



PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO



ALGORITMOS GENÉTICOS MULTIOBJETIVOS
APLICADOS AO ROTEAMENTO *MULTICAST* COM
QUALIDADE DE SERVIÇO

Stéfano Schwenck Borges Vale Vita

Uberlândia - MG
Fevereiro/2009

PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO

ALGORITMOS GENÉTICOS MULTIOBJETIVOS
APLICADOS AO ROTEAMENTO *MULTICAST* COM
QUALIDADE DE SERVIÇO

Stéfano Schwenck Borges Vale Vita

Dissertação apresentada ao colegiado do
Programa de Pós-Graduação em Ciência
da Computação, da Faculdade de
Ciência da Computação, da Universidade
Federal de Uberlândia, sob orientação da
Prof^a. Dr^a. Gina Maira Barbosa de
Oliveira.

Uberlândia – MG
Fevereiro/2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

V83a Vita, Stéfano Schwenck Borges Vale, 1983-
Algoritmos genéticos multiobjetivos aplicados ao roteamento
multicast com qualidade de serviço / Stéfano Schwenck Borges Vale
Vita. - 2009.

123 f. : il.

Orientadora: Gina Maira Barbosa de Oliveira.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Progra-
ma de Pós-Graduação em Ciência da Computação.
Inclui bibliografia.

1. Redes de computadores - Teses. 2. Algoritmos genéticos - Teses. I. Oliveira,
Gina Maira Barbosa de. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-
Graduação em Ciência da Computação. III. Título.

CDU: 681.3.02

PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO

ALGORITMOS GENÉTICOS MULTIOBJETIVOS
APLICADOS AO ROTEAMENTO *MULTICAST* COM
QUALIDADE DE SERVIÇO

Uberlândia, 06 de fevereiro de 2009.

Stéfano Schwenck Borges Vale Vita

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Gina Maira Barbosa de Oliveira
Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Dr. Pedro Paulo Balbi de Oliveira
Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof^a. Dr^a. Márcia Aparecida Fernandes
Universidade Federal de Uberlândia

Dedico este trabalho aos meus pais, Tânia e Celso (*em memória*), a quem devo tudo...

AGRADECIMENTOS

Sempre à Deus pela minha vida...

À minha mãe Tânia, pela educação e apoio durante meu mestrado. Ao meu irmão Jefferson, por ser um grande amigo durante esse tempo.

Ao meu pai Celso Vita (*em memória*), à pessoa que foi exemplo de homem, exemplo de pai, a quem devo tudo que consegui até hoje. Não poderia me esquecer: “Dorme com Deus meu filho!”. Muitas saudades...

Ao meu amor Eglae, pelo apoio e incentivo para conclusão deste trabalho, pela companhia nas madrugadas, pelo carinho... Te amo...

Ao meu filho Sávio, que estava para nascer dia 09 de fevereiro, que de certa forma me deu forças para concluir este trabalho...

À minha professora orientadora Dr^a. Gina Maira Barbosa de Oliveira, pelos ensinamentos e pela grande força para conclusão deste trabalho.

À minha família; tios (as), primos (as) e avós, pela lembrança de estar longe.

Aos Mestres, que participaram de minha formação.

Aos meus colegas, de mestrado pelo companheirismo durante esse tempo.

Agradeço a todos...

“Aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende.”

(Leonardo da Vinci)

RESUMO

Roteamento *multicast* é uma maneira eficaz de se comunicar entre múltiplos roteadores em redes de computadores. Geralmente, a Qualidade de Serviço (*QoS*) é exigida como garantia na maior parte das aplicações *multicast*. Vários pesquisadores têm investigado a aplicação dos Algoritmos Genéticos em roteamento *multicast* com restrições *QoS*. Os ambientes evolutivos de roteamento que são propostos neste trabalho empregam uma abordagem multiobjetivos adotando o conceito de Ótimo de Pareto para lidar com mais de uma métrica *QoS*. Basicamente, foram construídos quatro ambientes com abordagem multiobjetivos para o problema do roteamento *multicast* com *QoS*. O primeiro foi baseado no método *NSGA*, o segundo foi baseado no método *NSGA-II*, sendo que esses ambientes adotam o conceito de dominância de Pareto. O terceiro e quarto ambientes multiobjetivos construídos são adaptações do *NSGA-II*, sendo que um deles incorpora a dominância- ϵ e o outro uma variação dessa, que denominamos dominância- ϵ' . Cinco diferentes pares de objetivos foram avaliados, sendo que o primeiro objetivo utilizado em cada par está relacionado com o custo total de uma rota *multicast*. Como segundo objetivo, são avaliados: (i) atraso total envolvido na árvore *multicast*; (ii) a média do atraso acumulado a partir do nó origem a cada nó destino; (iii) o atraso máximo acumulado desde o nó origem até um nó destino; (iv) o total de roteadores na rota *multicast*. Duas topologias de rede extraídas da literatura, chamadas REDE0 e REDE1, foram utilizadas para efetuar experimentos comparativos entre os ambientes multiobjetivos de roteamento.

Palavras-chave: Roteamento *Multicast*, Algoritmos Genéticos Multiobjetivos, *NSGA*, *NSGA-II*, dominância- ϵ , Qualidade de Serviço.

ABSTRACT

Multicast Routing is an effective way to communicate between multiple routers into computer networks. In general, the quality of service (QoS) is required in most of multicast applications. Several researchers have investigated the application of genetic algorithms in multicast Routing with QoS restrictions. The evolutionary environments proposed in this dissertation employ a multi-objective approach embracing the concept of Pareto Optimum to solve the Routing calculus and to deal with several QoS metrics. Basically, four multi-objective environments were built to solve the problem of multicast Routing with QoS. The first was based on NSGA and the second was based on NSGA-II; they adopted the original concept of Pareto dominance. The third multi-objective environment built is an adaptation of NSGA-II which incorporates the ε -dominance. The fourth environment is also an adaptation of NSGA-II, but it employs a variation of ε -dominance, the ε' -dominance. Five different pairs of objective functions were evaluated: the first objective in each pair is related to the total cost of a multicast route. The second objective accounted for: (i) the total delay of the multicast tree, (ii) the average of accumulated delay from the source to each destination node, (iii) the maximum accumulated delay from the source to each destination node and (iv) the total number of routers in the multicast tree. Our results indicate an assessment of the four multi-objectives environments. These algorithms were applied find routes in two network topologies named REDE0 and REDE1.

Keywords: Multicast Routing, Genetic Algorithms Multi-objective, NSGA, NSGA-II, ε -dominance, Quality of Service.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Esquema de um AG.....	19
Figura 2.2 – Exemplo de representação cromossômica binária.	20
Figura 2.3 – Exemplo de representação cromossômica com valores reais.	20
Figura 2.4 – Exemplo de representação cromossômica em árvore.	20
Figura 2.5 – Exemplo de seleção por Roleta.....	22
Figura 2.6 – Exemplo de seleção por Torneio Simples de 2, em um problema de minimização.	23
Figura 2.7 – Esquemas de <i>crossover</i> aplicados a dois indivíduos X e X' de uma população, cujos indivíduos são compostos de N genes x_i . a) <i>crossover</i> de um ponto; b) <i>crossover</i> de dois pontos; e c) <i>crossover</i> uniforme.	24
Figura 2.8 – Exemplo do método <i>Tree Crossover</i>	25
Figura 2.9 – Esquema de mutação simples.	25
Figura 2.10 – Dominância de Pareto.....	28
Figura 2.11 – <i>NSGA</i> : Compartilhamento da aptidão.	37
Figura 2.12 – Fluxo de execução do <i>NSGA</i>	38
Figura 2.13 – Esquema das populações no <i>NSGA-II</i>	39
Figura 2.14 – Distância de multidão no <i>NSGA-II</i>	40
Figura 2.15– Algoritmo de cálculo da <i>crowding distance</i> (distância de multidão).....	41
Figura 2.16– <i>NSGA-II</i> : classificação das fronteiras e atribuição de <i>crowding distance</i>	42
Figura 2.17 – Fluxo de execução do <i>NSGA-II</i>	43
Figura 2.18 – Domínio de x de f_1 e f_2 e Ótimo de Pareto.	44
Figura 2.19 – Evolução da população no <i>NSGA</i>	45
Figura 2.20 – Evolução da população no <i>NSGA-II</i>	45
Figura 2.21 – Geração final do experimento com o <i>NSGA</i> e o <i>NSGA-II</i>	48
Figura 2.22 – Experimento com a dominância- ϵ	49
Figura 3.1 – Topologia REDE0: Exemplo de rede com uma rota <i>multicast</i> partindo do nó 1 chegando aos nós destinos 2, 9, 10, 13 e 14.....	53
Figura 3.2 – Topologia REDE1: Exemplo de rede com uma rota <i>multicast</i> partindo do nó 1 chegando aos nós destinos 7, 11, 14, 16 e 18.....	53
Figura 3.3 – Processo de <i>crossover</i> utilizado em (Oliveira e Araújo, 2004).	59
Figura 5.1 – Rede NSF.....	87
Figura 5.2 – Rede MISTA.....	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Cálculos da classificação das fronteiras de não-dominância para o <i>NSGA</i>	36
Tabela 2.2 – Cálculos da classificação da fronteira de Pareto para o <i>NSGA-II</i>	41
Tabela 3.1 – Experimento de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE0.....	62
Tabela 3.2 – Experimento de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE1.....	62
Tabela 3.3 – Experimento reproduzido de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE0.....	62
Tabela 3.4 – Experimento reproduzido de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE1.....	62
Tabela 3.5 – Experimento, utilizando Roleta, reproduzido de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE0.	63
Tabela 3.6 – Experimento, utilizando Roleta, reproduzido de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE1.	63
Tabela 4.1 – Ótimo de Pareto para a REDE0 e REDE1	67
Tabela 5.1 – Experimento inicial com o Par 1 de objetivos.....	74
Tabela 5.2 – Experimentos com os novos pares de objetivos e a variação de <i>delay</i> máximo.	77
Tabela 5.3 – Experimento com <i>delay</i> máximo = 20ms	78
Tabela 5.4 – Experimento com <i>crossover</i> baseado no sorteio aleatório.....	79
Tabela 5.5 – Experimento com taxa de mutação = 20% sem filtro para indivíduos repetidos	81
Tabela 5.6 – Experimento com taxa de mutação = 1% com filtro para indivíduos repetidos	82
Tabela 5.7 – Experimento com taxa de mutação = 10% com filtro para indivíduos repetidos	82
Tabela 5.8 – Valores de ϵ_1 e ϵ_2 no experimento com taxa de mutação = 20% sem filtro para indivíduos repetidos	83
Tabela 5.9 – Valores de ϵ_1 e ϵ_2 no experimento com taxa de mutação = 1% com filtro para indivíduos repetidos	84
Tabela 5.10 – Valores de ϵ_1 e ϵ_2 no experimento com taxa de mutação = 10% com filtro para indivíduos repetidos	84
Tabela 5.11 – REDE0 e REDE1 com $\epsilon_1 = 0,01$ e $\epsilon_2 = 0,01$; 20% de taxa de mutação e sem filtro.....	85
Tabela 5.12 – REDE0 com $\epsilon_1 = 0,01$ e $\epsilon_2 = 0,01$ e para REDE1 com $\epsilon_1 = 0,02$ e $\epsilon_2 = 0,02$; 1% de taxa de mutação e com filtro.....	85
Tabela 5.13 – Experimento: para REDE0 com $\epsilon_1 = 0,00$ e $\epsilon_2 = 0,00$ e para REDE1 com $\epsilon_1 = 0,02$ e $\epsilon_2 = 0,02$; 10% de taxa de mutação e com filtro.....	86
Tabela 5.14 – Ótimo de Pareto para a rede NSF.....	87
Tabela 5.15 – Experimento com <i>NSGA-II Routing</i> da Rede NSF.....	87
Tabela 5.16 – Experimento com ϵ - <i>NSGA-II-Routing</i> e ϵ' - <i>NSGA-II-Routing</i> da Rede NSF....	88
Tabela 5.17 – Fronteiras Ótimo de Pareto para a rede MISTA.....	90
Tabela 5.18 – Experimento da rede MISTA com o <i>NSGA-II-Routing</i>	90
Tabela 5.19 – Experimento com ϵ - <i>NSGA-II-Routing</i> e ϵ' - <i>NSGA-II-Routing</i> da Rede MISTA91	

SUMÁRIO

1	Introdução	14
2	Algoritmos genéticos multiobjetivos.....	17
2.1	Histórico dos algoritmos genéticos.....	17
2.2	Funcionamento básico de um algoritmo genético	18
2.2.1	Representação do indivíduo e geração da população inicial	19
2.2.2	Avaliação dos indivíduos	21
2.2.3	Critério de término	21
2.2.4	Seleção.....	22
2.2.5	Crossover	23
2.2.6	Mutação	25
2.2.7	Reinserção.....	26
2.2.8	Convergência prematura em algoritmos genéticos	26
2.3	Problemas Multiobjetivos e Dominância de Pareto	27
2.4	Algoritmos Genéticos Multiobjetivos	29
2.5	<i>NSGA</i> e <i>NSGA-II</i>	33
2.5.1	<i>NSGA</i> (<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm</i>)	33
2.5.2	<i>NSGA-II</i> (<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II</i>)	38
2.5.3	Experimento comparativo entre o <i>NSGA</i> e <i>NSGA-II</i>	43
2.6	Dominância- ϵ	46
2.7	Experimento com a dominância- ϵ	48
3	Roteamento <i>multicast</i> baseado em algoritmos genéticos	50
3.1	Roteamento em redes de computadores.....	50
3.2	Roteamento <i>multicast</i> baseado em algoritmos genéticos mono-objetivos.....	54
3.3	Um modelo de roteamento <i>multicast</i> baseado em AG mono-objetivo (Oliveira e Araújo, 2004).....	55
3.3.1	Representação do indivíduo e população inicial.....	57
3.3.2	Função de avaliação.....	57
3.3.3	<i>Crossover</i> , Mutação e Reinserção.....	58
3.3.4	Adaptações no modelo de (Zhengying <i>et al.</i> , 2001) realizadas em (Oliveira e Araújo, 2004).....	59
3.4	Reprodução dos experimentos de (Oliveira e Araújo, 2004)	61
3.5	Algoritmos genéticos multiobjetivos no roteamento <i>multicast</i>	63

4	Ambientes multiobjetivos implementados	65
4.1	Métricas avaliadas.....	65
4.2	Ambiente de roteamento <i>NSGA-Routing</i>	68
4.3	Ambiente de roteamento <i>NSGA-II-Routing</i>	70
4.4	Ambientes de roteamento ϵ - <i>NSGA-II-Routing</i> e ϵ' - <i>NSGA-II-Routing</i>	72
5	Resultados e análises	73
5.1	Experimentos iniciais	73
5.2	Novos pares de objetivos	75
5.3	Método de <i>crossover</i> baseado na reinserção por sorteio aleatório.....	77
5.4	Variações na estratégia de mutação	79
5.5	Análise da influência dos parâmetros ϵ_1 e ϵ_2	83
5.6	Novas topologias de redes	86
5.6.1	Rede NSF	86
5.6.2	Rede MISTA.....	88
5.7	Discussão final	91
6	Conclusões	94
7	Referências	97
Anexo 1 – Experimentos com o Par 1 de objetivos.....		101
Anexo 2 – Experimentos com vários valores do parâmetro de delay máximo para os Pares 2, 3, 4 e 5 de objetivos.....		102
Anexo 3 – Experimento com as variações na estratégia de mutação para os Pares 2, 3, 4 e 5 de objetivos		113

1 Introdução

O aumento da demanda por redes mais rápidas tornou as empresas de telecomunicações um dos ramos de maior crescimento no final do séc. XX e no início do séc. XXI. Do ponto de vista tecnológico, o sucesso da internet deve-se à grande adaptabilidade do protocolo IP (*Internet Protocol*), que permitiu a união de redes suportadas por diferentes plataformas. O protocolo IP dispõe de um serviço do tipo *best-effort*, que propõe igualdade para todos os aplicativos e qualidade para nenhum. Cada usuário compartilha largura de banda com outros e, portanto, a transmissão de seus dados concorre com as transmissões dos demais usuários. Os dados empacotados são encaminhados da melhor forma possível, conforme as rotas e largura de banda disponível. Quando há congestionamento, os pacotes são descartados sem distinção. Não há garantia de que o serviço será realizado com sucesso. Entretanto, aplicações como voz sobre IP e videoconferência necessitam de tais garantias, isto é, mecanismos que possam garantir a qualidade na transmissão (*QoS – Quality of Service*) (Awduche *et al.*, 1999).

Com a implantação da qualidade de serviço (*Quality of Service – QoS*), é possível oferecer maior garantia e segurança para aplicações avançadas, uma vez que o tráfego destas passa a ter prioridade em relação a aplicações tradicionais. Com uso de *QoS* os pacotes são marcados para distinguir os tipos de serviços e os roteadores são configurados para criar filas distintas para cada aplicação, de acordo com as prioridades das mesmas. Assim, uma faixa da largura de banda, dentro do canal de comunicação é reservada para que, no caso de congestionamento, determinados tipos de fluxos de dados ou aplicações tenham prioridade na entrega. Diversas propostas para geração de mecanismos *QoS* foram desenvolvidas, tais como: Serviços Integrados (*Integrated Services*); Serviços Diferenciados (*Differentiated Services*) e Engenharia de Tráfego.

Estas propostas tornaram possível a usuários e administradores de rede especificarem requisitos e restrições para fluxos de dados e recursos da rede. Isto gerou a necessidade de novos esquemas de roteamento, tal como o roteamento baseado em qualidade de serviço (*QoS Routing*).

Com relação ao número de destinos, um esquema de roteamento pode ser: *unicast* (uma origem e um destino), *multicast* (uma origem e diversos destinos) ou *broadcast* (todos os nós, exceto a origem, são destinos). No roteamento *multicast* em redes de computadores, a

entrega de informações/pacotes ocorre para múltiplos destinatários simultaneamente usando a estratégia mais eficiente, onde as mensagens passam por um enlace uma única vez e somente são duplicadas quando a rota para os destinatários se divide em duas direções/enlaces.

A complexidade dos novos esquemas de roteamento *multicast* com *QoS* é do tipo NP - Completo (Awduche *et al.*, 1999), (Zhengying *et al.*, 2000). Assim os algoritmos tradicionais advindos da Teoria dos Grafos podem não retornar a rota ótima dentro de um tempo viável para o roteamento em tempo real. Dessa forma, algoritmos inexatos, tais como os algoritmos genéticos, têm sido investigados neste tipo de roteamento.

Os algoritmos genéticos (AGs) são métodos computacionais de busca inspirados nos mecanismos da evolução natural e na genética (Mitchell, 1996). Em um AG, uma população de possíveis soluções para o problema em questão evolui com operadores probabilísticos concebidos a partir de metáforas biológicas, de modo que há uma tendência de que, na média, os indivíduos representem soluções cada vez melhores à medida que o processo evolutivo continua. Para tal, os indivíduos da população são avaliados a cada iteração por uma função que busca identificar a qualidade das soluções, simulando a aptidão dos indivíduos na natureza. Os algoritmos genéticos multiobjetivos (AGMOs) são uma extensão dos AGs tradicionais, nos quais essa avaliação é realizada por diversas funções, que muitas vezes representam objetivos conflitantes que se deseja otimizar nas soluções.

Uma das justificativas para a utilização de AGs no roteamento *multicast* é pelo fato dos mesmos possuírem como característica a geração de diversas soluções sub-ótimas, em oposição aos algoritmos tradicionais de cálculo de rota como o Dijkstra e o Bellman-Ford (Cormen *et al.*, 1990), que geram apenas uma solução (Inagaki *et al.*, 1999). Esta característica atende uma das necessidades da Engenharia de Tráfego, que é uma das tecnologias que mais vem ganhando atenção no cenário mundial, pois permite a utilização de diversas rotas para maximizar a vazão total da rede. Diversos trabalhos investigaram o uso de modelos de AGs simples no problema do roteamento *multicast* com *QoS* (Zheng e Crowcroft, 1996), (Zhengying *et al.*, 2001), (Oliveira e Araújo, 2004).

O uso de algoritmos genéticos multiobjetivos no roteamento com *QoS* é justificado pelo fato desse tipo de roteamento envolver múltiplos objetivos que devem ser otimizados e/ou atendidos simultaneamente. Dessa forma, os modelos de AGMOs já investigados na literatura podem ser adaptados para o roteamento com *QoS*. Assim, permite-se a manipulação de métricas como o retardo (*delay*) e o custo de forma isolada, sem a necessidade de adoção de um único objetivo que pondere as diferentes métricas, como foi realizado nos modelos mono-objetivo em (Zhengying *et al.*, 2001) e (Oliveira e Araújo, 2004).

O principal objetivo desse trabalho é investigar o uso de alguns modelos de AGMOs no roteamento *multicast* com *QoS*. O método conhecido por *NSGA* (Srinivas e Deb, 1994) que foi proposto na primeira geração dos AGMOs, foi investigado inicialmente, por sua simplicidade e experiência anterior do grupo de pesquisa no seu uso em outros problemas (Oliveira *et al.*, 2002; Oliveira *et al.*, 2008). O segundo método investigado é uma evolução do *NSGA* conhecida por *NSGA-II* (Deb *et al.*, 2000) que é considerado um dos modelos de maior sucesso da segunda geração dos AGMOs (Coello, 2006). Finalmente, avaliamos algumas variações do *NSGA-II*, nas quais o conceito de dominância- ϵ (ϵ -dominance) proposto em (Laumanns *et al.*, 2002) foi investigado, com o objetivo de melhorar a convergência dos algoritmos multiobjetivos ao Ótimo de Pareto.

A estrutura do restante do texto pode ser assim resumida:

- Os principais conceitos dos algoritmos genéticos e, mais especificamente, dos algoritmos genéticos multiobjetivos serão revisados no capítulo dois. Além disso, os dois métodos que impulsionaram este trabalho, o *NSGA* e o *NSGA-II*, e o conceito de dominância- ϵ (ϵ -dominance) serão discutidos nesse capítulo, seguidos de alguns exemplos de aplicação dos mesmos em funções matemáticas;
- O roteamento *multicast* baseado em AGs será revisto no capítulo três. Também são revisados os resultados obtidos no modelo mono-objetivo proposto em (Oliveira e Araújo, 2004) e apresentados os resultados obtidos com a reprodução desse experimento realizada numa fase inicial nesta pesquisa. Finalmente, uma revisão dos trabalhos publicados anteriormente com a abordagem multiobjetivos para o problema do roteamento é apresentada;
- Quatro ambientes multiobjetivos foram implementados para o problema do roteamento *multicast*, são eles: *NSGA-Routing*; *NSGA-II-Routing*; ϵ -*NSGA-II-Routing*; e ϵ' -*NSGA-II-Routing*. Estes ambientes serão apresentados e discutidos no capítulo quatro, além das métricas/objetivos utilizados na sua avaliação;
- O capítulo cinco apresenta e discute os resultados obtidos com os experimentos envolvendo os ambientes implementados aplicados a diversos cenários de roteamento;
- As principais conclusões desse trabalho são apresentadas no capítulo seis, além de algumas propostas de trabalhos futuros.

2 Algoritmos genéticos multiobjetivos

Os algoritmos genéticos (AGs) são modelos computacionais inspirados na evolução natural (darwinismo), que incorporam uma solução para um problema específico numa estrutura semelhante à de um cromossomo. Operadores de seleção e *crossover* são aplicados a essas estruturas, de forma a preservar informações críticas relativas à solução do problema. Geralmente, os AGs são vistos como otimizadores de funções, embora a quantidade de problemas para o qual os AGs se aplicam seja bastante abrangente.

As sessões a seguir apresentam uma revisão teórica sobre os AGs tradicionais. Posteriormente, os AGs multiobjetivos são revisados.

2.1 Histórico dos algoritmos genéticos

No século IX, os naturalistas acreditavam que cada espécie havia sido criada separadamente por um ser supremo ou através de geração espontânea. O trabalho do naturalista Carolus Linnaeus sobre a classificação biológica de organismos despertou o interesse pela similaridade entre certas espécies, levando a acreditar na existência de certa relação entre elas. Outros trabalhos influenciaram os naturalistas em direção à teoria da seleção natural, tais como os de Jean Baptiste Lamarck, que sugeriu uma teoria evolucionária no "uso e desuso" de órgãos; e de Thomas Robert Malthus, que propôs que fatores ambientais, tais como doenças e carência de alimentos, limitavam o crescimento de uma população.

Depois de anos de experimentos e observações, Charles Darwin apresentou em 1858 sua teoria da evolução através da seleção natural, simultaneamente com outro naturalista inglês Alfred Russel Wallace. Em 1859, Darwin publica o seu *On the Origin of Species by Means of Natural Selection* com a sua teoria completa. Este trabalho influenciou muito o futuro não apenas da Biologia, Botânica e Zoologia, mas também teve grande influência sobre o pensamento religioso, filosófico, político e econômico.

Por volta de 1900, o trabalho de Gregor Mendel sobre os princípios básicos de herança genética, desenvolvido em 1865, foi redescoberto pelos cientistas e teve grande influência

sobre os futuros trabalhos relacionados à evolução. A moderna teoria da evolução combina a genética e as idéias de Darwin sobre a seleção natural, criando o princípio básico de genética populacional: a variabilidade entre indivíduos em uma população de organismos que se reproduzem sexualmente é produzida pela mutação e pela recombinação genética.

Este princípio foi desenvolvido durante os anos 30 e 40, por biólogos e matemáticos de importantes centros de pesquisa. Nos anos 50 e 60, muitos biólogos começaram a desenvolver simulações computacionais de sistemas genéticos. Entretanto, foi John Holland quem começou a desenvolver as primeiras pesquisas no tema. Holland foi gradualmente refinando suas idéias e em 1975 publicou o seu livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, no qual propôs o paradigma conhecido com algoritmo genético. Desde então, estes algoritmos vêm sendo aplicados com sucesso nos mais diversos problemas de otimização e aprendizado de máquina.

A Computação Evolutiva (CE) surgiu da tentativa de simular a evolução dos seres vivos em um ambiente computacional. A CE engloba um número crescente de paradigmas e técnicas, sendo os algoritmos genéticos (Goldberg, 1989) e a Programação Genética (Koza, 1992), os mais conhecidos.

2.2 Funcionamento básico de um algoritmo genético

Algoritmos Genéticos são métodos estocásticos de busca que simulam a teoria da evolução biológica. Estes algoritmos tentam produzir, por aproximações sucessivas, as melhores soluções para um determinado problema. Os AGs estão localizados dentro do campo da Inteligência Artificial (Russel e Norvig, 1995), voltada para a resolução de problemas complexos que exigem o uso de conhecimento específico, de forma a evitar a computação de todas as soluções.

Diversas propostas de modelos de AGs existem hoje e todas utilizam como base o trabalho de Holland (1975) e seu aperfeiçoamento realizado por Goldberg (1989). Basicamente, os AGs são implementados de acordo com o esquema da Figura 2.1. Cada ciclo de execução do esquema da Figura 2.1 é chamado de geração.

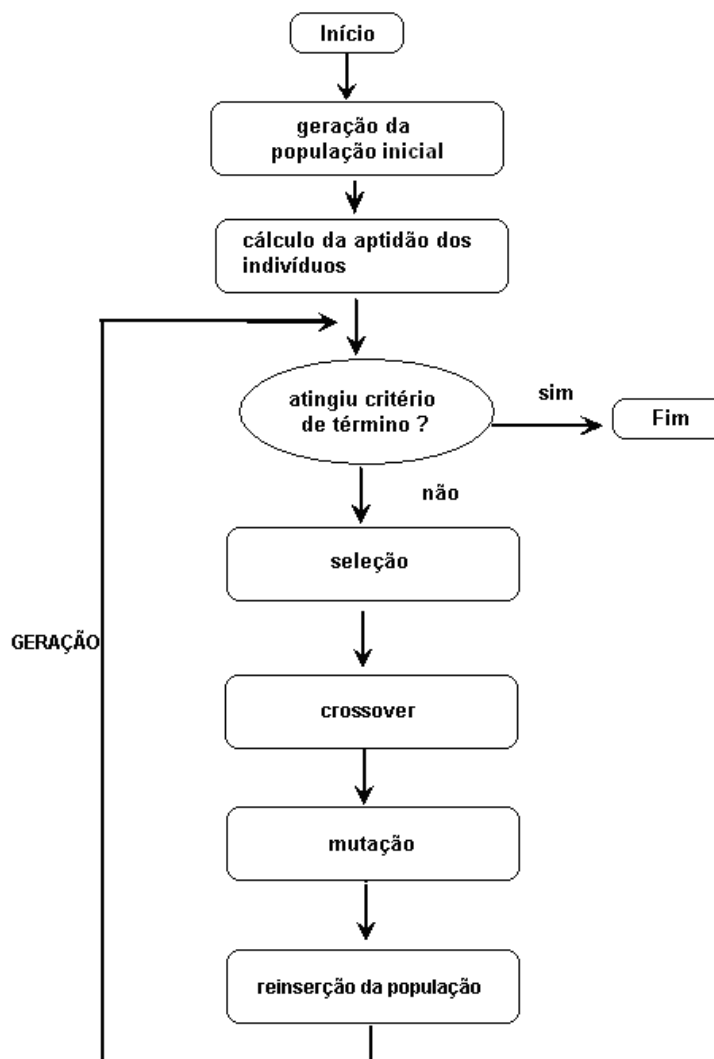


Figura 2.1 – Esquema de um AG.

Alguns detalhes das fases de implementação do esquema apresentado na Figura 2.1 são apresentados a seguir: geração da população inicial, avaliação dos indivíduos, seleção, operadores genéticos (*crossover*, *mutação*), reinscrição e o problema da convergência prematura.

2.2.1 Representação do indivíduo e geração da população inicial

Os algoritmos genéticos, assim como outras estratégias evolutivas (Michalewicz, 1996), trabalham a partir de uma população inicial de cromossomos que pode sofrer diversos tipos de operações que contribuam para a geração de novos indivíduos.

Nesta fase, um conjunto de indivíduos/cromossomos é gerado aleatoriamente ou utilizando algum processo heurístico. Cada indivíduo deve representar uma solução potencial para o problema que está sendo resolvido.

Antes de gerar a população inicial, deve-se escolher, para o problema em questão, a melhor forma de representação dos indivíduos da população. Os cromossomos podem ser representados da seguinte forma:

- o cromossomo pode ser tamanho fixo ou variável;
- os genes de um cromossomo podem ter representação binária (Figura 2.2), valor real (Figura 2.3) ou em árvore (Figura 2.4).

Cromossomo A	01010101111000101101110
Cromossomo B	01010100111100001101010

Figura 2.2 – Exemplo de representação cromossômica binária.

Cromossomo A	01 44 29 17 15 02
Cromossomo B	06 07 04 11 43 44

Figura 2.3 – Exemplo de representação cromossômica com valores reais.

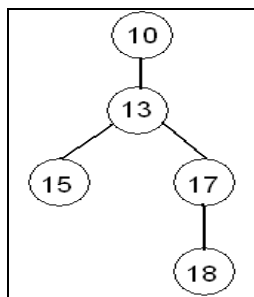


Figura 2.4 – Exemplo de representação cromossômica em árvore.

A população inicial deve ser criada para permitir que as estratégias evolutivas sejam aplicadas. Por exemplo, para representações que usam cadeias de bits, a população inicial consiste normalmente de Np indivíduos (cadeias de bits) representando soluções para o problema, escolhidas aleatoriamente. Uma escolha particular do número Np de indivíduos na população pode trazer vantagens e desvantagens. Srinivas e Patnaik (1994) observaram em experimentos que "uma população grande aumenta a diversidade e reduz a probabilidade do

algoritmo genético convergir prematuramente para um mínimo local, mas também aumenta o tempo necessário para a população convergir para regiões ótimas no espaço de busca".

2.2.2 Avaliação dos indivíduos

Após a geração da população inicial, usa-se uma função para avaliar a aptidão de cada indivíduo, que deve quantificar o quanto o indivíduo é adequado como solução do problema. A função de avaliação dos indivíduos, a ser otimizada, fornece o mecanismo para medir o desempenho de cada indivíduo da população. Ela é a ligação mais forte entre o algoritmo genético e o problema (Davis, 1991). A faixa de valores da função de avaliação pode mudar conforme o problema tratado. O valor da função de avaliação de um cromossomo é uma medida de adequação da solução para o problema, que pode ser usado para determinar a probabilidade que ele seja selecionado para gerar novos cromossomos ou permanecer na nova população. Em problemas de otimização, a própria natureza do problema define se deve ser realizada a maximização ou a minimização da função de avaliação. Como uma estratégia para manter uniformidade em vários problemas, (Srinivas e Patnaik, 1994) sugerem a normalização da função objetivo pela função de avaliação. A função de avaliação também é conhecida por aptidão ou *fitness*.

2.2.3 Critério de término

O critério de término determina quando o algoritmo genético (AG) deve parar e apresentar a melhor solução encontrada. Pode ser definido por: tempo máximo de processamento, número máximo de gerações, avaliação do melhor indivíduo e análise de convergência.

No critério de análise de convergência do AG é verificado se os indivíduos da população possuem valores médios, máximos e mínimos de avaliação próximos da solução desejada para o problema. Com isso, o AG entrou num processo de convergência, sendo assim o algoritmo é finalizado.

2.2.4 Seleção

O processo de seleção dos pais consiste no método que determina quais indivíduos serão escolhidos para o processo de recombinação/*crossover*, de acordo com a aptidão dos mesmos. Exemplos dos métodos de seleção mais utilizados (Goldberg, 1989): seleção por roleta (Figura 2.5); ranking; amostragem estocástica universal; truncamento; torneio simples (Figura 2.6) e torneio estocástico.

Um método de seleção dos pais similar à seleção natural é o esquema de seleção proporcional (Mühlenbein, 1997), no qual novos cromossomos (indivíduos) são gerados proporcionalmente ao número de indivíduos bons na população atual (Srinivas e Patnaik, 1994). Neste esquema, o valor da função de avaliação de cada indivíduo da população é dividido pelo valor da avaliação média da população. Assim, um indivíduo com valor maior que o valor médio tem mais de um filho, enquanto aqueles com valor inferior ao valor médio têm menos de um filho alocado. Logo, a divisão do valor da função de avaliação de cada indivíduo pelo valor médio significa o número esperado de filhos por indivíduo. No caso do algoritmo genético simples, a seleção proporcional é realizada pelo esquema de seleção por roleta (Srinivas e Patnaik, 1994).

Na Figura 2.5, é apresentado um exemplo de aplicação da roleta em uma população de quatro indivíduos com valores variados de aptidão. Cada indivíduo/cromossomo tem sua probabilidade de seleção de acordo com seu valor de *fitness* dispostos em uma roleta. No exemplo, temos uma pequena população de quatro indivíduos. A soma das aptidões da população totaliza 12. A aptidão do indivíduo 1 representa metade da aptidão total e, por isso, a mesma recebe a metade das casas da roleta. De forma similar, cada indivíduo recebe uma porção da roleta. Depois de elaborada, a mesma é aplicada para sortear um indivíduo. Quando o indivíduo é selecionado da roleta, este é escolhido para ser um dos pais do *crossover*.

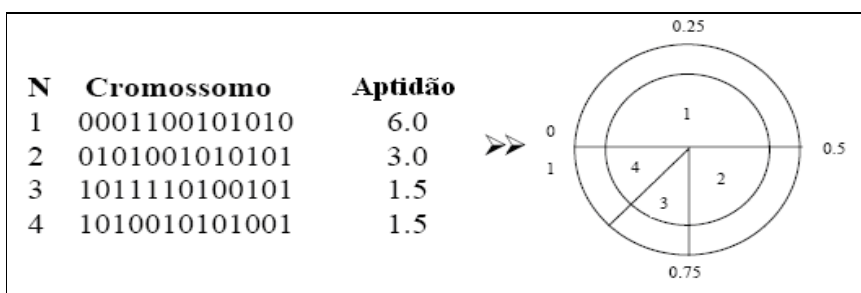


Figura 2.5 – Exemplo de seleção por Roleta.

A Figura 2.6 apresenta um exemplo de aplicação do Torneio Simples de 2 na mesma população apresentada na Figura 2.5. Nesse método, dois indivíduos são sorteados da população, com a mesma probabilidade, e em seguida faz-se um torneio entre eles. Então, o valor de aptidão dos indivíduos sorteados é verificado. Mediante este valor, define-se o indivíduo vencedor desse torneio, considerando-se a natureza do problema: minimização ou maximização. No exemplo da Figura 2.6, é considerado um problema de minimização. Por isso, o indivíduo 3, que tem avaliação menor do que a do indivíduo 1, é considerado o vencedor do torneio (se fosse maximização, o vencedor seria o indivíduo 1). O indivíduo vencedor é selecionado como um dos pais para o *crossover*. A facilidade de se trabalhar diretamente com a função de aptidão, tanto em problemas de minimização, quanto em problemas de maximização, é considerado um dos pontos fortes do método.

N	Cromossomo	Aptidão		Sorteados	Vencedor do Torneio de 2
1	0001100101010	6.0	➤➤	3 1011110100101	3 1011110100101
2	0101001010101	3.0		1 0001100101010	
3	1011110100101	1.5			
4	1010010101001	1.5			

Figura 2.6 – Exemplo de seleção por Torneio Simples de 2, em um problema de minimização.

2.2.5 Crossover

O *crossover* (ou recombinação) é o operador do AG que simula a troca de material genético entre os indivíduos pais. Para cada par de indivíduos selecionados na etapa anterior, o processo de recombinação poderá gerar um novo par de filhos ou um único filho, dependendo do método de *crossover* adotado.

Devido à sua importância para o funcionamento dos algoritmos genéticos, várias técnicas de *crossover* foram desenvolvidas, por exemplo, *crossover* de um ponto, *crossover* de dois pontos, *crossover* uniforme e *crossover* aritmético (Srinivas e Patnaik, 1994). Para a representação do *crossover* em árvore, o método *Tree Crossover* (Mitchell, 1996) é o mais utilizado.

Os esquemas de *crossover* mais mencionados são aqueles de um ponto e o de dois pontos, normalmente aplicados a indivíduos binários. A escolha do número de pontos de *crossover* pode ser ajustada em um ou dois, de forma aleatória nos cromossomos pais, a partir dos quais é feita a troca do material genético (Figuras 2.7a; e 2.7b). O *crossover* uniforme permite a troca de bits individuais ao longo do cromossomo, ao invés de grupos de genes

(Davis, 1991; Srinivas e Patnaik, 1994). Neste esquema, dois pais (dois indivíduos) são escolhidos para produzirem dois filhos (indivíduos novos). Decide-se aleatoriamente qual pai contribuirá com seus valores de bit para qual filho. Para escolher os genes que serão trocados entre os pais, gera-se um mapa de bits com o mesmo tamanho do cromossomo. As posições com bit “0” são trocadas e as posições com bit “1” permanecem inalteradas (Figura 2.7c). Uma diferença importante entre *crossover* uniforme e *crossover* de um e de dois pontos está no caráter de localidade. Os esquemas de um ou de dois pontos são mais locais do que o *crossover* uniforme, pois a troca de material genético está restrita a partes específicas do cromossomo.

No método *Tree Crossover*, a troca de segmentos acontece depois de cortes feitos em algum ponto de cada árvore pai. Substitui-se a sub-árvore do segundo pai no lugar da sub-árvore do primeiro pai, gerando assim, um novo filho. A Figura 2.8 ilustra a geração de uma nova árvore através do método *Tree Crossover*.

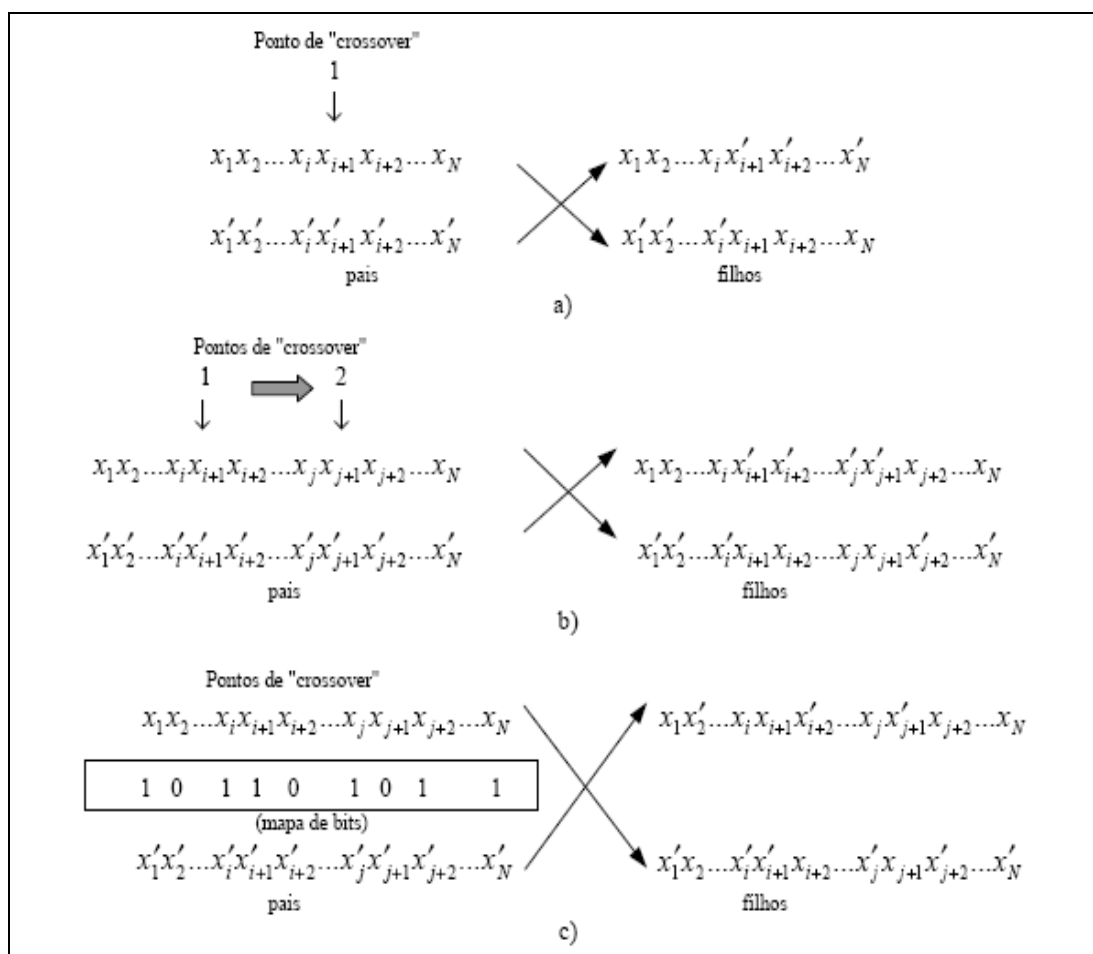


Figura 2.7 – Esquemas de *crossover* aplicados a dois indivíduos X e X' de uma população, cujos indivíduos são compostos de N genes x_i . a) *crossover* de um ponto; b) *crossover* de dois pontos; e c) *crossover* uniforme.

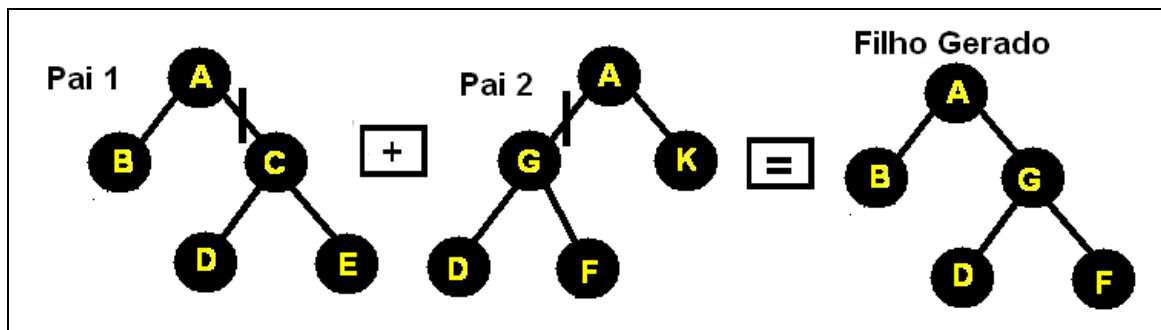


Figura 2.8 – Exemplo do método *Tree Crossover*.

2.2.6 Mutação

Depois do processo de recombinação, cada novo filho gerado poderá sofrer uma mutação, que corresponde a pequenas perturbações no cromossomo, normalmente com baixa probabilidade.

A operação de mutação evita as soluções locais, alterando aleatoriamente os genes de alguns indivíduos da população sob análise. Essencialmente, a mutação é um operador unário atuando sobre um único indivíduo da população por vez. A mutação simples requer um único cromossomo X e produz um novo cromossomo X' . O operador seleciona aleatoriamente uma componente x_k do vetor $X = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_q)$ e produz a cadeia $X' = (x_1, \dots, x'_k, \dots, x_q)$, sendo x'_k um número aleatório para o caso de representações com variáveis reais, e o complemento do bit para uma representação binária. Por exemplo: a Figura 2.9 ilustra o processo de mutação em um indivíduo binário. Nesse exemplo x_2 foi sorteado para sofrer mutação. Outros esquemas de mutação foram propostos na literatura (Michalewicz, 1996), mas todos mantêm a idéia de se provocar uma perturbação em uma pequena parte do indivíduo.

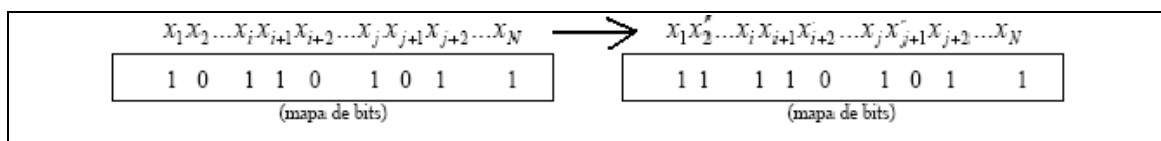


Figura 2.9 – Esquema de mutação simples.

2.2.7 Reinscrição

A permanência dos indivíduos mais aptos da população é feita baseando-se no mecanismo de seleção natural de sobrevivência dos mais capacitados, ou seja, as soluções mais adequadas sobrevivem e as mais fracas desaparecem.

Ao final de cada geração do AG, existem duas populações: uma formada pela população da geração anterior e outra formada pelos filhos gerados a partir da recombinação de pais da geração corrente. Como este aumento acarretaria um tempo maior de processamento, a abordagem mais comum em AGs é reduzir estas populações para o tamanho da população inicial, ao final da geração. Por exemplo, uma reinscrição simples seria utilizar todos os filhos para formar a nova população. Outro possível esquema de reinscrição é retornar a uma população de tamanho N , escolhendo-se os N melhores indivíduos entre pais e filhos.

2.2.8 Convergência prematura em algoritmos genéticos

Os parâmetros do AG que mais influenciam no desempenho e na qualidade das soluções são o tamanho da população, as taxas dos operadores de recombinação e mutação, número de gerações e o método de seleção utilizado.

Um problema comum na execução de um AG é aquele no qual os genes de poucos indivíduos relativamente bem adaptados, contudo não ótimos, podem rapidamente dominar a população causando uma convergência a um máximo local. Uma vez que isto ocorre, a habilidade do algoritmo de buscar melhores soluções é eliminada quase que completamente. Para evitar este problema, é necessário controlar o número de oportunidades reprodutivas de cada indivíduo.

A convergência prematura está relacionada à perda de diversidade da população. O tamanho da população de indivíduos afeta o desempenho global dos AGs. Uma população pequena às vezes é insuficiente para cobrir o espaço de busca do problema. Uma população grande é mais representativa do domínio, além de evitar o problema da convergência prematura para soluções locais, em vez de soluções globais. O papel da mutação em AGs é restituir a perda ou material genético inexplorado na população, com o objetivo de prevenir a convergência prematura para soluções sub-ótimas.

O número ideal de elementos de uma população ainda é motivo de estudos. É claro que, quanto maior o número de elementos na população, maior é a probabilidade de convergência para uma boa solução. Em contrapartida, o tempo de processamento também

aumenta. No caso da população inicial ser muito pequena, ela terá o problema da perda de diversidade. Desta forma, a solução obtida ao final poderia não corresponder ao ótimo global.

A convergência prematura pode ocorrer devido a uma população reduzida ou à má distribuição da população inicial, em torno do ponto sub-ótimo. Várias alterações têm sido propostas a partir dos modelos AG básicos para solucionar este problema.

2.3 Problemas Multiobjetivos e Dominância de Pareto

Muitos problemas do mundo real envolvem um conjunto de objetivos a serem minimizados/maximizados, que são na sua maioria das vezes conflitantes entre si, ou seja, a melhoria de algum (uns) objetivo (s) causa (m) conseqüentemente a deterioração de outro (s).

Imagine um projeto de uma ponte onde se deseja minimizar o peso (custo) da estrutura e maximizar as frequências naturais de vibração (melhor desempenho dinâmico): à medida que se reduz o peso da ponte também se diminuem suas frequências naturais de vibração. Portanto, não existe uma solução ótima única e sim um conjunto de soluções ótimas, porque não existem outras soluções, no espaço de busca, melhores do que estas, quando todos os objetivos são simultaneamente considerados. Essas soluções são conhecidas como conjunto Ótimo de Pareto ou (soluções não-dominadas). Esse conceito foi formulado por Vilfredo Pareto no século XIX, matemático que deu início às pesquisas envolvendo otimização multiobjetivos.

Para descrevermos formalmente o conjunto Ótimo de Pareto, precisamos antes descrever formalmente o conceito de dominância, ou seja, quando uma solução do espaço de busca de um problema multiobjetivos domina outra. Nas definições a seguir, sem perda de generalidade, consideramos que todas as funções objetivo envolvidas devem ser minimizadas.

Definição 1: Dominância

Sejam A e B duas soluções pertencentes a um espaço de busca Y , definido pelas funções objetivos $f_i(\cdot)$, $i=1, 2, \dots, n$. A domina B , denotado por $A \succ B$, se: $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}: f_i(A) \leq f_i(B)$ e $\exists j \in \{1, 2, \dots, n\}: f_j(A) < f_j(B)$.

Definição 2: Solução não-dominada ou Ótimo de Pareto

Um ponto A é uma solução não-dominada e pertence à fronteira de Pareto se: não existe nenhum outro ponto B , tal que B domine A . Em geral, para cada região viável existe um subconjunto S de soluções não-dominadas, também conhecido como conjunto Ótimo de Pareto. A rigor, existe uma diferença entre um conjunto de soluções não-dominadas e um conjunto ótimo de Pareto. Um conjunto de soluções não-dominadas é definido no contexto de uma amostra do espaço de busca, enquanto que o conjunto Ótimo de Pareto é definido em relação a todo o espaço de busca.

A Figura 2.10 ilustra uma amostra do espaço de busca de duas funções objetivo a serem minimizadas. São apresentadas seis soluções desse espaço e sua classificação, com base na dominância de Pareto (Definição 1).

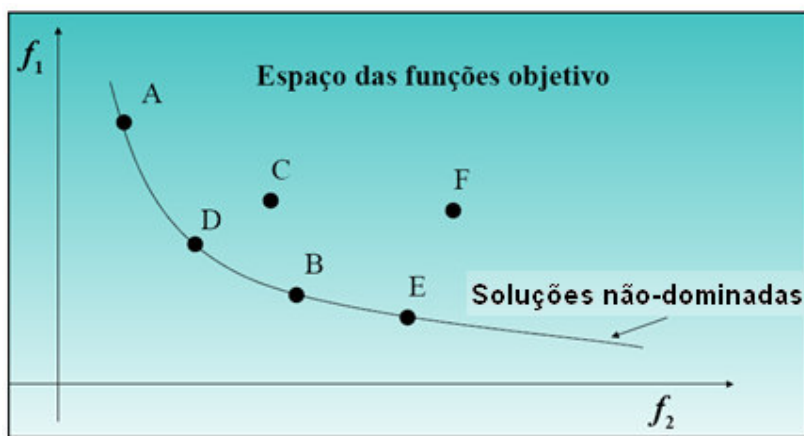


Figura 2.10 – Dominância de Pareto.

Os indivíduos A , D , B e E pertencem ao conjunto de soluções não-dominadas dessa amostra, uma vez que não existe nenhuma outra solução que as dominem. Apesar da solução C não ser dominada pelas soluções A , B e E , ela é dominada por D . F é dominada simultaneamente por D , B e E . Suponha que as soluções A , B , C , D , E e F representem não só uma amostra do espaço de busca, mas as melhores soluções desse espaço em relação aos objetivos f_1 e f_2 , ou seja, todas as soluções não apresentadas na Figura 2.10 são dominadas por pelo menos uma das soluções da figura. Nesse caso, o conjunto $\{A, B, D \text{ e } E\}$ corresponde à fronteira do Ótimo de Pareto, ou simplesmente, o Ótimo de Pareto.

2.4 Algoritmos Genéticos Multiobjetivos

Os métodos evolutivos têm características que os tornam mais apropriados para a resolução de problemas multiobjetivos, principalmente quando se deseja obter o conjunto das soluções ótimas de Pareto. Duas são as finalidades principais ao se resolver problemas multiobjetivos via algoritmos genéticos; são elas:

1. guiar a busca evolutiva na direção da fronteira ou conjunto Ótimo de Pareto;
2. manter a diversidade da população na fronteira de Pareto.

Nos últimos anos, os pesquisadores têm se empenhado em propor modelos de AG para tratar problemas multiobjetivos. Assim, atualmente existem várias implementações. A seguir, apresentamos os métodos mais conhecidos no campo dos algoritmos genéticos multiobjetivos, seguidos de seus proponentes: VEGA, (Shaffer, 1984); MOGA, (Fonseca e Fleming, 1993); NPGA, (Horn e Nafpliotis, 1993); NSGA, (Deb e Srinivas, 1994); NSGA-II, (Deb *et al.*, 2000); SPEA, (Zitzler e Theile, 1998); SPEA-II, (Zitzler *et al.*, 2001). Uma breve descrição dos mesmos é apresentada a seguir.

- **VEGA**

Pioneiro na implementação dos algoritmos evolutivos para solução de problemas multiobjetivos, Schaffer (1984) desenvolveu o algoritmo conhecido por *Vector Evaluated Genetic Algorithms* (VEGA). Shaffer modificou o software GENESIS no operador de seleção original, fazendo com que este procedimento seja repetido para cada objetivo separadamente até atingir determinado número de indivíduos para cada objetivo para reprodução. Feito isso, os indivíduos são sorteados aleatoriamente para as etapas de recombinação e mutação.

- **MOGA**

Fonseca e Fleming (1993) implementaram o algoritmo conhecido por *Multi-objective Optimization Genetic Algorithm* (MOGA), usando um procedimento de não-dominância, isto é, todos os indivíduos não-dominados da população corrente recebem posição 1. Os outros indivíduos são classificados de acordo com a não-

dominância deles em relação ao restante da população. O processo de seleção usa este procedimento para escolher os indivíduos para a reprodução.

- **nPGA**

Horn e Nafpliotis (1993) implementaram um algoritmo genético geracional com sobreposição, no qual, nem todos os indivíduos são substituídos de uma geração para a outra, chamado de *Niched Pareto Genetic Algorithm* – nPGA.

Um conjunto compreendido de um número específico de indivíduos é tomado aleatoriamente da população inicial. Em seguida, dois indivíduos são retirados da população para a seleção de um vencedor, conforme o seguinte procedimento: ambas as soluções são comparadas com os membros deste conjunto selecionado inicialmente para determinação da dominância segundo as funções objetivo. Se um deles é não-dominado e o outro é dominado, então o ponto não-dominado é selecionado, mas caso ambos sejam não-dominados, um contador de nicho é criado para cada indivíduo da população inteira. A solução que apresentar o menor contador de nicho é selecionada.

- **NSGA**

O algoritmo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA) (Srinivas e Deb, 1994) utiliza um esquema de ordenação para enfatizar os bons indivíduos da população e uma técnica de nicho para evitar convergência prematura. Antes do procedimento de seleção aplicado a população é avaliada utilizando-se a Definição 1 da seção 2.3. A primeira fronteira é formada pelas soluções não-dominadas de toda a população. As operações de cruzamento e mutação permanecem as mesmas.

Antes que a seleção aconteça, a população corrente é ordenada com base na dominância dos indivíduos. Os indivíduos não-dominados da população são identificados, e então se assume que eles constituem a primeira fronteira não-dominada.

Para garantir que todos os indivíduos tenham a mesma chance de reprodução, se atribui a eles um alto valor de *fitness* (avaliação), conhecido por *dummy-fitness* e que chamaremos simplesmente aptidão inicial. Para manter a diversidade da população, os indivíduos desta fronteira são forçados a compartilhar suas aptidões

iniciais. Esse compartilhamento é feito através da divisão da aptidão inicial de um indivíduo pelo número de soluções próximas a ele. Isto é, se existem vários indivíduos próximos, eles terão suas aptidões iniciais reduzidas para manter a diversidade da população. Após esse compartilhamento da primeira fronteira obtêm-se a aptidão compartilhada (*shared-fitness*), que será o valor utilizado na seleção.

Os indivíduos dessa primeira fronteira são ignorados temporariamente para processar o restante da população, a fim de encontrar os indivíduos da segunda fronteira de não-dominância. Para os indivíduos dessa segunda fronteira, se atribui um novo valor de aptidão inicial, o qual é estabelecido menor que o valor mínimo da aptidão compartilhada da fronteira anterior. Posteriormente, os nichos são obtidos na segunda fronteira e os valores das aptidões compartilhadas são calculados. O processo continua até que toda população esteja classificada em fronteiras hierárquicas de dominância. Na sequência, a população sofre o processo de seleção para o *crossover*, de acordo com os valores das aptidões compartilhadas. Uma vez que os indivíduos da primeira fronteira possuem os maiores valores de *fitness*, os mesmos têm maiores chances de reprodução. A eficiência do *NSGA* está na maneira em que vários objetivos são convertidos em fronteiras de dominância e reduzidos a uma função da aptidão compartilhada. Este algoritmo é detalhado na sessão 2.5.

- ***NSGA-II***

O algoritmo conhecido como *NSGA-II* foi proposto inicialmente em (Deb *et al.*, 2000) como uma modificação do algoritmo *NSGA*. O *NSGA-II* é baseado em dois conceitos principais: a ordenação das soluções da população em fronteiras hierárquicas de dominância e a utilização da métrica distância de multidão, para diferenciar as soluções em uma mesma fronteira.

A classificação das soluções da população corrente em fronteiras hierárquicas de dominância é feita utilizando-se a mesma idéia do algoritmo *NSGA*. Entretanto, no *NSGA-II*, os autores propuseram um algoritmo mais eficiente para obtenção dessas fronteiras, que reduziu a complexidade da ordenação (Deb *et al.*, 2000).

A distância de multidão (*crowding distance*) fornece uma estimativa das soluções que se encontram próximas a uma determinada solução. Inicialmente faz-

se uma comparação com relação a um único objetivo, sendo em seguida as soluções ordenadas de forma ascendente de magnitude. Em seguida, todas as soluções extremas da fronteira (soluções com maiores e menores valores da função objetivo) recebem um valor de distância tendendo a infinito. Todas as outras soluções intermediárias recebem um valor de distância igual à diferença absoluta do valor da função objetivo das soluções adjacentes. Este procedimento é realizado para cada função objetivo e a distância de agrupamento corresponde à soma das distâncias individuais para cada objetivo. O *NSGA-II* é detalhado na sessão 2.5.

- **SPEA**

Sugerido por Zitzler e Theile (1998), o *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA), é um algoritmo evolutivo multiobjetivos elitista que também utiliza os conceitos de dominância de Pareto. O algoritmo funciona com a manutenção de uma população externa que armazena um conjunto de soluções não-dominadas determinado a cada geração desde a população inicial. Esta população externa também participa nas operações genéticas.

A aptidão de cada indivíduo na população corrente e na população externa é decidida com base no número de soluções dominadas por esse indivíduo. Inicialmente, uma população combinada com a população corrente e a externa é construída. Logo depois, todas as soluções não-dominadas nesta população recebem o valor de aptidão baseado no número de soluções que elas dominam, mantendo assim a diversidade.

- **SPEA-II**

Esse algoritmo é um aperfeiçoamento do SPEA (Zitzler e Theile, 1998), e incorpora, em contraste ao seu antecessor, uma nova estratégia de avaliação, uma técnica de estimação de densidade e dois métodos de elitismo. O SPEA-II proposto em (Zitzler *et al.*, 2002) foi desenvolvido para tentar eliminar as restrições existentes no método antecessor e melhorar a eficiência do algoritmo. As três diferenças principais do SPEA-II para o SPEA são: uma estratégia de atribuição de aptidão que considera para cada indivíduo, tanto o número de soluções que o dominam quanto o número de soluções dominadas por ele; a utilização de uma

técnica de estimativa da densidade da vizinhança incorporada à aptidão dos indivíduos permitindo uma direção mais precisa no espaço de busca; e a substituição do algoritmo de agrupamento por um método alternativo de truncamento, o qual possui características semelhantes, mas preserva as soluções extremas.

2.5 *NSGA e NSGA-II*

O algoritmo *NSGA* pertence à primeira geração dos algoritmos genéticos multiobjetivos (Coello, 2006). Este período foi caracterizado pela simplicidade dos algoritmos propostos e pela falta de estratégias elitistas nos métodos. Por outro lado, uma segunda geração de algoritmos genéticos multiobjetivos iniciou-se quando houve a inserção de estratégias elitistas nos mesmos. O *NSGA-II* é um método representante desta fase. Seu desempenho é tão bom, que ele tornou-se muito popular entre os métodos multiobjetivos, tornando-se um marco na abordagem multiobjetivos (Coello, 2006). Nesta sessão, serão apresentados em detalhes os métodos que foram utilizados nesta dissertação: o *NSGA* e o *NSGA-II*.

2.5.1 *NSGA (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm)*

O *NSGA (Nondominated Sorting Genetic Algorithm)* foi proposto por (Deb e Srinivas, 1994) e sua implementação foi baseada nas sugestões de Goldberg (1989); elas foram propostas em seu livro que é uma referência amplamente conhecida sobre AGs (Goldberg, 1989). A ideia subjacente ao algoritmo é a utilização de um procedimento de classificação das soluções da população corrente em fronteiras hierárquicas de dominância, juntamente com um método de identificação de nichos para manter a diversidade da população. A diferença deste algoritmo em relação a um AG simples está na forma como os indivíduos são avaliados para a seleção dos pais. Tanto o operador de recombinação quanto o operador de mutação são os usuais do AG clássico.

Antes do procedimento de seleção aplicado a população é avaliada utilizando-se a Definição 1 da seção 2.3. A primeira fronteira é formada pelas soluções não-dominadas de toda a população. As soluções não-dominadas da população corrente (primeira fronteira) recebem valores altos de aptidão. Inicialmente, esta aptidão é a mesma para todos os indivíduos não-dominados, garantindo assim que todos possuam um mesmo potencial reprodutivo. Este valor de aptidão inicial é chamado de *dummy-fitness* e chamaremos nesse trabalho de aptidão inicial.

Para manter a diversidade na população, as soluções não-dominadas compartilham os seus valores de aptidão segundo suas distâncias Euclidianas. Este procedimento é chamado de cálculo de estimativa de nichos. Finalmente, divide-se o valor da aptidão inicial de cada indivíduo pelo contador de nichos que é proporcional ao número de vizinhos ao seu redor, obtendo-se a avaliação compartilhada de cada indivíduo (*shared-fitness*). Essa aptidão compartilhada é o valor final que será utilizado na seleção dos pais para o *crossover*. O menor valor de aptidão compartilhada na primeira fronteira de dominância é então armazenado para uso posterior.

Depois que o compartilhamento é executado e que as aptidões são modificadas, os indivíduos não-dominados são ignorados temporariamente para processar o restante dos membros da população. O procedimento para determinar novas soluções não-dominadas (segunda fronteira) é novamente executado, sendo que agora eles recebem um valor inicial de aptidão um pouco abaixo que o menor valor de aptidão compartilhada da fronteira anterior. Uma vez mais o procedimento de compartilhamento é executado entre as soluções não-dominadas da segunda fronteira, as novas avaliações compartilhadas são calculadas como antes. Este processo é continuado até que todos os membros da população sejam classificados em uma fronteira e tenham seu valor de aptidão compartilhada calculado.

Na seleção dos pais para o *crossover*, a prioridade de sorteio será dos indivíduos com maiores valores de avaliação compartilhada. O cálculo da avaliação compartilhada ajuda a distribuir melhor os indivíduos (soluções) por todo o espaço de busca. O processo de compartilhamento objetiva a manutenção e formação de sub-populações ou nichos estáveis. Isto é obtido degradando, compartilhando, o valor da aptidão de um mesmo nicho de indivíduos (soluções) em um espaço de busca. Assim, pontos que estão muito próximos terão seus valores de aptidão degradados. O cálculo de avaliação compartilhada é realizado através das equações (1), (2), (3) e (4) a seguir, sendo: d_{ij} a distância entre duas soluções i e j da fronteira k ; P o número de objetivos considerados, $x_p^{(i)}$ o valor do p -ésimo objetivo da

solução i ; x_p^u e x_p^l definem limites máximo e inferior do p -ésimo objetivo; σ_{share} o parâmetro que define um limite máximo de distância abaixo do qual duas soluções são consideradas dentro de um mesmo nicho; Sh_{ij} o valor de compartilhamento entre duas soluções i e j ; m_i o contador de nichos de uma solução i da fronteira k , sendo n_k o número de soluções da fronteira k , f_i o valor da avaliação inicial de uma solução i (*dummy-fitness*) e f'_i o valor da avaliação compartilhada de uma solução i (*shared-fitness*).

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{p=1}^P \left(\frac{x_p^{(i)} - x_p^{(j)}}{x_p^u - x_p^l} \right)^2} \quad (1)$$

$$Sh(d_{ij}) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{d_{ij}}{\sigma_{share}} \right)^2, & \text{if } d_{ij} \leq \sigma_{share}, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

$$m_i = \sum_{j=1}^{n_k} Sh(d_{ij}). \quad (3)$$

$$f'_i = \frac{f_k}{m_i}. \quad (4)$$

Para exemplificar a classificação dos indivíduos e o compartilhamento da aptidão, podemos aplicar esse processo a um problema de minimização de duas funções objetivos $f_1(x)=x^2$ e $f_2(x)=(x-2)^2$. Suponha uma população de seis indivíduos a serem classificados nas fronteiras de não-dominância dados pela Tabela 2.1. A tabela apresenta os valores dos indivíduos (x), os valores das funções $f_1(x)$ e $f_2(x)$, a classificação dos indivíduos em fronteiras de não-dominância e resume os resultados obtidos nesse processo, através da aplicação das equações (1) a (4) para efetuar o compartilhamento das soluções em cada uma das fronteiras. A coluna “Avaliação Inicial” apresenta o valor de aptidão inicial para cada indivíduo e a coluna “Avaliação Compartilhada” apresenta o valor de aptidão após compartilhamento do indivíduo. A Figura 2.11 ilustra a classificação dos indivíduos nas fronteiras de não-dominância e os cálculos de compartilhamento das soluções. Nesse exemplo, extraído de (Srinivas e Deb, 1994), os valores dos limites x_p^u e x_p^l a serem utilizados na Equação (1) são considerados 0 e 1, respectivamente e o valor de $\sigma_{share}=0.5$.

Tabela 2.1 – Cálculos da classificação das fronteiras de não-dominância para o NSGA

Indivíduo	x	f_1	f_2	Fronteira	<i>Avaliação Inicial</i>	<i>Avaliação Compartilhada</i>
1	-1,50	2,25	12,25	2	3	3
2	0,70	0,49	1,69	1	6	6
3	4,20	17,64	4,84	2	3	3
4	2,00	4,00	0,00	1	6	3,43
5	1,75	3,06	0,062	1	6	3,43
6	-3,00	9,00	25,00	3	2	2

A Figura 2.11 (a) apresenta a classificação dos indivíduos da população nas fronteiras de não-dominância e a atribuição da aptidão inicial para cada indivíduo da primeira fronteira, definida igual ao tamanho da população, conforme proposto por Srinivas e Deb (1998). A Figura 2.11 (b) apresenta o compartilhamento da aptidão dos indivíduos da primeira fronteira (menor valor igual a 3,43) e a atribuição da aptidão compartilhada para cada indivíduo da segunda fronteira, que é definido pelo primeiro inteiro imediatamente inferior a 3,43. Por fim, na Figura 2.11 (c), o mesmo procedimento é efetuado na última fronteira. Dessa forma, os indivíduos da população são classificados em fronteiras e têm suas aptidões compartilhadas.

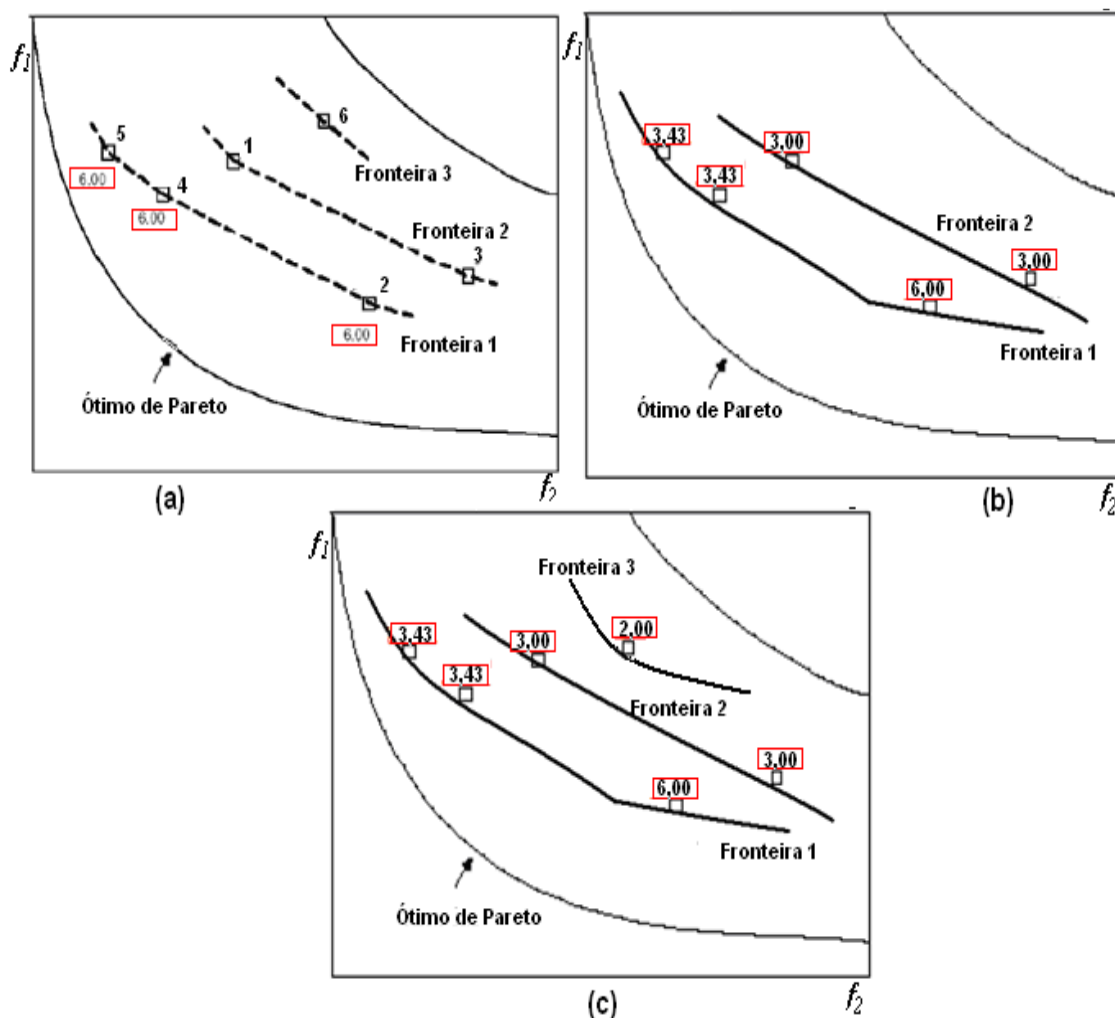


Figura 2.11 – NSGA: Compartilhamento da aptidão.

A reprodução da população é efetuada utilizando-se a aptidão compartilhada, ou seja, como o primeiro nível (primeira fronteira) de soluções não-dominadas possui as mais altas aptidões, um maior número de cópias dos seus indivíduos será realizado e a busca será direcionada para o Ótimo de Pareto.

A característica mais importante desta implementação é que praticamente qualquer número de objetivos pode ser usado para os dois tipos de problemas: maximização ou minimização, bastando mudar o modo como os indivíduos não-dominados são identificados. A Figura 2.12 apresenta o fluxo geral da execução do NSGA.

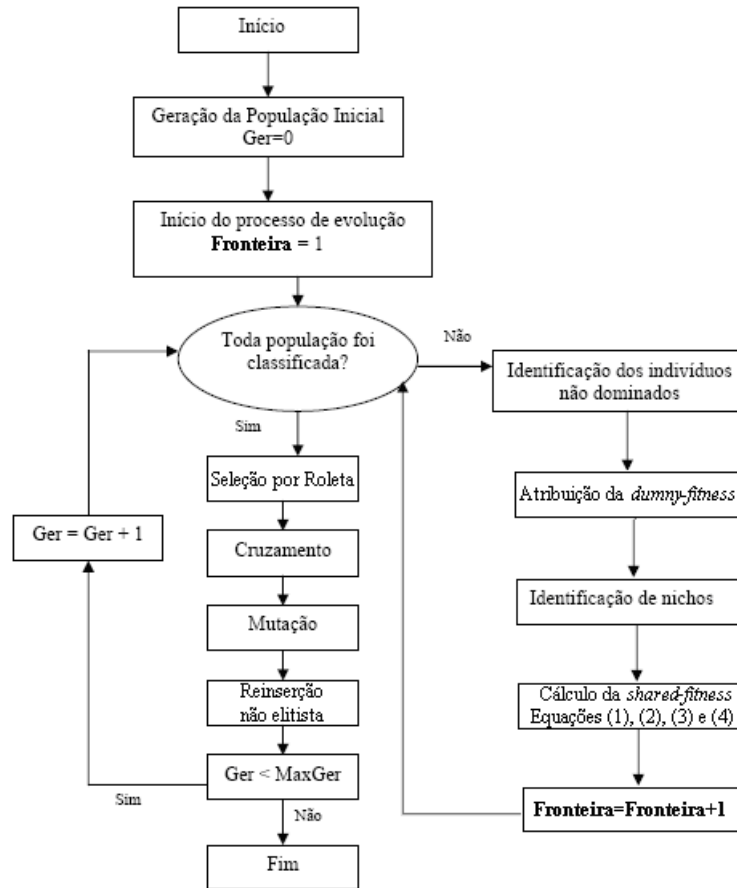


Figura 2.12 – Fluxo de execução do NSGA.

2.5.2 NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II)

O algoritmo *NSGA-II* (Deb *et al.*, 2000) também é baseado em uma classificação de fronteiras hierárquicas de dominância. Entretanto, nesse método é empregada uma estratégia elitista de reinserção da população, para garantir que se alguma solução do Ótimo de Pareto for obtida em qualquer geração, ela será preservada até a população final. O *NSGA-II* trabalha com a população pai P para gerar a população filha Q similar aos AGs convencionais. Na primeira iteração, gera-se uma população P_0 , que é submetida à classificação de dominância. Cada solução tem um valor de aptidão igual ao nível de sua fronteira. Utilizando-se os operadores de seleção por torneio, cruzamento e mutação obtém-se a população filha Q_0 . Tanto P_0 quanto Q_0 são de tamanho N . Ambas as populações, P_0 e Q_0 , são unidas em uma população total R_0 , com $|R_0| = 2N$. Para as gerações seguintes ($t = 1, 2, \dots$), o algoritmo *NSGA-II* trabalha com a população total R_t . A cada geração é realizada a classificação em fronteiras hierárquicas de dominância, e são obtidas as fronteiras $F_1, F_2, \dots$, sendo F_1 a primeira

fronteira, com todas as soluções não-dominadas da R_t corrente. A reinserção da população total R_t em uma nova população de pais P_{t+1} é feita de forma a selecionar as N soluções de R_t que estejam em um nível mais alto de dominância. Assim, a formação de P_{t+1} começa pelas soluções em F_1 , logo seguido pelas soluções de F_2 e assim por diante. Cada conjunto F_i deve ser inserido na sua totalidade em P_{t+1} , enquanto $P_{t+1} + |F_i| \leq N$. Ao inserir as soluções de uma fronteira F_j tal que $|F_j| > N - P_{t+1}$, o algoritmo *NSGA-II* escolhe aquelas soluções de F_j que estejam melhor espalhadas. Ou seja, a reinserção da população de uma geração para outra é feita considerando-se os melhores indivíduos dentre pais e filhos. Esses indivíduos são classificados em fronteiras de dominância e a nova população é formada pegando-se os indivíduos das primeiras fronteiras até se atingir o tamanho da população. Essa quantificação é dada pela distância de multidão explicada a seguir. A Figura 2.13 ilustra a manipulação da população no *NSGA-II*.

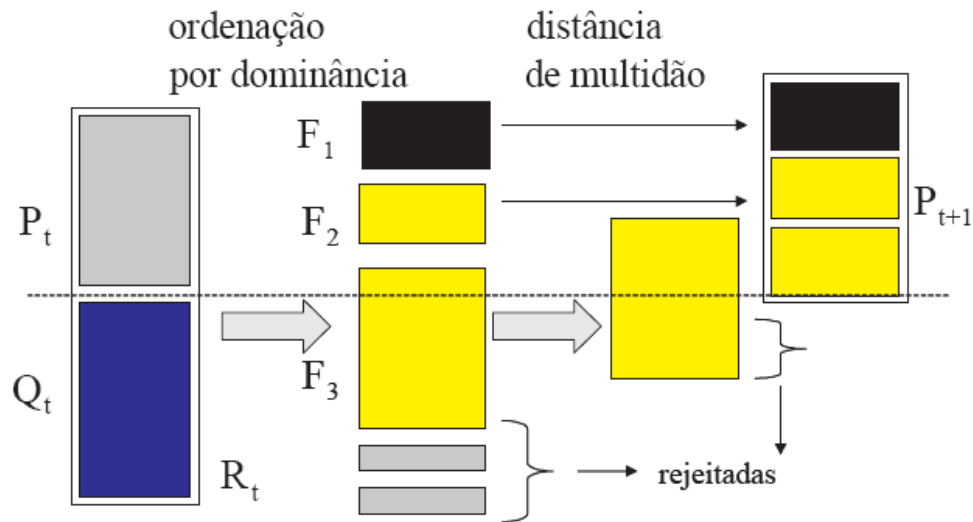


Figura 2.13 – Esquema das populações no *NSGA-II*.

O algoritmo *NSGA-II* introduziu um método de diversidade nas fronteiras chamado de distância de multidão (*crowding distance*). A distância de multidão de uma solução i (d_i), representa uma estimativa do perímetro formado pelo cubóide cujos vértices são os seus vizinhos mais próximos. A Figura 2.14 mostra a distância de multidão para a solução i . Quando maior o cubo em i , mais afastada se encontra a solução i dos seus vizinhos. As soluções extremas em cada objetivo terão um cubóide de tamanho infinito. A Figura 2.15 apresenta o esboço do algoritmo da distância de multidão.

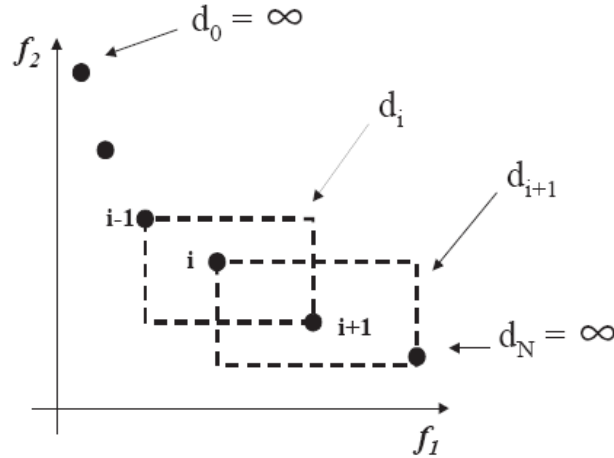


Figura 2.14 – Distância de multidão no *NSGA-II*.

Seja I_i^m a i -ésima solução de uma lista ordenada pelo objetivo m , composta por l soluções. I_1^m e I_l^m são os elementos da lista com menor e maior valor em um objetivo m . $f_m^{(I_{i+1}^m)}$ e $f_m^{(I_{i-1}^m)}$ são os valores dos vizinhos de i na m -ésima função objetivo. $f_m^{\max}$ e $f_m^{\min}$ são os limites máximo e mínimo em cada objetivo.

Uma vez obtidas as distâncias de multidão, os conjuntos F_j são ordenados decrescentemente em relação as suas distâncias. Por fim, gera-se $|Q_{n+1}|$ a partir de $|P_{n+1}|$ usando o operador de seleção de torneio por multidão, cruzamento e mutação.

A seleção multiobjetivos no *NSGA-II* é realizada pelo torneio de multidão. O *NSGA-II* incorpora uma pequena modificação no método de seleção por torneio (*crowding tournament*). Uma solução i é considerada vencedora de um torneio contra uma solução j , se:

- I. A solução i possui um maior nível de não-dominância: fronteira de $i <$ fronteira de j .
- II. Se ambas as soluções estão na mesma fronteira, mas i tem uma distância de multidão maior que j , ou seja, $d_i > d_j$.

Posteriormente, são aplicados os operadores de *crossover* e mutação, como os empregados nos AGs. Ao final de cada geração as populações P_t e Q_t são inseridas conforme explicado anteriormente (Figura 2.13) em uma estratégia elitista para obter a nova população de pais P_{t+1} . Após atingir um número pré-especificado de gerações, o algoritmo é interrompido e a fronteira de soluções não-dominadas da população corrente é retornada como solução final do AG.

Variáveis:

$\mathcal{F}_j$: Conjunto de soluções na fronteira j

1: l denota o número de soluções em $\mathcal{F}_j$.

2: Para cada solução em $\mathcal{F}_j$ atribui-se $d_i = 0$

3: Para cada função objetivo $m = 1, 2, \dots, M$

4: Ordenar decrescentemente as soluções por f_m na lista I^m .

5: Para cada solução extrema (mínimo e máximo) em cada um dos M objetivos

6: Fazer $d_{I_1^m} = d_{I_l^m} = \infty$.

7: Para as soluções $i = 2, \dots, l - 1$ calcular :

$$d_{I_i^m} = d_{I_i^m} + \frac{f_m^{(I_{i+1}^m)} - f_m^{(I_{i-1}^m)}}{f_m^{max} - f_m^{min}} \rightarrow \text{distância de multidão}$$

Figura 2.15– Algoritmo de cálculo da *crowding distance* (distância de multidão)

Para exemplificar a classificação dos indivíduos e o cálculo da distância de multidão no *NSGA-II*, aplicamos esse processo ao mesmo problema da seção 2.5.1 com uma população de seis indivíduos a serem classificados nas fronteiras de não-dominância. A Tabela 2.2 resume os resultados obtidos nesse processo, através da aplicação do algoritmo apresentado na Figura 2.15 para calcular a distância de multidão entre os indivíduos da população. A coluna “*Crowding Distance*” apresenta o valor da distância de multidão para os indivíduos em cada fronteira. A Figura 2.16 ilustra a classificação dos indivíduos nas fronteiras de não-dominância e os cálculos da distância de multidão.

Tabela 2.2 – Cálculos da classificação da fronteira de Pareto para o *NSGA-II*

Indivíduo	x	f_1	f_2	Fronteira	<i>Crowding Distance</i>
2	0,70	0,49	1,69	1	10000
5	1,75	3,06	0,06	1	5,20
4	2,00	4,00	0,00	1	10000
1	-1,50	2,25	12,25	2	10000
3	4,20	17,64	4,84	2	10000
6	-3,00	9,00	25,00	3	10000

A Figura 2.16 (a) apresenta a classificação dos indivíduos da população em fronteiras de Pareto e a atribuição da distância de multidão (*crowding distance*) para cada indivíduo da primeira fronteira. A Figura 2.16 (b) apresenta a atribuição da distância de multidão nos

indivíduos da segunda fronteira da população corrente. Por fim, na Figura 2.16 (c), o mesmo procedimento é efetuado na terceira fronteira. Dessa forma, os indivíduos da população têm suas distâncias de multidão atribuídas em cada fronteira.

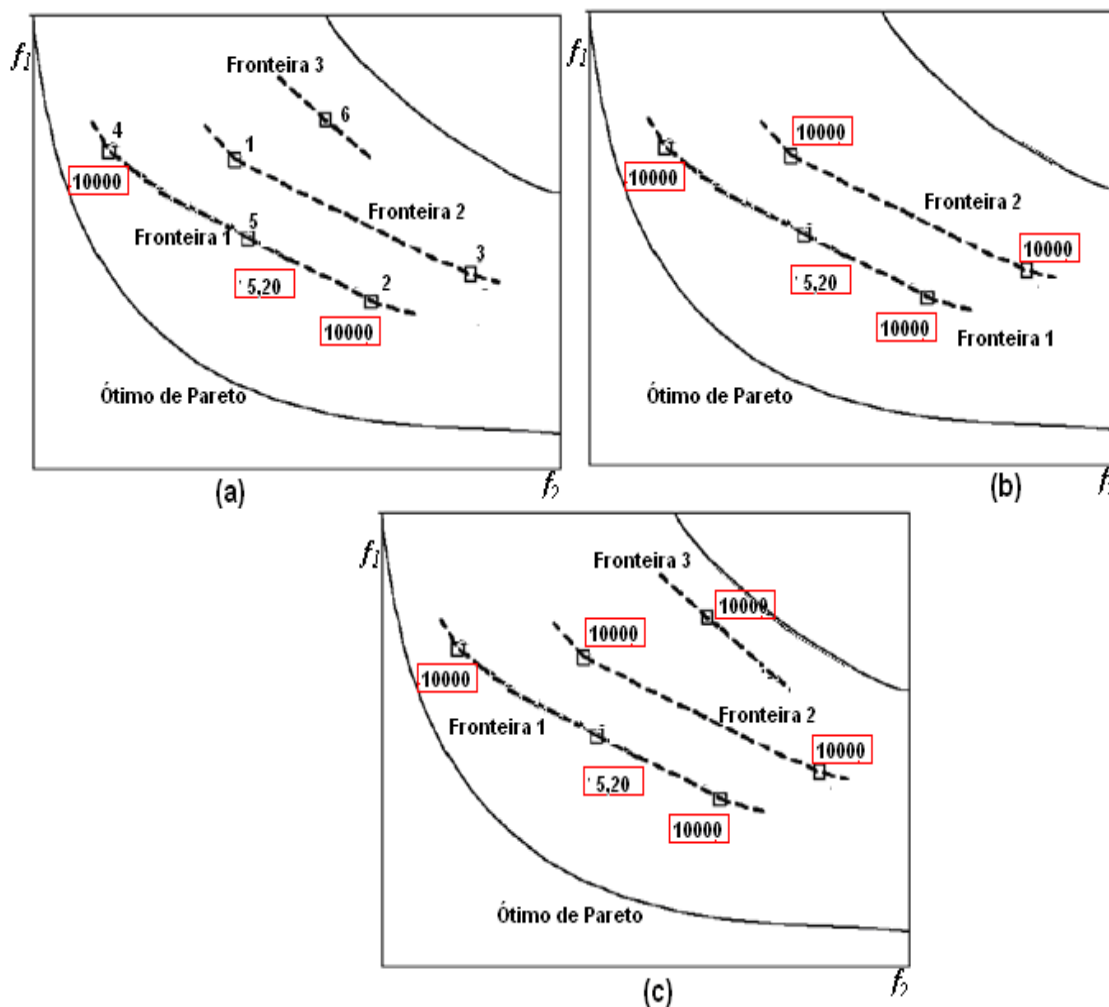


Figura 2.16– NSGA-II: classificação das fronteiras e atribuição de *crowding distance*.

Ao contrário da implementação anterior, a reprodução da população é efetuada utilizando-se a distância de multidão, ou seja, como cada fronteira de soluções não-dominadas contém seus indivíduos de maiores distâncias de soluções não-dominadas, um maior número de cópias desses indivíduos será realizado e a busca será direcionada para o Ótimo de Pareto. A Figura 2.17 apresenta o fluxo geral da execução do NSGA-II.

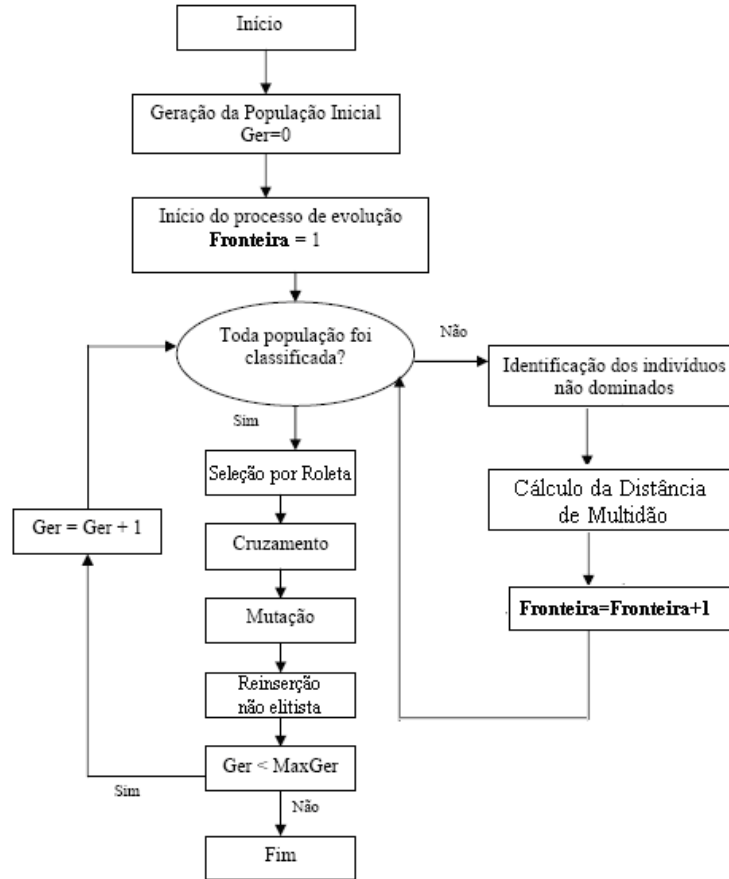


Figura 2.17 – Fluxo de execução do *NSGA-II*.

2.5.3 Experimento comparativo entre o *NSGA* e *NSGA-II*

Inicialmente, para melhor compreensão dos métodos *NSGA* e *NSGA-II*, os mesmos foram implementados e aplicados para obter a fronteira de Pareto em um exemplo envolvendo funções matemáticas simples. O principal objetivo desse experimento foi a comparação desses dois métodos com relação à distribuição das soluções na obtenção do Ótimo de Pareto. Este experimento consistiu em buscar maximizar simultaneamente duas funções objetivo $f_1(x)$ e $f_2(x)$, sendo que o domínio de x foi definido de $-5,12$ a $5,12$. As funções $f_1(x)$ e $f_2(x)$ são dadas pelas equações (5) e (6). A Figura 2.18 apresenta os valores das funções f_1 e f_2 para todo o domínio de x (espaço de busca) e a região onde estão as soluções não-dominadas, ou seja, o Ótimo de Pareto.

$$f_1(x) = \sin(x) + 1,1 \quad (5)$$

$$f_2(x) = \frac{x}{10} + 1 \quad (6)$$

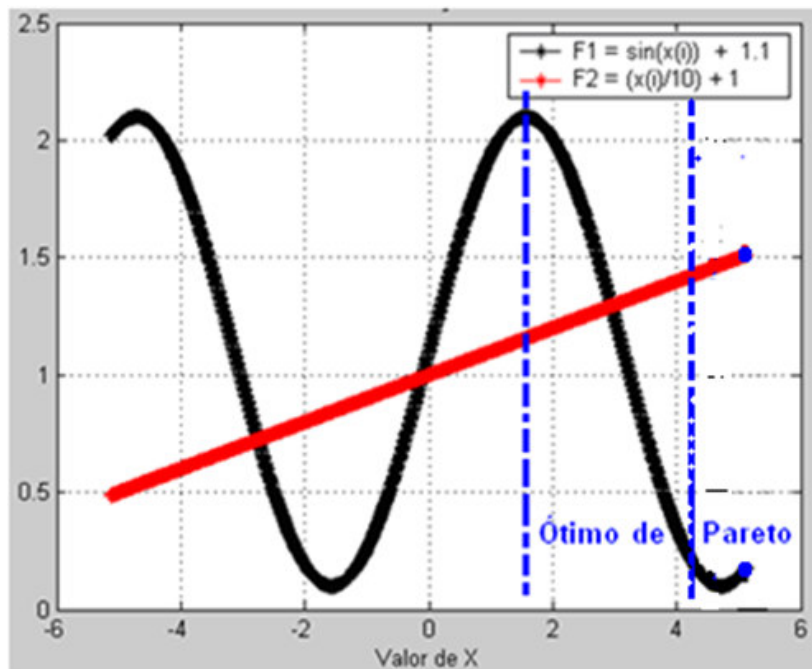


Figura 2.18 – Domínio de x de f_1 e f_2 e Ótimo de Pareto.

As figuras 2.19 e 2.20 representam uma execução de cada algoritmo, *NSGA* e *NSGA-II* respectivamente, aplicadas a tais funções matemáticas a serem maximizadas, e apresentam também uma sequência (de algumas gerações) das soluções a cada geração indicada. A configuração dos ambientes *NSGA* e *NSGA-II* é dada por: tamanho da população=10; taxa de *crossover* = 50% para o *NSGA* e 100% para o *NSGA-II*; taxa de mutação = 50% por indivíduo e número de gerações = 100.

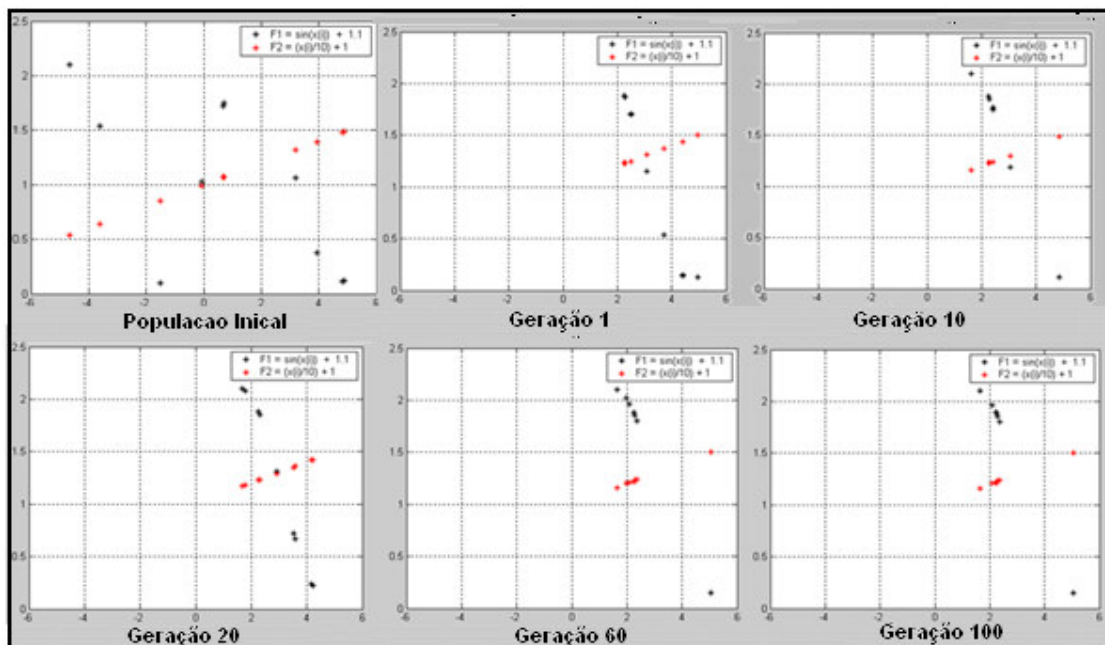


Figura 2.19 – Evolução da população no *NSGA*.

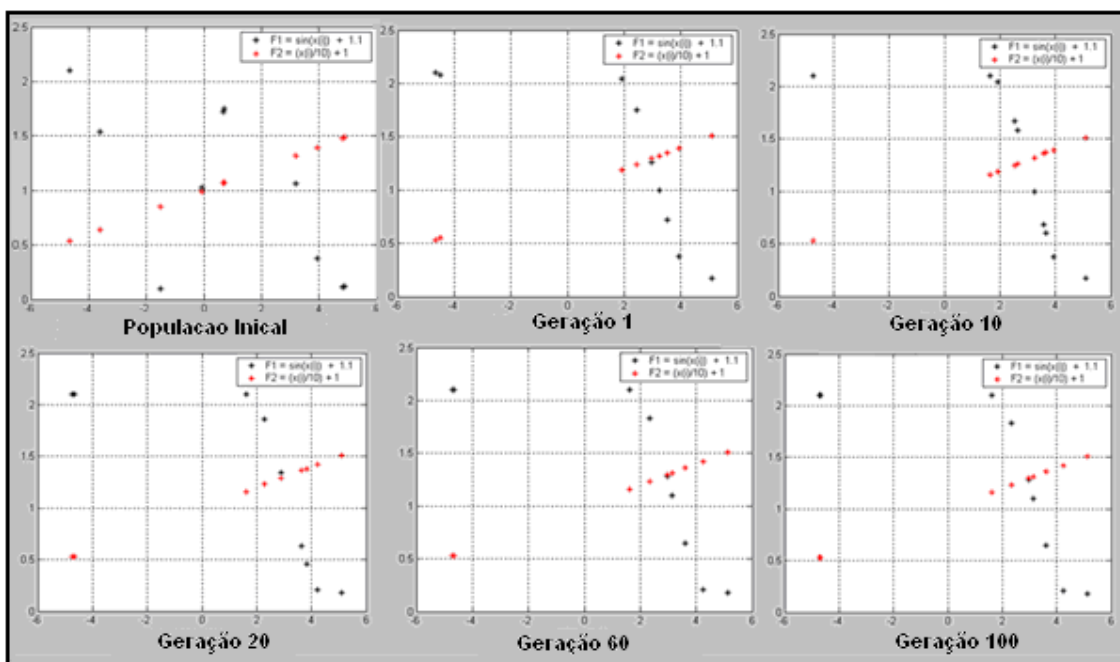


Figura 2.20 – Evolução da população no *NSGA-II*.

Analisando-se este experimento, pode-se perceber uma maior estabilidade no método *NSGA-II* quanto à obtenção das soluções Ótimo de Pareto. Vemos que no *NSGA* a fronteira Ótimo de Pareto possui grandes espaços na fronteira (“buracos”) de soluções não-dominadas, e no *NSGA-II* esses espaços são menores, ou seja, o *NSGA-II* mostra uma melhor distribuição de soluções não-dominadas no Ótimo de Pareto, em relação ao *NSGA*. Uma vez que soluções

pertencentes ao Ótimo de Pareto se aglomeram, formando nichos, o *NSGA* poderá excluir estas soluções e desfalcando o Ótimo de Pareto. Por outro lado, o *NSGA-II* não exclui o nicho por completo, não desfalcando as soluções não-dominadas. O *NSGA* e o *NSGA-II* serviram de base para os quatro novos ambientes implementados nessa dissertação. Dois deles utilizam uma variação da dominância de Pareto chamada dominância- ϵ .

2.6 Dominância- ϵ

O objetivo principal de um algoritmo genéticos multiobjetivos é fazer a população convergir para o Ótimo de Pareto. Entretanto, como a dimensão da população é finita e muitas vezes pequena comparada à cardinalidade do Ótimo de Pareto, objetiva-se também que as soluções não-dominadas da população final estejam bem distribuídas sobre a Fronteira de Pareto. Por isso, o espalhamento das soluções não-dominadas na primeira fronteira passou a ser então uma importante característica a ser avaliada durante o processo de evolução e na população final do AG.

A ausência de um bom espalhamento nas fronteiras se mostrou um impedimento para uma boa convergência dos AGs para o Ótimo de Pareto, especialmente na utilização de um número maior de objetivos. Uma das mais importantes abordagens que surgiram na tentativa de melhorar o desempenho dos AGs nesse quesito foi a utilização de uma definição mais “relaxada” de dominância conhecida por dominância- ϵ (ϵ -dominance). A dominância- ϵ foi proposta em (Laumanns *et al.*, 2002) e tem a seguinte definição:

Definição 3. Dominância- ϵ

Sejam $A, B \in Y$, sendo Y um espaço de busca. Então A é dito ϵ -dominar B para algum $\epsilon > 0$, se $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\} : (f_i(A) + \epsilon) \leq f_i(B)$, sendo n o número de funções objetivos f_i do problema.

Seja P o conjunto de soluções não-dominadas de Y , ou seja o Ótimo de Pareto em Y , um grupo de soluções P' é dito uma aproximação- ϵ de P se qualquer vetor B em Y e $B \notin P'$ é

ϵ -dominado por pelo menos um vetor $A \in P'$. Claramente P' não é único. Existem vários conjuntos de soluções não-dominadas que são aproximações- ϵ do Ótimo de Pareto de Y .

Diversas abordagens de incorporação da dominância- ϵ em modelos anteriores de AGMOs foram investigadas na literatura. A adoção dessa versão “relaxada” da dominância de Pareto resultou em algoritmos com melhor convergência para o Ótimo de Pareto, especialmente em problemas que adotam três ou mais objetivos (Coello, 2006).

Em nossa pesquisa bibliográfica recente, não encontramos nenhum caso de aplicação de dominância- ϵ no problema do roteamento *multicast*.

Nesse trabalho, investigamos a adoção da dominância- ϵ em nosso ambiente multiobjetivos de roteamento *multicast* baseado no *NSGA-II* (Deb *et al.*, 2000). Essa investigação resultou em dois ambientes. Um primeiro que usa a definição original da dominância- ϵ , dada pela Definição 3, e um segundo ambiente que usa uma pequena variação dessa definição, que chamamos de dominância- ϵ' e que tem seguinte definição:

Definição 4. Dominância- ϵ'

Sejam $A, B \in Y$, sendo Y um espaço de busca. Então A é dito ϵ' -dominar B para algum $\epsilon > 0$, se $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\} : (f_i(A) + \epsilon) < f_i(B)$, sendo n é o numero de funções objetivos f_i do problema.

A única alteração de Definição 4 em relação à Definição 3, refere-se à retirada do sinal de igual na comparação $(f_i(a) + \epsilon) \leq f_i(b)$. A consequência direta dessa alteração é a forma como o algoritmo multiobjetivos lida com as cópias de uma solução que possam surgir ao longo da evolução. Por exemplo, se temos uma solução x pertencente ao Ótimo de Pareto e surgem na população corrente a solução x e uma cópia da mesma x' , quando o AGMO realizar a classificação das fronteiras de dominância:

- se adotarmos a definição de dominância original (Definição 1) ou a dominância- ϵ' (Definição 4), o AGMO manterá x e x' na mesma fronteira de Pareto;
- se adotarmos a definição de dominância- ϵ (Definição 3), o AGMO manterá x na primeira fronteira e x' irá para a segunda fronteira de Pareto.

2.7 Experimento com a dominância- ϵ

Um segundo experimento foi realizado para investigar a dominância- ϵ , simultaneamente, nas duas funções objetivos dadas pelas equações (5) e (6). A configuração desse experimento é similar à do experimento descrito na seção 2.5.3. Para facilitar a comparação, a Figura 2.21 apresenta os indivíduos/soluções na última geração dos experimentos da seção 2.5.3.

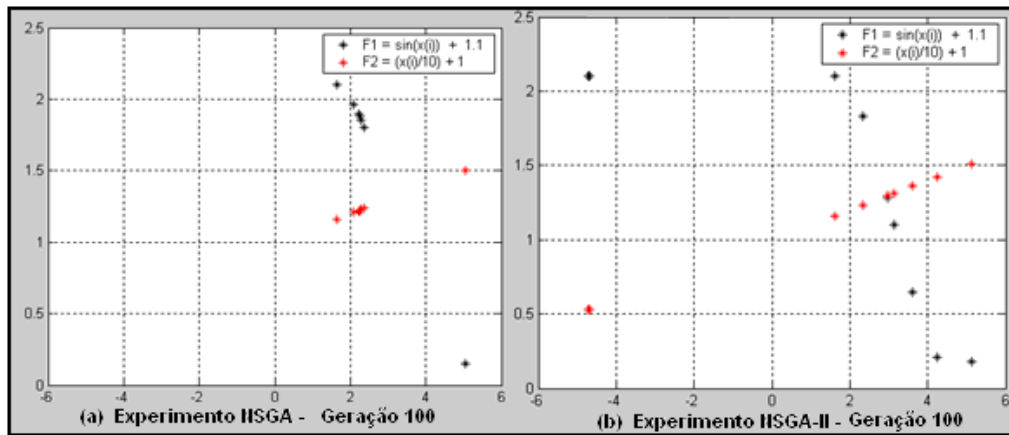


Figura 2.21 – Geração final do experimento com o *NSGA* e o *NSGA-II*

Depois de realizar o experimento comparativo entre os algoritmos *NSGA* e *NSGA-II*, realizou-se um experimento para investigar o comportamento da dominância- ϵ . Os métodos *NSGA* e *NSGA-II* foram implementados utilizando o mecanismo de dominância baseado no Ótimo de Pareto original. Para este novo experimento, utilizamos a variação de dominância (dominância- ϵ) no algoritmo *NSGA-II*. A Figura 2.22 apresenta a sequência da evolução desse novo experimento.

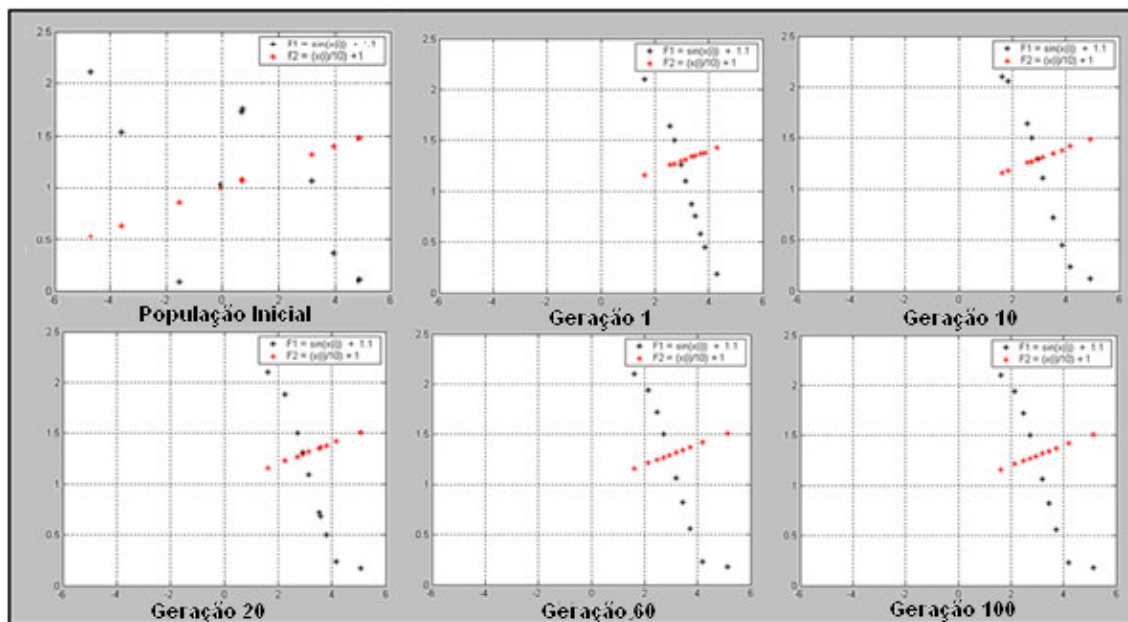


Figura 2.22 – Experimento com a dominância- ϵ .

Com esse experimento vemos uma maior estabilidade dos indivíduos não dominados na fronteira Ótimo de Pareto em relação ao *NSGA* e ao *NSGA-II*. Podemos verificar também uma melhor distribuição dos indivíduos, ou seja, a diminuição ou ausência de espaços por toda a fronteira Ótima de Pareto em relação aos dois métodos originais. Uma vez que são formados nichos, o uso da dominância- ϵ faz com que apenas uma solução represente cada nicho. Uma vez que uma única solução do nicho domina suas vizinhas próximas que estejam a uma distância abaixo de ϵ .

3 Roteamento *multicast* baseado em algoritmos genéticos

Neste capítulo apresentaremos a caracterização do problema de que trata essa dissertação. Para tal, serão descritos inicialmente alguns conceitos de redes de computadores e roteamento. Posteriormente, serão revisados os estudos sobre a abordagem evolutiva (algoritmos genéticos) em roteamento *multicast* com qualidade de serviço.

3.1 Roteamento em redes de computadores

Com o objetivo de facilitar o processo de padronização e obter conectividade entre máquinas de diferentes fabricantes, a Organização Internacional de Normalização (ISO - *International Standards Organization*), uma das principais organizações no que se refere à elaboração de padrões de comunicação de âmbito mundial, aprovou, no início da década de 1980, um modelo de arquitetura para sistemas abertos, visando permitir a comunicação entre máquinas heterogêneas e definindo diretivas genéricas para a construção de redes de computadores independentemente da tecnologia de implementação.

A arquitetura OSI é formada por sete camadas (ou níveis), interfaces e protocolos. As camadas são processos, implementados por hardware ou software, que se comunicam com o processo correspondente na outra máquina. Cada camada oferece um conjunto de serviços ao nível superior, usando funções realizadas no próprio nível e serviços disponíveis nos níveis inferiores.

A Camada de Rede é uma das sete camadas do modelo OSI, cuja principal função é rotear pacotes de uma máquina origem para uma ou mais máquinas destino. O algoritmo de roteamento é a parte do software da camada de rede responsável pela decisão sobre a linha de saída a ser usada na transmissão do pacote de entrada (Tanenbaum, 1996). As principais funções executadas pelo algoritmo de roteamento são a seleção das melhores rotas e a entrega da mensagem ao destinatário, uma vez que a melhor rota foi escolhida.

Normalmente, os protocolos de roteamento caracterizam os enlaces da rede (*links*) com uma métrica simples, que é utilizada na decisão da melhor rota. Alguns exemplos de métricas são dados a seguir:

- Largura de banda (*bandwidth*): define a largura de banda do enlace em questão, máxima ou disponível em determinado instante da rede;
- Retardo (*delay*): mede o retardo da transmissão do enlace ou do nó, em determinado instante da rede;
- Variação de retardo (*jitter*): define qual é a variação aceitável de retardo para a transmissão de determinado fluxo;
- Probabilidade de perda de pacotes (*packet loss probability*): define a probabilidade de perda de pacotes;
- Memória (*buffer*): é o total de memória disponível para o roteador;
- Contador de roteadores de uma determinada rota (*hops count*): mede o número de nós a serem percorridos, para que uma mensagem vá de um nó origem a um nó destino;
- Distância física: indica qual a distância entre roteadores da rede;
- Custo (*cost*): é uma função composta por diversas métricas;

Não existe consenso com relação a quais métricas são as mais relevantes ao processo de roteamento. Um dos motivos dessa ausência de consenso é a existência de características distintas dos fluxos de dados (Kompela e Awduche, 2000).

O roteamento de redes implementado hoje na internet utiliza o serviço *best-effort* (menor esforço). Este termo define um serviço de transmissão por datagrama e caracteriza-se por:

- cálculo de rotas de menor caminho, considerando somente uma única métrica;
- cálculo das rotas de maneira distribuída e independente, onde cada roteador realiza o cálculo das rotas baseado em seus dados locais;
- roteamento dinâmico, no qual o caminho a ser utilizado por um fluxo de dados pode mudar em resposta ao estado atual dos *links*;
- cálculo somente da rota de menor custo.

O serviço *best-effort* normalmente caracteriza os custos das rotas em uma rede com uma métrica simples e individual, como por exemplo, numero de nós, *delay* ou alguma função custo. Esse serviço *best-effort* não possui mecanismos que garantam qualidade na transmissão

dos dados e não dispõe de mecanismos para tratamento diferenciado para os pacotes mais prioritários.

Para uma transmissão de aplicativos ter qualidade, a rede deve ter meios seguros e previsíveis, garantindo aos aplicativos de maior importância a transmissão com eficiência. A Qualidade de Serviço (*QoS – Quality of Service*) em redes veio justamente para resolver este problema, ou seja, tem como objetivo garantir que a comunicação fim-a-fim, seja obtida com nível de serviço adequado para cada aplicação. Para tal, pode ser necessária a utilização de mais do que uma métrica simples na definição da melhor rota.

A combinação de duas ou mais métricas aditivas e/ou multiplicativas torna o roteamento baseado em restrições um problema do tipo NP - Completo (Zheng e Crowcroft, 1996) e, portanto, de implementação intratável (Awduche *et al*, 1999; Crawley *et al*, 1998). Para que este roteamento se torne amplamente aceito pelos protocolos da internet é necessário que o poder computacional para a criação das rotas seja baixo o suficiente para não atrapalhar o dinamismo do tráfego (Xiao, 2000; Zheng e Crowcroft, 1996). Muitos pesquisadores têm apontado os algoritmos genéticos (Goldberg, 1989) como uma ferramenta viável no roteamento em redes de computadores (Ravikumar *et al.*, 1998; Xiang *et al.*, 1999; Zhengying *et al.*, 2001; Oliveira e Araújo, 2004; Chirigno e Baran, 2004; Fabregat *et al.*, 2005; Pietro *et al.*, 2005).

O roteamento *multicast* é o tipo de roteamento onde a entrega de informações/pacotes ocorre para múltiplos destinatários simultaneamente usando a estratégia mais eficiente onde as mensagens só passam por um *link* uma única vez e somente são duplicadas quando o *link* para os destinatários se divide em duas direções. Em comparação com o roteamento *multicast*, o roteamento onde a entrega acontece de forma simples, ponto-a-ponto, é chamado de roteamento *unicast*, e a entrega para todos os pontos de uma rede chama-se *broadcast*.

Neste trabalho é investigado o roteamento *multicast*. As Figuras 3.1 e 3.2 ilustram exemplos de rotas/caminhos *multicast* em duas topologias de rede investigadas neste trabalho: a REDE0 e a REDE1. Essas redes foram extraídas de (Ravikumar *et al.*, 1998) e (Zhengying *et al.*, 2001) e também foram utilizadas em (Oliveira e Araújo, 2004).

Tanto na Figura 3.1 como na Figura 3.2 as arestas (links) em negrito significam uma rota *multicast*, saindo de um nó origem 1 e chegando em vários nós destinos, destacados nestas figuras.

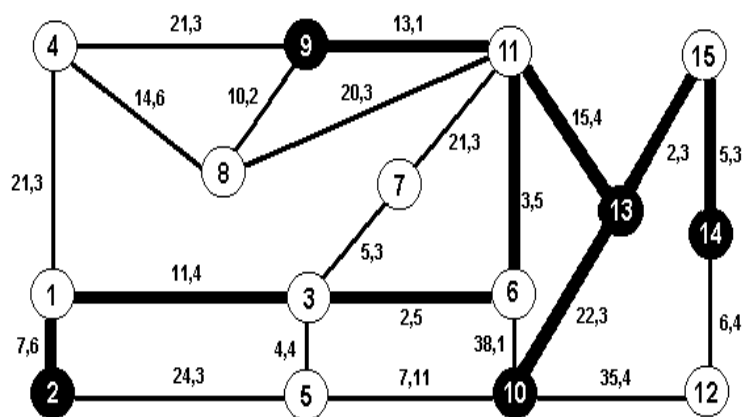


Figura 3.1 – Topologia REDE0: Exemplo de rede com uma rota *multicast* partindo do nó 1 chegando aos nós destinos 2, 9, 10, 13 e 14.

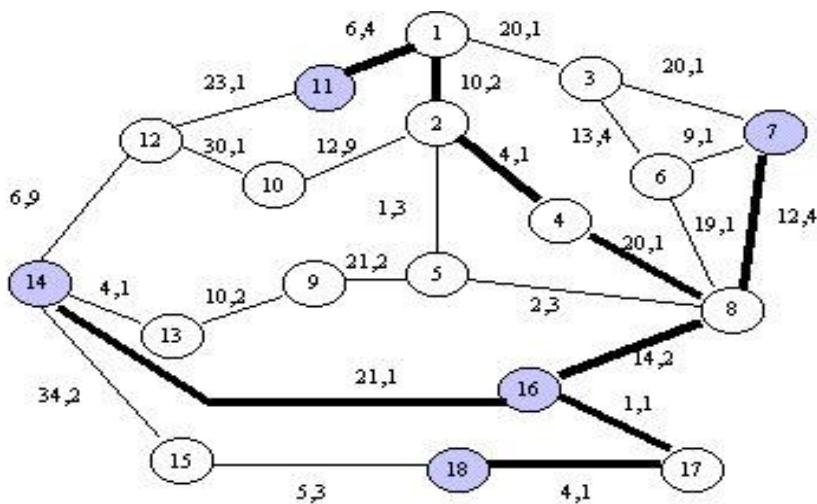


Figura 3.2 – Topologia REDE1: Exemplo de rede com uma rota *multicast* partindo do nó 1 chegando aos nós destinos 7, 11, 14, 16 e 18.

No roteamento tradicional com uma única métrica, os algoritmos Bellman-Ford e Dijkstra são utilizados nas tecnologias de redes por apresentarem baixos custos computacionais, necessários para o dinamismo e bom funcionamento das redes. O problema de roteamento *multicast* em redes com uma única métrica é também conhecido como *Steiner Tree*. Em (Ravi, 1994), vários algoritmos exatos são propostos para o problema Steiner Tree. Em (Zheng e Crowcroft, 1996), foi proposta uma alteração do Algoritmo de Dijkstra, usando largura de banda e *delay* como métricas. Em (Guerin *et al.*, 1997), foi proposta a utilização das métricas de roteamento *QoS*: largura de banda, número de nós e *delay*. Os autores sugerem algumas modificações nos algoritmos Bellman-Ford e Dijkstra para cálculo de rotas. Em (Xiao, 2000), é proposta a escolha das métricas largura de banda e o número de passos

como as mais adequadas ao roteamento *multicast* com qualidade de serviço, pois considera que: *delay* e *jitter* podem ser obtidas por algum cálculo; o número de passos diminui o consumo de recursos da rede e que existem diversos algoritmos simples, como o algoritmo de Bellman-Ford, capazes de realizar o cálculo das rotas baseado no número de nós.

3.2 Roteamento *multicast* baseado em algoritmos genéticos mono-objetivos

Diversos autores propõem a utilização de algoritmos genéticos como uma poderosa ferramenta no roteamento em redes. Em (Inagaki *et al.*, 1999) foi apresentada uma simples justificativa para a utilização de AGs em problemas de roteamento, mesmo quando se utiliza uma única métrica: o autor observa que os AGs, em oposição ao algoritmo de Dijkstra, conseguem mais facilmente gerar, além da solução ótima, outras soluções sub-ótimas, as quais podem ser úteis ao problema de roteamento, especialmente na geração de rotas *backup*.

Em (Xiang *et al.*, 1999), foi proposto um AG para roteamento *QoS*. Este AG adota uma matriz unidimensional $N \times N$, onde N representa o número de nós da rede. O trabalho estuda soluções tanto para o roteamento *multicast* quanto para o roteamento *unicast*.

Em (Ravikumar *et al.*, 1998), foi proposto um roteamento baseado em AG *multicast* que utiliza as métricas custo e *delay*. O algoritmo utiliza a representação em árvore para o cromossomo. Segundo (Zhengying *et al.*, 2001), o AG implementado por Ravikumar e colaboradores tem uma tendência à convergência prematura, por não existirem mecanismos que previnam este comportamento.

Em (Zhengying *et al.*, 2001) foi proposto uma aplicação de AG em problemas de roteamento *multicast* com *QoS*. O objetivo do AG proposto é descobrir rotas *multicast* que atendam uma especificação de *delay* máximo e um custo mínimo. Em (Zhengying *et al.*, 2001) foi recomendada a utilização das métricas largura de banda, *delay* e custo, necessárias à transmissão de aplicativos multimídia em tempo real sensíveis a *delay*. O trabalho desconsidera as métricas perda média de pacotes e *jitter*, por achá-las desnecessárias aos principais requisitos do roteamento *QoS*. Nesse trabalho, os autores observam que, no roteamento *QoS*, algoritmos polinomiais fornecem a melhor solução, mas com custo

computacional inviável. Por outro lado, os AGs surgem como uma alternativa para a implementação de roteadores em tempo real, uma vez que, mesmo sem a garantia de encontrar a rota ótima, podem encontrar rotas sub-ótimas, com um custo computacional viável. Em relação ao modelo de AG proposto anteriormente em (Ravikumar *et al.*, 1998), o AG proposto por Zhengying e colegas alterou alguns operadores genéticos: foi adotado um modelo elitista para o operador de seleção e os operadores de crossover e mutação também sofreram alterações. Como resultados dessas mudanças, os autores afirmam que o modelo apresentou uma menor ocorrência de convergência prematura.

Em (Oliveira e Araújo, 2004), foi implementado um AG fortemente baseado em (Zhengying *et al.*, 2001). Nesse trabalho, foram propostas duas inovações baseadas em Engenharia de Tráfego: uma inclusão da métrica “*hops count*” - contador de pontos da rede - e a criação de um mecanismo para evitar a geração de cópias de indivíduos. Estas modificações permitem re-roteamento rápido e uma distribuição de carga com melhoria no desempenho total da rede. Além disso, algumas variações no processo de recombinação dos indivíduos foram avaliadas, objetivando aumentar a convergência para a solução ótima global e diminuir o tempo de processamento. Na próxima sessão, detalhamos esse modelo de roteamento baseado em AGs, pois o mesmo serviu de base para essa pesquisa.

3.3 Um modelo de roteamento *multicast* baseado em AG mono-objetivo (Oliveira e Araújo, 2004)

O modelo proposto por (Oliveira e Araújo, 2004) foi utilizado como base para o algoritmo mono-objetivo implementado na fase inicial deste trabalho. Por outro lado, o algoritmo proposto por (Oliveira e Araújo, 2004) está fortemente baseado em (Zhengying *et al.*, 2001). Em (Zhengying *et al.*, 2001), os autores propuseram a aplicação de AGs em problemas de roteamento multicast (vários nós destinos) com *QoS*. O objetivo do AG é descobrir rotas multicast que atendam às especificações de *delay* máximo, a um custo mínimo. Este AG, de (Zhengying *et al.*, 2001), foi também baseado em um trabalho anterior, de (Ravikumar *et al.*, 1998), que tem o mesmo objetivo: encontrar rotas que satisfaçam o *delay* máximo permitido com o menor custo possível. Estas métricas são necessárias à

transmissão de aplicativos multimídia em tempo real e sensíveis a *delay*. Um exemplo de rota *multicast* é exibido na Figura 3.1, que exibe uma rede com 15 nós, onde para cada enlace é atribuído um par de valores de custo e *delay*. Uma rota *multicast* está representada pelos enlaces em negrito, onde o nó 1 deseja transmitir dados para os nós destinos 2,9,10,13 e 14.

Uma rede pode ser modelada como um grafo $N(V,E)$, onde V é o conjunto de vértices do grafo, que representam os roteadores da rede e E é o conjunto de arcos $e(u,v)$, $u,v \in V$, que representam os enlaces das redes entre pares de roteadores. Os arcos são bidirecionais e possuem os atributos custo e *delay*, representados respectivamente pelas funções $\text{custo}(e)$, $\text{delay}(e)$. Todos os atributos pertencem ao R^+ . Seja:

- s : o nó de origem ($s \in V$);
- D : o conjunto de nós destinos ($D \subseteq V - \{s\}$);
- T : definido como uma árvore *multicast* $T(s,D)$ que origina-se em s , sendo D o conjunto de nós destinos.
- t : definido como um caminho *unicast*, $t = \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle$, t representa um subconjunto de T , onde $e_1, \dots, e_n$ são arcos pertencentes a E , onde $e_1(s, v_i)$ e $e_n(u_j, v)$, $d \in D$. Ou seja, é o caminho que liga a fonte a um nó destino.

O objetivo do algoritmo implementado é encontrar árvores T , que satisfaçam às seguintes premissas:

1. Determinar rotas que atendam à restrição de *delay* máximo desejado, ou seja, o *delay* máximo permitido, em cada caminho t , deve ser maior ou igual a:

$$\text{Delay}_t = (\text{delay}(e_1) + \dots + \text{delay}(e_n))$$

2. Caso o *delay* máximo seja atendido, obter a rota de menor custo, ou seja, das árvores que atendam ao item 1 acima, deve ser escolhida aquela que possuir o menor valor de custo. O custo total da árvore *multicast* é dado por:

$$\text{Custo}(T) = \sum_{e_i \in T} \text{custo}(e_i)$$

A seguir, é feita uma descrição do algoritmo implementado em (Zhengying *et al*, 2001), no qual o algoritmo proposto por (Oliveira e Araújo, 2004) é baseado. Ao fim deste capítulo, na sessão 3.3.4 são apresentadas algumas adaptações realizadas por (Oliveira e Araújo, 2004) a partir do modelo de (Zhengying *et al*, 2001).

3.3.1 Representação do indivíduo e população inicial

A representação dos cromossomos/indivíduos utilizada em (Zhengying *et al*, 2001), é feita de maneira que os indivíduos são representados em árvores. Cada indivíduo/árvore representa uma rota *multicast* possível.

A população inicial de N_p indivíduos é criada através de um algoritmo aleatório. A busca inicia no nó de origem e aleatoriamente seleciona nós não-visitados, até chegar a todos os nós destinos, gerando uma rota *multicast*.

3.3.2 Função de avaliação

A função utilizada para a avaliação dos indivíduos devolve um valor diretamente proporcional à qualidade do indivíduo, sendo que um “bom” indivíduo é aquele que atende ao *delay* requerido com um baixo custo. A função de avaliação de cada indivíduo, ou seja, de cada árvore *multicast*, foi definida conforme Equação 7:

$$F(T) = \frac{1}{\sum_{e \in T} custo(e)} \prod_{d \in D} (\omega(delay(s, d) - Delay_{max}(d))) \quad (7)$$

Sendo:

- s o nó origem;
- D o conjunto de nós destinos (*multicast*);
- T o conjunto de enlaces que formam uma árvore *multicast* (ligando o nó origem s ao conjunto de nós destinos D);
- e representa um enlace da árvore *multicast* ($e \in T$);
- $Delay_{max}(d)$ que representa a restrição de atraso máximo da origem s ao destino d ;
- $delay(s, d)$ que representa a somatória do atraso do caminho da fonte s ao destino d ;
- $\omega(x)$ define uma função de penalidade para os destinos em que a restrição de $Delay_{max}$ não é ??:

$$\omega(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq 0 \\ \alpha, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Ou seja, $\omega(\text{delay}(s,d) - \text{Delay}_{\max}(d)) = 1$, quando o *delay* máximo for atendido e $\omega(\text{delay}(s,d) - \text{delay}_{\max}(d)) = \alpha$, quando o mesmo não for atendido. O parâmetro α define o grau da penalidade ($0 < \alpha < 1$) e quanto menor for seu valor, maior será a penalidade atribuída à rota no caso da mesma não atender o *delay* máximo permitido para um caminho t ($\text{delay}(t)$). Nos experimentos em (Zhengying *et al.*, 2001; Oliveira e Araújo, 2004), os autores fixaram o valor de α em 0,5.

3.3.3 Crossover, Mutação e Reinscrição

Foi adotado um processo de reinscrição elitista. Neste método, são selecionados os N_e melhores indivíduos que são copiados diretamente para a próxima geração. Todos os indivíduos da população (elite ou não) são utilizados na escolha dos pares para a recombinação através do método da roleta. A quantidade de indivíduos escolhida para a recombinação (P_{cross}) é definida pelo tamanho da população (Np), subtraído do tamanho da elite (N_e).

O método de recombinação é composto pelos seguintes passos: (1) escolher dois pais utilizando-se o método de seleção pela roleta; (2) comparar estes indivíduos para identificar os arcos idênticos; (3) criar sub-árvores a partir destes arcos; (4) gerar um filho através da reconexão das sub-árvores, atendendo a todos os destinos. As sub-árvores formadas serão combinadas entre si, de maneira aleatória, até que se forme uma nova árvore T . A conexão entre duas sub-árvores distintas será realizada respeitando-se o seguinte critério: caso um dos dois indivíduos pais sorteados atenda ao *delay* máximo permitido, é utilizado um algoritmo de busca que encontra o caminho de menor custo entre as sub-árvores; caso ambos os pais não atendam ao *delay* máximo permitido, o algoritmo de busca deverá então encontrar o caminho de menor *delay*. A Figura 3.3 ilustra este processo de *crossover*. Como resultado do método de recombinação, apenas um filho é gerado. O algoritmo de busca de menor caminho empregado nesse trabalho na fase de reconexão é o Dijkstra (Cormen *et al.*, 1990). Em (Zhengying *et al.*, 2001) os autores não relatam o algoritmo de busca de menor caminho que foi empregado. Em (Oliveira e Araújo, 2004) foi empregado um algoritmo de busca em profundidade.

De acordo com uma probabilidade P_m , os filhos gerados sofrem um processo de mutação. O processo de mutação utilizado consiste em eliminar arcos de um conjunto de nós escolhidos aleatoriamente do filho recém-gerado. Como consequência destas eliminações,

sub-árvores derivadas deste filho são geradas. O algoritmo re-conecta as sub-árvores da nova árvore T utilizando o mesmo processo do método de recombinação, com a única diferença que a escolha do melhor caminho, por menor custo ou *delay*, é decidido dinamicamente e não mais pelo *delay* dos indivíduos pais.

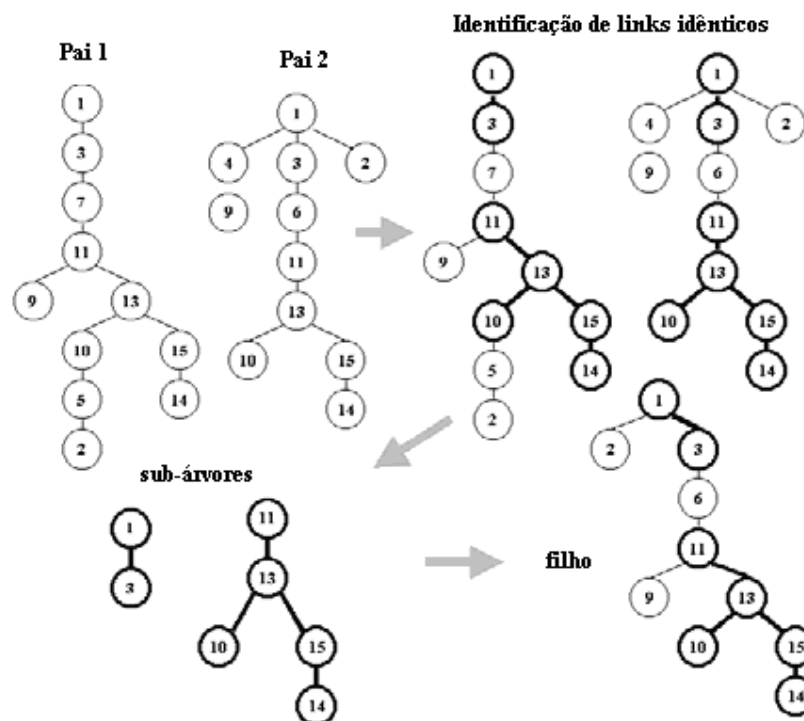


Figura 3.3 – Processo de *crossover* utilizado em (Oliveira e Araújo, 2004).

3.3.4 Adaptações no modelo de (Zhengying *et al.*, 2001) realizadas em (Oliveira e Araújo, 2004)

O algoritmo implementado e discutido por (Oliveira e Araújo, 2004) também tem por objetivo descobrir rotas *multicast* de custo mínimo que atendam à restrição de *delay* máximo permitido. Entretanto, algumas modificações foram realizadas em (Oliveira e Araújo, 2004) com objetivo de atingir alguns requisitos da Engenharia de Tráfego (ET). Além disso, algumas adaptações no AG de (Oliveira e Araújo, 2004) foram necessárias. A seguir, são apresentadas as adaptações para cada caso em questão:

- Como proceder quando não houver arcos idênticos no processo de *crossover*/recombinação. Solução: caso o *delay* de algum dos pais atinja o desejado (máximo permitido), o indivíduo pai de menor custo é replicado

como filho. Caso contrário, o indivíduo pai de menor *delay* é replicado como filho.

- Qual o tipo de algoritmo a ser utilizado na conexão das sub-árvores. Solução: foi utilizado um algoritmo de busca em profundidade, com programação dinâmica.
- Percentual de nós a serem considerados como elite (N_e). Solução: 50% do tamanho da população.
- Percentual de nós a serem desconectados quando ocorrer uma mutação. Solução: 20% dos nós que compõem o filho gerado.

As adaptações citadas foram necessárias devido a lacunas no detalhamento do algoritmo de (Zhengying *et al*, 2001), ou eventualmente, a situações não previstas pelos autores. Além destas adaptações, duas modificações foram implementadas com o objetivo de atender alguns requisitos da Engenharia de Tráfego:

1. Inclusão do número de passos como métrica. O algoritmo em (Zhengying *et al*, 2001) determina que, quando o *delay* desejado for atendido por algum dos pais, o algoritmo de busca deve obter o caminho de menor custo e do contrário deve obter o caminho de menor *delay*. Foi incluído como critério de desempate utilizado no novo algoritmo é o caminho com menor número de passos. Este critério também é utilizado na situação em que um dos pais é replicado por não existirem arcos idênticos.
2. Inclusão de um mecanismo para inibir rotas repetidas na população final. Para inibir rotas repetidas na população, o algoritmo implementado verifica a cada filho gerado, se o mesmo já existe na população corrente. Caso exista, uma mutação forçada ocorre.

Estas duas modificações incorporadas são importantes para a ET, pois permitem:

- A implementação do re-roteamento rápido que, aumenta a confiabilidade da rede através da criação de rotas backup a serem utilizadas.
- A distribuição de carga.
- A melhoria do desempenho total da rede pois, com a diminuição do número de passos, há uma redução no consumo geral dos recursos da rede (Xiao, 2000).

3.4 Reprodução dos experimentos de (Oliveira e Araújo, 2004)

Na primeira fase desta dissertação, foi realizada a reprodução do AG mono-objetivo e dos experimentos apresentados em (Oliveira e Araújo, 2004). Para estes experimentos dois exemplos de topologia de rede foram utilizados:

- a REDE0, extraída de (Zhengying *et al.*, 2001), e apresentada na Figura 3.1; possui 15 nós e 5 nós destinos. Os arcos em negrito representam a rota ótima obtida em (Oliveira e Araújo, 2004), que atende ao *delay* máximo permitido de 25 ms. Esta rota tem um *delay* total de 24 ms, com custo de 69, em um total de 10 passos;
- a REDE1, extraída de (Ravikumar *et al.*, 1998), e apresentada na Figura 3.2; possui 18 nós, sendo o nó 1 a origem e os nós 7,11,14,16 e 18 os destinos. Os arcos em negrito representam a rota ótima encontrada em (Oliveira e Araújo, 2004), que atende ao *delay* máximo de 9 ms. Esta rota possui *delay* total de 8 ms, com custo de 92, em um total de 10 passos.

Em ambas as redes, as métricas indicadas nos arcos correspondem a custo e *delay* respectivamente.

Nosso ambiente mono-objetivo foi implementado na linguagem C. Nos experimentos com a REDE0, alguns parâmetros do AG sofreram variações, enquanto outros foram mantidos fixos. Os parâmetros fixos são:

- $\alpha=0,5$ e $Delay_{max}(t) = 25$ ms (equação (7));
- tamanho da elite (N_e): 50% da população N_p ;
- probabilidade de mutação (P_m): 1% por indivíduo;
- percentual de nós desconectados (P_{nmul}): 20%;

Os valores destes parâmetros foram escolhidos baseados em (Oliveira e Araújo, 2004). Os parâmetros que sofreram alterações e seus respectivos valores são:

- número de gerações (N_p): 20 e 50.
- tamanho da população (N_g): 15 e 30.

Os valores $N_g=20$ e $N_p=15$ foram utilizados em (Zhengying *et al.*, 2001), e os valores $N_g=50$ e $N_p=30$ em (Ravikumar *et al.*, 1998). As quatro combinações de N_p e N_g foram avaliadas também em (Oliveira e Araújo, 2004). Os testes resultaram em 4 experimentos, um

para cada combinação de N_g e N_p , formados por 20 execuções cada um, com sementes aleatórias diferentes.

Nas Tabelas 3.1 e 3.2 são apresentados os resultados dos experimentos de (Oliveira e Araújo, 2004), onde: a coluna “% Convergência” indica o percentual de vezes em que o AG convergiu para a solução ótima global, apresentada na Figura 3.1 para a REDE0 e na Figura 3.2 para a REDE1. A coluna “Tempo Sala” indica o tempo médio de cada execução, incluindo o tempo de impressão dos resultados. As colunas “Delay médio”, “Custo médio” e “Nº Passos Médio” indicam, respectivamente, os resultados médios obtidos considerando-se apenas o melhor indivíduo de cada uma das 20 execuções.

Tabela 3.1 – Experimento de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE0.

NG	NP	Tempo Sala	% Convergência	Delay Médio	Custo Médio	Nº Passos Médio
20	15	0,46 s	70%	24 ms	74	9,85
50	15	1,10 s	90%	24 ms	70	9,95
20	30	0,90 s	95%	24 ms	69	9,95
50	30	2,16 s	100%	24 ms	69	10,00

Tabela 3.2 – Experimento de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE1.

NG	NP	Tempo Sala	% Convergência	Delay Médio	Custo Médio	Nº Passos Médio
20	15	0,47 s	15%	8 ms	105	9,85
50	15	1,28 s	20%	8 ms	106	9,80
20	30	1,12 s	30%	8 ms	103	9,70
50	30	2,25 s	10%	8 ms	106	9,90

Os experimentos referentes às Tabelas 3.1 e 3.2 foram realizados com operador de seleção Torneio. Para os experimentos realizados neste trabalho, nós utilizamos duas configurações: uma usando o operador de seleção Torneio (Tabela 3.3 e 3.4) e outra utilizando o operador de seleção Roleta (Tabela 3.5 e 3.6).

Tabela 3.3 – Experimento reproduzido de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE0.

NG	NP	Tempo Sala	% Convergência	Delay Médio	Custo Médio	Nº Passos Médio
20	15	0,05 s	95%	24 ms	70,0	10,05
50	15	0,10 s	100%	24 ms	69,0	10,00
20	30	0,09 s	95%	24 ms	70,0	10,05
50	30	0,18 s	100%	24 ms	69,0	10,00

Tabela 3.4 – Experimento reproduzido de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE1.

NG	NP	Tempo Sala	% Convergência	Delay Médio	Custo Médio	Nº Passos Médio
20	15	0,06 s	20%	8 ms	109,0	9,0
50	15	0,11 s	25%	8 ms	108,0	9,0
20	30	0,09 s	20%	8 ms	109,0	9,0
50	30	0,20 s	25%	8 ms	108,0	9,0

Tabela 3.5 – Experimento, utilizando Roleta, reproduzido de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE0.

NG	NP	Tempo de sala	% Convergência	Delay Médio	Custo Médio	Média Passos
20	15	0,06 s	100%	24 ms	69,0	10,0
20	30	0,12 s	100%	24 ms	69,0	10,0
50	15	0,09 s	100%	24 ms	69,0	10,0
50	30	0,19 s	100%	24 ms	69,0	10,0

Tabela 3.6 – Experimento, utilizando Roleta, reproduzido de (Oliveira e Araújo, 2004) para a REDE1.

NG	NP	Tempo de sala	% Convergência	Delay Médio	Custo Médio	Média Passos
20	15	0,06 s	50%	8 ms	102,0	9,0
20	30	0,15 s	55%	8 ms	101,0	9,0
50	15	0,10 s	50%	8 ms	102,0	9,0
50	30	0,22 s	55%	8 ms	101,0	9,0

Comparando-se os resultados obtidos com o Torneio com os apresentados em (Oliveira e Araújo, 2004), vemos que o AG reproduziu satisfatoriamente o ambiente original.

Comparando-se nossos próprios experimentos com a seleção por torneio e a seleção pela roleta, vemos que o uso da roleta provocou uma melhoria significativa na convergência, especialmente na REDE1. A melhoria obtida no tempo de execução se deve, principalmente, à diferença de hardware utilizado em (Oliveira e Araújo, 2004).

3.5 Algoritmos genéticos multiobjetivos no roteamento *multicast*

Alguns exemplos de abordagens multiobjetivos para o problema do roteamento *multicast* são encontradas na literatura.

O algoritmo de roteamento com abordagem multiobjetivos discutido em (Roy e Das, 2004) é baseado no algoritmo *NSGA* (Deb e Srinivas, 1994) e a sua aplicação foi centrada em redes de telefonia celular. O algoritmo proposto em (Cui *et al.*, 2003) baseia-se igualmente no *NSGA* (Deb e Srinivas, 1994) e o indivíduo tem sua representação baseada na sequência de nós (roteadores), exigindo uma procedimento para codificar/decodificar uma solução (indivíduo) como uma árvore *multicast*. O cálculo de rotas para roteamento *multicast* proposto em (Crichigno e Baran, 2004) baseia-se no algoritmo multiobjetivos *SPEA* (Zitzler e Thiele, 1999) e a representação do indivíduo é realizada por uma combinação linear de rotas *unicast* pré-calculadas.

Os algoritmos discutidos em (Fabregat *et al.*, 2005) e (Pietro *et al.*, 2005) também foram baseadas no SPEA (Zitzler e Thiele, 1999), e para realização do roteamento nestes trabalhos foi aplicada a implementação de rotas *multicast multitree* para encontrar soluções. Nesse tipo de abordagem, é considerado um fluxo de dados na rede no momento do roteamento e o novo fluxo de dados pode ser dividido em mais de uma árvore *multicast*. O AG discutido em (Garrozi e Araújo, 2006) foi apresentado objetivando encontrar rotas *multicast* com uma abordagem multiobjetivos, mas numa abordagem evolutiva que não utiliza dominância de Pareto.

4 Ambientes multiobjetivos implementados

Nessa dissertação, foram implementados quatro ambientes multiobjetivos para avaliarmos sua aplicação no roteamento *multicast*. Os dois primeiros foram fortemente baseados nos métodos *NSGA* (Srinivas e Deb, 1994) e *NSGA-II* (Deb *et al*, 2000), discutidos no capítulo dois. Eles foram chamados *NSGA-Routing* e *NSGA-II-Routing*.

Posteriormente, a dominância- ϵ definida na seção 2.3 foi incorporada ao ambiente baseado no *NSGA-II* de duas formas diferentes, retornando outros dois ambientes multiobjetivos. No primeiro deles, a dominância- ϵ foi incorporada seguindo exatamente a sua definição original proposta em (Laumanns *et al.*, 2002) e apresentada na seção 2.3; chamamos esse ambiente de ϵ -*NSGA-II-Routing*. No último ambiente, uma pequena alteração foi feita na definição da dominância- ϵ relacionada ao tratamento de cópias de uma mesma solução, conforme a Definição 4 da seção 2.3; chamamos esse ambiente de ϵ' -*NSGA-II-Routing*.

Antes de discutimos os quatro ambientes implementados, apresentaremos as métricas utilizadas nos experimentos que avaliaram tais ambientes.

4.1 Métricas avaliadas

Para realização dos experimentos com os quatro ambientes implementados, foram utilizadas métricas relacionadas: (i) ao custo total de uma rota *multicast*; (ii) ao atraso total envolvido na árvore *multicast*; (iii) à média do atraso acumulado a partir do nó origem a cada nó destino; (iv) ao atraso máximo acumulado desde o nó origem até um nó destino; e (v) ao total de roteadores na rota *multicast*. As definições das funções objetivo investigadas nesta dissertação são dadas por:

- Equação (8), que define a função objetivo relacionada ao custo total de uma rota *multicast*;
- Equação (9), que define a função objetivo relacionada à quantidade de nós destinos da rota *multicast* que atendem à restrição de *delay* máximo pré-estabelecido;

- Equação (10), que define a função objetivo relacionada ao atraso total envolvido na árvore *multicast*;
- Equação (11), que define a função objetivo relacionada com a média do atraso acumulado a partir do nó origem a cada nó destino;
- Equação (12), que define a função objetivo relacionada ao atraso máximo acumulado desde o nó origem até um nó destino;
- Equação (13), que define a função objetivo relacionada ao número total de roteadores na rota *multicast*.

$$F_{cost}(T) = \frac{1}{\sum_{t \in T} cost(t)} \quad (8)$$

$$F(T) = \sum_{d \in D} (\omega(delay(s, d) - Delay_{max}(d))) \quad (9)$$

$$F_{delay1}(T) = \frac{1}{\sum_{t \in T} delay(t)} \quad (10)$$

$$F_{delay2}(T) = \frac{\sum_{d \in D} delay(s, d)}{|D|} \quad (11)$$

$$F_{delay3}(T) = \max_{d \in D} \{delay(s, d)\} \quad (12)$$

$$F_{hops}(T) = \frac{1}{\sum_{t \in T} hops(t)} \quad (13)$$

Sendo o s o nó origem; D o conjunto de nós destinos ($d \in D$); $|D|$ o número de nós destinos; T o conjunto de enlaces que formam uma árvore *multicast*; $cost(t)$ o custo associado ao enlace t ($t \in T$); $delay_{max}(d)$ a restrição de *delay* máximo associado a um nó destino d ($d \in D$); $delay(t)$ o *delay* associado ao enlace t ($t \in T$); $delay(s, d)$ *delay* dos enlaces do nó s até o nó d ; e $hops(t)$ o número de nós (roteadores) no caminho do nó s até o destino d .

Para avaliarmos os ambientes multiobjetivos foram elaboradas algumas composições da métrica custo total dada pela Equação (8) com as métricas das Equações (9), (10), (11), (12) e (13), formando pares de funções objetivos. São eles:

- Par 1: minimizar o custo total (Equação 8) e maximizar a quantidade de *delay* atendidos da árvore (Equação 9);
- Par 2: minimizar o custo total (Equação 8) e minimizar o *delay* total da árvore (Equação 10);
- Par 3: minimizar o custo total (Equação 8) e minimizar a média do *delay* atendido (Equação 11);
- Par 4: minimizar o
- custo total (Equação 8) e minimizar o valor do pior *delay* atendido (Equação 12);
- Par 5: minimizar o custo total (Equação 8) e o total de nós (roteadores) da árvore (Equação 13);

A Tabela 4.1 apresenta os conjuntos de soluções não-dominadas ou Ótimo de Pareto definidos pelos pares de objetivos avaliados, tanto da REDE0 quanto da REDE1.

Tabela 4.1 – Ótimo de Pareto para a REDE0 e REDE1

Redes	Ótimo de Pareto									
	Par 1		Par 2		Par 3		Par 4		Par 5	
REDE0	Custo	Nº delay	Custo	Soma	Custo	Média	Custo	Pior	Custo	Passos
	106	5	69	46	69	16,4	69	24	69	10
	96	4	76	45	96	14,6	90	20	86	9
	69	3	80	34	101	13,6	103	19	95	8
			96	32	103	12,6	106	17		
			101	30	106	10,8				
			106	26						
Cardinalidade do Ótimo de Pareto	3		6		5		4		3	
REDE1	92	5	71	21	71	9,8	71	12	71	9
	71	1	92	17	92	6,6	98	10	87	8
			98	15	85	9,6	108	8		
			114	13	108	6,2				
					114	5,4				
Cardinalidade do Ótimo de Pareto	2		4		5		4		2	

4.2 Ambiente de roteamento *NSGA-Routing*

O primeiro ambiente implementado e avaliado foi baseado no método *NSGA* (Deb *et al.*, 1994) discutido na sessão 2.5.1, ele foi chamado de *NSGA-Routing*. Foram mantidas as principais etapas desse método apresentadas no fluxo da Figura 2.12: classificação da população em fronteiras hierárquicas de dominação; estabelecimento da aptidão inicial (*dummy-fitness*), cálculo da aptidão compartilhada e uso da roleta como método de seleção.

As demais etapas foram mantidas iguais ao modelo de AG mono-objetivo discutido na seção 3.2. São elas: (i) geração da população inicial de árvores *multicast* através de um método de busca aleatória; (ii) *crossover* baseado na similaridade de duas árvores pais e reconexão das sub-árvores utilizando o método Dijkstra para menor caminho (menor *delay* ou menor custo); (iii) mutação de uma parcela dos filhos gerados realizada através desconexão aleatória de 20% dos ramos da árvore e reconexão das sub-árvores resultantes através do algoritmo Dijkstra (menor *delay* ou menos custo); (iv) reinserção da população final de cada geração, escolhendo-se os melhores indivíduos entre pais e filhos para retornar ao tamanho da população original. Desse forma, o AGMO resultante, embora seja fortemente baseado no *NSGA* original, possui uma característica elitista, pois os melhores pais são preservados de uma geração para outra. Uma das principais críticas ao *NSGA* está no fato desse método não empregar elitismo e as soluções não-dominadas que vão sendo obtidas ao longo das gerações podem desaparecer durante a evolução. Esse problema foi corrigido no *NSGA-II* original proposto em (Deb *et al.*, 2000) utilizando uma estratégia de reinserção similar à que utilizamos no *NSGA-Routing*. Portanto, quanto à estratégia de reinserção, esse ambiente se aproxima do *NSGA-II* (Deb *et al.*, 2000).

A seguir, são apresentados os principais passos do algoritmo referente ao primeiro ambiente multiobjetivos avaliado nesta dissertação: *NSGA-Routing*:

Passo 1: Geração aleatória da população inicial de soluções compostas por várias árvores *multicast* (T), sendo que cada árvore conecta o nó de origem a todos os nós destinos.

Passo 2: Para cada solução/árvore (T) da população, calcular os valores dos objetivos que foram selecionados previamente. Esses objetivos podem ser: $F_{cost}(T)$, $F_{delay}(T)$, $F_{hops}(T)$ apresentados na Sessão 4.2.

Passo 3: Realizar a classificação de dominância utilizando a Definição 1 (Sessão 2.3), organizando a população corrente em fronteiras hierárquicas de dominância. A cada fronteira

identificada, estabelecer o valor inicial de aptidão (*dummy-fitness*) de cada solução, compartilhar os indivíduos calculando, (i) as distâncias euclidianas entre eles (Equação (1)), (ii) os nichos (equações (2) e (3)) e (iii) o valor de aptidão compartilhada de cada solução (*shared-fitness*), dada pela Equação (4).

Passo 4: Criar uma nova população de filhos de tamanho igual a 30% da população corrente. Cada árvore é formada a partir da aplicação do operador de *crossover*:

- (i) escolher um par de árvores da população corrente usando o método da roleta; a roleta é formada utilizando-se a avaliação compartilhada de cada indivíduo;
- (ii) identificar os ramos idênticos entre as duas árvores pais;
- (iii) gerar sub-árvores com base nos ramos idênticos identificados e nos nós origem e destinos que não estejam presentes nesses ramos.
- (iv) reconectar as sub-árvores até que uma nova árvore *multicast* completa (ligando o nó origem a todos os nós destinos) é formada utilizando-se o algoritmo Dijkstra (Cormen *et al.*, 1990) para a obtenção do menor caminho. Aplica-se um critério para decidir que objetivo o algoritmo Dijkstra utilizará para encontrar o menor caminho. Por exemplo, o critério mais utilizado nos experimentos descritos no Capítulo 6 foi o mesmo proposto por (Ravikumar *et al.*, 1998): se nenhum dos pais atinge o critério de *delay* máximo, utiliza-se o caminho de menor *delay*; caso contrário o de menor custo.

Passo 5: Submeter ao processo de mutação algumas árvores geradas após o *crossover*, de acordo com uma taxa de mutação P_m . Para cada árvore selecionada:

- (i) remover todos os enlaces relacionados a 20% dos nós selecionados aleatoriamente gerando sub-árvores;
- (ii) reconectar as sub-árvores até que uma nova árvore *multicast* completa é formada utilizando-se o algoritmo Dijkstra (Cormen *et al.*, 1990) para obtenção do menor caminho. Aplica-se um critério para decidir que objetivo

o algoritmo Dijkstra utilizará para encontrar o menor caminho.

Passo 6: Calcular os objetivos das árvores criadas pelos passos de mutação e *crossover* (filhos), de forma similar ao Passo 2.

Passo 7: Realizar a classificação de dominância de todos os indivíduos da população corrente de pais e filhos, de forma similar ao Passo 3.

Passo 8: Verificar se o número máximo de iterações foi atingido. Se for atingido, encerrar a execução do algoritmo, retornando a fronteira que contém as soluções não-dominadas da população corrente como solução do algoritmo. Se o número máximo de iterações não for atingido, eliminar os piores indivíduos de acordo com o valor de avaliação compartilhada, até obter um número de indivíduos igual ao tamanho de população inicial e retornar ao Passo 4.

4.3 Ambiente de roteamento *NSGA-II-Routing*

O segundo ambiente implementado e avaliado foi baseado no método *NSGA-II* (Deb *et al.*, 2000) discutido na sessão 2.5.2; ele foi chamado de *NSGA-II-Routing*. Assim como o ambiente *NSGA-Routing* descrito na sessão anterior, foram mantidas as principais etapas do método *NSGA-II* original, enquanto que a geração da população inicial e os operadores de *crossover* e mutação foram mantidas iguais ao AG mono-objetivo de roteamento *multicast*.

A seguir, são apresentados os principais passos do algoritmo referente ao segundo ambiente multiobjetivos avaliado: *NSGA-II-Routing*:

Passo 1: Geração aleatória da população inicial de soluções compostas por várias árvores *multicast* (T), sendo que cada árvore conecta o nó de origem a todos os nós destinos.

Passo 2: Para cada solução/árvore (T) da população, calcular os valores dos objetivos que foram selecionados previamente. Esses objetivos podem ser: $F_{cost}(T)$, $F_{delay}(T)$, $F_{hops}(T)$ apresentados na Sessão 4.2.

Passo 3: Realizar a classificação utilizando a Definição 1 (seção 2.3), organizando a população corrente em fronteiras hierárquicas de dominância. A cada fronteira identificada, calcular a distancia de multidão (*crowding distance*) de cada solução em relação a seus vizinhos.

Passo 4: Criar uma nova população de filhos de tamanho igual a 100% da população corrente. Cada árvore é formada a partir da aplicação do operador de *crossover*:

- (i) escolher um par de árvores da população corrente usando o torneio de multidão (*crowding tournament*);
- (ii) identificar os ramos idênticos entre as duas árvores pais;
- (iii) gerar sub-árvores com base nos ramos idênticos identificados e nos nós origem e destinos que não estejam presentes nesses ramos.
- (iv) reconectar as sub-árvores até que uma nova árvore *multicast* completa (ligando o nó origem a todos os nós destinos) é formada utilizando-se o algoritmo Dijkstra (Cormen *et al.*, 1990) para a obtenção do menor caminho. Aplica-se um critério para decidir que objetivo o algoritmo Dijkstra utilizará para encontrar o menor caminho.

Passo 5: Submeter ao processo de mutação algumas árvores geradas após o *crossover*, de acordo com uma taxa de mutação P_m . Para cada árvore selecionada:

- (i) remover todos os enlaces relacionados a 20% dos nodos selecionados aleatoriamente gerando sub-árvores;
- (ii) reconectar as sub-árvores até que uma nova árvore *multicast* completa é formada utilizando-se o algoritmo Dijkstra (Cormen *et al.*, 1990) para obtenção do menor caminho. Aplica-se um critério para decidir que objetivo o algoritmo Dijkstra utilizará para encontrar o menor caminho.

Passo 6: Calcular os objetivos das árvores criadas pelos passos de mutação e *crossover* (filhos), de forma similar ao Passo 2.

Passo 7: Realizar a classificação de dominância de todos os indivíduos da população corrente de pais e filhos, de forma similar ao Passo 3.

Passo 8: Verificar se o número máximo de iterações foi atingido. Se for atingido, encerrar a execução do algoritmo, retornando a fronteira que contém as soluções não-dominadas da população corrente como solução do algoritmo. Se o número máximo de iterações não for atingido, eliminar os piores indivíduos de acordo com o valor de avaliação

compartilhada, até obter um número de indivíduos igual ao tamanho de população inicial e retornar ao Passo 4.

4.4 Ambientes de roteamento ϵ -NSGA-II-Routing e ϵ' -NSGA-II-Routing

Os dois últimos ambientes avaliados também foram baseados no *NSGA-II* proposto em (Deb *et al.*, 2000), mas eles utilizam a definição de dominância- ϵ na classificação das fronteiras. Eles foram chamados de ϵ -NSGA-II-Routing e ϵ' -NSGA-II-Routing. Assim como o ambiente *NSGA-II-Routing* descrito na Sessão anterior, foram mantidas, nesses dois ambientes, as principais etapas do método *NSGA-II* original. A geração da população inicial e os operadores de *crossover* e mutação foram mantidas iguais ao AG mono-objetivo de roteamento *multicast*.

A diferença dos ambientes ϵ -NSGA-II-Routing e ϵ' -NSGA-II-Routing em relação ao *NSGA-II-Routing*, descrito na seção anterior, está na forma de classificação da fronteiras hierárquicas de dominação. A única modificação do ϵ -NSGA-II-Routing em relação aos passos do algoritmo apresentado na seção 4.3 está no Passo 3. No ambiente *NSGA-II-Routing* a classificação da fronteiras hierárquicas de dominação é feita com base na Definição 1 da seção 2.3, enquanto no ambiente ϵ -NSGA-II-Routing a classificação é feita com base na Definição 3 da seção 2.6.

O ambiente ϵ' -NSGA-II-Routing é similar ao ϵ -NSGA-II-Routing. Entretanto, no ϵ' -NSGA-II-Routing é feita com base na Definição 4 da seção 2.6.

O capítulo cinco apresenta os principais resultados dos experimentos efetuados com os quatro ambientes implementados.

5 Resultados e análises

Neste capítulo, serão apresentados e discutidos os resultados dos experimentos realizados com os quatro ambientes multiobjetivos descritos no capítulo quatro: *NSGA-Routing*, *NSGA-II-Routing*, ϵ -*NSGA-II-Routing* e ϵ' -*NSGA-II-Routing*.

5.1 Experimentos iniciais

Na fase inicial dos experimentos, foram adotados os dois objetivos dados pelas Equações (8) e (9), que chamamos de Par 1 de funções objetivo, cujo Ótimo de Pareto foi apresentado tanto para a REDE0, quanto para a REDE1, na seção 4.1.

Decidimos iniciar nossa avaliação por esse par de objetivos, por ele representar a otimização mais próxima da realizada pelo AG mono-objetivo utilizado em (Zhengying *et al.*, 2001) e (Oliveira e Araújo, 2004), que serviu de base para nossa investigação multiobjetivos. O modelo mono-objetivo também foi reproduzido nesse trabalho; os resultados e algumas simulações foram apresentados no capítulo 3. No AG mono-objetivo, a avaliação do indivíduo é dada pela Equação (7) (seção 3.3.2). Esta equação agrupa dois objetivos: (i) minimizar o custo total da árvore, uma vez que a parcela $\frac{1}{\sum_{e \in T} \text{custo}(t)}$ é maior quanto menor o

custo da árvore; (ii) maximizar o número de nós destinos que são atendidos com valor de *delay* abaixo do *delay* máximo permitido, pois a parcela $\omega(\text{delay}(s, d) - \text{Delay}_{\max}(d))$ penaliza a avaliação do indivíduo a cada nó destino *d* não atendido, ou seja, abaixo da restrição $\text{Delay}_{\max}(d)$

Dessa forma, ao utilizarmos o Par 1, dado pelas Equações 8 e 9, estamos realizando uma otimização similar à efetuada no AG mono-objetivo. A maior diferença é que na abordagem mono-objetivo foi necessário agregar dois objetivos de otimização em uma única função: minimizar o custo total e maximizar o número de nós destinos que são atendidos abaixo do *delay* máximo. Conforme apresentado na seção 4.1, a adoção do Par 1 de objetivos resulta em um espaço de busca com três soluções na fronteira de Pareto para a REDE0, se

adotarmos *delay* máximo = 18ms e um espaço com duas soluções para a REDE1, se adotarmos *delay* máximo = 9ms.

A Tabela 5.1 apresenta os resultados dos experimentos realizados com os quatro ambientes multiobjetivos implementados. Cada experimento é formado por 100 execuções do AG. Este experimento foi realizado com a seguinte configuração: tamanho da população = 30; número de gerações = 50; taxa de mutação = 1% por indivíduo; taxa de *crossover* = 30% para o *NSGA-Routing* e 100% para o *NSGA-II-Routing*, o ε -*NSGA-II-Routing* e o ε' -*NSGA-II-Routing*. Os métodos de *crossover* e mutação foram os mesmos aplicados no AG mono-objetivo. Em cada execução é verificado o número de soluções pertencentes ao Ótimo de Pareto obtidas na população final. A linha “Média” corresponde ao número médio de soluções não-dominadas que são obtidas por execução. A coluna “Número de soluções do Ótimo de Pareto” apresenta os números de soluções não-dominadas que podem ser obtidos em cada execução, ou seja, de 0 ao tamanho da cardinalidade do Ótimo de Pareto. As demais colunas apresentam, para cada ambiente, a quantidade de execuções, dentre as 100, que encontraram um determinado número de soluções do Ótimo de Pareto. Por exemplo, considerando-se o ambiente *NSGA-Routing* aplicado à REDE0: 79 execuções encontram o Ótimo de Pareto completo (três soluções não-dominadas); 19 execuções encontraram duas soluções não-dominadas das três possíveis; 2 execuções encontraram apenas uma solução do Ótimo de Pareto e nenhuma execução deixou de encontrar pelo menos uma solução não-dominada. Considerando-se agora a aplicação do *NSGA-Routing* na REDE1: 32 execuções encontram o Ótimo de Pareto completo (duas soluções não-dominadas); 56 execuções encontraram uma solução não-dominada (das duas possíveis) e em 12 execuções não foi possível encontrar nenhuma solução não-dominada.

Tabela 5.1 – Experimento inicial com o Par 1 de objetivos.

Redes	Número de soluções do Ótimo de Pareto	<i>NSGA</i>	<i>NSGA-II</i>	ε - <i>NSGA-II</i>	ε' - <i>NSGA-II</i>
REDE0	0	0	0	0	0
	1	2	8	27	6
	2	19	37	26	23
	3	79	55	47	71
	TOTAL	100	100	100	100
	MÉDIA	2.77	2.47	2,20	2,65
REDE1	0	12	22	24	20
	1	56	48	54	49
	2	32	30	22	31
	TOTAL	100	100	100	100
	MÉDIA	1.2	1.08	0,98	1,11

Analisando-se a Tabela 5.1, os resultados obtidos com o *NSGA-Routing* superaram os outros três ambientes com a abordagem *NSGA-II*, independentemente da definição de dominância utilizada. Dos três ambientes *NSGA-II*, o ϵ' -*NSGA-II-Routing* foi o que mais se aproximou do *NSGA-II-Routing*. É importante destacar que alguns valores de ϵ foram investigados tanto com o ϵ -*NSGA-II-Routing* quanto o ϵ' -*NSGA-II-Routing*. Para cada experimento dois valores de ϵ devem ser definidos: o ϵ_1 , relacionado ao primeiro objetivo do par de objetivos e o ϵ_2 relacionado ao segundo objetivo do par. Nesse experimento, foram avaliados os seguintes valores: $\epsilon_1 = \{0, 0.009, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05\}$ e $\epsilon_2 = 0.0001$, resultando em 7 execuções diferentes com cada ambiente (ϵ -*NSGA-II-Routing* e ϵ' -*NSGA-II-Routing*). O valor apresentado na Tabela 5.1 refere-se ao melhor resultado com cada ambiente. No Anexo 1, apresentamos todos os resultados das 7 execuções para cada um dos dois ambientes aplicados a cada uma das redes. Na seção 5.5 fazemos uma análise dos valores de ϵ_1 e ϵ_2 .

5.2 Novos pares de objetivos

Como apresentamos na seção anterior, a adoção do Par 1 de objetivos nos experimentos iniciais fez com que os ambientes multiobjetivos tivessem a mesma meta do ambiente mono-objetivo: encontrar rotas/árvores com baixo custo total e que atendessem ao maior número possível de nós destinos, considerando-se em critério de *delay* máximo permitido. Esse tipo de meta é comum em abordagens mono-objetivo que necessitam agregar o custo e o *delay* em uma única função. Entretanto, uma crítica a esse tipo de abordagem que define uma restrição a priori de *delay* máximo foi feita em (Crichigno e Barán, 2004). Eles sustentaram que uma melhor abordagem é minimizar diretamente o *delay*, adotando-se uma função objetivo separada para essa métrica e otimizar custo e *delay* simultaneamente, através de algum método de busca multiobjetivos.

Dessa forma, numa fase posterior dos experimentos, novos pares de objetivos foram avaliados. Eles foram apresentados anteriormente na seção 4.1. Nesses pares, um dos objetivos busca minimizar o custo total da árvore e o segundo busca minimizar o *delay* associado ou à árvore total ou aos caminhos que ligam a origem a cada nó destino. São eles:

- Par 2: composto pelas funções objetivo dadas pelas equações (8) e (10);
- Par 3: composto pelas funções objetivo dadas pelas equações (8) e (11);
- Par 4: composto pelas funções objetivo dadas pelas equações (8) e (12);

Além desses, também avaliamos um último par de objetivos, que compõe uma métrica (custo) mais direcionada à *QoS*, que busca otimizar o atendimento ao fluxo do usuário e outra métrica (número de roteadores) mais direcionada à Engenharia de Tráfego, que busca otimizar a utilização dos recursos da rede. Esse par é dado por:

- Par 5: composto pelas funções objetivo dadas pelas equações (8) e (13).

Nos experimentos com os novos pares de funções objetivo, também adotou-se 1% de mutação, população de 30 indivíduos, 50 gerações e *crossover* baseado em (Oliveira e Araújo, 2004). Nesse *crossover*, a conexão das sub-árvores, após a identificação dos enlaces idênticos entre os pais, é realizado com base em um *delay* máximo pré-definido da árvore. A partir dos primeiros experimentos, percebemos que o valor de restrição de *delay* máximo tinha uma forte influência sobre a convergência dos ambientes multiobjetivos. Assim, diferentes valores de *delay* máximo foram avaliados. Para a REDE0, os valores de *delay* máximo foram: 0ms, 18ms, 20ms, 25ms e 100ms. Para a REDE1 foram adotados: 0ms, 9ms, 12ms, 15ms e 100ms.

Cada experimento foi formado por 100 execuções do ambiente, todos eles adotando a mesma especificação de *delay* máximo. Para cada ambiente, foram obtidos os números de execuções que convergiram para cada quantidade possível de soluções do Ótimo de Pareto e, posteriormente obteve-se a média nas 100 execuções, de forma similar ao apresentado na Tabela 5.1 para o Par 1. O Anexo 2 apresenta os resultados completos para todos os experimentos e todos os valores de *delay* máximo avaliados. Na Tabela 5.2, optamos por colocar apenas o resultado médio das 100 execuções, considerando-se o experimento com o valor de *delay* máximo que retornou os melhores valores de média.

Tabela 5.2 – Experimentos com os novos pares de objetivos e a variação de *delay* máximo.

Redes	Ambientes	Par 2		Par 3		Par 4		Par 5	
		Média		Média		Média		Média	
REDE0	<i>NSGA</i>	1,94	24	1,31	20	1,93	18	1,32	20
	<i>NSGA-II</i>	4,23	20	3,18	18	2,46	18	1,43	24
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	3,34	20	2,85	20	2,08	24	1,13	24
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	4,33	18	3,18	18	2,46	18	1,6	24
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	6		5		4		3	
REDE1	<i>NSGA</i>	2,31	20	2,02	9	1,39	20	0,97	20
	<i>NSGA-II</i>	2,84	9	2,09	9	1,69	20	0,98	20
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	2,79	15	2,01	20	1,55	20	0,81	15
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	2,84	9	2,11	9	1,72	15	0,98	20
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	4		5		4		2	

É possível observar que, com a adoção dos novos pares de objetivos, os ambientes baseados no *NSGA-II* superaram o *NSGA*, ao contrário do observado com o Par 1 de objetivos. Apenas no experimento com o Par 5, o *NSGA* conseguiu superar um dos ambientes baseados no *NSGA-II*, no caso o ϵ -*NSGA-II-Routing*. Entretanto, mesmo nesse caso, os ambientes *NSGA-II* e ϵ' -*NSGA-II-Routing* foram superiores ao *NSGA*. Nos outros pares, o *NSGA* foi o que retornou a pior convergência média para soluções do Ótimo de Pareto. De forma geral, podemos observar que os melhores ambientes foram o *NSGA-II-Routing* e ϵ' -*NSGA-II-Routing*, sendo que o segundo supera o primeiro em alguns casos: Par 2 na REDE0, Par 3 na REDE1, Par 4 na REDE1 e Par 5 na REDE0. Nos demais cenários, os dois ambientes retornaram o mesmo valor médio.

5.3 Método de *crossover* baseado na reinserção por sorteio aleatório

Após uma análise dos experimentos anteriores em relação aos valores de *delay* máximo adotados para cada topologia de rede, concluiu-se que embora os valores de *delay* máximo que retornam a melhor convergência para cada par de objetivos variam de um caso para outro, é possível adotar um valor de *delay* máximo = 20ms para as duas topologias. A Tabela 5.3 apresenta os resultados dos experimentos com *delay* máximo = 20ms, para todos

os pares de objetivos, para as duas redes. Embora os valores dessa tabela sejam inferiores aos da Tabela 5.2 em alguns cenários, eles possuem a característica de terem sido gerados todos com o mesmo valor de *delay* máximo. De uma forma geral, podemos dizer que os resultados da Tabela 5.3 são próximos aos resultados da Tabela 5.2.

Tabela 5.3 – Experimento com *delay* máximo = 20ms

Redes	Ambientes	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
		Média	Média	Média	Média
REDE0	<i>NSGA</i>	1,85	1,31	1,78	1,32
	<i>NSGA-II</i>	4,23	3,04	2,31	1,36
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	3,34	2,85	2,05	1,12
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	4,23	3,08	2,31	1,47
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		6	5	4	3
REDE1	<i>NSGA</i>	2,31	1,58	1,39	0,97
	<i>NSGA-II</i>	2,65	1,84	1,69	0,98
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	2,79	2,01	1,55	0,81
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	2,65	1,97	1,71	0,98
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		4	5	4	2

Embora tenha sido possível encontrar um valor razoável de *delay* máximo para as duas topologias, esse valor foi obtido de forma experimental e não foi possível encontrar uma forma de definir, a priori, um valor adequado de *delay* máximo para qualquer topologia de rede. Assim, buscamos definir um novo método de *crossover* que não dependesse do parâmetro de *delay* máximo. Basicamente, esse parâmetro interfere na busca a ser realizada na reconexão de duas sub-árvores, se ela será feita pelo caminho de menor custo ou pelo caminho de menor *delay*. Se o valor de restrição de *delay* máximo for alto, o algoritmo tende a fazer a maioria das reconexões pelo menor custo, uma vez que todas as árvores tendem a atender os destinos com *delay* abaixo do máximo permitido. Por outro lado, se esse valor for baixo, a maioria das reconexões serão realizadas por caminhos de menor *delay*. Assim, um novo método de *crossover* foi elaborado de forma que o critério a ser utilizado na reconexão não dependa do *delay* máximo. Nesse método, cada tipo de reconexão – menor *delay* ou menor custo – tem a mesma probabilidade de ocorrer. A decisão ocorre a cada reconexão, através de um sorteio.

Os experimentos foram realizados com a seguinte configuração: tamanho da população = 30; número de gerações = 50; taxa de mutação = 1% para cada indivíduo; taxa de

crossover = 30% da população; e *crossover* baseado no sorteio. Seus resultados são apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Experimento com *crossover* baseado no sorteio aleatório

Redes	Ambientes	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
		Média	Média	Média	Média
REDE0	<i>NSGA</i>	1,87	1,4	1,85	1,37
	<i>NSGA-II</i>	4,69	3,28	2,49	1,68
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	4,08	3,16	2,32	1,71
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	4,72	3,29	2,5	2,07
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		6	5	4	3
REDE1	<i>NSGA</i>	2	2,23	1,13	1,03
	<i>NSGA-II</i>	3,05	2,34	1,72	1,15
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	2,97	2,26	1,6	1,04
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	3,08	2,34	1,72	1,17
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		4	5	4	2

Analisando-se a Tabela 5.4, vemos que a convergência média dos quatro ambientes multiobjetivos foi superior aos obtidos com *delay* máximo = 20 ms (Tabela 5.3), considerado um valor razoável para as duas redes em todos os cenários investigados. Comparando-se esses resultados com a Tabela 5.2, vemos que em poucos casos o novo método de *crossover* não foi superior à utilização *delay* máximo, mesmo considerando-se diversos valores desse parâmetro. Todos esses casos ocorreram no ambiente *NSGA* (Par 1 e 3 para as duas redes).

Esse excelente desempenho do novo método de *crossover* que utiliza sorteio aleatório como critério de reconexão fez com que o mesmo fosse adotado em todos os experimentos subsequentes. Um artigo foi submetido e aceito, baseando-se principalmente nos dados e conclusões dessa seção (Oliveira e Vita, 2009).

5.4 Variações na estratégia de mutação

Embora os resultados de convergência média tenham aumentado com a adoção do *crossover* com reconexão por sorteio aleatório descrito na seção anterior, os resultados apresentados na Tabela 5.4 ainda estão aquém do desejado. A convergência média das execuções está muito abaixo da cardinalidade do Ótimo de Pareto. Além disso, a diferença de

desempenho do ε -NSGA-II-Routing para o ε' -NSGA-II-Routing demonstra que deve existir um número elevado de cópias de indivíduos na população, pois esses ambientes só se diferenciam pelo tratamento dado à comparação de dominância_ε entre um indivíduo e outro que é sua cópia. A existência de cópias representa uma baixa diversidade na população, o que muitas vezes acarreta em convergência prematura em algoritmos genéticos.

Por isso, resolvemos avaliar algumas estratégias para aumentar a diversidade da população, através da mutação. A primeira estratégia avaliada foi o aumento da taxa de mutação por indivíduo, até aqui fixada em 1%, baseada nos valores adotados em (Oliveira e Araújo, 2004) e (Zhengying *et al.*, 2001). As novas taxas investigadas foram 5%, 10%, 15%, 20%, 25% e 30%. Observamos uma melhoria nas médias de convergência para o Ótimo de Pareto a partir de 5%, sendo que o melhor resultado foi obtido com uma taxa de mutação igual a 20%. A partir desse valor, a convergência dos ambientes multiobjetivos começa a decair novamente. A Tabela 5.5 apresenta os resultados obtidos com a elevação da taxa de mutação para 20%. Nos experimentos da Tabela 5.5 foi utilizada a seguinte configuração: tamanho da população = 30; número de gerações = 50; taxa de mutação = 20% para cada indivíduo; taxa de *crossover* = 30% da população; e *crossover* baseado no sorteio aleatório. Os resultados da Tabela 5.5 são claramente superiores aos da Tabela 5.4, onde a taxa de mutação é igual a 1%.

Como segunda estratégia para aumentar a diversidade da população, decidimos avaliar a inclusão de um filtro para indivíduos repetidos, da mesma forma feita em (Oliveira e Araújo, 2004). O filtro é aplicado após a geração de um filho por *crossover* e eventual aplicação da mutação sobre ele, cuja probabilidade de ocorrência é dada pela taxa de mutação. Uma vez gerado um filho, antes de incluí-lo na população de filhos, verifica-se se esse indivíduo já existe na população corrente (pais). Se ele já existe na população, uma mutação forçada ocorrerá sobre o indivíduo. O indivíduo resultante dessa mutação é incluído então na população de filhos. O filtro para indivíduos repetidos é, portanto, uma forma de aumentar a probabilidade de ocorrência de mutação sobre os filhos gerados. Entretanto, essa é uma forma de mutação direcionada, pois ela só ocorre quando necessário, ou seja, quando identificar-se que um novo indivíduo que vai ser incluído na população é cópia de um pré-existente. Embora essa estratégia tenha sido utilizada em (Oliveira e Araújo, 2004) na abordagem mono-objetivo, optamos por não utilizá-la inicialmente nos ambientes multiobjetivos, por ela demandar um considerável esforço computacional extra. Sempre que um indivíduo é incluído, é necessário compará-lo com toda a população corrente, indivíduo a indivíduo. Entretanto,

devido ao exposto no início dessa seção, nessa etapa do trabalho, optamos por avaliar essa estratégia na tentativa de melhorar a convergência média para o Ótimo de Pareto.

A Tabela 5.6 apresenta os resultados dos experimentos que foram executados com a seguinte configuração: tamanho da população = 30; número de gerações = 50; taxa de mutação = 1% para cada indivíduo; inclusão do filtro para indivíduos repetidos; taxa de *crossover* = 30% da população; e *crossover* baseado em sorteio aleatório. Nesse caso também houve uma melhoria em relação à Tabela 5.4, onde a taxa de mutação também é de um 1%, mas sem a adoção do filtro para indivíduos repetidos.

Finalmente, decidimos avaliar a adoção conjunta das duas estratégias anteriores: aumento da taxa de mutação aleatória e inclusão do filtro. Avaliamos então o uso do filtro para indivíduos repetidos com as seguintes taxas de mutação: 5%, 10%, 15%, 20%. Nesse caso, observamos que a adoção de 10% de mutação retorna as maiores convergências médias para o Ótimo de Pareto. A Tabela 5.7 apresenta os resultados dos experimentos com a seguinte configuração: tamanho da população = 30; número de gerações = 50; taxa de mutação = 10% para cada indivíduo; inclusão do filtro para indivíduos repetidos; taxa de *crossover* = 30% da população; e *crossover* baseado no sorteio aleatório.

Tabela 5.5 – Experimento com taxa de mutação = 20% sem filtro para indivíduos repetidos

Redes	Ambientes	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
REDE0		Média	Média	Média	Média
	<i>NSGA</i>	2,15	1,48	2,01	1,78
	<i>NSGA-II</i>	5,27	3,96	3,25	1,99
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	<u>5,34</u>	4,01	<u>3,35</u>	2,6
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	5,3	<u>4,02</u>	3,34	<u>2,72</u>
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		6	5	4	3
REDE1	<i>NSGA</i>	1,96	2,65	1,04	1,21
	<i>NSGA-II</i>	3,28	3,69	1,45	1,29
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	3,14	<u>3,87</u>	1,38	1,38
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	<u>3,35</u>	3,69	<u>1,52</u>	<u>1,42</u>
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		4	5	4	2

Tabela 5.6 – Experimento com taxa de mutação = 1% com filtro para indivíduos repetidos

Redes	Ambientes	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
		Média	Média	Média	Média
REDE0	<i>NSGA</i>	2,32	1,55	2,01	1,96
	<i>NSGA-II</i>	5,31	3,87	3,23	1,84
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	5,46	3,84	3,46	2,53
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	5,37	3,87	3,49	2,38
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		6	5	4	3
REDE1	<i>NSGA</i>	1,99	2,43	1,14	1,27
	<i>NSGA-II</i>	2,69	3,41	1,13	1,36
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	2,69	3,59	1,04	1,47
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	2,79	3,5	1,22	1,36
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		4	5	4	2

Tabela 5.7 – Experimento com taxa de mutação = 10% com filtro para indivíduos repetidos

Redes	Ambientes	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
		Média	Média	Média	Média
REDE0					
	<i>NSGA</i>	2,2	1,62	1,98	1,99
	<i>NSGA-II</i>	5,47	3,73	3,37	1,84
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	5,55	3,85	3,4	2,53
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	5,54	3,92	3,43	2,54
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		6	5	4	3
REDE1	<i>NSGA</i>	2	2,72	1,11	1,12
	<i>NSGA-II</i>	2,82	3,43	1,1	1,43
	ϵ - <i>NSGA-II</i>	2,61	3,46	1,07	1,56
	ϵ' - <i>NSGA-II</i>	2,92	3,49	1,16	1,43
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		4	5	4	2

Analisando-se as Tabela 5.5, 5.6 e 5.7 é possível verificar que nos experimentos realizados com a variação da taxa de mutação e/ou a inserção do filtro para inibição de indivíduos repetidos, ocorreu uma considerável melhoria em relação à convergência para o Ótimo de Pareto nos quatro ambientes multiobjetivos (Tabela 5.4), para a maioria dos cenários utilizados. A única exceção é o cenário formado pela utilização do Par 3 na REDE1. Para todos os outros casos, o aumento da mutação real, quer seja pelo aumento da taxa de mutação aleatória ou pela inclusão de uma mutação direcionada disparada no surgimento de cópias, acarretou um aumento na convergência média dos ambientes, especialmente naqueles baseados no *NSGA-II*.

5.5 Análise da influência dos parâmetros ϵ_1 e ϵ_2

Nos experimentos discutidos nas seções 5.3 e 5.4 (tabelas 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7), foi realizada uma investigação mais sistemática dos valores dos parâmetros ϵ_1 e ϵ_2 empregados nos ambientes ϵ -NSGA-II-Routing e ϵ' -NSGA-Routing. Nessa análise foram avaliadas todas as combinações possíveis dos dois parâmetros ϵ_1 e ϵ_2 , no seguinte conjunto de valores: {0, 0.01, 0.02, 0.05 e 0.1}. Portanto, foram avaliadas todas as combinações dos parâmetros resultando em 25 experimentos de 100 execuções cada, para cada um dos cenários (rede/par de objetivos), utilizando cada um dos dois ambientes ϵ -NSGA-II-Routing e ϵ' -NSGA-Routing. Os resultados completos desses experimentos estão no Anexo 3. O que as tabelas 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7 apresentam é o melhor resultado, dentre os 25 experimentos realizados, para cada cenário e ambiente.

Esse tipo de avaliação só faz sentido em uma análise exploratória como a que realizamos nessa dissertação, onde avaliamos o potencial desses algoritmos serem empregados em um esquema de roteamento em tempo real. É óbvio que, numa aplicação real, é importante estabelecer os valores de ϵ_1 e ϵ_2 a serem empregados a priori, com uma boa expectativa de convergência para o Ótimo de Pareto.

Assim, nessa seção, buscamos investigar a influência da variação dos valores de ϵ_1 e ϵ_2 no desempenho dos ambientes ϵ -NSGA-II-Routing e ϵ' -NSGA-Routing. Inicialmente, analisamos os valores de ϵ_1 e ϵ_2 (ou a faixa desses valores) para os quais foi possível obter os melhores experimentos cujos resultados foram apresentados nas Tabelas 5.5, 5.6 e 5.7 da seção anterior. Esses valores são apresentados nas Tabelas 5.8, 5.9 e 5.10, referentes aos experimentos das Tabelas 5.5, 5.6 e 5.7, respectivamente.

Tabela 5.8 – Valores de ϵ_1 e ϵ_2 no experimento com taxa de mutação = 20% sem filtro para indivíduos repetidos

Redes	Ambientes	Par 2			Par 3			Par 4			Par 5		
		Média	ϵ_1	ϵ_2	Média	ϵ_1	ϵ_2	Média	ϵ_1	ϵ_2	Média	ϵ_1	ϵ_2
REDE0	ϵ -NSGA-II	5,34	0,01	0 a 0,02	4,01	0,00	0,01	3,35	0,01	0,05	2,60	0,10	0 a 0,05
	ϵ' -NSGA-II	5,30	0,02	0 a 0,02	4,02	0,01	0,00	3,34	0,00	0,05	2,72	0,10	0 a 0,05
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		6			5			4			3		
REDE1	ϵ -NSGA-II	3,14	0,01	0,01	3,87	0,00	0,01	1,38	0,01	0,02	1,38	0,00	0 a 0,05
	ϵ' -NSGA-II	3,35	0,01	0,01	3,69	0,01	0,00	1,52	0,00	0,05	1,42	0,00	0 a 0,05
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		4			5			4			2		

Tabela 5.9 – Valores de ϵ_1 e ϵ_2 no experimento com taxa de mutação = 1% com filtro para indivíduos repetidos

Redes	Ambientes	Par 2			Par 3			Par 4			Par 5		
		Média	ϵ_1	ϵ_2	Média	ϵ_1	ϵ_2	Média	ϵ_1	ϵ_2	Média	ϵ_1	ϵ_2
REDE0	ϵ -NSGA-II	5,46	0,02	0 a 0,01	3,84	0,00	0,01	3,46	0,00	0 a 0,02	2,53	0,10	0 a 0,05
	ϵ' -NSGA-II	5,37	0,02	0,02	3,87	0,00	0,00	3,49	0,01	0,05	2,38	0,10	0 a 0,05
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	6			5			4			3		
REDE1	ϵ -NSGA-II	2,69	0,00	0,05	3,59	0,02	0,02	1,04	0,02	0 a 0,05	1,47	0,00	0 a 0,05
	ϵ' -NSGA-II	2,79	0,02	0 a 0,02	3,50	0,02	0,02	1,22	0,02	0,05	1,36	0,00	0 a 0,05
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	4			5			4			2		

Tabela 5.10 – Valores de ϵ_1 e ϵ_2 no experimento com taxa de mutação = 10% com filtro para indivíduos repetidos

Redes	Ambientes	Par 2			Par 3			Par 4			Par 5		
		Média	ϵ_1	ϵ_2	Média	ϵ_1	ϵ_2	Média	ϵ_1	ϵ_2	Média	ϵ_1	ϵ_2
REDE0	ϵ -NSGA-II	5,55	0,01	0 a 0,02	3,85	0,01	0 a 0,02	3,40	0,00	0,05	2,53	0,10	0 a 0,05
	ϵ' -NSGA-II	5,54	0,01	0 a 0,02	3,92	0,01	0,02	3,43	0,00	0,05	2,54	0,10	0 a 0,05
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	6			5			4			3		
REDE1	ϵ -NSGA-II	2,61	0,01	0,05	3,46	0,02	0,02	1,07	0,01	0 a 0,05	1,56	0,01	0 a 0,05
	ϵ' -NSGA-II	2,92	0,01	0 a 0,02	3,49	0,00	0,02	1,16	0,01	0,01	1,43	0,00	0 a 0,05
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	4			5			4			2		

Analisando-se as Tabelas 5.8, 5.9 e 5.10, verificou-se que as faixas mais adequadas de ϵ_1 e ϵ_2 diferem de um par de objetivos para outro e depende da rede empregada. Entretanto, é possível observar que para os pares 2, 3 e 4 a maioria das faixas correspondem aos valores mais baixos de parâmetros (0,01 ou 0,02). Apenas para o Par 5 na REDE0, o valor do parâmetro ϵ_1 que se destaca é mais alto: 0,1.

Nessa nova etapa, para cada uma das tabelas anteriores e para cada topologia de rede, buscamos estabelecer um valor único de ϵ para aplicar tanto em ϵ_1 quanto ϵ_2 , ou seja, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$ que retornam um resultado razoável, independentemente do par de objetivos empregado (2, 3, 4 ou 5). Após uma análise detalhada, chegamos aos seguintes valores:

- REDE0 com taxa de mutação = 20% e sem uso do filtro: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,01$;
- REDE1 com taxa de mutação = 20% e sem uso do filtro: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,01$;
- REDE0 com taxa de mutação = 1% e com uso do filtro: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,01$;
- REDE1 com taxa de mutação = 1% e com uso do filtro: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,02$;
- REDE0 com taxa de mutação = 10% e com uso do filtro: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$;

- REDE1 com taxa de mutação = 10% e com uso do filtro: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,02$.

As Tabelas 5.11, 5.12 e 5.13 apresentam os resultados obtidos quando esses valores de ϵ_1 e ϵ_2 são padronizados. Comparando-se com as tabelas anteriores (5.5, 5.6 e 5.7), percebemos que a adoção de um valor único para os quatro pares de objetivos, retornou resultados razoáveis para os pares 2, 3 e 4, mas representou um decréscimo significativo para o Par 5 na REDE0. Esse resultado já era esperado uma vez que considerando-se esse cenário, os ambientes com dominância- ϵ , retornaram bons resultados ao empregarmos $\epsilon_1 = 0,1$ e $\epsilon_2 = (0 \text{ a } 0,05)$, um resultado atípico em nossos experimentos.

De uma forma geral, podemos estabelecer o par $\epsilon_1 = 0,01$ e $\epsilon_2 = 0,01$ como um valor adequado de parâmetros para se aplicar nas topologias investigadas. É interessante observar que a adoção desses valores representa que durante a classificação das fronteiras de dominância uma solução/árvore *multicast* A ϵ -domina outra solução/árvore B se, tanto para o *delay* quanto para o custo, a árvore A possui um valor menor, igual ou no máximo 1% maior à árvore B .

Tabela 5.11 – REDE0 e REDE1 com $\epsilon_1 = 0,01$ e $\epsilon_2 = 0,01$; 20% de taxa de mutação e sem filtro.

Redes	Ambientes	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
		Média	Média	Média	Média
REDE0	ϵ -NSGA-II	5,34	3,98	3,25	1,95
	ϵ^2 -NSGA-II	3,27	3,59	3,32	1,95
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	6	5	4	3
REDE1	ϵ -NSGA-II	3,14	3,83	1,31	1,32
	ϵ^2 -NSGA-II	3,27	3,58	1,43	1,24
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	4	5	4	2

Tabela 5.12 – REDE0 com $\epsilon_1 = 0,01$ e $\epsilon_2 = 0,01$ e para REDE1 com $\epsilon_1 = 0,02$ e $\epsilon_2 = 0,02$; 1% de taxa de mutação e com filtro

Redes	Ambientes	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
		Média	Média	Média	Média
REDE0	ϵ -NSGA-II	5,39	3,76	3,46	1,9
	ϵ^2 -NSGA-II	5,31	3,87	3,23	1,84
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	6	5	4	3
REDE1	ϵ -NSGA-II	2,59	3,59	1,04	1,39
	ϵ^2 -NSGA-II	2,79	3,5	1,21	1,33
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	4	5	4	2

Tabela 5.13 – Experimento: para REDE0 com $\varepsilon_1 = 0,00$ e $\varepsilon_2 = 0,00$ e para REDE1 com $\varepsilon_1 = 0,02$ e $\varepsilon_2 = 0,02$; 10% de taxa de mutação e com filtro

Redes	Ambientes	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
		Média	Média	Média	Média
REDE0	ε -NSGA-II	5,38	3,65	3,25	1,92
	ε^* -NSGA-II	5,54	3,47	3,42	1,88
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	6	5	4	3
REDE1	ε -NSGA-II	2,5	3,46	0,93	1,45
	ε^* -NSGA-II	2,73	3,49	1,12	1,39
	Cardinalidade do Ótimo de Pareto	4	5	4	2

5.6 Novas topologias de redes

Nas seções anteriores desse capítulo, as conclusões a respeito dos ambientes multiobjetivos foram obtidas a partir da aplicação das mesmas em duas topologias chamadas de REDE0 e REDE1. Na busca de avaliar essas conclusões, decidimos investigar novas topologias de redes. Utilizamos nessa etapa a rede NSF (*National Science Foundation*) também investigada em (Crichigno e Baran, 2004) e uma nova rede composta pela junção da REDE0 e da REDE1, nomeada de rede MISTA. O ambiente *NSGA-Routing* foi descartado nessa etapa final de testes, por ter sido superado pelos três ambientes baseados nos *NSGA-II* na grande maioria dos cenários. A seguir, serão descritos os resultados dos experimentos com essas novas topologias de rede.

5.6.1 Rede NSF

A Rede NSF possui 14 nós (roteadores) e 42 enlaces (*links*) não direcionados. A rota *multicast* investigada em (Crichigno e Baran, 2004) é também adotada nessa dissertação. Ela é composta pelo nó origem 5 e cinco nós destinos: 0, 4, 9, 10, 13. Uma rota de solução *multicast* é ilustrada na Figura 5.1. A Tabela 5.14 apresenta a fronteira de soluções não-dominadas ou Ótimo de Pareto, para cada par de objetivos.

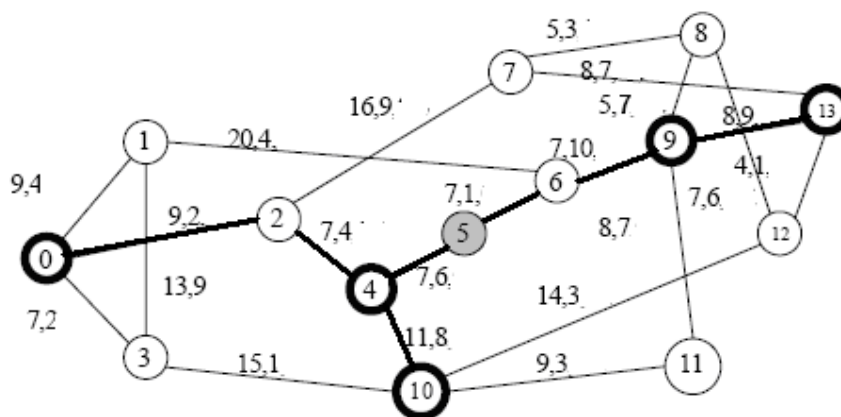


Figura 5.1 – Rede NSF

Tabela 5.14 – Ótimo de Pareto para a rede NSF

Rede	Ótimo de Pareto								
NSF	Par 2		Par 3		Par 4		Par 5		
	Custo	Soma	Custo	Média	Custo	Pior	Custo	Passos	
	28	71	28	41,8	28	71	28	8	
	40	56	40	16,8	40	23	30	7	
	39	59	29	40,0	34	36			
	33	60	30	29,0	29	63			
	30	66	35	19,6	30	44			
			31	27,2	40	31			
			32	23,0					
Cardinalidade do Ótimo de Pareto		5		7		6		2	

Primeiramente, testou-se o ambiente *NSGA-II-Routing*, por esse não depender dos valores de ϵ_1 e ϵ_2 ; a Tabela 5.15 apresenta os resultados para cada par de objetivos, variando-se a taxa de mutação e adoção (ou não) do filtro para indivíduos repetidos. O restante da configuração é a mesma dos experimentos das seções 5.3 e 5.4.

Tabela 5.15 – Experimento com *NSGA-II Routing* da Rede NSF.

NSF	Ambiente	Taxa Mutação	Filtro	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
	NSGA-II			Média	Média	Média	Média
		1%	Não	4,02	5,17	4,26	1,63
		20%	Não	4,51	6,96	5,91	2,00
		10%	Sim	4,57	7,00	6,00	2,00
		1%	Sim	4,58	7,00	6,00	1,98
Cardinalidade do Ótimo de Pareto				5	7	6	2

Analisando-se os resultados obtidos com o ambiente *NSGA-II Routing*, conclui-se que para a Rede NSF os resultados com taxa de mutação = 10% e reinserção com filtro para

indivíduos repetidos são melhores que os resultados com as outras estratégias de mutação avaliadas. Vemos que nessa rede, em três dos quatro pares de objetivos analisados foi possível atingir 100% de convergência para o Ótimo de Pareto.

Para avaliação dos ambientes ε -NSGA-II-Routing e ε' -NSGA-II-Routing na rede NSF, optamos por investigar apenas dois pares de valores de ε_1 e ε_2 , de acordo com nossas análises sobre esses parâmetros realizados na seção 5.5. São eles: $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)=(0,01; 0,01)$ e $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)=(0,05; 0,05)$.

Tabela 5.16 – Experimento com ε -NSGA-II-Routing e ε' -NSGA-II-Routing da Rede NSF

Rede NSF	Ambientes	Taxa Mutação	Filtro	ε_1	ε_2	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
						Média	Média	Média	Média
	ε -NSGA-II	10%	Sim	0,01	0,01	4,65	7	6	2
		10%	Sim	0,05	0,05	4	4,45	3,29	2
	ε' -NSGA-II	10%	Sim	0,01	0,01	4,58	7	6	2
10%		Sim	0,05	0,05	4	4,45	3,35	2	
Cardinalidade do Ótimo de Pareto						5	7	6	2

Verificamos que a adoção de um valor um pouco mais alto de ε_1 e ε_2 (0,05), deteriora bastante os valores de convergência, especialmente para o Par 3 e o Par 4, que no *NSGA-II-Routing* havia apresentado 100% de convergência para o Ótimo de Pareto. Por outro lado, a adoção de um valor baixo de ε (0,01) houve uma melhoria no Par 1 em relação ao *NSGA-II-Routing*, sem deteriorar a convergência de 100% para os objetivos Par 2, Par 3 e Par 4. O ambiente ε -NSGA-II-Routing foi um pouco superior ao ambiente ε' -NSGA-II-Routing.

5.6.2 Rede MISTA

A rede MISTA, elaborada nessa dissertação, possui 33 nós e 106 enlaces não direcionados. O caminho *multicast* investigado é composto pelo nó origem 1 e 10 nós destinos. São eles: 2, 9, 10, 13, 14, 22, 26, 29, 31, 33. A Figura 5.2 ilustra uma rota de solução *multicast* possível desta rede e a Tabela 3.21 apresenta a fronteira de soluções não-dominadas ou Ótimo de Pareto para cada par de objetivos. É possível verificar que nessa topologia, a cardinalidade do Ótimo de Pareto aumentou em relação às topologias REDE0 e REDE1, especialmente em relação ao Par 3, que na rede MISTA possui vinte e duas soluções não-dominadas.

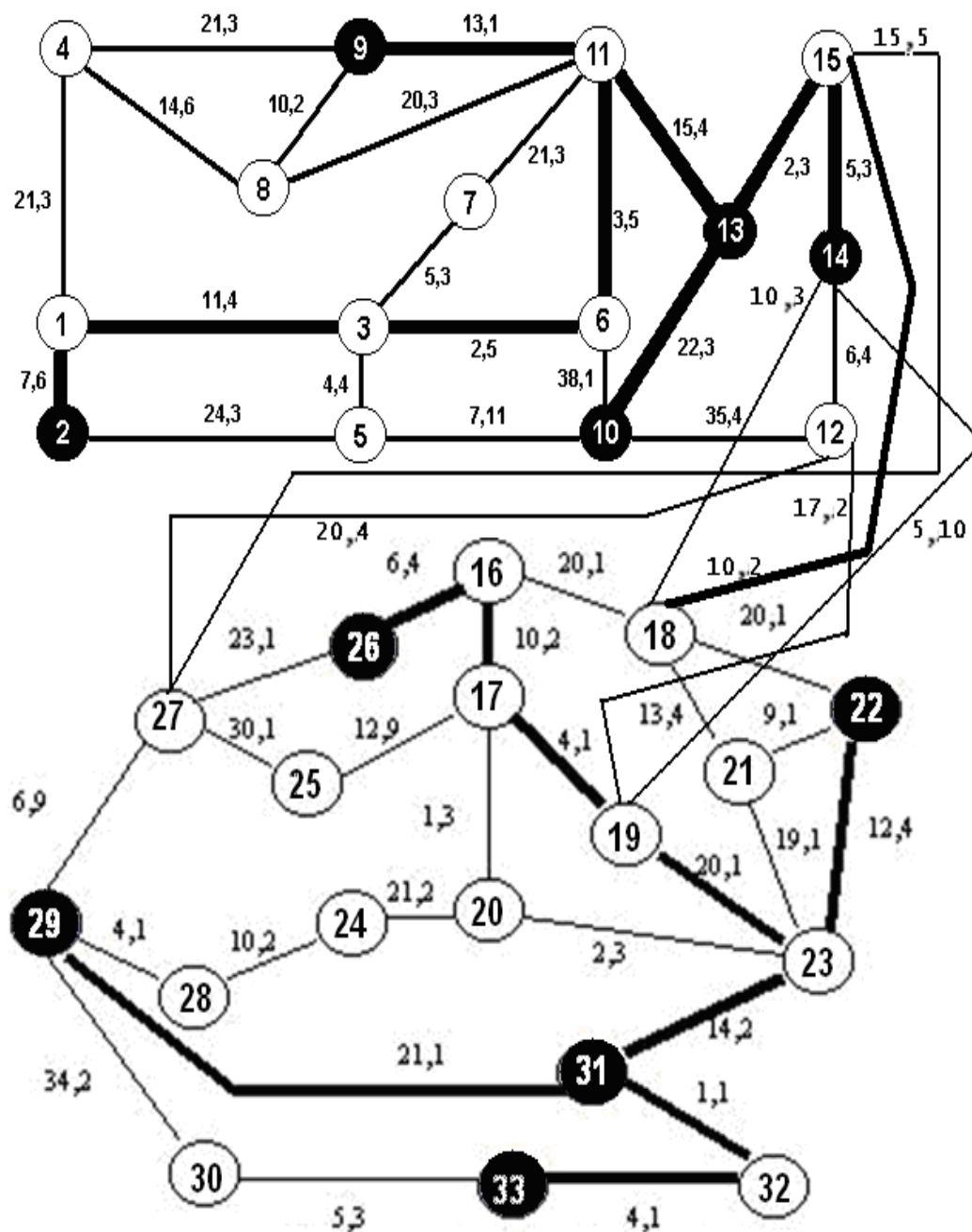


Figura 5.2 – Rede MISTA

Primeiramente, testou-se o ambiente *NSGA-II-Routing*. A Tabela 5.18 apresenta os resultados para cada par de objetivos, variando-se a taxa de mutação e a inclusão (ou não) do filtro para indivíduos repetidos.

Tabela 5.17 – Fronteiras Ótimo de Pareto para a rede MISTA

Rede MISTA	Ótimo de Pareto							
	Par 2		Par 3		Par 4		Par 5	
	Custo	Soma	Custo	Média	Custo	Pior	Custo	Passos
	149	78	149	29,1	269	21	149	21
	176	64	156	27,7	230	23	191	16
	160	66	163	26,3	214	25	180	17
	180	55	165	26	149	45	169	18
	230	41	320	14,6	209	28	160	20
	188	51	303	14,8	169	38		
	214	43	169	24,2	193	30		
	204	49	270	23,9	174	35		
	206	47	298	15,1	211	27		
			271	15,3	177	32		
			259	15,4				
			174	23				
			242	15,7				
			230	15,8				
227			16,3					
214			16,4					
190			21					
211			17,2					
200			19,7					
201	19,4							
206	17,9							
205	18,5							
Cardinalidade do Ótimo de Pareto	9	22		10		5		

Tabela 5.18 – Experimento da rede MISTA com o *NSGA-II-Routing*.

Rede MISTA	Ambiente	Taxa Mutação	Filtro	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
				Média	Média	Média	Média
	NSGA-II	1%	Não	4,76	7,89	4,36	1,46
		20%	Não	7,26	9,45	6,34	2,16
		10%	Sim	7,44	8,26	6,65	2,15
1%		Sim	7,51	8,66	7,06	2,17	
Cardinalidade do Ótimo de Pareto				9	22	10	5

Analisando-se os resultados, conclui-se que para a rede MISTA os resultados com taxa de mutação = 1% e inclusão do filtro para indivíduos repetidos são melhores, em geral, que os resultados com outras variações avaliadas, embora para o Par 3 o melhor resultado tenha sido encontrado com 20% de mutação, sem inclusão de filtro para indivíduos repetidos. De uma forma geral, pode-se dizer que resultados satisfatórios foram obtidos apenas para o Par 2 (acima de 80% de convergência média para o Ótimo de Pareto). No Par 4, a convergência

ficou em torno de 70%, sendo os piores casos o Par 2 e Par 3, com convergência abaixo de 45%. Na Tabela 5.19 são apresentados os resultados da aplicação dos ambientes ϵ -NSGA-II-Routing e ϵ' -NSGA-II-Routing na rede MISTA.

Tabela 5.19 – Experimento com ϵ -NSGA-II-Routing e ϵ' -NSGA-II-Routing da Rede MISTA

Rede MISTA	Ambientes	Taxa Mutação	Filtro	ϵ_1	ϵ_2	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
	ϵ -NSGA-II	1%	Sim	0,01	0,01	6,42	5,46	6,19	2,05
		1%	Sim	0,05	0,05	3,35	2,35	4,22	1,46
	ϵ' -NSGA-II	1%	Sim	0,01	0,01	5,85	4,92	5,9	2,12
		1%	Sim	0,05	0,05	3,16	2,66	4,42	1,6
Cardinalidade do Ótimo de Pareto						9	22	10	5

Analisando-se os resultados da Tabela 5.19, verifica-se que a inserção da abordagem dominância- ϵ , nos valores de ϵ_1 e ϵ_2 avaliados, não foi satisfatória em relação ao NSGA-II-Routing.

5.7 Discussão final

Nos experimentos relatados nas seções anteriores, diversos aspectos dos quatro ambientes multiobjetivos foram avaliados. Podemos destacar como principais conclusões:

- Com relação ao método de *crossover*, foi possível constatar a eficiência de um novo critério de decisão baseado em sorteio aleatório para a reconexão entre menor custo ou menor *delay*. Além dos resultados obtidos com esse método serem superiores aos obtidos com o critério adotado anteriormente no modelo mono-objetivo, nos quatro ambientes avaliados, o novo método tem a vantagem de não ser dependente da especificação prévia de um limite de *delay* máximo permitido.
- Com relação às novas estratégias de mutação, foi possível constatar que a adoção de um valor de taxa efetiva de mutação mais alta do que a empregada no modelo mono-objetivo (1% por indivíduo) diminuiu a existência de cópias na população e aumentou a convergência dos ambientes multiobjetivos para o Ótimo de Pareto. Com relação às estratégias investigadas, tanto a adoção de

uma taxa de mutação aleatória mais alta, quanto a adoção de uma mutação direcionada através do filtro para indivíduos repetidos, provocou um aumento significativo na convergência dos ambientes para o Ótimo de Pareto. Nos experimentos com as topologias REDE0 e REDE1, não foi conclusiva a análise sobre qual dessas estratégias é mais adequada, visto que em alguns cenários a primeira foi melhor, mas em outros a segunda se sobressaiu. Nas novas topologias NSF e MISTA, o filtro retornou melhores resultados, mas devemos considerar que seu gasto computacional é bem superior à simples adoção de uma taxa de mutação mais alta.

- Com relação à generalização dos resultados obtidos e refinados nas topologias REDE0 e REDE1, quando aplicados a novas topologias, pudemos constatar que os ambientes foram eficientes em uma das redes avaliadas, NSF, que é baseada em dados reais e possui uma dimensão similar à das redes investigadas inicialmente (número de nós e enlaces, cardinalidade do Ótimo de Pareto). Entretanto, na segunda rede avaliada, que chamamos de MISTA, os resultados de convergência foram bem inferiores. Especulamos que, devido às maiores dimensões dessa rede, provavelmente os ambientes precisariam de parâmetros mais robustos (tamanho de população, número de gerações, etc.) para melhorar a convergência.
- Com relação à análise comparativa entre os ambientes, pudemos constatar que o ambiente *NSGA* foi superado pelos demais, baseados no *NSGA-II*, na grande maioria dos cenários investigados. Entretanto, essa melhoria já era esperada, visto que o *NSGA-II* é uma versão aperfeiçoada do *NSGA*.
- Com relação à dominância- ϵ , tanto em sua versão original quanto em sua adaptação ϵ' , proposta nessa dissertação, não foi possível concluir que sua adoção acarreta melhorias efetivas nos ambientes. A partir do momento que foi possível reduzir as repetições dos indivíduos na população, o ϵ -*NSGA-II-Routing* se aproximou do ϵ' -*NSGA-II-Routing*. Embora a utilização da dominância- ϵ (ou ϵ') tenha retornado os melhores resultados em alguns cenários, essa melhoria foi conseguida com valores muito específicos de ϵ e não conseguimos estabelecer uma heurística de como definir esse valor de forma adequada, a priori. Acreditamos que essa abordagem possa ser mais

significativa em cenários onde o tamanho da população seja pequeno frente à cardinalidade do Ótimo de Pareto.

6 Conclusões

Nesta dissertação foi investigada uma abordagem multiobjetivos para o problema do roteamento *multicast* com *QoS*. Para tal investigação, foram implementados quatro diferentes ambientes multiobjetivos. O primeiro ambiente foi implementado com base no algoritmo *NSGA* original (Srinivas e Deb, 1994), aqui chamado de *NSGA-Routing*. O segundo ambiente teve a implementação baseada no *NSGA-II* original (Deb *et al.*, 2000), chamado de *NSGA-II-Routing*. O terceiro foi implementado de forma similar ao *NSGA-II-Routing*, diferenciando apenas na classificação das fronteiras de dominância; neste ambiente, foi utilizada a idéia de dominância- ϵ (Laumanns *et al.*, 2002) e ele foi chamado de ϵ -*NSGA-II-Routing*. Por fim, foi implementado um quarto ambiente multiobjetivos, cuja idéia é similar, mas com uma variação da dominância- ϵ , a dominância- ϵ' , proposta nessa dissertação. Esse último ambiente foi chamado de ϵ' -*NSGA-II-Routing*.

Para a realização dos experimentos, seis métricas (funções objetivos) foram usadas para compor cinco diferentes pares de funções objetivos para testar os ambientes implementados. São elas: custo total da árvore, número de destinos que atendem à restrição de *delay* máximo, *delay* total da árvore, *delay* médio acumulado nos caminhos da origem até um nó destino, *delay* máximo acumulado nos caminhos da origem até um nó destino, número total de roteadores da árvore.

Inicialmente, o algoritmo genético mono-objetivo descrito em (Oliveira e Araújo, 2004) e (Zhengying *et al.*, 2000) foi reproduzido. Foram então realizados vários experimentos para testar e refinar o comportamento dos quatro ambientes multiobjetivos elaborados para o roteamento *multicast*; primeiramente, aplicados em duas topologias de rede, REDE0 e REDE1. Por fim, testamos sua aplicabilidade em duas novas topologias de redes, NSF e MISTA. Como principais resultados e conclusões desses experimentos destacamos:

(i) Criação de um novo critério de reconexão de sub-árvores no método de *crossover*, baseado em sorteio aleatório. Além de mais eficiente, o novo método tem a vantagem de não ser dependente da especificação prévia de um limite de *delay* máximo permitido. Algumas conclusões parciais sobre esse método foram publicadas em (Oliveira e Vita, 2009).

(ii) Foi possível constatar a necessidade de uma taxa efetiva de mutação mais alta que o usual, para diminuir o número de indivíduos repetidos e melhorar a convergência dos ambientes para o Ótimo de Pareto. Esse aumento foi conseguido tanto com a adoção de uma

taxa de mutação aleatória mais alta, quanto a adoção de um filtro para indivíduos repetidos. Embora a segunda estratégia tenha sido um pouco melhor, devemos considerar que seu gasto computacional é bem superior à simples adoção de uma taxa de mutação mais alta.

(iii) O ambiente *NSGA-Routing* foi superado pelos demais. O ambiente ε -*NSGA-II-Routing* se aproximou do ε' -*NSGA-II-Routing* e embora tenham retornado os melhores resultados em alguns cenários, essa melhoria foi conseguida com valores muito específicos de ε e não conseguimos estabelecer uma heurística de como definir esse valor de forma adequada, a priori. Pelo exposto, consideramos o ambiente *NSGA-II-Routing* o mais competitivo dos quatro avaliados.

(iv) Com relação à aplicação dos ambientes refinados a partir das topologias REDE0 e REDE1 em novos exemplos, os resultados foram bons quando aplicados a uma rede de dimensão similar: NSF. Quando aplicados em uma rede de dimensão maior, chamada rede MISTA, a convergência foi inferior.

Como trabalhos futuros, sugerimos algumas investigações que dêem continuidade a essa dissertação:

- Realização de experimentos com três ou mais objetivos. Além de avaliarmos melhor o potencial dos ambientes multiobjetivos, a cardinalidade dos conjuntos que definem as fronteiras de Pareto tende a aumentar, aumentando também o desafio para a convergência dos algoritmos.

- Realização de experimentos comparativos entre os ambientes investigados nessa dissertação e outros propostos na literatura, sejam eles mono-objetivo ou multiobjetivos. Uma primeira avaliação poderia ser até mesmo a comparação com a população final obtida com o emprego dos modelos mono-objetivo em (Oliveira e Araújo, 2004).

- Investigar de forma sistemática os efeitos da dimensão da rede na convergência dos ambientes.

- Implementação de técnicas exatas para derivar o Ótimo de Pareto em qualquer rede e conjunto de objetivos especificados.

- Utilização de outros indicadores da performance dos ambientes multiobjetivos, não apenas o número de soluções do Ótimo de Pareto encontradas. Medidas relacionadas ao espalhamento dessas soluções sobre o fronte também são relevantes (Coello, 2006).

- Investigar a aplicação de outros modelos multiobjetivos ao problema do roteamento, como o SPEA-II (Zitzler *et al.*, 2002), e outras formas de incorporar a idéia da dominância- ε nesses modelos multiobjetivos, proposta originalmente em (Laumanns *et al.*, 2002)

- Efetuar uma análise estatística mais apurada nos resultados obtidos, especialmente na comparação dos experimentos. De fato, a utilização de medidas tais como *Intervalo de Confiança* e *Teste de Hipótese Nula* são importantes para dar suporte a conclusões em técnicas de aprendizagem automática (Mitchell, 1997).

7 Referências

Awduche, D. Malcolm., Joe, Agogbua, J., O'Dell, Mike., MacManus, Jim. (1999) *Requirements for Traffic Engineering Over MPLS*. Request For Comment RFC-2702. Inrenet Society. Site: <http://rfc-editor.org>.

Crichigno, J., Baran, B. (2004) *Multiobjective multicast Routing algorithm* Proceedings of the IEEE ICT'2004, Ceará, Brasil.

Prieto, J., Baran, B., Crichigno, J. (2005) *A multitree approach for multicast Routing*. In LANC '05: Proceedings of the 3rd international IFIP/ACM Latin American conference on Networking, (New York, NY, USA), pp. 21- 9, ACM Press.

Coello, C. A. C. (2006) 20 Years of Evolutionary Multi-Objective Optimization: What Has Been Done and What Remains to be Done, in Gary Y. Yen and David B. Fogel (editors), *Computational Intelligence: Principles and Practice*, Chapter 4, pp. 73-88, IEEE Computational Intelligence Society.

Cormen, T. H., Leiserson C. E. e Rivest, R. L. (1990) *Introduction to Algorithms*, MIT Press e McGraw-Hill.

Cui, X., Lin, C., Wei, Y. (2003) *A Multi-objective Model for QoS Multicast Routing Based on Genetic Algorithm*. Proceedings of the ICCNMC2003.

Deb, K., S, Agrawal., A, Pratap., and T, Meyarivan. (2000) *A fast elitist nondominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II*. In M. S. et al. (Ed.), *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN VI*, Berlin, pp. 849–858. Springer.

Fabregat, R., Donoso, Y., Baran, B., Solano, F., Marzo. J. L. (2005) *Multi-objective optimization scheme for multicast flows: a survey, a model and a MOEA solution*. In LANC '05: Proc. of the 3rd IFIP/ACM Latin American conference on Networking, pp. 73-86, ACM Press.

Fonseca, C. M., Fleming, P. J. (1993) *Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization*. In: Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, pp. 416-423.

Garrozi, C., Araújo, A. *Multi-objective Genetic Algorithm for Multicast Routing*". IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2513-2520, 2006.

Goldberg, D. E. (1989) *Genetic Algorithms in Search. Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley.

Holland, J. H. (1975) *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor.

Horn, J., Nafpliotis, N. (1993) *Multiobjective Optimization Using the Niche Pareto Genetic Algorithm*. IlliGAL Report N°. 93005, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois, Urbana, Champaign.

Inagaki, Jun., Haseyama, Miki., Kitajima, Hideo. (1999). A Genetic Algorithm for Determining Multiple Routes and Its Applications. ISCAS'99. *Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems VLSI*. IEEE, Piscataway, NJ, USA. pp137-140 vol.6 1999.

Kompela, Kireeti; Awduche, Daniel O. (2000). *Notes On Path Computation In Constraint-Based Routing*. Internet Draft. Internet Society. Site:<http://www.ietf.org/>.

M, Laumanns., L. Thiele, K. Deb, E. Zitzler, (2002). Combining convergence and diversity in evolutionary multi-objective optimization. *Evolutionary Computation*, v.10 n.3, p.263-282.

Mitchell, M. (1996) *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, Cambridge, MA.

Oliveira, G.M.B., Bortot, J.C., de Oliveira, P.P.B.. (2002) *Multiobjective Evolutionary Search for One-Dimensional Cellular Automata in the Density Classification*. Task In: Artificial Life VIII, 2002, Sydney. *Proceedings of Artificial Life VIII*. MIT Press.

Oliveira, G.M.B., Araújo, P.T. (2004) *Determining Multicast Routes with QoS and Traffic Engineering Requirements Based on Genetic Algorithm*. In: 2004 IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems - CIS2004, 2004, Cingapura. Proceedings of the 2004 IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems. p. 666-670.

Oliveira, G. M. B., Martins, L. G. A., Takiguti, M. C. S. (2008) *MO-Miner: A Data Mining Tool Based on Multi-Objective Genetic Algorithms*. *Advances in Robotics, Automation and Control*, Book edited by: Jesús Arámburo and Antonio Ramírez Treviño, ISBN 78-953-7619-16-9, Cap. 22, p. 403-428, I-Tech Press, Vienna, Austria.

Oliveira, G. M. B., Vita, S. S. B.V. (2009) *Multi-Objective Multicast Environments for QoS Routing And a New Crossover Criteria With No Maximum Delay Constraint*, Proceedings of Iasted International Conference on Artificial Intelligence with Applications (AIA 2009), Innsbruck, Áustria. O evento será realizado de 16 a 18 de Fevereiro de 2009.

Ravi, Ramamurthy. (1994) *Source-based delay-bounded multicasting in multimedia networks*. Computer Communications Vol. 21, pp. 126-132.

Ravikumar, C. P.; Bajpai, I R. (1998). *Steiner Tree and Beyond: Approximation Algorithms for Network Design*. PhD Thesis. Brown University, EUA.

Roy, Abhishek., Das, K. Sajal. *QM²RP: a QoS-based mobile multicast Routing protocol using multi-objective genetic algorithm*. Wireless Networks, v.10 n.3, p.271-286, May 2004.

Russel, Stuart; Norvig, Peter. (1995). *Artificial Inteligence: A Modern Approach*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Schaffer, J. D., (1984) *Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms*. Ph.D. dissertation, Vanderbilt University.

Srinivas, N., Deb, K., (1994) *Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms*. In: *Evolutionary Computation*, 2(3): pp 221-248.

Tanenbaum, A. S. (1996). *Computer Networks*. 3ª Edição. New Jersey: Prentice Hall.

Mitchell, Tom. (1997) *Machine Learning*. McGraw Hill.

Xiang, F.; Junzhou, L., Jieyi, W.; Guangun, G. (1999). *QoS Routing Based On Genetic Algorithm*. *Computer Communications*. Vol. 22, pp. 1394-1399.

Xiao, Xipeng (2000). *Provide Quality of Service in the Internet*. PhD Thesis. University of Michigan State, EUA.

Zheng, Wang; Crowcroft, Jon. (1996). *Quality of Service Routing for Supporting Multimedia Applications*. *IEEE Journal on Select Area In Communications*, pp. 1228-1234.

Zhengying, Wang; Bingxin, Shi; Erdun, Zhao. (2000). *A Genetic Algorithm for delay-Constraint Least-Cost Multicast Routing*. *High Technology Letters*. Vol. 6, Iss. 4, pp. 76-79.

Zhengying, Wang; Bingxin, Shi; Erdun, Zhao. (2001). *Bandwidth-delay-constraint least-cost multicast Routing based on heuristic genetic algorithm*. *Computer Communications* Vol. 24, pp 685-692.

Zitzler, E., Thiele, L., (1998) *An Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: The Strength Pareto Approach*. Computer Engineering and Communications Networks Lab (TIK). Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, TIK-Report N° 43, May 1998.

Zitzler, E., Laumanns, M. e Thiele, L. (2002) *SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization*. Em K. Giannakoglou, D. Tsahalis, J. Périaux, K. Papailiou e T. Fogarty, editores, *Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control*, CIMNE, Barcelona, Espanha.

Anexo 1 – Experimentos com o Par 1 de objetivos

NSGA	NSGA-II
REDE0	REDE0
0 soluções= 0	0 soluções= 0
1 soluções=3	1 soluções= 6
2 soluções=19	2 soluções= 23
3 soluções=78	3 soluções= 71
Média=2.750	Média=2.650
REDE1	REDE1
0 soluções=18	0 soluções= 20
1 soluções=47	1 soluções= 49
2 soluções=35	2 soluções= 31
Média=1.170	Média=1.110

ϵ-NSGA-II: REDE0						
Valores de ϵ_i						
0.1	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.0001
0 soluções=3	0 soluções=0	0 soluções=0	0 soluções=1	0 soluções=0	0 soluções=0	0 soluções=0
1 soluções=41	1 soluções=27	1 soluções=30	1 soluções=32	1 soluções=38	1 soluções=38	1 soluções=26
2 soluções=19	2 soluções=26	2 soluções=25	2 soluções=29	2 soluções=29	2 soluções=29	2 soluções=28
3 soluções=37	3 soluções=47	3 soluções=45	3 soluções=38	3 soluções=33	3 soluções=33	3 soluções=46
Média =1.900	Média =2.200	Média =2.150	Média =2.040	Média =1.950	Média =1.950	Média =2.200
ϵ-NSGA-II: REDE1						
Valores de ϵ_i						
0.1	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.0001
0 soluções=23	0 soluções=28	0 soluções=27	0 soluções=24	0 soluções=25	0 soluções=24	0 soluções=28
1 soluções=57	1 soluções=57	1 soluções=58	1 soluções=54	1 soluções=53	1 soluções=54	1 soluções=57
2 soluções=20	2 soluções=15	2 soluções=15	2 soluções=22	2 soluções=22	2 soluções=22	2 soluções=15
Média=0.970	Média=0.870	Média=0.880	Média=0.980	Média=0.970	Média=0.980	Média=0.870
ϵ'-NSGA-II: REDE0						
Valores de ϵ_i						
0.1	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.0001
0 soluções=2	0 soluções=0	0 soluções=0	0 soluções=0	0 soluções=0	0 soluções=0	0 soluções=0
1 soluções=23	1 soluções=7	1 soluções=5	1 soluções=6	1 soluções=8	1 soluções=15	1 soluções=6
2 soluções=4	2 soluções=25	2 soluções=28	2 soluções=30	2 soluções=26	2 soluções=40	2 soluções=23
3 soluções=71	3 soluções=68	3 soluções=67	3 soluções=64	3 soluções=66	3 soluções=45	3 soluções=71
Média=2.440	Média=2.610	Média=2.620	Média=2.580	Média=2.580	Média=2.300	Média=2.650
ϵ'-NSGA-II: REDE1						
Valores de ϵ_i						
0.1	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.0001
0 soluções=23	0 soluções=23	0 soluções=23	0 soluções=21	0 soluções=22	0 soluções=25	0 soluções=20
1 soluções=48	1 soluções=47	1 soluções=50	1 soluções=48	1 soluções=49	1 soluções=46	1 soluções=49
2 soluções=29	2 soluções=30	2 soluções=27	2 soluções=31	2 soluções=29	2 soluções=29	2 soluções=31
Média=1.060	Média=1.070	Média=1.040	Média=1.100	Média=1.070	Média=1.040	Média=1.110

Anexo 2 – Experimentos com vários valores do parâmetro de *delay* máximo para os Pares 2, 3, 4 e 5 de objetivos

NSGA-Routing				
REDE0				
Delay máximo	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0	0 soluções= 0	0 soluções= 12	0 soluções= 1	0 soluções= 42
	1 soluções= 76	1 soluções= 66	1 soluções= 79	1 soluções= 46
	2 soluções= 23	2 soluções= 18	2 soluções= 19	2 soluções= 11
	3 soluções= 1	3 soluções= 4	3 soluções= 1	3 soluções= 1
	4 soluções= 0	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.710
	5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.200	
	6 soluções= 0	Média=1.140		
	Média=1.250			
18	0 soluções= 0	0 soluções= 7	0 soluções= 1	0 soluções= 23
	1 soluções= 32	1 soluções= 61	1 soluções= 16	1 soluções= 48
	2 soluções= 61	2 soluções= 30	2 soluções= 72	2 soluções= 29
	3 soluções= 4	3 soluções= 2	3 soluções= 11	3 soluções= 0
	4 soluções= 3	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.060
	5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.930	
	6 soluções= 0	Média=1.270		
	Média=1.780			
20	0 soluções= 3	0 soluções= 9	0 soluções= 1	0 soluções= 17
	1 soluções= 24	1 soluções= 58	1 soluções= 28	1 soluções= 36
	2 soluções= 62	2 soluções= 26	2 soluções= 64	2 soluções= 45
	3 soluções= 7	3 soluções= 7	3 soluções= 6	3 soluções= 2
	4 soluções= 4	4 soluções= 0	4 soluções= 1	Média=1.320
	5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.780	
	6 soluções= 0	Média=1.310		
	Média=1.850			
24	0 soluções= 7	0 soluções= 8	0 soluções= 1	0 soluções= 16
	1 soluções= 22	1 soluções= 68	1 soluções= 35	1 soluções= 47
	2 soluções= 49	2 soluções= 21	2 soluções= 57	2 soluções= 35
	3 soluções= 14	3 soluções= 3	3 soluções= 7	3 soluções= 2
	4 soluções= 8	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.230
	5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.700	
	6 soluções= 0	Média=1.190		
	Média=1.940			
100	0 soluções= 11	0 soluções= 8	0 soluções= 1	0 soluções= 13
	1 soluções= 32	1 soluções= 70	1 soluções= 35	1 soluções= 66
	2 soluções= 42	2 soluções= 20	2 soluções= 57	2 soluções= 18
	3 soluções= 13	3 soluções= 2	3 soluções= 7	3 soluções= 3
	4 soluções= 2	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.110
	5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.700	
	6 soluções= 0	Média=1.160		
	Média=1.630			
REDE1				
Delay máximo	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 44	0 soluções= 66
	1 soluções= 46	1 soluções= 56	1 soluções= 49	1 soluções= 31
	2 soluções= 44	2 soluções= 32	2 soluções= 4	2 soluções= 3
	3 soluções= 9	3 soluções= 9	3 soluções= 3	Média=0.370
	4 soluções= 1	4 soluções= 2	Média=0.660	
	Média=1.650	5 soluções= 0		
		Média=1.550		
9	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 1	0 soluções= 57
	1 soluções= 9	1 soluções= 20	1 soluções= 93	1 soluções= 33
	2 soluções= 76	2 soluções= 56	2 soluções= 5	2 soluções= 10
	3 soluções= 15	3 soluções= 18	3 soluções= 1	Média=0.530

	4 soluções= 0	4 soluções= 4	Média=1.060	
	Média=2.060	5 soluções= 0		
		Média=2.020		
12	0 soluções= 0	0 soluções= 3	0 soluções= 1	0 soluções= 25
	1 soluções= 1	1 soluções= 43	1 soluções= 68	1 soluções= 57
	2 soluções= 72	2 soluções= 41	2 soluções= 30	2 soluções= 18
	3 soluções= 25	3 soluções= 11	3 soluções= 1	Média=0.930
	4 soluções= 2	4 soluções= 2	Média=1.310	
	Média=2.280	5 soluções= 0		
		Média=1.660		
15	0 soluções= 0	0 soluções= 3	0 soluções= 2	0 soluções= 19
	1 soluções= 2	1 soluções= 49	1 soluções= 59	1 soluções= 69
	2 soluções= 67	2 soluções= 38	2 soluções= 38	2 soluções= 12
	3 soluções= 30	3 soluções= 8	3 soluções= 1	Média=0.930
	4 soluções= 1	4 soluções= 2	Média=1.380	
	Média=2.300	5 soluções= 0		
		Média=1.570		
100	0 soluções= 0	0 soluções= 3	0 soluções= 2	0 soluções= 15
	1 soluções= 2	1 soluções= 48	1 soluções= 58	1 soluções= 73
	2 soluções= 66	2 soluções= 39	2 soluções= 39	2 soluções= 12
	3 soluções= 31	3 soluções= 8	3 soluções= 1	Média=0.970
	4 soluções= 1	4 soluções= 2	Média=1.390	
	Média=2.310	5 soluções= 0		
		Média=1.580		

NSGA-II-Routing				
REDE0				
DM	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 42
	1 soluções= 60	1 soluções= 43	1 soluções= 51	1 soluções= 39
	2 soluções= 30	2 soluções= 36	2 soluções= 45	2 soluções= 16
	3 soluções= 8	3 soluções= 13	3 soluções= 4	3 soluções= 3
	4 soluções= 2	4 soluções= 8	4 soluções= 0	Média=0.800
	5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.530	
	6 soluções= 0	Média=1.860		
	Média=1.520			
18	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 21
	1 soluções= 12	1 soluções= 10	1 soluções= 7	1 soluções= 51
	2 soluções= 3	2 soluções= 18	2 soluções= 40	2 soluções= 19
	3 soluções= 5	3 soluções= 23	3 soluções= 49	3 soluções= 9
	4 soluções= 16	4 soluções= 42	4 soluções= 3	Média=1.160
	5 soluções= 64	5 soluções= 7	Média=2.460	
	6 soluções= 0	Média=3.180		
	Média=4.170			
20	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 18
	1 soluções= 12	1 soluções= 11	1 soluções= 10	1 soluções= 42
	2 soluções= 4	2 soluções= 19	2 soluções= 50	2 soluções= 26
	3 soluções= 2	3 soluções= 28	3 soluções= 39	3 soluções= 14
	4 soluções= 19	4 soluções= 39	4 soluções= 1	Média=1.360
	5 soluções= 57	5 soluções= 3	Média=2.310	
	6 soluções= 6	Média=3.040		
	Média=4.230			
24	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 15
	1 soluções= 11	1 soluções= 14	1 soluções= 12	1 soluções= 45
	2 soluções= 2	2 soluções= 13	2 soluções= 53	2 soluções= 22
	3 soluções= 9	3 soluções= 34	3 soluções= 34	3 soluções= 18
	4 soluções= 27	4 soluções= 36	4 soluções= 1	Média=1.430
	5 soluções= 49	5 soluções= 3	Média=2.240	
	6 soluções= 2	Média=3.010		
	Média=4.070			
100	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 11
	1 soluções= 8	1 soluções= 12	1 soluções= 13	1 soluções= 55
	2 soluções= 4	2 soluções= 19	2 soluções= 53	2 soluções= 21
	3 soluções= 19	3 soluções= 33	3 soluções= 33	3 soluções= 13
	4 soluções= 26	4 soluções= 34	4 soluções= 1	Média=1.360
	5 soluções= 39	5 soluções= 2	Média=2.220	
	6 soluções= 4	Média=2.950		

	Média=3.960			
REDE1				
Delay máximo	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 21	0 soluções= 44
	1 soluções= 20	1 soluções= 46	1 soluções= 55	1 soluções= 44
	2 soluções= 42	2 soluções= 38	2 soluções= 22	2 soluções= 12
	3 soluções= 32	3 soluções= 16	3 soluções= 2	Média=0.680
	4 soluções= 6	4 soluções= 0	Média=1.050	
	Média=2.240	5 soluções= 0		
9		Média=1.700		
	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 36
	1 soluções= 2	1 soluções= 22	1 soluções= 55	1 soluções= 51
	2 soluções= 31	2 soluções= 50	2 soluções= 40	2 soluções= 13
	3 soluções= 48	3 soluções= 25	3 soluções= 4	Média=0.770
	4 soluções= 19	4 soluções= 3	Média=1.470	
12	Média=2.840	5 soluções= 0		
		Média=2.090		
	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 22
	1 soluções= 1	1 soluções= 31	1 soluções= 39	1 soluções= 60
	2 soluções= 38	2 soluções= 47	2 soluções= 59	2 soluções= 18
	3 soluções= 47	3 soluções= 21	3 soluções= 2	Média=0.960
15	4 soluções= 14	4 soluções= 1	Média=1.630	
	Média=2.740	5 soluções= 0		
		Média=1.920		
	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 19
	1 soluções= 1	1 soluções= 31	1 soluções= 34	1 soluções= 65
	2 soluções= 43	2 soluções= 53	2 soluções= 64	2 soluções= 16
100	3 soluções= 44	3 soluções= 15	3 soluções= 2	Média=0.970
	4 soluções= 12	4 soluções= 1	Média=1.680	
	Média=2.670	5 soluções= 0		
		Média=1.860		
	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 17
	1 soluções= 0	1 soluções= 33	1 soluções= 34	1 soluções= 68
100	2 soluções= 42	2 soluções= 51	2 soluções= 63	2 soluções= 15
	3 soluções= 47	3 soluções= 15	3 soluções= 3	Média=0.980
	4 soluções= 10	4 soluções= 1	Média=1.690	
	Média=2.650	5 soluções= 0		
		Média=1.840		

e-NSGA-II-Routing					
REDE0					
Delay máximo	ϵ_1	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0	0,1	0 soluções= 2	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 46
		1 soluções= 78	1 soluções= 74	1 soluções= 87	1 soluções= 45
		2 soluções= 14	2 soluções= 23	2 soluções= 13	2 soluções= 7
		3 soluções= 3	3 soluções= 3	3 soluções= 0	3 soluções= 2
		4 soluções= 3	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.650
		5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.130	
		6 soluções= 0	Média=1.290		
		Média=1.270			
	0,01	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 56
		1 soluções= 61	1 soluções= 45	1 soluções= 62	1 soluções= 29
		2 soluções= 31	2 soluções= 31	2 soluções= 33	2 soluções= 11
		3 soluções= 7	3 soluções= 18	3 soluções= 4	3 soluções= 4
		4 soluções= 0	4 soluções= 5	4 soluções= 0	Média=0.630
		5 soluções= 0	5 soluções= 1	Média=1.400	
		6 soluções= 0	Média=1.860		
		Média=1.440			
	0,02	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 57
		1 soluções= 62	1 soluções= 45	1 soluções= 60	1 soluções= 28
		2 soluções= 29	2 soluções= 34	2 soluções= 34	2 soluções= 11
		3 soluções= 8	3 soluções= 19	3 soluções= 5	3 soluções= 4
		4 soluções= 0	4 soluções= 2	4 soluções= 0	Média=0.620
		5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.430	
		6 soluções= 0	Média=1.780		
		Média=1.440			

18	0,03	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 42
		1 soluções= 66	1 soluções= 57	1 soluções= 84	1 soluções= 41
		2 soluções= 25	2 soluções= 35	2 soluções= 15	2 soluções= 14
		3 soluções= 7	3 soluções= 7	3 soluções= 0	3 soluções= 3
		4 soluções= 2	4 soluções= 1	4 soluções= 0	Média=0.780
		5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.140	
		6 soluções= 0	Média=1.520		
		Média=1.450			
		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 42
		1 soluções= 65	1 soluções= 57	1 soluções= 85	1 soluções= 44
		2 soluções= 26	2 soluções= 35	2 soluções= 14	2 soluções= 11
		3 soluções= 7	3 soluções= 8	3 soluções= 1	3 soluções= 3
		4 soluções= 2	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.750
		5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.160	
		6 soluções= 0	Média=1.510		
		Média=1.460			
		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 42
		1 soluções= 77	1 soluções= 74	1 soluções= 86	1 soluções= 43
		2 soluções= 14	2 soluções= 23	2 soluções= 14	2 soluções= 12
		3 soluções= 7	3 soluções= 3	3 soluções= 0	3 soluções= 3
		4 soluções= 2	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.760
		5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.140	
		6 soluções= 0	Média=1.290		
		Média=1.340			
	0,04	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 56
		1 soluções= 62	1 soluções= 45	1 soluções= 58	1 soluções= 29
		2 soluções= 30	2 soluções= 30	2 soluções= 39	2 soluções= 11
		3 soluções= 7	3 soluções= 17	3 soluções= 3	3 soluções= 4
		4 soluções= 0	4 soluções= 6	4 soluções= 0	Média=0.630
		5 soluções= 0	5 soluções= 2	Média=1.450	
		6 soluções= 0	Média=1.900		
		Média=1.430			
	0,05	0 soluções= 2	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 38
		1 soluções= 49	1 soluções= 53	1 soluções= 40	1 soluções= 46
		2 soluções= 10	2 soluções= 20	2 soluções= 53	2 soluções= 10
		3 soluções= 22	3 soluções= 27	3 soluções= 6	3 soluções= 6
		4 soluções= 17	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.840
		5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.640	
		6 soluções= 0	Média=1.740		
		Média=2.030			
	0,0001	0 soluções= 2	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 44
		1 soluções= 24	1 soluções= 18	1 soluções= 28	1 soluções= 42
		2 soluções= 9	2 soluções= 26	2 soluções= 42	2 soluções= 10
		3 soluções= 22	3 soluções= 19	3 soluções= 28	3 soluções= 4
		4 soluções= 16	4 soluções= 31	4 soluções= 0	Média=0.740
		5 soluções= 24	5 soluções= 6	Média=1.960	
		6 soluções= 3	Média=2.810		
		Média=3.100			
	0,1	0 soluções= 2	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 44
		1 soluções= 26	1 soluções= 20	1 soluções= 25	1 soluções= 44
		2 soluções= 9	2 soluções= 27	2 soluções= 45	2 soluções= 8
		3 soluções= 21	3 soluções= 25	3 soluções= 28	3 soluções= 4
		4 soluções= 21	4 soluções= 28	4 soluções= 0	Média=0.720
		5 soluções= 19	5 soluções= 0	Média=1.990	
		6 soluções= 2	Média=2.610		
		Média=2.980			
	0,01	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 34
		1 soluções= 36	1 soluções= 29	1 soluções= 39	1 soluções= 41
		2 soluções= 11	2 soluções= 31	2 soluções= 53	2 soluções= 20
		3 soluções= 21	3 soluções= 36	3 soluções= 6	3 soluções= 5
		4 soluções= 19	4 soluções= 4	4 soluções= 0	Média=0.960
		5 soluções= 11	5 soluções= 0	Média=1.630	
		6 soluções= 1	Média=2.150		
		Média=2.580			
	0,02	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 35
		1 soluções= 39	1 soluções= 32	1 soluções= 38	1 soluções= 41
		2 soluções= 11	2 soluções= 25	2 soluções= 52	2 soluções= 18
		3 soluções= 20	3 soluções= 34	3 soluções= 8	3 soluções= 6
	0,03	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 34
		1 soluções= 36	1 soluções= 29	1 soluções= 39	1 soluções= 41
		2 soluções= 11	2 soluções= 31	2 soluções= 53	2 soluções= 20
		3 soluções= 21	3 soluções= 36	3 soluções= 6	3 soluções= 5
		4 soluções= 19	4 soluções= 4	4 soluções= 0	Média=0.960
		5 soluções= 11	5 soluções= 0	Média=1.630	
		6 soluções= 1	Média=2.150		
		Média=2.580			
	0,04	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 35
		1 soluções= 39	1 soluções= 32	1 soluções= 38	1 soluções= 41
		2 soluções= 11	2 soluções= 25	2 soluções= 52	2 soluções= 18
		3 soluções= 20	3 soluções= 34	3 soluções= 8	3 soluções= 6

20	0,05	4 soluções= 18	4 soluções= 9	4 soluções= 0	Média=0.950
		5 soluções= 10	5 soluções= 0	Média=1.660	
		6 soluções= 1	Média=2.200		
		Média=2.490			
		0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 2	0 soluções= 33
		1 soluções= 45	1 soluções= 43	1 soluções= 34	1 soluções= 43
		2 soluções= 10	2 soluções= 46	2 soluções= 57	2 soluções= 17
		3 soluções= 21	3 soluções= 10	3 soluções= 7	3 soluções= 7
		4 soluções= 16	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.980
		5 soluções= 8	5 soluções= 0	Média=1.690	
		6 soluções= 0	Média=1.650		
		Média=2.320			
	0,0001	0 soluções= 2	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 43
		1 soluções= 23	1 soluções= 17	1 soluções= 26	1 soluções= 44
		2 soluções= 11	2 soluções= 23	2 soluções= 45	2 soluções= 9
		3 soluções= 17	3 soluções= 26	3 soluções= 27	3 soluções= 4
		4 soluções= 21	4 soluções= 30	4 soluções= 1	Média=0.740
		5 soluções= 24	5 soluções= 4	Média=2.010	
		6 soluções= 2	Média=2.810		
		Média=3.120			
	0,1	0 soluções= 1	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 36
		1 soluções= 43	1 soluções= 41	1 soluções= 38	1 soluções= 42
		2 soluções= 13	2 soluções= 33	2 soluções= 57	2 soluções= 13
		3 soluções= 27	3 soluções= 25	3 soluções= 5	3 soluções= 9
		4 soluções= 16	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.950
		5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.670	
		6 soluções= 0	Média=1.820		
		Média=2.140			
	0,01	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 40
		1 soluções= 21	1 soluções= 12	1 soluções= 23	1 soluções= 46
		2 soluções= 10	2 soluções= 26	2 soluções= 52	2 soluções= 10
		3 soluções= 14	3 soluções= 35	3 soluções= 24	3 soluções= 4
		4 soluções= 26	4 soluções= 25	4 soluções= 1	Média=0.780
		5 soluções= 27	5 soluções= 1	Média=2.030	
		6 soluções= 2	Média=2.740		
		Média=3.340			
	0,02	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 1	0 soluções= 38
		1 soluções= 20	1 soluções= 13	1 soluções= 24	1 soluções= 49
		2 soluções= 14	2 soluções= 28	2 soluções= 48	2 soluções= 8
		3 soluções= 18	3 soluções= 38	3 soluções= 26	3 soluções= 5
		4 soluções= 23	4 soluções= 20	4 soluções= 1	Média=0.800
		5 soluções= 23	5 soluções= 0	Média=2.020	
		6 soluções= 2	Média=2.630		
		Média=3.210			
	0,03	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 30
		1 soluções= 30	1 soluções= 18	1 soluções= 33	1 soluções= 36
		2 soluções= 6	2 soluções= 33	2 soluções= 60	2 soluções= 27
		3 soluções= 20	3 soluções= 48	3 soluções= 7	3 soluções= 7
		4 soluções= 26	4 soluções= 1	4 soluções= 0	Média=1.110
		5 soluções= 16	5 soluções= 0	Média=1.740	
		6 soluções= 1	Média=2.320		
		Média=2.920			
	0,04	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 29
		1 soluções= 30	1 soluções= 21	1 soluções= 35	1 soluções= 38
		2 soluções= 11	2 soluções= 29	2 soluções= 57	2 soluções= 25
		3 soluções= 23	3 soluções= 46	3 soluções= 8	3 soluções= 8
		4 soluções= 23	4 soluções= 4	4 soluções= 0	Média=1.120
		5 soluções= 13	5 soluções= 0	Média=1.730	
		6 soluções= 0	Média=2.330		
		Média=2.780			
	0,05	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 29
		1 soluções= 37	1 soluções= 31	1 soluções= 31	1 soluções= 40
		2 soluções= 12	2 soluções= 59	2 soluções= 61	2 soluções= 23
		3 soluções= 25	3 soluções= 10	3 soluções= 8	3 soluções= 8
		4 soluções= 15	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.100
		5 soluções= 11	5 soluções= 0	Média=1.770	
		6 soluções= 0	Média=1.790		
		Média=2.510			

	0,0001	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 36
		1 soluções= 24	1 soluções= 11	1 soluções= 21	1 soluções= 50
		2 soluções= 8	2 soluções= 25	2 soluções= 53	2 soluções= 10
		3 soluções= 14	3 soluções= 36	3 soluções= 26	3 soluções= 4
		4 soluções= 26	4 soluções= 24	4 soluções= 0	Média=0.820
		5 soluções= 25	5 soluções= 4	Média=2.050	
		6 soluções= 3	Média=2.850		
		Média=3.290			
24	0,1	0 soluções= 3	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 32
		1 soluções= 44	1 soluções= 41	1 soluções= 40	1 soluções= 48
		2 soluções= 17	2 soluções= 33	2 soluções= 55	2 soluções= 11
		3 soluções= 23	3 soluções= 26	3 soluções= 5	3 soluções= 9
		4 soluções= 13	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.970
		5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.650	
		6 soluções= 0	Média=1.850		
		Média=1.990			
	0,01	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 1	0 soluções= 35
		1 soluções= 22	1 soluções= 12	1 soluções= 22	1 soluções= 55
		2 soluções= 9	2 soluções= 25	2 soluções= 48	2 soluções= 6
		3 soluções= 16	3 soluções= 37	3 soluções= 29	3 soluções= 4
		4 soluções= 31	4 soluções= 25	4 soluções= 0	Média=0.790
		5 soluções= 20	5 soluções= 0	Média=2.050	
		6 soluções= 2	Média=2.730		
		Média=3.240			
	0,02	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 35
		1 soluções= 22	1 soluções= 10	1 soluções= 29	1 soluções= 55
		2 soluções= 10	2 soluções= 30	2 soluções= 63	2 soluções= 6
		3 soluções= 21	3 soluções= 40	3 soluções= 8	3 soluções= 4
		4 soluções= 30	4 soluções= 19	4 soluções= 0	Média=0.790
		5 soluções= 16	5 soluções= 0	Média=1.790	
		6 soluções= 1	Média=2.660		
		Média=3.110			
	0,03	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 20
		1 soluções= 27	1 soluções= 18	1 soluções= 29	1 soluções= 55
		2 soluções= 9	2 soluções= 32	2 soluções= 63	2 soluções= 17
		3 soluções= 24	3 soluções= 49	3 soluções= 8	3 soluções= 8
		4 soluções= 26	4 soluções= 1	4 soluções= 0	Média=1.130
		5 soluções= 13	5 soluções= 0	Média=1.790	
		6 soluções= 0	Média=2.330		
		Média=2.860			
	0,04	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 22
		1 soluções= 29	1 soluções= 20	1 soluções= 33	1 soluções= 55
		2 soluções= 7	2 soluções= 30	2 soluções= 59	2 soluções= 15
		3 soluções= 27	3 soluções= 44	3 soluções= 8	3 soluções= 8
		4 soluções= 25	4 soluções= 6	4 soluções= 0	Média=1.090
		5 soluções= 12	5 soluções= 0	Média=1.750	
		6 soluções= 0	Média=2.360		
		Média=2.840			
	0,05	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 23
		1 soluções= 35	1 soluções= 30	1 soluções= 28	1 soluções= 57
		2 soluções= 10	2 soluções= 62	2 soluções= 63	2 soluções= 15
		3 soluções= 25	3 soluções= 8	3 soluções= 9	3 soluções= 5
		4 soluções= 21	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.020
		5 soluções= 9	5 soluções= 0	Média=1.810	
		6 soluções= 0	Média=1.780		
		Média=2.590			
	0,0001	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 35
		1 soluções= 24	1 soluções= 11	1 soluções= 21	1 soluções= 55
		2 soluções= 8	2 soluções= 26	2 soluções= 52	2 soluções= 7
		3 soluções= 19	3 soluções= 40	3 soluções= 27	3 soluções= 3
		4 soluções= 28	4 soluções= 20	4 soluções= 0	Média=0.780
		5 soluções= 18	5 soluções= 3	Média=2.060	
		6 soluções= 3	Média=2.780		
		Média=3.170			
100	0,1	0 soluções= 3	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 33
		1 soluções= 44	1 soluções= 42	1 soluções= 38	1 soluções= 49
		2 soluções= 15	2 soluções= 32	2 soluções= 57	2 soluções= 12
		3 soluções= 23	3 soluções= 26	3 soluções= 5	3 soluções= 6

		4 soluções= 15	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.910
		5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=1.670	
		6 soluções= 0	Média=1.840		
		Média=2.030			
	0,01	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 34
		1 soluções= 23	1 soluções= 12	1 soluções= 22	1 soluções= 50
		2 soluções= 9	2 soluções= 26	2 soluções= 51	2 soluções= 12
		3 soluções= 18	3 soluções= 37	3 soluções= 26	3 soluções= 4
		4 soluções= 33	4 soluções= 24	4 soluções= 1	Média=0.860
		5 soluções= 16	5 soluções= 1	Média=2.060	
		6 soluções= 1	Média=2.760		
		Média=3.130			
	0,02	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 1	0 soluções= 33
		1 soluções= 19	1 soluções= 10	1 soluções= 21	1 soluções= 51
		2 soluções= 13	2 soluções= 30	2 soluções= 47	2 soluções= 11
		3 soluções= 24	3 soluções= 41	3 soluções= 31	3 soluções= 5
		4 soluções= 30	4 soluções= 18	4 soluções= 0	Média=0.880
		5 soluções= 12	5 soluções= 0	Média=2.080	
		6 soluções= 2	Média=2.650		
		Média=3.090			
	0,03	0 soluções= 1	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 21
		1 soluções= 28	1 soluções= 16	1 soluções= 29	1 soluções= 55
		2 soluções= 9	2 soluções= 34	2 soluções= 63	2 soluções= 15
		3 soluções= 23	3 soluções= 49	3 soluções= 8	3 soluções= 9
		4 soluções= 28	4 soluções= 1	4 soluções= 0	Média=1.120
		5 soluções= 11	5 soluções= 0	Média=1.790	
		6 soluções= 0	Média=2.350		
		Média=2.820			
	0,04	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 21
		1 soluções= 31	1 soluções= 19	1 soluções= 32	1 soluções= 55
		2 soluções= 9	2 soluções= 28	2 soluções= 60	2 soluções= 15
		3 soluções= 25	3 soluções= 47	3 soluções= 8	3 soluções= 9
		4 soluções= 26	4 soluções= 6	4 soluções= 0	Média=1.120
		5 soluções= 9	5 soluções= 0	Média=1.760	
		6 soluções= 0	Média=2.400		
		Média=2.730			
	0,05	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 22
		1 soluções= 35	1 soluções= 30	1 soluções= 29	1 soluções= 57
		2 soluções= 11	2 soluções= 62	2 soluções= 62	2 soluções= 15
		3 soluções= 27	3 soluções= 8	3 soluções= 9	3 soluções= 6
4 soluções= 20		4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.050	
5 soluções= 7		5 soluções= 0	Média=1.800		
6 soluções= 0		Média=1.780			
Média=2.530					
0,0001	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 33	
	1 soluções= 24	1 soluções= 10	1 soluções= 21	1 soluções= 50	
	2 soluções= 8	2 soluções= 28	2 soluções= 51	2 soluções= 13	
	3 soluções= 20	3 soluções= 39	3 soluções= 28	3 soluções= 4	
	4 soluções= 29	4 soluções= 20	4 soluções= 0	Média=0.880	
	5 soluções= 17	5 soluções= 3	Média=2.070		
	6 soluções= 2	Média=2.780			
	Média=3.130				
REDE1					
0	0,1	0 soluções= 0	0 soluções= 19	0 soluções= 36	0 soluções= 57
		1 soluções= 29	1 soluções= 59	1 soluções= 43	1 soluções= 39
		2 soluções= 50	2 soluções= 18	2 soluções= 19	2 soluções= 4
		3 soluções= 21	3 soluções= 4	3 soluções= 2	Média=0.470
		4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=0.870	
		Média=1.920	5 soluções= 0		
			Média=1.070		
	0,01	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 24	0 soluções= 54
		1 soluções= 23	1 soluções= 49	1 soluções= 53	1 soluções= 40
		2 soluções= 38	2 soluções= 36	2 soluções= 21	2 soluções= 6
		3 soluções= 31	3 soluções= 13	3 soluções= 2	Média=0.520
		4 soluções= 8	4 soluções= 1	Média=1.010	
		Média=2.240	5 soluções= 0		
			Média=1.640		
	0,02	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 26	0 soluções= 54

9	0,03	1 soluções= 23	1 soluções= 52	1 soluções= 53	1 soluções= 40
		2 soluções= 37	2 soluções= 34	2 soluções= 19	2 soluções= 6
		3 soluções= 32	3 soluções= 12	3 soluções= 2	Média=0.520
		4 soluções= 8	4 soluções= 1	Média=0.970	
		Média=2.250	5 soluções= 0		
			Média=1.600		
		0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 24	0 soluções= 54
		1 soluções= 23	1 soluções= 52	1 soluções= 55	1 soluções= 41
		2 soluções= 39	2 soluções= 33	2 soluções= 19	2 soluções= 5
		3 soluções= 30	3 soluções= 12	3 soluções= 2	Média=0.510
		4 soluções= 8	4 soluções= 2	Média=0.990	
		Média=2.230	5 soluções= 0		
			Média=1.620		
	0,04	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 24	0 soluções= 53
		1 soluções= 22	1 soluções= 52	1 soluções= 55	1 soluções= 42
		2 soluções= 40	2 soluções= 33	2 soluções= 19	2 soluções= 5
		3 soluções= 30	3 soluções= 12	3 soluções= 2	Média=0.520
		4 soluções= 8	4 soluções= 2	Média=0.990	
		Média=2.240	5 soluções= 0		
			Média=1.620		
	0,0001		Média=1.640		
		0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 23	0 soluções= 52
		1 soluções= 18	1 soluções= 48	1 soluções= 53	1 soluções= 42
		2 soluções= 44	2 soluções= 38	2 soluções= 22	2 soluções= 6
		3 soluções= 29	3 soluções= 12	3 soluções= 2	Média=0.540
		4 soluções= 9	4 soluções= 1	Média=1.030	
		Média=2.290	5 soluções= 0		
			Média=1.640		
	0,1	0 soluções= 0	0 soluções= 14	0 soluções= 19	0 soluções= 45
		1 soluções= 7	1 soluções= 41	1 soluções= 38	1 soluções= 46
		2 soluções= 41	2 soluções= 36	2 soluções= 39	2 soluções= 7
		3 soluções= 52	3 soluções= 9	3 soluções= 4	3 soluções= 2
		4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.280	Média=0.660
		Média=2.450	5 soluções= 0		
			Média=1.400		
	0,01	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 10	0 soluções= 46
		1 soluções= 4	1 soluções= 32	1 soluções= 43	1 soluções= 47
		2 soluções= 40	2 soluções= 39	2 soluções= 42	2 soluções= 7
		3 soluções= 40	3 soluções= 24	3 soluções= 5	Média=0.610
		4 soluções= 16	4 soluções= 4	Média=1.420	
		Média=2.680	5 soluções= 0		
			Média=1.980		
	0,02	0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 9	0 soluções= 47
		1 soluções= 5	1 soluções= 30	1 soluções= 44	1 soluções= 46
		2 soluções= 37	2 soluções= 43	2 soluções= 42	2 soluções= 7
		3 soluções= 41	3 soluções= 22	3 soluções= 5	Média=0.600
		4 soluções= 17	4 soluções= 4	Média=1.430	
		Média=2.700	5 soluções= 0		
			Média=1.980		
	0,03	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 10	0 soluções= 45
		1 soluções= 5	1 soluções= 28	1 soluções= 45	1 soluções= 49
		2 soluções= 37	2 soluções= 45	2 soluções= 41	2 soluções= 6
		3 soluções= 41	3 soluções= 22	3 soluções= 4	Média=0.610
		4 soluções= 17	4 soluções= 3	Média=1.390	
		Média=2.700	5 soluções= 0		
			Média=1.960		
	0,04	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 10	0 soluções= 46
		1 soluções= 5	1 soluções= 30	1 soluções= 46	1 soluções= 49
		2 soluções= 39	2 soluções= 44	2 soluções= 40	2 soluções= 5
		3 soluções= 39	3 soluções= 21	3 soluções= 4	Média=0.590
		4 soluções= 17	4 soluções= 3	Média=1.380	
		Média=2.680	5 soluções= 0		
			Média=1.930		
	0,05	0 soluções= 0	0 soluções= 2	0 soluções= 10	0 soluções= 45
		1 soluções= 6	1 soluções= 29	1 soluções= 46	1 soluções= 50
		2 soluções= 38	2 soluções= 43	2 soluções= 39	2 soluções= 5
		3 soluções= 40	3 soluções= 22	3 soluções= 5	Média=0.600
		4 soluções= 16	4 soluções= 4	Média=1.390	

	0,0001	Média=2.660	5 soluções= 0		
			Média=1.970		
		0 soluções= 0	0 soluções= 1	0 soluções= 10	0 soluções= 42
		1 soluções= 5	1 soluções= 34	1 soluções= 42	1 soluções= 52
		2 soluções= 35	2 soluções= 38	2 soluções= 44	2 soluções= 6
		3 soluções= 43	3 soluções= 24	3 soluções= 4	Média=0.640
		4 soluções= 17	4 soluções= 3	Média=1.420	
		Média=2.720	5 soluções= 0		
			Média=1.940		
		0 soluções= 0	0 soluções= 13	0 soluções= 16	0 soluções= 45
		1 soluções= 2	1 soluções= 38	1 soluções= 38	1 soluções= 50
		2 soluções= 46	2 soluções= 40	2 soluções= 42	2 soluções= 5
		3 soluções= 52	3 soluções= 9	3 soluções= 4	Média=0.600
		4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.340	
		Média=2.500	5 soluções= 0		
12	0,1		Média=1.450		
		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 9	0 soluções= 34
		1 soluções= 3	1 soluções= 27	1 soluções= 37	1 soluções= 60
		2 soluções= 40	2 soluções= 52	2 soluções= 50	2 soluções= 6
		3 soluções= 41	3 soluções= 19	3 soluções= 4	Média=0.720
		4 soluções= 16	4 soluções= 2	Média=1.490	
	0,01	Média=2.700	5 soluções= 0		
			Média=1.960		
		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 10	0 soluções= 33
		1 soluções= 4	1 soluções= 26	1 soluções= 36	1 soluções= 61
		2 soluções= 38	2 soluções= 53	2 soluções= 50	2 soluções= 6
		3 soluções= 41	3 soluções= 19	3 soluções= 4	Média=0.730
	0,02	4 soluções= 17	4 soluções= 2	Média=1.480	
		Média=2.710	5 soluções= 0		
			Média=1.970		
		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 10	0 soluções= 33
		1 soluções= 3	1 soluções= 25	1 soluções= 36	1 soluções= 61
		2 soluções= 39	2 soluções= 53	2 soluções= 50	2 soluções= 6
	0,03	3 soluções= 41	3 soluções= 21	3 soluções= 4	Média=0.730
		4 soluções= 17	4 soluções= 1	Média=1.480	
		Média=2.720	5 soluções= 0		
			Média=1.980		
		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 9	0 soluções= 38
		1 soluções= 3	1 soluções= 27	1 soluções= 38	1 soluções= 56
	0,04	2 soluções= 39	2 soluções= 52	2 soluções= 48	2 soluções= 6
		3 soluções= 41	3 soluções= 20	3 soluções= 5	Média=0.680
		4 soluções= 17	4 soluções= 1	Média=1.490	
		Média=2.720	5 soluções= 0		
			Média=1.950		
		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 9	0 soluções= 38
	0,05	1 soluções= 3	1 soluções= 27	1 soluções= 40	1 soluções= 57
		2 soluções= 39	2 soluções= 50	2 soluções= 46	2 soluções= 5
		3 soluções= 42	3 soluções= 21	3 soluções= 5	Média=0.670
		4 soluções= 16	4 soluções= 2	Média=1.470	
		Média=2.710	5 soluções= 0		
			Média=1.980		
	0,0001	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 8	0 soluções= 33
		1 soluções= 4	1 soluções= 29	1 soluções= 39	1 soluções= 61
		2 soluções= 37	2 soluções= 49	2 soluções= 49	2 soluções= 6
		3 soluções= 43	3 soluções= 19	3 soluções= 4	Média=0.730
		4 soluções= 16	4 soluções= 3	Média=1.490	
		Média=2.710	5 soluções= 0		
15	0,1		Média=1.960		
		0 soluções= 0	0 soluções= 13	0 soluções= 14	0 soluções= 43
		1 soluções= 2	1 soluções= 36	1 soluções= 39	1 soluções= 50
		2 soluções= 46	2 soluções= 42	2 soluções= 43	2 soluções= 7
		3 soluções= 52	3 soluções= 9	3 soluções= 4	Média=0.640
		4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.370	
	0,01	Média=2.500	5 soluções= 0		
			Média=1.470		
		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 8	0 soluções= 30
		1 soluções= 1	1 soluções= 25	1 soluções= 35	1 soluções= 63
		2 soluções= 35	2 soluções= 55	2 soluções= 53	2 soluções= 7

		3 soluções= 49	3 soluções= 18	3 soluções= 4	Média=0.770
		4 soluções= 15	4 soluções= 2	Média=1.530	
		Média=2.780	5 soluções= 0		
			Média=1.970		
0,02		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 7	0 soluções= 30
		1 soluções= 2	1 soluções= 24	1 soluções= 36	1 soluções= 62
		2 soluções= 34	2 soluções= 54	2 soluções= 53	2 soluções= 8
		3 soluções= 47	3 soluções= 20	3 soluções= 4	Média=0.780
		4 soluções= 17	4 soluções= 2	Média=1.540	
		Média=2.790	5 soluções= 0		
			Média=2.000		
0,03		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 7	0 soluções= 28
		1 soluções= 2	1 soluções= 23	1 soluções= 35	1 soluções= 63
		2 soluções= 36	2 soluções= 55	2 soluções= 54	2 soluções= 9
		3 soluções= 48	3 soluções= 21	3 soluções= 4	Média=0.810
		4 soluções= 14	4 soluções= 1	Média=1.550	
		Média=2.740	5 soluções= 0		
			Média=2.000		
0,04		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 9	0 soluções= 33
		1 soluções= 2	1 soluções= 25	1 soluções= 35	1 soluções= 59
		2 soluções= 37	2 soluções= 55	2 soluções= 51	2 soluções= 8
		3 soluções= 45	3 soluções= 19	3 soluções= 5	Média=0.750
		4 soluções= 16	4 soluções= 1	Média=1.520	
		Média=2.750	5 soluções= 0		
			Média=1.960		
0,05		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 8	0 soluções= 33
		1 soluções= 2	1 soluções= 25	1 soluções= 40	1 soluções= 60
		2 soluções= 40	2 soluções= 51	2 soluções= 46	2 soluções= 7
		3 soluções= 42	3 soluções= 23	3 soluções= 6	Média=0.740
		4 soluções= 16	4 soluções= 1	Média=1.500	
		Média=2.720	5 soluções= 0		
			Média=2.000		
0,0001		0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 7	0 soluções= 29
		1 soluções= 2	1 soluções= 27	1 soluções= 38	1 soluções= 64
		2 soluções= 34	2 soluções= 53	2 soluções= 51	2 soluções= 7
		3 soluções= 49	3 soluções= 18	3 soluções= 4	Média=0.780
		4 soluções= 15	4 soluções= 2	Média=1.520	
		Média=2.770	5 soluções= 0		
			Média=1.950		
100	0,1	0 soluções= 0	0 soluções= 12	0 soluções= 13	0 soluções= 43
		1 soluções= 2	1 soluções= 37	1 soluções= 41	1 soluções= 50
		2 soluções= 47	2 soluções= 42	2 soluções= 42	2 soluções= 7
		3 soluções= 51	3 soluções= 9	3 soluções= 4	Média=0.640
		4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.370	
		Média=2.490	5 soluções= 0		
			Média=1.480		
	0,01	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 8	0 soluções= 29
		1 soluções= 1	1 soluções= 25	1 soluções= 35	1 soluções= 64
		2 soluções= 34	2 soluções= 55	2 soluções= 53	2 soluções= 7
		3 soluções= 50	3 soluções= 18	3 soluções= 4	Média=0.780
		4 soluções= 15	4 soluções= 2	Média=1.530	
		Média=2.790	5 soluções= 0		
			Média=1.970		
	0,02	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 7	0 soluções= 29
		1 soluções= 2	1 soluções= 24	1 soluções= 36	1 soluções= 64
		2 soluções= 34	2 soluções= 55	2 soluções= 53	2 soluções= 7
		3 soluções= 47	3 soluções= 19	3 soluções= 4	Média=0.780
		4 soluções= 17	4 soluções= 2	Média=1.540	
		Média=2.790	5 soluções= 0		
			Média=1.990		
	0,03	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 7	0 soluções= 28
		1 soluções= 2	1 soluções= 23	1 soluções= 35	1 soluções= 63
		2 soluções= 36	2 soluções= 54	2 soluções= 54	2 soluções= 9
		3 soluções= 49	3 soluções= 22	3 soluções= 4	Média=0.810
		4 soluções= 13	4 soluções= 1	Média=1.550	
		Média=2.730	5 soluções= 0		
			Média=2.010		

	0,04	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 9	0 soluções= 34
		1 soluções= 2	1 soluções= 26	1 soluções= 35	1 soluções= 57
		2 soluções= 36	2 soluções= 52	2 soluções= 51	2 soluções= 9
		3 soluções= 46	3 soluções= 21	3 soluções= 5	Média=0.750
		4 soluções= 16	4 soluções= 1	Média=1.520	
		Média=2.760	5 soluções= 0		
			Média=1.970		
	0,05	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 8	0 soluções= 34
		1 soluções= 2	1 soluções= 25	1 soluções= 40	1 soluções= 59
		2 soluções= 39	2 soluções= 51	2 soluções= 46	2 soluções= 7
		3 soluções= 43	3 soluções= 23	3 soluções= 6	Média=0.730
		4 soluções= 16	4 soluções= 1	Média=1.500	
		Média=2.730	5 soluções= 0		
			Média=2.000		
	0,0001	0 soluções= 0	0 soluções= 0		
		1 soluções= 2	1 soluções= 26	0 soluções= 7	0 soluções= 29
		2 soluções= 33	2 soluções= 54	1 soluções= 38	1 soluções= 63
		3 soluções= 50	3 soluções= 18	2 soluções= 51	2 soluções= 8
		4 soluções= 15	4 soluções= 2	3 soluções= 4	Média=0.790
		Média=2.780	5 soluções= 0	Média=1.520	
			Média=1.960		

Anexo 3 – Experimento com as variações na estratégia de mutação para os Pares 2, 3, 4 e 5 de objetivos

NSGA			
Rede 0			
Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0	0 soluções= 0
1 soluções= 4	1 soluções= 52	1 soluções= 0	1 soluções= 23
2 soluções= 78	2 soluções= 48	2 soluções= 99	2 soluções= 76
3 soluções= 17	3 soluções= 0	3 soluções= 1	3 soluções= 1
4 soluções= 1	4 soluções= 0	4 soluções= 0	Média=1.780
5 soluções= 0	5 soluções= 0	Média=2.010	
6 soluções= 0	Média=1.480		
Média=2.150			
Rede 1			
Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0 soluções= 0	1 soluções= 8	1 soluções= 97	1 soluções= 79
1 soluções= 4	2 soluções= 31	2 soluções= 2	2 soluções= 21
2 soluções= 96	3 soluções= 50	3 soluções= 1	Média=1.210
3 soluções= 0	4 soluções= 10	Média=1.040	
4 soluções= 0	5 soluções= 1		
Média=1.960	Média=2.650		

NSGA-II			
Rede 0			
Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0 soluções:: 1	0 soluções:: 1	0 soluções:: 2	0 soluções:: 0
1 soluções:: 0	1 soluções:: 1	1 soluções:: 0	1 soluções:: 3
2 soluções:: 0	2 soluções:: 0	2 soluções:: 0	2 soluções:: 95
3 soluções:: 0	3 soluções:: 1	3 soluções:: 67	3 soluções:: 2
4 soluções:: 0	4 soluções:: 93	4 soluções:: 31	Média=1.990
5 soluções:: 67	5 soluções:: 4	Média=3.250	
6 soluções:: 32	Média=3.960		
Média=5.270			
Rede 1			
Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0 soluções:: 0	0 soluções:: 0	0 soluções:: 1	0 soluções:: 1
1 soluções:: 0	1 soluções:: 1	1 soluções:: 53	1 soluções:: 69
2 soluções:: 8	2 soluções:: 6	2 soluções:: 46	2 soluções:: 30
3 soluções:: 56	3 soluções:: 24	3 soluções:: 0	Média=1.290
4 soluções:: 36	4 soluções:: 61	Média=1.450	
Média=3.280	5 soluções:: 8		
	Média=3.690		

ϵ-NSGA-II			
Rede 0			
Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
$\epsilon_1, \epsilon_2 = 0.000, 0.000$	0.000, 0.000	0.000, 0.000	0.000, 0.000
0 soluções: 1	0 soluções: 1	0 soluções: 0	0 soluções: 0
1 soluções: 0	1 soluções: 0	1 soluções: 0	1 soluções: 9
2 soluções: 0	2 soluções: 0	2 soluções: 1	2 soluções: 91
3 soluções: 0	3 soluções: 5	3 soluções: 71	3 soluções: 0
4 soluções: 0	4 soluções: 88	4 soluções: 28	Média=1.910
5 soluções: 64	5 soluções: 6	Média=3.270	
6 soluções: 35	Média=3.970		
Média=5.300			

			0.000 , 0.010
		0.000 , 0.010	0 soluções: 0
	0.000 , 0.010	0 soluções: 0	1 soluções: 9
0.000 , 0.010	0 soluções: 0	1 soluções: 0	2 soluções: 91
0 soluções: 1	1 soluções: 0	2 soluções: 1	3 soluções: 0
1 soluções: 0	2 soluções: 0	3 soluções: 71	Média=1.910
2 soluções: 0	3 soluções: 5	4 soluções: 28	
3 soluções: 0	4 soluções: 89	Média=3.270	
4 soluções: 0	5 soluções: 6		
5 soluções: 64	Média=4.010		
6 soluções: 35			0.000 , 0.020
Média=5.300			0 soluções: 0
		0.000 , 0.020	1 soluções: 9
		0 soluções: 0	2 soluções: 91
	0.000 , 0.020	1 soluções: 0	3 soluções: 0
	0 soluções: 0	2 soluções: 1	Média=1.910
0.000 , 0.020	1 soluções: 0	3 soluções: 71	
0 soluções: 1	2 soluções: 1	4 soluções: 28	
1 soluções: 0	3 soluções: 2	Média=3.270	
2 soluções: 0	4 soluções: 95		
3 soluções: 0	5 soluções: 2		0.000 , 0.050
4 soluções: 0	Média=3.980		0 soluções: 0
5 soluções: 64			1 soluções: 9
6 soluções: 35		0.000 , 0.050	2 soluções: 91
Média=5.300		0 soluções: 1	3 soluções: 0
		1 soluções: 0	Média=1.910
	0.000 , 0.050	2 soluções: 2	
	0 soluções: 1	3 soluções: 63	
	1 soluções: 0	4 soluções: 34	
0.000 , 0.050	2 soluções: 1	Média=3.290	
0 soluções: 0	3 soluções: 41		0.000 , 0.100
1 soluções: 0	4 soluções: 56		0 soluções: 1
2 soluções: 0	5 soluções: 1		1 soluções: 8
3 soluções: 0	Média=3.540		2 soluções: 91
4 soluções: 58		0.000 , 0.100	3 soluções: 0
5 soluções: 42		0 soluções: 1	Média=1.900
6 soluções: 0		1 soluções: 0	
Média=4.420		2 soluções: 1	
	0.000 , 0.100	3 soluções: 98	
	0 soluções: 3	4 soluções: 0	
	1 soluções: 0	Média=2.960	0.010 , 0.000
	2 soluções: 2		0 soluções: 0
0.000 , 0.100	3 soluções: 14		1 soluções: 5
0 soluções: 2	4 soluções: 81		2 soluções: 95
1 soluções: 0	5 soluções: 0		3 soluções: 0
2 soluções: 0	Média=3.700	0.010 , 0.000	Média=1.950
3 soluções: 67		0 soluções: 2	
4 soluções: 31		1 soluções: 0	
5 soluções: 0		2 soluções: 1	
6 soluções: 0		3 soluções: 65	
Média=3.250	0.010 , 0.000	4 soluções: 32	0.010 , 0.010
	0 soluções: 1	Média=3.250	0 soluções: 0
	1 soluções: 0		1 soluções: 5
	2 soluções: 0		2 soluções: 95
	3 soluções: 3		3 soluções: 0
0.010 , 0.000	4 soluções: 92		Média=1.950
0 soluções: 0	5 soluções: 4	0.010 , 0.010	
1 soluções: 0	Média=3.970	0 soluções: 2	
2 soluções: 0		1 soluções: 0	
3 soluções: 0		2 soluções: 1	
4 soluções: 0		3 soluções: 65	0.010 , 0.020
5 soluções: 66		4 soluções: 32	0 soluções: 0
6 soluções: 34	0.010 , 0.010	Média=3.250	1 soluções: 5
Média=5.340	0 soluções: 0		2 soluções: 95
	1 soluções: 1		3 soluções: 0
	2 soluções: 0		Média=1.950
	3 soluções: 3		
	4 soluções: 92	0.010 , 0.020	

0.010 , 0.010	5 soluções: 4	0 soluções: 2	
0 soluções: 0	Média=3.980	1 soluções: 0	
1 soluções: 0		2 soluções: 1	0.010 , 0.050
2 soluções: 0		3 soluções: 65	0 soluções: 0
3 soluções: 0		4 soluções: 32	1 soluções: 5
4 soluções: 0		Média=3.250	2 soluções: 95
5 soluções: 66	0.010 , 0.020		3 soluções: 0
6 soluções: 34	0 soluções: 0		Média=1.950
Média=5.340	1 soluções: 0		
	2 soluções: 1		
	3 soluções: 3	0.010 , 0.050	
	4 soluções: 95	0 soluções: 0	
	5 soluções: 1	1 soluções: 0	0.010 , 0.100
0.010 , 0.020	Média=3.960	2 soluções: 3	0 soluções: 0
0 soluções: 0		3 soluções: 59	1 soluções: 5
1 soluções: 0		4 soluções: 38	2 soluções: 95
2 soluções: 0		Média=3.350	3 soluções: 0
3 soluções: 0			Média=1.950
4 soluções: 0	0.010 , 0.050		
5 soluções: 66	0 soluções: 2		
6 soluções: 34	1 soluções: 0		
Média=5.340	2 soluções: 2	0.010 , 0.100	
	3 soluções: 39	0 soluções: 0	0.020 , 0.000
	4 soluções: 53	1 soluções: 0	0 soluções: 2
	5 soluções: 4	2 soluções: 2	1 soluções: 5
	Média=3.530	3 soluções: 98	2 soluções: 93
0.010 , 0.050		4 soluções: 0	3 soluções: 0
0 soluções: 0		Média=2.980	Média=1.910
1 soluções: 0			
2 soluções: 0			
3 soluções: 0	0.010 , 0.100		
4 soluções: 60	0 soluções: 0		
5 soluções: 40	1 soluções: 0	0.020 , 0.000	0.020 , 0.010
6 soluções: 0	2 soluções: 1	0 soluções: 1	0 soluções: 2
Média=4.400	3 soluções: 16	1 soluções: 0	1 soluções: 5
	4 soluções: 83	2 soluções: 2	2 soluções: 93
	5 soluções: 0	3 soluções: 73	3 soluções: 0
	Média=3.820	4 soluções: 24	Média=1.910
		Média=3.190	
0.010 , 0.100			
0 soluções: 1			
1 soluções: 0			
2 soluções: 0	0.020 , 0.000		0.020 , 0.020
3 soluções: 71	0 soluções: 1	0.020 , 0.010	0 soluções: 2
4 soluções: 28	1 soluções: 0	0 soluções: 1	1 soluções: 5
5 soluções: 0	2 soluções: 0	1 soluções: 0	2 soluções: 93
6 soluções: 0	3 soluções: 23	2 soluções: 2	3 soluções: 0
Média=3.250	4 soluções: 76	3 soluções: 73	Média=1.910
	5 soluções: 0	4 soluções: 24	
	Média=3.730	Média=3.190	
0.020 , 0.000			0.020 , 0.050
0 soluções: 0			0 soluções: 2
1 soluções: 0	0.020 , 0.010	0.020 , 0.020	1 soluções: 5
2 soluções: 0	0 soluções: 0	0 soluções: 1	2 soluções: 93
3 soluções: 0	1 soluções: 0	1 soluções: 0	3 soluções: 0
4 soluções: 0	2 soluções: 0	2 soluções: 2	Média=1.910
5 soluções: 68	3 soluções: 23	3 soluções: 73	
6 soluções: 32	4 soluções: 77	4 soluções: 24	
Média=5.320	5 soluções: 0	Média=3.190	
	Média=3.770		
			0.020 , 0.100
			0 soluções: 0
			1 soluções: 9
0.020 , 0.010		0.020 , 0.050	2 soluções: 91
0 soluções: 0	0.020 , 0.020	0 soluções: 1	3 soluções: 0
1 soluções: 0	0 soluções: 2	1 soluções: 0	Média=1.910

2 soluções: 0	1 soluções: 0	2 soluções: 3	
3 soluções: 0	2 soluções: 1	3 soluções: 73	
4 soluções: 0	3 soluções: 22	4 soluções: 23	
5 soluções: 68	4 soluções: 75	Média=3.170	
6 soluções: 32	5 soluções: 0		0.050 , 0.000
Média=5.320	Média=3.680		0 soluções: 1
			1 soluções: 0
			2 soluções: 99
		0.020 , 0.100	3 soluções: 0
		0 soluções: 1	Média=1.980
0.020 , 0.020	0.020 , 0.050	1 soluções: 0	
0 soluções: 0	0 soluções: 1	2 soluções: 3	
1 soluções: 0	1 soluções: 0	3 soluções: 96	
2 soluções: 0	2 soluções: 2	4 soluções: 0	
3 soluções: 0	3 soluções: 22	Média=2.940	0.050 , 0.010
4 soluções: 0	4 soluções: 75		0 soluções: 1
5 soluções: 67	5 soluções: 0		1 soluções: 0
6 soluções: 33	Média=3.700		2 soluções: 99
Média=5.330			3 soluções: 0
		0.050 , 0.000	Média=1.980
		0 soluções: 0	
		1 soluções: 0	
	0.020 , 0.100	2 soluções: 81	
0.020 , 0.050	0 soluções: 2	3 soluções: 19	
0 soluções: 0	1 soluções: 0	4 soluções: 0	0.050 , 0.020
1 soluções: 1	2 soluções: 2	Média=2.190	0 soluções: 1
2 soluções: 0	3 soluções: 13		1 soluções: 0
3 soluções: 0	4 soluções: 83		2 soluções: 99
4 soluções: 60	5 soluções: 0		3 soluções: 0
5 soluções: 39	Média=3.750		Média=1.980
6 soluções: 0		0.050 , 0.010	
Média=4.360		0 soluções: 0	
		1 soluções: 0	
		2 soluções: 81	
	0.050 , 0.000	3 soluções: 19	0.050 , 0.050
	0 soluções: 1	4 soluções: 0	0 soluções: 1
0.020 , 0.100	1 soluções: 0	Média=2.190	1 soluções: 0
0 soluções: 2	2 soluções: 99		2 soluções: 99
1 soluções: 0	3 soluções: 0		3 soluções: 0
2 soluções: 0	4 soluções: 0		Média=1.980
3 soluções: 66	5 soluções: 0		
4 soluções: 32	Média=1.980	0.050 , 0.020	
5 soluções: 0		0 soluções: 0	
6 soluções: 0		1 soluções: 0	
Média=3.260		2 soluções: 81	0.050 , 0.100
		3 soluções: 19	0 soluções: 0
	0.050 , 0.010	4 soluções: 0	1 soluções: 1
	0 soluções: 3	Média=2.190	2 soluções: 99
	1 soluções: 0		3 soluções: 0
0.050 , 0.000	2 soluções: 97		Média=1.990
0 soluções: 0	3 soluções: 0		
1 soluções: 0	4 soluções: 0		
2 soluções: 0	5 soluções: 0	0.050 , 0.050	
3 soluções: 0	Média=1.940	0 soluções: 0	
4 soluções: 0		1 soluções: 0	0.100 , 0.000
5 soluções: 100		2 soluções: 85	0 soluções: 0
6 soluções: 0		3 soluções: 15	1 soluções: 2
Média=5.000		4 soluções: 0	2 soluções: 36
	0.050 , 0.020	Média=2.150	3 soluções: 62
	0 soluções: 2		Média=2.600
	1 soluções: 0		
	2 soluções: 70		
0.050 , 0.010	3 soluções: 28		
0 soluções: 0	4 soluções: 0	0.050 , 0.100	
1 soluções: 0	5 soluções: 0	0 soluções: 2	0.100 , 0.010
2 soluções: 0	Média=2.240	1 soluções: 0	0 soluções: 0
3 soluções: 0		2 soluções: 77	1 soluções: 2
4 soluções: 0		3 soluções: 21	2 soluções: 36

5 soluções: 100		4 soluções: 0	3 soluções: 62
6 soluções: 0		Média=2.170	Média=2.600
Média=5.000	0.050 , 0.050		
	0 soluções: 2		
	1 soluções: 0		
	2 soluções: 64		
	3 soluções: 34	0.100 , 0.000	0.100 , 0.020
0.050 , 0.020	4 soluções: 0	0 soluções: 2	0 soluções: 0
0 soluções: 0	5 soluções: 0	1 soluções: 1	1 soluções: 2
1 soluções: 0	Média=2.300	2 soluções: 79	2 soluções: 36
2 soluções: 0		3 soluções: 18	3 soluções: 62
3 soluções: 0		4 soluções: 0	Média=2.600
4 soluções: 0		Média=2.130	
5 soluções: 100			
6 soluções: 0	0.050 , 0.100		
Média=5.000	0 soluções: 2		
	1 soluções: 9		0.100 , 0.050
	2 soluções: 60	0.100 , 0.010	0 soluções: 0
	3 soluções: 29	0 soluções: 2	1 soluções: 2
	4 soluções: 0	1 soluções: 1	2 soluções: 36
0.050 , 0.050	5 soluções: 0	2 soluções: 79	3 soluções: 62
0 soluções: 1	Média=2.160	3 soluções: 18	Média=2.600
1 soluções: 0		4 soluções: 0	
2 soluções: 0		Média=2.130	
3 soluções: 0			
4 soluções: 99			
5 soluções: 0	0.100 , 0.000		0.100 , 0.100
6 soluções: 0	0 soluções: 1		0 soluções: 0
Média=3.960	1 soluções: 0	0.100 , 0.020	1 soluções: 1
	2 soluções: 15	0 soluções: 2	2 soluções: 39
	3 soluções: 84	1 soluções: 1	3 soluções: 60
	4 soluções: 0	2 soluções: 79	Média=2.590
	5 soluções: 0	3 soluções: 18	
0.050 , 0.100	Média=2.820	4 soluções: 0	
0 soluções: 1		Média=2.130	
1 soluções: 0			
2 soluções: 0			
3 soluções: 99			
4 soluções: 0	0.100 , 0.010		
5 soluções: 0	0 soluções: 1	0.100 , 0.050	
6 soluções: 0	1 soluções: 0	0 soluções: 0	
Média=2.970	2 soluções: 15	1 soluções: 0	
	3 soluções: 84	2 soluções: 81	
	4 soluções: 0	3 soluções: 19	
	5 soluções: 0	4 soluções: 0	
	Média=2.820	Média=2.190	
0.100 , 0.000			
0 soluções: 1			
1 soluções: 0			
2 soluções: 0			
3 soluções: 0	0.100 , 0.020	0.100 , 0.100	
4 soluções: 99	0 soluções: 0	0 soluções: 1	
5 soluções: 0	1 soluções: 0	1 soluções: 0	
6 soluções: 0	2 soluções: 13	2 soluções: 78	
Média=3.960	3 soluções: 87	3 soluções: 21	
	4 soluções: 0	4 soluções: 0	
	5 soluções: 0	Média=2.190	
	Média=2.870		
0.100 , 0.010			
0 soluções: 1			
1 soluções: 0			
2 soluções: 0	0.100 , 0.050		
3 soluções: 0	0 soluções: 1		
4 soluções: 99	1 soluções: 0		
5 soluções: 0	2 soluções: 13		
6 soluções: 0	3 soluções: 86		
Média=3.960	4 soluções: 0		

	5 soluções: 0		
	Média=2.840		
0.100 , 0.020			
0 soluções: 2			
1 soluções: 0	0.100 , 0.100		
2 soluções: 0	0 soluções: 1		
3 soluções: 0	1 soluções: 2		
4 soluções: 98	2 soluções: 22		
5 soluções: 0	3 soluções: 75		
6 soluções: 0	4 soluções: 0		
Média=3.920	5 soluções: 0		
	Média=2.710		
0.100 , 0.050			
0 soluções: 3			
1 soluções: 0			
2 soluções: 0			
3 soluções: 0			
4 soluções: 97			
5 soluções: 0			
6 soluções: 0			
Média=3.880			
0.100 , 0.100			
0 soluções: 0			
1 soluções: 0			
2 soluções: 0			
3 soluções: 100			
4 soluções: 0			
5 soluções: 0			
6 soluções: 0			
Média=3.000			
ε-NSGA-II			
Rede 1			
Par 2	Par 3	Par 4	Par 5
0.000 , 0.000	0.000 , 0.000	0.000 , 0.000	0.000 , 0.000
0 soluções: 0	0 soluções: 0	0 soluções: 2	0 soluções: 0
1 soluções: 0	1 soluções: 0	1 soluções: 64	1 soluções: 63
2 soluções: 18	2 soluções: 3	2 soluções: 34	2 soluções: 37
3 soluções: 52	3 soluções: 19	3 soluções: 0	Média=1.370
4 soluções: 30	4 soluções: 66	Média=1.320	
Média=3.120	5 soluções: 12		
	Média=3.870		
			0.000 , 0.010
		0.000 , 0.010	0 soluções: 0
0.000 , 0.010		0 soluções: 2	1 soluções: 63
0 soluções: 0	0.000 , 0.010	1 soluções: 64	2 soluções: 37
1 soluções: 0	0 soluções: 0	2 soluções: 34	Média=1.370
2 soluções: 18	1 soluções: 0	3 soluções: 0	
3 soluções: 52	2 soluções: 3	Média=1.320	
4 soluções: 30	3 soluções: 19		
Média=3.120	4 soluções: 66		
	5 soluções: 12		0.000 , 0.020
	Média=3.870		0 soluções: 0
		0.000 , 0.020	1 soluções: 63
		0 soluções: 2	2 soluções: 37

0.000 , 0.020		1 soluções: 64	Média=1.370
0 soluções: 0		2 soluções: 34	
1 soluções: 0	0.000 , 0.020	3 soluções: 0	
2 soluções: 18	0 soluções: 1	Média=1.320	
3 soluções: 52	1 soluções: 0		
4 soluções: 30	2 soluções: 2		0.000 , 0.050
Média=3.120	3 soluções: 22		0 soluções: 0
	4 soluções: 64		1 soluções: 63
	5 soluções: 11	0.000 , 0.050	2 soluções: 37
	Média=3.810	0 soluções: 3	Média=1.370
		1 soluções: 63	
0.000 , 0.050		2 soluções: 34	
0 soluções: 0		3 soluções: 0	
1 soluções: 0		Média=1.310	
2 soluções: 15	0.000 , 0.050		0.000 , 0.100
3 soluções: 57	0 soluções: 0		0 soluções: 0
4 soluções: 28	1 soluções: 20		1 soluções: 62
Média=3.130	2 soluções: 43		2 soluções: 38
	3 soluções: 27	0.000 , 0.100	Média=1.380
	4 soluções: 10	0 soluções: 3	
	5 soluções: 0	1 soluções: 62	
	Média=2.270	2 soluções: 35	
0.000 , 0.100		3 soluções: 0	
0 soluções: 0		Média=1.320	0.010 , 0.000
1 soluções: 9			0 soluções: 0
2 soluções: 9			1 soluções: 68
3 soluções: 55	0.000 , 0.100		2 soluções: 32
4 soluções: 27	0 soluções: 0		Média=1.320
Média=3.000	1 soluções: 23	0.010 , 0.000	
	2 soluções: 54	0 soluções: 2	
	3 soluções: 23	1 soluções: 65	
	4 soluções: 0	2 soluções: 33	
	5 soluções: 0	3 soluções: 0	0.010 , 0.010
0.010 , 0.000	Média=2.000	Média=1.310	0 soluções: 0
0 soluções: 0			1 soluções: 68
1 soluções: 0			2 soluções: 32
2 soluções: 15			Média=1.320
3 soluções: 56			
4 soluções: 29	0.010 , 0.000	0.010 , 0.010	
Média=3.140	0 soluções: 0	0 soluções: 2	
	1 soluções: 1	1 soluções: 65	
	2 soluções: 3	2 soluções: 33	0.010 , 0.020
	3 soluções: 21	3 soluções: 0	0 soluções: 0
	4 soluções: 62	Média=1.310	1 soluções: 68
0.010 , 0.010	5 soluções: 13		2 soluções: 32
0 soluções: 0	Média=3.830		Média=1.320
1 soluções: 0			
2 soluções: 15			
3 soluções: 56		0.010 , 0.020	
4 soluções: 29		0 soluções: 2	
Média=3.140	0.010 , 0.010	1 soluções: 65	0.010 , 0.050
	0 soluções: 0	2 soluções: 33	0 soluções: 0
	1 soluções: 1	3 soluções: 0	1 soluções: 68
	2 soluções: 3	Média=1.310	2 soluções: 32
	3 soluções: 21		Média=1.320
0.010 , 0.020	4 soluções: 62		
0 soluções: 0	5 soluções: 13		
1 soluções: 0	Média=3.830		
2 soluções: 15		0.010 , 0.050	
3 soluções: 56		0 soluções: 2	0.010 , 0.100
4 soluções: 29		1 soluções: 65	0 soluções: 0
Média=3.140		2 soluções: 33	1 soluções: 66
	0.010 , 0.020	3 soluções: 0	2 soluções: 34
	0 soluções: 0	Média=1.310	Média=1.340
	1 soluções: 0		
	2 soluções: 5		
0.010 , 0.050	3 soluções: 22		
0 soluções: 0	4 soluções: 60		

1 soluções: 0	5 soluções: 13	0.010 , 0.100	0.020 , 0.000
2 soluções: 13	Média=3.810	0 soluções: 2	0 soluções: 0
3 soluções: 60		1 soluções: 62	1 soluções: 70
4 soluções: 27		2 soluções: 36	2 soluções: 30
Média=3.140		3 soluções: 0	Média=1.300
		Média=1.340	
	0.010 , 0.050		
	0 soluções: 0		
	1 soluções: 21		
0.010 , 0.100	2 soluções: 44		0.020 , 0.010
0 soluções: 0	3 soluções: 24	0.020 , 0.000	0 soluções: 0
1 soluções: 11	4 soluções: 11	0 soluções: 1	1 soluções: 70
2 soluções: 6	5 soluções: 0	1 soluções: 62	2 soluções: 30
3 soluções: 62	Média=2.250	2 soluções: 37	Média=1.300
4 soluções: 21		3 soluções: 0	
Média=2.930		Média=1.360	
	0.010 , 0.100		0.020 , 0.020
	0 soluções: 0		0 soluções: 0
0.020 , 0.000	1 soluções: 21	0.020 , 0.010	1 soluções: 70
0 soluções: 0	2 soluções: 54	0 soluções: 1	2 soluções: 30
1 soluções: 1	3 soluções: 25	1 soluções: 62	Média=1.300
2 soluções: 19	4 soluções: 0	2 soluções: 37	
3 soluções: 60	5 soluções: 0	3 soluções: 0	
4 soluções: 20	Média=2.040	Média=1.360	
Média=2.990			
			0.020 , 0.050
			0 soluções: 0
			1 soluções: 70
	0.020 , 0.000	0.020 , 0.020	2 soluções: 30
0.020 , 0.010	0 soluções: 0	0 soluções: 1	Média=1.300
0 soluções: 0	1 soluções: 1	1 soluções: 62	
1 soluções: 1	2 soluções: 1	2 soluções: 37	
2 soluções: 19	3 soluções: 24	3 soluções: 0	
3 soluções: 60	4 soluções: 60	Média=1.360	
4 soluções: 20	5 soluções: 14		0.020 , 0.100
Média=2.990	Média=3.850		0 soluções: 0
			1 soluções: 66
			2 soluções: 34
		0.020 , 0.050	Média=1.340
		0 soluções: 1	
0.020 , 0.020	0.020 , 0.010	1 soluções: 63	
0 soluções: 0	0 soluções: 0	2 soluções: 36	
1 soluções: 1	1 soluções: 1	3 soluções: 0	
2 soluções: 19	2 soluções: 1	Média=1.350	0.050 , 0.000
3 soluções: 60	3 soluções: 24		0 soluções: 0
4 soluções: 20	4 soluções: 60		1 soluções: 67
Média=2.990	5 soluções: 14		2 soluções: 33
	Média=3.850		Média=1.330
		0.020 , 0.100	
		0 soluções: 4	
		1 soluções: 64	
0.020 , 0.050		2 soluções: 32	
0 soluções: 0	0.020 , 0.020	3 soluções: 0	0.050 , 0.010
1 soluções: 0	0 soluções: 0	Média=1.280	0 soluções: 0
2 soluções: 14	1 soluções: 1		1 soluções: 67
3 soluções: 58	2 soluções: 2		2 soluções: 33
4 soluções: 28	3 soluções: 22		Média=1.330
Média=3.140	4 soluções: 61		
	5 soluções: 14	0.050 , 0.000	
	Média=3.850	0 soluções: 1	
		1 soluções: 61	
		2 soluções: 38	0.050 , 0.020
0.020 , 0.100		3 soluções: 0	0 soluções: 0
0 soluções: 0		Média=1.370	1 soluções: 67
1 soluções: 4	0.020 , 0.050		2 soluções: 33
2 soluções: 9	0 soluções: 0		Média=1.330

3 soluções: 59	1 soluções: 18		
4 soluções: 28	2 soluções: 43		
Média=3.110	3 soluções: 30	0.050 , 0.010	
	4 soluções: 9	0 soluções: 1	
	5 soluções: 0	1 soluções: 61	0.050 , 0.050
	Média=2.300	2 soluções: 38	0 soluções: 0
		3 soluções: 0	1 soluções: 67
0.050 , 0.000		Média=1.370	2 soluções: 33
0 soluções: 0			Média=1.330
1 soluções: 0			
2 soluções: 19	0.020 , 0.100		
3 soluções: 52	0 soluções: 0		
4 soluções: 29	1 soluções: 21	0.050 , 0.020	
Média=3.100	2 soluções: 50	0 soluções: 1	0.050 , 0.100
	3 soluções: 29	1 soluções: 61	0 soluções: 1
	4 soluções: 0	2 soluções: 38	1 soluções: 66
	5 soluções: 0	3 soluções: 0	2 soluções: 33
	Média=2.080	Média=1.370	Média=1.320
0.050 , 0.010			
0 soluções: 0			
1 soluções: 0			
2 soluções: 19			
3 soluções: 52	0.050 , 0.000	0.050 , 0.050	0.100 , 0.000
4 soluções: 29	0 soluções: 0	0 soluções: 1	0 soluções: 0
Média=3.100	1 soluções: 0	1 soluções: 60	1 soluções: 64
	2 soluções: 3	2 soluções: 39	2 soluções: 36
	3 soluções: 27	3 soluções: 0	Média=1.360
	4 soluções: 70	Média=1.380	
	5 soluções: 0		
0.050 , 0.020	Média=3.670		
0 soluções: 0			
1 soluções: 0			0.100 , 0.010
2 soluções: 19		0.050 , 0.100	0 soluções: 0
3 soluções: 52		0 soluções: 1	1 soluções: 64
4 soluções: 29	0.050 , 0.010	1 soluções: 64	2 soluções: 36
Média=3.100	0 soluções: 0	2 soluções: 35	Média=1.360
	1 soluções: 0	3 soluções: 0	
	2 soluções: 3	Média=1.340	
	3 soluções: 27		
	4 soluções: 70		
0.050 , 0.050	5 soluções: 0		0.100 , 0.020
0 soluções: 0	Média=3.670		0 soluções: 0
1 soluções: 0		0.100 , 0.000	1 soluções: 64
2 soluções: 19		0 soluções: 0	2 soluções: 36
3 soluções: 50		1 soluções: 89	Média=1.360
4 soluções: 31		2 soluções: 11	
Média=3.120	0.050 , 0.020	3 soluções: 0	
	0 soluções: 0	Média=1.110	
	1 soluções: 0		
	2 soluções: 3		0.100 , 0.050
	3 soluções: 27		0 soluções: 0
0.050 , 0.100	4 soluções: 70		1 soluções: 64
0 soluções: 0	5 soluções: 0	0.100 , 0.010	2 soluções: 36
1 soluções: 6	Média=3.670	0 soluções: 0	Média=1.360
2 soluções: 9		1 soluções: 89	
3 soluções: 65		2 soluções: 11	
4 soluções: 20		3 soluções: 0	
Média=2.990		Média=1.110	
	0.050 , 0.050		0.100 , 0.100
	0 soluções: 0		0 soluções: 1
	1 soluções: 12		1 soluções: 67
	2 soluções: 47		2 soluções: 32
0.100 , 0.000	3 soluções: 33	0.100 , 0.020	Média=1.310
0 soluções: 0	4 soluções: 8	0 soluções: 0	
1 soluções: 0	5 soluções: 0	1 soluções: 89	
2 soluções: 24	Média=2.370	2 soluções: 11	
3 soluções: 76		3 soluções: 0	
4 soluções: 0		Média=1.110	

Média=2.760			
	0.050 , 0.100		
	0 soluções: 0		
	1 soluções: 19	0.100 , 0.050	
0.100 , 0.010	2 soluções: 46	0 soluções: 0	
0 soluções: 0	3 soluções: 35	1 soluções: 89	
1 soluções: 0	4 soluções: 0	2 soluções: 11	
2 soluções: 24	5 soluções: 0	3 soluções: 0	
3 soluções: 76	Média=2.160	Média=1.110	
4 soluções: 0			
Média=2.760			
	0.100 , 0.000	0.100 , 0.100	
	0 soluções: 4	0 soluções: 2	
0.100 , 0.020	1 soluções: 33	1 soluções: 84	
0 soluções: 0	2 soluções: 54	2 soluções: 14	
1 soluções: 0	3 soluções: 9	3 soluções: 0	
2 soluções: 24	4 soluções: 0	Média=1.120	
3 soluções: 76	5 soluções: 0		
4 soluções: 0	Média=1.680		
Média=2.760			
	0.100 , 0.010		
0.100 , 0.050	0 soluções: 4		
0 soluções: 0	1 soluções: 33		
1 soluções: 0	2 soluções: 54		
2 soluções: 18	3 soluções: 9		
3 soluções: 82	4 soluções: 0		
4 soluções: 0	5 soluções: 0		
Média=2.820	Média=1.680		
0.100 , 0.100	0.100 , 0.020		
0 soluções: 0	0 soluções: 5		
1 soluções: 12	1 soluções: 29		
2 soluções: 16	2 soluções: 57		
3 soluções: 72	3 soluções: 9		
4 soluções: 0	4 soluções: 0		
Média=2.600	5 soluções: 0		
	Média=1.700		
	0.100 , 0.050		
	0 soluções: 16		
	1 soluções: 33		
	2 soluções: 47		
	3 soluções: 4		
	4 soluções: 0		
	5 soluções: 0		
	Média=1.390		
	0.100 , 0.100		
	0 soluções: 14		
	1 soluções: 38		
	2 soluções: 43		
	3 soluções: 5		
	4 soluções: 0		

	5 soluções: 0		
	Média=1.390		