

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CURSO DE ENGENHARIA DE AGRIMENSURA E CARTOGRÁFICA

MARIA LUÍSA SILVA BONIMANI

**MÉTODO MONTE CARLO APLICADO À ANÁLISE DOS NÍVEIS DE
PROBABILIDADE DO PROCEDIMENTO DATA SNOOPING: ESTUDO DE CASO
PARA REDE GNSS DE MONTE CARMELO-MG**

MONTE CARMELO

2019

MARIA LUÍSA SILVA BONIMANI

**MÉTODO MONTE CARLO APLICADO À ANÁLISE DOS NÍVEIS DE
PROBABILIDADE DO PROCEDIMENTO DATA SNOOPING: ESTUDO DE CASO
PARA REDE GNSS DE MONTE CARMELO-MG**

Trabalho de Conclusão de Curso, como exigência parcial para obtenção do Título de bacharel em Engenharia de Agrimensura e Cartográfica da Universidade Federal de Uberlândia, campus Monte Carmelo.

Orientador: Prof. Vinicius Francisco Rofatto

MONTE CARMELO

2019

MARIA LUÍSA SILVA BONIMANI

**MÉTODO MONTE CARLO APLICADO À ANÁLISE DOS NÍVEIS DE
PROBABILIDADE DO PROCEDIMENTO DATA SNOOPING: ESTUDO DE CASO
PARA REDE GNSS DE MONTE CARMELO-MG**

Trabalho de Conclusão de Curso, como exigência parcial para
obtenção do Título de bacharel em Engenharia de Agrimensura
e Cartográfica da Universidade Federal de Uberlândia, campus
Monte Carmelo.

Orientador: Prof. Vinicius Francisco Rofatto

Aprovado em: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Ms. Vinicius Francisco Rofatto (Orientador)

Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Dr. Wagner Carrupt Machado

Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Dr. Ivandro Klein

Instituto Federal de Santa Catarina

MONTE CARMELO

2019

*Dedico esse trabalho a minha mãe, Cristina,
que sempre me deu forças para continuar.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe, Cristina, que sempre me deu forças para continuar, me ajudou a superar as fases ruins, a vencer os desafios, nunca soltou a minha mão me mostrando que eu nunca estaria sozinha mesmo o quão difícil fosse o caminho para chegar até aqui.

Ao meu pai, Rafael, que sempre me apoiou e me forneceu palavras de conforto nos momentos ruins. As minhas irmãs, Ana Laura e Julia, que sempre estiveram ao meu lado me trazendo alegrias.

Aos docentes: Vinicius Francisco Rofatto e Marcelo Tomio Matsuoka por todos os ensinamentos, paciência, dedicação e apoio no caminho percorrido até aqui.

Aos técnicos: Januário Chirieleison Fernandes e Valdiney José da Silva pela colaboração nos levantamentos em campo.

Aos membros da banca: Dr. Wagner Carrupt Machado e Dr. Ivandro Klein em aceitarem participar como membros convidados na banca de defesa do TCC II.

Aos meus amigos Giovane, Rhafisa, Maria Cecília, Thayane e João Batista que me auxiliaram nos trabalhos em campo e a todos que percorreram comigo o caminho até aqui.

A todos que de alguma forma contribuíram para esta conquista, agradeço também aos que não acreditaram, a descrença em minha capacidade e força, me motivaram a não desistir e me fizeram descobrir o quanto sou forte e capaz. Esse é só o começo de uma longa jornada.

“ Não importa o que aconteça, continue a nadar. ”

(WALTERS, GRAHAM, Procurando Nemo, 2003)

RESUMO

A disponibilidade de microcomputadores de baixo custo e alto desempenho verificado nesse início de século tem impulsionado o uso de simulações computacionais por Monte Carlo na área de Geodésia. No que tange o controle de qualidade em Geodésia, a descrição de medidas de confiabilidade associadas ao procedimento *data snooping* em sua forma iterativa é demasiadamente complexa por meio de métodos analíticos usualmente empregados para as medidas de confiabilidade convencional, tal como o MDB (Menor Erro Detectável). Por isso, métodos computacionais, como Monte Carlo são indispensáveis para tratar sistemas altamente complexos. Aqui, usamos o Método Monte Carlo para investigar a confiabilidade de uma rede geodésica. O elemento chave do Método Monte Carlo (MMC) é o gerador de números aleatórios. Até o momento, grande parte dos trabalhos têm sido conduzidos para redes de nivelamento e dados simulados. Neste sentido, o objetivo deste trabalho é descrever os níveis de probabilidades do *Data Snooping* Iterativo para uma rede GNSS (*Global Navigation Satellite System*) com dados reais. A rede possui uma máxima correlação entre os resíduos de 61,367%, com redundância local entre 0,4835 e 0,7901. As probabilidades foram descritas para três níveis de significância (α): $\alpha=0,001$, $\alpha=0,01$ e $\alpha=0,1$. Os resultados mostram que a rede apresenta baixa probabilidade de erro tipo III, consequentemente o MIB (Menor erro Identificável) foi muito próximo do valor do MDB.

Palavras-chave: *Data Snooping*, Confiabilidade, Monte Carlo, Redes Geodésicas.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Interpretação gráfica do erro tipo I e do erro tipo II	20
Figura 2 - Procedimento <i>Data Snooping</i> Iterativo (IDS)	31
Figura 3 - Mapa de localização da área de estudo	34
Figura 4 - Fluxograma abordando as etapas que serão desenvolvidas	35
Figura 5 - Configuração da rede	36
Figura 6 - Localização do marco M003 da rede básica	37
Figura 7 - Localização do marco M004 da rede básica	37
Figura 8 - Localização do marco M007 da rede básica	38
Figura 9 - Rastreio do marco M003 (Rosário)	39
Figura 10 - Rastreio do marco M004 (Camilão)	39
Figura 11 - Rastreio do marco M007 (Sesi)	40
Figura 12 - Linhas de base repetidas da rede geodésica básica	41
Figura 13 - Linhas de base repetidas em relação a RBMC	42
Figura 14 - Configuração da rede	43
Figura 15 - Correlação entre os resíduos	45
Figura 16 - Fluxograma do procedimento baseado no método Monte Carlo	46
Figura 17 - Poder do teste para componente X	48
Figura 18 - Poder do teste para componente Y	49
Figura 19 - Poder do teste para componente Z	50
Figura 20 - Erro do tipo II para componente X	52
Figura 21 - Erro do tipo II para componente Y	53
Figura 22 - Erro do tipo II para componente Z	54
Figura 23 - Erro do tipo III para componente X	56
Figura 24 - Erro do tipo III para componente Y	57
Figura 25 - Erro do tipo III para componente Z	58
Figura 26 - Número de redundância local para componente X	59
Figura 27 - Número de redundância local para componente Y	59
Figura 28 - Número de redundância local para componente Z	60
Figura 29 - Classes Over para a componente X	61
Figura 30 - Classes Over para a componente Y	62
Figura 31 - Classes Over para a componente Z	63

Figura 32 - Média e desvio padrão para o Poder do Teste	64
Figura 33 - Máximo e Mínimo para o poder do teste	65
Figura 34 - Média e desvio padrão para o erro tipo II	66
Figura 35 - Máximo e Mínimo para o erro tipo II	67
Figura 36 - Média e desvio padrão para o erro tipo II	68
Figura 37 - Máximo e Mínimo para o erro tipo III	69
Figura 38 - Média e desvio padrão para a classe Over+	70
Figura 39 - Mínimo e Máximo para a classe Over+	71
Figura 40 - Média e desvio padrão para classe Over-	72
Figura 41 - Máximo e Mínimo para classe Over-	73

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Decisões envolvidas para o caso de múltiplas hipóteses alternativas	28
Quadro 2 - Linhas de base independentes	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coordenadas geodésicas da rede básica	44
Tabela 2 - Poder de detecção	74
Tabela 3 - Poder de identificação	74
Tabela 4 - MIB e MDB para $\alpha = 0,001$ (Componente X)	75
Tabela 5 - MIB e MDB para $\alpha = 0,001$ (Componente Y)	75
Tabela 6 - MIB e MDB para $\alpha = 0,001$ (Componente Z)	76
Tabela 7 - MIB e MDB para $\alpha = 0,01$ (Componente X)	76
Tabela 8 - MIB e MDB para $\alpha = 0,01$ (Componente Y)	77
Tabela 9 - MIB e MDB para $\alpha = 0,01$ (Componente Z)	77
Tabela 10 - MIB e MDB para $\alpha = 0,1$ (Componente X)	78
Tabela 11 - MIB e MDB para $\alpha = 0,1$ (Componente Y)	78
Tabela 12 - MIB e MDB para $\alpha = 0,1$ (Componente Z)	79

LISTA DE ABREVIACÕES E SIGLAS

DS	<i>Data Snooping</i>
FDP	Função Densidade de Probabilidade
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
IDS	<i>Data Snooping</i> Iterativo
MDB	Menor Erro Detectável
MIB	Menor Erro Identificável
MMC	Método Monte Carlo
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES GEODÉSICAS	16
3	TESTE DE HIPÓTESES PARA DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE <i>OUTLIERS</i>	19
3.1	Detecção de <i>Outliers</i>: teste binário.....	22
3.2	Identificação de <i>Outliers</i>: múltiplas hipóteses alternativas	26
3.3	<i>Data Snooping</i> Iterativo	30
4	MONTE CARLO APLICADO NA DESCRIÇÃO DOS NÍVEIS DE PROBABILIDADES ASSOCIADOS AO PROCEDIMENTO IDS.....	32
5	ESTUDO DE CASO: ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE UMA REDE GNSS	34
5.1	Área de estudo	34
5.2	Material.....	34
5.3	Métodos	35
5.3.1	Dados disponíveis	36
5.3.2	Levantamento	38
5.3.3	Processamento dos dados	41
5.3.4	Ajustamento da rede.....	44
5.3.5	Simulação Monte Carlo.....	45
5.4	Resultados	47
5.4.1	Análise da confiabilidade da rede	47
5.4.2	Relação entre detecção e identificação.....	73
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	79
	REFERÊNCIAS	81

1 INTRODUÇÃO

O resultado do barateamento das máquinas computacionais (processamento e memória) e dos dispositivos de aquisição e armazenamento de dados (sensores, câmeras fotográficas, pen-drives) tem levado ao que hoje é chamado de Big Data (LIMA, 2011).

Engenheiros e cientistas têm cada vez mais buscado soluções específicas que permitam trabalhar com grandes volumes de dados de grande variedade em curto intervalo de tempo. Uma revisão completa sobre Big Data poder ser encontrada em Robinson et al. (2017).

Um dos problemas associados ao Big Data é a detecção de *outliers*. Segundo Lehmann (2013), considera-se como *outlier* uma observação que provavelmente foi causada por um erro grosseiro (ou falha). Existem diversas formas para tratamento de dados contaminados por *outliers*, como por exemplo: métodos de estimação robusta e métodos baseados em teste de hipóteses (Baarda, 1968; Pope, 1976; Lehmann and Lösler, 2016; Klein et al., 2016). Neste trabalho a ênfase será dada no teste de hipóteses.

Para o tratamento de dados contendo *outliers*, Baarda (1967, 1968) propõe um procedimento baseado em testes de hipóteses para detecção de *outliers*. Esse procedimento é conhecido como *Data Snooping* (DS). O procedimento de teste DS consiste em verificar cada observação individual quanto a um possível *outlier*, a partir da aplicação do teste estatístico *w-test* (TEUNISSEN, 2006). O *w-test* é a estatística de teste baseada nos resíduos mínimos quadrados normalizados.

Inicialmente, o *w-test*, somente faz a decisão entre a hipótese nula (H_0) e uma única hipótese alternativa (H_A) (BAARDA, 1968). Considerando o modelo na hipótese nula somente a presença de erros aleatórios¹ e na hipótese alternativa a presença de erros não aleatórios.

O procedimento DS é baseado em teste de hipóteses, pode-se cometer erros na tomada de decisão da seguinte forma:

Erro tipo I	Rejeição de uma hipótese verdadeira	Nível de probabilidade α
Erro tipo II	Aceitação de uma hipótese falsa	Nível de probabilidade β

¹ Erros aleatórios são as flutuações probabilísticas das observações, não possuem causa conhecida (Klein, 2012).

A probabilidade do erro tipo I (α) representa a probabilidade de rejeitar a hipótese de teste H_0 quando esta é de fato verdadeira, enquanto o erro tipo II é a probabilidade de não rejeitar a hipótese de teste H_0 quando esta de fato é falsa. O complemento do erro tipo II é conhecido como poder do teste, cuja relação é dado por $\gamma = 1 - \beta$. O poder do teste γ descreve a probabilidade de rejeitar a hipótese nula, quando de fato a hipótese nula é falsa (KAVOURAS, 1982 apud KLEIN, 2011).

Baseado nos erros de decisão do tipo I e II, Baarda (1968) propôs o conceito de menor erro detectável (traduzido do nome original *Minimal Detectable Bias* (MDB), termo dado por Teunissen (1989). O MDB de uma dada hipótese alternativa é a menor magnitude de um *outlier* que pode levar a rejeição da hipótese nula a um certo nível de probabilidade. O conjunto de MDBs descreve a confiabilidade interna do modelo, ou seja, avalia se um determinado *outlier* é detectável pelo procedimento de teste utilizado, enquanto que a propagação dos MDBs para os parâmetros incógnitos do ajustamento descreve a confiabilidade externa (BAARDA, 1968; TEUNISSEN, 2006). Entretanto, o MDB é uma medida baseada no teste de uma única hipótese alternativa e, portanto, o MDB está associado à testes de detecção de *outlier*, e não à identificação deste. A detecção de *outliers* está relacionada a apenas detectar se existe erros no conjunto de observações e não a identificação do erro. A rejeição da hipótese nula acarreta automaticamente a aceitação da hipótese alternativa (ROFATTO et al., 2018), portanto um *outlier* com magnitude igual ao respectivo MDB dificilmente será identificado.

Para fins de identificação, foram propostos estudos com a finalidade de analisar o grau em que hipóteses alternativas podem ser diferenciadas. Van Mierlo (1975, 1976) realizou estudos onde foi possível mostrar a possibilidade de descrever a separabilidade entre as hipóteses alternativas no monitoramento de deformações.

A partir da teoria convencional de Baarda (1968), Förstner (1983 apud ROFATTO et al., 2018) ampliou para o cenário de duas hipóteses alternativas contra uma hipótese nula (caso bidimensional).

Neste cenário, devido à existência de duas hipóteses alternativas, a rejeição da hipótese nula não implica automaticamente na aceitação de uma hipótese alternativa. Agora além do erro tipo I e II, pode acontecer de o teste aceitar erroneamente uma hipótese alternativa. Esse erro de tomada de decisão é conhecido como Erro do tipo III, introduzido por Hawkins (1980).

Mais recentemente, Yang et al. (2013), ampliou o cenário para o caso de múltiplas hipóteses alternativas. Ou seja, ampliou a análise de separabilidade original com duas hipóteses alternativas, para o caso de múltiplas hipóteses alternativas.

Considerando um modelo com n observações, a hipótese nula deverá ser testada contra todas as n hipóteses alternativas. Em outras palavras, neste caso, a hipótese alternativa é formulada da seguinte forma: “Existe pelo menos um *outlier* no conjunto das observações”. Essa suposição condiz mais com a realidade, pois na prática não sabemos qual observação é um *outlier*. A teoria proposta por Baarda foi baseada na suposição que uma dada observação é um *outlier* (fixa a hipótese alternativa).

A partir do teste da hipótese nula contra n hipóteses alternativas, Teunissen et al. (2018) introduziu o termo conhecido como MIB (menor erro identificável) para nomear o menor erro de uma hipótese alternativa que pode ser identificado à uma dada probabilidade.

Imparato et al. (2018) mostrou que identificar um *outlier* demanda maior esforço que apenas detectar. Portanto, MIB será sempre maior ou no mínimo igual o MDB.

As funções de densidade probabilidade associadas aos erros na tomada de decisão do procedimento de teste e a região de aceitação, sob múltiplas hipóteses alternativas, são muito complexas e mesmo impossíveis de serem obtidas por uma expressão analítica fechada² ou mesmo por integração numérica. Neste caso, deve-se recorrer ao Método Monte Carlo.

A ideia de desenvolver um trabalho envolvendo a análise de confiabilidade por meio da técnica de Monte Carlo parte não somente das questões levantadas pelos trabalhos citados acima (como por exemplo, YANG et al. 2013) como também da necessidade de descrever a confiabilidade do procedimento DS em sua forma iterativa (ver, por exemplo, TEUNISSEN, 2006), aqui denotado por IDS (*Iterative DataSnooping*). O procedimento IDS de identificação de *outlier* combina estimação e teste: identificado o *outlier* suspeito de contaminar o conjunto de observações, retira-se o mesmo do modelo e repete-se o ajustamento e os testes até que todas as observações suspeitas sejam identificadas e devidamente retiradas, em um processo iterativo de estimação (mínimos quadrados), de identificação (localização do *outlier*) e remoção (adaptação do modelo) do *outlier* (ROFATTO et al. 2018).

Como um modelo analítico de fácil solução é desconhecido para o IDS, é necessário recorrer as simulações computacionais, por exemplo, a técnica Monte Carlo de simulação. Diferente da época de Baarda (1968), hoje, temos a nossa disposição computadores potentes o suficiente para estudar, descrever e entender os níveis de probabilidade associados ao procedimento IDS. Dentro deste contexto, a técnica Monte Carlo de simulação surge como uma

² Entende-se por expressão analítica fechada um conjunto de equações que, fornecidos os valores de entrada, fornecem resultados sobre o comportamento do modelo a partir de uma fórmula analítica direta.

ferramenta essencial para tratar de processos que dependem de fatores aleatórios, como é o caso do IDS.

Rofatto, Matsuoka e Klein (2017a), propõem um novo método baseado em Monte Carlo para descrever os níveis de probabilidade associados ao procedimento *Data Snooping* Iterativo. Eles apresentam um fluxograma detalhado do método para descrever os níveis de probabilidades do IDS, que será utilizado neste trabalho.

Destaco que até o momento, grande parte dos trabalhos têm sido conduzidos para redes de nivelamento e dado simulados. Neste sentido, o objetivo deste trabalho é descrever os níveis de probabilidades do *Data Snooping* Iterativo para uma rede GNSS real. A rede possui uma máxima correlação entre os resíduos 61,367%, com redundância local entre 0,4835 e 0,7901. Os níveis foram descritos para três níveis de significância (α): $\alpha = 0,001$, $\alpha = 0,01$ e $\alpha = 0,1$. Os resultados mostram que a rede apresenta baixa probabilidade de erro tipo III, consequentemente o MIB é muito próximo do valor do MDB.

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma: Seção 2 são apresentados elementos referentes ao ajustamento de observações geodésicas; Seção 3 são apresentados os elementos referentes ao teste de hipóteses para detecção e identificação de *outliers*; Seção 4 são apresentados os elementos do Método Monte Carlo; Seção 5 apresenta o estudo de caso para rede GNSS de Monte Carmelo/MG; Seção 6 são apresentadas as considerações finais

2 AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES GEODÉSICAS

A Geodésia, assim como outras ciências, necessita da coleta de dados para entender alguns fenômenos do mundo real. No caso específico da Geodésia, busca-se descrever a geometria, o campo de gravidade, e a rotação da Terra, bem como suas variações temporais (*International Association of Geodesy*, 2011). Para alcançar esses objetivos, modelos matemáticos são formulados com base em medidas efetuadas sobre a superfície terrestre ou próxima a essa (MONICO, 2018).

Por exemplo, para implantação de uma rede geodésica realiza-se um conjunto de medidas (por exemplo, medidas de desníveis entre dois pontos) para estimar o conjunto de parâmetros de interesse (por exemplo, as cotas ou altitudes dos pontos de uma rede de nivelamento geométrico) e a sua precisão, por meio de um modelo matemático conhecido que seja capaz de estabelecer a relação entre as observações e os parâmetros. Esse modelo pode ser expresso conforme equação (1):

$$y = Ax \quad (1)$$

Onde:

y – vetor $n \times 1$ das observações;

A – matriz jacobiana (ou *design*) de $n \times u$;

x – vetor $u \times 1$ dos parâmetros desconhecidos.

Em geral, a relação entre as medidas e os parâmetros (desconhecidos) na equação (1) não é perfeita. Essas medidas estão sujeitas as flutuações probabilísticas, devido à repetição do processo de medidas de uma grandeza, os valores não são idênticos, mas estão contidos em um mesmo intervalo. Essas flutuações são classificadas como efeitos aleatórios e são inevitáveis no processo de medição (GEMAEL, 1994).

As flutuações probabilísticas tornam o sistema de equações do modelo matemático redundante, porém inconsistente. Onde, a redundância é representada por medidas a mais do que as necessárias para obter uma solução e, a inconsistência pelas diversas soluções que se obtém quando o número de observações é excedido.

Entretanto, adicionando em cada equação do modelo o vetor de erros aleatórios (e), como indica a equação (2), torna-se o sistema consistente, porém com infinitas soluções (DALMOLIN, 2002).

$$y = Ax + e \quad (2)$$

Desta forma, a aleatoriedade das medições faz com que o modelo expresso pela equação (1) deixe de ser denominado modelo matemático e passe a ser denominado modelo estatístico, conforme o modelo expresso pela equação (2).

Devem-se utilizar observações redundantes, no ajustamento de observações, sujeitas às flutuações probabilísticas por duas razões principais: melhorar a acurácia dos resultados estimados; detectar possíveis erros (não aleatórios) nos modelos e/ou observações (GEMAEL, 1994).

Esses erros são classificados como erros grosseiros, erros sistemáticos e erros aleatórios (GEMAEL, 1994): Os erros grosseiros são falhas que podem ser devido a natureza humana (por exemplo, erro do operador) ou devido a natureza experimental do processo de medidas, esse tipo de erro deve ser identificado para minimizar sua influência no ajustamento; os erros

sistemáticos podem ser evitados por meio de técnicas especiais; os erros aleatórios, são as flutuações probabilísticas das observações, não possuem causa conhecida e são uma característica intrínseca das observações. Somente os erros aleatórios devem estar presentes no processo de ajustamento.

O critério para o ajustamento mais adotado na geodésia é o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), que minimiza a soma dos quadrados dos erros aleatórios, ponderados pelos respectivos pesos das observações (GEMAEL, 1994), conforme equação (3).

$$e^T P e = \text{Mínimo} \quad (3)$$

A matriz peso (P) é tomada como sendo igual ao inverso da matriz de covariância Σ_{yy} das observações, multiplicada por um fator de variância a priori (σ_0^2) (DALMOLIN, 2002), conforme equação (4).

$$P = \sigma_0^2 \Sigma_{yy}^{-1} \quad (4)$$

A solução do ajustamento pelo MMQ, ou seja, o vetor dos parâmetros X cujo vetor dos erros aleatórios correspondente, satisfaz a condição da equação (3), é dada pela equação (5).

$$X = (A^T P A)^{-1} (A^T P y) \quad (5)$$

Aplicando os resultados da equação (5) ao vetor dos parâmetros aproximados, obtém (6) representando o vetor dos parâmetros ajustados:

$$X_a = X_0 + X \quad (6)$$

X_a - vetor dos parâmetros ajustados;

X_0 - vetor dos parâmetros aproximados;

X - vetor das correções aos parâmetros aproximados.

Obtendo-se assim a solução do MMQ. Utilizando a propagação de variâncias e covariâncias das observações, é possível determinar a matriz de covariância dos parâmetros ajustados Σ_{X_a} , resultando na equação (7):

$$\Sigma_{xa} = \sigma_0^2 (A^T P A)^{-1} \quad (7)$$

A aplicação do ajustamento de observações possibilita a obtenção de uma solução única e torna as observações ajustadas consistente e com modelos matemáticos apropriados. Quando o modelo do sistema não for linear deve realizar a linearização do modelo utilizando a série de Taylor (GEMAEL, 1994). Mais detalhes sobre a linearização do modelo podem ser obtidos em Klein (2012).

Quando somente erros de natureza aleatória contaminam as observações, o método dos mínimos quadrados é dito ser um melhor estimador imparcial (GEMAEL, 1994). Entretanto, as observações também estão contaminadas por erros grosseiros, estes podem exercer influência nos parâmetros estimados, assim as propriedades do MMQ não são satisfeitas (GUI et al., 2005). Portanto, uma estratégia para detecção e identificação de *outliers* é a aplicação de testes estatísticos.

3 TESTE DE HIPÓTESES PARA DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE *OUTLIERS*

Conseguir detectar *outliers* nas observações é um grande obstáculo da geodésia, tal como em outras ciências. Para o tratamento das observações contaminadas por *outliers* são utilizados os métodos de estimação robusta e os procedimentos baseados em testes de hipóteses (KLEIN et al., 2016). Os métodos de estimação robusta não fazem parte dessa pesquisa, utilizaremos aqui somente os procedimentos baseados em testes de hipóteses.

O teste de uma hipótese consiste em coletar informações de uma determinada população (amostra), e, com base nestas informações decidir entre rejeitar ou não a hipótese estabelecida sobre a função densidade de probabilidade da população em estudo (KLEIN, 2012).

Os testes de hipóteses possuem probabilidade associadas, portanto, quando se aplica o teste de uma hipótese estatística podem-se cometer dois tipos de erros na tomada de decisão (MAGALHÃES; LIMA, 2005):

- Erro tipo I: Rejeitar a hipótese de teste quando esta é verdadeira;
- Erro tipo II: Não rejeitar a hipótese de teste quando está é falsa.

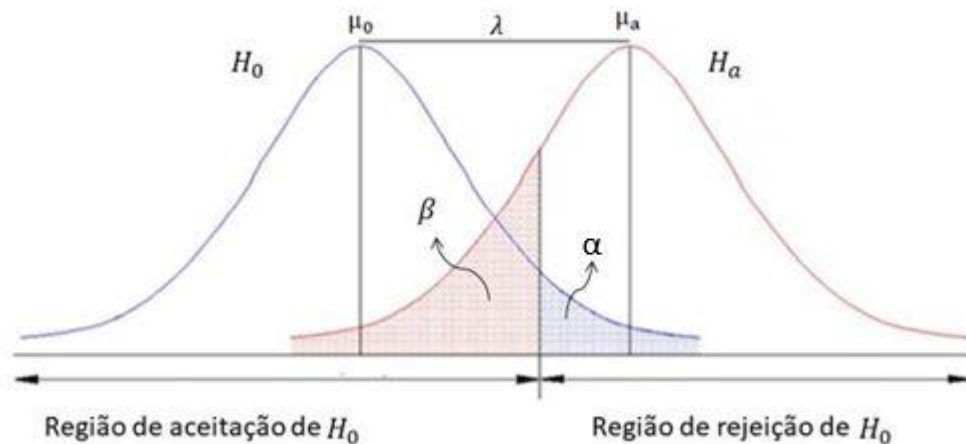
A probabilidade de se cometer o erro tipo I é dado por α (nível de significância do teste), a probabilidade de se cometer o erro do tipo II é dado por β . E considerando H_0 (hipótese nula) a hipótese que se deseja testar, define-se conforme equação (8), (MAGALHÃES; LIMA, 2005):

$$\begin{cases} \alpha = P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeição } H_0 / H_0 \text{ verdadeira}) \\ \beta = P(\text{erro tipo II}) = P(\text{não rejeição } H_0 / H_0 \text{ falsa}) \end{cases} \quad (8)$$

Segundo Magalhães e Lima (2005), para testar a eficácia do teste consideram-se duas hipóteses H_0 e H_a denominadas, respectivamente, hipótese nula e hipótese alternativa.

Assim, o espaço amostral é dividido em uma região de aceitação de H_0 e em uma região de rejeição de H_0 , ou de aceitação de H_a (KLEIN, 2012). As probabilidades do erro tipo I e do erro tipo II, a partir da região de aceitação e região de rejeição de H_0 (Figura 1), onde μ_0 representa a esperança matemática da hipótese nula, μ_a a esperança matemática da hipótese alternativa e λ o parâmetro de não centralidade (separação entre a hipótese nula e a hipótese alternativa).

Figura 1 - Interpretação gráfica do erro tipo I e do erro tipo II



Fonte: Adaptado de Ghilani e Wolf (2006).

Assim, a Figura 1 ilustra as probabilidades de aceitação e rejeição da hipótese nula. Considerando uma hipótese nula (H_0) e uma hipótese alternativa (H_a) para os parâmetros o critério de teste utilizado será a razão de verossimilhança, que é definida na equação (9) (BREIMAN, 1973 apud KLEIN, 2012):

$$\lambda(y) = \frac{\max p(y|H_0)}{\max p(y|H_a)} \quad (9)$$

Onde:

$\max p(y|H_0)$ - corresponde ao máximo da função densidade de probabilidade do vetor das observações y sobre a hipótese nula;

$\max p(y|H_a)$ - corresponde ao máximo da função densidade de probabilidade do vetor das observações y sobre a hipótese alternativa.

Como a hipótese nula deve ser formulada de forma que seu espaço amostral esteja contido no espaço amostral da hipótese alternativa, a razão de verossimilhança nunca apresentará valor superior a 1, ou seja, $0 \leq \lambda(y) \leq 1$ (BREIMAN, 1973 apud KLEIN, 2012).

Considerando que somente erros de natureza aleatória contaminam as observações, a hipótese nula pode ser formulada conforme equação (10), dada por (TEUNISSEN, 2006):

$$H_0: E\{y\} = AX \quad (10)$$

Onde:

$E\{. \}$ – operador da esperança matemática;

y – vetor das observações;

A – matriz Jacobiana (design);

X – vetor dos parâmetros desconhecidos.

Sobre a hipótese nula assume-se que somente erros aleatórios contaminam as observações, e assim o método de ajustamento por mínimos quadrados se torna o melhor estimador linear imparcial dos parâmetros incógnitos. Entretanto, as observações podem estar contaminadas por erros não aleatórios, ou seja, *outliers*, assim as propriedades do MMQ não são satisfeitas. Desta forma, introduz uma hipótese alternativa que contradiz a hipótese nula, conforme a equação (11), dada por (TEUNISSEN, 2006):

$$H_a: E\{y\} = AX + C\nabla \quad (11)$$

Onde:

C – define o modelo de erro adotado e deve ser estipulado de acordo com a matriz design A ;

∇ – vetor contendo as desconhecidas observações contaminadas por *outliers*.

O vetor dos erros anômalos (∇) deve estar compreendido entre as dimensões $1 \leq q \leq n - u$, pois não se pode detectar um número de *outliers* q maior do que o número de graus de liberdade, ou seja, do que o número de observações redundantes do ajustamento (KLEIN, 2012).

Assim, para H_0 e H_a , o teste de razão de verossimilhança é indicado pela equação (12), onde se compara a razão de máxima verossimilhança com uma constante não negativa (c), dada por (TEUNISSEN, 2006):

$$\begin{cases} \text{rejei ta } H_0 \text{ se } \frac{\text{máx } p(y|x)}{\text{máx } p(y|x, \nabla)} \leq c \\ \text{não rejei ta } H_0 \text{ se } \frac{\text{máx } p(y|x)}{\text{máx } p(y|x, \nabla)} > c \end{cases} \quad (12)$$

Segundo Teunissen (2006), o teste da razão de verossimilhança é um teste ótimo, mas possui desvantagens quando se trata de achar o máximo de uma FDP ou uma FDP resultante de uma razão de verossimilhança, para ser possível estipular o nível de significância α e o poder do teste γ .

Segundo Klein (2012), a partir do caso geral de teste de hipóteses em modelos lineares ($1 \leq q \leq n - u$), serão derivados os testes para a detecção e identificação de *outliers*.

Considerando para detecção o teste global do ajustamento ($q = n - u$) e para identificação de *outliers* o procedimento de teste *Data Snooping* ($q = 1$). Sendo, n o número de observações e u o número de parâmetros incógnitos do ajustamento.

3.1 Detecção de *Outliers*: teste binário

O método mais utilizado para identificar *outliers* nas observações é o procedimento de teste estatístico *Data Snooping*, proposto inicialmente em Baarda (1968) (LEHMANN, 2012). O objetivo desse teste é testar cada observação individual a um possível erro de natureza não aleatória.

Entretanto, o DS possui níveis de probabilidade associados (nível de significância e poder do teste) e erros não aleatórios podem ainda não ser identificados (KAVOURAS, 1982 apud KLEIN, 2012).

Assim, no procedimento de teste DS, para cada observação testam-se as seguintes hipóteses, equação (13) e (14), definidas por (TEUNISSEN, 2006):

$$H_0 : E\{y\} = AX \quad (13)$$

vs.

$$H_A : E\{y\} = AX + c_i \nabla \quad (14)$$

Onde:

c_i – vetor unitário contendo a unidade na linha da i -ésima observação e zero nas demais, ou seja, $C_i = [0 \dots 0 \dots 1 \dots 0 \dots 0]^T_{n \times 1}$;

∇ – escalar que corresponde, em módulo, a um possível *outlier*, diferente de zero nas observações.

A hipótese nula considera que as observações estão isentas de *outliers*, enquanto na hipótese alternativa, assume-se que as observações estão contaminadas por *outliers* de magnitude ∇ .

O critério de teste do procedimento DS é comparar a estatística w_i com um valor teórico ($\sqrt{k}$), tabelado, para distribuição normal padronizada (da forma bilateral) com o nível de significância α_0 que foi assumido para o teste, conforme equação (15) (BAARDA, 1968):

Rejeitar H_0 se:

$$w_i < -\sqrt{k} \text{ ou } w_i > \sqrt{k} \quad (15)$$

E para cada observação, a estatística de teste w_i é calculada pela equação (16), dada por (BAARDA, 1968):

$$w_i = \frac{c_i \sum_{yy}^{-1} \hat{e}_0}{\sqrt{c_i^T \sum_{yy}^{-1} \sum_{\hat{e}_0} \sum_{yy}^{-1} c_i}} \quad (16)$$

Onde:

$\hat{e}_0$ – vetor dos resíduos ajustados;

$\sum_{\hat{e}_0}$ – matriz covariância dos resíduos sob a hipótese nula.

Todas as observações são testadas, ou seja, calcula-se a estatística w_i para todas as observações l_i , a observação suspeita de estar contaminada por um *outlier* ∇_i será aquela que, equação (17), (BAARDA, 1968):

$$\begin{aligned} |w_i| &> |\sqrt{k}| \\ |w_i| &> |w_j|, \forall i \neq j \end{aligned} \quad (17)$$

Após a observação suspeita de estar contaminada por *outlier* ser identificada, ela é removida do modelo e repete-se o ajustamento e o procedimento de teste novamente. Esse procedimento é repetido até que todas as observações suspeitas de estarem contaminadas por *outliers* sejam identificadas e retiradas, por meio de um processo iterativo de identificação (localização) e remoção das observações contaminadas por *outliers* (BAARDA, 1968).

Por se tratar de um teste estatístico que possui níveis de probabilidades associados, podem-se cometer dois tipos de erros na tomada de decisão (LARSON, 1974 apud KLEIN, 2012):

- Erro tipo I (α): Rejeitar H_0 (ou aceitar H_A) quando na realidade H_0 é verdadeira, ou seja, assumir que as observações possuem erro quando na verdade não possuem;
- Erro tipo II (β): Rejeitar H_A (ou aceitar H_0) quando na realidade H_A é verdadeira, ou seja, assumir que as observações não possuem erros, quando na verdade as observações possuem erros.

Os complementos de α e β são, respectivamente, o nível de confiança (NC), probabilidade de aceitar a hipótese nula corretamente, e o poder do teste γ , probabilidade de rejeitar a hipótese nula corretamente.

Ressalta-se que o teste é apenas um indicativo se a hipótese nula é verdadeira ou não, com base na estatística calculada e do nível de significância α que foi arbitrado (probabilidade do erro tipo I). Um teste estatístico nunca prova em definitivo se a hipótese nula é verdadeira ou falsa (KLEIN, 2012).

E por ser um teste baseado em hipótese estatística, possui uma capacidade finita para detecção e identificação de *outliers*. Portanto, podem-se ocorrer erros que não foram detectados pelo teste utilizado. Assim aplica-se a teoria da confiabilidade para ser possível calcular o menor erro que o teste é capaz de detectar e avaliar a influência deste erro nos resultados do ajustamento.

A teoria de confiabilidade investiga se o procedimento de teste utilizado é capaz de identificar um erro, de natureza não aleatória, presente em uma determinada observação e avalia a sua influencia nos resultados do ajustamento, quando não detectado (OLIVEIRA; DALMOLIN, 2008).

A confiabilidade interna se refere ao módulo do menor erro que o teste é capaz de detectar. Essa medida é conhecida como MDB, termo introduzido por Teunissen (1989 apud ROFATTO et al., 2018).

Assim, para cada observação o módulo do seu menor erro detectável, definido pela equação (18), onde λ_0 é o parâmetro de não centralidade, que expressa a separação entre a hipótese nula e a hipótese alternativa, dada por (TEUNISSEN, 2006):

$$MDB(i) = |\nabla_i| = \sqrt{\frac{\lambda_0}{c_i^T \Sigma_{yy}^{-1} \Sigma_{\hat{e}_0} \Sigma_{yy}^{-1} c_i}} \quad (18)$$

De acordo com Teunissen (2006), a partir dos níveis de probabilidade associados e do número de graus de liberdade do teste utilizado, pode-se obter um valor para o parâmetro de não centralidade. Pois, não é possível determinar o valor para esse parâmetro. No entanto, em Baarda (1968) são apresentados monogramas para obter o valor do parâmetro de não centralidade do modelo, de acordo com α , γ e q .

Já a confiabilidade externa, refere-se a influência de um possível *outlier* não detectado na observação, nos resultados finais do ajustamento, ou seja, no vetor dos parâmetros ajustados (OLIVEIRA; DALMOLIN, 2008).

A confiabilidade externa por ser obtida por meio da equação (19), dada por (TEUNISSEN, 2006):

$$\nabla X_i = (A^T P A)^{-1} (A^T P c_i |\nabla i|) \quad (19)$$

Onde:

∇X_i – é o vetor que quantifica a influência do MDB da observação em cada um dos parâmetros estimados;

$c_i |\nabla i|$ – modelo de erro.

Então, para cada observação tem-se um modelo de erro associado (considerando, $q = 1$), para cada observação tem-se uma confiabilidade externa associada. Assim, as medidas de confiabilidade apresentadas para o procedimento *data snooping* consideram que as observações estão contaminadas apenas por um *outlier* e desconsideram o fato de poder haver múltiplos *outliers* nas observações (KLEIN, 2012).

3.2 Identificação de *Outliers*: múltiplas hipóteses alternativas

O DS pode ser utilizado para o cenário de múltiplas hipóteses alternativas, ou seja, testam-se múltiplas hipóteses alternativas contra a hipótese nula. Assim, cada observação é testada individualmente quanto à presença de *outliers*, totalizando n hipóteses alternativas (KLEIN, 2014). Assim, testa-se a hipótese nula, equação (20), contra n hipóteses alternativas, equação (21).

$$H_0 : E\{y\} = AX \quad (20)$$

vs.

$$\begin{aligned} H_i : E\{y\} &= AX + c_i \nabla \\ (\forall i &= 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (21)$$

Assim, por se tratar de um teste estatístico, possui níveis de probabilidade associados, quando se trata de múltiplas hipóteses alternativas testadas contra a hipótese nula, além dos erros tipo I e tipo II, o DS está sujeito a um terceiro erro de tomada de decisão, definido por (FÖRSTNER, 1983 apud KLEIN, 2014):

- Erro tipo III: Identificar (erroneamente) uma observação como contendo erro grosseiro, enquanto a observação contaminada não foi identificada.

Quando se envolve múltiplas hipóteses alternativas, o maior valor absoluto entre os w_i é tomado como a estatística para identificação de um provável *outlier* nas observações, dado pela equação (22) (TEUNISSEN, 2006):

$$w = \max_{i \in \{1, \dots, n\}} |w_i| \quad (22)$$

A equação (22) indica que a observação mais provável de ser um *outlier* é aquela que apresenta o valor mais extremo entre as estatísticas w_i . Assim, compara-se o valor extremo com o valor crítico ($\sqrt{k}$) (KLEIN, 2014).

Se nenhum dos valores for rejeitado, então aceitamos a hipótese nula H_0 . Assim, para o procedimento de teste *Data Snooping* para o caso de múltiplas hipóteses alternativas, conforme equações (23), aceita-se H_0 se:

$$w = \max_{i \in \{1, \dots, n\}} |w_i| \leq \sqrt{k} \quad (23)$$

E rejeita-se H_0 , equação (24), se:

$$w = \max_{i \in \{1, \dots, n\}} |w_i| > \sqrt{k} \quad (24)$$

Considerando o caso de múltiplas hipóteses alternativas, o Quadro 1 apresenta as probabilidades de cometer diferentes tipos de erros na tomada de decisão. Desta forma, α_{0i} é o nível de significância, β_{i0} é a probabilidade de cometer o erro tipo II e κ_{i0} é a probabilidade de cometer o erro tipo I.

Quadro 1 - Decisões envolvidas para o caso de múltiplas hipóteses alternativas

Resultado do teste					
	H_0	H_1	H_2	...	H_n
Realidade	$ w_i \leq \sqrt{k}, \forall i$	$ w_1 > \sqrt{k},$ $ w_1 > w_i , \forall i$	$ w_2 > \sqrt{k},$ $ w_2 > w_i , \forall i$	...	$ w_n > \sqrt{k},$ $ w_n > w_i , \forall i$
H_0	Decisão correta $1 - \alpha_n$	Erro tipo I α_{01}	Erro tipo I α_{02}	...	Erro tipo I α_{0n}
H_1	Erro tipo II β_{10}	Identificação correta $1 - \beta_{11}$	Erro tipo III κ_{12}	...	Erro tipo III κ_{1n}
H_2	Erro tipo II β_{10}	Erro tipo III κ_{21}	Identificação correta $1 - \beta_{22}$	...	Erro tipo III κ_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
H_n	Erro tipo II β_{n0}	Erro tipo III κ_{n1}	Erro tipo III κ_{n2}	...	Identificação correta $1 - \beta_{nn}$

Fonte: Adaptado de Rofatto et al. (2018).

As estatísticas de teste das observações possuem um coeficiente de correlação, dado pela equação (25), Förstner (1983 apud ROFATTO et al., 2018):

$$\rho_{ij} = \frac{c_i^T \Sigma_{yy}^{-1} \Sigma_{\hat{e}0} \Sigma_{yy}^{-1} c_j}{\sqrt{c_i^T \Sigma_{yy}^{-1} \Sigma_{\hat{e}0} \Sigma_{yy}^{-1} c_i} \sqrt{c_j^T \Sigma_{yy}^{-1} \Sigma_{\hat{e}0} \Sigma_{yy}^{-1} c_j}} \quad (25)$$

Desta forma, as probabilidades de cometer o erro tipo I (α_{0i}), erro tipo II (β_{i0}) e o erro tipo III (κ_{i0}), considerando o coeficiente de correlação da estatística de teste, é dado por Förstner (1983 apud ROFATTO et al., 2018), conforme equações (26), (27) e (28).

$$\alpha_{0i} = \int_{|w_i| > |w_j| \forall j, |w_i| > \sqrt{k}} f'_0 \partial_{w_1} \dots \partial_{w_n} \quad (26)$$

Onde, o termo da integral (f'_0) corresponde à função densidade de probabilidade conjunta de w_i e w_j na hipótese nula.

$$\beta_{i0} = \int_{|w_i| \leq \sqrt{k}, |w_j| \leq \sqrt{k}} f'_1 \partial_{w1} \dots \partial_{wn} \quad (27)$$

$$\kappa_{ij} = \int_{|w_j| > |w_i| \forall j, |w_j| > \sqrt{k}} f'_1 \partial_{w1} \dots \partial_{wn} \quad (28)$$

Enquanto nas equações (27) e (28), o termo f'_1 das integrais corresponde a fdp conjunta de w_i e w_j na hipótese alternativa.

As FDP ficam mais complexas quando se considera o caso de múltiplas hipóteses alternativas. Segundo Yang et al. (2013), quanto maior o número de hipóteses alternativas, maior a complexidade computacional. Pois, testa-se a hipótese nula contra varias hipóteses alternativas, tornando complexo obter os níveis de probabilidade associados ao procedimento *Data Snooping*. Portanto, deve-se utilizar de métodos de simulação numérica para obter os níveis de probabilidade do DS.

Considerando o caso de múltiplas hipóteses alternativas, tem-se o conceito de menor erro identificável, MIB, introduzido por Teunissen et al. (2018). No caso de somente uma hipótese alternativa, o MDB é equivalente ao MIB. Entretanto considerando múltiplas hipóteses alternativas tem-se, equação (29), (IMPARATO et al., 2018):

$$MIB \geq MDB \quad (29)$$

Identificar *outliers* demanda maior esforço que detectar. A razão disso é que as integrais das FDP para fins de identificação (veja as equações 26, 27 e 28) não são possíveis de serem calculadas por métodos analíticos. Portanto, o cálculo do MIB deve ser realizado por meio de simulações numéricas.

3.3 *Data Snooping* Iterativo

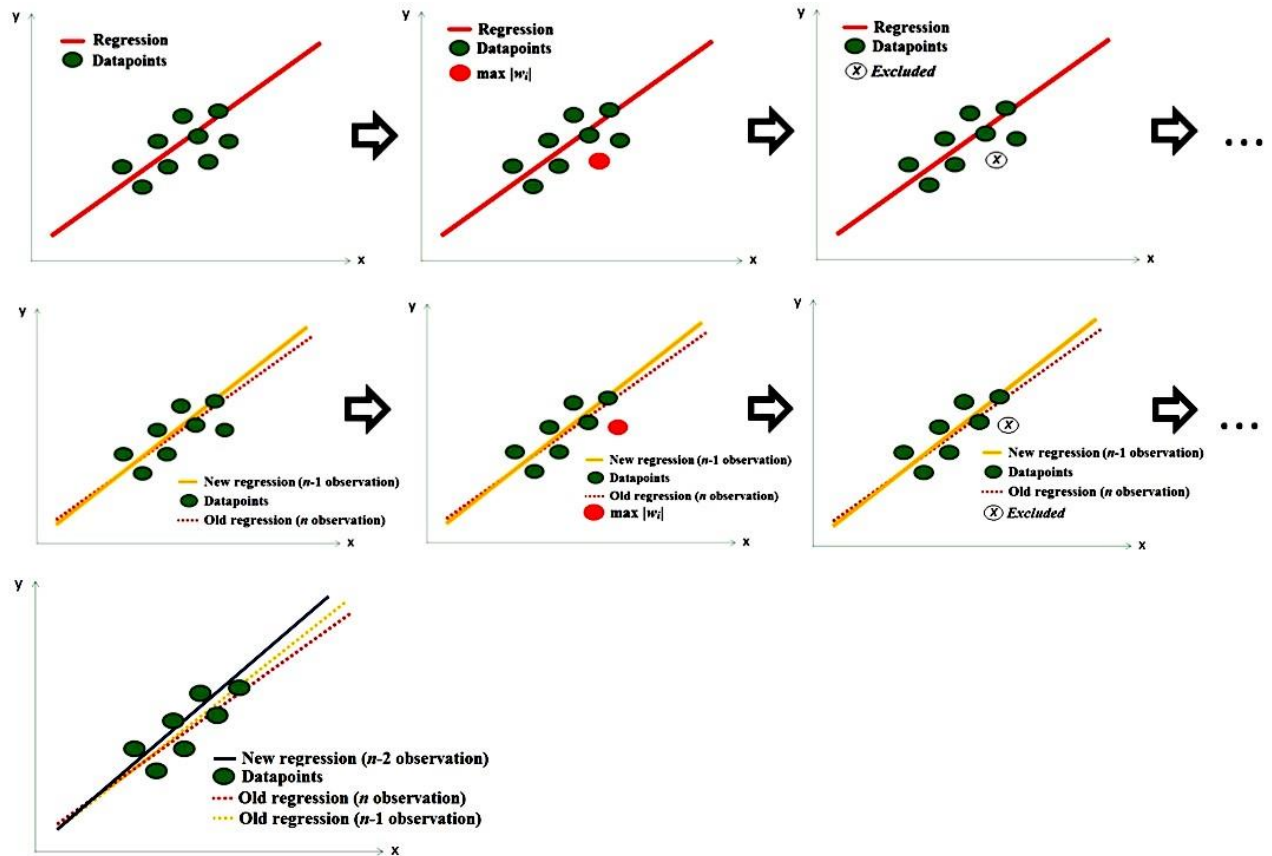
O procedimento *Data Snooping* considerando múltiplas hipóteses alternativas se preocupa somente com a identificação da observação que contém o *outlier*. Porém, o *Data Snooping* deve ser realizado de forma iterativa (IDS) para que seja possível a remoção de observações suspeitas de estarem contaminadas por *outliers* e a reaplicação do teste novamente.

Quando se aplica o procedimento *Data Snooping* Iterativo os erros de tomada de decisão, além dos erros tipo I, II e III, são estendidos para classe *over-identification*, onde se identifica mais observações contendo *outliers* do que o número real de *outliers* (ROFATTO; MATSUOKA; KLEIN, 2017a).

Esse tipo de erro se divide em (ROFATTO; MATSUOKA; KLEIN, 2017a): *over – identification*⁻ e *over – identification*⁺. O erro tipo *over – identification*⁻ significa identificar erroneamente duas observações contendo *outliers* e o erro do tipo *over – identification*⁺ significa identificar duas observações contendo *outliers*, quando uma delas é identificada corretamente e a outra não.

A seguir (Figura 2) é apresentado um exemplo da aplicação do teste *Data Snooping* Iterativo considerando as observações contaminadas por dois *outliers*, para um modelo de regressão linear.

Figura 2 - Procedimento *Data Snooping* Iterativo (IDS)



Fonte: Rofatto et al. (2018).

A Figura 2 apresenta as etapas envolvidas no procedimento IDS, primeiramente obtém-se o vetor dos resíduos ajustados através do MMQ e as estatísticas do procedimento *Data Snooping* (equação 23), em seguida o *outlier* é identificado e retirado do conjunto de observações, repete-se o ajustamento e os testes até que todas as observações suspeitas de estarem contaminadas sejam retiradas do conjunto de observações, caracterizando assim um processo iterativo.

Realizando o procedimento IDS, segundo Rofatto, Matsuoka e Klein (2017a), uma medida de confiabilidade não pode ser facilmente computada para fins de controle de qualidade, assim o MDB e o MIB são utilizados como medida de confiabilidade somente para o caso em que o *Data Snooping* é realizado uma única vez.

Portanto, para ser possível obter medidas de confiabilidade e níveis de probabilidades para o caso do IDS utiliza-se de técnicas de simulação computacional, como o Método Monte Carlo.

4 MONTE CARLO APLICADO NA DESCRIÇÃO DOS NÍVEIS DE PROBABILIDADES ASSOCIADOS AO PROCEDIMENTO IDS

A princípio o Monte Carlo foi empregado para solucionar problemas de difusão de nêutrons no desenvolvimento da bomba atômica em 1944. Nos dias de hoje é utilizado para solucionar problemas que envolvem um grande número de variáveis, vários tipos de distribuições estatísticas e modelos não lineares complexos (ROBERT e CASELLA, 2013).

Esse método tem sido utilizado em diversas aplicações, como por exemplo: análise de confiabilidade de redes geodésicas (ROFATTO et al., 2018), aplicações em física médica (YORIYAZ, 2009), simulações de voos fotogramétricos (SILVA; DALMOLIN, 2002) entre outros.

Inicialmente os recursos computacionais eram limitados e uma grande dificuldade da aplicação do método Monte Carlo residia no tempo de execução das simulações. Eram necessárias muitas simulações para obter resultados precisos e confiáveis (DALLE, 2005).

Hoje em dia com a disponibilidade de computadores de baixo custo com grande poder computacional tem impulsionado a aplicação do método Monte Carlo.

O método Monte Carlo baseia-se na construção de um modelo probabilístico para descrever um fenômeno no qual o valor esperado de uma variável aleatória (ou mais) é equivalente ao valor da grandeza física de interesse. O método Monte Carlo é um método de simulação que utiliza sequências de números aleatórios para estimar a solução de um problema físico (DALLE, 2005).

As etapas básicas para aplicação desse método são (ROFATTO et al., 2018):

- Definir o modelo matemático que descreve o sistema a ser simulado;
- Especificar a FDP das variáveis de entrada;
- Definir o número de experimentos Monte Carlo (simulações ou “*trials*”);
- Gerar as variáveis de saída;
- Avaliar a qualidade das variáveis de saída.

A ideia do método é gerar uma amostragem aleatória e realizar experimentos sobre a mesma, assim em cada simulação, os valores das variáveis aleatórias são amostradas e os valores das variáveis de saída são calculados por meio de uma função (ROFATTO et al., 2018).

Na geodésia, para fins de controle de qualidade, o método Monte Carlo é utilizado para realizar os cálculos dos níveis de probabilidades associados ao teste *Data Snooping*. A complexidade computacional aumenta consideravelmente à medida que aumenta o número de hipóteses alternativas (YANG et al., 2013).

Assim, tem-se um conjunto de variáveis aleatórias que podem ser analisadas estatisticamente. Portanto, pode-se utilizar esse método para avaliar o poder do teste DS, os erros tipo I, II e III e outras probabilidades. Sendo os resultados armazenados de acordo com as seguintes classes (ROFATTO et al.; 2018):

- Correta identificação: o número de vezes que um outlier é identificado corretamente (n_{CI}) sobre o número de amostras (m), dado pela equação (30):

$$P_{CI} \approx \frac{n_{CI}}{m} \quad (30)$$

- Erro tipo II: número de vezes que um outlier não é identificado (n_{MD}), conforme equação (31):

$$P_{MD} \approx \frac{n_{MD}}{m} \quad (31)$$

- Erro tipo III: número de vezes que um outlier é identificado de forma errada (n_{WE}), conforme equação (32):

$$P_{WE} \approx \frac{n_{WE}}{m} \quad (32)$$

- Casos especiais: *over-identification*, conforme equação (33) e (34):

$$P_{over^+} \approx \frac{n_{over^+}}{m} \quad (33)$$

$$P_{over^-} \approx \frac{n_{over^-}}{m} \quad (34)$$

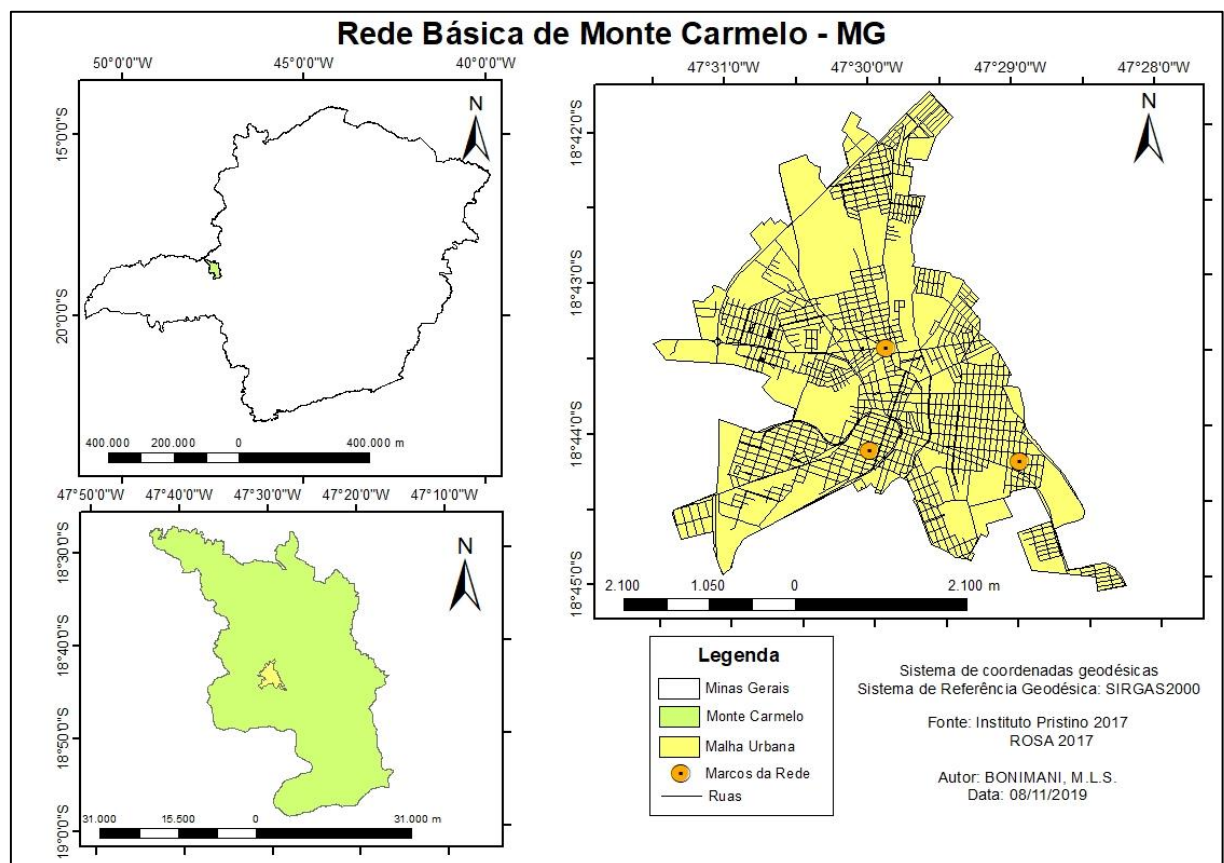
Tornando possível obter os níveis de probabilidade associados ao procedimento de teste IDS.

5 ESTUDO DE CASO: ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE UMA REDE GNSS

5.1 Área de estudo

A área de estudo (Figura 3) está localizada no município de Monte Carmelo, localizado no interior de Minas Gerais, na mesorregião do triângulo mineiro e alto Paranaíba. Segundo o IBGE (2010), possui uma área de 1.343,00 km², com uma população de 45.772 habitantes. Com uma altitude de 890 metros e coordenadas geográficas -18° 44' 5'' (latitude) e -47° 29' 47'' (longitude).

Figura 3 - Mapa de localização da área de estudo



Fonte: A autora.

5.2 Material

Para realizar essa pesquisa foram utilizados os seguintes materiais:

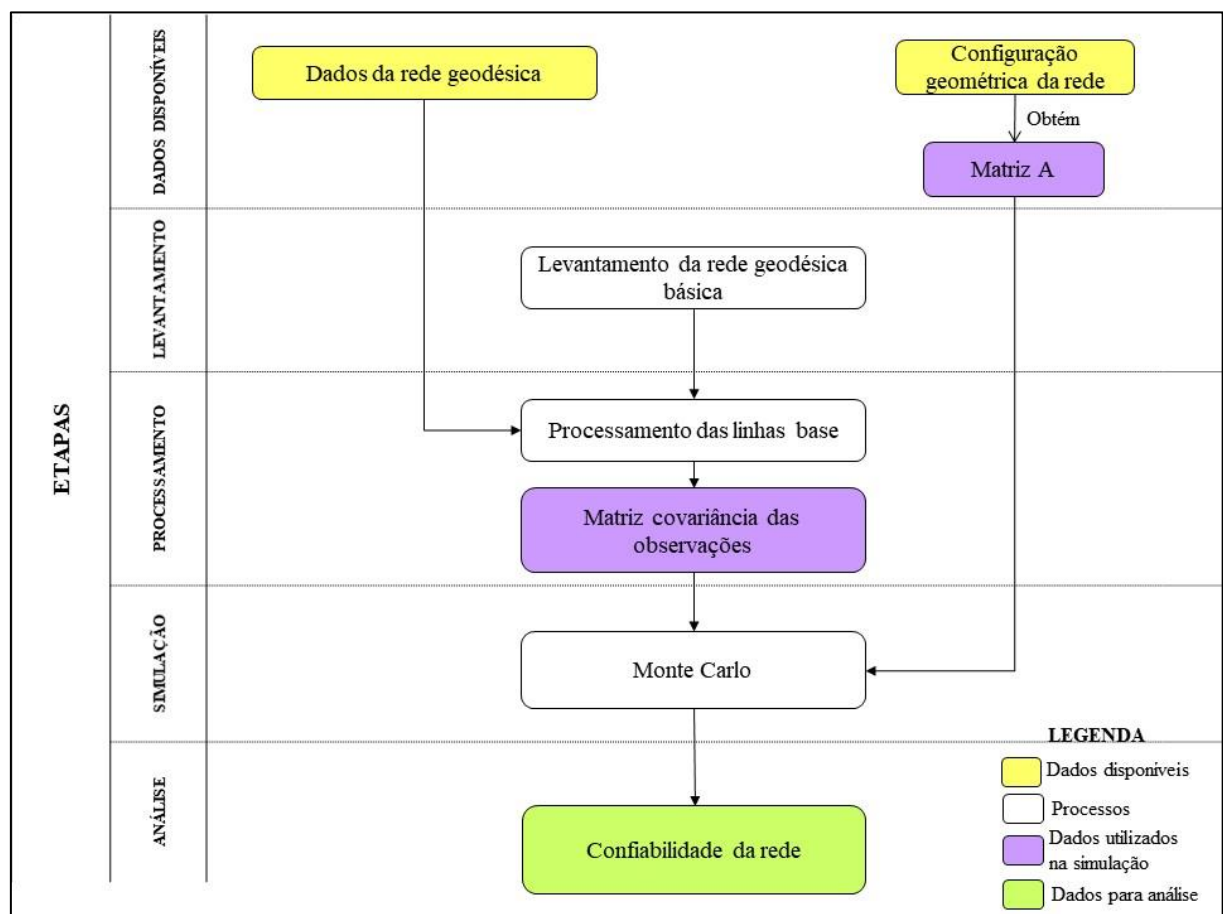
- *Software Matlab R2015a*, utilizado para realizar as simulações por meio do método Monte Carlo;

- *Software TopconTools v.8.5*, utilizado para realizar o processamento das linhas de base da rede;
- *Notebook* com processador Intel® Core™ i7;
- Dados GNSS da rede horizontal de Monte Carmelo, implantada por Rosa (2017) e densificada por Resende (2017).

5.3 Métodos

Para estruturar a metodologia que foi utilizada, criou-se um fluxograma (Figura 4) com as etapas que foram realizadas.

Figura 4 - Fluxograma abordando as etapas que serão desenvolvidas

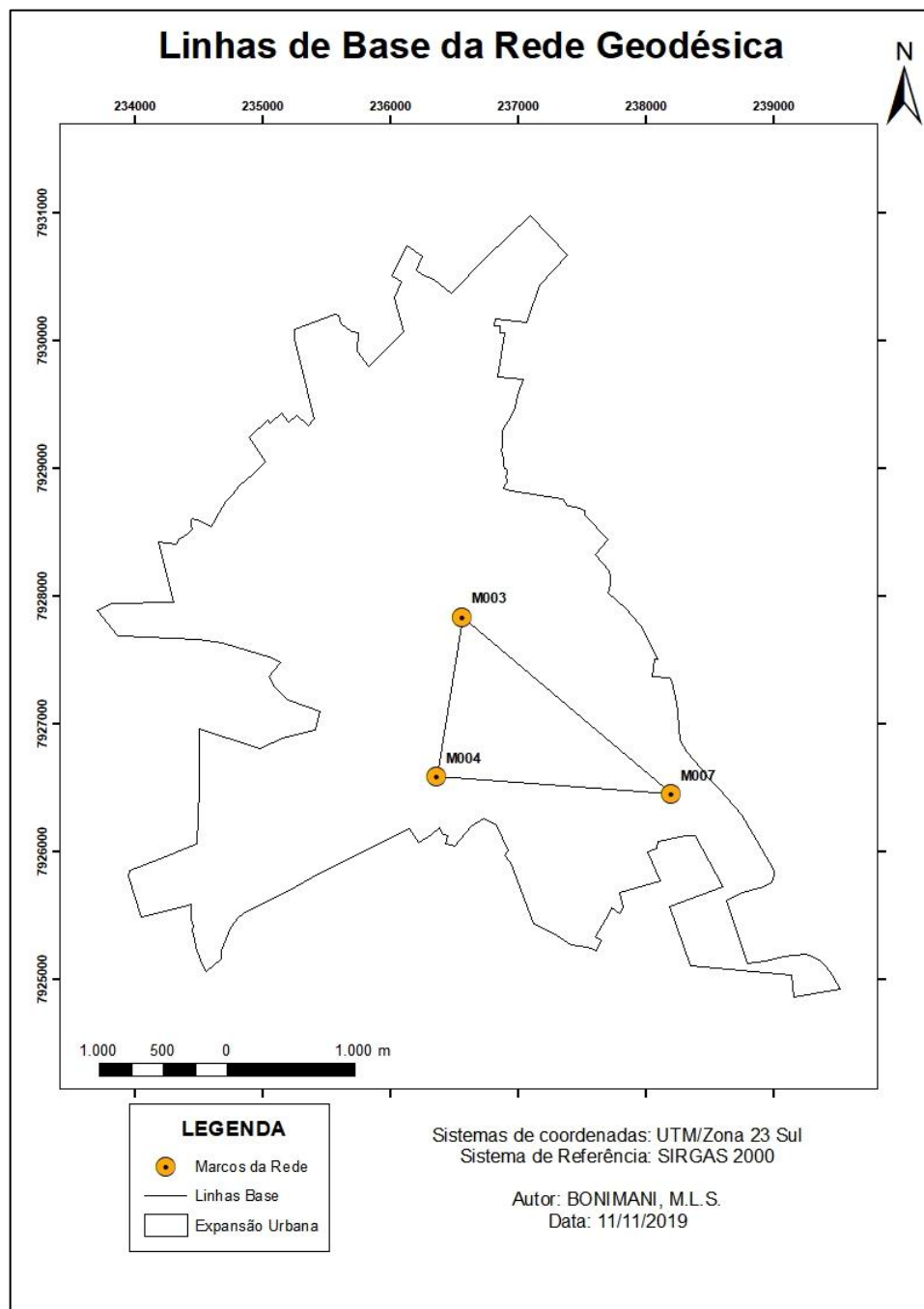


Fonte: A autora

5.3.1 Dados disponíveis

Para realizar essa pesquisa foram utilizados os dados da rede básica horizontal de Monte Carmelo – MG (Figura 5), implantada por Rosa (2017) e densificada por Resende (2017). A rede básica é constituída de 3 vértices (M003, M004, M007) e de 3 linhas base.

Figura 5 - Configuração da rede



Fonte: Adaptado de Rosa (2017)

O marco M003 (Figura 6) está localizado na praça do Rosário, com uma altitude de 857,431 metros e coordenadas geográficas $18^{\circ} 43' 27,31605''$ S (latitude) e $47^{\circ} 29' 53,5277''$ W (longitude).

Figura 6 - Localização do marco M003 da rede básica



Fonte: A autora

O marco M004 (Figuras 7) está localizado na praça do Camilão, com uma altitude de 880,843 metros e coordenadas geográficas $18^{\circ} 44' 7,79945''$ S (latitude) e $47^{\circ} 30' 1,06317''$ W (longitude).

Figura 7 - Localização do marco M004 da rede básica



Fonte: A autora

O marco M007 (Figuras 8) está localizado no Sesi, com uma altitude de 887,945 e coordenadas geográficas $18^{\circ} 44' 13,14604''$ S (latitude) e $47^{\circ} 28' 58,42833''$ W (longitude).

Figura 8 - Localização do marco M007 da rede básica



Fonte: A autora

5.3.2 Levantamento

Foi realizado novamente o rastreio (Figuras 9, 10 e 11) dos marcos que formam a rede básica de Monte Carmelo – MG, utilizando o método de posicionamento relativo estático. Foram rastreados os 3 três marcos (M003, M004 e M007) simultaneamente em 1 sessão de 5 horas, onde três receptores de dupla frequência rastream pelo menos dois satélites em comum.

Figura 9 - Rastreio do marco M003 (Rosário)



Fonte: A autora

Figura 10 - Rastreio do marco M004 (Camilão)



Fonte: A autora

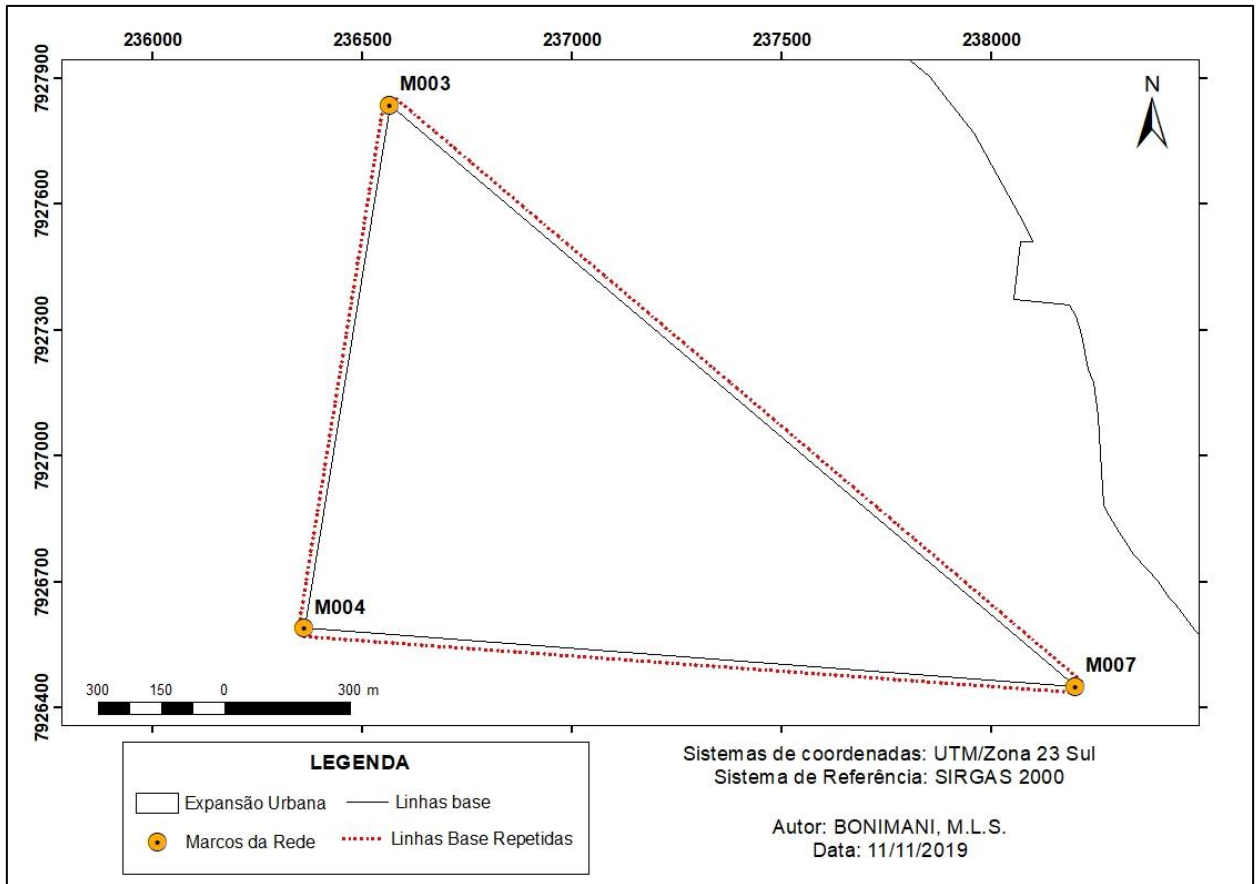
Figura 11 - Rastreio do marco M007 (Sesi)



Fonte: A autora

As três linhas de base (Figura 12) que formam a rede básica foram repetidas. Ressalta-se que a linha de base formada entre os marcos M003 e M004 foi repetida duas vezes em dias diferentes.

Figura 12 - Linhas de base repetidas da rede geodésica básica



Fonte: A autora

Em seguida foi realizado o reproprocessamento dos dados disponíveis e também o processamento dos dados levantados em campo.

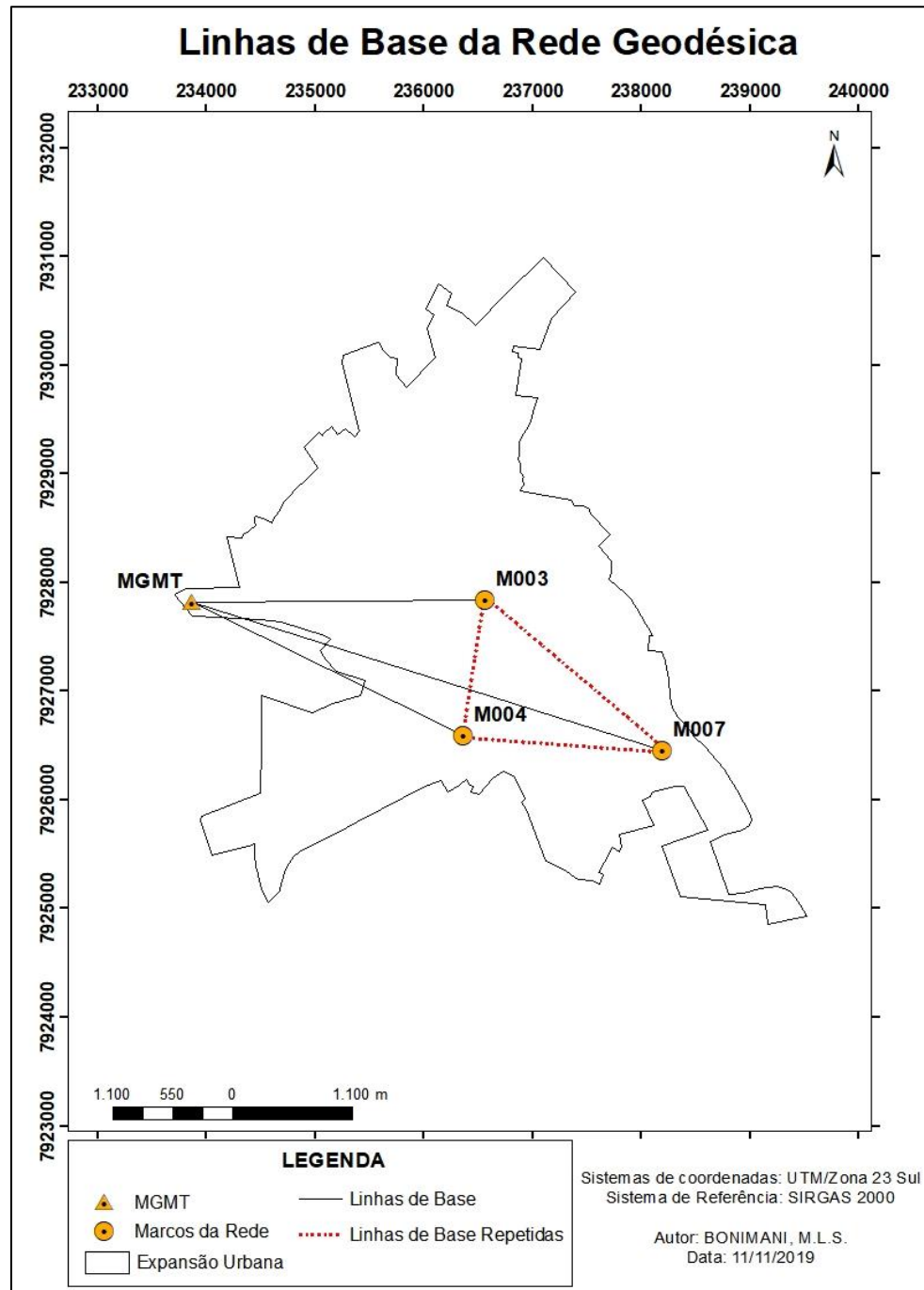
5.3.3 Processamento dos dados

A partir dos dados disponibilizados foram realizados o reproprocessamento e o processamento dos dados obtidos em campo, por meio do *software TopconTools v.8.5*. Com o objetivo de obter a matriz covariância das componentes da linha base.

Nesta etapa foram utilizadas as efemérides transmitidas e precisas, porém não apresentaram mudanças significativas devido a pequena distância entre as linhas base, foi utilizado o sistema GNSS com GPS e GLONASS, frequência L1/L2.

As linhas de base repetidas foram processadas (Figura 13) com relação à estação MGMT (Monte Carmelo) pertencente à RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS).

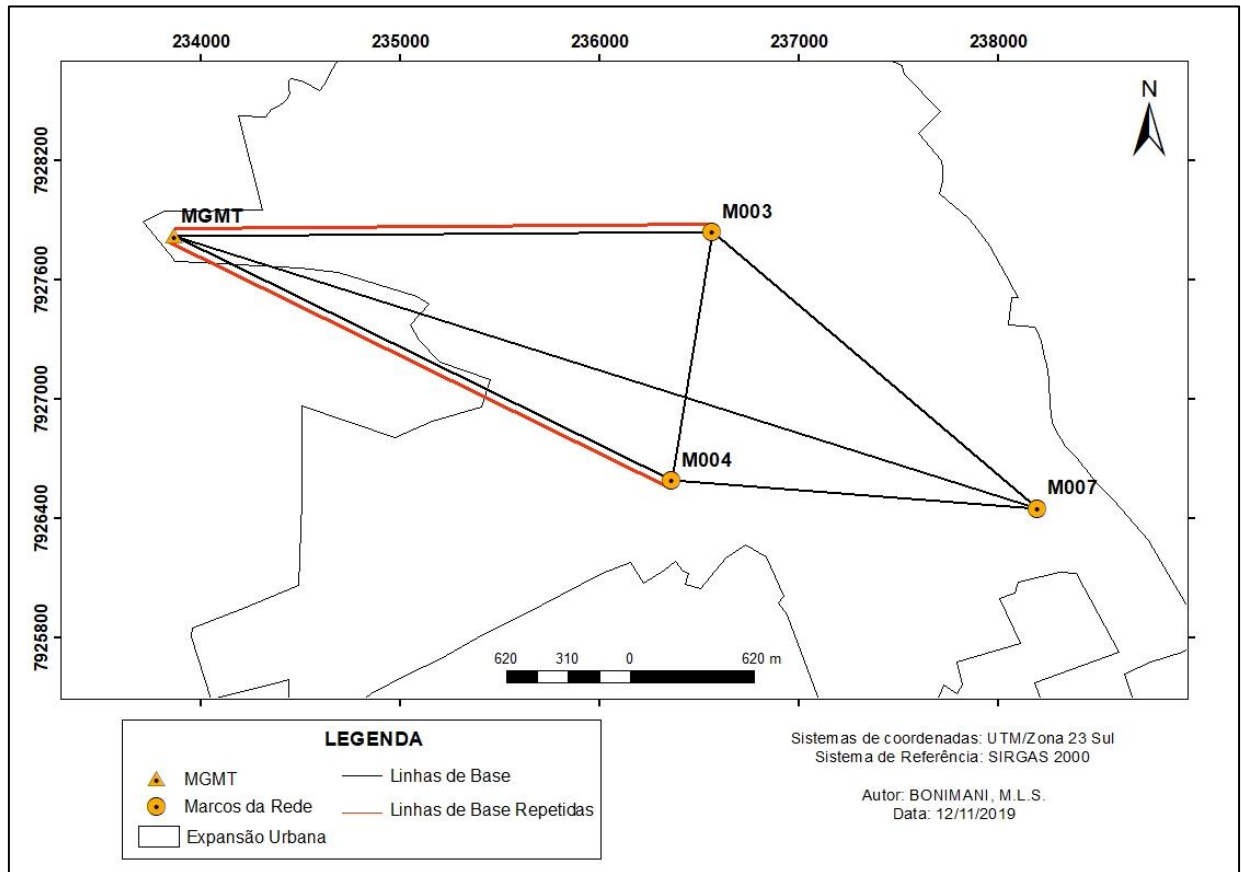
Figura 13 - Linhas de base repetidas em relação a RBMC



Fonte: A autora

Em seguida foi necessário selecionar as linhas de base independentes (Quadro 2) da rede (Figura 14) para ser possível realizar o ajustamento da mesma. As linhas de base independentes foram selecionadas de modo a manter a redundância da rede, mantendo todas as observações com no mínimo três conexões, tornando possível a identificação de *outliers*.

Figura 14 - Configuração da rede



Fonte: A autora

Quadro 2 - Linhas de base independentes

Vetor	Linha de Base
1	Camilão (M004) – MGMT
2	MGMT – Rosário (M003)
3	MGMT – Sesi (M007)
4	MGMT – Rosário (M003)
5	Camilão (M004) – MGMT
6	Rosário (M003) – Sesi (M007)
7	Camilão (M004) – Rosário (M003)
8	Camilão (M004) – Sesi (M007)

Fonte: A autora

5.3.4 Ajustamento da rede

Após o processamento das linhas de base rastreadas novamente e o reproprocessamento das linhas de base advindas do trabalho de Rosa (2017), foi realizado o ajustamento da mesma. Onde, o ajustamento foi realizado no *software TopconTools v.8.5* e também foi realizado o ajustamento através de um *script* criado no *software Matlab R2015a*. Para ser possível obter um ajustamento confiável, visto que, no ajustamento no *software Matlab R2015a* foram necessários como dados de entrada a matriz A (montada a partir da geometria da rede) e da matriz covariância das observações, advinda do processamento no *software TopconTools v.8.5*.

A matriz A e matriz covariância das observações foram utilizadas como dados de entrada para realizar a simulação Monte Carlo. As coordenadas dos marcos (Tabela 1) foram correspondentes as coordenadas obtidas no trabalho de Rosa (2017), o que indica que a matriz A e matriz covariância das observações foram montadas corretamente.

Tabela 1 - Coordenadas geodésicas da rede básica

Vértice	Latitude	Longitude	Altitude
M003	-18° 43' 27,31639"	-47° 29' 53,52754"	857,403
M004	-18° 44' 07,80014"	-47° 30' 01,06341"	880,759
M007	-18° 44' 13,14601"	-47° 28' 58,42884"	887,815

Fonte: A autora

Portanto, a rede geodésica utilizada para realizar esse estudo é composta por 3 vértices (M003, M004 e M007), 8 linhas de base e 24 observações. A rede possui uma máxima correlação entre os resíduos (Figura 15) de 61,367%.

Figura 15 - Correlação entre os resíduos

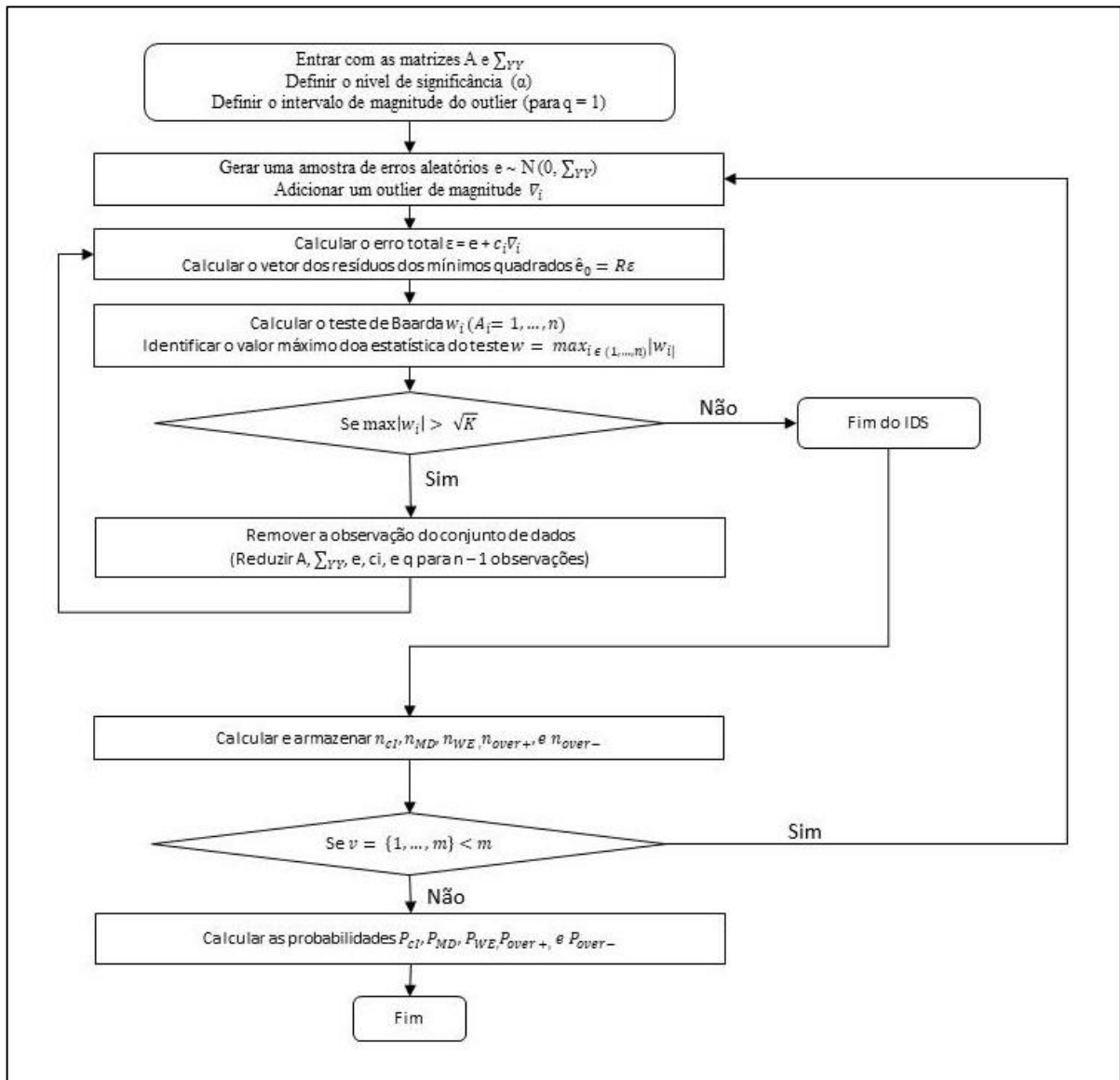


Fonte: A autora.

5.3.5 Simulação Monte Carlo

Em seguida foi realizado o método de simulação Monte Carlo, para que ser possível obter os níveis de probabilidades associados ao procedimento IDS e descrever as medidas de confiabilidade interna (MDB e MIB) e externa deste procedimento, seguindo a metodologia (Figura 16) proposta por Rofatto et al. (2018).

Figura 16 - Fluxograma do procedimento baseado no método Monte Carlo



Fonte: Adaptado de Rofatto et al. (2018).

Os dados de entrada são a matriz covariância e a matriz A da rede, foram utilizados os respectivos níveis de significância $\alpha=0,001$ (0,1%), $\alpha=0,01$ (1%), $\alpha=0,1$ (10%). Foi aplicado o método Monte Carlo para a configuração da rede geodésica, tornando possível analisar as medidas de confiabilidade da mesma.

O passo seguinte foi gerar uma amostra de erros aleatórios, considerando que as observações coletadas em campo estão contaminadas pelos inevitáveis erros aleatórios e devemos obtê-los para realizar a simulação. Para isso, utilizamos o gerador de números aleatórios *Mersenne Twister*, gerando os números uniformemente distribuídos no intervalo [0,1] e por meio da transformação *Box-Müller* os números aleatórios gerados via *Mersenne*

Twister foram transformados em uma distribuição normal. Pois, assumimos que os erros aleatórios associados as observações seguem distribuição normal.

Consideramos também que as observações possuem *outliers*, sendo gerados sinteticamente com base no desvio padrão da observação. Cada simulação foi composta por um vetor de erros aleatórios, dentre os quais uma observação será contaminada por um *outlier* de magnitude variando de $0,1\sigma$ no intervalo $|3\sigma|$ a $|9\sigma|$.

Em sequência, para realizar o procedimento IDS definimos o vetor dos resíduos ajustados, contendo erros de natureza aleatória e *outliers*. Considerando os tipos de erros I, II, III e a classe *Over-identification*.

Esse procedimento foi realizado para m amostras de vetores aleatórios, sendo cada amostra contaminada por um *outlier*. A observação suspeita de estar contaminada por *outlier* foi retirada do conjunto de observações e repete-se o procedimento novamente.

Assim os resultados (probabilidades envolvidas no procedimento IDS) foram calculados e armazenados, obtendo assim as medidas de confiabilidade da rede. Ressalta-se que esse método não necessita do uso de medidas reais coletadas em campo, sendo necessária somente a matriz covariância das observações e matriz A como parâmetros de entrada para o Monte Carlo. A partir desse método tornou-se possível obter as medidas de confiabilidade da rede geodésica de Monte Carmelo – Minas Gerais.

5.4 Resultados

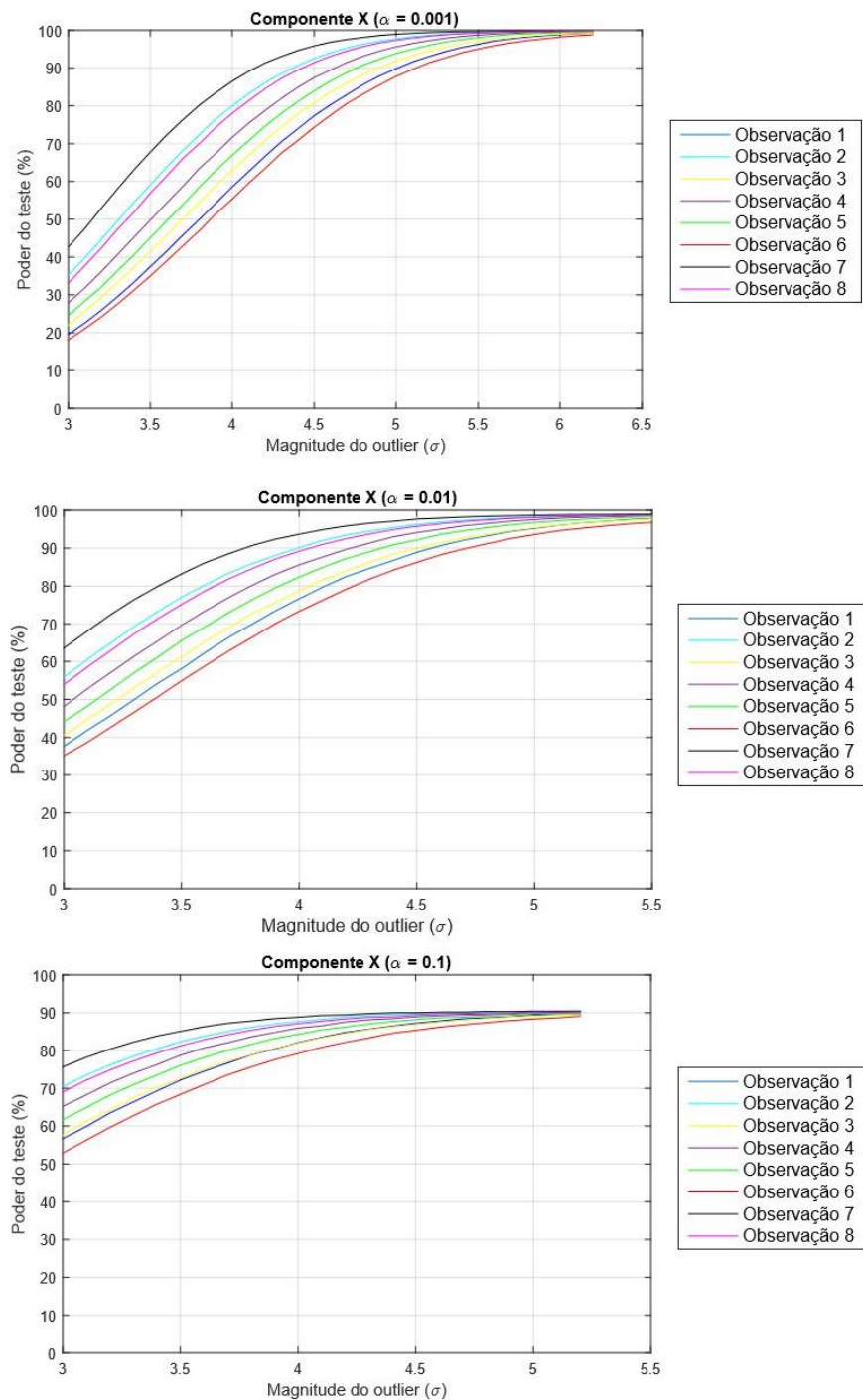
Os resultados obtidos estão separados nas seguintes sessões.

5.4.1 Análise da confiabilidade da rede

Foram inseridos erros (*outliers*) nas observações, inserindo um erro em cada observação, a cada simulação para cada intervalo de magnitude do *outlier* e para cada nível de significância. Em seguida serão apresentados o poder do teste para a componente X (Figura 17), componente Y (Figura 18) e componente Z (Figura 19), para os níveis de significância $\alpha = 0,001$, $\alpha = 0,01$ e $\alpha = 0,1$. Ressalta-se que o critério de parada adotada para as simulações foi quando todas as observação atingissem um poder do teste igual a 80%. Por esse motivo, para o nível de significância $\alpha = 0,001$ a magnitude do *outlier* atingiu $6,5\sigma$, enquanto para os níveis de significâncias $\alpha = 0,01$ e $\alpha = 0,1$ a magnitude do *outlier* atingiu $5,5\sigma$. Pois,

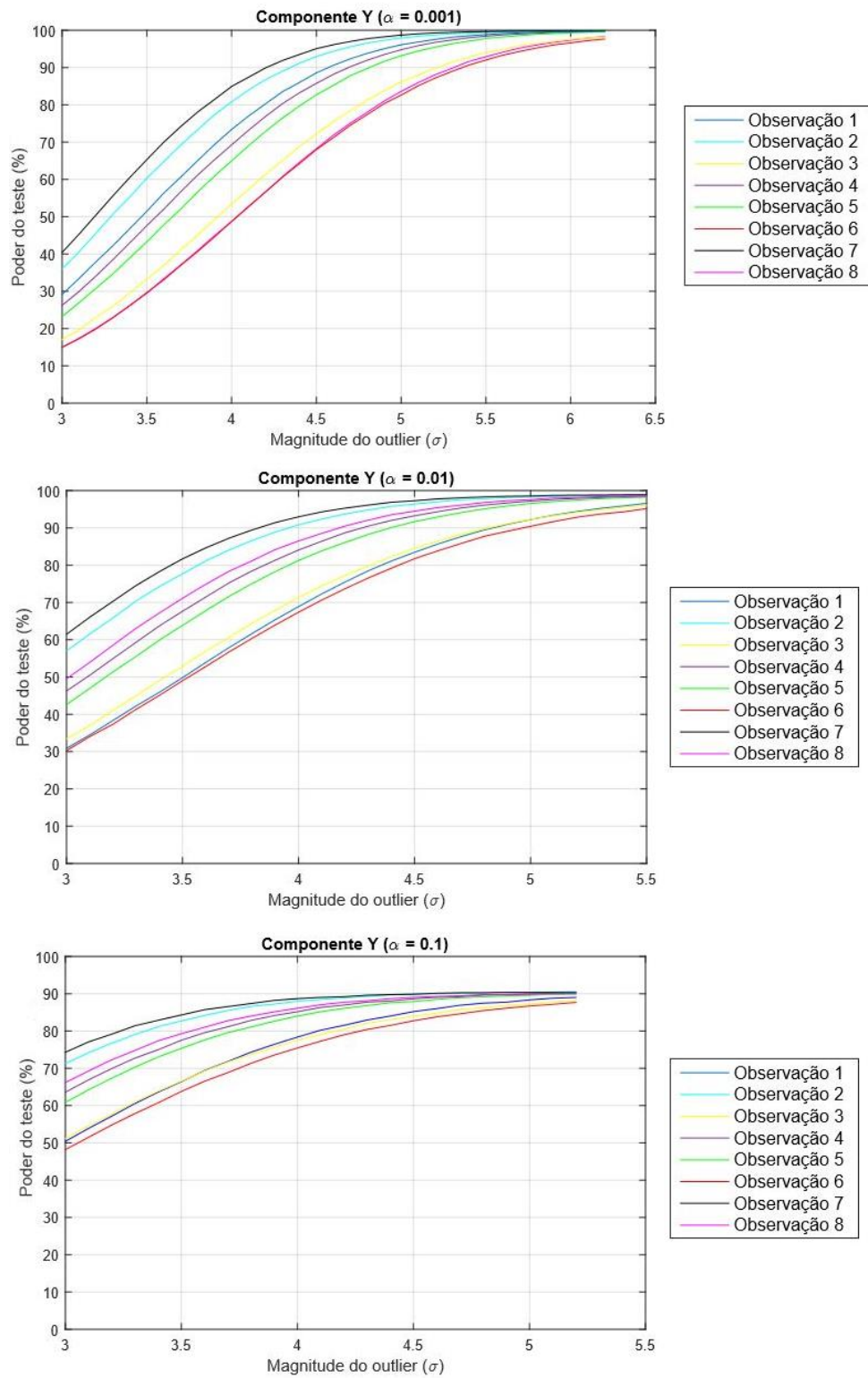
para o nível de significância $\alpha = 0,001$ algumas observações só atingiram 80% identificação correta com *outlier* de maiores magnitudes, enquanto para os outros níveis de significância a chance de identificação correta atingiu 80% com *outliers* de menores magnitudes.

Figura 17 - Poder do teste para componente X



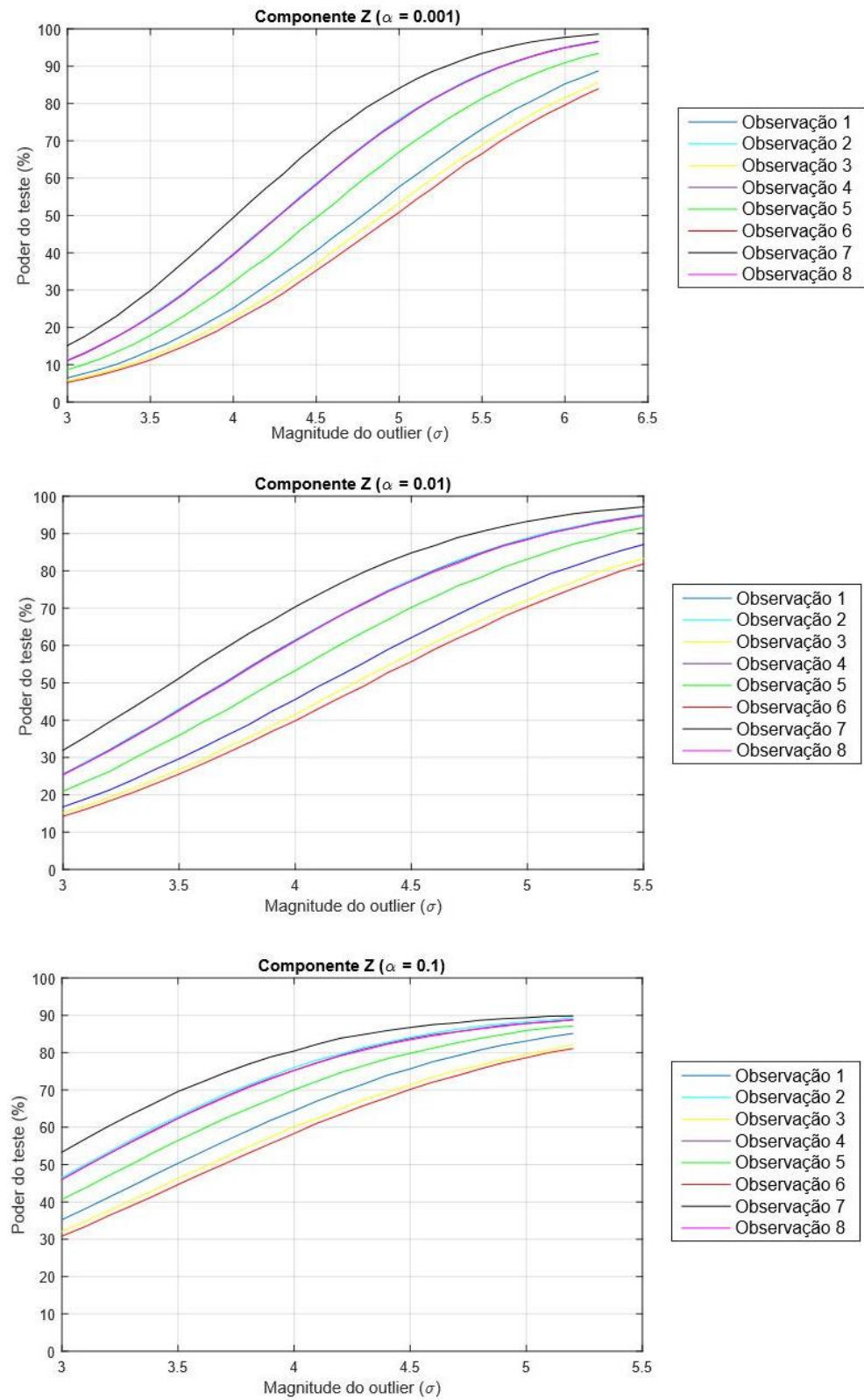
Fonte: A autora

Figura 18 - Poder do teste para componente Y



Fonte: A autora

Figura 19 - Poder do teste para componente Z



Fonte: A autora

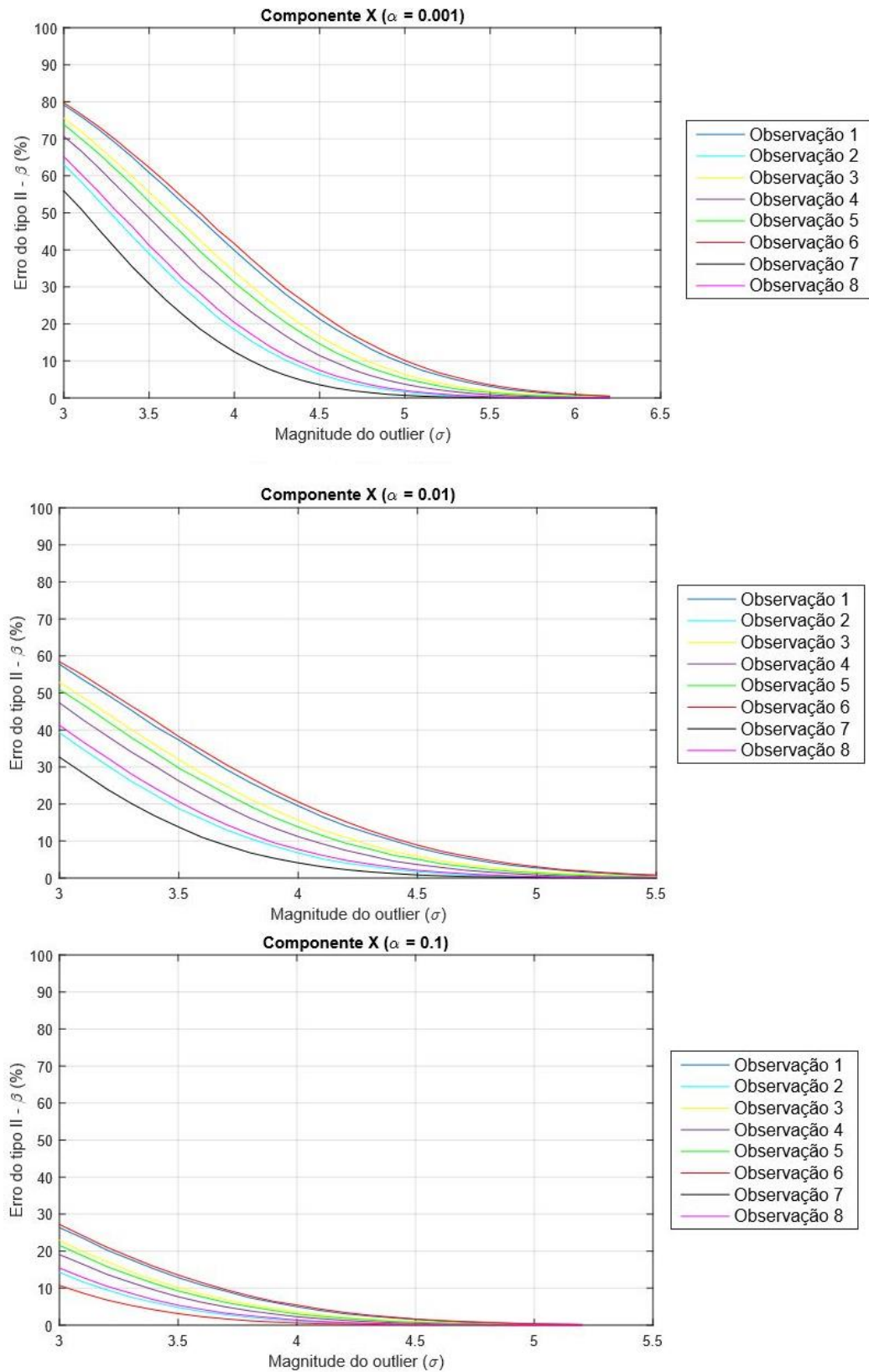
Em geral, a partir da análise dos gráficos apresentados nas Figuras 17, 18 e 19 nota-se que quanto maior a magnitude do *outlier*, maior a taxa de sucesso (poder do teste). Ou seja, quanto maior for a magnitude do *outlier*, maiores são as chances de identificar corretamente a observação que possui o *outlier*.

A partir da análise do nível de significância nota-se que o nível de significância $\alpha = 0,001$ apresentou os melhores valores para o poder do teste (apresentou maiores chances de identificar corretamente o *outlier*) e o nível de significância $\alpha = 0,1$ apresentou os piores valores para o poder do teste.

Como já descrito anteriormente o critério de parada para as simulações foi adotado de acordo com o poder do teste, as simulações foram paradas quando todas as observações atingissem 80% de poder do teste. Portanto, nota-se que para os níveis de significância $\alpha = 0,01$ e $\alpha = 0,1$ o poder do teste atingiu 80% em magnitudes menores.

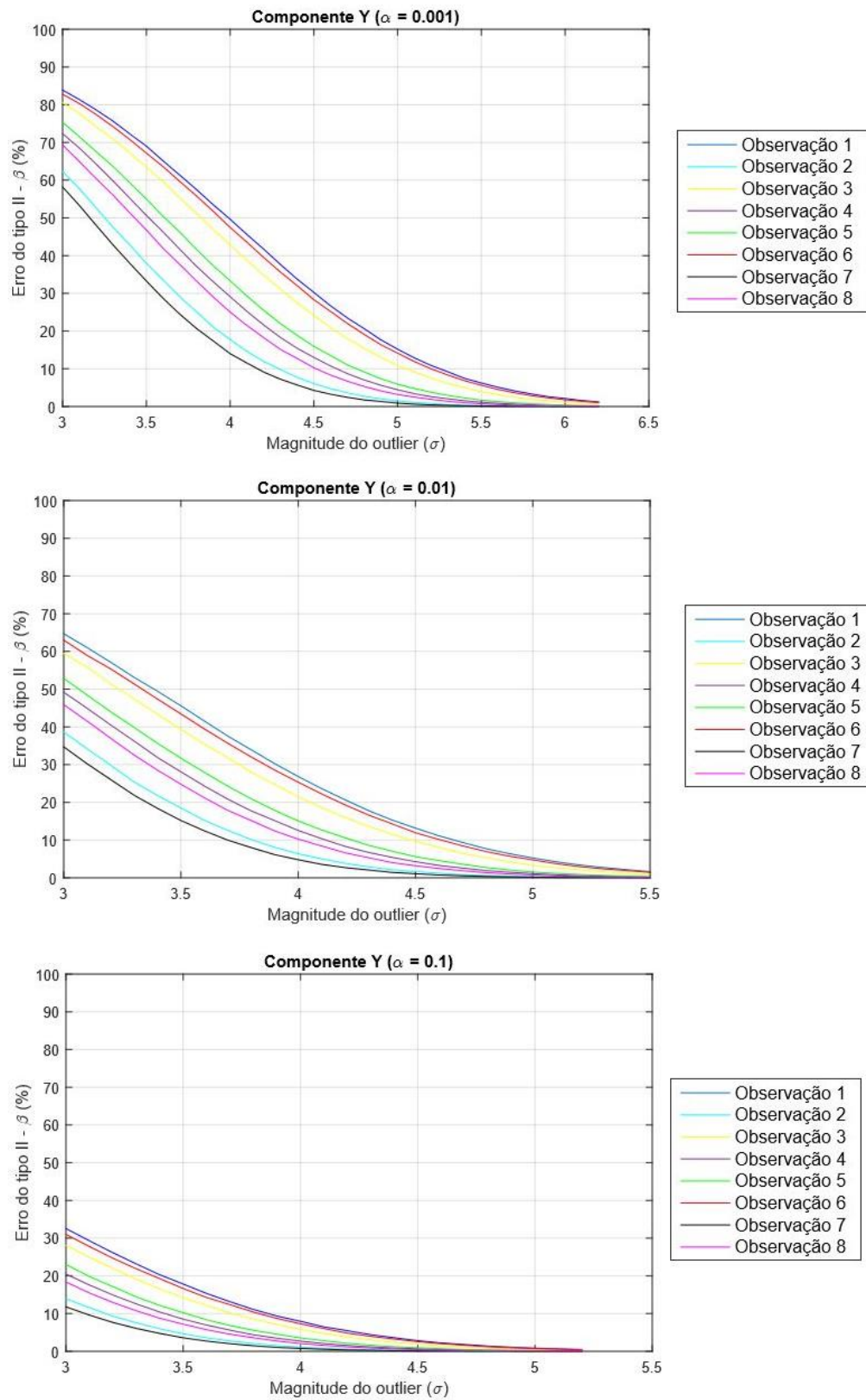
Em seguida serão apresentados o erro tipo II para a componente X (Figura 20), componente Y (Figura 21) e componente Z (Figura 22), para os níveis de significância $\alpha = 0,001$, $\alpha = 0,01$ e $\alpha = 0,1$.

Figura 20 - Erro do tipo II para componente X



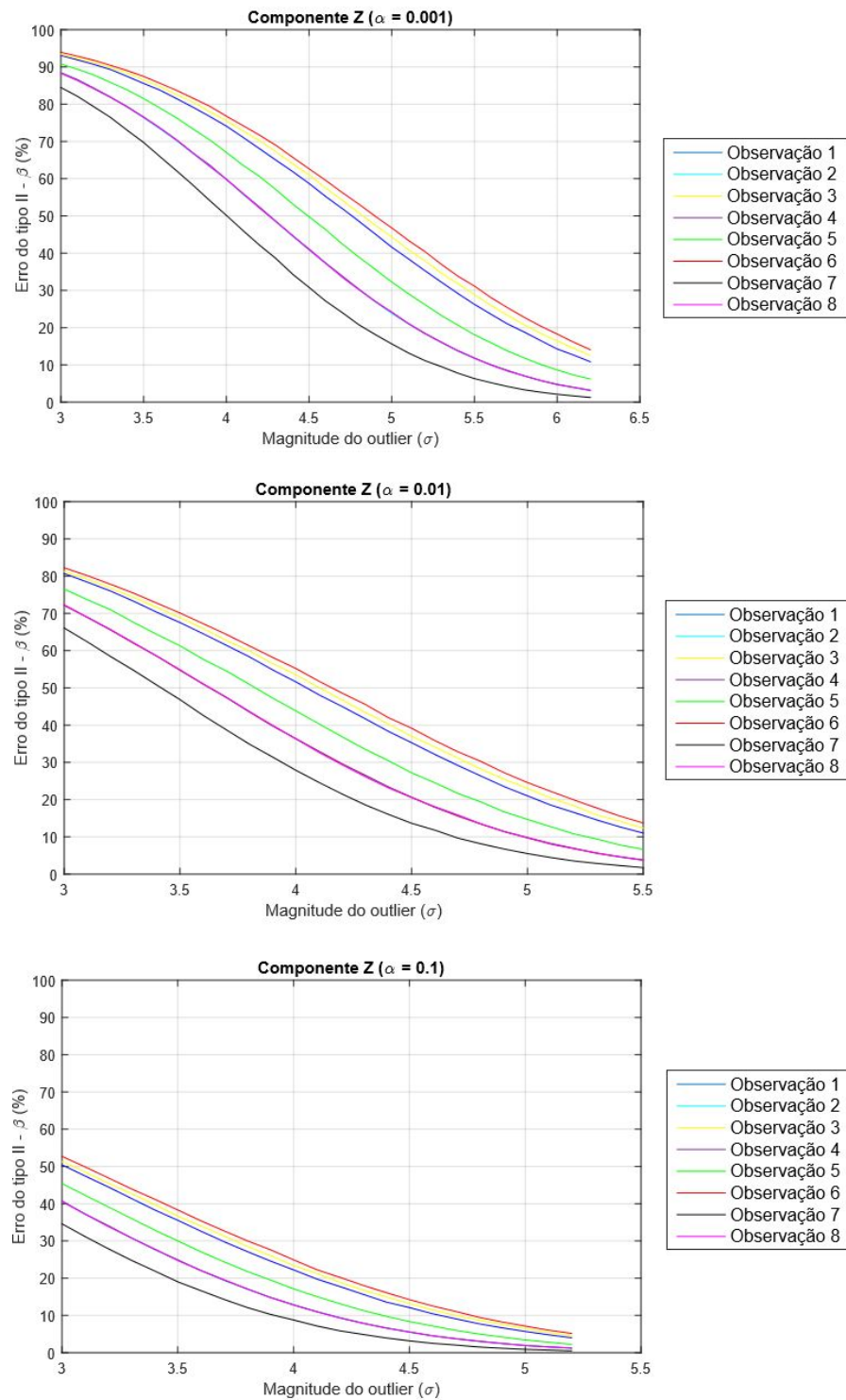
Fonte: A autora

Figura 21 - Erro do tipo II para componente Y



Fonte: A autora

Figura 22 - Erro do tipo II para componente Z

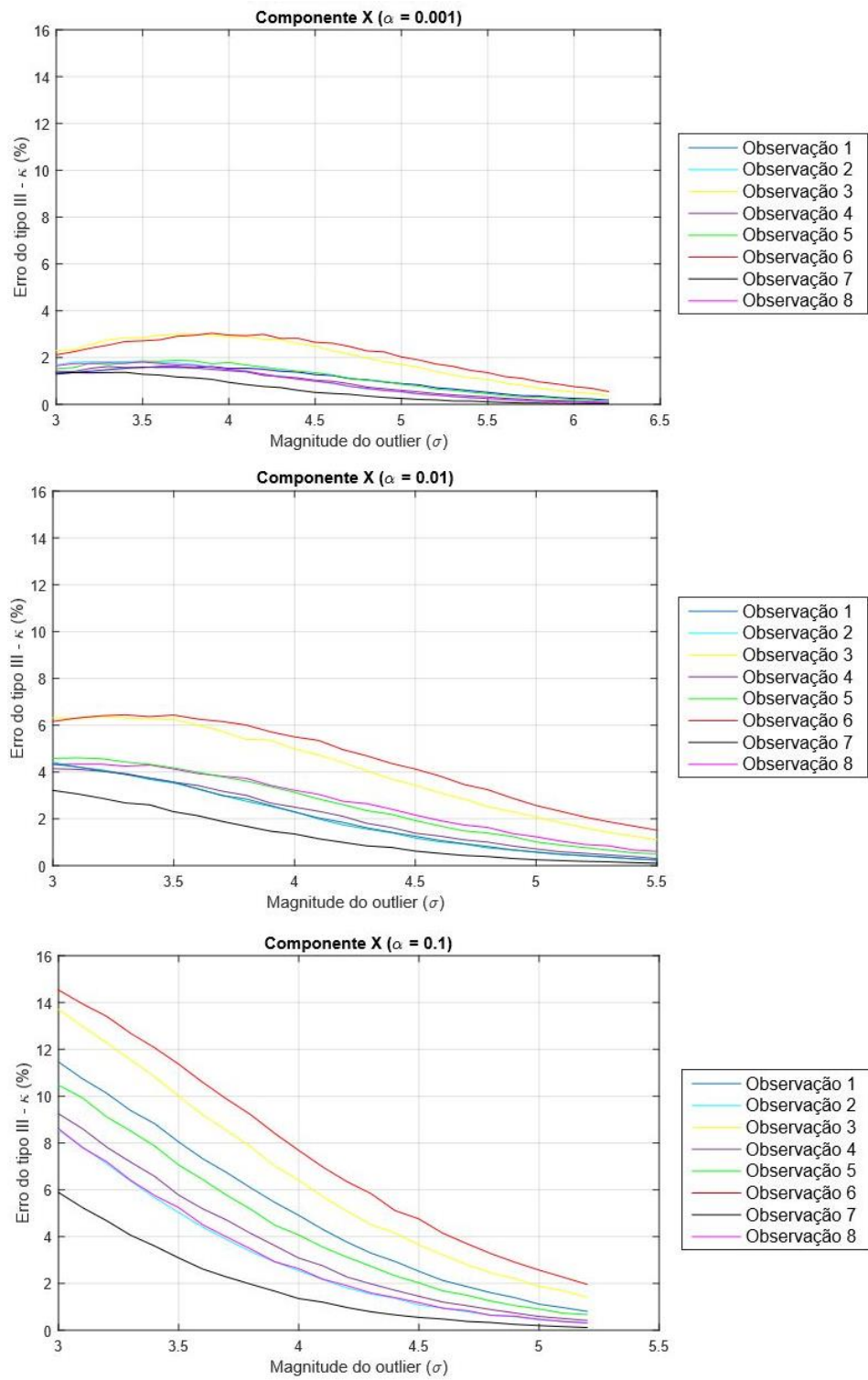


Fonte: A autora

A partir da análise dos gráficos apresentados nas figuras 20, 21 e 22 concluímos que para a rede em estudo quanto menor o nível de significância (α) maior o erro tipo II (β). Ou seja, quanto menor o nível de significância maior as chances de cometer o erro tipo II (dizer que a observação não contém *outlier*, quando na verdade contém *outlier*).

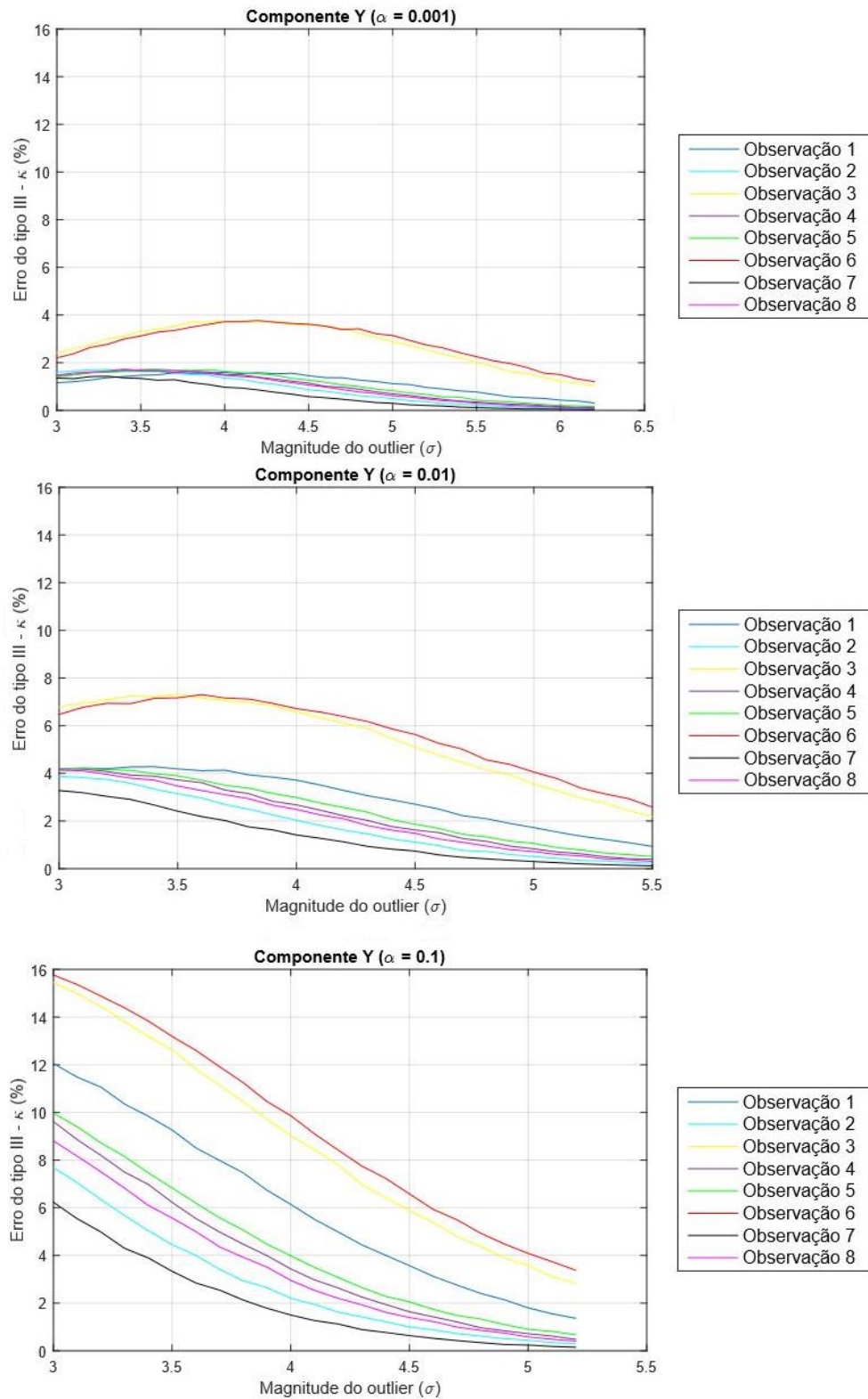
O próximo tipo de erro calculado foi o erro do tipo III para as componentes X (Figura 23), Y (Figura 24) e Z (Figura 25).

Figura 23 - Erro do tipo III para componente X



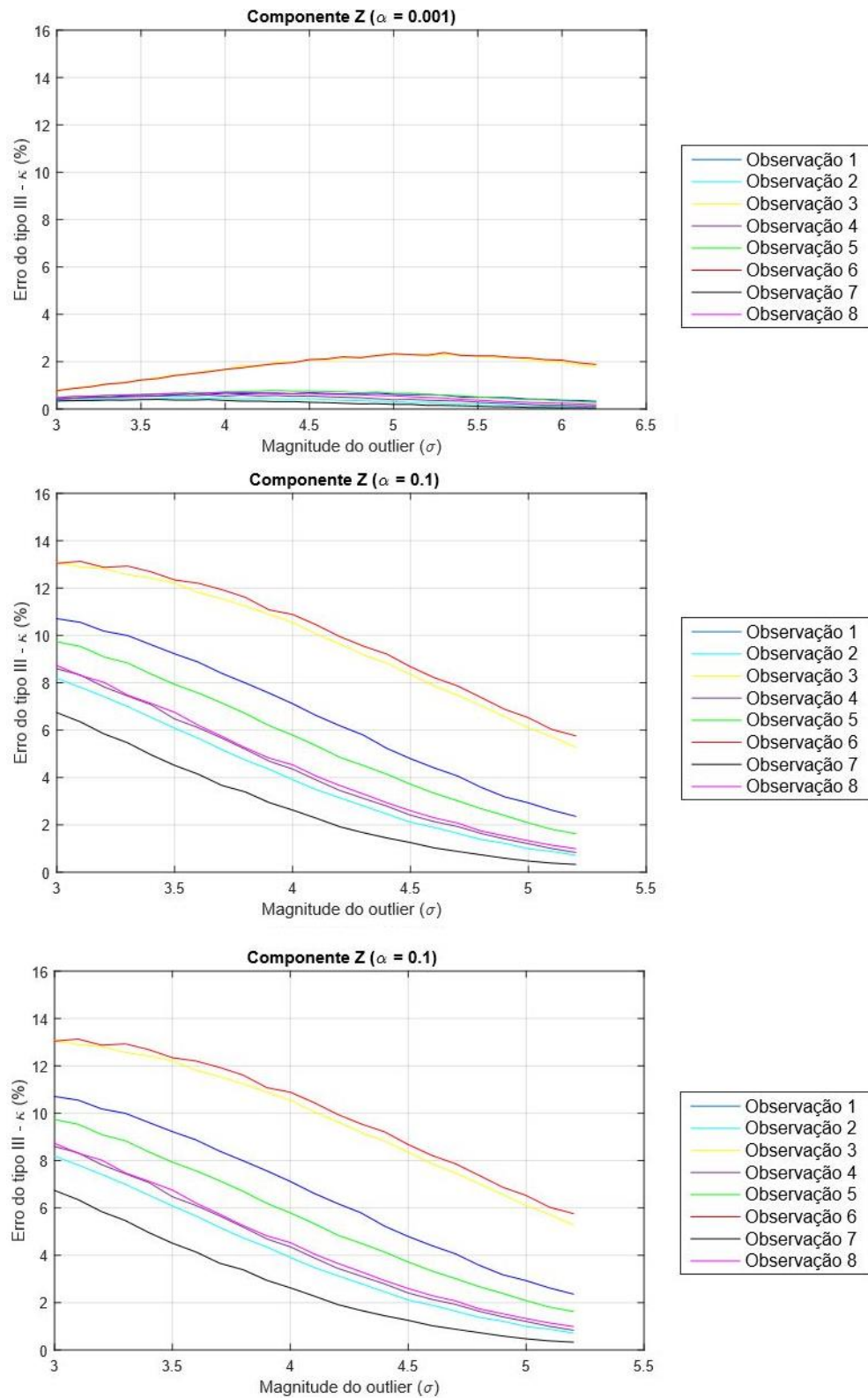
Fonte: A autora.

Figura 24 - Erro do tipo III para componente Y



Fonte: A autora

Figura 25 - Erro do tipo III para componente Z

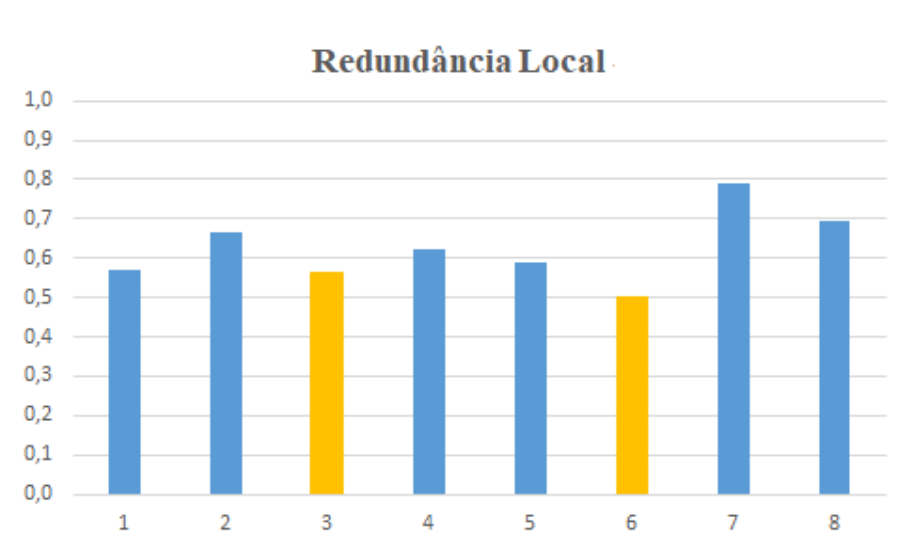


Fonte: A autora

Analisando os gráficos apresentados nas Figuras 23, 24 e 25 nota-se que quanto menor o nível de significância, menor o erro tipo III. E nota-se que as observações 3 e 6 apresentam os maiores valores para o erro tipo III.

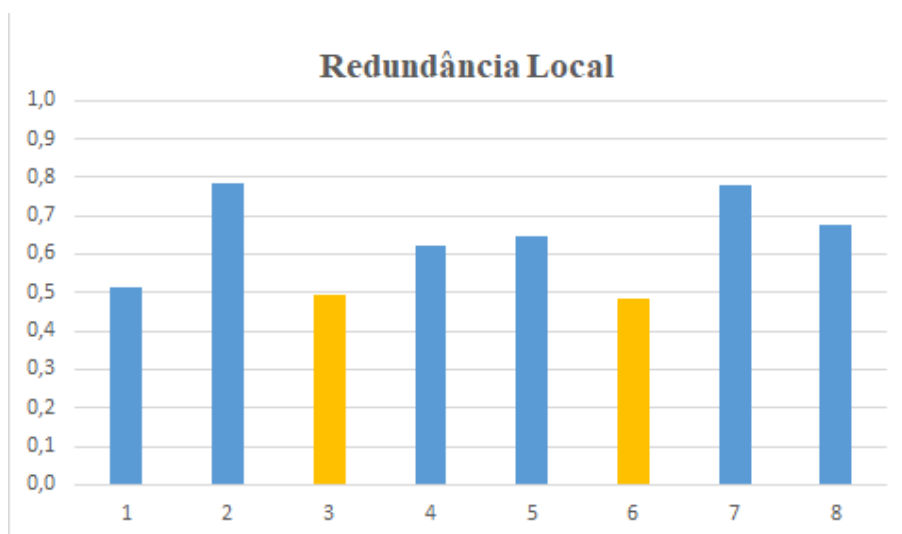
Observa-se que para as observações 3 e 6 os valores do erro tipo III estão muito discrepantes das outras observações. Analisando o número de redundância local das observações (Figuras 26, 27 e 28), nota-se que o número de redundância das observações 3 e 6 possuem os menores valores.

Figura 26 - Número de redundância local para componente X



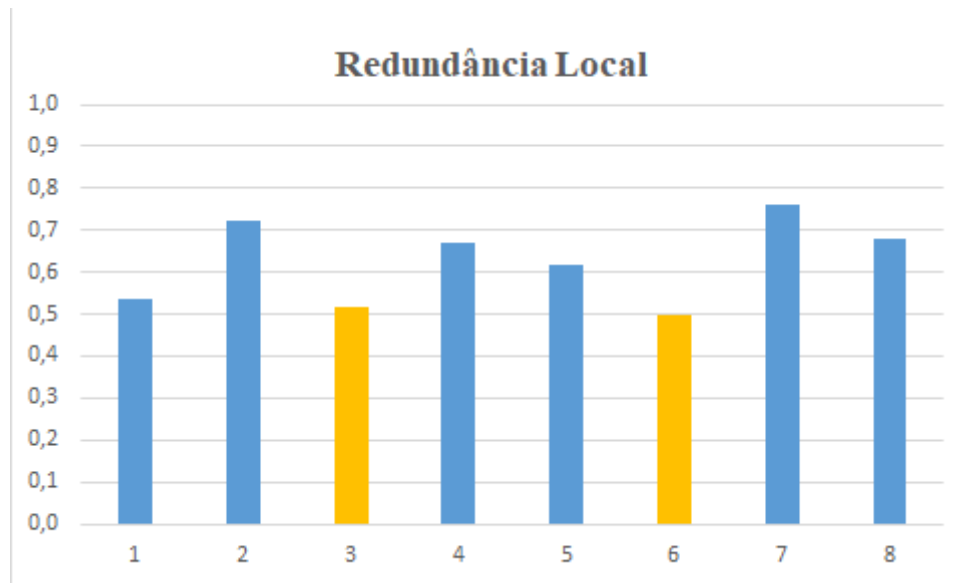
Fonte: A autora

Figura 27 - Número de redundância local para componente Y



Fonte: A autora

Figura 28 - Número de redundância local para componente Z



Fonte: A autora

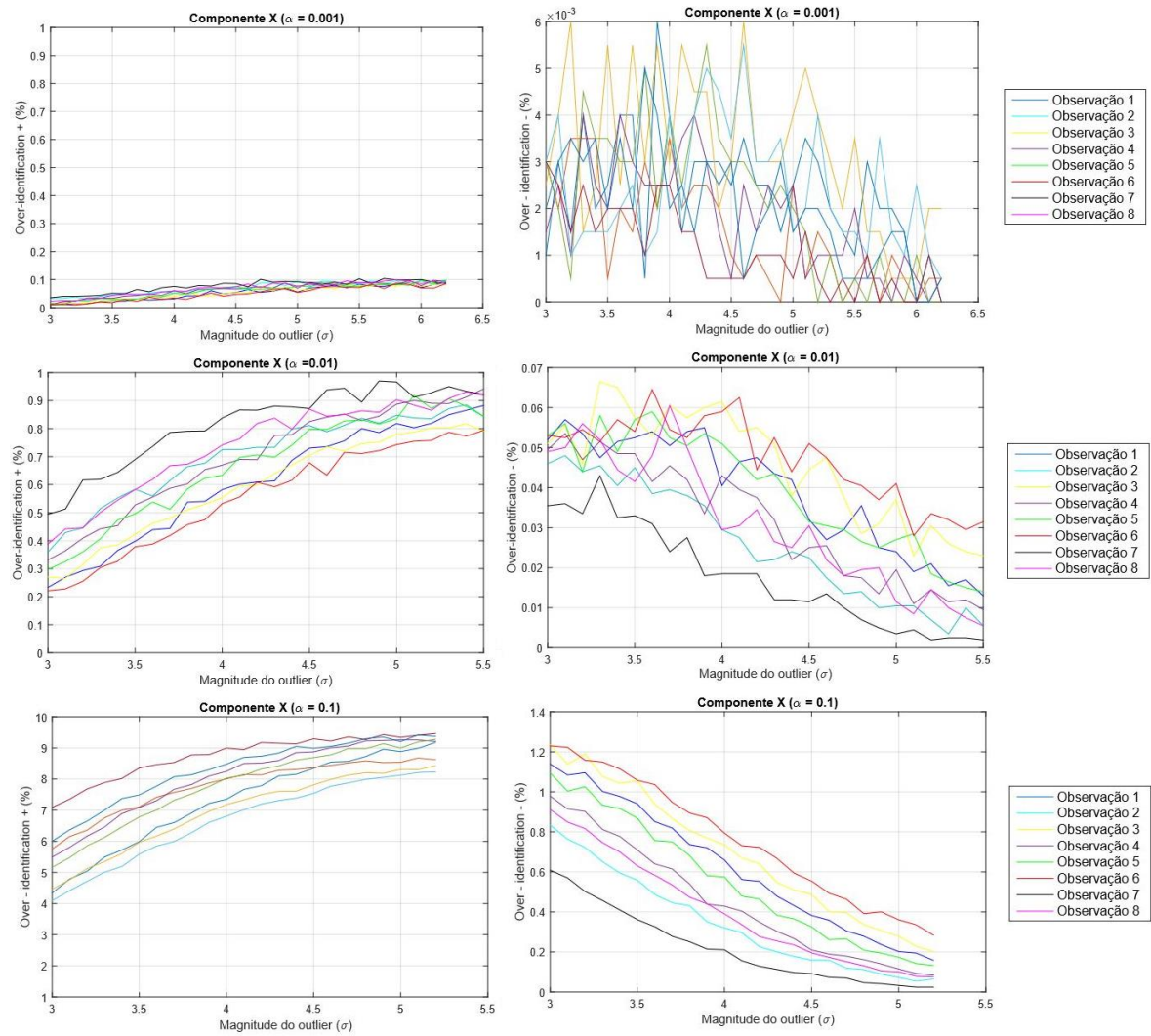
O número de redundância local representa a proporção do erro que é refletido no resíduo da observação, como o procedimento *Data Snooping* é baseado no resíduo, quanto maior o número de redundância local de uma observação melhor a identificação de *outliers*.

Portanto, como o número de redundância local das observações 3 e 6 são menores para todos os níveis de significância e para todas as componentes, a chance de identificação de *outliers* nessas observações são menores. Assim, maior a chance de cometer o erro tipo III, pois se o *outlier* estiver nessas observações, o erro será refletido em sua maior parte no parâmetro, não permitindo a identificação correta do *outlier*.

Conclui-se também que existe uma relação entre os erros tipo II e tipo III em relação ao nível de significância, pois quanto menor o nível de significância, maior o erro tipo II e quanto menor o nível de significância, menor o erro tipo III.

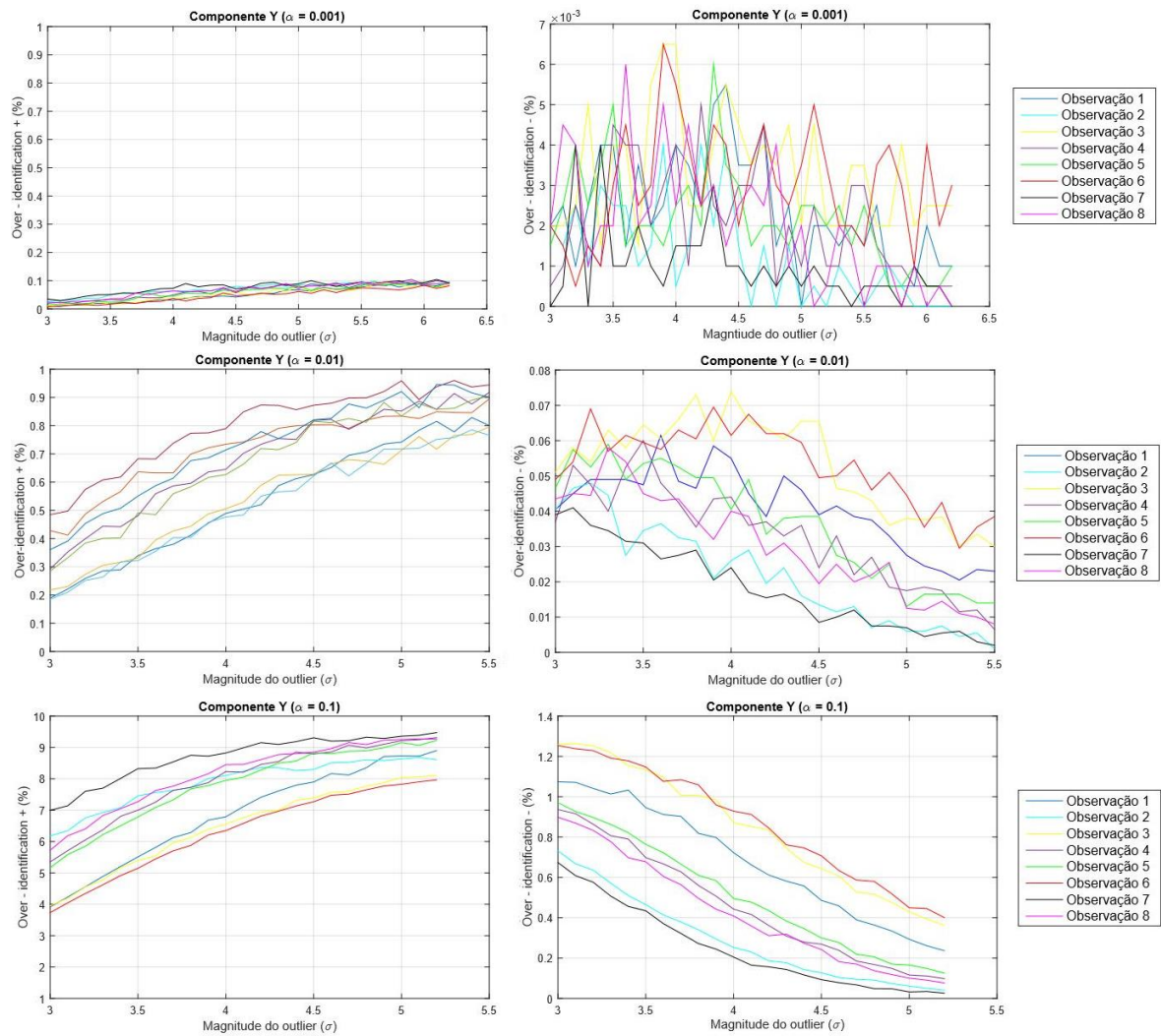
Foram analisadas também as classes over para as componentes X (Figura 29), Y (Figura 30) e Z (Figura 31).

Figura 29 - Classes Over para a componente X



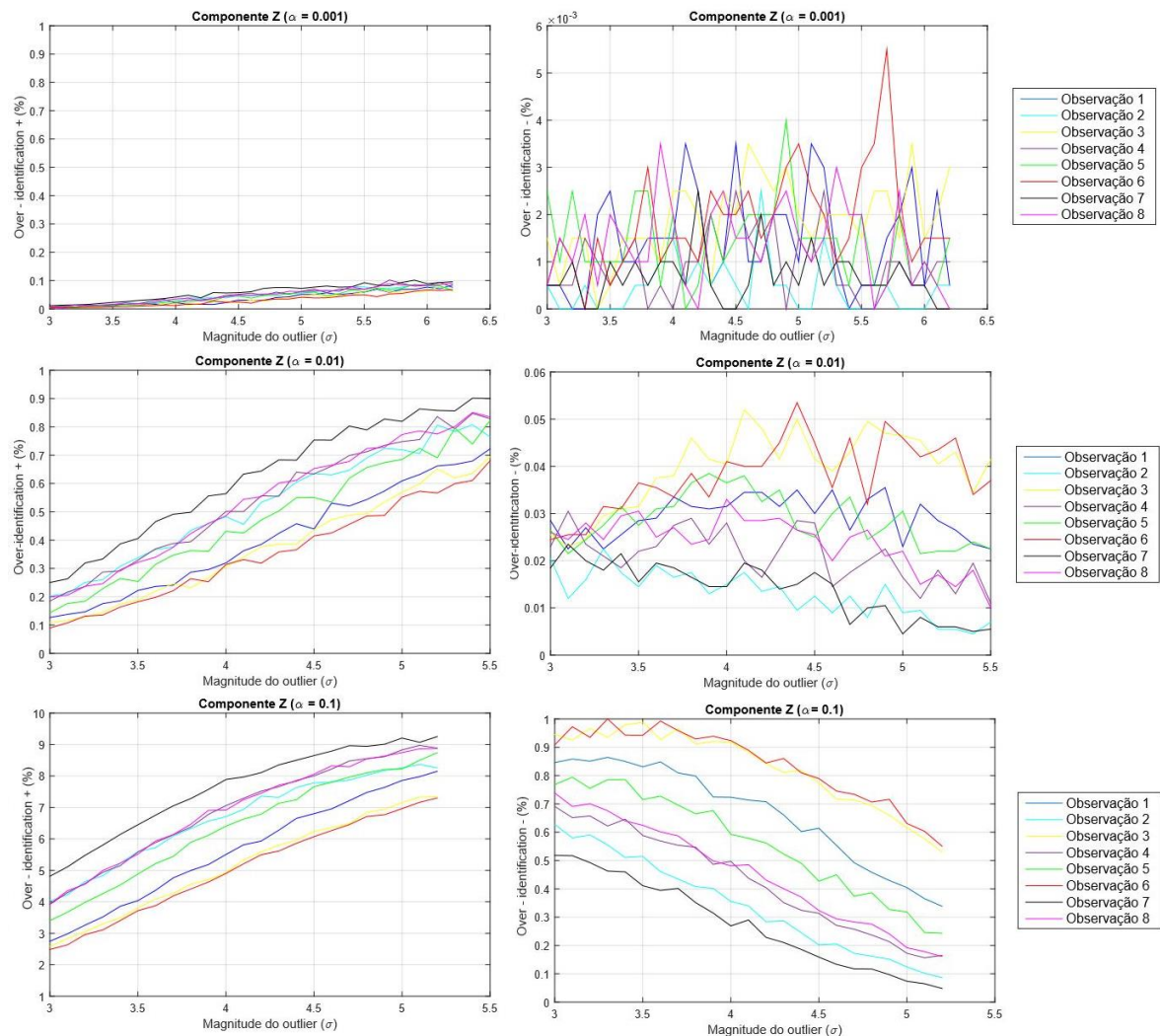
Fonte: A autora

Figura 30 - Classes Over para a componente Y



Fonte: A autora

Figura 31 - Classes Over para a componente Z

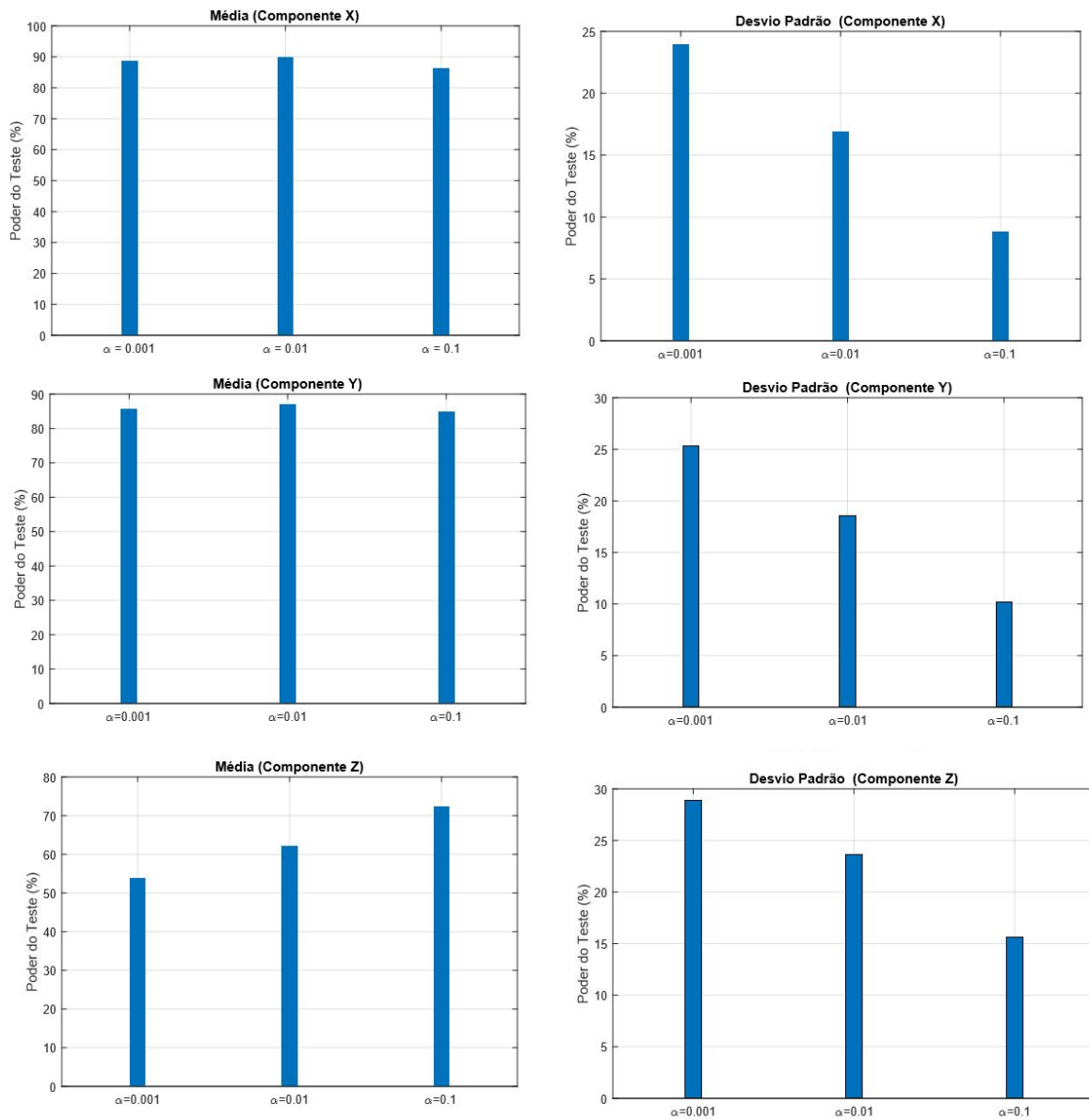


Fonte: A autora

Para as classes de over-identification o nível de significância é o grande influenciador de ocorrer ou não a over-identification: quanto maior o α , maior o caso de over-identification. Pois, podemos observar que, para $\alpha = 0,001$, os casos de over-identification estão praticamente ausentes. E para $\alpha = 0,1$ os casos de over-identification possuem os maiores valores. Como na prática os valores de α se situam entre 0,001 e 0,01, podemos dizer que a classe over está bem controlada.

Como resultados gerais da rede geodésica utilizada nesse estudo foram calculados a média, desvio padrão, o valor máximo e o valor mínimo para o poder do teste (Figuras 32 e 33), erro do tipo II (Figuras 34 e 35), erro do tipo III (Figuras 36 e 37) e para as classes over (Figuras 38, 39, 40 e 41).

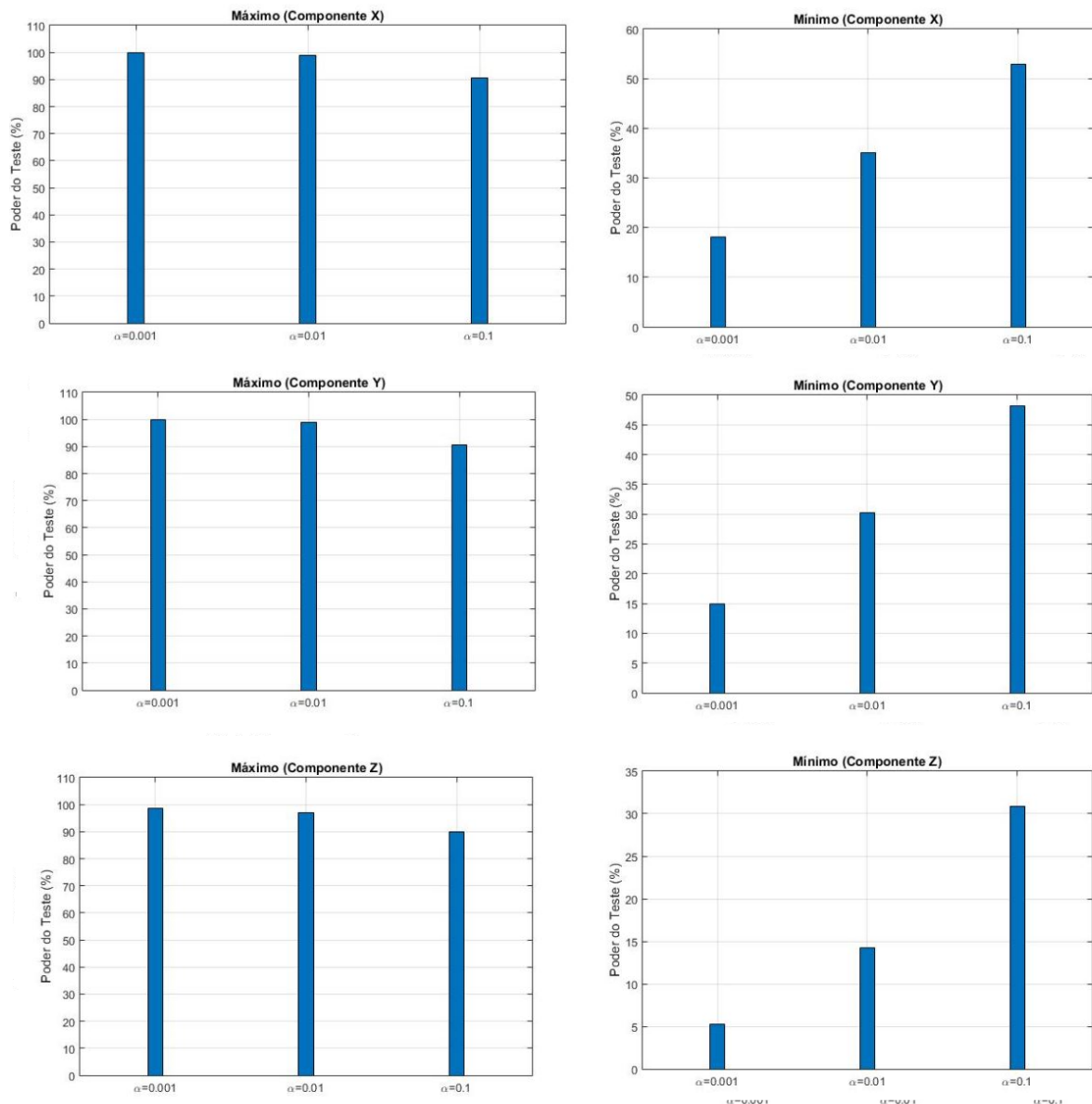
Figura 32 -Média e desvio padrão para o Poder do Teste



Fonte: A autora

A partir da figura 32, conclui-se que a média do poder do teste para componente X e Y ficou entre 80 e 90% e para componente Z entre 50 e 80%. O maior valor do desvio padrão foi com o nível de significância de $\alpha = 0,001$ e o menor valor para o nível de significância de $\alpha = 0,1$.

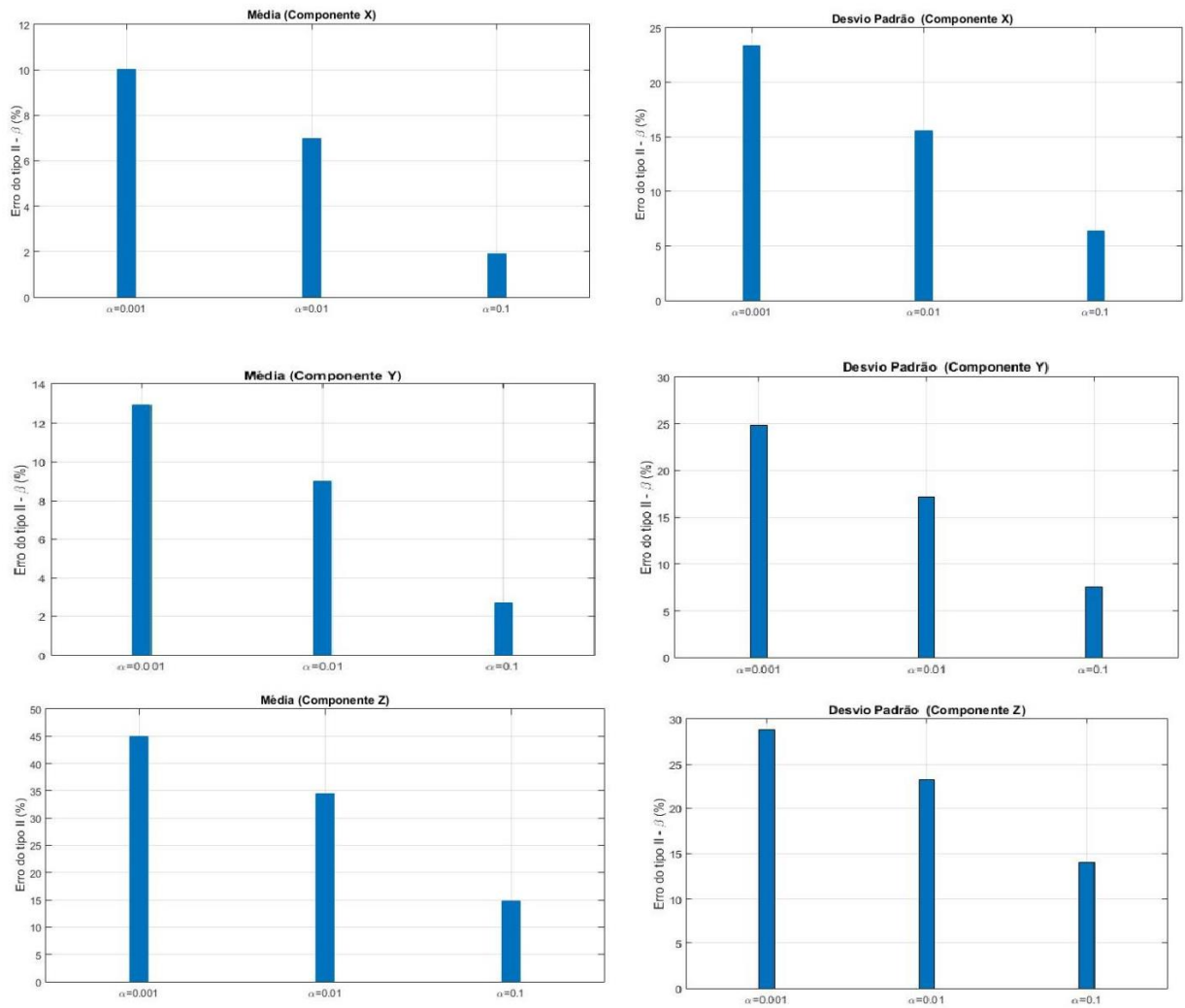
Figura 33 - Máximo e Mínimo para o poder do teste



Fonte: A autora

Observa-se a partir da figura 33 que para o nível de significância de $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ o valor máximo do poder do teste fica entre 90 e 100%. E o nível de significância de $\alpha = 0,1$ possui os maiores valores mínimos.

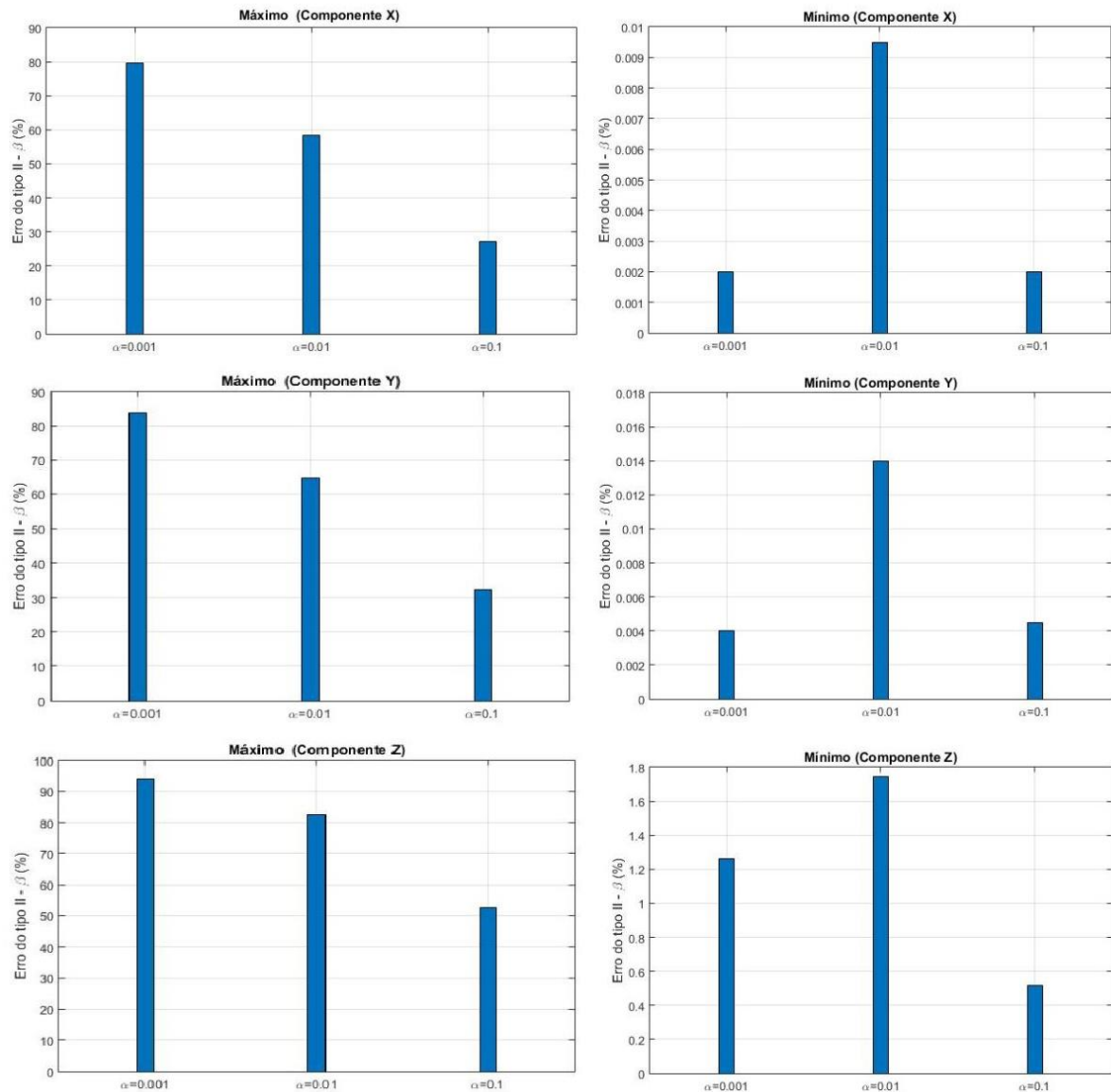
Figura 34 - Média e desvio padrão para o erro tipo II



Fonte: A autora

Nota-se que a componente Z possui o maior valor da média do erro tipo II, ou seja, a componente Z possui os maiores valores para o erro tipo II. E o nível de significância de $\alpha = 0,001$ possui os maiores valores de desvio padrão.

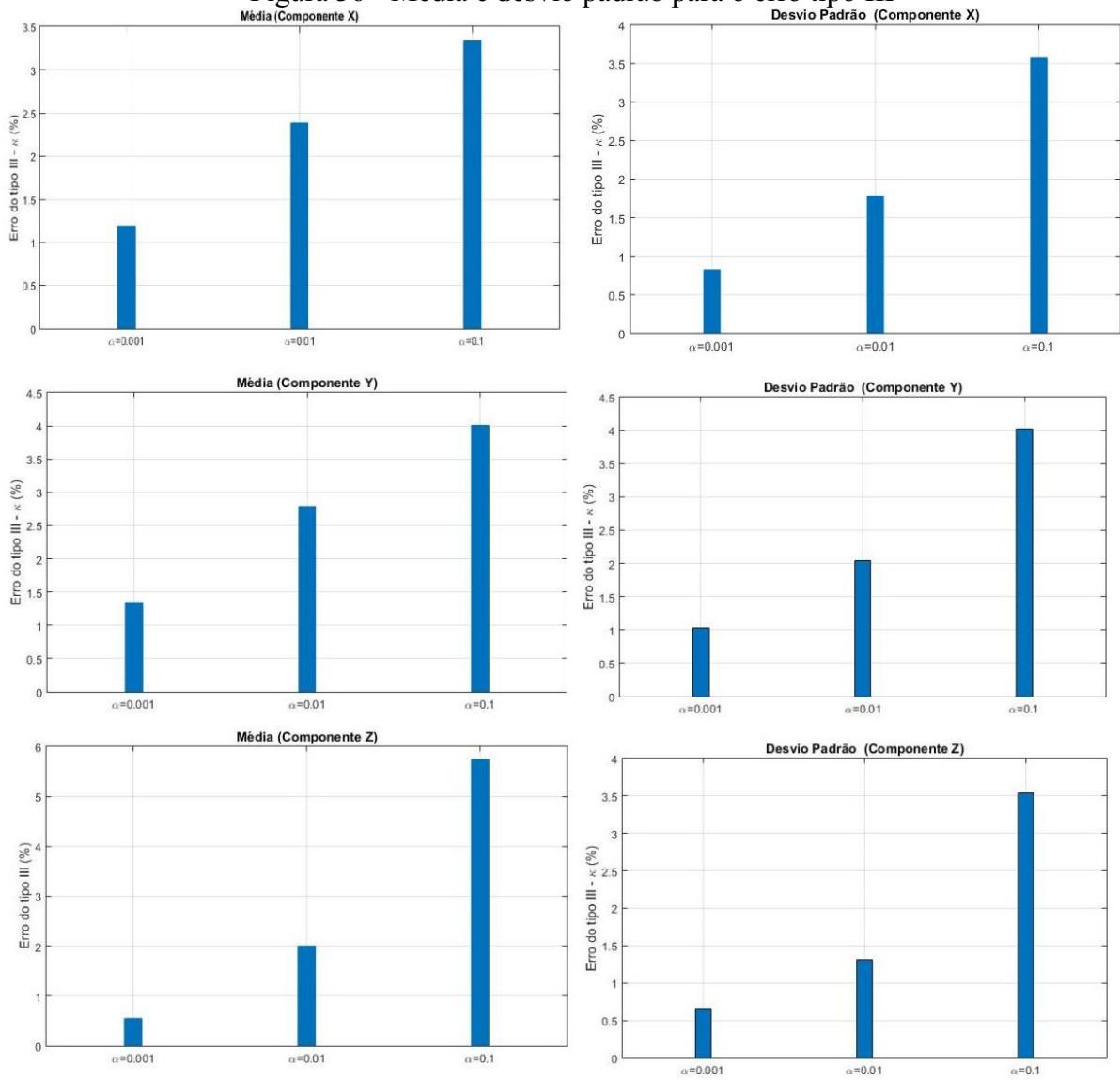
Figura 35 - Máximo e Mínimo para o erro tipo II



Fonte: A autora

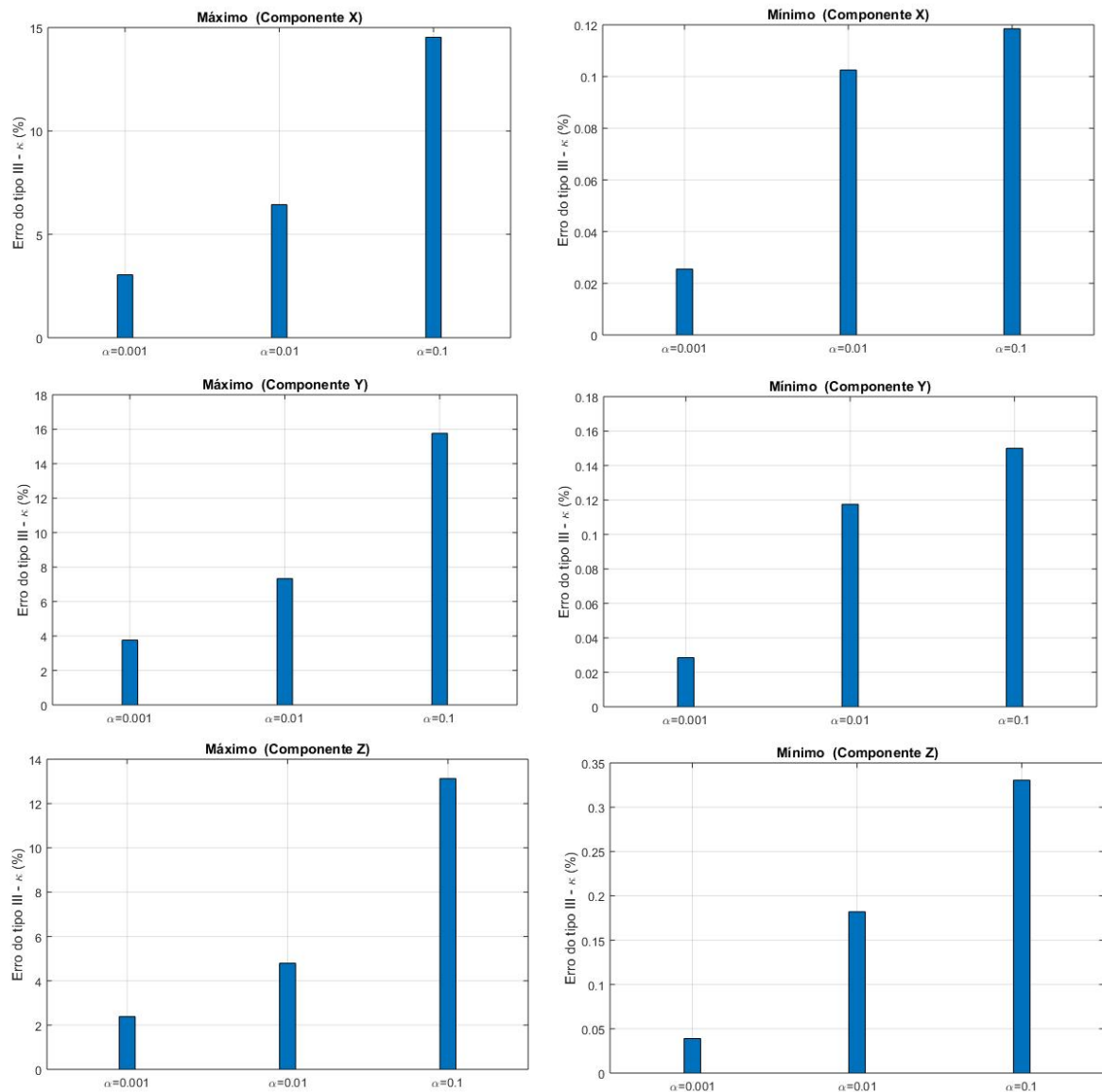
Os menores valores para o erro tipo II estão relacionados com o nível de significância de $\alpha = 0,1$, pois esse nível de significância apresenta os menores valores de máximo e os menores valores de mínimo para o erro tipo II, o que confirma a relação que quanto maior o nível de significância, menor o erro do tipo II. Ou seja, quanto maior o nível de significância, menores são as chances de não identificar que as observações possuem *outliers*, quando na realidade elas possuem.

Figura 36 - Média e desvio padrão para o erro tipo III



Fonte: A autora

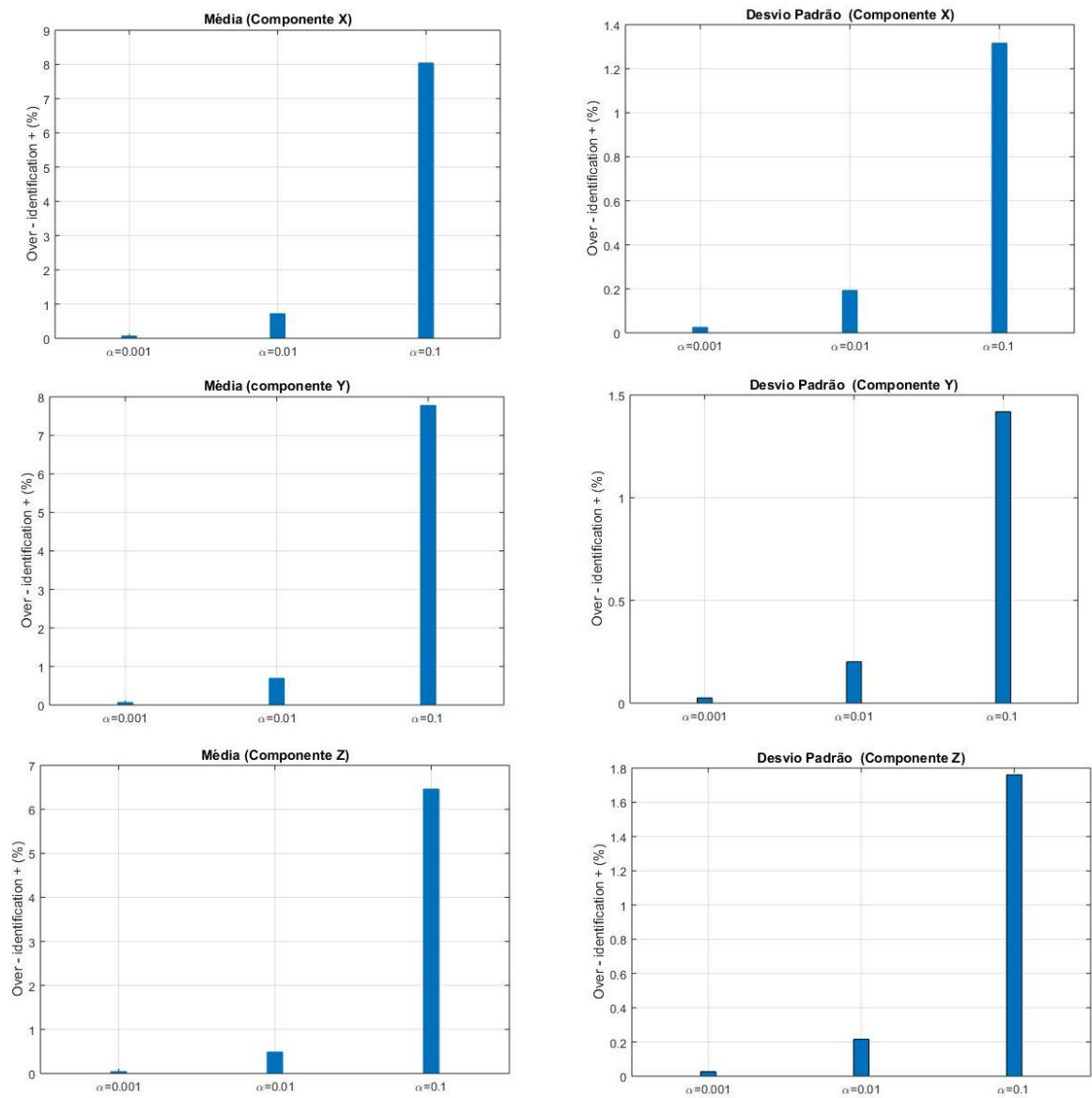
Figura 37 - Máximo e Mínimo para o erro tipo III



Fonte: A autora

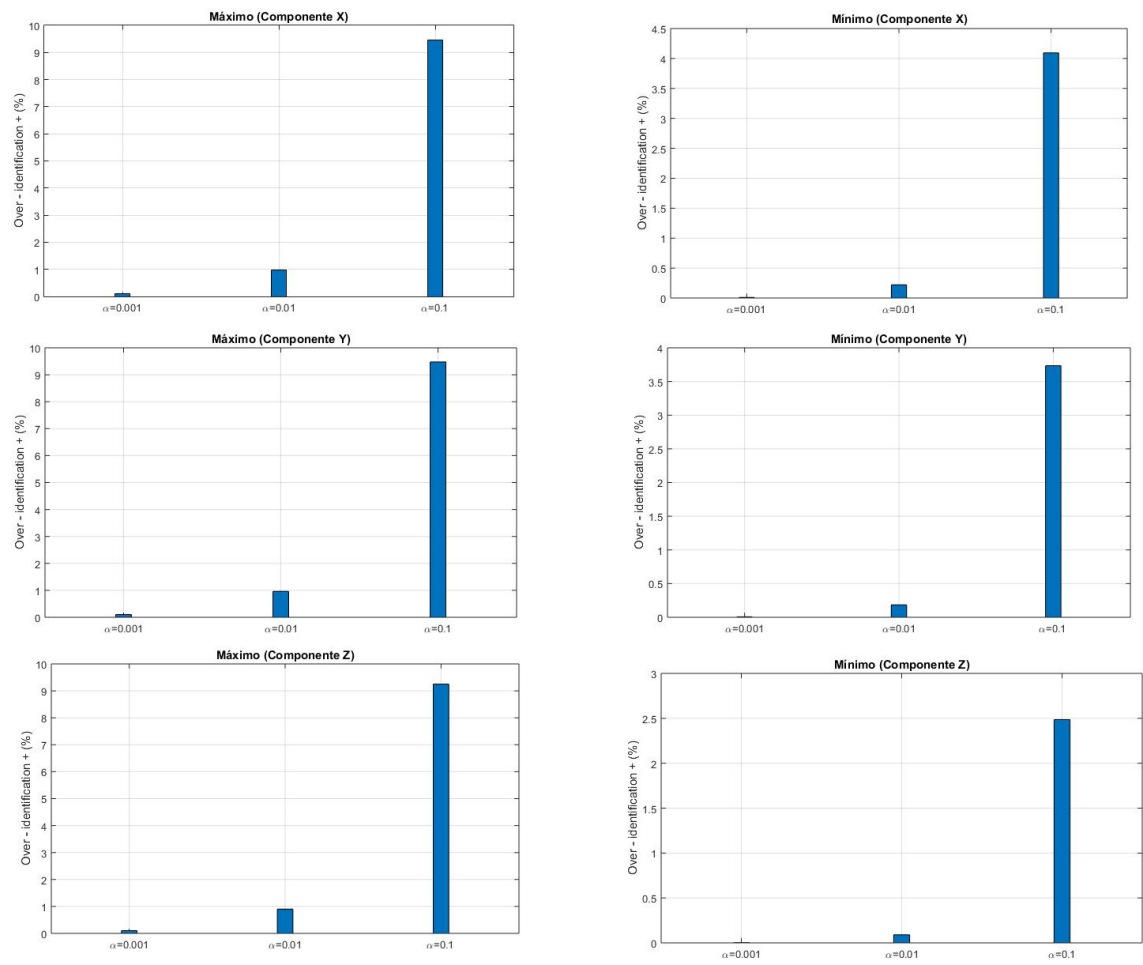
De acordo com as figuras 36 e 37 o nível de significância $\alpha = 0,001$ possui os menores valores para o erro tipo III, e o nível de significância $\alpha = 0,1$ possui os maiores valores para o erro tipo III, confirmando a relação que quanto menor o nível de significância, menor o erro tipo III. Pois, o nível de significância $\alpha = 0,1$ possui os maiores valores do erro tipo III e possui os maiores valores de mínimo também.

Figura 38 - Média e desvio padrão para a classe Over+



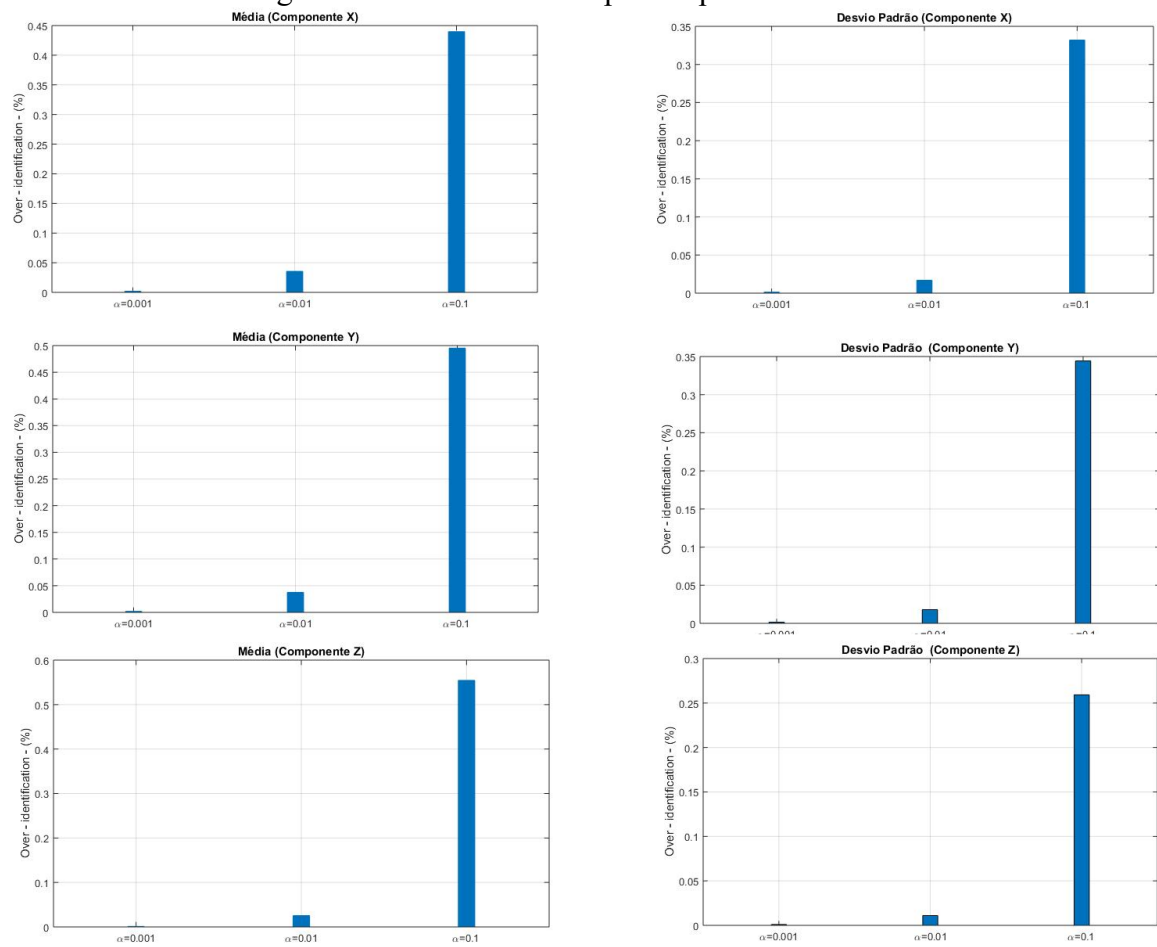
Fonte: A autora

Figura 39 - Mínimo e Máximo para a classe Over+



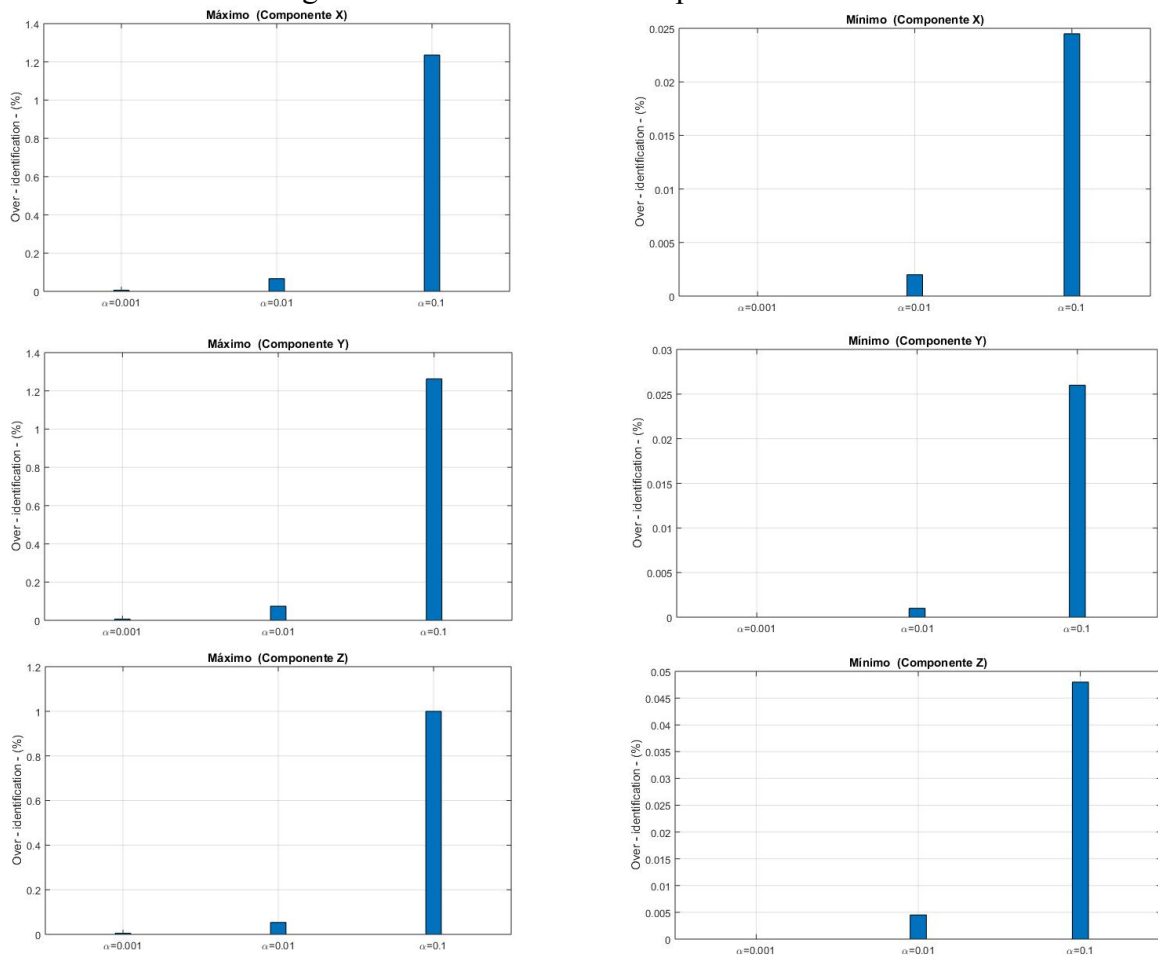
Fonte: A autora

Figura 40 - Média e desvio padrão para classe Over-



Fonte: A autora

Figura 41 - Máximo e Mínimo para classe Over-



Fonte: A autora

Analisando as figuras 38, 39, 40 e 41 nota-se a relação entre a classe *over-identification* e o nível de significância, para o nível de significância $\alpha = 0,001$ as classes over são quase inexistentes e para o nível de significância $\alpha = 0,1$ as classes over apresentam valores maiores.

5.4.2 Relação entre detecção e identificação

Em seguida, foi calculado o poder de detecção e a relação entre detecção e identificação para as componentes X, Y e Z para os níveis de significância $\alpha = 0,001$, $\alpha = 0,01$ e $\alpha = 0,1$. Realizou-se uma média entre o poder de detecção (Tabela 2) e poder de identificação (Tabela 3) para as componentes X, Y e Z.

Tabela 2 - Poder de detecção

	Poder de detecção (%)		
	Média		
Componente	$\alpha = 0,001$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,1$
X	93,010	89,991	98,090
Y	90,993	87,042	97,289
Z	65,487	55,036	85,173

Fonte: A autora

Tabela 3 - Poder de identificação

	Poder de identificação (%)		
	Média		
Componente	$\alpha = 0,001$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,1$
X	89,744	88,642	86,194
Y	86,932	85,498	84,694
Z	62,027	53,827	72,257

Fonte: A autora

Analisando os resultados apresentados na Tabela 2, nota-se que para o nível de significância $\alpha = 0,1$ o poder de detecção possui os maiores valores. Porém, esse mesmo nível de significância possui os menores valores para identificação de *outliers*. A componente Z apresentou o menor valor de poder de detecção e poder de identificação para o nível de significância $\alpha = 0,01$.

Em seguida foram calculados o MIB e o MDB para cada observação e cada nível de significância (Tabela 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12).

Tabela 4 - MIB e MDB para $\alpha = 0,001$ (Componente X)

COMPONENTE X		
OBSERVAÇÃO	MDB	MIB
1	4.6	4.6
2	4	4.1
3	4.4	4.5
4	4.2	4.3
5	4.4	4.4
6	4.6	4.7
7	3.8	3.8
8	4.1	4.1

Fonte: A autora

Tabela 5 - MIB e MDB para $\alpha = 0,001$ (Componente Y)

COMPONENTE Y		
OBSERVAÇÃO	MDB	MIB
1	4.9	4.9
2	4	4
3	4.7	4.8
4	4.3	4.3
5	4.4	4.5
6	4.8	4.9
7	3.9	3.9
8	4.2	4.2

Fonte: A autora

Tabela 6 - MIB e MDB para $\alpha = 0,001$ (Componente Z)

COMPONENTE Z		
OBSERVAÇÃO	MDB	MIB
1	5.8	5.8
2	5.2	5.2
3	5.9	6
4	5.2	5.2
5	5.5	5.5
6	6	6.1
7	4.9	4.9
8	5.2	5.2

A rede estudada no geral possui baixa probabilidade do erro tipo III, então os valores de MDB e MIB são próximos ou iguais. Permite-se identificar ou detectar *outliers* com a mesma magnitude, considerando um poder do teste de 80%. A componente Z apresenta o maior número de igualdade entre o MDB e o MIB.

Tabela 7 - MIB e MDB para $\alpha = 0,01$ (Componente X)

COMPONENTE X		
OBSERVAÇÃO	MDB	MIB
1	4	4.2
2	3.6	3.6
3	3.9	4.1
4	3.7	3.8
5	3.8	4
6	4.1	4.3
7	3.4	3.5
8	3.6	3.7

Fonte: A autora

Tabela 8 - MIB e MDB para $\alpha = 0,01$ (Componente Y)

COMPONENTE Y		
OBSERVAÇÃO	MDB	MIB
1	4.3	4.4
2	3.5	3.6
3	4.1	4.4
4	3.8	3.9
5	3.9	4
6	4.2	4.5
7	3.4	3.5
8	3.7	3.8

Fonte: A autora

Tabela 9 - MIB e MDB para $\alpha = 0,01$ (Componente Z)

COMPONENTE Z		
OBSERVAÇÃO	MDB	MIB
1	5.1	5.2
2	4.6	4.6
3	5.2	5.4
4	4.6	4.6
5	4.8	4.9
6	5.2	5.5
7	4.3	4.4
8	4.6	4.7

Fonte: A autora

Para o nível de significância $\alpha = 0,01$ os valores de MIB e MDB estão mais distantes quando comparados com o nível de significância $\alpha = 0,001$, apresentando valor iguais somente nas componentes X e Z.

Tabela 10 - MIB e MDB para $\alpha = 0,1$ (Componente X)

COMPONENTE X		
OBSERVAÇÃO	MDB	MIB
1	3.3	3.9
2	3	3.4
3	3.1	3.9
4	3	3.6
5	3.1	3.7
6	3.3	4.1
7	3	3.2
8	3	3.5

Fonte: A autora

Tabela 11 - MIB e MDB para $\alpha = 0,1$ (Componente Y)

COMPONENTE Y		
OBSERVAÇÃO	MDB	MIB
1	3.5	4.1
2	3	3.4
3	3.3	4.2
4	3.1	3.7
5	3.1	3.8
6	3.4	4.3
7	3	3.3
8	3	3.6

Fonte: A autora

Tabela 12 - MIB e MDB para $\alpha = 0,1$ (Componente Z)

COMPONENTE Z		
OBSERVAÇÃO	MDB	MIB
1	4.1	4.8
2	3.7	4.3
3	4.2	5.1
4	3.7	4.3
5	3.9	4.6
6	4.3	5.1
7	3.5	4
8	3.7	4.3

Fonte: A autora

Para o nível de significância $\alpha = 0,1$ os valores de MDB e MIB apresentam a maior separabilidade quando comparados com os $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$, pois quanto maior o nível de significância maior a separação entre MBD e MIB. Ou seja, os *outliers* são detectados em *outlier* de magnitudes menores e identificados em *outlier* de magnitudes maiores.

Portanto, conclui-se que para o nível de significância $\alpha = 0,001$ os outliers serão detectados ou identificados em magnitudes próximas ou iguais e para o nível de significância $\alpha = 0,1$ os *outliers* serão detectados em magnitudes menores e identificados em magnitudes maiores.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos experimentos realizados nessa pesquisa podemos notar que o Método Monte Carlo (MMC) é uma ferramenta primária para obter soluções para problemas complexos, pois é uma importante ferramenta para estudar o procedimento IDS. E o mais importante, não é necessário o uso de medidas reais, podendo trabalhar somente com dados simulados. Assume-se que os erros aleatórios das boas medidas são normalmente distribuídos e, portanto, podem ser gerados artificialmente.

Partindo-se dessa afirmação para aplicar o método precisamos somente da configuração geométrica da rede (dada pela matriz A), a incerteza das observações (dada pelo desvio padrão nominal do equipamento) e a magnitude dos *outliers*.

Esse método torna possível obter os níveis de probabilidade associados ao *Data Snooping* Iterativo para uma determinada probabilidade de identificação e nível de significância. E permite também o estudo da confiabilidade da rede geodésica estudada e permite realizar comparações entre as medidas de confiabilidade obtidas.

A rede estudada possui uma máxima correlação entre os resíduos 61,367%, quanto maior a correlação entre os resíduos das observações, maiores as chances de identificar corretamente *outliers*, com redundância local entre 0,4835 e 0,7901. Os vetores 3 e 6 possuem os menores valores de redundância local, então apresentaram valores discrepantes dos demais para o erro tipo III. Pois, nessas observações o erro é refletido em sua maior parte para os parâmetros e como o DS é baseado nos resíduos, o número de redundância local baixo dificulta a correta identificação do *outlier*.

Os níveis foram descritos para três níveis de significância (α): $\alpha = 0,001$, $\alpha = 0,01$ e $\alpha = 0,1$. Os resultados mostram que a rede apresenta baixa probabilidade de erro tipo III, consequentemente o MIB é muito próximo do valor do MDB.

Assim, analisando a relação entre detecção e identificação, conclui-se que o poder de detecção sempre será maior que o poder de identificação, pois identificar corretamente a observação que possui o *outlier* é complexo, enquanto apenas detectar que as observações possuem erro é menos complexo.

O menor *outlier* que pode ser detectado na rede estudada é 3σ para o nível de significância $\alpha = 0,1$ para as componentes X e Y e o menor *outlier* que pode ser detectado é 5.8σ para a componente Z com nível de significância $\alpha = 0,001$. Portanto, nota-se que para o nível de significância $\alpha = 0,001$ os *outliers* serão identificados e detectados quase na mesma magnitude e para o nível de significância $\alpha = 0,1$ os *outliers* serão detectados e identificados em magnitudes menores, quando comparados com os outros níveis de significância.

Para a rede estudada nota-se a relação entre o nível de significância e as medidas de confiabilidade, sendo a relação quanto menor o nível de significância, maior o erro do tipo II. E existe também uma relação entre o nível de significância e o erro do tipo III, quanto menor o nível de significância, menor o erro do tipo III. E o nível de significância torna-se um fator determinante para as classes Over, pois para níveis de significâncias pequenos as classes Over estão praticamente ausentes.

REFERÊNCIAS

- ALTAMINI, Z.; COLLILIEUX, X.; METIVIER, L. **ITRF2008: Na improved solution of the International Terrestrial Reference Frame**. Journal of Geodesy, v.85, n. 8, p. 457- 473, Ago. 2011.
- AMIRI-SIMKOOEI, A. M. et al. **Basic concepts of optimization and design of geodetic networks**. Journal of Surveying Engineering, v. 138, p. 172-183. 2012.
- BAARDA, W. **A testing procedure for use in geodetic networks**. Publications on Geodesy: Delft, v. 2, n. 5, 1968.
- CHAVES, J. C. **Uso de tecnologia GPS na monitoração de deformação: sistemas, etapas e experimentos**. 2001. 155 p. Tese (Doutorado em Transportes) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- DALLE, H.M. **Simulação do reator TRIGA IPR-RI utilizando métodos de transporte por Monte Carlo**. 2005. 179 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.
- DALMOLIN, Q. **Ajustamento por Mínimos Quadrados**. 2002. 175 f. Tese (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal Paraná, Curitiba, 2002.
- GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Ed. Universidade Federal do Paraná, 1994. 319p.
- GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. **Adjustment Computations: Spatial Data Analysis**. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2006. 611p.
- GUI, Q.; LI, G.; OU, J. **Robust-biased estimation based on quasi-accurate detection**. Journal of Surveying Engineering, v. 131, n. 3, p. 67-72, 2005.
- IBGE. **Manual de normas, especificações e procedimentos técnicos para a carta internacional do Mundo ao Milionésimo – CIM 1:1 000 000**. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Departamento de Cartografia, 1993.
- IMPARATO, D.; TEUNISSEN, P. J. D.; TIBERIUS, C. C. J. M. **Minimal detectable and identifiable biases for quality control**, Survey Review, v. 50, p. 1-11, 2018.
- INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY. Why is Geodesy fundamental to the Society. 2011. Disponível em: < http://www.iag-aig.org/index.php?tpl=intro&id_c=72&id_t=360>. Acesso em: 22 abr. 2019.
- KLEIN, I. **Controle de Qualidade no Ajustamento de Observações Geodésicas**. 2011. 316 f. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – Programa de Pós Graduação em Sensoriamento Remoto, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

KLEIN, I. **Proposta de um novo método para o planejamento de redes geodésicas**. 2014. 142 f. Tese (Doutorado em Sensoriamento Remoto) – Programa de Pós Graduação em Sensoriamento Remoto, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

KLEIN, I. et al. **An approach to identify multiple outliers based on sequential likelihood ratio tests**. Survey review, v. 49, n. 357, p. 449–457, Ago. 2016.

LEHMANN, R. **Improved critical values for extreme normalized and studentized residuals in Gauss-Markov models**. Journal of geodesy, v. 86, p. 1137–1146, 2012.

LEHMANN, R. **On the formulation of the alternative hypothesis for geodetic outlier detection**. Journal of geodesy, v. 87, p. 373–386, 2013.

LEHMANN, R. and Lösler, M. **Multiple outlier detection: hypothesis tests versus model selection by information criteria**. Journal of Surveying Engineering, v.142(4), 2016.

LEICK, A. **GPS satellite surveying**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 2004.

LIMA, W. T. **Jornalismo Computacional em função da “Era do Big Data**. Líbero: São Paulo, v.14, n.28, p.45-52. Dez. 2011.

MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. **Noções de probabilidade e estatística**. 6. ed. São Paulo: USP, 2005. 392p.

MATSUOKA, M.T. **Controle de qualidade aplicado no ajustamento de observações pelo método paramétrico para aplicações geodésicas**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014. 46 p. Apostila.

MONICO, J.F.G. **Introdução a Geodésia: perspectiva atual**. São Paulo: Unesp. 2018.

MONICO, J, F, G, **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2. ed. São Paulo: UNESP, 2008. 473p.

OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. **A Influência da Redundância da Observação sobre a Precisão dos Parâmetros**. Boletim de Ciências Geodésicas, v. 14, n. 3, p. 295-315, 2008.

POPE, A. J. **The statistics of residuals and the detection of outliers**. NOAA Technical Report NOS65 NGS1, US Department of Commerce, National Geodetic Survey Rockville, Maryland, 1976.

ROBERT, C.; CASELLA, G. **Monte Carlo statistical methods**. Berlin: Springer. 2013.

ROBINSON, A. C. et al. **Geospatial big data and cartography: research challenges and opportunities for making maps that matter**. International Journal of Cartography. V.3, p. 32-60, Mar. 2017.

ROFATTO, V. F.; MATSUOKA, M. T.; KLEIN, I. **An Attempt to Analyse Baarda’s Iterative Data Snooping Procedure based on Monte Carlo Simulation**. South African Journal of Geomatics, v. 6, n. 3, p. 416-435, Out. 2017a.
DOI:<http://dx.doi.org/10.4314/sajg.v6i3.11>

ROFATTO, V.F.; MATSUOKA, M. T.; KLEIN, I. **Método Monte Carlo Aplicado a Análise de Confiabilidade em Geodésia**. 2017b, Rio de Janeiro. Anais do XXVII Congresso Brasileiro de Cartografia e XXVII Exposicarta 6 a 9 de novembro de 2017, SBC, Rio de Janeiro – RJ, p.19-25.

ROFATTO, V.F. et al. **A half-century of Baarda's concept of reliability: a review, new perspectives, and applications**. Survey Review, p. 1-18, 2018.
DOI:<https://doi.org/10.1080/00396265.2018.1548118>.

RESENDE, G. C. **Densificação da rede geodésica horizontal no município de Monte Carmelo – MG**. 2017. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Universidade Federal de Uberlândia, Monte Carmelo, 2017.

ROSA, R. S. **Implantação de rede geodésica do município de Monte Carmelo (MG)**. 2017. 70 f. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Universidade Federal de Uberlândia, Monte Carmelo, 2017.

SILVA, D. C.; DALMOLIN, Q. **Simulações de voos fotogramétricos com o método Monte Carlo**. Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2002

TEIXEIRA, N. N.; FERREIRA, L. D. D. **Análise da Confiabilidade de Redes Geodésicas**. Boletim de Ciências Geodésicas, v. 9, n. 2, p. 199-216, Jul. 2003.

TEUNISSEN, P.J.G. **Quality control in integrated navigation systems**. IEEE Aerosp. Electron. Syst. Mag., 5(7), p.35-41, 1989.

TEUNISSEN, P. J. G. **Testing theory: an introduction**. 2. ed. Delft: Ed. VSSD, 147 p, 2006.

TEUNISSEN, P.J.G., et al. **Distributional theory for the DIA method**. Journal of geodesy, v. 92, p. 59–80, 2018. <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1045-7>.

VAN MIERLO, J. **Statistical analysis of geodetic measurements for the investigation of crustal movements**. Tectonophysics, v. 52,p. 457-467,1979.

YANG, L. et al. **Outlier separability analysis with a multiple alternative hypotheses test**. Journal of Geodesy, v. 87, n.6, p. 591–604, 2013.

YORIYAZ, H. **Método Monte Carlo: princípios e aplicações em física médica**. Revista Brasileira de Física Médica, p. 141-150, 2009.