

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**O CONTROLE ATIVO DE RUÍDO EM DUTOS:
UM ESTUDO TEÓRICO - EXPERIMENTAL**

Tese apresentada
à Universidade Federal de Uberlândia por:

ISRAEL JORGE CÁRDENAS NUÑEZ

Como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em
Engenharia Mecânica

Banca Examinadora:

Prof. Dr. José Francisco Ribeiro (Orientador)	FEMEC - UFU
Prof. Dr. Marcos Viana Duarte (Co-Orientador)	FEMEC - UFU
Prof. Dr. Valder Steffen Junior	FEMEC - UFU
Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury	IPT - USP
Prof. Dr. Marcelo Areias Trindade	USP - São Carlos

Uberlândia, 07 de Outubro de 2005

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborado pelo Sistema de Bibliotecas da UFU / Setor de Catalogação e Classificação

C266c Cárdenas Nuñez, Israel Jorge, 1975-
O controle ativo de ruído em dutos: um estudo teórico - experimental/
Israel Jorge Cárdenas Nuñez. - Uberlândia, 2005.
129f. : il.
Orientador: José Francisco Ribeiro.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.
1. Controle de ruído - Teses. 2. Filtros adaptativos - Teses. 3. Filtros
FXLMS - Teses. 4. Engenharia acústica - Teses. 5. Engenharia mecânica -
Teses. I. Ribeiro, José Francisco. II. Universidade Federal de Uberlândia.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU 534.83(043.3)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
Av. João Naves de Ávila, 2121 - 38400-902 Fone: 0XX(34)32394149 Ramal 42
FAX: 0XX(34)32394282 - Campus Santa Mônica - Uberlândia MG



FOLHA DE APROVAÇÃO

DOCTORANDO: Israel Jorge Cárdenas Nuñez

NÚMERO DE MATRÍCULA: 5012902-X

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

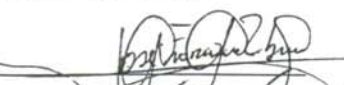
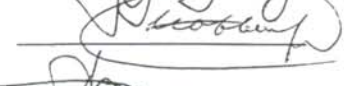
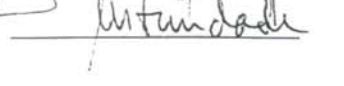
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA: NÍVEL DOUTORADO

TÍTULO DA TESE:

“O Controle Ativo de Ruído em Dutos: um Estudo Teórico-Experimental”

ORIENTADOR: Prof. Dr. José Francisco Ribeiro

A Tese foi **APROVADA** em reunião pública, realizada na sala 218, bloco “1M”, Campus Santa Mônica, em 07 de outubro de 2005, às 09:00 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME	ASSINATURA
Prof. Dr. José Francisco Ribeiro (Orientador)	FEMEC/UFU 
Prof. Dr. Valder Steffen Júnior	FEMEC/UFU 
Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte	FEMEC/UFU 
Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury	USP/IPT 
Prof. Dr. Marcelo Areias Trindade	USP/São Carlos 

Uberlândia, 07 de outubro de 2005.

DEDICATÓRIA

A Jorge y Angela Nuñez

AGRADECIMENTOS

A Deus.

Ao Professor José Francisco Ribeiro pela orientação.

Ao Professor Marcos Viana Duarte pela co-orientação.

Aos Professores: Valder Steffen Junior e Elias Bitencourt Teodoro pela ajuda oferecida neste trabalho.

A CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de pessoas de Nível Superior, pelo apoio financeiro oferecido.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	viii
LISTA DE TABELAS.....	viii
LISTA ABREVIATURAS E SIGLAS.....	xii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xiv
RESUMO.....	xvii
ABSTRACT.....	xviii

CAPÍTULO 1	INTRODUÇÃO	1
------------	------------	---

CAPÍTULO 2	CONCEITOS BÁSICOS DA ACÚSTICA E SEUS FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS	4
2.1	Introdução	4
2.2	Equações Fundamentais da Acústica	4
2.2.1	Equação do estado	4
2.2.2	Equação da continuidade	5
2.2.3	Equação de Euler	7
2.2.4	Equação linearizada da onda em função da pressão acústica	10
2.3	Modelo Matemático de um Duto Acústico	11
2.3.1	Modelo matemático do duto com as extremidades: aberto-aberto	14
2.3.2	Modelo matemático com as extremidades: fechado-fechado	15
2.3.3	Modelo matemático com as extremidades: aberto-fechado	15
2.3.4	Condições de contorno a partir de impedância acústica	15
2.4	Modelo Matemático dos Sensores e Atuadores	17
2.4.1	Modelo matemático do alto falante	19

2.4.2	Modelo matemático do microfone	19
2.5	Simulação Numérica do Modelo de Dimensão Infinita	19
2.6	Simulações Numéricas do Modelo Dimensão Finita	20
2.6.1	Expansão por série de Maclaurin	20
2.6.2	Representação modal	22
2.6.3	Representação fase-zero	23
2.6.3	Função Transf. do Alto falante de controle e o microfone de erro	24
CAPÍTULO 3	CONTROLE ATIVO DE RUÍDO	26
3.1	Introdução	26
3.2	Controle Ativo de Ruído (CAR)	26
3.3	Controle Ativo de Ruído em Malha Aberta (<i>Feedforward</i>)	28
3.3.1	Controle Ativo de ruído <i>feedforward</i> de banda larga	28
3.3.1.1	Efeitos do caminho secundário $S(z)$ no CAR	30
3.3.1.2	Algoritmo de CAR filtro-X LMS	32
3.3.1.3	Efeitos e soluções da realimentação acústica	37
3.3.1.4	Compensador de realimentação acústica FBXLMS	38
3.3.1.5	Filtro adaptativo IIR	39
3.3.2	Controle ativo de ruído <i>feedforward</i> de banda estreita	42
3.4	Controle Ativo de Ruído em Malha Fechada (<i>Feedback</i>)	43
3.5	Sistema Híbrido de Controle Ativo de Ruído	46
3.6	Estimativa do Caminho Secundário $S(z)$	47
3.6.1	Estimativa <i>off-line</i> do caminho secundário	47
3.6.2	Estimativa <i>on-line</i> do caminho secundário	49
3.6.2.1	Estimativa <i>on-line</i> pelo método direto	50
3.6.2.2	Estimativa <i>on-line</i> pelo método de Eriksson	51
CAPÍTULO 4	CONTROLE ATIVO DE RUÍDO MULTICANAL	52
4.1	Introdução	52
4.2	Controle Ativo de Ruído Multicanal	52

4.3	Controle Ativo de Ruído Multicanal <i>Feedforward</i>	54
4.3.1	CAR Multicanal <i>feedforward</i> com várias entradas e várias saídas	55
4.3.1	CAR Multicanal <i>feedforward</i> com uma entrada e várias saídas	58
4.4	Controle Ativo de Ruído Multicanal <i>Feedback</i>	60
4.5	Controle Ativo de Ruído Multicanal Híbrido	62
CAPÍTULO 5	RESULTADOS NÚMERICOS E EXPERIMENTAIS	63
5.1	Introdução	63
5.2	Simulações Numéricas para o CAR Mono Canal de um Duto Acústico	64
5.2.1	Simulações numéricas para o CAR FXLMS <i>feedforward</i>	66
5.2.2	Simulações numéricas para o CAR FXLMS <i>feedback</i>	68
5.2.3	Simulações numéricas para o CAR FXLMS híbrido	69
5.2.4	Simulações numéricas para o CAR FXLMS <i>feedforward</i> Eriksson	71
5.2.5	Simulações numéricas para o CAR FXLMS <i>feedback</i> Eriksson	72
5.2.6	Simulações numéricas para o CAR FXLMS híbrido Eriksson	73
5.3	Avaliação Experimental para o CAR Mono Canal de um Duto Acústico	75
5.3.1	Formulação do modelo ARX utilizado para estimar o caminho secundário	78
5.3.2	Controle do sistema FXLMS <i>feedforward</i> mono canal	80
5.3.3	Controle do sistema FXLMS <i>feedback</i> mono canal	82
5.3.4	Controle do sistema FXLMS híbrido mono canal	83
5.3.5	Controle do sistema FXLMS <i>feedforward</i> mono canal Eriksson	84
5.3.6	Controle do sistema FXLMS <i>feedback</i> mono canal Eriksson	85
5.3.7	Controle do sistema FXLMS híbrido mono canal Eriksson	86
5.4	Avaliação Experimental para o CAR Multicanal de um Duto Acústico	88
5.4.1	Controle ativo de ruído multicanal FXLMS <i>feedforward</i>	91
5.4.2	Controle ativo de ruído multicanal FXLMS <i>feedback</i>	93
5.4.3	Controle ativo de ruído multicanal FXLMS híbrido	96
5.4.4	Controle ativo de ruído multicanal FXLMS <i>feedforward</i> Eriksson	98

CAPÍTULO 6	CONCLUSÕES E FUTUROS DESDOBRAMENTOS	101
-------------------	--	------------

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		105
-----------------------------------	--	------------

APÊNDICES

Apêndice A – Fundamentos da Acústica		111
A.1 Conceitos Básicos da Acústicas		111
A.1.1 Propriedades do som		113
A.1.2 Velocidade do som versus velocidade da partícula		114
A.1.3 Sons periódicos		115
A.1.4 Sons não periódicos		115
A.1.5 Energia de uma onda sonora		116
A.1.6 Intensidade sonora		117
A.1.7 Níveis sonoros: pressão, potência e intensidade		117
Apêndice B – Método do Gradiente Descendente		119
Apêndice C – Algoritmo Recursivo da Potência de um sinal		125
Apêndice D – Diagrama de blocos do algoritmo mono canal FXLMS		126
Apêndice E – Diagrama de blocos do algoritmo multicanal FXLMS		128

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Fluxo de massa na direção x através de um volume infinitesimal.	5
Figura 2.2 - Duto acústico a ser modelado.	11
Figura 2.3 - Duto acústico com atuadores e sensores.	17
Figura 2.4 - Diagrama de bode do modelo infinito.	20
Figura 2.5 - Representação do modelo por série de Maclaurin.	21
Figura 2.6 - Representação do modelo modal.	122
Figura 2.7 - Representação do modelo fase zero.	24
Figura 2.8 - Representação do modelo fase zero do caminho secundário.	25
Figura 3.1 - Interferência destrutiva de ondas de mesma frequência.	27
Figura 3.2 - Controlador ativo de ruído de banda larga <i>feedforward</i>	28
Figura 3.3 - Sistema de identificação de um controlador ativo de ruído.	29
Figura 3.4 - Diagrama de blocos do CAR incluindo a função de transferência $S(z)$	31
Figura 3.5 - Diagrama de blocos do algoritmo FXLMS para o CAR.	32
Figura 3.6 - Diagrama do filtro FIR.	33
Figura 3.7 - Gráfico do gradiente descendente.	34
Figura 3.8 - Diagrama de blocos de uma CAR com realimentação acústica.	37
Figura 3.9 - Controlador ativo de ruído utilizando o algoritmo FBFXLMS.	38
Figura 3.10 Diagrama de blocos do controlador ativo de ruído IIR.	40
Figura 3.11 Estrutura do filtro digital tipo IIR.	41
Figura 3.12 Configuração de um controlador ativo de ruído <i>feedforward</i> de banda estreita.	43
Figura 3.13 Diagrama básico de um controlador ativo de ruído <i>feedback</i>	44
Figura 3.14 Diagrama de blocos do controlador ativo de ruído <i>feedback</i>	44
Figura 3.15 Sistema híbrido de controle ativo de ruído.	46

Figura 3.16 Diagrama de blocos do sistema híbrido de controle ativo de ruído.	47
Figura 3.17 Estimativa <i>off-line</i> do caminho secundário.	48
Figura 3.18 Diagrama de blocos de um sistema CAR <i>on-line</i> – método direto.	50
Figura 3.19 Diagrama de blocos de um sistema CAR <i>on-line</i> – método de Eriksson.	51
Figura 4.1 - Esquema de um sistema multicanal para o controle ativo de ruído.	53
Figura 4.2 - Controlador ativo de ruído multicanal com representação dos caminhos secundários.	54
Figura 4.3 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal FBXLMS.	55
Figura 4.4 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal FXLMS.	55
Figura 4.5 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal SIMO.	59
Figura 4.6 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal com dois sensores e dois atuadores.	59
Figura 4.7 - Diagrama de blocos detalhado de um CAR multicanal com dois sensores e dois atuadores.	60
Figura 4.8 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal MFXLMS <i>feedback</i>	61
Figura 4.9 - Sistema multicanal de controle ativo de ruído híbrido.	62
Figura 5.1 - Esquema do duto acústico com o sistema de controle CAR.	64
Figura 5.2 - Diagrama de blocos do sistema do duto representado na figura 5.1.	65
Figura 5.3 - Diagrama de bode do modelo matemático do duto – fase zero.	66
Figura 5.4 - Diagrama de blocos no simulink do sistema FXLMS <i>feedforward</i>	67
Figura 5.5 - Densidade espectral de potência para o ensaio FXLMS <i>feedforward</i>	67
Figura 5.6 - Densidade espectral de potência para o ensaio multi tonal FXLMS <i>feedforward</i>	68
Figura 5.7 - Diagrama de blocos no Simulink do sistema de controle FXLMS <i>feedback</i>	68
Figura 5.8 - Densidade espectral de potência para o ensaio FXLMS <i>feedback</i> para várias frequências de excitação.	69
Figura 5.9 - Diagrama de blocos no Simulink para a configuração híbrida.	70
Figura 5.10 Densidade espectral de potência para o ensaio FXLMS híbrido.	70
Figura 5.11 Densidade espectral do erro para o ensaio FXLMS híbrido.	71

Figura 5.12 Densidade espectral do erro para o ensaio <i>feedforward</i> – mecanismo <i>on-line</i> .		72
Figura 5.13 Densidade espectral do erro para o ensaio <i>feedback</i> – mecanismo <i>on-line</i> .		73
Figura 5.14 Densidade espectral do erro para o ensaio híbrido – mecanismo <i>on-line</i> .		74
Figura 5.15 Diagrama da bancada experimental do duto acústico - caso mono canal.		76
Figura 5.16 Foto do sistema de controle completo.		77
Figura 5.17 Foto detalhada dos alto falantes e Microfones.		77
Figura 5.18 Diagrama de bode do sistema físico – duto PVC – caso mono canal.		78
Figura 5.19 Validação do modelo ARX.		80
Figura 5.20 Densidade espectral do erro para o ensaio experimental FXLMS <i>feedforward</i> .		81
Figura 5.21 Densidade espectral do erro para o ensaio experimental FXLMS <i>feedback</i> .		82
Figura 5.22 Densidade espectral do erro para o ensaio experimental FXLMS híbrido.		83
Figura 5.23 Densidade espectral do erro para o ensaio <i>feedforward</i> – mecanismo <i>on-line</i> .		84
Figura 5.24 Densidade espectral do erro para o ensaio <i>feedback</i> – mecanismo <i>on-line</i> .		85
Figura 5.25 Densidade espectral do erro para o ensaio híbrido – mecanismo <i>on-line</i> .		86
Figura 5.26 Diagrama da bancada experimental do duto acústico - caso multicanal.		88
Figura 5.27 Foto da Bancada experimental com vários sensores e vários atuadores.		89
Figura 5.28 Diagrama de bode do duto acústico experimental – caso multicanal.		90
Figura 5.29 Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal <i>feedforward</i> – frequências de 150 e 250 Hz.		91
Figura 5.30 Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal <i>feedforward</i> – frequências de 350 e 450 Hz.		92
Figura 5.31 Excitação multi tonal para o sistema de controle multicanal <i>feedforward</i> .		92

Figura 5.32	Excitação ruído branco para o sistema de controle multicanal <i>feedforward</i> .		93
Figura 5.33	Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal <i>feedback</i> em várias frequências.		94
Figura 5.34	Excitação multi tonal para o sistema de controle multicanal <i>feedback</i> .		95
Figura 5.35	Excitação ruído branco para o sistema de controle multicanal <i>feedback</i> .		95
Figura 5.36	Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal híbrido.		96
Figura 5.37	Excitação multi tonal para o sistema de controle multicanal híbrido.		97
Figura 5.38	Excitação ruído branco para o sistema de controle multicanal híbrido.		97
Figura 5.39	Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal <i>feedforward – on-line</i> – frequências de 150 e 250 Hz. - <i>on-line</i> .		98
Figura 5.40	Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal <i>feedforward – on-line</i> – frequências de 350 e 450 Hz.		99
Figura 5.41	Excitação multi tonal para o sistema de controle multicanal <i>feedforward – on-line</i> .		99
Figura 5.42	Excitação ruído branco para o sistema de controle multicanal <i>feedforward – on-line</i> .		100

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1	Parâmetros utilizados para as simulações numéricas.	64
Tabela 5.2	Parâmetros dos Ensaaios Realizados.	65

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARX	AutoRegressive with eXogenous input.
CAR	Controle Ativo de Ruído.
ANC	<i>Active Noise Control</i> . (Controle ativo de ruído)
DSP	<i>Digital Signal Processing</i> (Processador Digital de Sinais).
FBFXLMS	<i>Feedback-X LMS</i> (Filtro Compensador de Realimentação Acústica).
FIR	<i>Finite Impulse Response</i> (Resposta finita ao impulso).
FULMS	<i>Filtered-U LMS</i> (Filtro-U LMS).
FXLMS	<i>Filtered-X LMS</i> (Filtro-X LMS).
MFXLMS	Multi canal - FXLMS
IIR	<i>Infinite Impulse Response</i> (Resposta infinita ao impulso).
LMS	<i>Least Mean Square</i> .
NI	Nível de Intensidade Sonora.
NPS	Nível de Pressão Sonora.
NWS	Nível de Potência Sonora.
RLMS	<i>Recursive Least Mean Square</i> (LMS recursivo)

LISTA DE SÍMBOLOS

A_a	Alto falante de perturbação
A_c	Alto falante de controle
$\vec{a}$	Vetor aceleração
A/D	Analógico digital
c	Velocidade de propagação da onda acústica
C_{dx}	Magnitude da função de coerência
d	Ruído de saída da planta P
D	Densidade de energia
dB	Decibel
D/A	Digital analógico
e	Erro
$\mathbf{e}$	Erro Multicanal
$E(z)$	Transformada – z discreta do sinal do erro.
f	Frequência
$F(z)$	Função de transferência discreta de realimentação acústica
$G_a(z)$	Função de transferência discreta do alto falante
$G_m(z)$	Função de transferência discreta do microfone
$G_d(z)$	Função de transferência discreta entre o microfone de referência e o alto falante
$G(z)$	Função de transferência discreta para simulação do duto acústico.
$G_{ea}(z)$	Função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de erro
$G_{xa}(z)$	Função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de referência
$G_{ce}(z)$	Função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone de erro
$\hat{G}_{ce}(z)$	Estimativa da função de transferência G_{ce}
I	Intensidade Sonora
i	Parte imaginária de um número complexo
j	Parte imaginária de um número complexo

k	Parte imaginária de um número complexo
L	Comprimento de um elemento
L_p	Nível de pressão sonora
L_i	Nível de intensidade sonora
L_w	Nível de potência sonora
M	Número de coeficientes do filtro
M_r	Microfone de referência
M_e	Microfone de erro
p	Pressão acústica
P	Pressão interna instantânea no fluído
P_o	Pressão de equilíbrio no fluído
$P(z)$	Representação da função transferência da planta primária
$P(z)$	Representação da função transferência da planta multicanal
Q_a	Alto falante de ruído
Q_b	Alto falante de controle
R	Constante universal dos gases
s	Taxa de variação da densidade de um fluído
$S(z)$	Representação da planta secundária
$S(z)$	Representação da planta secundária Multicanal
$\hat{S}(z)$	Estimativa da planta secundária
$\hat{S}(z)$	Estimativa da planta secundária Multicanal
S_{dd}	Auto espectro de potência
S	Taxa de condensação
t	Variável de Tempo
T	Temperatura °K
T	Temperatura °C
$\vec{u}$	Vetor posição da partícula
$\vec{v}$	Vetor de velocidade da partícula
V	Volume
$W(z)$	Coeficientes do filtro adaptativo
$W(z)$	Coeficientes do filtro adaptativo Multicanal
W_a	Potência acústica
x	Sinal de referência
x	Sinal de referência Multicanal
x_f	Sinal de referência filtrado

$X(z)$	Transformada z do sinal de referência
y	Sinal de controle
$\mathbf{y}$	Sinal de controle multicanal
y_f	Sinal de controle filtrado
$Y(z)$	Transformada z do sinal do sinal de controle
Z	Impedância acústica
z	Operador da transformada-z

Lista de Símbolos Gregos

α	Operador da variável de <i>Laplace</i>
β	Comprimento de onda
Γ	Representação da função quártica
δ	Função delta de Dirac
λ	Comprimento de onda
μ	Passo de adaptação
ξ	Fator de amortecimento
ρ	Densidade
ρ_o	Densidade de equilíbrio no fluído
Ω	Frequência
∇	Operador divergente
∞	Infinito
$\mathcal{L}$	Operador <i>Laplaciano</i>

Cárdenas, N. I. J., 2005, "O controle ativo de ruído em dutos: um estudo teórico – experimental," Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

RESUMO

Este trabalho formula e discorre sobre o problema de controle ativo de ruído e avalia algumas metodologias de controle tanto numérica como experimentalmente.

A análise é restrita ao caso de ruídos em dutos, onde o fenômeno da propagação acústico é analiticamente modelado. Apresentam-se quatro abordagens para tal modelagem.

A primeira, formulada a partir das equações fundamentais da acústica, gera um modelo de dimensão infinita para o duto. A segunda aproxima o modelo infinito por uma série truncada de Taylor. A terceira formulação realiza uma expansão modal, a partir dos pólos do modelo de dimensão infinita e a quarta, também realiza uma expansão modal, mas considera tanto os pólos como os zeros do modelo infinito dimensional. No trabalho são discutidos e comparados os quatro modelos numéricos propostos.

Numa segunda parte este trabalho discorre-se sobre diversas técnicas de controle ativo de ruído em dutos. São estudados controladores do tipo mono canal, que utilizam um sensor e um atuador apenas e controladores do tipo multicanal, com vários sensores e atuadores. Todos os controladores ativos de ruído (CAR) estudados utilizam algoritmos adaptativos do tipo LMS (*Least Mean Square*) e técnicas de filtragem-X LMS. Este tipo de controlador tem como características marcantes a simplicidade e a robustez. Os coeficientes do controlador, modelado como um filtro digital, são adaptados *on-line* segundo uma estratégia que busca minimizar os ruídos não desejados.

Estas metodologias de controle são testadas numericamente a partir do modelo matemático proposto para o duto acústico. Para avaliar também experimentalmente tais controladores, montou-se uma bancada de testes constituída por um duto de PVC instrumentada com alto falantes e microfones sendo os algoritmos de controle implementados em um microcomputador pessoal devidamente configurado. O trabalho encerra discutindo os resultados numéricos e experimentais obtidos e sugerindo desdobramentos a serem investigados no futuro.

Palavras chave: Controle Ativo de Ruído, Filtros FXLMS, Modelo de Duto.

Cárdenas, N. I. J., 2004, " The active noise control in ducts: a theoretical – experimental study," Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG.

ABSTRACT

This work is dedicated to the study of the problem of active noise control, evaluating some numerical and experimental methodologies.

The analysis is restricted to the case of noises in ducts, in which the acoustic propagation phenomena are modeled. Four approaches for this type of models are presented.

The first one is formulated by using the basic equations of the acoustics. This procedure generates an infinite dimension model of the duct. In the second approach, the infinite model is truncated by using Taylor's series. The third approach performs a modal expansion using the poles of the infinite dimension model, and, in the fourth, it is also considered a modal expansion, but in this case, by taking into account zeros and poles of the infinite dimension model. The four models studied are discussed and compared in the present contribution.

A second part of this work is concerned with active noise control techniques. Mono-channel (which uses only a loud speaker and a microphone) and multi-channel (which uses several loud speakers and microphones) controllers are studied. The studied active noise controllers use LMS adaptive algorithms. The noise signals are filtered using X-LMS techniques. These types of controller are usually simple and robust. The coefficients of the controller (modeled as a digital filter) are determined by using an online adaptive procedure looking for minimizing the noise levels.

The control methodologies are tested numerically by using the mathematical model of the acoustic duct proposed. With the aim of validating experimentally these controllers a test rig instrumented with loud speakers and microphones was built, and the algorithms were implemented using a personal computer.

At the remaining, the numerical and experimental results are discussed and some suggestions are presented in order to continue future works.

Capítulo I

Introdução

A busca incontinente pela melhoria da qualidade de vida do ser humano tem sido um dos objetivos fundamentais da ciência. Nesta busca as questões que afetam a saúde e o conforto do homem ocupam lugar de destaque. Na área da engenharia, o controle da poluição sonora tem mobilizado boa parte das pesquisas, em ciência aplicada. Há dois grandes campos de estudos nesta área: a dos controladores passivos e a dos controladores ativos de ruído.

Os métodos tradicionais utilizados para o controle do ruído acústico utilizam técnicas passivas e servem-se de barreiras acústicas e silenciadores (Harris, 1991; Beranek *et al.*, 1992). Nestes métodos são empregados materiais elastoméricos (borrachas, resinas) em suas diversas formas: subestruturas mistas metal-elastômero, materiais viscoelásticos, neutralizadores, isoladores (Espíndola *et al.*, 1998). Os silenciadores passivos são eficientes quando se deseja atenuar ruídos numa banda larga de frequência. São relativamente volumosos, caros e ineficazes em baixas frequências (Kuo *et al.*, 1999).

Uma alternativa ao controle passivo são os denominados controladores ativos de ruído (*“Active Noise Control – ANC”*). Estes controladores empregam normalmente sensores e atuadores eletroacústicos e/ou electromecânicos que, geridos por uma unidade eletrônica devidamente projetada, procuram cancelar o ruído não desejado baseado no princípio da superposição de ondas. A idéia é gerar “um anti-ruído”, de igual amplitude e fase oposta ao ruído não desejado, que provoque o cancelamento do sinal ruidoso num determinado ponto ou região de interesse. (Nelson *et al.*, 1992; Hansen, 1997).

A primeira proposta deste tipo de controlador foi feita em 1936 e patenteada por Lueg (1936). Em 1953 Olson & May fizeram uma demonstração experimental para redução de ruído acústico a partir de um sistema de controle retro-alimentado (*“feedback”*), esta idéia é utilizada ainda hoje em protetores industriais de audição. Jesel & Mangiante (1972) e Swinbanks (1973) apresentam um sistema de controle *“feedforward”* e o utilizam para controle de ruído em dutos acústicos, que posteriormente foram aplicados a sistemas de ar condicionado.

Quando se deseja atenuação ativa de ruídos em recintos muito grandes ou em dutos de comprimento e diâmetro elevados é geralmente necessário o uso de sistemas de controle mais complexos e sofisticados, sendo normalmente utilizados controladores ativos de ruído com vários canais. Estes sistemas utilizam múltiplas fontes secundárias (alto-falantes) e múltiplos sensores (microfones) (Eriksson, 1996).

Embora conceitualmente simples, há inúmeras dificuldades e limitações a serem vencidas quando se pretende implementar um controlador ativo de ruído. Dentre estas destacam-se:

- Variações inesperadas do ambiente em decorrência de mudanças climáticas, das suas características acústicas, da presença mais/menos de pessoas, etc;
- Limitações tecnológicas dos transdutores eletroacústicos, sendo que em muitos casos os transdutores utilizados para o controle têm que trabalhar em ambientes muito agressivos com acentuadas taxas de poeira, umidade e altas temperaturas;
- Dependência acentuada do volume físico de controle e da localização dos sensores e atuadores neste volume;
- A complexidade de implementação dos algoritmos de controle utilizados. Neste caso deve-se observar atentamente os requisitos de velocidade e dimensão do software, como também o ajuste adequado dos parâmetros do controlador tendo em vista sua estabilidade e eficiência e
- As características não lineares dos sensores e atuadores que introduzem complexidade no projeto do controlador, (Kou *et al.*, 1996).

Para contornar algumas destas dificuldades têm sido propostos os controladores automaticamente adaptáveis. Tais controladores são filtros adaptativos, implementados em processadores digitais de sinais (DSP) que buscam, por meio de ajustes "*on-line*" dos seus coeficientes, minimizar o ruído do sistema, (Goodwin *et al.*, 1984; Clarkson, 1993). Nestes procedimentos os filtros mais comumente usados são os do tipo resposta finita ao impulso ("*finite impulse response* - FIR") e resposta infinita ao impulso ("*infinite impulse response* - IIR"). Os mecanismos mais comumente usados no ajuste dos coeficientes dos filtros são os algoritmos de ajustes por mínimos quadrados (LMS – *Least Lean Square*) (Widrow, 1975).

Tendo em vista estudar estes controladores, apresenta-se neste trabalho inicialmente os conceitos fundamentais da acústica para, em seguida, desenvolver-se as formulações analíticas do modelo matemático de um duto acústico. Estes modelos são utilizados na análise e projeto de controladores ativos de ruído (CAR) em precedência aos ensaios experimentais.

Existem vários autores que apresentam diferentes modelos para dutos acústicos, entre os quais podemos citar a Doak (1973a, 1973b), Kinsler (1982), Hull *et al.*, (1990 e 1993), Hu (1995). Neste trabalho é desenvolvido um modelo analítico com características lineares, unidimensionais, invariante no tempo e de dimensão infinita.

Uma vez que na síntese de controladores os modelos finitos e discretos são, sob o ponto de vista das simulações numéricas, muito mais rápidos e eficientes, o modelo de dimensão infinito obtido foi aproximado por três modelos finitos.

A primeira modelagem finita é obtida através da expansão numa série truncada de Taylor do modelo infinito dimensional (série de *Maclaurin*), a segunda é derivada utilizando uma expansão modal que utiliza apenas os pólos do sistema original e a terceira e última formulação leva em consideração tanto os pólos como os zeros do modelo infinito dimensional.

A partir dos modelos numéricos derivados, que são inclusive objeto de uma análise comparativa, várias estratégias de controle de ruído, são numérica e experimentalmente avaliadas. As metodologias eleitas para análise foram as mais freqüentemente encontradas na literatura e com maiores potencialidades de implementação em DSP's.

Assim, este trabalho tem como objetivos centrais:

- Discutir e avaliar algumas estratégias de obtenção de modelos analíticos de dutos;
- Discutir e avaliar numericamente diferentes metodologias de controle ativo de ruído (mono e multicanal) e compará-los;
- Projetar e instrumentar uma bancada experimental para ensaios de controladores ativos de ruído;
- Implementar e avaliar experimentalmente algumas das metodologias de controle que na avaliação numérica demonstraram-se mais promissoras e
- Identificar as potencialidades, vantagens e desvantagens das metodologias de controle investigadas.

Tendo em vista estes objetivos este trabalho está assim organizado: o capítulo II discute os fundamentos matemáticos e os conceitos básicos da acústica, assim com o modelo matemático do duto acústico; o capítulo III apresenta a teoria de controle ativo de ruído mono canal e suas aplicações; o capítulo IV apresenta a teoria de controle ativo de ruído multicanal; o capítulo V apresenta os resultados numéricos e experimentais obtidos e finalmente o capítulo VI discorre sobre as conclusões e os futuros desdobramentos do presente trabalho.

Capítulo II

Conceitos Básicos da Acústica e seus Fundamentos Matemáticos

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta alguns conceitos fundamentais na área de acústica e, tendo em vista o estudo de técnicas de controle ativo de ruído, explora quatro estratégias para o modelamento analítico matemático da propagação de ruídos em dutos. A primeira, deduzida das equações fundamentais da acústica, tem como característica central um número infinito de modos. A segunda formulação é obtida através da expansão numa série truncada de Taylor do modelo infinito dimensional anterior (série de Maclaurin). A terceira formulação é obtida utilizando uma expansão modal na qual são utilizados somente os pólos do sistema original e finalmente a quarta formulação considera tanto os pólos como os zeros do modelo infinito dimensional. O capítulo termina discutindo e comparando os respectivos modelos numéricos apresentados.

2.2 Equações Fundamentais da Acústica

A seguir são apresentados as equações fundamentais da onda acústica plana e posteriormente o modelo matemático de um duto acústico unidimensional com seus respectivos atuadores.

2.2.1 Equação de Estado¹

Inicia-se o desenvolvimento a partir da *equação de estado*, obtida através da *equação de Poisson linearizada* (Kinsler *et al.*, 1982) que caracteriza o comportamento de um gás adiabático (hipótese teórica na qual não há trocas de energia térmica no fluido).

$$P - P_o = p = \beta \frac{(\rho - \rho_o)}{\rho_o} = \beta s \quad (2.1)$$

¹ Recomenda-se a leitura do apêndice “A” para os leitores pouco familiarizados com os conceitos fundamentais da acústica.

onde p é a pressão acústica, definida pela diferença entre a pressão instantânea P e a pressão de equilíbrio no fluido P_o , ($p = P - P_o$), β é o módulo volumétrico adiabático, constante determinada experimentalmente, ρ é a densidade instantânea e ρ_o a densidade de equilíbrio. Portanto, $(\rho - \rho_o)$ é a variação da densidade e s é a taxa de variação de densidade do fluido, também conhecida como taxa de condensação. Segundo Kinsler *et al.*, (1982) a restrição essencial desta equação é que a condensação seja pequena, $s \ll 1$.

2.2.2 Equação da Continuidade

O próximo passo é encontrar uma relação entre a velocidade da partícula de um fluido, $\vec{v}$ e a densidade instantânea ρ , chamada de *equação da continuidade*.

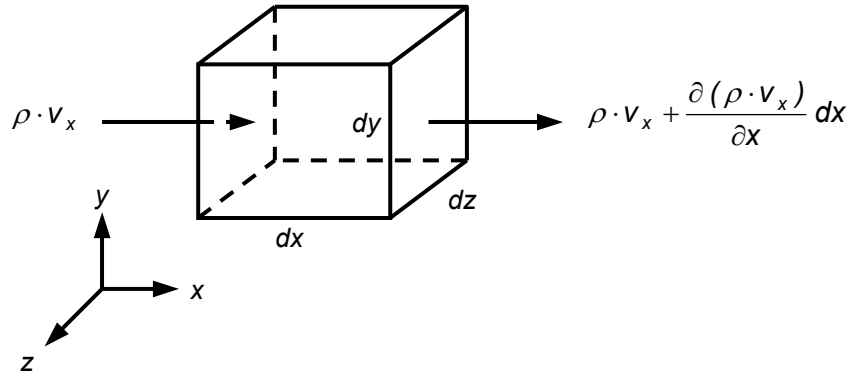


Figura 2.1 - Fluxo de massa na direção x através de um volume infinitesimal.

Considerando-se um fenômeno de transporte de massa num elemento de volume infinitesimal $dV = dx \, dy \, dz$, na direção x (Figura 2.1). O fluxo de massa pode ser escrito através da relação (Kinsler *et al.*, 1982):

$$\left\{ \rho \cdot v_x - \left[\rho \cdot v_x + \frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x} dx \right] \right\} dy \, dz = - \frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x} dV \quad (2.2)$$

Generalizando a expressão (2.2) nas direções y e z obtém-se:

$$- \left[\frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho \cdot v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho \cdot v_z)}{\partial z} \right] dV = - [\nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v})] dV \quad (2.3)$$

onde ∇ é o operador divergente². A taxa de crescimento da massa em dV , fluxo de massa, também pode ser expressa por $\frac{\partial \rho}{\partial t} dV$, e igualando com a expressão (2.3) tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dV = -[\nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v})] dV \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v}) = 0 \quad (2.5)$$

A expressão (2.5) é conhecida como **equação da continuidade**. Note que esta expressão é não linear, já que o segundo termo da equação (2.5) envolve o produto da velocidade da partícula e a densidade instantânea, ambos variáveis acústicas.

A densidade instantânea pode ser expressa em função da condensação:

$$\rho = \rho_o \cdot (1 + s) \quad (2.6)$$

A equação (2.5) pode ser linearizada. Considerando-se s infinitesimal, $\rho \cong \rho_o$, e ρ_o constante no tempo e no espaço, tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v}) = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot \frac{1}{\rho_o} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\rho}{\rho_o} \right)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\rho_o \cdot (1 + s)}{\rho_o} \right)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial (1 + s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \quad (2.12)$$

² Operador divergente escrito em coordenadas cartesianas: $\nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$

A expressão (2.12) é conhecida como **equação linearizada da continuidade**. Combinando a equação de estado (2.1) e a equação linearizada da continuidade (2.12), obtém-se uma equação que relaciona a pressão com o deslocamento da partícula. Integrando a equação (2.12) em relação ao tempo obtém-se:

$$\int_0^t \left(\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{v} \right) dt = 0 \quad (2.13)$$

$$s + \int_0^t \nabla \cdot \vec{v} dt = 0 \quad (2.14)$$

$$\int_0^t \nabla \cdot \vec{v} dt = \nabla \cdot \int_0^t \vec{v} dt = \nabla \cdot \int_0^t \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dt = \nabla \cdot \vec{u} \quad (2.15)$$

onde $\vec{u}$ é definida como a posição da partícula. Da equação (2.14) e (2.15) vem:

$$s = -\nabla \cdot \vec{u} \quad (2.16)$$

Combinando com a equação de estado 2.1, tem-se:

$$p = -\beta \cdot \nabla \cdot \vec{u} \quad (2.17)$$

2.2.3 Equação de Euler³

A equação de Euler permite relacionar a pressão acústica p com a velocidade instantânea $\vec{v}$. É obtida a partir da consideração de um volume infinitesimal $dV = dx \, dy \, dz$ que se move com o fluido, com massa específica infinitesimal dm . Os efeitos da viscosidade no movimento do fluido podem ser desprezados ao se considerar o fluido adiabático e não viscoso.

Pela segunda lei de Newton é possível obter a expressão para uma força infinitesimal:

$$d\vec{f} = dm \cdot \vec{a} \quad (2.18)$$

Na direção x , a componente da força infinitesimal pode ser representada em termos de pressão interna instantânea P como.

$$df_x = \left[P - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) \right] dy \, dz = -\frac{\partial P}{\partial x} dV \quad (2.19)$$

³ Baseado em Kinsler et al., (1982).

Analogamente esta expressão pode ser escrita nas direções das forças df_y e df_z , através do operador gradiente⁴:

$$d\vec{f} = -\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dV \cdot \hat{i} - \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dV \cdot \hat{j} - \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dV \cdot \hat{k} = -\nabla P \cdot dV \quad (2.20)$$

Uma partícula do fluido possui velocidade instantânea $\vec{v}(x, y, z, t)$ em uma posição (x, y, z) e um determinado tempo t ao se deslocar para uma nova posição $(x + dx, y + dy, z + dz)$ em um tempo $t + dt$, a partícula adquire uma nova velocidade $\vec{v}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$. Sendo a aceleração definida por:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right] = \lim_{dt \rightarrow 0} \left[\frac{\vec{v}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) - \vec{v}(x, y, z, t)}{dt} \right] \quad (2.21)$$

e a velocidade definida como $\vec{v} = \frac{d\vec{u}}{dt}$, onde $\vec{u}$ é a posição da partícula. Pode-se desenvolver:

$$\vec{a} = \lim_{dt \rightarrow 0} \left[\frac{\vec{v}(x + v_x \cdot dt, y + v_y \cdot dt, z + v_z \cdot dt, t + dt) - \vec{v}(x, y, z, t)}{dt} \right] \quad (2.22)$$

Como os incrementos nas variáveis são muito pequenos (infinitesimais), a velocidade instantânea no tempo $t + dt$, pode ser expressa pela expansão de Taylor até o termo da derivada primeira.

$$\begin{aligned} \vec{v}(x + v_x \cdot dt, y + v_y \cdot dt, z + v_z \cdot dt, t + dt) = \\ \vec{v}(x, y, z, t) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot dt \end{aligned} \quad (2.23)$$

Desta maneira a equação (2.22) torna-se:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \lim_{dt \rightarrow 0} \left[\frac{\vec{v}(x, y, z, t) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot dt - \vec{v}(x, y, z, t)}{dt} \right] \\ \vec{a} &= \lim_{dt \rightarrow 0} \left[\frac{\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot dt}{dt} \right] \\ \vec{a} &= \lim_{dt \rightarrow 0} \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (2.24)$$

⁴ Operador gradiente escrito em coordenadas cartesianas: $\nabla P = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \hat{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \hat{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \hat{k}$

Assim a aceleração é expresso por:

$$\vec{a} = \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \right] \quad (2.25)$$

Definindo o operador vetorial $(\vec{v} \cdot \nabla)$ como:

$$(\vec{v} \cdot \nabla) = v_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.26)$$

A aceleração pode ser escrita como:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)(\vec{v}) \quad (2.27)$$

A massa infinitesimal dm pode ser escrita da seguinte forma:

$$dm = \rho \cdot dV \quad (2.28)$$

Substituindo as equações (2.20), (2.27) e (2.28) em (2.18) tem-se:

$$-\nabla P \cdot dV = \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)(\vec{v}) \right] \cdot \rho \cdot dV \quad (2.29)$$

$$-\nabla P = \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)(\vec{v}) \right] \cdot \rho \quad (2.30)$$

A equação (2.30) é conhecida como a equação de Euler para fluidos não viscosos. A consideração da condensação infinitesimal (isto é, $s \ll 1$) implica em $\rho \cong \rho_o$. Se a pressão de equilíbrio no fluido (P_o) for constante, $\nabla P = \nabla p$. Lembrando-se que $p = P - P_o$. Outra simplificação possível é a consideração de $|(\vec{v} \cdot \nabla)(\vec{v})| \ll \left| \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right|$. Através destas hipóteses, isto é, substituindo ρ por ρ_o na equação (2.30) e desconsiderando o termo $(\vec{v} \cdot \nabla)(\vec{v})$ é possível obter a equação (2.30) na forma linearizada (equação 2.31), válida para fenômenos acústicos de pequena amplitude:

$$\rho_o \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (2.31)$$

2.2.4 Equação Linearizada da Onda Acústica em Função da Pressão Acústica

As equações (2.1), (2.12) e (2.31) podem ser combinadas em uma única equação diferencial com uma única variável dependente. Aplicando o operador divergente na equação (2.31), obtém-se:

$$\rho_o \cdot \nabla \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\nabla p) = -\nabla^2 p \quad (2.32)$$

Na equação acima, ∇^2 é o operador Laplaciano⁵.

$$\nabla \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\nabla^2 p}{\rho_o} \quad (2.33)$$

Derivando a equação (2.12) em relação ao tempo e considerando que $\frac{\partial(\nabla \cdot \vec{v})}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right)$:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \nabla \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0 \quad (2.34)$$

igualando a equação (2.34) e (2.33), tem-se:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} - \frac{\nabla^2 p}{\rho_o} = 0 \quad (2.35)$$

Da equação (2.1) deriva-se a relação $s = \frac{p}{\beta}$, que substituída em (2.35) resulta:

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\nabla^2 p}{\rho_o} = 0 \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\beta}{\rho_o} \cdot \nabla^2 p = 0 \quad (2.37)$$

onde, a constante $c = \sqrt{\frac{\beta}{\rho_o}}$, chamada de velocidade de propagação da onda acústica, pode ser escrita como $c^2 = \frac{\beta}{\rho_o}$, substituindo em (2.37) obtém-se a equação homogênea da onda linearizada expressa em termos de pressão acústica:

⁵ Operador Laplaciano escrito em coordenadas cartesianas: $\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \cdot \nabla^2 p = 0 \quad (2.38)$$

2.3 Modelo Matemático de um Duto Acústico

Uma vez que neste trabalho pretende-se estudar algumas técnicas de controle ativo de ruído em dutos, trataremos neste item, do modelo matemático de um duto acústico. Tal sistema é bastante conhecido na literatura, apresenta um comportamento unidimensional e invariante no tempo, além de ser de fácil implementação experimental.

A figura 2.2 apresenta esquematicamente o arranjo geométrico para o duto em questão:

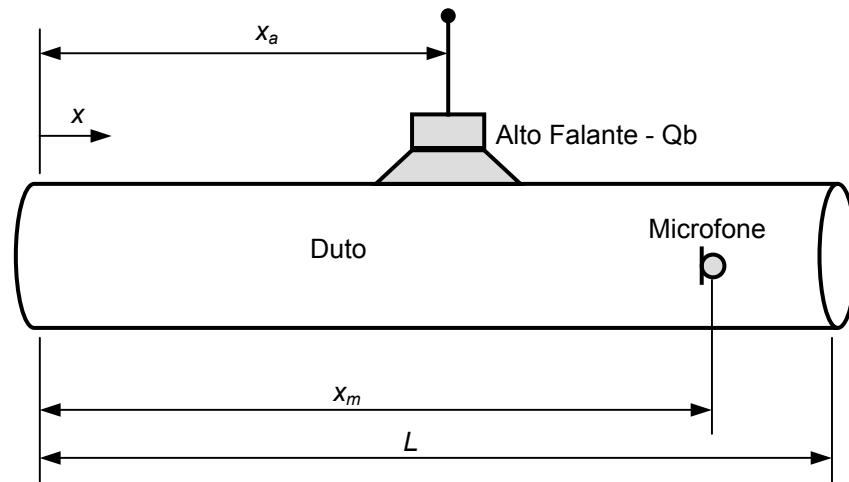


Figura 2.2 - Duto Acústico a ser Modelado.

São utilizados alto falantes, como fontes de ruído. Estes atuadores (alto falantes) consistem em uma bobina conectada a um diafragma de formato cônico imersa em um campo magnético. A alimentação da bobina com a corrente elétrica provoca o deslocamento do diafragma, causando o deslocamento da área do cone. Como sensor de medida do campo acústico é utilizado um microfone.

O modelo matemático para o conjunto da figura 2.2 é derivado das equações fundamentais da acústica, equação 2.12 e equação 2.31. Os alto falantes contribuem com uma “injeção” de massa o que se traduz matematicamente numa parcela não homogênea nas equações mencionadas. Assim a formulação do modelo matemático do duto pode ser expresso por (Nelson *et al.*, 1992; Kinsler, 1982; Pota *et al.*, 2000):

$$\rho_o \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (2.39)$$

$$\rho_o \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = \rho_o v_{x_a}(t) \delta(x - x_a) \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = \rho_o a_{x_a}(t) \delta(x - x_a) \quad (2.41)$$

onde:

x é o deslocamento da partícula [m];

t é a variável no tempo [seg];

$p(x,t)$ é a pressão acústica [N/m²],

$v(x,t)$ é a velocidade da partícula no ponto x e no instante t [m/seg];

$a_{x_a}(t)$ é a aceleração da partícula [m/seg²] provocada por uma fonte externa acústica (Alto Falante) colocada em $x = x_a$;

c é a velocidade de propagação do som [m/seg];

ρ_o é a densidade específica do meio [kg/m³] e finalmente

$\delta(x)$ é a função delta de Dirac.

Aplicando a transformada de *Laplace* [$\mathcal{L}$] nas equações (2.39), (2.40) e (2.41) e definindo

$\beta \equiv \frac{s}{c}$, onde s é o operador de *Laplace*, obtém-se:

$$\rho_o \cdot s \cdot V(x,s) + P'(x,s) = 0 \quad (2.42)$$

$$\rho_o \cdot V'(x,s) + \frac{\beta}{c_o} \cdot P(x,s) = \rho_o \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a) \quad (2.43)$$

$$P''(x,s) - \beta^2 \cdot P(x,s) = \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a), \quad \text{onde } s \cdot V_{x_a}(s) = \mathcal{L}\{a_{x_a}(t)\} \quad (2.44)$$

A Equação (2.44) pode ser escrita em variáveis de estado na forma:

$$\begin{bmatrix} P'(x,s) \\ P''(x,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(x,s) \\ P'(x,s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a) \quad (2.45)$$

definindo $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta^2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ tem-se:

$$\begin{bmatrix} P'(x,s) \\ P''(x,s) \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} P(x,s) \\ P'(x,s) \end{bmatrix} + B \cdot \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a) \quad (2.46)$$

A solução desta equação é dada por (Furuta, 1984):

$$\begin{bmatrix} P(x,s) \\ P'(x,s) \end{bmatrix} = e^{Ax} \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} + \int_0^x e^{A(x-\lambda)} \cdot B \cdot \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(\lambda - x_a) \cdot d\lambda \quad (2.47)$$

Nesta expressão o cálculo da parcela e^{Ax} pode ser feito sabendo-se que (Ogata, 1989):

$$e^{Ax} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ [\alpha \cdot I - A]^{-1} \right\} \quad (2.48)$$

onde α representa a variável de Laplace “s”, x representa a “variável no tempo” e $\mathcal{L}$ é o operador Laplaciano, assim:

$$e^{Ax} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ [\alpha \cdot I - A]^{-1} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \left[\alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta^2 & 0 \end{bmatrix} \right]^{-1} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \alpha & -1 \\ -\beta^2 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{\alpha^2 - \beta^2} \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ \beta^2 & \alpha \end{bmatrix} \right\}$$

Note que $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\beta}{\alpha^2 - \beta^2} \right\} = \sinh \beta x$ e $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\alpha}{\alpha^2 - \beta^2} \right\} = \cosh \beta x$, substituindo na expressão

acima tem-se:

$$e^{Ax} = \begin{bmatrix} \cosh \beta x & \frac{\sinh \beta x}{\beta} \\ \beta \sinh \beta x & \cosh \beta x \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Substituindo a equação (2.49) em (2.47) tem-se:

$$\begin{bmatrix} P(x,s) \\ P'(x,s) \end{bmatrix} = \begin{cases} e^{Ax} \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} & x \leq x_a \\ e^{Ax} \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} + e^{A(x-x_a)} \cdot B \cdot \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s) & x > x_a \end{cases} \quad (2.50)$$

A solução da Equação (2.50) para $x = L$ fica:

$$\begin{bmatrix} P(L,s) \\ P'(L,s) \end{bmatrix} = e^{AL} \cdot \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} + e^{A(L-x_a)} \cdot B \cdot \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \quad (2.51)$$

A equação (2.51) possui quatro variáveis desconhecidas, $P(0,s)$, $P'(0,s)$, $P(L,s)$ e $P'(L,s)$. Duas destas variáveis podem ser encontradas a partir das condições de contorno nas extremidades do duto (Doak, 1973). Substituindo estas duas condições de contorno na equação (2.51) é possível encontrar as outras duas variáveis desconhecidas.

Após encontrar as quatro condições de contorno, a equação (2.50) é resolvida para calcular a pressão acústica $P(x,s)$ para um dado ponto do duto. Este procedimento é ilustrado, na seção seguinte, para três configurações diferentes.

Também são utilizados alto falantes elétricos como atuadores acústicos para o modelamento do duto que será apresentado posteriormente. Estes alto falantes providenciam a aceleração das partículas a partir do movimento do cone do alto falante, esta aceleração $a_{x_a}(t)$ é utilizada como entrada de perturbação para o duto acústico. Assim, por conveniência é definido $Q_b(s) \equiv s \cdot V_{x_a}(s)$.

2.3.1 Modelo Matemático do Duto com as Extremidades: Aberto-Aberto

Para o duto aberto em ambas extremidades as condições de contorno são (Nelson *et al.*, 1992):

$$P(0,s) = P(L,s) = 0 \quad (2.52)$$

Estas condições de contorno são substituídas na Equação (2.51):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} P(L,s) \\ P'(L,s) \end{bmatrix} &= e^{AL} \cdot \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} + e^{A(L-x_a)} \cdot B \cdot \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \\ \begin{bmatrix} P(L,s) \\ P'(L,s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cosh(\beta L) & \frac{\sinh(\beta L)}{\beta} \\ \beta \cdot \sinh(\beta L) & \cosh(\beta L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} + \\ &\quad \begin{bmatrix} \cosh[\beta \cdot (L - x_a)] & \frac{\sinh[\beta \cdot (L - x_a)]}{\beta} \\ \beta \cdot \sinh[\beta \cdot (L - x_a)] & \cosh[\beta \cdot (L - x_a)] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \rho_o \cdot Q_b(s) \end{aligned} \quad (2.53)$$

e então resolvidas para calcular $P'(0,s)$ e $P'(L,s)$.

$$P'(0,s) = -\frac{Q_b \cdot \rho_o \cdot \sinh[\beta \cdot (L - x_a)]}{\sinh(\beta L)} \quad (2.54)$$

$$P'(L,s) = -\frac{Q_b \cdot \rho_o \cdot \cosh(\beta L) \cdot \sinh[\beta \cdot (L - x_a)]}{\sinh(\beta L)} + Q_b \cdot \rho_o \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x_a)] \quad (2.55)$$

As quatro condições de contorno, equações (2.52), (2.54) e (2.55), são substituídas na Equação (2.50), e usadas para obter a seguinte função de transferência:

$$\frac{P(x,s)}{Q_b(s)} = \begin{cases} \frac{\rho_o \cdot \sinh(\beta x) \cdot \sinh[\beta \cdot (L - x_a)]}{\beta \cdot \sinh(\beta L)} & x \leq x_a \\ \frac{\rho_o \cdot \sinh(\beta x_a) \cdot \sinh[\beta \cdot (L - x)]}{\beta \cdot \sinh(\beta L)} & x \geq x_a \end{cases} \quad (2.56)$$

2.3.2 Modelo Matemático do Duto: Fechado-Fechado

Para o duto com ambas extremidades fechadas tem-se as seguintes condições de contorno (Nelson *et al.*, 1992):

$$P'(0,s) = P'(L,s) = 0 \quad (2.57)$$

Analogamente ao caso anterior a função de transferência é dada por:

$$\frac{P(x,s)}{Q_b(s)} = \begin{cases} \frac{\rho_o \cdot \cosh(\beta x) \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x_a)]}{\beta \cdot \sinh(\beta L)} & x \leq x_a \\ \frac{\rho_o \cdot \cosh(\beta x_a) \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x)]}{\beta \cdot \sinh(\beta L)} & x \geq x_a \end{cases} \quad (2.58)$$

2.3.3 Modelo Matemático do Duto: Aberto-Fechado

Para a condição do duto aberto fechado teremos as seguintes condições de contorno (Nelson *et al.*, 1992):

$$P(0,s) = P'(L,s) = 0 \quad (2.59)$$

Que geram a seguinte função de transferência:

$$\frac{P(x,s)}{Q_b(s)} = \begin{cases} \frac{\rho_o \cdot \sinh(\beta x) \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x_a)]}{\beta \cdot \cosh(\beta L)} & x \leq x_a \\ \frac{\rho_o \cdot \sinh(\beta x_a) \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x)]}{\beta \cdot \cosh(\beta L)} & x \geq x_a \end{cases} \quad (2.60)$$

2.3.4 Modelo do Duto com Condições de Contorno a partir de Impedância Acústica

As três situações mostradas anteriormente são consideradas condições de contorno ideais. A partir da definição de impedância acústica (apresentada no apêndice A) é possível

escrever as condições de contorno do sistema acústico de uma forma mais generalizada (Morse *et al.*, 1968). Aplicando esta definição tem-se:

$$Z_o(s) = \frac{P(0,s)}{V(0,s)} \quad \text{e} \quad Z_L(s) = \frac{P(L,s)}{V(L,s)} \quad (2.61)$$

onde $Z_o(s)$ e $Z_L(s)$ são as impedâncias nas extremidades do duto e podem ser calculadas experimentalmente.

Relacionando a equação (2.61) com a equação fundamental (2.42) obtém-se as condições de contorno em termos de pressão e impedância acústica:

$$P(0,s) = -Z_o(s) \cdot \frac{P'(0,s)}{\rho_o \cdot s} \quad (2.62)$$

$$P(L,s) = -Z_L(s) \cdot \frac{P'(L,s)}{\rho_o \cdot s} \quad (2.63)$$

Substituindo estas duas condições de contorno (Equação 2.62 e 2.63) na equação (2.51), é possível obter as outras duas condições de contorno necessárias para obter o modelo do duto. Posteriormente, estas condições de contorno são substituídas na equação (2.50) obtendo a seguinte função de transferência generalizada em função da pressão e impedância:

$$\frac{P(x,s)}{Q_b(s)} = \begin{cases} \frac{\rho_o \left[\rho_o^2 s^2 \sinh \beta(L - x_a) \sinh \beta x - Z_o(s) Z_L(s) \beta_2 \cosh \beta(L - x_a) \cosh \beta x - \right. \\ \left. Z_L(s) \beta \rho_o s \cosh \beta(L - x_a) \sinh \beta x + Z_o(s) \beta \rho_o s \sinh \beta(L - x_a) \cosh \beta x \right]}{\beta \left(\rho_o^2 s^2 \sinh \beta L - Z_o(s) Z_L(s) \beta^2 \sinh \beta L + (Z_o(s) - Z_L(s)) \beta \rho_o s \cosh \beta L \right)} & x \leq x_a \\ \frac{\rho_o \left[\rho_o^2 s^2 \sinh \beta(L - x) \sinh \beta x_a - Z_o(s) Z_L(s) \beta^2 \cosh \beta(L - x) \cosh \beta x_s - \right. \\ \left. Z_L(s) \beta \rho_o s \cosh \beta(L - x) \sinh \beta x_a + Z_o(s) \beta \rho_o s \sinh \beta(L - x) \cosh \beta x_a \right]}{\beta \left(\rho_o^2 s^2 \sinh \beta L - Z_o(s) Z_L(s) \beta^2 \sinh \beta L + (Z_o(s) - Z_L(s)) \beta \rho_o s \cosh \beta L \right)} & x > x_a \end{cases} \quad (2.64)$$

A partir desta função de transferência é possível obter os casos particulares mostrados anteriormente. Por exemplo, a função de transferência da Equação (2.56), pode ser obtida fazendo o limite de $Z_o(s) = Z_L(s) = 0$; a função de transferência da Equação (2.58) é obtida realizando o limite de $Z_o(s) = Z_L(s) = \infty$ e finalmente a função de transferência da Equação (2.60) é obtida a partir do limite de $Z_o(s) = 0$ e $Z_L(s) = \infty$.

2.4 Modelo Matemático Experimental

Para realizar as simulações numéricas foi adotado um duto de comprimento $L = 3.5m$, um alto falante de controle Q_b posicionado em $x_a = 2.37m$ e um microfone posicionado em $x = x_m = 3.36m$. Foram escolhidos estes valores em decorrência de uma bancada experimental construída em laboratório, veja figura 5.15. Neste duto é aplicada uma perturbação a partir do alto falante Q_a o qual é colocado em $x=0$.

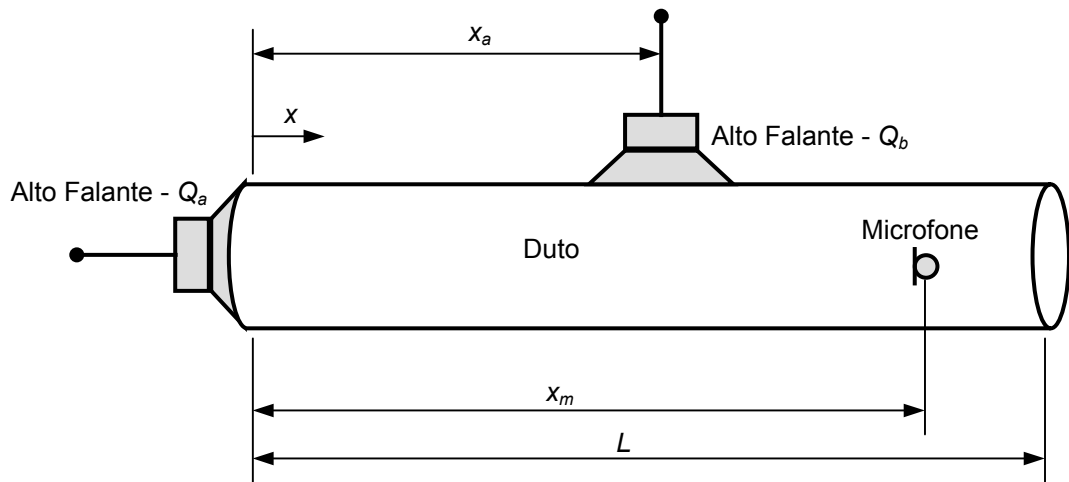


Figura 2.3 - Duto Acústico com Atuadores e sensores.

Para realizar as simulações numéricas, primeiramente, é considerado o duto da figura (2.3) com uma das extremidades (em $x = 0$) totalmente fechada (onde é colocado um alto falante Q_a) e a outra extremidade (em $x = L$) totalmente aberta. Para este caso tem-se a seguinte condição de contorno:

$$P(L, s) = 0 \quad e \quad Q_a(s) = s \cdot V(0, s) \quad (2.65)$$

Uma outra condição de contorno considerada é um duto com uma das extremidades (em $x = 0$) totalmente fechada (onde é colocado um alto falante Q_a) e a outra extremidade (em $x = L$) também fechada, obtendo:

$$P'(L, s) = 0 \quad e \quad Q_a(s) = s \cdot V(0, s) \quad (2.66)$$

Finalmente, são consideradas as condições de contorno a partir das impedâncias acústicas nas extremidades do sistema:

$$P(L, s) = Z_L(s) \cdot \frac{P'(L, s)}{\rho_o \cdot s} \quad \text{e} \quad Q_a(s) = s \cdot V(0, s) \quad (2.67)$$

Para obter as funções de transferências das condições de contorno apresentadas é necessário realizar os cálculos mostrados na seção anterior. Isto é, estas condições de contorno Equação (2.65), (2.66) e (2.67) são substituídas na Equação (2.51) e resolvidas para obter as respectivas variáveis desconhecidas.

As variáveis calculadas a partir da equação (2.51) são substituídas na Equação (2.50) obtendo-se desta maneira os seguintes modelos analíticos: Para o primeiro caso condição de contorno da equação (2.65), tem-se:

$$P(x_m, s) = \begin{cases} \rho_o \frac{Q_a(s) \cdot \sinh \beta(L - x_m) + Q_b(s) \cdot \sinh(L - x_a) \cdot \cosh \beta x_m}{\beta \cosh \beta L} & x_m \leq x_a \\ \rho_o \frac{\sinh \beta(L - x_m)}{\beta \cosh \beta L} [Q_a(s) + Q_b(s) \cdot \cosh \beta x_a] & x_m > x_a \end{cases} \quad (2.68)$$

Para a condição de contorno da Equação (2.66) tem-se:

$$P(x_m, s) = \begin{cases} \rho_o \frac{Q_a(s) \cdot \cosh \beta(L - x_m) + Q_b(s) \cdot \cosh(L - x_a) \cdot \cosh \beta x_m}{\beta \cdot \sinh \beta L} & x_m \leq x_a \\ \rho_o \frac{\cosh \beta(L - x_m)}{\beta \cdot \sinh \beta L} [Q_a(s) + Q_b(s) \cdot \cosh \beta x_a] & x_m > x_a \end{cases} \quad (2.69)$$

E para as condições de contorno a partir da impedância (Equação 2.67):

$$P(x_m, s) = \begin{cases} \rho_o \frac{\left[(\beta Z_L(s) \cosh \beta(L - x_m) + Q_a(s) \cdot s \rho_o \sinh \beta(L - x_m)) + (\beta Z_L(s) \cosh \beta(L - x_a) + Q_b(s) \cdot s \rho_o \sinh \beta(L - x_a)) \cdot \cosh \beta x_m \right]}{\beta \cdot (\beta Z_L(s) \sinh \beta L + s \rho_o \cosh \beta L)} & x_m \leq x_a \\ \rho_o \frac{\beta Z_L(s) \cosh \beta(L - x_m) + s \rho_o \sinh \beta(L - x_m)}{\beta \cdot (\beta Z_L(s) \sinh \beta L + s \rho_o \cosh \beta L)} [Q_a(s) + Q_b(s) \cdot \cosh \beta x_a] & x_m > x_a \end{cases} \quad (2.70)$$

onde, $Q_a(s) = s \cdot V(0, s)$ e $Q_b(s) = s \cdot V_{x_a}(s)$, representam os alto falantes de perturbação e de controle respectivamente.

Uma vez estabelecido o modelo matemático para o duto, são apresentados os modelos matemáticos para o sensor (microfone) e para os atuadores (alto falantes).

2.4.1 Modelo Matemático do Alto Falante

É comum na literatura modelar-se o alto falante como sistemas de segunda ordem com ganho nulo em DC. A expressão matemática que traduz esta característica é dada por (Clark *et al.*, 1995):

$$Ga(s) = \frac{s \cdot V(x_a, s)}{V_{x_a}(s)} = \frac{K_{x_a} \cdot s^2}{s^2 + 2 \cdot \xi_{x_a} \cdot \omega_{x_a} \cdot s + \omega_{x_a}^2} \quad (2.71)$$

onde, $Ga(s)$ representa a função transferência do alto falante, $v(x_a, t)$ é a velocidade da partícula para o ponto x_a e $v_{x_a}(t)$ é a tensão aplicada ao alto falante. Os parâmetros da função de transferência do alto falante $Ga(s)$ utilizados para simulações numéricas que serão apresentadas posteriormente foram (Clark *et al.*, 1995): $K_{x_a} = 0.15$, $\omega_{x_a} = 2\pi 40 \text{ r/s}$ e $\xi_{x_a} = 0.525$.

2.4.2 Modelo Matemático do Microfone

Os microfones são normalmente considerados como elementos lineares nas frequências de interesse. Neste trabalho adota-se para o modelo do microfone um ganho DC dado por: $Gm = 0.005 \text{ V/(N/m}^2\text{)}$, onde $Gm(s)$ representa função transferência do microfone.

Na seção seguinte é apresentado o modelo matemático para um duto de dimensão infinita. É feita a simulação numérica para o caso em que o duto tem uma das extremidades fechada e a outra totalmente aberta.

2.5 Simulações Numéricas do Modelo de Dimensão Infinita

Substituindo $\beta \cong \frac{s}{c}$ na equação (2.68), e considerando $Q_b(s) = 0$, ou seja, não há perturbação no alto falante Q_b a equação (2.68) se reduz a:

$$Gd(s) = \frac{P(x_m, s)}{Q_a(s)} = \frac{\rho_o \cdot c_o \cdot \sinh\left[\frac{s \cdot (L - x_m)}{c_o}\right]}{s \cdot \cosh\left(\frac{s \cdot L}{c_o}\right)} \quad (2.72)$$

onde, $Gd(s)$ representa a função transferência do duto. Este modelo é acoplado aos modelos dos atuadores $Ga(s)$ e sensores $Gm(s)$ obtendo o seguinte modelo matemático de dimensão infinita, $G(s)$, que relaciona a saída do sensor (Volts) pela entrada em (Volts) do alto falante Q_a :

$$G(s) = G_a(s) \cdot G_d(s) \cdot G_m(s) \quad (2.73)$$

O diagrama de Bode desta função transferência pode ser vista na figura 2.4.

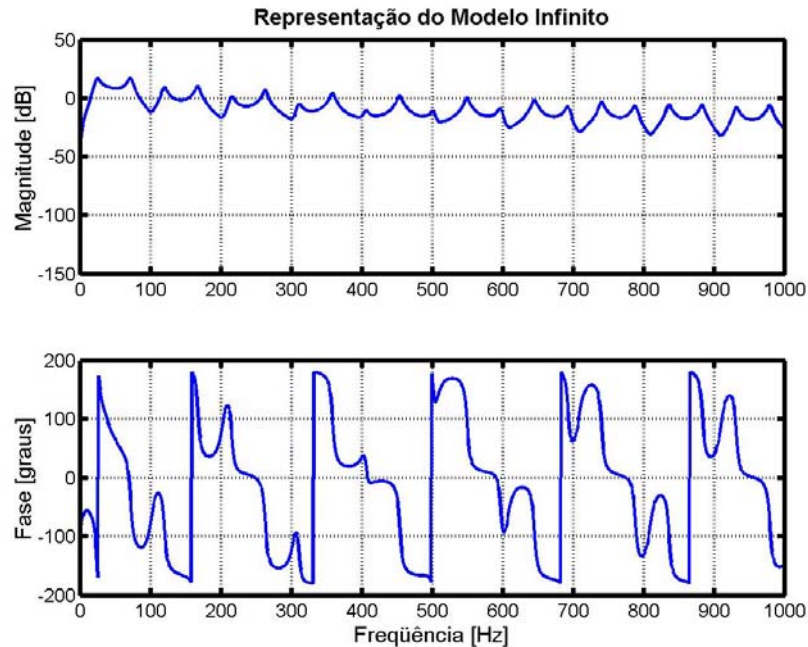


Figura 2.4 - Diagrama de Bode do Modelo Infinito.

Destaca-se que o modelo representado pela expressão 2.72 apresenta um numero infinito de pólos e de zeros.

2.6 Simulações Numéricas do Modelo de Dimensão Finita

O modelo tal como mostrado na equação (2.73) não é adequado quando se pensa no projeto de controladores, que requerem modelos de dimensão finita.

Para atender esta necessidade três técnicas de obtenção de modelos finitos são apresentadas a seguir, todas baseadas no modelo de dimensão infinita:

2.6.1 Expansão por série de *Maclaurin*

Uma das técnicas utilizadas para obter modelos a partir de uma função $F(s)$ de dimensão infinita é o uso da série de *Maclaurin* (Pota, 2000), que assim estabelece:

$$F(s) = \frac{s^p}{p!} \cdot \frac{d^p F(0)}{ds^p} \cdot \prod_{n=1}^{\infty} \left[1 + \frac{s}{s_n^2} \right] \quad (2.74)$$

onde,

- $\pm j s_n$ são as raízes de $F(s)$;
- p é tal que $\frac{d^p F(0)}{ds^p}$ é o primeiro termo diferente de zero para $p = 0, 1, \dots$;
- $\sinh\left[\frac{s \cdot (L - x_m)}{c_o}\right]$ tem raízes $s_n = \pm j \frac{n \cdot \pi \cdot c_o}{L - x_m}$, para $n=1, 2, \dots$ e $p=1$;
- $\cosh\left[\frac{s \cdot L}{c_o}\right]$ tem raízes $s_n = \pm j \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot c_o}{2 \cdot L}$, para $n=1, 2, \dots$ e $p=0$.

Segundo esta abordagem a função de transferência da equação (2.72) pode ser aproximada por:

$$Gd(s) = \frac{P(x_m, s)}{Q_a(s)} = \rho_o \cdot (L - x_m) \cdot \prod_{n=1}^N \left[\frac{1 + \frac{s^2}{w_n^2}}{1 + \frac{s^2}{\Omega_n^2}} \right] \quad (2.75)$$

onde $w_n = \frac{n \cdot \pi \cdot c_o}{L - x_m}$, $\Omega_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot c_o}{2 \cdot L}$ e N é o número de termos da série.

A figura (2.5) apresenta a resposta em frequência da equação (2.75), para $N=20$, e a resposta do modelo nominal de dimensão infinita:

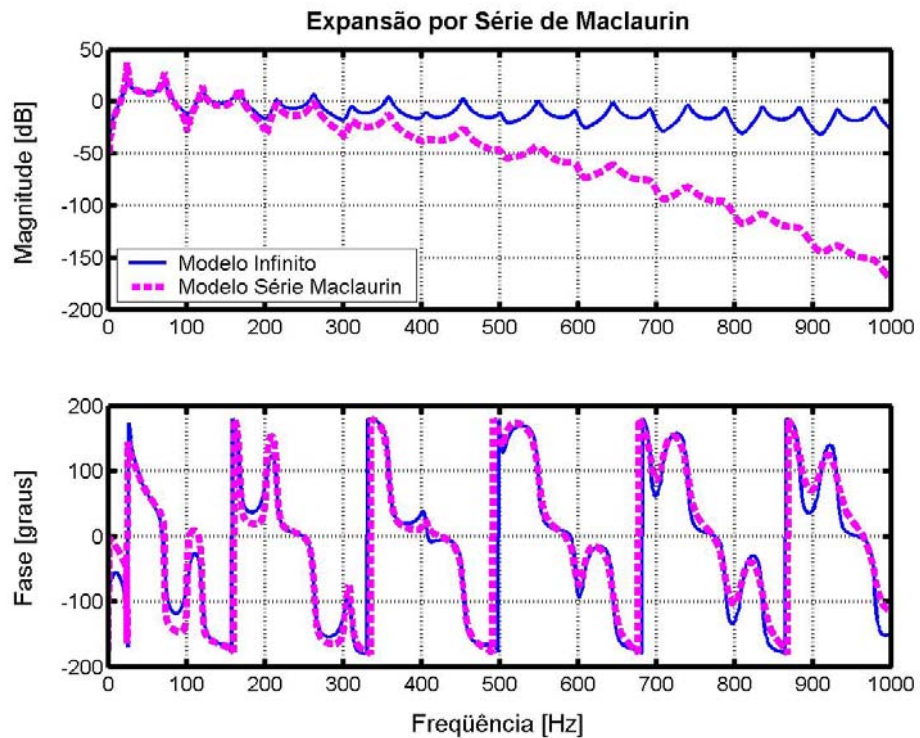


Figura 2.5 - Representação do Modelo por Série de Maclaurin.

Pode-se observar nesta figura 2.5 que a magnitude do modelo truncado cai com o incremento da frequência, no entanto os pólos e zeros dos modelos são coerentes.

2.6.2 Representação Modal

Uma outra alternativa para obtenção de modelos finitos pode ser obtida a partir de uma representação modal do modelo infinito. Este tipo de representação é descrito pela seguinte expressão:

$$\frac{P(x_m, s)}{Q_a(s)} = k_o + \sum_{i=1}^N \frac{k_i}{1 + \frac{2 \cdot \xi_i \cdot s}{\Omega_i} + \frac{s^2}{\Omega_i^2}} \quad (2.76)$$

onde os pólos Ω_i são obtidos a partir do modelo analítico de dimensão infinita e o fator de amortecimento ξ_i é escolhido empiricamente. Um procedimento de otimização numérica é utilizado para obter os valores de k_i , onde a função objetivo é dada por:

$$\min_{k_i=0 \dots N} \sum_{\substack{s=j\omega, \\ \omega_n \in \omega}} \left(\frac{\rho_o \cdot c_o \cdot \sinh \left[\frac{s \cdot (L - x_m)}{c_o} \right]}{s \cdot \cosh \left(\frac{s \cdot L}{c_o} \right)} - k_o - \sum_{i=1}^N \frac{k_i}{1 + \frac{2 \cdot \xi_i \cdot s}{\Omega_i} + \frac{s^2}{\Omega_i^2}} \right)^2 \quad (2.77)$$

Para a simulação numérica foram utilizados $N=25$ termos. Na figura (2.6) se observa uma boa aproximação entre o modelo finito e o modelo infinito, $\xi_i=0.1$.

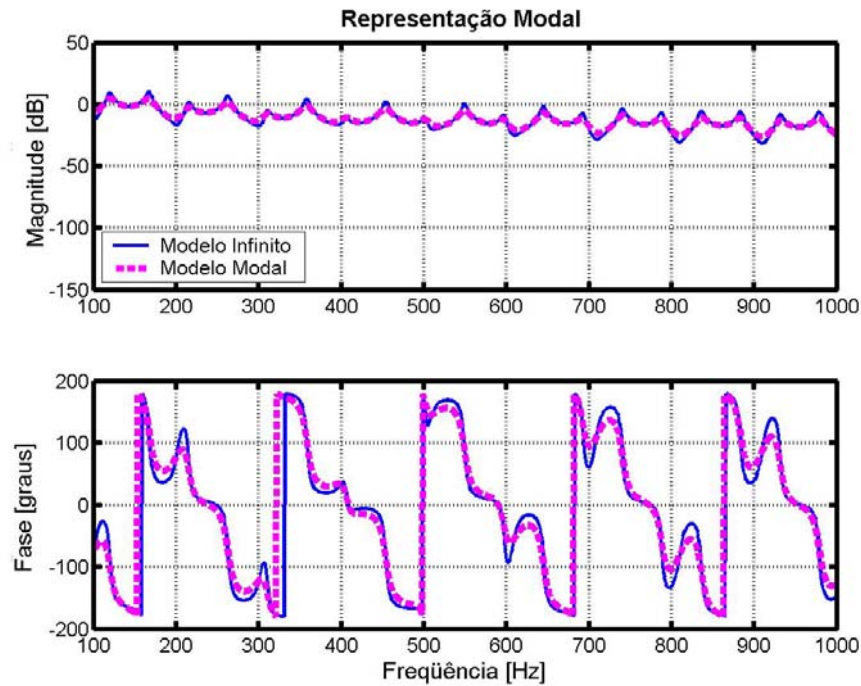


Figura 2.6 - Representação do Modelo Modal.

É observado na figura (2.6) que a representação modal mostra-se eficiente no modelamento finito para frequências acima de 200Hz, no entanto para baixas frequências é necessário um maior tempo computacional para atingir um resultado razoável.

2.6.3 Representação Através da Função Fase Zero

No método de aproximação por *Maclaurin* é observado que a magnitude do modelo cai com o passar do tempo. No entanto o decaimento da magnitude pode ser melhorado utilizando os zeros e os pólos do modelo, melhorando desta maneira o desempenho da magnitude sem que seja afetada a fase. Para isto é utilizada uma função com fase zero, denominada *função quártica*, que tem como característica a simetria na localização dos pólos e zeros nos quatro quadrantes do plano s .

Assim a representação do modelo infinito, equação (2.72) pode ser aproximada a partir da seguinte função:

$$\frac{P(x_m, s)}{Q_a(s)} = \rho_o \cdot (L - x_m) \cdot \frac{\prod_{i=1}^{NQ} \Gamma_i(s) \cdot \prod_{n=1}^M \left[1 + \frac{s^2}{w_n^2} \right]}{\prod_{n=1}^N \left[1 + \frac{s^2}{\Omega_n^2} \right]} \quad (2.78)$$

onde: $w_n = \frac{n \cdot \pi \cdot c_o}{L - x_m}$, $\Omega_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot c_o}{2L}$ e a função quártica é dada por:

$$\Gamma_i(s) = \left(\frac{s^2}{k_i^2 + k_{i+1}^2} + \frac{2 \cdot s \cdot k_{i+1}}{k_i^2 + k_{i+1}^2} + 1 \right) \cdot \left(\frac{s^2}{k_i^2 + k_{i+1}^2} - \frac{2 \cdot s \cdot k_{i+1}}{k_i^2 + k_{i+1}^2} + 1 \right) \quad (2.79)$$

Os coeficientes k_i da função quártica $\Gamma_i(s)$ são obtidos a partir de otimizações numéricas, quando a seguinte função objetivo é utilizada:

$$\min \sum_{w_n \in W} \left(\frac{\rho_o \cdot c_o \cdot \sinh\left(\frac{s \cdot (L - x_m)}{c_o}\right)}{s \cdot \cosh\left(\frac{sL}{c_o}\right)} - \rho_o \cdot (L - x_m) \cdot \frac{\prod_{i=1}^{NQ} \Gamma_i(s) \cdot \prod_{n=1}^M \left[1 + \frac{s^2}{w_n^2} \right]}{\prod_{n=1}^N \left[1 + \frac{s^2}{\Omega_n^2} \right]} \right)^2 \quad (2.80)$$

O diagrama de Bode da equação (2.78), depois de encontrar os $\Gamma_i(s)$ ótimos é mostrada na figura 2.7. Foram utilizados os seguintes valores para os coeficientes da série: $NQ = 2$, $M = 10$ e $N = 25$.

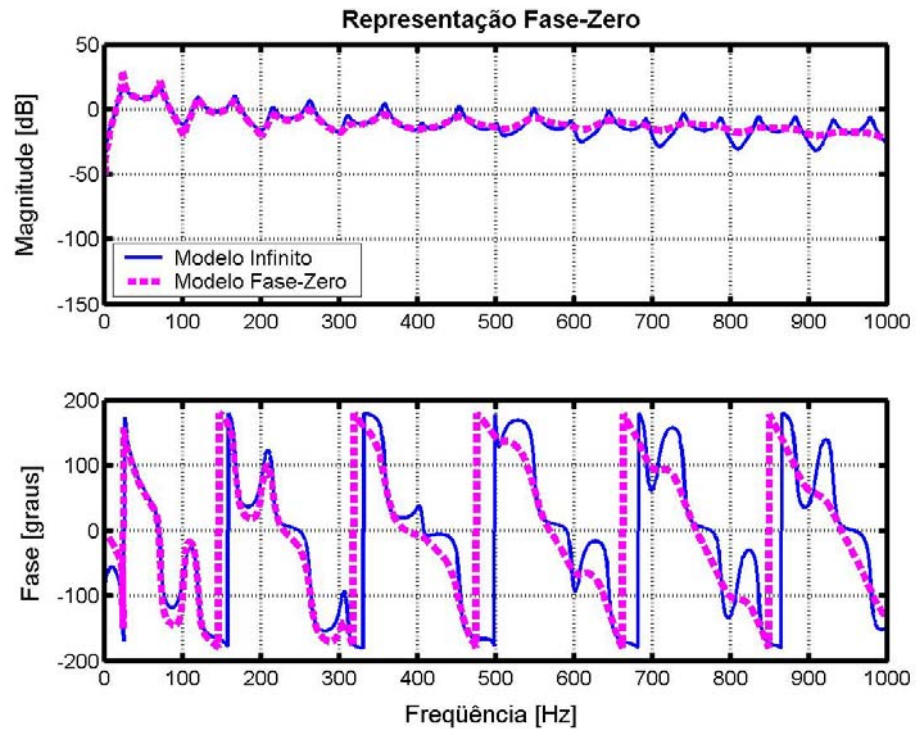


Figura 2.7 - Representação do Modelo Fase Zero.

Nesta figura 2.7 é observado que o comportamento do modelo da função Fase-Zero em frequências até 500Hz acompanha de forma eficiente o modelo de dimensão infinita. Já em frequências acima de 500Hz este modelo se comporta um pouco ineficiente. Este fenômeno pode ser melhorado aumentando o número de coeficientes (M e N) da série do numerador e denominador da equação (2.78).

2.6.4 Função de Transferência que Relaciona o Alto falante de Controle Q_b e o Microfone de erro

Para futuras aplicações e simulações de controle é necessário obter o modelo entre o alto falante de controle e o microfone de erro, aqui denominado caminho secundário. Para obter o modelo finito do caminho secundário é utilizada a formulação Fase Zero. Esta formulação se mostra mais real e representativa já que este equacionamento utiliza os pólos e zeros do sistema modelado.

Fazendo $Q_a=0$ na equação (2.68) temos a seguinte função de transferência:

$$Gd_b(s) = \frac{P(x_m, s)}{Q_b(s)} = \rho_o \cdot c_o \cdot \frac{\sinh\left[\frac{s \cdot (L - x_m)}{c_o}\right] \cdot \cosh\left[\frac{s \cdot x_a}{c_o}\right]}{s \cdot \cosh\left(\frac{s \cdot L}{c_o}\right)}, \quad x_m > x_a \quad (2.81)$$

E a expansão para uma representação finita a partir da função Fase-Zero é dada por:

$$\frac{P(x_m, s)}{Q_b(s)} = \rho_o \cdot (L - x_m) \cdot \frac{\prod_{m=1}^{NQ} \Gamma_i(s) \cdot \prod_{n=1}^M \left[1 + \frac{s^2}{w_{n1}^2} \right] \cdot \prod_{n=1}^M \left[1 + \frac{s^2}{w_{n2}^2} \right]}{\prod_{n=1}^N \left[1 + \frac{s^2}{\Omega_n^2} \right]} \quad (2.82)$$

Onde $w_{n1} = \frac{n \cdot \pi \cdot c_o}{L - x_m}$, $w_{n2} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot c_o}{2 \cdot x_s}$ e $\Omega_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot c_o}{2 \cdot L}$.

Na figura (2.8) é mostrado o diagrama de bode da equação (2.82):

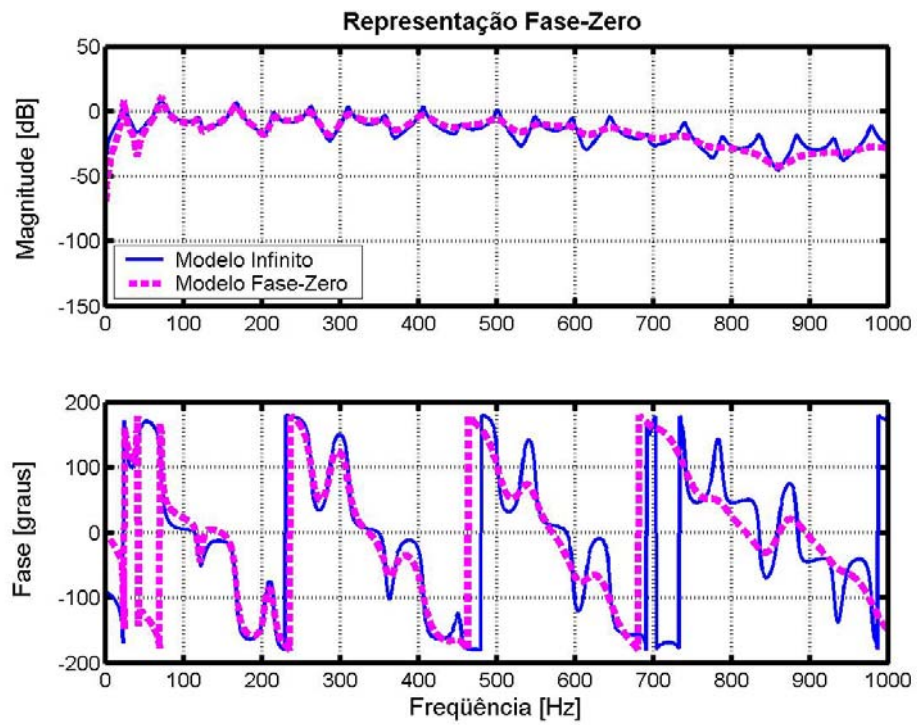


Figura 2.8 - Representação do Modelo Fase Zero do Caminho Secundário.

Capítulo III

Controle Ativo de Ruído

3.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica das principais técnicas utilizadas no campo do controle ativo de ruído ("*Active Noise Control-ANC*"). É realizado um estudo dos sistemas de controle *feedforward*, *feedback* e sistemas híbridos. Serão mostrados de forma geral os desenvolvimentos, as aplicações, como também algumas limitações destes algoritmos.

3.2 Controle Ativo de Ruído

Os controladores ativos de ruído normalmente são constituídos pelos seguintes elementos:

- **Sensores:** Microfones, acelerômetros, tacômetros ou outros dispositivos capazes de oferecer referências dos níveis de ruído a cancelar.
- **Atuadores:** Dispositivos eletroacústicos, através dos quais se modifica o campo acústico com a finalidade de obter uma diminuição da pressão acústica. Podem ser alto-falantes ou atuadores piezelétricos.
- **Planta:** Ambiente acústico a controlar. Exemplos clássicos são ondas planas acústicas em dutos, o ruído no interior de um veículo, etc.
- **Controlador:** Sistema eletrônico que processa os sinais dos sensores e mediante algum conhecimento prévio da planta, gera um sinal que é transformado em ondas acústicas pelos atuadores.

Os sensores e atuadores são geridos por uma unidade eletrônica (controlador) devidamente projetada que procura cancelar o ruído não desejado na planta, baseado no princípio da superposição de ondas. A idéia básica consiste em se gerar um "anti-ruído" de igual amplitude e fase oposta ao ruído não desejado, que provoque o cancelamento do sinal ruidoso num determinado ponto ou região de interesse (Nelson *et al.*, 1987 e 1992; Hansen, 1997), Figura 3.1.

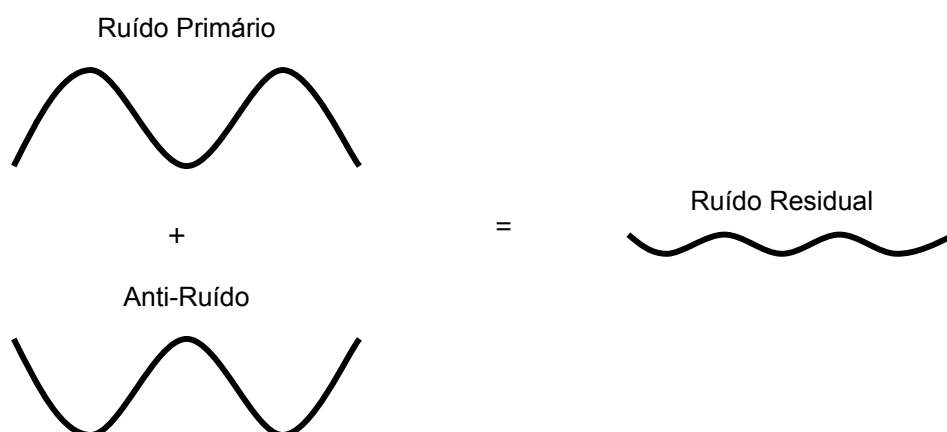


Figura 3.1 - Interferência destrutiva de ondas de mesma frequência.

A primeira proposta deste tipo de controlador foi feita em 1936 e patenteada por Paul Lueg (1936). Embora simples, há inúmeras dificuldades a serem vencidas quando se pretende implementar este tipo de controlador. As características não lineares dos sensores e atuadores e as variáveis nas condições ambientais introduzem perturbações indesejadas que dificultam a ação eficiente do controlador, (Kou *et al.*, 1999).

Para compensar estas perturbações surgiram na literatura os controladores automaticamente adaptáveis. Tais controladores nada mais são que filtros adaptativos, implementados em processadores digitais de sinais (DSPs) que buscam, por meio de ajustes *on-line* dos seus coeficientes, minimizar o ruído do sistema, (Goodwin *et al.*, 1984; Clarkson, 1993). Nestes procedimentos os filtros mais comumente usados são os do tipo resposta ao impulso finito (*finite impulse response*- FIR) e resposta ao impulso infinito (*infinite impulse response* - IIR) e o mecanismo mais comumente usado no ajuste dos coeficientes dos filtros é o algoritmo LMS (*least mean square*) (Widrow *et al.*, 1981 e 1985).

Embora as potencialidades do controle ativo do ruído tenham sido demonstradas a várias décadas, existiam grandes dificuldades de realização devido às limitações das técnicas analógicas, particularmente para sistemas que alteram suas características rapidamente. Nos anos 80, foram desenvolvidos os DSP (Texas Instruments 1995, Analog Devices, 1996) que possibilitaram a implementação de poderosos algoritmos adaptativos a um baixo custo (Kuo *et al.*, 1990) e encorajaram inúmeros desenvolvimentos e aplicações na área, (Eriksson, 1990). Muitas destas aplicações e experiências reais são mostradas em Kuo *et al.*, (1993 e 1996) e Flotow *et al.*, (1995).

O controle ativo de ruído atingiu um estágio de desenvolvimento tal que sistemas comerciais já estão disponíveis em aplicações práticas importantes (Elliot, 1993; Stevens, 1991; Eriksson, 1991 e 1996).

Os controladores ativos de ruído se dividem em dois grandes grupos: os controladores em malha aberta (*feedforward*) e os controladores em malha fechada (*feedback*). O primeiro grupo cancela tanto ruídos de banda estreita (ruídos periódicos) como ruídos de banda larga (ruídos aleatórios) e o segundo grupo é mais eficiente para ruídos periódicos (Minguez, 1998). Discorre-se a seguir sobre cada uma destas tecnologias.

3.3 Controle Ativo de Ruído em Malha Aberta (*Feedforward*)

Podem ser classificados em sistemas de controle *feedforward* de banda estreita e *feedforward* de banda larga.

3.3.1 Controle Ativo de Ruído em Malha Aberta - *Feedforward* de Banda Larga

Tais sistemas são normalmente compostos por um sensor de referência (microfone), um atuador (alto-falante), um sensor de erro (microfone) e uma eletrônica de controle, conforme Figura 3.2.

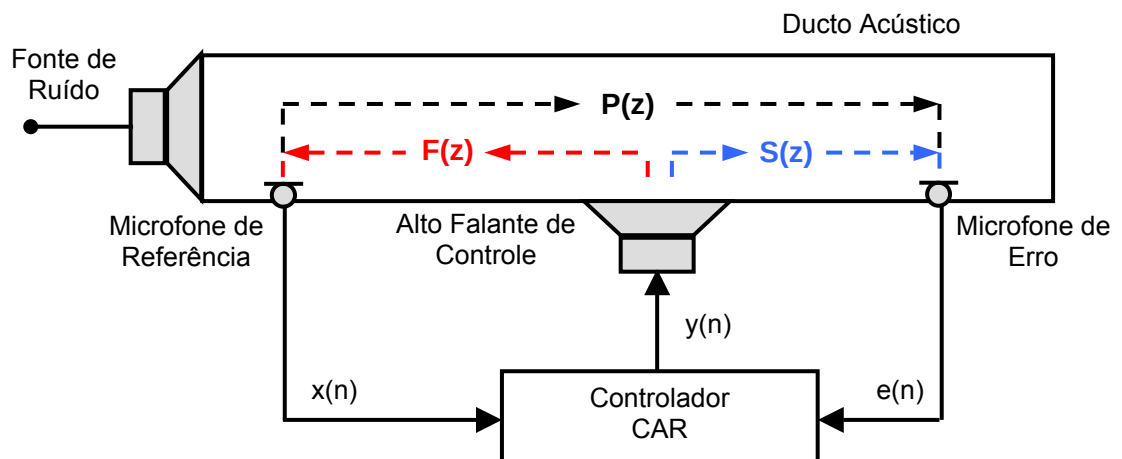


Figura 3.2 - CAR - Controlador ativo de ruído de banda larga *feedforward*.

onde:

$x(n)$ $\equiv$ Sinal de referência do controlador.

$y(n)$ $\equiv$ Sinal de saída do controlador.

$e(n)$ $\equiv$ Sinal de erro.

$P(z)$ $\equiv$ Função de transferência entre a fonte de ruído e o microfone de erro (caminho primário).

$S(z)$ $\equiv$ Função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone de erro (caminho secundário).

$F(z)$ $\equiv$ Função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone de referência (caminho de realimentação ou feedback).

O sinal de referência $x(n)$ é processado pelo controlador ativo de ruído (CAR) que gera um sinal de controle $y(n)$ para o alto falante de controle. O microfone do erro $e(n)$ é usado para monitorar o desempenho do controlador. O princípio básico deste sistema de controle, Figura 3.2, é descrito pelo diagrama de blocos ilustrado na Figura 3.3.

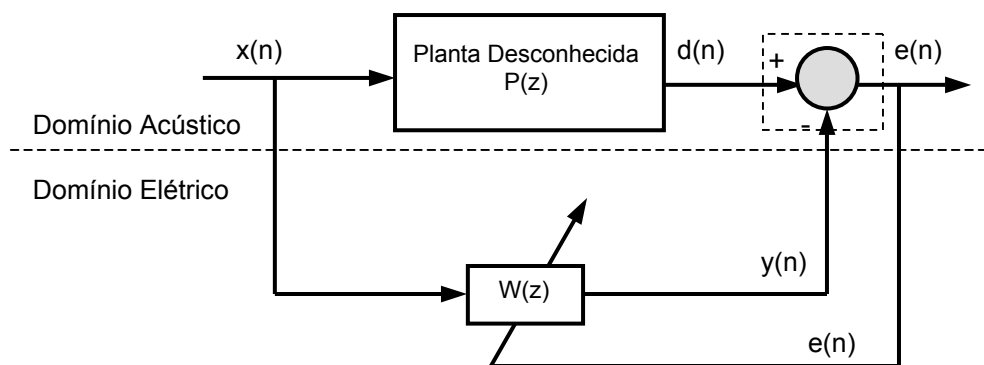


Figura 3.3 - Sistema de Identificação de um Controlador Ativo de Ruído.

onde:

$d(n)$ $\equiv$ Sinal do microfone de erro procedente da fonte de ruído (ruído primário).

$W(z)$ $\equiv$ Filtro Digital.

Na Figura 3.3, $W(z)$ representa o filtro adaptativo, que é ajustado pelo algoritmo LMS (discutido em detalhe na sub seção 3.3.1.2), utilizado para estimar a planta desconhecida $P(z)$, aqui denominada caminho primário. O caminho primário $P(z)$ relaciona os sinais do sensor do erro (onde a atenuação de ruído é desejada) e o sinal do sensor de referência (fonte primária de ruído). O objetivo do filtro adaptativo $W(z)$ é minimizar o sinal do erro residual $e(n)$.

A transformada-z do erro $e(n)$ pode ser expressa como:

$$E(z) = D(z) - Y(z) = X(z) \cdot P(z) - X(z) \cdot W(z) = X(z) \cdot [P(z) - W(z)] \quad (3.1)$$

onde $E(z)$ é a transformada discreta do sinal do erro, $X(z)$ é a transformada discreta do sinal de entrada e $Y(z)$ é a transformada discreta da saída do filtro adaptativo. Da Figura 3.3 $E(z) = 0$ depois que o filtro adaptativo $W(z)$ converge para $P(z)$, desta maneira a Equação 3.1 fica:

$$W(z) = P(z) \quad (3.2)$$

que implica em:

$$y(n) = d(n) \quad (3.3)$$

Desta maneira a saída do filtro adaptativo $y(n)$ é idêntica ao ruído $d(n)$ gerado pela planta, assim quando $d(n)$ e $y(n)$ são combinados acusticamente o erro residual $e(n) = d(n) - y(n)$ se anula, o que resulta num perfeito cancelamento do ruído baseado no princípio da super posição de ondas.

Como ilustrado na Figura 3.2, depois que o sinal de referência $x(n)$ é capturado pelo sensor (microfone de referência) o controlador possui um curto intervalo de tempo para calcular o sinal elétrico de controle e enviar ao atuador (alto falante de controle). Se o atraso do sinal elétrico de controle é maior que o atraso acústico que ocorre entre o microfone da fonte primária e o microfone do erro, o desempenho do sistema de controle degrada substancialmente.

A somatória (duto acústico) da Figura 3.3 representa o ambiente acústico onde o ruído primário $d(n)$ é combinado com o anti-ruído $y(n)$. No entanto, este anti-ruído $y(n)$ pode ser modificado pelo caminho secundário $S(z)$ (Figura 3.2), que é definido como o caminho acústico entre o atuador (alto falante de controle) e o sensor (microfone de erro). A seguir é feito um estudo sobre a influência e os efeitos do caminho secundário nos controladores ativos de ruído.

3.3.1.1 Efeitos do Caminho Secundário $S(z)$ no Controle Ativo de Ruído

Ao se utilizar o esquema de cancelamento de ruído como proposto na Figura 3.2 surge um efeito importante ocasionado pela função de transferência $S(z)$. Este caminho secundário $S(z)$ pode ser modelado por uma função de transferência que relaciona o sinal de saída de controle $y(n)$ e o sinal do erro $e(n)$. Esta função de transferência pode incorporar, além do caminho acústico propriamente dito, os ruídos produzidos pela eletrônica do sistema como os conversores D/A, os amplificadores de potência, os alto falantes, os microfones, os filtros "antialiasing", os conversores A/D, etc. A Figura 3.4 apresenta o diagrama de blocos deste sistema.

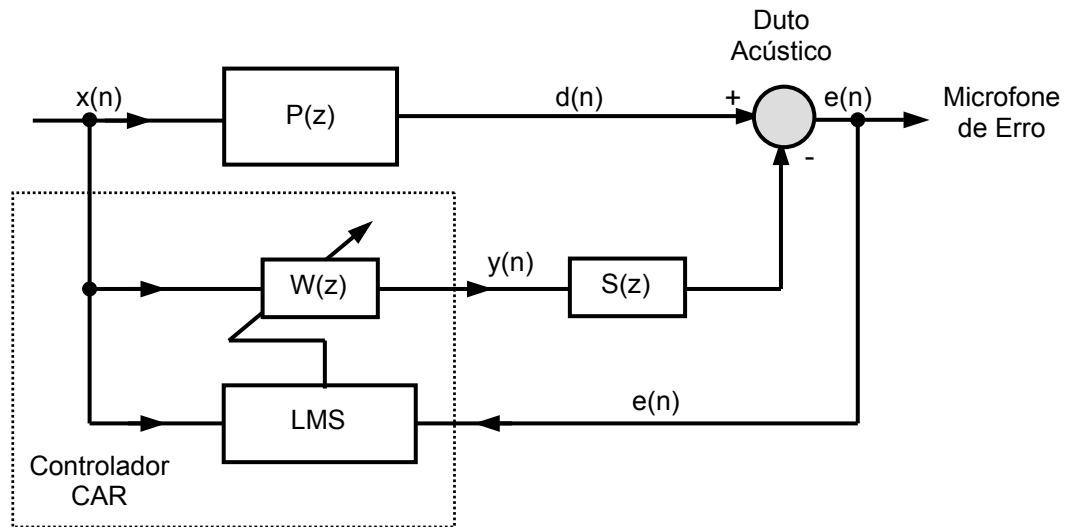


Figura 3.4 - Diagrama de Blocos do CAR incluindo a Função de Transferência $S(z)$.

onde:

$x(n) \equiv$ Sinal de referência do controlador.

$d(n) \equiv$ Sinal do microfone de erro procedente da fonte de ruído (ruído primário).

$y(n) \equiv$ Sinal de saída do controlador.

$e(n) \equiv$ Sinal de erro.

$W(z) \equiv$ Filtro digital adaptativo.

$P(z) \equiv$ Função de transferência entre a fonte de ruído e o microfone de erro (caminho primário).

$S(z) \equiv$ Função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (caminho secundário).

Da Figura 3.4, a transformada discreta do sinal do erro $e(n)$ é:

$$E(z) = X(z) \cdot [P(z) - W(z) \cdot S(z)] \quad (3.4)$$

O erro residual é considerado ideal (i.e., $E(z) = 0$), após a convergência do filtro adaptativo $W(z)$. O que requer que $W(z)$ realize a seguinte função de transferência:

$$W(z) = \frac{P(z)}{S(z)} \quad (3.5)$$

Nesta circunstância o filtro adaptativo $W(z)$ envolve simultaneamente o modelo do caminho primário $P(z)$ e o modelo inverso do caminho secundário $S(z)$. O termo $S(z)$ que

aparece no denominador da equação 3.5, pode provocar instabilidade no controlador, contribuindo com pólos no domínio z , e gerando ganhos elevados para $W(z)$ em certas frequências.

Assim as características da função de transferência do caminho secundário $S(z)$ tem efeito importante no desempenho do sistema de controle CAR e deve ser analisado com cuidado pelo projetista.

3.3.1.2 Algoritmo de Controle Filtro-X LMS (FXLMS)

A introdução da função de transferência $S(z)$ no caminho secundário do controlador causa, no algoritmo clássico LMS (*Least Mean Square*) de ajuste dos coeficientes do filtro $W(z)$, instabilidade no sistema de controle (Elliott *et al.*, 1985).

Há algumas alternativas para se contornar tal dificuldade. Morgan (1980) sugere duas soluções aproximadas para este problema.

- A primeira solução é fazer um filtro inverso, $1/S(z)$, em série com $S(z)$.
- A segunda solução é fazer um filtro idêntico à $S(z)$ no caminho do sinal de referência, tal solução é conhecida como algoritmo filtro-X LMS (Widrow *et al.*, 1985).

Na Figura 3.5 é mostrado o diagrama de blocos do FXLMS. O algoritmo filtro-X LMS (FXLMS) foi deduzido por Widrow *et al.* (1981) no contexto do controle adaptativo e Burgess (1981) o aplicou para compensar os efeitos do caminho secundário em aplicações no controle ativo de ruído.

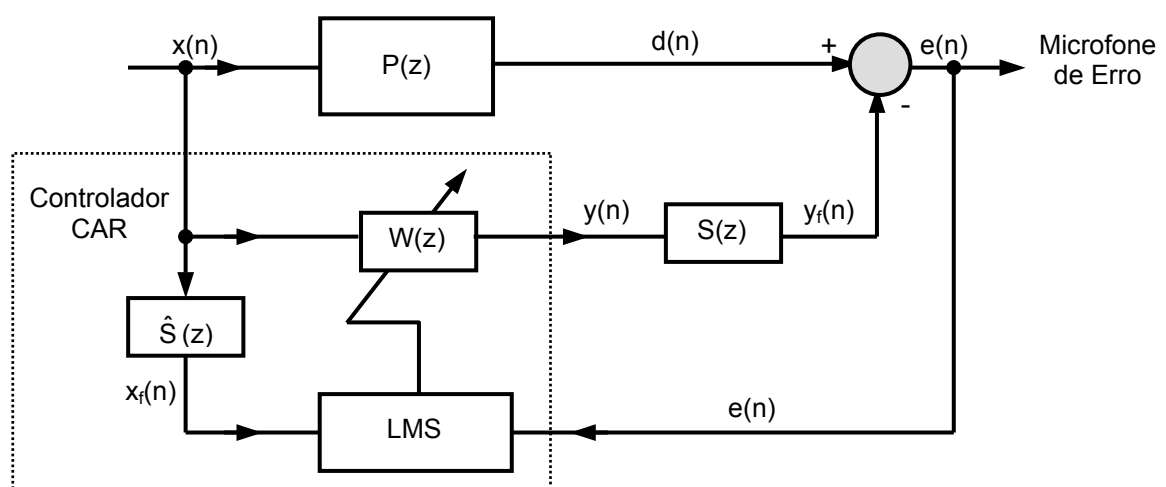


Figura 3.5 - Diagrama de Blocos do Algoritmo FXLMS para o CAR.

onde:

$x(n)$ $\equiv$ Sinal de referência de entrada do controlador.

$d(n)$ $\equiv$ Sinal do microfone de erro procedente da fonte de ruído (ruído primário).

$y(n)$ $\equiv$ Sinal de saída do controlador.

$e(n)$ $\equiv$ Sinal de erro.

$W(z)$ $\equiv$ Filtro Digital.

$P(z)$ $\equiv$ Função de transferência entre a fonte de ruído e o microfone de erro (caminho primário).

$S(z)$ $\equiv$ Função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (caminho secundário).

$\hat{S}(z)$ $\equiv$ Estimativa da função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (caminho secundário).

A saída $y(n)$ do algoritmo ilustrado na Figura 3.5 é calculada a partir de um filtro FIR. A configuração deste filtro é mostrada na figura 3.6.

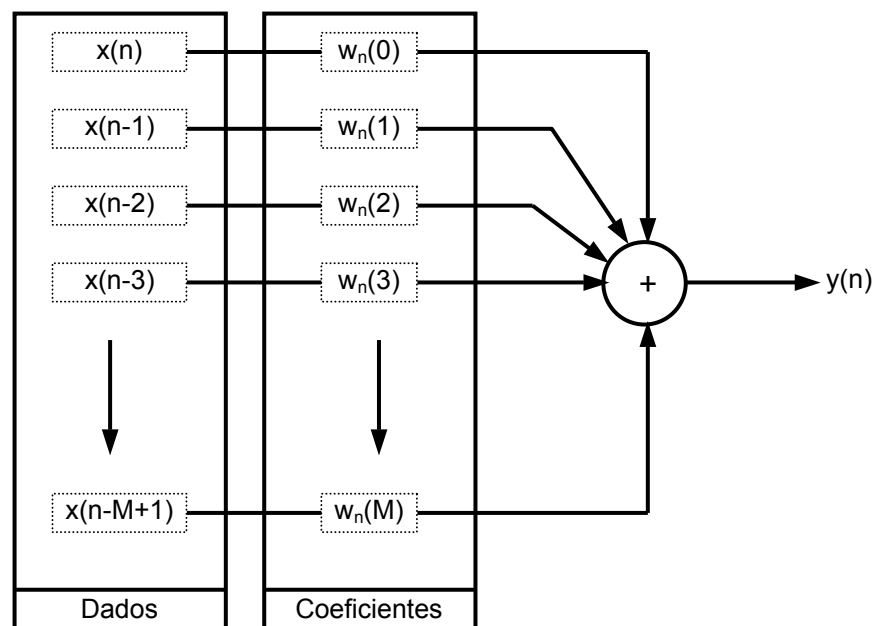


Figura 3.6 - Esquema do Filtro FIR.

Assim:

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n) \cdot \mathbf{x}(n) = \sum_{k=0}^M w_n(k) \cdot x(n-k) \quad (3.6)$$

Desta maneira o erro residual $e(n)$ da Figura 3.5 é expresso como:

$$e(n) = d(n) - s(n) * [w^T(n) \cdot x(n)] \quad (3.7)$$

onde $s(n)$ é a resposta ao impulso do caminho secundário $S(z)$, $*$ denota a convolução linear entre $w_n(k) = [w_n(0) \ w_n(1) \ \dots \ w_n(M-1)]^T$ que são os coeficientes do vetor $W(z)$ no instante n , $x(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-M+1)]^T$ que é o vetor do sinal de referência no instante n e finalmente M representa a ordem do filtro FIR.

A maioria dos algoritmos adaptativos faz uso de técnicas do gradiente descendente na busca pelos coeficientes ótimos do filtro adaptativo $w(n)$. Nesta abordagem, a direção de busca pelos coeficientes ótimos é determinada pela direção oposta à do gradiente do erro conforme ilustra a figura 3.7.

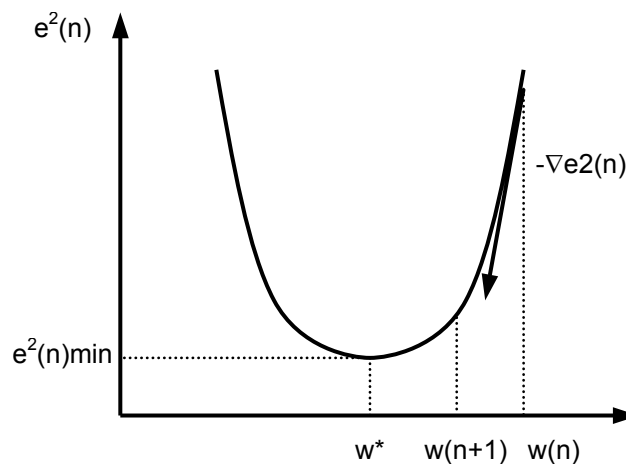


Figura 3.7 - Gráfico do Gradiente Descendente.

Assumindo uma função de custo $\xi(n) = E[e^2(n)]$, o filtro adaptativo procura minimizar o erro quadrático instantâneo definido como:

$$\hat{\xi}(n) = e^2(n) \quad (3.8)$$

Utilizando o algoritmo do gradiente descendente (apêndice B), os coeficientes do filtro são dados por:

$$w(n+1) = w(n) - \frac{\mu(n)}{2} \nabla \hat{\xi}(n) \quad (3.9)$$

Isto é, o coeficiente na iteração seguinte é calculado a partir dos valores da iteração atual, menos o gradiente do erro quadrático instantâneo multiplicado por uma constante $\mu(n)$ denominada passo de adaptação. O gradiente do erro médio quadrático instantâneo é derivado com respeito a cada um dos coeficientes $w(n)$ do filtro, assim, $\nabla \hat{\xi}(n) = \nabla e^2(n) = 2 \cdot e(n) \cdot [\nabla e(n)]$.

Da Equação 3.7 tem-se, $\nabla e(n) = -s(n) * x(n) = -x_f(n)$, onde $x_f(n) \triangleq [x_f(n) \ x_f(n-1) \ \dots \ x_f(n-M+1)]^T$, o que permite escrever:

$$\nabla \hat{\xi}(n) = -2 \cdot x_f(n) \cdot e(n) \quad (3.10)$$

Substituindo a Equação 3.10 em 3.9 obtém-se a expressão final de atualização dos coeficientes segundo o algoritmo FXLMS:

$$w(n+1) = w(n) - \mu(n) \cdot x_f(n) \cdot e(n) \quad (3.11)$$

onde $\mu(n)$ é o passo de adaptação, que pode ser constante ou adaptativo e que influencia na estabilidade e na convergência do algoritmo.

A seguir é apresentada uma metodologia adaptativa para calcular o coeficiente $\mu(n)$. Os valores limites para o passo de adaptação são discutidos em Widrow (1985), que propõe:

$$0 < \mu(n) < \frac{1}{(M+1) \cdot \sigma^2(n)} \quad (3.12)$$

onde $\sigma^2(n)$ é a potência do sinal de entrada $x_f(n)$. O valor mais habitual utilizado para $\sigma^2(n)$ é 10% do valor máximo (Minguez, 1998), ou seja:

$$\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1) \cdot \sigma^2(n)} \quad (3.13)$$

Segundo esta abordagem para o cálculo do passo de adaptação é necessário conhecer a potência do sinal de entrada. Esta potência $\sigma^2(n)$ pode ser estimada através de um algoritmo recursivo, veja apêndice B, segundo a seguinte expressão (Minguez, 1998):

$$\sigma^2(n) = \alpha \cdot x_f^2(n) + (1 - \alpha) \cdot \sigma^2(n-1) \quad (3.14)$$

O parâmetro α é função de N , que é o número de amostras de $x_f(n)$:

$$\alpha = \frac{1}{N} \quad (3.15)$$

Em aplicações práticas para o CAR, $S(z)$ é desconhecida, mas pode ser estimada a partir de um filtro adicional $\hat{S}(z)$. Desta maneira o sinal de referência filtrado x_f é estimado no caminho secundário como:

$$x_f(n) = \hat{s}(n) * x(n) \quad (3.16)$$

onde $\hat{s}(n)$ é a resposta estimada ao impulso no caminho secundário do filtro $\hat{S}(z)$. O algoritmo FXLMS é razoavelmente tolerante a erros realizados na estimativa do caminho secundário $S(z)$ pelo filtro $\hat{S}(z)$. Segundo Morgan (1980), dentro do limite de baixa adaptação, o algoritmo FXLMS irá convergir mesmo para erros de aproximadamente 90° graus de defasagem entre $\hat{S}(z)$ e $S(z)$.

O algoritmo de controle FXLMS passo a passo é apresentado a seguir:

1. Inicialização:
 Coeficientes: $w(k)_0 = 0$, $M+1$ coeficientes
 Potência: $\sigma^2(0) = 1$
2. Leitura de $x(n)$ e $e(n)$.
3. Parâmetro α
4. Cálculo da saída do filtro FIR:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w(k)_n x(n-k)$$
5. Cálculo da entrada Filtrada:

$$x_f(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(k)_n x(n-k)$$
6. Estimação da potência de $x_f(n)$:

$$\sigma^2(n) = \alpha x_f^2(n) + (1-\alpha)\sigma^2(n-1)$$
7. Cálculo do passo de adaptação:

$$\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1)\sigma^2(n)}$$
8. Atualização dos coeficientes:

$$w(k)_{n+1} = w(k)_n - \mu(n)e(n)x_f(n-k)$$
9. Faça $n = n + 1$ e volte ao ponto 2.

Devido à função de transferência $S(z)$ ser desconhecida algumas técnicas de modelagem *on-line* e *off-line* serão apresentadas na seção 3.6.

Pode se observar na figura 3.2 que quando é emitido o sinal de controle no alto falante de cancelamento, este sinal também influencia no microfone de referência, este fenômeno é chamado de realimentação acústica. Discute-se a seguir em mais detalhe este fenômeno.

3.3.1.3 Efeitos e Soluções da Realimentação Acústica

Observando novamente a figura 3.2, o anti-ruído emitido pelo alto-falante de controle pode realimentar o sistema através do microfone de referência, modificando assim o sinal de referência $x(n)$, este fenômeno é chamado de realimentação acústica ou efeito *feedback*.

O diagrama de blocos do CAR incluindo o fenômeno de realimentação acústica é apresentado na Figura 3.8.

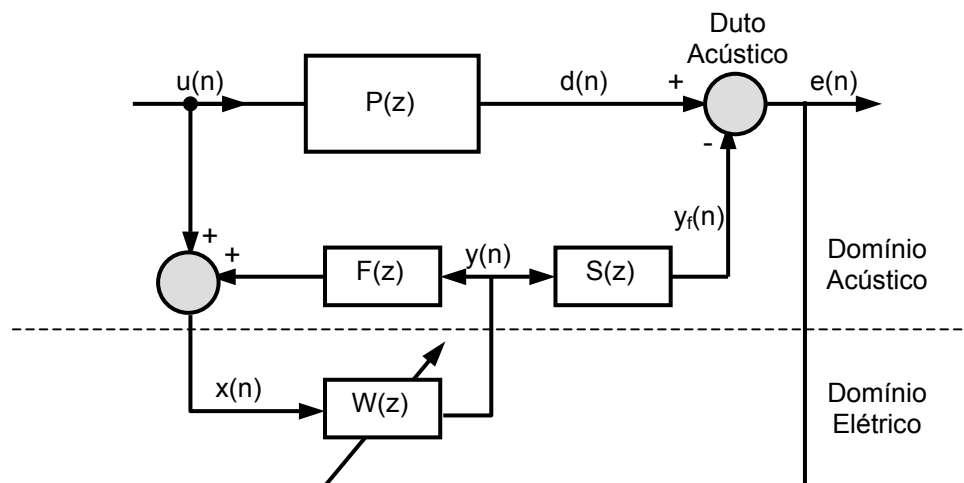


Figura 3.8 - Diagrama de Blocos de um CAR com Realimentação Acústica.

onde, $u(n)$ é o ruído primário, $x(n)$ é o sinal capturado pelo microfone de referência e $F(z)$ representa a função de transferência da realimentação acústica entre a saída do filtro adaptativo $W(z)$ e o sensor de referência.

Algumas soluções foram propostas para solucionar o problema da realimentação acústica:

- Uso de microfones e alto falantes direcionais (Tichy *et al.*, 1983).
- Uso de um filtro adaptativo em tempo real em paralelo com o caminho de retorno (parte de realimentação acústica) (Poole *et al.*, 1984).
- Uso de sinais de compensação para cancelar os efeitos do retorno acústico (FBXLMS). Sinais gerados através de um filtro de compensação cujos coeficientes são determinados *off-line* através de um treinamento (Kuo *et al.*, 1996).
- Uso de filtros adaptativos IIR (Eriksson *et al.*, 1996).

A seguir são apresentadas algumas destas soluções.

3.3.1.4 Compensador de Realimentação Acústica FBXLMS

Um controlador ativo de ruído *feedforward* com compensador de realimentação acústica *feedback* é mostrado na Figura 3.9. Onde o filtro $\hat{F}(z)$ é uma estimativa da função transferência $F(z)$ entre a saída de controle $y(n)$ do algoritmo adaptativo e a entrada do sinal de referência $u(n)$ do microfone. Este controlador é conhecido na literatura como sistema de controle FBFXLMS.

O filtro $\hat{S}(z)$ é o compensador da função de transferência do caminho secundário $S(z)$ do algoritmo FXLMS.

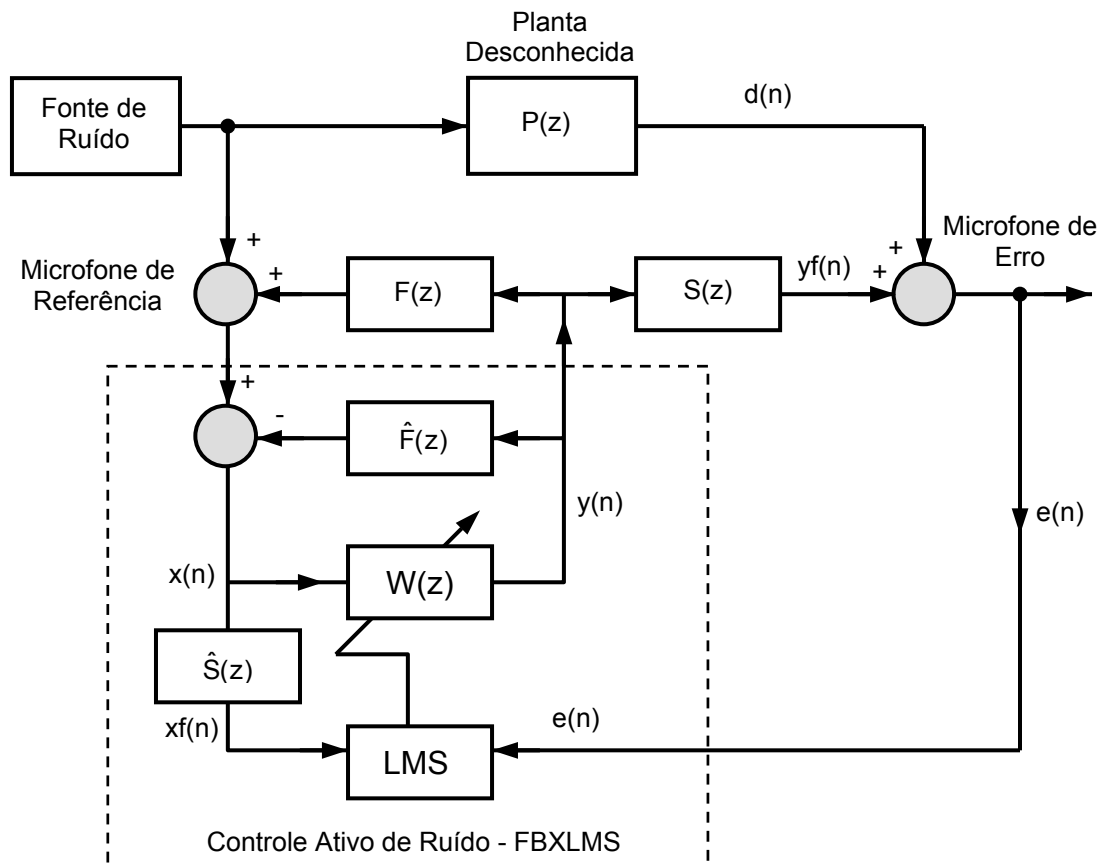


Figura 3.9 - Controlador Ativo de Ruído Utilizando o Algoritmo FBFXLMS.

onde:

$u(n) \equiv$ Sinal do ruído primário.

$x(n) \equiv$ Sinal de entrada do controlador.

$d(n) \equiv$ Sinal do microfone de erro procedente da fonte de ruído (ruído primário).

$y(n) \equiv$ Sinal de saída do controlador.

$e(n) \equiv$ Sinal de erro.

$W(z) \equiv$ Filtro Digital.

$S(z) \equiv$ Função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (Caminho Secundário).

$F(z) \equiv$ Estimativa da função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (Caminho Secundário).

No controlador FBFXLMS as expressões do sinal de controle $y(n)$, sinal de saída $x_f(n)$ do filtro-X e as equações de adaptação são as mesmas utilizadas no controle FXLMS, exceto a expressão $x(n)$ que é expressa por:

$$x(n) = u(n) - \sum_{i=1}^L d_i \cdot y(n-i) \quad (3.17)$$

onde $u(n)$ é o sinal capturado pelo microfone de referência, d_i são os coeficientes do filtro $\hat{F}(z)$. No caso de um modelo perfeito do fenômeno de realimentação a função de transferência $\hat{F}(z)$, pode ser expressa como $\hat{F}(z) = F(z)$, a retro-alimentação acústica é completamente cancelada por $\hat{F}(z)$. Desta maneira o filtro adaptativo converge para a função de transferência dada na Equação 3.6, que é o caso ideal sem re-alimentação acústica. A função de transferência $\hat{F}(z)$ é similar as utilizadas nos sistemas para cancelamento do eco acústico em aplicações de telecomunicações (Kuo *et al.*, 1993).

Os modelos $\hat{F}(z)$ e $\hat{S}(z)$ podem ser estimados simultaneamente por técnicas de modelamento *off-line* e *on-line* (Kuo *et al.*, 1996).

3.3.1.5 Filtro Adaptativo IIR

O filtro FIR é em algumas metodologias substituído por um filtro IIR (*infinite impulse response*). Tal filtro que procura modelar o controlador $W(z)$, envolve na sua estrutura um número menor de parâmetros, veja equação 3.18. O filtro IIR apresenta na sua estrutura zeros e pólos do sistema físico.

Os pólos de um filtro IIR possibilitam a obtenção de boas características do controlador com estruturas de baixa ordem, precisando de menos operações aritméticas (Laugesen, 1993). No entanto os filtros adaptativos IIR possuem algumas desvantagens:

$y(n) \equiv$ Sinal de saída do controlador.

$e(n) \equiv$ Sinal de erro.

$A(z) \equiv$ Filtro digital A.

$B(z) \equiv$ Filtro digital B.

$\hat{S}(z) \equiv$ Estimativa da função de transferência entre a atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (Caminho Secundário).

A saída de controle $y(n)$ do algoritmo ilustrado na Figura 3.11 é calculada a partir de um filtro IIR:

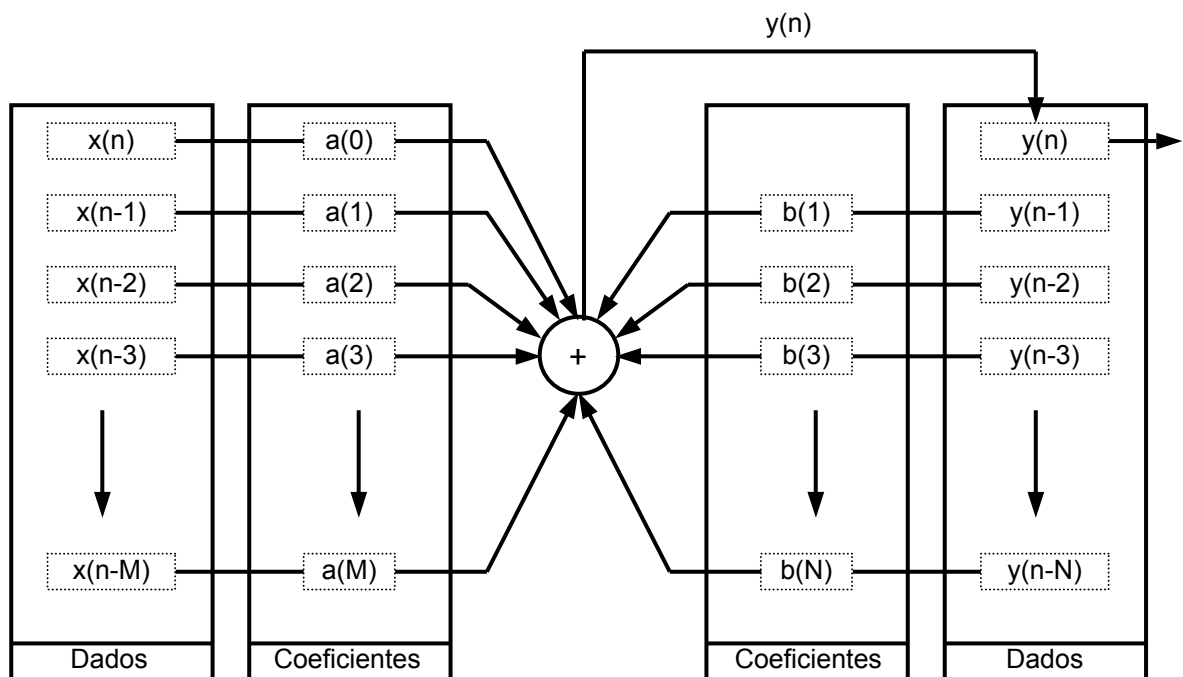


Figura 3.11 - Estrutura do Filtro Digital Tipo IIR.

Assim:

$$y(n) = a^T(n) \cdot x(n) + b^T(n) \cdot y(n-1) = \sum_{i=0}^{M-1} a_i(n) \cdot x(n-i) + \sum_{j=0}^N b_j(n) \cdot x(n-j) \quad (3.18)$$

onde $a(n) \equiv [a_0(n) \ a_1(n) \ \dots \ a_{M-1}(n)]^T$ é o tamanho do vetor $A(z)$ para um instante n , $x(n)$ é o sinal de referência, M é a ordem de $A(z)$, $b(n) \equiv [b_0(n) \ b_1(n) \ \dots \ b_N(n)]^T$ o tamanho do vetor $B(z)$, N é a ordem de $B(z)$ e finalmente $y(n) \equiv [y(n-1) \ y(n-2) \ \dots \ y(n-N)]^T$ é a saída do vetor atrasado por um instante de tempo.

Alguns algoritmos adaptativos podem ser utilizados para encontrar um ótimo conjunto de coeficientes de a_M e b_N para minimizar o sinal do erro $e(n)$. Em 1976 Feintuch sugere um algoritmo recursivo (RLMS). Eriksson (1991), baseado na sugestão de Feintuch (1976) deduz um algoritmo recursivo LMS, denominado Filtro-U LMS, para o controle ativo de ruído. Nesta metodologia os coeficientes do filtro são dados por:

$$a(n+1) = a(n) + \mu \cdot x_f(n) \cdot e(n) \quad (3.19)$$

$$b(n+1) = b(n) + \mu \cdot \hat{y}_f(n-1) \cdot e(n) \quad (3.20)$$

onde $\hat{y}_f(n-1) = \hat{s}(n) * y(n-1)$ é a versão filtrada do sinal de cancelamento para um tempo $n-1$.

No entanto os filtros IIR apresentam problemas de instabilidade ocasionados pelos pólos e zeros que a função de transferência possui. Por este motivo a utilização de filtros IIR não é muito comum em aplicações de controle ativo de ruído.

3.3.2 Controle Ativo de Ruído *Feedforward* de Banda Estreita

O controle ativo de ruído *feedforward* de banda estreita é utilizada para atenuação de ruídos periódicos, como por exemplo, os ruídos decorrentes do uso de compressores, motores, ventiladores, hélices, etc. Neste tipo de controlador a fonte do ruído é monitorada diretamente a partir do movimento mecânico do sistema, utilizando sensores apropriados (acelerômetros, PZT's, tacômetros) que fornecem o sinal de referência que contém informações sobre a frequência fundamental e os harmônicos principais do ruído acústico.

Esta técnica de controle tem as seguintes vantagens:

- evita o fenômeno de realimentação acústica entre o alto falante de cancelamento e o microfone de referência, já que este não é utilizado;
- atenua os efeitos das não-linearidades e os problemas de envelhecimento do microfone de referência;
- o uso do sinal de referência, gerado internamente no sistema, permite controlar independentemente cada harmônico do sinal, e finalmente
- requer que se modele a função de transferência da planta acústica somente nas frequências em torno dos harmônicos do som, o que permite o uso de filtros FIR de baixa ordem.

O Diagrama de blocos para um controlador ativo de ruído de banda estreita é ilustrado na Figura 3.12.

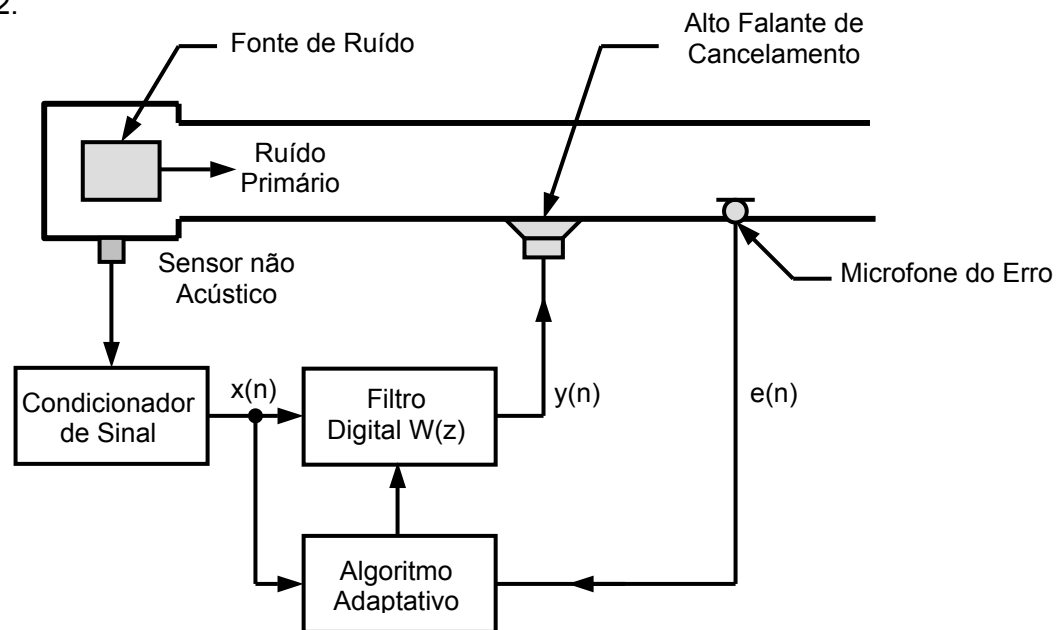


Figura 3.12 - Configuração de um Controlador Ativo de Ruído *Feedforward* de Banda Estreita.

Geralmente dois tipos de sinais de referência são comumente analisados para obter o sinal de referência do controlador de banda estreita:

- um trem de pulso com um período igual ao inverso da frequência fundamental do ruído periódico (Elliot *et al.*, 1985) e,
- ondas senoidais que tenham as mesmas frequências com os correspondentes harmônicos do som para serem cancelados.

A primeira técnica é chamada de método de “*waveform synthesys*” que foi proposta por Chaplin (1980). A segunda técnica envolve os filtros adaptativos “*notch*” que foram desenvolvidos originalmente para cancelamento de interferência do som (Widrow *et al.*, 1975) e aplicado no controle ativo de ruído periódico por Ziegler (1989).

3.4 Controle Ativo de Ruído em Malha Fechada (*Feedback*)

Um esquema de controlador ativo de ruído *feedback*, na sua forma mais simples, é mostrado na Figura 3.13. Ele difere da estrutura *feedforward* por usar apenas informações do sensor do erro no cálculo do controlador, não há portanto nesta abordagem o uso dos sensores de referência. A saída de erro do sensor é processada pelo controlador ativo de ruído que gera

Da Figura 3.14, o ruído primário, no domínio- z , pode ser expresso como $D(z) = E(z) + S(z) \cdot Y(z)$, onde $E(z)$ é o sinal obtido pelo sensor do erro e $Y(z)$ é o sinal gerado pelo filtro adaptativo. Se $\hat{S}(z) \approx S(z)$, podemos estimar o ruído primário $d(n)$ e usar este como um sinal de referência sintetizado $x(n)$, assim:

$$X(z) \equiv \hat{D}(z) = E(z) + \hat{S}(z) \cdot Y(z) \quad (3.21)$$

O sinal de referência sintetizado de $x(n)$ é:

$$x(n) \equiv \hat{d}(n) = e(n) + \hat{s}(n) * y(n) \quad (3.22)$$

onde $\hat{s}(n)$ é a resposta do caminho secundário estimado $\hat{S}(z)$ e $*$ denota a convolução linear.

A sinal de controle $y(n)$, é calculada a partir de um filtro FIR ou IIR e posteriormente segue-se à metodologia utilizada para o controle FXLMS *feedforward* apresentada na seção 3.3.

A seguir é apresentado o algoritmo *feedback* FXLMS:

1. Inicialização:

Coeficientes: $w(k)_0 = 0$, $M+1$ coeficientes

Potência: $\sigma^2(0) = 1$

2. Leitura de $e(n)$.

3. Parâmetro α

4. Estime o sinal de entrada $x(n)$ no filtro:

$$x(n) = e(n) + \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(k)_n y(n-k)$$

5. Cálculo da saída do filtro FIR (sinal de controle):

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w(k)_n x(n-k)$$

6. Cálculo da entrada Filtrada:

$$x_f(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(k)_n x(n-k)$$

7. Estimação da potência de $x_f(n)$:

$$\sigma^2(n) = \alpha x_f^2(n) + (1-\alpha) \sigma^2(n-1)$$

8. Cálculo do passo de adaptação:

$$\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1) \sigma^2(n)}$$

9. Atualização dos coeficientes:

$$w(k)_{n+1} = w(k)_n - \mu(n) e(n) x_f(n-k)$$

10. Faça $n = n + 1$ e volte ao ponto 2.

3.5 Sistemas de Controle Ativo de Ruído Híbrido

Os sistemas *feedforward* discutidos anteriormente usam dois sensores: o sensor de referência e o sensor do erro. O sensor de referência mede o ruído primário para ser cancelado enquanto que o sensor do erro monitora o desempenho do controlador ativo de ruído.

Os sistemas de controle adaptativo *feedback* utilizam apenas um sensor de referência e a partir dele é gerado o sinal de controle. A combinação das estruturas *feedback* e *feedforward* é denominado estrutura híbrida de controle ativo de ruído (Swanson, 1989). A Figura 3.15 ilustra este tipo de sistema.

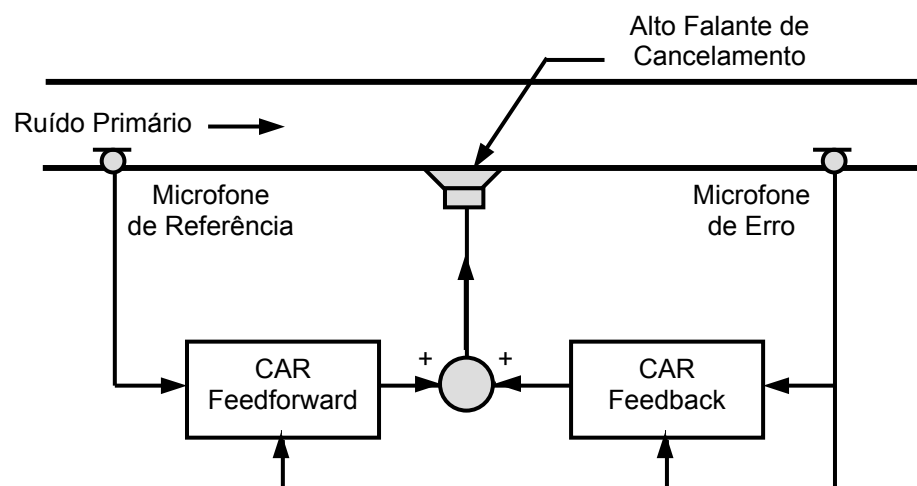


Figura 3.15 - Sistema Híbrido de Controle Ativo de Ruído.

Da Figura 3.15 a configuração do CAR *feedforward* atenua o ruído primário que é correlacionado com o sinal de referência, enquanto, o CAR *feedback* cancela as componentes deste ruído que não são observados pelo sensor de referência.

Na Figura 3.16 é apresentado o diagrama de blocos do sistema de controle híbrido. Onde, $y(n)$ é gerado utilizando ambas saídas, uma do filtro $A(z)$ do CAR *feedforward* e a outra do filtro $C(z)$ do CAR *feedback*. O controlador combinado $W(z)$ tem duas entradas de referência: $x(n)$ proveniente do sensor de referência e $\hat{d}(n)$ que é a estimativa do sinal primário. Versões filtradas dos sinais de referência $x_f(n)$ e $\hat{d}_f(n)$ são usados para adaptar os coeficientes do filtro $A(z)$ e $C(z)$, respectivamente.

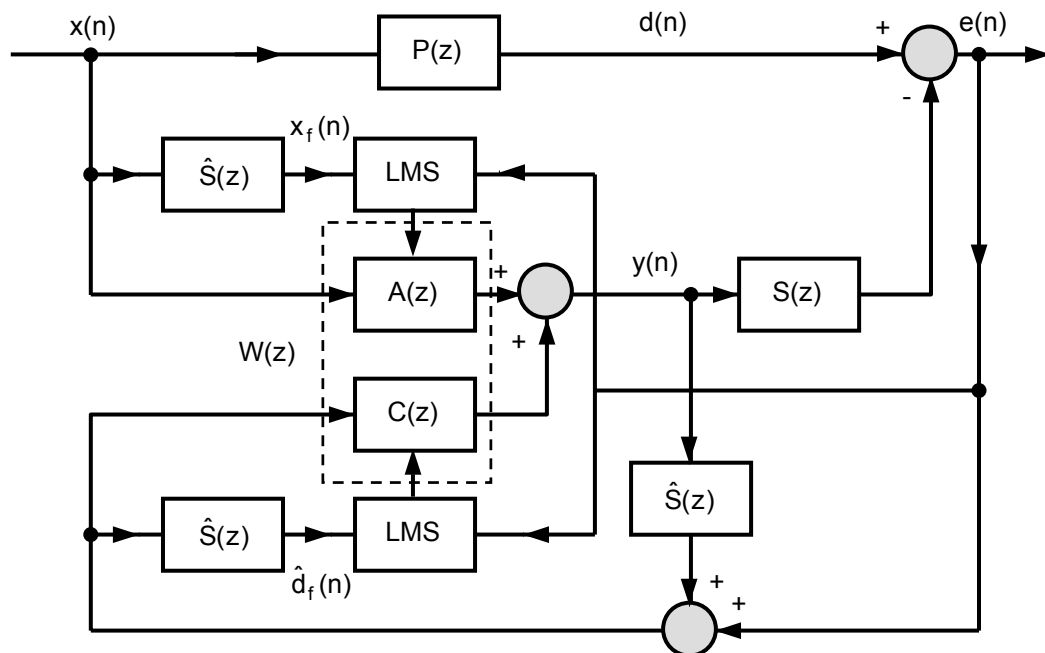


Figura 3.16 - Diagrama de Blocos do Sistema Híbrido de Controle Ativo de Ruído.

Sistemas similares híbridos para CAR utilizando filtros adaptativos IIR *feedforward* e CAR adaptativos *feedback* podem ser encontrados em Kuo (1996). Segundo Kuo, as vantagens destes sistemas híbridos em relação aos sistemas convencionais é que podem ser utilizados filtros de baixa ordem e ainda assim obter-se excelente desempenho.

A seguir é feito um estudo das técnicas da estimativa *on-line* e *off-line* do caminho secundário $S(z)$.

3.6 Estimativa do Caminho Secundário $S(z)$

Uma vez que as metodologias de controle aqui apresentadas requerem o conhecimento do caminho secundário $S(z)$, apresenta-se a seguir algumas técnicas de estimação deste caminho.

3.6.1 Estimativa *off-line* do Caminho Secundário $S(z)$

Assumindo que as características de $S(z)$ são desconhecidas e invariantes no tempo, podem ser usadas técnicas de modelagem *off-line*, durante um estágio de treinamento, para estimar $S(z)$. No final do estágio de treinamento o modelo estimado $\hat{S}(z)$ é fixado no algoritmo e utilizado para o controle ativo de ruído.

Na Figura 3.17 é ilustrado um esquema experimental na estimativa *off-line* do caminho secundário.

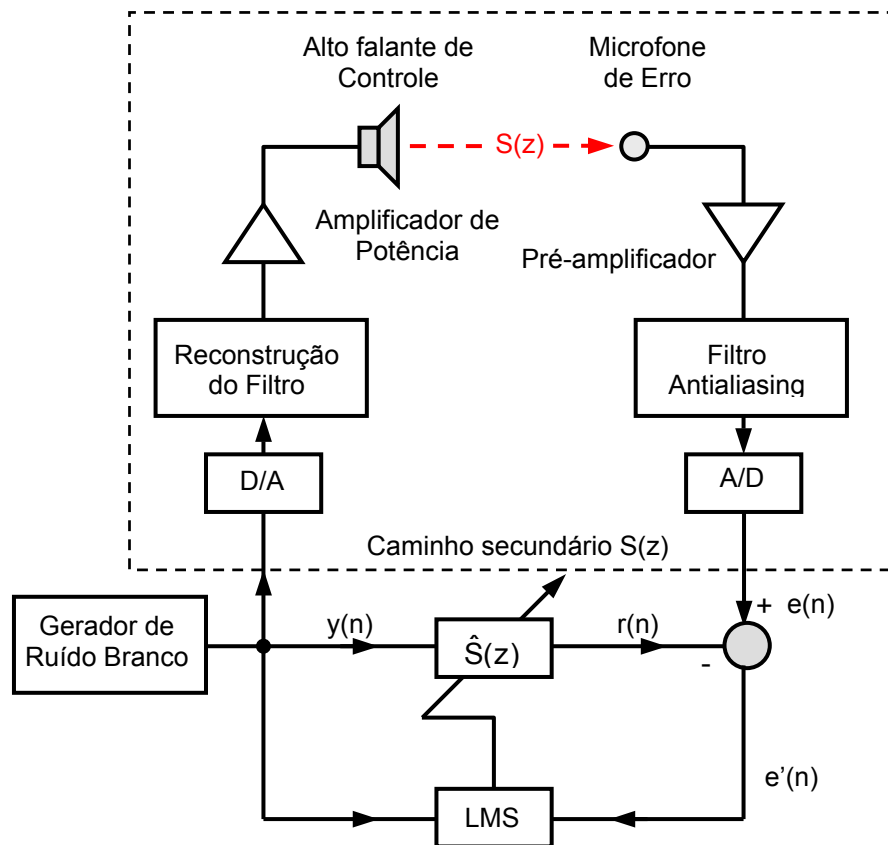


Figura 3.17 Estimativa *off-line* do Caminho Secundário.

Como se observa na figura, a estimativa de $S(z)$ é gerada a partir de um ruído branco introduzido no sistema. Como a potência do ruído branco é conhecida, não é necessário estimá-la recursivamente. Desta forma, o passo de adaptação é conhecido, e deve satisfazer a equação (3.23).

$$0 < \mu < \frac{1}{(N+1)\sigma^2} \quad (3.23)$$

O algoritmo para estimar o caminho secundário é apresentado a seguir:

1. Inicialização:
 Coeficientes: $\hat{s}(k)_0 = 0$, $N+1$ coeficientes.
 μ = valor fixo .
2. Gerar o ruído branco $y(n)$. (Aproximadamente 10 segundos)
3. Cálculo da saída do filtro adaptativo FIR:

$$r(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(k)_n y(n-k)$$
4. Compute a diferença:
 $e'(n) = e(n) - r(n)$
5. Atualização dos coeficientes:

$$\hat{s}(k)_{n+1} = \hat{s}(k)_n - \mu(n) e'(n) y(n-k)$$
6. Faça $n = n + 1$ e volte ao ponto 2.

Os erros da estimação não devem produzir diferenças de fase superiores a 90° no sinal do ruído acústico, pois tais desvios produzem instabilidades (Elliot *et al.*, 1988).

A função de transferência do caminho secundário $S(z)$ também pode ser estimada utilizando-se uma aproximação polinomial por um modelo do tipo ARX (Aguirre, 2000). Esta modelagem pode ser realizada através de um pacote de identificação de sistemas, como alguns oferecidos pelo MatLab® (Nuñez *et al.*, 2004), este estimativa é explicado com mais detalhe no capítulo IV.

3.6.2 Estimativa *on-line* do Caminho Secundário $S(z)$

Em uma situação real é aconselhável estimar a função $S(z)$ continuamente, já que este caminho pode-se modificar ao longo do tempo. Uma revisão literária mostra que predominam duas formas de se estimar *on-line* o caminho secundário.

A primeira estima o caminho secundário $S(z)$ de forma direta através da própria saída $y(n)$ do filtro adaptativo e o sinal do erro $e(n)$ (Widrow, 1985). A segunda utiliza a injeção adicional de ruído aleatório no sistema para realizar a identificação (Eriksson, 1991). A injeção de ruído aumenta o ruído residual no sistema, no entanto, este efeito pode ser reduzido através da diminuição da potência do ruído injetada. Estas técnicas serão tratadas a seguir.

3.6.2.1 Estimativa *on-line* pelo Método Direto

Uma solução para se estimar o caminho secundário em tempo real é utilizar a configuração clássica de identificação de modelos através da modelagem direta, utilizando um filtro FIR e o algoritmo LMS como proposto por Widrow em 1985, e mostrado na Figura 3.18.

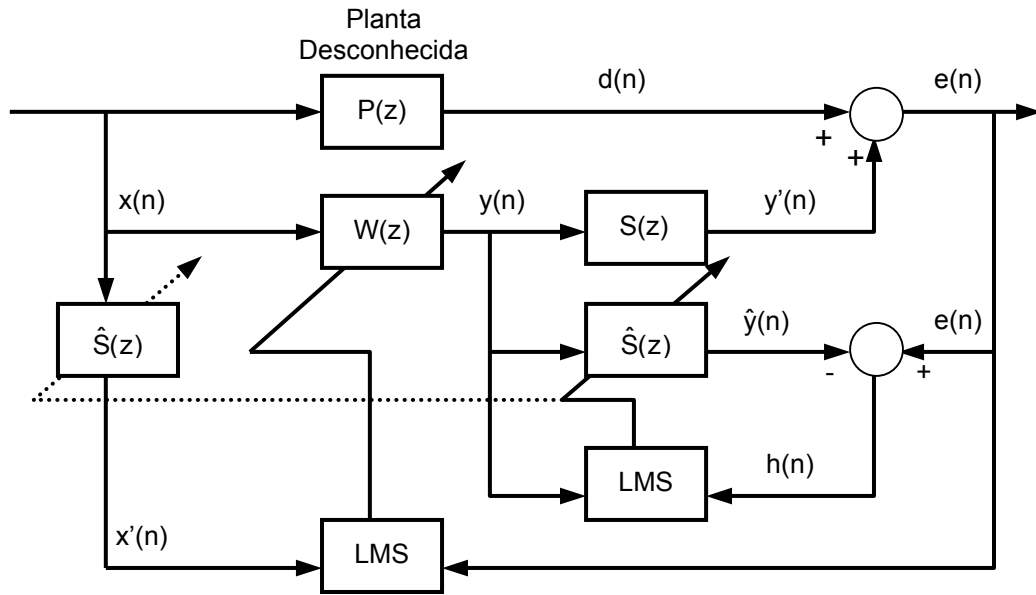


Figura 3.18 - Diagrama de Blocos de um Sistema CAR *on-line* –Método Direto.

Da figura 3.18 o sinal $h(n)$ para o algoritmo de adaptação do caminho secundário no domínio z é dado por:

$$H(z) = E(z) - \hat{Y}(z) \quad (3.24)$$

onde $\hat{Y}(z)$ é a saída do filtro adaptativo $\hat{S}(z)$. Substituindo $\hat{Y}(z)$ e $E(z)$, tem-se:

$$H(z) = [D(z) + Y'(z)] - \hat{S}(z) \cdot Y(z) \quad (3.25)$$

no entanto $D(z) = P(z) \cdot X(z)$, $Y(z) = W(z) \cdot X(z)$, e $Y'(z) = S(z) \cdot W(z) \cdot X(z)$, assim:

$$H(z) = P(z) \cdot X(z) + S(z) \cdot W(z) \cdot X(z) - \hat{S}(z) \cdot W(z) \cdot X(z) \quad (3.26)$$

Quando o algoritmo LMS converge, $H(z) = 0$ e desde que a entrada $X(z)$ não seja nula, a função estimativa do caminho secundário reduz-se a:

$$\hat{S}(z) = S(z) - \frac{P(z)}{W(z)} \quad (3.27)$$

A equação (3.27) revela que a estimativa $S(z)$ possui um erro sistemático $P(z)/W(z)$. Isto é, o filtro adaptativo pode identificar corretamente o caminho secundário somente quando $P(z) = 0$ [equivalente a $d(n) = 0$], o que não tem sentido físico.

3.6.2.2 Estimativa *on-line* pelo Método de Eriksson

Outra maneira de se estimar o caminho secundário $S(z)$ é através da adição de um ruído aleatório como mostra a Figura 3.19. Um ruído branco $v(n)$ de média nula é internamente gerado e adicionado ao sinal de saída de controle $y(n)$ que passa pelo caminho secundário $S(z)$. Supondo que os ruídos são não-correlacionados, é possível utilizar o algoritmo LMS tradicional para identificar o caminho $S(z)$. Esta técnica foi desenvolvida por Eriksson em 1989.

Nesta metodologia faz-se a estimativa do caminho secundário, bloco com (1) no diagrama, ou seja, estima-se os coeficientes do filtro FIR que são utilizados *on-line*, no bloco (2).

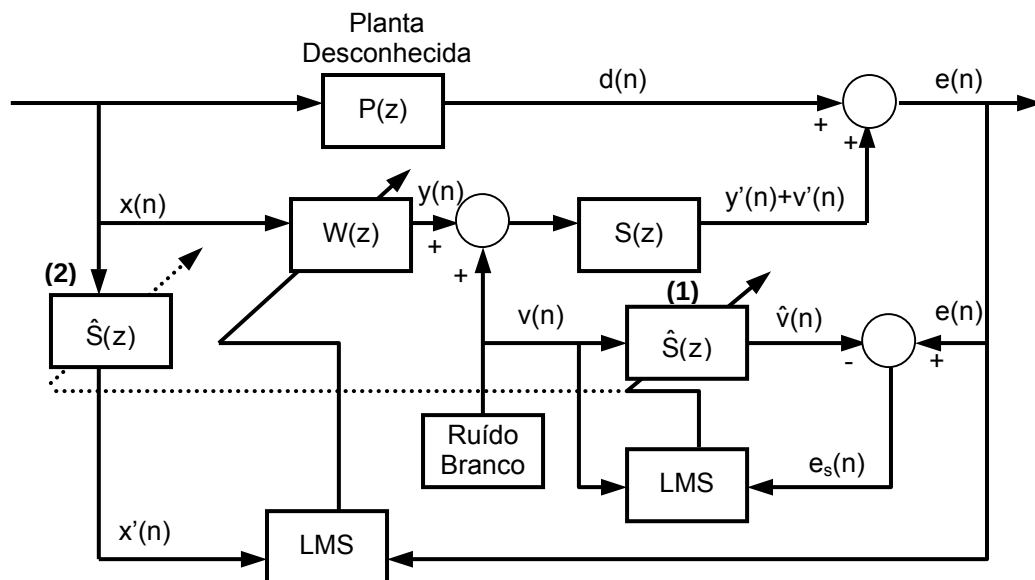


Figura 3.19 - Diagrama de Blocos de um Sistema CAR *on-line* –Método de Eriksson.

No diagrama, $e_s(n) = v'(n) - \hat{v}(n)$ e $v'(n) = s(n) * v(n)$ é a saída do caminho secundário e $\hat{v}(n) = \hat{s}(n) * v(n)$ é a saída do filtro adaptativo que estima o caminho secundário. A perfeita solução ocorre quando $e_s(n) \approx 0$.

Com a presença de $x(n)$ e $y(n)$, o sinal de $e_s(n)$ é dado por:

$$e_s(n) = e(n) - \hat{v}(n) = [d(n) + s(n) * y(n)] - \hat{v}(n) \quad (3.28)$$

A equação de atualização se torna (Eriksson, 1989):

$$\hat{s}_i(n+1) = \hat{s}_i(n) + 2\mu_s v(n-i)[s(n) * v(n) - \hat{s}(n) * v(n)] + 2\mu_s v(n-i)\eta(n) \quad (3.29)$$

onde $\eta(n) = d(n) + s(n) * y(n)$. O valor esperado da equação acima converge para a solução ótima, visto que $v(n)$ e $\eta(n)$ são independentes e o valor esperado de $v(n)$ é igual a zero. O último termo em 3.29 é uma perturbação que degrada a performance de convergência da modelagem. No pior caso, este processo de estimação pode ser divergente (Kuo *et al.*, 1999).

Na estimativa de $W(z)$, a equação de adaptação é dada por:

$$w_i(n+1) = w_i(n) - 2\mu_w e(n)x'(n-i) \quad (3.30)$$

onde o erro, quando não há injeção de ruído branco é dado por:

$$e(n) = d(n) + s(n) * y(n) \quad (3.31)$$

No caso ideal, quando $\hat{S}(z) = S(z)$ um cancelamento perfeito é alcançado. No caso prático quando $\hat{S}(z)$ é desconhecido e é estimado em tempo real enquanto o controlador estiver operando, a adaptação de $W(z)$ é dado por:

$$w_i(n+1) = w_i(n) - 2\mu_w x'(n-i)[d(n) + s(n) * y(n)] - 2\mu_w x'(n-i)v'(n) \quad (3.32)$$

com $v'(n)$ não-correlacionado com o ruído primário $x(n)$.

No capítulo seguinte são apresentados algumas metodologias de controle aplicadas ao controle ativo de ruído em sistemas multicanais.

Capítulo IV

Controle Ativo de Ruído Multicanal

4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as principais técnicas utilizadas na literatura sobre os controladores ativos de ruído Multicanal. Serão mostrados de forma geral os desenvolvimentos, aplicações como também as principais limitações dos algoritmos de controle multicanal *feedforward*, *feedback* e sistemas híbridos.

4.2 Controle Ativo de Ruído Multicanal

Quando se deseja atenuação de ruídos em recintos muito grandes ou em dutos de comprimento e diâmetro elevados é recomendado o uso de sistemas de controle ativo de ruído multicanal. Estes sistemas utilizam múltiplas fontes secundárias (alto-falantes), múltiplos sensores de erro e referência (microfones), tal como ilustrado na figura 4.1.

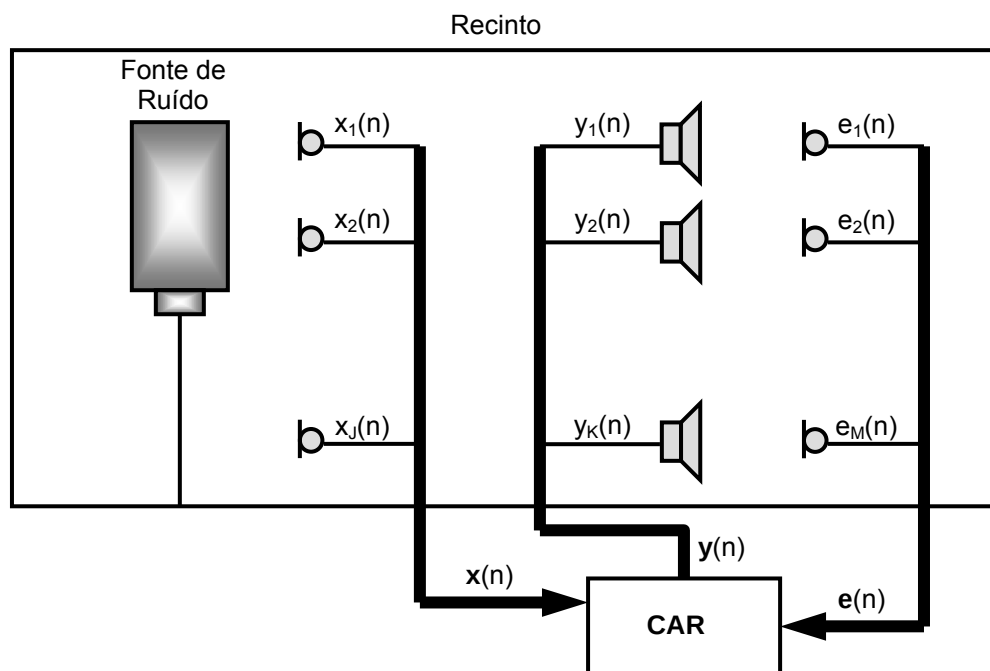


Figura 4.1 - Esquema de um Sistema Multicanal para o Controle Ativo de Ruído.

A seguir são apresentadas as diferentes configurações de controladores ativos de ruído multicanal.

4.3 Controle Ativo de Ruído Multicanal *Feedforward*

Um sistema de controle ativo de ruído multicanal *feedforward* é ilustrado na figura 4.2:

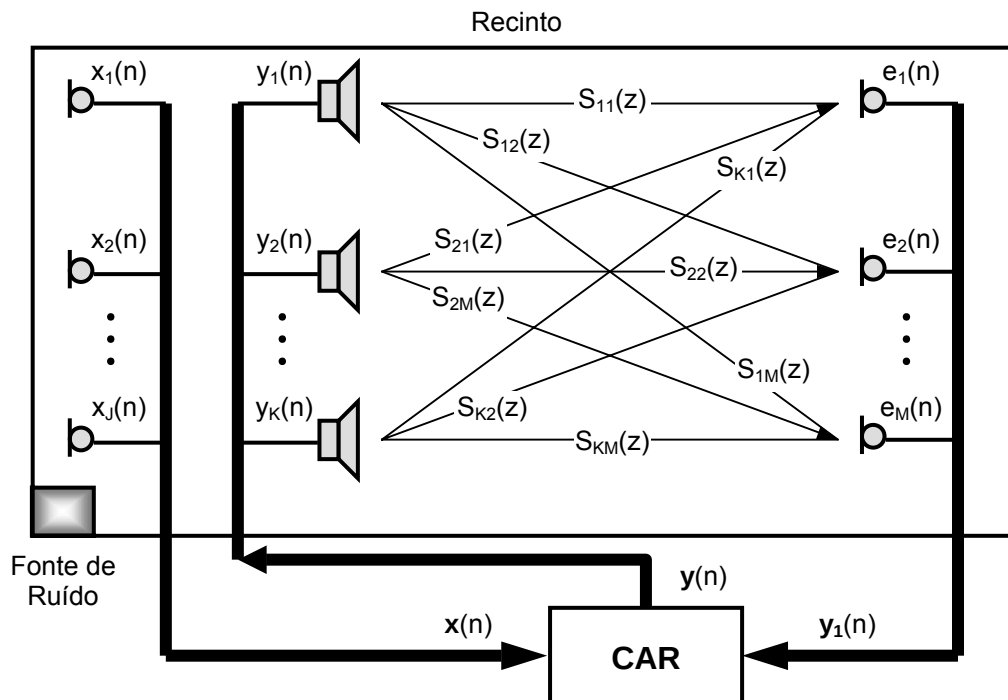


Figura 4.2 - Controlador Ativo de Ruído Multicanal com Representação dos Caminhos Secundários.

Com se pode observar estes sistemas de controle utilizam (J) sensores de referência para gerar um vetor de sinais de referência (x_j). O controlador multicanal CAR gera (K) sinais de cancelamento (y_k) para as correspondentes fontes secundárias que estão distribuídos sobre os pontos desejados de controle. Também são distribuídos, sobre o local desejado de atenuação do ruído, (M) sensores de erro (e_m) que medem as componentes do ruído residual.

Na Figura 4.3 é apresentado o diagrama de blocos de um CAR multicanal na qual é incluída a parte de realimentação acústica entre o alto falante do caminho secundário e o sensor de referência. As linhas grossas representam um conjunto de sinais (acústicos ou elétricos) que são simbolicamente expressos como vetores.

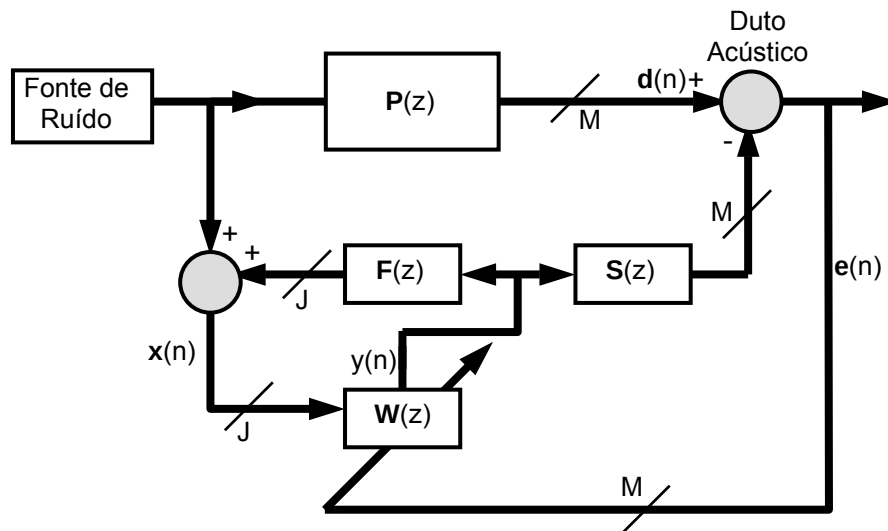


Figura 4.3 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal FBXLMS.

4.3.1 CAR Multicanal *Feedforward* com várias entradas e várias saídas MIMO

Na Figura 4.4 é ilustrado o diagrama de blocos de um controlador ativo de ruído multicanal *feedforward* desconsiderando o efeito da realimentação acústica:

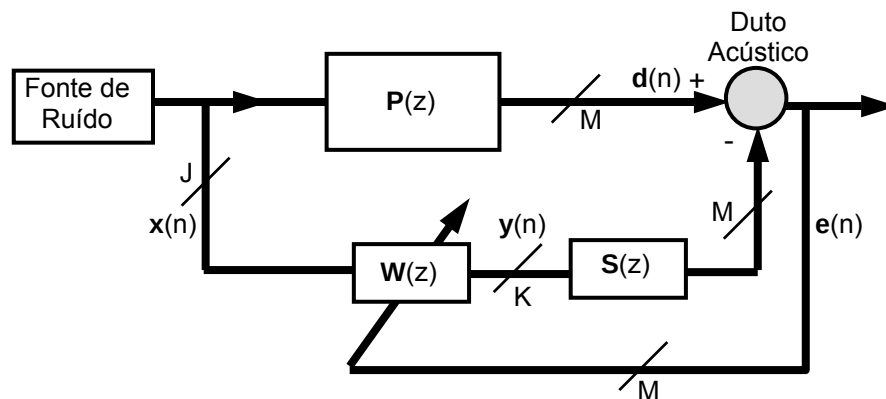


Figura 4.4 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal FXLMS.

Na Figura acima, $P(z)$ representa a matriz de função de transferência entre a fonte de ruído e os diferentes sensores de erro (caminho primário), $S(z)$ representa a matriz de função de transferência entre os alto falantes de cancelamento e os sensores de erro (caminho secundário) e finalmente os filtros $W(z)$ representaram o modelo do caminho primário dos (j) sensores de referência (entrada) e as (k) fontes secundarias de controle (saída).

A resposta ao impulso do caminho primário pode ser expresso como uma matriz $P(n)$:

$$\mathbf{P}(n) = \begin{bmatrix} p_{11}(n) & p_{12}(n) & \cdots & p_{1J}(n) \\ p_{21}(n) & p_{22}(n) & \cdots & p_{2J}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1}(n) & p_{M2}(n) & \cdots & p_{MJ}(n) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

onde $p_{mj}(n)$ representa as funções de transferência entre os (j) sensores de referência e os (M) sensores de erro. As funções de transferência do caminho secundário $\mathbf{S}(n)$ podem ser escritas como:

$$\mathbf{S}(n) = \begin{bmatrix} s_{11}(n) & s_{12}(n) & \cdots & s_{1K}(n) \\ s_{21}(n) & s_{22}(n) & \cdots & s_{2K}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{M1}(n) & s_{M2}(n) & \cdots & s_{MK}(n) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde $s_{mk}(n)$ representa a função de transferência entre a k -ésima fonte secundária e o m -ésimo sensor de erro. A estimativa da função de matriz de transferência do caminho secundário $\hat{\mathbf{S}}(n)$ é similarmente definida.

A matriz de controladores $\mathbf{W}(n)$ é representada por $\mathbf{W}(n) \equiv [\mathbf{W}_1^T(n) \mathbf{W}_2^T(n) \cdots \mathbf{W}_K^T(n)]^T$ onde $\mathbf{W}_k(n) \equiv [\mathbf{W}_{k,1}^T(n) \mathbf{W}_{k,2}^T(n) \cdots \mathbf{W}_{k,J}^T(n)]^T$. Cada controlador $\mathbf{W}_{k,j}(n)$ representa um conjunto de coeficientes dos filtros FIR adaptativos, $\mathbf{W}_{k,j}(n) \equiv [w_{k,j,1}(n) w_{k,j,2}(n) \cdots w_{k,j,L}(n)]^T$ e L representa a ordem do filtro. Desta maneira o sinal de saída das (k) fontes secundárias de controle é representado por:

$$y_k(n) = \sum_{j=1}^J \mathbf{W}_{k,j}^T(n) \mathbf{x}_j(n), \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (4.3)$$

onde, os (j) canais do sinal de referência podem ser expressos em um vetor:

$$\mathbf{x}(n) \equiv [\mathbf{x}_1^T(n) \mathbf{x}_2^T(n) \cdots \mathbf{x}_J^T(n)]^T \quad (4.4)$$

Cada $\mathbf{x}_j(n)$ representa o vetor dos (j) canais do sinal de referência de comprimento L , tal que:

$$\mathbf{x}_j(n) \equiv [x_j(n) x_j(n-1) \cdots x_j(n-L+1)]^T, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (4.5)$$

Da Figura 4.4 o erro residual é expresso por:

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) + \mathbf{s}(n) * [\mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n)] \quad (4.6)$$

A maioria dos algoritmos adaptativos procura seus coeficientes ótimos $w(n)$ aplicando o algoritmo do gradiente descendente (*steepest descent*) segundo a direção oposta ao gradiente da superfície do erro. Assumindo a função de custo:

$$\xi = \sum_{m=1}^M E\{\mathbf{e}_m^2(n)\} = E\{\mathbf{e}^T(n) \cdot \mathbf{e}(n)\} \quad (4.7)$$

O filtro adaptativo minimizara o erro quadrático instantâneo (*Mean square Errors – MSE*):

$$\xi(n) \approx \mathbf{e}^T(n) \cdot \mathbf{e}(n) \quad (4.8)$$

A lei de atualização do atualização dos parâmetros do controlador e dado por (Anexo B):

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) - \frac{\mu}{2} \cdot \frac{\partial \xi(n)}{\partial \mathbf{W}(n)} \quad (4.9)$$

onde, μ é o passo de adaptação, que pode ser constante ou adaptativo, que influencia na estabilidade e convergência do algoritmo. O cálculo do gradiente da equação 4.9 é aproximada por (Kuo, 1999):

$$\frac{\partial \xi(n)}{\partial \mathbf{W}(n)} \approx 2[\mathbf{S}^T(n) * \mathbf{x}(n)]^T \mathbf{e}(n) = 2\mathbf{x}'(n)\mathbf{e}(n) \quad (4.10)$$

onde:

$$\mathbf{x}'(n) = [\mathbf{S}(n) * \mathbf{x}^T(n)]^T = \begin{bmatrix} s_{11}(n) & s_{12}(n) & \cdots & s_{1K}(n) \\ s_{21}(n) & s_{22}(n) & \cdots & s_{2K}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{M1}(n) & s_{M2}(n) & \cdots & s_{MK}(n) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{x}(n) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{x}(n) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{x}'(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}'_{11}(n) & \mathbf{x}'_{12}(n) & \cdots & \mathbf{x}'_{1M}(n) \\ \mathbf{x}'_{21}(n) & \mathbf{x}'_{22}(n) & \cdots & \mathbf{x}'_{2M}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}'_{K1}(n) & \mathbf{x}'_{K2}(n) & \cdots & \mathbf{x}'_{KM}(n) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

onde:

$$\mathbf{x}'_{km}(n) = s_{mk}(n) * \mathbf{x}(n) = [s_{mk}(n) * \mathbf{x}_1^T(n) s_{mk}(n) * \mathbf{x}_2^T(n)] \cdots s_{mk}(n) * \mathbf{x}_J^T(n)]^T \quad (4.13)$$

ou:

$$\mathbf{x}'_{km}(n) = [\mathbf{x}_{km1}^T(n) \mathbf{x}_{km2}^T(n) \cdots \mathbf{x}_{kmJ}^T(n)]^T \quad (4.14)$$

Substituindo a equação 4.10 na equação 4.9 obtém-se a expressão final de atualização dos coeficientes do filtro segundo o algoritmo MFXLMS:

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) - \mu \mathbf{x}'(n) \cdot e(n) \quad (4.15)$$

A equação 4.15 é expandida para $k = 1, 2, \dots, K$ e para $j = 1, 2, \dots, J$. Obtendo a equação final para um sistema de controle MIMO MFXLMS:

$$\mathbf{W}_{k,j}(n+1) = \mathbf{W}_{k,j}(n) - \mu \cdot \sum_{m=1}^M \mathbf{x}'_{kmj}(n) \cdot e_m(n) \quad (4.16)$$

O vetor $\mathbf{x}'_{kmj}(n)$ é representado por:

$$\mathbf{x}'_{kmj}(n) \equiv \hat{\mathbf{s}}_{mk}(n) * \mathbf{x}_j(n) \quad (4.17)$$

A seguir é apresentado o algoritmo multicanal MFXLMS:

1. Inicialização:
 Coeficientes: $w(k)_{k,j} = 0$, $M+1$ coeficientes
 Potência: $\sigma_{x(n)}^2(0) = 1$
2. Leitura de $\mathbf{x}(n)$ e $\mathbf{e}(n)$.
3. Parâmetro α
4. Cálculo da saída do filtro FIR:

$$y_k(n) = \sum_{j=1}^J \mathbf{W}_{k,j}^T(n) \mathbf{x}_j(n), \quad k = 1, 2, \dots, K$$
5. Cálculo da entrada Filtrada:

$$\mathbf{x}'_{kmj}(n) \equiv \hat{\mathbf{s}}_{mk}(n) * \mathbf{x}_j(n)$$
6. Estimação da potência de $\mathbf{x}_f(n)$:

$$\sigma_{x(n)}^2(n) = \alpha \mathbf{x}_{kml}^{\prime 2}(n) + (1 - \alpha) \sigma_{x(n)}^2(n-1)$$
7. Cálculo do passo de adaptação:

$$\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1) \sigma^2(n)}$$
8. Atualização dos coeficientes:

$$\mathbf{W}_{k,j}(n+1) = \mathbf{W}_{k,j}(n) - \mu \cdot \sum_{m=1}^M \mathbf{x}'_{kmj}(n) \cdot e_m(n)$$
9. Volte ao ponto 2.

4.3.2 CAR Multicanal *Feedforward* com uma entrada e várias saídas SIMO

Na figura 4.5 é apresentado o caso particular de um sistema de controle com um sinal de referência ($j=1$), (k) sinais de saída e (M) sensores de erro, tal procedimento é descrito a seguir:

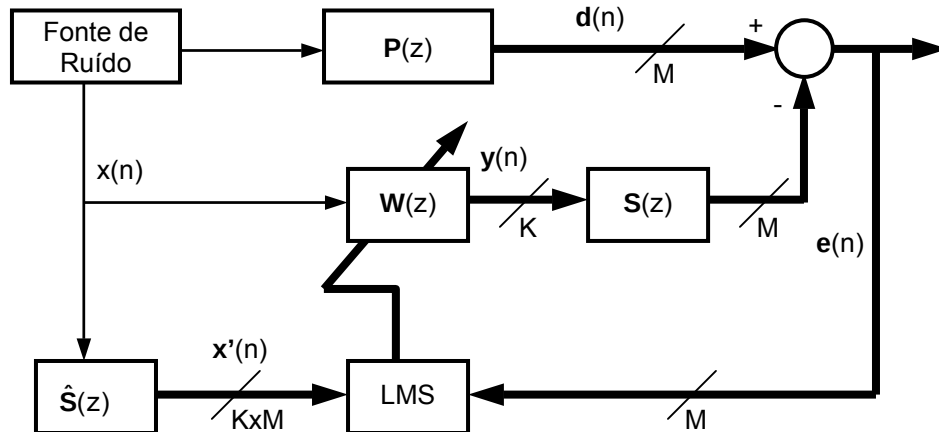


Figura 4.5 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal SIMO.

Ao expandir a equação 4.15 para $k=1, 2, \dots, K$ obtém-se a seguinte expressão para a atualização dos coeficientes no filtro.

$$\mathbf{W}_k(n+1) = \mathbf{W}_k(n) - \mu \sum_{m=1}^M \mathbf{x}'_{km}(n) e_m(n) \quad (4.18)$$

O diagrama de blocos mostra um sistema de controle que utiliza um sinal de referência, dois atuadores e dois sensores obtendo a configuração SIMO MFXLMS (esta configuração será utilizada na aplicação experimental, capítulo V). As Figura 4.6 e 4.7 mostram o diagrama de blocos de um sistema SIMO com uma referência, $K = 2$ sinais de saída e $M = 2$ sinais de erro.

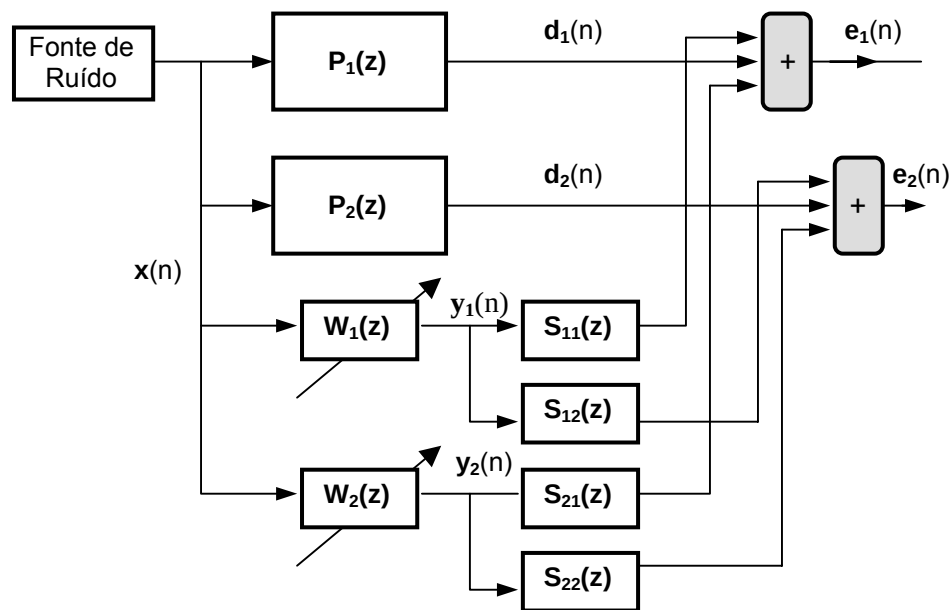


Figura 4.6 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal com Dois Sensores e dois Atuadores.

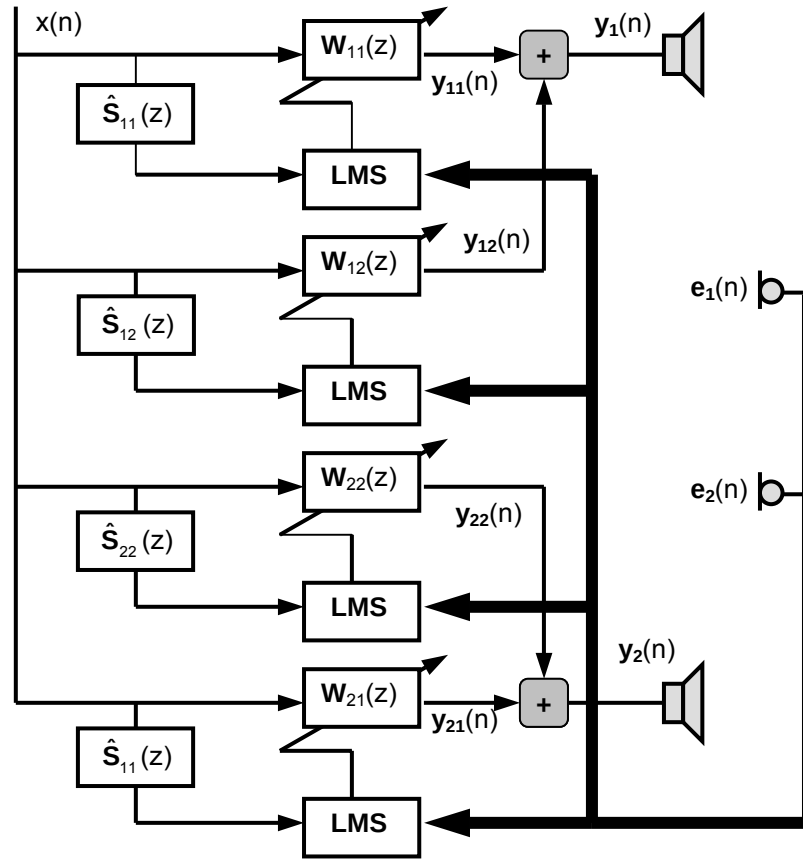


Figura 4.7 - Diagrama de Blocos detalhado de um CAR Multicanal com dois sensores e dois atuadores.

4.4 Controle Ativo de Ruído Multicanal *Feedback*

A idéia básica deste sistema de controle é realizar uma estimativa do ruído primário e utilizar esta estimativa como um sinal de referência $x(n)$ para a entrada do filtro FIR (Nuñez *et al.*, 2004). Na Figura 4.8 podemos observar o diagrama de blocos de um sistema de CAR feedback multicanal.

A estimativa do sinal de referência utiliza K sinais secundários $y_k(n)$, M sinais de erro $e_m(n)$, e $M \times K$ caminhos secundários estimados $\hat{S}_{mk}(z)$, para gerar M sinais de referência $x_m(n)$ para os correspondentes $K \times M$ filtros adaptativos $W_{km}(z)$. Assim a expressão para o sinal de referência estimado é expresso como:

$$x_m(n) = e_m(n) - \sum_{k=1}^K \hat{S}_{mk}(n) * y_k(n), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (4.19)$$

onde $\hat{s}_{mk}(n)$ é a estimativa do caminho secundário. Os coeficientes do controlador multicanal *feedback* MFXLMS são calculado a partir do algoritmo discutido na seção 4.3.

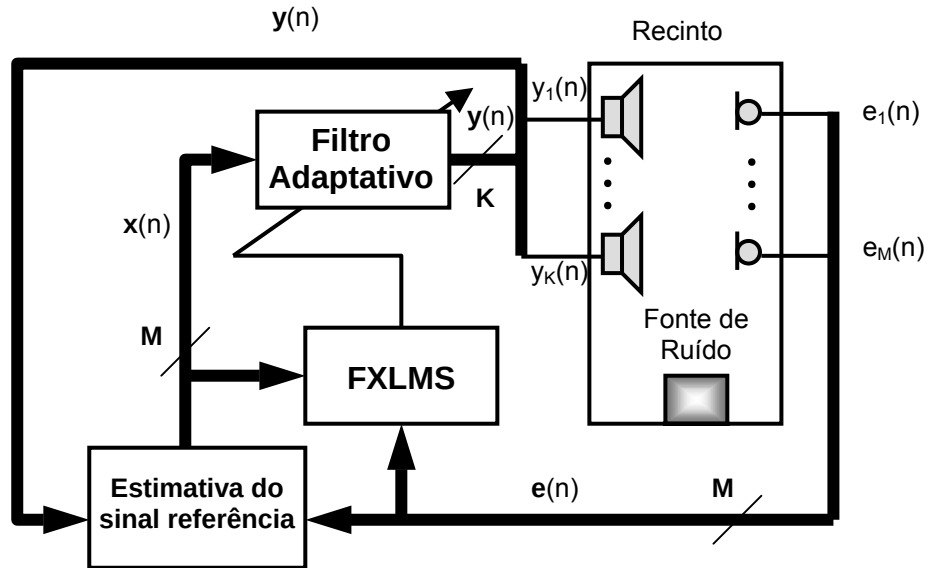


Figura 4.8 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal MFXLMS *Feedback*.

A seguir é apresentado o algoritmo desta proposta de controle:

1. Inicialização:

Coeficientes: $w(k)_{k,j} = 0$, $M+1$ coeficientes

Potência: $\sigma_{x(n)}^2(0) = 1$;

2. Leitura de $x(n)$ e $e(n)$:

3. Parâmetro α

4. Estime o sinal de entrada $x(n)$ no filtro:

$$\mathbf{x}_m(n) = \mathbf{e}_m(n) - \sum_{k=1}^K \hat{s}_{mk}(n) * \mathbf{y}_k(n)$$

5. Cálculo da saída do filtro FIR:

$$y_k(n) = \sum_{j=1}^J \mathbf{W}_{k,j}^T(n) \mathbf{x}_j(n), \quad k = 1, 2, \dots, K$$

6. Cálculo da entrada Filtrada:

$$\mathbf{x}'_{kmj}(n) \equiv \hat{s}_{mk}(n) * \mathbf{x}_j(n)$$

7. Estimação da potência de $x_f(n)$:

$$\sigma_{x(n)}^2(n) = \alpha \mathbf{x}_{kml}^{\prime 2}(n) + (1 - \alpha) \sigma_{x(n)}^2(n - 1)$$

8. Cálculo do passo de adaptação:

$$\mu(n) = \frac{0.1}{(M + 1) \sigma^2(n)}$$

9. Atualização dos coeficientes:

$$\mathbf{W}_{k,j}(n + 1) = \mathbf{W}_{k,j}(n) - \mu \cdot \sum_{m=1}^M \mathbf{x}'_{kmj}(n) \cdot \mathbf{e}_m(n)$$

10. Volte ao ponto 2.

Capítulo V

Resultados Numéricos e Experimentais

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta a avaliação numérica e experimental para as metodologias estudadas no controle ativo de ruído. São apresentados resultados numéricos e experimentais para o caso do controle com um atuador e um sensor (mono canal) e somente resultados experimentais para o caso de vários atuadores e vários sensores (multicanal). O capítulo está assim organizado:

Na seção 5.2, são apresentados os resultados numéricos para o projeto de controladores ativos de ruído mono canal, aplicado ao modelo matemático de um duto acústico. Este modelo matemático (visto no capítulo 2) nos permite avaliar o projeto e sintonia de controladores ativos de ruído (CAR) facilitando o projeto experimental de futuros controladores. O modelo matemático utilizado para o duto nestas simulações numéricas foi o modelo discreto denominado Fase-Zero, visto no capítulo II. Esta formulação leva em consideração tanto os pólos como os zeros do modelo infinito dimensional.

Os controladores testados, tanto para as simulações numéricas como para os experimentos, utilizam estruturas do tipo FXLMS *feedforward*, *feedback* e híbrida com mecanismos de adaptação LMS (*Least Mean Square*), que ajustam de forma *on-line* os coeficientes do filtro procurando minimizar o ruído do sistema. O ajuste da função de transferência do caminho secundário para estes controlares foi realizado de forma *off-line* e *on-line*. A sintonia *off-line* utiliza uma aproximação polinomial por um modelo do tipo ARX (Aguirre, 2000) e o método utilizado para a sintonia *on-line* foi o método de Eriksson (1989).

Na seção 5.3, é apresentada a validação experimental dos diferentes métodos estudados na seção 5.2. Para avaliar esta proposta, montou-se uma bancada experimental constituída por um duto de PVC, onde os algoritmos foram implementados, usando o software Matlab-Simulink®, em um sistema de aquisição de dados dSPACE®.

Finalmente, na seção 5.4, propõe-se a implementação de um controlador ativo de ruído multicanal em malha aberta (*feedforward*), um controlador ativo de ruído multicanal em malha fechada (*feedback*) e finalmente uma configuração de controle híbrida que utiliza os dois conceitos simultaneamente.

Para avaliar esta proposta, ampliou-se a bancada experimental utilizada na seção 5.3, para uma bancada constituída por dois atuadores e dois sensores. Os algoritmos foram implementados usando o software Matlab-Simulink® e a placa de aquisição de dados dSPACE®. São apresentados e discutidos resultados experimentais do sistema controlado.

5.2 Simulações Numéricas para o CAR Mono Canal de um Duto Acústico

Nesta seção são desenvolvidas as simulações numéricas para o controle ativo de ruído de um duto acústico. Na figura 5.1 é apresentado o esquema do duto acústico, acoplado ao sistema de controle. O modelo matemático utilizado para estas simulações numéricas foi o modelo discreto denominado Fase-Zero.

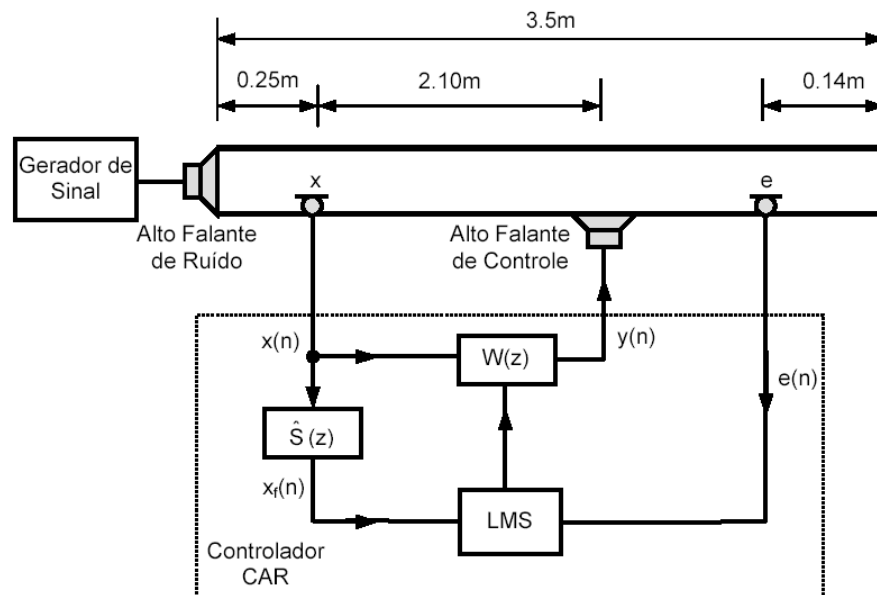


Figura 5.1 - Esquema do duto acústico com o sistema de controle CAR.

Na figura 5.2 podemos observar o diagrama de blocos utilizado para realizar as respectivas simulações numéricas. Os parâmetros utilizados para os algoritmos são apresentados na tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Parâmetros utilizados para as simulações numéricas

Comprimento do Duto	3.50 m
Posição do microfone de referência*	0.25 m
Posição do microfone de erro*	3.36 m
Posição do Alto falante de controle*	2.35 m
Velocidade do som c	343.8 m/seg
Densidade do ar ρ_0	1.29 Kg/m ³

* Posição em relação ao alto falante de ruído

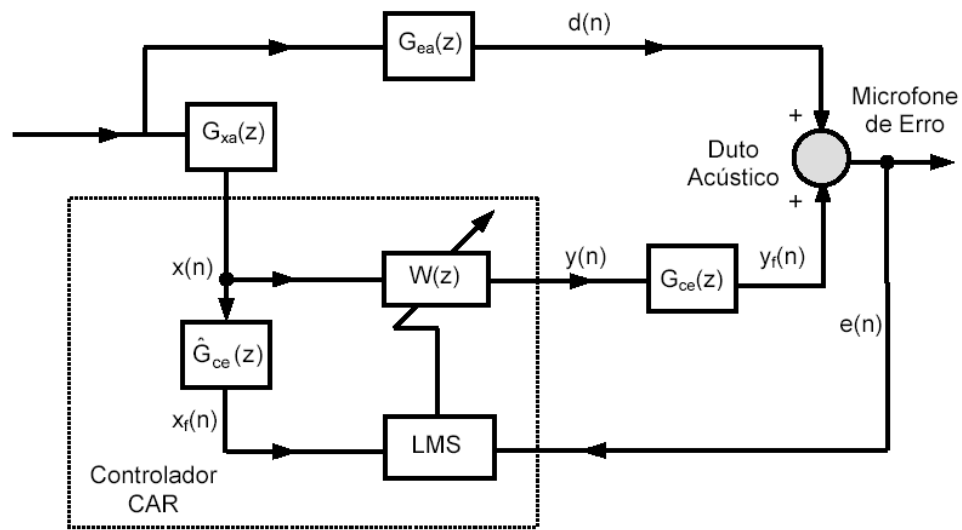


Figura 5.2 - Diagrama de Blocos do sistema do duto representado na Figura 5.1.

onde $G_{ea}(z)$ representa a função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de erro, $G_{xa}(z)$ representa a função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de referência, $G_{ce}(z)$ representa a função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone de erro, $W(z)$ representa o filtro digital adaptativo (FIR) e finalmente $\hat{G}_{ce}(z)$ representa a estimativa da função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone do erro (denominado caminho secundário). As funções de transferência $G_{ea}(z)$, $G_{xa}(z)$ e $G_{ce}(z)$ foram calculadas a partir das equações 2.78 e 2.82.

Na Figura 5.3 é apresentado o diagrama de Bode para as diferentes funções de transferência dos modelos obtidos a partir da formulação matemática.

Para validar a metodologia dos controladores propostos, o sistema foi submetido a uma série de ensaios numéricos, conforme mostrado na Tabela 5.1. Foram utilizados sinais periódicos de perturbação cuja forma e parâmetros são dados pela equação (5.1) e Tabela 5.2, respectivamente.

$$x(t) = A_1 \text{seno}(2\pi f_1 t) + A_2 \text{seno}(2\pi f_2 t) + A_3 \text{seno}(2\pi f_3 t) + A_4 \text{seno}(2\pi f_4 t) \quad (5.1)$$

Tabela 5.2 - Parâmetros dos Ensaios Realizados

Controle FXLMS	Numero de Coeficientes	Amplitude [V]	Frequência [Hz]
Feedforward	60	$A_1 = 0.0750$	$f_1 = 150.0$
Feedback		$A_2 = 0.0150$	$f_2 = 250.0$
Híbrido		$A_3 = 0.1150$	$f_3 = 350.0$
		$A_4 = 0.0425$	$f_4 = 450.0$

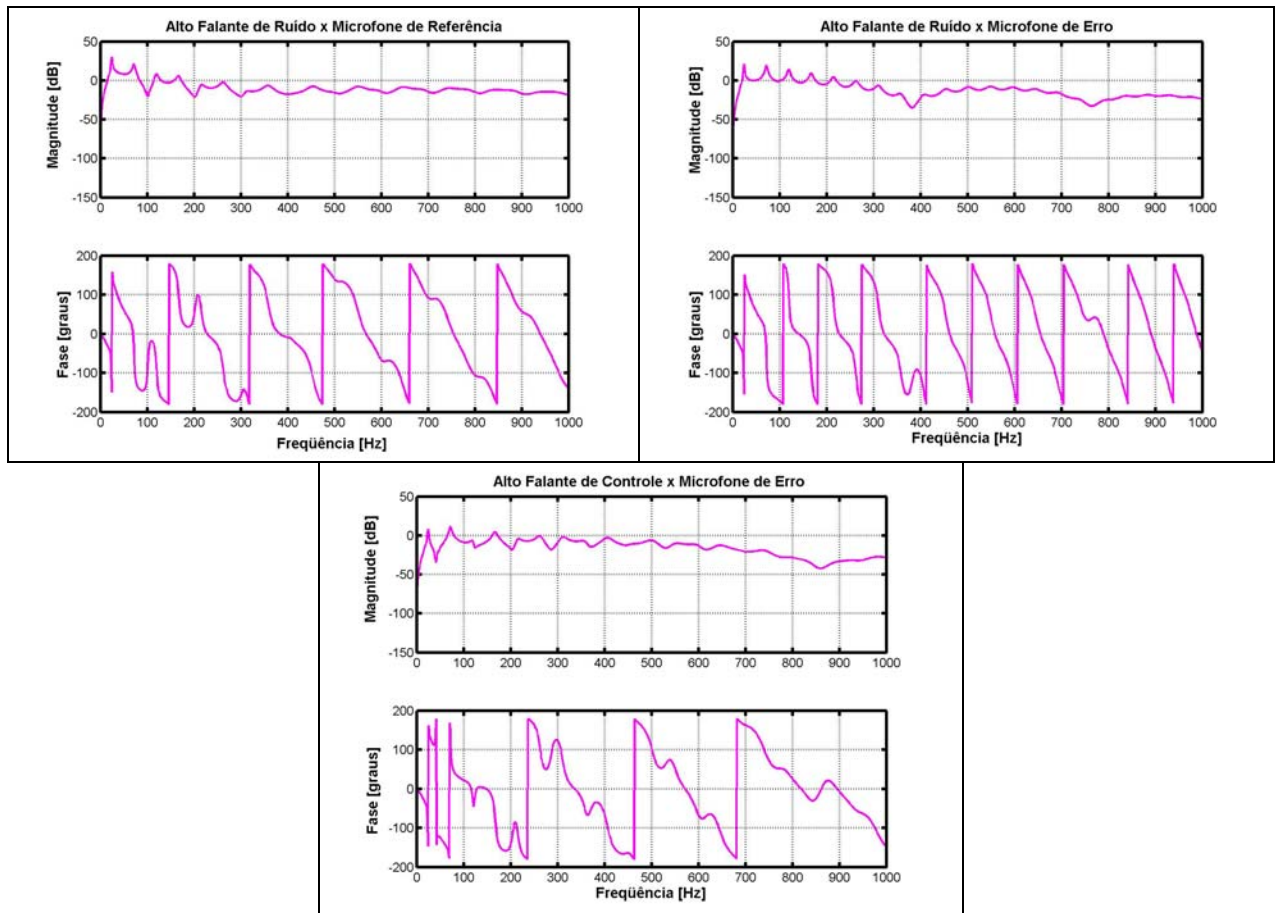


Figura 5.3 - Diagrama de bode do modelo matemático do duto– Fase Zero.

Nas subseções seguintes são apresentados os resultados numéricos para os diferentes ensaios realizados.

5.2.1 Simulações Numéricas para o Controle FXLMS *Feedforward*

A figura 5.4 mostra o diagrama de blocos para o controle do sistema *feedforward* mono canal.

Para tornar as simulações numéricas mais próximas da realidade, foram somados ruídos externos nas saídas das funções de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de erro e a função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de referência, vide figura 5.4.

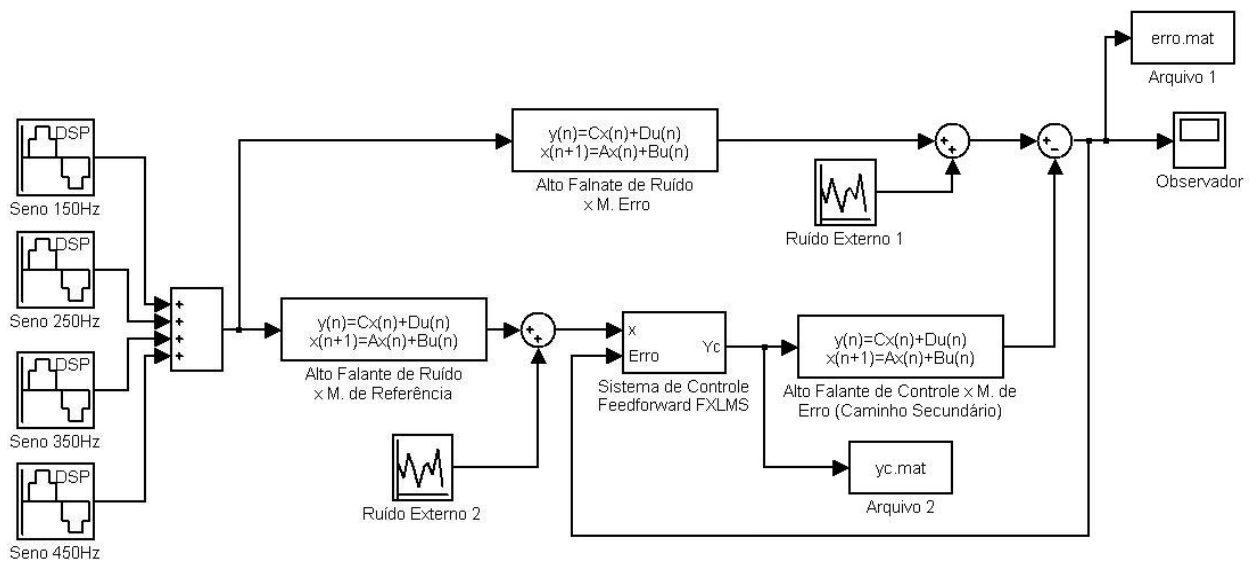


Figura 5.4 - Diagrama de blocos no Simulink® do sistema FXLMS *feedforward*.

Primeiramente, foram feitos ensaios numéricos com excitações do tipo mono tonal, nas frequências apresentadas na tabela 5.1. A Figura 5.5 nos permite observar a densidade espectral de potência do sinal do erro (saída do sistema) para o sistema com controle e sem controle.

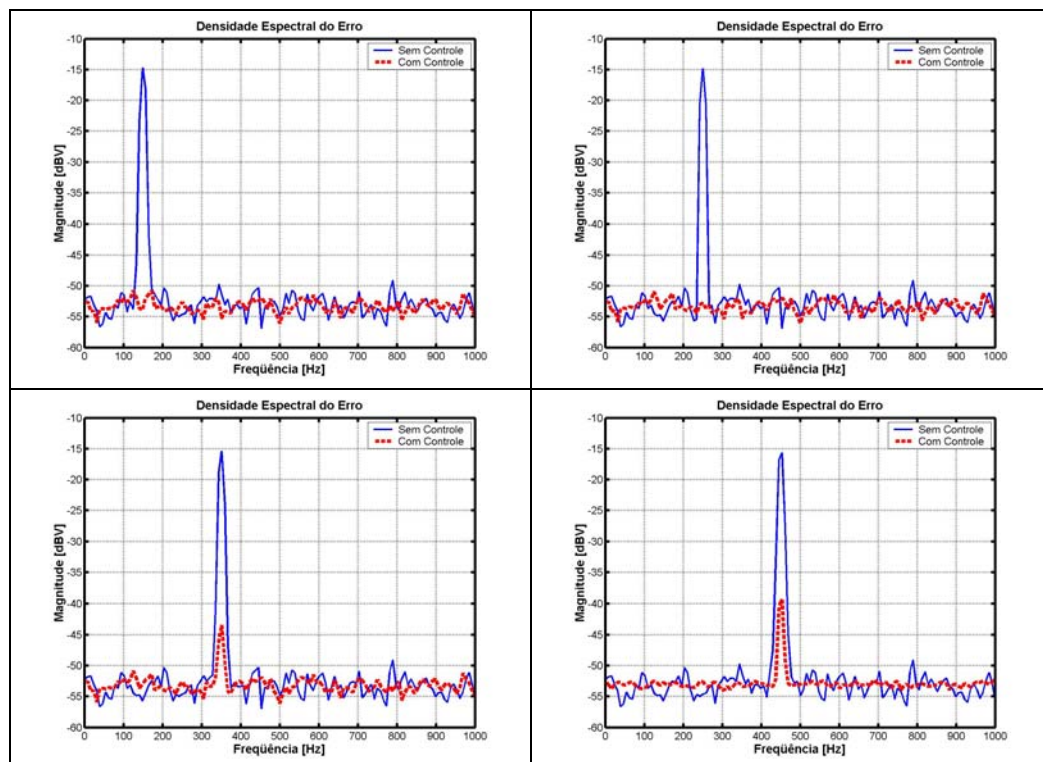


Figura 5.5 - Densidade Espectral do Erro para o Ensaio Numérico FXLMS *Feedforward*.

Como se observa o sistema de controle apresenta boa eficiência para estas frequências. Para testar a robustez, o algoritmo de controle foi excitado por um sinal composto por vários tons.

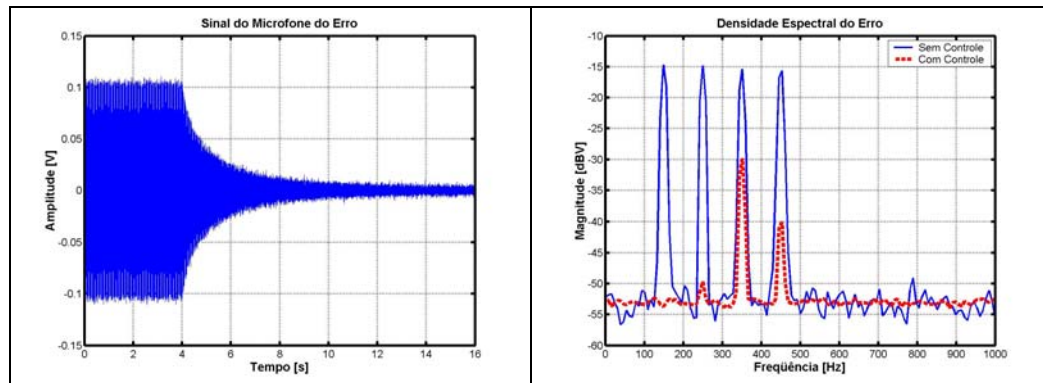


Figura 5.6 - Densidade Espectral de Potência para o Ensaio multi tonal FXLMS *feedforward*.

Também é possível observar nesta figura o ótimo desempenho do controlador onde a atenuação mínima foi superior a 15dB. Verifica-se também uma piora, em relação ao caso monotonal, na frequência de 350 Hz.

5.2.2 Simulações Numéricas para o Controle FXLMS *Feedback*

O diagrama de blocos do sistema de controle *feedback* é visto na figura 5.7:

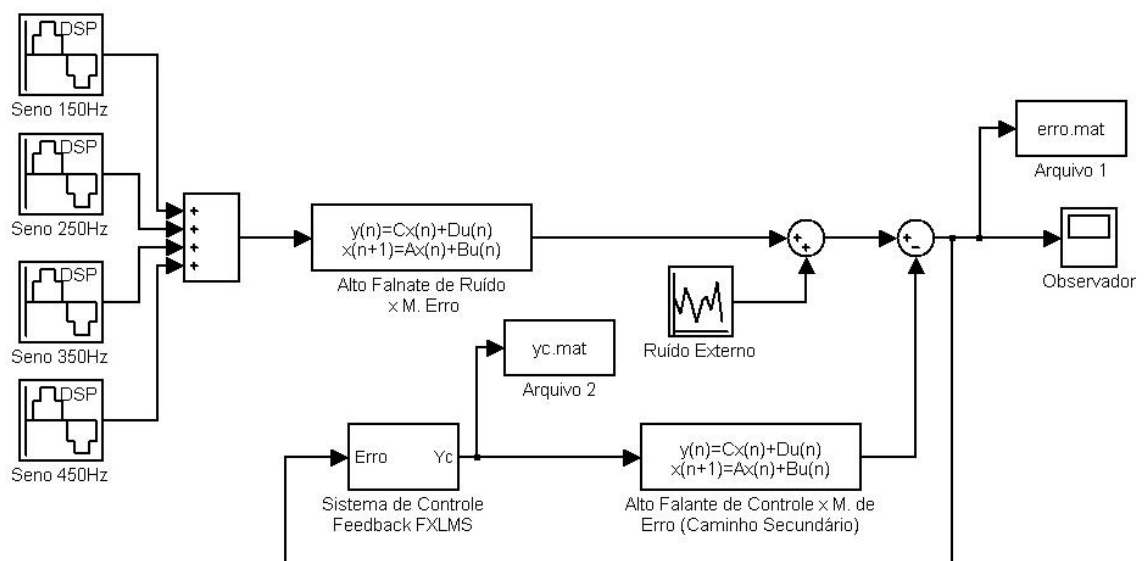


Figura 5.7 - Diagrama de blocos no Simulink® do sistema de controle FXLMS *feedback*.

Na figura 5.8 vê-se os resultados obtidos. Os controladores se comportam muito bem para as diferentes freqüências de excitação. No entanto nesta metodologia, o sinal de referência utilizado pelo controlador é estimado o que degrada o desempenho em certas freqüências. Este fato torna-se mais evidente no caso da excitação multi tonal.

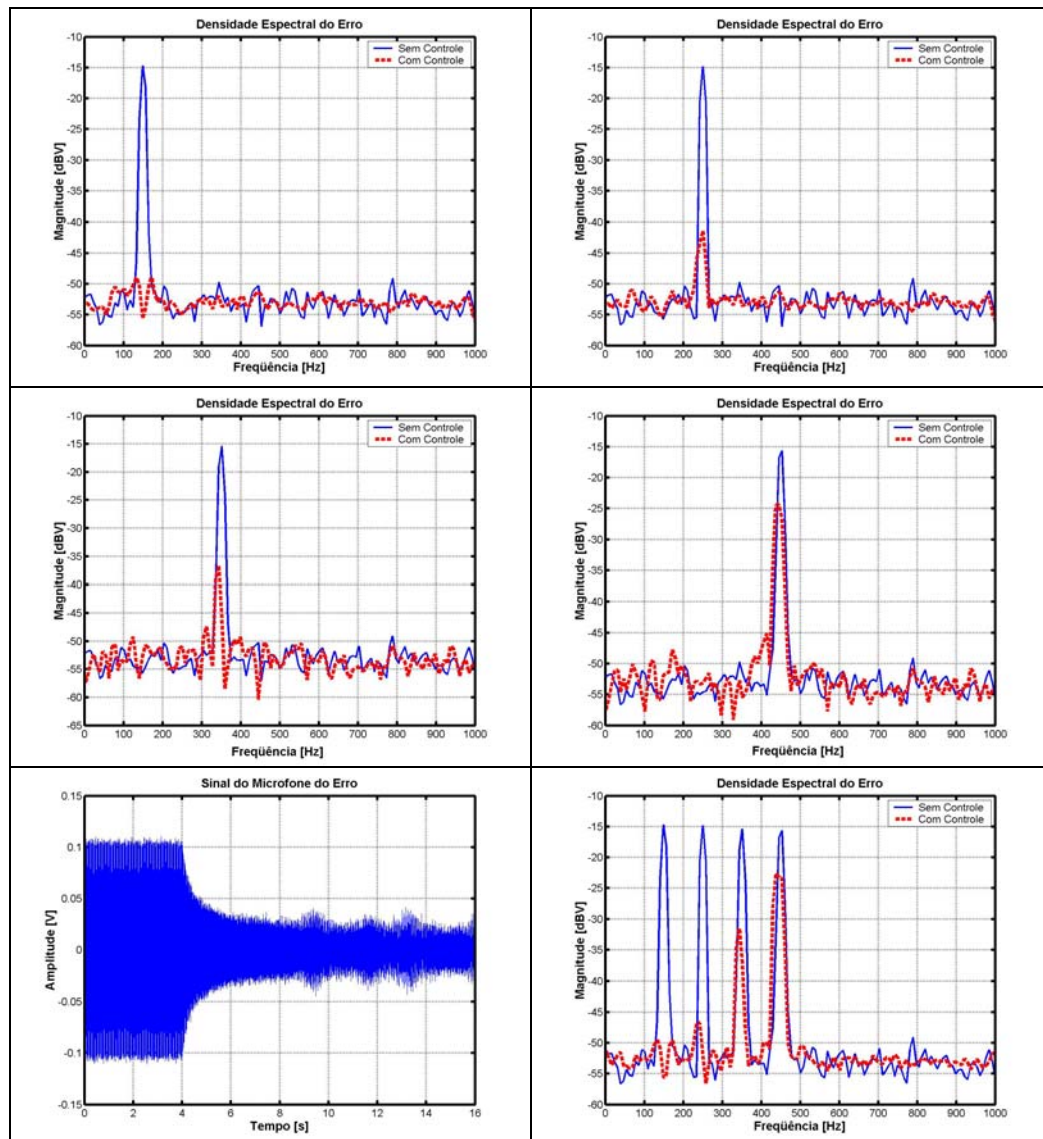


Figura 5.8 - Densidade espectral de potencia para o ensaio FXLMS *feedback*.

5.2.3 Simulações Numéricas para o Sistema Híbrido

Neste algoritmo, o sinal de controle *feedforward* e *feedback* são somados formando uma configuração de controle híbrida. A Figura 5.9 mostra o diagrama de blocos desta técnica.

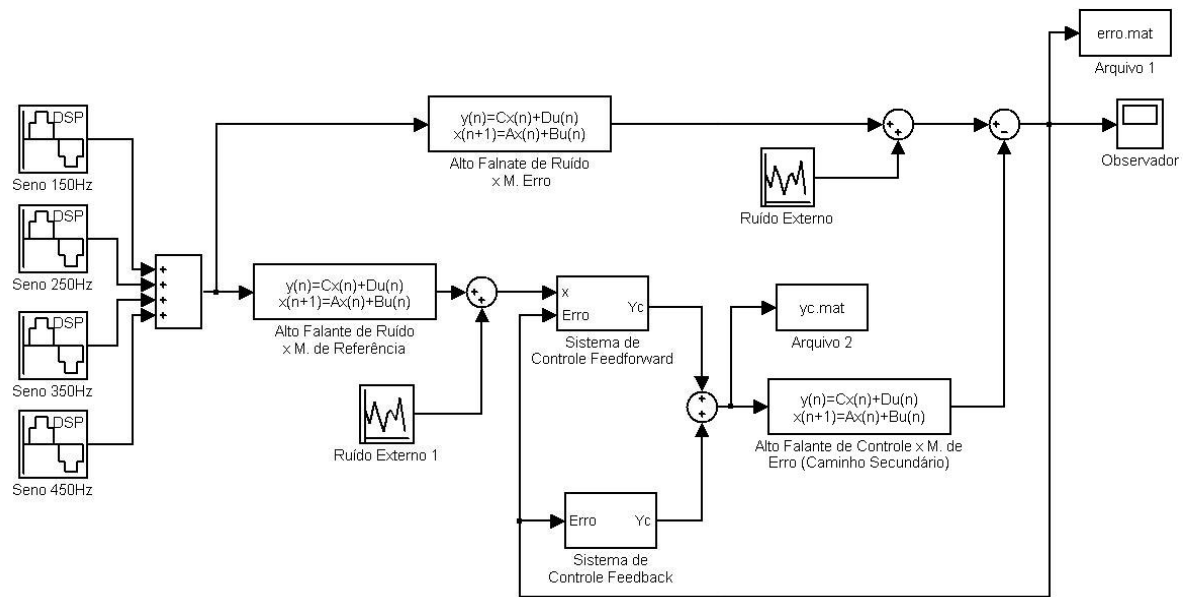


Figura 5.9 - Diagrama de blocos no Simulink para a configuração híbrida.

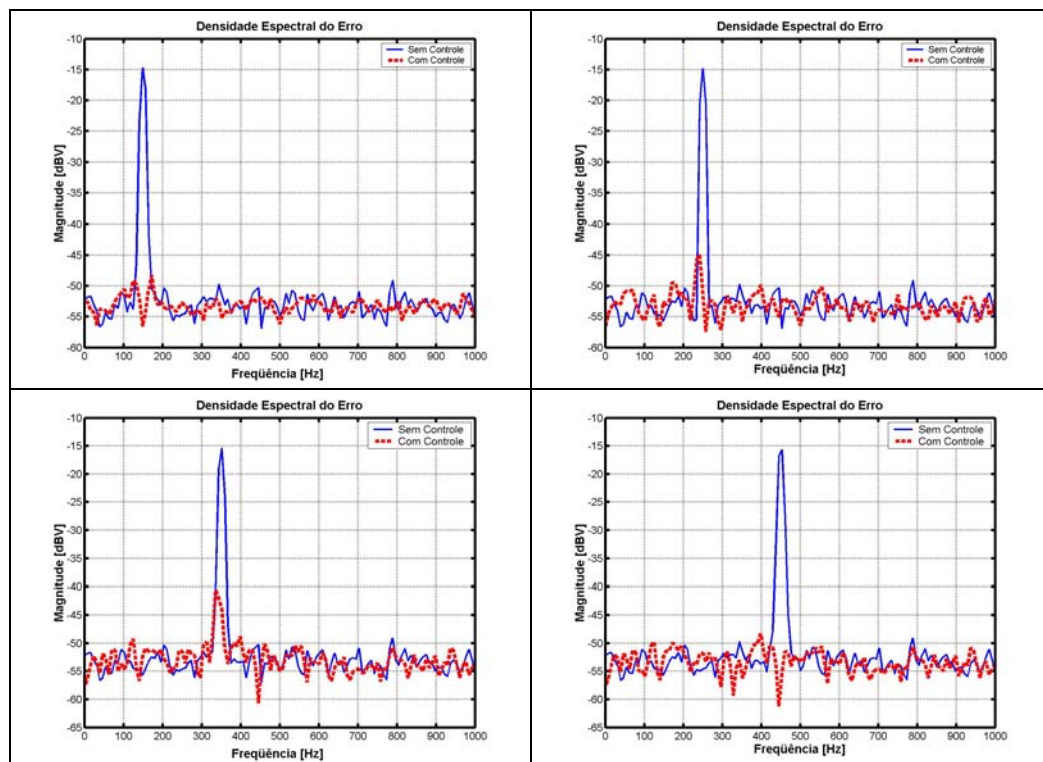


Figura 5.10 Densidade Espectral de Potência para o Ensaio FXLMS híbrido.