

JOSÉ EDUARDO SANTOS OLIVEIRA

**MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA APLICADO À
MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE
ESCOAMENTOS TURBULENTOS SOBRE GEOMETRIAS
MÓVEIS E DEFORMÁVEIS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto
Co-orientadora: Dra. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

UBERLÂNDIA - MG
2006

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UFU / Setor de Catalogação e Classificação

O48p

Oliveira, José Eduardo Santos, 1978-

Método da fronteira imersa aplicado à modelagem matemática e simulação numérica de escoamentos turbulentos sobre geometrias móveis e deformáveis / José Eduardo Santos Oliveira. - Uberlândia, 2006.

164f. : il.

Orientador: Aristeu da Silveira Neto.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Mecânica dos fluidos - Teses. 2. Turbulência - Teses. 3. Otimização - Teses. 4. Dinâmica dos fluidos - Teses. I. Silveira Neto, Aristeu da. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 532

À minha família...

Agradecimentos

A meus pais Sebastião e Iolanda, minha tia Terezinha e meu irmão Sebastião Carlos, pelo carinho, compreensão, ajuda e apoio incondicional, em todas as minhas decisões, mesmo aquelas mais difíceis. Vocês são muito importantes para mim e tenho um grande orgulho por todos.

Gostaria também de dedicar os mais sinceros agradecimentos aos meus orientadores o professor Aristeu e a Ana Lúcia, primeiramente pelo caráter, dedicação e competência acima da média. Pessoas que considero exemplares, e acima de tudo grandes amigos, aos quais depositei minha total confiança.

Aos colegas do LTCM e da FEMEC, que contribuíram com importantes sugestões e discussões proveitosas, proporcionando um ambiente agradável. E principalmente aqueles, que mais do que colegas, se tornaram verdadeiros amigos.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por financiar este trabalho e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (POSMEC/UFU) pelo suporte.

Índice

Índice	iii
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	xi
Nomenclatura	xii
Resumo	xvii
Abstract	xix
1 Introdução	1
2 Revisão bibliográfica	5
2.1 Métodos de Fronteira Imersa	5
2.2 Otimização de forma	9
2.3 Escoamentos sobre cilindros a altos números de Reynolds	14
2.4 Problemas com fronteira móvel.....	21
3 Modelo Matemático	31
3.1 Método da fronteira imersa.....	31
3.1.1 Modelo matemático para o fluido	32
3.1.2 Modelo matemático para a interface sólido-fluido	33
3.2 Função indicadora	35
3.3 Modelagem da turbulência	35
3.3.1 Metodologias de simulação.....	37
3.3.2 Modelos de turbulência.....	43
4 Metodologia Numérica	51
4.1 Discretização do domínio euleriano.....	51
4.1.1 Acoplamento pressão-velocidade	51
4.1.2 Discretização temporal	53

4.1.3	Discretização espacial das equações	53
4.1.4	Discretização do modelo de Spalart-Allmaras	56
4.1.5	Discretização para a função indicadora.....	58
4.2	Discretização do domínio lagrangiano.....	59
5	Resultados e Discussão – Simulações sem Modelagem da Turbulência	67
5.1	Interfaces móveis: cilindro de diâmetro variável no tempo	68
5.1.1	Escoamento sobre um cilindro com diâmetro crescente	69
5.1.2	Influência da velocidade de movimentação	71
5.1.3	Movimentação intermitente	77
5.1.4	Movimentação cíclica.....	78
5.2	Método inverso aplicado a otimização de forma	80
5.2.1	Definição do problema.....	80
5.2.2	Descrição do otimizador – <i>Simulated Annealing</i>	83
5.2.3	Resultados	86
5.3	Porque modelar a turbulência ?	93
6	Resultados e Discussão – Simulações com Modelagem da Turbulência.....	97
6.1	Simulações de escoamentos sobre cilindros circulares para altos números de Reynolds.....	98
6.1.1	Refinamento de malha	100
6.1.2	Resultados para os coeficientes das forças.....	101
6.1.3	Frequência de desprendimento de vórtices	104
6.1.4	Ângulo de separação da camada limite	105
6.1.5	Distribuição de pressão	108
6.1.6	Visualização do escoamento	112
6.2	Escoamentos sobre aerofólios.....	122
6.2.1	Aerofólio estacionário.....	124
6.2.2	Aerofólio móvel – oscilação harmônica	126
6.2.3	Aerofólio móvel – altas frequências de oscilação	146

7 Conclusões e Perspectivas.....	151
8 Bibliografia.....	155

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Problema que motivou o desenvolvimento do método de fronteira imersa.	5
Figura 2.2 - Algoritmo de otimização de forma através de métodos clássicos de movimentação da interface.	13
Figura 2.3 - Esteira de von Kármán com mais de 300 Km comprimento formada sobre o vulcão Beerenberg na ilha Jan Mayen território da Noruega, MISR/NASA.	15
Figura 2.4 - Variação das componentes da força de arrasto em função do número de Reynolds e padrões do escoamento, para um cilindro circular.	16
Figura 2.5 - Acidente de helicóptero pela falha em uma das pás do rotor devido a esforços cíclicos.	22
Figura 2.6 - Histerese na força de sustentação e eventos característicos do escoamento para um aerofólio em movimento oscilatório, reproduzido de Carr <i>et al.</i> (1977).	23
Figura 3.1 - Representação das malhas euleriana e lagrangiana para um corpo imerso de geometria arbitrária.	31
Figura 3.2 - Volume de controle em um ponto lagrangiano qualquer.	34
Figura 3.3 - Processo de distribuição da força lagrangiana para os pontos eulerianos.	34
Figura 3.4 - Escoamento turbulento, esteira formada atrás de um avião (Fonte : www.nasa.gov).	36
Figura 3.5 - Esboços de Leonardo da Vinci representando o escoamento da água sobre obstáculos.	40
Figura 4.6 - Esquema da malha deslocada utilizado na discretização das equações.	54
Figura 4.7 - Malha não-uniforme e distâncias associadas a face e	56
Figura 4.8 - Função distribuição D_{ij} aplicada em uma malha bidimensional ($N = 2$).	60
Figura 4.9 - Pontos auxiliares utilizados no esquema de interpolação para cálculo das forças lagrangianas.	61
Figura 4.10 - Esquema de interpolação da componente horizontal da velocidade para o ponto auxiliar 3.	62
Figura 4.11 - Esquema de interpolação da componente vertical da velocidade para o ponto auxiliar 3.	62
Figura 4.12 - Esquema de interpolação da pressão para o ponto auxiliar 3.	64

Figura 4.13 - Determinação da pressão sobre o ponto da interface.	65
Figura 5.1 - Esquema ilustrativo do domínio de cálculo e malhas euleriana e lagrangiana na região próxima ao cilindro.	69
Figura 5.2 - Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para o escoamento em torno de um cilindro.	71
Figura 5.3 - Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para várias velocidades de crescimento do cilindro.	72
Figura 5.4 - Comprimento da bolha de recirculação formada à jusante do cilindro.	73
Figura 5.5 - Comparação das linhas de corrente ao final da movimentação (em preto) com as linhas de corrente para a situação estática (em cinza).	74
Figura 5.6 - Distribuição do coeficiente de pressão para várias velocidades de crescimento do cilindro ao final da simulação, $Re_D = 40$	75
Figura 5.7 - Evolução temporal do campo de vorticidade durante o crescimento do cilindro para $V_{mov} = 0,025[m/s]$	76
Figura 5.8 - Evolução do campo de pressão durante o crescimento do cilindro para $V_{mov} = 0,025[m/s]$	76
Figura 5.9 - Evolução temporal das linhas de corrente durante o crescimento do cilindro para $V_{mov} = 0,025[m/s]$	77
Figura 5.10 - Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para um crescimento intermitente do cilindro a $V_{mov} = 0,025 [m/s]$	78
Figura 5.11 - Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para uma movimentação cíclica a $V_{mov} = 0,0125 [m/s]$	79
Figura 5.12 - Distribuição do coeficiente de pressão: (a) cilindro e (b) elipse.	80
Figura 5.13 - Pontos de controle utilizados para a definição da geometria.	82
Figura 5.14 - Parametrização dos pontos de controle.	82
Figura 5.15 - Espaço de projeto definido pelas restrições laterais inferior ($\vec{r}_{inf}$) e superior ($\vec{r}_{sup}$); - - - - projeto inicial e — projeto ótimo.	83
Figura 5.16 - Critério de convergência da função objetivo (IB/VPM).	84
Figura 5.17 - Esquema de funcionamento do <i>Simulated Annealing</i> ; distribuição da energia.	86
Figura 5.18 - Histórico da função objetivo, obtido com a implementação padrão do <i>Simulated Annealing</i>	87
Figura 5.19 - Histórico da função objetivo, obtido com código ASA (Ingber, 1993).	88

Figura 5.20 - Projeto ótimo obtido com o <i>Simulated Annealing</i> padrão.	89
Figura 5.21 - Projeto ótimo obtido com o código ASA (Ingber, 1993).	90
Figura 5.22 - Histórico dos projetos obtidos com o <i>Simulated Annealing</i> padrão.	91
Figura 5.23 - Evolução temporal do coeficiente de sustentação, aerofólio NACA 0012 a $Re_D = 10^4$ e ângulo de ataque $\alpha = 8^\circ$: — URANS/S-A e - - - LES/Smagorinsky.	93
Figura 5.24 - Evolução temporal de linhas de corrente e campo de viscosidade efetiva calculados com modelo de Smagorinsky e S-A.	94
Figura 5.25 - Detalhe do escoamento sobre o aerofólio na região do bordo de ataque: (a) Smagorinsky/LES e (b) URANS/S-A.	95
Figura 6.1 - Malha utilizada na discretização do domínio para simulações do cilindro estacionário, destaque para a região do cilindro modelado com o método da fronteira imersa.	98
Figura 6.2 - Esquema do domínio de cálculo e posicionamento do cilindro.	99
Figura 6.3 - Evolução temporal do coeficiente de arrasto: (a) URANS e (b) LES.	100
Figura 6.4 - Evolução temporal dos coeficientes de força para $Re_D = 10^4$: (a) coeficiente de arrasto e (b) coeficiente de sustentação	102
Figura 6.5 - Coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para um cilindro circular estacionário.	103
Figura 6.6 - Definição do ângulo de separação.	106
Figura 6.7 - Determinação do ponto de separação através do campo médio de velocidade, $Re_D = 10^4$, para a metodologia LES.	107
Figura 6.8 - Distribuição do coeficiente de pressão médio ao longo do cilindro: (a) comparação com resultados experimentais e (b) efeito do refinamento de malha para LES.	109
Figura 6.9 - Distribuição do coeficiente de pressão instantâneo sobre o cilindro, comparados com as medições de Cantwell e Coles (1983): (a) LES e (b) DES.	111
Figura 6.10 - Campo instantâneo de viscosidade efetiva para $Re_D = 10^4$: (a) LES, (b) DES e (c) URANS.	113
Figura 6.11 - Campo instantâneo de vorticidade ($-190 \leq \omega_z \leq 190$) para $Re_D = 10^4$: (a) LES, (b) DES e (c) URANS.	114
Figura 6.12 - Iso-contornos de pressão para escoamento a $Re_D = 10^4$: (a) LES, (b) DES e (c) URANS.	115

Figura 6.13 - Linhas de correntes e vetores de velocidade instantâneos para $Re_D = 10^4$: (a) LES, (b) DES e (c) URANS.	116
Figura 6.14 - Estruturas transientes do escoamento: (a) visualização experimental tirada de Schlichting (1979) e (b) resultados numéricos obtidos com LES para $Re_D = 10^4$	117
Figura 6.15 - Campo médio do módulo da velocidade para $Re_D = 10^4$: (a) URANS, (b) DES e (c) LES.	118
Figura 6.16 - Campo médio do módulo da velocidade para $Re_D = 10^6$, tirado de Catalano et al. (2003).	118
Figura 6.17 - Perfis médios da componente u da velocidade sobre a esteira: secção I em $x/D = 0,50$, secção II em $x/D = 0,75$ e secção III em $x/D = 3,0$	119
Figura 6.18 - Instantes iniciais das simulações para: (a) LES (b) DES e (c) URANS.	121
Figura 6.19 - Malha computacional utilizada nas simulações.	122
Figura 6.20 - Esquema do domínio de cálculo e posição do aerofólio.	123
Figura 6.21 - Coeficientes de (a) sustentação e (b) arrasto em função do ângulo de ataque para um aerofólio estático a $Re_D = 10^4$; —○— presente trabalho, —○— Akbari e Prince (2003) e - - - XFOIL (Drela, 1989).	124
Figura 6.22 - Evolução temporal do coeficiente de (a) sustentação e (b) arrasto durante seis ciclos oscilatórios; $Re_c = 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e $\kappa = 0,50$	126
Figura 6.23 - Histerese nos coeficientes de sustentação e arrasto para aerofólios em movimento oscilatório; $Re_c = 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e frequências reduzidas: (a) $\kappa = 0,15$ (b) $\kappa = 0,25$ e (c) $\kappa = 0,50$	128
Figura 6.24 - Eventos característicos do estol dinâmico no coeficiente de sustentação e linhas de corrente; $Re_c = 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e $\kappa = 0,15$	129
Figura 6.25 - Eventos característicos do estol dinâmico no coeficiente de sustentação e linhas de corrente; $Re_c = 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e $\kappa = 0,25$	131
Figura 6.26 - Eventos característicos do estol dinâmico no coeficiente de sustentação e linhas de corrente; $Re_c = 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e $\kappa = 0,50$	132
Figura 6.27 - Campos de vorticidade instantâneos ($-50 \leq \omega_z \leq 50$) para diferentes fases durante o último ciclo de oscilação; $Re_c = 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e $\kappa = 0,15$	134
Figura 6.28 - Campos de vorticidade instantâneos ($-50 \leq \omega_z \leq 50$) para diferentes fases durante o último ciclo de oscilação; $Re_c = 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e $\kappa = 0,25$	135
Figura 6.29 - Campos de vorticidade instantâneos ($-50 \leq \omega_z \leq 50$) para diferentes fases durante o último ciclo de oscilação; $Re_c = 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e $\kappa = 0,50$	137
Figura 6.30 - Comparação do ciclo de histerese nos coeficientes normal e de arrasto para	

$Re_c = 10^4$: — presente trabalho e - - - resultados numéricos de Akbari e Prince (2003); (a) $\kappa = 0,15$ (b) $\kappa = 0,25$ e (c) $\kappa = 0,50$ 138

Figura 6.31 - Comparação do ciclo de histerese para o coeficientes de sustentação. — presente trabalho ($Re_c = 10^4$) (a) $\kappa = 0,15$ (b) $\kappa = 0,25$ e (c) $\kappa = 0,50$. e -o-o- experimental de Panda e Zaman (1994) ($Re_c = 4,4 \times 10^4$): (a) $\kappa = 0,16$ (b) $\kappa = 0,20$ e (c) $\kappa = 0,40$ 140

Figura 6.32 - Evolução temporal do coeficiente de pressão durante o último ciclo de oscilação a $Re_c = 10^4$ e $\kappa = 0,25$ 142

Figura 6.33 - Efeito do número de Reynolds na histerese dos coeficiente de sustentação e arrasto para aerofólios em movimento oscilatório; $\kappa = 0,25$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e números de Reynolds: (a) $Re_c = 10^3$, (b) $Re_c = 5 \times 10^3$ e (c) $Re_c = 10^4$ 143

Figura 6.34 - Visualização do escoamento em túnel de fumaça do escoamento a $Re_c = 4,4 \times 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e $\kappa = 0,20$ tirado de Panda e Zaman (1994); linhas de corrente, simulação do presente trabalho para $Re_c = 10^4$, $\bar{\alpha} = 15^\circ$, $\Delta\alpha = 10^\circ$ e $\kappa = 0,25$ 145

Figura 6.35 - Aerofólio em movimento oscilatório para altas frequências, — coeficiente de arrasto, - - - ângulo de ataque; $Re_c = 10^4$, $\kappa = 15$, $\Delta\alpha = 5^\circ$ e ângulo de ataque médio: (a) $\bar{\alpha} = 15^\circ$, (b) $\bar{\alpha} = 10^\circ$ e (c) $\bar{\alpha} = 5^\circ$ 147

Figura 6.36 - Movimento combinado de oscilação angular e translação vertical, conhecido como *flapping*. 148

Figura 6.37 - Coeficientes de arrasto e sustentação para um aerofólio em flapping; $Re_c = 10^4$, $\kappa = 5$, $\Delta\alpha = 10^\circ$, $\Delta h = 0,4c$ e $\psi = 90^\circ$: evolução temporal do (a) coeficiente de arrasto e (b) coeficiente de sustentação. 149

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 - Comprimento da bolha de recirculação, L_w , para $Re_D = 40$ utilizando várias velocidades de movimentação	74
Tabela 5.2 - Projeto ótimo obtido com os algoritmos de otimização.	90
Tabela 6.1 - Número de pontos da malha euleriana utilizada nas simulações	101
Tabela 6.2 - Coeficiente de arrasto médio obtido nas simulações e resultados experimentais.	102
Tabela 6.3 - Número de Strouhal obtido nas simulações e resultados experimentais.	105
Tabela 6.4 - Valor do ângulo de separação do escoamento sobre o cilindro.	106
Tabela 6.5 - Casos simulados para aerofólios em movimento oscilatório de arfagem.	126
Tabela 6.6 - Casos simulados para aerofólios oscilantes a altas frequências.	146

Nomenclatura

Letras Latinas

A	termo advectivo
c	corda do aerofólio
C_D	coeficiente de arrasto
C_L	coeficiente de sustentação
C_n	coeficiente normal de força
C_p	coeficiente de pressão
C_S	constante de Smagorinsky
ds	comprimento entre os pontos lagrangianos
D	diâmetro do cilindro, termo difusivo
D_{ij}	função distribuição
E	energia
f	vetor força euleriana, frequência
F	vetor força lagrangiana
F_{obj}	função objetivo
k	energia cinética turbulenta
h	posição vertical no movimento do tipo <i>flapping</i>
G	gradiente da função indicadora
I	função indicadora
ℓ	escala de comprimento
L_w	comprimento da bolha de recirculação
$\vec{n}$	vetor normal
N	espaço de projeto, número de dimensões
p	pressão
P	probabilidade
q	polinômio de Lagrange
r	raio
Re	número de Reynolds
S_{ij}	tensor deformação

s	solução
St	número de Strouhal
t	tempo
T	temperatura
u	componente horizontal da velocidade
U_∞	velocidade da corrente livre
v	componente vertical da velocidade
V_{mov}	velocidade de movimentação da fronteira
x	coordenada cartesiana horizontal
$\vec{x}$	vetor posição euleriano
$\vec{X}_k$	vetor posição lagrangiano
y	coordenada cartesiana vertical

Símbolos Gregos

α	ângulo de ataque
δ	função delta de Dirac
Δ	tamanho da malha
ϕ	variável genérica
Γ	interface lagrangiana
κ	frequência reduziada
ν	viscosidade cinemática
θ	ângulo
ρ	massa específica
τ_{ij}	tensor sub-malha de Reynolds
ω	vorticidade
Ω	coordenada cartesiana vertical
ψ	ângulo de defasagem

Operadores

Δ	variação
∂	derivada parcial

∇	nabla
$\int$	integral
$\sum$	somatório
$\prod$	produtório
—	interpolação

Índices

0	inicial
i, j	pontos eulerianos
k	pontos lagrangianos
fk	fluido próximo a interface lagrangiana
sep	separação
t	variável turbulenta
n	norte
s	sul
e	leste
w	oeste

Superíndices

*	grandeza adimensional, variável estimada
'	variável aproximada
$\sim$	variável auxiliar
n	iteração

Siglas

CFD	Computational Fluid Dynamics
DES	Detached Eddy Simulation
DNS	Direct Numerical Simulation
IB	Immersed Boundary
LES	Large Eddy Simulation

LEV	Leading-Edge Vortex
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
TEV	Trainling-Edge Vortex
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes
VPM	Virtual Physical Model

Oliveira, J. E. S., 2006, "Método de Fronteira Imersa Aplicado à Modelagem Matemática e Simulação Numérica de Escoamentos Turbulentos sobre Geometrias Móveis e Deformáveis", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.

Resumo

A modelagem matemática de escoamentos turbulentos sobre geometrias complexas móveis possui uma extensa área de aplicações práticas e por isso ocupa lugar de destaque nas pesquisas recentes em engenharia. Uma linha proposta para o tratamento numérico deste tipo de problemas são os métodos de fronteira imersa. Esta metodologia, ainda em desenvolvimento, tem por base a separação do problema em dois domínios distintos, um domínio fixo euleriano utilizado para discretizar as equações do fluido e outro lagrangiano usado para representação da interface fluido-sólido. Como os domínios são geometricamente independentes, não existem restrições quanto à movimentação ou deformação de corpos imersos no escoamento. O presente trabalho apresenta uma extensão do Modelo Físico Virtual, uma metodologia de fronteira imersa desenvolvida no LTCM/UFU, para a simulação de escoamentos a altos números de Reynolds sobre geometrias móveis ou deformáveis. O modelo foi utilizado na simulação de escoamentos laminares sobre corpos deformáveis, aplicados a problemas de otimização de forma. Foram também simulados aerofólios NACA 0012 móveis imersos em escoamentos turbulentos. Um estudo comparativo de três diferentes metodologias de modelagem da turbulência em conjunto com o método de fronteira imersa foi também realizado. São apresentados resultados dos coeficientes de arrasto, de sustentação e de pressão, assim como o número de Strouhal e resultados qualitativos dos campos de visualização da dinâmica para cada escoamento estudado. Comparações foram feitas com resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura, e demonstraram uma boa coerência física.

Palavras Chave : Métodos de Fronteira Imersa, Modelo Físico Virtual, Modelagem da Turbulência, Fronteiras Móveis, Otimização.

Oliveira, J. E. S., 2006, "Immersed Boundary Method Applied to Mathematical Modeling and Numerical Simulation of Turbulent Flow over Moving and Deformable Boundaries", Doctor Thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brazil.

Abstract

The mathematical modeling of turbulent flows around complex moving geometries has always been an extensive area of practical applications and therefore takes place in the recent engineering research. A possible numerical method proposed to handle these problems is the so called Immersed Boundary Methods. This methodology is still under development and consists in separating the problem in two domains, a fixed Eulerian domain used to discretize the fluid equations and a Lagrangian domain used to represent the solid/fluid interface. Since there is no geometric dependence between these two meshes, the immersed boundary method can easily handle moving or deformable bodies immersed in the fluid flow. This work presents an extension of the Virtual Physical Model, an immersed boundary methodology developed at the LTCM/UFU, to simulate fluid flows at high Reynolds numbers around moving or deformable bodies. The model was used in the simulation of immersed deformable bodies in laminar flows and was applied in shape optimization problems. Simulations of the turbulent flow past a pitching NACA 0012 airfoil was also presented. A brief comparative studied of three turbulence methodologies implemented with immersed boundary methods is also presented in this work. The results were compared with the experimental and numerical results available from literature, and a good physical coherence was obtained.

Key Words : Immersed Boundary Methods, Virtual Physical Model, Turbulence Modeling, Moving Boundaries, Optimization.

Capítulo I

Introdução

Grande parte das pesquisas em dinâmica dos fluidos envolve escoamentos sobre geometrias complexas, principalmente em aplicações voltadas à aeronáutica. Um exemplo disto é a predição das forças aerodinâmicas no escoamento sobre aeronaves e automóveis, ou mesmo sobre um simples aerofólio. Devido à complexidade do fenômeno, por muito tempo, as pesquisas nesta área ficaram limitadas a análises de experimentos em túneis de vento e testes de campo. Pesquisas experimentais nesta área são muito caras financeiramente, mesmo para os países desenvolvidos. Este fato motivou o surgimento de agências internacionais com o objetivo de unir esforços de diversos países em pesquisas realizadas nesta área. Um exemplo disto é o grupo AGARD (*Advisory Group for Aerospace Research and Development*), criado em janeiro de 1952 e chefiado inicialmente por Theodore von Kármán. A função do AGARD era promover e melhorar a troca de informações relacionadas à pesquisa aeroespacial em desenvolvimento nos países membros da OTAN (Organização do Tratado do Atlântico Norte). Pesquisas na área aeroespacial, em sua grande maioria são de caráter confidencial, e portanto, de acesso restrito aos países em desenvolvimento. Esta restrição pode ser devida aos custos proibitivos dos experimentos, à falta de cooperação internacional ou ao fato das pesquisas nesta área sempre estarem associadas ao desenvolvimento militar.

Nas últimas décadas, o desenvolvimento de novas técnicas de simulação numérica tem permitido que países com menos recursos também desenvolvam pesquisas nesta área, uma vez que o custo de simulações numéricas é substancialmente menor do que as pesquisas experimentais desenvolvidas na área aeroespacial. Na área de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamics*) os estudos estão concentrados principalmente em geração de malha, solvers e na turbulência. Sabe-se que o tratamento de geometrias complexas ainda representa um grande desafio em CFD, e este desafio torna-se cada vez mais instigante quando o problema envolve fronteiras móveis, onde a movimentação do corpo, invariavelmente, perturba a dinâmica do escoamento.

Existem na literatura muitas abordagens para se tratar este tipo de problema, mas nenhuma delas é definitiva e muito ainda deve ser feito nesta área. Por envolver essencialmente geometrias complexas que podem ser móveis e/ou deformáveis, os métodos clássicos de simulação usados apresentam alguns inconvenientes e dificilmente são empregados com eficiência a todos os casos. Basicamente duas metodologias vêm sendo empregadas na simulação desse tipo de problema. Uma faz uso de malhas não estruturadas, para descrever geometrias complexas e utiliza técnicas de remalhagem nos casos de corpos deformáveis. Tem-se, alternativamente, os métodos baseados no conceito de Fronteira Imersa. Esta última apresenta algumas vantagens, podendo-se citar: a possibilidade de simular geometrias complexas em malhas cartesianas; a não necessidade de reconstrução da malha usada para discretizar o fluido, a cada passo de tempo, processo este bastante caro computacionalmente.

Diante das dificuldades em simular escoamentos com a presença de corpos móveis e deformáveis, o presente trabalho emprega o método de Fronteira Imersa em simulações de escoamentos bidimensionais com fronteiras móveis visando uma melhor análise da metodologia e também o uso do método como ferramenta permitindo assim um melhor entendimento da dinâmica dos escoamentos nos problemas estudados. Tem-se como objetivo a extensão do Modelo Físico Virtual, proposto por Lima e Silva (2002) que desenvolveu e utilizou o método para simular escoamentos sobre corpos estacionários, aplicando-o à simulação de escoamentos turbulentos sobre interfaces móveis.

A redação da tese foi dividida em sete capítulos, sendo no capítulo inicial apresentadas as motivações que levaram ao desenvolvimento do presente trabalho. No Capítulo II é apresentado um levantamento bibliográfico acerca dos temas relevantes ao desenvolvimento do trabalho. Foram abordados temas ligados ao método de fronteira imersa, otimização de forma, escoamentos a altos números de Reynolds sobre cilindros estacionários e problemas de fronteiras móveis com ênfase em aerofólios em movimento de arfagem. A modelagem matemática das equações do fluido e da interface, bem como fundamentos do tratamento matemático utilizado para a modelagem da turbulência são apresentados no Capítulo III. O Capítulo IV apresenta uma descrição dos métodos numéricos e a discretização das equações utilizadas na resolução numérica das equações. Optou-se, na apresentação dos resultados, por uma separação em dois capítulos. Os resultados das simulações de escoamentos sem modelagem da turbulência são apresentados

no Capítulo V e os resultados das simulações com modelagem da turbulência são apresentados no Capítulo VI. Por fim, são apresentadas no Capítulo VII, as considerações finais e propostas para desdobramentos futuros.

Capítulo II

Revisão bibliográfica

2.1 Métodos de Fronteira Imersa

O método de fronteira imersa (*Immersed Boundary Method* – IB) surgiu como uma alternativa eficiente aos métodos cujas malhas se ajustam às fronteiras (*body-fitted*) para tratamento de problemas envolvendo geometrias complexas, móveis e deformáveis. No método de fronteira imersa o corpo é representado por um campo de forças que, de alguma forma, é inserido às equações do fluido, fazendo com que o corpo seja modelado indiretamente. O método foi desenvolvido por Peskin (1972) cuja motivação era simular o escoamento de sangue em válvulas cardíacas (Fig. 2.1).

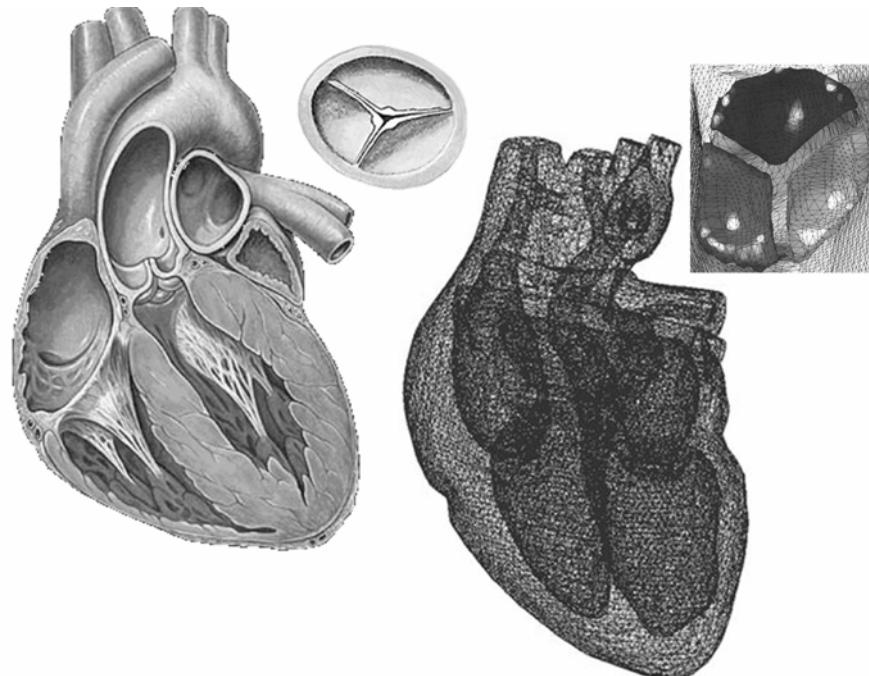


Figura 2.1 - Problema que motivou o desenvolvimento do método de fronteira imersa.

Os métodos que usam malhas que se ajustam ao corpo conseguem ter uma maior versatilidade no controle da resolução da malha nas regiões de parede, característica sempre desejada quando escoamentos a altos Reynolds estão envolvidos. Em compensação, os métodos de fronteira imersa, ganham em simplicidade no procedimento de geração de malha e sobretudo em escoamentos sobre fronteiras móveis, pois se evita a reconstrução da malha a cada passo de tempo. O método de fronteira imersa, devido a sua conceitual simplicidade para lidar com problemas de interfaces complexas e móveis, torna-se atrativo, especialmente em casos que envolvem grandes deslocamentos.

Um dos pontos chave dos métodos IB é a imposição indireta, o que é feito com um campo de força inserido como termo fonte, de uma condição de contorno na interface imersa, de modo que o escoamento sinta a presença física do corpo e ocorra o desenvolvimento de um escoamento coerente. Este é também um ponto que distingue as várias versões dos métodos de IB, como destacado por Mittal e Iaccarino (2005), que propõem uma classificação para os métodos IB segundo o tipo de modelo de força empregado. Segundo Mittal e Iaccarino (2005) os métodos IB são divididos em:

- *Métodos de força contínua*: O termo de força é incorporado na forma contínua das equações de Navier-Stokes, antes da discretização das equações. Aqui se pode ainda separar em outras classes segundo o tipo de modelagem.

- *Fronteiras elásticas*: Está é a linha de modelagem do trabalho original de Peskin (1972) e também em Peskin (1977). O fluido é representado pelas equações de Navier-Stokes que são resolvidas sobre todo o domínio e a fronteira do corpo é modelada através de um conjunto de pontos lagrangianos que estão unidos entre si por uma força elástica. A fronteira reage à força exercida pelo fluido de acordo com a taxa de deformação da fronteira. A força é baseada na Lei de Hooke e é inserida apenas nas posições da fronteira, através de uma função do tipo delta de Dirac, como termo fonte nas equações de Navier-Stokes. A mesma formulação foi utilizada por Unverdi e Tryggvason (1992) para a simulação de escoamentos bifásicos, onde a força elástica foi substituída por uma força de tensão superficial entre os fluidos. O método foi aplicado para simulações do movimento de bolhas em escoamentos. Para localizar dinamicamente as regiões ocupadas por cada fluido, no tempo e no espaço, foi utilizado um método de acompanhamento de interfaces do tipo *front-tracking* proposto pelos autores. Beyer (1992)

apresenta uma formulação modificada do método de Peskin, que foi utilizada para simular o comportamento bio-mecânico de um canal auricular. Fauci e McDonald (1994) incluíram na formulação forças hidrodinâmicas de interação entre membranas elásticas e corpos rígidos, com o objetivo de simular a movimentação de animais aquáticos. Foram realizadas simulações bidimensionais, que conseguiram capturar padrões observados experimentalmente. Estes métodos IB, classificados aqui como fronteiras elásticas, podem ser utilizados também para a simulação de corpos rígidos, como mostrado por Lai e Peskin (2000). Estes autores apresentaram uma formulação com precisão de segunda ordem para o método original de Peskin. Foram simulados escoamentos sobre cilindros rígidos estacionários. Zhu e Peskin (2003) apresentaram a simulação do escoamento sobre um filamento flexível, problema bastante complexo de interação fluido-estrutura.

- *Fronterias rígidas*: Um dos trabalhos clássicos nesta linha foi desenvolvido por Goldstein *et al.* (1993), que propuseram um modelo para determinação da densidade de força na fronteira denominado *force feedback method*. Neste modelo são utilizadas constantes *ad-hoc* na formulação da força e assim busca-se encontrar uma força que ajuste a velocidade do fluido na fronteira à velocidade do corpo. Glowinski *et al.* (1994) propuseram um método que consiste em preencher os corpos rígidos pelo fluido que o circunda, impondo no fluido uma rigidez. Para a movimentação faz-se o uso de Multiplicadores de Lagrange Distribuídos (*Distributed Lagrangian Multipliers* - DLM) para relaxar a restrição de rigidez. Este método tem sido bastante utilizado em sistemas particulados. Angot *et al.* (1999) e também Khadra *et al.* (2000) desenvolveram um método onde se propõe que todo o escoamento ocorra em um meio poroso sendo, portanto, governado pelas equações de Navier-Stokes/Brinkman que levam em conta um termo de força adicional relacionado à impermeabilidade do meio. Este método foi utilizado na simulação de cilindros estacionários.

- *Métodos de força discreta*: O termo de força é introduzido após a discretização das equações, o que pode ser feito de duas maneiras, como mostrado nos itens abaixo.

- *Imposição indireta da condição de contorno*: A imposição da condição de contorno é feita de maneira indireta, ou seja, deve-se obter uma força que, quando inserida nas equações de Navier-Stokes, leve à obtenção da condição de contorno especificada para a fronteira. Na classe de métodos apresentados anteriormente, esta imposição é feita usando modelos simplificados de força para frear o fluido, pois as equações de Navier-Stokes não podem ser integradas analiticamente. Uma alternativa a este problema foi apresentada por Mohd-Yosuf (1997)

que propôs uma formulação discreta no tempo para o método de fronteira imersa. O método foi denominado *direct force method*. Nele o termo de força lagrangiano é calculado a partir da solução numérica do escoamento. Inicialmente resolvem-se numericamente somente as equações de Navier-Stokes (sem a presença do modelo IB) e então calcula-se o termo de força com base nas equações de movimento, utilizando para isto o campo estimado na solução numérica. O termo de força é calculado pela diferença entre o campo estimado e a condição de contorno que se deseja na fronteira. No próximo instante de tempo, o termo de força calculado é inserido como termo fonte nas equações discretizadas de Navier-Stokes. A principal vantagem é que o termo de força é calculado de maneira automática, sem o uso de constantes que precisam ser ajustadas pelo usuário, para cada tipo de problema. Verzicco *et al.* (2000) apresentaram a extensão do método proposto por Mohd-Yusuf para problemas com fronteiras móveis. Foi simulado o escoamento em uma câmara de combustão, onde a movimentação do pistão e do cilindro foi imposta através de uma equação de movimento harmônico. Os resultados foram comparados a medições experimentais e apresentaram um bom ajuste. Além das forças de quantidade de movimento, Kim *et al.* (2001) incluíram termos fonte e sumidouro de massa às equações do modelo de Mohd-Yusuf, conseguindo assim impor a condição de não-deslizamento para a fronteira e também a equação da continuidade nas células Eulerianas da interface. Funções de interpolação de segunda ordem lineares e bilineares foram utilizadas para a velocidade. A metodologia apresentou melhores resultados para problemas a números de Reynolds mais elevados do que os obtidos sem a modelagem dos termos de massa.

- *Imposição direta da condição de contorno*: a imposição da condição de contorno na interface é feita de maneira direta com o uso de células fantasma (*ghost cells*), que são definidas como sendo as células no sólido que possuem como vizinhos ao menos uma célula na região de fluido. O método consiste em impor a condição de contorno desejada na interface que, via de regra, não coincide com os pontos da malha. Isto é feito através de uma função que extrapola o valor necessário para a célula fantasma, localizada dentro do corpo. Majumdar *et al.* (2001) apresentam três diferentes esquemas de interpolação que foram utilizados em um código de diferenças finitas e validados para casos bidimensionais a baixos números de Reynolds. Nesta mesma linha de desenvolvimento, Tseng e Ferziger (2003) apresentaram uma formulação de fronteira imersa com células fantasma de segunda ordem de precisão. A precisão do método foi validada na simulação de escoamentos sobre cilindros e escoamentos turbulentos sobre um canal ondulado. Códigos baseados em volumes finitos permitem a conservação local da quanti-

dade de movimento e da continuidade. Aproveitando esta característica, Udaykumar *et al.* (1996) e Ye *et al.* (1999) usaram uma formulação denominada *cut-cell*, que considera apenas a parcela da célula que contém fluido e portanto originando novos volumes de controle sobre a interface. Os fluxos, a estimativa de massa e os gradientes de pressão necessários para a discretização por volumes finitos devem ser reavaliados nestes novos volumes. Funções de interpolação são utilizadas para o cálculo apropriado das variáveis e dos fluxos.

O modelo de força utilizado no presente trabalho, denominado Modelo Físico Virtual (*Virtual Physical Model* – VPM), proposto por Lima e Silva *et al.* (2003), é um modelo de força discreta com imposição indireta da condição de contorno. A força sobre a interface é calculada dinamicamente através das equações de conservação da quantidade de movimento sobre uma partícula de fluido na interface. A força calculada é inserida como termo fonte nas equações de Navier-Stokes. Assim impõe-se, de maneira indireta, a condição de contorno desejada sobre a fronteira. O método tem a capacidade de se auto-ajustar ao escoamento uma vez que a força necessária para frear as partículas de fluido próximas a interface é calculada de maneira automática, sem a necessidade do uso de constantes *ad-hoc*. Este método vem apresentando bons resultados na simulação de diferentes casos. Oliveira *et al.* (2004) utilizaram a metodologia na simulação de escoamentos sobre um cilindro de diâmetro variável no tempo. Arruda (2004), interessado em estudar um dispositivo de bombeamento sanguíneo, simulou o escoamento em uma geometria simplificada de um canal com uma cavidade com fundo móvel. Escoamentos complexos sobre múltiplos corpos foram estudados por Lima e Silva *et al.* (2004). Oliveira *et al.* (2005) estudaram escoamentos sobre aerofólios em movimento oscilatório de arfagem. Problemas envolvendo interação fluido estrutura a baixos números de Reynolds foram abordados por Vilaça *et al.* (2005) que estudaram partículas em queda livre e Remigio (2005) aplicou o IB/VPM no estudo da movimentação, induzida pelo escoamento, de válvulas cardíacas. Campregher (2005) estendeu a metodologia para problemas tridimensionais, visando também o estudo de problemas de interação fluido estrutura. Oliveira *et al.* (2005) mostraram que a metodologia é apropriada para o estudo de problemas a altos números de Reynolds.

2.2 Otimização de forma

Metodologias sobre o projeto ótimo de formas têm sido objetivo constante de muitos es-

tudos ao longo dos anos. Os primeiros trabalhos nessa área são datados de 1920, no estudo de perfis de aletas que maximizassem a transferência de calor (Fabbri, 1997). Nessa época os trabalhos na área tinham uma aplicação bastante limitada, principalmente devido a falta de recursos computacionais. Com o desenvolvimento e aperfeiçoamento de códigos para CFD o assunto passou a ser melhor explorado. Um grande esforço vem sendo feito desde 1970 na tentativa de empregar CFD como ferramenta para o projeto ótimo de formas, principalmente no que se refere à otimização aerodinâmica (Nadarajah e Jameson, 1999).

Entretanto, na última década, o avanço tanto no campo de CFD quanto com relação aos recursos computacionais se acentuaram bastante, e também o uso dessas tecnologias acopladas a métodos de otimização aplicados ao projeto de formas. Em geral, problemas de projeto de forma podem ser divididos em duas classes, com base na formulação do problema e na metodologia empregada: (i) otimização e (ii) problema inverso.

Na metodologia de otimização, o problema de projeto de forma é posto como um problema de minimização de uma função objetivo sujeita a restrições que podem ser, por exemplo, restrições geométricas e/ou condições do escoamento. Um dos primeiros trabalhos usando essa abordagem foi desenvolvido em 1974 (Soemarwoto, 1997). Segundo Choi *et al.* (2000) essa abordagem possui alguns inconvenientes, por exemplo, quando existe a presença de mínimos locais. Quando o problema de otimização envolve uma grande quantidade de variáveis de projeto, a obtenção da direção e do tamanho do passo que o otimizador deve usar torna-se uma tarefa bastante complicada. Isso porque os coeficientes de sensibilidade, necessários à otimização, são afetados pelas variáveis de projeto. Como vantagens, Soemarwoto (1997) cita que esse método é bastante abrangente, sendo capaz de trabalhar com uma grande classe de problemas de projeto, inclusive aqueles que são classificados como problema inverso.

Os métodos de otimização aerodinâmica, por sua vez, podem ser divididos em duas categorias, com respeito ao otimizador utilizado: (i) métodos globais e (ii) métodos locais. Métodos globais são bastante apropriados para os casos de projeto onde se têm muitos mínimos locais, pois são capazes de escapar dos mínimos locais através de estratégias não convencionais de busca. São baseados em algoritmos evolutivos como os algoritmos genéticos (GA) e, por isso, possuem um elevado custo computacional, pois tais métodos avaliam muitas vezes a função objetivo. Mesmo assim, vêm sendo usados com sucesso por alguns pesquisadores, devido à sua robustez e flexibilidade em tratar problemas de caráter multi-objetivo (Wang *et al.*, 2002).

Fabbri (1997) utilizou algoritmos genéticos na otimização de perfis de aletas, visando

maximizar o fluxo de calor dissipado. Partia-se inicialmente de uma aleta de perfil retangular e então se utilizava algoritmos genéticos para gerar um novo perfil. Como restrições de projeto fixou-se que as novas aletas deveriam ter o mesmo comprimento e volume do perfil original, permitindo-se alterações apenas em sua forma. Obteve-se um ganho na eficiência quase duas vezes superior ao do perfil original. O método se mostrou bastante robusto na resolução desse tipo de problema. Entretanto, a utilização de métodos globais em projetos aerodinâmicos é bastante recente. Sasaki *et al.* (2000), por exemplo, apresentam um trabalho de otimização multi-objetivo de uma asa, usando algoritmos genéticos. Os objetivos são minimizar o coeficiente de arrasto, em velocidade de cruzeiro, e o momento de flexão da asa, tendo como restrições um limite mínimo para o coeficiente de sustentação. No total existem 66 variáveis de projeto. O resultado obtido foi considerado satisfatório, porém não existe nenhum comentário acerca do custo computacional. Giannakoglou (2002) faz uma análise do recente uso dos métodos evolucionários em problemas de otimização de formas aerodinâmicas. O autor ressalta essencialmente o problema de otimização apresentando vantagens e desvantagens do método, sem abordar a parte de CFD. Como fatores positivos são citadas a robustez do método e sua capacidade de escapar dos ótimos locais, facilidade do acoplamento a códigos de CFD. Destaca-se a capacidade de se tratar tanto problemas com um único objetivo como multi-objetivo e a facilidade de ser paralelizado computacionalmente. O alto custo computacional também é citado no decorrer do artigo e são apresentadas técnicas capazes de reduzir o custo computacional.

Os métodos locais, por sua vez já são extensivamente utilizados em projetos aerodinâmicos desde o início da década de 1980. Eles são baseados em métodos clássicos de otimização, onde se faz necessária a avaliação da sensibilidade da função objetivo com respeito a cada variável de projeto (Reuther *et al.*, 1999). A maneira mais fácil de se obter as sensibilidades é através do cálculo dos gradientes pelo método das diferenças finitas. Nesse tipo de abordagem o gradiente é obtido perturbando cada variável de projeto com um passo finito e então avaliando a função objetivo que é geralmente obtida através de um código CFD. O problema é que a avaliação da função objetivo é relativamente cara e quando se tem um grande número de variáveis de projeto o procedimento é inviável computacionalmente. Muito esforço foi e vem sendo gasto na tarefa de se obter um método mais eficiente para o cálculo das sensibilidades. Um dos métodos que mais se destaca é baseado na formulação adjunta, a qual cresceu muito em popularidade na última década e foi rapidamente utilizada em projetos aerodinâmicos (Nielsen e Anderson, 1998). A formulação adjunta tem origem na teoria matemática para o controle de sistemas governados

por equações diferenciais parciais, como a apresentada por Lions (1971). Nessa abordagem o custo computacional da análise de sensibilidade é independente do número de parâmetros e variáveis de projeto, sendo que o custo é relativo ao cálculo das equações adjuntas, o qual tem um custo fixo em torno de 2 a 5 vezes mais elevado do que a análise de uma variável com um código CFD, o que torna o método extremamente atrativo para problemas com muitas variáveis. Existem muitos estudos nessa linha, o que permitiu um bom desenvolvimento do método, sendo atualmente empregado de maneira bastante ampla: malhas não-estruturadas (Anderson e Venkatakrishnan, 1998), multi-bloco e paralelismo (Reuther *et al.*, 1999; Kim *et al.*, 2000), etc. Existem também outros métodos propostos como uma alternativa a formulação adjunta, por exemplo, o *one-shot* (Held e Dervieux, 2002) e a otimização progressiva (Dadone e Grossman, 2000).

O uso de métodos inversos na otimização de formas é relativamente antigo, um dos trabalhos pioneiros data de 1945 publicado por Lighthill, *A New Method of Two Dimensional Aerodynamic Design*. Os métodos inversos de otimização podem ser resumidos na tarefa de se obter uma determinada geometria que satisfaça algum tipo de especificação do projetista como, por exemplo, uma distribuição específica de pressão numa determinada condição de voo ou uma distribuição uniforme de temperatura. O processo de projeto inicia com uma geometria inicial e resolve-se, então, o problema direto para essa configuração inicial, seguido de uma análise que avalia o efeito da mudança de cada parâmetro geométrico na resposta do problema (Kocabicak e Eyi, 2000). A tarefa do otimizador é decidir quais variações devem ser feitas nas variáveis de projeto de maneira a minimizar a função objetivo, que é geralmente uma função erro quadrático entre a resposta desejada e a obtida.

Os métodos de problema inverso possuem algumas desvantagens, como impor uma condição impossível fisicamente, o que implicaria no problema não convergir, uma vez que não existe um perfil que o satisfaça. Além disso, mesmo que a condição imposta seja realística ela pode não ser a solução ótima (Choi *et al.*, 2000). Mesmo assim, os métodos inversos podem ser altamente eficientes. Um exemplo disto é o método CDISC (*Constrained Direct Iterative Surface Curvature*) desenvolvido pelo Langley Research Center da NASA. Este método é bastante robusto sendo válido para regimes subsônicos, transônicos e supersônicos, e tem sido aplicado no aperfeiçoamento da performance em cruzeiro, de perfis aerodinâmicos (Milholen, 2000). Métodos inversos também começaram a ser utilizados no projeto de sistemas aerodinâmicos complexos como sistemas de múltiplos aerofólios e junções de perfis tridimensionais, como mostrado por Gopalarathnam e Selig (2000). Outra classe interessante de aplicação está ligada a problemas

térmicos. Cheng e Chang (2003) apresentam a otimização de forma para problemas de transferência de calor por convecção. O objetivo é obter um perfil que leve à obtenção de uma superfície externa isotérmica de acordo com as condições do escoamento. O problema está sujeito a condições de condução no interior do perfil e convecção na superfície. Além das propriedades dos materiais e características do escoamento o problema é função essencialmente da forma do perfil. Sendo assim, métodos inversos são bastante apropriados para a solução destes casos. Foi utilizado um sistema de coordenadas curvilíneas de maneira que se pudesse obter um melhor ajuste entre a malha e a superfície do perfil. O domínio de solução é constituído por uma região sólida e outra fluida. Por esta razão foi necessário o uso de duas sub-malhas independentes, uma para cada região. Utilizando o método do gradiente conjugado obteve-se perfis satisfatórios para cada condição de projeto, com erros sempre inferiores a 0,5 % entre o perfil desejado e o obtido.

Comum a maioria dos métodos de otimização de forma, independentemente da abordagem empregada, é o procedimento global do algoritmo. Este, em geral, segue as etapas apresentadas no fluxograma da Fig. (2.2). Assim, a cada passo do otimizador, além de resolver o problema CFD, deve-se remalhar todo o domínio, o que envolve um custo computacional extra, a um problema que já é tradicionalmente caro computacionalmente.

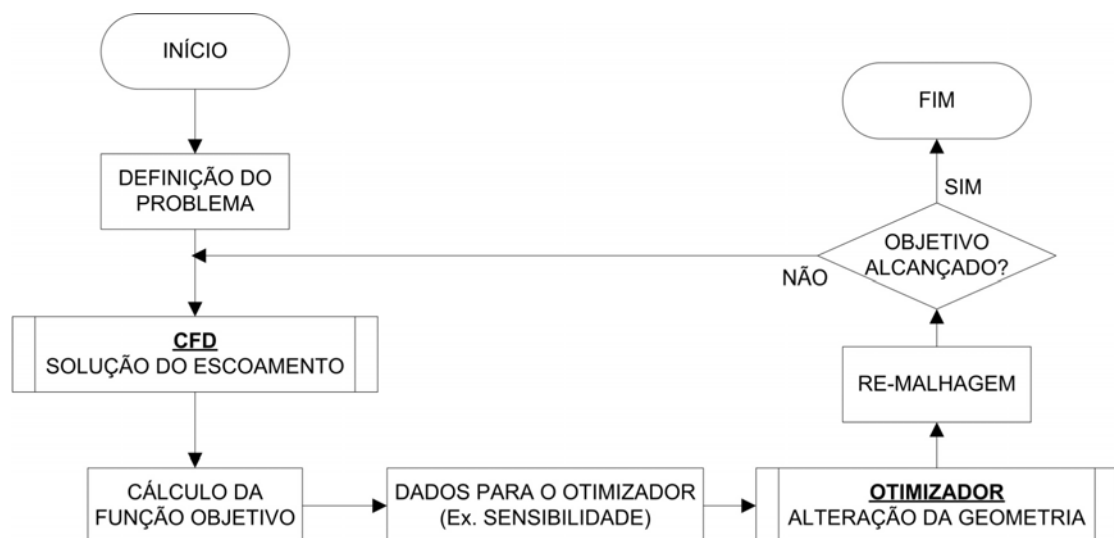


Figura 2.2 - Algoritmo de otimização de forma através de métodos clássicos de movimentação da interface.

Nesse sentido, vê-se uma grande potencialidade de aplicação do método IB/VPM como

ferramenta CFD, e assim incorporar as potencialidades deste método no aperfeiçoamento das metodologias de otimização de forma. Em especial, destaca-se a possibilidade de se fazer a otimização de forma dinâmica, modificando a geometria sem a necessidade de remalhagem. Com uma única simulação, pode-se levar a geometria de uma condição inicial qualquer à geometria otimizada final.

2.3 Escoamentos sobre cilindros a altos números de Reynolds

O método da fronteira imersa tem sido usado com sucesso na simulação de diversos tipos de problemas envolvendo: corpos rígidos, fronteiras móveis, membranas elásticas, entre outros. Um bom resumo sobre o estado de arte do método de fronteira imersa e sua utilização foi publicado por Peskin (2002) e também Mittal e Iaccarino (2005). Sem dúvida, muito já foi feito com esta promissora metodologia. Entretanto, o método precisa ainda de desenvolvimentos de maneira a se tornar uma metodologia fechada e confiável. Um dos pontos apontado por Moin (2002) foi com relação à precisão do cálculo a altos números de Reynolds com o método de fronteira imersa.

Este problema não está ligado em si ao método de fronteira imersa. O fato é que os métodos clássicos, devido ao maior histórico de desenvolvimento, possuem mais e melhores alternativas para se tratar este tipo de problema. O método de fronteira imersa é uma boa alternativa para modelar problemas de geometrias complexas em malhas cartesianas. Entretanto, deve-se ressaltar que com uma malha cartesiana são necessários muitos pontos na região interna do corpo, que devem ser resolvidos computacionalmente. Métodos em que a malha se ajusta à geometria do corpo (*body-fitted*) são muito competitivos, pois refina-se a malha somente na região de interesse e, neste sentido, a combinação de malhas adaptativas (AMR) com fronteira imersa pode ser uma boa alternativa.

Em outra direção, trabalha-se com modelagem de turbulência e modelos específicos para tratamento de paredes, o que permite o uso de malhas menos refinadas junto à parede. Na literatura, encontram-se trabalhos que buscam o desenvolvimento do método neste sentido. Tessicini *et al.* (2002) estudaram a aplicação de leis de parede em conjunto com a metodologia de fronteira imersa para uma metodologia do tipo LES. Foram analisados os efeitos sobre a dinâmica do escoamento. Foi utilizado como caso teste o escoamento sobre o bordo de fuga assimétrico de

um aerofólio a 25° de ângulo de incidência a um número de Reynolds de $Re_D = 1,02 \times 10^5$. Perfis médios de velocidade foram extraídos próximos à parede em diversas seções ao longo do bordo de fuga do aerofólio. Os resultados foram comparados a medições experimentais e simulações numéricas que utilizaram leis de parede junto com métodos clássicos de malha não-estruturada. Chegando-se a bom ajuste com dados de referência.



Figura 2.3 - Esteira de von Kármán com mais de 300 Km comprimento formada sobre o vulcão Beerenberg na ilha Jan Mayen território da Noruega, MISR/NASA.

Kalitzin e Iaccarino (2003) apresentaram um estudo do uso do método de fronteira imersa com modelagem da turbulência através das equações médias para escoamentos a altos números de Reynolds em malhas cartesianas. Para a fronteira imersa foram testados dois tipos diferentes de interpolação junto à parede. Escoamentos sobre placas planas foram apresentados para dois casos: um a número de Reynolds $Re = 10^3$, onde a malha não está alinhada com o corpo e um outro caso a $Re = 10^6$ no qual a placa está alinhada com a malha. Resultados obtidos para o coeficiente de atrito foram comparados a resultados de métodos clássicos de *body-fitted*. Os resultados obtidos com uso de interpolação linear para o caso a $Re = 10^6$ mostraram-se incorretos. Os resultados do trabalho apontam para a necessidade de estudo na implementação do método de fronteira imersa usando refinamento local de malha.

Muitos casos são encontrados na literatura envolvendo escoamentos a altos números de Reynolds, que podem ser utilizados como teste para validação de novas técnicas em CFD. Escoamentos sobre cilindros é um problema considerado padrão na avaliação da precisão e performance de códigos e métodos em CFD, pelo fato de ser um escoamento bastante complexo

e que apresenta características encontradas em muitos problemas práticos (Fig. 2.3). Além de ser um caso muito bem documentado, através de experimentos e simulações numéricas, para uma ampla faixa do número de Reynolds, conhece-se bem a física do problema.

Este tipo de escoamento já foi bastante estudado. Uma boa referencia é o livro de Zdravkovich (1997) que apresenta um resumo bastante detalhado de vários trabalhos experimentais de escoamentos sobre cilindros. Escoamentos sobre cilindros dependem do número de Reynolds e apresentam comportamentos bastante típicos com regimes bem definidos (ver Fig. 2.4).

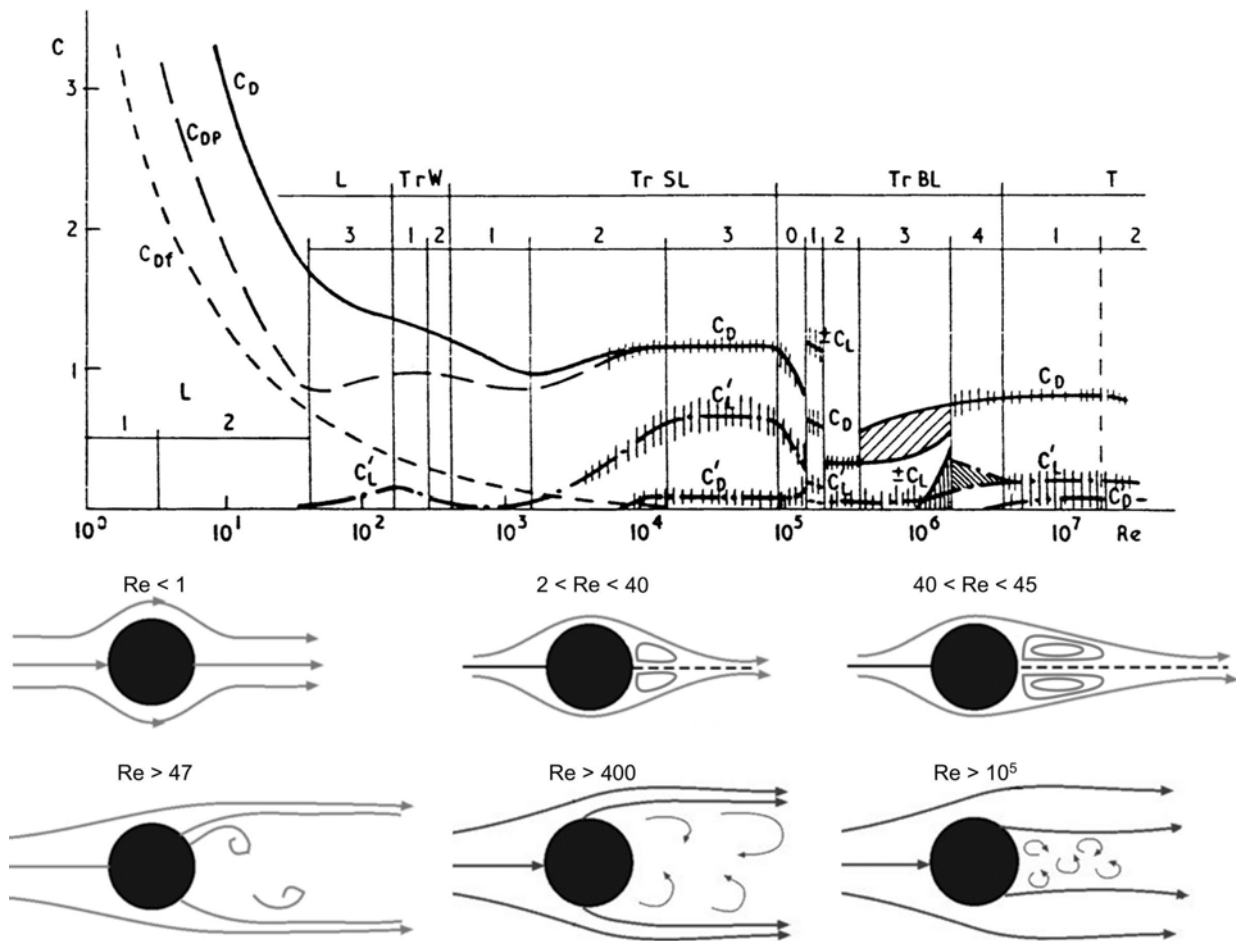


Figura 2.4 - Variação das componentes da força de arrasto em função do número de Reynolds e padrões do escoamento, para um cilindro circular.

Para números de Reynolds bastante baixos $Re_D < 1$, o escoamento assemelha-se a um escoamento potencial, não havendo separação e o arrasto é devido somente aos efeitos viscosos. Com o aumento do número de Reynolds o coeficiente de arrasto cai. Para o escoamento na faixa do número de Reynolds de $2 < Re_D < 40$, o escoamento já apresenta um padrão diferente,

separando-se do cilindro, e ocorre o surgimento de uma bolha de recirculação atrás do mesmo, a qual é composta por um par de vórtices simétricos e contra-rotativos que permanecem juntos ao cilindro. Neste regime, a força de arrasto é composta por uma parcela de força de pressão e outra de força viscosa, sendo estas componentes equivalentes em ordem de grandeza. Com o aumento do número de Reynolds, $40 < Re_D < 45$, o comprimento da bolha de recirculação também aumenta e ela se torna muito alongada, começando a se desestabilizar, quando então vórtices se desprendem do cilindro. O escoamento sofre uma completa mudança de comportamento e não existe mais uma situação de regime permanente. Para $Re_D \geq 47$, vórtices alternados começam a se formar e se desprendem nos lados do cilindro de maneira sucessiva. Estes vórtices apresentam um comportamento periódico e à medida que se desprendem são transportados pelo escoamento a jusante do cilindro, dando origem a uma esteira turbilhonar. Esta esteira de vórtices é conhecida na literatura como esteira de von Kármán, que é caracterizada pela presença de duas colunas de vórtices de sentidos de rotação contrários, que apresentam uma frequência característica de desprendimento em função do número de Reynolds. Nesta região, a componente de pressão representa aproximadamente 90% do arrasto. Para $Re_D \gtrsim 200$ as estruturas da esteira de von Kármán iniciam a transição e logo entra no regime turbulento e a chamada esteira de von Kármán desaparece. Para escoamentos até $Re_D \approx 10^5$ a camada limite sobre o cilindro é laminar e a separação do escoamento ocorre a um ângulo de 80° ou 90° , e a componente viscosa do arrasto é de magnitude desprezível. Por fim, um outro regime de escoamento se caracteriza acima deste valor do número de Reynolds, quando a camada limite sobre o cilindro torna-se turbulenta a montante do ponto de separação, o qual passa para aproximadamente 120° , fazendo com que ocorra uma queda brusca no coeficiente de arrasto.

Simulações numéricas para altos números de Reynolds são altamente dependentes da modelagem da turbulência. Neste sentido, o estudo de metodologias de modelagem da turbulência e da influência sobre os resultados numéricos permanece um assunto de grande interesse prático. Como se pode constatar, recentes trabalhos da literatura, focam no desenvolvimento de novas metodologias de modelagem da turbulência e utilizam como '*benchmark*' escoamento sobre cilindros.

Travin *et al.* (1999) estudaram escoamentos sobre cilindros circulares para números de Reynolds até 3×10^6 . O escoamento é calculado considerando separação laminar do escoamento para as simulações a Reynolds $Re_D = 5 \times 10^4$ e $1,4 \times 10^5$ e com separação turbulenta para Reynolds $Re_D = 1,4 \times 10^5$ e $3,0 \times 10^6$. Foi utilizado um código tridimensional em coordena-

das cilíndricas, sendo a malha bastante refinada junto ao cilindro e na região da esteira. Mesmo assim, a malha é ainda muito distante do necessário para se realizar uma simulação numérica direta. A separação do escoamento é controlada pelos modelos de turbulência utilizados. Foram testadas três metodologias de modelagem da turbulência: simulação de grandes escalas, metodologia híbrida e equações médias de Reynolds. Resultados de força de arrasto, frequência de desprendimento de vórtices, distribuição de pressão e coeficiente de atrito apresentaram um ajuste muito bom aos dados experimentais e de outros trabalhos numéricos. Entretanto, foram verificadas diferenças significativas entre as simulações, em especial os casos com separação laminar. As causas destas diferenças são discutidas no trabalho, bem como a influência no resultado dos modelos de turbulência, do refinamento da malha e do número de Reynolds. O comportamento turbulento do escoamento foi reproduzido de maneira satisfatória com simulação de grandes escalas e também com a metodologia híbrida, que de maneira geral, forneceram resultados superiores aos da modelagem utilizando as equações médias de Reynolds. Com respeito à transição (crise de arrasto) os autores admitem que ainda permanecem grandes desafios para a correta predição. As simulações foram planejadas de maneira a evitar a região da crise, e o estudo da transição é plano de desenvolvimentos futuros.

Breuer (2000) estudou numericamente escoamentos a altos números de Reynolds ($Re_D = 1,4 \times 10^6$) sobre um cilindro circular utilizando simulação de grandes escalas com um modelo sub-malha dinâmico e também com o modelo clássico de Smagorinsky. O autor propõe avaliar a possibilidade de aplicação desta metodologia de modelagem da turbulência em problemas práticos a altos números de Reynolds e também investigar a influência do modelo sub-malha e da resolução da malha nos resultados. Com as simulações, o autor obteve informações médias e instantâneas do escoamento como: tensores de Reynolds, coeficiente de arrasto, comprimento de recirculação e número de Strouhal. Os resultados foram comparados com medições experimentais. O trabalho mostra que o modelo dinâmico apresentou um bom comportamento para escoamentos complexos a altos números de Reynolds. Entretanto, a esperada superioridade do modelo dinâmico frente ao modelo de Smagorinsky não foi verificada, exceto pelo fato do modelo dinâmico não requerer ajuste da constante. Em geral, os resultados obtidos com apresentaram um bom ajuste com relação aos dados experimentais, especialmente na região próxima à esteira. O autor conclui que a simulação de grandes escalas está se tornando a cada dia uma metodologia muito atrativa para escoamentos separados a moderados e altos números de Reynolds.

O escoamento no regime turbulento sobre um cilindro circular foi estudado por Sampaio

e Coutinho (2000), que utilizaram o método de elementos finitos para a discretização bidimensional das equações de Navier-Stokes. Foi utilizado o conceito de simulação de grandes escalas, porém sem o uso de modelos explícitos para a modelagem sub-malha, as escalas não resolvidas do escoamento são tratadas implicitamente pelo método computacional que usa uma formulação estabilizada de Petrov-Galerkin. Foram simulados escoamentos na faixa de números de Reynolds de $10^4 \leq Re_D \leq 10^6$, os resultados obtidos para coeficientes de força e frequência adimensional de desprendimento de vórtices foram comparados a resultados experimentais disponíveis na literatura. Os resultados obtidos apresentaram uma boa concordância até o número de Reynolds crítico $Re_D = 3 \times 10^5$, que caracteriza o início da crise de arrasto. Acima do número de Reynolds crítico não se conseguiu um bom ajuste. O autor ressalta que somente com um modelo tridimensional e malhas bastante refinadas na região da camada limite se conseguiria prever a crise do arrasto.

A viabilidade de aplicação e acuracidade da metodologia de simulação de grandes escalas com leis de parede para escoamentos turbulentos a altos números de Reynolds foi estudada por Catalano *et al.* (2003) que simularam escoamentos sobre um cilindro circular no regime supercrítico. Foi implementado um modelo simples de lei de parede de maneira a proporcionar condições de contorno apropriadas para metodologia de modelagem da turbulência junto à parede e assim evitando a necessidade de um elevado refinamento da malha nesta região. Foram simulados escoamentos para $Re_D = 5 \times 10^5$ e 10^6 . Já na região supercrítica, após ocorrer a crise no arrasto, os testes foram concentrados propositalmente nesta região do escoamento a fim de avaliar o modelo de parede implementado. Resultados dos coeficientes de força e distribuição de pressão sobre o cilindro foram comparados com os resultados experimentais e numéricos que utilizaram modelos do tipo equações médias de Reynolds. Resultados de simulação de grandes escalas com lei de parede mostraram-se superiores aos modelos com equações médias de Reynolds. Foi possível capturar corretamente o atraso do ponto de separação e a conseqüente redução do coeficiente de arrasto de maneira consistente com os dados experimentais. Os resultados para a distribuição de pressão média ao longo do cilindro também foram preditos com razoável acuracidade. Porém, a tendência de recuperação do arrasto para a região após a crise não foi capturada e o erro com relação às medições experimentais aumentou com o aumento do número de Reynolds.

Vatsa e Singer (2003) avaliaram a implementação do modelo de turbulência de Spallart-Allmaras com as formulação tradicional e também usando metodologia híbrida. O modelo foi

implementado em um código para a solução das equações de Navier-Stokes, com uma discretização de segunda ordem, desenvolvido no NASA Langley Research Center. Para a validação do modelo de turbulência dois casos foram simulados a elevados números de Reynolds, $Re_D = 5 \times 10^4$ e $1,4 \times 10^5$, que foram escolhidos devido à natureza do escoamento com separação. Também foram considerados dois tipos de separação, laminar e turbulenta. São apresentados resultados de cálculos bi- e tridimensionais, que foram comparados com resultados experimentais de coeficiente de arrasto e distribuição de pressão, apresentando um bom ajuste.

Simulações de escoamentos sobre cilindros circulares estacionários em malhas cartesianas utilizando o conceito de fronteira imersa são relativamente comuns na literatura, sendo utilizadas para a validação ou mesmo ajudando no desenvolvimento de novos métodos. Saiki e Biringen (1996) utilizaram o método de fronteira imersa com modelo de Goldstein para simulação de cilindros estacionários e móveis imersos no escoamento para baixos números de Reynolds (até $Re_D = 400$), onde um bom ajuste com os dados experimentais foi conseguido. Lai e Peskin (2000) também simularam escoamentos sobre cilindros para testar um método de fronteira imersa de segunda ordem. Foram simulados escoamentos até $Re_D = 200$ obtendo-se uma precisão superior à conseguida com a formulação tradicional do método que usa um esquema de primeira ordem. Uma versão do método de fronteira imersa desenvolvido por Kim *et al.* (2000) foi usada na simulação de escoamentos sobre cilindros estacionários para número de Reynolds até $Re_D = 100$. O método de fronteira imersa com células fantasmas de Tseng e Ferziger (2003) também foi validado para escoamentos bidimensionais sobre cilindros a $Re_D = 100$, antes de ser aplicado para a simulação do escoamento sobre uma superfície ondulada. Lima e Silva *et al.* (2003) com o objetivo de validar o método IB/VPM simulou com sucesso escoamentos sobre cilindros estacionários até número de Reynolds $Re_D = 300$ obtendo um bom ajuste com os dados experimentais e numéricos. Su *et al.* (2004) apresentam uma formulação simplificada do método de fronteira imersa para escoamentos sobre corpos rígidos. Linnick e Fasel (2005) desenvolveram um método de fronteira imersa de alta ordem para a formulação vorticidade-função corrente das equações de Navier-Stokes. O método foi usado na simulação de escoamentos sobre cilindros até $Re_D = 200$.

2.4 Problemas com fronteira móvel

Escoamentos sobre corpos imersos sempre foram objeto de estudos de cientistas e engenheiros. Devido à natureza complexa do fenômeno, um grande esforço de pesquisa tem sido dedicado nas últimas décadas, principalmente em aerodinâmica, onde o cálculo das forças que o escoamento exerce sobre uma determinada estrutura é de crucial importância. O assunto envolve o estudo de muitos fenômenos em mecânica dos fluidos que interagem simultaneamente. Destaca-se um dos casos mais clássicos em aerodinâmica, o escoamento sobre um aerofólio; neste exemplo podem-se citar as seguintes características envolvidas: geometrias complexas, camada limite, escoamento cisalhante, transição e turbulência. Todas estas características por si só já garantem a complexidade do assunto e aliado a isto em muitas situações práticas os corpos imersos no escoamento podem estar se movendo ou deformando, o que invariavelmente perturbam a dinâmica do escoamento, introduzindo efeitos transientes importantes que não podem ser ignorados. Fenômenos com estas características são bastante comuns de serem encontrados em diversas situações práticas.

Um dos mais clássicos exemplos de problemas envolvendo fronteiras móveis é certamente o chamado fenômeno de estol dinâmico (*dynamic stall*) que é estudado desde a década de 70. Sua importância advém de que este fenômeno tem muitas implicações práticas, podendo citar, escoamentos sobre rotores de helicópteros, turbomáquinas, manobras de aeronaves e mais recentemente estudos em bio-fluidodinâmica e micro-aviões (MAVs – *Micro-air Vehicles*). A importância prática do fenômeno pode ser averigüada pelo relevante número de trabalhos encontrados na literatura, como pode ser constatado através dos resumos de McCroskey (1981), Carr (1988), Carr e Chandrasekhara (1996), Ekaterinaris e Platzer (1997) e Mittal (2004) que proporcionam uma descrição do estado de arte das pesquisas sobre o tema.

O estol dinâmico é um termo utilizado para descrever o processo transiente no qual a força de sustentação cai repentinamente enquanto o ângulo de ataque de um aerofólio aumenta. O fenômeno se diferencia da situação de estol comum que ocorre em aerofólios estáticos. Pelo fato do aerofólio estar em movimento o estol pode ser postergado para ângulos de ataque superiores ao da situação estática. Como observado por Srinivasans *et al.* (1995), uma importante diferença entre as estruturas do escoamento geradas por uma situação estática de estol e uma situação dinâmica é a histerese que ocorre nos coeficientes de força devido à separação do escoamento. As cargas devidas às forças aerodinâmicas tendem a ser mais severas do que as

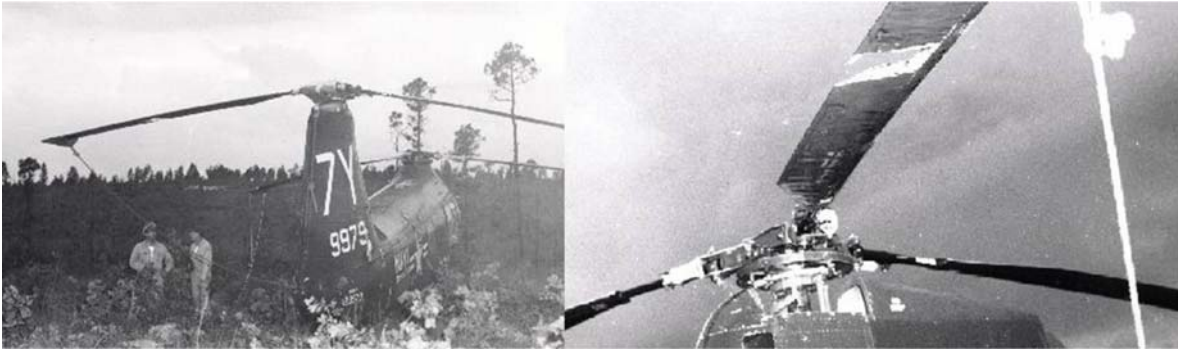


Figura 2.5 - Acidente de helicóptero pela falha em uma das pás do rotor devido a esforços cíclicos.

da situação estática podendo, por conseguinte, causar graves falhas nos equipamentos, caso não estejam dimensionados para esta situação. Além disso, os eventos do estol dinâmico possuem uma forte dependência temporal com relação à movimentação do aerofólio, de forma que se torna quase impossível obter resultados realísticos quando se despreza a movimentação do corpo e sua interação com o escoamento. Por estes motivos o escoamento associado ao fenômeno de estol dinâmico é bem mais difícil de ser analisado do que a situação estática, porque no caso dinâmico existe um número muito maior de parâmetros. Os mais importantes são: forma do aerofólio, número de Mach, velocidade de movimentação, amplitude do movimento, tipo de movimento (rampa ou oscilatório), número de Reynolds e efeitos tridimensionais.

O fenômeno de estol dinâmico despertou primeiramente o interesse da indústria de helicópteros, onde se observavam grandes oscilações torsionais nas pás dos rotores. Estas oscilações foram atribuídas às cargas provocadas pelos ciclos de estol das pás do rotor (Akbari e Prince, 2003). O maior desafio neste campo é a acurada predição, entendimento e possível controle deste fenômeno que pode ser catastrófico, sendo um problema de elevada complexidade física e, conseqüentemente, difícil de ser resolvido. O estol dinâmico era um ponto chave no desenvolvimento da tecnologia de helicópteros, como observado por Crimi (1973). As cargas dinâmicas causadas pelo estol dinâmico eram o principal fator limitante da velocidade e carga dos helicópteros. Este fato de certa forma forçou as indústrias a estudar e desenvolver técnicas para estudar o estol dinâmico e assim melhorar o projeto dos helicópteros. Métodos empíricos e semi-empíricos foram usados para predição das cargas aerodinâmicas.

Mesmo experimentos não são de fácil execução em campo; o que se fazia experimentalmente era estudar o fenômeno separado em uma configuração simplificada. O fenômeno de estol dinâmico pode ser estudado, por exemplo, considerando um aerofólio em movimento de arfagem

acima do ângulo de estol estático (Barakos e Drikakis, 1999) em túnel de vento, podendo-se assim isolar e controlar os principais parâmetros que influenciam no fenômeno. Muito do conhecimento que se tem sobre este fenômeno foi conseguido através de estudos experimentais de aerofólios em movimento oscilatório de arfagem (Carr *et al.* 1977, McAlister *et al.* 1978, McCroskey 1982, Panda e Zaman 1994, Lee e Gerontakos 2004). Um dos trabalhos pioneiros nesta área foi realizado por Carr *et al.* (1977), que conduziram experimentos combinando visualização do escoamento e medições das forças aerodinâmicas. Foi observada a existência de eventos característicos do escoamento que estão intimamente associados com o comportamento das forças aerodinâmicas, sendo o desprendimento de vórtices o fenômeno mais influente pois afeta diretamente a distribuição de pressão na superfície do aerofólio.

A seqüência de eventos associados ao estol dinâmico é representada no diagrama da Fig. 2.6, onde destacam-se as principais características do escoamento e a sua influência na força de sustentação.

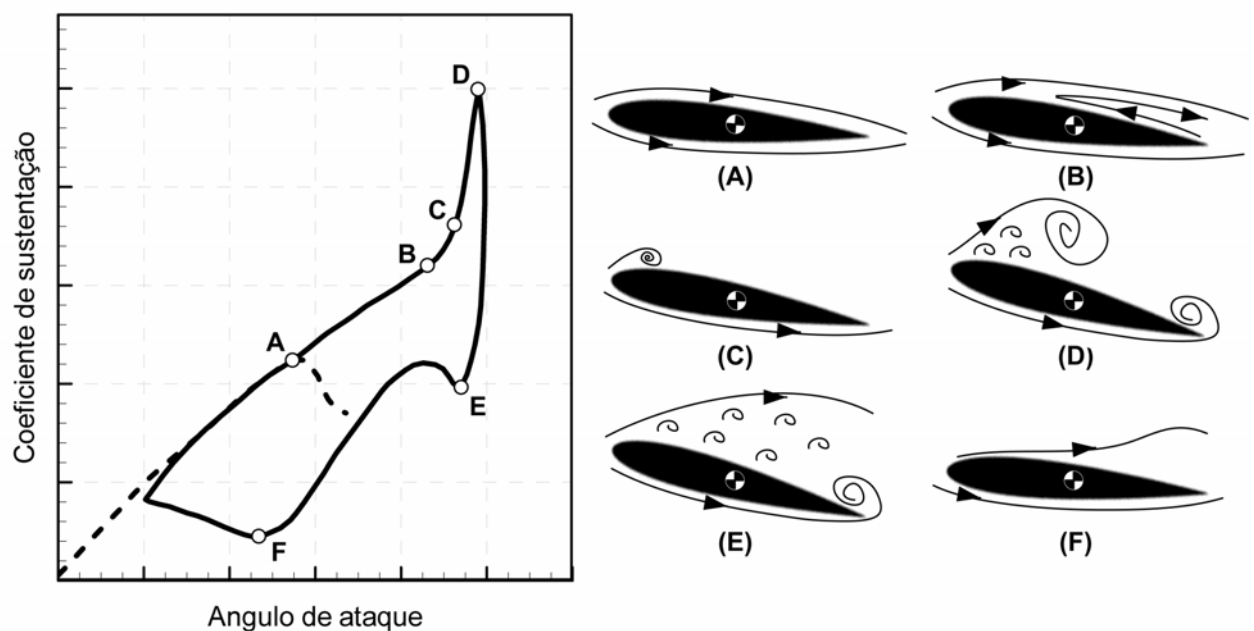


Figura 2.6 - Histerese na força de sustentação e eventos característicos do escoamento para um aerofólio em movimento oscilatório, reproduzido de Carr *et al.* (1977).

Primeiramente, o aerofólio inicia o movimento ascendente de arfagem (*cabrar*). O ângulo de estol estático (ponto A) é alcançado sem que ocorra mudança no escoamento. A força de sustentação continua aumentando com o aumento do ângulo de ataque, iniciando-se o apareci-

mento de escoamento reverso junto ao extradorso do aerofólio (ponto B). Um vórtice começa a se desenvolver sobre o bordo de ataque do aerofólio (ponto C) e então ele é advectado em direção ao bordo de fuga (C-D) causando um forte aumento do coeficiente de sustentação, devido à sucção induzida pela passagem do vórtice próximo ao extradorso. A magnitude do aumento da sustentação depende essencialmente da energia do vórtice e de sua proximidade à superfície do aerofólio. Após o desprendimento do vórtice junto ao bordo de fuga, o escoamento está completamente separado do aerofólio. Os efeitos combinados do estol e início do movimento descendente (*picar*) do aerofólio fazem com que o aerofólio experimente uma queda brusca no coeficiente de sustentação (D-E). O escoamento sobre o aerofólio está completamente separado (ponto E), neste ponto o escoamento é topologicamente bastante similar aos escoamentos observados em situações estáticas de estol. O escoamento permanece separado durante quase todo o movimento de descida e o coeficiente de sustentação decresce com a diminuição do ângulo de ataque.

Finalmente, quando o aerofólio alcança ângulos de ataque suficientemente baixos, permitindo o recolamento da camada limite junto à superfície superior do aerofólio, junto ao bordo de ataque (ponto F), tem-se um aumento do coeficiente de sustentação, que retorna aos valores anteriores ao estol. Toda esta seqüência de eventos causa uma grande histerese nos coeficientes de forças aerodinâmicas entre o movimento ascendente e descendente do aerofólio. A magnitude da histerese e forma do ciclo variam de maneira altamente não-linear com a amplitude de oscilação, ângulo de ataque médio e frequência de oscilação.

Estudos computacionais podem proporcionar um melhor entendimento sobre o comportamento físico do escoamento que seria difícil de ser estudado com os métodos semi-empíricos. Em especial nas últimas duas décadas, o rápido progresso dos métodos computacionais e da capacidade de processamento tem permitido a solução numérica das equações de Navier-Stokes em muitos problemas práticos de engenharia. Como destacado por Ekaterinaris e Platzer (1997) a solução transiente das equações completas de Navier-Stokes são usadas nos dias de hoje para melhorar o conhecimento sobre muitos aspectos do comportamento físico dos escoamentos, como por exemplo, efeitos de atraso, separação da camada limite, transiente de escoamentos livre e cargas variáveis no tempo.

Até então, a maioria dos trabalhos de interesse prático sobre aerofólios em movimento, encontrados na literatura, enfoca os escoamentos para aplicações aerodinâmicas e consequentemente escoamentos a altos números de Reynolds ($Re_D \geq 10^6$) que em geral levam em conside-

ração efeitos de compressibilidade. O estudo de escoamentos incompressíveis e a baixo número de Reynolds foi por muito tempo considerado apenas de interesse teórico (Ekaterinaris e Platzer, 1997) e poucos trabalhos podem ser encontrado na literatura.

Somente mais recentemente, estudos em bio-fluidodinâmica sobre características propulsivas de barbatanas de peixes e interesses sobre os mecanismos que permitem o vôo de insetos (Mittal, 2004; Triantafyllou *et al.*, 2000) a interação entre o escoamento e asas articuladas de micro-dispositivos alados (MAVs), focando a geração de propulsão (Ho e Tay, 1998; Jones e Platzer, 2002), veículos movidos por potência humana (Lissaman, 1983), têm feito com que se aumente o interesse em aerofólios móveis operando em regimes de baixos números de Reynolds. Devido a histórica falta de medições experimentais, o comportamento das forças aerodinâmicas para estas condições de escoamento é ainda pouco compreendido. Por esta razão o estudo de aerofólios móveis a baixos números de Reynolds continua sendo um assunto relevante como se pode verificar em recentes pesquisas experimentais e numéricas.

Panda e Zaman (1994) conduziram experimentos de escoamentos sobre um aerofólio NACA 0012 em movimento oscilatório periódico, para várias frequências de oscilação, a baixos números de Reynolds, $Re_c = 2,2 \times 10^4$ e $4,4 \times 10^4$. Foi imposto um movimento senoidal em torno do eixo que passa pelo quarto de corda do aerofólio ($x/c = 0,25$), com ângulos de ataque variando entre 5° e 25° . Durante os experimentos foram realizadas medições do campo de vorticidade na esteira e também armazenado o histórico da visualização do escoamento que foi feito com a injeção de fumaça. Estes últimos dados foram usados para estimar o coeficiente de sustentação. O foco do trabalho é apresentar uma nova técnica para determinação indireta da força de sustentação através apenas da análise do escoamento na região da esteira, sem a necessidade da medição direta das forças ou campos de pressão estática. O método torna-se atrativo uma vez que a determinação direta das forças sobre aerofólios móveis a baixos números de Reynolds não é uma tarefa muito fácil de ser executada. Os resultados obtidos com a nova técnica mostraram um bom ajuste com relação aos dados da literatura, apesar da aproximação de bi-dimensionalidade utilizada para aplicação do método. Na análise realizada fica bastante evidente a influência das grandes estruturas do escoamento na histerese da força de sustentação. Foram identificadas estruturas bastantes influentes originadas do bordo de ataque (chamadas de DSV) e do bordo de fuga (TEV). Os efeitos causados pela interação combinada destas duas estruturas são pouco relatados na literatura.

Lee *et al.* (1999) demonstraram o uso da técnica de visualização PIV (*Particle Image*

Velocimetry) na visualização de um escoamento sobre um aerofólio NACA 0018 em movimento de arfagem imerso em um túnel de água com escoamento a número de Reynolds $Re_c = 1,1 \times 10^4$. A variação do ângulo de ataque foi de 0° a 45° , executada com um motor de passo. São apresentadas visualizações instantâneas de vetores de velocidade e campos de vorticidade do escoamento obtidos com a técnica PIV. Os autores destacam a importância da visualização das estruturas transientes na caracterização dos eventos que levam ao estol dinâmico.

As características transientes de um escoamento a número de Reynolds $Re_c = 1,35 \times 10^5$, sobre um aerofólio oscilante foram estudadas experimentalmente por Lee e Gerontakos (2004). O objetivo principal do trabalho é proporcionar uma investigação detalhada do comportamento transiente da camada limite desenvolvida sobre um aerofólio NACA 0012 em movimento oscilatório senoidal nos regimes pré-, pós- e durante a condição de estol. As medições foram realizadas na superfície do aerofólio, utilizando sensores de fio-quente e medidores de pressão finamente espaçados ao longo de toda a superfície. Sensores de fio quente foram também posicionados na região da esteira. Para a visualização do escoamento foi utilizada a técnica de injeção de fumaça. A análise dos dados dos sensores combinada com visualização proporcionou a identificação e caracterização dos mecanismos responsáveis pela formação e transporte de vórtices no bordo de ataque, principal mecanismo responsável pelo fenômeno do estol dinâmico. Medições realizadas com fio-quente confirmaram a correlação dos eventos do escoamento com o comportamento transiente dos coeficientes de força. As forças aerodinâmicas instantâneas sobre o aerofólio foram determinadas diretamente pela integração numérica dos dados obtidos para a distribuição de pressão sobre o aerofólio. Atenção especial foi dedicada ao comportamento espacial-temporal dos pontos de transição, separação, recolamento e relaminarização da camada limite para várias frequências de oscilação. Estes resultados foram comparados com valores de medições estáticas. De maneira geral, os autores destacam a não-linearidade dos eventos relacionados ao estol dinâmico e o aumento de magnitude das forças com relação à situação de estol com aerofólios estáticos.

Jung e Park (2005) estudaram experimentalmente a frequência característica dos vórtices de Karmam produzidos na região da esteira pelo escoamento sobre um aerofólio em movimento oscilante. O principal objetivo do trabalho é descobrir como está relacionada a frequência de desprendimento dos vórtices com o movimento oscilatório do aerofólio em baixas frequências de oscilação. A natureza oscilatória da camada limite sobre o aerofólio é também examinada, uma vez que os vórtices da esteira são diretamente influenciados pelo comportamento da camada

limite e vice-versa. Foram utilizadas anemometria de fio-quente e visualização por meio de injeção de fumaça no escoamento. A frequência de desprendimento de vórtices foi determinada através do método autoregressivo. Foram realizados experimentos com aerofólios estáticos e em movimento e foi imposto um movimento harmônico em torno do eixo que passa pelo quarto de corda de um aerofólio NACA 0012. Foram ensaiadas quatro frequências de oscilação; o ângulo médio de incidência foi definido em 0° com uma pequena amplitude de oscilação de 3° . Foi observada uma grande diferença entre a frequência de desprendimento de vórtices medida para aerofólio oscilante com relação ao caso de aerofólio estático, constatando-se assim que o estado da camada limite tem grande influência sobre as características do desprendimento de vórtices. Diferenças significativas foram observadas em relação ao caso estático, sendo que a faixa de variação da frequência de emissão de vórtices torna-se menor para aerofólios oscilantes. Essa tendência de redução da faixa de frequência de desprendimento de vórtices é intensificada com o aumento da frequência de oscilação do aerofólio, o que evidencia a importância da análise transiente do fenômeno.

Este tipo de problema, envolvendo escoamentos transientes, onde as geometrias mudam em função do tempo, são difíceis de serem simulados numericamente. Entretanto nos últimos anos, o avanço dos recursos computacionais tem permitido o estudo numérico de problemas que envolvem fronteiras móveis. A maioria dos trabalhos numéricos faz uso de malhas não estruturadas e procedimentos de re-malhagem a cada passo de tempo para a movimentação da geometria. Casos testes com esta metodologia são reportados na literatura, como por exemplo o trabalho de Rosenfeld e Kwak (1989) que empregaram um método de simulação baseado em malhas não estruturadas para simular um caso de escoamento sobre um canal de paredes móveis estudado experimentalmente por Pedley e Stephanoff (1985). Os resultados obtidos reproduziram bem os dados experimentais e o modelo foi considerado satisfatório. Os autores destacam o elevado custo do processo de regeneração da malha, apresentando soluções para problemas que envolvem apenas pequenos deslocamentos.

Okong'o e Knight (1998) resolveram numericamente as equações de Navier-Stokes para escoamentos compressíveis usando malhas não-estruturadas e um esquema de integração temporal implícito de primeira ordem. O trabalho investiga o efeito do número de Reynolds nos primeiros instantes da separação do escoamento no bordo de ataque de um aerofólio NACA 0012, em movimento de arfagem ascendente. O aerofólio sai da posição inicial de ângulo de ataque 0° e segue um movimento em rampa a uma velocidade adimensional de 0,2 até a posição final de

ângulo de ataque 23° . Foram avaliados escoamentos a números de Reynolds $Re_c = 10^4$ e 2×10^4 para número de Mach 0,2. Foi utilizada uma malha refinada junto à superfície do aerofólio, com 180 pontos para definir a superfície do aerofólio. A malha não estruturada se ajusta ao aerofólio e se move à medida que o aerofólio rotaciona. A evolução do coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque mostra que, para esta velocidade de movimentação, o estol não ocorre até o ângulo de ataque 23° . Pequenas oscilações podem ser vistas na força de sustentação devido ao início incipiente das recirculações sobre o bordo de ataque. Foi verificado que o aumento do número de Reynolds acelera o aparecimento de regiões de recirculações primárias, que se movem cada vez mais em direção ao bordo de ataque do aerofólio. Os resultados mostraram uma boa concordância e as observações estão de acordo com resultados prévios de outros trabalhos numéricos.

Sørensen e Nygreen (2001) usaram um método numérico baseado na formulação vorticidade-função corrente para as equações de Navier-Stokes, para investigar escoamentos turbulentos sobre aerofólios. As equações são resolvidas em uma malha não-ortogonal usando uma técnica combinada diferenças/volumes finitos. Estudos comparativos foram realizados com três diferentes modelos de turbulência do tipo URANS, o modelo algébrico de Baldwin-Lomax e os modelos a uma equação de Baldwin-Barth e Spalart-Allmaras. Para avaliar a performance dos modelos de turbulência, foram simulados dois casos de escoamentos sobre aerofólios a elevados ângulos de ataque. Simulações sobre um aerofólio Aérospatiale-A em situações estáticas, em ângulos de incidência superiores a 40° foram realizadas. Os resultados mostraram que os modelos a uma equação proporcionam melhores resultados para escoamentos com separação. O outro caso simulado foi para escoamento sobre um aerofólio NACA 0015 oscilante. Novamente, os resultados obtidos com os modelos a uma equação foram superiores e proporcionaram um bom ajuste para os coeficientes de força. Durante o movimento descendente do aerofólio foi verificado um bom ajuste qualitativo, porém, com elevado desvio em magnitude com relação aos valores medidos. Os autores atribuíram isso ao fato de que, durante todo o movimento de descida, o escoamento é altamente separado e os efeitos tridimensionais são dominantes.

O escoamento transiente incompressível sobre um aerofólio NACA 0012 oscilante foi objeto de um estudo desenvolvido por Akbari e Prince (2003). Foi utilizada a formulação vorticidade-função corrente para resolver as equações de Navier-Stokes em um espaço bidimensional. A malha é não-estruturada fixa e se ajusta ao aerofólio. Foram investigados os efeitos de diversos parâmetros que são apontados como sendo influentes neste tipo de problema: frequência, ângulo

de ataque médio, posição do eixo de giro e número de Reynolds. São apresentadas simulações para três frequências de oscilação do aerofólio e números de Reynolds $Re_D = 3 \times 10^3$ e 10^4 . Foi observado que o movimento oscilatório do aerofólio provoca um atraso no ângulo de separação que é deslocado para maiores incidências quando comparado com a situação estática, fazendo com que a força normal aumente em magnitude além do ângulo de estol estático. O processo de descolamento inicia-se a partir do bordo de ataque com a formação e transporte de um vórtice pela superfície superior do aerofólio. Também é observada a formação de vórtices no bordo de fuga. Os autores indicam a frequência com sendo o parâmetro de maior influência sobre os coeficientes de força. Quanto maior a frequência maior é o atraso no ângulo de separação. Já a posição do centro de giro e o número de Reynolds, ao menos para esta faixa, mostraram-se como parâmetros pouco influentes no escoamento em termos de influência na separação do escoamento, tempo de formação e desprendimento de vórtices, bem como influência sobre os coeficientes de força. Os resultados obtidos mostraram uma boa concordância qualitativa.

Muitos dos trabalhos numéricos disponíveis na literatura sobre aerofólios em movimento oscilatório, que envolvem grandes amplitudes de oscilação, utilizam malhas que se ajustam a geometria do corpo (formulação ALE – *Arbitrary Lagrangian Eulerian*). Portanto, como é necessário que a malha usada no domínio de cálculo seja reconstruída à medida que o corpo se move, esta metodologia é bastante apropriada para o tratamento de problemas onde o cálculo preciso da camada limite é importante. Porém, a movimentação da malha, a reavaliação dos parâmetros geométricos e o procedimento de remalhagem aumentam consideravelmente o custo computacional. Além disso, como observado por Okong'o e Knight (1998), cuidados especiais devem ser tomados de maneira que o movimento da malha não introduza nenhuma alteração indesejada no escoamento. De maneira alternativa, tem-se os métodos em que o corpo é inserido no escoamento via imposição de condição de contorno em posições específicas do domínio, como os métodos baseados no conceito de fronteira imersa, de forma que não existe necessidade da malha se ajustar ao corpo. Entretanto, por se tratar de uma metodologia que ganhou popularidade apenas na última década, apresenta ainda dificuldades, como limitações a pequenos passos de tempo e tratamento da camada limite. Mesmo assim de maneira geral, como observado por Yu (2005), para problemas de interfaces móveis, esta última classe de métodos é mais simples e eficiente do que os métodos ALE que utilizam malhas que se ajustam ao corpo.

Capítulo III

Modelo Matemático

3.1 Método da fronteira imersa

O método da fronteira imersa foi desenvolvido por Peskin (1977) para a modelagem de problemas envolvendo geometrias complexas móveis. Ao invés de representar o corpo imerso no escoamento via imposição de condições de contorno, o que exige invariavelmente o uso de malhas que se adaptem à geometria, Peskin propôs usar uma malha euleriana regular em todo o domínio e, para representar a interface do corpo imerso, ele propôs utilizar uma segunda malha, dita lagrangiana. Como mostrado na Fig. (3.1), as malhas são geometricamente independentes, não existindo assim dificuldades em representar geometrias complexas ou mesmo móveis e deformáveis.

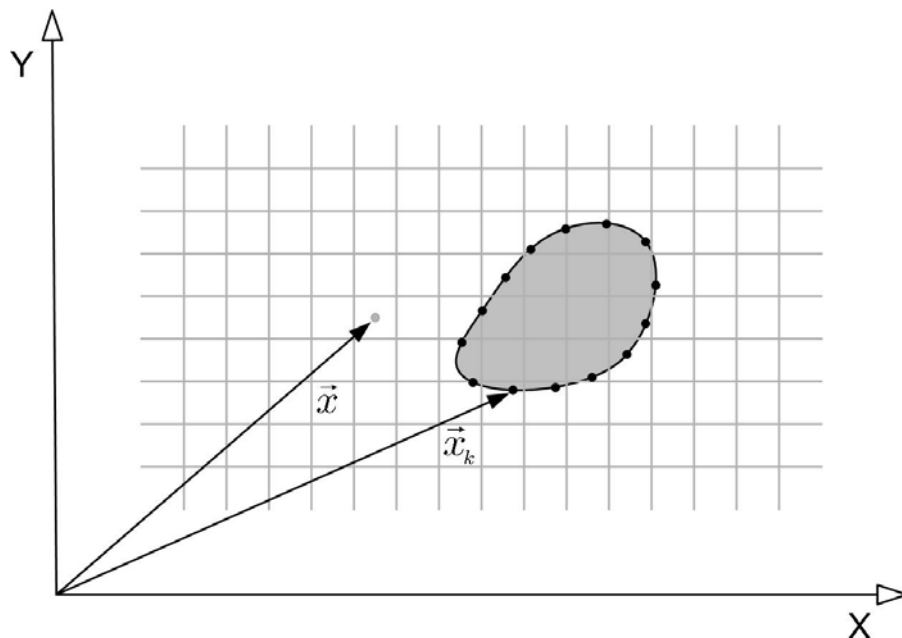


Figura 3.1 - Representação das malhas euleriana e lagrangiana para um corpo imerso de geometria arbitrária.

A malha euleriana é fixa, sendo tratada como se estivesse ocupada somente por fluido. O escoamento é então modelado e resolvido pelas equações de Navier-Stokes em todos os pontos da malha, mesmo para aqueles pontos, que a princípio, fazem parte do corpo sólido. As informações sobre a interface fluido/sólido no domínio de cálculo são passadas à malha euleriana via adição de um termo fonte de força nas equações de Navier-Stokes. Este termo de força é calculado sobre os pontos da malha lagrangiana e, então, distribuído apenas sobre os pontos eulerianos vizinhos à interface. O termo fonte é responsável pela comunicação das informações entre as malhas, fazendo com que o fluido (malha euleriana) sinta a presença do corpo imerso (malha lagrangiana) forçando assim o aparecimento de escoamentos coerentes em torno do corpo.

3.1.1 Modelo matemático para o fluido

As equações de Navier-Stokes são resolvidas em todo o domínio de cálculo. Estas equações podem ser escritas na forma tensorial para escoamentos isotérmicos e incompressíveis, como:

$$\frac{\partial (u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_i, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.2)$$

onde ρ e ν são respectivamente a massa específica e a viscosidade cinemática, propriedades que caracterizam o fluido. As características do escoamento são representadas por: p , o campo de pressão, u_i as componentes do vetor velocidade e f_i as componentes do campo de força que atua sobre o escoamento.

Nota-se que o termo euleriano de força f_i , responsável por fazer o escoamento sentir a presença da interface sólida, deve existir apenas nos pontos eulerianos coincidentes com a interface. Para todos os demais pontos eulerianos do domínio o termo f_i deve ser nulo. A representação matemática desse comportamento singular do campo de forças é feita com o auxílio da

função Delta de Dirac (δ), Eq. (3.3):

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \int_{\Gamma} \vec{F}(\vec{x}_k, t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) d\vec{x}_k, \quad (3.3)$$

onde $\vec{F}(\vec{x}_k, t)$ é a força lagrangiana, calculada sobre os pontos da interface. O índice k denota uma variável lagrangiana

3.1.2 Modelo matemático para a interface sólido-fluido

O cálculo da densidade de força lagrangiana é feito utilizando-se o Modelo Físico Virtual (*Virtual Physical Model* - VPM) proposto por Lima e Silva *et al.* (2003), como alternativa aos modelos que fazem uso de constantes *ad-hoc* para avaliação da força lagrangiana. Esse modelo avalia dinamicamente a força que o fluido exerce sobre a superfície sólida imersa no escoamento. A força lagrangiana $\vec{F}(\vec{x}_k, t)$ é avaliada através de um balanço de quantidade de movimento sobre uma partícula de fluido que se encontra junto à interface sólido-fluido, levando em consideração todos os termos da equação de Navier-Stokes. Desta forma pode-se expressar a densidade de força lagrangiana por:

$$\vec{F}_i(\vec{x}_k, t) = \vec{F}_a(\vec{x}_k, t) + \vec{F}_i(\vec{x}_k, t) + \vec{F}_v(\vec{x}_k, t) + \vec{F}_p(\vec{x}_k, t). \quad (3.4)$$

Os termos do lado direito da Eq. (3.4) são aqui respectivamente denominados por: força de aceleração, força inercial, força viscosa e força de pressão, os quais são definidos pelas equações de (3.5) a (3.8), escritas aqui na forma tensorial:

$$F_a = \rho \frac{\partial (u_{k \ i})}{\partial t}, \quad (3.5)$$

$$F_i = \rho \frac{\partial}{\partial x_{k \ j}} (u_{k \ i} u_{k \ j}), \quad (3.6)$$

$$F_v = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_{ef} \left(\frac{\partial u_{k \ i}}{\partial x_{k \ j}} + \frac{\partial u_{k \ j}}{\partial x_{k \ i}} \right) \right], \quad (3.7)$$

$$F_p = \frac{\partial (p_{k \ j})}{\partial x_{k \ j}}. \quad (3.8)$$

Como se pode ver não existem constantes a serem ajustadas no VPM. É um modelo de base puramente física, pois a determinação da força lagrangiana é feita apenas utilizando um balanço de quantidade de movimento nos volumes de controle centrados nos pontos lagrangianos da interface, como ilustra o esquema da Fig. (3.2).

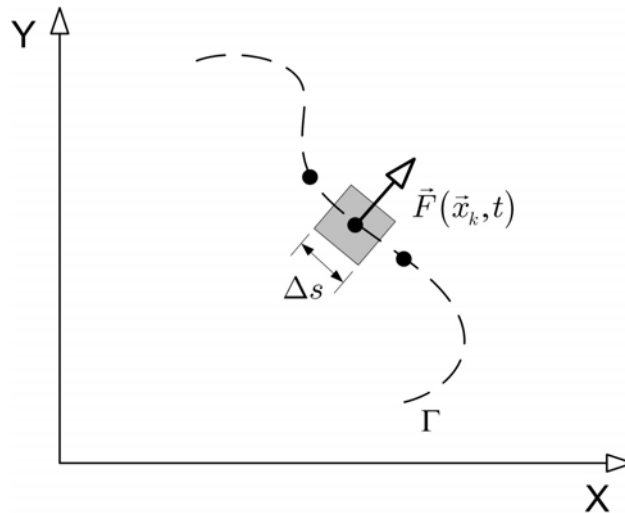


Figura 3.2 - Volume de controle em um ponto lagrangiano qualquer.

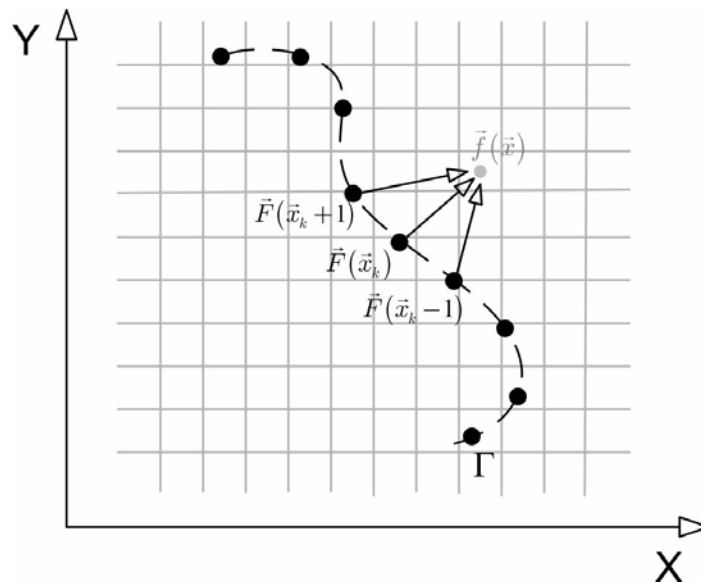


Figura 3.3 - Processo de distribuição da força lagrangiana para os pontos eulerianos.

Uma vez calculada a força necessária para impor a condição de contorno desejada sobre a interface, deve-se acoplar o domínio lagrangiano com o euleriano, fazendo com que a força da

interface seja conhecida em pontos apropriados da malha euleriana, como ilustrado na Fig. 3.3. Como já visto, este processo é representado matematicamente pela Eq. (3.3).

3.2 Função indicadora

Como foi visto, são utilizados somente pontos externos à interface no procedimento de interpolação da pressão. Desta forma, é necessário identificar com precisão os pontos eulerianos internos ou externos à interface, sobretudo em problemas envolvendo interfaces móveis onde se deve fazer essa avaliação a todo o instante de tempo. Uma possível maneira de identificar estes pontos é com o uso da função indicadora, proposta por Unverdi e Tryggvason (1992); que é um método de captura (*tracking*) da interface bastante robusto. A função indicadora, $I(\vec{x}, t)$, é definida por:

$$\vec{\nabla} I(\vec{x}, t) = \vec{G}(\vec{x}, t), \quad (3.9)$$

onde o termo fonte da Eq. (3.9) é dado pela função $\vec{G}(\vec{x}, t)$ definida como:

$$\vec{G}(\vec{x}, t) = \sum_k D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_k) \vec{n}(\vec{x}_k) \Delta s(\vec{x}_k), \quad (3.10)$$

sendo D_{ij} a função distribuição, $\vec{n}$ é o vetor normal à interface e Δs a distância entre os pontos lagrangianos.

Aplicando o operador divergente na Eq. (3.9) obtém-se:

$$\nabla^2 I(\vec{x}, t) = \vec{\nabla} \cdot \vec{G}(\vec{x}, t). \quad (3.11)$$

O termo fonte $\vec{G}(\vec{x}, t)$ pode ser calculado, resolvendo a equação de Poisson, Eq. (3.11), obtendo-se a solução da função indicadora $I(\vec{x}, t)$ em todos os pontos eulerianos do domínio. A função indicadora atribui valor unitário para os pontos internos à interface, zero para os pontos externos e sobre a interface proporciona uma transição suave entre os dois valores.

3.3 Modelagem da turbulência

A turbulência é um assunto que sem dúvida alguma intriga os pesquisadores ao longo

de muitos anos, seja pela beleza e complexidade do fenômeno ou pelo grande desafio de se ter em mãos o poder de controlá-la. A grande maioria dos escoamentos na natureza ou mesmo nos problemas de engenharia são, via de regra, turbulentos e portanto requerem um tratamento diferenciado devido à complexidade do fenômeno. A turbulência apresenta algumas características peculiares, sendo as mais importantes destacadas por Silveira-Neto (2003): fenômeno altamente instável, multiplicidade de escalas, presença de estruturas tridimensionais coerentes. Todas estas propriedades citadas são importantes e interferem de maneira significativa na dinâmica do escoamento. Os efeitos reais da turbulência podem ser ou não desejáveis em um escoamento, dependendo do processo no qual ele está inserido. Por exemplo, turbulência intensa seria interessante em um processo onde se deseja reagir dois fluidos em um processo químico ou então quando se deseja intensificar um processo de transferência de calor. Por outro lado, o aumento do nível de turbulência resulta no aumento das forças de atrito, sendo necessário aumentar, por exemplo, a potência para se bombear o fluido.



Figura 3.4 - Escoamento turbulento, esteira formada atrás de um avião (Fonte: www.nasa.gov).

Posto isto, é fundamental que os engenheiros busquem compreender e prever com um bom nível de precisão os efeitos causados pela turbulência, de maneira a se conseguir desenvolver projetos cada vez mais eficientes. Compreender bem a turbulência é fundamental para que,

em alguns casos, seja possível controlá-la, pelo menos em parte (Ferziger e Peric, 2002). É extremamente difícil falar em controle da turbulência, uma vez que o regime turbulento é predominante nos escoamentos em geral. Isto se deve ao fato que mesmo quando pequenas perturbações são injetadas em um escoamento elas são naturalmente amplificadas, gerando-se instabilidades que os conduzem à transição. A turbulência e a transição à turbulência são assuntos científicos que se colocam entre os mais seriamente pesquisados no último século. No passado, a principal forma de estudo de escoamentos turbulentos era através de uma abordagem totalmente experimental, através de correlações e diagramas empíricos. Entretanto, os métodos numéricos vêm ganhando cada vez mais destaque, sendo que hoje em dia a maior parte das pesquisas em turbulência dos fluidos, encontradas na literatura, estão ligadas a algum tipo de simulação numérica. Não é demais falar, na atualidade, em *experimentos numéricos*.

3.3.1 Metodologias de simulação

Dentro do campo de metodologias numéricas para a predição da turbulência, pode-se contar com diferentes tipos de abordagens para este problema. Cada uma delas pode ser mais ou menos adequada para o tratamento de determinado tipo de problema já que não existe uma abordagem definitiva para o problema da turbulência. Cabe então conhecer os diversos tipos de estratégias de modelagem para que se possa tratar o problema, tendo conhecimento das potencialidades e limitações de cada uma delas. Conhecer o problema a ser trabalhado e sobretudo ter conhecimento do tipo de resposta que se deseja são fundamentais ao se escolher uma determinada estratégia de modelagem da turbulência. Aqui é apresentada uma breve introdução sobre as mais relevantes estratégias de modelagem matemática da turbulência encontradas na literatura.

Simulação Numérica Direta

Nos últimos anos têm-se presenciado um grande avanço no desenvolvimento de computadores tanto em velocidade de processamento, quanto em capacidade de armazenamento, o que, aliado ao contínuo desenvolvimento dos algoritmos numéricos, vem propiciando o uso cada vez mais intenso de CFD nas mais diversas áreas da engenharia, sobretudo como ferramenta de projeto e análise de escoamentos em veículos aeroespaciais. Mesmo com todo este progresso, resta ainda lidar com a dificuldade de simular com precisão escoamentos turbulentos em aplicações práticas, utilizando CFD.

Como é sabido, escoamentos são descritos por equações diferenciais parciais altamente não-lineares, que modelam a conservação da massa, balanço de quantidade de movimento e conservação da energia. Essas equações são a base para CFD. A turbulência é caracterizada por efeitos transientes de altas frequências e pequenas amplitudes, aparentemente de caráter caótico e aleatório. O caráter aleatório das estruturas provavelmente está associado às não linearidades deste fenômeno. Outra característica bastante peculiar da turbulência está associada à multiplicidade de escalas das estruturas turbulentas. As maiores e mais coerentes são da ordem de grandeza da geometria do problema envolvido, porém estas são compostas por menores estruturas que, por sua vez, são compostas por estruturas ainda menores e assim sucessivamente. Esta multiplicidade de escalas é contínua e vai até a menor escala de comprimento do escoamento, conhecida como escala de Kolmogorov. Neste ponto, estas estruturas são dissipadas por efeitos viscosos. Entretanto, devido à limitação dos recursos computacionais, é frequente o uso de *equações médias* para a modelagem da maioria dos problemas práticos. Com isso, as altas frequências não são capturadas e conseqüentemente a turbulência não é diretamente calculada, sendo necessário o uso de modelos para contabilizar o seu efeito, como será abordado mais adiante.

Na verdade não é necessário modelar a turbulência, desde que se utilize malhas computacionais altamente refinadas, o que permitiria calcular diretamente também as pequenas escalas associadas à turbulência. Esse procedimento é conhecido como Simulação Numérica Direta (DNS - *Direct Numerical Simulation*) e exige alta resolução temporal e espacial para a simulação de escoamentos relativamente simples. Estima-se que o número de graus de liberdade de um escoamento turbulento é proporcional a $Re^{9/4}$, o que implica dizer que para se realizar DNS é necessário resolver simultaneamente um sistema de equações da mesma ordem de grandeza, resultando obviamente em um custo computacional extremamente elevado. Por esta razão, pesquisas no campo de DNS, em geral, são restritas a configurações geométricas bastante simples e a escoamentos a baixos números de Reynolds. Em geral esta metodologia permite gerar bancos de dados para a validação de códigos computacionais para os quais se utiliza modelagem para a turbulência (Coleman e Ferziger, 1996; Le *et al.*, 1997; Gushchin *et al.*, 2002).

Equações Médias de Reynolds Transientes

Normalmente, para algumas aplicações de engenharia se está interessado em conhecer somente algumas poucas propriedades quantitativas de um escoamento turbulento, como por

exemplo, a distribuição média de forças sobre um corpo, o grau de mistura entre dois fluidos ou a quantidade de uma substância que sofreu uma reação química (Ferziger e Peric, 2002). Seria então bastante apropriado o uso de uma metodologia que fornecesse respostas compatíveis com este nível de detalhamento, ao invés de se obter respostas muito realísticas que precisem de um tratamento estatístico dos resultados para se obter a resposta desejada.

Um conceito de modelagem da turbulência existente que atende estes requisitos são os conhecidos modelos baseados nas Equações Médias de Reynolds (*Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations* – RANS). Com esta formulação, todas as instabilidades físicas são filtradas por um processo de média. Desta forma, modelos do tipo RANS devem ser considerados como aproximações de engenharia e não têm a finalidade de representar com exatidão toda a complexidade física dos escoamentos. Por este motivo, modelos de turbulência do tipo RANS são considerados os mais práticos e usuais modelos de turbulência existentes, em consonância com os atuais recursos computacionais (Kapadia e Roy, 2003).

A origem do conceito de modelagem data do final do século XIX com os trabalhos sobre turbulência publicados por Osborne Reynolds. A importância de seu estudo está ligada principalmente ao enfoque matemático para o tratamento dos escoamentos turbulentos. Em seu trabalho, Reynolds observou que um escoamento turbulento apresentava flutuações temporais das propriedades associadas ao escoamento, propondo a separação das flutuações baseando-se em um processo de média temporal. Isto deu origem a um conjunto de equações médias e este processo de decomposição ficou conhecido como *Média de Reynolds* (Wilcox, 1998).

O procedimento matemático empregado por Reynolds no tratamento das equações de Navier-Stokes para escoamentos turbulentos exerceu uma forte influência nos trabalhos futuros sobre este tema. Um exemplo que ilustra este fato é que, mesmo após a incorporação de termos transientes às equações de Reynolds, a nomenclatura, apesar de inconsistente, permaneceu. Posteriormente passou-se a utilizar o termo Equações Médias de Reynolds Transientes (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations* – URANS), como foi discutido por Silveira-Neto *et al.* (2002).

Encontram-se na literatura muitas propostas de modelos do tipo URANS, inclusive com o surgimento de um grande número de modelos completamente novos ou mesmo novas versões. Em geral, estes modelos são formulados usando desde apenas relações algébricas até complexos sistemas de equações diferenciais parciais (EDP). Desta forma, uma das maneiras encontradas para a classificação dos modelos do tipo URANS é em termos do número de EDP's

adicionais que devem ser resolvidas. Entretanto o desenvolvimento de novos modelos URANS não está somente restrito a formulações diferenciais; existem também pesquisas no desenvolvimento de métodos de formulação integral para a camada limite (Spalart, 2000). Toda esta diversidade de modelos demonstra que apesar de suas limitações, para alguns tipos de problemas, a modelagem URANS ainda permanece como padrão de modelagem da turbulência, principalmente em aplicações industriais.

Simulação de Grandes Escalas

A Simulação de Grandes Escalas (LES - *Large Eddy Simulation*) é uma metodologia intermediária a DNS e URANS, baseada no processo de filtragem das equações de Navier-Stokes. As maiores estruturas turbulentas são resolvidas diretamente pelas equações governantes filtradas até uma certa escala de corte, determinada pelo tamanho da malha empregada no processo de discretização. Desta forma o escoamento é dividido em escalas resolvidas (grandes escalas) e não-resolvidas (escalas submalha).

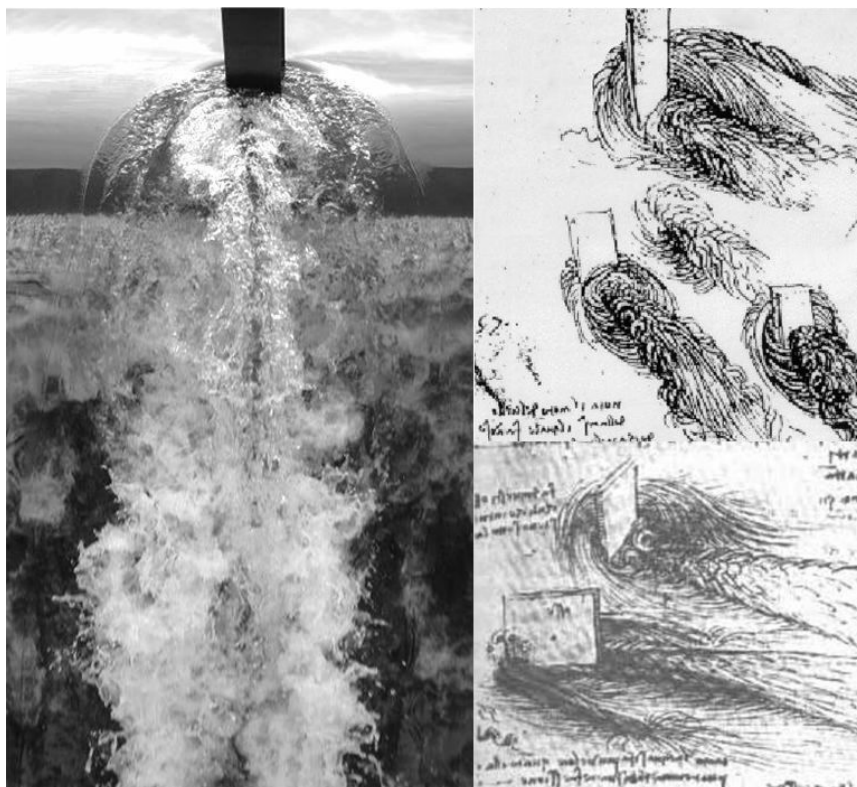


Figura 3.5 - Esboços de Leonardo da Vinci representando o escoamento da água sobre obstáculos.

"Nota il moto del livello dell'acqua, il quale fa a uso de' capelli, che ànno due moti, de' quali l'uno attende al peso del vello, l'altro al liniamento delle volte; così l'acqua à le sue volte revertiginose, delle quali una parte attende al impeto del corso principale, l'altra attende al moto incidente e riflesso." Leonardo da Vinci, 1510.

Essa frase de Leonardo da Vinci, talvez expresse a primeira tentativa de separação de escalas aplicada a escoamentos, podendo ser traduzida da seguinte forma: "Observe o movimento da superfície da água, o qual lembra uma mecha de cabelo e possui dois movimentos: um devido ao seu próprio peso e outro devido às ondulações de cada fio; da mesma forma a água apresenta escalas de movimentos, uma parte devida à corrente principal e outro movimento aleatório e reverso". Fica clara a intenção de Leonardo da Vinci em decompor o movimento da água em duas escalas, uma que concentra o movimento principal do escoamento e outra de caráter imprevisível como flutuações do comportamento principal. Como já visto, é nesta premissa que se baseia a Simulação de Grandes Escalas.

Separadas as escalas, resta modelar o processo de transferência de energia cinética turbulenta entre as escalas resolvidas e não-resolvidas do escoamento. Como as grandes escalas já foram apropriadamente resolvidas, modela-se apenas as escalas submalha. Esta é uma hipótese bem coerente, visto que as menores estruturas são mais homogêneas e isotrópicas (Silveira-Neto, 2003). Sendo assim, possuem um comportamento mais independente do tipo de escoamento envolvido, o que facilita a modelagem pois permite o uso de modelos mais universais. Por outro lado, as grandes escalas são fortemente dependentes da geometria e características particulares de cada problema, o que dificulta o desenvolvimento de modelos globais para essas escalas da turbulência.

Do ponto de vista de aplicações em engenharia, LES juntamente com DNS mostram resultados bastante promissores na predição de escoamentos complexos onde os tradicionais modelos do tipo RANS não conseguem fornecer bons resultados, como por exemplo: estruturas de escoamentos tridimensionais, relaminarização e transição de camada limite e escoamentos separados (Piomelli *et al.*, 2003). Com estas metodologias é possível a visualização de estruturas turbilhonares características do escoamento, importantes para a análise física de muitos problemas de engenharia. Entretanto, como já foi dito, devido ao elevado custo computacional, o campo de aplicação da metodologia DNS ainda é restrito a escoamentos a números de Reynolds relativamente baixos, ao passo que LES hoje em dia já permite obter resultados em aplicações práticas como mostrado na literatura por diversos autores. Souza (2003) utilizou a metodologia

LES para o estudo do escoamento em um hidrociclone. Foram extraídos perfis médios no tempo que apresentaram uma boa concordância com os dados experimentais. Os resultados numéricos, para os números de Reynolds investigados evidenciaram também as principais características físicas, bem como as instabilidades do escoamento. Padilla (2004) também utilizou a metodologia LES na simulação e análise do processo de transição à turbulência de escoamentos complexos com transferência de calor sobre corpos rotativos. Foi verificada uma ótima concordância na comparação com resultados numéricos e experimentais encontrados na literatura. Estes exemplos mostram que LES começa a ser utilizada com eficiência na solução de problemas práticos, com a vantagem de, em alguns casos, fornecer resultados até então inacessíveis com os métodos clássicos de modelagem da turbulência.

Simulação Híbrida para a Turbulência

Apesar de todos os avanços conseguidos, hoje em dia muitos autores acreditam que dificilmente LES poderá ser aplicada com eficiência nas próximas décadas em aplicações práticas de escoamento aerodinâmicos. Isto devido à presença de regiões de camada limite extremamente finas, onde a espessura da camada limite é da ordem de 0,1% da corda do aerofólio, características deste tipo de escoamento. Isso exigiria um refinamento de malha bastante elevado nesta região para que se pudesse aplicar LES, o que tornaria esta metodologia inviável. A metodologia LES nesta região trabalha com a chamada QDNS (*Quasi-Direct Numerical Simulation*) uma vez que a resolução da malha é bem próxima de uma DNS (Spalart, 2000).

Por sua vez, modelos do tipo URANS conseguem fornecer resultados bastante precisos mesmo com um baixo refinamento de malha sobre as regiões de camada limite, quando comparado com o refinamento exigido por LES. Porém modelos do tipo URANS apresentam dificuldades de simular de maneira realística as regiões de escoamento livre. Buscando suprir estas limitações, Spalart *et al.* (1997) propuseram um conceito de modelagem híbrida para a turbulência, conhecida como DES (*Detached Eddy Simulation*). É importante destacar que este conceito não está ligado a nenhum modelo de turbulência específico.

A principal idéia da metodologia híbrida DES é combinar as melhores características das modelagens URANS e LES em um único modelo de turbulência. Desta forma é utilizada uma modelagem do tipo URANS para as regiões perto das paredes, onde este tipo de modelos mostra bons resultados. Para regiões longe das paredes, é utilizada a metodologia LES, uma vez que este tipo de modelagem possui melhores características para simular fenômenos físicos

complexos, como separação de escoamentos.

3.3.2 Modelos de turbulência

Como já foi observado, uma alternativa viável à metodologia DNS para o tratamento de escoamentos turbulentos é a separação de escalas, uma vez que as metodologias associadas a esse processo apresentam uma menor exigência no refinamento da malha. Isso permite a resolução de escoamentos a maiores números de Reynolds do que DNS, com os recursos computacionais atualmente disponíveis. A separação de escalas pode ser feita com o uso da decomposição de Reynolds ou através de um processo geral de filtragem como o proposto por Germano (1986). A seguir apresenta-se o processo de filtragem para as equações de Navier-Stokes.

Equações Globais Filtradas para a Turbulência

Parte-se das equações governantes, Eq. (3.1) e (3.2), as quais podem ser reescritas na forma filtrada. O operador $(-)$, aplicado às variáveis, denota que elas foram filtradas:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right] + f_i, \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0. \quad (3.13)$$

Observa-se que a equação filtrada, Eq. (3.12), se apresenta como uma equação de transporte para as variáveis filtradas $(\overline{u_i})$. No entanto, o termo de transporte advectivo aparece como um produto filtrado $(\overline{u_i u_j})$ ao invés do produto das variáveis dependentes filtradas. Sendo assim busca-se uma forma de reescrever essa equação de maneira a obter o produto $(\overline{u_i} \overline{u_j})$, o que é feito definindo-se o tensor global da turbulência, como $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}$. Note que essa definição leva ao aparecimento de um novo termo, o tensor τ_{ij} . Detalhes adicionais de como essa equação foi obtida podem ser encontrados em Silveira-Neto *et al.* (2002). A expressão obtida após a substituição das variáveis decompostas é dada por:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i} \overline{u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right] + f_i, \quad (3.14)$$

Com isto, para que se possa resolver as equações filtradas, deve-se modelar o tensor τ_{ij} . Este é o dito *problema de fechamento da turbulência*, que nas últimas décadas foi bastante

explorado, tendo sido propostos muitos métodos paliativos para solucionar este problema. Em geral estes métodos podem ser divididos em duas classes: aqueles baseados na hipótese de Boussinesq e aqueles baseados em equações algébricas. Neste trabalho serão apresentadas apenas formulações baseadas no conceito de viscosidade turbulenta, ou seja, modelos derivados da hipótese de Boussinesq.

Hipótese de Boussinesq

Uma proposta de modelagem do tensor de Reynolds foi formulada por Boussinesq. O modelo supõe que as tensões turbulentas de Reynolds sejam proporcionais às taxas de deformação gerada pelo campo de velocidades filtrado e a energia cinética turbulenta (k):

$$\tau_{ij} = -\nu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad (3.15)$$

onde:

$$k \equiv \frac{1}{2} \left(\overline{u'_j u'_j} \right) = \frac{1}{2} \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right). \quad (3.16)$$

O termo ν_t da Eq. (3.15) é denominado de viscosidade turbulenta, que age como um coeficiente de proporcionalidade para a taxa de deformação. A viscosidade turbulenta é uma função do escoamento e deve ser calculada por algum modelo. Normalmente a viscosidade turbulenta é maior que a viscosidade molecular do fluido dependendo da região e do tipo do escoamento envolvido.

Substituindo o modelo de Boussinesq, Eq. (3.15), na Eq. (3.14) consegue-se resolver o problema de fechamento usando a hipótese de viscosidade turbulenta. Veja que no lugar do termo de pressão original surge uma pressão modificada (p^*), dando origem à equação:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right] + f_i. \quad (3.17)$$

O termo envolvendo a energia cinética turbulenta, durante a substituição, resulta em um gradiente de energia cinética turbulenta que é incorporado ao termo de pressão estática, originando a equação para a pressão modificada dada por: $\overline{p^*} = \overline{p} + \frac{2}{3} \rho k$.

Como já foi dito, é agora necessário um modelo que permita avaliar a viscosidade turbulenta. Existe na literatura numerosos modelos que se prestam a esta finalidade, podendo esses modelos ser classificados em dois grandes grupos: dependentes ou não-dependentes do

conceito de viscosidade turbulenta (Hipótese de Boussinesq). Cada grupo possui sub-classificações mais detalhadas, em geral, baseadas no número de equações de transporte adicionais que devem ser resolvidas para o cálculo da viscosidade turbulenta ou para uma solução alternativa para o problema de fechamento.

No presente trabalho serão utilizados dois modelos baseados na Hipótese de Boussinesq. Um modelo a zero equações de transporte, o modelo sub-malha de Smagorinsky, utilizado para a Simulação de Grandes Escalas e o outro a uma equação de transporte, o modelo de Spalart-Allmaras, utilizado dentro do conceito de Equações Médias de Reynolds Transientes e Modelagem Híbrida. A seguir é apresentada uma descrição mais detalhada destes modelos.

Modelo Sub-malha de Smagorinsky

O modelo sub-malha escolhido para LES foi proposto por Smagorinsky (1963), tendo sido o primeiro modelo com o objetivo de se calcular a viscosidade turbulenta modelando o tensor de Reynolds sub-malha. É um modelo de implementação bastante simples, porém é bastante exigente quanto ao refinamento da malha, uma vez que ele se presta à modelagem apenas das menores escalas da turbulência.

Trata-se de um modelo sub-malha algébrico, baseado na hipótese de equilíbrio local para as pequenas escalas, ou seja, que a produção de tensões turbulentas sub-malha seja igual à taxa de dissipação da energia turbulenta. A viscosidade turbulenta é calculada em função da taxa de deformação (S_{ij}) e da escala de comprimento (ℓ):

$$\nu_t = (C_s \ell)^2 \sqrt{2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}}, \quad (3.18)$$

onde $\ell = \sqrt{\Delta x \Delta y}$ é o comprimento característico da escala sub-malha, função da malha de discretização. C_s é a constante de Smagorinsky, relacionada à transferência de energia das grandes para as pequenas escalas. Por fim, a taxa de deformação $\overline{S}_{ij}$ é calculada com base no campo de velocidade filtrado:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right).$$

Quanto à constante de Smagorinsky (C_s), neste trabalho foi utilizado o valor analítico de 0,18, sendo no entanto, consenso que esta constante possa ser ajustada para cada tipo de escoamento ou código computacional utilizado.

Apesar de ser um modelo simples, o modelo de Smagorinsky possui pontos interessantes que justificam a sua utilização. Dentre eles pode-se citar:

- Modelo de fácil implementação computacional;
- Apesar da necessidade do ajuste de uma constante, o modelo ainda assim guarda um caráter mais universal quanto à modelagem da turbulência;
- O processo de transferência da energia cinética turbulenta entre as diferentes escalas é bem modelado, para escoamentos completamente turbulentos.

Como desvantagens pode-se citar:

- Necessidade de ajuste da constante C_s para cada tipo de programa computacional;
- Não consegue modelar efeitos do tipo "backscatter" (transferência de energia das menores para as maiores escalas);
- Apresenta deficiência no cálculo da viscosidade junto às paredes, necessitando do uso de um ajuste artificial através de funções de amortecimento.

Esta última deficiência em particular é preponderante quanto ao uso com sucesso desse modelo de turbulência em conjunto com o Método de Fronteira Imersa.

Modelo de Spalart-Allmaras (formulação URANS)

Spalart e Allmaras (1994) propuseram um novo modelo baseado no conceito de URANS a uma equação de transporte. A motivação veio de aplicações voltadas à aerodinâmica que buscavam uma alternativa para melhorar a eficiência dos modelos algébricos em situações complexas de escoamentos e também como uma alternativa mais simples aos modelos do tipo $k-\varepsilon$ bastante utilizados. Por resolver uma única equação de transporte para a viscosidade turbulenta, esse modelo é computacionalmente mais leve do que os da família $k-\varepsilon$ (modelos a duas equações), com a vantagem de também ser menos exigente com relação ao refinamento de malha. Trata-se de um modelo com possibilidades modestas, não tendo o objetivo de se tornar um modelo geral de turbulência, ficando sua aplicação direcionada a escoamentos aerodinâmicos. Entretanto vem obtendo bons resultados sendo hoje um modelo mais robusto do que os da família $k-\varepsilon$ para esse tipo de escoamento.

O modelo de Spalart-Allmaras (S-A), na sua formulação, foi desenvolvido e teve seus coeficientes calibrados usando principalmente considerações empíricas de diferentes tipos de escoamentos, análise dimensional e aplicando o princípio de invariância de Galileu para a viscosidade turbulenta. O modelo S-A usa uma variável auxiliar de trabalho $\tilde{\nu}$ dada pela seguinte

equação de transporte:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tilde{\nu}) = & c_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] \\ & - \left[c_w f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right] \left[\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right]^2 + f_{t1} \Delta U^2, \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde os termos do lado direito da equação representam respectivamente: a produção de viscosidade turbulenta, as difusões molecular e turbulenta de $\tilde{\nu}$, a dissipação de $\tilde{\nu}$, destruição de $\tilde{\nu}$ que reduz a viscosidade turbulenta junto à parede e finalmente os termos que modelam efeitos de transição para turbulência, indicados pelo subscrito t .

Define-se a viscosidade turbulenta ν_t em termos da variável auxiliar $\tilde{\nu}$ e de uma função de amortecimento para as regiões parietais, f_{v1} , como se segue:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad e \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}. \quad (3.20)$$

Já para as regiões distantes das paredes a função f_{v1} não exerce nenhuma influência no cálculo da viscosidade turbulenta, sendo unitária e portanto fazendo com que $\nu_t = \tilde{\nu}$.

O termo de produção da equação de transporte, Eq. (3.19), também precisa de uma correção junto à parede, o que é feito substituindo-se o parâmetro S por uma variável modificada $\tilde{S}$ que também sofre influência de uma função de amortecimento f_{v2} , definida de maneira semelhante a f_{v1} . Assim, $\tilde{S}$ e f_{v2} são dados por:

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{(\kappa d_w)^2} f_{v2} \quad e \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}. \quad (3.21)$$

onde d_w é a distância até a parede mais próxima e S é o modulo da taxa de deformação calculada com as variáveis do campo filtrado:

$$S = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}. \quad (3.22)$$

O termo de destruição originalmente formulado apresenta problemas, uma vez que ele decresce muito lentamente em certas regiões da camada limite. Para corrigir essa deficiência foi definida uma função adimensional f_w , calibrando o termo de destruição. A função f_w é definida com valor unitário para a região da camada limite logarítmica, intensificando o termo de destruição à medida que se aproxima da parede e tendendo a zero para as regiões mais

distantes da parede, ficando definida como:

$$f_w = g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{1/6}, \quad g = r + c_{w2} (r^6 - r) \quad e \quad r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d_w^2}. \quad (3.23)$$

Como foi observado anteriormente os termos indicados pelo subscrito ($t - trip$) estão relacionados ao início da transição do regime laminar para o turbulento ainda dentro da camada limite. A influência destes termos permite o controle da transição em dois diferentes aspectos: mantendo o escoamento laminar nas regiões desejadas ou dando início a região de transição. O controle é feito com a adição de um termo fonte controlado pela função f_{t1} e uma redução no termo de produção de viscosidade turbulenta controlada pela função f_{t2} , definidas da seguinte forma:

$$f_{t1} = c_{t1} g_t \exp \left(-c_{t2} \frac{\omega_t^2}{\Delta U^2} [d_w^2 + g_t^2 d_t^2] \right), \quad (3.24)$$

$$f_{t2} = c_{t3} \exp \left(-c_{t4} \chi^2 \right), \quad (3.25)$$

onde d_t é a distância até o ponto de início da transição, ω_t é a vorticidade no ponto de transição da camada limite e ΔU a norma da diferença da velocidade entre o escoamento e o ponto de transição. A função g_t da Eq. (3.24) é definida como $\min [0, 1; \Delta U / (\omega_t \Delta x_t)]$, onde Δx_t é o tamanho da malha ao longo da parede na região de transição.

As demais constantes do modelo são:

$$\begin{aligned} c_{w1} &= \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1+c_{b2})}{\sigma}, & c_{w2} &= 0,3, & c_{w3} &= 2, \\ \kappa &= 0,41, & c_{v1} &= 7,1, & \sigma &= 2/3, & c_{b1} &= 0,1355, & c_{b2} &= 0,622, \\ c_{t1} &= 1, & c_{t2} &= 2, & c_{t3} &= 1,2 & e & c_{t4} &= 0,5. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Neste trabalho os termos relacionados a transição a turbulência foram desprezados, resultando na equação simplificada:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tilde{\nu}) = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - c_w f_w \left[\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right]^2 + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right]. \quad (3.27)$$

Modelo de Spalart-Allmaras (formulação DES)

Como já foi dito, o modelo S-A, apresentado anteriormente, foi originalmente desenvolvido dentro da filosofia de modelagem URANS. Entretanto, Spalart *et al.* (1997) propuseram um novo

conceito de metodologia de simulação da turbulência, uma metodologia híbrida (URANS/LES), usando como base o modelo de turbulência S-A. Na formulação original do modelo S-A é utilizada a distância do ponto de interesse até a parede mais próxima (d_w) como principal variável na calibração da zona de influência do modelo. A formulação DES é obtida substituindo d_w por uma nova variável $\tilde{d}$, definida como:

$$\tilde{d} = \min(d_w, C_{DES} \Delta) \quad \text{onde} \quad \Delta = \max(\Delta x, \Delta y). \quad (3.28)$$

Assim, $\tilde{d}$ age como um novo comprimento de escala para o modelo S-A. Dessa forma, na região da camada limite ($\tilde{d} < \Delta C_{DES}$) o modelo é usado no modo URANS, igual à modelagem original $\tilde{d} = d_w$. Para as regiões distantes das paredes ($d_w > \Delta C_{DES}$) o comprimento de escala torna-se dependente do tamanho da malha ($\tilde{d} = \Delta C_{DES}$). Quando os termos de produção e destruição estão balanceados o modelo S-A age de maneira similar a um modelo sub-malha algébrico, ou seja, $\tilde{\nu} \propto S\Delta^2$, permitindo que a energia cinética turbulenta das grandes escalas seja distribuída para as pequenas escalas, onde a energia é dissipada. Na formulação DES o modelo S-A apresenta uma constante adicional C_{DES} que foi ajustada por Shur *et al.* (1999) para turbulência homogênea, igual a 0,65. Nesse trabalho foi usado esse valor para a constante C_{DES} para todas as simulações.

Capítulo IV

Metodologia Numérica

4.1 Discretização do domínio euleriano

4.1.1 Acoplamento pressão-velocidade

A solução das Eq. (3.1) e (3.2) foi feita de forma segregada, o que leva à necessidade de tratar o acoplamento pressão-velocidade. Foi escolhido o método dos passos fracionados, proposto inicialmente por Chorin (1968). Esse método possui muitas variações, sendo aqui aplicada a proposta por Armfield e Street (1999). O método é empregado de forma não iterativa sendo, inicialmente resolvidas as equações de quantidade de movimento usando os campos do tempo precedente, o que conduz a uma estimativa para o campo de velocidades, que em geral, não satisfaz a equação da continuidade. O divergente dessa estimativa para a velocidade é utilizado como termo fonte para a solução de uma equação de Poisson para a correção de pressão, que finalmente é utilizada para atualizar o campo de velocidades, garantindo assim a conservação da massa para a velocidade corrigida. Apenas uma iteração, em cada passo de tempo, é necessária para que os campos de velocidades obtidos satisfaçam à continuidade. O campo de pressão é então atualizado e pode-se então avançar para o próximo passo de tempo. É ilustrada a aplicação do método dos passos fracionados (com evolução no tempo pelo método de Euler).

A equação de Navier-Stokes para a velocidade na iteração atual ($n + 1$) é escrita na seguinte forma:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (u_i^n u_j^n) \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^n}{\partial x_i} \right) \right] + f_i^n. \quad (4.1)$$

No método dos passos fracionados utiliza-se os campos de velocidade, pressão e força do tempo anterior (n) para calcular, no passo preditor, uma estimativa para a velocidade no tempo atual ($\tilde{u}_i^{n+1}$), dada pela seguinte equação:

$$\frac{\tilde{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (u_i^n u_j^n) \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^n}{\partial x_i} \right) \right] + f_i^n. \quad (4.2)$$

Subtraindo a Eq. (4.1) da Eq. (4.2), tem-se:

$$\frac{\tilde{u}_i^{n+1} - u_i^{n+1}}{\Delta t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (p^{n+1} - p^n). \quad (4.3)$$

Aplicando o operador divergente na Eq. (4.3):

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\frac{\partial \tilde{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} \right] = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial p'^{n+1}}{\partial x_i} \right). \quad (4.4)$$

onde p'^{n+1} é a correção de pressão dada por:

$$p'^{n+1} = p^{n+1} - p^n. \quad (4.5)$$

Sabe-se que o campo final de velocidade deve satisfazer a equação da continuidade. O segundo termo do lado esquerdo da Eq. (4.4) será igual a zero, o que leva a seguinte equação:

$$\frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \tilde{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p'^{n+1}}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (4.6)$$

Tem-se então, uma equação de Poisson para correção da pressão (p'). Note que o termo fonte é função da velocidade estimada, a qual é conhecida do passo preditor (Eq. 4.2). Pode-se então resolver a Eq. (4.6) obtendo a correção da pressão.

Com o campo de correção da pressão calculado, retorna-se à Eq. (4.3) obtendo-se então, a equação corrigida para a velocidade na iteração atual (passo corretor):

$$u_i^{n+1} = \tilde{u}_i^{n+1} - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p'^{n+1}}{\partial x_i}. \quad (4.7)$$

O método dos passos fracionados pode ser resumido na seguinte sequência de cálculo:

Algoritmo – Método dos Passos Fracionados

Estimar o campo de velocidades, Eq. (4.2);

Como campo estimado, resolver o sistema linear para a correção de pressão, Eq. (4.6);

Corrigir o campo de velocidades, Eq. (4.7), e o campo de pressão, Eq. (4.5);

Verificar a conservação da massa dentro da tolerância especificada;

Avançar para o próximo passo de tempo.

4.1.2 Discretização temporal

Runge-Kutta 2ª ordem

O avanço no tempo para as equações de movimento é feito pelo método de Runge-Kutta de 2ª ordem o qual consiste de um passo preditor que avalia o campo em um instante de tempo intermediário, como mostrado aqui para a componente x da velocidade:

$$\tilde{u}_{i,j}^{n+1/2} = u_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{2} \left[-A_{x \ i,j}^n + D_{x \ i,j}^n - \frac{1}{\rho} P_{x \ i,j}^n + f_{x \ i,j}^n \right], \quad (4.8)$$

onde: A representa o termo advectivo, D o termo difusivo, P o gradiente de correção de pressão e f o campo de força.

O avanço para o tempo atual é feito pelo passo corretor, para o cálculo dos termos advectivo e difusivo utilizando-se o campo de velocidade estimado no passo preditor ($\tilde{u}_{i,j}^{n+1/2}$).

$$\tilde{u}_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \Delta t \left[-A_{x \ i,j}^{n+1/2} + D_{x \ i,j}^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} P_{x \ i,j}^{n+1/2} + f_{x \ i,j}^{n+1/2} \right]. \quad (4.9)$$

Adams-Bashforth de 2ª ordem

Este método foi utilizado para o avanço temporal da equação de transporte (Eq. 3.27) do modelo de turbulência de Spalart-Allmaras. Com o método de Adams-Bashforth, para se obter a informação no instante de tempo atual ($n + 1$) é necessário conhecer informações dos instantes (n) e ($n - 1$). A discretização pelo método de Adams-Bashforth para o avanço temporal da variável auxiliar $\tilde{\nu}$ é dada pela Eq. (4.10):

$$\tilde{\nu}_{i,j}^{n+1} = \tilde{\nu}_{i,j}^n + \Delta t \left[\frac{3}{2} (-A_{i,j}^n + D_{i,j}^n) - \frac{1}{2} (-A_{i,j}^{n-1} + D_{i,j}^{n-1}) \right] + \Delta t (Prod_{i,j}^n - Dest_{i,j}^n), \quad (4.10)$$

onde: A representa o termo advectivo, D os termos difusivos conservativo e não-conservativo, $Prod$ o termo de produção e $Dest$ o termo de destruição de viscosidade trubulenta.

4.1.3 Discretização espacial das equações

Discretização das equações de Navier-Stokes

Apresenta-se a seguir a discretização espacial dos termos das equações filtradas de Navier-Stokes, Eq. (4.2). Foi utilizado um arranjo deslocado para a malha euleriana, velocidades

e forças nas faces da célula e demais propriedades no centro, como ilustrado na Fig. (4.6).

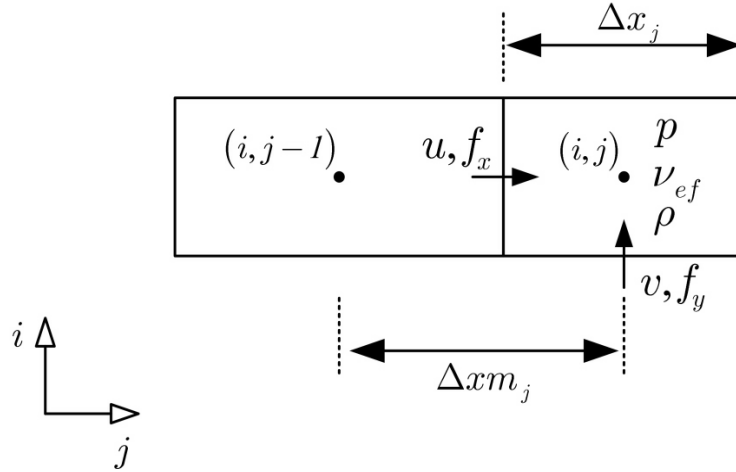


Figura 4.6 - Esquema da malha deslocada utilizado na discretização das equações.

Para a discretização espacial foi utilizado um esquema de 2ª ordem, método das diferenças finitas centradas. Seguem abaixo as equações discretizadas para a componente x de cada um dos termos da equação de Navier-Stokes:

- Gradiente da correção de pressão

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = \frac{p'_{i,j} - p'_{i,j-1}}{\Delta xm_j} \quad (4.11)$$

- Termo advectivo

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = \frac{1}{\Delta x_j} [(\bar{u}_P \bar{u}_P) - (\bar{u}_W \bar{u}_W)] + \frac{1}{\Delta y_i} [(\bar{u}_{nw} \bar{v}_{nw}) - (\bar{u}_{sw} \bar{v}_{sw})], \quad (4.12)$$

As velocidades denotadas pelo operador $(-)$ devem ser interpoladas, sendo funções das velocidades nas faces da malha (já que é utilizado o esquema deslocado) dadas por:

$$\begin{aligned} \bar{u}_P &= f(u_{i,j+1}, u_{i,j}) & \bar{u}_W &= f(u_{i,j}, u_{i,j-1}) \\ \bar{u}_{nw} &= f(u_{i,j}, u_{i+1,j}) & \bar{u}_{sw} &= f(u_{i,j}, u_{i-1,j}) \\ \bar{v}_{nw} &= f(v_{i+1,j}, v_{i+1,j-1}) & \bar{v}_{sw} &= f(v_{i,j}, v_{i,j-1}) \end{aligned} \quad (4.13)$$

• Termo difusivo

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] &= \frac{1}{\Delta x_j} \left(2\nu_{ef\ i,j} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta x_j} - 2\nu_{ef\ i,j-1} \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta x_j} \right) \\ &+ \frac{1}{\Delta y_i} \left[\bar{\nu}_{ef\ N} \left(\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta y_{m_{i+1}}} + \frac{v_{i+1,j} - v_{i+1,j-1}}{\Delta x_{m_j}} \right) - \bar{\nu}_{ef\ S} \left(\frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta y_{m_i}} + \frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{\Delta x_{m_j}} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.14)$$

A viscosidade efetiva que deve ser interpolada nas faces é função da viscosidade nas células vizinhas:

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_{ef\ N} &= f(\nu_{ef\ i,j}, \nu_{ef\ i,j-1}, \nu_{ef\ i+1,j}, \nu_{ef\ i+1,j-1}), \\ \bar{\nu}_{ef\ S} &= f(\nu_{ef\ i,j}, \nu_{ef\ i,j-1}, \nu_{ef\ i-1,j}, \nu_{ef\ i-1,j-1}). \end{aligned} \quad (4.15)$$

Discretização da equação para a correção de pressão

A equação (4.6) para a correção de pressão para um problema bidimensional é escrita como:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} = \frac{\rho}{\Delta t} \left[\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right]. \quad (4.16)$$

A discretização da equação (4.16) é apresentada abaixo, todos os termos da equação para a correção de pressão estão no mesmo instante de tempo $(n + 1)$. Sendo assim, todas as equações estão acopladas dando origem a um sistema linear, que pode ser representado por:

$$\frac{p'_{i,j-1} - 2p'_{i,j} + p'_{i,j+1}}{\Delta x_{m_j}^2} + \frac{p'_{i-1,j} - 2p'_{i,j} + p'_{i+1,j}}{\Delta y_{m_i}^2} = \frac{\rho_{i,j}}{\Delta t} \left[\frac{\tilde{u}_{i,j+1} - \tilde{u}_{i,j}}{\Delta x_j} + \frac{\tilde{v}_{i+1,j} - \tilde{v}_{i,j}}{\Delta y_i} \right]. \quad (4.17)$$

Para a resolução do sistema linear acima é utilizado o método MSI (*Modified Strongly Implicit Procedure*) proposto por Schneider e Zedan (1981).

Interpolação das propriedades para malhas não-uniforme

Com o uso de malha não-uniforme as propriedades sobre as faces devem agora ser interpoladas de maneira pertinente. Foi utilizado o esquema de interpolação conforme sugerido por Patankar (1980).