendiculares. Para aplicar o processo de balanceamento, é necessário escolher um sistema referencial fixo ao sistema eixo-disco, que gire em relação a um referencial inercial.
- (iii) Definição da função objetivo, A função objetivo a minimizar é definida como a diferença ao quadrado dos deslocamentos medidos no rotor e os deslocamentos calculados com o modelo computacional, para cada velocidade de rotação (Equação 4.40).

$$F_{ob}(l_e) = \sum_{i=1}^V \sum_{j=1}^{2n} (F_{modelo}(l_e)(i, j) - F_{exp}(i, j))^2 \quad (4.40)$$

Com:

$$F_{modelo}(l_e) = \begin{bmatrix} D_{11x} & D_{11z} & D_{21x} & D_{21z} & \cdots & D_{n1x} & D_{n1z} \\ D_{12x} & D_{12z} & D_{22x} & D_{22z} & & & \\ \vdots & & & & & & \\ D_{1Vx} & D_{1Vz} & & \cdots & & D_{nVx} & D_{nVz} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$F_{exp} = \begin{bmatrix} R_{11x} & R_{11z} & R_{21x} & R_{21z} & \cdots & R_{n1x} & R_{n1z} \\ R_{12x} & R_{12z} & R_{22x} & R_{22z} & & & \\ \vdots & & & & & & \\ R_{1Vx} & R_{1Vz} & & \cdots & & R_{nVx} & R_{nVz} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Na equação (4.39), F_{ob} é a função objetivo, D_{jid} são os deslocamentos calculados no modelo de elementos finitos, onde i corresponde à velocidade de aquisição, j é o plano de medida, e d corresponde à direção em que foi adquirido o sinal; R_{jid} corresponde ao deslocamento adquirido experimentalmente nas mesmas condições. I_e refere-se ao indivíduo.

- (iv) Criação da população inicial, O conjunto inicial de indivíduos é formado aleatoriamente com valores incluídos dentro do intervalo selecionado para cada variável. Neste caso, cada indivíduo terá $2 \times h$ variáveis. Então, se é usada a representação de ponto flutuante, cada indivíduo se apresenta como um vetor de $2 \times h$ elementos, onde h é o número de planos de correção (equação 4.43).

$$I_e = [m_1, \alpha_1, m_2, \alpha_2, \dots, m_h, \alpha_h]^T \quad (4.43)$$

O conjunto de variáveis está composto pelas massas (m) e pelos ângulos de fase correspondentes (α) distribuídos nos h planos de correção. Os valores extremos das variáveis são $[0, m_{\max}]$ para as massas, e $[0, 2\pi]$ para os ângulos de fase, onde $m_{\max}$ é a massa máxima admitida.

- (v) Execução do Algoritmo Genético, São calculados os valores da função objetivo para cada indivíduo e escolhidos os indivíduos que participaram do processo iterativo. São aplicados os operadores genéticos.
- (vi) Cumprimento do critério de parada, São considerados dois critérios de parada: obtenção do valor mínimo da função objetivo, e número máximo de gerações.

Ao final do procedimento espera-se que o indivíduo com maior *fitness* (aquele que permite à função objetivo alcançar seu valor mínimo) é aquele que produz um estado de deslocamentos no rotor similar ao produzido pelo desbalanceamento. Considerando que os desbalanceamentos sejam discretos, se são colocadas massas iguais às que produzem o fenômeno, à mesma distância do eixo e em posições angulares invertidas, o desbalanceamento é eliminado. Então, dado que a combinação de massas de desbalanceamento correspondente ao indivíduo com maior *fitness* constitui um sistema equivalente ao sistema real, intui-se, que colocando nos planos de

correção as massas determinadas correspondentes a este indivíduo em posições angulares desfasadas 180 graus em relação às calculadas, pode-se eliminar o desbalanceamento no rotor.

4.3.3 Balanceamento de Rotores Flexíveis Usando Redes Neurais

A metodologia proposta para identificar e corrigir o desbalanceamento de rotores usando redes neurais, baseia-se em treinar uma rede para que esta possa determinar uma combinação de massas de desbalanceamento localizadas nos planos de correção que produzam um estado de deslocamentos similar ao do rotor desbalanceado. Obtidas estas massas procede-se de maneira similar ao método anteriormente descrito, ou seja, colocando as massas de correção em posições angulares opostas às determinadas nos planos de correção espera-se balancear o sistema.

Para identificação do desbalanceamento em rotores usando redes neurais a metodologia proposta é a seguinte:

- (i) Identificação e ajuste do modelo. Mesmo procedimento em relação ao método anterior.
- (ii) Coleta dos dados experimentais. Semelhante ao caso anterior, só tendo em conta que nesta metodologia, tentando diminuir o número de dados à entrada da rede, se trabalha com uma única velocidade. Adquirem-se, então, os deslocamentos nas duas direções perpendiculares para uma velocidade dada.
- (iii) Normalização dos dados experimentais. As redes neurais requerem que os dados de entrada e saída sejam normalizados (ver 3.1.6). Além disso, também aparecem problemas quando os padrões de saída apresentam uma relação periódica com os padrões de entrada, ao invés de uma relação linear ou polinomial. Faz-se portanto uma transformação das coordenadas dos dados de saída, passando de coordenadas polares a coordenadas cartesianas (figura 4.4).

As entradas da rede (deslocamentos) são normalizadas em um intervalo entre 0 e 1 de acordo com a equação (4.44).

$$N(x, 2 \cdot y) = 2 \cdot \frac{(R(x, 2 \cdot y) - \min)}{(\max - \min)} - 1 \quad (4.44)$$

Onde:

$N(x, y)$ = Parâmetro normalizado correspondente ao indivíduo x no plano de medida y .

R = Parâmetro a ser normalizado correspondente ao indivíduo x no plano de medida y .

$\min$ = Valor mínimo dos deslocamentos, considerando todos os indivíduos do conjunto padrão de entradas.

$\max$ = Valor máximo dos deslocamentos, considerando todos os indivíduos do conjunto padrão de entradas.

- (iii) Geração das entradas para o modelo computacional. São geradas Q entradas onde cada uma corresponde a uma combinação de massas de teste virtuais, sendo estas as mesmas que são colocadas nos planos de correção do modelo e permitem obter as vibrações correspondentes. Os valores extremos das variáveis são $[0, m_{\max}]$ para as massas, e $[0, 2\pi]$ para os ângulos de fase, onde $m_{\max}$ é a massa máxima admitida. Para isto, usa-se uma matriz de combinações de valores aleatórios entre -1 e 1, com média zero. Tais valores correspondem às coordenadas x e z de um sistema cartesiano (equação 4.45).

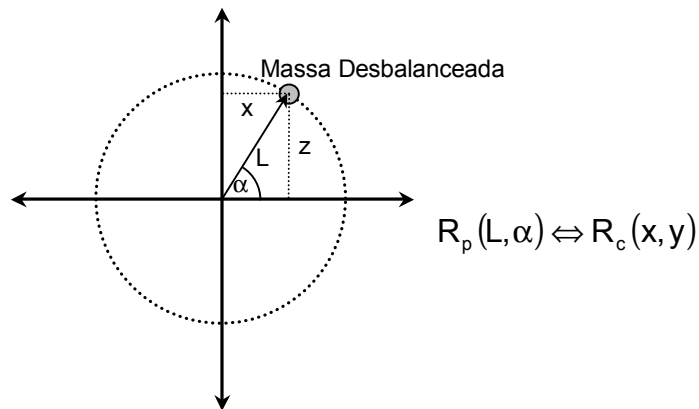


Figura 4.4 - Transformação de Coordenadas

$$Co = \begin{bmatrix} p_{11x} & p_{21x} & \cdots & p_{Q1x} \\ p_{21y} & p_{21y} & & p_{Q1y} \\ p_{21x} & \vdots & & p_{Q2x} \\ p_{21y} & & & p_{Q2y} \\ p_{31x} & & & p_{Q3x} \\ p_{31y} & & & p_{Q2y} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Na matriz Co cada coluna é correspondente a uma combinação de massas de teste, neste caso consideram-se três planos de correção, onde p_{ijx} é proporcional à distância x de massa da combinação j, colocada no plano i. Os valores das massas de teste correspondentes e seus ângulos de fase são definidos pelas equações (4.46) e (4.47).

$$m_{ij} = m_{\max} \cdot \sqrt{p_{ijx}^2 + p_{ijy}^2} \quad (4.46)$$

$$\alpha_{ij} = \tan^{-1} \left(\frac{p_{ijy}}{p_{ijx}} \right) \quad (4.47)$$

Para que a restrição do valor máximo admissível da massa não seja violada é necessário que:

$$p_{ijx}^2 + p_{ijy}^2 \leq 1 \quad (4.48)$$

Isto significa que ao se colocarem os pontos num plano definido por coordenadas cartesianas, estes devem estar dentro de um círculo de raio unitário. Para se conseguir isto, partindo de um par números aleatórios, definidos entre -1 e 1, o procedimento é dado pela equação 4.49:

$$\begin{Bmatrix} p_{ijx} \\ p_{ijy} \end{Bmatrix} = \sqrt{a_{ijx}^2 + a_{ijy}^2} \cdot \frac{1}{\chi \left(\tan^{-1} \left(\frac{a_{ijy}}{a_{ijx}} \right) \right)} \cdot \begin{Bmatrix} \cos \left(\frac{a_{ijy}}{a_{ijx}} \right) \\ \sin \left(\frac{a_{ijy}}{a_{ijx}} \right) \end{Bmatrix} \quad (4.49)$$

Onde :

$\begin{Bmatrix} a_{ijx} \\ a_{ijy} \end{Bmatrix}$ = São números aleatórios entre -1 e 1 , e

$\chi(\alpha)$ é uma função periódica (equação 4.50), definida no intervalo $\left[0, \frac{1}{2}\pi\right]$, mostrada na

figura (4.5).

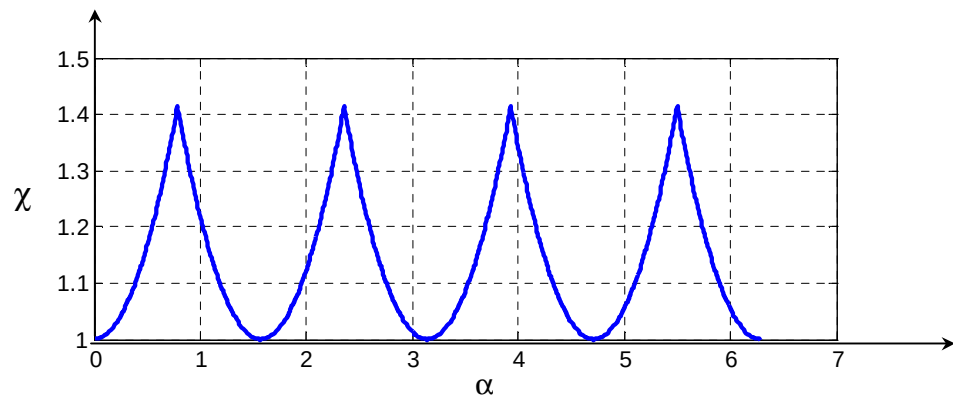


Figura 4.5 – Representação gráfica da função $\chi(\alpha)$

$$\chi(\alpha) = \begin{cases} C_1 \cdot \alpha^2 + 1 & \text{para } \frac{1}{2}\pi \cdot n < \alpha \leq \frac{1}{4}\pi \cdot (2 \cdot n + 1) \\ C_1 \cdot \left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)^2 + 1 & \text{para } \frac{1}{4}\pi \cdot (2 \cdot n + 1) < \alpha \leq \frac{1}{2}\pi \cdot (n + 1) \end{cases} \quad (4.50)$$

Sendo $n = 0, 1, 2, \dots$, e

$$C_1 = \frac{\sqrt{2} - 1}{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2} \quad (4.51)$$

- (iv) Treinamento da rede. São determinados os deslocamentos para cada combinação de massas de teste. Estabelece-se um conjunto de entradas e saídas padrões para o treinamento da rede, de acordo com a equação (4.52).

$$\text{entradas} = [\{p_1\}, \{p_2\}, \{p_3\}, \dots, \{p_Q\}] \quad \text{saídas} = [\{t_1\}, \{t_2\}, \{t_3\}, \dots, \{t_Q\}] \quad (4.52)$$

Neste os deslocamentos decorrentes da combinação de massas i , calculados através do modelo formam o vetor de entrada p_i . O vetor de saída t_i é formado pelas massas de desbalanceamento correspondentes. Uma rede é treinada para identificar as massas de desbalanceamento para uma determinada velocidade de operação, resolvendo um problema inverso.

- (v) Cálculo das massas de correção. Os deslocamentos adquiridos nos planos de medida do rotor são normalizados (equação 4.44) e dados como entrada para a rede treinada. À resposta da rede são aplicadas as equações (4.46) e (4.47) para determinar as massas de desbalanceamento e suas respectivas posições angulares que, uma vez colocadas nos planos de correção do rotor, produzem um estado de deslocamentos similar ao produzido pelo desbalanceamento real.
- (vi) Correção do desbalanceamento. São colocadas no rotor às massas idênticas às massas de desbalanceamento determinadas nas mesmas posições ao longo do eixo, porém com suas posições angulares desfasadas em 180 graus.

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Neste capítulo são apresentadas as simulações feitas usando os métodos de balanceamento expostos no capítulo anterior. Inicialmente são apresentados os resultados obtidos pelo método de balanceamento modal e, posteriormente, os alcançados usando os métodos baseados em Algoritmos Genéticos e Redes Neurais Artificiais. O modelo computacional do rotor usado nas simulações foi gerado usando como base o programa ROTOR desenvolvido por Ferraris *et al* (1984). Este programa permite simular o comportamento de um rotor utilizando o método dos elementos finitos. O programa original sofreu varias modificações com o fim de possibilitar sua utilização no contexto desta pesquisa e permitir o interfaceamento com os programas de otimização utilizados.

5.1 SIMULAÇÃO DO MÉTODO DE BALANCEAMENTO MODAL SEM MASSAS DE TESTE

Para objeto das simulações é usado um rotor de três discos e dois mancais (figura 5.1). Os elementos usados na discretização do rotor são apresentados nas tabelas (5.1), (5.2) e (5.3). Tanto os elementos de eixo como os de disco são considerados de aço ($E=2.067 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ e $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$).

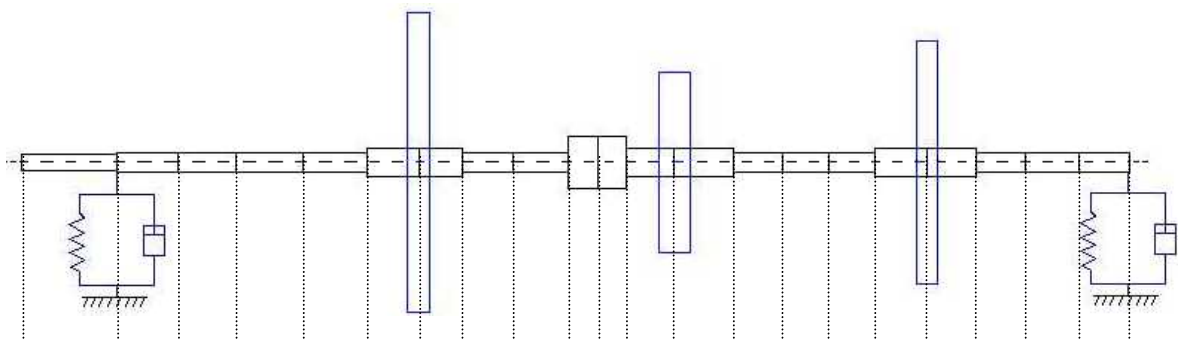


Figura 5.1 – Modelo do Rotor

Tabela 5.1- Elementos do Tipo Eixo

ELEMENTOS DE EIXO				
NÚMERO	NÓS		COMPRIMENTO [m]	DIÂMETRO [m]
1	1	2	0.048	0.004
2	2	3	0.03	0.005
3	3	4	0.029	0.005
4	4	5	0.033	0.005
5	5	6	0.032	0.005
6	6	7	0.026	0.007
7	7	8	0.022	0.007
8	8	9	0.025	0.005
9	9	10	0.027	0.005
10	10	11	0.015	0.0125
11	11	12	0.014	0.0125
12	12	13	0.024	0.007
13	13	14	0.029	0.007
14	14	15	0.025	0.005
15	15	16	0.023	0.005
16	16	17	0.023	0.005
17	17	18	0.026	0.007
18	18	19	0.024	0.007
19	19	20	0.025	0.005
20	20	21	0.026	0.005
21	21	22	0.026	0.005

Tabela 5.2 – Elementos do Tipo Disco

ELEMENTOS DE DISCO			
NÚMERO	NÓ	ESPESURA [m]	DIÂMETRO [m]
1	7	0.0112	0.075
2	13	0.0157	0.045
3	18	0.0107	0.06

Tabela 5.3 – Elementos do Tipo Mancal

ELEMENTOS DE MANCAL					
NÚMERO	NÓ	KX [N/m]	KZ [N/m]	CX [N.s/m]	CZ [N.s/m]
1	2	18750	10750	10.5	12
2	22	14770	24770	10.5	12

As velocidades críticas do modelo são mostradas na tabela (5.4.)

Tabela 5.4 – Velocidades Críticas

MODOS CORRESPONDENTES	1	2	3	4	5	6
VELOCIDADE CRÍTICA [rpm]	639.54	696.05	1120.50	1214.20	2704.30	3029.30

O primeiro passo para aplicar o método de balanceamento modal é balancear o rotor como corpo rígido (operando a velocidades de rotação baixas). Este procedimento é feito usando o software desenvolvido por Lacerda (Lacerda, 1990) para o balanceamento de rotores usando o método dos coeficientes de influência. São consideradas as posições dos discos 1 e 3 (nós 7 e 18) como planos de balanceamento e o procedimento é feito para uma velocidade de 10 revoluções por minuto. Inicialmente são colocadas no rotor massas de desbalanceamento nos três discos conforme a tabela (5.5).

Tabela 5.5 – Massas de Desbalanceamento

DISCO	1	2	3
MASSA [Kg]	0.003	0.005	0.006
EXCENTRICIDADE [m]	0.075	0.045	0.06
ÂNGULO DE FASE [graus]	0	290	75

As massas de balanceamento de corpo rígido calculadas são as seguintes:

Tabela 5.6 – Massas de Balanceamento de Corpo Rígido

DISCO	1	3
MASSA [Kg]	0.0039	0.0046
EXCENTRICIDADE [m]	0.075	0.06
ÂNGULO DE FASE [graus]	156.35	-117.78

5.2.1 Primeira Simulação

Depois de balanceado o rotor como corpo rígido, o procedimento modal de balanceamento é aplicado para velocidades entre 550 e 800 rpm, faixa em que estão incluídas as duas primeiras velocidades críticas. São usados como planos de medida as posições dos três discos e as posições dos mancais. Foram feitas simulações tomando várias velocidades de rotação. Em todas as simulações foram considerados dez modos flexíveis (modos obtidos do problema de autovalores com mancais rígidos), que, junto com os quatro modos de corpo rígido, permitem aproximar os deslocamentos nos planos de medida. Os resultados são apresentados na tabela (5.7).

Tabela 5.7 – Redução da Amplitude Dependendo do Número de Velocidades Adquiridas

Número de Velocidades de Rotação	Redução da Amplitude de Deslocamento
2	-33.4%
3	37.5%
4	37.7%
5	36.2%
6	37.3%
25	39.8%

Na tabela (5.7), o valor correspondente à redução da amplitude do deslocamento se refere ao percentual de redução das vibrações nos planos de medida depois da aplicação do procedimento de balanceamento no intervalo de velocidades escolhido. Da tabela (5.7) é possível concluir que o método funciona satisfatoriamente considerando pelo menos três velocidades de rotação, observa-se que o incremento na redução da amplitude de deslocamento à medida em que é aumentado o número de velocidades de rotação é insignificante a partir deste ponto. Na figura (5.2) é apresentada a resposta ao desbalanceamento do rotor medida no disco 2, antes e depois de efetuado o procedimento acima descrito usando três velocidades de balanceamento.

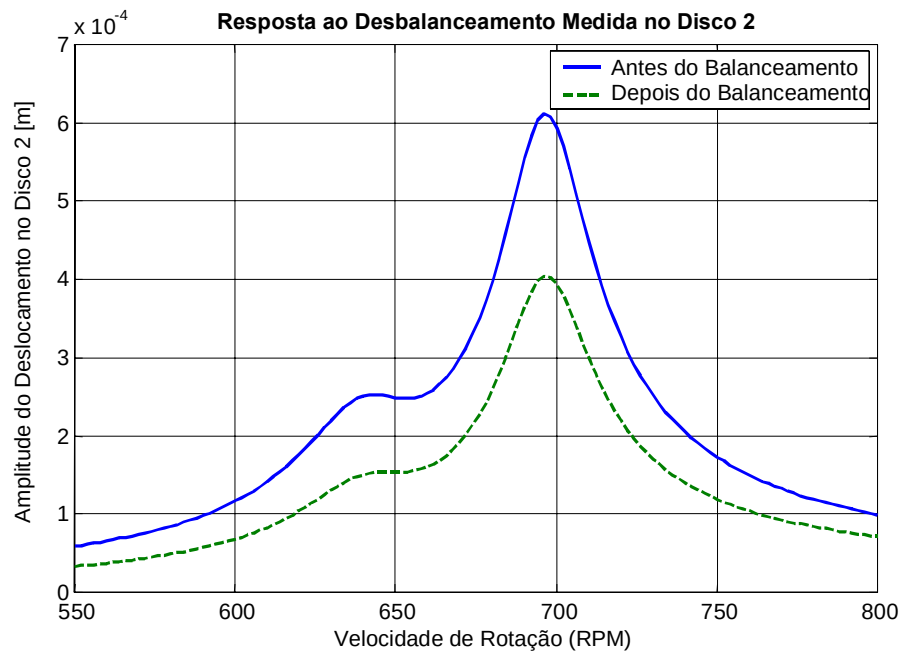


Figura 5.2 – Resposta ao Desbalanceamento

5.2.2 Segunda Simulação

Nesta simulação é avaliada a influência do número de planos de medida nos resultados do procedimento. Neste método são usados $(n+2)$ planos de medida, onde n representa o número de planos de medida em posições diferentes daquelas ocupadas pelos mancais. Na simulação anterior usou-se cinco planos de medida, dos quais dois correspondem às posições dos mancais e três correspondem às posições dos discos 1, 2, e 3. Na tabela (5.8) são apresentados os resultados da aplicação do método para quatro planos de medida, sendo que o procedimento é aplicado na faixa de velocidades entre 550 e 800 rpm, medindo as vibrações a cada 10 rpm.

Tabela 5.8 – Redução da Amplitude de Deslocamento Usando Quatro Planos de Medida

Planos de Medida	Redução da Amplitude de Deslocamento
1,3,4,5	17.41%
1,2,4,5	28.00%
1,2,3,5	26.21%

Na tabela (5.8) os planos 1 e 5 correspondem aos mancais 1 e 2 respectivamente, e os planos 2, 3, e 4 correspondem às posições dos discos 1,2, e 3. Na tabela (5.9) se apresentam os resultados para três planos de medida.

Tabela 5.9 - Redução da Amplitude de Deslocamento Usando Três Planos de Medida

Planos de Medida	Redução da Amplitude de Deslocamento
1,2,5	21.10%
1,3,5	7.60%
1,4,5	6.56%

A partir dos resultados mostrados nas tabelas (5.7), (5.8), e (5.9) pode-se concluir que a eficiência do método diminui na medida em que se usa um número menor de planos de medida. Conclui-se portanto que o método não oferece resultados satisfatórios quando o número de planos de medida/correção é pequeno.

5.2.3. Terceira Simulação

Nesta simulação é examinada a dependência da faixa de velocidades usada sobre a eficiência do método. São feitas simulações para quatro faixas de velocidade, a saber: entre 550 e 800 rpm (primeira e segunda velocidades críticas), entre 1100 e 1300 rpm (terceira e quarta velocidades críticas), entre 2600 e 3100 rpm (quinta e sexta velocidades críticas), e, finalmente entre 550 e 1300 rpm (englobando a primeira, segunda, terceira, e quarta velocidades criticas). Os resultados são apresentados na tabela (5.10).

Tabela 5.10 - Relação entre o Intervalo de Velocidades Usada e a Eficiência do método

Intervalo de Análise [rpm]		Redução da Amplitude de Deslocamento
550	800	37.50%
1100	1300	4.32%
2600	3100	1.83%
550	1300	-5.64%

Na tabela (5.10) é visível a queda na eficiência do método na medida em que são consideradas velocidades maiores do que a segunda velocidade crítica. Também é possível observar como o método deixa de funcionar quando a faixa de velocidades usada contém as quatro primeiras velocidades críticas.

5.2. SIMULAÇÃO DO MÉTODO DE BALANCEAMENTO BASEADO EM OTIMIZAÇÃO USANDO ALGORITMOS GENÉTICOS

Foram efetuadas simulações aplicando os dois métodos baseados em técnicas de otimização descritos no capítulo anterior. No caso do método baseado nos Algoritmos Genéticos, optou-se por utilizar um programa já disponível. O programa utilizado foi o GAOT Versão 5 (*The Genetic Algorithm Optimization Toolbox for Matlab 5*). O GAOT foi desenvolvido por Joines *et al* (1996) no College of Engineering – North Carolina State University – EUA, sendo este programa um software de livre acesso. Os parâmetros usados no algoritmo são listados na tabela (5.11).

Tabela 5.11 – Parâmetros do Algoritmo Genético

Parâmetros do Algoritmo Genético Usado		
Tipo de Algoritmo	Ponto Flutuante	
Critério de Parada	Número Máximo de Gerações	50 Gerações
Função de Seleção	Seleção Dependendo da Probabilidade Cumulativa	
Operadores Genéticos	Cruzamento simples	Taxa de Cruzamento=0.6
	Mutação Uniforme	taxa de mutação = 0.05
Numero de Elementos da população inicial	500 Indivíduos	

A norma ISO 11342 recomenda para o caso em que se deseja balancear um rotor flexível em uma faixa em que estão incluídas n velocidades críticas, considerar pelo menos n ou, sendo possível, $(n+2)$, planos de correção. Seguindo estas indicações foram efetuadas simulações para o rotor da figura (5.1) usando, em um primeiro problema, três planos de medida e três planos de correção. Em ambos os casos, os planos correspondem às posições dos nós 7, 13, 18 (posições dos discos), usando velocidades de balanceamento entre 500 e 1500 rpm com intervalos de 100

rpm entre cada uma e a seguinte. Em um segundo problema, são usados os mesmos três planos de medida e unicamente dois planos de correção (nós 7, e 13). Foram usadas velocidades entre 500 e 1000 rpm com intervalos de 100 rpm. Nas figuras (5.3) e (5.4) se apresenta o histórico do Algoritmo Genético na busca do mínimo, para os resultados do primeiro e segundo problemas, respectivamente.

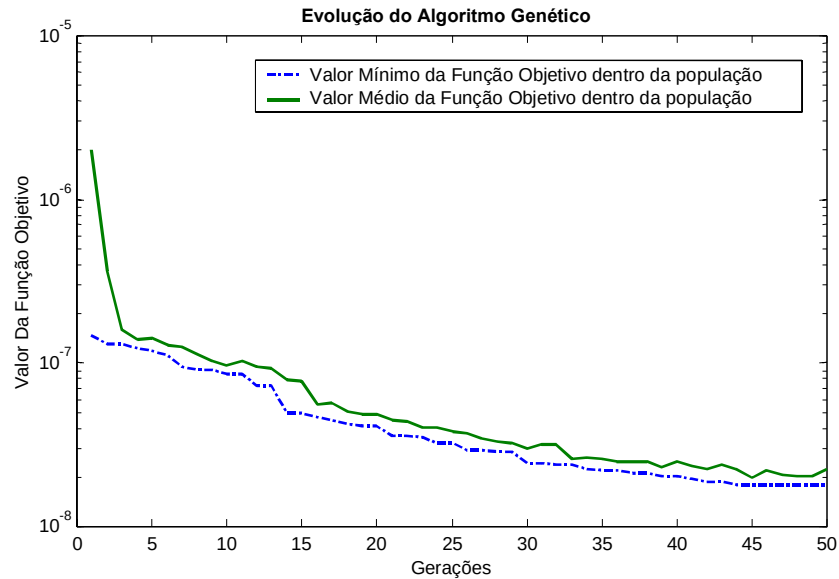


Figura 5.3 – Histórico da Busca do Mínimo para o Primeiro Problema

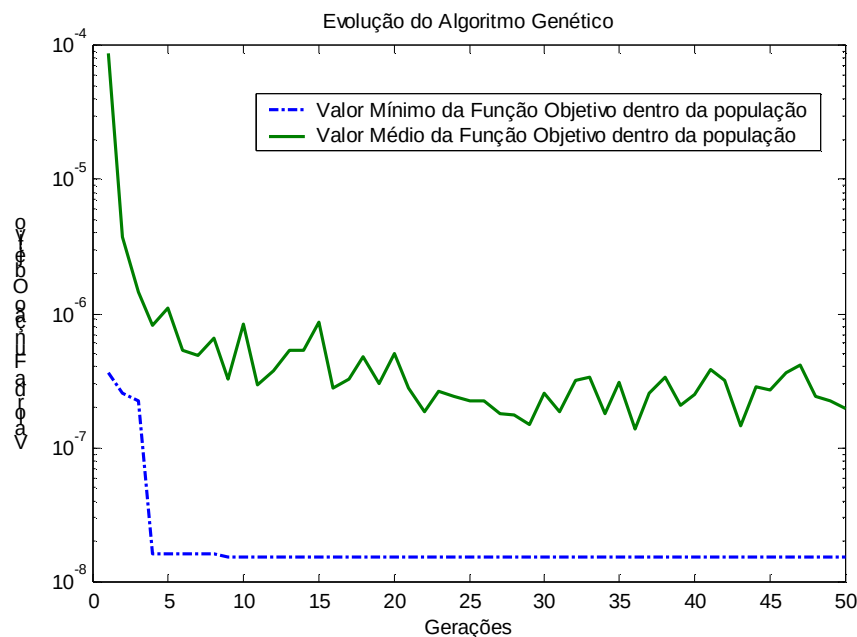


Figura 5.4 – Histórico da Busca do Mínimo para o Segundo Problema

É evidente, conforme se observa no segundo problema, que o Algoritmo Genético não convergiu para uma solução ótima, mantendo o valor médio da população relativamente distante do valor da função objetivo do indivíduo de maior *fitness*. No caso do primeiro problema, onde são considerados três planos de correção, o Algoritmo Genético evolui apropriadamente ao longo das gerações, obtendo uma boa aproximação das massas de desbalanceamento procuradas, assim como de suas respectivas posições angulares. Acredita-se então que dois planos de correção não permitem ao Algoritmo Genético a suficiente flexibilidade para evoluir favoravelmente na busca de uma solução aceitável.

Em diversas simulações feitas concluiu-se que a solução melhora na medida em que um número maior de planos de medida é considerado quando se trabalha numa faixa ampla contendo várias velocidades críticas. Considerando-se sempre as posições de maiores deflexões dos modos correspondentes às velocidades críticas incluídas como sendo os locais ideais para os planos de medida (Lacerda, 1990). Em todos os casos o número de planos de medida foi igual ou maior que o número de planos de correção.

Na tabela (5.12), são comparadas as massas inicialmente dispostas e as determinadas através do método acima apresentado.

Tabela 5.12 – Comparação entre as massas iniciais de Desbalanceamento e as determinadas através do Algoritmos Genéticos

Nó		Desbalanceamentos		
		Inicial	Determinado no primeiro problema	Determinado no segundo problema
7	Massa [kg]	0.003	0.00311	0.0024
	Ângulo	150.00°	153.04°	70.29°
13	Massa [kg]	0.006	0.0068	0.0036
	Ângulo	30.00°	29.07°	286.50°
18	Massa [kg]	0.005	0.005	---
	Ângulo	290.00°	285.67°	---
Redução da Amplitude do Deslocamento			95.20%	45.50%

Na Figura (5.5) é mostrada a resposta ao desbalanceamento depois de colocadas as massas de correção correspondentes para o primeiro problema abordado. Para isso, as massas obtidas no

processo foram instaladas em posições angulares desfasadas de 180° das posições obtidas pelo procedimento acima descrito.

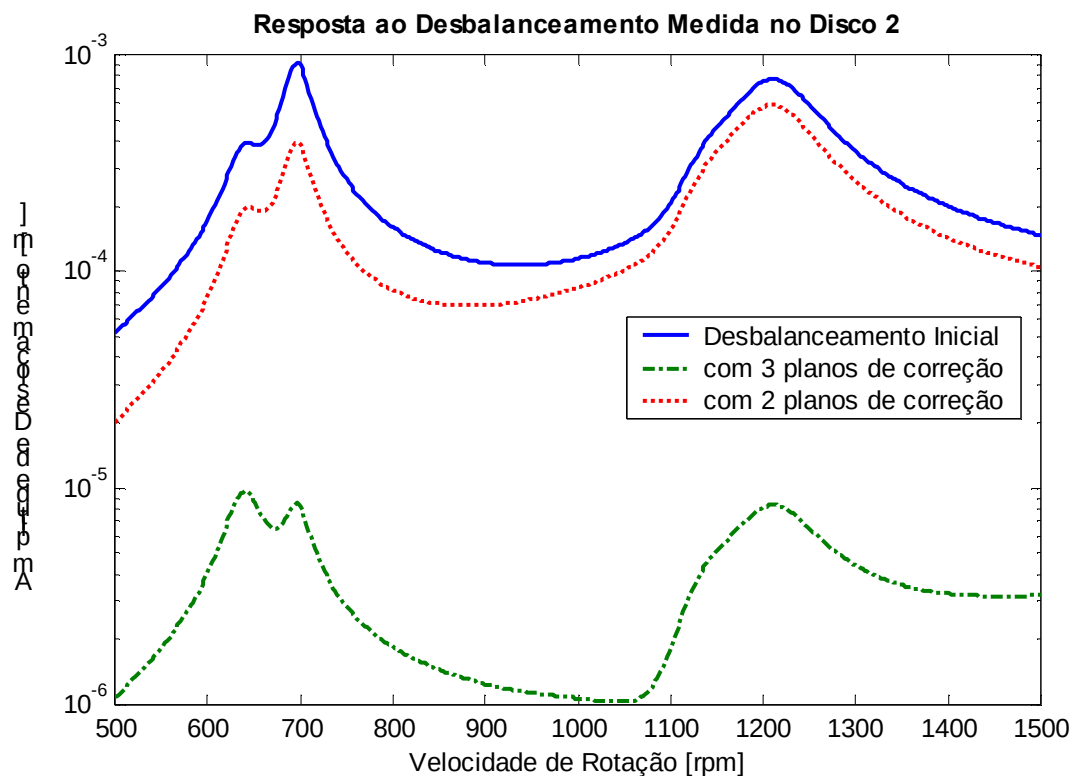


Figura 5.5 – Resposta ao Desbalanceamento

5.3 SIMULAÇÃO DO MÉTODO DE BALANCEAMENTO BASEADO EM OTIMIZAÇÃO USANDO REDES NEURAIS

Para a aplicação deste método é usado o *toolbox* de redes neurais de MATLAB 5.3 (Demuth e Beale, 2002). Da mesma forma que no procedimento anterior, o método é aplicado para dois e três planos de correção e três planos de medida, considerando apenas uma velocidade de balanceamento, no caso, 700 rpm. Os parâmetros das Redes Neurais utilizados são mostrados na tabela (5.13).

Tabela 5.13 – Parâmetros da Rede Neural

Parâmetros da Rede Neural	
Número de Camadas	3
Tipo de Treinamento	Levenverg-Marquart
Funções de Ativação	Tangente Hiperbolica
Critério de Parada	Valor RMS (<0.001)
Configuração dos Neurônios	(6), (8), (6) Para 3 planos de Correção (6), (8), (4) Para 2 planos de Correção
Número de Dados de Entrada	4000 Para 3 Planos de Correção 2666 Para 2 Planos de Correção

Nas Figuras (5.6) e (5.7) são apresentados o histórico do treinamento da rede para os procedimentos com dois e três planos de correção.

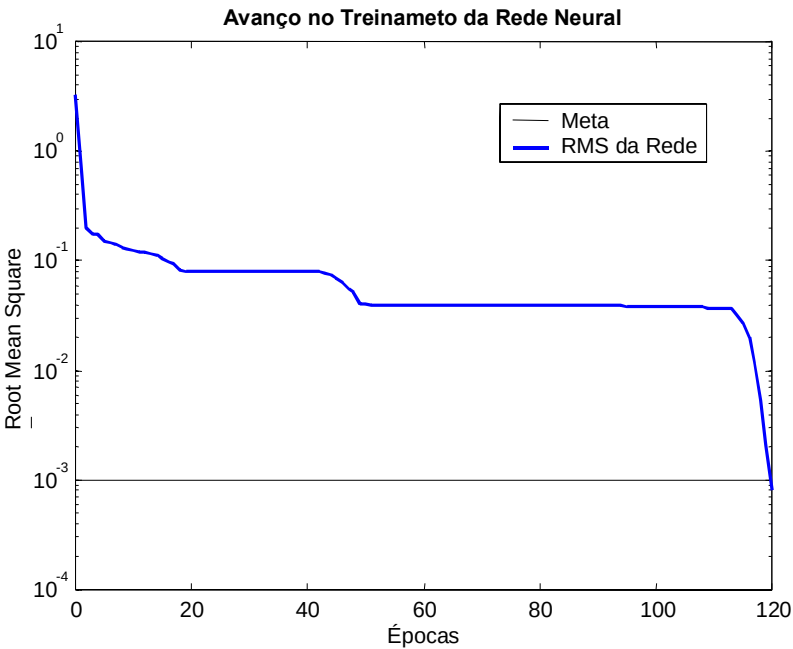


Figura 5.6 – Histórico do treinamento da Rede Neural para o balanceamento com três planos de correção

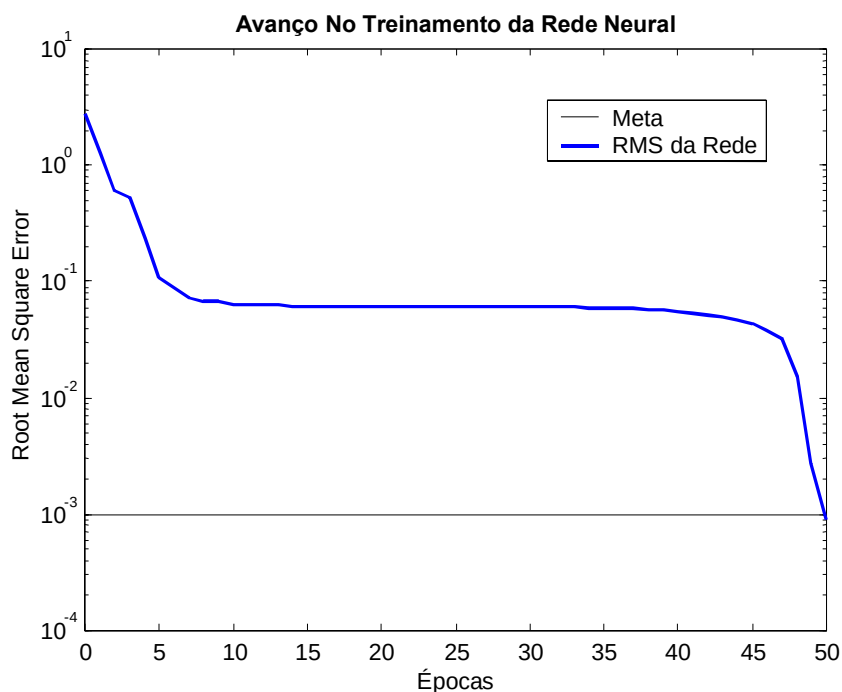


Figura 5.7 – Histórico do treinamento da Rede Neural para o balanceamento com dois planos de correção

Em ambos os casos o algoritmo de treinamento conseguiu seu propósito, sendo que, no caso da rede treinada para resolver o problema com dois planos de correção, o processo gastou menos da metade das épocas que no caso com três planos de correção. Isto decorre do fato da Rede Neural utilizada para dois planos de correção ter um número menor de neurônios na camada de saída. Na tabela (5.14), são comparadas as massas de desbalanceamento inicialmente instaladas e as determinadas através do método baseado nas Redes Neurais.

Tabela 5.12 – Comparação entre as massas iniciais de desbalanceamento e as determinadas pelas Redes Neurais

Nó		Desbalanceamentos		
		Inicial	Resultado para três planos de correção	Resultado para dois planos de correção
7	Massa [kg]	0.003	0.0034	0.0074
	Ângulo	150.00°	142.22°	127.58°
13	Massa [kg]	0.006	0.0056	0.0086
	Ângulo	30.00°	32.74°	334.06°
18	Massa [kg]	0.005	0.0048	----
	Ângulo	290.00°	292.91°	----
Redução da Amplitude do Deslocamento			79.16%	89.37%

Na Figura (5.8), é mostrada a resposta ao desbalanceamento depois de colocadas as massas de correção correspondentes (a 180° das posições indicadas na tabela 5.12). É possível observar que para a velocidade de balanceamento utilizada (700 rpm), a eficiência do método é maior quando se usam dois planos de correção. Acredita-se que isto acontece devido a uma maior resolução nos dados de entrada para o treinamento da rede no caso de dois planos. que para três planos de correção. No caso de três planos de correção são usados 4000 conjuntos padrões de entrada para o treinamento da rede (4000 vetores de dados de entrada da rede, ou seja, os deslocamentos nos planos de medida e 4000 vetores de dados de saída, sendo estes as combinações de massas de teste virtuais que produzem os deslocamentos correspondentes). No caso de dois planos de correção são usados 2666 conjuntos padrões de dados de entrada. O número máximo de combinações possíveis, dependendo do número total de dados de entrada e do número de discos, é dado pela equação (5.1).

$$N_{cmax} = (N_{tdad})^{\frac{1}{N_{pc}}} \quad (5.1)$$

Onde:

N_{cmax} = É o numero máximo de combinações possíveis de massas de teste virtuais.

N_{tdad} = Número de conjuntos padrões de dados de entrada para o treinamento da rede.

N_{pc} = Número de planos de correção utilizados

É evidente que na medida em que é considerado um número maior de planos de correção, será também necessário considerar um número maior de conjuntos de entradas padrão para o treinamento da rede. Neste caso, embora o conjunto de entradas padrão para o caso de três planos de correção seja maior que o conjunto de entradas padrão para o caso com dois planos, o número máximo de combinações possíveis é menor. Assim, a rede que soluciona o problema com dois planos de correção trabalha com um conjunto mais completo de informações para seu treinamento, o que permite, ao final, uma solução de melhor qualidade.

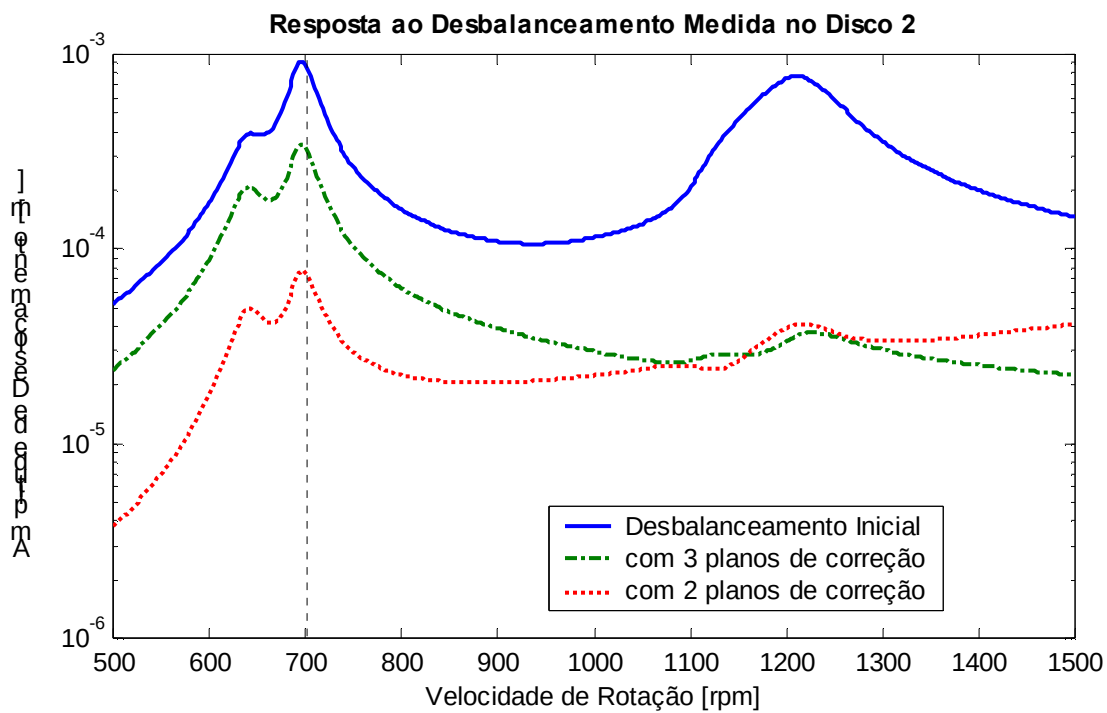


Figura 5.8 - Resposta ao Desbalanceamento para 2 e 3 Planos de Correção

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E DESDOBRAMENTOS FUTUROS

Neste trabalho foram estudadas duas técnicas de balanceamento de rotores flexíveis sem usar massas de teste. Em ambos os casos trata-se de determinar o desbalanceamento do rotor, para depois tomar as medidas corretivas adequadas. A primeira técnica consiste em modelar o rotor como sendo suportado por mancais rígidos, sendo que os deslocamentos dos mancais são introduzidos usando os modos de corpo rígido do rotor fazendo uma superposição com os modos flexíveis estacionários obtidos através do modelo. Ao considerar os mancais como sendo rígidos não é necessário o conhecimento prévio dos coeficientes de amortecimento e rigidez a eles associados, facilitando consideravelmente o balanceamento de rotores com mancais hidrodinâmicos, por exemplo.

A segunda técnica implementada usa as vibrações medidas inicialmente no rotor desbalanceado para serem comparadas com os deslocamentos nos planos de medida, estes obtidos através de um modelo de elementos finitos. Usando Redes Neurais Artificiais ou, alternativamente Algoritmos Genéticos é determinado o desbalanceamento equivalente nas velocidades consideradas.

Tradicionalmente os métodos de balanceamento de rotores flexíveis sem massas de teste têm sido abordados empregando modelos de sistemas rotor-mancais simplificados, desconsiderando o efeito giroscópico (e.g. Ballo, 1981, e Morton, 1985), ou, além disso, considerando o amortecimento como sendo proporcional (e.g. Gnielka, 1983). Nesta dissertação priorizou-se a solução do problema de desbalanceamento sem proceder simplificações que impeçam a utilização da metodologia desenvolvida em situações práticas de interesse para o setor industrial.

Mediante simulações computacionais foi testada a eficiência dos métodos em diferentes situações, demonstrando sua viabilidade, porém, sendo necessários ensaios experimentais para confirmar sua aplicabilidade prática, o que deverá ser feito oportunamente .

A primeira técnica mencionada acima permitiu reduzir as vibrações do rotor em velocidades de operação localizadas entre as duas primeiras velocidades críticas. Para velocidades superiores os resultados não foram considerados satisfatórios. Isto se deve provavelmente à dificuldade de se identificar as amplitudes nos planos de medida do rotor através da superposição dos modos flexíveis e de corpo rígido. Tentou-se considerar um número maior de modos flexíveis na tentativa de obter um modelo mais aproximado, porém sem melhora significativa.

O método demonstrou ser mais efetivo na medida em que é considerado um número maior de planos de correção, o que é uma desvantagem, dado que requer-se um maior gasto em instrumentação, tempo e custos em geral. No caso estudado foram obtidos resultados aceitáveis com cinco planos de correção para diminuir as vibrações nas duas primeiras velocidades críticas, sendo que, com os demais métodos também estudados neste trabalho é possível solucionar o mesmo problema com três e com dois planos de correção. Outra desvantagem prática é a aplicação de massas de correção nas posições dos mancais, o problema pode ser solucionado medindo as vibrações em posições próximas a estes, facilitando a instalação das massas de correção, este aspecto pode apresentar um impedimento para a aplicação do método para determinadas configurações de rotores.

A grande vantagem deste método é que o modelo usado baseia-se unicamente nas propriedades geométricas e dos materiais do rotor, informações que podem ser obtidas de maneira fácil, rápida e com alta precisão. Normalmente, para a aplicação do método de balanceamento modal tradicional sem massas de teste, é necessário fazer um ajuste e verificação do modelo, o que em determinados casos pode tomar mais tempo que o balanceamento em si.

A segunda técnica implementada demonstrou eficiência nos dois procedimentos propostos (Redes Neurais Artificiais e Algoritmos Genéticos), em ambos os casos conseguindo uma boa redução nos níveis de vibração nos planos de medida.

A maior limitação no caso das Redes Neurais apresentou-se pela dificuldade de se trabalhar com várias velocidades de balanceamento simultaneamente, isto porque, na medida em que são consideradas mais velocidades, é preciso aumentar a complexidade da rede, o que dificulta o processo de treinamento, aumenta o tempo computacional requerido e exige espaço adicional de memória. Nos casos estudados nesta dissertação é considerada só uma velocidade de rotação sem entanto comprometer o carácter de generalidade do método. No caso em que forem consideradas mais velocidades de balanceamento, o algoritmo de treinamento de Levenberg-Marquardt pode não ser adequado, dado que este algoritmo trabalha otimizando todos os pesos simultaneamente, devendo calcular a matriz Jacobiana e fazer a inversão da matriz

Hessiana aproximada, o que dependendo do número de pesos considerado pode requerem um gasto computacional excessivo.

Uma vantagem das Redes Neurais com relação aos Algoritmos Genéticos é o fato de que a resposta da rede para as massas de correção requeridas e suas respectivas posições angulares é obtida automaticamente depois de introduzir as vibrações medidas no rotor. Já o processo de geração de dados e treinamento da rede pode levar um tempo semelhante ao gasto pelos Algoritmos Genéticos para determinar a solução do problema.

Os algoritmos Genéticos diferentemente das Redes Neurais Artificiais, oferecem a possibilidade de se trabalhar em uma faixa de várias velocidades sem adicionar um gasto computacional proibitivo, o que permite corrigir o desbalanceamento para várias velocidades críticas simultaneamente. São sempre consideradas as recomendações da norma ISO 11342 com relação ao número de planos de correção utilizado.

Pode-se concluir que, no caso que se deseja balancear o rotor em uma faixa de velocidades ampla, o procedimento usando Algoritmos Genéticos é o mais adequado. Entretanto, no caso o objetivo seja o de balancear o rotor para uma única velocidade de trabalho, o procedimento envolvendo Redes Neurais é o mais rápido e eficiente.

O passo seguinte deste trabalho é fazer a validação experimental dos métodos estudados. Deve-se salientar que a bancada experimental disponibilizada para esta pesquisa apresentou problemas de amortecimento excessivo dos modos de vibração necessários. Este problema deverá ser corrigido oportunamente.

Também é preciso fazer estudos comparativos entre as diferentes variáveis que influem no Algoritmo Genético, tais como: número adequado de gerações, número de indivíduos, relação entre os valores da função objetivo e o grau de eficiência do balanceamento, etc.

No caso da Procedimento usando Redes Neurais seria interessante poder tentar seu funcionamento considerando simultaneamente várias velocidades de balanceamento, o que naturalmente exige recursos computacionais adequados.

CAPÍTULO 7

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

AMARI, S., MURATA, N., MÜLLER, K.-R., FINKE, M., e YANG, H., 1996, "Statistical theory of overtraining - is cross-validation effective?", Advances in Neural Information Processing Systems 8, MIT Press., MIT, Boston, MA.

ASSIS, E., 1999, "Uso De Técnicas De Otimização Para Auxiliar O Projeto E Identificar Parâmetros De Máquinas Rotativas", Tese de Doutorado, UFU, Uberlandia –MG, Brasil.

BÄCK T.,HAMMEL U., e SCHWEFEL H., 1997, "Evolutionary Computation: Comments on the History and Current State,", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 1, pp. 3-17.

BALLO, I., 1981, "On the Balancing of Flexible Rotors Independent of Boundary Conditions", Ingenieur. Archives 30, pp.177-185.

BATHE, K. e WILSON, E. L., 1976, "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice – Hall.

BISHOP, R.E.D., GLANDELL, G.M.L., 1959, "the vibration and balancing of an unbalanced flexible rotor", Journal of mechanical Engineering Science, 1, pp. 66-77.

DEMUTH H., e BEALE M., 2002, Matlab - Neural Networks Toolbox, The Math-Works Inc.

EL-SHAFEI A., EL-KABBANI A., e YOUNAN A., 2002, "Rotor Balancing Without Trial Weights", Proceedings for ASME Turbo Expo 2002, Amsterdam, The Netherlands.

Facilities Engineering Branch, Engineering Division,1983, "Field Balancing Large Rotating Machinery", Facilities Instructions, Standards, & Techniques, Volume 2-2.

FERRARIS, G. et al., 1984, " Rapport Technique Relatif au Code de Calcul Rotor", Laboratoire de Mécanique des Structures, Lyon – France.

FOGEL, D., 1995, "Evolutionary Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence", IEEE Press.

FOILES W.C., ALLAIRE P.E., GUTER E.J., 1998, "Review: Rotor Balancing", Shock and Vibration 5, pp. 325-336.

FRITZEN, C. P., WIESE, D., BREITWIESER, M., GANS, P., 1999, "A Model-Based Method for Balancing of Flexible Rotors Mounted on Oil-Film Bearings Without Trial Weight", DETC99/VIB-8291.

GASCH, R., DRECHSLER, J., 1978, "Modales Auswuchten elastischer Läufer ohne Testgewichtsetzungen" (Modal balancing of flexible rotors without application of trial weights), VDI - Berichte Nr. 320, pp. 45-54.

GLOVER, F., 1977, "Heuristics for Integer Programming Using Surrogate Constraints", Decision Sciences 8 1, pp. 156-166.

GNIELKA, P., 1983, "Modal Balancing of Flexible Rotors Without Test Runs : An Experimental Investigation", Journal of Sound And Vibration, 90, pp. 157-172.

GOLDBERG D., 1989, "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning", Addison-Wesley, New York, NY.

GRANT V., 1985, "Evolution", Cambridge Univ. Press., UK

HASSAN G., 1995, "New Approach for Computer-Aided Static and Dynamic Balancing of Rigid Rotors". Journal of Sound and Vibration, pp. 649-661.

HAUPT R., e HAUPT S., 1998, "Practical Genetic Algorithmics", John Wiley & Sons Inc., New York, NY.

HAYKIN, S. S., 1998, "Neural Networks: A Comprehensive Foundation (2nd Edition)", Prentice Hall.

HERTZ, KROGH, e PALMER, 1991, "Introduction to the Theory of Neural Computation", Addison-Wesley.

HOLLAND, J.H., 1975, "Adaptation in natural and artificial systems", Univ. of Michigan Press, Ann Arbor , Ann Arbor-MI

HORNER G., e PILKEY W., 1978, "The Riccati Transfer Matrix Method", Journal of Mechanical Designs, Transaction of the American Society of Mechanical Engineers 100, pp. 297-302.

International Organization For Standardization, 1998, ISO 11342, "Methods And Criteria For The Mechanical Balancing Of Flexible Rotors".

International Organization for Standardization, 1986, ISO 1940, "Balance Quality of Rotating Rigid Rotors".

International Organization for Standardization, 1999, ISO 2953, "Balancing Machines – Description and evaluation".

JOINES J., e HOUCK, 1994, "On the Use of Non-Stationary Penalty Functions to Solve Constrained Optimization Problem with Genetic Algorithms", IEEE international Symposium Evolutionary Computation, Orlando, FL, pp. 579-584

JOINES J., HOUCK C., E KAY M., 1996, "A Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation", North Carolina State University, Raleigh, NC.

KANG, Y.; 1997, "Development and Modification of a Unfield Balancing Method for Unsymmetrical Rotor-Bearing System", Journal of Sound And Vibration, 199, pp. 349-368.

- KOVÁČZ, Z., 1996, "Redes Neurais Artificiais – Fundamentos e aplicações", Edição Acadêmica, São Paulo-Brasil.
- KOZA, J. R., 1992, "Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection", Stanford University, The MIT Press., Boston, MA.
- LACERDA, H., 1990, "Racionalização do Método dos Coeficientes de influência Aplicado ao Balanceamento de Rotores Flexíveis", Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlandia –MG, Brasil.
- LALANNE, M, e FERRARIS, G, 1998, "Rotordynamics Prediction in Engineering", 2nd Edition, J. Wiley & sons Inc, N.Y.
- MARQUARDT, D., 1963, "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Non-Linear Parameters", Journal of Social Industrial Applied Mechanics, (11), pp. 431-441.
- MASTERS, T., 1993, "Practical Neural Network Recipes in C++", Morgan Kaufmann Publishers.
- MEIROVITCH, L., 1969, "Analytical Methods in Vibrations", Collier-Macmillan Limited, London, UK.
- MICHALEWICZ Z., 1994, "Genetic Algorithms + Data + Structures = Evolution Programs", SpringerVerlag, New York, NY.
- MORTON, P.G., 1985, "Modal Balancing Of Flexible Shafts Without Trial Weights", Proceedings Of The Institution Of Mechanical Engineers 199, pp. 70-78.
- NALINAKSH S., SATISHKUMAR D., 2001, "Artificial Neural Networks Design for fault identification in a Rotor-Bearing Systems", Mechanism and Machine Theory, (36), pp. 157-175.
- OCHI L. S., 1998, "Algoritmos Genéticos: Origem e Evolução", Sociedade Brasileira de Mecânica Aplicada e Computacional. Boletim vol II, Rio de Janeiro, RJ, Brasil
- ONO, K., 1999, "Rotor Balancing Method Using LMI Optimization", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers (Edit C), Vol 65, No 634, pp. 2218-2225.

SAAVEDRA GONZÁLEZ, P, 1996, "Balanceamiento de rotores flexibles sin utilizar masas de prueba", VI Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Concepción, pp. 285-290, Chile.

SANTIAGO, D., BRITO, J., PEDERIVA, R., 2002, "Diagnóstico de falhas em máquinas rotativas usando redes neurais", II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, João Pessoa –PB- Brasil.

SHABLINSKY, A.G., 1995, "Machine Balancing in Field Conditions", VibroAcoustical systems and technologies.

SIMÕES R., STEFFEN V., 2002, "Sobre o problema da identificação de falhas em máquinas rotativas", II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, João Pessoa –PB- Brasil.

STEFFEN , V., LÉPORE N. F. P., 1983, "Simplified Methods for Rotor Systems Frequencies Using Classical Perturbations Techniques ", Proc. Of the 9th Canadian Congress of Applied Mechanics, Askatoon, Canada.

STEFFEN,V. e LACERDA, H., 1991, "Balanceamento de rotores Flexíveis Usando Otimização", Relatório Técnico, UFU, Uberlândia – MG, Brasil

SUH M., SHIM M., 2000, "Crack Identification using hybrid Neuro – Genetic Technique", Journal of Sound and Vibration, (238), pp. 617-635.

TAN, S., WANG. X.; 1993, "A theoretical Introduction to Low Speed Balancing of Flexible Rotors: Unification and Development of a Unified Approach to Flexible Rotor Balancing", Journal of Sound And Vibration, 168, pp. 385-394.

TEIXEIRA, R., 2001, "Uma Metodologia de Projeto de Controladores Híbridos Inteligentes com Aplicações no Controle Ativo de Vibrações Mecânicas", Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia – MG, Brasil.

VANDERPLAATS, G., 1993, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: With Applications", McGraw Hill College Division.

VAQUEIRO, J.; 1989, "Balanceamento de Rotores Flexíveis", Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas – SP, Brasil.

XU, B, QU, L. ,SUN, R., 2000, "The Optimization Technique-Based Balancing of Flexible Rotors Without Test Runs", Journal of Sound And Vibration, 238: pp. 877-892.

YAAGOUB N., MOHSIN S., AHMED Z., 2000, "Artificial Neural Networks in Vibration Control of Rotor-Bearing Systems", Simulation Practice and Theory, (7) , pp. 729-740.

ZHANG Y., XIE Y., e QIU D., 1992, "Identification of linearized oil-film coefficients in a flexible rotor-bearing system", Journal of Sound and Vibration 152, pp. 531-559.

ZHOU, S., 2001, "Active Balancing and Vibration Control of Rotating Machinery: A Survey", The Shock and Vibration Digest, September, pp. 361-371.