

**Universidade Federal de Uberlândia**

Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal

Curso de Matemática

---

Trabalho de Conclusão de Curso

**Aplicação do Modelo de Markowitz na  
Otimização de Carteiras: Um Estudo  
com Ações da B3**

por

**Eduarda Cristina Silva<sup>†</sup>**

Bacharelado em Matemática - Ituiutaba - MG

**Orientadora: Profa. Dra. Milena Almeida Leite Brandão**

# Aplicação do Modelo de Markowitz na Otimização de Carteiras: Um Estudo com Ações da B3

Este exemplar corresponde à redação final da Monografia devidamente corrigida e defendida por **Eduarda Cristina Silva** e aprovada pela comissão julgadora.

Ituiutaba, 09 de maio de 2025.

---

**Profa. Dra. Milena A. L. Brandão**

Banca examinadora:

Prof. Dra. Milena Almeida Leite Brandão.

Prof. Dr. Homero Ghioti da Silva.

Prof. Dr. Roger da Silva Wegner.

Monografia apresentada ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal, UFU como requisito parcial para obtenção do título de **Bacharel em Matemática**.

*Ao Willher (In Memoriam).*

---

# AGRADECIMENTOS

Agradeço profundamente a toda a minha família pelo apoio incondicional ao longo desta jornada, em especial à minha mãe, Andréia, por todos os ensinamentos que me guiaram ao longo da vida, e à minha avó, Eleusa, pelo cuidado, carinho e suporte constantes.

Agradeço também ao meu tio André e à minha tia Carla, à minha tia Meirimar, à minha tia Cleusa, ao meu tio Wallacy e aos meus tios de Cruzeiro de Fortaleza, por todo o apoio e carinho. De maneira especial, agradeço ao meu tio Willher, que, embora não esteja mais entre nós, permanece vivo em minhas lembranças e em meu coração.

Agradeço ao meu companheiro, Wallisom, que me faz ser uma pessoa melhor todos os dias. Que me apoia e está ao meu lado sempre e que me proporciona os melhores momentos e risadas. Nos momentos difíceis, sua segurança e cumplicidade foram fundamentais. Obrigada por tudo!

Agradeço de coração à minha orientadora, Profa. Dra. Milena Almeida Leite Brandão, pela dedicação, paciência e por todo o conhecimento compartilhado ao longo dessa caminhada. Sua orientação foi fundamental para a realização deste trabalho. Minha orientadora, professora e ainda me deu a oportunidade de ser sua monitora durante o curso. Sou muito grata por ter tido a oportunidade de aprender e crescer sob sua orientação.

Por fim, agradeço aos meus professores, amigos e colegas que fizeram parte da minha

trajetória na graduação. Cada conversa, troca de conhecimento, momentos de descontração e apoio nas horas difíceis tornaram essa caminhada muito mais leve e especial. Levo comigo não só o aprendizado, mas também as boas memórias e amizades construídas ao longo desses anos.

---

# RESUMO

O presente trabalho apresenta a aplicação da teoria de otimização matemática no contexto financeiro, com foco na construção de carteiras de investimento a partir do modelo de Harry Markowitz, conhecido como Teoria Moderna do Portfólio, para mostrar como é possível maximizar o retorno esperado de uma carteira para um dado nível de risco, utilizando conceitos estatísticos. Inicialmente, são apresentados os principais conceitos do mercado financeiro e em seguida, é apresentada a relação entre risco e retorno, destacando a importância da diversificação como estratégia para reduzir o risco não sistemático de uma carteira. Com base nos princípios da teoria de Markowitz, foi realizada uma análise empírica utilizando dados históricos de retorno de dez ações de empresas brasileiras com maior liquidez, listadas na B3, no período de abril de 2015 a abril de 2025. A partir desses dados, foram calculados os retornos médios, desvios padrão e coeficientes de correlação entre os ativos, possibilitando a construção de diferentes carteiras e a identificação daquelas que compõem a fronteira eficiente — ou seja, as carteiras que oferecem o melhor equilíbrio entre risco e retorno. Os resultados confirmam que a modelagem matemática e a análise estatística são eficazes na gestão de investimentos, mostrando que escolher ativos com base em suas características e correlações pode proporcionar um desempenho superior ao de carteiras construídas de forma aleatória. A aplicação do modelo de Markowitz se mostra, assim, uma importante contribuição para o investidor que busca tomar decisões fundamentadas e alinhadas com seu perfil de risco.

**Palavras-chave:** Teoria de portfólios, ações, carteiras de investimento.

---

# ABSTRACT

This paper presents the application of mathematical optimization theory in the financial context, focusing on the construction of investment portfolios based on Harry Markowitz's model, known as Modern Portfolio Theory, to show how it is possible to maximize the expected return of a portfolio for a given level of risk, using statistical concepts. Initially, the main concepts of the financial market are presented and then the relationship between risk and return is presented, highlighting the importance of diversification as a strategy to reduce the non-systematic risk of a portfolio. Based on the principles of Markowitz's theory, an empirical analysis was carried out using historical return data from ten shares of Brazilian companies with the highest liquidity, listed on B3, in the period from April 2015 to April 2025. From this data, the average returns, standard deviations and correlation coefficients between the assets were calculated, enabling the construction of different portfolios and the identification of those that make up the efficient frontier — that is, the portfolios that offer the best balance between risk and return. The results confirm that mathematical modeling and statistical analysis are effective in investment management, showing that selecting assets based on their characteristics and correlations can provide superior performance to randomly constructed portfolios. The application of the Markowitz model thus proves to be an important contribution for investors seeking to make informed decisions aligned with their risk profile.

**Keywords:** Portfolio theory, stocks, investment portfolios.

---

# CONTEÚDO

|                                                               |           |
|---------------------------------------------------------------|-----------|
| Agradecimentos . . . . .                                      | i         |
| Resumo . . . . .                                              | iii       |
| Abstract . . . . .                                            | iv        |
| <b>Introdução</b>                                             | <b>1</b>  |
| Objetivo . . . . .                                            | 3         |
| Estrutura dos Tópicos Apresentados . . . . .                  | 4         |
| <b>1 Fundamentos de Investimentos</b>                         | <b>5</b>  |
| <b>2 Seleção de carteiras e Teoria de Markowitz</b>           | <b>21</b> |
| 2.1 Retorno de uma carteira . . . . .                         | 22        |
| 2.2 Risco de uma carteira . . . . .                           | 23        |
| 2.3 Fronteira eficiente . . . . .                             | 25        |
| <b>3 Aplicação do modelo de Markowitz a um estudo de caso</b> | <b>28</b> |
| <b>4 Considerações finais</b>                                 | <b>45</b> |

---

# LISTA DE FIGURAS

|     |                                                           |    |
|-----|-----------------------------------------------------------|----|
| 1.1 | Correlação Perfeita Negativa. $CORR_{X,Y} = -1$ . . . . . | 14 |
| 1.2 | Correlação Perfeita Positiva. $CORR_{X,Y} = +1$ . . . . . | 15 |
| 1.3 | Correlação Nula. $CORR_{X,Y} = 0$ . . . . .               | 16 |
| 1.4 | Correlação Positiva. $0 < CORR_{X,Y} < 1$ . . . . .       | 17 |
| 1.5 | Correlação Negativa. $-1 < CORR_{X,Y} < 0$ . . . . .      | 17 |
| 2.1 | Fronteira eficiente. . . . .                              | 27 |
| 3.1 | Tabela de correlação entre os ativos. . . . .             | 35 |
| 3.2 | Configuração da ferramenta Solver no Excel. . . . .       | 37 |
| 3.3 | Composição das carteiras A e B. . . . .                   | 38 |
| 3.4 | Composição das carteiras C e D. . . . .                   | 40 |
| 3.5 | Composição das carteiras E e F. . . . .                   | 41 |
| 3.6 | Construção da fronteira eficiente. . . . .                | 42 |
| 3.7 | Carteira construída com alocação igualitária. . . . .     | 44 |

---

# INTRODUÇÃO

A crescente complexidade dos mercados financeiros tem exigido dos investidores um maior nível de conhecimento e estratégias mais sofisticadas para a tomada de decisões. Nesse contexto, a educação financeira desempenha um papel importante, ao capacitar indivíduos a administrarem melhor seus recursos, planejarem o futuro e explorarem alternativas de investimento mais rentáveis. Dentre essas alternativas, destaca-se o mercado de renda variável, especialmente os investimentos em ações, cuja atratividade está associada à possibilidade de altos retornos, embora acompanhada de riscos consideráveis.

Investir significa abrir mão do consumo imediato de um recurso com a expectativa de obter um retorno futuro. Em outras palavras, trata-se de aplicar capital em alguma atividade ou instrumento financeiro, visando a obtenção de ganhos, seja por meio de juros, valorização do ativo ou rendimentos periódicos (NETO, 2009). A prática do investimento é fundamental para o crescimento patrimonial, a segurança financeira e a realização de objetivos de curto, médio ou longo prazo.

Os investimentos podem ser classificados, de forma geral, em duas categorias principais: renda fixa e renda variável. Os investimentos de renda fixa, como CDBs (Certificados de Depósito Bancário), títulos do Tesouro Direto e debêntures <sup>2</sup>, apresentam regras claras de remuneração, com rentabilidade conhecida no momento da aplicação ou atrelada a algum indicador de mercado, como a Selic ou o IPCA. Esses ativos são considerados menos arriscados, sendo indicados, em muitos casos, para perfis conservadores.

---

<sup>2</sup>As debêntures são títulos de dívida emitidos por empresas, entre elas, as listadas na Bolsa de Valores, para tomar empréstimos não-bancários no mercado e expandir operações, aprimorar sua infraestrutura ou refinar dívidas (Santander, 2025).

Por outro lado, os investimentos de renda variável, como ações negociadas na bolsa de valores, não garantem um retorno definido. Seu desempenho depende de fatores de mercado, como o desempenho da empresa, conjunturas econômicas, políticas e expectativas dos investidores. Embora mais arriscados, os ativos de renda variável também oferecem maior potencial de rentabilidade, sendo atrativos para quem busca retornos mais expressivos e está disposto a lidar com a volatilidade.

Diante da volatilidade característica do mercado acionário, a diversificação de investimentos tornou-se uma das principais estratégias para reduzir riscos. A construção de carteiras de ativos diversificadas permite ao investidor minimizar o risco não sistemático — aquele específico de cada ativo — por meio da combinação de ativos que não estejam altamente correlacionados entre si (NETO, 2009). Uma das ferramentas mais relevantes nesse processo é o modelo de seleção de carteiras proposto por Harry Markowitz (1952), considerado um marco na moderna teoria de finanças.

A Teoria Moderna do Portfólio, formulada por Markowitz, introduz um modelo matemático que busca a combinação ótima de ativos financeiros em uma carteira, equilibrando o risco (mensurado pelo desvio padrão dos retornos) e o retorno esperado. O modelo parte da premissa de que os investidores são avessos ao risco e, portanto, preferem carteiras com menor variância para um dado nível de retorno, ou maior retorno para um dado nível de risco. A ideia central da teoria está na diversificação eficiente: não basta investir em muitos ativos, é necessário observar a correlação entre eles para que o risco total da carteira possa ser efetivamente reduzido (MARKOWITZ, 1952). Desse modo, o presente trabalho trata da aplicação do modelo de Markowitz para a criação de carteiras ótimas de ações, visando ativos de alta liquidez, que é um fator importante.

Diversos estudos já aplicaram a Teoria de Markowitz em contextos distintos com o objetivo de analisar e otimizar carteiras de investimento. Dalcin (2021), por exemplo, realizou uma análise focada em ativos financeiros diversificados como o Índice Bovespa, ouro, dólar, Tesouro Selic (LFT)<sup>3</sup> e Bitcoin, utilizando dados históricos de 2019 para compor uma carteira e avaliar seu desempenho em 2020. Seu estudo teve como principal objetivo demonstrar como a correlação entre ativos impacta diretamente o risco da carteira, reforçando a importância da diversificação para proteção contra oscilações de mercado. Um dos resultados mais relevantes foi que uma carteira composta por ativos

---

<sup>3</sup>A LFT ou Letra Financeira do Tesouro é um título de dívida emitido pelo Tesouro Nacional com intuito de financiar as atividades do governo central. (XP Investimentos, 2025).

com baixa correlação obteve retorno de 32,95% ao longo de 2020, mesmo em um cenário marcado por incertezas econômicas.

Já Jazynski (2022) ampliou a abordagem metodológica ao comparar a Teoria de Markowitz com estratégias alternativas de otimização, como os algoritmos genéticos. Seu estudo utilizou a estratégia de *momentum* para a seleção de ações e construiu diferentes carteiras, entre elas uma otimizada por Markowitz, uma ingênua e outra otimizada via Algoritmo Genético. O autor analisou os retornos ajustados ao risco ao longo de vários trimestres e concluiu que, embora os algoritmos genéticos apresentassem melhor desempenho inicialmente, as carteiras baseadas no modelo de Markowitz passaram a se sobressair em períodos mais longos, mostrando-se competitivas mesmo frente a métodos computacionalmente mais sofisticados.

Diferentemente dos trabalhos anteriores, o foco de estudo deste TCC concentra-se exclusivamente em ações negociadas na B3, priorizando empresas com alta liquidez entre os anos de 2015 e 2025. A proposta é construir diferentes carteiras baseadas no modelo de Markowitz e analisar sua performance, destacando os efeitos da diversificação entre ativos de um mesmo mercado, mas de setores distintos. Ao focar em ativos com características semelhantes quanto à classe (ações) e mercado (bolsa brasileira), este trabalho pretende explorar de forma mais aprofundada as nuances do risco sistemático e da correlação setorial, contribuindo para um melhor entendimento da aplicação prática da Teoria Moderna do Portfólio no contexto da renda variável nacional.

---

## Objetivo

---

Este trabalho tem como objetivo aplicar o modelo de Markowitz na seleção de carteiras compostas por ações da B3, utilizando dados históricos de retorno de empresas com alta liquidez no período de 2015 a 2025. A partir do uso de métricas estatísticas como retorno médio, desvio padrão, correlação e covariância, serão construídas diferentes combinações de ativos, visando a identificação da fronteira eficiente — conjunto das carteiras que oferecem a melhor relação risco-retorno. A pesquisa busca mostrar, de forma prática, como a modelagem matemática pode contribuir para a otimização de investimentos, fornecendo subsídios técnicos ao investidor na construção de um portfólio mais seguro e rentável.

Entre os objetivos específicos, destacam-se: identificar, com base na BM&FBOVESPA<sup>4</sup>,

---

<sup>4</sup>Dados disponíveis em ([https://www.b3.com.br/pt\\_br/para-voce](https://www.b3.com.br/pt_br/para-voce))

as empresas com maior liquidez do Ibovespa; selecionar, a partir do princípio da diversificação, os ativos que comporão as carteiras propostas; e elaborar diferentes combinações de carteiras, considerando os distintos perfis de investidor.

---

## Estrutura dos Tópicos Apresentados

---

O presente trabalho está dividido da seguinte maneira:

- No capítulo 1, é apresentada a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento da pesquisa, abordando os principais conceitos relacionados ao mercado financeiro, risco e retorno.
- No capítulo 2, é descrita a metodologia adotada no trabalho, incluindo a Teoria de Markowitz, as ferramentas estatísticas utilizadas e o processo de construção das carteiras de investimentos.
- No capítulo 3, são exibidos os resultados obtidos com a aplicação do modelo de Markowitz, destacando a composição das carteiras simuladas e a relação risco-retorno observada.

---

---

# CAPÍTULO 1

---

## FUNDAMENTOS DE INVESTIMENTOS

Neste capítulo, apresento definições e conceitos fundamentais para a compreensão e desenvolvimento deste trabalho. Os fundamentos teóricos expostos foram extraídos da obra “Mercado Financeiro” de Alexandre Assaf Neto. Neto (2009).

### **Investimentos**

É comum, no nosso cotidiano, ouvirmos falar sobre investimentos e seus diversos tipos. Embora, tenha-se tornado mais fácil investir, devido às comodidades tecnológicas, nem todas as pessoas investem ou têm o conhecimento sobre essas práticas. Pode-se definir a palavra **investir** como abrir mão de consumir algo no presente para obter um retorno lucrativo no futuro. Investir pode ser considerado um certo tipo de sacrifício que pode ou não gerar o retorno esperado. De acordo com Gitman e Joehnk (2005), um investimento é simplesmente qualquer instrumento em que os fundos disponíveis podem ser aplicados com a expectativa de que gerarão renda positiva e/ou que seu valor será preservado ou aumentado.

### **Bolsa de Valores**

As **bolsas de valores** são entidades jurídicas, constituídas muitas vezes na forma de sociedades por ações, com responsabilidades e funções de interesse público. As sociedades corretoras (ou corretoras de valores) são instituições habilitadas para operar em seus

pregões por conta própria e determinada por seus clientes, por meio de negociações com títulos e valores mobiliários. De acordo com Gitman e Joehnk (2005), a bolsa de valores é um ambiente de negociação onde se realizam compras e vendas de ativos financeiros, como ações, títulos de dívida, fundos de investimento e derivativos. Sua principal função é facilitar o encontro entre empresas que desejam captar recursos e investidores que buscam rentabilidade, garantindo segurança, liquidez e transparência nas transações. Principais funções da bolsa de valores:

- Conectar empresas e investidores: permite que empresas consigam recursos para crescer, e que investidores apliquem seu dinheiro;
- Garantir segurança nas negociações: por meio de regras e sistemas de fiscalização, oferece um ambiente confiável para as transações;
- Dar liquidez aos ativos: os investidores conseguem comprar e vender ações com facilidade, a qualquer momento de negociação;
- Formação de preços justa: os preços dos ativos são definidos pela oferta e demanda no mercado, refletindo o valor percebido pelos participantes.

A B3 é a bolsa de valores brasileira, na qual é possível realizar operações envolvendo diversas classes de ativos como: renda fixa (títulos públicos e privados); renda variável (ações, BDRs, ETFs, FIIs e Índices); fundos; derivativos (moedas e juros), entre outros. O seu nome representa a junção de Brasil, Bolsa, Balcão e foi criado em 2017, após a fusão da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBovespa) com a Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos (Cetip) (InfoMoney, 2025).

**Títulos Financeiros** Os títulos financeiros negociados no mercado são considerados investimentos. No mercado financeiro, o termo “título” refere-se a qualquer instrumento financeiro que representa uma promessa de pagamento, uma participação em uma empresa ou um direito legal sobre um ativo. Assim, os títulos podem ser classificados em três categorias principais:

- **Títulos de dívida:** investimentos em que o investidor empresta dinheiro a uma entidade (como empresas ou governo) em troca de uma remuneração futura, geralmente com juros. Exemplo: títulos públicos, debêntures e CDBs.

- **Títulos de propriedade:** representam a posse parcial de uma empresa, ou seja, quando você compra uma ação, está adquirindo parte da propriedade da empresa.
- **Títulos de direito:** instrumentos que dão ao titular o direito de comprar ou vender um ativo no futuro, muitas vezes por um preço predeterminado. Exemplo: opções.

Portanto, os títulos são instrumentos legais que formalizam diferentes tipos de relações financeiras entre investidores e emissores, podendo representar dívida (empréstimos), propriedade (ações) ou direitos (contratos derivados). Neste trabalho, o foco está especificamente nas ações.

### Ações

Uma **ação** é um título (ou ativo) financeiro e representa uma pequena parte dos recursos de uma empresa com capital aberto. Adquirir ações é uma forma de utilizar dos resultados da empresa para gerar renda. O investimento em ações oferece diversos tipos de rendimento, como por exemplo proventos como dividendos, que são partes do lucro de uma empresa que é distribuída aos acionistas, JCP (Juros sobre o Capital Próprio), direitos de subscrição ou até mesmo a venda de um papel a uma cotação mais valorizada que no momento da compra. As ações são consideradas ativos de alta liquidez, ou seja, o ativo pode ser facilmente transformado em dinheiro e podem ser classificadas como:

- **Ações ordinárias:** apresentam como principal característica o direito de voto, podendo, assim, o acionista influir nas diversas decisões de uma empresa.
- **Ações preferenciais:** têm preferência no recebimento de dividendos, que deve ocorrer antes dos acionistas ordinários, assim como preferência no reembolso do capital em caso de liquidação da sociedade.

### Portfólio

Um **portfólio** (ou carteira de investimentos) é o conjunto de ativos financeiros que uma pessoa ou instituição possui com o objetivo de obter retorno ao longo do tempo. Ela pode ser composta por diferentes tipos de aplicações, como ativos de renda fixa (exemplo: Tesouro Direto, CDBs, debêntures) e de renda variável (como ações, fundos imobiliários), além de fundos de investimento, previdência privada e criptomoedas. A principal função de uma carteira é organizar os investimentos de forma estratégica, buscando equilibrar o risco e o retorno esperado de acordo com o perfil do investidor. Diversificar a carteira — ou seja, distribuir os recursos entre diferentes tipos de ativos — é uma forma eficiente

de reduzir riscos, já que perdas em um tipo de investimento podem ser compensadas por ganhos em outro. Por isso, a composição de uma carteira deve levar em consideração fatores como os objetivos do investidor, o prazo disponível e sua tolerância ao risco. Uma carteira bem montada contribui para o crescimento do patrimônio e para a conquista de metas financeiras de curto, médio e longo prazo.

### **Retorno**

O **retorno** de um ativo representa o ganho ou a perda obtida em um investimento, podendo ser positivo quando há lucro ou negativo quando há prejuízo. De acordo com Gitman e Joehnk (2005) o retorno é a recompensa pelo investimento e pode vir de mais de uma fonte. As fontes mais comuns são pagamentos periódicos, como dividendos ou juros. Outra fonte de retorno é a valorização, ou seja, a venda de um instrumento de investimento por um valor maior que seu preço original de compra. O retorno nos permite comparar os ganhos reais ou esperados de vários investimentos com os níveis de retorno que precisamos e pode ser medido historicamente e utilizado para formular expectativas futuras. Embora o desempenho passado não garanta o desempenho futuro, os dados passados fornecem frequentemente uma base significativa para expectativas futuras. Quando tomamos decisões de investimento é o futuro que importa. Portanto, o **retorno esperado** é uma medida vital de desempenho. É o que você espera ganhar com um investimento futuro que determina quanto você deve estar disposto a pagar.

### **Risco**

Em finanças, o **risco** pode ser definido como uma medida de incerteza associada aos retornos esperados de um determinado investimento. O risco total de qualquer ativo é definido pela sua *parte sistemática* (risco sistemático ou conjuntural) e *não sistemática* (risco específico ou próprio do ativo).

- **Risco sistemático:** ou também conhecido como risco de mercado, é aquele que não pode ser eliminado pela diversificação e afeta todas as empresas e carteiras de investimentos. É determinado por eventos de natureza política, econômica e social, como por exemplo: guerra, inflação, etc. Cada ativo comporta-se de forma diferente diante da situação estabelecida.
- **Risco não sistemático:** é o risco específico de cada ativo, não se alastrando aos demais ativos da carteira. É um risco próprio de cada investimento realizado e a partir de uma inclusão de ativos que não tenham correlação positiva entre si realiza-

se sua eliminação de uma carteira. Ou seja, ele pode ser eliminado pela diversificação de investimentos.

Dessa maneira, pode-se introduzir a definição de risco total de qualquer ativo pela sua parte sistemática (risco sistemático) e não sistemática (risco próprio do ativo). Logo, o risco total de qualquer ativo é mensurado da seguinte forma:

$$\text{RISCO TOTAL} = \text{Risco Sistemático} + \text{Risco Não Sistemático.}$$

Para a escolha de determinado investimento, é necessário não só quantificar o retorno esperado mas também o risco, já que este difere de ativo para ativo. O risco pode ser calculado e desta forma, com os dados históricos de rendimento de um ativo podem-se estimar as probabilidades de ocorrência de vários resultados. A postura de um investidor em relação ao risco é pessoal, não se encontrando uma resposta única para todas as situações.

#### **Perfil do investidor**

De acordo com XP Investimentos (2025), o mercado financeiro leva sempre em conta três aspectos principais: risco, retorno e liquidez. O perfil do investidor serve para orientar as escolhas de produtos compatíveis com seus objetivos, de acordo com a sua tolerância a risco e as suas expectativas de investimento. Além disso, os investidores reagem de forma diferente às situações. Alguns estão satisfeitos com um lucro certo, mesmo que este seja pequeno. Já outros aceitam não ganhar nada ou até ter perdas desde que tentem auferir um lucro maior. É importante saber que existem diversas aplicações diferentes no mercado, porque as pessoas possuem perfis diferentes, podendo ser conservador, moderado ou agressivo. Para cada demanda, há a melhor alternativa financeira.

- **Conservador:** o investidor conservador prioriza a segurança e a estabilidade. Seu principal objetivo é proteger o capital investido, mesmo que isso signifique obter retornos mais baixos. Ele costuma investir a maior parte dos seus recursos em ativos de renda fixa, como Tesouro Direto, CDBs, LCIs/LCAs, que têm menor risco mas, têm previsibilidade clara de retorno.
- **Moderado:** o investidor moderado busca um equilíbrio entre segurança e rentabilidade. Ele aceita correr um pouco mais de risco em troca de maiores ganhos no médio e longo prazo, mas ainda mantém uma parte significativa dos seus investimentos em ativos seguros. Sua carteira pode incluir tanto ativos de renda fixa

quanto de renda variável, como ações, fundos multimercado e fundos imobiliários, de forma balanceada.

- **Agressivo:** o investidor agressivo tem uma alta tolerância ao risco e busca maior rentabilidade, mesmo que isso implique em lidar com maior volatilidade e possibilidade de perdas no curto prazo. Esse perfil costuma investir uma parcela relevante da sua carteira em ativos de renda variável, como ações, ETFs, derivativos, criptomoedas e fundos mais ousados, com foco em crescimento de longo prazo.

O perfil do investidor não é fixo: ele pode mudar ao longo do tempo, conforme a pessoa ganha mais conhecimento sobre o mercado, altera seus objetivos financeiros ou muda sua situação de vida. **Avaliação de risco e medidas estatísticas**

É através da estatística que investidores podem tomar as melhores decisões para uma futura condição de incerteza. Boa parte da prática utilizada no mercado financeiro é atribuída ao uso de instrumentos estatísticos para uma melhor avaliação dos ativos e dos riscos envolvidos no processo de tomada de decisões.

O indicador mais comum de risco de um ativo é o **desvio padrão** ( $\sigma$ ). Ele mede a dispersão (variação) de retornos em relação ao retorno médio ou esperado de um ativo. O cálculo do risco (desvio padrão) de um ativo é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (R_j - \bar{R})^2}{n - 1}} \quad (1.1)$$

Onde:

- $R_j$  é o retorno para o resultado  $j$ ;
- $\bar{R}$  é o retorno médio ou esperado;
- $n$  é o número total de resultados.

O coeficiente de variação ( $CV$ ) é uma medida de dispersão relativa dos retornos de um ativo. O coeficiente de variação é dado por:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{R}} \quad (1.2)$$

Onde:

- $\sigma$  é o desvio padrão;
- $\bar{R}$  é o retorno médio ou esperado.

**Exemplo 1.1.** *Considere dois investimentos A e B descritos na Tabela 1.1. Observe que ambos obtiveram um retorno médio de 15% no período de seis anos. Ao analisarmos os retornos de cada investimento em relação à média de 15%, percebemos que os retornos do investimento B apresentam uma variação maior em torno dessa média do que os retornos do investimento A.*

Tabela 1.1: Taxa de retorno dos investimentos A e B.

| Ano          | Investimento A | Investimento B |
|--------------|----------------|----------------|
| 1997         | 15,6%          | 8,4%           |
| 1998         | 12,7%          | 12,9%          |
| 1999         | 15,3%          | 19,6%          |
| 2000         | 16,2%          | 17,5%          |
| 2001         | 16,5%          | 10,3%          |
| 2002         | 13,7%          | 21,3%          |
| <b>Média</b> | <b>15,0%</b>   | <b>15,0%</b>   |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A Tabela 1.2 mostra o cálculo para encontrar o desvio padrão do investimento A.

Tabela 1.2: Cálculo do desvio padrão de A.

| Ano ( $j$ ) | $R_j$ | $\bar{R}$ | $R_j - \bar{R}$ | $(R_j - \bar{R})^2$ |
|-------------|-------|-----------|-----------------|---------------------|
| 1997        | 15,6% | 15%       | 0,6%            | 0,36%               |
| 1998        | 12,7% | 15%       | -2,3%           | 5,29%               |
| 1999        | 15,3% | 15%       | 0,3%            | 0,09%               |
| 2000        | 16,2% | 15%       | 1,2%            | 1,44%               |
| 2001        | 16,5% | 15%       | 1,5%            | 2,25%               |
| 2002        | 13,7% | 15%       | -1,3%           | 1,69%               |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Efetuando os cálculos, de acordo com a equação (1.1), temos:

$$\sum_{j=1}^6 (R_j - \bar{R})^2 = 11,12.$$

e

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^6 (R_j - \bar{R})^2}{6 - 1}} = \sqrt{\frac{11,12}{6 - 1}} = \sqrt{2,224} = 1,49\%.$$

Na Tabela 1.3, o mesmo cálculo é feito para o investimento B e encontramos um desvio padrão de 5,24%.

$$\sum_{j=1}^6 (R_j - \bar{R})^2 = 137,16.$$

e

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^6 (R_j - \bar{R})^2}{6 - 1}} = \sqrt{\frac{137,16}{6 - 1}} = \sqrt{27,432} = 5,24\%.$$

Tabela 1.3: Cálculo do desvio padrão de B.

| Ano ( $j$ ) | $R_j$ | $\bar{R}$ | $R_j - \bar{R}$ | $(R_j - \bar{R})^2$ |
|-------------|-------|-----------|-----------------|---------------------|
| 1997        | 8,4%  | 15%       | -6,6%           | 43,56%              |
| 1998        | 12,9% | 15%       | -2,1%           | 4,41%               |
| 1999        | 19,6% | 15%       | 4,6%            | 21,16%              |
| 2000        | 17,5% | 15%       | 2,5%            | 6,25%               |
| 2001        | 10,3% | 15%       | -4,7%           | 22,09%              |
| 2002        | 21,3% | 15%       | 6,3%            | 39,69%              |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Efetuada os cálculos, podemos ver que o desvio padrão de 1,49% para os retornos do investimento A está consideravelmente abaixo do desvio padrão de 5,24% do investimento B, o que indica que B é o investimento mais arriscado. Evidentemente, esses valores são medidos com base em dados históricos. Não há garantia de que os riscos desses dois investimentos permanecerão iguais no futuro.

Assim como o caso do desvio padrão, quanto maior o coeficiente de variação, maior o risco. De acordo com a equação (1.2), obtemos os seguintes coeficientes de variação para os ativos A e B:

$$CV_A = \frac{1,49\%}{15\%} = 0,099.$$

$$CV_B = \frac{5,24\%}{15\%} = 0,349.$$

O investimento B tem o maior coeficiente de variação e maior risco quando comparado

ao investimento A. Uma vez que ambos os investimentos têm o mesmo retorno médio, o coeficiente de variação neste caso não forneceu nenhuma informação a mais que o desvio padrão. A real utilidade do coeficiente de variação está em comparar investimentos que têm diferentes retornos esperados.

### Correlação

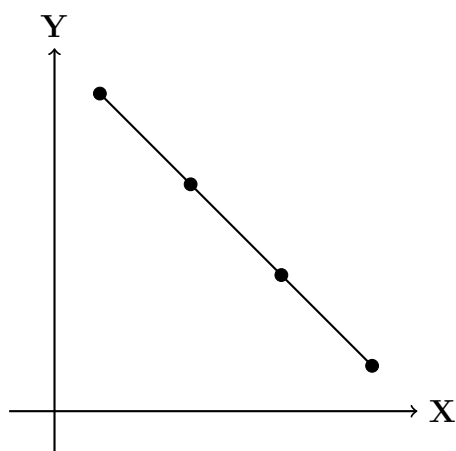
O conceito de correlação visa explicar o grau de relacionamento verificado no comportamento de duas ou mais variáveis. A correlação entre duas variáveis indica a maneira como elas se movem em conjunto. A quantificação dessa relação é obtida estatisticamente por meio do **coeficiente de correlação**, que pode variar de -1 a +1.

O estudo da correlação visa basicamente avaliar a existência de alguma relação entre duas ou mais variáveis e a medida do grau de relacionamento entre as variáveis  $X$  e  $Y$  é calculada pelo coeficiente de correlação ( $CORR_{X,Y}$ ). O coeficiente de correlação varia entre -1 e +1, ou seja:

$$-1 \leq CORR_{X,Y} \leq +1$$

Quando o coeficiente de correlação for igual a **-1**, diz-se que as variáveis em estudo estão negativamente (inversamente) correlacionadas, isto é, quando a variável  $Y$  diminui, a variável  $X$  tende a aumentar. A Figura 1.1 ilustra esse comportamento.

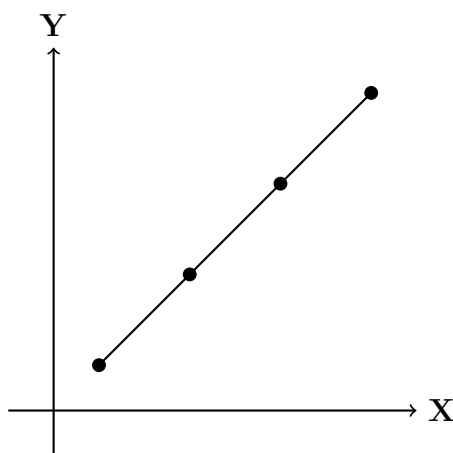
Figura 1.1: Correlação Perfeita Negativa.  
 $CORR_{X,Y} = -1$



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Quando o coeficiente de correlação for exatamente igual a  $+1$ , conclui-se que as variáveis estão perfeitamente (diretamente) correlacionadas. Ou seja, variações em  $Y$  determinam alterações no mesmo sentido na variável  $X$ . A Figura 1.2 representa esse tipo de correlação, em que se observa comportamento análogo nos valores das variáveis. O aumento de  $X$  leva também a um aumento correspondente em  $Y$ , e vice-versa.

Figura 1.2: Correlação Perfeita Positiva.  
 $CORR_{X,Y} = +1$



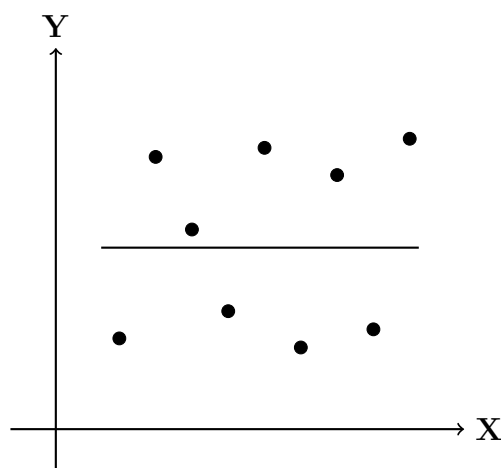
Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Uma carteira composta por dois ativos com correlação perfeitamente positiva não pode reduzir o risco geral da carteira abaixo do risco do ativo com menor risco. Entretanto, uma carteira que combina dois ativos com uma correlação positiva menos que perfeita pode reduzir o risco geral para um nível abaixo do nível de qualquer um dos seus componentes.

Podem ser encontradas, ainda, variáveis que se comportam de maneira totalmente independentes entre si. Ou seja, não existe relação alguma entre os valores. Essas variáveis são definidas como não correlacionadas e portanto, o coeficiente de correlação é igual a zero. A Figura 1.3 representa esse tipo de correlação.

Uma correlação nula (ou correlação zero) entre dois ativos significa que não existe uma relação entre os seus movimentos de preço. Ou seja, quando um ativo valoriza (ou desvaloriza), o outro pode valorizar, desvalorizar ou ficar estável — sem nenhum padrão previsível. Isso quer dizer que os ativos são independentes entre si, movimentos de um não influenciam nem indicam os movimentos do outro. “Combinar ativos não correlacionados pode reduzir o risco - não de forma tão eficiente quanto combinar ativos negativamente

Figura 1.3: Correlação Nula.  
 $CORR_{X,Y} = 0$



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

correlacionados, mas mais efetivamente do que combinando ativos positivamente correlacionados (GITMAN; JOEHNK, 2005)”.

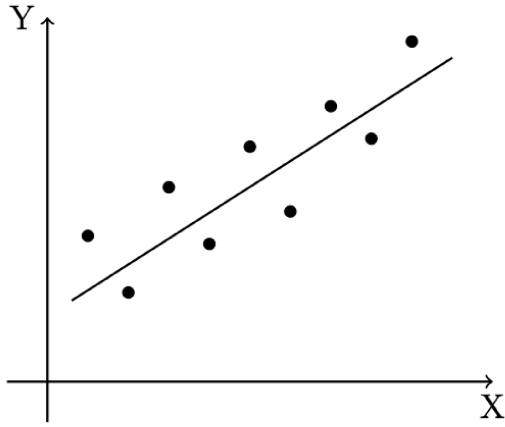
A correlação é importante para reduzir o risco. Investimentos em ativos com semelhantes coeficientes de correlação não colaboram para a redução do risco total, visto que todos convergem para ganhos quando a situação econômica lhes for favorável, e para perdas em épocas desfavoráveis. Se o objetivo é diversificar os investimentos como forma de reduzir o risco dos ativos, é importante selecionar aplicações com diferentes magnitudes de correlação.

As figuras 1.4 e 1.5 representam a correlação positiva e negativa, respectivamente.

Para reduzir o risco geral de uma carteira, é melhor combinar ativos que tenham uma correlação negativa ou (baixo-positiva). Combinar ativos negativamente correlacionados pode reduzir a variabilidade geral do risco (GITMAN; JOEHNK, 2005).

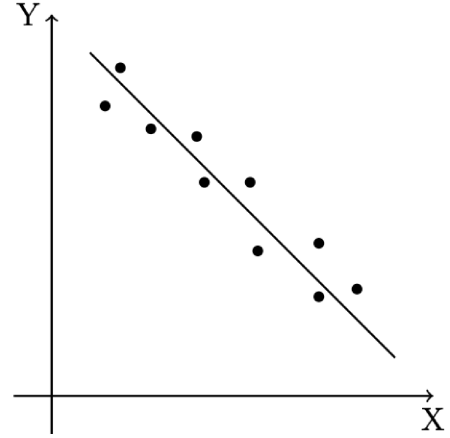
Se o objetivo é diversificar os investimentos como forma de reduzir o risco dos ativos, é importante selecionar aplicações com diferentes magnitudes de correlação. Suponha que uma carteira de investimentos seja composta unicamente de ações de empresas de construção civil. Qualquer interferência negativa da economia sobre esse setor de atividade irá afetar igualmente todo o portfólio. Por outro lado, ao optar por diversificar a natureza das aplicações, o risco da carteira reduz-se, sendo os prejuízos eventualmente apurados no setor absorvidos por somente uma parte das aplicações realizadas, e não pelo seu total.

Figura 1.4: Correlação Positiva.  
 $0 < \text{CORR}_{X,Y} < 1$



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Figura 1.5: Correlação Negativa.  
 $-1 < \text{CORR}_{X,Y} < 0$



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Mesmo que os ativos não sejam negativamente correlacionados, quanto mais baixa for a correlação positiva entre eles, menor será o risco resultante.

O cálculo da correlação entre dois ativos ( $X$  e  $Y$ ) é dado por:

$$\text{CORR}_{X,Y} = \frac{\sum X \times Y - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n}}{\sqrt{\left(\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}\right) \times \left(\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}\right)}}, \quad (1.3)$$

onde  $n$  representa o número de observações.

**Exemplo 1.2.** Vamos considerar os preços de fechamento (*fictícios*) das ações PETR4 e VALE3 em 6 dias consecutivos, apresentados na Tabela 1.4 a seguir:

Tabela 1.4: Preços de fechamento de PETR4 e VALE3.

| Dia                                                             | PETR4 (X) | VALE3 (Y) | $X \cdot Y$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-------------|
| 1                                                               | 30        | 65        | 1950        |
| 2                                                               | 32        | 68        | 2176        |
| 3                                                               | 31        | 66        | 2046        |
| 4                                                               | 33        | 70        | 2310        |
| 5                                                               | 35        | 73        | 2555        |
| 6                                                               | 34        | 71        | 2414        |
| $\sum X = 195 \quad \sum Y = 413 \quad \sum X \times Y = 13451$ |           |           |             |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

$$\sum X^2 = 30^2 + 32^2 + 31^2 + 33^2 + 35^2 + 34^2 = 6355.$$

$$\sum Y^2 = 65^2 + 68^2 + 66^2 + 70^2 + 73^2 + 71^2 = 28525.$$

Utilizando a equação (1.3) para  $n = 6$  temos:

$$Numerador = 13451 - \frac{195 \cdot 413}{6} = 13451 - 13417,5 = 33,5.$$

$$\begin{aligned} Denominador &= \sqrt{\left(6355 - \frac{195^2}{6}\right) \cdot \left(28525 - \frac{413^2}{6}\right)} \\ &= \sqrt{(6355 - 6337,5) \cdot (28525 - 28427,17)} \\ &= \sqrt{17,5 \cdot 97,83} \approx \sqrt{1712,03} \approx 41,37. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow CORR_{X,Y} \approx \frac{33,5}{41,37} \approx 0,81.$$

A correlação entre os ativos PETR4 e VALE3, neste exemplo, é aproximadamente **0,81**, o que indica uma correlação **positiva forte**.

### Covariância

A **covariância** visa identificar como determinados valores se inter-relacionam. É

basicamente uma medida que avalia como as variáveis  $X$  e  $Y$  movimentam-se ao mesmo tempo em relação a seus valores médios. Em outras palavras, indica a simetria existente entre  $X$  e  $Y$ .

Se dois títulos apresentam associações positivas [ $\text{COV} > 0$ ], admite-se que as taxas de retorno apresentem comportamento de mesma tendência. O desempenho de um ativo acompanha o do outro. A valorização de um título reflete tendência também de valorização em outro e vice-versa.

A covariância é negativa quando dois ativos apresentam relações inversas. Nessa situação, o retorno de um título tende a assumir o comportamento inverso do outro.

Não se verificando associação alguma entre dois ativos, a covariância calculada é nula [ $\text{COV} = 0$ ].

A expressão de cálculo da covariância é:

$$\text{COV}_{X,Y} = \frac{\sum_{k=1}^N (R_X - \bar{R}_X) \times (R_Y - \bar{R}_Y)}{n} \quad (1.4)$$

**Exemplo 1.3.** Considere o seguinte exemplo ilustrativo:

Tabela 1.5: Retornos dos ativos X e Y em três períodos.

| Período | Ativo X (%) | Ativo Y (%) |
|---------|-------------|-------------|
| 1       | -15%        | 20%         |
| 2       | 35%         | -15%        |
| 3       | 55%         | 10%         |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

*Convertendo para decimal:*

$$R_X = [-0,15, 0,35, 0,55], \quad R_Y = [0,20, -0,15, 0,10]$$

*Médias dos retornos:*

$$\bar{R}_X = \frac{-0,15 + 0,35 + 0,55}{3} = 0,25, \quad \bar{R}_Y = \frac{0,20 - 0,15 + 0,10}{3} = 0,05$$

*Pela equação 1.4 temos:*

$$\begin{aligned} COV_{X,Y} &= \frac{1}{3} \left[ (-0,15 - 0,25)(0,20 - 0,05) \right. \\ &\quad + (0,35 - 0,25)(-0,15 - 0,05) \\ &\quad \left. + (0,55 - 0,25)(0,10 - 0,05) \right] \\ &= \frac{1}{3} [(-0,40)(0,15) + (0,10)(-0,20) + (0,30)(0,05)] \\ &= \frac{1}{3} [-0,06 - 0,02 + 0,015] \\ &= \frac{-0,065}{3} \approx -0,0217. \end{aligned}$$

*A covariância entre os ativos X e Y é aproximadamente:*

$$COV_{X,Y} \approx -0,0217 = -2,17\%$$

*A covariância calculada é negativa, indicando associação inversa entre os ativos. A tendência esperada é o retorno de um título valorizar-se acima de seu valor médio ( $\bar{R}$ ) quando de outro ficar abaixo. Esses dois títulos com  $COV < 0$  estão reduzindo o risco da carteira. Ocorrendo a desvalorização de um título, é esperada a valorização do outro.*

---

---

## CAPÍTULO 2

---

# SELEÇÃO DE CARTEIRAS E TEORIA DE MARKOWITZ

A Teoria de Markowitz, desenvolvida por Harry Markowitz em 1952, é considerada um marco na moderna teoria de investimentos. Ela introduziu o conceito de diversificação eficiente e mostrou que, ao combinar diferentes ativos em uma carteira, é possível maximizar o retorno esperado para um dado nível de risco ou, de forma equivalente, minimizar o risco para um dado nível de retorno esperado. A grande contribuição de Markowitz foi propor um modelo matemático para escolher carteiras de investimento com base em critérios racionais, e não apenas empíricos ou intuitivos, como era comum até então.

A teoria parte de algumas premissas fundamentais. A primeira é que os investidores são racionais e avessos ao risco, ou seja, preferem mais retorno e menos risco. A segunda é que o retorno esperado de um ativo pode ser estimado com base em dados históricos e representa a média dos possíveis retornos futuros. A terceira é que o risco de um ativo é medido por meio da variância (ou desvio padrão) dos seus retornos, o que indica o grau de incerteza ou volatilidade desses retornos. A quarta premissa é que os ativos são negociáveis em mercados eficientes, sem custos de transação e impostos, e que todos os investidores têm acesso às mesmas informações. Além disso, assume-se que os retornos dos ativos são distribuídos normalmente (MARKOWITZ, 1952).

No modelo de Markowitz, o risco de uma carteira não é simplesmente a soma dos riscos

individuais dos ativos, mas depende também da correlação entre os ativos. Ou seja, ao combinar ativos que não se movem exatamente na mesma direção — ou que até se movem em direções opostas — é possível reduzir o risco total da carteira sem necessariamente reduzir o retorno. Esse efeito é chamado de benefício da diversificação. O conjunto de todas as carteiras eficientes forma a chamada fronteira eficiente, que representa as melhores combinações possíveis de risco e retorno. A escolha final de uma carteira, dentre as que estão na fronteira eficiente, dependerá do perfil de risco do investidor (MARKOWITZ, 1952).

A Teoria de Markowitz é a base da chamada moderna teoria de portfólios e influenciou profundamente o modo como os investidores e gestores estruturam carteiras de investimentos até hoje. O autor, Harry Markowitz, recebeu o Prêmio Nobel de Economia em 1990 por sua contribuição.

Segundo Neto (2009), a **seleção de carteiras** procura identificar a melhor combinação possível de ativos, de acordo com as preferências do investidor com relação ao risco e retorno esperados. Dentre as inúmeras carteiras que podem ser formadas com diversos ativos, é selecionada aquela que maximiza seu grau de satisfação.

---

## 2.1 Retorno de uma carteira

---

O retorno esperado de uma carteira composta por mais de um ativo é definido pela média ponderada do retorno de cada ativo em relação a sua participação no total da carteira. O retorno de uma carteira constituída de dois ativos ( $X$  e  $Y$ ) pode ser obtido a partir da seguinte expressão:

$$E(R_p) = [W \times R_X] + [(1 - W) \times R_Y] \quad (2.1)$$

onde:

- $E(R_p)$  retorno esperado da carteira (portfólio);
- $W$  = percentual da carteira aplicado na ação  $X$ ;
- $(1 - W)$  = percentual da carteira aplicado na ação  $Y$ ;
- $R_X, R_Y$  = retornos esperados das ações  $X$  e  $Y$ , respectivamente.

Para uma carteira constituída por  $n$  ativos, o retorno esperado é obtido pela seguinte expressão:

$$E(R_p) = \sum_{j=1}^n R_j \times W_j \quad (2.2)$$

onde:

- $W_j$  = proporção do capital total investido no ativo  $j$ ;
- $n$  = número total de ativos que compõem a carteira;
- $R_j$  = retorno esperado do ativo  $j$ .

**Exemplo 2.1.** *Admita que uma carteira seja composta por duas ações ( $X$  e  $Y$ ). O retorno esperado da ação  $X$  é 20% e o da ação  $Y$  é 40%. Suponha que 50% da carteira estejam aplicados na ação  $X$  e os 50% restantes representado pela ação  $Y$ . Logo,*

$$E(R_p) = (0,50 \times 0,20) + [(1 - 0,5) \times 0,40]$$

$$E(R_p) = 0,10 + 0,20$$

$$E(R_p) = 0,30. \quad (30\%)$$

*Se toda carteira estivesse representada pela ação  $X$ , o retorno esperado atingiria 20%, subindo para 40% se todo o capital fosse aplicado na ação  $Y$ .*

---

## 2.2 Risco de uma carteira

---

O risco de uma carteira depende não somente do risco de cada elemento que a compõe e de sua participação no investimento total, mas também da forma como seus componentes se relacionam entre si. Relacionando-se ativos com baixa correlação é possível reduzir o risco total da carteira.

O risco de uma carteira constituída de dois ativos ( $X$  e  $Y$ ) pode ser obtido a partir da seguinte expressão:

$$\sigma_p = [(W_X^2 \times \sigma_X^2) + (W_Y^2 \times \sigma_Y^2) + 2 \times W_X \times W_Y \times CORR_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y]^{\frac{1}{2}} \quad (2.3)$$

onde:

- $W_X$  e  $W_Y$  são, respectivamente, participação do ativo  $X$  e do ativo  $Y$  no portfólio;

- $\sigma_X^2, \sigma_Y^2$  são, respectivamente, variância dos retornos dos ativos  $X$  e  $Y$ ;
- $CORR_{X,Y}$  correlação entre os ativos  $X$  e  $Y$ .

A expressão geral de cálculo do risco (desvio-padrão) de uma carteira contendo  $n$  ativos, é a seguinte:

$$\sigma_P = \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j CORR_{i,j} \sigma_i \sigma_j \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.4)$$

Com o intuito de demonstrar mais claramente os efeitos da correlação dos retornos dos ativos sobre o risco de um portfólio, considere o seguinte exemplo.

**Exemplo 2.2.** *Uma carteira formada por duas ações (A e B) com os seguintes resultados esperados:*

Tabela 2.1: Retorno e Risco das Ações

|        | Retorno | Risco    |
|--------|---------|----------|
|        | $E(R)$  | $\sigma$ |
| Ação A | 12%     | 18%      |
| Ação B | 24%     | 27%      |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A Tabela 2.2 mostra o retorno das carteiras formadas com diferentes participações dos ativos A e B.

Tabela 2.2: Composição das carteiras, retorno esperado e risco para diferentes correlações.

| Carteiras |        | $E(R_p)$ | Risco da Carteira ( $\sigma_p$ ) |               |
|-----------|--------|----------|----------------------------------|---------------|
| Ação A    | Ação B |          | Correlação +1                    | Correlação -1 |
| 100%      | 0%     | 12,0%    | 18,0%                            | 18,0%         |
| 80%       | 20%    | 14,4%    | 19,8%                            | 9,0%          |
| 60%       | 40%    | 16,8%    | 21,6%                            | 0,0%          |
| 40%       | 60%    | 19,2%    | 23,4%                            | 9,0%          |
| 20%       | 80%    | 21,6%    | 25,2%                            | 18,0%         |
| 0%        | 100%   | 24,0%    | 27,0%                            | 27,0%         |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

O risco da carteira ( $\sigma_p$ ) foi calculado de acordo com o modelo de Markowitz. Assim, para  $W_A = 80\%$ ,  $W_B = 20\%$  e  $CORR_{A,B} = +1$ , tem-se

$$\sigma_A = [(0,80^2 \times 0,18^2) + (0,20^2 \times 0,27^2) + 2 \times 0,80 \times 0,20 \times 1 \times 0,18 \times 0,27]^{1/2}$$

$$\sigma_A = [0,020736 + 0,002916 + 0,015552]^{1/2}$$

$$\sigma_A = [0,039204]^{1/2} = 0,198 \quad (19,8\%)$$

Os demais casos considerando outros pesos podem ser calculados de forma análoga.

O conceito de diversificação proposto por Markowitz analisa que, ao escolher ativos com correlação perfeitamente negativa, é possível eliminar completamente o risco da carteira. No exemplo da Tabela 2.2, uma carteira composta por 60% da ação A e 40% da ação B, considerando um coeficiente de correlação  $CORR_{A,B} = -1$ , resulta em risco zero ( $\sigma_p = 0$ ). No entanto, essa condição é rara na prática.

De acordo com a teoria de Markowitz, a diversificação possibilita a diminuição ou até mesmo a eliminação completa do risco diversificável (não sistemático) de um portfólio.

É fundamental destacar que a diversificação, quando aplicada com o objetivo de reduzir riscos, não deve ser feita de forma aleatória. Sua construção deve levar em conta as correlações entre os retornos dos ativos, buscando a melhor composição possível para a carteira.

Os impactos da diversificação no risco de uma carteira são geralmente significativos na maioria dos mercados financeiros. Pesquisas indicam que, no mercado de ações, a diversificação pode reduzir mais da metade do risco da carteira. (NETO, 2009)

---

## 2.3 Fronteira eficiente

---

Para fins didáticos, será usado o Exemplo 2.3 para introduzir o conceito de fronteira eficiente.

**Exemplo 2.3.** *Vamos analisar os resultados das combinações de duas ações (A e B), as quais apresentam as características resumidas nas Tabelas 2.3 e 2.4.*

*O coeficiente de correlação desses dois ativos é de 0,20.*

*A partir dessas informações, são apurados, a seguir, os resultados da carteira admitindo-se diferentes proporções dos ativos.*

Tabela 2.3: Retorno e desvio padrão das ações A e B.

|                          | Ação A | Ação B |
|--------------------------|--------|--------|
| Retorno esperado $E(R)$  | 20%    | 12%    |
| Desvio-padrão $(\sigma)$ | 36%    | 22%    |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Tabela 2.4: Retorno esperado e risco de carteiras com diferentes composições.

| Carteira | Participação A ( $W_A$ ) | Participação B ( $W_B$ ) | $E(R_p)$ | $(\sigma_p)$ |
|----------|--------------------------|--------------------------|----------|--------------|
| A        | 0%                       | 100%                     | 12,0%    | 22,0%        |
| B        | 20%                      | 80%                      | 13,6%    | 20,3%        |
| C        | 40%                      | 60%                      | 15,2%    | 21,4%        |
| D        | 60%                      | 40%                      | 16,8%    | 24,9%        |
| E        | 80%                      | 20%                      | 18,4%    | 29,9%        |
| F        | 100%                     | 0%                       | 20,0%    | 36,0%        |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para dois ativos (A e B), a carteira de variância mínima (M) pode ser determinada a partir da seguinte expressão:

$$W_A^* = \frac{\sigma_B^2 - (CORR_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)}{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (2 \times CORR_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)}$$

$$W_A^* = \frac{[0, 22^2 - (0, 20 \times 0, 36 \times 0, 22)]}{[(0, 36^2 + 0, 22^2) - (2 \times 0, 20 \times 0, 36 \times 0, 22)]}$$

$$W_A^* = \frac{0, 032560}{(0, 1780 - 0, 031680)} = 0, 2225 \quad (22, 25\%)$$

Logo, a carteira M, de variância mínima, é composta de:

Participação do Ativo A ( $W_A$ ) = 22, 25%.

Participação do Ativo B ( $W_B$ ) = 77, 75%.

O retorno esperado da carteira é dado por:

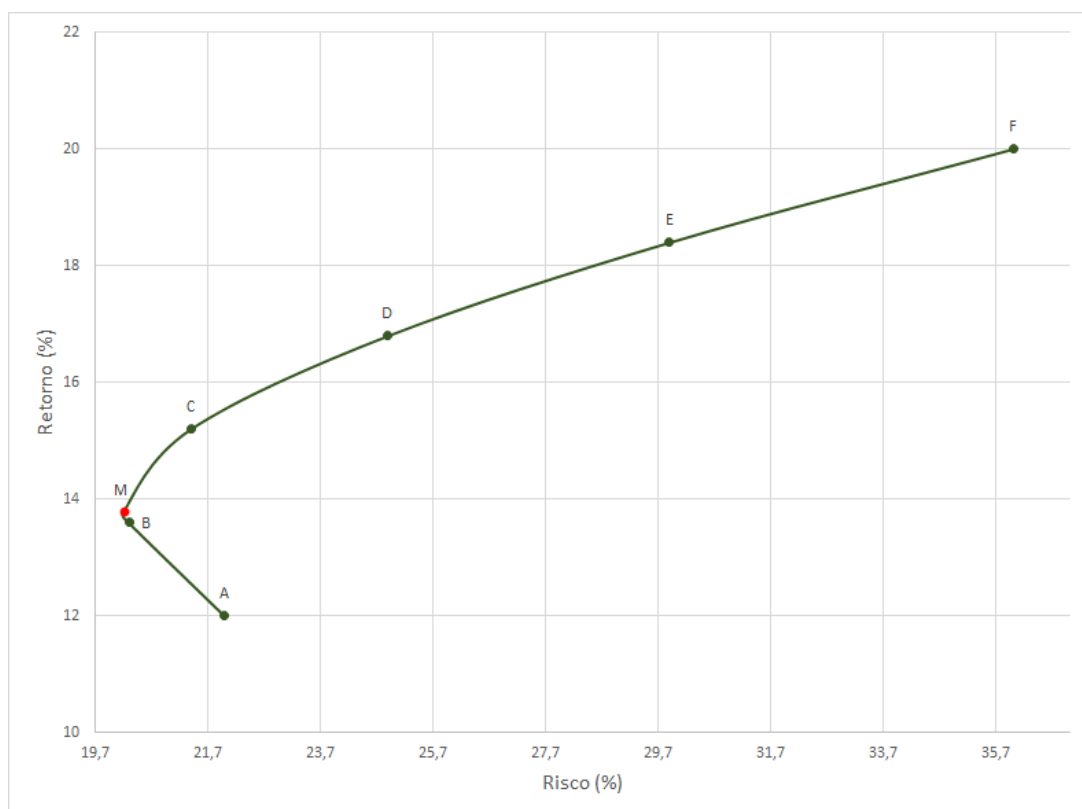
$$E(R_p) = (20\% \times 0, 2225) + (12\% \times 0, 7775)$$

$$= 13, 78\%.$$

O risco desta carteira é dado por:

$$\begin{aligned}\sigma_P &= [(0,36^2 \times 0,2225^2) + (0,22^2 \times 0,7775^2) + (2 \times 0,2225 \times 0,7775 \times 0,20 \times 0,36 \times 0,22)]^{\frac{1}{2}} \\ &= 20,2\%.\end{aligned}$$

Figura 2.1: Fronteira eficiente.



Fonte:

Dados da pesquisa (2025).

No gráfico da Figura 2.1, o portfólio (M) é o que apresenta o menor risco para um retorno mais elevado. Quanto mais uma carteira se distancia desse ponto de menor desvio-padrão, maior é o risco que apresenta e, conseqüentemente, também mais elevado é o seu retorno esperado. As oportunidades de investimentos a serem consideradas estão localizadas sobre a curva MF, também conhecida por **conjunto** ou **fronteira eficiente**.

---

---

## CAPÍTULO 3

---

# APLICAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ A UM ESTUDO DE CASO

Com base na composição do Ibovespa no período de abril de 2015 a abril de 2025, foram selecionados 10 papéis entre os ativos com maior participação no índice, conforme descrito na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Papéis e participações (%) no índice Ibovespa.

| Empresa         | Código | Participação em % |
|-----------------|--------|-------------------|
| Vale            | VALE3  | 11,193            |
| Itaú            | ITUB4  | 8,191             |
| Petrobras       | PETR4  | 6,893             |
| Eletrobras      | ELET3  | 4,003             |
| Banco do Brasil | BBAS3  | 3,859             |
| Ambev           | ABEV3  | 2,893             |
| WEG             | WEGE3  | 2,739             |
| JBS             | JBSS3  | 2,313             |
| Embraer         | EMBR3  | 2,178             |
| Suzano          | SUZB3  | 1,591             |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A **Vale** é uma empresa brasileira que atua nos setores de mineração, logística, energia e siderurgia. Foi criada como estatal em 1942, durante o governo de Getúlio Vargas, para exploração de ferro em Itabira (MG). Inicialmente, o nome era Companhia Vale do Rio Doce. Dez anos depois de ser privatizada (1997), altera o nome para Vale S.A. Entre 2000 e 2006, a Vale realizou diversas aquisições, chegando a 31<sup>a</sup> maior companhia do mundo. Na área de mineração, a Vale se destaca como a maior produtora de ferro do mundo e está listada na B3 com ações ordinárias (VALE3) (InfoMoney, 2025).

A **Petrobras** é uma das maiores produtoras de petróleo e gás do mundo, dedicada principalmente à exploração e produção, refino, geração de energia e comercialização. A atuação da empresa não se limita à produção. Um complexo processo de transporte leva o petróleo e o gás até as refinarias e unidades de tratamento. Essas instalações exigem investimentos constantes em tecnologia e equipamentos para atender aos mais altos padrões de qualidade. A Petrobras é uma empresa de economia mista, sob controle do Governo Federal. Seu capital é composto por ações ordinárias (PETR3, PBR e ADR) e preferenciais (PETR4, PBR/A-ADR) negociadas nas bolsas de São Paulo, Nova Iorque, Madri e Buenos Aires (InfoMoney, 2025).

O **Itaú Unibanco** é o maior banco do Brasil, segundo informações do Banco Central. Em julho de 2019 o valor de mercado da empresa era de US\$ 92,4 bilhões, segundo

levantamento da Economatica. Com uma história de 95 anos, o Itaú Unibanco possui quase 100 mil colaboradores e cerca de 4.700 agências. Entre as principais atividades neste setor, destaca-se a área de veículos. A carteira de crédito de veículos para pessoa física é de mais de R\$ 17 bilhões. Na área de seguros, em associação com a Porto Seguro, as receitas atingiram R\$ 2 bilhões no segundo trimestre de 2019. O papel está listado na B3 com ações preferenciais (ITUB4) e ordinárias (ITUB3) (InfoMoney, 2025).

Fundado em 1808, o **Banco do Brasil** (BB) é a primeira instituição bancária a operar no País. Ocupa as primeiras colocações entre os maiores bancos da América Latina e Caribe, com mais de R\$ 1,4 trilhão em ativos. Também é um dos quatro maiores bancos brasileiros de capital aberto. Primeira empresa brasileira listada em bolsa, desde 1906, o BB está no mais alto nível de governança. Desde 2002, converteu todas as ações preferenciais em ordinárias. (BBAS3) (InfoMoney, 2025).

A **Eletrobras**, Centrais Elétricas Brasileiras S.A., é a maior companhia brasileira do setor elétrico. Criada pela Lei nº 3.890-A, de 1962, a Eletrobras tem capacidade geradora equivalente a cerca de 1/3 do total da capacidade instalada de produção de energia elétrica no Brasil. Controlada pelo Governo Federal, suas ações (ELET3, ELET5 e ELET6) são negociadas no Brasil, Estados Unidos e Espanha (InfoMoney, 2025).

A **WEG** é uma empresa multinacional de equipamentos eletrônicos, atuando principalmente no setor de bens de capital. Fundada em 1961, ela produz equipamentos eletro-eletrônicos industriais, equipamentos para geração e transmissão de energia, motores para uso doméstico, além de tintas e vernizes. Com operações comerciais em 34 países, a WEG possui 42 fábricas em 12 nações. Seu portfólio conta com mais de 460 produtos. A maior parte da produção da empresa é voltada para o mercado externo, que corresponde a 58% das vendas. Já o mercado interno brasileiro corresponde a 42% dos negócios. A empresa está listada na B3 com ações ordinárias (WEGE3) (InfoMoney, 2025).

A **Ambev** é a maior cervejaria da América Latina e está presente em 17 países das Américas, além do Brasil, e é líder em cinco deles: Argentina, Canadá, Uruguai, Bolívia e Paraguai. Além de ter ações listadas na B3 (ABEV3), que integram o Ibovespa, tem ADRs negociadas na Bolsa de Nova York (NYSE). Seu portfólio inclui marcas como Skol, Brahma, Antarctica e Budweiser. No segmento de bebidas não alcoólicas, os destaques são

o refrigerante Guaraná Antarctica e a bebida energética Fusion. A companhia também tem licença para fabricar, vender e distribuir produtos da PepsiCo (InfoMoney, 2025).

A **Embraer** foi criada pelo Governo Federal, em 1969, como Empresa Brasileira de Aeronáutica, empresa de capital misto e controle estatal. Privatizada em 1994, a companhia tornou-se a maior exportadora de produtos manufaturados de alta tecnologia do hemisfério sul e a terceira maior fabricante de jatos comerciais de até 150 lugares do mundo. Suas ações (EMBR3) estão listadas na B3 e na Bolsa de Nova Iorque, por meio de ADRs, nível III (InfoMoney, 2025).

A **JBS** é uma companhia que opera no processamento de carne bovina, suína, ovina e de frango. Também atua na produção de alimentos de conveniência e valor agregado. Além disso, comercializa produtos de couro, higiene e limpeza, colágeno, embalagens metálicas, biodiesel, entre outros. Em 2007 foi a primeira empresa brasileira setor frigorífico a abrir seu capital na bolsa de valores, realizando seu IPO. A empresa está listada no mercado de ações com ações ordinárias (JBSS3) (InfoMoney, 2025).

A **Suzano S.A.** é uma empresa de base florestal que atua principalmente com produtos fabricados a partir do plantio do eucalipto. O portfólio contempla papel revestido e não-revestido, papel cartão, papel tissue, celulose de mercado e celulose fluff. A estrutura da Suzano inclui três fábricas integradas de celulose e papel, sendo duas em São Paulo e uma na Bahia. Ainda possui uma fábrica de papel não-integrada no estado de São Paulo. Também possui uma unidade de produção de celulose no estado do Maranhão, e a FuturaGene de melhoramento genético. Em 2012 a Suzano realizou sua oferta pública de ações. Em 2017 migra para o segmento do Novo Mercado da B3, onde está listada com ações ordinárias (SUZB3) (InfoMoney, 2025).

A Tabela 3.2 apresenta o retorno médio anual das ações de 10 empresas listadas na B3 entre os anos de 2015 e 2025 (com o valor de 2025 até o momento).

De acordo com os dados da Tabela 3.3, as ações da **Suzano (SUZB3)** apresentaram o maior retorno médio anual, com 34%, seguidas por **JBS (JBSS3)** com 32,39% e **WEG (WEGE3)** com 29,28%. Esses ativos foram os que mais se valorizaram, em média, ao longo do período, o que os torna interessantes do ponto de vista de rentabilidade. Entretanto, quando se observa o desvio padrão (risco), que mede a volatilidade dos retornos,

Tabela 3.2: Retorno médio anual dos ativos. (%)

| Ano  | VALE3   | PETR4   | ITUB4   | BBAS3   | ELET3   | WEGE3   | ABEV3   | EMBR3   | JBSS3   | SUZB3   |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2015 | -39,22% | -27,07% | 22,95%  | 5,50%   | -6,76%  | 30,10%  | 20,09%  | 26,96%  | 108,47% | 85,71%  |
| 2016 | -9,03%  | -28,44% | 0,11%   | -2,94%  | 5,12%   | -12,05% | -1,26%  | -7,61%  | -39,94% | -23,18% |
| 2017 | 80,63%  | 77,82%  | 38,61%  | 61,51%  | 148,37% | 25,65%  | 0,45%   | -21,36% | 7,70%   | 24,07%  |
| 2018 | 66,36%  | 39,53%  | 37,23%  | 25,06%  | 25,39%  | 9,06%   | 32,62%  | 22,99%  | -8,84%  | 187,28% |
| 2019 | 25,42%  | 48,06%  | 7,39%   | 29,72%  | 81,18%  | 9,05%   | -21,83% | -9,68%  | 88,92%  | 21,47%  |
| 2020 | -15,46% | -40,66% | -27,20% | -35,86% | -24,49% | 109,55% | -29,78% | -48,98% | 13,20%  | -19,93% |
| 2021 | 158,77% | 40,50%  | 15,58%  | 3,00%   | 53,16%  | 29,68%  | 31,00%  | 65,77%  | 68,79%  | 101,55% |
| 2022 | 7,97%   | 25,01%  | 20,19%  | 29,81%  | 3,81%   | 3,86%   | 12,77%  | -9,61%  | -12,43% | -22,72% |
| 2023 | -13,34% | 18,99%  | -4,33%  | 23,95%  | -22,31% | 1,93%   | 0,93%   | 0,94%   | -51,79% | -20,89% |
| 2024 | -10,13% | 106,32% | 47,42%  | 62,02%  | 27,95%  | 2,30%   | -10,54% | 65,36%  | 38,67%  | 54,39%  |
| 2025 | -11,45% | 4,33%   | 12,48%  | 13,76%  | 3,81%   | 17,20%  | 13,09%  | 99,45%  | 41,36%  | -13,82% |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

percebe-se que essas mesmas ações estão entre as de maiores riscos: **SUZB3** apresentou um desvio padrão de 67,89%, **JBSS3** de 54,64% e **VALE3** de 58,17%. Isso indica que os retornos dessas empresas oscilaram bastante ao longo dos anos, o que implica maior risco para o investidor.

Tabela 3.3: Ações do IBOVESPA com respectivo retorno médio, variância e desvio padrão.

| CÓDIGO       | $(\bar{R})$ | $(CV)$  | $(\sigma)$ |
|--------------|-------------|---------|------------|
| <b>VALE3</b> | 21,86%      | 266,09% | 58,17%     |
| <b>PETR4</b> | 28,8%       | 167,67% | 42,89%     |
| <b>ITUB4</b> | 16,14%      | 133,74% | 21,59%     |
| <b>BBAS3</b> | 18,63%      | 153,08% | 28,51%     |
| <b>ELET3</b> | 28,74%      | 175,81% | 50,52%     |
| <b>WEGE3</b> | 29,28%      | 135,07% | 39,55%     |
| <b>ABEV3</b> | 3,62%       | 556,5%  | 20,15%     |
| <b>EMBR3</b> | 19,56%      | 224,03% | 43,81%     |
| <b>JBSS3</b> | 32,39%      | 168,7%  | 54,64%     |
| <b>SUZB3</b> | 34%         | 199,71% | 67,89%     |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para analisar o equilíbrio entre risco e retorno, utiliza-se o coeficiente de variação (CV), que é a razão entre o desvio padrão e o retorno médio. Neste aspecto, a ação mais eficiente foi a **ITUB4 (Itaú)**, com um CV de 133,74%, indicando um bom retorno em relação ao risco assumido. Também se destacam positivamente **WEG3 (WEGE)**

e **BBAS3 (Banco do Brasil)**, com CVs de 135,07% e 153,08%, respectivamente. Isso mostra que, mesmo com retornos menores, essas empresas ofereceram uma relação mais estável entre risco e retorno. Em contrapartida, a ação **ABEV3 (Ambev)** se destacou negativamente. Apesar de estar entre as empresas mais conhecidas da B3, apresentou o menor retorno médio (3,62%) e um coeficiente de variação muito elevado (556,50%), sinalizando baixa atratividade tanto em termos de rentabilidade quanto de estabilidade.

A Tabela 3.4 apresenta a matriz de correlação entre os ativos analisados, permitindo observar o grau de relação entre os retornos das diferentes ações. Os valores variam entre -1 e 1, onde valores positivos indicam correlação direta (quando um ativo sobe, o outro tende a subir) e valores negativos indicam correlação inversa (quando um sobe, o outro tende a cair). Valores próximos de zero apontam fraca ou nenhuma correlação.

Tabela 3.4: Matriz de correlação entre os ativos

|       | VALE3 | PETR4 | ITUB4 | BBAS3 | ELET3 | WEGE3 | ABEV3 | EMBR3 | JBSS3 | SUZB3 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| VALE3 | 1.00  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     |
| PETR4 | 0.38  | 1.00  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     |
| ITUB4 | 0.28  | 0.76  | 1.00  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     |
| BBAS3 | 0.18  | 0.89  | 0.82  | 1.00  | -     | -     | -     | -     | -     | -     |
| ELET3 | 0.61  | 0.61  | 0.53  | 0.64  | 1.00  | -     | -     | -     | -     | -     |
| WEGE3 | 0.42  | -0.34 | -0.44 | -0.57 | -0.08 | 1.00  | -     | -     | -     | -     |
| ABEV3 | 0.45  | 0.01  | 0.43  | 0.03  | -0.08 | 0.01  | 1.00  | -     | -     | -     |
| EMBR3 | 0.11  | 0.18  | 0.34  | 0.16  | -0.19 | -0.30 | 0.58  | 1.00  | -     | -     |
| JBSS3 | 0.02  | 0.03  | 0.20  | -0.06 | 0.13  | 0.17  | 0.16  | 0.30  | 1.00  | -     |
| SUZB3 | 0.50  | 0.19  | 0.55  | 0.18  | 0.17  | 0.20  | 0.65  | 0.27  | 0.17  | 1.00  |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

De modo geral, a maioria dos ativos apresenta correlações positivas entre si, refletindo o comportamento típico de empresas inseridas no mesmo mercado econômico nacional. A maior correlação identificada foi entre **PETR4** e **BBAS3 (0,89)**, seguida por **ITUB4** e **BBAS3 (0,82)**, e **PETR4** e **ITUB4 (0,76)**. Esses dados são coerentes com o fato de serem empresas de setores sensíveis às mesmas variáveis macroeconômicas (como taxa de juros e câmbio), além de possuírem forte presença no índice Ibovespa.

Outro destaque positivo é a correlação de **ELET3** com **VALE3 (0,61)** e com **BBAS3 (0,64)**, indicando que as ações da Eletrobras também caminham de forma semelhante às dessas empresas em termos de retorno.

Por outro lado, algumas ações apresentam correlações muito baixas ou até negativas, o que pode ser vantajoso para fins de diversificação de portfólio. Por exemplo, **WEGE3** tem correlações negativas com **PETR4 (-0,34)**, **ITUB4 (-0,44)** e **BBAS3 (-0,57)**.

Isso sugere que incluir **WEGE3** em uma carteira composta por esses ativos pode ajudar a reduzir a volatilidade total da carteira.

Outro ponto importante é que ativos como **EMBR3**, **ABEV3** e **JBSS3** possuem correlações geralmente baixas com os demais, o que reforça seu potencial como instrumentos de diversificação. A correlação de **ABEV3** com **PETR4** e **WEGE3** é praticamente nula (**0.01**), e com **BBAS3** é igualmente baixa (**0.03**).

**SUZB3** apresenta correlações moderadas com **ABEV3** (**0.65**) e **ITUB4** (**0.55**), mas também relativamente baixas com a maioria dos demais ativos, o que pode ser interpretado como uma característica positiva para balanceamento de risco em portfólios mais amplos.

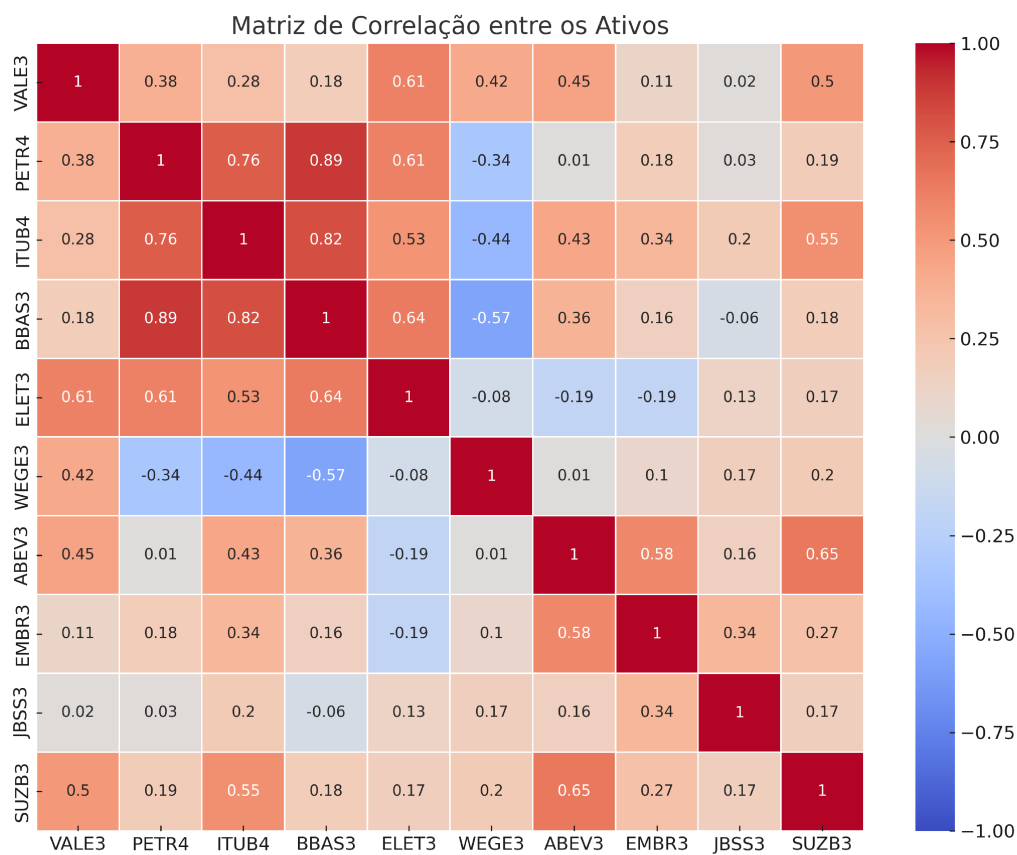
A análise da matriz de correlação revela que, apesar de haver grupos de ações com comportamentos similares (como bancos e empresas estatais), existem ativos com baixa correlação entre si que podem ser combinados estrategicamente para maximizar a diversificação e reduzir o risco total de uma carteira de investimentos.

A Figura 3.1 apresenta a matriz de correlação entre os ativos, representada visualmente por meio de um mapa de calor. As cores quentes (como vermelho e laranja) indicam correlações positivas, ou seja, ativos que tendem a se movimentar na mesma direção. Quanto mais intensa a cor vermelha, maior a correlação positiva entre os ativos. Já as cores frias (como azul e azul claro) representam correlações negativas, revelando ativos que tendem a se movimentar em direções opostas. A intensidade do azul reflete o grau dessa relação negativa. Essa representação visual facilita a identificação rápida de pares de ativos com maior ou menor potencial de diversificação.

A Tabela 3.5 fornece uma visão quantitativa das inter-relações entre os retornos dos ativos selecionados. Cada elemento da matriz expressa a covariância entre dois ativos, ou seja, a medida em que seus retornos variam conjuntamente em relação às suas médias. Valores positivos indicam que os ativos tendem a se mover na mesma direção, enquanto valores negativos sugerem uma relação inversa entre os retornos. As variâncias individuais dos ativos, localizadas na diagonal principal da matriz, fornecem uma medida do risco associado a cada ativo isoladamente.

A Figura 3.2 apresenta a configuração da ferramenta *Solver* no Excel, utilizada para a otimização da carteira de investimentos. A **função objetivo** foi definida como a célula **016**, correspondente à **variância da carteira**, que é o critério a ser **minimizado**. Esse procedimento visa encontrar a composição de ativos que resulte no menor risco possível, respeitando as restrições impostas. As **células variáveis** definidas (**D25:D34**) represen-

Figura 3.1: Tabela de correlação entre os ativos.



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

tam os **pesos de alocação dos ativos** na carteira, ou seja, a proporção do capital a ser investida em cada ativo.

Tabela 3.5: Covariância entre os ativos.

|       | VALE3   | PETR4    | ITUB4    | BBAS3    | ELET3    | WEGE3    | ABEV3    | EMBR3    | JBSS3    | SUZB3   |
|-------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|
| VALE3 | 0,38384 | 0,10807  | 0,03575  | 0,02993  | 0,17996  | 0,09629  | 0,05286  | 0,02687  | 0,00773  | 0,19722 |
| PETR4 | 0,10807 | 0,23316  | 0,07892  | 0,12189  | 0,14962  | -0,06408 | 0,00131  | 0,03905  | 0,00784  | 0,06370 |
| ITUB4 | 0,03575 | 0,07892  | 0,04662  | 0,05059  | 0,05766  | -0,07371 | 0,01865  | 0,03219  | 0,02390  | 0,08092 |
| BBAS3 | 0,02993 | 0,12189  | 0,05059  | 0,08130  | 0,09193  | -0,06403 | 0,00180  | 0,02056  | -0,00860 | 0,03558 |
| ELET3 | 0,17996 | 0,14962  | 0,05766  | 0,09193  | 0,25526  | -0,01581 | -0,00025 | 0,01410  | 0,03715  | 0,05886 |
| WEGE3 | 0,09629 | -0,06408 | -0,07371 | -0,06403 | -0,01581 | 0,15642  | -0,00115 | -0,01760 | 0,03695  | 0,05493 |
| ABEV3 | 0,05286 | 0,00131  | 0,01865  | 0,00180  | -0,00025 | -0,00115 | 0,04058  | 0,05158  | 0,01769  | 0,08938 |
| EMBR3 | 0,02687 | 0,03905  | 0,03219  | 0,02056  | 0,01410  | -0,01760 | 0,05158  | 0,09152  | 0,01296  | 0,08126 |
| JBSS3 | 0,00773 | 0,00784  | 0,02390  | -0,00860 | 0,03715  | 0,03695  | 0,01769  | 0,01296  | 0,02691  | 0,06300 |
| SUZB3 | 0,19722 | 0,06370  | 0,08092  | 0,03558  | 0,05886  | 0,05493  | 0,08938  | 0,08126  | 0,06300  | 0,46096 |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Figura 3.2: Configuração da ferramenta Solver no Excel.

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

SO\$16

↑

Para:

☐ Máx.

☒ Mín.

☐ Valor de:

0

Alterando Células Variáveis:

SD\$25:SD\$34

↑

Sujeito às Restrições:

SD\$22 = 0,1  
SD\$35 = 1

Adicionar  
Alterar  
Excluir  
Redefinir Tudo  
Carregar/Salvar

☒ Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

GRG Não Linear

Opções

Método de Solução

Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Ajuda

Resolver

Fechar

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para garantir que os resultados estejam alinhados com os princípios da teoria moderna de portfólios, foram estabelecidas duas restrições principais:

- D35 = 1: garante que a soma dos pesos seja igual a 100%, ou seja, todo o capital disponível seja alocado;
- D22 = 0,1: fixa o **retorno esperado da carteira** em 10%, permitindo assim a análise da carteira de **menor risco possível** para esse nível de retorno.

Além disso, a opção “*Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas*” foi marcada, assegurando que não haja alocação negativa. O método de solução selecionado foi o **GRG Não Linear**, apropriado para problemas de otimização com funções objetivo e restrições não lineares, como é o caso da variância do portfólio. A partir dessas configurações, foram geradas diferentes carteiras (A a F), com retornos e riscos associados, os quais foram posteriormente analisados para a construção da fronteira eficiente. Essa abordagem permitiu simular, de forma prática, o processo de seleção de portfólios ótimos, reforçando a aplicabilidade dos conceitos teóricos abordados ao longo do trabalho.

De acordo com a Figura 3.3, a carteira ótima A foi construída com o objetivo de alcançar um retorno esperado de **10,00%**, apresentando um risco (desvio padrão) de **14,54%**. Sua composição é concentrada em três ativos: **ABEV3**, com **65%** do portfólio, seguida por **BBAS3** com **23%** e **WEGE3** com **11%**. Os demais ativos não foram incluídos na alocação. Essa configuração reflete uma estratégia conservadora, priorizando ativos que apresentam boa relação entre retorno e risco.

Figura 3.3: Composição das carteiras A e B.

| Alocação ótima da carteira A |      | Alocação ótima da carteira B |      |
|------------------------------|------|------------------------------|------|
| VALE3                        | 0%   | VALE3                        | 0%   |
| PETR4                        | 0%   | PETR4                        | 0%   |
| ITUB4                        | 0%   | ITUB4                        | 0%   |
| BBAS3                        | 23%  | BBAS3                        | 36%  |
| ELET3                        | 0%   | ELET3                        | 0%   |
| WEGE3                        | 11%  | WEGE3                        | 23%  |
| ABEV3                        | 65%  | ABEV3                        | 41%  |
| EMBR3                        | 0%   | EMBR3                        | 0%   |
| JBSS3                        | 0%   | JBSS3                        | 0%   |
| SUZB3                        | 0%   | SUZB3                        | 0%   |
| Total                        | 100% | Total                        | 100% |

|                     |        |                     |        |
|---------------------|--------|---------------------|--------|
| Retorno da Carteira | 10,00% | Retorno da Carteira | 15,00% |
| Risco da Carteira   | 14,54% | Risco da Carteira   | 12,55% |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Ao observar os dados históricos, percebe-se que o ativo **ABEV3**, embora tenha um retorno médio relativamente baixo (**3,62%**), possui também um dos menores desvios

padrão entre os ativos (**6,50%**, conforme os dados utilizados para a simulação), o que explica sua forte presença em uma carteira com retorno alvo mais baixo. Já **BBAS3** e **WEGE3** apresentam retorno médio de **18,63%** e **29,28%**, com desvios padrão de **28,51%** e **39,55%**, respectivamente, valores razoáveis em termos de risco-retorno.

A carteira ótima B, por sua vez, foi configurada para um retorno esperado de **15,00%**, com um risco inferior ao da carteira A, de **12,55%**. Esta carteira apresenta uma distribuição mais equilibrada entre três ativos: **BBAS3** com **36%**, **ABEV3** com **41%** e **WEGE3** com **23%**. A presença de ativos como **WEGE3** e **BBAS3** é coerente com seu bom desempenho histórico, tanto em termos de retorno médio quanto de coeficiente de variação (CV), que mede a relação entre risco e retorno. O CV da **WEGE3**, por exemplo, é de **135,07%**, um dos menores da amostra, o que reforça sua atratividade para compor carteiras eficientes.

Dessa forma, a composição das carteiras ótimas A e B está fundamentada em uma análise quantitativa robusta, que considera a relação entre risco e retorno dos ativos ao longo dos anos. A carteira B, apesar de visar um retorno maior, consegue ser mais eficiente que a carteira A, pois entrega mais retorno com menor risco, demonstrando os benefícios da diversificação e da alocação estratégica baseada em dados históricos.

De acordo com a Figura 3.4, a carteira ótima C foi construída com o objetivo de alcançar um retorno esperado de **20,00%**, com um risco (desvio padrão) de **13,26%**. Sua composição concentra-se principalmente em três ativos: **BBAS3**, que representa **46%** da carteira, seguido de **WEGE3** com **32%** e **ABEV3** com **17%**. Pequenas participações são observadas nos ativos **EMBR3** e **JBSS3**, com **1%** e **4%**, respectivamente. Os demais ativos não foram selecionados nesta alocação.

A forte presença de **BBAS3** é justificada pelo seu desempenho histórico favorável, com retorno médio de **18,63%** e um coeficiente de variação (CV) de **153,08%**, indicando uma boa relação entre retorno e risco. Já o ativo **WEGE3** apresenta um retorno médio ainda mais elevado, de **29,28%**, e um CV de **135,07%**, o mais baixo entre os ativos da amostra, o que reforça sua atratividade para carteiras eficientes. A inclusão de **ABEV3**, com baixo desvio padrão e perfil defensivo, contribui para a redução do risco total da carteira.

A carteira ótima D, por sua vez, tem como meta um retorno de **25,00%**, com risco de **16,73%**. Essa carteira distribui os investimentos de forma mais diversificada, incluindo os ativos **ITUB4** (**20%**), **BBAS3** (**42%**), **WEGE3** (**3%**), **ABEV3** (**9%**), **JBSS3** (**11%**)

Figura 3.4: Composição das carteiras C e D.

| Alocação ótima da carteira C |             | Alocação ótima da carteira D |             |
|------------------------------|-------------|------------------------------|-------------|
| VALE3                        | 0%          | VALE3                        | 0%          |
| PETR4                        | 0%          | PETR4                        | 5%          |
| ITUB4                        | 0%          | ITUB4                        | 0%          |
| BBAS3                        | 46%         | BBAS3                        | 42%         |
| ELET3                        | 0%          | ELET3                        | 0%          |
| WEGE3                        | 32%         | WEGE3                        | 41%         |
| ABEV3                        | 17%         | ABEV3                        | 0%          |
| EMBR3                        | 1%          | EMBR3                        | 1%          |
| JBSS3                        | 4%          | JBSS3                        | 11%         |
| SUZB3                        | 0%          | SUZB3                        | 0%          |
| <b>Total</b>                 | <b>100%</b> | <b>Total</b>                 | <b>100%</b> |

|                     |               |                     |               |
|---------------------|---------------|---------------------|---------------|
| Retorno da Carteira | <b>20,00%</b> | Retorno da Carteira | <b>25,00%</b> |
| Risco da Carteira   | <b>13,26%</b> | Risco da Carteira   | <b>16,73%</b> |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

e **PETR4** (5%). Essa diversificação amplia o potencial de retorno ao mesmo tempo em que mantém o risco em um patamar controlado. Destaca-se que os ativos **PETR4** e **JBSS3**, apesar de apresentarem maior volatilidade — com desvios padrão de **48,29%** e **54,64%**, respectivamente —, também entregam retornos expressivos historicamente. Por isso, foram incorporados à carteira D com pesos moderados. A presença de **ITUB4** e **BBAS3**, dois ativos do setor financeiro com desempenho consistente, contribui para a estabilidade e previsibilidade dos retornos.

Portanto, as carteiras C e D refletem um equilíbrio entre retorno e risco, onde a carteira C prioriza ativos mais estáveis e defensivos para atingir um retorno moderado, enquanto a carteira D adota uma abordagem um pouco mais arrojada, com maior diversificação e participação de ativos com maior potencial de retorno.

De acordo com a Figura 3.5, a carteira ótima E é voltada para um perfil mais agressivo, com retorno esperado de **30,00%** e risco de **24,74%**. Ela se concentra em **WEGE3** (43%), **PETR4** (32%) e **JBSS3** (18%), além de uma pequena participação em **SUZB3** (7%) e **ELET3** (1%). A presença de ativos como **JBSS3** (CV de 168,70%) e **PETR4** (CV de 167,67%) indica uma maior exposição à volatilidade. A correlação entre **PETR4** e **WEGE3** é baixa (-0,34), o que contribui positivamente para a diversificação.

Figura 3.5: Composição das carteiras E e F.

| Alocação ótima da carteira E |        | Alocação ótima da carteira F |        |
|------------------------------|--------|------------------------------|--------|
| VALE3                        | 0%     | VALE3                        | 0%     |
| PETR4                        | 32%    | PETR4                        | 0%     |
| ITUB4                        | 0%     | ITUB4                        | 0%     |
| BBAS3                        | 0%     | BBAS3                        | 0%     |
| ELET3                        | 1%     | ELET3                        | 0%     |
| WEGE3                        | 43%    | WEGE3                        | 4%     |
| ABEV3                        | 0%     | ABEV3                        | 0%     |
| EMBR3                        | 0%     | EMBR3                        | 0%     |
| JBSS3                        | 18%    | JBSS3                        | 50%    |
| SUZB3                        | 7%     | SUZB3                        | 46%    |
| Total                        | 100%   | Total                        | 100%   |
| Retorno da Carteira          | 30,00% | Retorno da Carteira          | 33,00% |
| Risco da Carteira            | 24,74% | Risco da Carteira            | 45,22% |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Por fim, a carteira ótima F apresenta o maior retorno (**33,00%**) e também o maior risco (**45,22%**). Ela é extremamente concentrada em **JBSS3** (**50%**) e **SUZB3** (**46%**), ambos ativos com elevada volatilidade (desvios padrão de **54,64%** e **67,89%**, respectivamente). Embora a correlação entre esses dois ativos seja relativamente baixa (**0,17**), o alto risco individual compromete o equilíbrio da carteira. Essa composição reflete uma estratégia altamente especulativa, voltada para investidores com grande tolerância ao risco.

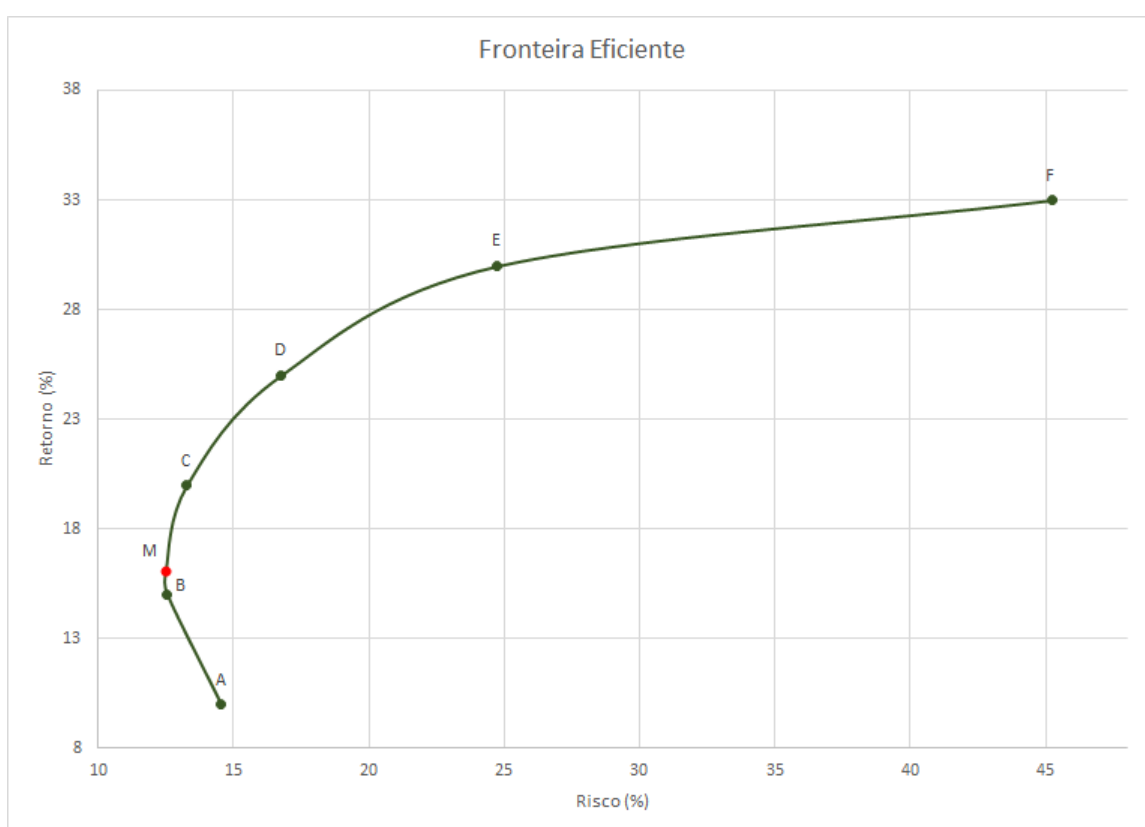
Essas análises mostram como a diversificação, aliada à análise estatística de retorno, risco e correlação, é fundamental para a construção de carteiras eficientes. A escolha dos ativos deve considerar não apenas os retornos esperados, mas também como esses ativos interagem entre si em termos de risco, o que é capturado na matriz de correlação e nos coeficientes de variação.

A carteira de variância mínima tem como principal objetivo a redução do risco total da carteira, independentemente dos níveis de retorno dos ativos. Ela é especialmente recomendada para perfis conservadores, que buscam preservar capital e toleram retornos mais modestos em troca de uma volatilidade reduzida. Embora o retorno esperado dessa carteira possa não ser o maior possível, o risco associado a ela é significativamente mais

baixo, o que melhora a consistência dos resultados no longo prazo.

A carteira de variância mínima, indicada pela letra **M** no gráfico da Figura 3.6, é aquela que apresenta o menor risco possível dentre todas as combinações possíveis de ativos. Sua construção se baseia exclusivamente na minimização da variância da carteira, sem considerar o retorno esperado como critério primário.

Figura 3.6: Construção da fronteira eficiente.



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Neste estudo, a carteira de variância mínima foi composta majoritariamente pelos ativos **BBAS3** (38%), **WEGE3** (25%), **ABEV3** (35%) e uma pequena participação em **JBSS3** (1%). Essa alocação foi obtida através da otimização da função de risco, com base na matriz de covariância dos ativos, considerando restrições de pesos não negativos e soma dos pesos igual a 100%.

Os resultados obtidos para esta carteira foram:

- **Retorno esperado:** 16,13% ao ano.

- **Risco (desvio padrão):** 12,48%.

Esses valores posicionam a carteira de variância mínima à esquerda no gráfico da Fronteira Eficiente, evidenciando seu perfil conservador. Trata-se da combinação ótima para investidores avessos ao risco, que priorizam a estabilidade dos retornos mesmo que isso implique aceitar um retorno inferior ao de outras carteiras mais arriscadas.

No gráfico da Figura 3.6, cada ponto representa uma carteira ótima para um determinado nível de risco. As carteiras **C**, **D**, **E** e **F** seguem, respectivamente, aumentando o retorno e o risco. Nota-se que há uma relação convexa entre risco e retorno, evidenciando os ganhos de diversificação proporcionados pela teoria moderna de portfólios.

A linha ascendente da fronteira eficiente mostra as carteiras que maximizam o retorno para um dado nível de risco. A partir do ponto **M**, todas as carteiras à direita compõem a fronteira eficiente propriamente dita, pois representam escolhas ótimas para investidores racionais com diferentes níveis de tolerância ao risco.

Assim, a carteira de variância mínima representa o ponto de partida da fronteira eficiente — o portfólio mais seguro entre todas as alternativas eficientes. Embora ela não proporcione os maiores retornos, sua baixa volatilidade a torna uma base de comparação importante para carteiras mais agressivas.

Para avaliar a efetividade do Modelo de Markowitz na otimização de carteiras, foi realizada uma comparação entre uma carteira construída de forma aleatória e as carteiras eficientes geradas a partir do modelo. A carteira aleatória, como mostra a Figura 3.7, foi composta por dez ativos, com alocação igualitária de 10% para cada ativo, sem considerar o risco individual ou o retorno esperado desses ativos. Essa estratégia representa uma diversificação simples baseada apenas na divisão uniforme dos recursos.

Os resultados obtidos indicam que a carteira aleatória apresenta um retorno de 23,3% e um desvio padrão (risco) de 24,44%. Em comparação, dentre as carteiras eficientes construídas via otimização de Markowitz, observa-se que a carteira aleatória situou-se entre as carteiras C e D, as quais apresentaram retornos de 20% e 25%, respectivamente. No entanto, os níveis de risco dessas carteiras otimizadas foram inferiores, sendo 13,26% para a carteira C e 16,73% para a carteira D.

Figura 3.7: Carteira construída com alocação igualitária.

| Carteira com alocação igualitária |      |
|-----------------------------------|------|
| VALE3                             | 10%  |
| PETR4                             | 10%  |
| ITUB4                             | 10%  |
| BBAS3                             | 10%  |
| ELET3                             | 10%  |
| WEGE3                             | 10%  |
| ABEV3                             | 10%  |
| EMBR3                             | 10%  |
| JBSS3                             | 10%  |
| SUZB3                             | 10%  |
| Total                             | 100% |

|                     |        |
|---------------------|--------|
| Retorno da Carteira | 23,30% |
| Risco da Carteira   | 24,44% |

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Esses resultados evidenciam a vantagem da diversificação estratégica proposta por Markowitz, mostrando que é possível obter retornos semelhantes ou superiores com um risco consideravelmente reduzido, reforçando a importância da análise quantitativa na construção de carteiras de investimento.

---

## CAPÍTULO 4

---

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como principal objetivo a aplicação do modelo de Markowitz na seleção de carteiras compostas por ações da B3, utilizando dados históricos de retorno de empresas com alta liquidez no período de 2015 a 2025. Além disso, mostrar, por meio de fundamentos teóricos e aplicação prática, a importância da diversificação na construção de carteiras de investimentos e como a teoria moderna de portfólios, proposta por Harry Markowitz, pode ser utilizada como ferramenta eficaz na tomada de decisão dos investidores.

Ao longo do estudo, foi possível compreender que a diversificação não apenas reduz o risco total de uma carteira, mas também permite alcançar uma relação mais eficiente entre risco e retorno. Através da construção da fronteira eficiente e da análise de diferentes carteiras (variância mínima, carteiras C, D, E e F), observou-se a existência de múltiplas combinações de ativos capazes de atender perfis variados de investidores — desde os mais conservadores até os mais agressivos.

A carteira de variância mínima, por exemplo, apresentou o menor risco da amostra (12,48%) com um retorno satisfatório (16,13%), evidenciando seu potencial para investidores com baixa tolerância ao risco. Já a carteira F, no extremo oposto, obteve o maior retorno (33%), mas com um risco substancialmente elevado (45,22%), sendo adequada para perfis mais agressivos. Tais resultados ilustram claramente a eficiência do modelo de Markowitz em alinhar os objetivos individuais de retorno com a exposição ao risco.

A matriz de correlação entre os ativos também mostrou-se fundamental na definição

das alocações, revelando que ativos com baixa correlação entre si são mais eficazes na composição de carteiras eficientes. Esse aspecto ressalta o papel da análise quantitativa na maximização dos benefícios da diversificação.

Um estudo relevante sobre o uso do modelo de Markowitz foi realizado por Lima (2021), que aplicou a teoria moderna de carteiras com foco na minimização do risco, utilizando ações da B3 selecionadas com base em indicadores fundamentalistas. O autor utilizou o Microsoft Excel para construir uma carteira eficiente composta por oito ativos, observando que, mesmo em um cenário de alta volatilidade, como o de 2020, a carteira otimizada apresentou menor risco e desempenho superior ao Ibovespa. O estudo reforça a efetividade do modelo de Markowitz na gestão de risco, especialmente quando combinado com critérios qualitativos na escolha dos ativos.

Outro estudo relevante é o de Cardoso (2017), que apresenta a aplicação prática da Teoria de Markowitz utilizando planilhas eletrônicas como ferramenta de otimização. O autor seleciona dez ativos de diferentes setores da BM&FBOVESPA, com o objetivo de construir uma carteira diversificada e minimizar o risco. Ao longo do estudo, são comparados os resultados da carteira otimizada com o índice Ibovespa em diversos semestres entre 2006 e 2015. Os resultados mostraram que a carteira montada com base na diversificação proposta por Markowitz apresentou menor volatilidade e, em muitos períodos, desempenho superior ao do índice de mercado, reforçando a eficácia da teoria na prática da alocação de ativos.

Por fim, conclui-se que a aplicação do modelo de Markowitz é viável e extremamente relevante no cenário financeiro atual, especialmente como apoio à gestão de portfólios e à alocação estratégica de recursos. Apesar de suas premissas e limitações, o modelo continua sendo uma base sólida para a compreensão e otimização de investimentos, sendo amplamente aplicável tanto no ambiente acadêmico quanto no mercado financeiro.

Como sugestões para estudos futuros, recomenda-se a inclusão de outros fatores, como a taxa livre de risco, o uso do modelo com restrições adicionais (como short selling) e a análise do comportamento das carteiras ao longo do tempo com dados históricos. Além disso, comparações com outros modelos, como CAPM (Modelo de Precificação de Ativos), podem enriquecer ainda mais a abordagem e fornecer perspectivas complementares à gestão de carteiras.

---

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARDOSO, K. D. S. *Seleção de portfólio por meio do modelo de Markowitz com o uso de planilhas eletrônicas*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Administração)) — Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017. 40 f.

DALCIN, M. M. *Aplicação da Teoria de Markowitz para alocação de ativos financeiros*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática)) — Universidade Federal do Pampa, Campus Itaqui, Itaqui, 2021. 28 f.

GITMAN, L. J.; JOEHNK, M. D. *Princípios de investimentos*. 8. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2005.

InfoMoney. *Cotações B3*. 2025. <<https://www.infomoney.com.br/cotacoes/b3/>>. Acesso em: 21 abr. 2025.

JAZYNSKI, T. *Seleção e otimização de carteiras de ações do mercado brasileiro: Momentum, Markowitz e Algoritmo Genético*. Tese (Dissertação (Mestrado em Economia)) — Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2022. 88 f.

LIMA, A. M. *Análise dos indicadores fundamentalistas na minimização do risco em carteira de investimento aplicando o modelo de Markowitz*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Administração)) — Universidade Federal de Viçosa, Faculdade do Noroeste de Minas, Paracatu, 2021. 36 f.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

NETO, A. A. *Mercado financeiro*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

Santander. *O que são debêntures?* 2025. <<https://www.santander.com.br/blog/o-que-sao-debentures>>. Acesso em: 23 abr. 2025.

XP Investimentos. *A importância de saber o seu perfil de investidor*. 2025.  
<<https://conteudos.xpi.com.br/aprenda-a-investir/relatorios/perfil-de-investidor/>>.  
Acesso em: 21 abr. 2025.