

ANA PAULA FREITAS VILELA BOAVENTURA

**MODELAGEM COMPUTACIONAL DA PROPAGAÇÃO
ACÚSTICA PROVENIENTE DE FONTES
MULTIFREQUÊNCIAIS USANDO MALHAS DE GUIAS
DIGITAIS DE ONDAS**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
2009

ANA PAULA FREITAS VILELA BOAVENTURA

**MODELAGEM COMPUTACIONAL DA PROPAGAÇÃO
ACÚSTICA PROVENIENTE DE FONTES
MULTIFREQUÊNCIAIS USANDO MALHAS DE GUIAS
DIGITAIS DE ONDAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.
Área de Concentração: Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor.
Orientador: Prof. Dr. Ricardo Fortes de Miranda.

Uberlândia – MG

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

B662m Boaventura, Ana Paula Freitas Vilela, 1981-
Modelagem Computacional da Propagação Acústica Proveniente de
Fontes Multifrequências Usando Guias Digitais de Ondas
[manuscrito] /Ana Paula Freitas Vilela Boaventura. - 2010.
101 f.: il.

Orientador: Ricardo Fortes de Miranda.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Acústica arquitetônica- Teses. Miranda, Ricardo Fortes de.. II.
Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 531.775

ANA PAULA FREITAS VILELA BOAVENTURA

MODELAGEM COMPUTACIONAL DA PROPAGAÇÃO ACÚSTICA PROVENIENTE DE FONTES MULTIFREQUÊNCIAIS USANDO MALHAS DE GUIAS DIGITAIS DE ONDAS

Dissertação _____ pelo
Programa de Pós-graduação em Engenharia
Mecânica da Universidade Federal de
Uberlândia.

Área de concentração: Mecânica dos Fluidos e
Transferência de Calor.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ricardo Fortes de Miranda - UFU – Orientador

Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte - UFU

Prof. Dr. Alcides Padilha – UNESP Bauru.

Uberlândia, Outubro de 2009.

Aos meus filhos, Paulo e Carolina, amores da minha vida.

Ao meu marido, Nery, minha alma gêmea.

Aos meus pais e minha irmã, o meu alicerce.

AGRADECIMENTOS

Ao findar a longa caminhada necessária para a conclusão desse trabalho, quero agradecer, primeiramente a Deus.

Os meus sinceros agradecimentos vão para o professor Ricardo Fortes de Miranda, cuja orientação, dedicação e paciência foram imprescindíveis para a conclusão dessa dissertação. Ao professor Duarte também não poderia faltar cumprimentos, afinal, foram horas despendidas para me orientar no âmbito das ciências acústicas.

Ao meu marido, Nery, meu eterno companheiro, que por muitas vezes tive que abdicar de sua companhia e sobrecarregá-lo, para que esse sonho pudesse se tornar real. Aos meus filhos, Paulo e Carolina, pelo simples fato de existirem e tornarem a minha vida mais feliz. A minha mãe e irmã, Ana Amélia que mesmo estando longe geograficamente, sempre se mostraram presentes, aplaudindo minhas vitórias e consolando nas derrotas.

Aos meus primos Bruno e Pollyana e aos meus amigos da faculdade Andreia, Douglas, Gláucia, Eliane e Lidiane. Sendo que agradecimentos especiais vão para o japonês que muito me ajudou no trabalho e na formatação dessa obra.

Para finalizar, gostaria imensamente de agradecer pelo incentivo e amparo financeiro provido pela CAPES.

BOAVENTURA, A.P.F.V. **Modelagem Computacional da Propagação Acústica Proveniente de Fontes Multifrequênciais Usando Malhas de Guias Digitais de Ondas.** 2009. 101f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

O objetivo dessa pesquisa consiste na criação de ambientes acústicos virtuais, nesse contexto, foi elaborada uma ferramenta computacional, direcionada a modelagem de ambientes reverberantes. Nesse sentido, foi necessário trabalhar num sistema numérico que fosse capaz de simular a propagação de ondas acústica e principalmente, suas interações com as superfícies inseridas na análise. Tais interações representam os fenômenos básicos da onda, como reflexão, transmissão e absorção pelos obstáculos. Para que as modelagens numéricas tenham sucesso, é necessário separar três importantes elementos: a fonte sonora, a sala acústica e o ouvinte, no caso, receptor.

As técnicas de modelagem de salas acústica podem ser divididas, por exemplo, em modelos baseados na geometria e modelos baseados no comportamento da onda acústica. Na investigação deste trabalho, um modelo específico baseado no comportamento de ondas foi adotado, que são as Guias Digitais de Onda.

Diferentemente de outros métodos, que fazem a discretização da equação da onda, esse sistema numérico é baseado na solução unidimensional de d'Alembert para a Equação Unidimensional da Onda. As juntas de dispersão são obtidas pela interconexão de guias digitais de ondas e são responsáveis pela leitura da pressão sonora. Através delas são geradas as malhas de guias digitais de ondas e é possível definir diferentes geometrias de malhas, como: quadrada, triangular, entre outras, para o caso 2D e, por exemplo, cúbica para o caso 3D. Toda a formulação se embasa nas propriedades de impedância do ambiente. A vantagem dessa metodologia consiste na facilidade em descrever o movimento unidimensional de propagação de ondas entre dois pontos quaisquer do espaço.

Em particular, a técnica de guias digitais de ondas se mostra eficiente, seja pela simplicidade do algoritmo assim como pelos resultados obtidos na simulação de fontes multifrequências. Para uma interface mais amigável, todo o código foi escrito em Linguagem Orientada a Objeto.

BOAVENTURA, A.P.F.V. **Computational Modeling of Wave Propagation from Multifrequencial Source Using Mesh Digital Waveguide**. 2009. 97f. M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Abstract

The goal of this research is the creation of virtual acoustic environments, in this context, was constructed a computational tool, aiming to the acoustic modeling of reverberation environment. In this way, it was necessary to elaborate a numerical system able to simulate the wave sound propagation and, mainly its interactions with the surfaces encountered in the analyses. These interactions represent the basic wave phenomena, as reflection, transmission and absorption of sound waves by the obstacles. To obtain these objectives with this numerical model, it is necessary to separate into three important elements: the sound source, the room acoustic, and the listener, in this case, the receiver.

Room acoustic modeling techniques can be divided into, for example, geometry-base and wave-based. In this work, a specific wave-base method has been adopted, the digital waveguide mesh.

This methodology is a numerical system based on the known d'Alembert solution for the General Wave Equation. The advantage of this method is that it can be easily describe the one-dimensional sound wave propagations between any two points in the space. The meshes created are, actually, digital waveguide interconnected, defining different geometries of mesh, as square, triangular, and others, for the 2D and for example cubic, for the 3D case. The information is captured in some points of interconnection of the waveguides, called scattering junctions. The whole formulation is based on the impedance properties of the environment.

At particular, the waveguide technique is efficiency, by simplicity of algorithm, and by good results obtained for simulated Multifrequencial sources. To obtain a friendly interface, the code was written with a Language Object Oriented.

Keywords: Multifrequencial, Waveguides, Mesh.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I.....	15
INTRODUÇÃO	15
CAPÍTULO II.....	17
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
2.1. Impedância Acústica	20
2.2. Iterações das Ondas com Obstáculos	21
2.3. Cálculo dos Coeficientes de Reflexão e Transmissão	23
2.4. Determinação do Coeficiente de Absorção	26
2.5. Bandas de Freqüências.....	26
2.6. Modelagem Numérica.....	29
2.6.1. Modelos Numéricos Baseados na Geometria	30
2.6.2. Modelos Numéricos Baseados no Comportamento da Onda Acústica	30
2.6.3. Métodos de Diferenças Finitas	30
2.6.4. Guias Digitais de Ondas (Waveguide).....	31
CAPÍTULO III.....	33
METODOLOGIA DE GUIAS DIGITAIS DE ONDAS – (DIGITAL WAVEGUIDE)	33
3.1 Guias Digitais de Ondas (Digital Waveguide).....	34
3.2. Solução Discreta da Onda Usando Guias Digitais de Ondas.....	35
3.3. Impedância da Onda	37
3.4. Interconexão das Guias Digitais de Ondas: Juntas de Dispersão.....	38
3.5. Malhas de Guias Digitais de Ondas	41

CAPÍTULO IV	45
CARACTERÍSTICAS DAS MALHAS DE GUIAS DIGITAIS DE ONDAS	45
4.1. Malha Bidimensional: SWG (Square Waveguide) – Malha Quadrada	45
4.2. Malha Bidimensional: TWG (Triangular Waveguide) – Malha Triangular.....	50
4.3. Comparações entre as Topologias: Características Básicas e Operação	52
4.4. Estabilidade e Convergência.....	54
4.5. Erro de Dispersão	55
4.6. Malha tridimensional: Cubic Waveguide (Malha Cúbica)	58
CAPÍTULO V	62
RESULTADOS.....	62
5.1. Detalhes da Modelagem Acústica	62
5.1.1. Modelagem da Fonte	62
5.1.2. Condições de Contorno.....	62
5.1.3. Atenuação do som pelo ar	64
5.2. Software de Guias Digitais de Ondas.....	65
5.2.1. Banco de Dados.....	65
5.3 Resultados obtidos.....	65
5.3.1. Batimento.....	65
5.3.2. Resposta Impulsiva da Sala – Room Response Impulse (RIR) Comparação entre Guias	

<i>Digitais de Ondas e Elementos Finitos</i>	<i>68</i>
<i>5.3.3. Tratamento Multifrequencial.....</i>	<i>72</i>
<i>5.3.4. Modelagem 3D do Waveguide.....</i>	<i>78</i>
CAPÍTULO VI	81
DOCUMENTACAO DO SISTEMA.....	81
6.1. Executando o Programa	81
6.2. Visualizando os resultados.....	85
CAPÍTULO VII	86
CONCLUSÃO.....	86
7.1 . Trabalhos Futuros	86
CAPÍTULO VIII	88
REFERÊNCIAS	88

SIMBOLOGIA

2D – Duas dimensões.

3D – Três dimensões.

A – Amplitude.

AB – Superfície que separa dois meios.

A_{tubo} – Área de seção transversal do tubo.

C – Compressão.

CCRMA – Center for Computer Reserch in Music and Acoustics, University of Stanford.

CWG Mesh – Cubic Waveguide (Malha de guia digital de ondas).

c – Velocidade do som.

c_1 – Velocidade de propagação no meio 1.

c_2 – Velocidade de propagação no meio 2.

c_n – Velocidade nominal de propagação aparente.

DW – Digital Waveguide.

DWM – Digital Waveguide Mesh (Malha de Guias Digitais de Ondas).

d – Distância internodal.

dx – variação espacial em x.

dy – variação espacial em y.

EDP – Equação Diferencial Parcial.

EDT – Equação Diferencial Total.

F – Força aplicada a mola vibrante.

FEM – Finite Element Method (Método de Elementos Finitos).

FFT – Fast Fourier Transform (Transformada Rápida de Fourier).

F_s – Frequência de atualização da malha de guias digitais de ondas.

f_0 – Frequência de referência.

f_1 – Frequência 1.

f_2 – Frequência 2.

f – Frequência.

f_{l1} – Frequência de limite inferior da banda de frequência.

f_{l2} – Frequência de limite superior da banda de frequência.

f_{lc} – Frequência central.

f_s – Frequência de atualização da malha.

g – Função arbitrária.

h – Função arbitrária.

h' – Derivadas de h com relação ao espaço (x).

h'' – Derivada segunda de h com relação ao espaço (x)

- $\dot{h}$ – Derivada de h com relação ao tempo (t)
- $\ddot{h}$ – Derivada segunda de h com relação ao tempo (t).
- i – índice genérico.
- j – índice genérico.
- k – índice genérico.
- MEF – Método de Elementos Finitos.
- m – m -ésimo elemento.
- N – números de vizinhos de cada nó
- n – n -ésimo elemento
- P – Pressão acústica,
- $P(i,j)$ – Elemento da malha.
- PA – Ponto referente a um dos vértices do quadrado.
- p_i^+ – Pressão de entrada da guia.
- p_i^- – Pressão de saída da guia.
- p^+ – Parcela de pressão incidida.
- p^- – Parcela de pressão refletida.
- p^{tr} – Parcela de pressão transmitida.
- q – Número de ondas.
- R – Impedância do meio.
- RIR – Responde Impulsive Room (Resposta Impulsiva da Sala).
- Rar – Rarefação.
- R_{onda} – Impedância característica da onda.
- r – índice de reflexão.
- SWG – Square Waveguide (Malha de Guia de Ondas Quadrada).
- T – período.
- TWG Mesh– Triangular Waveguide (Malha de Guia de Ondas Triangular).
- t – tempo.
- t_0 – Tempo anterior
- t_m – T -ésimo unidade de tempo.
- U_T – Unidade de célula da malha triangular.
- U_S – Unidade de célula da malha quadrada.
- u – Velocidade
- u^+ – Movimento de onda proveniente da esquerda, no sentido positivo do eixo da coordenada.
- u^- – Movimento de onda proveniente da direita, no sentido negativo do eixo das coordenadas.
- v – velocidade da partícula.
- v^{tr} – velocidade da partícula que está sendo transmitida.

v^+ – velocidade de partícula que está sendo incidida.

v^- – velocidade de partícula que está sendo refletida.

W_α - Energia acústica absorvida

W_i – Energia acústica incidente

X – distância percorrida pela onda.

X_m = m-ésima unidade de espaço.

x – variável espacial.

y_{tt} – Derivada segunda da pressão com relação ao tempo.

y_{xx} – Derivada segunda da pressão com relação ao espaço.

Z_0 – Impedância acústica de referencia.

Z_1 – Impedância acústica característica do meio 1.

Z_2 – Impedância acústica característica do meio 2.

Z_t – Função transferência.

z – Impedância acústica específica

α – Coeficiente de absorção

β – Frequência angular gerada pela malha

ρ – Densidade do meio.

η – Coeficiente de reflexão.

τ – Coeficiente de transmissão.

ω – Frequência angular.

ξ – Argumento da frequência angular gerada pela malha.

$\ddot{\partial}$ – Derivada segunda do tempo e espaço.

$\dot{\partial}$ – Derivada do tempo e espaço.

Δt – Variação infinitesimal de tempo.

θ – Ângulo entre a direção de propagação e o eixo x.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A acústica é uma área da ciência que interessa aos mais diversos campos de pesquisa (FARIA, 2005) e lida com fenômenos causadores de ruído, que é um dos maiores vilões da sociedade moderna. Para Gerges (2000), o ruído pode ser tratado como uma manifestação indesejada do som, gerando problemas que vão de um simples desconforto, até quadros de saúde mais graves, como perda de audição, problemas cardíacos, entre outros. No caso particular da engenharia, a concepção de salas acústicas deve satisfazer os objetivos específicos de cada projeto, como por exemplo: salas de teatro, igrejas, auditórios, entre outros (GERGES, 2000). Toda essa análise de requisitos resulta numa árdua tarefa, pois demandam uma série de considerações sobre a geometria, materiais de propagação e características da fonte, acarretando num aumento significativo de cálculos.

Em se tratando da qualidade acústica de ambientes, é importante que os métodos de modelagem acústica empregados possibilitem uma leitura fiel dos sinais acústicos captados em cada receptor. Deste modo, é possível extrair as mais diversas características do sistema, tais como os níveis quadráticos da energia sonora e as frequências predominantes em cada ponto.

Com o uso de ferramentas computacionais é possível prever a característica do ruído dentro do ambiente e evitar o gasto com equipamentos desnecessários. Sem sombra de dúvidas, tais ferramentas são bastante úteis a idealização de projetos mais detalhados, pois além de representarem um grande atrativo quanto à flexibilidade e eficiência na resolução dos mais diversos tipos de problemas, pode-se dizer que possuem um custo de utilização praticamente desprezível, se comparada às demais soluções de controle de ruído.

Em particular, a técnica de guias digitais de ondas se mostra eficiente, seja pela simplicidade do algoritmo assim como pelos resultados obtidos (MOURA, 2005), porque fazem uma leitura dos sinais captados em cada receptor.

Neste sentido, este trabalho busca o desenvolvimento de uma metodologia numérica, Guias Digitais de Ondas, empregada na simulação acústica de diversos tipos de sistemas físicos, de modo a representar os fenômenos básicos de iteração das ondas, e

seus efeitos na superfície dos obstáculos contidos na análise. Dessa forma, essa ferramenta computacional será destinada à simulação da propagação multifrequencial e iteração de ondas sonoras com as superfícies inseridas na análise. As iterações serão representações da impedância característica da onda, dentre os quais serão analisadas as parcelas, separadas em função das frequências de ondas que serão refletidas, transmitidas e absorvidas.

Várias simulações foram feitas com o intuito de verificar a eficiência da técnica. Foram testados problemas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais, com fontes em tons puros e multifrequenciais. Os resultados obtidos foram satisfatórios, indicando que a metodologia é viável para a análise numérica de ambientes acústicos reverberantes. Além disso, o software foi alicerçado sobre conceitos de Engenharia de Software, com o intuito de resultar numa ferramenta de fácil manutenção e de interface amigável ao usuário.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A acústica é definida como a ciência do som, incluindo a geração, transmissão e efeito, representando o fenômeno físico no qual a perturbação gerada pela fonte é transmitida através de um meio compressível até atingir o ponto receptor. Teoricamente, o som se propaga através de ondas esféricas a partir de uma fonte pontual, mas na prática, alguns fatores podem influenciar esse modelo, como por exemplo, a propagação em um meio não uniforme, causado por gradiente de temperatura e a existência de obstáculos que interferem na trajetória da propagação sonora (GERGES, 2000). No estudo do campo sonoro em ambientes fechados, é necessário levar em consideração a forma geométrica do ambiente, fontes sonoras, seus espectros e diretividade, posição das fontes, entre outros.

Antes de retratar aspectos de interação das ondas, é necessário recorrer à teoria acústica e compreender alguns conceitos pertinentes à propagação sonora. Blackstock (2000) define uma onda como sendo o movimento de um distúrbio ou de uma informação que vai de um meio a outro via um meio de propagação, com exceção às ondas eletromagnéticas. Em outras palavras, uma onda transmite informação através de energia, sem transportar matéria, tal como representa a figura a seguir. Além disso, apresenta uma periodicidade no tempo e no espaço.

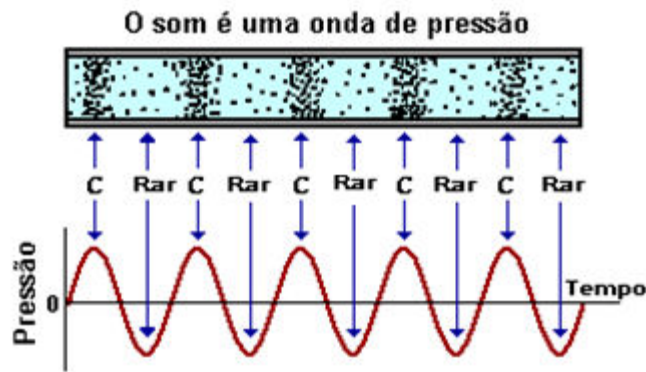


Figura 2.1 - Propagação da Onda Sonora, onde C representa a compressão e Rar a rarefação.

Quanto à natureza, as ondas podem ser classificadas em dois tipos: mecânicas e eletromagnéticas. As ondas mecânicas precisam de um meio material para propagar, que é o caso das ondas acústicas, e em contrapartida, as eletromagnéticas não precisam de um meio para se propagar. Outra classificação possível é quanto à direção de vibração: longitudinal ou transversal. Na propagação transversal a informação está contida na direção perpendicular da propagação, como acontece na vibração de uma corda. Na transversal, a informação está contida na direção de propagação, por exemplo, propagação acústica, vibração de uma mola entre outros. As figuras abaixo ilustram os tipos de propagação longitudinal e transversal.

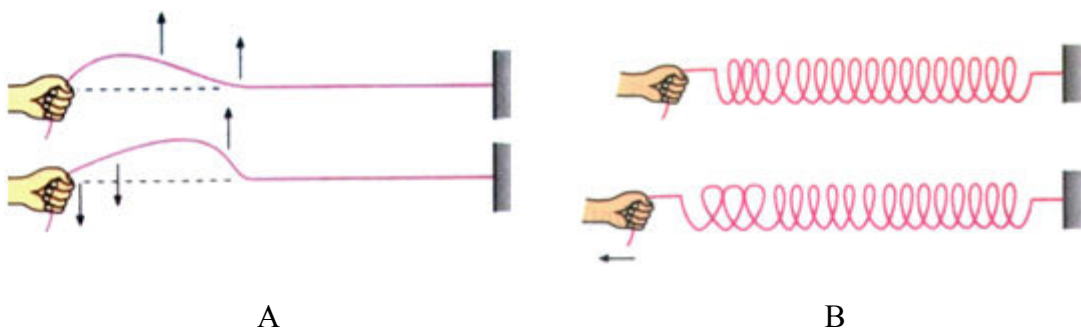


Figura 2.2 - Exemplos de propagação transversal (A) e longitudinal (B),

A propagação sonora possui característica ondulatória e é representada pela Eq.(2.1), conhecida como Equação de Helmholtz.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right) \quad (2.1)$$

Em que P representa a pressão acústica, t a variável temporal, x , y e z variáveis espaciais e c a velocidade de propagação do meio. A derivação pode ser encontrada em detalhes em Blackstock(2000), Gerges (2000) e Moura (2005).

Uma onda acústica de propagação unidimensional, expressa pela Eq. (2.2) também conhecida como onda plana, é o tipo mais simples de representação de propagação da propagada através de meios fluidos e é de suma importância para a formulação de Guias Digitais de Ondas, como será mostrado em detalhes no Capítulo 3.

$$\frac{d^2 P}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 P}{dx^2} \quad (2.2)$$

A solução dessa Equação Diferencial Parcial (EDP) é de natureza hiperbólica, cuja solução é dependente do tempo e possui um formato característico de ondas. Segundo Barret e Wylie (1995) para garantir que possua esse formato, é necessário que o fenômeno propague com uma velocidade finita e para isso, há uma relação estreita entre o tempo e o espaço.

Dentre as várias soluções da equação da onda, Blackstock (2000) analisa a expressão $u = h(x - ct)$ como Solução da Equação da Onda. Onde h é uma função arbitrária, que relaciona as variáveis: x , c e t , respectivamente, espaço, velocidade e o tempo. O resultado está expresso na equação demonstrada abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= h'(x - ct) \frac{\partial}{\partial x} (x - ct) = h'(x - ct) \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= h''(x - ct) \frac{\partial}{\partial x} (x - ct) = h''(x - ct) \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= \dot{h}(x - ct) \frac{\partial}{\partial t} (x - ct) = -c \dot{h}(x - ct) \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= -c \ddot{h}(x - ct) \frac{\partial}{\partial t} (x - ct) = c^2 \ddot{h}(x - ct) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Em que h' e $\dot{h}$ representam as derivadas de h com o espaço (x) e o tempo (t) e h'' e $\ddot{h}$ representam as derivadas segundas de h com o espaço (x) e o tempo (t). Substituindo a Eq.2.2 na Eq. 2.1:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} - c^2 \frac{d^2 u}{dx^2} = c^2 \ddot{h}(x - ct) - c^2 h''(x - ct) \equiv 0 \quad (2.3)$$

Segundo Moura (2005), para que uma função arbitrária $u=v$, possa satisfazer a igualdade acima, suas derivadas de segunda ordem, no tempo e espaço, devem ser iguais. Isto reforça mais uma vez que a estabilidade de solução de problemas hiperbólicos é fortemente afetada pela dependência entre tempo (T) e espaço (X). Em termos gerais, a seguinte condição deve ser estabelecida:

$$X = T \quad (2.4)$$

Respeitando essa relação, a solução mais geral do problema é a Equação de d'Alembert e que também serve de base para a metodologia de Guias Digitais de Ondas. Ela representa o somatório de ondas que chegam e das ondas que partem num ponto

$$u = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2.5)$$

2.1. Impedância Acústica

A caracterização do movimento da onda e as interações com os obstáculos estão intimamente relacionados com a impedância acústica específica do meio (z), que depende do meio e do tipo de onda presente (GERGES, 2000). Fisicamente, esse princípio está relacionado com a razão entre a pressão acústica do meio e a velocidade de partícula.

$$Z = \frac{p}{v} \quad (2.6)$$

Em outras palavras, a impedância está relacionada com a resposta que o sistema fornece mediante uma perturbação. A impedância Z, para ondas planas pode ser expressa por um valor real de magnitude ρc , cuja unidade de medida é [kg.m/s] ou [Rayls].

Para a propagação de ondas planas, a pressão e velocidade da partícula, são relacionadas entre si da seguinte maneira:

- Ondas viajando no sentido positivo de eixo da coordenada:

$$p = +Z_0 v \quad (2.7)$$

- Ondas viajando no sentido negativo de eixo da coordenada:

$$p = -Z_0 v \quad (2.8)$$

2.2. Interações das Ondas com Obstáculos

Certos fenômenos são intrínsecos à propagação das ondas sonoras, quer quando atravessam um meio com diferentes propriedades, quer quando uma ou mais ondas se sobrepõem numa mesma região do espaço. As figuras a seguir ilustram alguns comportamentos de ondas sonoras, mediante interação entre as ondas sonoras e o obstáculo.



Figura 2.3 - Som com comprimento de ondas maior do que o obstáculo.



Figura 2.4 - Obstáculos com dimensões maiores que o comprimento de onda introduz uma “sombra”. Uma parte do som penetra na sombra por difração.

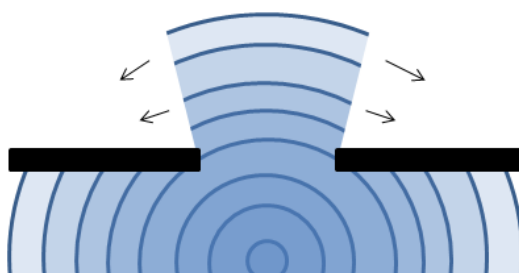


Figura 2.5 - Grande abertura em relação ao comprimento de onda. As ondas atravessam, mas a difração introduz som na sombra, indicadas pelas setas.

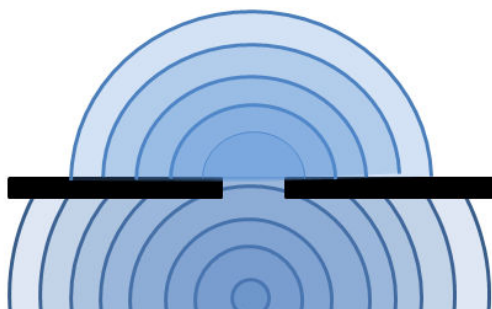


Figura 2.6 - Abertura pequena em relação ao comprimento de onda opera como uma nova fonte pontual de onde se originam fontes esféricas resultantes da difração.

Durante o processo de transmissão, as ondas sonoras são condicionadas de acordo com as características dos meios de propagação e suas variações (CAMPOS, 2003). A variação pode ser tanto gradual (no caso de estar dentro de um meio anisotrópico, como gradientes de temperatura, entre outros), quanto de maneira abrupta (quando ocorre na transição entre meios diferentes) e estão sujeitas a fenômenos como reflexão, absorção e transmissão, entre outros.

- Reflexão: A transição entre meios diferentes é geralmente associada com uma descontinuidade da impedância acústica (CAMPOS, 2003), em outras palavras, quando uma onda alcança um obstáculo, apenas uma parte de sua energia será transmitida, a outra parcela será retornada como uma onda refletida;
- Absorção: A absorção ocorre quando os obstáculos armazenam uma parcela da energia incidida sobre os mesmos. Dessa maneira, as condições de contorno do sistema caracterizam diferentes meios de propagação para a onda sonora. O comportamento de um dado material em contato com o ar é normalmente caracterizado pelo coeficiente de absorção, dado em porcentagem de energia absorvida de uma onda incidente, mais detalhes serão discutidos na seção: (2.4).
- Interferência ou Superposição: Representa a interferência espacial, ou seja, um ponto no espaço de análise pode estar sujeito a várias fontes e/ou sobre a influência de ondas refletidas. A pressão acústica nesse ponto é a soma de várias contribuições individuais, que é conhecido como interferência. Ela é caracterizada como sendo destrutiva quando a contribuição tem sinais defasados, logo, um sinal tende a cancelar o outro. A interferência construtiva resulta de valores instantâneos de ondas superpostas com a mesma fase;

Sucintamente, quando uma onda progressiva propaga em um meio fluido e incide em um segundo meio, forma-se uma onda refletida (no primeiro meio), uma onda transmitida (no segundo meio). As razões entre as intensidades e amplitudes das pressões das ondas refletidas, dependem das impedâncias características dos meios e do ângulo de incidência da onda.

Em geral, a precisão em descrever um campo sonoro, deve contemplar os fenômenos físicos que as ondas sofrem durante a propagação.

2.3. Cálculo dos Coeficientes de Reflexão e Transmissão

As situações de reflexão e transmissão são ilustradas na figura abaixo. Uma onda incide normalmente contra uma superfície AB que separa dois meios, cujas características de impedâncias são $Z_1 = \rho_1 c_1$ e $Z_2 = \rho_2 c_2$. Neste caso, a pressão sonora atinge o obstáculo (posicionado em $x=0$) representado por P^+ , uma parcela será refletida P^- e o restante será transmitida, P^{tr}

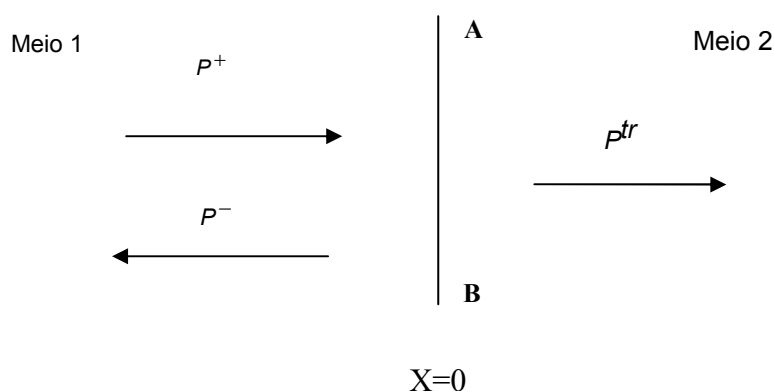


Figura 2.7 - Reflexão, absorção e transmissão de uma onda plana.

Matematicamente, a pressão das ondas incidentes, refletidas e transmitidas podem ser expressas da seguinte maneira:

Onda Incidente:

$$p^+ = p^+(t - x/c_1) \quad (2.9)$$

Onda Refletida:

$$p^- = p^-(t - x/c_1) \quad (2.10)$$

Onda Transmitida:

$$p^{tr} = p^{tr}(t - x/c_2) \quad (2.11)$$

Os coeficientes de reflexão η e transmissão τ são definidos respectivamente por:

$$\eta = \frac{p^-}{p^+} \quad (2.12)$$

$$\tau = \frac{p^{tr}}{p^+} \quad (2.13)$$

Tais expressões são encontradas aplicando duas condições de contorno (GERGES, 2000):

- 1- As pressões acústicas nos dois lados da superfície de separação AB são iguais.

$$p^+ + p^- = p^{tr} \quad (2.14)$$

- 2- As velocidades de partículas normais à interface AB são iguais. Dessa forma, a velocidade total da partícula no lado esquerdo da interface AB da Fig.2.7 equivale a $v^+ + v^-$, ou seja, a velocidade das partículas incidentes e refletidas, respectivamente. Em contrapartida, a velocidade na parte direita, corresponde à velocidade da partícula que está sendo transmitida.

$$v^+ + v^- = v^{tr} \quad (2.15)$$

Para obter expressões em termos de η e τ , é necessário primeiramente, converter as condições de contorno para uma relação de pressão e impedância (BLACKSTOCK, 2000). Dividindo a Eq. (2.14) por p^+ e usando as relações: Eq.(2.12) e Eq.(2.13), obtém-se:

$$1 + \eta = \tau \quad (2.16)$$

Da segunda condição de contorno, obtém-se:

$$v^+ + v^- = v^{tr} \quad \Longrightarrow \quad \frac{p^+}{Z_1} - \frac{p^-}{Z_1} = \frac{p^{tr}}{Z_2} \quad (2.17)$$

Relembrando que ao escrever uma relação usando impedância é necessário incluir o sinal negativo para expressar a onda que viaja no sentido negativo.

Dividindo a Eq. (2.17) por p^+ , encontra-se a segunda relação entre η e τ :

$$1 - \eta = \frac{Z_1}{Z_2} \tau \quad (2.18)$$

Os valores de η e τ podem ser obtidos apenas em função das impedâncias dos meios, através do sistema algébrico composto pelas Eq.(2.16) e Eq.(2.18). A solução deste sistema se encontra através das Eq.(2.19) e Eq.(2.20) a seguir:

$$\eta = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (2.19)$$

$$\tau = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \quad (2.20)$$

O sinal de pressão refletida, que deixa a interface em um instante $t_0 + \Delta t$ pode ser obtido a partir do sinal de pressão incidente no instante anterior t_0 através da expressão (MOURA, 2005):

$$p^-(t_0 + \Delta t) = \eta p^+(t_0) \quad (2.21)$$

$$p^{tr}(t_0 + \Delta t) = (1 + \eta)p^+(t_0) \quad (2.22)$$

2.4. Determinação do Coeficiente de Absorção

Durante as sucessivas compressões e rarefações do ar ocorrem vários processos de absorção sonora que estão intimamente ligados com a frequência do sinal que chega ao obstáculo. Tais processos estão relacionados com a composição dos materiais de absorção sonora, sendo que os materiais de alta absorção acústica são normalmente porosos e/ou fibrosos (GERGES, 2000).

Os materiais indicados para o tratamento acústico são classificados como do tipo poroso, em que a energia acústica incidente entra pelos poros e dissipa-se por reflexões múltiplas e atrito viscoso, transformando-se em energia térmica. O material pode ser também do tipo fibroso, em que a energia acústica incidente entra pelos interstícios das fibras, fazendo-as vibrar junto com o ar, dissipando em energia térmica o atrito entre as fibras que foram excitadas. A característica de absorção acústica de um material é determinada por um coeficiente de absorção acústica α , que é definido pela relação entre a energia acústica absorvida W_α e a energia acústica incidente W_i .

$$\alpha = \frac{W_\alpha}{W_i} \quad (2.23)$$

O valor de α é sempre um número positivo, variando de zero a um ($0 \leq \alpha \leq 1$) e depende principalmente da frequência, do ângulo de incidência do som, tipo de campo sonoro, densidade, espessura e estrutura interna do material.

2.5. Bandas de Frequências

Uma das características qualitativas do som se refere à frequência. A figura abaixo representa duas senoides de 150Hz e 20 kHz, respectivamente. Os sons produzidos possuem a mesma amplitude sonora, mas o sistema auditivo percebe o primeiro como grave (menor número de oscilações) e o segundo como agudo (maior número de oscilações).

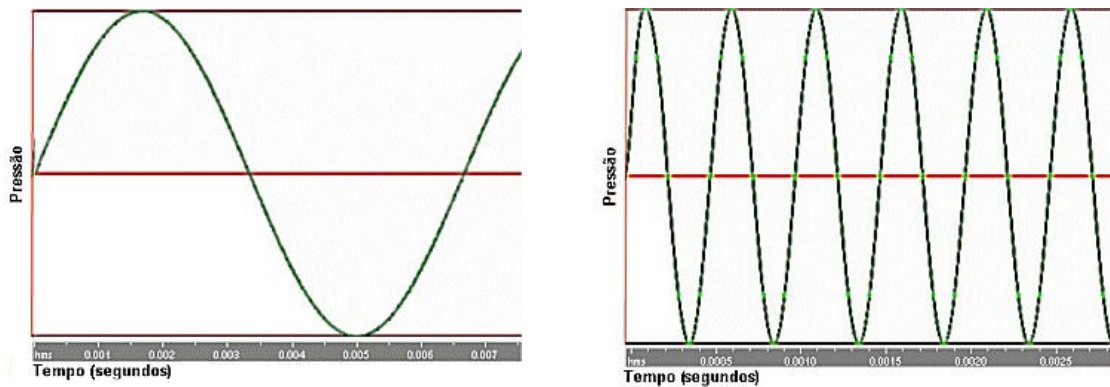


Figura 2.8 - Espectro de freqüências sonoras.

A figura a seguir mostra as faixas de freqüências sonoras perceptíveis pelo sistema auditivo.

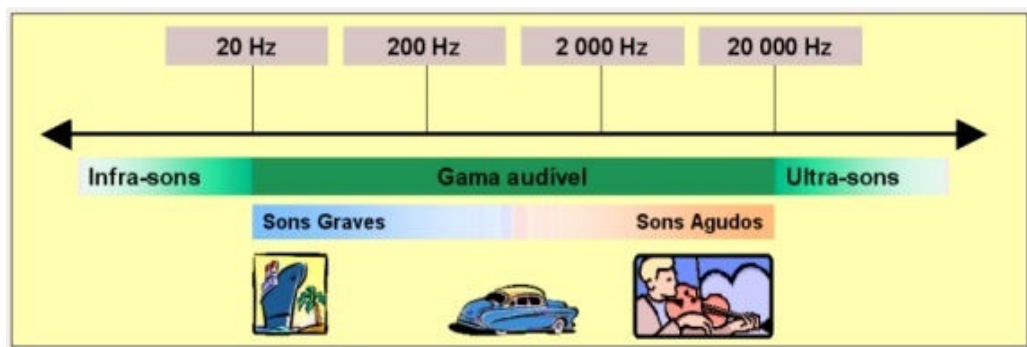


Figura 2.9 - Espectro de freqüências sonoras.

Porém, o ouvido humano considera como iguais, ou seja, com igual sensação de altura, aquelas freqüências que se encontram dentro de uma banda de freqüência. A largura dessa banda aumenta aproximadamente de forma proporcional a freqüência, em outras palavras, quanto maior for a freqüência analisada, maior será a largura da banda. Além disso, a sensação de intensidade de dois tons puros (sinal com uma única freqüência) simultâneos aumenta quando o valor de diferença entre suas freqüências ultrapassa a banda crítica, cuja largura aumenta com o aumentar da freqüência, também de forma aproximadamente proporcional. É possível demonstrar que sendo f_{i1} e f_{i2} as freqüências limites de uma dada banda, com freqüência central de f_{ic} , obtém-se:

$$\frac{f_{ic}}{f_{i1}} = \frac{f_{i2}}{f_{ic}} \Rightarrow f_{ic} = \sqrt{f_{i1} f_{i2}} \quad (2.24)$$

Na literatura existem algumas denominações específicas para o tipo de banda, entre elas: Bandas de Oitava, Bandas de Um Terço de Oitava e Bandas de Um Doze avos de Oitava. Sendo que as bandas de largura proporcional são normalizadas, e a relação f_2/f_1 assume valores: 2, $2^{1/3}$ e $2^{1/12}$, respectivamente. Para o desenvolvimento desse trabalho, as bandas de oitava serão adotadas por atenderem às necessidades do trabalho.

Como visto na sessão 2.4, o coeficiente de absorção dos materiais é dependente do valor de frequência do sinal. Geralmente, um único número de absorção é usado para comparação e análise dos materiais e é definido como a média aritmética dos coeficientes de absorção em bandas de oitava de 250, 500, 1000, 2000 e 4000 Hz. Na tabela a seguir apresentam-se alguns exemplos de materiais com os seus respectivos valores de coeficientes de absorção em bandas de oitava.

Tabela 2.1: Valores Representativos do Coeficiente de Absorção Acústica de Alguns Materiais Simples. Tabela modificada de Gerges (2000).

Material	Coeficiente de Absorção Acústica (%)					
	125	250	500	1000	2000	4000
Paredes e fornos						
Tijolo	3	3	3	4	5	7
Tijolo Pintado	1	1	2	2	2	3
Concreto (poroso)	36	44	31	29	39	25
Concreto Pintado	10	5	6	7	9	8
Reboco	14	10	6	4	4	3
Materiais						
Madeira 1/8 pol. com 1,25 pol de espaço de ar	15	25	12	8	8	8
Madeira 1/8 pol. com 2,25 pol de espaço de ar	28	20	10	10	8	8
Madeira 3/16 pol. com 2 pol de espaço de ar	38	24	17	10	8	5
Espuma Sonex 20/35mm	4	12	28	44	60	73
Espuma Sonex 50/75mm	7	32	72	88	97	101
Espuma Sonex 75/125mm	14	55	96	16	102	109
Manta de lã mineral de 25 mm	15	35	70	85	90	90

Manta de lã mineral de 50 mm	35	70	90	90	95	90
Manta de lã de vidro de 25 mm	19	41	58	72	74	74
Manta de lã de vidro de 40 mm	25	58	80	87	90	96
Piso	1	1	1.5	2	2	2
Concreto	2	3	3	3	3	2
Asfalto	4	4	6	6	6	10
Tapetes						
3/8" lã de concreto	9	8	21	26	27	37
5/8" lã de concreto	20	25	35	40	50	75
Vidro	6	5	4	3	2	2

Como é possível observar, alguns valores de α são maiores do que 1. Isso ocorre devido algumas variações estatísticas de parâmetros como: campo sonoro da câmara, posição da amostra, posição dos microfones e fontes. Nesse caso, o coeficiente de absorção α é considerado como sendo unitário.

2.6. Modelagem Numérica

Os métodos numéricos são responsáveis por transferir a realidade física para linguagem computacional. Outrora, os problemas da engenharia eram modelados analiticamente e com grandes restrições quanto aos fenômenos físicos. Com o avanço computacional das últimas décadas, foi possível empregar as técnicas numéricas para solução de tais problemas. Dessa forma, é plausível que a modelagem numérica permita a avaliação e melhorias ainda na fase de projeto, e conseqüentemente, os testes experimentais poderão ser feitos em modelos otimizados, economizando tempo e ampliando as ações do projetista.

Para o caso particular de acústica de salas, como supracitado, existem vários fenômenos pertinentes à propagação do som, como a reflexão, absorção, transmissão entre outros. Uma das maiores dificuldades reside na simulação de diferentes geometrias e a heterogeneidade dos meios de propagação (ODEGAARD et al., 1994). Além disso, para cada tipo de problema, devem-se considerar os objetivos da análise, bem como as prioridades da simulação, sempre levado em conta as limitações computacionais dos métodos, assim como as vantagens e desvantagens da sua utilização (RINDEL, 2000). Os próximos tópicos abordarão dois tipos de modelagens, especificando suas vantagens e desvantagens.

2.6.1. Modelos Numéricos Baseados na Geometria

Nesse tipo de modelagem, a propagação é tratada apenas geometricamente, sem considerar a natureza ondulatória da transmissão de energia. Ela surge da analogia em representar a onda acústica como um raio luminoso e fornece uma boa aproximação, permitindo assim, uma análise qualitativa da acústica de um ambiente. Usando o conceito de raio sonoro, a fidelidade do modelo de propagação de sons de alta frequência fica comprometida, que correspondem aos casos em que o comprimento da onda sonora é pequeno em relação às dimensões do ambiente e de suas paredes. De forma geral, os algoritmos ditos geométricos, podem também ser usados para calcular a propagação de luz e de sinais de rádios, apenas alterando poucos parâmetros, como por exemplo, no cálculo de atenuação.

2.6.2. Modelos Numéricos Baseados no Comportamento da Onda Acústica

Os modelos baseados no comportamento da onda acústica visam à resolução numérica de um conjunto de equações governantes que regem cada fenômeno físico analisado (MOURA, 2005). A maioria dos métodos, assim classificados, é baseada na integração numérica da equação da onda em cada ponto da malha e requer que a distância entre os nodos da malha seja no mínimo igual à metade do comprimento de onda da maior frequência do sinal, conseqüentemente, aumento do custo computacional (SMITH, 1992). Dentre as metodologias existentes na bibliografia e que são baseadas no comportamento das ondas sonoras, destacam-se as Guias Digitais de Ondas, Métodos de Diferenças Finitas, entre outros. A seguir serão discutidos os fundamentos teóricos das metodologias de Diferenças Finitas e de Guias Digitais de Ondas, sendo que esta última será tratada com mais detalhes nos capítulos posteriores.

Métodos de Diferenças Finitas

Na técnica de diferenças finitas, a equação diferencial parcial governante é discretizada numericamente para simular a propagação das ondas sonoras e os resultados alcançados mostram uma boa precisão. A formulação matemática para a propagação da onda unidimensional é expressa pela seguinte relação:

$$y_{tt} = c^2 y_{xx} \quad (2.25)$$

Em que y representa a pressão, t a variação temporal e x a variação espacial. A velocidade da propagação é dada por $c = x/t$. O esquema de diferenças finitas centradas é expresso por:

$$y_{tt} \approx \frac{y_{x,t+\Delta t} - 2y_{x,t} + y_{x,t-\Delta t}}{\Delta t^2} \quad (2.26)$$

$$y_{xx} \approx \frac{y_{x+\Delta x,t} - 2y_{x,t} + y_{x-\Delta x,t}}{\Delta x^2} \quad (2.27)$$

Nessa formulação as variáveis temporais e espaciais podem ser escritas como $dx = x / \Delta x$ e $dy = t / \Delta t$, onde Δx e Δt são variações de espaço e tempo, respectivamente. Porém, devido ao caráter hiperbólico da equação, os intervalos de tempo e espaço não podem ser escolhidos aleatoriamente, sendo necessário um critério de estabilidade, que só é válido para condições explícitas. A condição de estabilidade proposta por Von Neumann é expressa pela Eq.(2.28) (ERKUT & MATTI, 2002):

$$c \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (2.28)$$

Tal metodologia consegue simular com sucesso um meio de propagação ideal. Mas para o caso de um meio não ideal, que ocorre na maioria das situações acústicas reais, em que o meio é heterogêneo, essa metodologia não consegue simular com uma boa precisão.

Guias Digitais de Ondas (Waveguide)

Matematicamente, se classifica como um caso particular dos Métodos de Diferenças Finitas, porém se distinguem no que diz respeito à derivação das equações, condições de contorno, dentre outras características (SMITH, 1992).

A grande vantagem reside em sua formulação simples e eficiente, pois é baseada na solução da equação da onda proposta por d'Alembert, que trabalha em regime unidimensional. As geometrias analisadas são formadas por juntas de dispersão (ponto em que as guias se cruzam para formar a malha) e simuladas usando apenas o delay, atraso temporal para que a informação que estava no ponto anterior chegue ao ponto atual. Além

disso, cada junta comunica-se com os nós vizinhos, realizando assim, a propagação do sinal através da malha.

Um fator que deve ser levado em conta no momento da simulação é quanto ao erro de dispersão, que pode ser contornado ao se aumentar a densidade da malha, que é determinada pela distância internodal e que por sua vez está diretamente ligada à frequência de amostragem dos sinais de áudio (CAMPOS, 2006). Dessa forma, quanto maior for a densidade, melhor será a resolução, em contrapartida, maior será o gasto computacional.

No próximo capítulo será abordada a fundamentação matemática das Guias Digitais de Ondas.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA DE GUIAS DIGITAIS DE ONDAS – (DIGITAL WAVEGUIDE)

Neste capítulo, serão abordados os conceitos básicos da metodologia adotada, bem como a modelagem matemática, da qual se embasa.

Os modelos de Guias Digitais de Ondas foram introduzidos em 1992 por Julius O. Smith, pesquisador do CCRMA – Center for Computer Reserch in Music and Acoustics, University of Stanford. A priori, buscava aplicações em instrumentos musicais, mas devido sua eficiência, a técnica pôde ser empregada em sistemas maiores e mais complexos. A metodologia é baseada na aproximação numérica da solução unidimensional da equação da onda e é encontrada na literatura como Guia Digital de Onda – *Digital Waveguide (DW)*, que é diretamente aplicável a simulação de cordas vibrantes, pois pode ser tratado como um problema físico unidimensional. A vantagem da metodologia é que as guias podem ser interconectadas com o intuito de formar a Malha de Guias Digitais de Ondas – *Digital Waveguide Mesh (DWM)* em N-dimensões e isso se torna possível quando é simulado com as N-dimensões das soluções das equações de ondas (VAN DUYNE e SMITHIII, 1993). Com as simulações em 3D é possível modelar com facilidade a propagação do som em uma geometria arbitrária. Nesse contexto, a aplicação da DWM tridimensional para modelagem acústica emerge naturalmente como uma promissora área de pesquisa (SAVIOJA et al, 1995).

3.1 Guias Digitais de Ondas (Digital Waveguide)

A formulação discutida neste capítulo é baseada no trabalho de Julius Smith (CCRMA – Stanford University), o criador da técnica de Guias Digitais de Onda. Doravante apenas referências adicionais serão citadas.

As Guias Digitais de Ondas caracterizam o meio de propagação, e como o próprio nome sugere, são dispositivos que guiam o movimento da onda. Elas partem da solução unidimensional da equação da onda para simular a propagação sonora, tal com ilustra a figura abaixo:

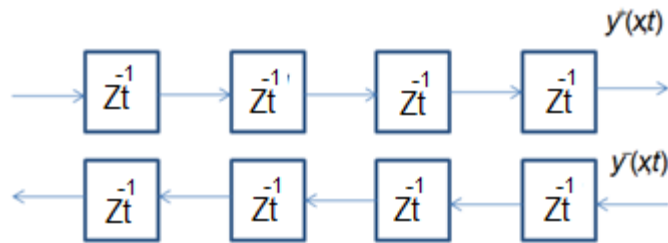


Figura 3.1 - Representação de uma Guia Digital de Onda.

Como se pode notar, uma guia é formada por atrasos temporais, com ondas cuja direção de propagação é oposta, (SAVIOJA, 2000). A letra Z_t simboliza uma função transferência, referente ao transporte das propriedades da onda de uma extremidade a outra da guia. A potência (-1) simboliza o atraso temporal necessário para que as informações trafeguem de uma extremidade a outra. As setas indicam o duplo sentido do movimento. A soma das duas componentes representa a solução geral do problema na posição x e no tempo t , tal como propõem a solução de d'Alembert, que está escrita na Eq. (3.1) e cujo desenvolvimento está no Capítulo 2.

$$u = h(x - ct) + g(x + ct). \quad (3.1)$$

Dessa forma, a essência de sua modelagem numérica consiste do somatório entre duas parcelas, que correspondem às ondas que se movimentam na mesma direção, porém em sentidos contrários e é simulado usando um atraso temporal bidirecional.

Ainda no escopo da solução das Guias Digitais de Ondas, é necessário amostrar as amplitudes das ondas em intervalos, em outras palavras, períodos de T segundos,

correspondente a uma taxa de amostragem, (frequência de atualização da malha) (MOURA, 2005).

$$T = 1 / f_s \quad (3.2)$$

Dessa forma, a variável X corresponde à distância percorrida pela onda num intervalo de tempo T , deve ser estimada como:

$$X = cT \quad (3.3)$$

Sendo c a velocidade de propagação do meio, para o ar a uma temperatura de 20°C , $c = 342 \text{ m/s}$ (GERGES, 2000).

3.2. Solução Discreta da Onda Usando Guias Digitais de Ondas

A solução de D'Alembert pode ser implementada no domínio digital. As discretizações do tempo e espaço são relacionadas com a simulação das Guias Digitais de Ondas como mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} t &\rightarrow t_n = nT, (n \in \mathbb{Z}) \\ x &\rightarrow x_m = mX, (m \in \mathbb{Z}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sabendo que $X = cT$, é possível reescrever a Eq.(3.1), como:

$$u(x, t) = f(t - x/c) + g(t + x/c) \quad (3.5)$$

Substituindo as variáveis discretas x_m e t_n na equação acima, obtém-se:

$$\begin{aligned} u(x_m, t_n) &= f(nT - mX/c) + g(nT + mX/c) = f[(n - m)T] + g[(n + m)T], \\ &= u^+[(n - m)T] + u^-[(n + m)T]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Uma vez que T multiplica todos os argumentos, é possível suprimi-lo de forma a obter:

$$\begin{aligned} u^+[(n-m)T] &= u^+(nT) = u^+(n). \\ u^-[(n+m)T] &= u^-(nT) = u^-(n). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Assim sendo, a solução digital da Equação Unidimensional da Onda pode ser escrita na seguinte forma:

$$u(n) = u^+(n) + u^-(n). \quad (3.8)$$

A Equação (3.6) mostra que as componentes viajantes da onda podem ser modeladas como simples atrasos temporais digitais. Na verdade, essa formulação está ilustrada na Fig. 3.2, onde o termo $p^+(n-m)$, sendo $(m=1, 2, 3, \dots)$ pode ser interpretado como um sinal que saiu do nó vizinho, no m -ésimo instante anterior, e está chegando ao nó, com um sinal $p^+(n)$. Esse processo está representado pela linha superior da Fig. 3.2. Similarmente, o termo $p^-(n+m)$ pode ser visto como um sinal que está alcançando o nó, num m -ésimo instante posterior de ter saído do nó vizinho com um sinal $p^-(n+3)$, que é encontrado na linha inferior da Fig. 3.2. Tal estrutura é conhecida como Guias Digitais de Ondas (Digital Waveguide – DW).

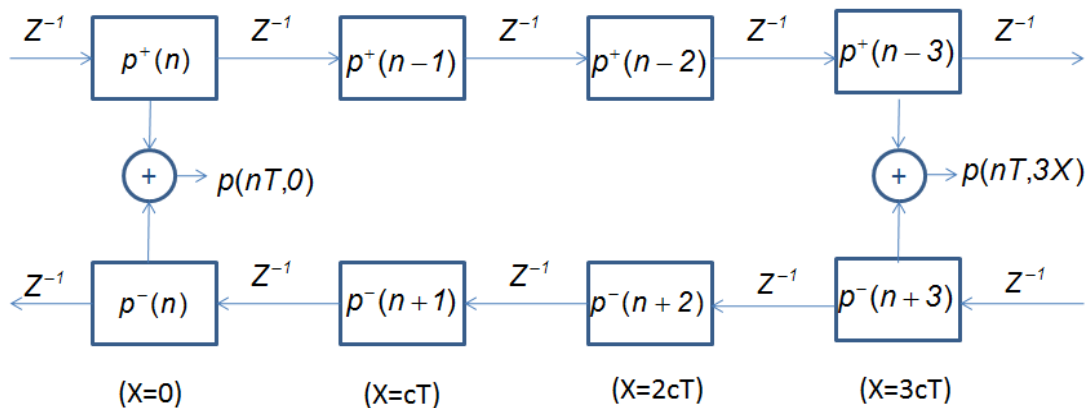


Figura 3.2 - Digital Waveguide. Figura modificada de Van Duyne & SmithIII (1993).

Como é possível observar, as linhas superiores e inferiores representam as componentes da pressão sonora das ondas viajantes pelo eixo das coordenadas, no sentido positivo e negativo, respectivamente. Os nós, representados pelos círculos assinalados positivamente e situados entre as linhas, correspondem a pontos discretos. Os atrasos temporais são representados pela função transferência Z^{-1} , que indicam um passo de tempo

e cada passo temporal ocorre num intervalo espacial de $X=cT$. A soma das componentes $p^+(n)$ e $p^-(n)$, resulta na amplitude da pressão sonora num determinado ponto do espaço.

3.3. Impedância da Onda

A Equação (2.1) foi derivada para um meio homogêneo (CAMPOS, 2003), assim sendo, as discussões sobre a solução das ondas viajantes, assumem que a impedância do meio é constante. O caso em que o meio não é homogêneo e que conseqüentemente, ocorre uma variação na característica de impedância, não será considerado.

Como já discutido no capítulo 2, a impedância é uma característica física que remete a caracterização do meio de propagação, desse modo, todo o meio, incluindo os obstáculos é representado pela impedância característica

Kinsley et al (1999) ressalta que é possível relacionar as variáveis como força, velocidade e pressão, referentes ao movimento de ondas acústicas em um sistema físico qualquer. Dessa forma, é possível expressar matematicamente, o movimento de ondas sonoras como o movimento de ondas transversais ao longo de uma mola vibrante. Assim sendo, a velocidade de um ponto pertencente à mola pode ser obtida pela soma das parcelas de movimento descritas por:

$$v = v^+ + v^- \quad (3.9)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, é possível estabelecer uma expressão análoga para verificar a força aplicada a mola vibrante, atuante num determinado ponto da mola vibrante, maiores detalhes são encontrados em (MOURA, 2005).

$$F = F^+ + F^- \quad (3.10)$$

A impedância característica, representado por R , para o sistema em questão relaciona a força da onda (F) com a velocidade das partículas (v), através das seguintes expressões:

$$F^+ = Rv^+ \quad (3.11)$$

$$F^- = -Rv^- \quad (3.12)$$

Nas relações acima, as variáveis v^+ e v^- , representam respectivamente os movimentos de ondas provenientes da esquerda, no sentido positivo do eixo da coordenada e da direita, no sentido negativo do eixo da coordenada. É importante destacar que ao considerar a força transversal da onda como sendo a própria força da mola, atuante no lado esquerdo do ponto considerado, o sinal negativo desaparece. (MOURA, 2005).

Quando considerado o caso do tubo acústico (MARKEL e GRAY, 1976) é possível estabelecer duas expressões análogas para a pressão acústica.

$$p^+ = Ru^+ \quad (3.13)$$

$$p^- = Ru^- \quad (3.14)$$

Em que as variáveis p^+ e p^- , representam respectivamente a pressão acústica das ondas provenientes da esquerda e da direita, como no caso anterior. Estes valores de pressão são associados aos movimentos de compressão e rarefação dos volumes infinitesimais do fluido, contidos no tubo. Analogamente, as variáveis p^+ e p^- , representam as parcelas de velocidade associadas a esses volumes.

Segundo essa analogia, é possível combinar as Eq. (3.11), (3.12), (3.13) e (3.14) e obter uma expressão que relaciona a impedância acústica Z e a impedância característica da onda R_{onda} , através da expressão (MOURA, 2005):

$$R_{\text{onda}} = \frac{\rho c}{A_{\text{tubo}}} \quad (3.15)$$

Onde ρ representa a densidade do fluido, c é a velocidade de propagação do meio e A_{tubo} representa a área de seção transversal do tubo. Caso a velocidade das partículas v , seja substituída nas Eq. (3.11) e (3.12), o valor da impedância de onda poderá ser simplesmente obtido pelo produto da densidade do fluido pela velocidade de propagação do som no meio.

3.4. Interconexão das Guias Digitais de Ondas: Juntas de Dispersão

Os pontos em que as guias se conectam e as pressões sonoras são captadas são conhecidos como Juntas de Dispersão e elas são conectadas por guias de ondas

bidirecionais. A Figura 3.3 mostra o caso geral de uma junta de dispersão com N vizinhos, $i=1,2,\dots,N$.

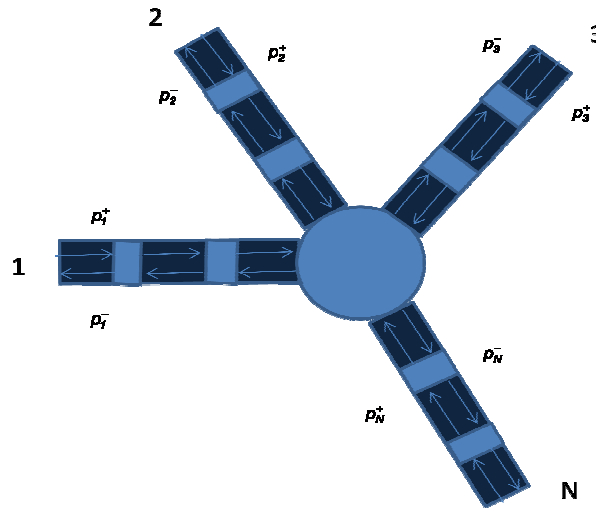


Figura 3.3 – Junta de dispersão genérica com N guias digitais de ondas interconectadas, sendo $i=1, 2, \dots, N$. Os sinais '+' e '-' correspondem as componentes de ondas viajantes para dentro e para fora da junção, representada pelo círculo azul. Figura modificada de Campos (2003).

Os termos p_i^+ e p_i^- apresentados na Fig. 3.3 estão relacionados com as pressões de entrada e saída na guia. Por exemplo, o sinal p_i^+ representa o sinal que está chegando à junção i e que partiu do lado oposto da guia. Similarmente, o sinal p_i^- representa o sinal que está saindo de i e chegará ao lado oposto da guia. Dessa maneira, as seguintes relações são aplicáveis:

$$p_i = p_i^+ + p_i^- \quad (3.16)$$

$$v_i = v_i^+ + v_i^- \quad (3.17)$$

$$p_i^+ = Rv_i^+ \quad \text{e} \quad p_i^- = Rv_i^- \quad (3.18)$$

As Equações (3.16) e (3.17) expressam que a pressão ou velocidades num determinado ponto são determinados pela soma de suas pressões ou velocidade de entrada e saída, respectivamente. As duas grandezas físicas podem ser relacionadas pela impedância do meio, como representado pela Eq. (3.18). A propagação sonora na junta de

dispersão com N Guias Digitais de Ondas conectadas ocorre segundo o Princípio de Conservação de Massa e Energia:

1. A soma das velocidades de entrada v^+ deve ser igual à soma das velocidades de saída v^- .

$$\sum_{i=1}^N v_i^+ = \sum_{i=1}^N v_i^- \quad (3.19)$$

2. A pressão sonora da vizinhança deve ser igual à encontrada na junta de dispersão.

$$p_j = p_j, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (3.20)$$

Combinando as Eq. (3.16) e (3.20), é possível escrever:

$$p_i^- = p_j - p_i^+, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (3.21)$$

Substituindo a relação (3.16) em (3.19) e usando (3.21), obtém-se uma expressão para a pressão sonora no ponto p_j em função da pressão sonora da parcela de ondas viajante, p_i^+ (MURPHY e HOWARD, 2001):

$$p_j = \frac{2 \sum_{i=1}^N \frac{p_i^+}{R_i}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}} \quad (3.22)$$

Como o meio adotado é homogêneo, logo todas as impedâncias de Guias Digitais de Ondas são iguais, dessa formas, a Eq. (3.22) pode ser simplificada para a Eq. (3.23), Campos (2003), que representa a pressão sonora numa junta de dispersão.

$$p_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N p_i^+ \quad (3.23)$$

Ao fazer um arranjo com N Guias Digitais de Ondas conectadas com várias juntas de dispersão, o resultado obtido será parecido com a Fig. 3.4. Nessa representação as guias assumem um comprimento unitário, salientando que elas sempre são referidas na literatura como unidades de atraso bidirecionais, mas agora elas terão na extremidade oposta de cada guia um novo nó é alocado (CAMPOS, 2003).

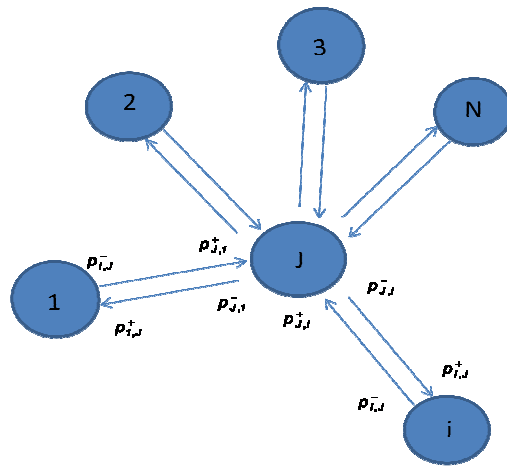


Figura 3.4 – Junta de dispersão conectada a N vizinhos por unidades de atraso bi-direcionais. Figura modificada de (SAVIOJA et al, 1995).

Considerando que não há perda nas juntas de dispersão, os valores de entrada na junta j , num instante n , são os mesmos valores de saída das juntas vizinhas, no caso, i , num passo de tempo anterior, $n-1$, como expresso na Eq. (3.24):

$$p_{ji}^+(n) = p_{ij}^-(n-1) \quad (3.24)$$

É possível reescrever a Eq. (3.24) em notação da função transferência- z (CAMPOS, 2003), para expressar a evolução temporal.

$$p_{ji}^+ = z^{-1} p_{ij}^- \quad (3.25)$$

3.5. Malhas de Guias Digitais de Ondas

A derivação da equação geral de onda para descrever a propagação sonora multidimensional, pode ser feita seguindo a mesma linha de raciocínio como descrito para o

caso unidimensional. Sejam as equações da onda para os casos bidimensionais e tridimensionais, respectivamente:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} p(t, x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} p(t, x, y) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(t, x, y) \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} p(t, x, y, z) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} p(t, x, y, z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} p(t, x, y, z) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(t, x, y, z) \quad (3.27)$$

Em que p representa a pressão sonora, t o tempo, x , y e z as componentes espaciais e c a velocidade de propagação. As soluções das Eq. (3.26) e (3.27) podem ser expressas em termos das componentes de ondas viajantes. Como supracitado, o caso unidimensional pode ser implementado por apenas um atraso temporal bidirecional, porém essa simples aproximação não pode ser estendida diretamente ao caso multidimensional. Para explicar melhor, seja a solução da Eq. (3.26), para resolvê-la usando a formulação proposta por d'Alembert envolveria desenvolver uma integral soma de um número infinito de planos de ondas viajantes em todas as direções (θ representa um ângulo entre a direção de propagação e o eixo x), como expresso pela Eq. (3.28), (CAMPOS, 2003):

$$p(t, x, y) = \int_0^{2\pi} p_\theta [x \cos \theta + y \sin \theta - ct] d\theta \quad (3.28)$$

Toda essa dificuldade pode ser evitada, ao fazer uso da interconexão de Guias Digitais de Ondas, para formar uma Malha Multidimensional de Guias Digitais de Ondas (VAN DUYNE e SMITHIII, 1993).

Usando as juntas de dispersão é possível criar malhas de Guias Digitais de Ondas. A forma de arranjar os nós e a simulação da propagação usando as unidades de atrasos temporais é definida como topologia da malha. Em virtude das Eq. (3.21) e (3.22), que formulam matematicamente as juntas de dispersão e da Eq. (3.25), que simula o atraso unitário temporal, a operação da malha de Guias Digitais de Ondas é governada segundo fluxograma abaixo: (VAN DUYNE & SMITHIII, 1993).

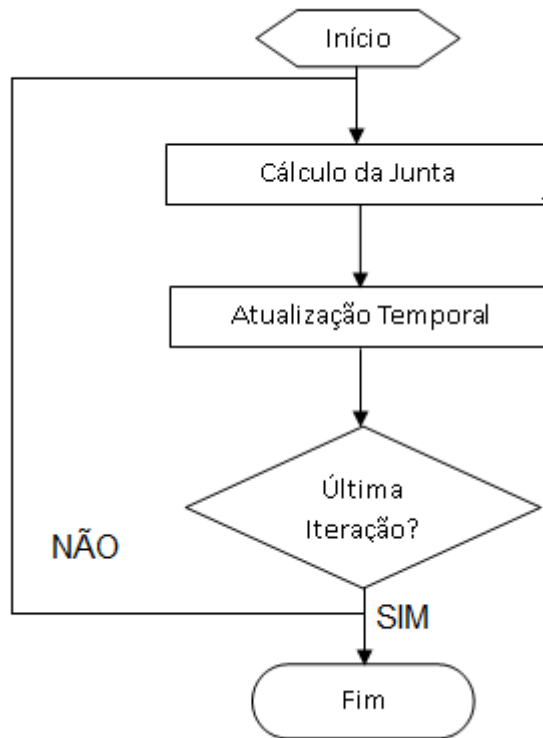


Figura 3.5 – Fluxograma do algoritmo básico da simulação da Malha de Guia Digital de Onda. Figura adaptada de (VAN DUYNE & SMITHIII, 1993).

No bloco *Cálculo da Junta* a componente de saída do nó i é obtida pela contribuição das ondas viajantes dos nós vizinhos menos a componente de entrada do nó i , que estão defasados no tempo. Com a impedância sendo configurada para ter o mesmo valor (uma aproximação usual, quando se trata de um meio homogêneo) para os atrasos temporais unitários, o cálculo na junta de dispersão são dados pela manipulação algébrica entre as Eq. (3.19) e (3.21), que resulta em:

$$p_i^- = \left(\frac{2}{N} \sum_{j=1}^N p_j^+ \right) - p_i^+ \quad (3.29)$$

Onde N é o número de vizinhos de cada nó. Nesse ponto, cabe ressaltar que o valor de N não está relacionado com a dimensionalidade da malha, ou seja N não é necessariamente 2 para o caso 2D, nem 3 para o caso 3D.

Em *Atualização Temporal*, cada uma das componentes viajantes de saída que é calculada no passo de tempo precedente é transportado para o nó de destino, em outras palavras, faz uma atualização das pressões sonoras nas juntas de dispersão. O período da

amostra T é segmentado em vários passos temporais, que são destinados a simular a função transferência das unidades de atraso temporal, como representado pela Eq. (3.25).

Para garantir estabilidade e convergência do método, na modelagem das topologias uma importante característica é a velocidade nominal de propagação do som, que é definida como $c_n = 1/\sqrt{N}$, assim a velocidade de propagação é calculada como a velocidade nominal de propagação multiplicado por unidades espaciais e dividida pelo período, onde N representa o número de dimensões espaciais, ou seja, o número de nós vizinhos da junta (SAVIOJA et al, 1996). Em outras palavras, as unidades de espaço são interpretadas como distância inter-nodal (d), e a velocidade de propagação no meio é expressa por:

$$c = \frac{d}{T\sqrt{N}} \quad (3.30)$$

Recordando que a frequência de atualização da malha de guias digitais de ondas f_s é definida como $f_s = 1/T$, a Equação (3.30) pode ser reescrita como:

$$c = \frac{df_s}{\sqrt{N}} \quad (3.31)$$

Nas condições de contorno, os nós têm necessariamente um número menor de vizinhos, por isso a Eq. (3.29) é válida apenas para os nós internos da malha. Para implementar de maneira adequada as condições de contorno, o domínio deve ser delimitado por um conjunto especial de nós, conhecidos como nós de contorno, para os quais uma função transferência deve ser derivada para recolocar na Eq. (3.29).

No próximo capítulo serão apresentados os detalhes da formulação de topologias bidimensionais através das malhas SWG (Square Waveguide), TWG (Triangular Waveguide) e tridimensionais, através da CWG (Cubic Waveguide).

CAPÍTULO IV

CARACTERÍSTICAS DAS MALHAS DE GUIAS DIGITAIS DE ONDAS

Neste capítulo a construção, bem como a qualidade das topologias das malhas bidimensionais e tridimensional serão analisadas. Com a aplicação dessas malhas é possível modelar numericamente sistemas como placas, pequenos espaços acústicos, para o caso 2D até a simulação de salas, auditórios, entre outros, para o caso 3D.

Uma malha de Guias Digitais de Ondas é definida como uma extensão da técnica unidimensional de Guia Digital de Onda, (VAN DUYNE e SMITHIII, 1993). Savioja et al (1995) acrescenta que uma malha de guias digitais é uma matriz de pontos discretamente espaçados por guias digitais de ondas unidimensionais. Essas guias são arranjadas ao longo de dimensões perpendiculares e tais pontos, juntas de dispersão, são posicionados nessa região de interconexão.

Como mostrado no capítulo anterior, através da formulação matemática das juntas de dispersão e a função transferência é possível criar uma malha através de juntas de dispersão e a das guias digitais de ondas, que implementam digitalmente o atraso bidirecional, simulando a passagem de informação de um nó ao outro.

4.1. Malha Bidimensional: SWG (Square Waveguide) – Malha Quadrada

O caminho mais simples de formar malhas bidimensionais está na superposição de duas guias regularmente espaçadas e formando ângulo reto entre elas (VAN DUYNE e SMITHIII, 1993), tal representação está ilustrada na Fig.4.1.

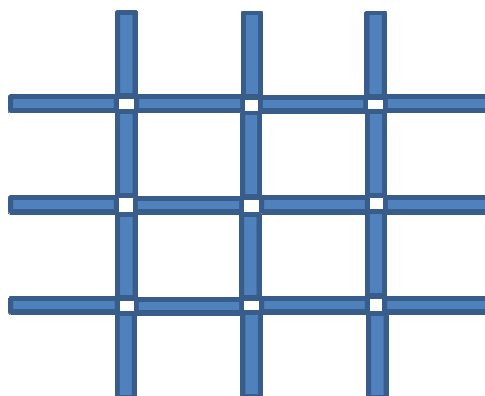


Figura 4.1 – Representação genérica de Guias Digitais de Ondas para formarem uma malha quadrada.

Nesse tipo de formulação, cada nó é conectado por 4 juntas de dispersão vizinhas via dois atrasos temporais bidirecionais ao longo do eixo x e eixo y , resultando numa topologia 2D (CAMPOS, 2005). Em outras palavras, cada junta é conectada por quatro pontos adjacentes, por meio de quatro guias digitais de ondas, conforme a Fig. 4.2:

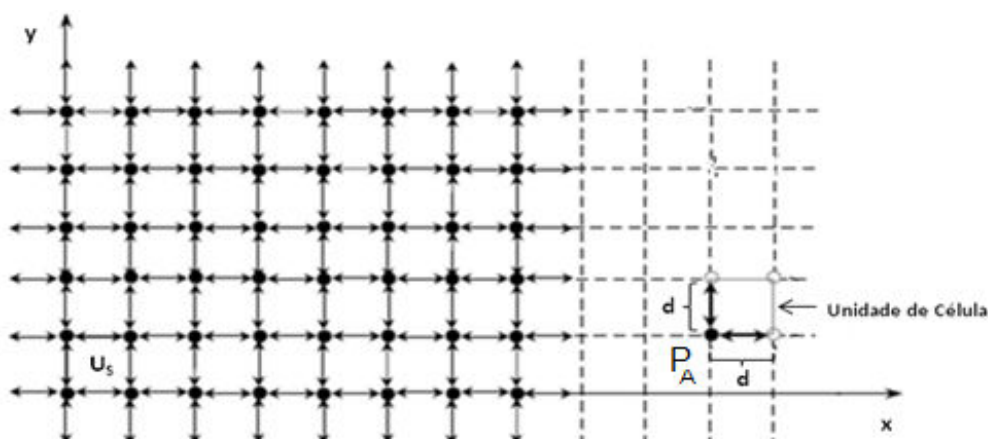


Figura 4.2 – Representação genérica de uma Malha Quadrada - SWG. Figura modificada de (CAMPOS, 2005)

Na Fig. 4.2, os nós são representados pelos pontos e as guias são representadas pelo duplo sentido da seta. No lado direito da figura é possível ver um quadrado, que representa uma unidade de célula dessa topologia. A variável d equivale a distância internodal, sendo o ponto P_A um dos vértices do quadrado, e em negrito estão duas unidades de atraso temporal ao longo dos eixos x e y , representando a propagação em x e y .

Pensando na malha como sendo um meio composto por molas flexíveis interligadas entre si, sem qualquer perda de energia, duas condições são requeridas:

1. As velocidades de todas as molas, nas juntas de dispersão, devem possuir um mesmo valor em toda a vizinhança:

$$v_1 = v_2 = \dots = v_{2N} \quad (4.1)$$

2. O somatório de todas as forças exercidas pelas molas, na junta de dispersão, deve ser nulo:

$$F_1 + F_2 + \dots + F_{2N} = 0 \quad (4.2)$$

Para um sistema acústico, a pressão acústica na junta de dispersão deve ser igual a pressão encontrada na vizinhança e o fluxo de pressão deve se anular, ou seja, a soma das velocidades volumétricas de entrada nas juntas de dispersão v_i^+ , deve ser igual a soma das velocidade volumétricas de saída v_i^- , tal que (SAVIOJA e VALIMAKI,1999):

$$\sum_{i=1}^{2N} v_i^+ = \sum_{i=1}^{2N} v_i^- \quad (4.3)$$

Relacionando as Eq. (4.1), (4.2) e (4.3), somada a solução digital da equação da onda, representada pela Equação (3.6), obtém a Eq. (4.4) (VAN DUYNE e SMITHIII, 1993). Através dessa equação é possível obter uma solução, que é a solução da Eq. (3.23), escrita de uma maneira discreta:

$$v_J(n) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2N} v_i^+(n) \quad (4.4)$$

Como os sistemas de molas flexíveis e acústico foram definidos como sendo análogos, é possível estender essa solução para encontrar o valor da pressão acústica:

$$p_J(n) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2N} p_i^+(n) \quad (4.5)$$

Uma configuração das Juntas de Dispersão para o caso SWG é representada como a figura abaixo:

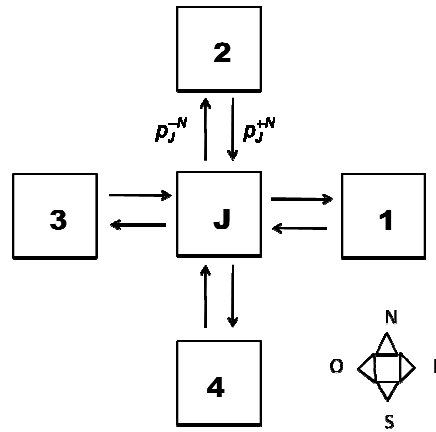


Figura 4.3: Desenho esquemático das Juntas de Dispersão na malha SWG. As porções p_J^+ e p_J^- representam respectivamente as porções de entrada e saída na junta J, em direção a junta 2 (posicionada ao Norte). Figura modificada de Moura (2005).

Reescrevendo a Equação 4.5 em função da configuração da Fig. 4.3, obtém-se:

$$p_J(n) = \frac{1}{2} [p_J^{+NORTE}(n) + p_J^{+SUL}(n) + p_J^{+LESTE}(n) + p_J^{+OESTE}(n)] \quad (4.6)$$

Como visto anteriormente, as guias são elementos lineares bidirecionais, que podem assumir caráter unitário. Dessa forma, os valores de entrada na junta J, em um de instante n, são os mesmos valores de saída das juntas vizinhas, num instante imediatamente anterior, n-1. Assim sendo, valem as seguintes relações:

$$\begin{aligned} p_J^{+NORTE}(n) &= p_2^{-SUL}(n-1) & p_J^{+SUL}(n) &= p_4^{-NORTE}(n-1) \\ p_J^{+LESTE}(n) &= p_1^{-OESTE}(n-1) & p_J^{+OESTE}(n) &= p_3^{-LESTE}(n-1) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Substituindo as relações acima na expressão (4.6), têm-se outra duas expressões para a pressão na junta J:

$$p_J(n+1) = \frac{1}{2} [p_2^{-SUL}(n) + p_1^{-OESTE}(n) + p_3^{-LESTE}(n) + p_4^{-NORTE}(n)] \quad (4.8)$$

$$p_J(n-1) = \frac{1}{2} [p_1^{+OESTE}(n) + p_2^{+SUL}(n) + p_3^{+LESTE}(n) + p_4^{+NORTE}(n)] \quad (4.9)$$

Somando as expressões acima, é possível eliminar os termos que representam as porções de entrada e saída, restando apenas os valores totais de pressão nas juntas (MOURA et al, 2005). Dessa forma, obtém-se o modelo matemático final aplicado às juntas de dispersão, na malha SWG, (MOURA, 2005):

$$p_J(n) = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^4 p_i(n-1) \right] - p_J(n-2) \quad (4.10)$$

Para validar essa expressão é possível determinar a Equação Geral da Onda a partir dessa expressão (VAN DUYNE e SMITHIII, 1993), em outras palavras, realizar o processo inverso.

$$p_J(n+1) + p_J(n-1) = \frac{1}{2} [p_1(n) + p_2(n) + p_3(n) + p_4(n)] \quad (4.11)$$

Somando o termo $-2p_J(n)$ dos dois lados e multiplicando por X^2/T^2 :

$$\begin{aligned} \frac{X^2}{T^2} \left[\frac{p_J(n+1) + p_J(n-1) - 2p_J(n)}{T^2} \right] &= \frac{X^2}{2T^2} [p_1(n) + p_3(n) + p_2(n) + p_4(n) - 4p_J(n)] \\ \frac{p_J(n+1) + p_J(n-1) - 2p_J(n)}{T^2} &= \frac{X^2}{2T^2} \left[\frac{p_1(n) + p_3(n) - 2p_J(n)}{X^2} + \frac{p_2(n) + p_4(n) - 2p_J(n)}{X^2} \right] \quad (4.12) \\ \frac{\delta^2 p(x_m, t_n)}{\delta T^2} &= \frac{X^2}{2T^2} \frac{\delta^2 p(x_m, t_n)}{\delta X^2} \end{aligned}$$

Nessa última expressão, os termos do lado direito e esquerdo da equação correspondem às aproximações por diferenças finitas, das derivadas de segunda ordem da pressão, em relação ao tempo e ao espaço, respectivamente. Além disso, é importante destacar que para esse caso específico, a variável X assume o mesmo valor da variável Y, visto que malha é quadrada (MOURA, 2005).

A última análise deve ser feita sobre o coeficiente $X^2/2T^2$ que aparece na equação multiplicando com o termo da derivada espacial da pressão. Nesse ponto, para que essa expressão possa ser comparada com a Equação da Onda, é necessário que esse valor seja igual ao quadrado da velocidade de propagação da onda no meio, c^2 . Logo, é possível verificar que:

$$c = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{X}{T} \Rightarrow X = \frac{c\sqrt{2}}{f_s} \quad (4.13)$$

Onde $f_s = 1/T$, é a frequência de atualização da malha.

Quando comparado as Equações (2.1) e (4.13) é possível verificar que a onda sonora trafega com uma velocidade nominal de $c_n = \sqrt{1/2}$.

4.2. Malha Bidimensional: TWG (Triangular Waveguide) – Malha Triangular

Fontana (2002) afirma que a malha quadrada apesar de ser muito prática e eficaz, apresenta problemas quanto ao erro de dispersão, devido à discretização dos caminhos de propagação da onda em apenas duas direções. Intuitivamente, a adição de mais direções de propagação poderia aprimorar a malha, daí surge a formulação triangular, que se decompõem em seis triângulos eqüiláteros, representados na Fig. 4.4.

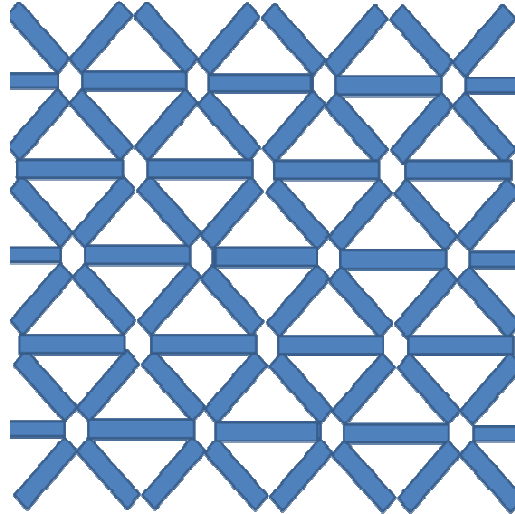


Figura 4.4 – Representação genérica de Guias Digitais de Ondas para formarem uma malha triangular.

Usando essa malha, os resultados numéricos são mais precisos e uniformes, além de demonstrar uma melhor representação do fenômeno de propagação de onda (Fontana e ROCCHESSE, 1995). Por outro lado, o processo de discretização das geometrias do problema se torna mais sofisticado, e requer uma implementação computacional mais criteriosa (MOURA, 2005). Para chegar a essa formulação, cada nó é conectado por 6

juntas de dispersão vizinhas via três atrasos temporais bidirecionais. Quando comparado com a malha SWG, as guias que estariam no eixo das coordenadas, são deslocadas em 30°, (BILBAO, 2001). Dessa maneira, permitindo a adição de mais uma direção de propagação.

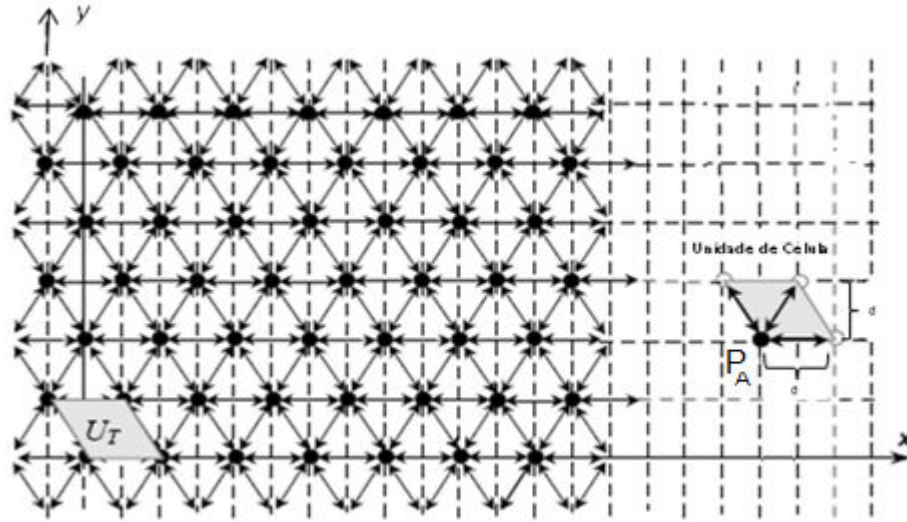


Figura 4.5 – Representação genérica de uma Malha Triangular - TWG. Figura modificada de Campos, (2005)

Na Fig. 4.5, os nós são representados pelos pontos e as guias são representadas pelo duplo sentido da seta. No canto direito da figura é possível ver um paralelogramo, que representa uma unidade de célula dessa topologia. A variável d equivale a distância internodal, sendo o ponto P_A um dos vértices do paralelogramo, e em negrito estão três unidades de atraso bidirecional temporal, que representam a propagação.

Fazendo a mesma analogia, com um sistema de molas flexíveis, tal como foi feito para a malha SGW na sessão 4.1, é possível chegar a mesma formulação da junta de dispersão (MOURA,2005):

$$p_J(n) = \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^6 p_i(n-1) \right] - p_J(n-2) \quad (4.14)$$

No trabalho de Smith III e Van Duyne (1993) ao determinar a Equação da Onda a partir da Equação (4.14), como foi feito para a malha quadrada na sessão 4.1, chegou a conclusão de que a velocidade de propagação sonora na malha é determinada por

$$c_n = \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

4.3. Comparações entre as Topologias: Características Básicas e Operação

Como supracitado, o modelo matemático das malhas são embasadas na formulação das juntas de dispersão, que são os pontos que colhem os valores da pressão sonora exercida no meio e, portanto, é independente da geometria do problema físico. Contudo, as experiências indicam que o resultado final da simulação, em termos de precisão numérica alcançada, é dependente do tipo de malha utilizada (MOURA,2005).

Segundo Fontana e Rocchesso (1995), as unidade de células representadas para as topologias de malha quadrada e triangular representadas nas Fig. (4.2) e (4.4), respectivamente, podem ser descritas usando notação matricial:

$$U_S = (x, y) = \begin{bmatrix} d & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$U_T = (x, y) = \begin{bmatrix} -d/2 & d/2 \\ 0 & d \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

A célula unitária de referência para a topologia quadrada e triangular, U_S e U_T , são posicionadas de tal forma que os seus nós (P_A) coincidem com o ponto de origem nos eixos do plano cartesiano. Assim sendo, a malha numérica, escrita em forma matricial, para indicar a posição do nó na malha são ilustradas no Fig.4.6:

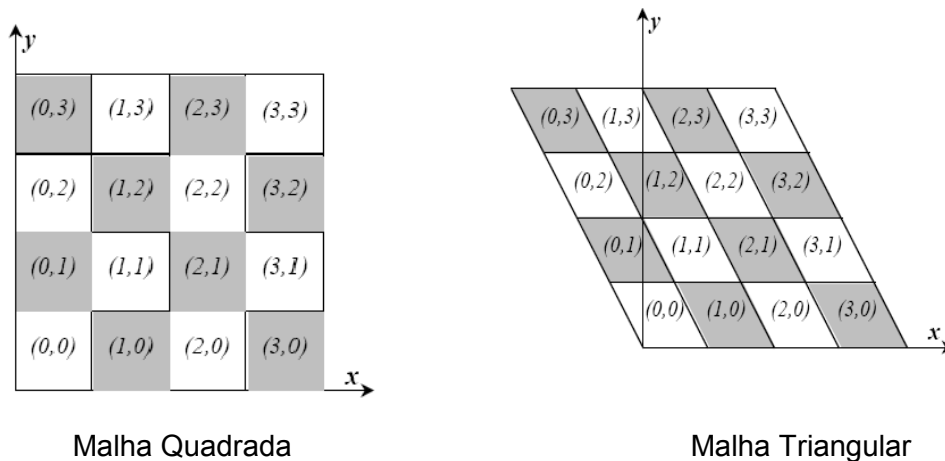


Figura 4.6 – Representação da malha numérica, através da indexação de células unitárias nas malhas bidimensionais.

A partir da localização de cada nó, é possível aplicar uma metodologia para obter a solução numérica do problema proposto, (MALISKA, 2004). Seja $P(i,j)$ um nó padronizado situado numa célula unitária genérica (i,j) . Os nós escritos em coordenadas cartesianas para uma malha quadrada e triangular são dados, respectivamente, por:

$$P(i, j) = d(i, j) \quad (4.17)$$

$$P(i, j) = d\left[\frac{i + (i + 1)}{2}, j\right] \quad (4.18)$$

Para implementar uma junta de dispersão são necessárias duas células unitárias, como é possível ver a seguir.

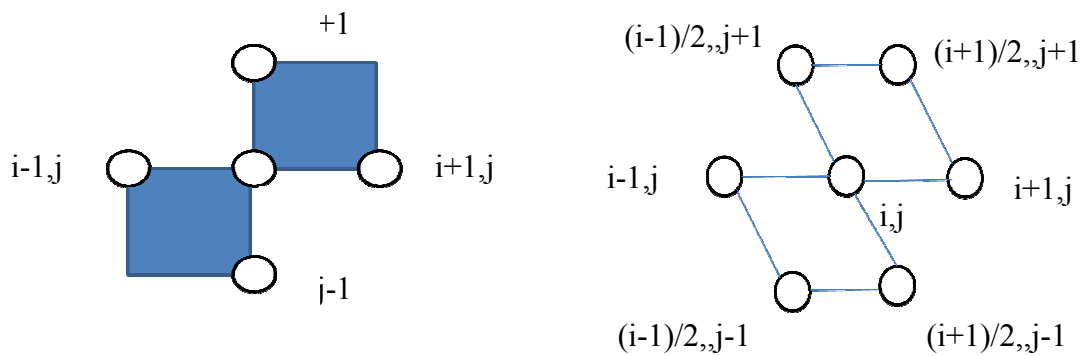


Figura 4.7 – Representação da malha numérica, através da indexação de células unitárias nas malhas bidimensionais.

A função transferência dos passos de tempo, para uma junta de dispersão está resumida na Tab. 4.1 (Malha Quadrada) e Tab. 4.2 (Malha Triangular).

Tabela 4.1: Interconexão dos nós efetuada por duas unidades de atraso temporal na junta de dispersão (i,j) de uma malha quadrada.

Nó na célula (i,j)		A	
Eixo de Propagação		X	Y
Vizinhos	$(i, j+1)$ acima		P_{NORTE}
	$(i,j-1)$ abaixo		P_{SUL}
	$(i+1,j)$ direita	P_{LESTE}	
	$(i-1, j)$ esquerda	P_{OESTE}	

Tabela 4.2: Interconexão dos nós efetuada por três unidades de atraso temporal na unidade de célula (i,j) de uma malha triangular. Os eixos de propagação são y1 e y2, são os eixos deslocados em 30° com relação ao eixo y do plano cartesiano.

Nó na célula (i,j)		A		
Eixo de Propagação		X	y1	y2
Vizinhos	(i+1,j)	P _{LESTE}		
	(i-1,j)	P _{OESTE}		
	$\left(\frac{i+(i+1)}{2}, j+1\right)$		P _{NORTE1}	
	$\left(\frac{i+(i-1)}{2}, j+1\right)$			P _{NORTE2}
	$\left(\frac{i+(i+1)}{2}, j-1\right)$		P _{SUL1}	
	$\left(\frac{i+(i-1)}{2}, j-1\right)$			P _{SUL2}

Para cada nó da malha há um determinado número de operações necessárias. Um resumo do requerimento computacional de cada tipo de topologia é expresso abaixo, sendo que adições algébricas estão relacionadas com as soma dos nós vizinhos e da pressão no tempo anterior e a multiplicação está relacionada com o valor de 2/N, tal como mostra a Eq.3.29:

Tabela 4.3: Número total de operações por nó, ou seja, junta de dispersão.

	Cálculo da Pressão Sonora na Junta de Dispersão	
	Adição Algébrica	Multiplicações
Malha Quadrada	5	1
Malha Traingular	7	1

4.4. Estabilidade e Convergência

Como supracitado, a Guia Digital de Ondas é um método numérico que visa a solução unidimensional da equação geral da onda, a partir da Solução de d'Alembert. Dessa forma, é importante conhecer o comportamento dessa solução para estabelecer os limites

de tempo e espaço, permitidos às aproximações numéricas realizadas (MOURA, 2005). Como visto no capítulo 2, a imposição matemática necessária e suficiente para a caracterização do aspecto geral dessa solução é a igualdade das derivadas de segunda ordem do tempo e do espaço, tal como na expressão abaixo:

$$X = T \quad (4.19)$$

Esse é o critério de estabilidade e convergência dos métodos numéricos, tal como é exigido para problemas hiperbólicos, que é a classificação da Equação Geral da Onda (BARRET e WYLIE, 1995). Essa relação de dependência está contemplada no modelo matemático, através do caráter regular da malha e por fixar a distância entre nós d_s em (SMITH, 1992):

$$d_s = c\Delta T\sqrt{2} \quad (4.20)$$

Aplicando a Eq. (4.13) na Eq. (4.20) é possível perceber que $d_s = \Delta T$, porque a velocidade de propagação da onda na malha bidimensional é 1/2 e assim sendo, contemplando a estabilidade do método.

A consistência é outra característica desejável dos métodos numéricos. Um modelo é dito consistente quando, ao aumentar a densidade de pontos, ou a densidade modal da malha, se observa uma maior eficiência nos resultados obtidos (MOURA, 2005). Para Savioja (2000) a diminuição da distância entre os pontos, necessária para que se tenha uma malha densa, afeta diretamente a qualidade das aproximações numéricas realizadas. Para Trefethen (1994) ocorre um erro de aproximação, denominado erro de dispersão, devido ao processo de discretização das direções de propagação da onda na malha e esse erro pode ser amenizado, aplicando geometrias de malhas diferentes ou pelo aumento da densidade modal, (MOURA, 2005). Como esse é um assunto de extrema importância, o próximo tópico abordará o erro de dispersão e seus efeitos nos resultados numéricos obtidos.

4.5. Erro de Dispersão

A dispersão pode ser quantificada como um erro na velocidade de propagação em função da frequência e da direção ao longo da malha (Van Duyne & Smith III, 1996). Esse fenômeno ocorre porque a solução da equação de ondas planas é obtida a partir da soma

de todas as ondas que trafegam num dado ponto, em todos os sentidos, a uma velocidade constante c . Em geral, a modelagem dessa velocidade de propagação é dependente da frequência, isto porque as componentes de diferentes frequências viajam em diferentes velocidades através da malha (CAMPOS, 2003). Além disso, o erro de dispersão também sofre influência da direção de propagação.

A análise quantitativa da dispersão apresentada aqui pode ser igualmente aplicável para o caso de malhas 3D, Campos (2003). Essa quantificação é realizada mediante a análise de Von Neumann, que é baseada na aplicação de teorias de Fourier sobre equações de diferença finitas, (TREFETHEN, 1994). Através dessa análise é possível estabelecer uma relação entre a velocidade de propagação da onda na malha e a velocidade de propagação do som no meio. (MOURA, 2005).

Em todos os casos, quando o sinal com uma frequência angular de $\omega = 2\pi f$ é inserido na malha, ele gera uma onda cuja frequência angular é $\beta = 2\pi\xi$ e que depende da velocidade de propagação na malha através da direção de propagação:

$$\omega = c_n \beta \Leftrightarrow f = c_n \xi \quad (4.21)$$

Onde c_n corresponde à velocidade de propagação aparente, ou nominal, como foi definido pela Eq. (3.31).

As ondas se movimentam ao longo de certas direções preferenciais. Para uma melhor visualização desse fenômeno, segue abaixo uma figura representativa das malhas SWG e TWG e suas respectivas direções preferenciais.

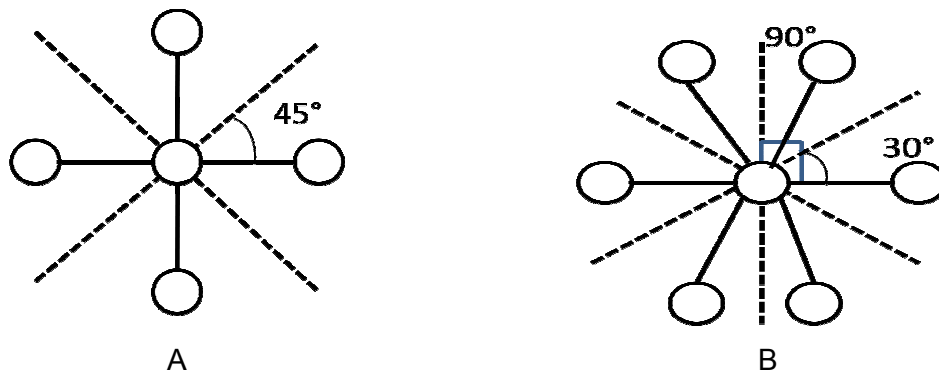


Figura 4.8 – Representação esquemática das direções de propagação das ondas na malhas SWG e TWG, respectivamente A e B. As retas pontilhadas indicam as direções preferenciais de propagação. Figura modificada de Moura (2005).

Essas figuras mostram as direções de propagação de ondas nas malhas SWG e TWG, definidas ao longo das guias de ondas. Utilizando a Equação 4.12 expressa para a malha SWG, da Figura 4.8, é possível obter a velocidade nominal de propagação da onda na malha.

$$c_n = c\sqrt{2} \quad (4.22)$$

Esse parâmetro se refere à velocidade com que a onda se propaga ao longo das guias. Através de uma amostragem ao longo da direção de 45°, esse parâmetro de velocidade passa a ter o mesmo valor da velocidade real de propagação da onda sonora, definida na Figura 4.8 – A e representada pelas linhas pontilhadas. Estes diferentes valores de propagação sobre a malha geram um erro numérico, conhecido como erro de dispersão

A malha TWG é representada no lado B da Fig. 4.8, a velocidade nominal de propagação da onda possui o mesmo valor da Eq. 4.22. A mesma análise pode ser estendida para as direções de 30° e 90°, a fim de obter uma velocidade nominal igual à velocidade real de propagação da onda sonora.

Cada topologia de malha é caracterizada por um modelo específico de dispersão. Para o caso 2D, a malha triangular leva vantagem com relação as outras geometrias, devido ao aumento da direção de propagação na malha, acarretando numa menor variação do erro de dispersão. Fontana e Rocchesso (1995) fizeram uma análise quanto ao erro de dispersão nas malhas e chegaram à conclusão de que um valor aproximado do que seria o erro de dispersão máximo cometido pela malha SWG seria de 30% e de 15% para a malha TWG.

Na Figura 4.9, é possível constatar a influência da geometria da malha sobre o erro de dispersão. Como esperado, as figuras revelam que o erro de dispersão na malha TWG é menor do que na malha SWG, devido ao fato da malha ter um maior número de direções preferenciais de movimento.

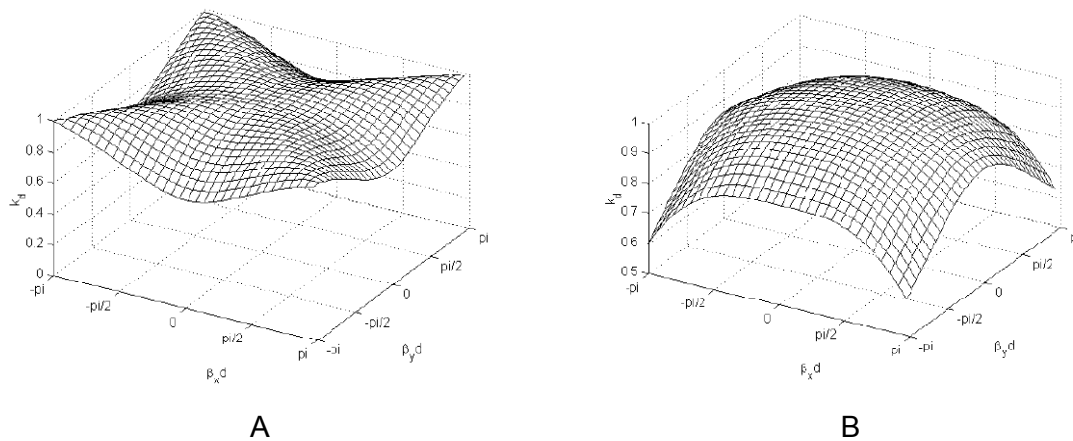


Figura 4.9 – Fator de erro de dispersão na malha SWG, representado pelo lado A, e na malha TWG, representado pelo lado B. Figura obtida em Murphy & Mullen (2002).

4.6. Malha tridimensional: Cubic Waveguide (Malha Cúbica)

Matematicamente, o caso 3D é uma expansão da formulação desenvolvida para o caso plano apresentado nas sessões 4.1 e 4.2. Como é possível observar, todas as formulações desenvolvidas resultaram numa equação n-dimensional, que foi manipulada de acordo com o número de vizinhos estabelecido em cada geometria de malha. (MOURA, 2005). Assim sendo, com o acréscimo de novos elementos ao longo de uma nova dimensão, é o bastante para a obtenção de uma malha que se aplique ao caso tridimensional. Porém, existe uma regularidade na malha que deve ser respeitada para garantir os critérios de estabilidade e convergência de quaisquer aplicações baseadas em sistemas de equações de Diferenças Finitas (Trefethen, 1994).

Assim a estrutura da malha cúbica, ilustrada na Figura 4.10, é obtida por várias camadas de malhas SWG alinhadas umas com as outras, sendo que cada junta de dispersão passa a contar com seis nós vizinhos. Essa é provavelmente a maneira mais simples de estender o algoritmo de guias digitais de ondas para três dimensões. (CAMPOS, 2003). Isso porque cada nó é capaz de se comunicar diretamente com os seus vizinhos, via unidades de atraso ao longo das direção x, y e z, assim é possível simular o sinal de propagação na malha 3D.

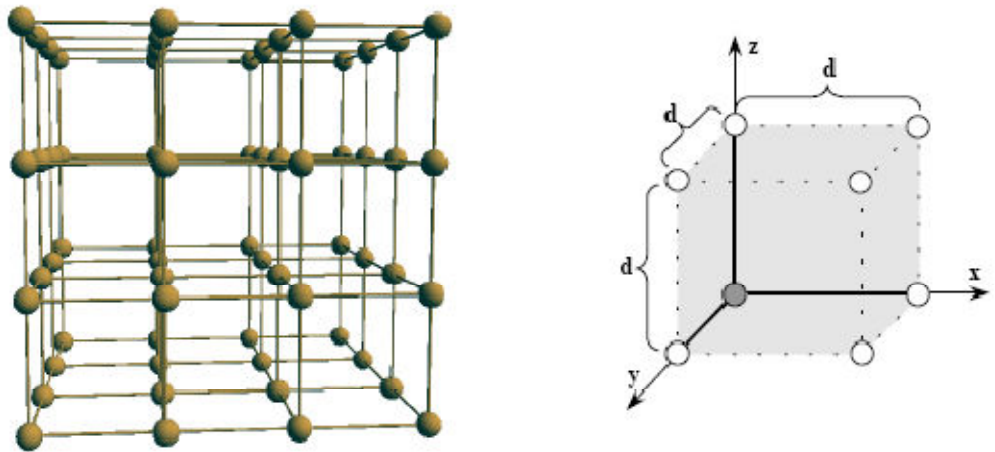


Figura 4.10 – Representação esquemática da malha cúbica 3D no canto esquerdo. No lado direito, está representada a unidade de célula dessa geometria, sendo que a distância entre os nós é expressa por d . Essa célula é caracterizada por três unidades de atraso bidirecional ao longo dos eixos x , y e z . Figura modificada de (CAMPOS, 2003).

O modelo matemático desta malha pode ser obtido de forma semelhante, como foi feito para a malha SWG, apresentada anteriormente. Assim sendo, o equacionamento necessário para calcular a pressão sonora numa junta de dispersão é expresso por:

$$p_J(n) = \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^4 p_i(n-1) \right] - p_J(n-2) \quad (4.23)$$

Tal como feito para as malhas bidimensionais, na Eq.4.13, a distância entre os nós é estabelecida por, (SMITH, 1992):

$$X = \frac{c\sqrt{3}}{f_s} \quad (4.24)$$

A malha numérica, escrita em forma matricial, para indicar a posição do nó na malha é ilustrada na Fig.4.11:

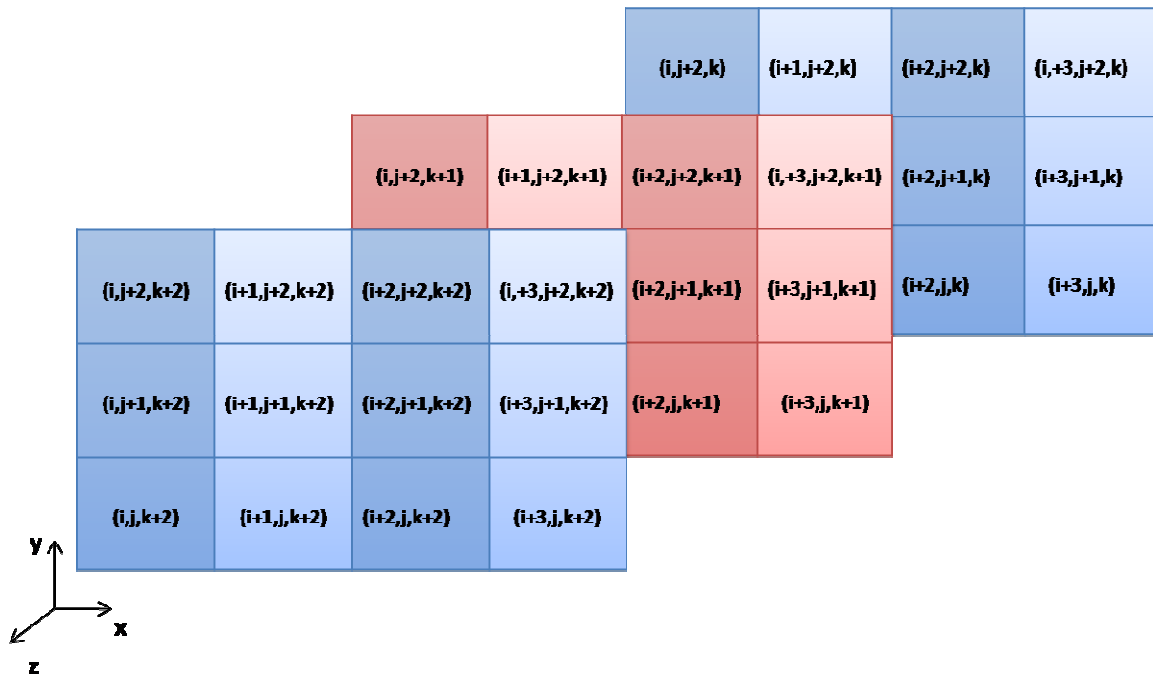


Figura 4.11 – Representação da malha numérica cúbica.

Os nós escritos em coordenadas cartesianas para uma malha quadrada e triangular são dados, respectivamente, por:

$$P(i, j) = d(i, j, k) \quad (4.25)$$

O erro de dispersão desse tipo de topologia, tal como ocorre no caso SWG, 2D, possui certas direções preferenciais, que nesse caso, também ocorre ao longo da direção de 45°. Isso porque a malha cúbica na verdade a malha quadrada adicionada em uma dimensão. A Fig. 4.12, mostra com detalhes o erro que ocorre na propagação na esférica.

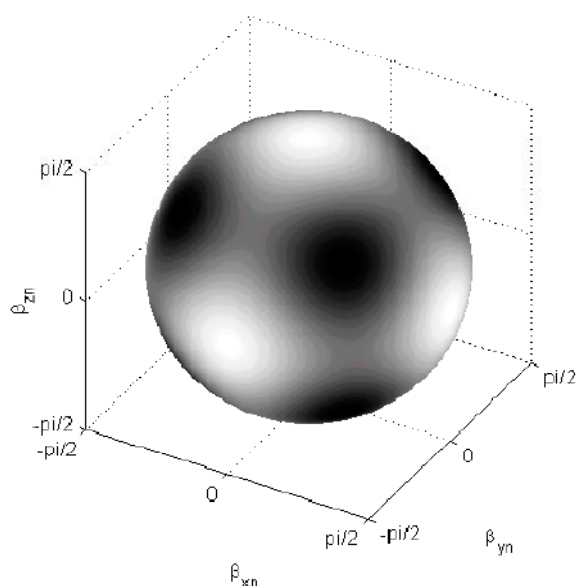


Figura 4.12: Representação do erro de dispersão na malha cúbica. Figura obtida de Campos (2005)

A esfera apresenta algumas regiões mais escuras, que são formadas ao longo da direção preferencial. Como é possível notar, a velocidade real de propagação, coincide com a velocidade de propagação nessa região de 45° e como nas outras direções, por exemplo, 0° e 90° , a informação chega num tempo anterior, causando o erro de dispersão.

Os resultados das simulações de membranas e salas acústicas serão mostrados no próximo capítulo, fazendo uma abordagem mais próxima da realidade por fazer a modelagem de fonte multifrequencial.

CAPÍTULO V

RESULTADOS

Este capítulo traz uma série de investigações sobre a propagação sonora proveniente de variados tipos de fontes. A primeira parte se concentra na determinação das condições de contorno, definição dos tipos de entrada e saída de áudio. Logo após, serão mostrados os tipos de códigos confeccionados para alcançar os resultados que serão mostrados logo na sequência.

5.1. Detalhes da Modelagem Acústica

Todas as simulações feitas são baseadas em algumas questões que serão levantadas nos tópicos a seguir.

5.1.1. Modelagem da Fonte

Para a modelagem de fontes sonoras usando guias digitais de ondas, uma excitação é gerada na malha para reproduzir a injeção de energia sonora (Smith III, 1993). Na modelagem das salas acústicas deste trabalho, uma fonte sonora é simulada por injeção de um sinal, geralmente senoidal, em um único nó, implementando assim, uma fonte pontual.

5.1.2. Condições de Contorno

A modelagem do comportamento físico de sistemas governados por equações diferenciais parciais requerer um método genérico para solucioná-los, sendo ele analítico ou numérico, e também condições de contorno apropriadas, descrevendo o que acontece na região que delimita o sistema físico em consideração. (James et al., 1999). Na modelagem da malha de guias digitais de ondas, esses pontos são tratados como os nós de contorno e

as suas posições definem os limites do domínio modelado, que geralmente, coincide com a transição entre os diferentes meios de propagação. Porém, devido a discretização espacial dos nós, podem ocorrer erros, porque o contorno físico real não coincide exatamente com os nós de contorno, e essas superfícies costumam ser representadas por aproximações. Intuitivamente, com o aumento da densidade da malha, problema pode ser reduzido, porém, não eliminado (CAMPOS,2003).

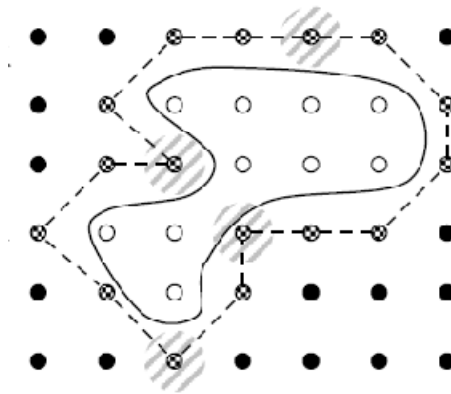


Figura 5.1. – Ilustração do erro causado pela discretização na modelagem da condição de contorno. Os limites reais do domínio modelado e a aproximação correspondente são representados respectivamente, pelas linhas contínuas e pelas linhas pontilhadas. Pontos brancos: nós que representam o meio de propagação, no caso, o ar. Pontos riscados: nós do contorno. Pontos pretos: nós inativos.

Nesse caso, os nós de contorno são posicionados de tal forma que consigam representar a descontinuidade de impedância. A modelagem das condições de contorno é baseada na Eq. 5.1.

$$p_1^+ = r p_1^- \quad (5.1)$$

Enfatizando que o índice de reflexão é dependente da frequência, em outras palavras, a impedância acústica dos materiais assume valores diferenciados de acordo com frequência, na tabela 2.1, possui exemplos de alguns materiais e seus respectivos coeficientes de absorção.

5.1.3. Atenuação do som pelo ar

No contexto de modelagem de salas acústicas, a absorção das paredes é a principal causa de dissipação de energia, mas na prática, há uma parcela significativa de absorção do ar, sendo que esta aumenta proporcionalmente com a frequência (MOORER, 1979). A absorção do som pelo meio de transmissão depende de uma série de fatores, tais como a distância, temperatura, umidade, entre outros, sendo que na prática o fator que mais interfere é a variação de temperatura. (SAVIOJA, 2000).

As figuras a seguir mostram a atenuação sonora em relação à frequência e a distância, nela foram plotados seis pontos receptores, sendo que as suas respectivas distâncias até a fonte estão assinaladas no gráfico.

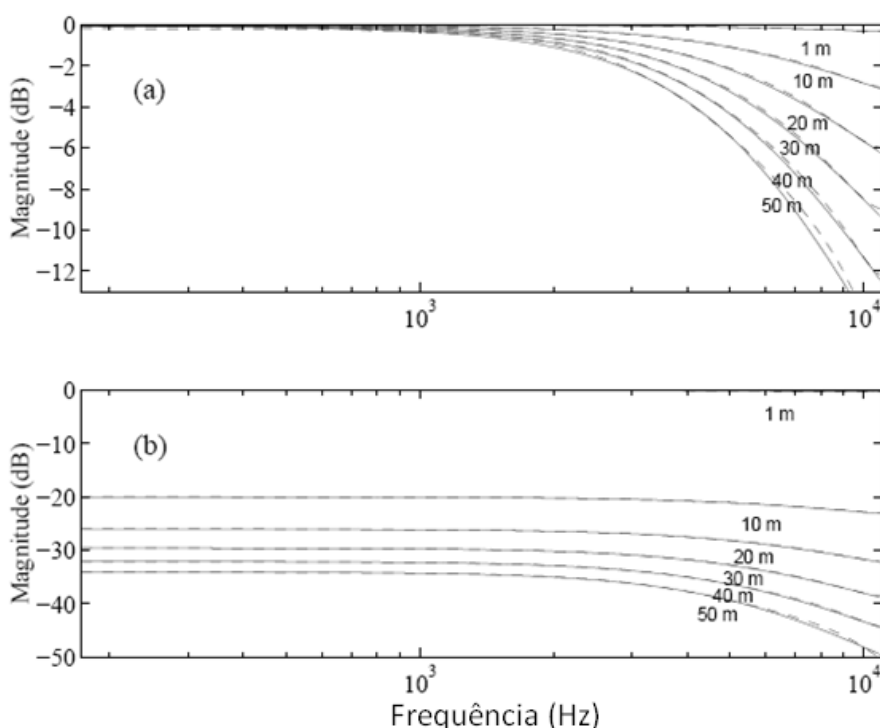


Figura 5.2 – (a) Magnitude dos filtros de absorção do ar em função da distância (1-50m) e da frequência. As linhas contínuas representam a resposta ideal e a linha pontilhada, é a resposta do filtro obtida por Savioja (2000). Para esses filtros, o autor determinou uma umidade de 20% e uma temperatura de 20°C. (b) Magnitude da combinação da absorção do ar e dos filtros de atenuação em função da distância (1-50m) e da frequência. Figura obtida de Savioja (2000).

Como os resultados comprovam, só faz sentido incorporar a absorção do ar em ambientes relativamente grandes e quando se trabalha com frequências muito altas, que não condizem com o objetivo desse trabalho. Por essa razão, em todas as simulações feitas o efeito de absorção do meio está sendo negligenciado.

5.1.4. Tipo de hardware utilizado

Todos os resultados apresentados neste trabalho foram simulados num computador Intel Pentium Dual Core com 1GB de RAM.

5.2. Software de Guias Digitais de Ondas

Os códigos confeccionados foram gerados em Matlab® e Borland C++®. Os resultados ilustrados nesse trabalho foram feitos em C++, por se tratar de uma linguagem robusta e com tempo computacional relativamente baixo. Além disso, como essa linguagem é orientada a objeto, torna o trabalho mais flexível, sendo um grande atrativo para a manutenção, no que se diz respeito a trabalhos futuros. Outra preocupação desse trabalho se deu na documentação do sistema, tanto para o usuário, que se encontra no capítulo 6, como do sistema que está no anexo.

5.2.1. Banco de Dados

Com o intuito de aprimorar o código, um banco de dados, baseado em tabela foi elaborado. Desse modo, os valores encontrados na Tab.2.1, foram inseridos nesse sistema e assim que o usuário aciona um dos elementos como, por exemplo, madeira, automaticamente, o sistema define os coeficientes de acordo com as bandas de frequência. Com esse tipo de modelagem, o usuário pode inserir ou excluir o registro, apenas clicando nos botões destinados a esse fim, tal como mostra a figura abaixo:



Figura 5.3 – Representação dos botões de navegação do banco de dados.

5.3 Resultados obtidos

5.3.1. Batimento

O primeiro estudo a respeito de tratamento multifrequencial, foi através do batimento de ondas sonoras. Esse tipo de fenômeno é resultado da superposição de duas ondas que se propagam numa mesma direção com frequências ligeiramente diferentes. Em decorrência da superposição simultânea desses sinais, o receptor ouvirá o acoplamento das duas ondas sonoras que periodicamente entram em fase e saem de fase, em decorrência

da alternância no tempo entre ondas construtivas e destrutivas, sendo que esse fenômeno pode ser caracterizado como uma interferência temporal. (CHIQUITO e RAMOS, 2005). Por exemplo, sejam duas ondas de mesma amplitude, propagando no ar com frequências ligeiramente diferentes, f_1 e f_2 .

Pelo princípio da superposição, o deslocamento que cada onda provoca num determinado ponto é dado por:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= A \cos(2\pi f_1 t) \\ y_2(t) &= A \cos(2\pi f_2 t) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Pela superposição, o deslocamento nesse ponto é expresso por:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = A(\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)) \quad (5.3)$$

Usando as relações trigonométricas é possível escrever:

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \quad (5.4)$$

Fazendo $a = 2\pi f_1 t$ e $b = 2\pi f_2 t$,

$$y(t) = 2A \cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t\right] \cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right] \quad (5.5)$$

Através da Eq. (5.5) é possível constatar que o deslocamento resultante da combinação das duas ondas tem uma frequência efetiva igual à frequência média, $(f_1 + f_2)/2$ e uma amplitude não constante, mas modulada por uma função oscilatória (CHIQUITO e RAMOS, 2005), ou seja,

$$2A \cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right] \quad (5.6)$$

A amplitude varia com o tempo e com uma frequência dada por $(f_1 - f_2)/2$. No caso de uma onda sonora, o máximo de amplitude, conhecido como batimento, será percebido sempre que $\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right] = \pm 1$. Ou seja, são dois os máximos de cada ciclo. Uma vez que a amplitude varia com a frequência segundo $(f_1 - f_2)/2$, o número de batimentos por segundo será o dobro da frequência de batimentos, ou seja, $(f_1 - f_2)$ (CHIQUITO e RAMOS, 2005).

Para simular esse fenômeno dois sinais senoidais de 400 e 416 Hz e amplitude de 1 Pa foram gerados numa barra de 10 cm, com uma duração de 0.1s. A fonte foi posicionada na extremidade esquerda da barra e a propagação ocorreu através de toda a superfície, assim como é possível notar na Fig. 5.4:

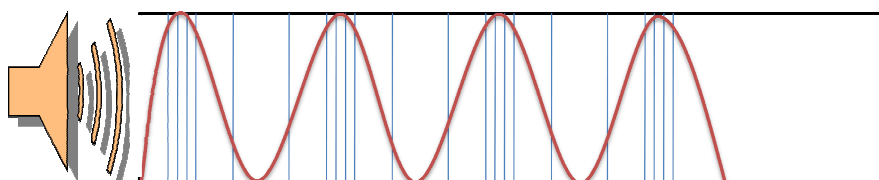


Figura 5.4 – Protótipo do modelo físico simulado para o caso do batimento.

No extremo oposto da barra, o nó foi configurado a fim de simular reflexão total. Além disso, o valor de frequência de atualização da malha foi ajustada em $f_s=3200\text{Hz}$. O resultado obtido está representado na Fig. 5.5.

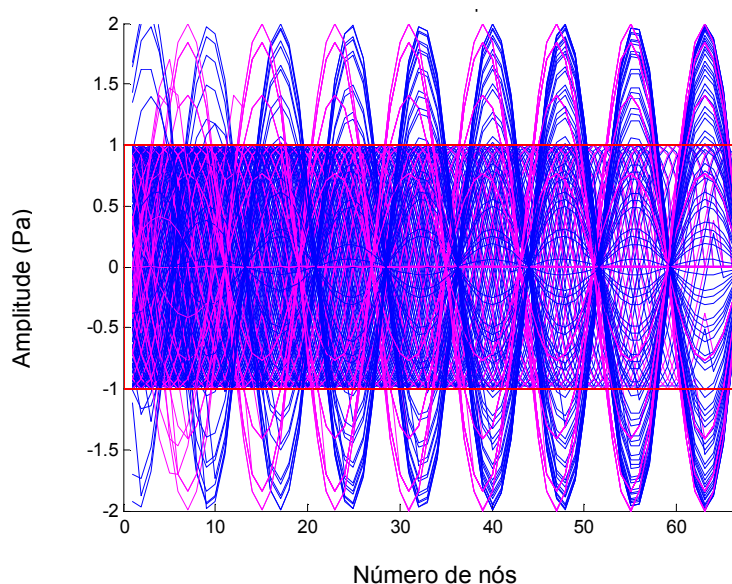


Figura 5.5 – Batimento de duas ondas sonoras usando guias digitais de ondas.

Como é possível observar, no lado direito da figura, as ondas ficam sobrepostas de uma maneira mais comportada, sendo que no lado esquerdo as componentes de ondas ficam mais esparsas. Nesse ponto, cabe salientar que vários testes foram feitos anteriormente, seja configurando o nó totalmente sem reflexão, seja simulando um campo aberto, porém, não obtiveram sucesso, uma vez que na simulação de guias digitais de ondas é imprescindível a caracterização de todos os vizinhos, porque a metodologia busca informações contidas neles.

5.3.2. Resposta Impulsiva da Sala – Room Response Impulsive (RIR) Comparação entre Guias Digitais de Ondas e Elementos Finitos

Para se avaliar a qualidade acústica de um ambiente é necessário verificar as características quantitativas e qualitativas do ruído presente. Isso significa calcular as respostas impulsivas associadas aos caminhos compreendidos entre as fontes e os receptores. A análise de resposta impulsiva da sala é gerada para representar a função de resposta da sala que foi submetida a um impulso sonoro, sendo que nessa cavidade foram usando alguns parâmetros para simular variáveis do mundo real, tal como tamanho da sala, localização da fonte, posição de receptores e coeficientes de absorção.

Uma sala retangular de dimensões 4x3 [m] foi modelada usando SWG e o Método de Elementos Finitos. A fonte sonora, representada pelo círculo na Fig.5.6 está situada no canto inferior esquerdo distante 0.5 [m] de cada parede. A resposta impulsiva é medida num ponto situado no canto superior direito da sala, distante 0.5 m das paredes. A Figura 5.6 ilustra a representação física da simulação.

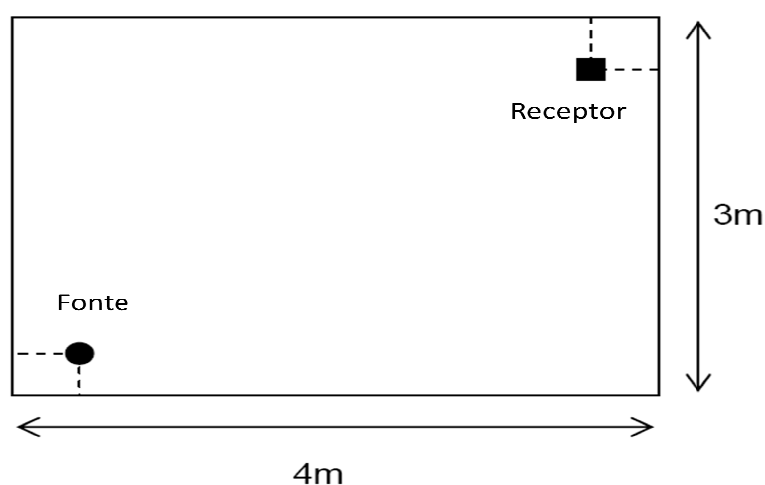


Figura 5.6 – Representação esquemática da sala acústica em 2D

Para simular a técnica de Guias Digitais de Ondas, a impedância nas bordas da malha foi configurada para permitir condições de paredes rígidas e foi configurado um coeficiente de absorção de 0.1. A frequência de atualização da malha, foi ajustada em 1000Hz e a distância entre os nós de 0.02 m. Como sinal de entrada foi gerado um seno com frequência de 100 Hz. O método de Elementos Finitos foi simulado usando Ansys®, com o elemento Acoustic 29, e com o ajuste de malha quadrada, com o intuito de obter resultados mais aproximados. O tempo de simulação do processo foi de 3 segundos, sendo que a SWG alcançou o resultado com 26 minutos e o MEF gastou em torno de 50 minutos. A Figura 5.7 mostra a malha usada em ambas as técnicas.

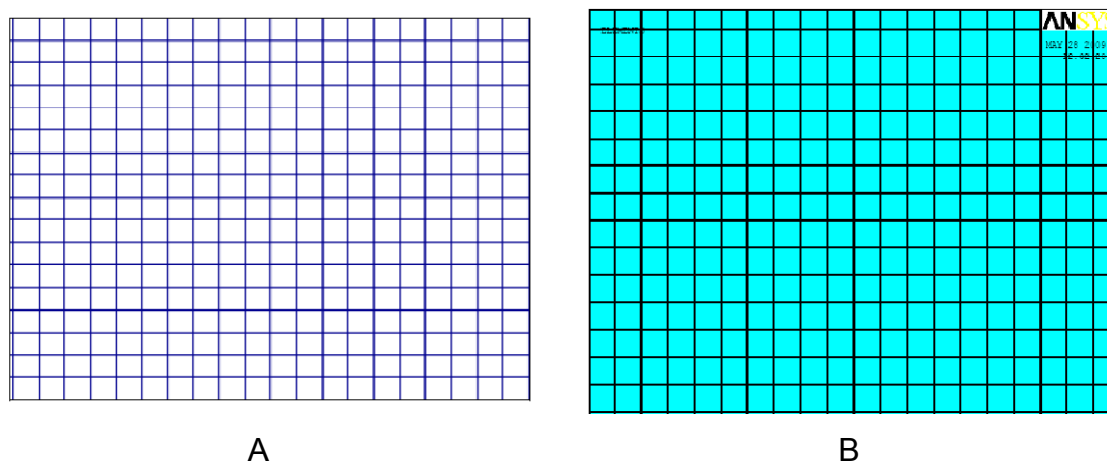


Figura 5.7 – Representação das malhas usadas para a simulação, onde A é a malha da modelagem por Waveguide e B a malha por elementos finitos.

As figuras a seguir mostram o momento em que a fonte está em funcionamento.

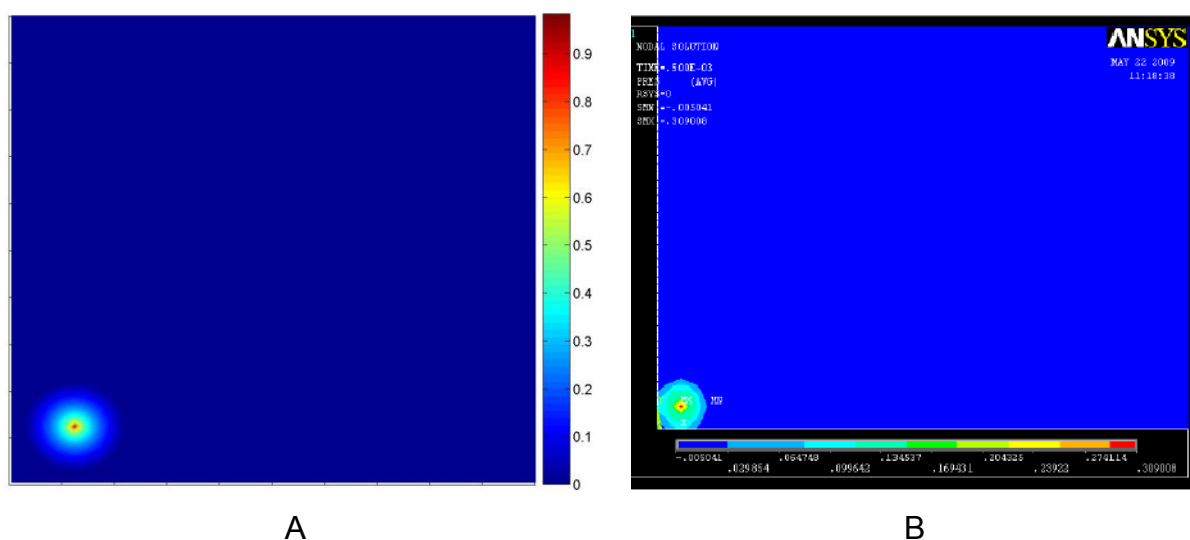


Figura 5.8 – Simulação da resposta impulsiva usando Guias Digitais de Ondas (A) e métodos de Elementos Finitos (B)

As Figuras abaixo mostram o momento em que a fonte é desligada.

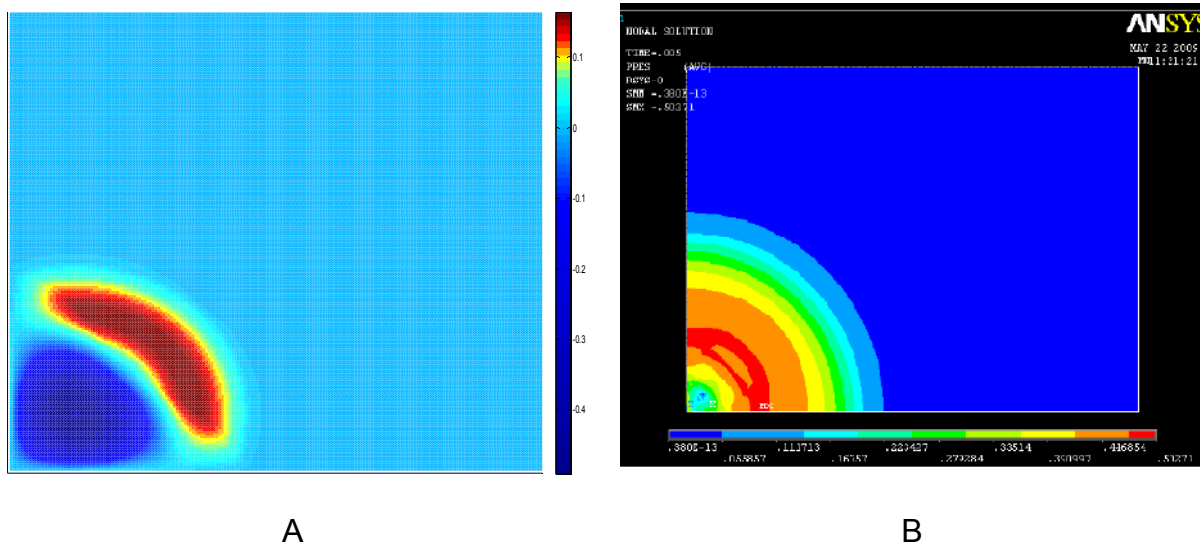


Figura 5.8 – Momento em que a fonte é desligada. Sendo A representação da SWG e B o resultado em Elementos Finitos.

Como é possível observar, os resultados no aspecto visual foram semelhantes. Para prosseguir com a investigação, dois sensores foram distribuídos pela sala, sendo que um posicionado na fonte e outro no receptor. Os gráficos a seguir mostram as respostas impulsivas obtidas pelas duas metodologias.

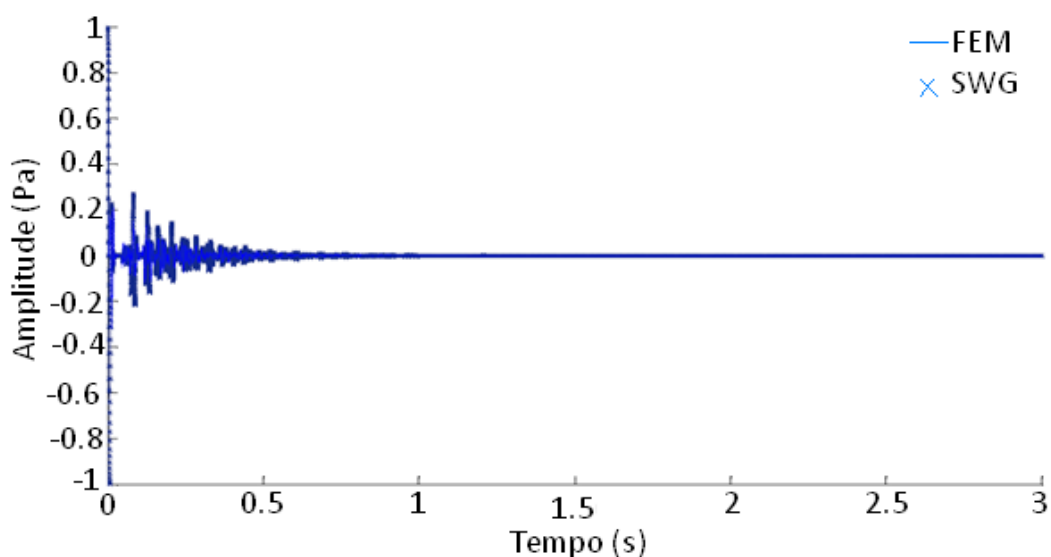


Figura 5.9 – Medição da resposta impulsiva na posição da fonte.

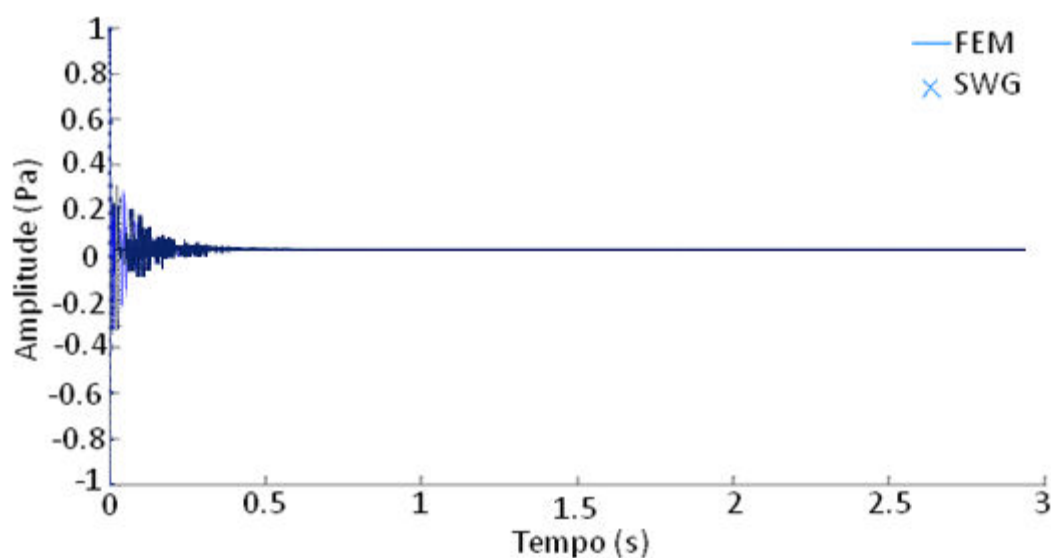


Figura 5.10 – Medição da resposta impulsiva no receptor

Como esperado, o gráfico de energia acústica da fonte, na Fig.5.9, tem um pico mais acentuado no início e logo em seguida essa energia vai sendo atenuada. Na Figura 5.10, a energia sonora chega ao receptor de forma dissipada, porque sofre atenuação das paredes.

Ainda no escopo da malha SWG é importante destacar o erro de dispersão dessa malha. A figura abaixo mostra nitidamente, como esse erro pode influenciar no resultado da simulação.

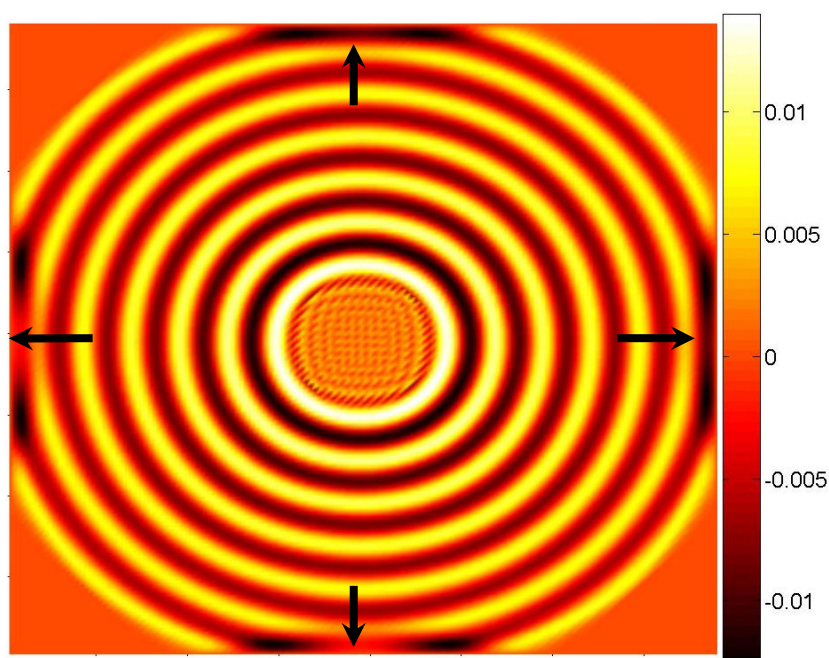


Figura 5.11 – Medição da resposta impulsiva no receptor

O problema que ocorre no resultado da simulação é que na verdade, nos pontos indicados pelas setas, a propagação proveniente da fonte já alcançou as paredes e parte da

energia já está sendo refletida. Já na direção preferencial de propagação, ou seja, 45° , a informação ainda está sendo transmitida e não alcançou o obstáculo. Esse erro ocorre, porque na simulação da malha SWG a informação, que se trata de uma propagação esférica, está sendo simulada pela a malha quadrada. Assim, geometricamente, o problema pode ser interpretado como um círculo circunscrito, ou inscrito num quadrado.

Uma solução apresentada para amenizar esse erro de dispersão, como já tratado no Capítulo 4 é o aumento da densidade da malha, ou usar outras geometrias de malha, como a malha triangular.

5.3.3. Tratamento Multifrequencial

O tratamento multifrequencial é o foco desse trabalho. Para tanto, uma sala 6x6 com obstáculo, submetida a uma reposta impulsiva foi simulada. A figura abaixo mostra a representação esquemática da sala.

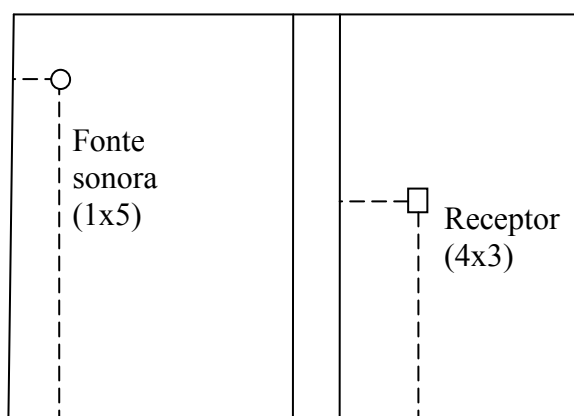


Figura 5.12 – Esquema da sala simulada com fonte multifrequencial.

Para tanto foi criada uma malha triangular e a fonte gerou um sinal cujas freqüências são de 125, 250, 500, 1000, 2000 e 4000 Hz. O tempo total de simulação foi de 0.02 s. O tempo de funcionamento da fonte 0.008s, para que desse tempo de um ciclo completo da freqüência mais baixa, ou seja, para conseguir captar o maior comprimento de onda. A freqüência de atualização da malha foi ajustada em 12 kHz. O obstáculo foi configurado como tijolo simples e as suas propriedades de reflexão foram ajustadas para tal e as paredes simularam tijolo pintado. O tempo computacional gasto para atingir esses resultados foram de aproximadamente 3 horas.

A Figura 5.13 mostra a iteração das ondas com os obstáculos inseridos na análise. Nesse instante, a informação ainda não alcançou o receptor.

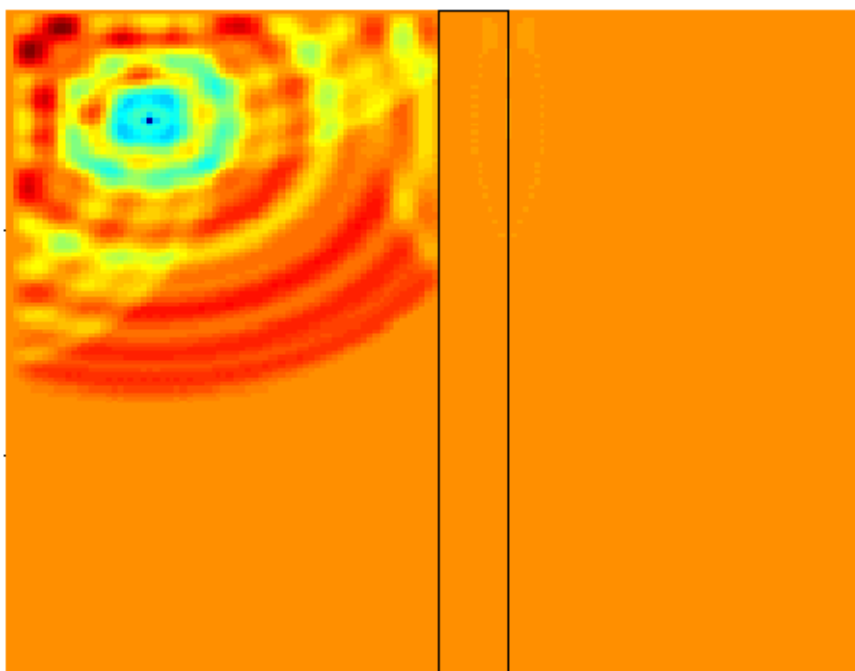


Figura 5.13 – Momento em que a fonte alcança o obstáculo, que na figura é representado pelas linhas em negrito, no meio da sala.

A figura abaixo mostra o momento em que a informação chega ao receptor.

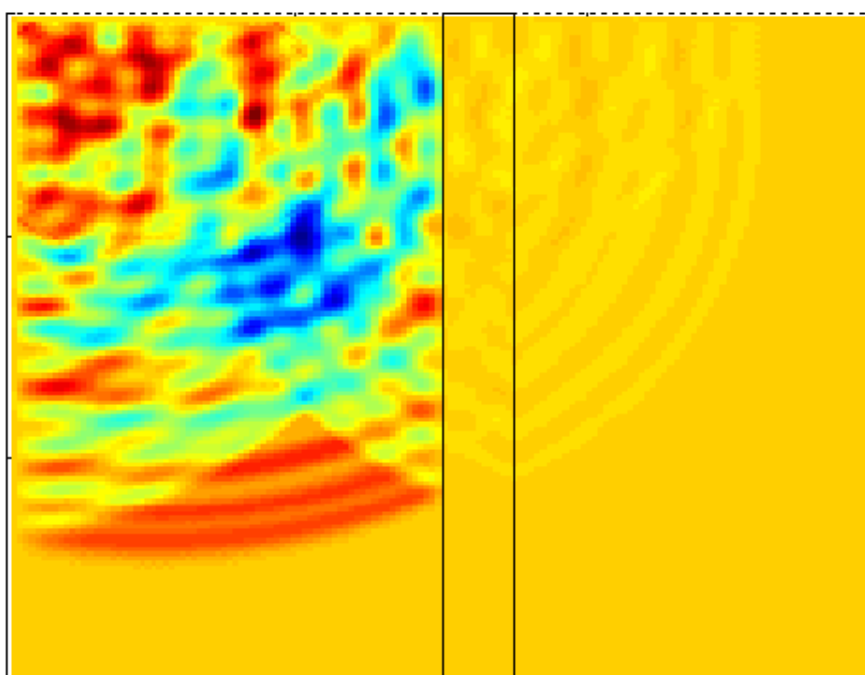


Figura 5.14 – Informação alcançando o receptor.

A figura abaixo mostra o tempo final de simulação, em que a energia sonora já se espalhou por todo recinto e a fonte já não está em funcionamento.

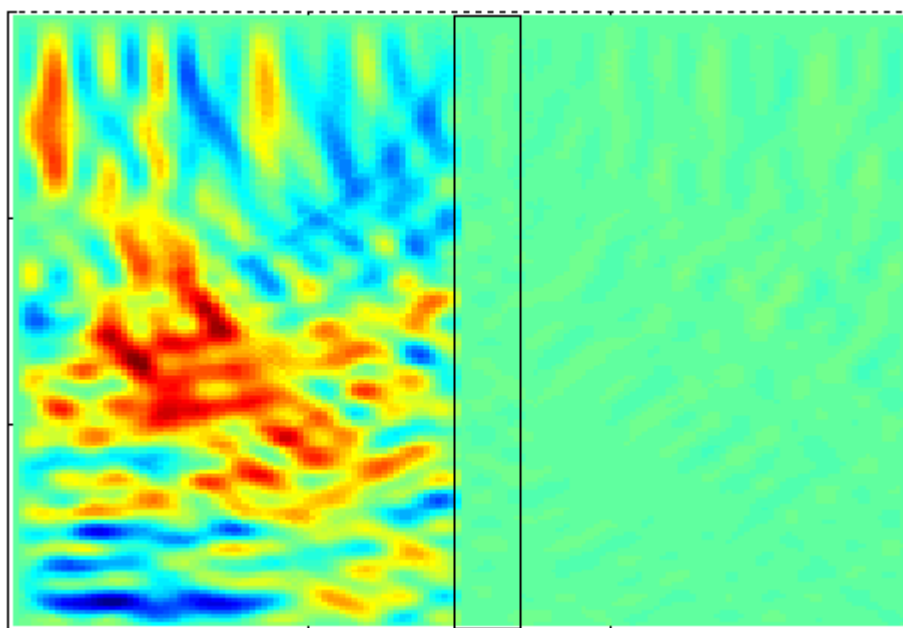


Figura 5.15 – Tempo final de simulação

Os gráficos a seguir mostram a resposta impulsiva do sensor posicionado na fonte.

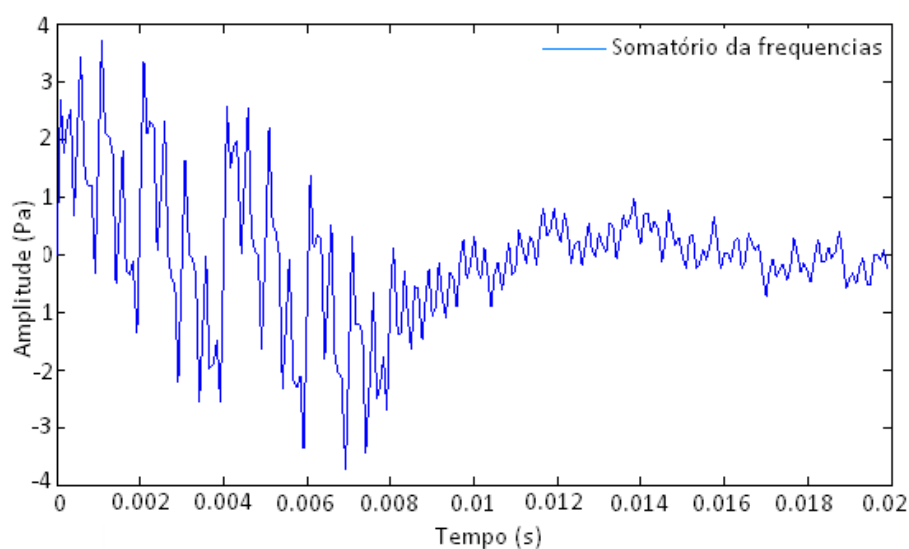


Figura 5.16 – Resultado do sensor posicionado na fonte.

O gráfico apresentou uma grande interferência, pois ele representa o somatório de todas as frequências provenientes da fonte. O tempo de funcionamento da fonte é de 0.008s, como supracitado para dar tempo de captar o maior comprimento de onda. Nesse ponto, cabe ressaltar que após o desligamento da fonte, a energia tende a se dissipar, devido à presença dos obstáculos. A Fig.5.17 mostra a informação que está chegando ao receptor, nota-se que diferentemente do que acontece na Fig. 5.16, a energia sonora alcança o receptor apenas no instante 0.006s, sendo esse o tempo necessário para que a informação

viaje da fonte até esse ponto. Além disso, a informação alcança o receptor de forma atenuada.

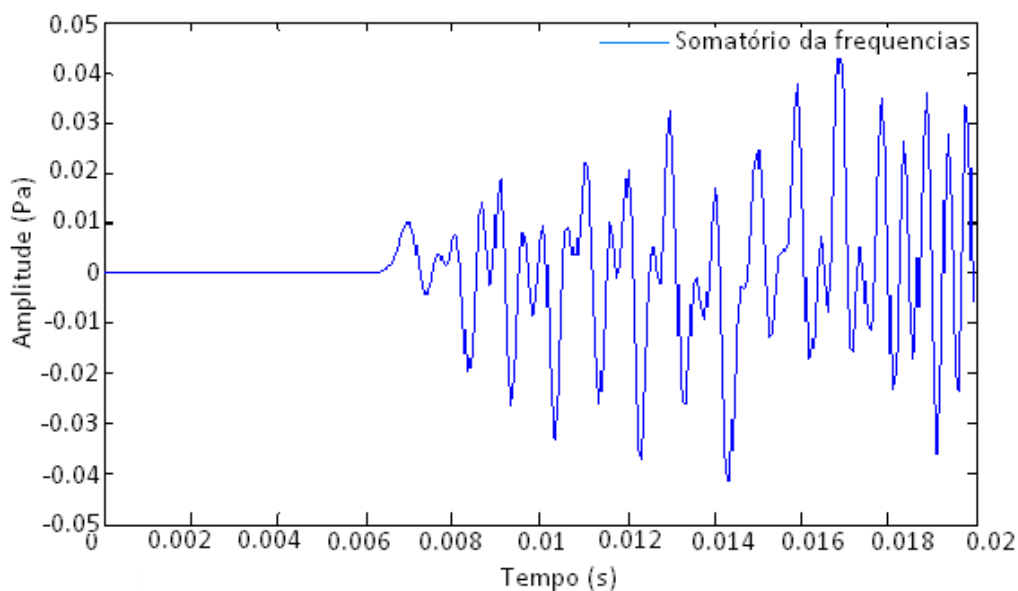


Figura 5.17: Resultado do sensor posicionado na fonte

Uma análise mais minuciosa foi feita com relação a esses resultados, para tanto o mesmo sinal plotado na Fig. 5.16 e Fig.5.17, será mostrado de maneira separada, ou seja, todas as componentes de frequência do sinal foram capturadas separadamente. As Figuras 5.18 e 5.19 mostram com detalhes as informações captadas na fonte.

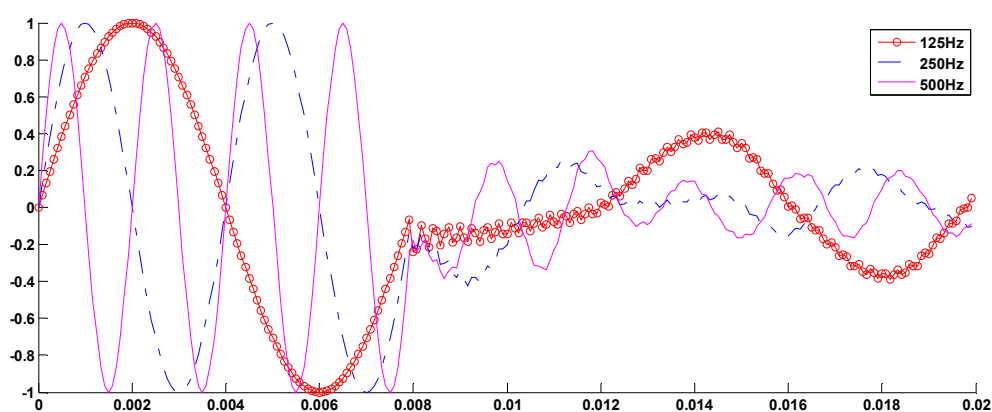


Figura 5.18 – Representação das três primeiras bandas de frequência em separado com o sensor posicionado na fonte.

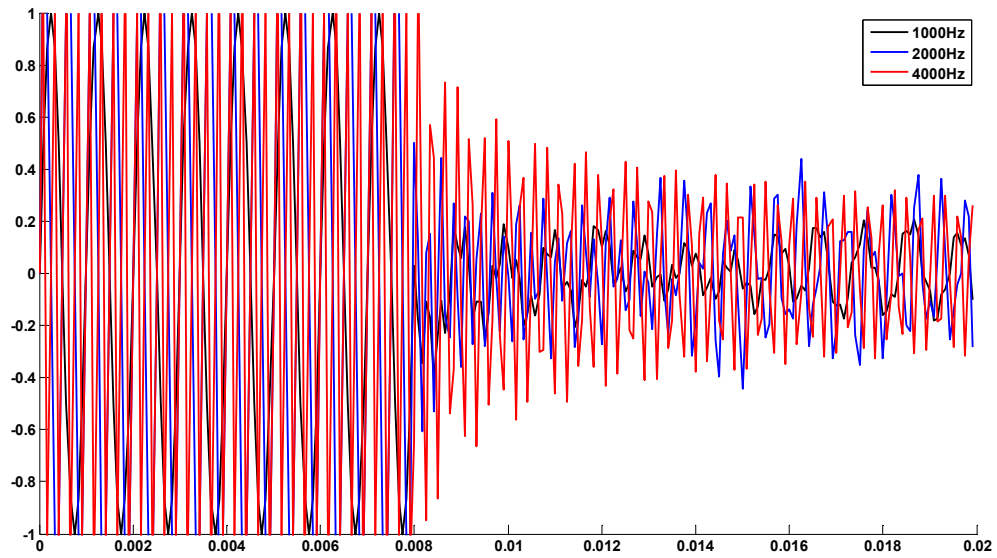


Figura 5.19 – Representação das três últimas bandas de frequência em separado com o sensor posicionado na fonte.

Note que como esperado, durante o tempo de funcionamento da fonte todas as senóides estão com a mesma amplitude, após o desligamento da mesma, é possível perceber que o sinal é atenuado.

Os próximos gráficos mostram as frequências que foram captadas no sensor que está posicionado depois do obstáculo, no receptor.

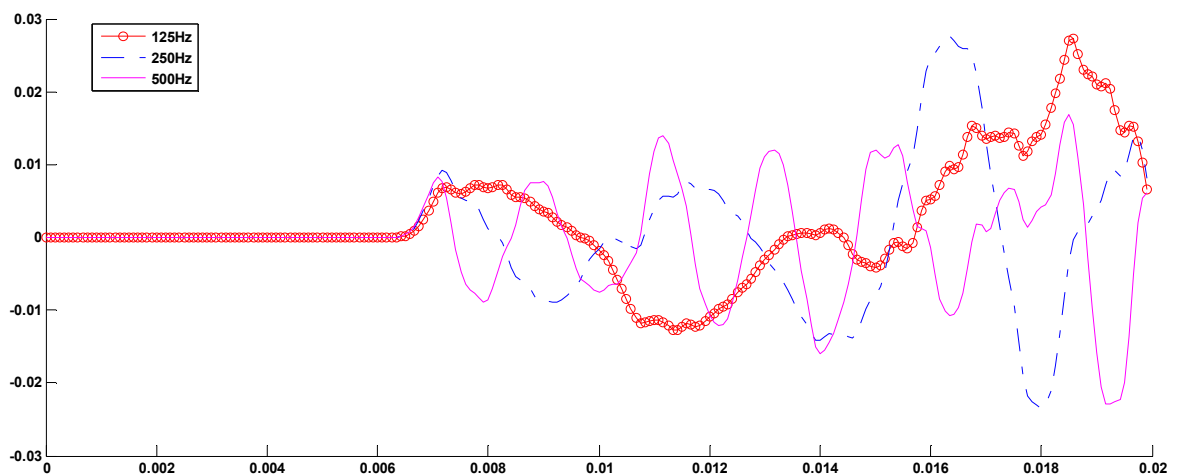


Figura 5.20 – Representação das três primeiras bandas de frequência em separado com o sensor posicionado no receptor.

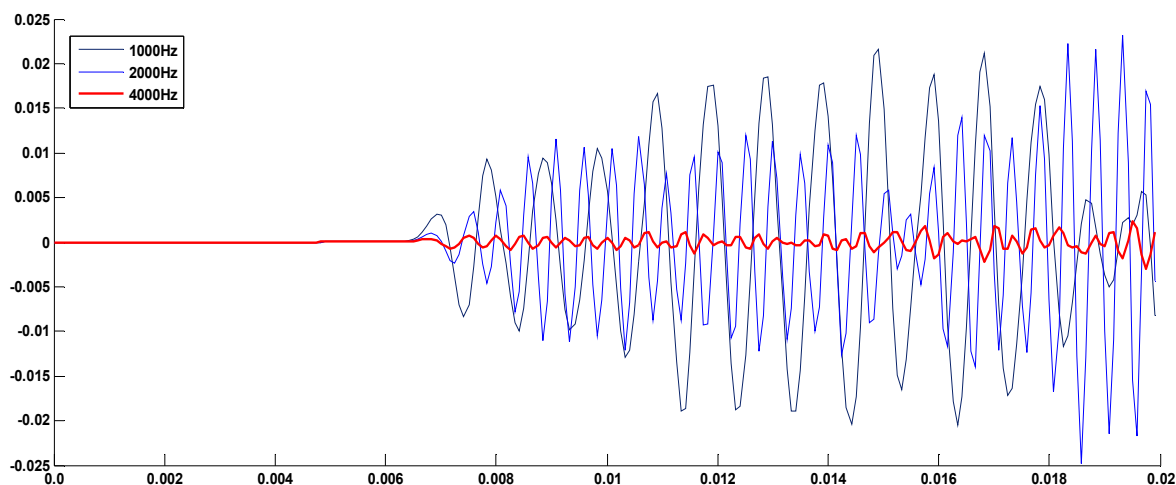


Figura 5.21 – Representação das três últimas bandas de frequência em separado com o sensor posicionado no receptor.

Nesse ponto da sala é possível observar que a frequência mais baixa, ou seja 125 Hz não é muito bem absorvida pelo obstáculo. Tal problema é muito encontrado na prática por pessoas que fazem tratamento acústico, conseguir fazer o controle do ruído em baixas frequência.

Com esses resultados em mãos, foi realizada a FFT (*Fast Fourier Transform*), a Transformada Rápida de Fourier para verificar as frequências atuantes no sistema.

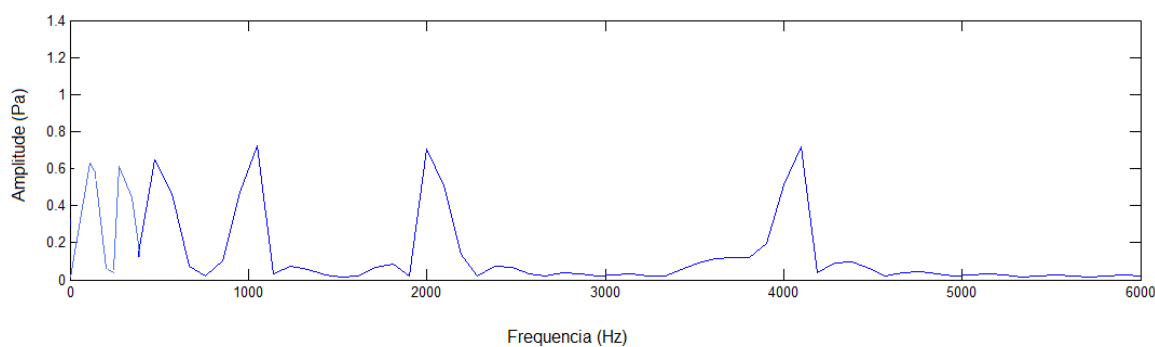


Figura 5.22 – Transformada Rápida de Fourier com o sensor posicionado na fonte.

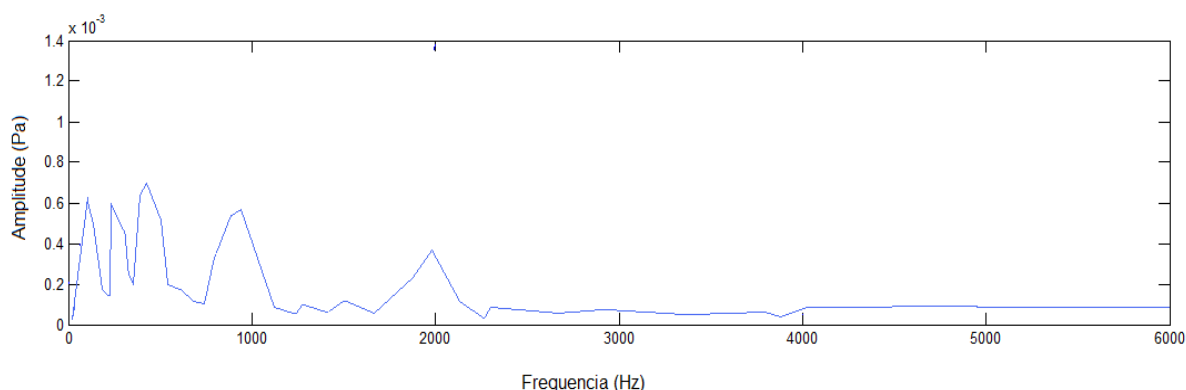


Figura: 5.23 – Transformada Rápida de Fourier com o sensor posicionado no receptor.

A Figura 5.22 mostra o resultado em frequência do sinal posicionado na fonte. Como era de se esperar, as amplitudes se mostraram similares e o gráfico traz as seis frequências usadas pela fonte. Já na Figura 5.23, as amplitudes do sinal vão sendo atenuadas e tal como ocorre na prática, em que as frequências mais altas são filtradas pelos obstáculos, a amplitude do sinal tende a diminuir, nesse caso específico, na posição do receptor, a frequência de 4kHz nem alcançou o receptor.

5.3.4. Modelagem 3D do Waveguide

Da mesma maneira que a modelagem 2D, a metodologia Waveguide foi aplicada a 3D em uma sala de 3x3x3 m. A fonte foi posicionada na coordenada $x=1, y=1$ e $z=1$, os coeficientes de reflexão foram ajustados como sendo 0.9 em todas as paredes e a velocidade de propagação no meio de 342 m/s. O sinal da fonte foi uma senoide de 1000Hz, com o tempo de duração de 0.001s, período necessário para um ciclo e uma amplitude do sinal de 1 Pa. A frequência de atualização da malha foi ajustada em 8000Hz e o tempo total de simulação do fenômeno físico foi de 0.018s, sendo que o tempo computacional gasto para atingir esses resultados, foram de aproximadamente 5 horas. Os resultados da simulação se encontram nas figuras abaixo.

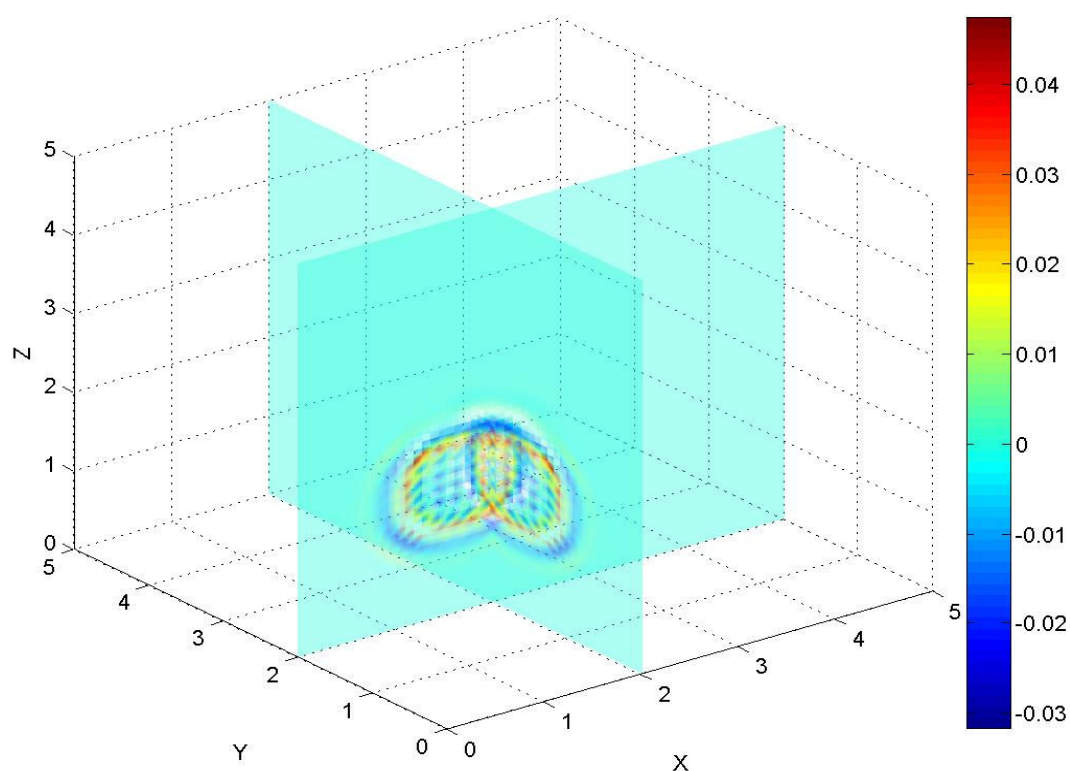


Figura 5.23: Instantes iniciais da modelagem 3D do Waveguide

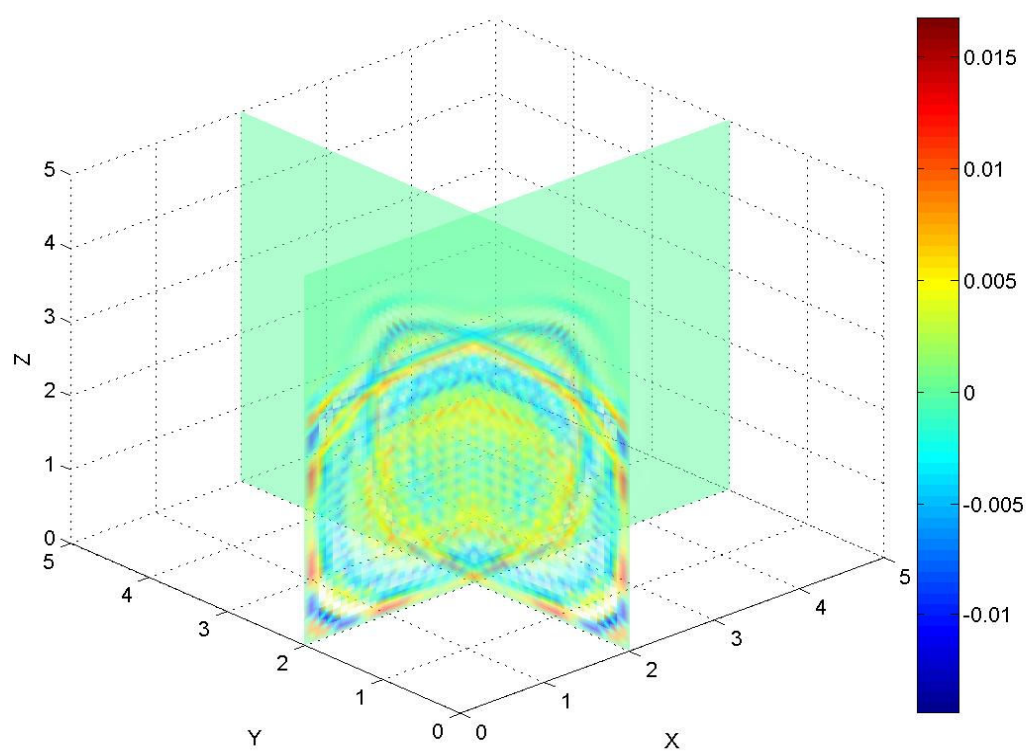


Figura 5.24: Instantes em que há interação do sinal com as paredes do recinto da modelagem 3D do Waveguide.

Como é possível observar, a plotagem desses gráficos consiste em dois cortes nos planos $x=2$ e $y=2$. Como era de se esperar, ao analisar os dois planos de maneira simultânea, é possível enxergar que a propagação do som na sala, na análise 3D, consiste numa propagação esférica.

Através de um sensor colocado nas coordenadas $x=1$, $y=1$ e $z=1$, pode-se obter o sinal gerado pela fonte na sala 3D em relação ao tempo, conforme mostra a Fig. 5.25.

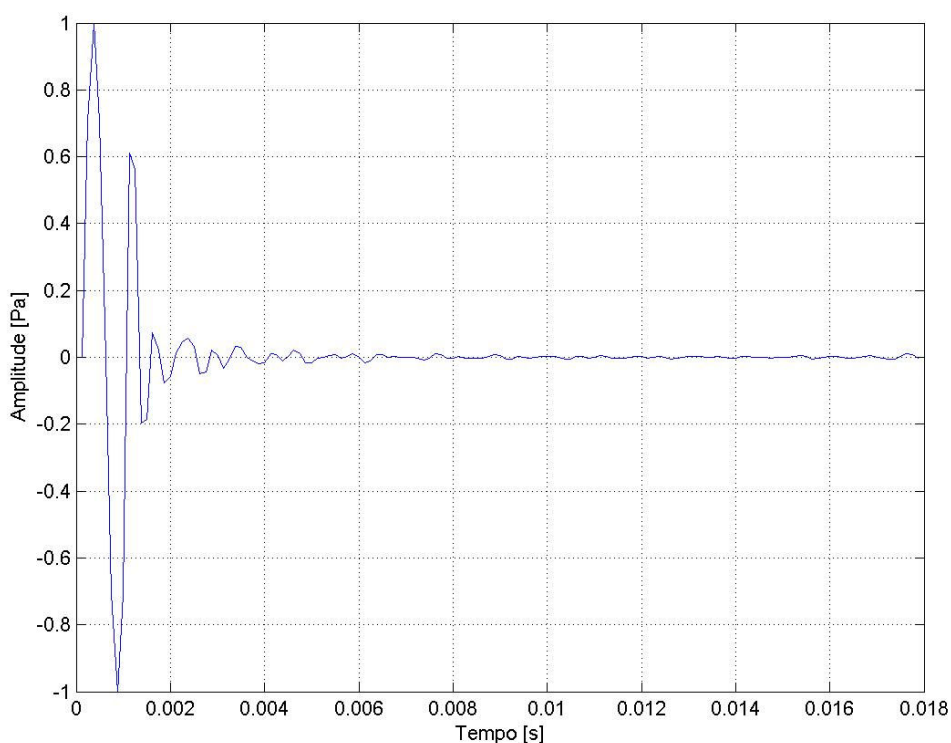


Figura 5.25 – Sinal capturado pelo sensor na sala 3D.

Nesse ponto cabe salientar que o sinal é logo atenuado, porque o tempo de simulação foi demasiadamente pequeno, não chegando a captar as ondas provenientes da reflexão de todas as paredes da sala, e sim, apenas das três paredes próximas ao sensor. Esse tempo não pode ser estendido, devido ao alto custo computacional.

CAPÍTULO VI

DOCUMENTAÇÃO DO SISTEMA

Diferente do que possa parecer aos olhos de muitos pesquisadores que atuam na simulação numérica de problemas físicos da engenharia, a tarefa de documentar um software ultrapassa a barreira de escrever muitos comentários no meio do código. Para a Engenharia de Software, uma importante área da computação, em geral uma boa documentação não focaliza em explicar o que faz cada linha de código, saindo do pressuposto de que quem trabalha diretamente, por exemplo, para fazer a manutenção do código compreende a sintaxe da programação. Além da documentação do sistema é necessário disponibilizar uma documentação específica do usuário. Tomando o cuidado de disponibilizar um guia de como trabalhar com o sistema, um tutorial foi criado para esse fim.

6.1. Executando o Programa

O programa foi desenvolvido em Borland C++®. Na pasta Guias Digitais de Ondas possui um arquivo intitulado Waveguide.exe, que se trata do arquivo utilizado para inicializar o programa. Ao clicar nele, surgirá a tela expressa pela Fig.6.1.

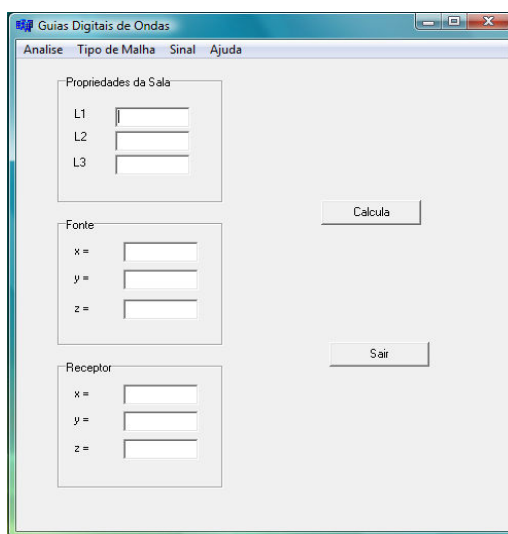


Figura 6.1 – Janela inicial do programa.

Como é possível observar, na janela inicial aparecem os seguintes campos:

- Propriedades da Sala: no qual o usuário deve preencher segundo as dimensões da sala. Nesses campos, foi estabelecido certas condições, como por exemplo, não aceitar número negativos e limita o tamanho da sala até 20x20x20.
- Fonte: Determina a localização espacial da fonte.
- Receptor: Determina a localização espacial do receptor.

A primeira aba, se refere ao tipo de análise, sendo que o usuário, poderá optar entre bidimensional e tridimensional, tal como é possível verificar na figura abaixo.

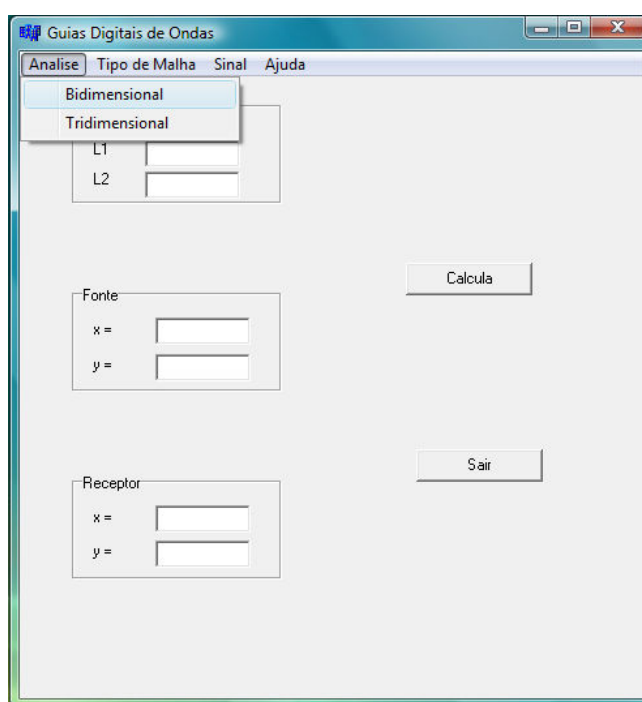


Figura 6.2 – Escolha do tipo de análise.

Nesse momento, cabe salientar que ao clicar na opção Bidimensional, como foi o caso, os campos de Propriedades da Sala, Fonte e Receptor se ajustam automaticamente a análise 2D. A próxima aba se refere ao tipo de malha que o usuário deseja utilizar e está expresso na Fig.6.3.

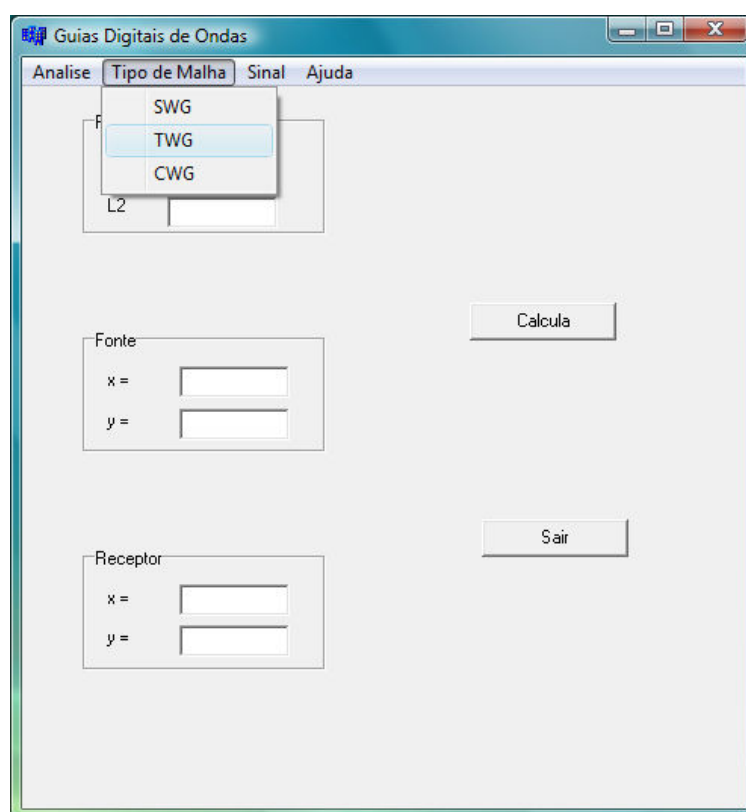


Figura 6.3 – Determinação do tipo de malha que será utilizada

Após definido o tipo de malha a utilizar, o usuário poderá configurar as propriedades do sinal, para tanto ele deverá clicar na aba Sinal e automaticamente, será levado a outra janela para configurar algumas propriedades do sinal, que está ilustrada abaixo.

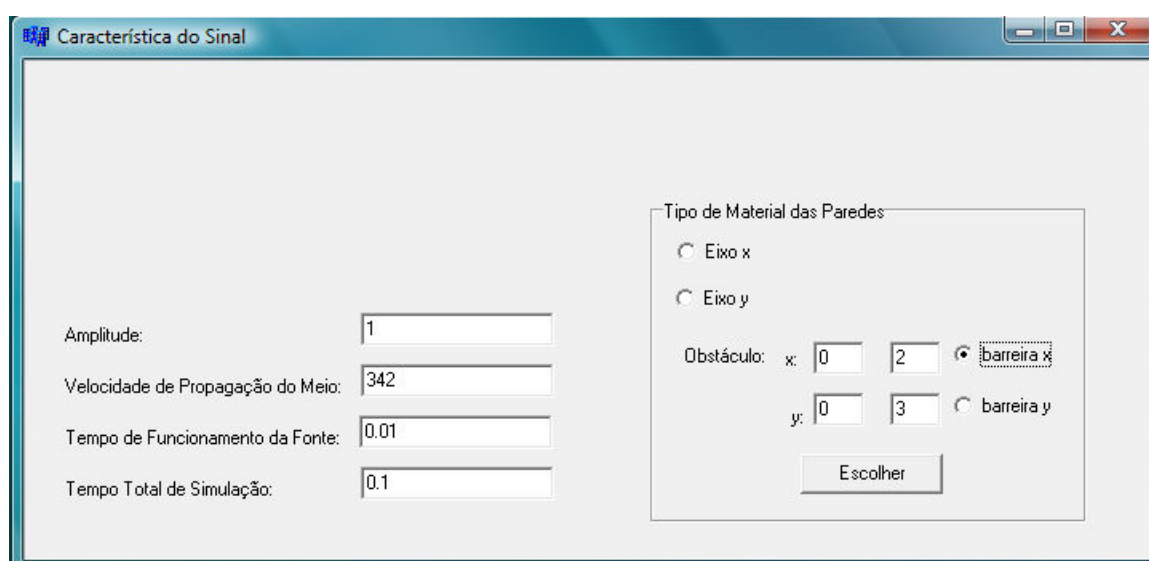


Figura 6.4 – Propriedades do Sinal

A caixa Tipo de Material das Paredes, situada a direita da janela expressa na Fig. 6.4, disponibiliza uma ferramenta para escolher as propriedades dos obstáculos na sala, para isso é necessário clicar no eixo desejado, e posteriormente, no botão Escolher. Caso o usuário queira acrescentar uma barreira no meio da sala, será possível desde que ele insira as dimensões dessa barreira nas caixas de texto posicionadas na frente dos eixos x e y, posteriormente, clica no botão escolher para prosseguir com a análise.

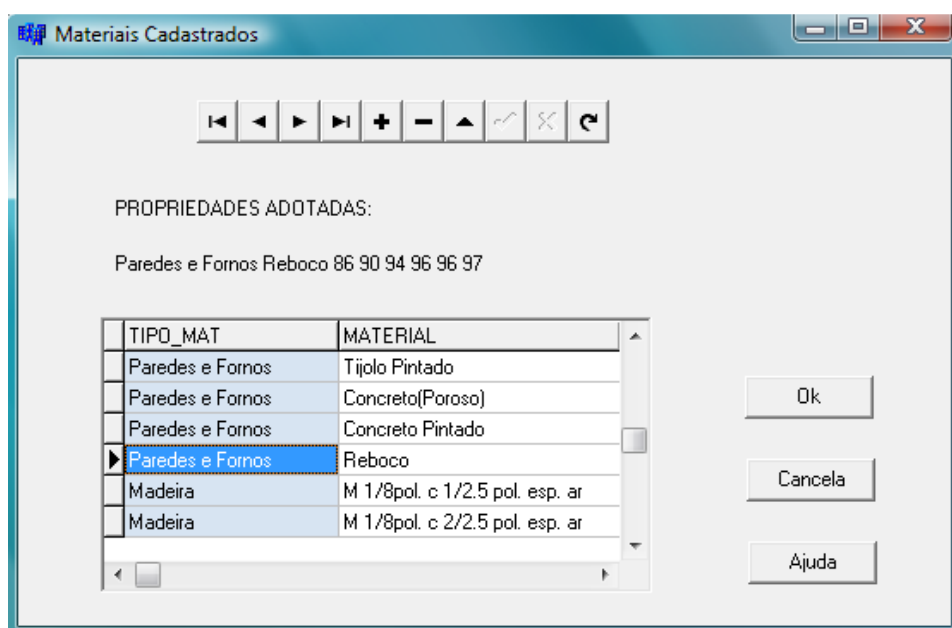


Figura 6.5 – Banco de Dados.

Esse é o banco de dados elaborado para indicar os coeficientes de reflexão em bandas de oitava. Nele o usuário é capaz de inserir e excluir registro, para isso é necessário que ele recorra aos botões de navegação que se encontram na parte superior da janela.

Com todos esses parâmetros definidos, o usuário é redirecionado para a janela inicial, representada pela Fig.6.1 e clicar em calcular. Os arquivos em formato “txt”, que contém a resposta da simulação estarão escritos dentro da pasta Guias Digitais de Ondas.

6.2. Visualizando os resultados

A saída de dados desse código foi escrito para o software Matlab®. Com os arquivos em “txt” em mãos é necessário abrir o programa e mandar importar os dados. Toda a interface gráfica fica por conta dessa ferramenta.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÃO

A metodologia de Guias Digitais de Ondas apresentou bons resultados para a simulação de ambientes reverberantes. Dentre as vantagens atribuídas a essa metodologia, destacam: a simplicidade de sua modelagem, uma vez que as informações são captadas de acordo com a impedância do meio, é possível simular geometrias mais complexas. Além disso, seus resultados são obtidos de maneira eficiente e apresentam uma boa precisão.

Os resultados obtidos na simulação foram satisfatórios, pois como a própria literatura sugere, as técnicas de modelagens computacionais estão suscetíveis a erros, que no caso das Malhas de Guias Digitais de Ondas, se referem ao erro de dispersão. Mas como foi bastante frisado ao longo do trabalho, esse problema pode ser amenizado ao aumentar a densidade nodal da malha, ou com o uso de geometrias de malhas mais elaboradas, o que acarreta num aumento do custo computacional.

Em linhas gerais, esse trabalho apresentou uma ferramenta computacional voltada para a modelagem de sistemas acústicos. Um detalhe dessa ferramenta é que foi construída com os olhos voltados para a representação de sistemas físicos mais realísticos, fazendo um tratamento multifrequencial e tratando cada frequência individualmente. Além disso, houve uma grande preocupação quanto a usabilidade desse sistema, empregando aspectos da computação, em outras palavras, alguns conceitos da Engenharia de Software para auxiliar na qualidade do mesmo e na agilidade de um banco de dados.

7.1 . Trabalhos Futuros

Os trabalhos futuros estão direcionados para a evolução desse sistema, como por exemplo, o uso de programação paralela, a fim de aprimorar o tempo computacional. Além disso, outra sugestão seria o uso de malhas, cuja distância inter-nodal seja híbrida, ou seja, apenas nos pontos de interesse de análise, como por exemplo, na fonte e no receptor, haveria uma

densidade de pontos maior, sendo que longe dos pontos de análise, região em que não interessa os valores de pressão, as juntas de dispersão poderiam ficar mais espaçadas.

CAPÍTULO VIII

REFERÊNCIAS

BARRET L. C. e WYLIE C.R., Advanced Enginerring Mathematics Ed. Mc Graw Hill, 1995.

BILBAO, S., Wave and Scattering Methods for the Numerical Integration of Partial Differential Equations', PHD Thesis, University of Stanford, 2001.

BLACKSTOCK D.T. Fundamentals of Physical Acoustics - J.Wiley, 2000.

CAMPOS G Modelação Acústica 3D por Malhas de Guias de Ondas Digitais. Associação Portuguesa de Engenharia de Áudio. - 18 de Novembro de 2006.

CAMPOS Guilherme Three-Dimensional Digital Waveguide Mesh Modelling for Acoustic Simulation . PHD Thesis - York , 2003.

CHIQUITO S.J e RAMOS A.C.A. Batimentos e Ressonância de diapasões analisados usando um osciloscópio. Revista Brasileira de Ensino de Física,v.27 n.2. - [s.l.] : Revista Brasileira de Ensino de Física, 2005. - 2 : Vol. 27. - pp. 219-223. - p.219-223.

ERKUT Cumhur e MATTI Karjalainen Finite Difference Method Vs. Digital Waveguide Method in String Instrumet Modeling and Synthesis. Journal of the Acoustic Society of America. - 2002. - pp. 1681-1691.

FARIA, R.R.A., Auralização em ambientes audiovisuais imersivos, Tese de doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo-SP, Brasil. , 2005.

FONTANA F. e ROCCHESSE D. A New Formulation of the 2D-Waveguide Mesh for Percussion Instruments. Centro di Sonologia Computazionale, Univesità degli Studi di Verona, Verona, Italia - 1995.

FONTANA F. Multidimensional Wave Propagation using the Digital Waveguide Mesh. Centro di Sonologia Computazionale, Università degli Studi di Verona, Verona, Itália. - 2002.

GERGES S.N.Y Ruído: Fundamentos e Controle - Florianópolis-SC, Brasil. NR Editora, 2000.

KINSLEY L.E. [et al.] Fundamentals of Acoustics, Third Edition - USA : J.Wiley, 1999.

MALISKA C.R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. 2° Edição, Ed : LTC, 2004.

MARKEL J.D. e GRAY A.H. Linear Prediction of Speech - New York : Springer-Verlag, 1976.

MOURA, H. G., TEODORO, E. B. and MIRANDA, R. F. "A Digital waveguide model applied on the 2D sound propagations and its iterations with the obstacles in the space". Twelfth International Congress on Sound and Vibration, Lisbon, Portugal, July 11-14, 2005.

MOURA H. G. Simulação da Propagação de Ondas Acústicas Através de uma Malha de Guias Digitais de Ondas. Dissertação em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Uberlândia. - Uberlandia, 2005.

MURPHY, DAMIAN.T AND HOWARD, DAVID M., "2-D Digital waveguide mesh topologies in room acoustics modeling". Proceedings of the COST G-6 Conference on Digital Audio Effects (DAFS-00), Verona, Italy, December 7-9, 2000.

MURPHY, DAMIAN. T., NEWTON, C.J.C. AND HOWARD, D.M., "Digital waveguide mesh modeling of room acoustics: surround-sound, boundaries and plugging implementation". Proceedings of the COST G-6 Conference on Digital Audio Effects (DAFX-01), limerick, Ireland, December 6-8, 2001.

MURPHY D.T e MULLEN J Digital Waveguide Mesh Modelling of Room Acoustics: Improved Anechoic Boundaries. Proceeding of the 5 Int. Conference on Digital Audio Effects (DAFX-02). - Hamburg 26-28 de September de 2002.

ODEGAARD L e al. et Acoustic Field Simulation for Arbitrarily Shaped Transducers in a Stratified Medium. Ultrasonics Symposium. - 1994.

RINDEL, J H. The Use of Computer Modeling in Room Acoustics, Journal of Vibroengineering, p. 219-224. 2000.

SAVIOJA L e al et Waveguide Mesh Method for Low Frequency Simulation of Room Acoustics. Proceedings of the 15th International Congress on Acoustic (ICA), Trondheim, Norway. - 26-30 de Junho de 1995. - pp. 637-641.

SAVIOJA L e et al Determination of the Low Frequency Behaviour of an IEC Linstening Room. - Helsinki : Proceedings of the Nordic Acousitcal Meeting NAM' 96, pg 637-641, 12-14 de June de 1996.

Savioja, L. and Valimaki, V., "Reduction of the Dispersion Error in the Triangular Digital Waveguide Mesh Using Frequency Warping", IEEE Signal Processing Letters, Vol.6, No.3, March 1999.

SAVIOJA L. Modeling Techniques for Virtual Acoustics. PHD Tesis. - 2000.

SMITH J.O. Physical Modeling with Digital Waveguides. Center of Computer Research in Music and Acoustics (CCRMA) - 1992.

TREFETHEN L.N. Finite Difference and Spectral Methods for Ordinary and partial Differential Equations. Ithaca Departament of Computer Science and Center for Applied Mathematics, Cornell University, 1994.

VAN DUYNE S. e SMITHIII J.O Physical Modeling with the 2D Digital Waveguide Mesh Proceedings of the Internationsl Computer Music Conference ICMC 93, Tokyo. - 1993. - pp. 40-47.

VAN DUYNE S.A E SMITH III J.O. The 3-D Tethraedral Digital Waveguide Mesh with Musical Applications. - (ICMC Proceedings, pp 9-16), 1996.

ANEXOS

Algoritmo Waveguide 2D de uma sala sem barreira

Variáveis de Entrada

Estrutura da Sala

Dimensões da Sala: Comprimento e Largura [m], sendo que o valor de entrada varia entre 0.5 e 20 metros. Variáveis: comp e larg. TIPO: Real.

Posição da Fonte: Posição do plano cartesiano, valor entre 0.5 e 20. TIPO: Real

Posição do Receptor: Posição do plano cartesiano, valor entre 0.5 e 20. TIPO: Real

Posição do Sensor: Posição do plano cartesiano, valor entre 0.5 e 20. TIPO: Real

Propriedades do Meio

Velocidade de Propagação do meio: [m/s]. Variável: c. TIPO: Inteiro

Reflexibilidade dos Obstáculos em função da banda 125, 250, 500, 1000, 2000 e 4000 Hz. Variável: r1, r2, r3, r4, r5 e r6.

Propriedades do Sinal

Amplitude. Variável: A. TIPO: Real;

Tempo de duração total do programa [s]. Variável: Time. TIPO: Real;

Tempo de duração total do sinal [s]. Variável: Tempo. TIPO: Real;

Frequência de Atualização da Malha: [Hz] Variável: fs. TIPO: Real;

Frequência do Sinal em função da banda 125, 250, 500, 1000, 2000 e 4000 Hz: [Hz] Variável: fa1, fa2, fa3, fa4, fa5, fa6. TIPO: Real;

Variáveis de Saída

Vetores que armazenam os estágios da pressão: st1, st2 e st0.

Trecho de código desenvolvido em Matlab para a atualização dos campos de pressão sonora:

Nesse bloco, foi simulado um tom puro, sem obstáculos e usando o tipo de malha SWG. O tempo de funcionamento da fonte foi estipulado de tal forma, que permitisse completar o ciclo completo de um a fonte.

```
for t=0:dt:tmax
    for i=2:no-1
        for j=2:no-1
            nleste=state1(i+1,j);
            noeste=state1(i-1,j);
            nnorte=state1(i,j+1);
            nsul=state1(i,j-1);
            b=state0(i,j);

            if t<=(1/fa)
                state2(ceil(x/ds),ceil(y/ds))=A*sin(2*3.1415*fa*t);
            end

            state2(i,j)=0.5*(nleste+noeste+nnorte+nsul)-b;
        end
    end
end

%=== Cálculo da reflexão =====
state2(1,:)=(1 + r1) * state1(2,:) - r1 * state0(1,:);
state2(no,:)=(1 + r2) * state1(no-1,:) - r2 * state0(no,:);
state2(:,1)=(1 + r3) * state1(:,2) - r3 * state0(:,1);
state2(:,no)=(1 + r4) * state1(:,no-1) - r4 * state0(:,no);

%===Armazenamento no sensor=====
sensor(a,1)=t;
sensor(a,2)=state2(ceil(x/ds),ceil(y/ds));
sensor2(a,2)=state2(ceil(x+1/ds),ceil(y+1/ds));

%=====
%===Atualização=====
```

```

state0=state1;
state1=state2;
%=====
a=a+1;
end

```

Trecho do mesmo código em C++

```

{
nleste=noeste=nnorte=nsul=0;
//Preparacao dos vetores bidimensional
state2=new double *[nx];
state1=new double *[nx];
state0=new double *[nx];
sensor=new double *[nx];
for(int i=0;i<nx;i++)
{
state2[i]=new double[ny];
state1[i]=new double[ny];
state0[i]=new double[ny];
sensor[i]=new double[ny];
} //fim loop for
//Loop para zerar os vetores de estado
int a=0;
for(int cont=0;cont<tmax;cont++)
{ for (int i=0;i<nx;i++)
{ for(int j=0; j<ny;j++)
{
if (cont==0)
{ for(int i=0;i<nx;i++)
{ for(int j=0;j<ny;j++)

```

```

        { state2[i][j]=state1[i][j]=state0[i][j]=sensor[i][j]=0;
        }
    } //fim do loop para zerar os vetores
}

//Verifica se esta analisando o no da condicao de contorno
if(i==0)
{ state2[0][j]= (1+r1) * state1[1][j] - r1*state0[0][j];
} else
    if(i==nx-1)
    { state2[nx-1][j]= (1+r2) * state1[nx-2][j] - r1*state0[nx-1][j];
    } else
        if(j==0)
        { state2[i][0]= (1+r3)*state1[i][1] - r3*state0[i][0];
          // state2[0][0]= ((1+r1+r3)*state1[1][1])-r1*state0[0][0];   Situacoes de quina
          //state2[0][ny-1]=((1+r1+r4)*state1[1][ny-2])-r1*state0[0][0];

        }else
            if(j==ny)
            { state2[i][ny-1]= (1+r4)*state1[i][ny-2] - r4*state0[i][ny-1];
              //state2[nx-1][0]= ((1+r2)*state1[nx-2][0]+(1+r3)*state1[1][1])-r1*state0[0][0];
              //state2[nx-1][ny-1]=((1+r1)*state1[1][ny-2]+(1+r4)*state1[0][ny-2])-
r1*state0[0][0];
            }else
            {
                nleste=state1[i+1][j];
                noeste=state1[i-1][j];
                nnorte=state1[i][j+1];
                nsul=state1[i][j-1];
            }

```

```

        if(cont<10)
        {
            state2[nfx][nfy]=A*sin(2*PI*fa*cont/fs); //nfx, nfy
        } //fim if

        state2[i][j]=0.5*(nnorte+nsul+nleste+noeste)-state0[i][j];

        a++;
    }

} //fim loop FOR em j
} //fim loop FOR em i


//gerando saida para o Tecplot
FILE *sai;

char titulo[10];

sprintf(titulo,"T%04i.dat",cont);

sai=fopen(titulo,"w");

fprintf(sai,"title=%s\n",titulo);

fprintf(sai,"variables=\"x\", \"y\", \"Pressao\"\n");

fprintf(sai, "zone i=%04d j=%04d f=point\n", nx, ny);

double vadx,vady;

vady=0.0;

for(int j=1;j<=ny-1;j++)
{
    vadx=0.0;

    for(int i=1;i<=nx-1;i++)
    {
        fprintf(sai,"%e %e %e \n", vadx, vady, state2[i][j]);

        vadx+=ds;
    }
}

```

```

    }
    vady+=ds;
}
fclose(sai);
state0=state1;
state1=state2;

Caption="Tempo Atual = "+ExtractFileName(cont)+ "Tempo
Total="+ExtractFileName(tmax);

} //fim loop FOR em t

```

```

}

//-----

//funcao auxiliar para arredondar uma fracao

double round(double x)
{
    double lower,upper;

    lower=x-floor(x);
    upper=ceil(x)-x;

    return (upper>lower)?(floor(x)):(ceil(x));
}

```

Esse bloco mostra a mesma simulação, porém para o caso tridimensional.

```

for t=0:dt:tmax
    for i=2:no-1
        for j=2:no-1

```

```

for k=2:no-1
    nleste=state1(i+1,j,k);
    noeste=state1(i-1,j,k);
    nnorte=state1(i,j+1,k);
    nsul=state1(i,j-1,k);
    nfrente=state1(i,j,k+1);
    ntras=state1(i,j,k-1);
    b=state0(i,j,k);
    if t<1/fa
        state2(ceil(x/ds),ceil(y/ds),ceil(z/ds))=A*sin(2*pi*fa*t);
    end
    state2(i,j,k)=0.25*(nleste+noeste+nnorte+nsul+nfrente+ntras)-b;

end
end
end

state2(1,:,:)=(1 + r1) * state1(2,:,:) - r1 * state0(1,:,:);
state2(no,:,:)=(1 + r2) * state1(no-1,:,:) - r2 * state0(no,:,:);
state2(:,1,:)=(1 + r3) * state1(:,2,:) - r3 * state0(:,1,:);
state2(:,no,:)=(1 + r4) * state1(:,no-1,:) - r4 * state0(:,no,:);
state2(:,:,1)=(1 + r3) * state1(:,:,2) - r3 * state0(:,:,1);
state2(:,:,no)=(1 + r4) * state1(:,:,no-1) - r4 * state0(:,:,no);

%===Armazenamento no sensor=====
sen(a,1)=t;
sensor(a,2)=state2(ceil(x/ds),ceil(y/ds),ceil(z/ds));

%===Atualização=====
state0=state1;
state1=state2;
a=a+1;
end

```

Algoritmo do Software ANSYS de uma sala 2D sem barreira (Elementos Finitos)

```

/PREP7
ET,1,FLUID29
ET,2,FLUID29
KEYOPT,2,2,1
KEYOPT,2,3,0
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1,,1.21
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,SONC,1,,342
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,MU,1,,.1
RECTNG,0,4,0,3,
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
FLST,5,4,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-4
CM,_Y,LINE
LSEL,,,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,_,_Y
LESIZE,_Y1,0.05,,,,,1

```

```
TYPE, 2
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
TYPE, 2
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,1
AESIZE,P51X,0.05,
MSHAPE,1,2D
MSHKEY,0
CM,_Y,AREA
ASEL,,, 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
FINISH
/SOL
ANTYPE,4
TRNOPT,FULL
LUMPM,0
*DO,i,1,20,1
```

```

FLST,5,1,1,ORDE,1
FITEM,5,5611
CM,_Y,NODE
NSEL,R,, ,P51X
CM,_Y1,NODE
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
/GO
D,_Y1,PRES,sin(0.0005*i*2*3.1415*100)
CMDELE,_Y1
OUTPR,ALL,ALL,
OUTRES,ALL,ALL,
TIME,0.0005*i
AUTOTS,-1
DELTIM,0.0001*i,, ,1
KBC,1
TSRES,ERASE
LSWRITE,i,
DDELE,5611,PRES
*ENDDO

```

```

FLST,5,1,1,ORDE,1
FITEM,5,5611
CM,_Y,NODE
NSEL,R,, ,P51X
CM,_Y1,NODE
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y

```

```

/GO

D,_Y1,PRES,

CMDELE,_Y1 OUTPR,ALL,ALL,

OUTRES,ALL,ALL,

TIME,0.05

AUTOTS,-1

DELTIM,0.0005, , ,1

KBC,1

TSRES,ERASE

LSWRITE,21,

LSSOLVE,1,21,1,

/POST26

FILE,'wave','rst','.'

NSOL,3,5611,PRES,,

/AXLAB,X,TEMPO [s]          !* X label

/AXLAB,Y,TEMPERATURA [K]    !* Y label

PLVAR,3, , , , , , , , , , !*Plotando o gráfico

FINISH

```