



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMOS PARA BUSCA DE
CONDIÇÕES ÓTIMAS EM HIDROCICLONES A PARTIR DAS
RESPECTIVAS SUPERFÍCIES DE RESPOSTA**

Uberlândia – MG

2018



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMOS PARA BUSCA DE
CONDIÇÕES ÓTIMAS EM HIDROCICLONES A PARTIR DAS
RESPECTIVAS SUPERFÍCIES DE RESPOSTA**

Autor: Luis Felipe Gama de Ávila

**Monografia de graduação apresentada à
Universidade Federal de Uberlândia como
parte dos requisitos necessários para a
aprovação na disciplina de Trabalho de
Conclusão de Curso de Engenharia Química.**

Uberlândia – MG

2018

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA MONOGRAFIA DA DISCIPLINA PROJETO DE GRADUAÇÃO DE **LUIS FELIPE GAMA DE ÁVILA** APRESENTADA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA, EM 12 DE DEZEMBRO DE 2018.

BANCA EXAMINADORA:

**Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins
Vieira
Orientador- FEQUI/UFU**

**Prof. Dr. Rubens Gedraite
FEQUI/UFU**

**Doutorando Suelen Mara Gonçalves
FEQUI/UFU**

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1 – OPERAÇÃO DE HIDROCICLONAGEM	4
2.2 – VARIÁVEIS IMPORTANTES	6
2.2.1 – Concentrações volumétricas.....	7
2.2.2 – Capacidade de processamento.....	7
2.2.3 – Razão de líquido.....	7
2.2.4 – Eficiência Total e Eficiência Reduzida	8
2.2.4 – Diâmetro de corte e Diâmetro de corte reduzido	8
2.2.5 Número de Euler	9
2.3 – SUPERFÍCIES DE RESPOSTA	9
2.3.1 – Material Particulado	10
2.3.2 – Confeção dos hidrociclones.....	11
2.3.3 – Procedimento experimental.....	14
2.3.4 – Superfícies de respostas.....	16
CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS.....	17
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS OBTIDOS.....	22
4.1 – CASO 1	22
4.2 – CASO 2.....	23
4.3 – COMPARAÇÃO DOS HIDROCICLONES	24
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÃO	26
5.1 – SUGESTÃO PARA TRABALHO FUTURO	26
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	27

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Hidrociclone empregado na indústria mineral.	1
Figura 2.1 - Trajetória simplificada do fluido no interior de um hidrociclone (Adaptado: SVAROVSKY, 1984).	4
Figura 2.2 - Principais dimensões de um hidrociclone (Adaptado: SILVA, 2014).....	5
Figura 2.3 - Distribuição granulométrica das partículas de quartzito. Salvador (2017).....	10
Figura 2.4 - Dutos de alimentação (Di) e Dutos do overflow (Do) respectivamente. Vieira (2006)	11
Figura 2.5 - Cilindros dos hidrociclones. Vieira (2006).....	12
Figura 2.6 - Troncos de cone. Vieira (2006)	12
Figura 2.7 - Unidade Experimental. Salvador (2013)	15
Figura 3.1 - Diagrama representativo do algoritmo	19

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Relações geométricas para algumas tradicionais famílias de hidrociclones (SVAROVSKY, 1984).	6
Tabela 2.2 - Correspondência entre as variáveis e suas formas codificadas.....	13
Figura 2.3 - Matriz de planejamento para a confecção dos hidrociclones. Salvador (2017)..	14
Tabela 4.1 - Resultados do Hidrociclone Caso 1.....	22
Tabela 4.2 - Variáveis codificadas e seus respectivos valores geométricos do Caso 1.....	22
Tabela 4.3 – Resultados do Hidrociclone Caso 2.....	23
Tabela 4.4 – Variáveis codificadas e seus respectivos valores geométricos.....	24
Tabela 4.5 – Comparativos Hidrociclones	25

RESUMO

Os hidrociclones são equipamentos pequenos, de fácil instalação e possuem alta capacidade de processamento. Tem como objetivo: separar, concentrar e clarificar suspensões sólido-líquido. Em se tratando da otimização da operação de hidrociclonagem, é desejável que este tipo de separador apresente simultaneamente baixos números de Euler, altas Eficiências Totais e baixas Razões de Líquido. Apesar de estas respostas serem extremamente sensíveis às principais dimensões geométricas de um hidrociclone (diâmetro da alimentação, diâmetro do tubo de *overflow*, diâmetro do orifício de *underflow*, comprimento da parte cilíndrica e ângulo do tronco de cone), elas quase sempre caminham em sentidos opostos (e não simultâneos) ao necessário para a potencialização da separação sólido-líquido. Assim, com o objetivo de otimizar a separação em hidrociclones, através da implementação de algoritmo de busca no software *Matlab*, utilizando as superfícies de resposta de Salvador (2017), este trabalho busca as melhores combinações geométricas mais satisfatórias para dois casos distintos de otimização. No primeiro caso, otimizou-se a eficiência com um limite de gasto energético, já no segundo caso procurou-se o menor gasto energético com um limite de eficiência. No Caso 1, obteve-se eficiência de 88% e um número de Euler abaixo de 3000, já no caso 2, a eficiência foi de aproximadamente 77% com um número de Euler próximo de 700.

Palavras Chaves: hidrociclone, otimização, superfícies de respostas.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Os hidrociclones são referências em um grupo de equipamentos que promovem a separação sólido-líquido e líquido-líquido através de um campo centrífugo. Sua história começou no final do século XIX quando foram patenteados, porém ainda pouco utilizados. Por volta de 1940, os hidrociclones começaram a serem empregados na indústria da extração e processamento mineral, isso fez com que o estudo científico deste equipamento se alavancasse (VIEIRA, 2006). Observa-se na Figura 1.1 o uso destes equipamentos na indústria do beneficiamento de minério.



Figura 1.1 – Hidrociclone empregado na indústria mineral.

Em comparação a outros separadores como centrífugas e sedimentadores, os hidrociclones possuem tamanho reduzido que confere às partículas um baixo tempo de residência, devido a sua alta vazão de processamento, além de ocupar um menor espaço numa planta industrial. A ausência de partes móveis também é uma vantagem que, combinada com as outras características do equipamento, garante simplicidade

operacional, baixo custo de manutenção e aquisição aos hidrociclones (SVAROVSKY, 2000).

Ainda segundo Svarovsky (2000), há também algumas desvantagens em utilizar este equipamento. Os hidrociclones são inflexíveis em operação e devido a sua forte dependência da vazão e concentração de entrada, podem resultar em grandes variações no processo quando ocorrer pequenas perturbações nessas variáveis.

Devido à grande aplicabilidade dos hidrociclones, esses equipamentos podem ser empregados em processos para: separar partículas (suspensas em um líquido de menor densidade) por tamanho, densidade, ou ainda, pela velocidade terminal de sedimentação; remoção de sólidos em suspensão de um líquido; separar líquidos imiscíveis de diferentes densidades; retirar o líquido de suspensões para fornecer um produto mais concentrado ou clarificado; “quebrar” as dispersões líquido-líquido ou gás-líquido; remoção de gases dissolvidos de líquidos (RICHARDSON *et al.*, 2002).

O processo de separação que acontece nos hidrociclones é extremamente dependente de sua configuração geométrica. Sua geometria impacta em todos os indicadores: eficiência de separação, eficiência de concentração, gasto energético. Infelizmente, as respostas desses indicadores obtidas com as alterações geométricas são conflitantes, por isso a otimização das variáveis geométricas é importante para atingir os resultados esperados em um processo industrial.

Portanto, este trabalho pretende apresentar um algoritmo de busca das melhores geometrias de hidrociclone para solucionar os desafios padrões que se encontra em um processo, sendo eles: Caso 1, o objetivo será encontrar a geometria que tenha a melhor eficiência possível sem um gasto exagerado de energia. No caso 2, o objetivo será a configuração que alcance uma eficiência razoável com o menor gasto de energia possível.

Com o intuito de se alcançar o objetivo proposto neste trabalho, o texto apresenta a seguinte estrutura:

No **Capítulo 1** são apresentadas as motivações e o objetivo deste trabalho de pesquisa bem como a organização do texto.

No **Capítulo 2** é apresentada uma revisão bibliográfica pertinente ao assunto abordado neste trabalho.

No **Capítulo 3** são apresentados a metodologia utilizada no desenvolvimento do trabalho.

No **Capítulo 4** são apresentados os resultados obtidos com a implementação dos algoritmos de busca e as discussões pertinentes.

No **Capítulo 5** são apresentadas as conclusões a que se chegaram com os resultados.

CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 – Operação de hidrociclonagem

De forma sucinta, o hidrociclone convencional consiste em um cilindro acoplado a um tronco de cone. São manufaturados de material impermeável e apresentam uma alimentação lateral e duas saídas de fluido, *underflow* no topo do cilindro e *overflow* que se encontra ao final do encurtamento da parte cônica. A parte cilíndrica é responsável pela capacidade de processamento do equipamento enquanto a parte cônica pela eficiência de separação do mesmo (SILVA, 2014; RICHARDSON E HARKER, 2002).

O princípio básico de separação empregado em hidrociclones é a sedimentação por ação de uma força centrífuga. A alimentação, dotada de energia de pressão, é injetada tangencialmente na parte superior cilíndrica do equipamento. Em função da força centrífuga gerada, é formado um movimento espiral descendente de forma que as partículas maiores e de maior densidade aproximam-se da parede e são coletadas no orifício de *underflow*. Um outro vórtice central de movimento ascendente é formado e arrasta as partículas menores e menos densas para o duto de *overflow*.

O movimento do fluido dentro de um hidrociclone comum pode ser esquematizado na Figura 2.

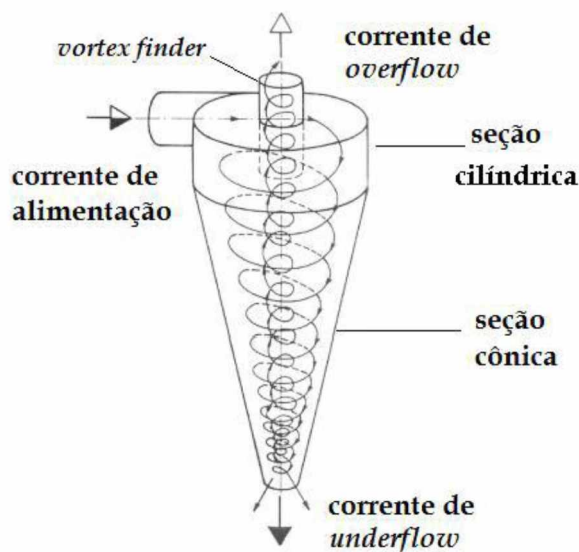


Figura 2.1 - Trajetória simplificada do fluido no interior de um hidrociclone (Adaptado: SVAROVSKY, 1984).

As principais dimensões de um hidrociclone são: diâmetro da parte cilíndrica (D_c), diâmetro da alimentação (D_i), diâmetro de *overflow* (D_o), diâmetro de *underflow* (D_u), comprimento da parte cilíndrica (h), comprimento do tronco de cone (H), comprimento total (L), comprimento de *vortex finder* (ℓ) e o ângulo do tronco de cone (θ). A Figura 2.2 ilustra a geometria convencional de um hidrociclone com suas dimensões características.

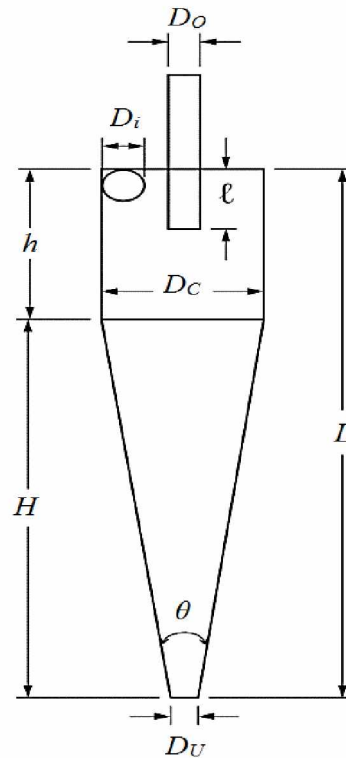


Figura 2.2 - Principais dimensões de um hidrociclone (Adaptado: SILVA, 2014).

O vortex finder é responsável por induzir as partículas a fluir para baixo, guiadas pela parede externa, quanto maior for ℓ , menor a tendência do fluido seguir para o overflow. Como demonstrado por Almeida (2008), o comprimento do vortex finder exerce uma influência significativa na eficiência de separação e no consumo energético do equipamento.

Os hidrociclones são agrupados em famílias. Uma família de hidrociclones consiste em um conjunto específico de separadores que mantém entre si uma proporção exclusiva em suas principais dimensões geométrica (VIEIRA, 2006). Tal proporcionalidade existente entre as configurações geométricas está diretamente relacionada com capacidade de processamento, eficiência, gasto energético e destino do

líquido, sendo que os resultados dessas variáveis acabam sendo específicos para cada família. As principais relações geométricas referentes a algumas famílias importantes de hidrociclone são apresentadas na Tabela 2.1, com base nas nomenclaturas apresentadas na Figura 3.

Família de Hidrociclone	Proporções Geométricas				
	D_i/D_c	D_o/D_c	D_u/D_c	L/D_c	θ
Bradley	0,133	0,200	0,330	6,85	9°
Demco	0,217	0,500	1,000	4,70	25°
Demco	0,244	0,313	0,833	3,90	20°
Hi-Klone	0,175	0,250	0,920	5,60	10°
Hi-Klone	0,150	0,200	0,800	5,40	10°
Mozley	0,154	0,214	0,570	7,43	6°
Mozley	0,160	0,250	0,570	7,71	6°
Mozley	0,197	0,320	0,570	7,71	6°
Rietema	0,280	0,340	0,400	5,00	20°
RW 2515	0,200	0,320	0,800	6,24	15°
Warman	0,290	0,200	0,310	4,00	15°

Tabela 2.1 - Relações geométricas para algumas tradicionais famílias de hidrociclones (SVAROVSKY, 1984).

Além de sua geometria, as condições operacionais, como queda de pressão e concentração da alimentação, influenciam no desempenho de hidrociclones. A elevação dos níveis de queda de pressão aumenta a eficiência de separação, entretanto, é usual operar com pressões de até 2 bar. Em contrapartida, o aumento da concentração da suspensão alimentada leva ao rápido decréscimo na eficiência, por isso a alimentação diluída é preferível quando se busca por alta recuperação mássica sólidos (SVAROVSKY, 2000).

2.2 – Variáveis importantes

A avaliação quantitativa, da separação/classificação de partículas na operação de hidrociclonagem, tem por princípio o estudo da divisão de fluxos e da quantidade de matéria coletada e descarregada nas correntes de *underflow* e *overflow* (GONÇALVES, 2016). Para a completa compreensão, é necessário a apresentação das principais variáveis operacionais de um hidrociclone, como os conceitos de concentração volumétrica, capacidade de processamento, razão de líquido, eficiência total, eficiência total reduzida, eficiência granulométrica e eficiência granulométrica reduzida, além das

variáveis relacionadas a classificação de partículas, diâmetro de corte e diâmetro de corte reduzido. Além disso, será abordado o conceito de número de Euler, que está relacionado ao consumo energético.

2.2.1 – Concentrações volumétricas

As concentrações volumétricas são calculadas a partir das concentrações mássicas e das densidades do fluido e do material particulado. As Equações 2.1 e 2.2 apresentam o cálculo das concentrações volumétricas das correntes de alimentação e *underflow*, respectivamente:

$$Cva = \frac{1}{\left[\frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{1}{Cwa} - 1 \right) + 1 \right]} \quad (2.1)$$

$$Cvu = \frac{1}{\left[\frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{1}{Cwu} - 1 \right) + 1 \right]} \quad (2.2)$$

Em que os subscritos “a” e “u” indicam as correntes de alimentação e de *underflow*; C_w são concentrações mássicas de sólidos nas correntes; ρ_s é a densidade dos sólidos e ρ a densidade do líquido.

2.2.2 – Capacidade de processamento

Define-se capacidade de processamento de um hidrociclone como sendo a vazão volumétrica alimentada (Q_A) no equipamento em determinada queda de pressão. Por sua vez a vazão volumétrica (Q_i), definida através da Equação 2.3, é a razão entre a vazão mássica (W_i) e a densidade da corrente (ρ_i), onde o subscrito i indica uma corrente genérica (alimentação, *overflow* ou *underflow*). (GONÇALVES, 2016)

$$Q_i = \frac{W_i}{\rho_i} \quad (2.3)$$

As vazões mássicas (W_i) podem ser quantificadas experimentalmente por técnicas de gravimetria. A densidade das correntes (ρ_i) é determinada pela Equação 2.4.

$$\rho_i = \frac{\rho}{1 - Cwi \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)} \quad (2.4)$$

2.2.3 – Razão de líquido

A razão de líquido (RL) representa a fração de líquido que, inicialmente alimentada no hidrociclone é descarregada na corrente de *underflow*. O equipamento, independente da ação da força centrífuga, age como um divisor de correntes e por consequência arrasta partículas para o *underflow*. Portanto, parte da massa sólida é

separada não somente devido à ação da força centrífuga, pois a corrente inicialmente alimentada dá origem às correntes de *underflow* e *overflow*. Esse fenômeno, popularmente conhecido como “efeito T” (SILVA, 1989), está quantificado através da resposta razão de líquido conforme Equação 2.5. Os subscritos “a” e “u” indicam a corrente de alimentação e *underflow*, respectivamente:

$$RL = \frac{Q_u(1-C_{vu})}{Q_a(1-C_{va})} \quad (2.5)$$

A razão de líquido está diretamente relacionada ao poder de classificação e concentração dos hidrociclones. Se grande quantidade de fluido é descarregada na corrente de *underflow*, maior será também a quantidade de sólidos coletada n, portanto, maior a eficiência de separação. Contudo, se o objetivo da hidrociclonagem é uma corrente concentrada, menores valores para a razão de líquido devem ser obtidos, e neste caso menores eficiências são também observadas (GONÇALVES, 2016).

2.2.4 – Eficiência Total e Eficiência Reduzida

A Eficiência Total (η) representa o percentual de massa de sólidos coletado na corrente de *underflow* frente à quantidade inicialmente introduzida na alimentação do hidrociclone, independentemente se a separação se deu por mero arraste ou centrifugação (VIEIRA, 2006). O cálculo da eficiência total pode ser visualizado através da Equação 2.6.

$$\eta = \frac{C_{wu}W_u}{C_{wa}W_a} \quad (2.6)$$

A Eficiência Total Reduzida (η') considera somente as partículas coletadas no *underflow* devido à ação do campo centrífugo, desconsiderando a influência da divisão de fluxos. Dessa forma, a Eficiência Total Reduzida, representada pela Equação 2.7, desconta da eficiência total o efeito de arraste que o líquido proporciona, representado pela resposta Razão de Líquido (RL) (VIEIRA, 2006).

$$\eta' = \frac{\eta - RL}{1 - RL} \quad (2.7)$$

2.2.4 – Diâmetro de corte e Diâmetro de corte reduzido

A eficiência granulométrica de separação em um hidrociclone tem um caráter de probabilidade (SVAROVSKY, 2000). Isso significa que partículas do mesmo material, porém com tamanhos diferentes, há probabilidades diferentes de serem carregadas para o *underflow*.

O diâmetro de corte (d_{50}) e o diâmetro de corte reduzido (d'_{50}) representam o diâmetro de uma partícula que será separada com eficiência de 50% e eficiência granulométrica reduzida de 50%, respectivamente. Ou seja, partículas com o diâmetro semelhante ao d_{50} há a mesma probabilidade de seguirem para o *underflow* ou *overflow*. O parâmetro d'_{50} sugere a mesma informação descontando o fator de arraste. Esses parâmetros determinam o poder de separação do hidrociclone.

2.2.5 Número de Euler

O número de Euler é um número adimensional que expressa a relação entre uma queda de pressão (diferença de pressão entre a alimentação e a corrente de *overflow*) e a energia cinética por volume, como mostra a Equação 2.8.

$$Eu = \frac{-\Delta P}{\frac{\rho u_c^2}{2}} \quad (2.8)$$

Em que $-\Delta P$ é a queda de pressão entre a alimentação e o *overflow* e u_c é velocidade do fluido na seção cilíndrica, representada pela Equação 2.9.

$$u_c = \frac{4Q}{\pi D c^2} \quad (2.9)$$

Esse número adimensional relaciona a quantidade de energia necessária (representada pela queda de pressão) para a operação de um hidrociclone a uma determinada vazão. Assim, definida uma queda de pressão, é interessante que o hidrociclone apresente a maior vazão de alimentação possível, ou seja, o menor número de Euler.

2.3 – Superfícies de Resposta

Para a realização deste trabalho utilizou-se os resultados obtidos nos experimentos de Salvador (2017) que geraram as superfícies de respostas que serão utilizadas para encontrar a melhor configuração geométrica que otimize a eficiência e amenize o gasto energético.

2.3.1 – Material Particulado

Para o estudo da otimização dos hidrociclones o material particulado escolhido, por Salvador (2017), para ser utilizado no desenvolvimento dessa tese foi o quartzito. Esse material foi obtido junto à ANEX Mineração sediada em Itabirito – MG. O quartzito é uma rocha metamórfica, originada devido aos processos metamórficos desenvolvidos em rochas sedimentares ricas em quartzo.

A densidade real do quartzito, determinada pela técnica de picnometria com deslocamento de gás Hélio, foi equivalente a $2,6707 \pm 0,0008 \text{ g/cm}^3$. Já o valor encontrado para a densidade aparente do material particulado, por meio de picnometria, foi de $2,6282 \pm 0,0152 \text{ g/cm}^3$.

A distribuição granulométrica (Equação 2.10) característica do quartzito foi obtida através do analisador de partículas por difração a *laser* da Malvern modelo Mastersizer Microplus e está apresentada em formato gráfico na Figura 2.3. A dimensão característica fornecida pelo equipamento foi o diâmetro volumétrico das partículas.

$$X = 1 - \exp \left[- \left(\frac{d_p}{19,98} \right)^{1,08} \right] \quad (2.10)$$

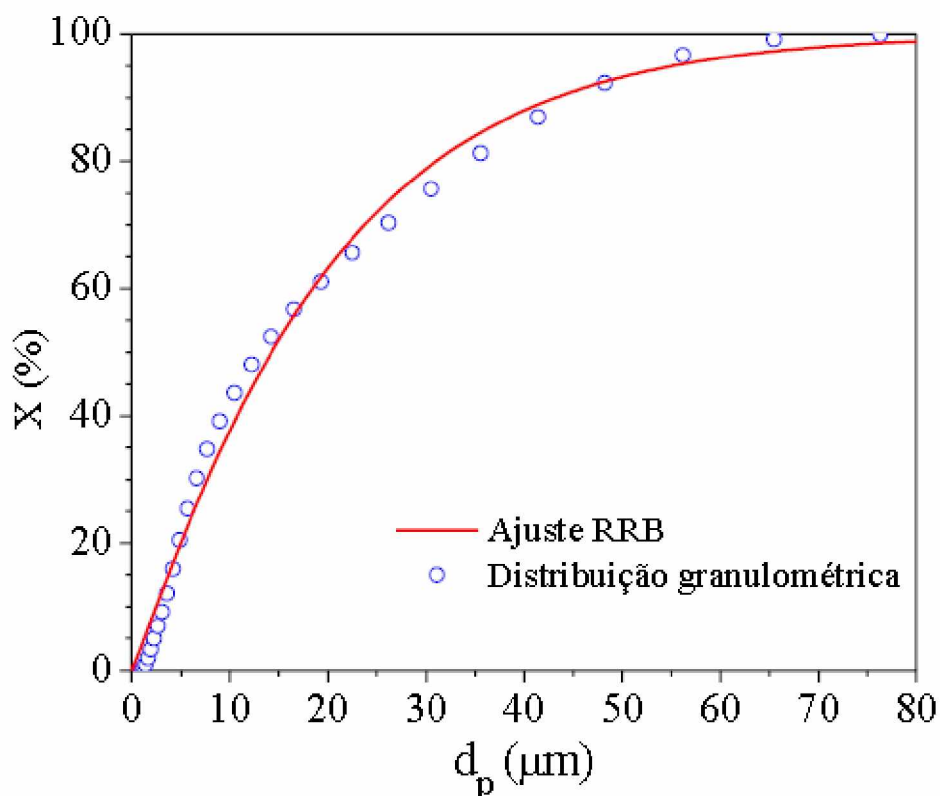


Figura 2.3- Distribuição granulométrica das partículas de quartzito. Salvador (2017)

2.3.2 – Confeção dos hidrociclones

Salvador (2017) realizou vários testes utilizando uma série de geometrias de hidrociclones com o intuito de criar superfícies de respostas relacionando formato do equipamento com Eficiência, Razão de líquido, Número de Euler e Diâmetro de corte. Para isso, testes experimentais foram feitos utilizando combinações geométricas com as variáveis: diâmetro de alimentação (D_i), diâmetro do overflow (D_o), Comprimento total do Hidrociclone (L) e o ângulo do tronco de cone (θ).

As peças dos hidrociclones disponíveis para serem utilizadas nos testes experimentais foram:

- Cinco dutos de alimentação com diâmetros (D_i) de 3,9 ($-\alpha$); 4,8 (-1); 6,3 (0); 7,8 ($+1$) e 8,7 ($+\alpha$) mm; (Figura 2.4)
- Cinco tubos de *overflow* com diâmetros (D_o) de 5,7 ($-\alpha$); 6,6 (-1); 8,1 (0); 9,6 ($+1$) e 10,5 ($+\alpha$) mm; (Figura 2.4)
- Sete cilindros com alturas (h) iguais a 15 (h_1), 19 (h_2), 61 (h_3), 76 (h_4), 80 (h_5), 103 (h_6) e 130 (h_7) mm; (Figura 2.5)
- Cinco troncos de cone com ângulos (θ) de 9,0° ($-\alpha$), 11,2° (-1), 14,5° (0), 17,8° ($+1$) e 20,0° ($+\alpha$); (Figura 2.6)
- Diâmetro da parte cilíndrica (D_c) fixada em 30 mm.

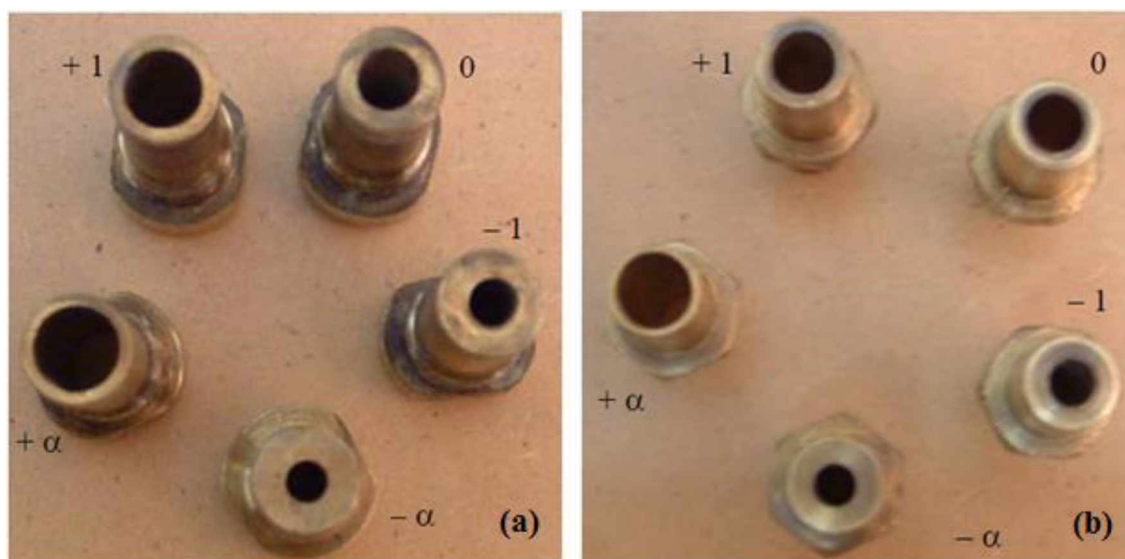


Figura 2.4 - Dutos de alimentação (D_i) e Dutos do overflow (D_o) respectivamente. Vieira (2006)

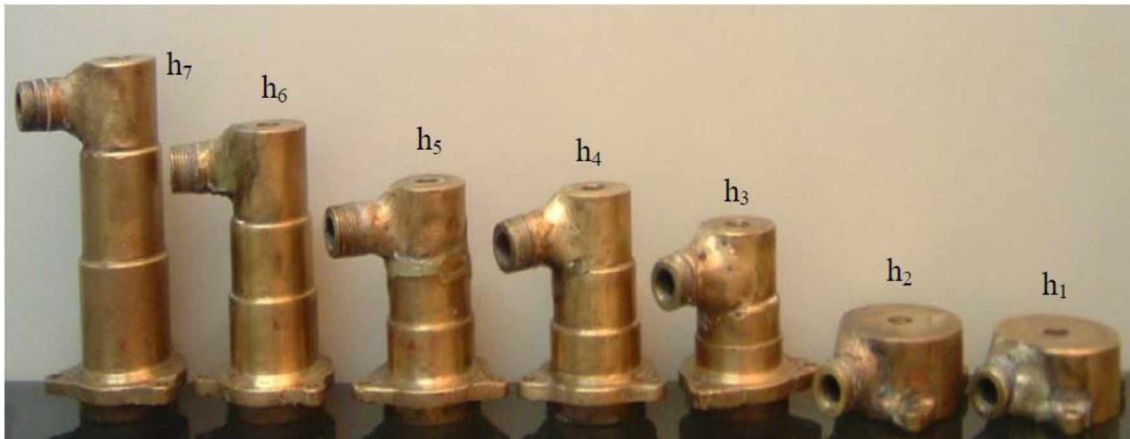


Figura 2.5 - Cilindros dos hidrociclones. Vieira (2006)

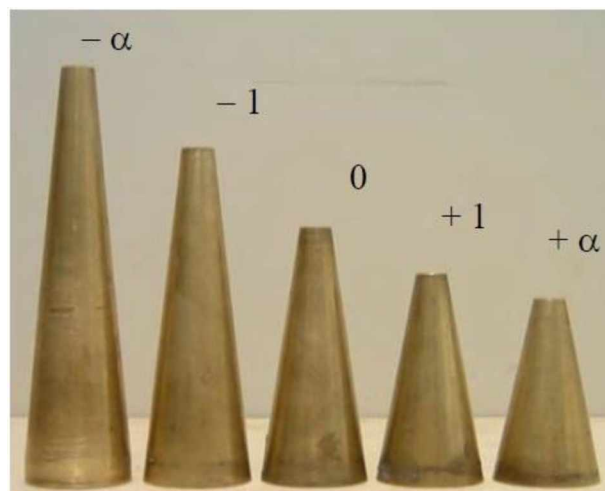


Figura 2.6 - Troncos de cone. Vieira (2006)

Os experimentos de Salvador (2017) seguiram o mesmo modelo de Vieira (2006) e se organizaram da seguinte forma: cada variável passou a ser representado pela forma codificada ($-\alpha$, -1 , 0 , $+1$ e $+\alpha$), sendo $-\alpha$ o menor valor assumido pela variável e $+\alpha$ o maior. A Equação 2.11 representa a equação de codificação para uma determinada variável (δ). Nela, representa o valor do fator na escala original, δ_i , é o nível central na escala original e d_i a diferença entre o nível alto ($+1$) e o nível baixo (-1).

$$X_i = 2 \frac{\delta - \delta_i}{d_i} \quad (2.11)$$

Portanto, as variáveis foram codificadas segundo as equações a seguir, sendo $+\alpha = 1,66$ e $-\alpha = -1,66$. Observe a Tabela 2.3.

$$X_1 = \frac{\frac{D_i}{D_c} - 0,21}{0,05} \quad (2.12)$$

$$X_2 = \frac{\frac{D_o}{D_c} - 0,27}{0,05} \quad (2.13)$$

$$X_3 = \frac{\frac{L}{D_c} - 5,8}{1,1} \quad (2.14)$$

$$X_4 = \frac{\theta - 14,5}{3,3} \quad (2.15)$$

	D_i/D_c	D_o/D_c	L/D_c	θ
$-\alpha$	0,13	0,19	3,9	9,0°
-1	0,16	0,22	4,7	11,2°
0	0,21	0,27	5,8	14,5°
+1	0,26	0,32	6,9	17,8°
$+\alpha$	0,29	0,35	7,6	20,0°

Tabela 2.3 - Correspondência entre as variáveis e suas formas codificadas

Diante de todas as configurações geométricas possíveis para fazer experimentos, Vieira (2006) propôs uma matriz de planejamento para a confecção de hidrociclones, onde foram escolhidos 25 combinações representativas, variando as partes geométricas estudadas aqui de $-\alpha$ a $+\alpha$. Além disso, foram feitos 5 testes utilizando o ponto central (0,0,0,0), para que conseguisse obter um ponto médio mais seguro de erros experimentais. Os Hidrociclones utilizados podem ser vistos na Tabela 2.4:

Hidrociclones	D_i/D_c	D_o/D_c	L/D_c	θ
H1	-1	-1	-1	-1
H2	-1	+1	-1	+1
H3	-1	-1	+1	-1
H4	-1	-1	+1	+1
H5	-1	+1	-1	-1
H6	-1	+1	-1	+1
H7	-1	+1	+1	-1
H8	-1	+1	+1	+1
H9	+1	-1	-1	-1
H10	+1	-1	-1	+1
H11	+1	-1	+1	-1
H12	+1	-1	+1	+1
H13	+1	+1	-1	-1
H14	+1	+1	-1	+1
H15	+1	+1	+1	-1
H16	+1	+1	+1	+1
H17	$-\alpha$	0	0	0
H18	$+\alpha$	0	0	0
H19	0	$-\alpha$	0	0
H20	0	$+\alpha$	0	0
H21	0	0	$-\alpha$	0
H22	0	0	$+\alpha$	0
H23	0	0	0	$-\alpha$
H24	0	0	0	$+\alpha$
H25 (5)	0	0	0	0

Tabela 2.4 - Matriz de planejamento para a confecção dos hidrociclones. Salvador (2017)

2.3.3 – Procedimento experimental

Nos experimentos de Salvador (2017), após definir a configuração de hidrociclone a ser utilizada, o mesmo era montado e acoplado à unidade experimental. Para a coleta dos dados experimentais, a queda de pressão foi mantida fixa em 1,47 bar (147 kPa) para todos os hidrociclones.

O tanque da unidade experimental foi completado com aproximadamente 200 L da suspensão, que foi preparada de modo que a concentração volumétrica de material particulado fosse 1%. A homogeneização da suspensão era feita pela ação de um agitador mecânico, que permanecia em funcionamento durante todo o ensaio. Após essas etapas, a bomba centrífuga era acionada para o início da operação. Por intermédio de válvulas globo e gaveta, a quantidade de suspensão enviada para a linha do hidrociclone era regulada até que o manômetro digital instalado à montante do hidrociclone indicasse a pressão de operação desejada.

Uma vez que o sistema estivesse em condições estáveis de queda de pressão, iniciavam-se as medidas experimentais. Assim, a temperatura da suspensão no tanque era registrada para posterior determinação da viscosidade e da densidade do fluido. Em seguida, a vazão mássica da alimentação do hidrociclone era lida no *display* do sensor de vazão e devidamente registrada. As vazões mássicas das demais correntes (*underflow*, *overflow*) foram determinadas por meio de técnicas gravimétricas, coleta e pesagem de amostras, em balança semi-analítica com precisão de $\pm 0,01$ g.

Em sequência, para a determinação das concentrações mássicas das correntes de alimentação, *overflow* e *underflow*, amostras de cada uma dessas correntes eram coletadas, pesadas e levadas à estufa a 105°C por 24 h, tendo suas massas aferidas novamente para os cálculos das concentrações. Essa análise era realizada em triplicata.

Os ensaios foram realizados na unidade experimental do Laboratório de Separação e Energias Renováveis da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (LASER/FEQUI/UFU). A unidade era constituída de um reservatório para armazenamento da suspensão (1), um agitador mecânico (2), uma bomba centrífuga (3), um medidor de vazão do tipo Coriolis (4), um manômetro digital (5) e um hidrociclone (6), como mostra a Figura 2.7.



Figura 2.7 - Unidade Experimental. Salvador (2013)

A suspensão era bombeada através da tubulação que, em seu trajeto, era dividida em duas partes. Na parte superior, tinha-se a linha de alimentação do hidrociclone (A) e na parte inferior o duto de *bypass* (B), que ajuda no ajuste da vazão. O ajuste da vazão em cada uma das linhas era realizado manualmente, através de válvulas globo (a) e gaveta (b). (Figura 2.7).

2.3.4 – Superfícies de respostas

Após todos os testes experimentais, análise dos resultados, segue abaixo as equações que descrevem o comportamento dos Hidrociclones convencionais que foram encontradas através das superfícies de respostas encontradas por Salvador (2017). Este trabalho utilizará essas equações para buscar geometrias que forneçam condições ótimas de trabalho, tentando reduzir o gasto energético e aumentando sua eficiência de coleta de partícula pelo *underflow*:

$$Eu = 1907,26 - 1359,25 * X_1 - 444,36 * X_2 - 346,42 * X_3 - 152,99 * X_4 + 659,87 * X_1^2 + 184,78 * X_1 * X_2 + 259,22 * X_1 * X_3 + 147,34 * X_1 * X_4 + 180,64 * X_2 * X_3 + 153,53 * X_3^2 \quad (2.16)$$

$$\eta = 74,24 - 5,049 * X_2 - 2,351 * X_4 + 1,624 * X_3^2 + 1,672 * X_4^2 - 3,100 * X_2 * X_4 - 3,648 * X_3 * X_4 \quad (2.17)$$

$$RL = 18,21 + 0,295 * X_1 - 10,029 * X_2 + 1,169 * X_3 - 0,898 * X_4 + 2,793 * X_2^2 + 0,642 * X_2 * X_3 + 1,140 * X_2 * X_4 - 1,446 * X_3 * X_4 - 0,593 * X_3^2 \quad (2.18)$$

$$d_{50} = 7,06 + 0,321 * X_1 + 2,937 * X_2 + 0,940 * X_4 + 0,448 * X_1^2 - 0,424 * X_2^2 + 1,136 * X_3 * X_4 \quad (2.19)$$

CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS

Para a realização deste trabalho utilizou-se os resultados obtidos nos experimentos de Salvador (2017) que geraram as superfícies de respostas que serão utilizadas para encontrar a melhor configuração geométrica que otimize a eficiência e amenize o gasto energético.

Através dos 25 hidrociclones (Tabela 2.4) a serem testados experimentalmente, acoplados na Unidade Experimental (Figura 2.7), Salvador (2017) conseguiu desenvolver regressões múltiplas correspondentes ao número de Euler (Eu), eficiência (η), Razão de Líquido (RL) e diâmetro de corte (d_{50}), utilizando as combinações geométricas X1, X2, X3 e X4 que correspondem respectivamente, o diâmetro de alimentação (D_i), diâmetro do *overflow* (D_o), o comprimento total do hidrociclone (L) e o ângulo do tronco de cone (θ).

Diante das equações 2.16; 2.17; 2.18 e 2.19, foi utilizado o software matemático *Matlab*® versão R2017a para implementar o algoritmo que irá percorrer as variáveis X1, X2, X3 e X4, em busca das melhores configurações geométricas que satisfaçam os casos:

- Caso 1: A melhor eficiência no intervalo de 66% a 88% (Intervalo de eficiência encontrado por Salvador 2017), com o número de Euler menor que 3000.
- Caso 2: O menor número de Euler com a Eficiência maior que 70%.

Foi definido este intervalo de eficiência no Caso 1, pois este é o intervalo que contempla todos os resultados dos experimentos de Salvador (2017). E o número de Euler de até 3000, foi escolhido neste trabalho pois é uma condição razoável de gasto de energia e não é bom para o processo, passar disso.

No Caso 2, buscamos otimizar o gasto energético, e para isso foi fixado uma eficiência mínima de 70%.

Para começarmos a varredura nas variáveis, no algoritmo, primeiramente foram definidos o mínimo, máximo e os incrementos das variáveis codificadas (x1, x2, x3, x4) que representam as dimensões geométricas do Hidrociclone. Assim temos um vetor de números de -1,66 a +1,66 para testar as condições ótimas da operação. Foi definido

também todas as variáveis que serão utilizadas nas iterações com o valor igual a 0, para irem se atualizando com as iterações, com exceção do “menor_Eu”, que foi definida no valor 1000000, pois com as iterações o objetivo será encontrar o menor valor de Euler, ou seja, o menor gasto energético.

A primeira condição encontrada no programa (primeiro “If”) trata-se de uma restrição geométrica a fim de garantir a existência da parte cilíndrica. De acordo com a Figura 2.1, sabe-se que $L = H + h$; portanto, a restrição consiste na Inequação 3.1.

$$L > H \quad (3.1)$$

Com base em cálculos trigonométricos simples no tronco de cone do hidrociclone, chega-se à Equação 3.2, que relaciona o comprimento do cone, o ângulo e os diâmetros da parte cilíndrica e do *underflow*.

$$H = \frac{Dc - Du}{2tg(\frac{\theta}{2})} \quad (3.2)$$

Portanto:

$$L > \frac{Dc - Du}{2tg(\frac{\theta}{2})} \quad (3.3)$$

Como Dc e Du foram mantidos constantes e iguais a 30 mm e 5 mm respectivamente, a restrição física imposta ao algoritmo de otimização, representada pela Inequação 3.11, torna-se uma relação entre as variáveis projeto L/Dc e θ que tem como forma codificada X3 e X4, respectivamente. Veja equação 3.4:

$$\frac{L}{Dc} = \frac{5}{12tg(\frac{\theta}{2})} \quad (3.4)$$

Após a primeira restrição e garantirmos que exista a parte cilíndrica, é calculado com as variáveis atuais da interação, o número de Euler e eficiência, através das equações 3.6 e 3.7 respectivamente. Com esses resultados, são testados no Caso 1 e Caso 2, se atender as expectativas em cada situação e obter um resultado melhor que as iterações anteriores, então atualiza-se as variáveis procuradas.

Após passar por todas as iterações possíveis e achar o melhor resultado para o sistema, o sistema responde os valores das variáveis codificadas, e além disso, calcula-se RL e d50 utilizando as equações 2.18 e 2.19, respectivamente.

Abaixo segue o diagrama que representa a lógica do programa já explicada anteriormente e em seguida o algoritmo utilizado na linguagem do *Matlab*.

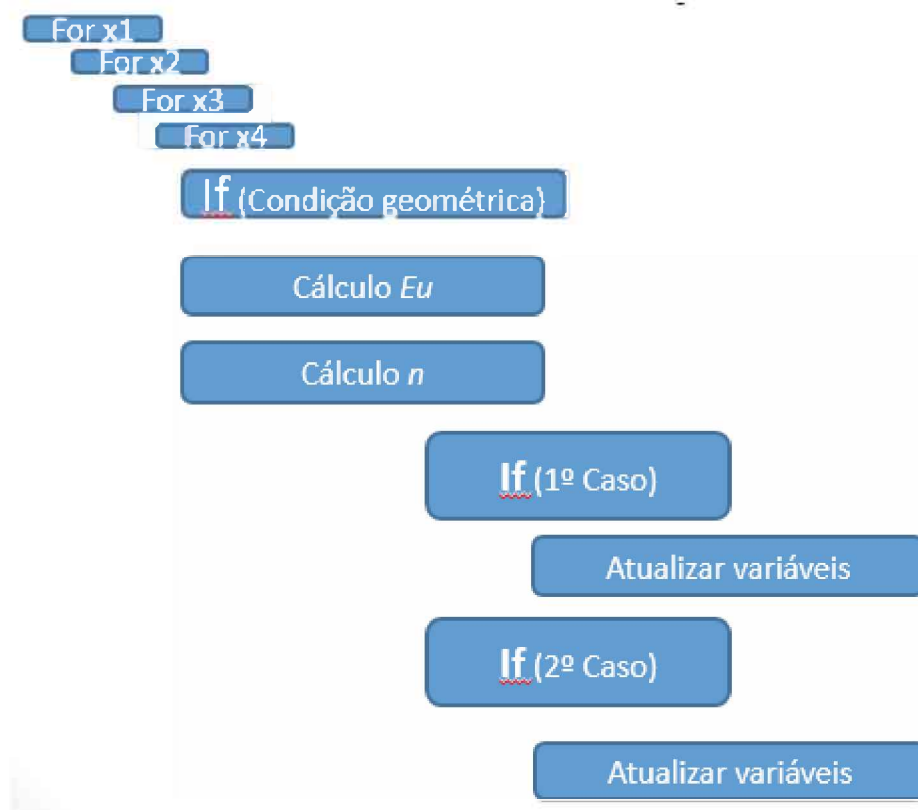


Figura 3.1 - Diagrama representativo do algoritmo

O algoritmo utilizado foi:

```

%%% ----- DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS -----
- %%%

min = -1.66;          % menor valor que as variáveis x1, x2, x3 e x4
podem assumir
max = 1.66;          % maior valor que as variáveis x1, x2, x3 e x4
podem assumir
incremento = 0.02;   % incremento nos valores das variáveis para a
realização da simulação

x1 = min:incremento:max; % vetor com todos os possíveis valores de x1
x2 = min:incremento:max; % vetor com todos os possíveis valores de x2
x3 = min:incremento:max; % vetor com todos os possíveis valores de x3
x4 = min:incremento:max; % vetor com todos os possíveis valores de x4

Eu = 0; % valor de Euler calculado em função das variáveis x1, x2, x3
e x4
n = 0; % valor em porcentagem da eficiência calculada em função das
variáveis x1, x2, x3 e x4

```

```

melhor_n = 0; % valor da maior eficiência para os casos em
que Euler é menor que 3000
Eu_melhor_n = 0; % valor de Euler quando n = melhor_n
x1_melhor_n = 0; % valor de x1 quando n = melhor_n
x2_melhor_n = 0; % valor de x2 quando n = melhor_n
x3_melhor_n = 0; % valor de x3 quando n = melhor_n
x4_melhor_n = 0; % valor de x4 quando n = melhor_n

menor_Eu = 100000000; % menor valor de Euler para os casos em que a
eficiência é maior que 70%
n_menor_Eu = 0; % valor da eficiência quando Eu = menor_Eu
x1_menor_Eu = 0; % valor de x1 quando Eu = menor_Eu
x2_menor_Eu = 0; % valor de x2 quando Eu = menor_Eu
x3_menor_Eu = 0; % valor de x3 quando Eu = menor_Eu
x4_menor_Eu = 0; % valor de x4 quando Eu = menor_Eu

%%% ----- ITERAÇÕES -----
- %%%

for ix1=1:length(x1)
    for ix2=1:length(x2)
        for ix3=1:length(x3)
            for ix4=1:length(x4)

                if (1.1*(x3(ix3)) > (5/(12*tand(1.65*(x4(ix4))+7.25))
- 5.8))

                    Eu = 1907.26 - 1359.25*(x1(ix1)) -
444.36*(x2(ix2)) - 346.42*(x3(ix3)) - 152.99*(x4(ix4)) +
659.87*((x1(ix1))^2) + 184.78*(x1(ix1))*(x2(ix2)) +
259.22*(x1(ix1))*(x3(ix3)) + 147.34*(x1(ix1))*(x4(ix4)) +
180.64*(x2(ix2))*(x3(ix3)) + 153.53*((x3(ix3))^2);

                    n = 74.24 - 5.049*(x2(ix2)) - 2.351*(x4(ix4)) +
1.654*((x3(ix3))^2) + 1.672*((x4(ix4))^2) - 3.100*(x2(ix2))*(x4(ix4))
- 3.648*(x3(ix3))*(x4(ix4));

                    if ((n>66) && (n<88))
                        if ((Eu<3000) && (n>melhor_n))
                            melhor_n = n;
                            Eu_melhor_n = Eu;
                            x1_melhor_n = x1(ix1);
                            x2_melhor_n = x2(ix2);
                            x3_melhor_n = x3(ix3);
                            x4_melhor_n = x4(ix4);
                        end
                    end

                    if ((n>70) && (Eu<menor_Eu))
                        menor_Eu = Eu;
                        n_menor_Eu = n;
                        x1_menor_Eu = x1(ix1);
                        x2_menor_Eu = x2(ix2);
                        x3_menor_Eu = x3(ix3);
                        x4_menor_Eu = x4(ix4);
                    end
                end
            end
        end
    end
end
end

```

```

end
end
end
end

```

```

%%% ----- APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS -----
- %%%

```

```

melhor_n
Eu_melhor_n
x1_melhor_n
x2_melhor_n
x3_melhor_n
x4_melhor_n
RL_melhor_n = 18.21 + 0.295*x1_melhor_n - 10.029*x2_melhor_n +
1.169*x3_melhor_n - 0.898*x4_melhor_n + 2.793*(x2_melhor_n)^2 +
0.642*x2_melhor_n*x3_melhor_n + 1.140*x2_melhor_n*x4_melhor_n -
1.446*x3_melhor_n*x4_melhor_n - 0.593*(x3_melhor_n)^2
d50_melhor_n = 7.06 + 0.321*x1_melhor_n + 2.937*x2_melhor_n +
0.940*x4_melhor_n + 0.448*(x1_melhor_n^2) - 0.424*(x2_melhor_n)^2 +
1.136*x3_melhor_n*x4_melhor_n

```

```

menor_Eu
n_menor_Eu
x1_menor_Eu
x2_menor_Eu
x3_menor_Eu
x4_menor_Eu
RL_menor_Eu = 18.21 + 0.295*x1_menor_Eu - 10.029*x2_menor_Eu +
1.169*x3_menor_Eu - 0.898*x4_menor_Eu + 2.793*(x2_menor_Eu)^2 +
0.642*x2_menor_Eu*x3_menor_Eu + 1.140*x2_menor_Eu*x4_menor_Eu -
1.446*x3_menor_Eu*x4_menor_Eu - 0.593*(x3_menor_Eu)^2
d50_menor_Eu = 7.06 + 0.321*x1_menor_Eu + 2.937*x2_menor_Eu +
0.940*x4_menor_Eu + 0.448*(x1_menor_Eu^2) - 0.424*(x2_menor_Eu)^2 +
1.136*x3_menor_Eu*x4_menor_Eu

```

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo iremos apresentar os resultados do algoritmo e os comentários a respeito de cada Caso, verificando se realmente essa configuração encontrada faz sentido teoricamente.

4.1 – Caso 1

No caso 1, obteve-se êxito em encontrar uma configuração geométrica que nos fornecesse a maior eficiência nos limites experimentais de Salvador (2017), porém com um número de Euler menor que 3000. A Tabela 4.1 fornece os resultados do Caso 1:

Tabela 4.1 - Resultados do Hidrociclone Caso 1

Hidrociclone Caso 1	
η	88,00%
Eu	2964,6
RL	13,80%
d_{50}	6,78 μ m
X1	-0,84
X2	1,14
X3	1,54
X4	-1,16

Como as variáveis X1, X2, X3 e X4 correspondem às medidas geométricas de um hidrociclone, a Tabela 4.2 irá representar os resultados em parâmetros físicos:

Tabela 4.2 - Variáveis codificadas e seus respectivos valores geométricos do Caso 1

Variável codificada	Valor	Variável geométrica	Valor
X1	-0,84	Di	5,04mm
X2	1,14	Do	9,81mm
X3	1,54	L	224,82mm
X4	-1,16	θ	10,67°

Foi possível obter esse valor de eficiência η devido ao pequeno valor do diâmetro de alimentação, o que implica em uma maior velocidade de entrada do fluido, ou seja, é aumentada a intensidade da força centrífuga proporcionando uma melhor separação.

Além disso, um ângulo pequeno do tronco de cone significa uma parte cônica grande, consequentemente um hidrociclone de grande comprimento (L), isso proporciona um maior tempo de residência da partícula nas paredes do cone, ou seja, um tempo suficiente para que a força centrífuga atue separando as partículas.

O *Do* relativamente grande deveria prejudicar a eficiência, porém neste Caso não houve a necessidade de reduzir o diâmetro do *overflow*, para atingir uma boa eficiência. O fato é que o *Do* influencia muito no número de Euler, pois restringindo a saída do *overflow*, tem-se uma maior dificuldade para a saída do fluido e consequentemente um maior gasto de energia. Portanto, como foi definido um número máximo de Euler, não poderíamos ter um hidrociclone com suas saídas tão fechadas.

Veja que quase 14% do líquido destina-se para o *underflow*, um número relativamente alto para este sistema. Isso é explicado pela alta eficiência buscada, pois precisa-se ter uma grande Razão de líquido para coletar as partículas também por arraste, já que o campo centrífugo pode não ser suficiente.

4.2 – Caso 2

No caso 2, foi atingido o objetivo de encontrar uma configuração geométrica que nos fornecesse o menor gasto energético, com uma eficiência de mínima de 70% para esse material particulado. A Tabela 4.3 fornece os resultados do Caso 2:

Tabela 4.3 – Resultados do Hidrociclone Caso 2

Hidrociclone Caso 2	
η	77,47%
Eu	704,16
RL	4,45%
d ₅₀	11,58 μ m
X1	1,12
X2	1,66
X3	-0,76
X4	-1,48

Como as variáveis X1, X2, X3 e X4 correspondem à medidas geométricas de um hidrociclone, a Tabela 4.4 irá representar os resultados em parâmetros físicos do Caso 2:

Tabela 4.4 – Variáveis codificadas e seus respectivos valores geométricos

Variável codificada	Valor	Variável geométrica	Valor
X1	1,12	Di	7,98mm
X2	1,66	Do	10,59mm
X3	-0,76	L	148,92mm
X4	-1,48	θ	9,62°

O diâmetro de entrada do hidrociclone (Di) reflete diretamente sobre o número de Euler, pois um maior diâmetro equivale a uma grande vazão volumétrica, para uma queda de pressão fixa, isto significa uma grande capacidade de processamento com um baixo gasto energético. Por isso neste hidrociclone Caso 2, temos um grande diâmetro de alimentação.

O diâmetro do *overflow* atua diretamente no número de Euler, pois quanto mais a restrição de passagem para o *overflow*, maior a perda a energia da forma cinética para energia de pressão, fazendo com que o hidrociclone perca capacidade de processamento. Essa tendência foi comprovada na busca pelas condições que satisfaçam o Caso 2.

O ângulo do tronco de cone permaneceu pequeno para manter a eficiência do equipamento alta, devido sua maior área de atuação do campo centrífugo mais intenso (região cônica).

Um pequeno comprimento de hidrociclone (L) é necessário para que otimize a capacidade de processamento, visto que nesse caso busca-se uma maior vazão processada, portanto um tempo de residência não muito grande, apenas o necessário para atingir a eficiência de 77%.

Uma razão de líquido de 4,45% nesse sistema é razoável, pois o fluido tende a seguir o caminho o qual terá o menor gasto de energia. Sabendo disso, temos o diâmetro do *overflow* maior possível e uma angulação no *underflow* bem pequena, que justifica o destino de mais de 95% do fluido para a corrente de saída do *overflow*.

4.3 – Comparação dos Hidrociclones

Ambos os casos tivemos ótimos resultados de otimização, porém dependendo do interesse do processo, podemos escolher o melhor. Veja na tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Comparativos Hidrociclones

Variáveis	Hidrociclone 1	Hidrociclone 2
η	88,00%	77,47%
Eu	2964,6	704,16
RL	13,80%	4,45%
d_{50}	6,78 μ m	11,58 μ m
Di	5,04mm	7,98mm
Do	9,81mm	10,59mm
L	224,82mm	148,92mm
θ	10,67°	9,62°

Se o material particulado for caro, necessitamos da melhor eficiência possível no processo mesmo que isso penalize o gasto energético, então nesse caso usaríamos o Hidrociclone 1. Outra possibilidade de escolhermos o primeiro caso, seria se o objetivo do processo fosse clarificar a corrente do *overflow*, visto que 88% das partículas são coletadas.

Agora, se o material não for um produto caro, com certeza a melhor escolha seria o Hidrociclone 2 devido a disparidade dos valores do Número de Euler. Além do gasto energético ser menor, tem-se uma maior capacidade de processamento com uma eficiência razoável. Se o interesse do processo é concentrar o *underflow*, o segundo hidrociclone também seria escolhido, visto que sua corrente do *underflow* é 32% menos concentrada com relação ao Hidrociclone 1.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÃO

O algoritmo construído neste trabalho conseguiu realizar a busca de configurações geométricas para operação ótima do hidrociclone com êxito, encontrando todas as possibilidades propostas pelo autor. O programa realizou aproximadamente 759 milhões de combinações de variáveis em cerca de 5 minutos, porém isso depende da capacidade do processamento do computador.

Os resultados são condizentes com os aspectos físicos da operação unitária e qualquer desvio pode ser facilmente explicado. No Caso 2, obteve-se uma Razão de líquido de 4,45% o que é um valor baixo já que os valores de Salvador (2017) flutuaram de 9% a 42%, porém a autora não realizou nenhum teste onde o Diâmetro do *overflow* fosse o maior do intervalo (+1,66) e o ângulo do tronco de cone fosse bem perto do limite inferior (-1,48). Essas duas variáveis são grandes influenciadoras da Razão de Líquido e pode haver necessidade de realizar mais testes para verificar este resultado.

5.1 – Sugestão para trabalho futuro

Acredito que um futuro trabalho possa levar em consideração os intervalos dos resultados experimentais de Salvador (2017) para realizar a busca das combinações. Os intervalos seriam: Eficiência (η) 66-88%, Número de Euler (Eu) 867 a 6270, Razão de Líquido (RL) 9-42%, diâmetro de corte (d_{50}) de 1 a 12 μ m. Após a implementação do algoritmo e encontrar as configurações geométricas, seria muito interessante validar experimentalmente os resultados.

A validação experimental ocorreria na mesma unidade experimental utilizada para criar as superfícies de respostas utilizadas neste trabalho. Portanto, a ideia seria:

1. Considerar os intervalos de Salvador (2017)
2. Implementar o algoritmo para encontrar configurações geométricas específicas.
3. Validar o resultado experimentalmente, com todas as similaridades de Salvador (2017)
4. Quantificar a distância dos resultados experimentais em relação as superfícies de resposta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, C. A. K. “Comportamento do hidrociclone filtrante frente às modificações no diâmetro de underflow e no tubo de vortex finder”. 2008. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2008.
- GONÇALVES, S. M. “Efeito da concentração de sólidos e de variáveis operacionais no desempenho de um hidrociclone concentrador”. 2016. 12. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2016.
- RICHARDSON, J. F.; HARKER, J. H.; BACKHURST, J. R. “Coulson & Richardson’s Chemical Engineering”. v.2, 5th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2002.
- SALVADOR, F. F. “Estudo Experimental do Comportamento de um Hidrociclone com Cone e Cilindro Filtrantes”. 2013. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2013.
- SALVADOR, F. F. “Otimização geométrica de hidrociclones com cilindros e cones permeáveis”. 2017. 152 f. Dissertação (Doutorado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2017.
- SILVA, M.A.P., “Hidrociclones de Bradley: Dimensionamento e Análise de Desempenho”, Dissertação de Mestrado, 81p., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1989.
- SILVA, D. O. “Otimização da Separação Sólido-Líquido em Hidrociclones Mediante Modificações Geométricas”. 2012. 189 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2012.
- SVAROVSKY, L. “Hydrocyclones. Eastbourne”, UK: Holt, Rinehart & Winston, 1984. 198 p.
- SVAROVSKY, L. “Solid-Liquid Separation”. 4th ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 2000. 554 p.
- VIEIRA, L. G. M. “Otimização dos Processos de Separação em Hidrociclones Filtrantes”. 2006. 297 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2006.

