



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



**BALANCEAMENTO VETORIAL DE MÁQUINAS
ROTATIVAS COM UM OU DOIS PLANOS DE CORREÇÃO E
ANÁLISE ESPECTRAL COM O USO DE
MICROCONTROLADOR**

LUIS CLÓVIS SANTANA BRANCO

Uberlândia - MG, setembro de 2025

LUIS CLÓVIS SANTANA BRANCO

**BALANCEAMENTO VETORIAL DE MÁQUINAS ROTATIVAS COM UM
OU DOIS PLANOS DE CORREÇÃO E ANÁLISE ESPECTRAL COM O
USO DE MICROCONTROLADOR**

Dissertação apresentada junto à **Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia**, como requisito parcial à obtenção do título de **Bacharel em Engenharia Elétrica**.

Área de concentração:

Engenharia Elétrica.

Orientador:

Prof. Dr. Luiz Carlos Gomes de Freitas.

Uberlândia - MG, setembro de 2025

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

B816 Branco, Luis Clovis Santana, 2000-
2025 Balanceamento Vetorial de Máquinas Rotativas com Um ou Dois Planos de Correção e Análise Espectral Com o Uso de Microcontrolador [recurso eletrônico] : / Luis Clovis Santana Branco. - 2025.

Orientador: Luiz Carlos Gomes de Freitas.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Uberlândia, Graduação em Engenharia Elétrica.

Modo de acesso: Internet.

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia elétrica. I. Freitas, Luiz Carlos Gomes de, 1976-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU: 621.3

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

LUIS CLÓVIS SANTANA BRANCO

**BALANCEAMENTO VETORIAL DE MÁQUINAS ROTATIVAS COM UM
OU DOIS PLANOS DE CORREÇÃO E ANÁLISE ESPECTRAL COM O
USO DE MICROCONTROLADOR**

Monografia apresentada à **Faculdade de Engenharia Elétrica** da **Universidade Federal de Uberlândia**, como requisito à obtenção do título de **Bacharel em Engenharia Elétrica**.

Área de concentração:
Engenharia Elétrica.

Data de aprovação:
12/09/2025

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Luiz Carlos Gomes de Freitas
Faculdade de Engenharia Elétrica

**Prof. Dr. Augusto Wohlgemuth Fleury Veloso da
Silveira**
Faculdade de Engenharia Elétrica

Prof. Dr. Fabrício Augusto Matheus Moura
Faculdade de Engenharia Elétrica

Prof. Dr. Wellington Maycon Santos Bernardes
Faculdade de Engenharia Elétrica

Dedico este trabalho à minha família, alicerce inabalável que me sustentou com amor, paciência e apoio incondicional em cada etapa desta jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, cuja orientação e força foram essenciais para a minha vida. Minha profunda gratidão ao meu pai, Édison Luis, pelo apoio técnico incansável e dedicação durante os experimentos, que foram fundamentais para o sucesso deste projeto. Agradeço também a Rene Kazimour pela oportunidade de colaborar com eles no desenvolvimento da nova versão do equipamento de balanceamento, uma experiência que enriqueceu significativamente este estudo. Por fim, estendo minha gratidão à minha família, cujo apoio e incentivo incondicionais tornaram possível a concretização deste trabalho.

“É melhor ter perguntas que não podem ser respondidas do que ter respostas que não podem ser questionadas.”

Autor desconhecido

RESUMO

Este trabalho desenvolve uma solução de baixo custo para manutenção preditiva e balanceamento de máquinas rotativas, utilizando microcontroladores e sensores acessíveis. Por meio da implementação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) e o Método dos Coeficientes de Influência (CI) para obter os fasores de vibração e calcular a correção do desequilíbrio em rotores rígidos, com processamento de sinais em ESP32-S3-WROOM-1 e sensores ADXL311. Ele também emprega análise espectral com integração digital via filtro RC e FFT para identificar outras vibrações e detectar falhas, como desgaste de rolamentos. Em um experimento reduziu-se vibrações em 95,72%, com erro médio de 5,28% na massa e de 3,18% no ângulo devido a limitações de posicionamento manual, atingindo valores abaixo dos limites impostos pela norma ISO21940-11 (2016). Essa abordagem destaca-se pela acessibilidade, baixo custo e integração de álgebra linear, estatística, programação, eletrônica e vibrações mecânicas, oferecendo uma alternativa viável para monitoramento industrial. Futuras melhorias incluem automação da análise espectral, maior precisão nas correções, integração com IoT e comparação com soluções comerciais da marca Schenck.

Palavras-chave: Manutenção preditiva, Balanceamento de Máquinas Rotativas, ISO 21940-11:2016, Análise de vibrações, Método dos Coeficientes de Influência, Método dos Mínimos Quadrados, Microcontroladores, Análise espectral, Máquinas rotativas.

ABSTRACT

This work develops a low-cost solution for predictive maintenance and balancing of rotating machinery, using microcontrollers and affordable sensors. It implements the Least Squares Method (LSM) and the Influence Coefficients (IC) method to obtain vibration phasors and calculate imbalance correction in rigid rotors, with signal processing in ESP32-S3-WROOM-1 and ADXL311 sensors. It also employs spectral analysis with digital integration via RC and FFT filters to identify other vibrations and detect faults, such as bearing wear. In an experiment, vibrations were reduced by 95.72%, with an average error of 5.28% in mass and 3.18% in angle due to manual positioning limitations, reaching values below the limits imposed by the ISO21940-11 (2016) standard. This approach stands out for its accessibility, low cost, and integration of linear algebra, statistics, programming, electronics, and mechanical vibrations, offering a viable alternative for industrial monitoring. Future improvements include spectral analysis automation, greater correction accuracy, IoT integration, and comparison with commercial Schenck solutions.

Keywords: Predictive maintenance, Balancing of rotating machines, ISO 21940-11:2016, Vibration analysis, Influence Coefficients Method, Least Squares Method, Microcontrollers, Spectral analysis, Rotating machines.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Diagrama de explosão de um esmeril	16
Figura 1.2 – Volante (20) em um motor <i>Caterpillar</i>	17
Figura 1.3 – Desequilíbrios por: (a) - Desgaste de rolamentos e (b) - Desgaste de engrenagens	17
Figura 1.4 – Pá oxidada por maresia	18
Figura 2.1 – Circuito para análise espectral	20
Figura 2.2 – Circuito RC, componentes passivos, resistor e capacitor em série	21
Figura 2.3 – Medição do tempo de acomodação $t_{2\%}$ da função transferência do filtro RC	23
Figura 2.4 – Verificação da propriedade integradora do filtro RC	23
Figura 2.5 – Comparação entre os resultados teóricos e práticos da amplitude do sinal de velocidade	24
Figura 2.6 – Regressão pelo MMQ usando valores teóricos	26
Figura 2.7 – Regressão pelo MMQ usando medidas de sinal analógico	26
Figura 2.8 – Nomograma de desequilíbrio residual permissível específico (e_{per}) por grau de qualidade de equilíbrio (G) e velocidade de operação (n)	28
Figura 2.9 – Representação de duas massas desbalanceadas com uma massa equivalente	29
Figura 2.10 – Balanceamento em dois planos	31
Figura 3.1 – Motor esmeril + bancada + sensor fotoelétrico (<i>rotor-kit</i>)	34
Figura 3.2 – Montagem em placa de circuito impresso ilhada	34
Figura 3.3 – Diagrama de bloco funcional (ADXL311)	36
Figura 3.4 – Diagrama de blocos da alimentação do sinal do ADXL311 no circuito .	37
Figura 3.5 – Diagrama de blocos de entradas e saídas	38
Figura 3.6 – Disco de alumínio para os testes	39
Figura 4.1 – Sinal inicial de aceleração de vibração no osciloscópio, obtido pelo acelerômetro	40
Figura 4.2 – Sinal com a introdução de uma massa de desequilíbrio	40
Figura 4.3 – Teste #5 - sinal do lado A	43
Figura 4.4 – Teste #5 - FFT do lado A	43
Figura 4.5 – Teste #6 - sinal do lado A	44
Figura 4.6 – Teste #6 - FFT do lado A	44
Figura 4.7 – Teste #6 - sinal do lado B	44
Figura 4.8 – Teste #6 - FFT do lado B	44
Figura 4.9 – Teste #7 - sinal do lado A	45
Figura 4.10 – Teste #7 - FFT do lado A	45
Figura 4.11 – Teste #7 - sinal do lado B	45

Figura 4.12–Teste #7 - FFT do lado B	45
Figura 4.13–Teste #5 - FFT do lado A	46
Figura A.1–Alimentação de 5V e conversão para 3V3	50
Figura A.2–Sensor fotoelétrico, Esp32-s3 e tensão de referência	51
Figura A.3–Filtro TLC04CD do sinal dos canais A e B para o ADC do Esp32-s3	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valores aceitáveis de vibração para rotor rígido	27
Tabela 3.1 – Lista de materiais utilizados	33
Tabela 4.1 – Velocidade de vibração inicial	40
Tabela 4.2 – Dados coletados para o balanceamento em um plano	41
Tabela 4.3 – Dados coletados para o balanceamento em dois planos	42
Tabela 4.4 – Resultados para o balanceamento	42
Tabela 4.5 – Problemas comuns em faixas de frequência	47
Tabela B.1 – Lista completa de componentes do circuito	53

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADC	<i>Analog Digital Converter</i>
AO	Amplificador Operacional
BOM	<i>Bill Of Materials</i>
CC	Corrente Contínua
CI	Método dos Coeficientes de Influência
EQM	Erro Quadrado Mínimo
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MNL	Modelo Não Linear
RMS	<i>Root Mean Square</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

INTEGRAL DIGITAL

g	Aceleração da gravidade na superfície da Terra, $9,78033 \text{ m/s}^2$
G	Aceleração em gm/s^2
C	Capacitância, Farad
$I_{R(t)}$	Corrente que percorre o resistor em função do tempo
$I_{C(t)}$	Corrente que percorre o capacitor em função do tempo
G_{pico}	Valor de pico de aceleração
V	Velocidade em m/s
V_{RMS}	Velocidade em RMS
s	Variável complexa do domínio de Laplace
$Q_{C(t)}$	Quantidade de carga no capacitor, Coulomb, em função do tempo
k	Quilo, 10^3
R	Resistência, Ohm
$V_{S(t)}$	Tensão fornecida pela fonte em função do tempo
$V_{C(t)}$	Tensão sobre o capacitor em função do tempo
$V_{R(t)}$	Tensão sobre o resistor em função do tempo
$\mathcal{L}$	Transformada de Laplace
T	Período
$t_{2\%}$	Tempo de acomodação de 2%

MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

A	Amplitude
ϕ	Defasagem angular
CC	Defasagem de corrente contínua

f	Frequência
t	Tempo
y_i	Valor observado
$\hat{y}_i$	Valor previsto

VALORES ACEITÁVEIS DE DESEQUILÍBRIO

e_{per}	Desequilíbrio residual permissível específico
G	Grau de qualidade de balanceamento
Ω	Velocidade angular
n	Velocidade de operação

BALANCEAMENTO EM UM PLANO

l	Comprimento entre os dois discos
a	Distância entre o disco central e o disco exterior
r	Distância entre o centro do disco e a posição da massa
F	Força centrífuga equivalente
F_1	Força centrífuga no plano esquerdo
F_2	Força centrífuga no plano direito
$F_{centrífuga}$	Força centrífuga
$M_{centrífugo}$	Momento centrífugo
m	Massa
ω	Velocidade angular

BALANCEAMENTO EM DOIS PLANOS

$\vec{B}_L$	Fasor massa de correção no plano esquerdo
$\vec{B}_R$	Fasor massa de correção no plano direito
$\vec{U}_L$	Fasor massa de desequilíbrio no plano esquerdo
$\vec{U}_R$	Fasor massa de desequilíbrio no plano direito
$\vec{W}_L$	Fasor massa de teste no plano esquerdo
$\vec{W}_R$	Fasor massa de teste no plano direito
$\vec{V}_A$	Fasor velocidade de vibração no plano A (esquerdo) na primeira medida
$\vec{V}_B$	Fasor velocidade de vibração no plano B (direito) na primeira medida
$\vec{V}'_A$	Fasor velocidade de vibração no plano A (esquerdo) na segunda medida
$\vec{V}'_B$	Fasor velocidade de vibração no plano B (direito) na segunda medida
$\vec{V}''_A$	Fasor velocidade de vibração no plano A (esquerdo) na terceira medida
$\vec{V}''_B$	Fasor velocidade de vibração no plano B (direito) na terceira medida
$\vec{A}_{AL}$	Fasor CI da vibração no mancal A dada pelo desequilíbrio no plano L
$\vec{A}_{AR}$	Fasor CI da vibração no mancal A dada pelo desequilíbrio no plano R
$\vec{A}_{BL}$	Fasor CI da vibração no mancal B dada pelo desequilíbrio no plano L
$\vec{A}_{BR}$	Fasor CI da vibração no mancal B dada pelo desequilíbrio no plano R

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	MAQUINAS ROTATIVAS NAS INDUSTRIAS	16
1.2	MANUTENÇÃO PREDITIVA	17
1.3	OBJETIVOS	18
1.4	JUSTIFICATIVAS	19
2	REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1	ANÁLISE ESPECTRAL	20
2.1.1	INTEGRAL DIGITAL	20
2.2	BALANCEAMENTO	25
2.2.1	MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	25
2.2.2	VALORES ACEITÁVEIS DE DESEQUILÍBRIO	27
2.2.3	BALANCEAMENTO EM UM PLANO	29
2.2.4	BALANCEAMENTO EM DOIS PLANOS	31
3	METODOLOGIA	33
3.1	RECURSOS E FERRAMENTAS	33
3.1.1	<i>SOFTWARE</i>	33
3.1.2	LISTA DE MATERIAIS	33
3.1.3	<i>ROTOR-KIT</i>	33
3.1.4	ACELERÔMETRO	35
3.1.5	DIAGRAMA DE BLOCOS DO PROJETO	38
3.2	MÉTODOS E PROCEDIMENTOS	39
4	RESULTADOS	40
4.1	BALANCEAMENTO	40
4.2	ANÁLISE ESPECTRAL	43

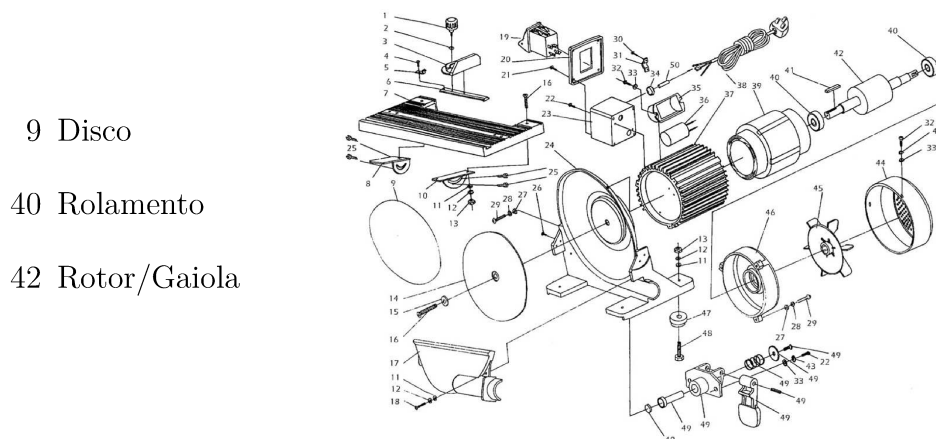
5	CONCLUSÃO	48
	REFERÊNCIAS	49
	APÊNDICE A – ESQUEMÁTICO	50
	APÊNDICE B – LISTA DE MATERIAIS	53
	APÊNDICE C – FILTRO RC EM LINGUAGEM C	54

1 INTRODUÇÃO

O balanceamento de máquinas rotativas é essencial para minimizar vibrações e garantir a eficiência operacional. Embora os motores e outras máquinas rotativas saiam de fábrica com certo nível de equilíbrio, conforme especificado pelos fabricantes, os desequilíbrios frequentemente surgem durante a operação devido a diversas condições. Esses desequilíbrios, se não corrigidos, aumentam o consumo de energia, elevam os custos de manutenção e podem levar a danos irreversíveis, o que reforça a necessidade de monitoramento e balanceamento periódico conforme as normas técnicas da ISO21940-11 (2016).

As principais partes envolvidas neste processo incluem o rotor, que é o componente rotativo responsável por transmitir energia, como eixos ou discos; os mancais e rolamentos, que suportam o rotor, reduzindo atrito e permitindo rotação suave; e os acoplamentos e rolamentos, que influenciam na estabilidade dinâmica do sistema. A Figura 1.1 ilustra essas partes, destacando sua disposição em um esmeril semelhante ao usado neste trabalho.

Figura 1.1 – Diagrama de explosão de um esmeril



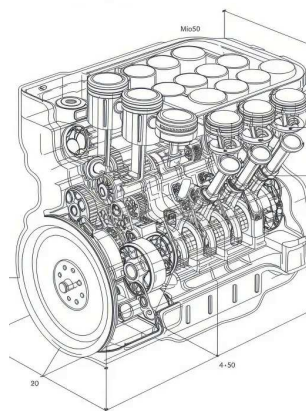
Fonte: sparepartsworld

1.1 MÁQUINAS ROTATIVAS NAS INDÚSTRIAS

Motores elétricos e outras máquinas rotativas desempenham papéis cruciais em diversas indústrias devido à sua capacidade de converter energia elétrica em energia mecânica. Os rotores de motores elétricos, por exemplo, são amplamente utilizados em linhas de produção, como em esteiras transportadoras e máquinas de corte, garantindo operação contínua e eficiente. Já os rotores de ventiladores e sopradores são essenciais em sistemas de ventilação e refrigeração industrial, como em fábricas químicas e siderúrgicas, onde controlam o fluxo de ar para manter condições operacionais seguras.

Outro componente vital são as uniões elásticas, que conectam rotores a outros sistemas, absorvendo vibrações e desalinhamentos para proteger máquinas rotativas contra desgaste prematuro. Essas uniões são comuns em equipamentos como compressores e geradores, onde a transmissão de torque precisa ser suave e estável. Em setores como o automotivo, máquinas rotativas, como volantes de motores de combustão interna, Figura 1.2, dependem de rotores balanceados para garantir desempenho e segurança. Esses exemplos ilustram a diversidade de aplicações, destacando a importância do balanceamento para minimizar vibrações, reduzir desgaste e prolongar a vida útil dos equipamentos.

Figura 1.2 – Volante (20) em um motor *Caterpillar*



Fonte: *Cat Reman*

1.2 MANUTENÇÃO PREDITIVA

As técnicas baseadas em sinais de vibração, ou análise de vibração, são métodos de manutenção preditiva que utilizam a detecção e análise de vibrações em máquinas e equipamentos para identificar falhas e prever possíveis problemas como alguns exemplificados nas Figuras 1.3 e 1.4.

Figura 1.3 – Desequilíbrios por: (a) - Desgaste de rolamentos e (b) - Desgaste de engrenagens



Fonte: ECOVIBRA

Figura 1.4 – Pá oxidada por maresia



Fonte: *Plastec Ventilation*

Essas técnicas tem um longo histórico e são variadas em complexidade, efetividade e custo. Podem ser: métodos de controle passivo, que visam absorver a energia de vibração usando molas e amortecedores, como discutido em Rafiee et al. (2017); técnicas convencionais de balanceamento, amplamente implementadas atualmente, como o Método dos Coeficientes de Influência (CI), utilizado neste trabalho assim como em Wowk (1998); e técnicas mais avançadas, com Metamodelos Kriging, para máquinas com eixos flexíveis, discutidas em Carvalho (2022).

Além desses métodos, a análise espectral pode detectar problemas sem relação com o desequilíbrio, por exemplo, a análise de vibrações envelope - que pode isolar o efeito das vibrações das batidas nos rolamentos de outras vibrações da máquina. A análise do espectro do envelope pode detectar problemas nos rolamentos e consequentes batidas nas faixas de frequência múltiplas da velocidade de operação, no qual os métodos vetoriais como o CI misturam erroneamente, na amplitude da faixa 1X de frequência de rotação, vibrações de outros defeitos na faixa associada com o desequilíbrio, como demonstrado em Wowk (1998, p. 202) e RAO (2015, p. 367)

1.3 OBJETIVOS

O trabalho alveja investigar métodos para baratear a manutenção preditiva, análise de vibrações e balanceamento, de máquinas rotativas, por meio do uso de microcontroladores, como base para empregar técnicas conhecidas de balanceamento vetorial por CI, como descrito em Wowk (1998, p. 18-19), para resolver as equações de balanceamento, para maquinas com um ou dois planos.

A determinação dos fasores do sistema, amplitude e fase, estatisticamente, pelo uso do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), empregado em Goodman (1964), e análise

espectral, simplificada em comparação à usada em Kannan et al. (2019), para diagnosticar e distinguir entre problemas nos rolamentos dos mancais e de desequilíbrio do rotor.

1.4 JUSTIFICATIVAS

Investigar soluções intuitivas e de fácil manuseio, para proporcionar maior liberdade de escolha em relação à estratégia de manutenção preditiva a ser empregada na planta industrial ou na operação contínua. O projeto apresenta um baixo custo, hardware acessível, fácil implementação, replicação e serve para evidenciar a importância da manutenção preditiva de máquinas rotativas de rotor rígido com ênfase na possibilidade do emprego de materiais acessíveis como microcontroladores na manutenção preditiva na linha de produção ou demais empregos de máquinas rotativas.

O trabalho combina diversos conceitos de diversas disciplinas como a FAMAT31022 - Álgebra Linear, aplicada na resolução de sistemas de equações lineares do Método do Coeficiente de Influência, usado para calcular correções de balanceamento em um ou dois planos; FAMAT31033 - Estatística fundamenta a análise estatística pelo Método dos Mínimos Quadrados, para determinar a amplitude e a fase do sinal do acelerômetro; FEELT31201 - Programação Procedimental é a base para articular o microcontrolador na coleta e processamento das medidas, enquanto que a Eletrônica Analógica suporta o projeto de circuitos com filtros e sensores; Máquinas Elétricas é a base sobre o funcionamento de motores e geradores, que são alvos do balanceamento e, por fim, FEMEC41072 - Vibrações de Sistemas Mecânicos embasa a análise de vibrações.

Assim, integrando essas disciplinas reforçando a formação do engenheiro eletricista na resolução de problemas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

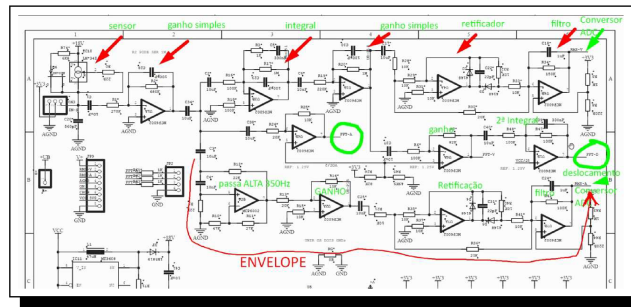
Esta seção é dedicada a explicar a teoria por trás das técnicas empregadas na obtenção, processamento e interpretação dos dados para a análise espectral e o balanceamento.

2.1 ANÁLISE ESPECTRAL

2.1.1 INTEGRAL DIGITAL

O processamento analógico para a análise espectral garante um maior nível de precisão, estabilidade e velocidade em comparação com o processamento digital, porém pode ser convoluto. O emprego de muitos Amplificadores Operacionais (AO), em produção de escala, também aumenta o custo do projeto, como exemplificado na Figura 2.1.

Figura 2.1 – Circuito para análise espectral



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Com o intuito de simplificar o processo da análise espectral, os dados coletados pelo acelerômetro podem ser processados digitalmente, com certo nível de comprometimento de precisão. Para obter o valor RMS de velocidade de vibração a partir do sinal de aceleração, o processo de integração da função que descreve o sinal de aceleração, no tempo, pode ser realizado de acordo com a Eq. (2.1.1), para uma frequência predominante. Na qual A é o valor de pico do sinal de aceleração, CC é a constante de Corrente Contínua, f é o valor da frequência do sinal, ϕ é a defasagem angular, t é o instante de tempo e g é a aceleração da gravidade na Terra.

$$\int A \sin(2\pi f \cdot t + \phi) dt = \frac{A}{2\pi f} \cos(2\pi f \cdot t + \phi) + CC \quad (2.1.1)$$

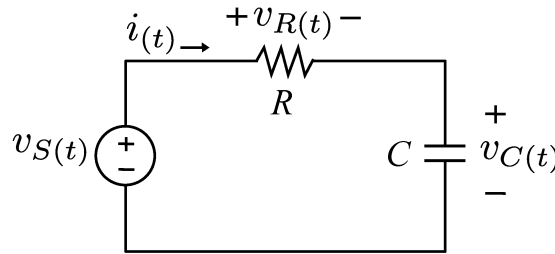
Assim, desconsiderando a constante de Corrente Contínua, CC , e para $\cos = 1$, o valor de pico do sinal de aceleração G_{pico} fica linearmente relacionado a um valor RMS de

velocidade, V_{RMS} , para um sinal de uma única frequência na Eq. (2.1.2).

$$V_{RMS}[mm/s] = \frac{k \cdot g \cdot G_{pico}[gm/s^2]}{\sqrt{2} \cdot 2\pi f} \quad (2.1.2)$$

Entretanto, um sinal real de aceleração, com mais de uma frequência presente, requer um processo de integração e TRUE RMS. Isso pode ser obtido utilizando um equacionamento com as propriedades do circuito RC, como o da Figura 2.2, que integra sinais acima de sua banda de passagem, passa-baixa, para seu emprego no microcontrolador. Esse equacionamento, ou controlador proporcional integral, pode ser obtido da seguinte maneira:

Figura 2.2 – Circuito RC, componentes passivos, resistor e capacitor em série



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Um circuito RC, filtro passa-baixa, ou integrador passivo, tem os seguintes equacionamentos, pelas Leis de Kirchhoff: a soma das tensões na malha deve ser zero, Eq. (2.1.3) e a soma das correntes que entram e saem em cada nó deve ser zero, Eq. (2.1.4). Assim, a corrente que percorre R e C, $I_{R(t)}$ e $I_{C(t)}$, devem ser iguais. Também, a tensão no resistor, pela Lei de Ohm, é sua resistência vezes a corrente que passa por ele, Eq. (2.1.5). Tendo em mãos os seguintes equacionamentos:

$$V_{S(t)} = V_{R(t)} + V_{C(t)} \quad (2.1.3)$$

$$I_{C(t)} = I_{R(t)} \quad (2.1.4)$$

$$V_{R(t)} = R \times I_{R(t)} \quad (2.1.5)$$

Conhecendo a definição de corrente e capacitância, descrito em Hayt e Buck (2011, p. 144):

$$I_{C(t)} = \frac{dQ_{C(t)}}{dt} \quad (2.1.6)$$

$$V_{C(t)} = \frac{Q_{C(t)}}{C} \quad (2.1.7)$$

Com o objetivo de deixar as entradas e saídas do sistema em termos de tensão, considerando uma pequena variação d em $Q_{C(t)}$ e $V_{C(t)}$, é possível igualar $dQ_{C(t)}$ na Eq. (2.1.7) e Eq. (2.1.6), obtendo assim:

$$I_{C(t)} = C \frac{dV_{C(t)}}{dt} \quad (2.1.8)$$

Sub. a Eq. (2.1.5) e a Eq. (2.1.4) na Eq. (2.1.3). Seguido pela sub. da Eq. (2.1.8), é obtido o equacionamento equivalente do sistema em tempo contínuo, com entrada e saída em termos da tensão. Assim basta integrar para obter a Eq. (2.1.10), equação do circuito RC¹.

$$V_{S(t)} = RC \times \frac{dV_{C(t)}}{dt} + V_{C(t)} \quad (2.1.9)$$

$$V_{C(t)} = \int dV_{C(t)} = \frac{1}{RC} \left(\int V_{S(t)} dt - \int V_{C(t)} dt \right) \quad (2.1.10)$$

Primeiro, para obter a equação transferência de malha fechada em tempo discreto para a sua implementação no microcontrolador, é possível realizar o seguinte processo de transformadas e equacionamentos. Primeiro, a Transformada de Laplace na Eq. (2.1.10), convertendo a equação do domínio do tempo contínuo para o domínio da frequência na Eq. (2.1.13).

$$\frac{F(s)}{s} = \mathcal{L} \left\{ \int_0^t f(x) dx \right\} \quad (2.1.11)$$

$$V_{C(s)} = \frac{1}{RCs} (V_{S(s)} - V_{C(s)}) \quad (2.1.12)$$

$$G_{(s)} = \frac{V_{C(s)}}{V_{S(s)}} = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{GANHO}{RCs + 1} \quad (2.1.13)$$

Segundo, pela Transformada Bilinear, Método de Tustin na Eq. (2.1.14), a equação transferência é convertida ao domínio Z, de frequência discreta na Eq. (2.1.15).

$$s = \frac{2}{\Delta t} \cdot \frac{(1 - z^{-1})}{(1 + z^{-1})} \quad (2.1.14)$$

$$U_{(z)} = \frac{GANHO}{(1 + 2RC/T)} \cdot (E_{(z)} + E_{(z)}z^{-1}) - U_{(z)}z^{-1} \cdot \frac{(1 - 2RC/T)}{(1 + 2RC/T)} \quad (2.1.15)$$

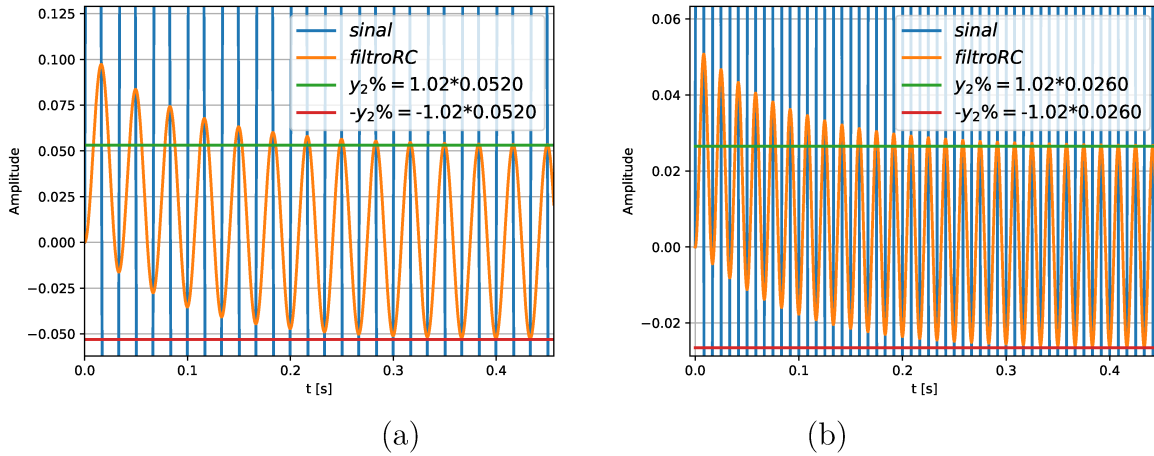
Terceiro, uma vez no domínio de frequência discreta, a Transformada Z inversa pode converter a equação para o domínio do tempo discreto, em que a translação no tempo é $x[n - n_0] = X(z)z^{-n_0}$, para obter finalmente a equação transferência do filtro RC, Eq. (2.1.16).

$$u_{[k]} = \frac{GANHO}{(1 + 2RC/T)} \cdot (e_{[k]} + e_{[k-1]}) - u_{[k-1]} \cdot \frac{(1 - 2RC/T)}{(1 + 2RC/T)} \quad (2.1.16)$$

¹ Assumindo uma condição inicial em que o capacitor está descarregado, $V_{C(t)} = 0$, mais em frente, resulta em uma equação transferência discretizada com uma multiplicação a menos, diminuindo o tempo de processamento e com resultados semelhantes.

No Apêndice C uma implementação em linguagem C pode ser usada para obter os seguintes resultados.

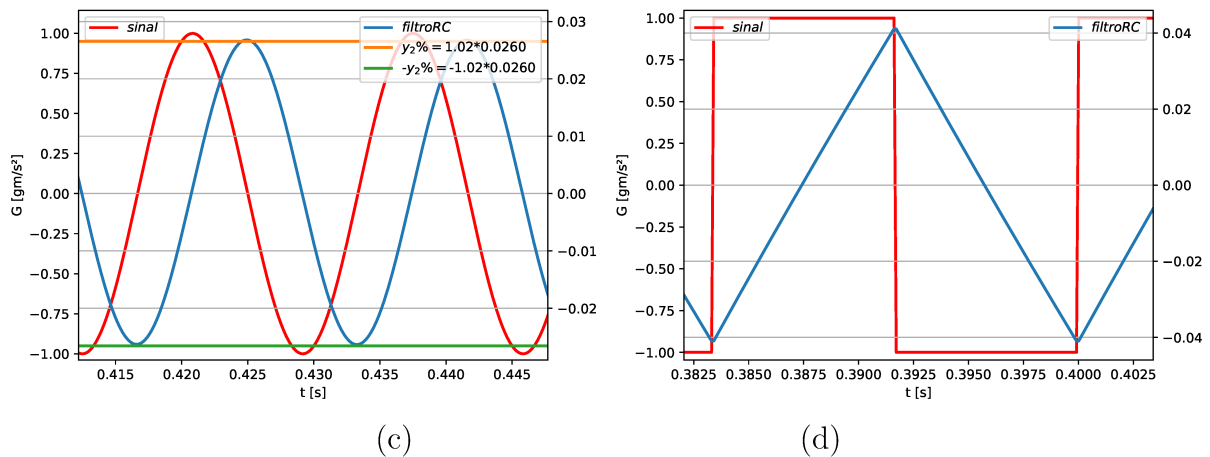
Figura 2.3 – Medição do tempo de acomodação $t_{2\%}$ da função transferência do filtro RC



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Em (a) e (b), a resposta do filtro RC, para os sinais de amplitude 1 e frequência de 30 e 60 Hz, respectivamente, obteve um tempo de acomodação de $t_{2\%} = 0.35s$.

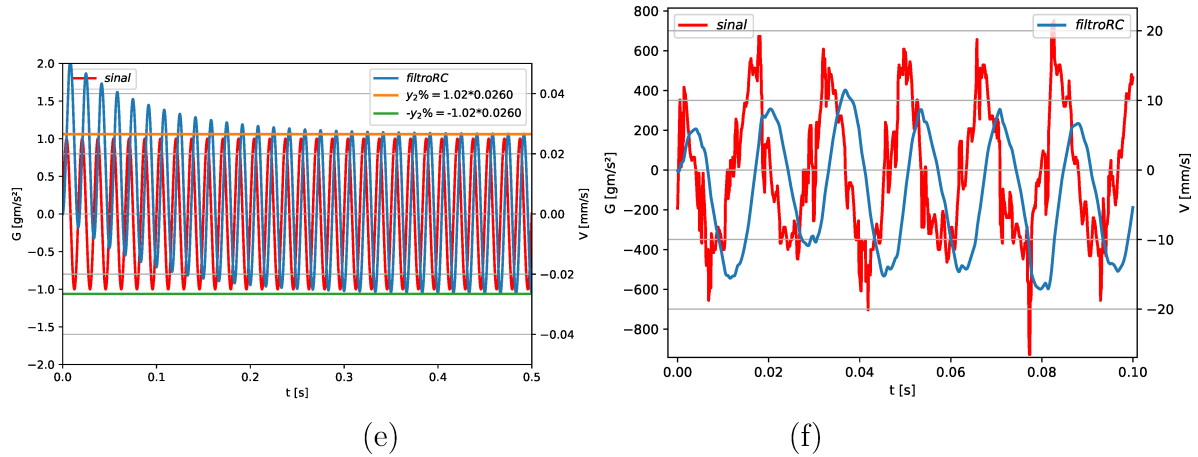
Figura 2.4 – Verificação da propriedade integradora do filtro RC



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Em (c) e (d) foi verificado a sua propriedade integradora, para o sinal de entrada de amplitude 1 e frequência de 60 Hz. Para um sinal senoidal de entrada, um sinal cossenoidal em (c). Para um sinal quadrado de entrada, um sinal triangular em (d).

Figura 2.5 – Comparação entre os resultados teóricos e práticos da amplitude do sinal de velocidade



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Em (e) e (f) foi verificado o resultado com os resultados teóricos. Para ambos os sinais em 60 Hz, no caso de (e), a amplitude do sinal de aceleração é 1G, gm/s^2 , e o valor esperado, seguindo a Eq. (2.1.2), deve ser:

$$V_{e,pico} = \frac{1000 \cdot 9,80665 \cdot 1}{(2\pi 60)} = 26 \text{ mm/s} \quad (2.1.17)$$

Para (f), o sinal de aceleração de entrada possui amplitude de 400mG, e a amplitude de V esperada deve ser:

$$V_{f,pico} = \frac{1000 \cdot 9,80665 \cdot 0,4}{(2\pi 60)} = 10,4052 \text{ mm/s} \quad (2.1.18)$$

2.2 BALANCEAMENTO

2.2.1 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

A aplicação do Método dos Coeficientes de Influência depende de um passo anterior no qual a amplitude e a fase do sinal de vibração é determinado previamente. Um desses modelos é o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), o qual será o método implementado nesta monografia.

No cálculo numérico, o MMQ é um modelo estatístico de regressão com o objetivo de aproximar dados de pontos isolados e encontrar valores intermediários. O modelo é linear se a média de $f(x)$, medida de interesse, for função linear dos parâmetros. O método funciona ao encontrar os parâmetros da função que percorre o caminho do sinal analógico ruidoso com o Erro Quadrado Mínimo (EQM), em que: $\hat{y}_i$ é o valor previsto e y_i é o valor observado.

$$EQM = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_{(x_i)})^2 \quad (2.2.1)$$

Matematicamente, um Modelo Não Linear (MNL), segue a Eq. (2.2.1) com uma função não linear em y_k . No contexto do balanceamento, a Eq. (2.2.2) da função senoidal que descreve a oscilação mecânica no rotor, será a função não linear empregada. Para resolver as equações de um MNL é preciso resolver uma quantidade maior de equacionamentos, porém é possível utilizar artifícios para linearizar o modelo ao considerar conhecido a velocidade do rotor, ω - via sensor fotoelétrico, e a defasagem de corrente direta, C - centralizando o sinal analógico medido pela sua média, neste caso, obtendo a Eq. (2.2.4).

$$y(t) = A \sin(\omega t + \phi) + C \quad (2.2.2)$$

$$\sin(A + B) = \sin(B) \cos(A) + \cos(B) \sin(A) \quad (2.2.3)$$

$$y(t) = A \sin(\omega t + \phi) = A \sin(\omega t) \cos(\phi) + A \cos(\omega t) \sin(\phi) \quad (2.2.4)$$

Essa simplificação é suscetível a imprecisão quando o sinal analisado é formado por mais de uma frequência e harmônicos, como mencionado em Renczes et al. (2016), no qual foi trabalhado a regressão para quatro parâmetros (A, f, ϕ e C). Para a proposta e finalidade deste trabalho, os valores das medidas de interesse da função senoidal na Eq. (2.2.2), que descreve a influência da massa de desequilíbrio no rotor, são a amplitude (A) e a fase (ϕ).

Assim, definindo $a = A \cos(\phi)$ e $b = A \sin(\phi)$, a equação se torna:

$$y_i(t_i) = A \sin(\omega t_i + \phi) = a \sin(\omega t_i) + b \cos(\omega t_i) \quad (2.2.5)$$

$$EQM = \min_{A, \phi} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - a \sin(\omega t_i) - b \cos(\omega t_i))^2 \quad (2.2.6)$$

Agora, os parâmetros a e b são lineares para um ω fixo, e o problema de mínimos quadrados pode ser resolvido derivando EQM parcialmente em relação a a e b e igualando a zero:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - a \sin(\omega t_i) - b \cos(\omega t_i)) \sin(\omega t_i) = 0 \quad (2.2.7)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - a \sin(\omega t_i) - b \cos(\omega t_i)) \cos(\omega t_i) = 0 \quad (2.2.8)$$

Isso resulta no sistema linear:

$$\begin{bmatrix} \sum \sin^2(\omega t_i) & \sum \sin(\omega t_i) \cos(\omega t_i) \\ \sum \sin(\omega t_i) \cos(\omega t_i) & \sum \cos^2(\omega t_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \sin(\omega t_i) \\ \sum y_i \cos(\omega t_i) \end{bmatrix} \quad (2.2.9)$$

Para ω , obtido via sensor fotoelétrico, e tempo de amostragem fixo, é possível resolver o sistema linear da Eq. (2.2.9), para a e b , consequentemente obtendo A e ϕ :

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \phi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad (2.2.10)$$

As equações do sistema linear, Eq. (2.2.9), são aplicadas sobre uma quantidade relativamente baixa de amostras de sinal do acelerômetro para um período de rotação do rotor. Para 3600 rpm, ou seja, $1/(60 \text{ Hz})$ de período, com 10 kHz de taxa de amostragem, são obtidas 167 amostras. Assim, A e ϕ , do sinal nas Figuras 2.6 e 2.7, é obtido com pouca computação e alta precisão.

Figura 2.6 – Regressão pelo MMQ usando valores teóricos

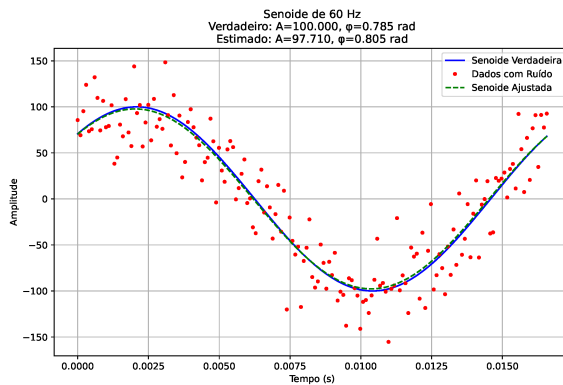
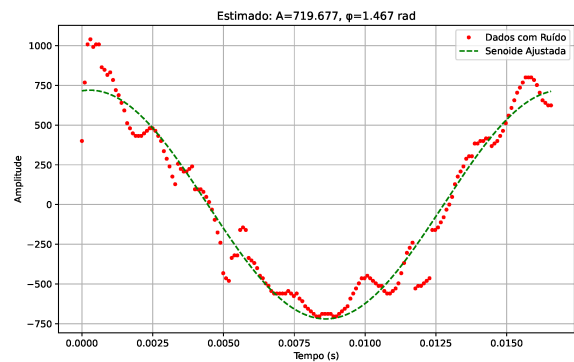


Figura 2.7 – Regressão pelo MMQ usando medidas de sinal analógico



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

2.2.2 VALORES ACEITÁVEIS DE DESEQUILÍBRIO

Estudos empíricos, sobre rotores do mesmo tipo, demonstram a relação inversamente proporcional entre o desequilíbrio residual permissível específico² (e_{per}) e a velocidade de operação (rpm), (ISO21940-11, 2016, p. 6).

$$e_{per} \propto \frac{1}{rpm} \quad (2.2.11)$$

$$e_{per}\Omega = G \quad (2.2.12)$$

Tabela 2.1 – Valores aceitáveis de vibração para rotor rígido

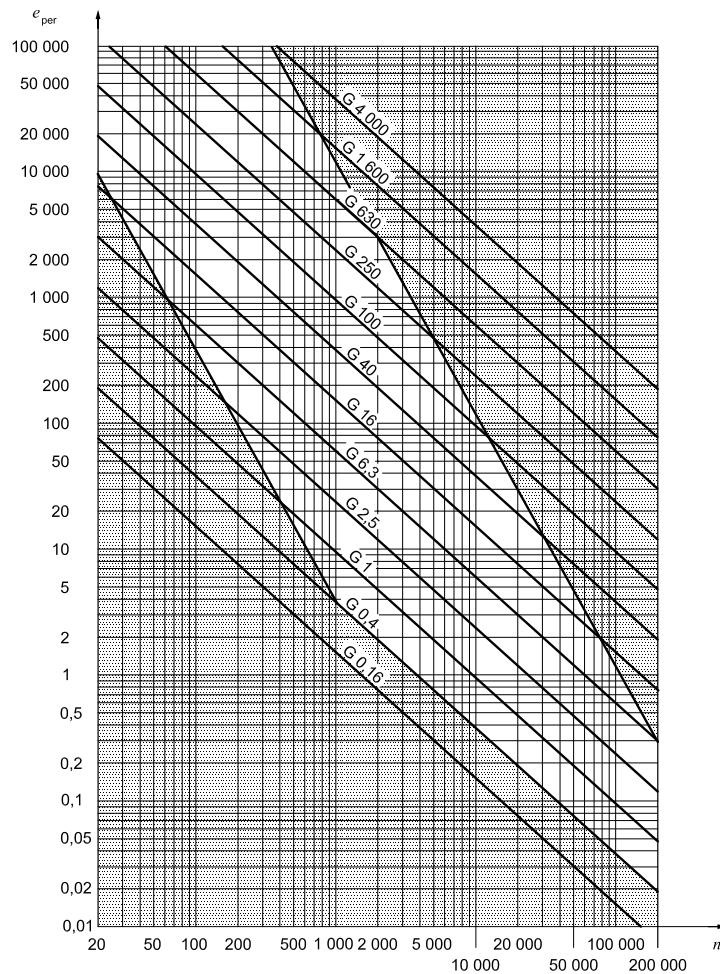
Tipos de máquinas: Exemplos gerais	Grau de qualidade de balanceamento G	Magnitude $e_{per}\Omega$ mm/s
Virabrequins para motores diesel marítimos grandes e lentos (velocidade do pistão < 9 m/s), inerentemente desbalanceados.	G 4000	4 000
Virabrequins para motores diesel marítimos grandes e lentos (velocidade do pistão < 9 m/s), inerentemente balanceados.	G 1600	1 600
Virabrequins, inerentemente desbalanceados, montados elasticamente.	G 630	630
Virabrequins, inerentemente desbalanceados, montados rigidamente.	G 250	250
Motores alternativos completos para carros, caminhões e locomotivas.	G 100	100
Carros: rodas, aros, conjuntos de rodas, eixos de transmissão. Virabrequins, inerentemente balanceados, montados elasticamente.	G 40	40
Máquinas agrícolas. Virabrequins, inerentemente balanceados, montados rigidamente. Máquinas de trituração. Eixos de transmissão (cardans, eixos de hélice).	G 16	16
Turbinas a gás de aeronaves. Centrífugas (separadores, decantadores). Motores elétricos e geradores (altura de eixo ≥ 80 mm), até 950 r/min. Motores elétricos com altura de eixo < 80 mm. Ventiladores. Engrenagens. Máquinas em geral. Máquinas-ferramenta. Máquinas de papel. Máquinas de plantas industriais. Bombas. Turbocompressores. Turbinas. hidráulicas.	G 6,3	6,3
Compressores. Unidades de computador. Motores elétricos e geradores (altura de eixo ≥ 80 mm), acima de 950 r/min. Turbinas a gás e a vapor. Acionamentos de máquinas-ferramenta. Máquinas têxteis.	G 2,5	2,5
Unidades de áudio e vídeo. Acionamentos de retificadoras.	G 1	1
Giroscópios. Fusos e acionamentos de sistemas de alta precisão.	G 0,4	0,4

Fonte: (ISO21940-11, 2016, p. 14)

² Quantidade residual permissível de desalinhamento entre o eixo do rotor e o eixo de massa do rotor.

A relação da Eq. (2.2.12) é semelhante para rotores do mesmo tipo, e surge do estresse causado pela geometria e velocidade de operação sobre os rotores e mancais. A partir dela é estimado o grau de qualidade de balanceamento, G . Assim, é possível estabelecer graus de qualidade de balanceamento para diferentes máquinas rotativas na tabela 2.1 e na Figura 2.8, o que norteia a prática de testes regulares em busca de tais níveis de equilíbrio, a fim de garantir uma longa vida útil do equipamento.

Figura 2.8 – Nomograma de desequilíbrio residual permissível específico (e_{per}) por grau de qualidade de equilíbrio (G) e velocidade de operação (n)



(ISO21940-11, 2016, p. 15)

Em que:

e_{per} Desequilíbrio residual permissível específico, em $g \cdot mm/kg$

n Velocidade de operação, em rpm

G Grau de qualidade de balanceamento, em $e_{per}\Omega$, ou mm/s (milímetros por segundo)

Ω Velocidade angular, em rad/s

2.2.3 BALANCEAMENTO EM UM PLANO

O balanceamento em um plano é também nomeado de balanceamento estático, pois é possível realizar as medidas do desequilíbrio com o rotor parado. Uma vez que, a parte do disco com maior concentração de massa tenderá a se acomodar apontando para baixo.

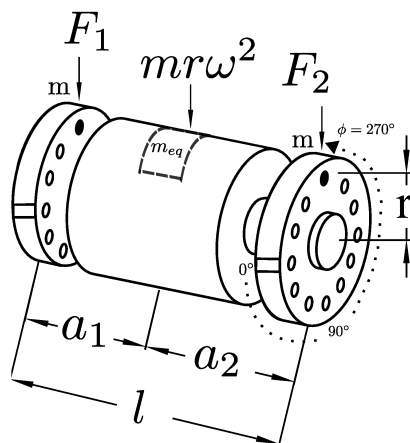
Porém, também é possível realizar o balanceamento com o rotor a uma velocidade de operação, ω . Nessa situação, um motor como o de esmeril, com dois discos de rotação, em que há duas massas de desequilíbrio, nos dois lados, esquerdo e direito, de mesma massa, m , e situadas no mesmo ângulo da circunferência, ϕ , pode ser representado pela Figura 2.9. Essas massas de desequilíbrio geram uma influência que pode ser representada por meio de uma só força centrífuga equivalente em um plano central, como representado pela Eq. (2.2.15), a partir das Eqs. (2.2.13) e (2.2.14).

$$F_1 = \left(\frac{a_2}{l}m\right) \omega^2 R \quad (2.2.13)$$

$$F_2 = \left(\frac{a_1}{l}m\right) \omega^2 R \quad (2.2.14)$$

$$F = mr\omega^2 = F_1 + F_2 \quad (2.2.15)$$

Figura 2.9 – Representação de duas massas desbalanceadas com uma massa equivalente



Fonte: Autor desta monografia,
2025.

Na qual:

ω Velocidade angular de rotação do motor,

F Força centrífuga exercida sobre o rotor pela massa,

m Amplitude da massa,

l Comprimento entre os dois discos,

a Distância entre o disco central e o disco exterior,

r Distância entre o centro do disco e a posição da massa.

Para realizar o balanceamento de um plano em um motor de eixo rígido, como o esmeril, é razoável considerar a configuração linear para a relação (coeficiente de influência, $\vec{A}$)

entre a força e a velocidade de vibração ($\vec{V}$, em *mm/s*) gerada. Também manter r constante e segmentar o plano, ou disco, em divisões angulares equivalentes. Assim, o fasor velocidade de vibração, resultado da medição de sua amplitude e fase, pode ser expresso por:

$$\vec{V} = \vec{A} \vec{U}, \text{ onde } \vec{A} \text{ e } \vec{U} \text{ devem ser encontrados.} \quad (2.2.16)$$

O fasor $\vec{U}$ representa o valor desconhecido de amplitude e fase da massa de desequilíbrio no disco. Ele gera o que deve ser a primeira medição: o fasor da velocidade de vibração, $\vec{V}$.

Em seguida, deve ser introduzido uma massa conhecida $\vec{W}$, de amplitude suficiente para obter reação³, o que gera uma velocidade de vibração $\vec{V}_W$:

$$\vec{V}_W = \vec{A} \vec{W} \quad (2.2.17)$$

Essa sendo a segunda medida, em que $\vec{V}'$ representa a velocidade de vibração resultante da interação entre as duas massas ($\vec{U}$ e $\vec{W}$):

$$\vec{V}' = \vec{V} + \vec{V}_W \quad (2.2.18)$$

Substituindo a Eq. (2.2.17) na Eq. (2.2.18) e isolando o coeficiente de influência:

$$\vec{A} = \frac{\vec{V}' - \vec{V}}{\vec{W}} \quad (2.2.19)$$

Substituindo a Eq. (2.2.19) na Eq. (2.2.16) e isolando $\vec{U}$:

$$\vec{U} = \frac{\vec{V}}{\vec{A}} = \vec{V} \frac{\vec{W}}{\vec{V}' - \vec{V}} \quad (2.2.20)$$

Finalmente, com o objeto de anular o efeito de $\vec{U}$, é posicionado a massa de correção $\vec{B}$ com a magnitude de $\vec{U}$, defasada 180°, em r no disco, ou seja:

$$\vec{B} = -\vec{U} \frac{\vec{W}}{\vec{V}' - \vec{V}} \quad (2.2.21)$$

³ **Regra dos 10%:** $0,1 \times$ massa do rotor, o suficiente para causar perturbação para os sensores e não danificar a máquina rotativa (WOWK, 1998, cap. 8, p. 99).

Outra forma, mais segura, para máquinas de 1200 a 3600 rpm:

massa de teste [g] = $30 \times \frac{\text{Massa do rotor [kg]}}{\text{Raio da massa de teste [mm]}}$

2.2.4 BALANCEAMENTO EM DOIS PLANOS

O balanceamento em dois planos não é o mesmo em que um plano. O balanceamento em um plano, pelo método vetorial de CI, deve assumir um rotor rígido, que não sofre deformação sob influência das forças sobre ele. O balanceamento em dois planos, no mesmo método, deve assumir o rotor alongado e rígido. Este método é mais apto para resolver o desequilíbrio dinâmico (desequilíbrio estático - centro de massa do rotor, ou disco, desalinhado do eixo de rotação, mais desequilíbrio acoplado - centro de massa do motor, ou máquina rotativa, desalinhado do eixo de rotação), de fábrica ou desenvolvido por uso prolongado da máquina rotativa.

Considerando um motor com várias dispersas massas de desequilíbrio dinâmico, o seu efeito montante no motor pode ser representado por uma, duas ou mais massas posicionadas em pontos convenientes para cálculo. Neste caso, para o esmeril, os dois pontos convenientes estão nos discos esquerdo ($\vec{U}_L$) e direito ($\vec{U}_R$), representados na Figura 2.10.

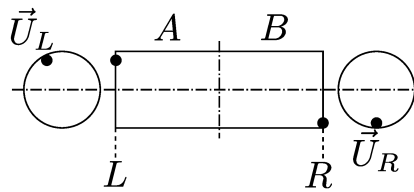
Pelas reações de apoio da física estática, $\sum F_{centrífuga} = 0$ e $\sum M_{centrífugo} = 0$, a Eq. (2.2.24) pode ser obtida. E a partir dela o equacionamento das Eqs. (2.2.25) a (2.2.30).

$$F_1 = m_1 \omega^2 R \quad (2.2.22)$$

$$F_2 = m_2 \omega^2 R \quad (2.2.23)$$

$$F = m \omega^2 R = F_1 + F_2 \quad (2.2.24)$$

Figura 2.10 – Balanceamento em dois planos



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Por meio de dois sensores de vibração, de aceleração ou velocidade, para medir o sinal, um microprocessador para aplicar o MMQ nas medidas do sensor para obter a fase, é possível medir os fasores de velocidade para cada plano ($\vec{V}_L$ e $\vec{V}_R$). Representados pela Eqs. (2.2.25) e (2.2.26), nas quais $\vec{A}_{ij}$ são incógnitas de coeficiente de influência da vibração no mancal (i) causada pelo desequilíbrio no plano (j), $\vec{U}_L$ e $\vec{U}_R$ são incógnitas dos fasores das duas massas de desequilíbrio.

A primeira medida é $\vec{V}_A$ e $\vec{V}_B$, feita sem nenhuma massa de teste $\vec{W}$. A segunda medida é feita ao posicionar uma massa de teste de fasor conhecido $\vec{W}_L$, geralmente no ângulo 0° e $\vec{W}_L = \vec{W}_R$, mesma massa de argila ou parafuso, no plano esquerdo, obtendo os fasores $\vec{V}'_A$ e $\vec{V}'_B$. A terceira medida é feita após remover $\vec{W}_L$ e posicionar $\vec{W}_R$ no plano direito, obtendo os fasores $\vec{V}''_A$ e $\vec{V}''_B$. Após remover $\vec{W}_R$ o equacionamento das Eqs. (2.2.25) a (2.2.30) pode ser resolvido.

$$\vec{V}_A = \vec{A}_{AL}\vec{U}_L + \vec{A}_{AR}\vec{U}_R \quad (2.2.25)$$

$$\vec{V}_B = \vec{A}_{BL}\vec{U}_L + \vec{A}_{BR}\vec{U}_R \quad (2.2.26)$$

$$\vec{V}'_A = \vec{A}_{AL}(\vec{U}_L + \vec{W}_L) + \vec{A}_{AR}\vec{U}_R \quad (2.2.27)$$

$$\vec{V}'_B = \vec{A}_{BL}(\vec{U}_L + \vec{W}_L) + \vec{A}_{BR}\vec{U}_R \quad (2.2.28)$$

$$\vec{V}''_A = \vec{A}_{AR}(\vec{U}_R + \vec{W}_R) + \vec{A}_{AL}\vec{U}_L \quad (2.2.29)$$

$$\vec{V}''_B = \vec{A}_{BR}(\vec{U}_R + \vec{W}_R) + \vec{A}_{BL}\vec{U}_L \quad (2.2.30)$$

Subtraindo Eq. (2.2.25) e Eq. (2.2.26) das Eqs. (2.2.27) a (2.2.30) e isolando o coeficiente:

$$\vec{A}_{AL} = \frac{\vec{V}'_A - \vec{V}_A}{\vec{W}_L} \quad (2.2.31)$$

$$\vec{A}_{BL} = \frac{\vec{V}'_B - \vec{V}_B}{\vec{W}_L} \quad (2.2.32)$$

$$\vec{A}_{AR} = \frac{\vec{V}''_A - \vec{V}_A}{\vec{W}_R} \quad (2.2.33)$$

$$\vec{A}_{BR} = \frac{\vec{V}''_B - \vec{V}_B}{\vec{W}_R} \quad (2.2.34)$$

Substituindo as Eqs. (2.2.31) a (2.2.34) nas Eqs. (2.2.27) a (2.2.30) e isolando $\vec{U}_L$ e $\vec{U}_R$ nas Eqs. (2.2.25) e (2.2.26) para obter:

$$\vec{U}_L = \frac{\vec{A}_{BR}\vec{V}_A - \vec{A}_{AR}\vec{V}_B}{\vec{A}_{BR}\vec{A}_{AL} - \vec{A}_{AR}\vec{A}_{BL}} \quad (2.2.35)$$

$$\vec{U}_R = \frac{\vec{A}_{BL}\vec{V}_A - \vec{A}_{AL}\vec{V}_B}{\vec{A}_{BL}\vec{A}_{AR} - \vec{A}_{AL}\vec{A}_{BR}} \quad (2.2.36)$$

Finalmente, o fasor de balanceamento, de amplitude em medida de massa, a ser posicionado no mesmo r usado para a massa de teste, para os dois discos do esmeril, será obtido pelas Eqs. (2.2.37) e (2.2.38).

$$\vec{B}_L = -\vec{U}_L \quad (2.2.37)$$

$$\vec{B}_R = -\vec{U}_R \quad (2.2.38)$$

3 METODOLOGIA

3.1 RECURSOS E FERRAMENTAS

3.1.1 *SOFTWARE*

O trabalho foi implementado com o uso de recursos de *software* de fonte aberta: Arduino IDE, embarque e programação, linguagem C/C++, para o ESP32, Inkscape, ilustrações auxiliares de gráfico vetorial, TeXstudio, redigção da monografia em linguagem $\text{\LaTeX}$, Python, experimentação de controladores, análise de dados coletados e transferência de dados do ESP32 para o computador e Altium 23.0.1, em exceção, desenvolvimento do esquemático do circuito.

3.1.2 LISTA DE MATERIAIS

Os componentes, de forma geral, utilizados na montagem do *rotor-kit*, na realização dos experimentos e no sensoriamento, são listados abaixo na tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Lista de materiais utilizados

Componente	Qtd.	Descrição
ESP32-S3-WROOM-1	1	Transdutor
Motor Esmeril RAZI	1	127 V, 350 W
Molas	4	Parte do rotor-kit
Tábua	1	Parte do rotor-kit
Discos metálicos	2	Parte do rotor-kit, de metalúrgica
Parafuso Sextavado Rosca	6	Massas conhecidas, semelhantes
Sensores ADXL311	2	Sensor acelerômetro
Cabo Santo Angelo	1 metro	Conexão elétrica
Sensor TCRT-5000	1	Sensor fotoelétrico
Filtros TLC04CD	2	Filtro eletrônico de ruído
Componentes eletrônicos básicos	Diversos	Obtidos via compra na internet

Fonte: Autor desta monografia, 2025.

3.1.3 *ROTOR-KIT*

A Figura 3.1 apresenta o motor esmeril parafusado na bancada e com todos os sensores já acoplados nele. As molas servem para enfatizar o sinal de vibração, o que simplifica a filtragem do sinal. Para a medição em campo, seria interessante um sistema magnético, para simplificar a preparação e aumentar a dinâmica do balanceamento, mas isso está fora do escopo atual do trabalho.

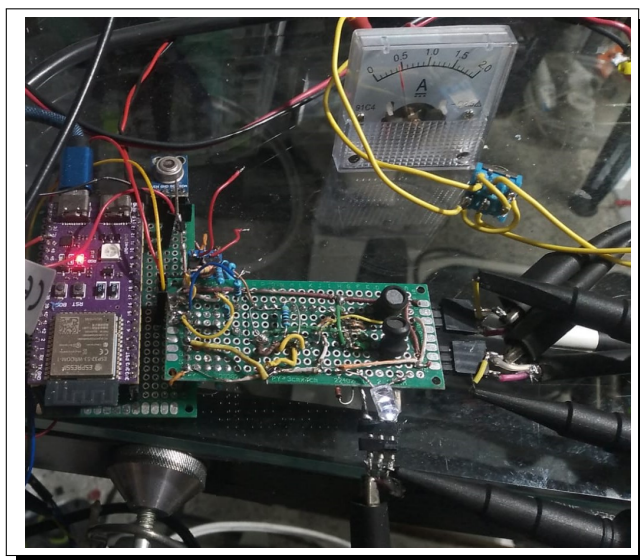
Figura 3.1 – Motor esmeril + bancada + sensor fotoelétrico (*rotor-kit*)



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

O circuito foi implementado em placas ilhadas, permitindo uma dinâmica no estágio de prototipagem, porém os experimentos foram realizados na mesma. Os componentes que foram empregados na placa, *Bill Of Materials* (BOM), e seu esquemático, estão, respectivamente, na tabela B.1 e na Figura A.1 anexadas.

Figura 3.2 – Montagem em placa de circuito impresso ilhada



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

3.1.4 ACELERÔMETRO

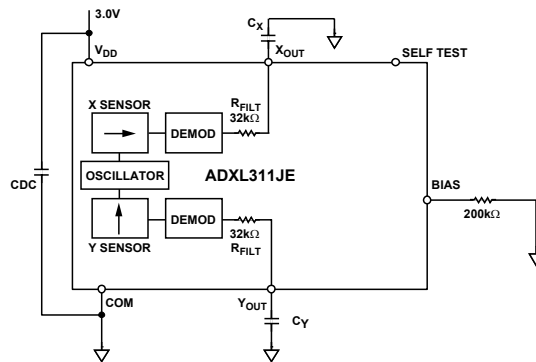
O sensor de aceleração escolhido a ser empregado foi o ADXL311. Uma vez que ele atende aos seguintes requisitos e proposições do trabalho:

- Baixo custo.
- Alta resolução.
- Acelerômetro de dois eixos em um único chip IC.
- Baixa potência: $< 400 \mu\text{A}$ (típico).
- Eixos X e Y alinhados com precisão de $0,1^\circ$ (típico).
- Ajuste de largura de banda com um único capacitor.
- Operação com fonte única.
- Alta resistência a choques.

E a escolha de um acelerômetro como *transducer*, sobre um sensor de velocidade ou deslocamento, também traz vantagens como as mencionadas em Wowk (1998, p. 74): O acelerômetro possui certa imunidade contra interferência eletromagnética (60 Hz da rede); a física da situação: tensão diretamente relacionada à aceleração em referência à peça estática; o tamanho do sensor e também a possibilidade de integrar as restantes grandezas físicas (velocidade e deslocamento).

Para descrever a forma de como o sensor foi empegado, as saídas do sensor ADXL311, X_{out} e Y_{out} , visíveis na Figura 3.3, devem ser conectadas a dois pinos ADCs do microcontrolador. Essa conexão é feita por meio de um capacitor C_x , como filtro RC passa-baixa, que deve ter sua capacitância escolhida de acordo com a frequência de rotação dos rotores para o balanceamento (neste trabalho, para rotores que operam entre 10 e 100 Hz de rotação). Esse capacitor também amortece o ruído da fonte e fornece antisserrilhamento. A sua equação é fornecida no *datasheet* em Analog Devices, Inc. (2003) como sendo $F_{-3dB} = 5\mu F / C(X,Y)$, na qual, F_{-3dB} é a frequência de passagem e $C(X,Y)$ é a capacitância de C_x ou C_y .

Figura 3.3 – Diagrama de bloco funcional (ADXL311)



(Analog Devices, Inc., 2003, p. 1)

O ADXL311 pode ser alimentado por uma tensão direta entre 3 e 5 volts de amplitude. Assim, como o sensor fotoelétrico precisa de uma alimentação em 5 V, a mesma fonte pode ser compartilhada entre esses dois sensores. Isso é vantajoso porque acarreta um aumento de precisão para o acelerômetro, pois o ruído de saída não é linear, e sim constante, logo, a densidade de ruído diminui com o aumento da tensão de alimentação, uma vez que a escala de mV/g aumenta com a tensão. Para esse valor de alimentação, a relação entre aceleração e tensão (A_g) será 312 mV/g, valor empregado neste trabalho, em que g é a unidade de aceleração e também a aceleração da gravidade na Terra.

A saída do capacitor C_x , no ADXL311, é conectada em um divisor de tensão para adequar a amplitude da tensão de 5 V dos sensores para o nível da alimentação do ESP32, 3V3. Porém, para permitir a implementação de outros níveis de ganho, para vibrações muito brandas, o que não será discutido neste trabalho, a faixa de tensão para o ADC escolhida é de 0 a 1750mV. E a resolução de 12 bits, `ADC_ATTEN_DB_6`.

Uma vez dentro do microcontrolador, os dados podem ser processados em forma de números inteiros (melhor velocidade e precisão de processamento em comparação com o *precision hardware floating point unit* do ESP32-S3) e convertidos em suas unidades, para interpretação humana no final do processo, pela equação:

$$G[gm/s^2] = D \cdot \frac{V_{max}}{D_{max}} \cdot \frac{1}{A_g} \quad (3.1.1)$$

$$G[gm/s^2] = D \cdot \frac{1,750}{4095} \cdot \frac{1}{0,312} \quad (3.1.2)$$

Na qual:

D_{max} Valor máximo para a resolução de 12 bits do ADC,

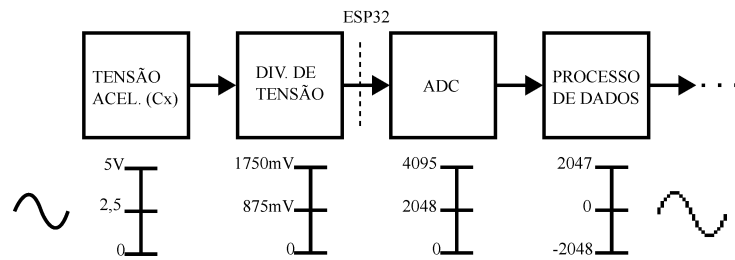
V_{max} Valor de tensão máxima no ADC,

A_g Escala de tensão para aceleração do acelerômetro.

D Valor obtido no ADC,

Dessa forma o seguinte diagrama de blocos do ADC na Figura 3.4 pode resumir os escopos das amplitudes das grandezas sensoreadas pelo ADXL311 neste projeto. Ele tem continuidade na Figura 3.5.

Figura 3.4 – Diagrama de blocos da alimentação do sinal do ADXL311 no circuito



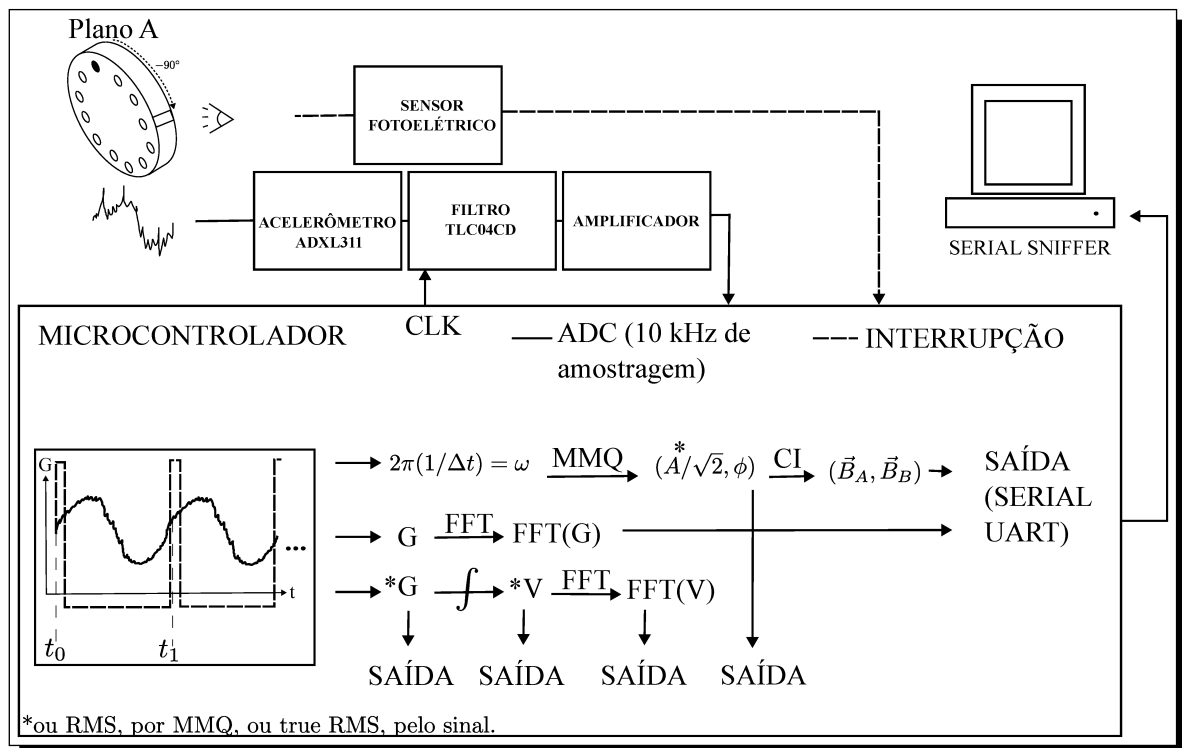
Fonte: Autor desta monografia, 2025.

3.1.5 DIAGRAMA DE BLOCOS DO PROJETO

O ADC do microcontrolador é alimentado com o sinal dos sensores, dois acelerômetros e um sensor fotoelétrico, acoplados ao motor. No microcontrolador, a frequência de operação do rotor é calculada pelas interrupções do sensor fotoelétrico. Com essa informação, a amplitude e a fase do sinal de aceleração são determinados pelo MMQ. Em seguida, com os dados da amplitude e fase do sinal, o equacionamento adequado de CI (balanceamento em um ou dois planos) pode ser finalmente resolvido e enviado para o computador pelo USB. É recomendado realizar esta parte em números inteiros, convertendo os valores no final do processo com a Eq. (3.1.2).

Os valores dos sinais podem ser convertidos entre aceleração e velocidade por meio de integração no microcontrolador, filtro RC na Eq. (2.1.16), análise espectral, ou pela Eq. (2.1.2) para balanceamento, frequência conhecida. A implementação da FFT possui vastas bibliotecas de alto empenho, *arduinoFFT* é um exemplo, porém ela é restringida a operar em vetores de tamanhos múltiplos de 2 (neste trabalho, 8192 medidas, ou seja, até 4000 Hz de espectro FFT). Em um trabalho futuro, a interpretação do resultado do espectro de frequências pode ser indexado no microcontrolador com uma relação entre sintomas e faixas de frequência, como os da tabela 4.5.

Figura 3.5 – Diagrama de blocos de entradas e saídas



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

3.2 MÉTODOS E PROCEDIMENTOS

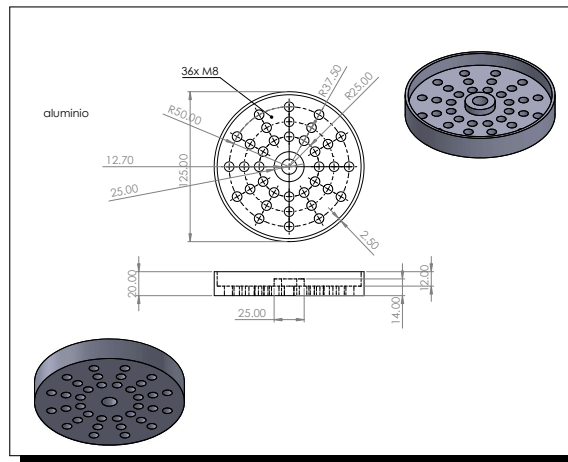
Os procedimentos experimentais adotados são as comparações entre:

- A amplitude de vibração¹, $\vec{V}$, em mm/s, influenciada no motor por uma massa de desequilíbrio, $\vec{U}$, em gramas, e a amplitude da velocidade de vibração residual, $\vec{V}_e$, em mm/s, após o balanceamento;
- O fasor massa de desequilíbrio $\vec{U}$ conhecido (gabarito) e o fasor da massa de correção $\vec{B}$ obtido;
- O sinal da vibração no motor antes e depois do balanceamento no domínio do tempo e no domínio da frequência.

A amplitude e fase de $\vec{U}$, nesta aplicação, servem de gabarito, o objetivo em campo é descobrir esses fasores, e o experimento deve avaliar a performance, dos métodos empregados, em aproximar $\vec{B} = -\vec{U}$. E o resultado prático será avaliado em comparação com o teórico por meio do Erro Absoluto e conforme os níveis de vibração aceitáveis na tabela 2.1, norma técnica da ISO21940-11 (2016).

Esse experimento decorre através do uso de uma máquina rotativa (motor de esmeril) equipada com dois discos metálicos, que possuem 12 furos de parafuso distribuídos angularmente a cada 30°, ao longo da circunferência de 50 mm, 37,5 mm e 25 mm de raio (Figura 3.6). Esse disco será essencial no processo de balanceamento, pois é onde será posicionado as massas de desequilíbrio e correção.

Figura 3.6 – Disco de alumínio para os testes



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

¹ Os valores de vibração medidos, alimentados no microcontrolador nesta aplicação, são para a dimensão horizontal, eixo x, e o fasor obtido pelo EQM é convertido em valor RMS, permitindo a comparação com os valores aceitáveis de vibração na tabela 2.1.

4 RESULTADOS

4.1 BALANCEAMENTO

Antes da realização dos experimentos o esmeril foi inicialmente balanceado até aproximar o seu ponto de desequilíbrio residual permissível específico. Esses valores estão em RMS e são registrados na tabela 4.1 junto ao seu sinal de aceleração, medido pelo acelerômetro, na Figura 4.1, e o sinal com a introdução de uma massa de desequilíbrio na Figura 4.2.

Tabela 4.1 – Velocidade de vibração inicial

$\vec{V}_A$ [mm/s]	$\vec{V}_B$ [mm/s]
$0.18 \angle 218,59^\circ$	$0.51 \angle 304,24^\circ$

Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Figura 4.1 – Sinal inicial de aceleração de vibração no osciloscópio, obtido pelo acelerômetro

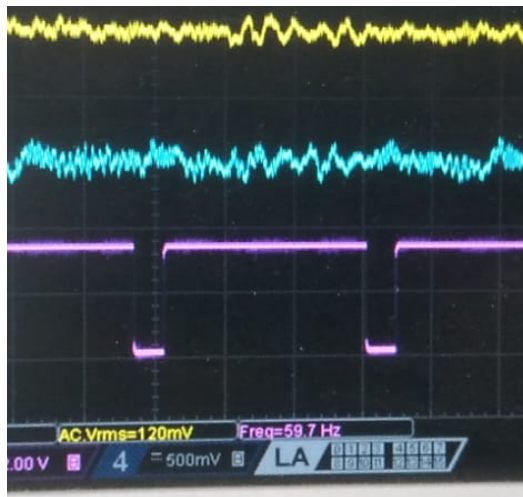


Figura 4.2 – Sinal com a introdução de uma massa de desequilíbrio



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Cada teste entre o número 1 e 7 foi feito para o balanceamento em um plano. Neste caso, com um motor de dois planos, o fasor massa de desequilíbrio é posicionado no lado A (esquerdo) e lado B (direito) com dois parafusos idênticos, de uma grama cada, nas mesmas posições angulares nos discos de alumínio.

Analisando a tabela 4.2, é possível notar uma leve discrepância entre as medidas de velocidade de vibrações iniciais do lado A e do lado B, mostrando o desequilíbrio inicial sendo carregado. E ao corrigir o desequilíbrio com as massas de correção, os valores resultantes tendem a ser um pouco acima da velocidade de vibração inicial na tabela 4.1. O que pode ser explicado por pequenas diferenças entre as quantidades discretas de massa de cada parafuso. Isso sendo que, em um caso de balanceamento em campo, uma massa para balanceamento, que seca em contato com o ar, é usada não só para escolher a quantidade de gramas, mas também o ângulo da posição de correção.

Tabela 4.2 – Dados coletados para o balanceamento em um plano

Teste #	$\vec{U}_A$ [g]	$\vec{U}_B$ [g]	$\vec{V}_A$ [mm/ps]	$\vec{V}_B$ [mm/ps]	$\vec{B}_A$ [g]	$\vec{B}_B$ [g]	$\vec{V}_{eA}$ [mm/ps]	$\vec{V}_{eB}$ [mm/ps]
1	1 $\angle$ 30°	1 $\angle$ 30°	11,91 $\angle$ 32,35°	12,53 $\angle$ 30,02°	1,05 $\angle$ 216,19°	0,99 $\angle$ 212,09°	0,57 $\angle$ 3,34°	0,69 $\angle$ 235,77°
2	1 $\angle$ 90°	1 $\angle$ 90°	11,24 $\angle$ 91,96°	12,4 $\angle$ 93,96°	0,99 $\angle$ 272,75°	0,92 $\angle$ 273,09°	1,18 $\angle$ 86,58°	1,06 $\angle$ 276,54°
3	1 $\angle$ 180°	1 $\angle$ 180°	12,27 $\angle$ 184,45°	12,36 $\angle$ 186,71°	1,07 $\angle$ 357,49°	0,97 $\angle$ 2,19°	0,54 $\angle$ 126,17°	0,49 $\angle$ 274,71°
4	1 $\angle$ 270°	1 $\angle$ 270°	11,75 $\angle$ 270,67°	12,46 $\angle$ 276,31°	0,92 $\angle$ 87,53°	1,06 $\angle$ 93,96°	0,3 $\angle$ 108,75°	0,39 $\angle$ 288,36°
5	1 $\angle$ 300°	1 $\angle$ 300°	12,01 $\angle$ 301,97°	12,87 $\angle$ 304,95°	1,07 $\angle$ 120,71°	1,05 $\angle$ 123,47°	0,17 $\angle$ 92,84°	0,44 $\angle$ 270,17°

Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Os testes de número 6 e 7 foram feitos com dois parafusos idênticos posicionados em ângulos diferentes no disco de alumínio para cada teste. As mesmas observações podem ser feitas. Porém, com relação ao ângulo da massa de correção, o erro médio, entre todas os testes, foi de 3.18° . Portanto, como a correção é feita em ângulos discretos de 30° , isso implica uma velocidade de vibração residual resultante um pouco maior do que a registrada nos resultados obtidos, em comparação a um posicionamento das massas de correção em maior precisão.

Tabela 4.3 – Dados coletados para o balanceamento em dois planos

Teste #	$\vec{U}_A$ [g]	$\vec{U}_B$ [g]	$\vec{V}_A$ [mm/s]	$\vec{V}_B$ [mm/s]	$\vec{B}_A$ [g]	$\vec{B}_B$ [g]	$\vec{V}_{eA}$ [mm/s]	$\vec{V}_{eB}$ [mm/s]
6	$1 \angle 30^\circ$	$1 \angle 90^\circ$	$19,61 \angle 348,53^\circ$	$19,41 \angle 117,18^\circ$	$1,04 \angle -147,55^\circ$	$0,97 \angle -85,64^\circ$	$0,61 \angle 167,55^\circ$	$0,74 \angle 310,35^\circ$
7	$1 \angle 270^\circ$	$1 \angle 180^\circ$	$28,48 \angle 285,02^\circ$	$28,66 \angle 157,00^\circ$	$1,14 \angle 83,67^\circ$	$0,98 \angle 1,92^\circ$	$0,52 \angle 56,89^\circ$	$0,84 \angle 210,67^\circ$

Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Finalmente é possível agrupar todos os resultados para o balanceamento e calcular o erro médio total do trabalho na tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Resultados para o balanceamento

Teste #/Lado	Erro		Redução (%)
	Amplitude (g)	Fase ($^\circ$)	
1 A	0,05	6,19	95,21
1 B	0,01	2,09	94,49
2 A	0,01	2,75	89,50
2 B	0,08	3,09	91,45
3 A	0,07	2,51	95,60
3 B	0,03	2,19	96,03
4 A	0,08	2,47	97,45
4 B	0,06	3,96	96,87
5 A	0,07	0,71	98,58
5 B	0,05	3,47	96,58
6 A	0,04	2,45	96,89
6 B	0,03	4,36	96,19
7 A	0,14	6,33	98,17
7 B	0,02	1,92	97,07
Média	5,28%	3,18%	95,72%

Fonte: Autor desta monografia, 2025.

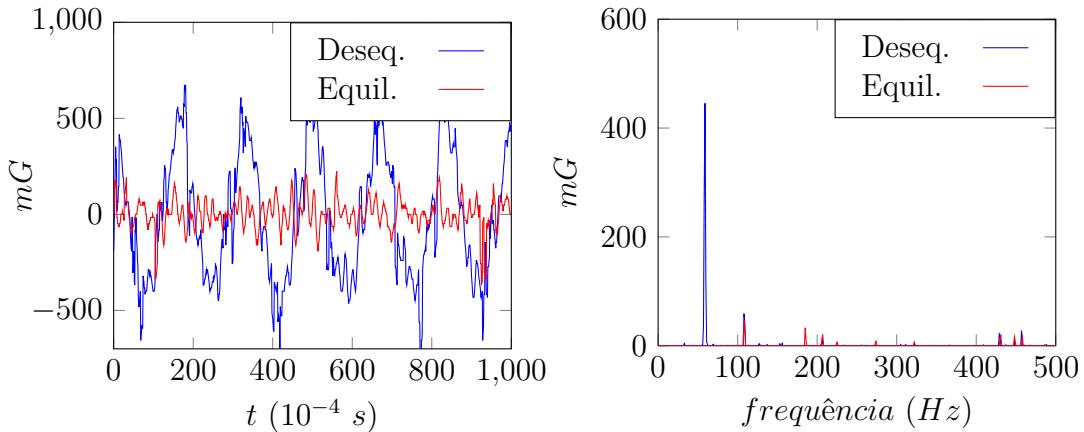
4.2 ANÁLISE ESPECTRAL

O seguinte sinal de aceleração de desequilíbrio é amostrado com intervalos de $100\mu s$, ou a 10 kHz de taxa de amostragem, via *timerAttachInterrupt*, pelo processador do Esp32-s3-wroom-1. No caso do balanceamento, os sinais usados para o cálculo do fasor, pelo MMQ, são coletados dentro de um *for loop*, devido à pequena quantidade de amostras em um ciclo de rotação, com o mesmo intervalo de tempo entre amostras. Porém, dentro desse ambiente, a amostragem não disputa o processador com outros processos, assim o *overhead* é minimizado, o que aumenta a qualidade da amostragem com relação à apresentada a seguir.

A análise espectral é feita a partir de observações sobre as faixas de frequência obtidas por *Fast Fourier Transform* (FFT). Essas inferências podem ser automatizadas para certas faixas acima de certos níveis, porém a análise técnica é recomendada antes de tomar decisão de descartar um equipamento. Neste trabalho, a FFT foi implementada sobre 8192 amostras, em um taxa de amostragem de 10 kHz, rendendo uma faixa de 4096 Hz para a interpretação (seguindo o teorema da amostragem de Nyquist–Shannon). Durante essa amostragem, o filtro digital deve estar desligado, ou a atenuação das frequência, acima de 5 kHz.

Teste #5

Figura 4.3 – Teste #5 - sinal do lado A **Figura 4.4 – Teste #5 - FFT do lado A**



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Teste #6

Figura 4.5 – Teste #6 - sinal do lado A Figura 4.7 – Teste #6 - sinal do lado B

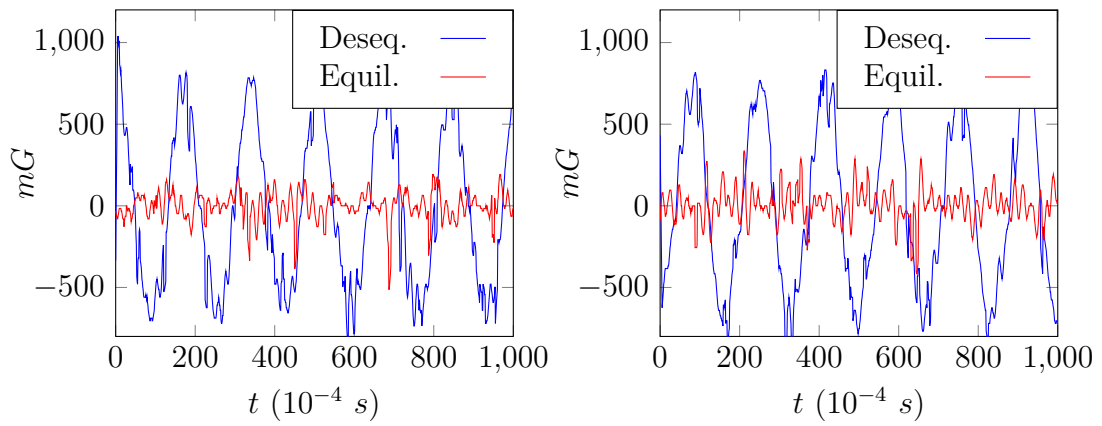
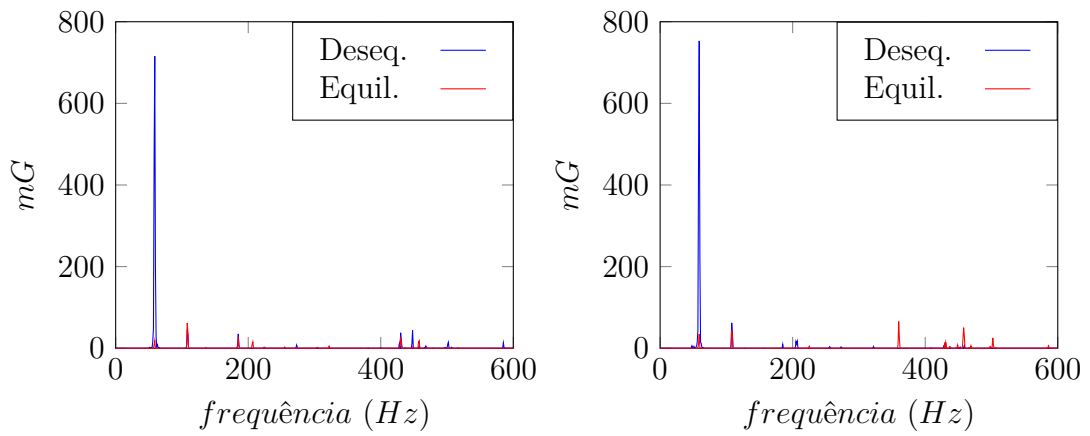


Figura 4.6 – Teste #6 - FFT do lado A Figura 4.8 – Teste #6 - FFT do lado B



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Teste #7

Figura 4.9 – Teste #7 - sinal do lado A

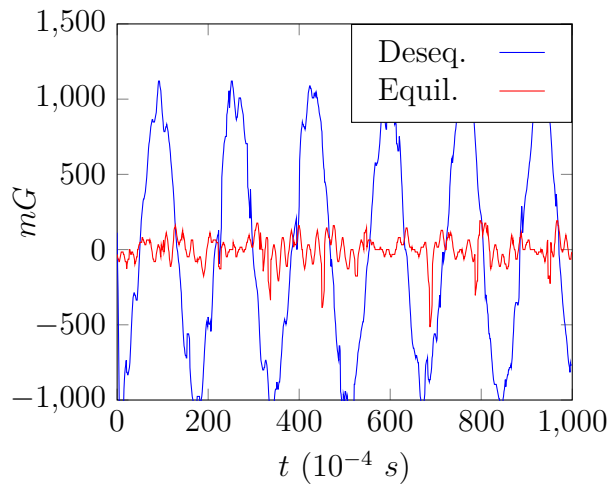


Figura 4.11 – Teste #7 - sinal do lado B

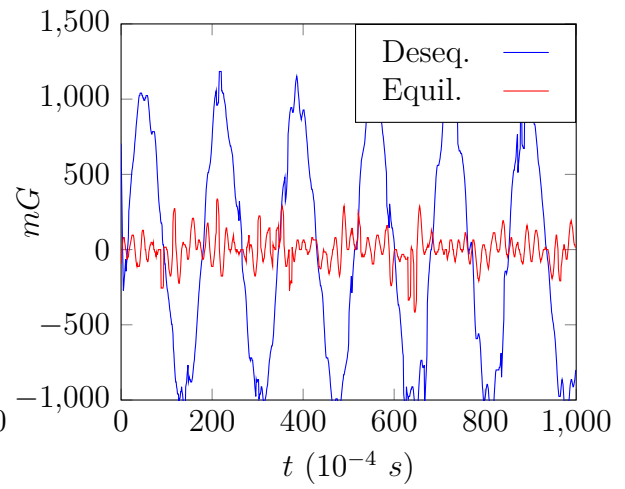


Figura 4.10 – Teste #7 - FFT do lado A

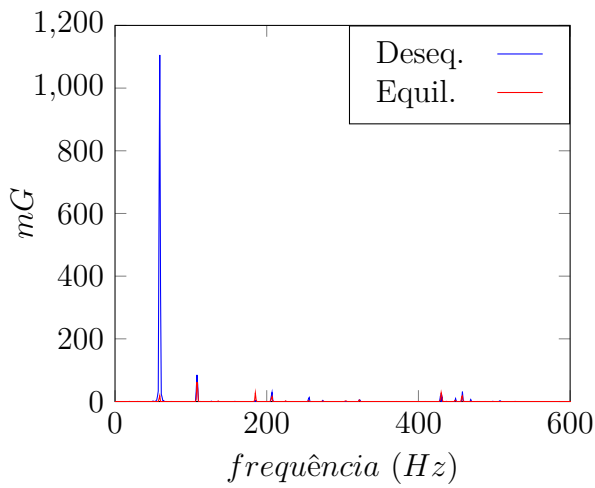
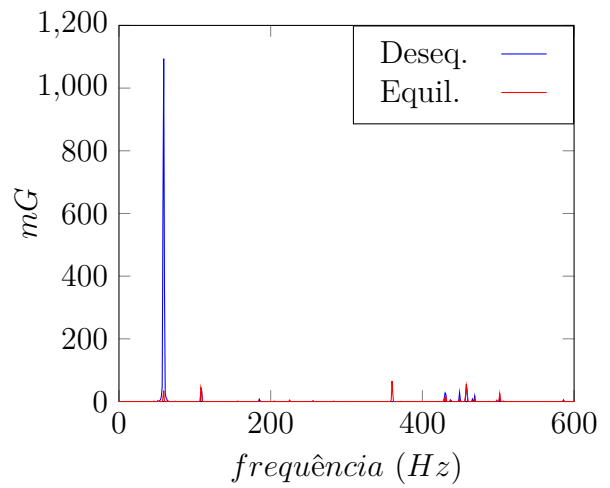


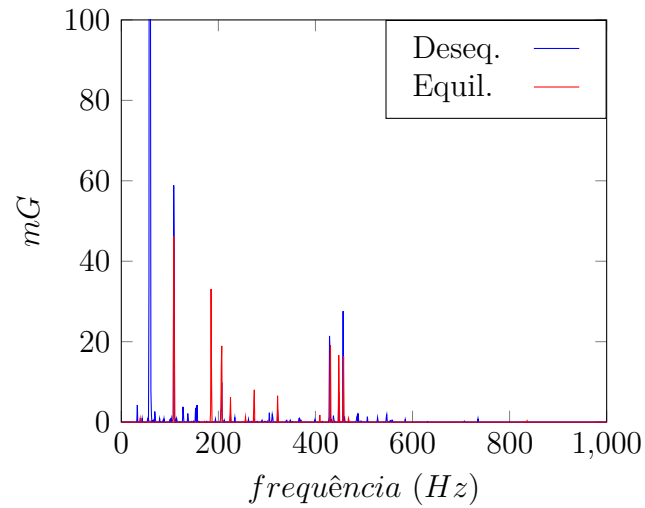
Figura 4.12 – Teste #7 - FFT do lado B



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

A análise espectral para as faixas de frequência permite notar um persistente pico na faixa de 120 Hz, isso indica a qualidade de construção do motor elétrico e a influência de harmônicos, tabela 4.5. Além de uma porção de vibrações benignas que não tem relação com o desequilíbrio do motor.

Figura 4.13 – Teste #5 - FFT do lado A



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Tabela 4.5 – Problemas comuns em faixas de frequência

Causa	Frequência	Amplitude
Menos de 1x rpm		
Batimentos	Frequência de diferença	Vai e vem, causado por duas máquinas operando em velocidades quase iguais
Redemoinho de óleo	Aprox. 45% de 1x rpm	Aplicável a máquinas de alta velocidade com mancais lisos
Folga	$1/2, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}$, etc.	Diminui com carga
Correias	$\pi(\text{rpm})(\text{diâmetro de passo})$	Nota: Luz estroboscópica ajuda a visualizar o defeito
Ressonância	Picos discretos	Condição grave com amplitudes muito altas
Em 1x rpm		
Desbalanceamento	1x rpm	Principalmente radial; falha comum
Desalinhamento	1x rpm + harmônicos	Alto em 2x e 3x; alto axial; falha comum
Excentricidade	1x rpm	Parece desbalanceamento; não pode ser corrigido com pesos
Eixo torto	1x rpm	Parece desbalanceamento; pode ser corrigido com pesos de balanceamento massivos no centro
Pé macio	1x rpm	Diminui drasticamente ao soltar um parafuso de fixação
Reciprocante	1x rpm + harmônicos	Mais de 0,005 polegadas indica falha de ignição
Frequências médias (entre 1x rpm e 600 Hz)		
Desalinhamento	2x, 3x, + harmônicos	Alto axial; varia com temperatura; falha comum
Motor (elétrico)	120 Hz + harmônicos	Para imediatamente ao desconectar a energia. Também causa bandas laterais de 120 Hz em frequências mais altas. Geralmente não destrutivo; indica qualidade de construção. Presente em todos os motores e transformadores.
Folga	$1/2, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}$, etc.	Diminui com carga
Rolamentos	FTF = $0,4 \times \text{rpm}$ OR = $0,4 \times \text{rpm} \times N$ IR = $0,6 \times \text{rpm} \times N$ N = nº de esferas	Pulsos de choque de alta frequência no domínio do tempo
Pás	rpm x (nº de pás)	Benigno
Altas frequências (acima de 600 Hz)		
Engrenagens	rpm x (nº de dentes)	Bandas laterais na frequência de engrenamento; 2x a frequência de engrenamento geralmente maior
Cavitação	3-5 kHz de banda larga	Geralmente benigno; pressurizar a entrada ajuda
Rolamento	Banda larga	Pulsos de choque de alta frequência no domínio do tempo

(WOWK, 1998, p. 94)

5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo investigar métodos de baixo custo para manutenção preditiva e balanceamento de máquinas rotativas, utilizando microcontroladores para implementar técnicas de análise de vibrações e balanceamento vetorial pelo Método dos Coeficientes de Influência (CI), conforme descrito em Wowk (1998), e o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) para determinar amplitude e fase de sinais de vibração e a solução do equacionamento.

Os resultados demonstraram que o esmeril foi balanceado com sucesso, atingindo níveis abaixo do desequilíbrio residual permissível específico, conforme a norma ISO21940-11 (2016). Nos testes de balanceamento em um plano, as velocidades de vibração foram reduzidas, embora pequenas discrepâncias nos ângulos de correção (erro médio de $3,18^\circ$) e nas massas discretas dos parafusos tenham resultado em vibrações residuais ligeiramente acima do ideal. O balanceamento em dois planos, aplicado aos dois discos do esmeril, permitiu corrigir desequilíbrios dinâmicos, com medições consistentes nos fasores de velocidade ($\vec{V}_A$ e $\vec{V}_B$) obtidas por sensores e processadas via MMQ. A análise espectral, utilizando FFT com 8192 amostras a 10 kHz de taxa de amostragem, revelou picos persistentes em 120 Hz, indicando influências de harmônicos elétricos e qualidade de construção do motor, além de vibrações benignas (irreduzíveis, naturais da construção do esmeril) não relacionadas ao desequilíbrio.

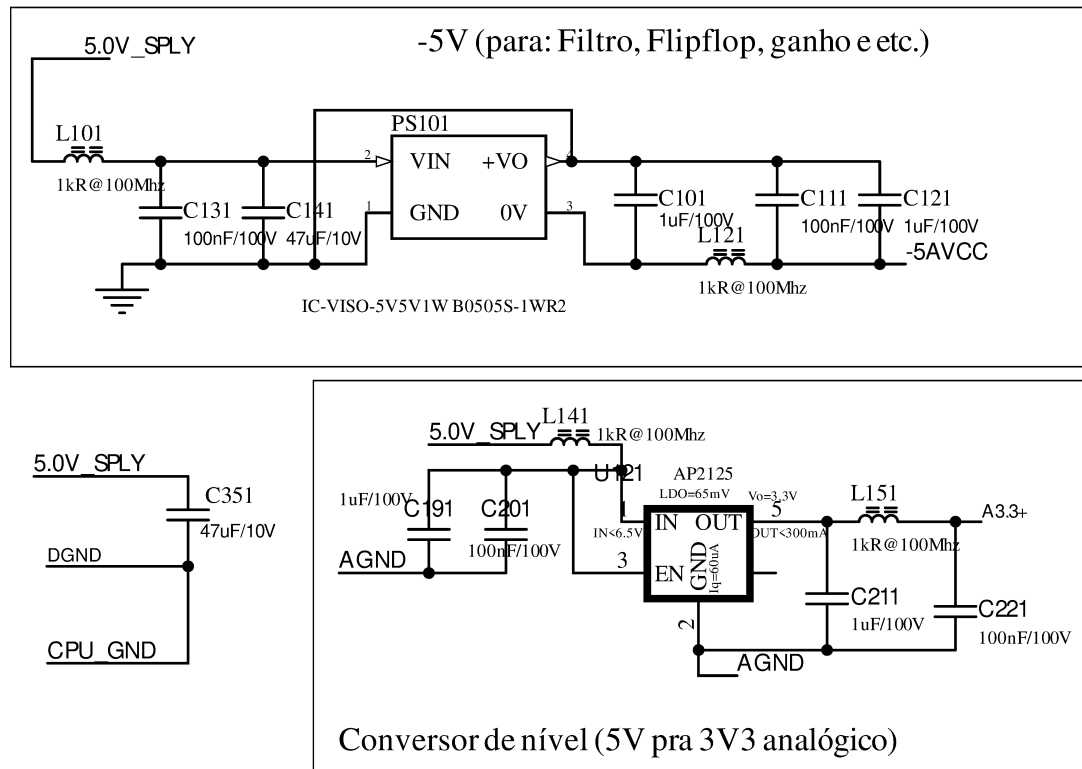
Os objetivos foram alcançados, evidenciando a viabilidade dessa solução de baixo custo e de baixa complexidade com o emprego de microcontroladores (ESP32) e sensores acessíveis, como o ADXL311, para monitoramento e balanceamento. A integração de conceitos de álgebra linear, estatística, programação procedimental, eletrônica analógica e vibrações mecânicas reforçou a aplicação prática da formação em engenharia elétrica, promovendo uma abordagem acessível e replicável para manutenção preditiva em indústrias. Futuras melhorias podem incluir maior precisão no posicionamento angular das massas de correção com o uso de massa para balanceamento de induzidos, automação da análise espectral para detecção de falhas em faixas de frequências catalogadas, técnicas mais avançadas, como Metamodelos Kriging, para máquinas com eixos flexíveis, discutidas em Carvalho (2022), em que o posicionamento manual das massas de teste pode ser dispensado, emprego das funcionalidade de IoT entre vários microcontroladores e realizar comparações com soluções comerciais, como o *Smart VibroAnalyzer 90* da *Schenck*.

REFERÊNCIAS

- Analog Devices, Inc. **Low Cost, Ultracompact ± 2 g Dual-Axis Accelerometer ADXL311**. Norwood, MA, 2003. Acessado em 7 set. 2025. Disponível em: <<http://www.analog.com>>.
- CARVALHO, V. N. **Balanceamento de máquinas rotativas com eixos flexíveis utilizando metamodelos Kriging**. 113 p. Tese (Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica)) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2022.
- GOODMAN, T. P. A least-squares method for computing balance corrections. **Journal of Engineering for Industry**, ASME, v. 86, n. 3, p. 273–277, ago. 1964. Disponível em: <<https://asmedigitalcollection.asme.org/manufacturingscience/article-abstract/86/3/273/393674>>.
- HAYT, W. H.; BUCK, J. A. **Engineering Electromagnetics**. 8. ed. New York, NY: McGraw-Hill Professional, 2011. 608 p. ISBN 9780073380667.
- ISO21940-11. **ISO 21940-11:2016: Mechanical vibration — Rotor balancing — Part 11: Procedures and tolerances for rotors with rigid behaviour**. 2016. Data de publicação: 09/11/2016. Disponível em: <<https://www.abntcatalogo.com.br/pnm.aspx?Q=OGcxVkdIT2ZHS00wMytvYUJ5YUVDdkJmcHEyL0JSUjISM25DNkRPWWVLZz0=>>>.
- KANNAN, V.; LI, H.; DAO, D. V. Demodulation band optimization in envelope analysis for fault diagnosis of rolling element bearings using a real-coded genetic algorithm. **IEEE Access**, PP, 11 2019.
- RAFIEE, M.; NITZSCHE, F.; LABROSSE, M. Dynamics, vibration and control of rotating composite beams and blades: A critical review. **Thin-Walled Structures**, v. 119, p. 795–819, 2017. ISSN 0263-8231. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263823117300149>>.
- RAO, S. **Vibrações mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2015. Capítulo 9. ISBN 978-8581435978.
- RENCZES, B.; KOLLÁR, I.; DABÓCZI, T. Efficient implementation of least squares sine fitting algorithms. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 65, n. 12, p. 2717–2724, 2016.
- WOWK, V. **Machinery Vibration: Balancing, Special Reprint Edition**. McGraw-Hill Education, 1998. ISBN 9780071348614. Disponível em: <<https://books.google.co.ve/books?id=tGuKF0L6SKkC>>.

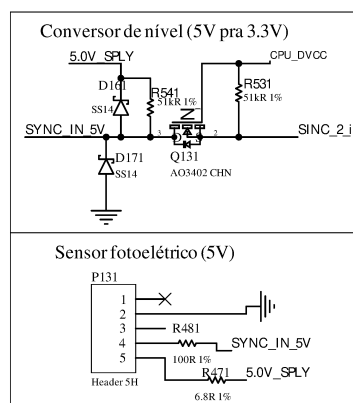
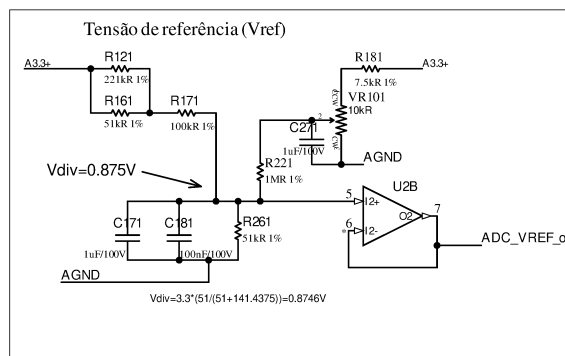
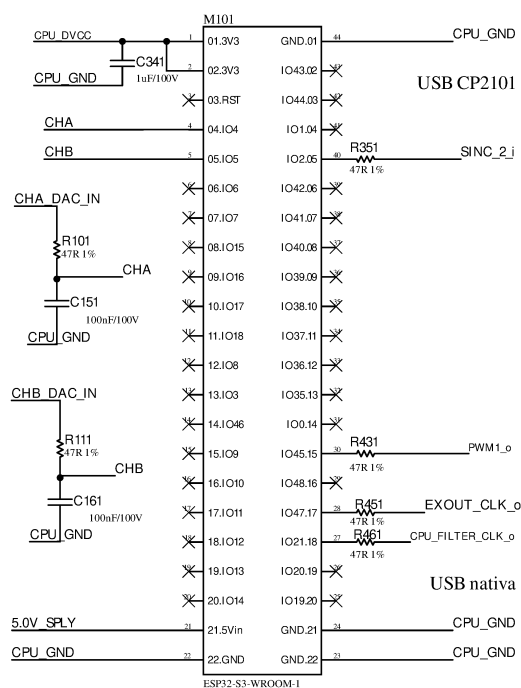
APÊNDICE A – ESQUEMÁTICO

Figura A.1 – Alimentação de 5V e conversão para 3V3



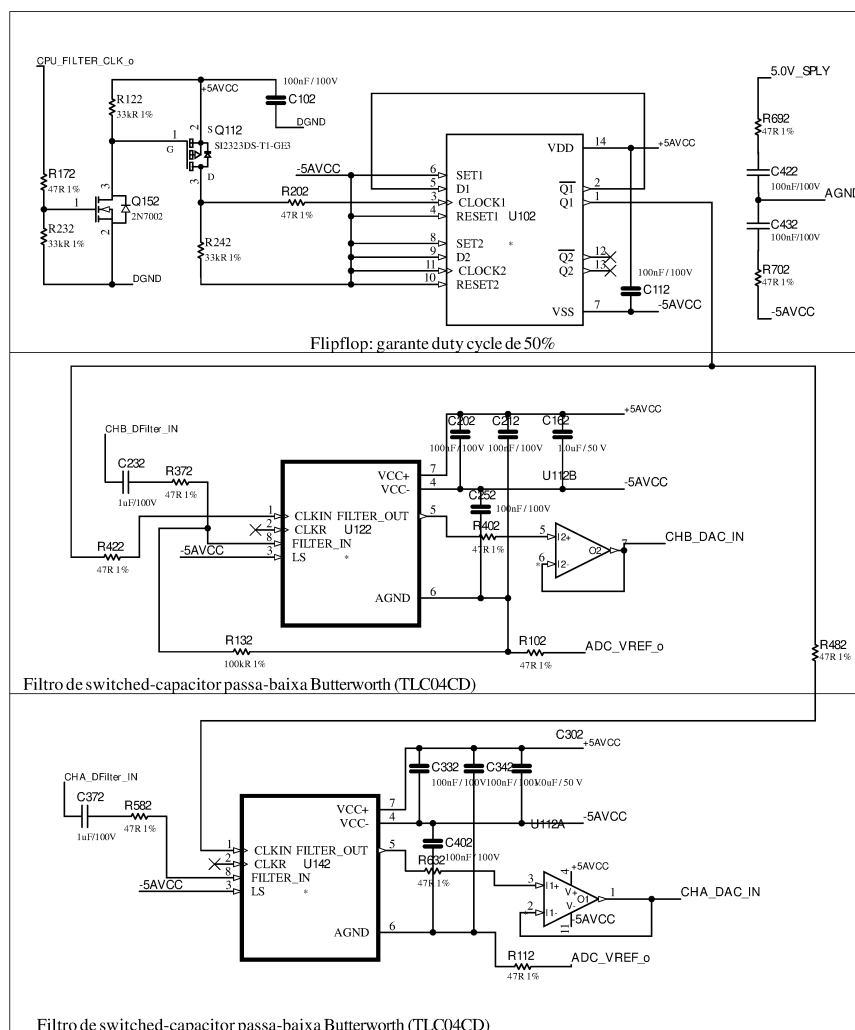
Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Figura A.2 – Sensor fotoelétrico, Esp32-s3 e tensão de referência



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

Figura A.3 – Filtro TLC04CD do sinal dos canais A e B para o ADC do Esp32-s3



Fonte: Autor desta monografia, 2025.

APÊNDICE B – LISTA DE MATERIAIS

Tabela B.1 – Lista completa de componentes do circuito

Qtd.	Designador	Comentário
1	C171	1uF/100V
1	C181	100nF/100V
1	M101	ESP32-S3-WROOM-1
1	P131	Header 5H
1	PS101	IC-VISO-5V5V1W B0505S-1WR2
1	Q131	AO3402 CHN
1	R121	221kR 1%
1	R132	100kR 1%
1	R171	100kR 1%
1	R181	7.5kR 1%
1	R221	1MR 1%
1	R471	6.8R 1%
1	R481	100R 1%
1	U102	TLC04CD
1	U121	AP2125
1	VR101	10kR
2	C141, C351	47uF/10V
2	D161, D171	SS14
2	U2, U112	SOIC127P600X175- 14N
2	U122, U142	SOIC127P599X175-8N
2	C162, C302	1.0uF / 50 V
3	R122, R232, R242	33kR 1%
4	L101, L121, L141, L151	1kR@100Mhz
4	R161, R261, R531, R541	51kR 1%
8	C101, C121, C191, C211, C232, C271, C341, C372	1uF/100V
8	C111, C131, C151, C161, C201, C221, C422, C432	100nF/100V
8	C102, C112, C202, C212, C252, C332, C342, C402	100nF / 100V
18	R101, R102, R111, R112, R172, R202, R351, R372, R402, R422, R431, R451, R461, R482, R582, R632, R692, R702	47R 1%
1	Q152	2N7002
1	Q112	SI2323DS-T1-GE3

Fonte: Autor desta monografia, 2025.

APÊNDICE C – FILTRO RC EM LINGUAGEM C

```
1      //constexpr compila o calculo para uma constante
2      //static mantem limpo o namespace
3      //inline overhead ao retornar o calculo diretamente
4      constexpr float GANHO = 10.0f;
5      constexpr float RC = 1.0f;
6      constexpr float T = 0.0001f;
7      constexpr float DENOM = 1.0f + 2.0f * RC / T;
8      constexpr float COEFF1 = GANHO / DENOM;
9      constexpr float COEFF2 = (1.0f - 2.0f * RC / T) / DENOM;
10     static float e, u, e_ant, u_ant;
11     e = u = e_ant = u_ant = 0.0f;
12
13     inline float filtro_rc(float x) {
14         e = x - u;
15         u = COEFF1 * (e + e_ant) - COEFF2 * u_ant;
16         e_ant = e;
17         u_ant = u;
18         return u;
19     }
```
