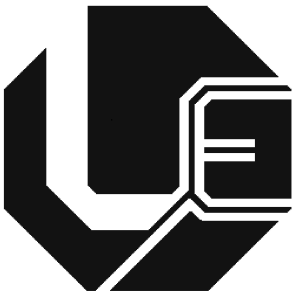
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



MEDIÇÃO E MODELAGEM DO EFEITO PELICULAR PARA ESTUDOS DE FLUXO HARMÔNICO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

EDUARDO TAVARES SILVÉRIO

UBERLÂNDIA

MARÇO DE 2024

EDUARDO TAVARES SILVÉRIO

MEDIÇÃO E MODELAGEM DO EFEITO PELICULAR PARA ESTUDOS DE FLUXO HARMÔNICO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Tese de Doutorado apresentada à Universidade Federal de Uberlândia como requisito final para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: José Rubens Macedo Junior

UBERLÂNDIA

MARÇO DE 2024

BANCA EXAMINADORA:

Daniel Vieira, Dr – ANEEL

Mateus Duarte Teixeira, Dr – UFPR

Isaque Nogueira Gondim, Dr – UFU

Pedro Henrique Aquino Barra, Dr. – UFU

José Rubens Macedo Junior, Dr – UFU (Orientador)

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

S587 Silvério, Eduardo Tavares, 1994-
2024 MEDIÇÃO E MODELAGEM DO EFEITO PELICULAR PARA ESTUDOS DE FLUXO HARMÔNICO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA [recurso eletrônico] / Eduardo Tavares Silvério. - 2024.

Orientador: JOSE RUBENS MACEDO JUNIOR.
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Elétrica.
Modo de acesso: Internet.
Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.te.2024.255
Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica. I. MACEDO JUNIOR, JOSE RUBENS ,1972-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em Engenharia Elétrica. III.
Título.

CDU: 621.3

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 3N - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: (34) 3239-4707 - www.posgrad.feelt.ufu.br - copel@ufu.br

ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Elétrica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 332, PPGEELT				
Data:	Vinte e dois de março de dois mil e vinte e quatro	Hora de início:	08h30	Hora de encerramento:	11h30
Matrícula do Discente:	11923EEL006				
Nome do Discente:	Eduardo Tavares Silvério				
Título do Trabalho:	Medição e Modelagem do Efeito Pelicular para Estudos de Fluxo Harmônico em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica				
Área de concentração:	Sistemas de Energia Elétrica				
Linha de pesquisa:	Sistemas Elétricos de Potência				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Coordenador do projeto: José Rubens Macedo Junior. Título do projeto: Análise e quantificação das perdas harmônicas em sistemas de distribuição de energia elétrica. Agência financiadora: Equatorial Maranhão Distribuição de Energia / P&D ANEEL. Número do processo na agência financiadora: P&D 867-19. Vigência do projeto: 20/11/2020 - 19/11/2023.				

Reuniu-se por meio de videoconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, assim composta:

Professores Doutores: Pedro Henrique Aquino Barra (UFU), Isaque Nogueira Gondim (UFU), Daniel Vieira (ANEEL), Mateus Duarte Teixeira (UFPR) e José Rubens Macedo Junior, orientador do discente.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Dr. José Rubens Macedo Junior, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o candidato:

APROVADO.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme, foi assinada pela Banca Examinadora.

Documento assinado eletronicamente por **José Rubens Macedo Junior**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 22/03/2024, às 11:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Pedro Henrique Aquino Barra**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 22/03/2024, às 11:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Isaque Nogueira Gondim**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 22/03/2024, às 11:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Daniel Vieira**, **Usuário Externo**, em 22/03/2024, às 14:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Mateus Duarte Teixeira**, **Usuário Externo**, em 22/03/2024, às 14:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5166253** e o código CRC **291E8B20**.

Referência: Processo nº 23117.009499/2024-94 SEI nº 5166253

Welcome to the author's mind.

Welcome to the Renaissance.

RESUMO

As perdas técnicas ocorrem devido o transporte de energia elétrica das unidades geradores, até as consumidoras. Nesse aspecto, inicialmente considera-se apenas componente fundamental de tensão e corrente alternadas, em conformidade com a legislação que regula o setor elétrico. Entretanto, com a mudança da tipologia de carga e avanço das tecnologias que utilizam de semicondutores, que inserem componentes harmônicas de corrente na rede, a abordagem que contempla exclusivamente a componente fundamental das grandezas elétricas fica obsoleta. Sendo assim, componentes harmônicas se tornam presentes e com isso surge o aumento das perdas no transporte de energia elétrica. Esse aumento é resultado do incremento no valor eficaz da corrente, consequência das componentes harmônicas, mas também do Efeito Pelicular na resistência dos cabos condutores. O presente trabalho visa modelar o Efeito Pelicular, de forma a reduzir o tempo de simulação em estudos de fluxo de potência harmônico, que pode levar vários dias, considerando uma rede de distribuição de energia real. Além disso, essa tese visa quantificar o impacto que o Efeito Pelicular tem nas perdas técnicas nas redes de distribuição de energia elétrica. A abordagem realizada contempla desenvolvimento analítico do fenômeno, metodologia de medição de resistência elétrica, assim como simulação computacional com a constatação de incremento nas perdas regulatórias por meio do Python em interface com OpenDSS. Os resultados apontam que a metodologia proposta é satisfatória, proporcionando uma redução significativa no tempo de simulação e, adicionalmente, produz resultados fiéis às modelagens tradicionalmente utilizadas nos softwares de simulação de fluxo de potência harmônico.

Palavras-chave: Efeito Pelicular, Perdas Técnicas, Distribuição de Energia Elétrica.

ABSTRACT

Technical losses occur due to the energy transfer among generating units to the consumers. Therefore, only the fundamental frequency component of voltage and current is considered, in accordance with the regulation enforced on electric power systems. However, load typology has been changing and new technologies, such as semiconductors, emerges. In this scenario, an increase on voltage and current distortion is observed. Consequently, power losses computed through fundamental components are not adequate to represent the real electrical conditions on power systems. In this case a new methodology covering harmonic components should be considered to compute power losses regarding energy transfer. Thus, harmonic distortions have become more intense, due to more non-linear loads connected on power systems, and an increase in power losses have been noted. This may be explained because of the increase in current rms values led by harmonic distortions. Nevertheless, it may also be due to Skin Effect on conductors, where its resistance values are incremented once harmonic currents flows through the conductor. The current body of work aims to model the Skin Effect, in order to reduce the simulation time in harmonic power flow studies, which can take several days, considering a real power distribution network. In addition, this thesis aims to quantify the impact that the Skin Effect has on technical losses in electricity distribution networks. The approach carried out includes analytical development of the phenomenon, electrical resistance measurement methodology, as well as computer simulation with the verification of an increase in regulatory losses through Python in interface with OpenDSS. The results indicate that the proposed methodology is satisfactory, providing a significant reduction in the simulation time and, additionally, produces results faithful to the models traditionally used in harmonic power flow simulation software.

Keywords: Skin Effect, Technical Losses, Distribution Network.

SUMÁRIO

1. Introdução 11

1.1 Cronologia 13

1.2 Contextualização e Revisão bibliográfica 15

1.3 Contribuições da Tese de Doutorado 24

1.4 Estrutura da Tese de Doutorado 24

2. Fundamentação Teórica 26

2.1 Leis de Maxwell e Constante de Propagação (λ) 27

2.2 A permissividade elétrica complexa – origens do Efeito Pelicular 39

2.3 Efeito Pelicular em um condutor cilíndrico 44

2.3.1 Densidade de Corrente Elétrica em um Condutor Circular 49

2.3.2 Resistência em um Condutor Circular 59

3. Metodologia de Medição 64

4. Resultados e Discussões 74

4.1 Resultados de medição – Efeito Pelicular 74

4.2 Método estatístico simplificado para consideração do Efeito Pelicular em estudo de fluxo de potência harmônico 76

5. Conclusões 82

5.1 Trabalhos Futuros 83

6. Referências Bibliográficas 84

APÊNDICE A 92

Código Pyhton: Processamento dos dados de medição 92

APÊNDICE B 98

Código Pyhton: Cálculo de Perdas 98

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. DENSIDADE DE CORRENTE ELÉTRICA (J) EM UM CONDUTOR - EFEITO PELICULAR-- 12
FIGURA 2. EVOLUÇÃO DA PUBLICAÇÃO DE ARTIGOS TÉCNICO-CIENTÍFICOS CONTEMPLANDO O TERMO EFEITO PELICULAR NO TÍTULO DO TRABALHO. ---------- 14
FIGURA 3. MODELO DO DIPOLO ATÔMICO. FONTE: [53].---------- 41
FIGURA 4. EFEITO PELICULAR EM UM CONDUTOR RETO E CIRCULAR PARA ALTAS FREQUÊNCIAS. ---------- 47
FIGURA 5. MAGNITUDE NORMALIZADA DE DENSIDADE DE CORRENTE COMO FUNÇÃO DE $^{r_0}/_{\delta}$ EM UM CONDUTOR CIRCULAR PARA VÁRIOS VALORES DE $^{r_0}/_{\delta}$.---------- 58
FIGURA 6. ÂNGULO DE FASE NORMALIZADA DE DENSIDADE DE CORRENTE COMO FUNÇÃO DE $^{R}/_{R_0}$ EM UM CONDUTOR CIRCULAR PARA VÁRIOS VALORES DE $^{R_0}/_{\Delta}$. ---------- 58
FIGURA 7. MAGNITUDE NORMALIZADA DE DENSIDADE DE CORRENTE COMO FUNÇÃO DE $^{r_0}/_{\delta}$ EM UM CONDUTOR CIRCULAR.---------- 59
FIGURA 8. RESISTÊNCIA NORMALIZADA COM RELAÇÃO AO R_{CC} COMO FUNÇÃO DE $^{r_0}/_{\delta}$ EM UM CONDUTOR CIRCULAR ISOLADO. ---------- 62
FIGURA 9. CONFIGURAÇÃO PARA AFERIR A DIFERENÇA DE POTENCIAL ENTRE OS NÓS *A* E *B*. --- 65
FIGURA 10. CONFIGURAÇÃO DE MEDIÇÃO PARA QUANTIFICAR O EFEITO PELICULAR EM CONDUTOR UTILIZADOS NOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA. ---------- 66
FIGURA 11. PÓS-PROCESSAMENTO DE MEDIÇÃO DE DADOS PARA CALCULAR A RESISTÊNCIA ELÉTRICA DO CONDUTOR.---------- 68
FIGURA 12. TERMINAIS DE ALUMÍNIO PARA CONEXÃO DA FONTE DE ALIMENTAÇÃO AO CONDUTOR EM TESTE, CONSIDERANDO (A) VISTA FRONTAL E LATERAL, (B) VISÃO 3D E (C) CONEXÃO FÍSICA DO TERMINAL ENTRE CONDUTOR E FONTE DE ALIMENTAÇÃO.---------- 69
FIGURA 13. (A) TERMINAL *SPLIT-BOLT* E (B) CONEXÃO REAL DO TERMINAL. ---------- 69
FIGURA 14. A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA $\Delta T = Tf - 20°C$ CONSIDERANDO CORRENTE (40 A) FLUINDO ATRAVÉS DO CONDUTOR EM DIVERSAS FREQUÊNCIAS.---------- 71
FIGURA 15. RESISTÊNCIA ELÉTRICA MEDIDA, CONSIDERANDO EFEITO PELICULAR. ---------- 75
FIGURA 16. DADOS MEDIDOS APÓS APLICAÇÃO DE (115) *VERSUS* RESULTADOS SIMULADOS DA RESISTÊNCIA ELÉTRICA DO CONDUTOR, CONSIDERANDO EFEITO PELICULAR. ---------- 76

FIGURA 17. DADOS AMOSTRADOS APÓS APLICAR (115), COM REGRESSÃO LINEAR E VALORES DE R^2. ---------- 78
FIGURA 18. ALIMENTADOR IEEE 8500 NÓS —ESPESSURA DAS LINHAS CORRESPONDE À INTENSIDADE DAS PERDAS DE ENERGIA POR TRECHO.---------- 79
FIGURA 19. FLUXOGRAMA DE CÁLCULO DE PERDAS CONSIDERANDO CASOS 1 E 2.---------- 80
FIGURA 20. PERDAS DE ENERGIA CALCULADA NO IEEE 8500 NÓS, CONSIDERANDO CONDIÇÕES DISTORCIDAS E EFEITO PELICULAR. ---------- 81

LISTA DE TABELA

TABELA 1. A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA $\Delta T = Tf - 20°C$ E RESISTIVIDADE ρ CONSIDERANDO A CORRENTE (40 A) FLUINDO ATRAVÉS DO CONDUTOR EM DIVERSAS FREQUÊNCIAS. ---------- 71

TABELA 2.AUMENTO DA TEMPERATURA EXCLUSIVAMENTE PELO EFEITO PELICULAR. --------- 72

TABELA 3. VALORES DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA DOS CONDUTORES EM CORRENTE CONTÍNUA EM 20ºC. ---------- 74

TABELA 4. TEMPO DE SIMULAÇÃO PARA FLUXO DE POTÊNCIA HARMÔNICO. ---------- 80

1. Introdução

Em vista às tendências globais de uma maior modernização tecnológica, espera-se que haja uma mudança nas características das cargas do sistema elétrico. Nesse sentido, nos primórdios dos sistemas de distribuição de energia elétrica, as cargas eram majoritariamente lineares, apresentando, portanto, relação linear entre tensão de suprimento e a corrente elétrica demandada por elas. Entretanto, com o advento dos semicondutores, e consequentemente do chaveamento estático, as cargas elétricas passaram a apresentar cada vez mais uma relação não linear entre a tensão e a corrente, promovendo, dessa forma, a injeção de componentes harmônicas e inter-harmônicas de corrente nas redes de energia elétrica.

Dessa forma, em virtude da grande difusão e aplicabilidade dos semicondutores em equipamentos de uso doméstico, comercial e industrial, torna-se incontestável que cargas não-lineares apresentam impacto relevante para as perdas técnicas na distribuição. Desse modo, verifica-se um aumento das perdas técnicas do sistema, decorrente, sobretudo, do incremento do valor eficaz das correntes de linha circulantes nas redes de energia elétrica.

Atualmente, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) é responsável pela regulamentação da distribuição da energia elétrica no Brasil e, por meio do módulo 7 [1] dos Procedimentos de Distribuição de Energia (PRODIST), estabelece os parâmetros regulatórios, a metodologia e os procedimentos para a apuração das perdas nos sistemas de distribuição de energia elétrica, além de definir os indicadores para avaliação das perdas nos segmentos de distribuição de energia elétrica. Todavia, a referida regulamentação considera apenas as perdas relacionadas à componente fundamental da corrente elétrica, ou seja, o cálculo do fluxo de potência considera-se apenas grandezas elétricas em 60 Hz. Entretanto, devido à grande disseminação de cargas não-lineares conectadas ao sistema de distribuição, as componentes harmônicas de corrente se tornam relevantes para o cálculo das perdas técnicas em todos os componentes e equipamentos que compõem as redes de energia elétrica em todos os níveis de tensão.

Ao mesmo tempo, além do efeito das frequências harmônicas no valor eficaz da corrente elétrica, tem-se também que em frequências mais elevadas, a densidade de corrente não se apresenta de maneira uniforme em toda a seção transversal dos condutores elétricos, conforme mostrado na Figura 1. Em outras palavras, em uma condição de circulação apenas de corrente contínua, a passagem dos elétrons pelo condutor ocupa toda a sua seção transversal, enquanto

em uma condição de circulação de corrente alternada em altas frequências tem-se uma maior concentração de fluxo de elétrons nas proximidades da superfície do condutor e, consequentemente, um menor fluxo em seu interior. Essa característica se intensifica com o aumento da frequência da corrente elétrica e representa um fenômeno conhecido como *Efeito Pelicular* ou *Efeito Skin*.

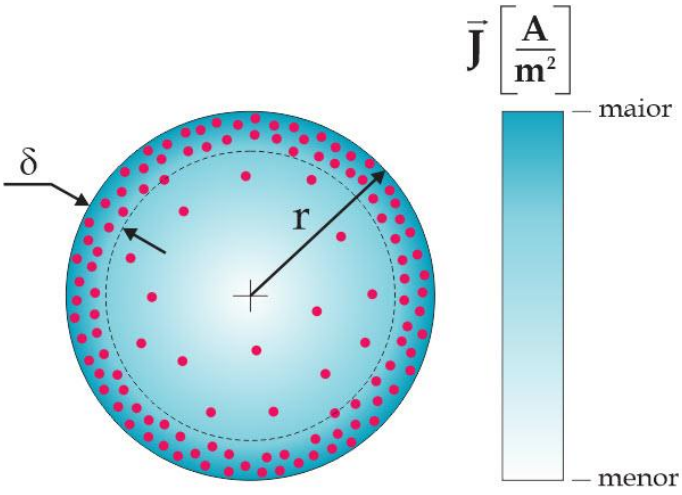


Figura 1. Densidade de Corrente Elétrica ($\vec{J}$) em um condutor - Efeito Pelicular

Nessas condições, a área de condução da corrente no condutor se reduz de (1), quando da circulação de correntes contínuas, com densidade uniforme, para (2), quando da circulação de correntes alternadas que possuem densidade não-uniforme.

$$A_{CC} = \pi r^2 \tag{1}$$

$$A_{CA} = \pi[r^2 - (r - \delta)^2] \tag{2}$$

Observa-se que em (2) a área de condução sofre uma redução devido o coeficiente de penetração δ da corrente alternada no condutor. Isso interfere na resistência do condutor, uma vez que a resistência elétrica é inversamente proporcional à área da seção transversal utilizada para o fluxo de elétrons, conforme indicado em (3). Em outras palavras, um determinado condutor apresenta uma resistência maior quando utilizado em corrente alternada.

$$R = \frac{\rho L}{A} \ [\Omega] \quad (3)$$

Desse modo, pode-se inferir que com o aumento das componentes harmônicas no sistema de distribuição, há um aumento proporcional na resistência dos condutores devido ao Efeito Pelicular e, consequentemente, tem-se um incremento das perdas técnicas por Efeito Joule nos sistemas de distribuição em baixa, média e alta tensão, sendo este o objeto de estudo da presente Tese de Doutorado, a qual busca modelar o fenômeno em questão a fim de reduzir o tempo de simulação, considerando estudos de fluxo harmônico de potência. Além disso, esse trabalho científico também almeja quantificar o percentual de perdas técnicas devido Efeito Pelicular em uma distribuidora de energia elétrica. Além disso, através de testes em laboratório, utilizando-se equipamentos específicos, o trabalho tem como objetivo mensurar a resistência dos principais condutores utilizados em redes de distribuição de energia elétrica nas mais variadas frequências harmônicas comumente encontradas nesses sistemas. A partir desses dados, alguns alimentadores reais de distribuição serão modelados através do *software* OpenDSS para realização de estudos de fluxo de potência, tanto na frequência fundamental (considerada para quantificação da perda técnica regulatória), quanto nas frequências harmônicas. Assim, a hipótese estabelecida é que haverá redução no tempo de simulação, considerando a modelagem proposta, assim como um incremento nas perdas técnicas com a inclusão do Efeito Pelicular na metodologia de cálculo de perdas, uma vez que a parcela de perdas relacionada com o fluxo de correntes harmônicas, em função do atual modelo regulatório, encontra-se alocada na parcela de perdas não-técnicas.

1.1 Cronologia

A primeira discussão matemática associada com a densidade de corrente alternada em um condutor em frequências elevadas foi provavelmente conduzida por Maxwell em 1873 [2]. Posteriormente, o matemático e engenheiro eletricista Oliver Heaviside contribuiu com uma extensa literatura matemática sobre o assunto entre os anos de 1884 e 1887. O físico inglês John Henry Poynting também contribuiu para o desenvolvimento analítico do assunto entre 1884 e 1885. Um pouco mais tarde, engenheiro norte americano David E. Hughes conduziu a primeira avaliação experimental do fenômeno em 1886. No mesmo ano, o matemático e físico inglês Lord Rayleigh concebeu pela primeira vez o equacionamento matemático para análise do Efeito

Pelicular, com a subsequentes contribuições do físico alemão Heinrich Friedrich Weber, do físico e matemático austro-esloveno Josef Stefan, assim como do físico e engenheiro britânico Oliver Joseph Lodge. Mais tarde, em 1889, Lord Kelvin contribuiu com o desenvolvimento das expressões *ber-bei*, associadas às funções de Bessel, as quais ainda hoje são utilizadas para o estudo e modelagem do Efeito Pelicular em condutores de energia elétrica e outros meios físicos de condução da corrente elétrica. O assunto teve também contribuições teóricas e práticas por parte do físico alemão Heinrich Rudolf Hertz, em 1889, e do físico britânico Joseph John Thomson, em 1893. O termo Efeito Pelicular foi sugerido pela primeira vez em 1891 por J. Swinburne em uma discussão sobre o artigo intitulado "*On some effects of alternating - current flow in circuits having capacity and self-induction*" [3], publicado por J. A. Fleming naquele mesmo ano.

O primeiro artigo técnico-científico registrando o termo Efeito Pelicular (*Skin Effect*) no título do trabalho foi publicado em 1915 [2] pelo engenheiro norte americano, e antigo assistente do inventor Thomas Edson, chamado Arthur Edwin Kennelly, ao qual também se deve a publicação do primeiro trabalho sobre frequências harmônicas em sistemas de energia elétrica [4]. Com o intuito de se obter a cronologia da predominância do assunto associado ao Efeito Pelicular nos trabalhos de pesquisa desenvolvidos por pesquisadores de todo o mundo, realizou-se um levantamento na plataforma *IEEE Xplore Digital Library*, sobre a quantidade de artigos publicados anualmente, na área de engenharia elétrica, contemplando o termo Efeito Pelicular diretamente no título do trabalho. A Figura 2 apresenta os resultados encontrados.

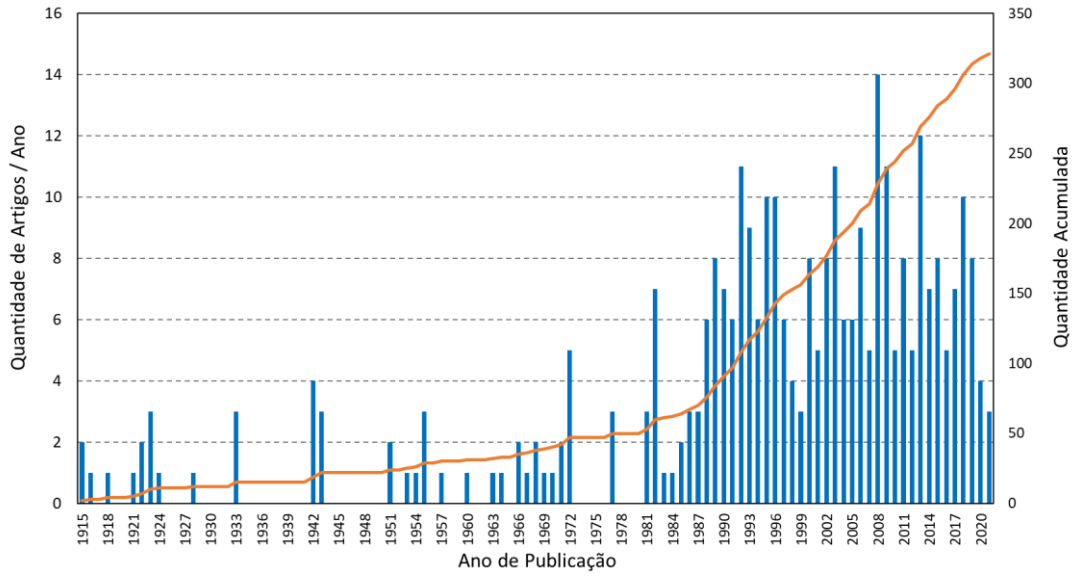


Figura 2. Evolução da publicação de artigos técnico-científicos contemplando o termo Efeito Pelicular no título do trabalho.

Constata-se que desde os primeiros registros científicos no início do século XX, até início da década de 80 do mesmo século houve poucos artigos científicos publicados acerca do tema, sendo isso atribuído às questões que estavam em pauta nesse período. Nessa época a problemática era articulada na seguinte narrativa: os sistemas elétricos e redes de distribuição de energia supriam cargas, em sua maioria, puramente resistivas, logo o Efeito Pelicular era um fenômeno a ser analisado considerando apenas a componente fundamental da frequência (60 Hz). Entretanto, com o surgimento de semicondutores, ocorre uma mudança no perfil de carga dos sistemas elétricos, uma vez que não existem apenas cargas resistivas, indutivas ou capacitivas, mas também cargas eletrônicas que apresentam comportamento não-linear entre tensão e corrente, caracterizadas como cargas não-lineares. Essas cargas, do ponto de vista elétrico e matemático, apresentavam forma de onda de tensão e corrente com componentes harmônicas, ou seja, componentes múltiplas inteiras da frequência fundamental. Desse modo, os sistemas elétricos não apresentavam apenas componentes fundamentais, em 60 Hz, de tensão e corrente, mas também componentes harmônicas (3ª harmônica = 180 Hz, 5ª harmônica = 300 Hz etc.), sendo o Efeito Pelicular um fenômeno importante acerca do transporte de energia e, consequentemente, para novas questões em torno da regulamentação e dos sistemas elétricos de potência.

Nesse contexto de avanço do uso de semicondutores nos dispositivos, os computadores pessoais passaram a ser utilizados para o processamento de dados e informações. Assim, problemas físico-matemáticos eram solucionados a partir de métodos numéricos rápidos e eficazes. Nesse ambiente, então, surgiu a análise por meio do método dos elementos finitos, onde soluciona-se as equações de Maxwell para o eletromagnetismo em cada elemento infinitesimal. Essa abordagem permite solução para diversos problemas na área de engenharia elétrica, incluindo o fenômeno do Efeito Pelicular. A partir desse viés, justifica-se o aumento expressivo da quantidade de publicações acerca do tema após o início da década de 80 do século XX.

1.2 Contextualização e Revisão bibliográfica

Estudos relacionados ao Efeito Pelicular são relatados desde 1915, a exemplo dos trabalhos indicados em [2] e [5], os quais deram início a uma nova área de investigação científica para os sistemas de energia elétrica.

Os trabalhos apresentados em [6], [7] e [8] tiveram como objetivo a modelagem matemática do comportamento do Efeito Pelicular nos condutores através de medições visando relacionar o valor de R_{CC} (resistência do condutor percorrido por corrente contínua) com o valor de R_{CA} (resistência do condutor percorrido por corrente alternada) em função da variação da frequência. Os resultados obtidos constataram que as formulações matemáticas associadas ao Efeito Pelicular podem ser representadas pelas funções de Bessel. Desse modo, começou-se a investigar cada vez mais formas matemáticas para descrever o fenômeno através dessas funções. Consequentemente, trabalhos como [9], [10] e [11] mostram detalhadamente como é modelado o Efeito Pelicular para reatâncias em condutores tubulares concêntricos e em cabos coaxiais em alta frequência. Esses estudos possuem relevância singular na investigação do comportamento desse fenômeno para essas situações, porém, até então, o assunto foi abordado apenas pelo seu aspecto físico-matemático, isto é, os trabalhos apresentados tinham análises rasas em engenharia e consideraram apenas estudos de casos individuais com características bastante específicas. Nesse sentido, verifica-se ainda hoje uma carência de literatura técnica que apresente, de maneira prática, a quantificação dos impactos do Efeito Pelicular nos sistemas de distribuição de energia elétrica, principalmente em termos econômicos, sendo essa uma lacuna a ser preenchida com o presente trabalho.

De volta aos trabalhos já publicados sobre o assunto, em [12] é discutido como semicondutores agem quando submetidos às grandezas elétricas de alta frequência. A modelagem física para compreender a ação dos campos elétricos e magnéticos dentro desse novo material que, na época, tinha acabado de ser descoberto, foi explicitada nesse estudo, assim como o seu aspecto matemático, para delinear a expectativa do comportamento das altas frequências dentro dos equipamentos. Características como correntes de fuga e correntes de histerese são discutidas nesse artigo, assim como o impacto dessas grandezas em seu funcionamento. Para tanto, não apenas o desenvolvimento teórico foi realizado, mas também o experimental. Assim, medições foram efetuadas e verificou-se que os modelos apresentados são correlatos com as medições de profundidade de penetração, perdas e impedância nos condutores. Esse trabalho é de expressiva relevância, visto que as cargas elétricas do sistema de distribuição de energia são majoritariamente não-lineares e compostas por semicondutores. Portanto, compreender como a atuação do Efeito Pelicular ocorre nesse tipo de equipamento torna-se crucial para o estudo.

Assim, com a crescente adesão dos semicondutores nas cargas elétricas e a ascensão das indústrias do Vale do Silício o uso dessa tecnologia se tornou cada vez mais comum e necessária, visto que empresas de telecomunicações e inovação tecnológica ganharam mais espaço no mercado global. Dentro desse contexto histórico, trabalhos como o apresentado em [13] começam a se tornar uma nova vertente de pesquisa, uma vez que os equipamentos utilizados para telecomunicações utilizam frequências da ordem de MHz e/ou GHz. Como o Efeito Pelicular se intensifica à medida que ocorre o aumento da frequência da corrente elétrica que percorre os condutores, é esperado que haja maior investigação a respeito da temática dentro dos limites das telecomunicações. Entretanto, os estudos que antes eram direcionados ao aumento das perdas nos condutores, nesse momento focavam nas perdas de potência e energia de um sinal modulado, sendo que nas duas vertentes, tanto a de sistemas de potência como em telecomunicações, apesar de ser o mesmo fenômeno, são necessárias duas abordagens distintas relativa à mesma problemática. Um exemplo disso é o estudo realizado em [14], onde discute-se como o Efeito Pelicular impacta na tensão e corrente elétricas para uma linha de transmissão retangular para sistemas de telecomunicações. Nesse caso as dimensões geométricas dos condutores são diferentes entre os sistemas de energia e telecomunicações, devido a isso, o trabalho no sentido de notar aumento nas perdas devido o fenômeno do Efeito Pelicular, sendo essa constatação importante para sistemas de potência.

Os avanços científicos em torno do Efeito Pelicular para sistemas de energia prosseguiram com o estudo apresentado em [15], em que se compara as resistências de dois condutores de mesmo raio, porém com diferentes condutividades, a partir do Método de Bubnov-Galerkin e verifica-se que o Efeito Pelicular apresenta diferentes comportamentos perante a resistência elétrica e força eletromagnética entre os condutores com o aumento da frequência. Dessa forma, essa é uma informação importante para sistemas de potência, uma vez que foi demonstrado que a condutividade desempenha impacto substancial na severidade do Efeito Pelicular, implicando nas perdas em linhas de transmissão. Ainda, trabalhos como [16] e [17] que apresentam uma análise em elementos finitos acerca da distribuição de corrente na seção transversal do condutor para compreender o comportamento da corrente elétrica. Para a época esses estudos foram pioneiros, uma vez que utilizaram de simulação computacional. Porém há a ausência da modelagem matemática dessa simulação, assim como confrontar esses dados com medições realizadas de outros trabalhos, como apresenta [18] que conflita os resultados obtidos por meio do Método dos Elementos Finitos com os métodos numéricos já

conhecidos da comunidade científica. Ainda, o estudo realizado em [18] foi pioneiro em divulgar a criação da malha de simulação criada pelos Elementos Finitos para o estudo eletromagnético de uma geometria de cabo ou outros equipamentos.

Adicionalmente, o estudo desenvolvido em [19] contempla metodologia científica semelhante à [18] no sentido de confrontar dados computacionais com soluções matemáticas, porém [19] contribui com a constatação de que as formulações analíticas e computacionais desenvolvidas até o momento representavam adequadamente o Efeito Pelicular tanto para valores pequenos, quanto para grandes, ou seja, os modelos utilizados eram independentes da magnitude da profundidade de penetração. Desse modo, a análise a partir dos elementos finitos tornou-se bastante difundida no ambiente científico, uma vez averiguada a robustez desse método. Vale destacar que nesse mesmo período houve o início da popularização da aplicação de semicondutores nos eletrodomésticos, ou seja, a mudança do modelo de carga do sistema elétrico começa apresentar pequenas alterações dos parâmetros já conhecidos pela comunidade científica. Com isso, surgem os trabalhos [20] e [21] como forma de também preencherem essa lacuna no conhecimento a respeito do Efeito Pelicular em simulações computacionais e modelagem matemática, que era a problemática desse período. Porém, os dados calculados pela metodologia proposta mostraram alta correlação com os obtidos por metodologia comumente difundida na comunidade científica.

Entretanto, um aspecto comum entre os trabalhos [18], [19], [20] e [21] é a ausência de medições e a aplicabilidade desses dados em casos reais de impacto do fenômeno em sistemas de energia, constatando-se, então, uma brecha na compreensão científica para a quantificação do Efeito Pelicular nos processos tecnológicos que estavam em prática no período. Parte dessa lacuna foi preenchida com os estudos apresentados em [22], porém, contemplando apenas os sistemas de telecomunicações. Dessa forma, o desenvolvimento analítico e a medição experimental da impedância de um condutor considerando os Efeito Pelicular e de Proximidade foram realizadas considerando-se frequências da ordem de MHz, assim como realizado nos estudos [23], [24] e [25], as quais têm pouca expressividade em sistemas de distribuição de energia. Nesse estudo o objetivo era constatar que a modelagem de uma linha de transmissão considerando tais fenômenos apresentam ressonâncias séries e paralelas com o aumento da frequência em cabos de transmissão de energia elétrica, devido a modelagem utilizada em circuito T. Entretanto, o estudo aborda o Efeito Pelicular em telecomunicações, sendo que o livro [26] contempla uma abordagem analítica matemática acerca do fenômeno em

transformadores, inclusive apresentando equações para o cálculo de perdas nessa máquina elétrica devido ao Efeito Pelicular. No âmbito do conhecimento científico e consolidação da abordagem do Efeito Pelicular nos sistemas de potência, o livro em questão teve contribuição singular, uma vez que deu consistência e promoveu o preenchimento de mais uma lacuna científica na temática.

Por outro lado, alguns anos depois, o trabalho apresentado em [27] discutiu o impacto do Efeito Pelicular em condutores retangulares no formato de tiras a partir do Método de Solução Integral de Equações, utilizando a forma integral do Teorema de Green, assim como o método numérico de Galerkin, investigando como características elétricas e a geometria de um condutor impactam no fenômeno em questão. No mesmo ano, o trabalho [28] apresentou um estudo que avalia o comportamento de condutores de ACSR (*aluminum conductor, steel reinforced*) utilizados nos enrolamentos dos transformadores. Esse estudo abrange a análise do comportamento da impedância dos cabos para frequências baixas, 25 a 60 Hz, sendo de expressiva importância para a compreensão do impacto do Efeito Pelicular nos sistemas de potência. É importante destacar que esses estudos foram realizados considerando a análise de dados obtidos pela aplicação do método dos elementos finitos, visto a complexidade da geometria e solução numérica do problema em pauta.

Adicionalmente, o estudo desenvolvido em [29] também abordou a análise dos impactos do Efeito Pelicular em baixas frequências a partir de um modelo analítico que contemplava a resposta em frequência da resistência de condutores retangulares. O estudo aponta que o desenvolvimento analítico converge de forma satisfatória com os resultados obtidos a partir do método dos elementos finitos, sendo atestado como solução analítica para a questão tanto em altas, como em baixas frequências. Esse estudo permitiu a compreensão de como o Efeito Pelicular atua para as frequências harmônicas, emitidas por cargas não-lineares no sistema de distribuição de energia. Apesar de não apresentar um estudo específico para tal finalidade, os resultados da solução analítica abordaram e contemplaram as frequências da rede de forma satisfatória.

De forma complementar, apesar dos trabalhos [26], [27] [28] e [29] apresentarem estudos voltados para sistemas elétricos de potência, ainda há lacunas de esclarecimentos acerca do entendimento do Efeito Pelicular para redes de distribuição de energia. É importante salientar que nesse período, início da década de 90 do século XX, as cargas começavam a mostrar alterações no perfil, porém de forma sutil, não demonstrando grandes impactos nos sistemas de

distribuição de energia elétrica. Devido a isso, as elucidações com respeito ao Efeito Pelicular e sistemas de energia se apresentaram, mais expressivamente, a partir do início do século XXI.

Com a virada do século, cada vez mais trabalhos vislumbravam o Efeito Pelicular para os sistemas de potência, principalmente no que tange ao transformador de potência. Essa máquina elétrica bastante utilizada era responsável pelo aumento das perdas devido ao Efeito Pelicular, como constatado em [30], no qual o autor apresentou a metodologia que permite quantificar as perdas no núcleo do transformador, devido à curva de histerese, considerando a contribuição do Efeito Pelicular como fator de incremento de tais perdas. Esse estudo é de singular relevância para o entendimento acerca do fenômeno em questão para os sistemas de potência, visto que as perdas nos enrolamentos e núcleo dos transformadores são parte expressiva das perdas técnicas nas redes de distribuição de energia elétrica. Vale ressaltar que esse trabalho realizou simulações computacionais e abordagem analítica, sendo que para maiores investigações as nuances apresentadas em medições e confronto desses dados com os simulados e teóricos é de suma relevância.

Por outro lado, os sistemas elétricos de potência não são compostos apenas por transformadores de potência, mas também por linhas de transmissão de energia, sendo que trabalhos como os desenvolvidos em [31] e [32] são apresentados como forma de integrar o conhecimento científico acerca dessa questão. Em [31], o estudo realizado abordou o entendimento do Efeito Pelicular no fator de potência ótimo para uma linha de transmissão de energia em um sistema de potência, atribuindo as mudanças na resistência equivalente dos cabos da linha, conforme o conteúdo harmônico de corrente emitido pela carga não-linear. Apesar de abordado de forma simples ao longo do artigo, os autores examinaram o impacto que o fenômeno em questão possui para as linhas de transmissão perante suas perdas por transporte de energia. Esse tipo de análise é crucial para os sistemas elétricos, visto que constata perdas associadas às linhas de transmissão de energia.

O trabalho desenvolvido em [32] aborda o impacto das harmônicas no Efeito de Proximidade da impedância característica de cabos subaquáticos de transmissão de energia elétrica. Nesse trabalho o desenvolvimento analítico foi realizado baseado na teoria da superposição, assim como simulações computacionais para a solução numérica das equações de resistência por frequência. Como resultado foi encontrado que para um único cabo o efeito de proximidade pode ser negligenciado, uma vez que esse condutor não é afetado pelas grandezas eletromagnéticas ao seu redor, como pode ser esperado. Entretanto, para cabos

trifásicos esse efeito é significativo e deve ser levado em consideração para cálculo da impedância harmônica. Também é constatado que para cabos trifásicos as componentes de sequência positiva e negativa harmônicas sofrem com o impacto do efeito de proximidade, enquanto cabos individuais não apresentam impacto relevante. Apesar disso, ambos cabos apresentam pouca interferência do Efeito de Proximidade para impedâncias de sequência zero. Esse estudo é relevante para o projeto de cabos subaquáticos, mas também para a compreensão do comportamento da resistência de cabos para componentes harmônicas que são encontradas em sistemas elétricos de potência.

É importante salientar que a comunidade científica busca modelar o Efeito Pelicular também a partir de um equivalente elétrico, como forma de facilitar as análises e simulações a serem realizadas para os sistemas elétricos, como aponta [33]. Além disso, se tem também [34] que apresenta uma ferramenta de análise numérica para problemas transitórios que envolvam o comportamento do Efeito Pelicular. Dentre os eventos transitórios estão surtos de tensão e corrente, conclui-se que a análise numérica possui resultados compatíveis com os *softwares* de simulação desse tipo de situação. Um estudo semelhante foi realizado em [35], porém considerando diferentes tipos de condutores.

Ainda, a literatura científica estendeu a pesquisa acerca do Efeito Pelicular para perdas nos condutores devido harmônicas em [36], onde é constatado que por meio de uma abordagem matemática convencional para o fenômeno – pelas funções de Bessel – há aumento considerável nas perdas por Efeito Joule em componentes de ordem harmônica mais elevadas. Entretanto, o artigo apresenta metodologia de obtenção desses dados de perdas por meio da modelagem matemática do Efeito Pelicular. Isto é, o estudo mede a corrente distorcida de uma carga não linear e aplica esses valores de distorção harmônica em uma equação que calcula as perdas em função da frequência e assim obtém os resultados. Apesar da contribuição singular para o conhecimento científico e do indicativo de aumento das perdas regulatórias devido ao fenômeno, a metodologia carece de desenvolvimento físico, em respeito ao comportamento da distribuição de corrente nas diversas seções transversais analisadas, e prático acerca do Efeito Pelicular aplicado em uma situação real de operação do sistema de potência. Desse modo, abre espaço para trabalhos futuros preencherem tal lacuna, como a proposta aqui apresentada.

Continuando, o trabalho [37] apresenta um estudo do Efeito Pelicular em um sistema trifásico duplo de alta tensão real, ou seja, realiza-se a análise do fenômeno em linhas de transmissão do sistema de potência. Nesse caso, o artigo explicita a distribuição de corrente ao

longo dos condutores considerando determinada distância entre os sistemas trifásicos, onde cada sistema é composto por 3 cabos de alta tensão, 64/110 kV, XHE-49-A com seção transversal de 1x1000/95 mm². Um dos resultados divulgados no trabalho é que a distância utilizada entre os sistemas de transmissão de energia não possui influência do Efeito de Proximidade, sendo esse negligenciado para as análises realizadas. Essa constatação é importante, pois o comportamento do campo magnético entre os condutores da linha apresenta influência na distribuição de corrente do condutor, a menos que a distância entre os condutores é suficientemente grande para tornar o Efeito Proximidade negligenciável e, consequentemente, o Efeito Pelicular dominante na alteração da resistência de acordo com a frequência. O estudo apresentado demonstra avanço científico e início de exploração do conhecimento teórico da comunidade científica no impacto prático que a problemática causa nos sistemas elétricos.

Desde então, há duas frentes de pesquisa sendo desenvolvidas pela comunidade científica. A primeira tem como objetivo desenvolver matematicamente novas metodologias de análise e cálculo do Efeito Pelicular, do que a já consolidada pelas funções de Bessel, como os trabalhos [38], [39], [40] e [41]. Por exemplo, [41] alcança esse objetivo e mostra o comportamento do Efeito Pelicular para uma linha de transmissão convencional de 69 kV com retorno por terra. Assim, agrega ao estudo um teor prático acerca do fenômeno, entretanto, ainda abordado de forma pontual, em um caso teórico. Porém, a segunda frente de pesquisa concentra-se em compreender o impacto que o fenômeno possui nos dispositivos, equipamentos e máquinas elétricas, como em [42] onde é discutida uma expressão matemática que permite o cálculo das perdas em transformadores devido ao Efeito Pelicular. No que tange ao objetivo dessa tese esse trabalho é de expressiva relevância, uma vez que os transformadores representam parte significativa das perdas técnicas na distribuição de energia elétrica. Em [42] há um viés prático associado ao estudo, demonstrando que a investigação em torno do Efeito Pelicular nos equipamentos de sistemas de energia é um assunto ainda pouco explorado. Apesar do ineditismo da modelagem matemática apresentada, o estudo ainda foca unicamente no impacto individual desse equipamento, negligenciando a aplicação do Efeito Pelicular nos equipamentos que compõem os sistemas de distribuição de energia elétrica como um todo.

Considerando os impactos que o Efeito Pelicular possui em dispositivos práticos, tem-se [43] que discute como o fenômeno em questão é articulado como lógica de controle para a atuação da proteção de um trem de trilhos CC. Em outras palavras, há uma modelagem precisa do Efeito Pelicular para resposta transitória, sendo que tal modelo também reproduz o

comportamento da corrente de falta dos trilhos, possibilitando a distinção entre a corrente de falta dos trilhos da corrente de partida da locomotiva. Nesse caso, o Efeito Pelicular é utilizado como um parâmetro de acionamento, devido à modelagem desenvolvida no domínio do tempo. Vale ressaltar que até o momento, as modelagens desenvolvidas são no domínio da frequência, onde analisa-se o comportamento da resistência dos condutores com o incremento da frequência. No estudo em questão, analisa-se o comportamento da distribuição de corrente nos trilhos no domínio do tempo para compreender os fenômenos transitórios de tensão e corrente.

Desse modo, [44] divulga um estudo acerca do impacto que as componentes harmônicas possuem nas perdas por correntes de Foucault e anômalas no núcleo de materiais magnéticos moles. Nesse trabalho foi realizada uma modelagem 3D do comportamento magnético do material, além disso especificou-se também as perdas ocasionadas devido ao Efeito Pelicular provocado pela presença das componentes harmônicas. Em [45] há a abordagem do Efeito Pelicular em um cabo por meio de elementos finitos. Esse estudo é particularmente relevante visto que apresenta resultados e análises similares às que essa tese almejam alcançar. Possui uma perspectiva matemática da problemática do fenômeno relativamente simples e simulações com aspectos mais teóricos do que práticos, diferentemente do que é a proposta dessa tese, em que o desenvolvimento matemático, computacional e de medição buscam um viés prático e quantitativo acerca do Efeito Pelicular.

Ainda, sobre as perdas na rede de distribuição por Efeito Pelicular tem-se [46] onde é abordada essa temática. O estudo tem como objetivo calcular as perdas em uma linha de transmissão de energia em baixa tensão, para isso é utilizado um método de cálculo desenvolvido pelos autores. Entretanto, como o próprio artigo aponta, há temas a serem investigados, como: as perdas por Efeito Pelicular considerando cargas não-lineares no sistema de distribuição de energia, visto que o trabalho [46] contempla apenas as perdas para a fundamental. Desse modo, essa tese busca abranger esse aspecto.

Nesse sentido, a presente tese tem o intuito de retomar os estudos práticos em torno do Efeito Pelicular para sistemas elétricos de potência, apresentando a relevância quantitativa desse fenômeno no sistema de distribuição de energia, sendo que até o momento a revisão bibliográfica e a literatura científica tem manifestado carência de conhecimento nessa área de atuação. Após a compreensão da literatura científica formulada até o momento em torno do Efeito Pelicular e seu impacto nas perdas técnicas no sistema de distribuição de energia, é importante destacar estudos que buscam quantificar o Efeito Pelicular pela medição da variação

da resistência do cabo de acordo com a frequência da corrente aplicada. Nesse aspecto, destaca-se que os equipamentos e metodologias de medição para a confiabilidade dos dados obtidos é de extrema importância, uma vez que se é desejado medir variações na resistência de forma exata e precisa. Com isso, pode-se citar [47], [48], [49] e [50] que especificam metodologias e instrumentos de medição adequados para tal finalidade, assim como [51] e [52]. Para melhor entendimento e esclarecimento das etapas e estudos realizados, a seguir apresenta-se as contribuições que essa tese de doutorado visa proporcionar para a literatura científica.

1.3 Contribuições da Tese de Doutorado

A presente tese de doutorado tem como objetivo contribuir com a comunidade científica com os seguintes itens:

- Metodologia de medição da variação da resistência em função da frequência das correntes que percorrem um determinado condutor.
- Metodologia de medição da variação de temperatura oriunda do Efeito Joule em condutores. Análise do impacto da temperatura na variação da resistividade na aferição da resistência elétrica, considerando o Efeito Pelicular.
- Desenvolvimento de uma metodologia de cálculo e modelagem do Efeito Pelicular em *software* OpenDSS, de fluxo de potência fundamental e harmônico, visando a quantificação das perdas técnicas associadas ao fenômeno, em termos físicos, em sistemas de distribuição de energia elétrica. Além de reduzir o tempo de simulação para estudos de fluxo harmônico de potência.

1.4 Estrutura da Tese de Doutorado

A fim de contemplar os propósitos estabelecidos por este trabalho, o presente documento está apoiado, a partir desse ponto, na estrutura apresentada a seguir:

- Capítulo 2 – fundamentos teóricos acerca do Efeito Pelicular, abrangendo: desenvolvimento físico-matemático do fenômeno por meio da manipulação das equações de Maxwell, apresentação das modelagens matemáticas comumente aceitas pela

comunidade científica para quantificar a variação da resistência dos condutores em função da frequência.

- Capítulo 3 – discussão e elaboração da metodologia de medição da resistência elétrica, considerando Efeito Pelicular, em condutores comumente utilizados no sistema de distribuição de energia elétrica. Apresenta-se não apenas um método para aferição do fenômeno em questão, mas também se avalia o impacto que a variação de temperatura implica na medição da resistência quando se almeja aferir o impacto do Efeito Pelicular no condutor.
- Capítulo 4 – resultados das medições e simulações computacionais são apresentadas nesse capítulo. Ainda, ocorre análise dos dados obtidos das medições, assim como sua correlação com as simulações computacionais realizadas considerando o cálculo de perdas em sistema de distribuição de energia elétrica.
- Capítulo 5 – conclusões e inferências são explicitadas nesse capítulo, sintetizando as discussões realizadas nos capítulos anteriores.

2. Fundamentação Teórica

Para se compreender como ocorre o Efeito Pelicular em condutores, deve-se retomar as Equações de Maxwell em sua forma diferencial, conforme as equações mostradas em (4) até (7).

Lei de Gauss	$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	(4)
Lei de Gauss para Magnetismo	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	(5)
Lei de Faraday de indução	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	(6)
Lei Circular de Ampére	$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$	(7)

Esse conjunto de quatro equações descreve todos os fenômenos eletromagnéticos, sendo possível compreender o comportamento e interferência do campo elétrico e magnético em qualquer situação e posição do espaço. Entretanto, para a melhor compreensão física dessas expressões matemáticas, é importante ressaltar o significado do operador *nabla* (∇). Esse operador é utilizado em cálculo vetorial para representar as taxas de variação de um campo vetorial no espaço. Desse modo, o operador pode ser utilizado como produto escalar ou vetorial.

- Divergente: o operador ∇ é utilizado como produto escalar com um campo vetorial qualquer, resultando na operação matemática $\left(\nabla \cdot \vec{E}\right) = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$. O divergente calcula a tendência de um campo vetorial convergir para um ponto qualquer do espaço, sendo seu resultado um valor escalar.
- Rotacional: o operador ∇ é utilizado como produto vetorial com um campo vetorial qualquer, resultando na operação matemática $\left(\nabla \times \vec{E}\right) = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\overrightarrow{a_x} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\overrightarrow{a_y} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\overrightarrow{a_z}$. Quando utilizado como operador rotacional, tem-se um campo vetorial perpendicular à $\vec{E}$ de acordo com sua taxa de variação no espaço.

O entendimento dessas operações matemáticas permitirá uma melhor compreensão física das equações de Maxwell, aplicadas ao Efeito Pelicular.

2.1 Leis de Maxwell e Constante de Propagação (λ)

Devido a facilidade de compreensão, optou-se por iniciar a fundamentação teórica deste trabalho pelo desenvolvimento das equações de Maxwell no espaço livre, para, a partir do entendimento dessa condição mais genérica, ser possível discutir as condições do Efeito Pelicular em condutores de energia elétrica. É evidente que não há presença de Efeito Pelicular em propagação de campos eletromagnéticos no espaço livre. Entretanto, os conceitos físico-matemáticos em torno da propagação desses campos no vácuo são de extrema importância para compreender todos os aspectos relacionados com o Efeito Pelicular. Desse modo, o objetivo desse item é apresentar o significado físico e a dedução matemática para a constante de propagação λ. Ao longo do desenvolvimento matemático haverá metas específicas para cada etapa, sendo que ao final deste item todos os cálculos devem convergir para o entendimento em torno de λ para campos eletromagnéticos variantes no tempo.

Assim, serão considerados inicialmente campos elétricos e magnéticos variantes no tempo e propagando no espaço livre [53]. Para essa situação são considerados os campos elétricos e magnético indicados nas equações (8) e (9).

$$\vec{E}(z,t) = \left|\vec{E}(z,t)\right| \overrightarrow{a_x} \tag{8}$$

$$\vec{H}(z,t) = \left|\vec{H}(z,t)\right| \overrightarrow{a_y} \tag{9}$$

É importante destacar que a amplitude do campo elétrico $\vec{E}_x$, assim como da intensidade de campo magnético $\vec{H}_y$, são funções de z, pois esses campos se propagam no tempo nessa direção, e estão direcionados por vetores perpendiculares entre si. Ou seja, os campos $\vec{E}$ e $\vec{H}$ são ortogonais. Retomando, devido à condição de propagação dos campos no espaço livre, não há fontes de correntes ou cargas elétricas e, portanto, $\vec{J} = 0$, pois não há um meio condutor, e $\rho = 0$, devido a ausência de cargas elétricas no vácuo. Desse modo, as Equações de Maxwell se reduzem às equações (10) – (13).

Lei de Gauss	$\nabla \cdot \vec{E} = 0$	(10)
Lei de Gauss para Magnetismo	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	(11)
Lei de Faraday de indução	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	(12)
Lei Circular de Ampére	$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	(13)

A seguir são calculadas as funções matemáticas que representam $\vec{E}(z,t)$ e $\vec{H}(z,t)$, uma vez que esses campos vetoriais têm comportamento, até o momento, desconhecidos. Além disso, será realizada a interpretação física das características matemáticas dessas expressões. Para isso, aplica-se (8) e (9) em (12) e (13), conforme apresentado a seguir.

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{\partial E_x(z,t)}{\partial z}\overrightarrow{a_y} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial H_y(z,t)}{\partial t}\overrightarrow{a_y}$$

$$\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y(z,t)}{\partial t} \tag{14}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} = \nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial H_y(z,t)}{\partial z}\overrightarrow{a_x} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial E_x(z,t)}{\partial t}\overrightarrow{a_x}$$

$$\frac{\partial H_y(z,t)}{\partial z} = -\varepsilon_0 \frac{\partial E_x(z,t)}{\partial t} \tag{15}$$

Como pode se observar, (14) e (15) são expressões das quais derivam os campos $\vec{E}$ e $\vec{H}$ no espaço e no tempo. Com isso, para essas equações se correlacionarem será realizada a derivada parcial em ambos os lados da igualdade em relação a *z* em (14) e em relação a *t* em (15), resultando:

$$\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial z^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 H_y(z,t)}{\partial t \partial z} \tag{16}$$

$$\frac{\partial^2 H_y(z,t)}{\partial z \partial t} = -\varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t^2} \tag{17}$$

Esse resultado só é possível devido ao fato de que a derivada é uma operação linear e pode ser aplicada em ambos os lados da igualdade, em quaisquer equações, como forma de manipulação algébrica. Nesse sentido, pode-se substituir (17) em (16), obtendo-se:

$$\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial z^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t^2} \tag{18}$$

A equação (18) é uma equação em derivadas parciais de segunda ordem em duas variáveis. A solução dessa equação é a expressão matemática para o campo elétrico em função do espaço e do tempo. Com o intuito de se obter a solução para a equação (18), utiliza-se o método de separação de variáveis para equações lineares. Essa metodologia permite encontrar soluções para equações com derivadas parciais lineares e homogêneas, assim como transformar um problema de equações com derivadas parciais em uma sequência de problemas de equação diferenciais ordinárias (EDO), sendo aplicáveis todos os métodos comuns de solução de EDO, possibilitando a análise do comportamento de problemas de simetrias como em propagação ou rotações [54].

Nesse sentido, o método utilizado consiste na proposição de uma solução para uma equação derivada parcial linear e homogênea de segunda ordem em duas variáveis reais, *x* e *y* $\in \mathbb{R}^2$. Para esse propósito, utiliza-se a forma mais genérica possível dessa situação:

$$A(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B(y)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + C(x)\frac{\partial u}{\partial x} + D(y)\frac{\partial u}{\partial y} + \big(E(x) + F(y)\big)u = 0 \tag{19}$$

É importante destacar que para a aplicação do método, pelo menos A ou B na equação (19) devem ser diferentes de zero. Além disso, procura-se uma solução para $u(x,y)$ que seja $X(x)Y(y)$, ou seja, supõe-se que a variável a ser encontrada é um produto entre duas equações. Em seguida, aplica-se essa hipótese em (19), obtendo-se (20).

$$\begin{aligned} A(x)X''(x)Y(y) + B(y)X(x)Y''(y) + C(x)X'(x)Y(y) + D(y)X(x)Y'(y) \\ + \big(E(x) + F(y)\big)X(x)Y(y) = 0 \end{aligned} \tag{20}$$

Rearranjando a expressão (20), tem-se (21).

$$\begin{aligned} &X(x)\big(B(y)Y''(y) + D(y)Y'(y) + F(y)Y(y) + E(x)\big) \\ &+ Y(y)\big(A(x)X''(x) + C(x)X'(x) + E(x)X(x) + F(y)\big) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &X(x)\big(-B(y)Y''(y) - D(y)Y'(y) - F(y)Y(y) - E(x)\big) \\ &- Y(y)\big(A(x)X''(x) + C(x)X'(x) + E(x)X(x) - F(y)\big) = 0 \end{aligned} \tag{21}$$

A expressão (21) representa a hipótese de que a solução seja um produto de duas funções, sendo que observando (21) pode-se notar que $X(x)$ multiplica uma EDO em $Y(y)$, que será chamada de $V(y)$, e $Y(y)$ multiplica uma EDO em $X(x)$, que será chamada de $W(x)$. Desse modo, tem-se (22).

$$X(x)V(y) - Y(y)W(x) = 0 \tag{22.a}$$

$$det\begin{vmatrix} X(x) & W(x) \\ Y(y) & V(y) \end{vmatrix} = 0 \tag{22.b}$$

Assim, tem-se que o determinante da matriz indicada em (22.b) deve ser igual a zero. Das propriedades de matrizes, tem-se três condições para que isso ocorra, a saber:

- Todos os elementos de uma linha ou coluna de uma matriz são nulos.
- Todos os elementos de uma linha ou coluna sejam idênticos.
- Exista proporcionalidade entre linhas ou colunas.

Sabendo-se que as funções que compõem a matriz (22.b) não podem ser nulas e são todas distintas entre si, resta apenas a condição de proporcionalidade entre os elementos da matriz. Isso significa que deve existir uma constante que define uma proporcionalidade entre as funções de cada coluna da matriz. Em termos matemáticos, tem-se que $W(x) = \lambda\, X(x)$ e $V(y) = \lambda\, Y(y)$, onde λ é uma constante que independe do valor de *x* ou *y*. Aplicando-se isso em (22), tem-se que $X(x)V(y) = Y(y)W(x) = \lambda$, desse modo, dividindo-se por $X(x)Y(y)$ em ambos os lados da igualdade, tem-se:

$$\frac{X(x)V(y)}{X(x)Y(y)} = \frac{Y(y)W(x)}{X(x)Y(y)}$$

$$\frac{V(y)}{Y(y)} = \frac{W(x)}{X(x)} = \lambda \tag{23}$$

Assim, pode-se separar as duas funções de variáveis independentes, $\left(\frac{V(y)}{Y(y)} = \lambda\right)$ e $\left(\frac{W(x)}{X(x)} = \lambda\right)$, e tratá-las como equações diferenciais ordinárias, individualmente. Retomando o objetivo desse item, deve-se calcular a expressão matemática que represente o comportamento de $\vec{E}(z,t)$ e para isso deve-se obter a solução da equação diferencial (18). Comparando (18) com (19), tem-se que $A(x) = 1$ e $C(x) = D(y) = E(x) = F(y) = 0$ e $B(y) = -\mu_0\varepsilon_0$, sendo $u(x,y) = \vec{E}(z,t)$. Portanto:

$$\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial z^2} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t^2} = 0 \tag{24}$$

De (24), pode-se obter também que $V(y) = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 g(t)}{\partial t^2}$ e $W(x) = \frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}$. Portanto, para se calcular a solução de (24), deve-se supor que $u(x,y) = \vec{E}(z,t) = X(x)Y(y) = f(z)g(t)$, ou seja, o produto entre duas funções de variáveis independentes. Desse modo o formato em (23) pode ser aplicado, tratando cada equação diferencial ordinária separadamente, isso é possível devido a proporcionalidade entre as equações diferenciais e suas soluções. É importante destacar que como λ é uma constante, ela pode ser reescrita em qualquer forma desde que permaneça como um valor constante, assim para o modo de solução apresentado em (24) será utilizado $-\lambda^2$ como constante de proporcionalidade entre equações diferenciais e suas soluções.

$$\frac{\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 g(t)}{\partial t^2}}{g(t)} = \frac{\frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}}{f(z)} = -\lambda^2$$

$$\frac{\mu_0\varepsilon_0 g''(t)}{g(t)} = -\lambda^2 \tag{25}$$

$$\mu_0\varepsilon_0 g''(t) + \lambda^2 g(t) = 0$$

$$\gamma = \pm j\frac{\lambda}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \tag{26}$$

Uma das formas de se resolver a EDO de $\vec{E}(z,t)$ no tempo é calculando-se a equação característica em (25) e obtendo-se as raízes dessa equação, conforme (26). Nesse caso, assume-se uma solução para $g(t)$ em que suas derivadas parciais sejam um conjunto de funções linearmente independentes, sendo razoável assumir que $g(t) = e^{\gamma t}$, $g'(t) = \gamma t e^{\gamma t}$ e $g''(t) = (\gamma t)^2 e^{\gamma t}$. Para simplificação nos cálculos faz-se $\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = c$, sendo que posteriormente será atribuído um significado físico a essa nova constante. Estendendo-se esse mesmo procedimento de (25) e (26) para $f(z)$, tem-se $\gamma = \pm j\lambda$. Portanto, pode-se agora estabelecer uma solução para $\vec{E}(z,t)$, da seguinte forma:

$$\vec{E}(z,t) = f(z)g(t) = \left(a_1 e^{j\lambda z} + a_2 e^{-j\lambda z}\right)\left(b_1 e^{j\lambda ct} + b_2 e^{-j\lambda ct}\right) \tag{27}$$

Na equação (27) observa-se que $\vec{E}(z,t)$ possui caráter oscilatório, devido a identidade de Euler ($e^{jx} = cos(x) + jsen(x)$). Dessa forma, pode-se afirmar que o campo elétrico é uma onda que se propaga no vácuo, ou seja, não necessita de meio material para propagação. Ainda, em (27) pode-se observar que há uma parte da onda que se propaga na direção de $+z$ e outra parte na direção de $-z$, o mesmo pode ser dito para o tempo, parte da onda propaga na direção de $+t$ e parte em $-t$. Em $\vec{E}(z,t)$ há algumas incógnitas, como a_1, a_2, b_1, b_2 e λ, que são constantes e podem ser determinadas a partir das condições de contorno, isto é, o domínio de existência das soluções encontradas. É importante destacar que essas constantes aparecem devido as poucas hipóteses feitas acerca do comportamento do campo elétrico no vácuo a partir das equações de Maxwell. Isso configura uma abordagem mais genérica do problema, ao mesmo tempo que possibilita uma demonstração mais sólida dos conceitos físico-matemáticos dentro da questão.

Nesse ponto, pode-se fazer algumas considerações físicas acerca de (27). Inicialmente, é possível afirmar que $\vec{E}(z,t)$ é uma onda que se propaga no espaço, assim o expoente do termo $e^{j\lambda ct}$, ou seja, $j\lambda ct$, fornece um deslocamento no espaço. Dessa forma, sabe-se que λ é uma

constante qualquer e, por consequência, ct deve ser, fisicamente, deslocamento. Para isso, c tem que necessariamente significar a velocidade de propagação da onda, uma vez que $v = \frac{dS}{dt}$. Portanto, $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}\ m/s$ é a velocidade de propagação da onda no espaço livre, sendo essa também a velocidade de propagação da luz. Assim, conclui-se que o campo elétrico no vácuo é uma onda que se propaga na velocidade da luz, de acordo com as equações de Maxwell.

Outro aspecto importante a se discutir é o significado de λ. Matematicamente, λ é a constante de separação entre as variáveis no método de solução da equação diferencial de duas variáveis. Entretanto, fisicamente λ acompanha o expoente da função junto com *z* e *t*, sendo que essas duas variáveis indicam aspectos e características acerca da propagação da onda. Então, é plausível se afirmar que λ é a constante de propagação da onda, uma vez que está presente em todos os quesitos que envolvem essa interpretação física da equação (27). Essa constante apresenta grande relevância para a compreensão física do Efeito Pelicular, porém esse conhecimento será discutido posteriormente, após se aplicar as condições de contorno ao problema indicado pela equação (18).

Além disso, é fundamental indicar que o campo magnético também é uma onda e possui o mesmo desenvolvimento realizado de (18) até (27). Isso pode ser verificado a partir da derivada parcial em ambos os lados da igualdade em relação a *t* em (14) e a *z* em (15), conforme mostra (28) e (29).

$$\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t \partial z} = -\mu_0 \frac{\partial^2 H_y(z,t)}{\partial t^2} \tag{28}$$

$$\frac{\partial^2 H_y(z,t)}{\partial z^2} = -\varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t \partial z} \tag{29}$$

Substituindo (28) em (29), tem-se (30).

$$\frac{\partial^2 H_y(z,t)}{\partial z^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 H_y(z,t)}{\partial t^2} \tag{30}$$

Observa-se que (18) e (30) possuem o mesmo formato, com a ressalva de que em (30) a solução da equação diferencial resultará na expressão matemática para $H_y(z,t)$. Dessa forma, todas as considerações feitas anteriormente sobre o aspecto físico da solução de (18) é aplicável

em (30). Inclusive, $H_y(z,t)$ apresenta equação semelhante a (27), sendo, portanto, também de caráter oscilatório, exibindo todas as características de uma onda propagando no espaço livre com velocidade de propagação c e constante de propagação λ. Assim, neste momento os esforços são concentrados em se desenvolver matematicamente o valor de λ e para isso será realizada a abordagem vetorial das equações de Maxwell, a partir da suposição de que $\vec{E}(z,t)$ e $\vec{H}(z,t)$ possuem o formato das equações (31) e (32).

$$\vec{E}(z,t) = E_x(z)Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_x} \tag{31}$$

$$\vec{H}(z,t) = H_y(z)Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_y} \tag{32}$$

A equações (31) e (32) são suposições plausíveis, pois satisfazem critérios importantes da solução apresentada por (27). Em (31) e (32) as expressões são correspondentes a equação de uma onda cossenoidal $Re\left[e^{j\omega t}\right]$, sendo produto de uma função na variável *z*, indicando uma solução no formato $u(x,y) = \vec{E}(z,t) = X(x)Y(y) = f(z)g(t)$. Dessa forma, (31) e (32) atendem às exigências matemáticas estabelecidas ao longo da solução de (18). É importante destacar que a onda cossenoidal tem frequência angular de valor ω, essa é uma variável física para determinar a periodicidade da onda cossenoidal. A partir desses parâmetros é razoável fazer tal suposição acerca do comportamento dos campos elétrico e magnético. Assim, aplicam-se as equações (31) e (32) em (12) e (13), resultando:

$$\nabla \times \left(E_x(z)Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_x}\right) = -\frac{\partial\left(\mu_0 H_y(z)\, Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_y}\right)}{\partial t}$$

$$\nabla \times \left(E_x(z)\,\overrightarrow{a_x}\right)Re\left[e^{j\omega t}\right] = -j\omega\mu_0 H_y(z)\, Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_y}$$

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{\partial E_x(z)}{\partial z}\overrightarrow{a_y} = -j\omega\mu_0 H_y(z)\,\overrightarrow{a_y} \tag{33}$$

$$\nabla \times \left(H_y(z)\, Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_y}\right) = \varepsilon_0 \frac{\partial\left(E_x(z)\, Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_x}\right)}{\partial t}$$

$$\nabla \times \left(H_y(z)\,\overrightarrow{a_y}\right) Re\left[e^{j\omega t}\right] = j\omega\varepsilon_0 E_x(z)\; Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_x}$$

$$\nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial H_y}{\partial z}\overrightarrow{a_x} = j\omega\varepsilon_0 E_x(z)\,\overrightarrow{a_x} \tag{34}$$

As equações (33) e (34) representam as direções de polarização dos campos elétrico e magnético, uma vez que especificam a direção de oscilação de suas amplitudes. Além disso, essas equações estão no formato fasorial, uma vez que o fator $e^{j\omega t}$não faz mais parte do desenvolvimento matemático das expressões. Nesse sentindo, tem-se as Leis de Ampére e Faraday em forma fasorial, porém para a designação físico-matemática do Efeito Pelicular deve-se calcular a forma vetorial do regime permanente senoidal da equação da onda no espaço livre para $\vec{E}$ e $\vec{H}$. Para isso, utiliza-se a identidade vetorial conhecida como laplaciano vetorial, apresentada por (35) e rearranjada em (36), lembrando que essa identidade pode ser utilizada para qualquer campo vetorial $\vec{A}$. O operador ∇^2 aplicado em $\mathbb{R}^3$ significa que o laplaciano escalar, que é a derivada parcial de segunda ordem em cada direção das coordenadas cartesianas (*x,y,z*), é realizado em cada vetor ortogonal do campo vetorial $\vec{A}$. Em outras palavras $\nabla^2\vec{A} = \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}$. Fisicamente, isso significa que $\nabla^2\vec{A}$ é a diferença entre a média do campo $\vec{A}$ em torno de um ponto *P* qualquer do espaço e o valor do campo $\vec{A}$ no ponto *P*.

$$\nabla^2\vec{A} = \nabla\left(\nabla\cdot\vec{A}\right) - \nabla\times\nabla\times\vec{A} \tag{35}$$

$$\nabla\times\nabla\times\vec{A} = \nabla\left(\nabla\cdot\vec{A}\right) - \nabla^2\vec{A} \tag{36}$$

Na sequência, aplica-se o operador rotacional em ambos os lados da igualdade nas equações (33) e (34), para se obter a forma vetorial do regime permanente senoidal da equação da onda para os campos $\vec{E}$ e $\vec{H}$.

$$\nabla\times\left(\nabla\times\vec{E}\right) = \nabla\times\left(-j\omega\mu_0 H_y(z)\,\overrightarrow{a_y}\right)$$

$$\nabla\times\left(\nabla\times\vec{E}\right) = -j\omega\mu_0\nabla\times\left(H_y(z)\,\overrightarrow{a_y}\right) \tag{37}$$

$$\nabla \times \left(\nabla \times \vec{H}\right) = \nabla \times (-j\omega\varepsilon_0 E_x(z)\,\overrightarrow{a_x})$$

$$\nabla \times \left(\nabla \times \vec{H}\right) = j\omega\varepsilon_0 \nabla \times (E_x(z)\,\overrightarrow{a_x}) \tag{38}$$

Substituindo (36) em (37) e (38), obtêm-se:

$$\nabla\left(\nabla \cdot \vec{E}\right) - \nabla^2\vec{E} = -j\omega\mu_0 \nabla \times \vec{H} \tag{39}$$

$$\nabla\left(\nabla \cdot \vec{H}\right) - \nabla^2\vec{H} = j\omega\varepsilon_0 \nabla \times \vec{E} \tag{40}$$

Como $\nabla \cdot \vec{E}$ e $\nabla \cdot \vec{H}$ são iguais a zero, devido a Lei de Gauss, equações (10) e (11), indicando que não há acréscimo ou perda no fluxo elétrico e magnético no espaço livre, tem-se:

$$0 - \nabla^2\vec{E} = -j\omega\mu_0 \nabla \times \vec{H} \tag{41}$$

$$0 - \nabla^2\vec{H} = j\omega\varepsilon_0 \nabla \times \vec{E} \tag{42}$$

E substituindo-se as equações (33) e (34) em (41) e (42), resulta:

$$-\nabla^2\vec{E} = -j\omega\mu_0(j\omega\varepsilon_0 E_x(z)\,\overrightarrow{a_x})$$

$$\nabla^2\vec{E} = -\omega^2\mu_0\varepsilon_0 E_x(z)\,\overrightarrow{a_x} \tag{43}$$

$$-\nabla^2\vec{H} = j\omega\varepsilon_0\left(-j\omega\mu_0 H_y(z)\,\overrightarrow{a_y}\right)$$

$$\nabla^2\vec{H} = -\omega^2\mu_0\varepsilon_0 H_y(z)\,\overrightarrow{a_y} \tag{44}$$

Desse modo, as equações (43) e (44) são as equações que representam o laplaciano vetorial dos campos $\vec{E}$ e $\vec{H}$, sendo essa operação definida conforme (45).

$$\nabla^2\vec{A} = \nabla^2 A_x\overrightarrow{a_x} + \nabla^2 A_y\overrightarrow{a_y} + \nabla^2 A_z\overrightarrow{a_z} \tag{45}$$

Assim, sabendo-se que os campos $\vec{E}$ e $\vec{H}$ são polarizados nas direções de $\overrightarrow{a_x}$ e $\overrightarrow{a_y}$, respectivamente, e propagam na direção de z, tem-se apenas as componentes $E_x(z)$ e $H_y(z)$ diferentes de zero, resultando um rearranjo matemático da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 E_x(z)}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 E_x(z) \tag{46}$$

$$\frac{\partial^2 H_y(z)}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 H_y(z) \tag{47}$$

Analisando-se (46) e (47), observa-se uma semelhança com a proposta de solução da equação (24). As equações (46) e (47) são conhecidas como a Equação de Helmholtz na forma escalar, equação de difusão em uma dimensão (1D) ou equação da onda na forma fasorial [55]. Comparando-se (24) com (46) e (47), tem-se:

$$\frac{\frac{\partial^2 E_x(z)}{\partial z^2}}{E_x(z)} = \frac{\frac{\partial^2 H_y(z)}{\partial z^2}}{H_y(z)} = \frac{\frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}}{f(z)} = -\lambda^2 = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$$

$$\lambda = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \frac{\omega}{c} \tag{48}$$

Finalmente, após o desenvolvimento da solução para a equação de Helmholtz em duas variáveis e na forma fasorial, é possível determinar qual o valor da constante de propagação, da mesma forma como indicada em (48). Desse modo, é constatado que a constante de propagação depende da permeabilidade magnética do meio, assim como da permissividade elétrica, além da frequência de oscilação da onda. Adicionalmente, é importante destacar que λ é independente das variáveis do espaço e tempo (*x, y, z, t*), conforme condição de separação das variáveis na equação diferencial de duas variáveis. As equações (49) e (50) representam as expressões matemáticas para $\vec{E}(z,t)$ e $\vec{H}(z,t)$, lembrando-se que essas equações devem respeitar o formato estabelecido em (27).

$$\vec{E}(z,t) = \left(\alpha e^{j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}z} + \beta e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}z}\right) Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_x} \tag{49}$$

$$\vec{H}(z,t) = \left(\alpha e^{j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}z} + \beta e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}z}\right) Re\left[e^{j\omega t}\right]\overrightarrow{a_y} \tag{50}$$

As variáveis α e β são constantes que podem ser calculadas assim que forem estabelecidas as condições iniciais para cada problema. Dessa forma, analisando-se (49) e (50), tem-se que o expoente $+j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}z$ caracteriza uma onda progressiva na direção de $+z$, enquanto o expoente $-j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}z$ caracteriza uma onda regressiva na direção de $-z$. Fisicamente, isso é interpretado como uma onda viajante na direção de $+z$ e uma onda refletida na direção de $-z$, onde as constantes α e β estabelecem a intensidade de cada onda ao longo do eixo z.

Finalmente, a partir dos desenvolvimentos algébricos realizados, pode-se compreender o significado físico e matemático em torno da constante de propagação λ, a qual representa o embasamento físico e matemático para compreensão acerca do surgimento do Efeito Pelicular. Essencialmente, o Efeito Pelicular está presente em propagação de campos elétricos e magnéticos que variam no tempo e se propagam em meios materiais com perdas associadas, ou seja, meios materiais que possuem permeabilidade magnética diferente de μ_0 e permissividade elétrica diferente de ε_0. Nesse caso, comportamentos diferentes para μ_0 e ε_0 impactam diretamente na propagação dos campos eletromagnéticos, uma vez que λ depende diretamente desses valores. Como o objetivo desse trabalho é estudar o Efeito Pelicular em condutores elétricos, deve-se considerar os materiais utilizados para sua composição, desse modo, geralmente, os condutores utilizados variam mais em valores de permissividade elétrica do que em permeabilidade magnética.

Nesse sentido, as perdas em condutores advêm majoritariamente da capacidade do condutor de permitir fluxo de cargas elétricas, sendo assim é coerente um estudo minucioso acerca da origem e das possíveis variações em ε_0. Apesar da permissividade elétrica apresentar características que implicam diretamente na atuação do Efeito Pelicular, a permeabilidade magnética dos condutores comumente utilizados em sistemas de distribuição de energia varia muito pouco, sendo razoável a aproximação de que a permeabilidade magnética dos condutores, de forma geral, seja igual a μ_0. Logo, o item a seguir tem como objetivo explicar a razão de se ter propriedades elétricas diferentes para determinados materiais, com o intuito de justificar e explicar a abordagem matemática a ser realizada posteriormente.

2.2 A permissividade elétrica complexa – origens do Efeito Pelicular

A permissividade elétrica (ε) de um material está intimamente relacionada com o seu arranjo de átomos e moléculas. Nesse caso, um estudo das propriedades elétricas do material busca compreender o comportamento dos dipolos elétricos que seus átomos apresentam. Portanto, o presente tópico tem como objetivo explicar como os dipolos elétricos de materiais interferem diretamente na permissividade elétrica dos mesmos, assim como discutir aspectos importantes acerca da susceptibilidade elétrica e como seu desempenho acarreta implicações para o Efeito Pelicular. Para esse propósito, deve-se inicialmente definir o conceito de cargas ligadas, importante para o desenvolvimento matemático de ε. Cargas ligadas são as cargas elétricas que estão, de alguma forma, "presas" ao núcleo do átomo. Em termos técnicos, são as cargas que sofrem com uma força oposta à de Coulomb, sendo essa força capaz de evitar que cargas elétricas negativas (elétrons) e positivas (prótons) se encontrem e colidam. Esse tipo de interação é forte o suficiente para evitar que as cargas negativas se desprendam e contribuam para o fluxo de elétrons que um campo elétrico externo possa exercer sob o material em questão. Ou seja, as cargas ligadas são assim chamadas pois se mantém conectadas umas às outras, ao contrário das cargas livres, as quais permitem o fluxo da corrente elétrica, uma vez que se desprendem do seu átomo original e fluem de acordo com o campo elétrico externo aplicado.

Esse conceito é importante, pois as cargas elétricas ligadas apresentam um dipolo, ou seja, um lado positivo e outro negativo, esse fenômeno pode estar organizado em uma direção e sentido ao longo de um material (dipolo permanente), ou ainda orientado de forma aleatória. Em ambos os casos, quando um campo elétrico externo é aplicado sob o material surgirá uma polarização, representada por uma orientação organizada dos dipolos microscópicos. De acordo com [53], a polarização $\vec{P}$ pode ser escrita da seguinte forma:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{1}{\Delta v} \sum_{i=1}^{N\Delta v} p_i \tag{51}$$

Sendo, *N* o número de dipolos por unidade de volume e p_i o momento dipolo do *i*-ésimo átomo ou molécula, expresso da seguinte forma:

$$p_i = Q_i \overrightarrow{d_i} \tag{52}$$

Em (52), Q_i é a carga positiva das duas cargas ligadas que fazem parte do dipolo, enquanto $\overrightarrow{d_i}$ é o vetor de distância entre essas duas cargas, com direção e sentido da carga negativa para a positiva. Entretanto, os dipolos da polarização $\vec{P}$ se organizam na mesma direção e sentido da atuação do campo elétrico externo $\vec{E}$, sendo:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 X_e \vec{E} \tag{53}$$

Onde X_e é a susceptibilidade elétrica, caracterizando, portanto, a grandeza que expressa a proporção entre o impacto que o campo elétrico externo $\vec{E}$ tem na orientação dos dipolos elétricos de um material, essa é a grandeza que dá identidade elétrica ao material e é a partir do entendimento de X_e que se justifica o desenvolvimento de uma permissividade elétrica que é diferente de $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + X_e)$. Assim, retomando (49), onde é constatado um campo elétrico oscilatório variante no tempo e espaço $\vec{E}(z,t)$, e aplicando-se (53), obtém-se uma polarização que também é oscilatória e variante no tempo e espaço $\vec{P}(z,t)$. Isso ocorre, pois, os dipolos elétricos mudam de direção e sentido de acordo com a orientação do campo elétrico no tempo e espaço. As moléculas e átomos em si permanecem imóveis. Entretanto, as cargas elétricas ligadas se movem de forma a se alinharem com as linhas de campo, de modo que uma polarização de propaga ao longo de todo o material na direção de z.

Para o desenvolvimento físico-matemático de X_e considera-se o modelo de Lorentz, onde o meio é considerado como um conjunto de osciladores de elétrons fixos e idênticos no espaço livre. Ainda, da mecânica quântica, tem-se que as forças que mantém os elétrons ligados às cargas positivas são modeladas como molas que fixam os elétrons aos núcleos positivos. A Figura 3 ilustra esse modelo.

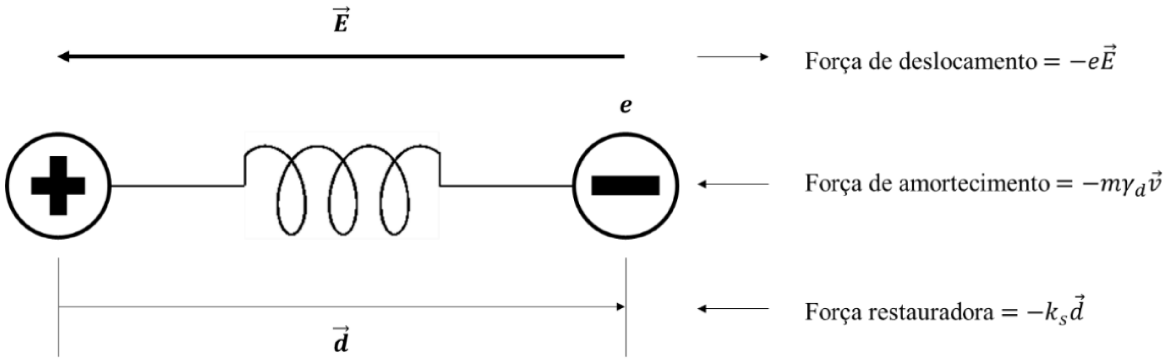


Figura 3. Modelo do dipolo atômico. Fonte: [53].

O estudo da mecânica do elétron ligado a um próton de um átomo considera um somatório das forças ilustradas na Figura 3. A força de deslocamento é a força aplicada ao elétron oposta a força devido a Lei de Coulomb, conforme (54).

$$\overrightarrow{F_{desl.}} = -e\vec{E}(z,t) \tag{54}$$

Sendo que e representa a carga do elétron e $\vec{E}(z,t)$ é o campo elétrico resultante, visto que nas redondezas dessas cargas ligadas estão outras cargas que realizam comportamento semelhante e interferem na intensidade do campo elétrico em suas vizinhanças. A força restauradora é dada pela Lei de Hooke, uma vez que é representada por uma mola, provendo o caráter oscilatório do elétron em sua órbita, conforme (55).

$$\overrightarrow{F_{rest.}} = -k_s\vec{d}(z,t) \tag{55}$$

Onde k_s representa a constante de elasticidade da mola utilizada para a modelagem. Observe que $\vec{d}(z,t)$ aponta da carga positiva para a negativa, devido a isso o sinal negativo em (55) e (56). Caso haja a ausência do campo elétrico externo, o elétron fica solto e possui frequência de ressonância para a oscilação de $\omega_0 = \sqrt{k_s/m}$, em que m é a massa do elétron. Entretanto, essas oscilações dos elétrons serão amortecidas, devido a interação entre as forças e colisões dos osciladores vizinhos. Essa força de amortecimento é uma função da velocidade do elétron, como mostra (56).

$$\overrightarrow{F_{amort.}} = -m\gamma_d\vec{v}(z,t) \tag{56}$$

Nesse caso, $\vec{v}(z,t)$ é a velocidade do elétron e γ_d é o coeficiente de amortecimento desse sistema, onde que as colisões após $^2/_{\gamma_d}$ segundos passam a agregar impacto aleatório no elétron em questão. Após essas considerações é possível desenvolver, a partir da segunda Lei de Newton, uma expressão matemática para o deslocamento $\vec{d}(z,t)$, com isso tem-se (57).

$$m\vec{a} = \overrightarrow{F_{desl.}} + \overrightarrow{F_{rest.}} + \overrightarrow{F_{amort.}} \tag{57}$$

$$m\vec{a} - \overrightarrow{F_{amort.}} - \overrightarrow{F_{rest.}} = \overrightarrow{F_{desl.}}$$

$$m\vec{a} - \left(-m\gamma_d\vec{v}(z,t)\right) - \left(-k_s\vec{d}(z,t)\right) = -e\vec{E}(z,t)$$

$$m\vec{a} + m\gamma_d\vec{v}(z,t) + k_s\vec{d}(z,t) = -e\vec{E}(z,t)$$

$$m\frac{\partial^2\vec{d}(z,t)}{\partial t^2} + m\gamma_d\frac{\partial\vec{d}(z,t)}{\partial t} + k_s\vec{d}(z,t) = -e\vec{E}(z,t) \tag{58}$$

Sabendo que $\vec{E}(z,t)$ é uma onda que se propaga na direção de $+z$ e está polarizada em *x*, como mostra (59), pode-se supor que $\vec{d}(z,t)$ possui solução na equação diferencial no formato matemático de $\vec{E}(z,t)$, conforme (60).

$$\vec{E}(z,t) = E_0\left(e^{-jkz}\right)e^{j\omega t}\,\overrightarrow{a_x} \tag{59}$$

$$\vec{d}(z,t) = d_0\left(e^{-jkz}\right)e^{j\omega t}\,\overrightarrow{a_x} \tag{60}$$

Aplicando-se (60) em (58), tem-se:

$$m\frac{\partial^2\vec{d}(z,t)}{\partial t^2} + m\gamma_d\frac{\partial\vec{d}(z,t)}{\partial t} + k_s\vec{d}(z,t) = -e\vec{E}(z,t)$$

$$m\left(-\omega^2\vec{d}(z,t)\right) + m\gamma_d\left(j\omega\vec{d}(z,t)\right) + k_s\vec{d}(z,t) = -e\vec{E}(z,t)$$

$$-\omega^2\vec{d}(z,t) + j\omega\gamma_d\vec{d}(z,t) + \frac{k_s}{m}\vec{d}(z,t) = -\frac{e}{m}\vec{E}(z,t)$$

$$-\omega^2\vec{d}(z,t) + j\omega\gamma_d\vec{d}(z,t) + \omega_0^2\vec{d}(z,t) = -\frac{e}{m}\vec{E}(z,t) \tag{61}$$

Desse modo, (61) representa a forma fasorial da equação (58), e, portanto, $\vec{d}(z,t)$ fasorial será dado por:

$$\vec{d}(z,t) = -\frac{e/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega\gamma_d}\vec{E}(z,t) \tag{62}$$

Assim, é possível calcular um momento dipolo *p*, devido o deslocamento $\vec{d}(z,t)$ do elétron, conforme (52), e ainda, considerando todos os momentos dipolos *N* idênticos, é calculada a polarização, resultando em (63).

$$\vec{p}(z,t) = -e\vec{d}(z,t)$$

$$\vec{P}(z,t) = N\vec{p}(z,t) = -e\vec{d}(z,t)$$

$$\vec{P}(z,t) = \frac{Ne^2/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega\gamma_d}\vec{E}(z,t) \tag{63}$$

Relembrando que a polarização também é calculada como mostra (53), tem-se então a igualdade dada por (64).

$$X_e = \frac{Ne^2/\varepsilon_0 m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega\gamma_d} \tag{64}$$

A expressão (64) é válida para todo o domínio dos números complexos, sendo assim X_e é um número complexo adimensional que varia de acordo com a frequência da onda do campo elétrico que propaga no material de forma a interferir nos dipolos elétricos dos átomos. Nesse sentido, um material que possui $X_e \neq 0$ apresenta uma permissividade elétrica também complexa, visto que $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + X_e)$. Então, pode-se afirmar que (64) possui uma parcela real

e outra imaginária, sendo então possível especificar como a susceptibilidade interfere na permissividade, sendo esse desenvolvimento mostrado em (65).

$$X_e = X'_e - jX''_e$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1 + X_e) = \varepsilon_0(1 + X'_e - jX''_e) = \varepsilon' - j\varepsilon''$$

$$\varepsilon' = \varepsilon_0(1 + X'_e) \tag{65.a}$$

$$\varepsilon'' = \varepsilon_0 X''_e \tag{65.b}$$

As expressões (65) são cruciais para que o Efeito Pelicular ocorra. Retomando ao item 2.1, observe que em (48) a constante de propagação depende do valor da permissividade elétrica e de acordo com (49) e (50), caso a propagação de um campo eletromagnético ocorra no espaço livre (vácuo) a constante de propagação se limita a especificar a velocidade e frequência de propagação da onda. Entretanto, caso esse mesmo campo propague em um meio material com permissividade elétrica complexa, surgirá um novo comportamento da constante de propagação, conforme (66).

$$\lambda = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \omega\sqrt{\mu(\varepsilon' - j\varepsilon'')} = \alpha + j\beta \tag{66}$$

O surgimento de um valor real na constante de propagação altera o comportamento da onda, pois à medida que essa penetra o meio material sua amplitude decai exponencialmente de acordo com o fator α de atenuação. Isso explica a origem físico-matemática do Efeito Pelicular e justifica a Figura 1. Apesar de já apresentar um conceito de singular importância para a identificação das origens e impactos do Efeito Pelicular em condutores, (66) ainda carece de maiores discussões, sendo assim o item a seguir se propõe a abordar a constante de propagação em um meio material com perdas, ou seja, uma constante de propagação complexa.

2.3 Efeito Pelicular em um condutor cilíndrico

Com o desenvolvimento matemático da constante de propagação para meios materiais e compreendendo a origem da permissividade elétrica complexa, é possível avançar a análise do

Efeito Pelicular para condutores cilindros, ou seja, fios e cabos condutores e compreender o aspecto físico do Efeito Pelicular. Portanto, para prosseguir com os desenvolvimentos, será realizado desdobramentos da constante de propagação, conforme (66), para se obter λ em condições unicamente relacionadas às propriedades do material. Para isso, escreve-se a equação (13) na forma fasorial e aplica-se a constante de propagação complexa, obtendo (67).

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega(\varepsilon' - j\varepsilon'')\vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon'\vec{E} + \omega\varepsilon''\vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon'\vec{E} + \vec{J} \tag{67}$$

Em (67) é constatado que $\vec{J} = \omega\varepsilon''\vec{E}$, sendo essa a contribuição da densidade de corrente elétrica de condução, enquanto a contribuição $j\omega\varepsilon'\vec{E}$ é devido a corrente de deslocamento, oriunda da variação do campo elétrico no tempo. Desse modo, segundo a Lei de Ohm, tem-se que $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ e igualando os termos que caracterizam proporcionalidade entre $\vec{J}$ e $\vec{E}$, tem-se (68).

$$\sigma = \omega\varepsilon''$$

$$\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\omega} \tag{68}$$

Assim, retomando (66) e substituindo (68), pode-se reescrever a constante de propagação nos termos apresentados por (69).

$$\lambda = \omega\sqrt{\mu(\varepsilon' - j\varepsilon'')}$$

$$\lambda = \omega\sqrt{\mu\varepsilon'\left(1 - j\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)}$$

$$\lambda = \omega\sqrt{\mu\varepsilon'\left(1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon'}\right)} \tag{69}$$

Como o objetivo desse trabalho é avaliar o Efeito Pelicular em condutores elétricos utilizados no sistema de distribuição de energia, considera-se que essa condição de contorno proporciona materiais com alta condutividade (σ na ordem de 10^7S/m) e permissividade elétrica da ordem de ε_0, assim $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon'} \gg 1$, reduzindo (69) para (70).

$$\lambda = \sqrt{-j\omega\mu\sigma}$$

$$\lambda = (1 + j)\sqrt{\pi f\mu\sigma} = \alpha + j\beta$$

$$\alpha = \beta = \sqrt{\pi f\mu\sigma} \tag{70}$$

A equação (70) é de suma importância, pois para um campo elétrico e magnético que propagando-se na direção de $+z$ com polarização nos eixos x e y, respectivamente, tem-se que suas equações são reduzidas à (71) e (72).

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{-(\alpha+j\beta)z} e^{j\omega t}\overrightarrow{a_x}$$

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{-(1+j)\sqrt{\pi f\mu\sigma}z} e^{j\omega t}\overrightarrow{a_x}$$

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{-\sqrt{\pi f\mu\sigma}z} e^{-j\sqrt{\pi f\mu\sigma}z} e^{j\omega t}\overrightarrow{a_x}$$

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{-\sqrt{\pi f\mu\sigma}z} e^{j(\omega t-\sqrt{\pi f\mu\sigma}z)}\overrightarrow{a_x} \tag{71}$$

$$\vec{H}(z,t) = H_0 e^{-\sqrt{\pi f\mu\sigma}z} e^{j(\omega t-\sqrt{\pi f\mu\sigma}z)}\overrightarrow{a_y} \tag{72}$$

Em (71) e (72) existem dois termos exponenciais que cumprem funções distintas na expressão. O termo $e^{j(\omega t-\sqrt{\pi f\mu\sigma}z)}$ fornece o caráter oscilatório aos campos, sendo que β compõe a alteração na fase dessas ondas de acordo com o avanço em $+z$, enquanto o termo $e^{-\sqrt{\pi f\mu\sigma}z}$ produz um decaimento exponencial da magnitude original das ondas (E_0 e H_0)

conforme o avanço da onda em $+z$. Com essas equações e com todo o desenvolvimento realizado anteriormente, é possível definir o Efeito Pelicular a partir da *profundidade de penetração*. A profundidade de penetração δ corresponde à distância percorrida pela onda no meio material em que sua magnitude original é decrementada na ordem de e^{-1}. Em outras palavras, a profundidade de penetração descreve o grau de penetração pelo fluxo do campo elétrico ou magnético e das correntes de circulação interna em um condutor com perdas [55]. Assim, para a condição apresentada em (72), z deve ser igual a $1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$, sendo a profundidade de penetração definida da seguinte forma:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \tag{73}$$

Portanto, o Efeito Pelicular é definido matematicamente como a profundidade de penetração de uma onda em um condutor, por meio da equação (73). Porém, até o momento tem-se considerado a propagação das ondas em um meio material e geometria quaisquer. Como os cabos utilizados no sistema de distribuição são circulares. Assim, para fins de análise do comportamento do campo magnético no condutor de um determinado circuito, apresenta-se a seguir um condutor circular, com detalhe de corte lateral, conforme mostrado na Figura 4.

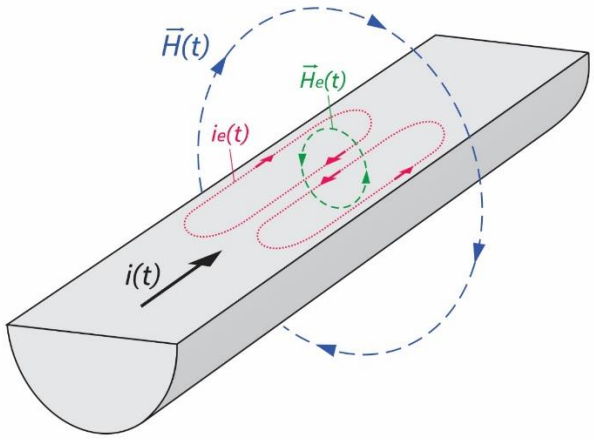


Figura 4. Efeito Pelicular em um condutor reto e circular para altas frequências.

De acordo com a Figura 4, observa-se que para um condutor circular, sólido, isolado e suficientemente longo, tem-se a atuação de corrente elétrica e campo magnético conforme indicado. Até o momento, o Efeito Pelicular tem sido discutido apenas no âmbito de seu aspecto

matemático, entretanto, a partir da Figura 4 é possível apresentar o caráter físico desse fenômeno. Nesse sentido, supondo-se que exista uma corrente $i(t)$ variante no tempo que percorre o condutor, consequentemente também haverá um campo magnético $\vec{H}(t)$ também variante no tempo em torno dele. Isso ocorre devido a Lei Circuital de Ampére e a aplicação do Teorema de Stokes, caracterizando a intensidade e sentido de cada grandeza mencionada.

Entretanto, em concordância com a Lei de Faraday, devido a presença de um campo magnético variante no tempo haverá, portanto, o surgimento de uma corrente elétrica $i_e(t)$ interna ao condutor, confirmando o efeito caracterizado matematicamente por (12). Essa equação apresenta o sinal negativo, por meio da Lei de Lenz, indicando que o campo magnético da corrente $i_e(t)$, que surge devido a variação de $\vec{H}(t)$ no tempo, é no sentido oposto ao de $\vec{H}(t)$ dentro do condutor, conforme indicado por $\overrightarrow{H_e}(t)$ na Figura 4.

O sinal negativo na equação (12) garante que haja conservação de energia durante o processo do fluxo de cargas elétricas em um condutor, devido a Lei de Faraday. Isso assegura que mesmo com um campo magnético variante no tempo externo ao condutor, a corrente elétrica que surge é circulante e não altera o fluxo de elétrons resultante da área na seção transversal do condutor. Por outro lado, modifica a densidade de corrente ao longo dessa seção transversal, caracterizando assim o processo físico que proporciona o aparecimento do Efeito Pelicular.

As correntes que surgem dentro do condutor $i_e(t)$ são chamadas de *eddy currents* ou correntes de Foucault, também são conhecidas por serem correntes circulantes dentro do condutor, como mostrado na Figura 4. O Efeito Pelicular expõe que a densidade de corrente elétrica do condutor não é uniforme, visto que mais internamente a corrente resultante possui intensidade de $i(t) - i_e(t)$, enquanto que quanto mais próximo à superfície a corrente é $i(t) + i_e(t)$, sendo o movimento dos elétrons de forma circular dentro do condutor a causa da distribuição não-uniforme da densidade de corrente na seção transversal do mesmo, como apresentado inicialmente na Figura 1.

Com o intuito de desenvolver matematicamente o conceito apresentado de distribuição não linear de corrente ao longo da seção transversal do condutor, será discutido no subitem 2.3.1 como a densidade de corrente é modelada a partir de uma corrente $i(t)$ que apresenta valores que são oscilantes no tempo. Em outras palavras, será considerado que $i(t)$ seja uma

corrente alternada cossenoidal, conforme oscilografia de corrente elétrica utilizada em sistemas de distribuição de energia.

2.3.1 Densidade de Corrente Elétrica em um Condutor Circular

Como o objetivo desse subitem é compreender o comportamento da densidade de corrente elétrica na seção transversal de um condutor circular, faz-se necessário adotar algumas hipóteses, ou seja, algumas condições de contorno para o desenvolvimento do problema. Assim, considera-se que um condutor circular sólido, reto e isolado possua raio $r_0 = d/2$ e comprimento l que permita uma corrente $i(t) = I\cos(\omega t)$, onde I corresponde à intensidade da corrente elétrica e $\omega = 2\pi f$, sendo f a frequência de oscilação da onda, ou ainda, a frequência do sistema elétrico de potência onde esse condutor possa estar sendo utilizado. Desse modo, a densidade de corrente no condutor corresponde à equação $\vec{J}(x,t) = J(r)\cos(\omega t + \varphi)$ [55]. Nesse sentido, para se calcular $\vec{J}$ como uma função do raio do condutor, deve-se calcular a corrente no condutor pela integral da densidade de corrente, assim como pela Lei Circuital de Ampere, por meio da corrente enlaçada em um caminho fechado. Essas considerações são expressas em (74) e (75), respectivamente.

$$I_{enl} = \int_0^r \vec{J}\cdot d\vec{S} = \int_0^r JdS = \int_0^r J2\pi r dr \tag{74}$$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{L} = H2\pi r = I_{enl} \tag{75}$$

$$H2\pi r = \int_0^r J2\pi r dr$$

$$H = \frac{1}{2\pi r}\int_0^r J2\pi r dr$$

$$Hr = \int_0^r Jr dr \tag{76}$$

Igualando-se (74) e (75), tem-se (76), a partir da qual é possível obter o valor da densidade de corrente em função do campo magnético criado pelo fluxo de elétrons no condutor, sendo isso alcançado pela derivação de (76) em função do raio do condutor, da seguinte forma:

$$\frac{dHr}{dr} + H\frac{dr}{dr} = Jr$$

$$J = \frac{dH}{dr} + \frac{H}{r} \tag{77}$$

Como discutido anteriormente, a variação da densidade de corrente na seção do condutor ocorre devido a variação do campo magnético no tempo. Portanto, deriva-se (77) no tempo, resultando em (78), com o intuito de se obter uma equação que expresse a variação de $\vec{J}$ no espaço e no tempo.

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{d}{dr}\left(\frac{dH}{dt}\right) + \frac{1}{r}\frac{dH}{dt}$$

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{d^2H}{drdt} + \frac{1}{r}\frac{dH}{dt} \tag{78}$$

A solução de (78) fornece a variação da densidade de corrente no condutor para suas duas variáveis, no caso espaço (*r*) e tempo (*t*), de acordo com as variações de campo magnético. Dessa forma, os desenvolvimentos a seguir serão direcionados a encontrar expressões matemáticas para as derivadas do campo magnético no tempo e espaço em formas mais simples para a solução de (78). Portanto, considera-se que o fluxo magnético gerado pelo campo $\vec{H}$ é dado por $\Phi = BdS = \mu H(ldr)$ e a tensão induzida devido *dH/dt* é $v_{ind.} = \frac{d\Phi}{dt} = \mu ldr\frac{dH}{dt}$, consequentemente o campo elétrico é $E = \mu dr\frac{dH}{dt}$, visto que $v_{ind.} = \int \vec{E}\cdot d\vec{L}$.

Pela Lei de Ohm, tem-se (79).

$$\vec{E} = \rho\vec{J} \tag{79}$$

Portanto, igualando (79) a $E = \mu dr\frac{dH}{dt}$, tem-se a expressão (80).

$$\mu dr \frac{dH}{dt} = \rho \vec{J}$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\rho}{\mu} \frac{d\vec{J}}{dr} \tag{80}$$

Então, (80) é parte do rearranjo matemático para reescrever (78), sendo que a parte restante para a reescrita de (78) é a derivada parcial de (80) com relação ao raio do condutor em ambos os lados da igualdade, conforme (81).

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{dH}{dt}\right) = \frac{\rho}{\mu} \frac{d^2\vec{J}}{dr^2}$$

$$\frac{dH}{drdt} = \frac{\rho}{\mu} \frac{d^2\vec{J}}{dr^2} \tag{81}$$

Por fim, substituindo-se (80) e (81) em (78), tem-se uma equação diferencial de segunda ordem no domínio do tempo para a densidade de corrente elétrica, conforme (82).

$$\frac{d^2J}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dJ}{dr} - \frac{\mu}{\rho}\frac{dJ}{dt} = 0 \tag{82}$$

Ou ainda, na forma fasorial, onde $d/dt \rightarrow j\omega$ e $k^2 = j\omega\mu\sigma$, tem-se:

$$\frac{d^2J}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dJ}{dr} - k^2J = 0 \tag{83}$$

Para desenvolver a solução da equação diferencial de segunda ordem (83), deve-se utilizar do artifício matemático de multiplicar ambos os lados da igualdade por r^2, resultando:

$$r^2\frac{d^2J}{dr^2} + r\frac{dJ}{dr} - r^2k^2J = 0 \tag{84}$$

A equação diferencial (84) possui solução em séries de potência, conforme [54] e [56]. Nesse caso, assumindo-se uma solução para *J(r)* que seja no formato de uma série de potência, tem-se o conjunto de equações (85).

$$J(r) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+f} \tag{85.a}$$

$$J'(r) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+f) r^{n+f-1} \tag{85.b}$$

$$J''(r) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+f)(n+f-1) r^{n+f-2} \tag{85.c}$$

Onde:

- n – representa o contador do somatório da série,
- r – é o raio do condutor que é variável da função densidade de corrente elétrica,
- f – é uma constante que garante a solução da série de potência em qualquer descontinuidade da equação diferencial (84), isto é, para a condição em que *r=0* (ponto singular regular) [56], conforme o Método de Frobenius.

Logo, substituindo-se as equações (85) em (84), tem-se:

$$r^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+f)(n+f-1) r^{n+f-2} + r \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+f) r^{n+f-1} - r^2 k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+f} = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+f)(n+f-1) r^{n+f} + \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+f) r^{n+f} - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+f+2} = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n [(n+f)(n+f-1) + (n+f)] r^{n+f} - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+f+2} = 0 \tag{86}$$

Assim, o objetivo dessa etapa é calcular os coeficientes c_n de (86) para, então, considerar que as séries de potência em (85) sejam soluções adequadas para (84). Portanto, com o intuito de se obter esses coeficientes, deve-se especificar o coeficiente c_0 da primeira série de (86), conforme (87).

$$c_0 f^2 r^f + \sum_{n=1}^{\infty} c_n[(n+f)(n+f-1)+(n+f)]r^{n+f} - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+f+2} = 0$$

$$r^f \left[c_0 f^2 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n[(n+f)(n+f-1)+(n+f)]r^{n} - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+2} \right] = 0 \qquad (87)$$

Assim, para (87) o termo relacionado ao Método de Frobenius [56] tem solução conforme o polinômio indicial, ou seja, a equação que acompanha o termo c_0 da equação. Em outras palavras, Frobenius indica que $f^2 = 0$, sendo $f = 0$ a solução para a metodologia de solução da equação (84) para pontos do domínio da função $J(r)$ que sejam singulares regulares, conforme rigor matemático. Desse modo, para $f = 0$ a equação (87) se reduz para (88).

$$r^0 \left[c_0 0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n[(n+0)(n+0-1)+(n+0)]r^{n} - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+2} \right] = 0$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n[(n)(n-1)+(n)]r^{n} - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+2} = 0$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n n^2 r^{n} - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+2} = 0$$

$$c_1 r + \sum_{n=2}^{\infty} c_n n^2 r^{n} - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+2} = 0 \qquad (88)$$

É observado que em (88) as duas séries não estão em fase, isso significa que uma série está em avanço de duas amostras com relação a outra. Para solucionar essa defasagem entre as séries sugere-se uma mudança na variável de contagem, onde que para a $\sum_{n=2}^{\infty} c_n n^2 r^n$ o contador n deve ser igual a $i+2$, enquanto para a $\sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+2}$ o contador n deve ser igual a i, de forma que a equação expressa em (88) torna-se:

$$c_1 r + \sum_{i=0}^{\infty} c_{i+2}(i+2)^2 r^{i+2} - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_i r^{i+2} = 0$$

$$c_1 r + \sum_{i=0}^{\infty} [c_{i+2}(i+2)^2 - k^2 c_i] r^{i+2} = 0 \tag{89}$$

Como $c_1 = 0$ e $c_{i+2}(i+2)^2 - k^2 c_i = 0$, pois *r* é necessariamente diferente de zero, visto que não existe raio nulo para um elemento condutor físico, pode-se estabelecer uma correlação entre os coeficientes c_i e c_{i+2}, da seguinte forma:

$$c_{i+2} = \frac{k^2}{(i+2)^2} c_i, i = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{90}$$

De (90) é constatado que todos os coeficientes c_i com índice *i* ímpar são nulos, pois $c_1 = 0$. Dessa forma, restam apenas os coeficientes com índice *i* par para serem determinados. Assim, é realizada mais uma substituição de contador, uma vez que apenas coeficientes pares apresentam valores não-nulos, pode-se substituir $i+2 = 2n$, em que *i* começa em 0 e *n* começa em 1, devido a substituição. Consequentemente, (90) se torna (91), onde se calculam todos os coeficientes pares da série de potências indicada em (85).

$$c_{2n} = \frac{k^2}{(2n)^2} c_{2n-2}, n = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

$$c_{2n} = \frac{k^{2n}}{2^{2n}(n!)^2} c_0, n = 1, 2, 3, 4, \ldots \tag{91}$$

Substituindo-se os valores de *n* observa-se que (91) se torna uma sequência com início em c_0. De forma geral, c_0 é calculado quando se aplica uma condição inicial, especificando-se uma condição de contorno para o problema em questão. No caso da solução de (84), Friedrich Bessel determinou que c_0 fosse expresso conforme (92), onde *v* é o índice de Bessel [57] e em (84) o índice *v* é nulo, pois as raízes do polinômio indicial ($f = 0$) são nulas.

$$c_0 = \frac{1}{2^v (v!)^2}$$

$$c_0 = \frac{1}{2^0 (0!)^2} = 1 \tag{92}$$

Por fim, pode-se afirmar que a solução de (84) é a suposição feita na série de potências em (85). Dessa forma, a equação expressa em (93) é a substituição dos coeficientes (91) da série de potências.

$$J(r) = A\sum_{n=0}^{\infty} c_n r^{n+f}$$

$$J(r) = A\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(kr)^{2n}}{2^{2n}(n!)^2} \tag{93.a}$$

$$J(r) = A\left(1 + \frac{k^2}{2^2}r^2 + \frac{k^4}{2^4(2!)^2}r^4 + \frac{k^6}{2^6(3!)^2}r^6 + \frac{k^8}{2^8(4!)^2}r^8 + \cdots\right) \tag{93.b}$$

$$J(r) = A\left(1 + j\frac{\omega\mu\sigma}{2^2}r^2 - \frac{(\omega\mu\sigma)^2}{2^4(2!)^2}r^4 - j\frac{(\omega\mu\sigma)^3}{2^6(3!)^2}r^6 + \cdots\right) \tag{93.c}$$

Onde *A* é uma constante que depende das condições de contorno iniciais do problema.

Logo, como $k \in \mathbb{C}$, consequentemente $J(r)$ é uma função complexa (93.c) que pode ser reescrita considerando a separação dessa função em parte real e parte imaginária. Para isso, considera-se que $\tau = r\sqrt{\omega\mu\sigma}$, sendo assim (93.c) se tornando (94), como consta em [54], [55], [56] e [57].

$$J(r) = A\left(1 + j\frac{\tau^2}{2^2} - \frac{\tau^4}{2^4(2!)^2} - j\frac{\tau^6}{2^6(3!)^2} + \frac{\tau^8}{2^8(4!)^2} + \cdots\right)$$

$$J(r) = A\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\tau^{4n}}{2^{4n}[(2n)!]^2} + j\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\tau^{2(2n+1)}}{2^{2(2n+1)}[(2n+1)!]^2}\right) \tag{94.a}$$

$$J(r) = A\big(ber(\tau) + jbei(\tau)\big) = AI_0(kr) \tag{94.b}$$

Portanto, em (94.b) denomina-se uma série de potências para a parte real da função de Bessel para o valor de τ, $ber(\tau)$, e o mesmo procedimento para a parte imaginária, sendo $bei(\tau)$. Essas denominações contribuem para a simplificação da equação, possibilitando manipulações algébricas mais fáceis de se realizar. Ainda, destaca-se que $I_0(kr) = ber(\tau) + jbei(\tau)$ para o índice de Bessel igual a 0, de forma geral a função de Bessel é dada por (95),

sendo importante salientar que *m* representa o índice da função de Bessel. Adicionalmente, a propriedade matemática em (96) se torna imprescindível para os desenvolvimentos a seguir, conforme [54], [55], [56] e [57].

$$I_m(kr) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!\,(m+n)!}\left(\frac{kr}{2}\right)^{m+2n} \tag{95}$$

$$\int xI_0(x)dx = xI_0'(x) = xI_1(x) \therefore\ I_0'(x) = I_1(x) = ber'(x) + jbei'(x) \tag{96}$$

Em vista disso, com $J(r)$ bem definida, pode-se estimar o quanto a razão $\frac{r}{\delta}$ interfere na distribuição de corrente na área do condutor. Entretanto, a razão em questão não está explícita em (94), sendo o desenvolvimento de (97) o esclarecimento para tal questão, onde δ é a profundidade de penetração definida em (73). Lembrando que $k^2 = j\omega\mu\sigma$ e $\tau = r\sqrt{\omega\mu\sigma}$.

$$kr = \sqrt{j}\tau = \sqrt{2j}\frac{r}{\delta} = (1+j)\frac{r}{\delta} = (1+j)\left(\frac{r_0}{\delta}\right)\left(\frac{r}{r_0}\right) \tag{97}$$

Em seguida, calcula-se o comportamento da razão $J(r)/J_{CC}$. Para esse propósito, deve-se obter o valor da constante *A* em (94), sendo isso obtido por meio da corrente que percorre o condutor devido a $J(r)$, conforme apresentado em (98). Ressalta-se que a propriedade explicitada em (96) foi utilizada para se obter (98).

$$I = \int_0^{r_0} J(r)2\pi r dr = \int_0^{r_0} AI_0(kr)2\pi r dr = \frac{1}{k^2}\int_0^{kr_0} AI_0(kr)2\pi(kr)d(kr)$$

$$I = \frac{2\pi A}{k^2}\int_0^{kr_0} I_0(kr)(kr)d(kr) = \frac{2\pi A}{k^2}(kr_0)I_1(kr_0) = A\frac{2\pi r_0}{k}I_1(kr_0)$$

$$A = \frac{k}{2\pi r_0}\frac{I}{I_1(kr_0)} \tag{98}$$

Substituindo-se *A* em (94), tem-se (99), para $0 \le r \le r_0$.

$$J(r) = \frac{Ik}{2\pi r_0}\frac{I_0(kr)}{I_1(kr_0)} \tag{99}$$

Considerando-se que a densidade de corrente caso uma corrente contínua percorra o condutor é $J_{CC} = I/\pi\, r_0^2$, então $J(r)/J_{CC}$ é dado por:

$$\frac{J(r)}{J_{CC}} = \frac{\frac{Ik}{2\pi r_0}\frac{I_0(kr)}{I_1(kr_0)}}{\frac{I}{\pi r_0^2}} = \frac{kr_0}{2}\frac{I_0(kr)}{I_1(kr_0)} = \frac{\left((1+j)\left(\frac{r_0}{\delta}\right)\right)}{2}\frac{I_0\left((1+j)\left(\frac{r_0}{\delta}\right)\left(\frac{r}{r_0}\right)\right)}{I_1\left((1+j)\left(\frac{r_0}{\delta}\right)\right)} \tag{100}$$

É importante destacar que r_0 corresponde ao raio do condutor, ou seja, para cada razão de raio de condutor por profundidade de penetração δ, conforme definido por (73), haverá uma curva de distribuição de corrente ao longo da área da seção transversal, como é mostrada na Figura 5 para a magnitude e na Figura 6 para ângulo de fase. Observa-se desses gráficos que a densidade de corrente para condutor com raio maior do que a profundidade de penetração especifica maior concentração da densidade de corrente na superfície, ou seja, na parte mais externa ao condutor, corroborando o fenômeno exibido na Figura 4 e a distribuição de corrente na área da seção transversal da Figura 1.

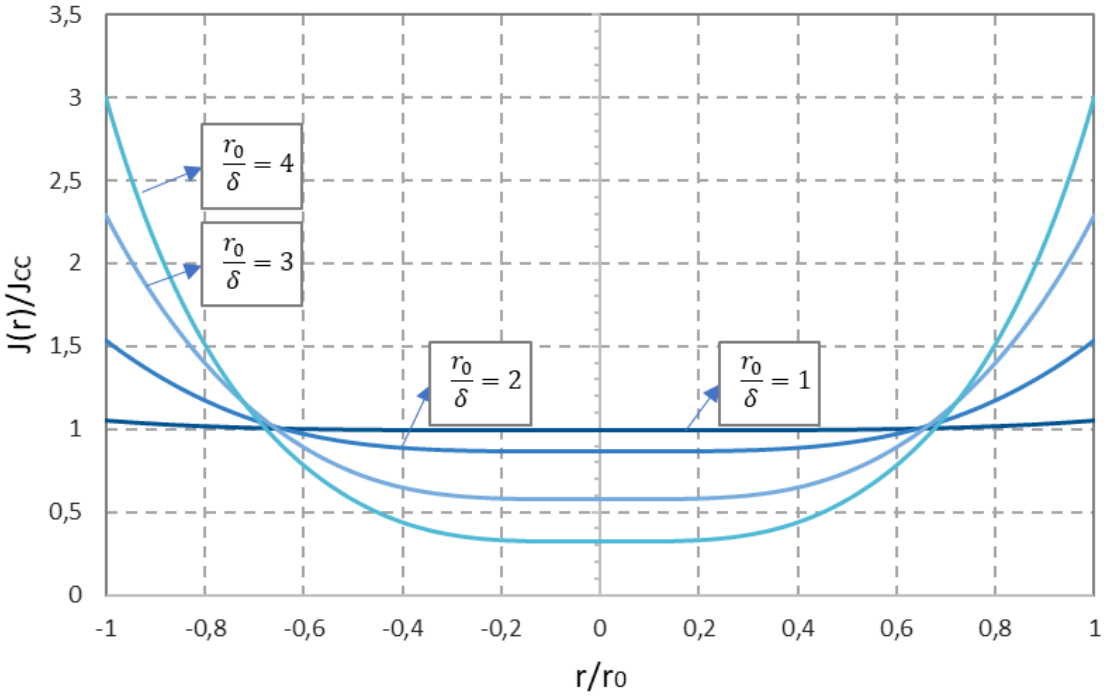


Figura 5. Magnitude normalizada de densidade de corrente como função de $\frac{r}{r_0}$ em um condutor circular para vários valores de $\frac{r_0}{\delta}$.

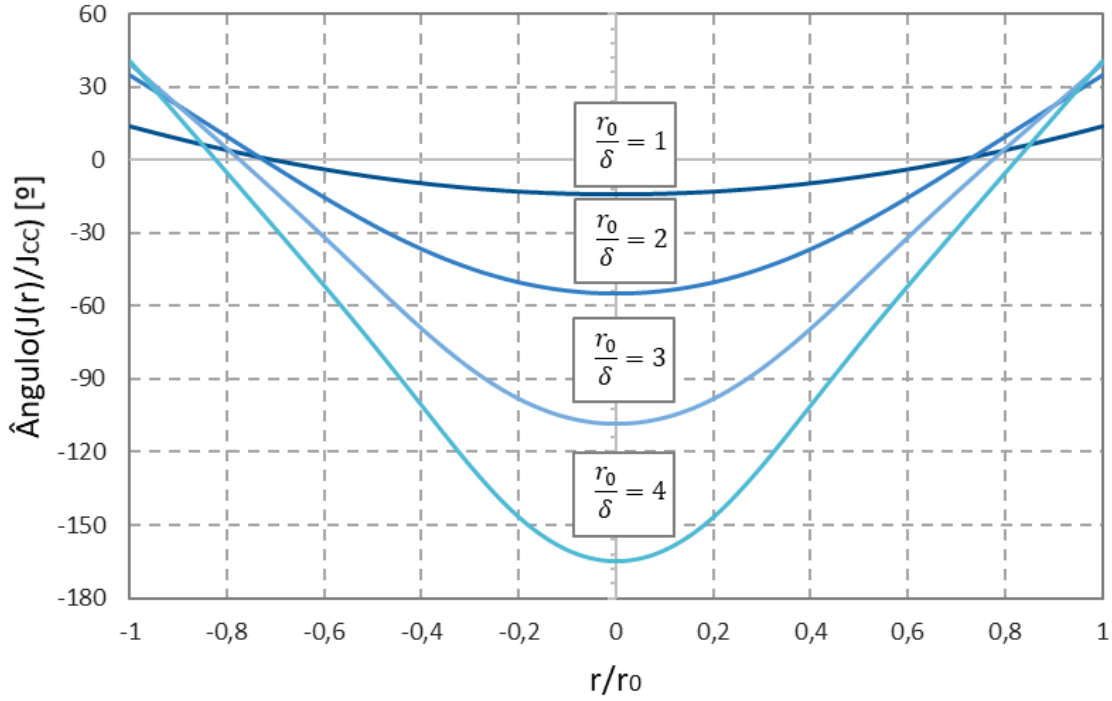


Figura 6. Ângulo de fase normalizada de densidade de corrente como função de $\frac{r}{r_0}$ em um condutor circular para vários valores de $\frac{r_0}{\delta}$.

Adicionalmente, é interessante analisar o comportamento da densidade de corrente $J(r)$ considerando o raio do condutor em razão da profundidade de penetração δ, como mostra (101). Na Figura 7 constata-se que quanto maior o raio do condutor mais a densidade de corrente tende a percorrer a superfície do mesmo de forma a intensificar o Efeito Pelicular.

$$\frac{J(r_0)}{J_{CC}} = \frac{kr_0}{2}\frac{I_0(kr_0)}{I_1(kr_0)} = \frac{(1+j)}{2}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)\frac{I_0\left((1+j)\left(\frac{r_0}{\delta}\right)\right)}{I_1\left((1+j)\left(\frac{r_0}{\delta}\right)\right)} \tag{101}$$

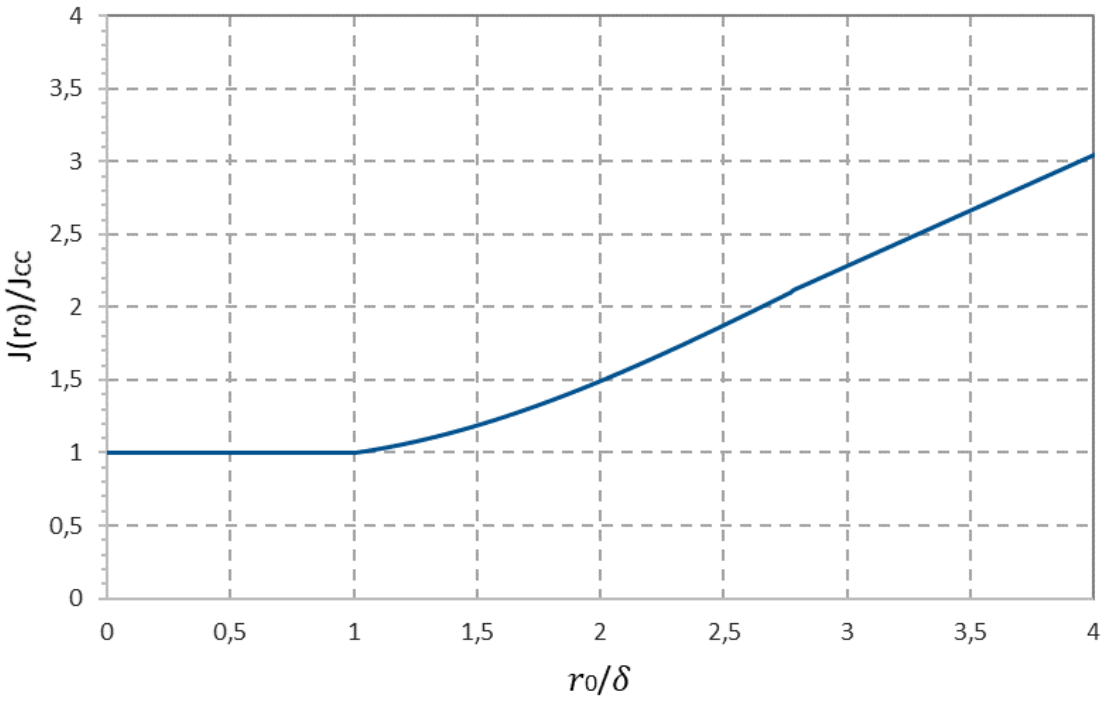


Figura 7. Magnitude normalizada de densidade de corrente como função de $\frac{r_0}{\delta}$ em um condutor circular.

Resumidamente, esse item teve como objetivo calcular a densidade de corrente elétrica em um condutor circular ao longo de sua área da seção transversal, considerando a variação do raio do condutor em relação à profundidade de penetração. Assim, foi constatado que devido o fenômeno descrito na Figura 4, a densidade de corrente é maior na superfície do condutor, contudo quanto mais próximo do centro menor a densidade de corrente elétrica. Essa afirmação é verificada não apenas pela Figura 5, mas também pela Figura 7.

Nesse sentido, sabendo que a densidade de corrente elétrica entre a superfície do condutor e a profundidade de penetração δ é maior do que nas regiões mais internas do condutor, tem-se que a área útil de condução de corrente elétrica é menor do que a utilizada em nível CC (onde a frequência é nula). Dessa forma, a resistência de um condutor está submetida à implicação do Efeito Pelicular, interferindo no seu cálculo, sendo esse o objeto de estudo do item a seguir, onde a finalidade é compreender como a variação na intensidade do Efeito Pelicular provoca alterações no valor da resistência do condutor circular.

2.3.2 Resistência em um Condutor Circular

Em um condutor circular, calcula-se a resistência elétrica a partir de sua área da seção transversal, assim como de seu comprimento e resistividade, conforme (102).

$$R = \frac{\rho l}{A}\ [\Omega] \tag{102}$$

Enquanto a corrente elétrica que percorre o condutor em questão pode ser definida como propõe (103).

$$I = \int_0^{r_0} J(r)\, dA = AJ(r_0)\ [\mathrm{A}] \tag{103}$$

Considerando-se que nesse condutor circular há passagem de corrente elétrica, consequentemente existirá uma diferença de potencial aplicada em seus terminais definida da seguinte maneira:

$$V = RI = \frac{\rho l}{A} AJ(r_0)$$

$$V = I\rho l \frac{k}{2\pi r_0} \frac{I_0(kr_0)}{I_1(kr_0)} \tag{104}$$

A partir de (103) e (104) é verificado que a tensão e a corrente no condutor são grandezas elétricas que pertencem ao conjunto dos números complexos, devido as funções de Bessel, e $k^2 = j\omega\mu\sigma$, depende diretamente da frequência da onda de tensão e corrente. Assim, a tensão e a corrente nos formatos apresentados nas expressões (103) e (104) são grandezas fasoriais. Dessa forma, como $\dot{V} = Z\dot{I}$, tem-se que a impedância de um condutor isolado, reto e circular é dada por (105) [55].

$$Z = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \frac{I\rho l \frac{k}{2\pi r_0} \frac{I_0(kr_0)}{I_1(kr_0)}}{I} = \rho l \frac{k}{2\pi r_0} \frac{I_0(kr_0)}{I_1(kr_0)}$$

$$Z = \frac{\rho l}{\pi r_0} \frac{k}{2} \frac{I_0(kr_0)}{I_1(kr_0)} \tag{105}$$

Como o objetivo é compreender o impacto do Efeito Pelicular tem na resistência do condutor, faz-se a razão da parte real da impedância calculada em (105) com a resistência do

condutor quando há passagem de corrente contínua. Assim sendo, a resistência de nível CC R_{CC} do condutor é dada pela expressão (102), substituindo-se o valor da área do condutor por πr_0^2, da seguinte forma:

$$R_{CC} = \frac{\rho l}{\pi r_0^2} \tag{106}$$

Portanto, realizando a razão entre a impedância do condutor, pela resistência em nível CC, ou seja, dividindo (105) por (106), tem-se (107).

$$\frac{Z}{R_{CC}} = \frac{\frac{\rho l}{\pi r_0}\frac{k}{2}\frac{I_0(kr_0)}{I_1(kr_0)}}{\frac{\rho l}{\pi r_0^2}} = \frac{kr_0}{2}\frac{I_0(kr_0)}{I_1(kr_0)} = \frac{J(r_0)}{J_{CC}} = R + jX \tag{107}$$

Assim, a resistência e a reatância do condutor podem ser especificadas conforme (108) e (109).

$$R = \mathcal{R}e\left\{\frac{J(r_0)}{J_{CC}}\right\} \tag{108}$$

$$X = \mathcal{I}m\left\{\frac{J(r_0)}{J_{CC}}\right\} \tag{109}$$

Levando em consideração o objetivo desse trabalho, será explorado o comportamento apenas da resistência elétrica do condutor perante a ação da variação de intensidade do Efeito Pelicular. Nesse sentindo, a Figura 8 ilustra a dialética entre resistência e o fenômeno em questão por meio de (108).

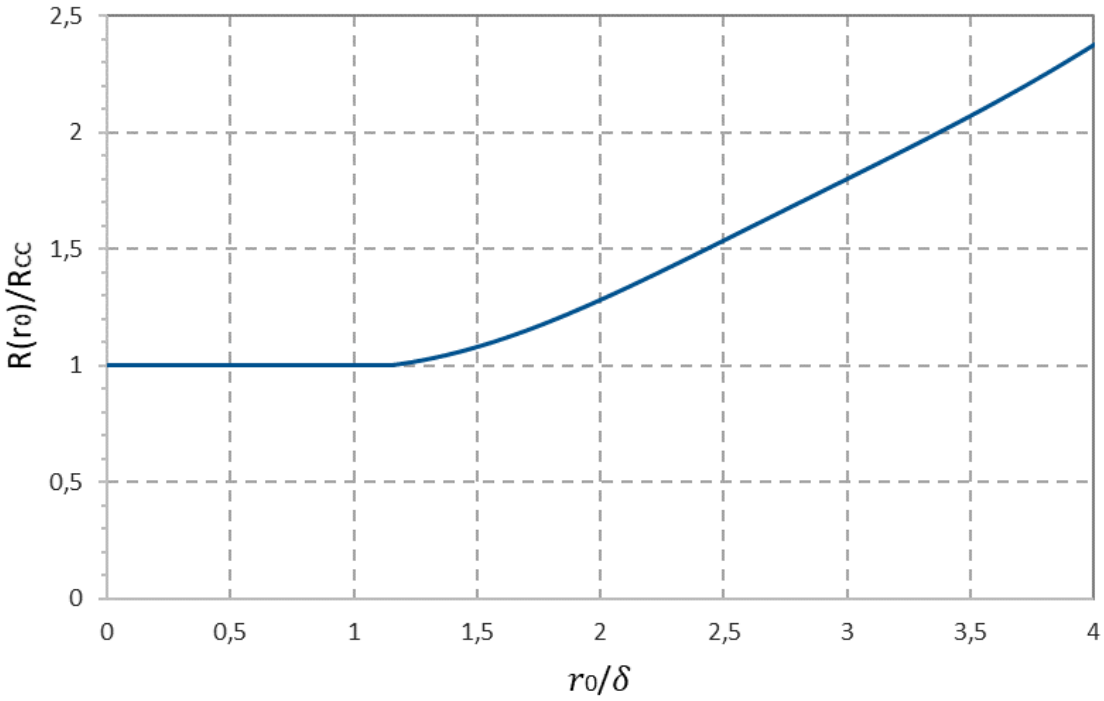


Figura 8. Resistência normalizada com relação ao R_{CC} como função de $\frac{r_0}{\delta}$ em um condutor circular isolado.

A Figura 8 evidencia que conforme a relação $\frac{r_0}{\delta}$ aumenta, ou seja, para um cabo com raio r_0 e com uma profundidade de penetração que diminua (aumentando a razão $\frac{r_0}{\delta}$), a resistência do cabo tem seu valor incrementado proporcionalmente. Uma condição trivial de aumento da razão $\frac{r_0}{\delta}$ ocorre quando componentes harmônicas de corrente elétrica percorrem o condutor. Nessa situação, componentes harmônicas de corrente implicam em uma diminuição no valor de δ, de acordo com (73). Indiretamente, isso ocasiona aumento na resistência do condutor, uma vez que eleva a razão $\frac{r_0}{\delta}$.

Sabe-se que a presença de componentes harmônicas é uma realidade intrínseca aos sistemas elétricos de potência, notadamente nos sistemas de distribuição de energia elétrica, os quais representam a interface direta de conexão da maioria das cargas elétricas. No caso dos sistemas de distribuição, é comum a existência de componentes harmônicas de corrente (e consequentemente de tensão) com frequências de até 960 Hz (16ª ordem harmônica). Acima dessa frequência, as amplitudes dessas componentes tornam-se muito pequenas, com pouca influência no Efeito Pelicular. Contudo, com a disseminação dos sistemas de geração distribuída (GD), baseados em inversores de potência como interface de conexão com os

sistemas de corrente alternada, verifica-se o surgimento de correntes com frequências elevadas (da ordem de até 100 kHz), as quais, em função das capacitâncias intrínsecas aos sistemas elétricos, têm seu fluxo restrito, na grande maioria das vezes, às próprias instalações de GD, não representando, assim, um aspecto relevante para a análise do Efeito Pelicular nos sistemas de distribuição de energia elétrica.

No caso específico dos sistemas de distribuição, o Efeito Pelicular assume um papel de grande relevância no cálculo das perdas técnicas, notadamente no caso da parcela de perdas técnicas associadas ao fluxo de potência nas redes elétricas de média, baixa e alta tensão. Nesse sentido, o desenvolvimento físico-matemático realizado até o momento teve como objetivo o estabelecimento dos fundamentos segundo os quais as perdas técnicas nos sistemas de distribuição são incrementadas pelo Efeito Pelicular, assim como os mecanismos para quantificação desse incremento. Para esse efeito, sabe-se que as perdas técnicas devido ao fluxo de potência nos condutores elétricos devem ser quantificadas considerando-se as correntes em todas as frequências existentes, ou seja:

$$P = R_1 \times I_1^2 + R_2 \times I_2^2 + \cdots + R_{h-1} \times I_{h-1}^2 + R_h \times I_h^2 \tag{110}$$

Ou, separando-se em termos de frequência fundamental e harmônicas, tem-se:

$$P_1 = R_1 \times I_1^2 \; e \; P_h = \sum_{h=2}^{h_{máx}} R_h \times I_h^2 \tag{111}$$

Importante ainda destacar que as equações expressas em (110) ou (111), resultam uma quantificação de perdas diferente daquela obtida fazendo-se, simplesmente, $P = R \times I_{rms}^2$.

Diante do exposto, o Capítulo 3, a seguir, tem como objetivo discutir e elaborar a metodologia de medição da resistência elétrica, considerando Efeito Pelicular, em condutores comumente utilizados no sistema de distribuição de energia elétrica. Não apenas um método para aferição do fenômeno, mas também uma modelagem do fenômeno, a fim de reduzir o tempo de simulação em estudos de fluxo de potência, assim como avaliar o impacto que a variação de temperatura implica na medição da resistência elétrica quando se almeja aferir o impacto do Efeito Pelicular no condutor.

3. Metodologia de Medição

Para realizar a mensuração do Efeito Pelicular em condutores utilizados nos sistemas de distribuição de energia elétrica é necessário compreender quais grandezas elétricas são aferidas na metodologia de medição. Devido à baixa ordem de grandeza do fenômeno, faz-se imprescindível o entendimento das possíveis variáveis que agregam incerteza à medição. Nesse sentido, para que a resistência do cabo seja aferida utilizou-se de medição indireta, por meio da aplicação de uma corrente elétrica no condutor em análise e, recorrendo ao osciloscópio, aferição da queda de tensão no cabo. Assim, por uso da Lei de Ohm, calcula-se a resistência do condutor, como indica (112).

$$R = \frac{1}{l_{medio}} Re\left\{\frac{\dot{V}_{medido}}{\dot{I}}\right\}\left[\frac{\Omega}{m}\right] \tag{112}$$

Contudo, com o objetivo de se obter uma aferição fidedigna da queda de tensão no condutor, avalia-se as possíveis interferências que a malha de tensão admite. Isto posto, sabe-se que os voltímetros ao realizarem a medição da diferença de potencial entre dois pontos a e b apreciam a tensão advinda do campo elétrico conservativo entre esses dois pontos, assim como do campo magnético não-conservativo variante no tempo que passa através da malha de tensão, sendo (113) a diferença de potencial medida pelo osciloscópio, a qual contempla os dois campos vetoriais mencionados.

$$V_{medido} \approx \int_{a}^{b} \vec{E} \cdot d\vec{L} + \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} \tag{113}$$

Nesse contexto, a metodologia de medição utilizada assume duas origens para a diferença de potencial averiguada no osciloscópio, a primeira é advinda do campo elétrico que é independente do caminho de integração dentro do condutor, mas também a tensão induzida pela variação do campo magnético no tempo enlaçado na malha de tensão, conforme ilustra Figura 9.

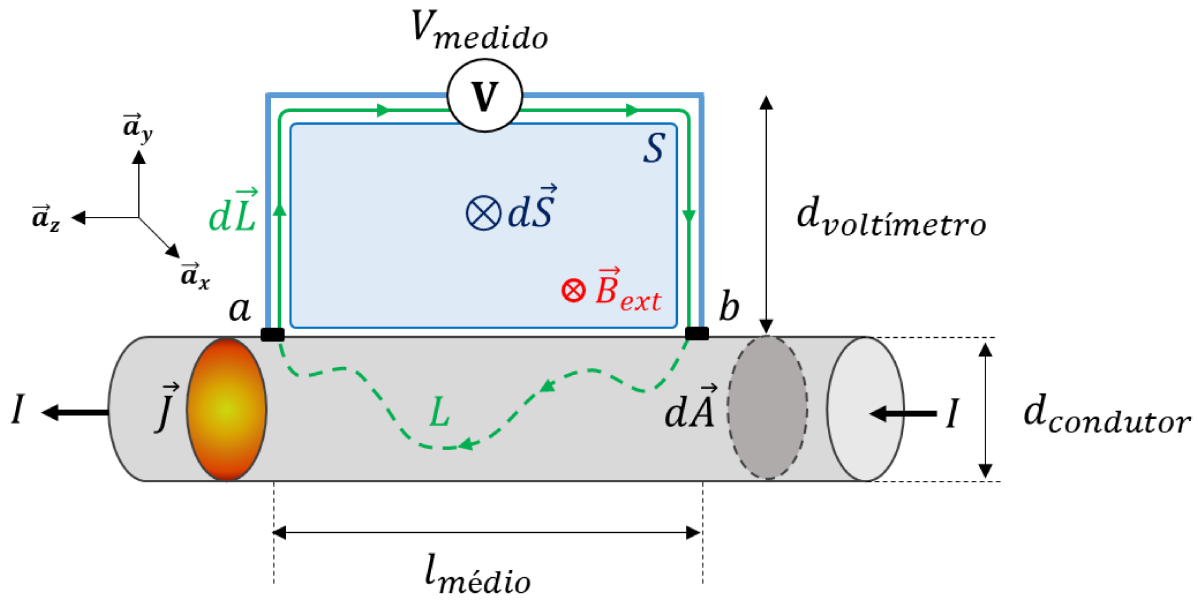


Figura 9. Configuração para aferir a diferença de potencial entre os nós *a* e *b*.

Da Figura 9 observa-se que $\vec{B}_{ext}$ passa através da malha de tensão ***S***, onde surge uma tensão induzida entre os pontos a e b do condutor, a qual é aferida pelo osciloscópio, compondo o valor eficaz da tensão $V_{measured}$, conforme (113). É importante ressaltar que a tensão induzida em questão apresenta grande impacto na medição, devido à baixa ordem de grandeza da tensão advinda de $\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{L}$ entre os pontos *a* e *b*. Nesse caso, como forma de minimizar esse impacto, é utilizada uma malha de tensão que seja a menor possível, conforme [52] recomenda que a altura da malha de tensão seja igual ao diâmetro do condutor. De forma mais objetiva $d_{voltímetro} = d_{condutor}$, considerando os termos utilizados na Figura 9.

Além de levar em conta aspectos eletromagnéticos para a medição do Efeito Pelicular em condutores, deve-se também avaliar que materiais condutores próximos à configuração de medição podem induzir Eddy Currents, devido ao Efeito Proximidade, e consequentemente interferir no procedimento de aferição do Efeito Pelicular. Tendo isso em mente, assegurou-se que todos os materiais condutores estivessem a mais de 1 metro de distância da configuração de medição do Efeito Pelicular, garantindo, portanto, a precisão do processo de aferição [52]. Dessa forma, a Figura 10 ilustra a configuração de medição utilizada para quantificar o Efeito Pelicular nos condutores a serem avaliados.

Na Figura 10 tem-se a fonte programável, CMC 256 plus, fabricada pela Omicron Electronics Corp., utilizada para operar como uma fonte de corrente, com o objetivo de impor

a magnitude e frequência da corrente elétrica que percorre o condutor sob teste. Há também um osciloscópio digital, RTH1004, fabricado pela Rohde & Schwarz, com quatro canais isolados e amostragem de 5GSa/s, este dispositivo fornece o insumo de dados de tensão e corrente elétrica para o cálculo da impedância do condutor aferindo, então, o Efeito Pelicular. As ponteiras de prova para aquisição das grandezas elétricas foram: A622, fabricado pela Tektronix, para aquisição dos sinais de corrente elétrica; e TA041, fabricado pela PicoTech, para aquisição dos sinais de tensão.

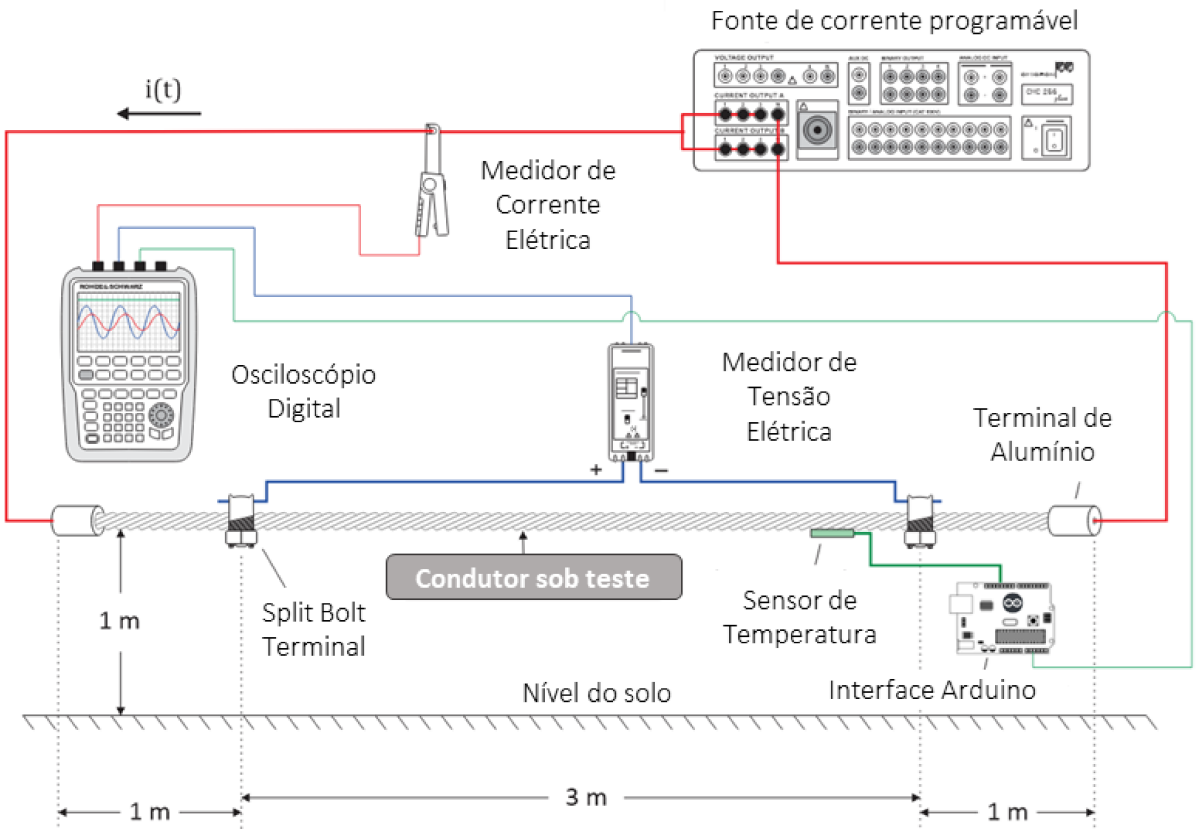


Figura 10. Configuração de medição para quantificar o Efeito Pelicular em condutor utilizados nos sistemas de distribuição de energia elétrica.

Vale ressaltar que alguns desafios foram encontrados ao longo do desenvolvimento da configuração de medição, e que são de suma importância para a repetibilidade desse experimento, sendo eles:

- Tensão devido ao campo magnético enlaçado na malha do voltímetro: a fim de reduzir o surgimento dessa tensão na diferença de potencial medida, vide Figura 9, além de manter a malha de medição de tensão próxima ao condutor sob teste, conforme mostra Figura 10, representada pelos condutores azuis,

faz-se também uma trança com os dois condutores, a fim de reduzir ao máximo a área entre eles, minimizando o impacto dessa tensão na medição, conforme estabelece (113).

- Efeito Proximidade: ao redor de toda a configuração de medição foram retirados todos os objetos condutores, com o intuito de não ter influências do Efeito Proximidade no processo de medição.
- Canais isolados do osciloscópio: com o objetivo de se obter uma medição precisa, utilizou-se de osciloscópio com quatro canais isolados, uma vez que canais com terra compartilhado podem inserir erros durante a medição e impactar nos resultados obtidos.

Conforme mostrado na Figura 10, o sinal de tensão registrado pelo osciloscópio é processado conforme o fluxograma apresentado na Figura 10. Resumidamente, o osciloscópio registra um sinal no domínio do tempo o qual é submetido a um algoritmo Python, desenvolvido exclusivamente para executar a Transformada de Fourier (Apêndice A). O objetivo é obter a magnitude e o ângulo de fase da tensão na frequência desejada. É importante ressaltar que o ângulo de fase de referência (0° graus elétricos) está relacionado ao sinal de corrente, uma vez que o padrão utilizado (fonte programável) é uma fonte de corrente. Além disso, a magnitude do sinal de tensão indutiva fora de fase é maior do que o sinal de tensão resistiva, especialmente em relação às altas frequências. Isso é uma resposta esperada, uma vez que a parte indutiva do condutor responde linearmente à frequência, enquanto a parte resistiva possui o comportamento descrito em (108). O sinal de tensão resistiva considerado foi calculado como indicado no fluxograma na Figura 11 e aplicado a (112). O Apêndice A apresenta o código do algoritmo Python desenvolvido para esse propósito.

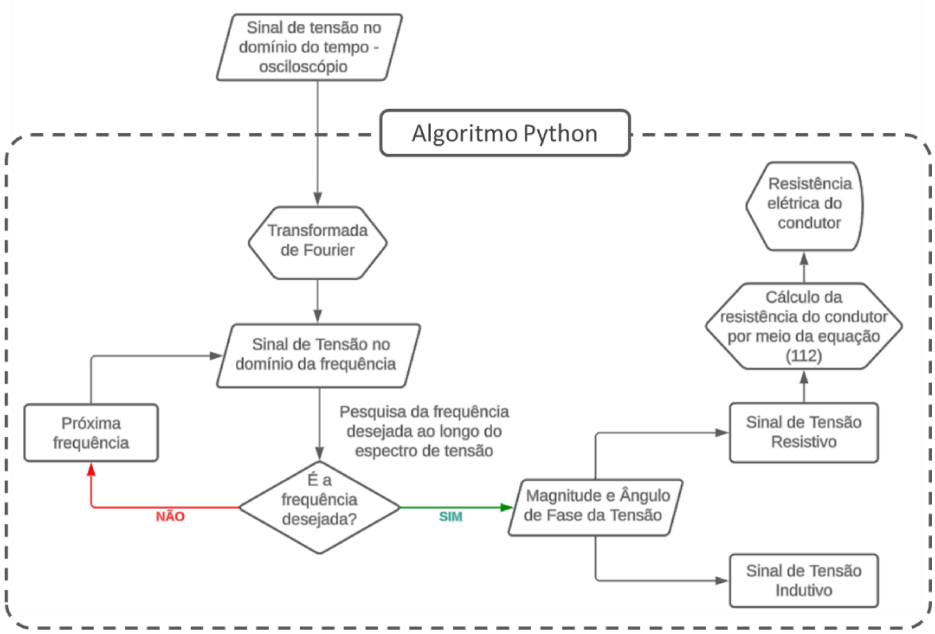


Figura 11. Pós-processamento de medição de dados para calcular a resistência elétrica do condutor.

A configuração apresentada na Figura 10 mostra não apenas os dispositivos eletrônicos utilizados, mas também três itens cruciais para o objetivo do trabalho. Primeiramente, o condutor sob teste, que nesse trabalho contempla os principais condutores utilizados nos sistemas de distribuição de energia elétrica, sendo eles: 2 AWG – AAC, 1/0 AWG – ACSR, 2/0 AWG – AAC, 4/0 AWG – AAC, 150mm² protegido e 336,4 MCM – ACSR. Vale destacar que para melhor contato entre os cabos da fonte de potência e condutor sob teste torna-se necessário utilizar terminais, tanto para a injeção de corrente no condutor sob teste, quanto para aferição da tensão, que possuem boa área de contato com o condutor e fornecem bons caminhos de condução de corrente. O terminal de alumínio garante que a corrente elétrica seja distribuída como indica a Figura 1. Para isso as dimensões geométricas desse terminal são apresentadas na Figura 12, onde a variável **D** representa o diâmetro do condutor sob teste.

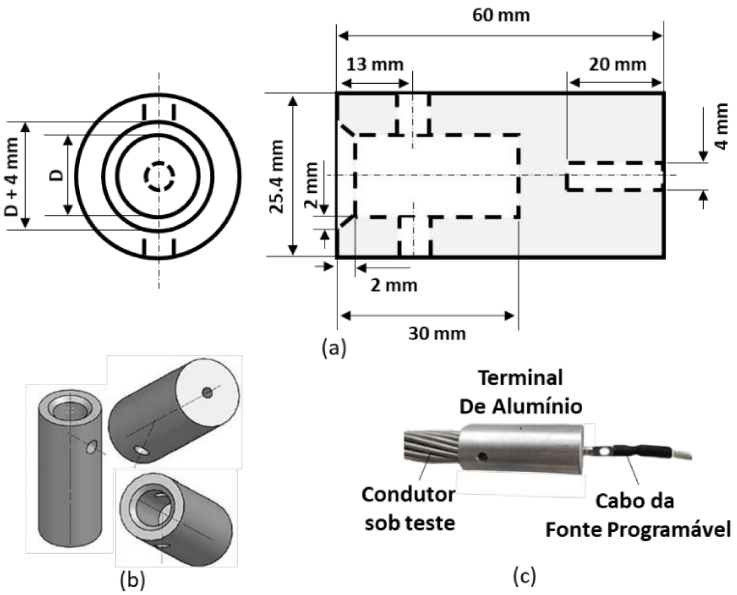


Figura 12. Terminais de alumínio para conexão da fonte de alimentação ao condutor em teste, considerando (a) vista frontal e lateral, (b) visão 3D e (c) conexão física do terminal entre condutor e fonte de alimentação.

Para assegurar que a distribuição de corrente seja homogênea, conforme Figura 1, no local onde é medida a tensão no condutor, admitiu-se uma distância de 1 metro dos terminais de entrada e saída de corrente elétrica, desse modo $\vec{J}$ é homogênea na seção transversal do condutor, garantindo uma aferição adequada do fenômeno em questão. Por fim, tem-se os terminais *slip-bolt* para sensibilização da tensão nas ponteiras de tensão do osciloscópio. Os terminais *slip-bolt* foram utilizados devido a maior área de contato com a superfície do condutor, permitindo melhor aferição da tensão no ponto em questão, conforme ilustra Figura 13.

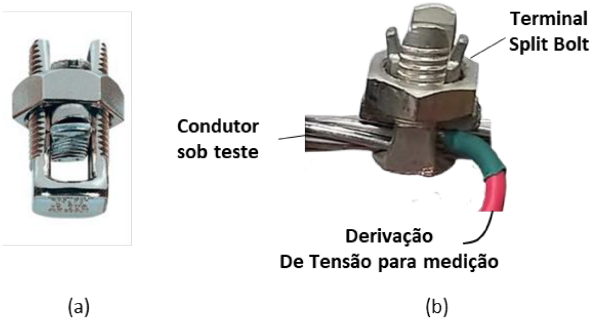


Figura 13. (a) terminal *split-bolt* e (b) conexão real do terminal.

Além da recomendação apresentada acerca da malha de tensão na medição da resistência do cabo, a referência [52] também indica, apesar de não investigar essa temática no estudo, sobre a influência da temperatura durante a medição do Efeito Pelicular. Isso torna-se relevante

já que com a passagem de corrente elétrica ocorre o aquecimento do cabo e, consequentemente, aumento da resistividade (ρ) do condutor. Além disso, a resistência dos condutores sob teste se altera devido seu formato, sendo os coeficientes de dilatação linear e superficial do cabo aspectos físicos a serem averiguados, uma vez que há elevação da temperatura no processo de medição do Efeito Pelicular. Nesse sentido, é averiguado que o coeficiente de dilatação linear do alumínio e do aço são da ordem de $10^{-6}\ m/°C$ e $10^{-5}\ m/°C$, respectivamente [58]. Desse modo, erros associados à medição da resistência do condutor devido dilatação térmica são desprezíveis, visto que os condutores sob teste possuem 5 metros de comprimento, sendo a contribuição advinda da dilatação linear ou superficial irrelevante para a ordem de grandeza na resistência elétrica.

Assim, com o objetivo de avaliar o impacto da temperatura na resistividade do condutor, elaborou-se um dispositivo para aquisição da temperatura, por meio de um Arduino UNO e o sensor de temperatura DS18B20, onde com a aquisição dos dados em 12 bits e resolução da medição de $0{,}0625\ °C$, verificou-se o comportamento da temperatura durante o processo de aferição do Efeito Pelicular, em que conforme a Tabela 1 verifica-se que há incremento da temperatura da ordem de $4{,}375\ °C$ para o cabo 1/0 AWG – ACSR.

Para iniciar o processo de medição, todos os dispositivos envolvidos foram certificados para estarem a 20 °C. Foi utilizada fita adesiva de alumínio termicamente condutora para garantir a transferência adequada de calor do condutor para o sensor. Consequentemente, a análise térmica visa determinar o erro ligado ao efeito pelicular em cada frequência, conforme apresentado na Tabela 1 e consolidado em forma de gráfico na Figura 14.

Tabela 1. A variação de temperatura $(\Delta T = T_f - 20°C)$ e resistividade (ρ) considerando a corrente (40 A) fluindo através do condutor em diversas frequências.

Harmônica	2 AWG—AAC		1/0 AWG—ASCR		2/0 AWG—AAC		4/0 AWG—AAC		150 mm²—AAC		336.4 MCM—ACSR	
	ΔT (°C)	$\frac{\rho}{\rho_{20°C}}$ (%)	ΔT (°C)	$\frac{\rho}{\rho_{20°C}}$ (%)	ΔT (°C)	$\frac{\rho}{\rho_{20°C}}$ (%)	ΔT (°C)	$\frac{\rho}{\rho_{20°C}}$ (%)	ΔT (°C)	$\frac{\rho}{\rho_{20°C}}$ (%)	ΔT (°C)	$\frac{\rho}{\rho_{20°C}}$ (%)
DC	4.406	1.775	4.527	1.824	3.473	1.399	2.602	1.048	1.724	0.694	1.395	0.562
1	4.410	1.777	4.535	1.827	3.499	1.410	2.625	1.058	1.757	0.708	1.402	0.565
2	4.447	1.792	4.572	1.843	3.510	1.414	2.636	1.062	1.798	0.724	1.432	0.577
3	4.470	1.801	4.595	1.852	3.516	1.417	2.642	1.065	1.835	0.739	1.462	0.589
4	4.485	1.808	4.610	1.858	3.521	1.419	2.647	1.067	1.868	0.753	1.493	0.602
5	4.497	1.812	4.622	1.863	3.524	1.420	2.650	1.068	1.899	0.765	1.523	0.614
6	4.507	1.816	4.632	1.867	3.527	1.422	2.653	1.069	1.927	0.777	1.553	0.626
7	4.516	1.820	4.641	1.870	3.530	1.423	2.656	1.070	1.953	0.787	1.583	0.638
8	4.523	1.823	4.648	1.873	3.532	1.423	2.658	1.071	1.978	0.797	1.613	0.650
9	4.530	1.825	4.655	1.876	3.534	1.424	2.660	1.072	2.002	0.807	1.643	0.662
10	4.535	1.828	4.660	1.878	3.536	1.425	2.662	1.073	2.025	0.816	1.673	0.674
11	4.540	1.830	4.665	1.880	3.537	1.425	2.663	1.073	2.049	0.826	1.704	0.687
12	4.545	1.832	4.670	1.882	3.539	1.426	2.665	1.074	2.073	0.836	1.734	0.699
13	4.550	1.833	4.675	1.884	3.540	1.427	2.666	1.074	2.099	0.846	1.764	0.711
14	4.554	1.835	4.679	1.885	3.541	1.427	2.667	1.075	2.126	0.857	1.794	0.723
15	4.557	1.837	4.682	1.887	3.542	1.427	2.668	1.075	2.156	0.869	1.824	0.735
16	**4.561**	**1.838**	**4.686**	**1.888**	3.543	1.428	2.669	1.076	2.188	0.882	1.854	0.747

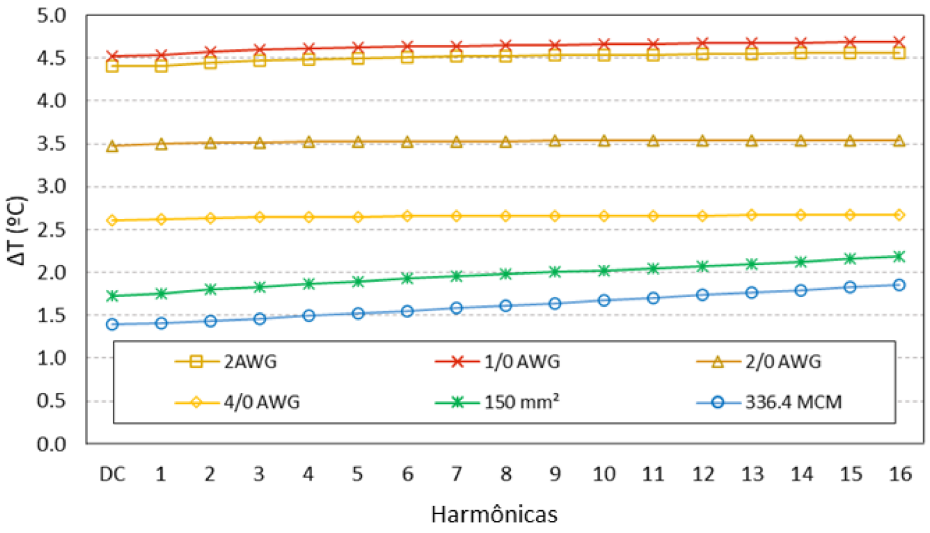


Figura 14. A variação de temperatura $(\Delta T = T_f - 20°C)$ considerando corrente (40 A) fluindo através do condutor em diversas frequências.

Para examinar o impacto da temperatura na resistividade do condutor (ρ), a relação linear entre essas duas grandezas foi adotada conforme referência [52]. Além disso, a referência [52] destaca que em temperaturas mais baixas, a correlação entre temperatura e resistividade elétrica em ligas de alumínio permanece linear. Nos casos examinados neste estudo, o aumento máximo de temperatura foi estimado em aproximadamente 5 °C, a partir de uma temperatura inicial de

20 °C. Adicionalmente, observou-se que para condutores de maior espessura, foi notado um aumento de temperatura à medida que a frequência da corrente aumentou, como mostra a Figura 14 para condutores de 150 mm² e 336,4 MCM. Enquanto isso, os condutores restantes apresentaram um aumento notavelmente menor relacionado à frequência da corrente, o que sugere que o Efeito Pelicular resulta em aquecimento significativo para condutores de maior espessura, considerando os aumentos da frequência da corrente.

Deve-se enfatizar que o aumento de temperatura observado para componentes harmônicos, comparado ao aumento de temperatura para corrente CC que flui através do condutor, é causado principalmente pelo Efeito Pelicular. Os dados registrados referentes ao aumento de temperatura para componentes harmônicos são apresentados na Tabela 2.

Para quantificar especificamente o erro resultante do aumento de temperatura associado ao Efeito Pelicular, a Tabela 2 indica que o maior erro é observado para 150 mm² – o condutor AAC, com um erro de 0,187% correspondendo a um aumento de temperatura de 0,464 °C. Outro aspecto digno de nota é que o Efeito Pelicular é mais proeminente para condutores mais espessos, e a Tabela 2 e a Figura 14 mostram esse resultado, conforme esperado.

Tabela 2.Aumento da temperatura exclusivamente pelo Efeito Pelicular.

Condutor	$\Delta \boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{16harmônica}} - \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{DC}}$ (°C)	$\frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{CC}}}$ (%)
2 AWG—AAC	0.155	0.062
1/0 AWG—ASCR	0.159	0.064
2/0 AWG—AAC	0.070	0.028
4/0 AWG—AAC	0.067	0.027
150 mm²—AAC	0.464	0.187
336.4 MCM—ASCR	0.429	0.172

Portanto, com base na análise das ligas de alumínio utilizadas nos condutores examinados, conclui-se que a relação entre temperatura e resistividade elétrica pode ser considerada linear [55]. Além disso, é apropriado modelar a resistividade por meio de (114) para especificar o incremento percentual da resistividade.

$$\rho_T = \rho_{Al_{(20^oC)}}[1 + \alpha(T - T_0)] \left[\frac{\Omega}{m}\right] \tag{114}$$

Considerando que $\alpha = 0{,}00403\ \left({}^{1}/_{^{\circ}C}\right)$ [15] e $\rho_{Al_{(20^{\circ}C)}} = \frac{1}{\frac{61}{100}\times 5.8\times 10^{7}}\,(\Omega \cdot m)$, conforme indica o fabricante dos condutores [59] para Alumínio 1350 (61% IACS), pode-se quantificar o quanto a resistência dos condutores é influenciada pelo incremento na resistividade devido à elevação de temperatura.

Os resultados indicam que o aumento de temperatura observado durante o processo de medição da resistência do condutor, no pior cenário (condutor 1/0 AWG – ACSR), leva a um erro de 1,888% na quantificação do valor da resistência. Como esperado, o condutor 1/0 AWG – ACSR tem menor ampacidade e, portanto, experimenta maior dissipação de energia através do Efeito Joule. Além disso, sua geometria inclui reforço de aço, que possui resistividade 20 vezes maior que as ligas típicas de alumínio, resultando em maior aquecimento durante o processo de medição.

Para resumir os dados medidos, a Tabela 1 mostra um aumento na resistividade elétrica devido ao aumento da temperatura. Para CC, todos os condutores apresentaram um aumento máximo de resistividade de 1,9%. Essa porcentagem permaneceu consistente tanto para a frequência fundamental quanto para todos os componentes harmônicos.

Além disso, a Tabela 2 estima um aumento aproximado de 0,2% na resistividade elétrica para a medição do Efeito Pelicular devido ao aumento da temperatura. No entanto, o aquecimento tem um impacto insignificante na medição da resistência do condutor. Em outras palavras, o aumento da resistividade elétrica causado pelos valores RMS das componentes fundamental e harmônicas contribui para um aumento de 1,9% na resistividade, enquanto o Efeito Pelicular causa apenas um aumento de 0,2%, o que é considerado praticamente insignificante.

Tendo discutido a configuração de medição do Efeito Pelicular e as variáveis que podem introduzir erros, o capítulo seguinte se aprofundará na análise dos dados medidos e sua aplicação para reduzir o tempo de simulação para estudos de fluxo de potência harmônico.

4. Resultados e Discussões

4.1 Resultados de medição – Efeito Pelicular

Por meio dos testes realizados, um aumento na resistência dos condutores estudados foi percebido, constatando o Efeito Pelicular. Nesse sentido, a fim de validar a metodologia de medição verificou-se os valores das resistências CC dos condutores disponibilizados pelo fabricante [59] e, como tal, os valores advindos de medição conferem com os apresentados nos catálogos. Dessa forma, a Tabela 3 apresenta os resultados de medição.

Tabela 3. Valores de resistência elétrica dos condutores em corrente contínua em 20ºC.

Condutor	R_{medido} (Ω/km)	$R_{datasheet}$ (Ω/km)	Erro (%)
2 AWG—AAC	0.8652	0.8541	1.31
1/0 AWG—ASCR	0.5285	0.5360	1.40
2/0 AWG—AAC	0.4517	0.4550	0.72
4/0 AWG—AAC	0.2616	0.2676	2.21
150 mm²—AAC	0.2046	0.2060	0.64
336.4 MCM—ASCR	0.1726	0.1703	1.36

As medidas realizadas apresentaram erros inferiores a 2.5%, garantindo assim que o processo de medição seja adequado, sendo estes os valores de referência utilizados na Figura 15. Com base nos resultados das medições, corrobora-se a teoria, na qual condutores mais espessos estão sujeitos a maior influência do Efeito Pelicular, como ilustrado na Figura 15 para os condutores 4/0 AWG, 150 mm² e 336.4 MCM. Nesses condutores, observou-se maior aumento da resistência elétrica, decorrente do Efeito Pelicular. Além disso, nota-se que o condutor 1/0 AWG, embora pertença aos condutores testados com menor espessura, exibiu um impacto relevante com relação ao Efeito Pelicular. Em comparação, o condutor de 2 AWG juntamente com o 2/0 AWG, composto apenas por fios de alumínio (AAC), exibiu a menor influência do Efeito Pelicular. A partir da Figura 15, verificou-se que os condutores que apresentaram maior aquecimento, como 2 AWG e 1/0 AWG, destacam-se por apresentarem uma tendência crescente com o aumento da magnitude da corrente elétrica, indicando o impacto da temperatura no processo de medição. Enquanto isso, este comportamento não é observado no restante dos condutores, uma vez que a faixa de correntes de teste (20–40 A) é muito inferior à ampacidade

dos condutores, destacando-se, portanto, um aquecimento significativamente menor desses condutores.

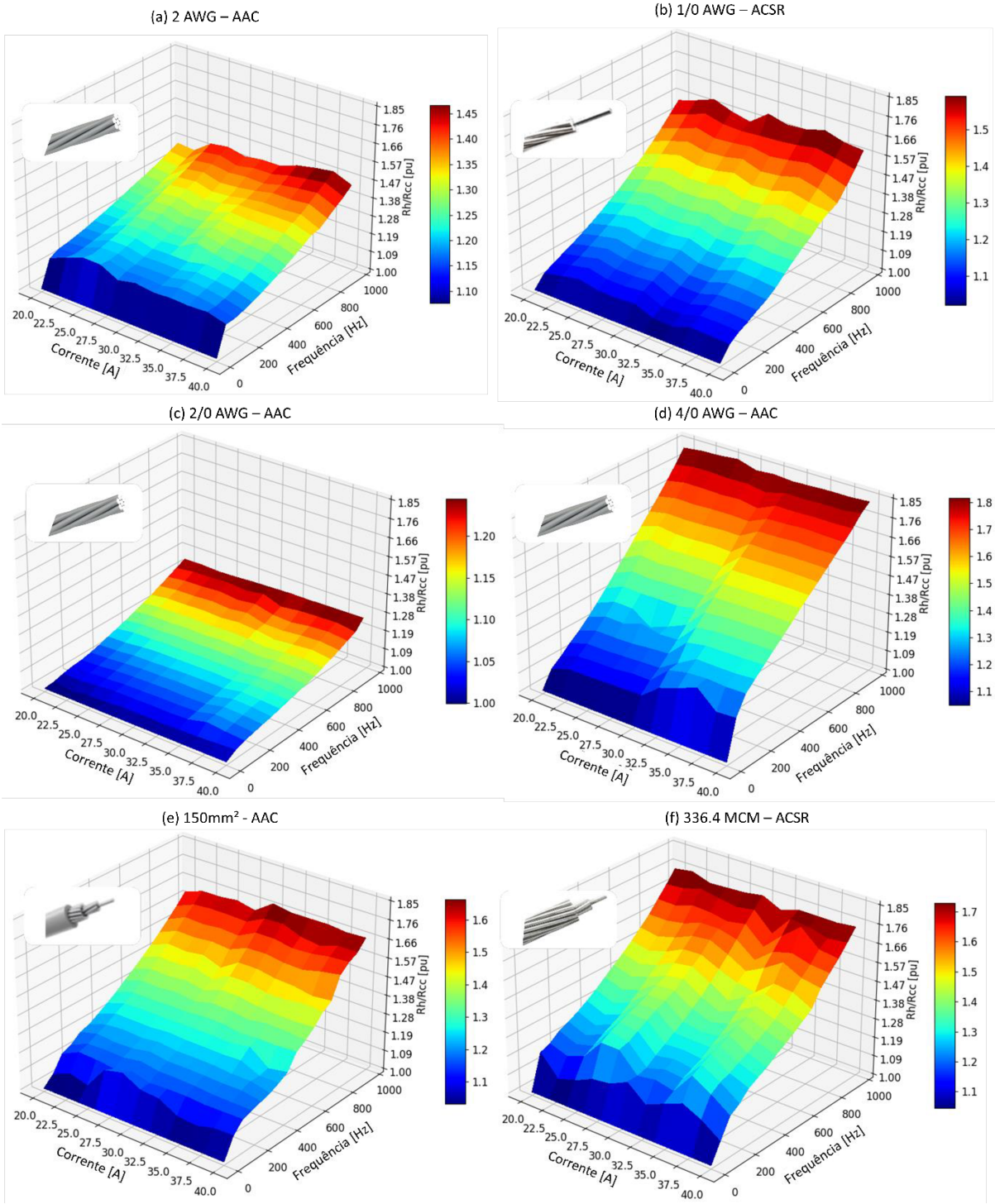


Figura 15. Resistência elétrica medida, considerando Efeito Pelicular.

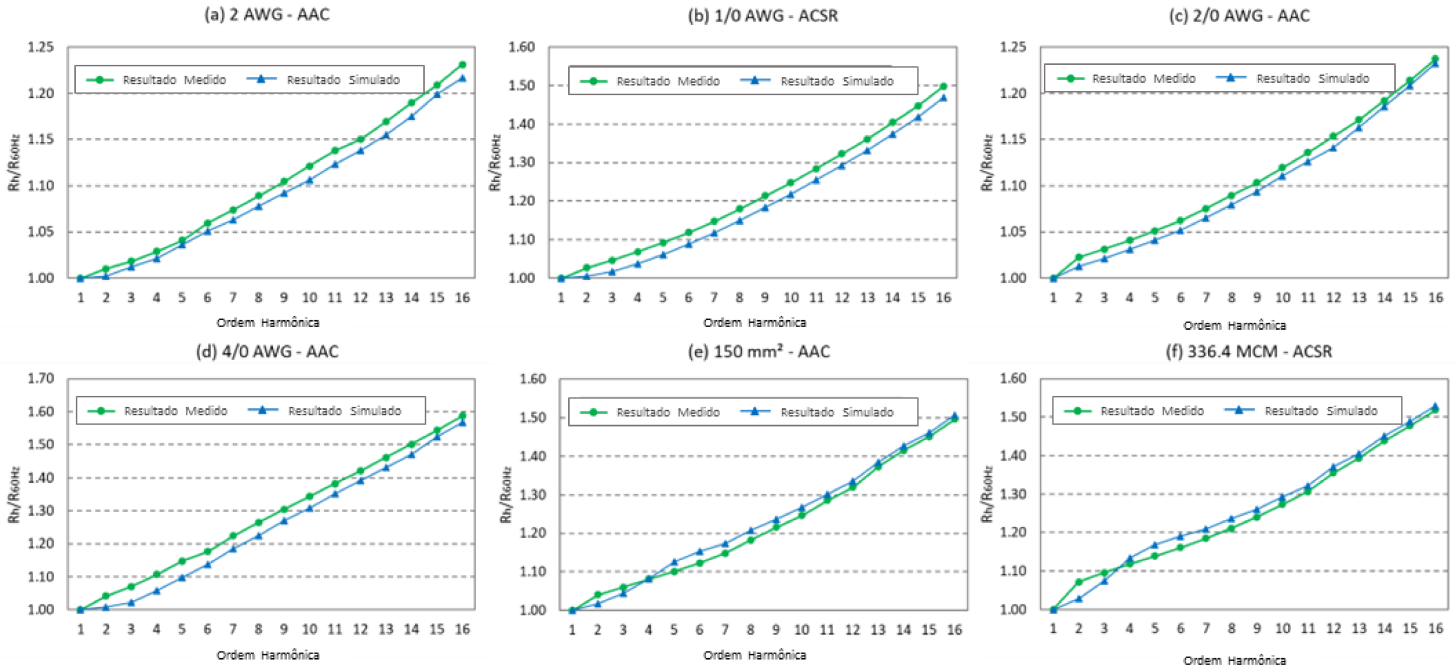


Figura 16. Dados medidos após aplicação de (115) *versus* resultados simulados da resistência elétrica do condutor, considerando Efeito Pelicular.

A comparação entre os resultados das medições e o que é esperado pela parte teórica é significativa, pois fornece parâmetros importantes sobre o comportamento dos dados medidos, conforme apresentado na Figura 16. Além disso, a magnitude do aumento da resistência é um aspecto importante a ser considerado. Observou-se que para correntes elétricas em 960 Hz, ou 16ª ordem harmônica, que percorrem o condutor, verificou-se um aumento em torno de 60% na resistência elétrica, em comparação com a resistência CC para os condutores de 1/0 AWG, 4/0 AWG, 150 mm² e 336.4 MCM. Neste contexto, os itens a seguir visam avaliar quantitativamente o impacto do Efeito Pelicular nos estudos de simulação de potência, considerando as condições distorcidas da corrente elétrica e os valores de medição obtidos nesta etapa do estudo.

4.2 Método estatístico simplificado para consideração do Efeito Pelicular em estudo de fluxo de potência harmônico.

Considerando a crescente necessidade de estudos harmônicos nos sistemas elétricos de potência, principalmente na distribuição de energia elétrica, é de suma importância esclarecer como esses trabalhos são imprescindíveis para uma compreensão ampla da operação e

otimização do uso da rede de distribuição. Tendo isso em vista, o OpenDSS surge como uma proposta de ferramenta para esses estudos. O *software* destaca-se por realizar o fluxo de potência elétrica de forma simples e efetiva, através do método de injeção de correntes. A partir disso, não apenas fluxo de potência fundamental é comumente realizado pelo *software*, mas também fluxo de potência harmônico. Dessa forma, o OpenDSS é utilizado para estudos de capacidade de geração fotovoltaica e, até mesmo, perdas de energia elétrica fundamental e harmônicas.

Por essa razão, ao se calcular perdas de energia elétrica em um sistema de distribuição de energia, considerando componentes harmônicas de corrente, é indispensável avaliar formas de otimização das simulações. Ao examinar simulações computacionais contemplando o Efeito Pelicular, por exemplo, para redes de distribuição de energia classificadas como pequenas, o tempo de simulação pode ser longo. Caso avalie-se a rede de distribuição de energia de toda uma distribuidora de energia elétrica, o tempo de simulação torna-se algo dramático, podendo chegar a vários dias. Assim, esse item do trabalho vislumbra oferecer uma alternativa de cálculo dos impactos do Efeito Pelicular, previamente medido para condutores comumente utilizados nas redes de distribuição de energia elétrica, apresentando resultados fidedignos e com tempo de simulação reduzido.

A fim de contemplar o objetivo desse item do estudo em questão, inicialmente deve-se analisar os dados previamente obtidos das resistências considerando o Efeito Pelicular. Assim, para simplificar o processo e obter um único valor de resistência por frequência, foi realizada a média simples considerando a variação da corrente no condutor. Para cada frequência, os valores de resistência foram sintetizados para serem considerados, conforme apontado em (115).

$$R_h = m\acute{e}dia\ (R_{20A}, R_{22A}, \cdots, R_{40A}) \tag{115}$$

Com base nessa compilação, a Figura 17 fornece os valores que foram calculados como resultado da aplicação da expressão (115) aos dados. A Figura 17 mostra que os condutores em teste são adequadamente estimados através de uma equação linear considerando baixas frequências. As expressões apresentadas na Figura 17 não só são mais simples, como também reduzem o tempo de processamento ao calcular o Efeito Pelicular. Deve-se enfatizar que para estudos harmônicos de fluxo de potência, especialmente aqueles que abrangem a rede de distribuição de energia de toda uma concessionária, as simulações podem durar dias de

processamento até a conclusão do processo. Para comparar o tempo de processamento entre a expressão proposta por Bessel (108) adaptada à resistência de 60 Hz como referência, contra as expressões da Figura 17, foi implementado um algoritmo em Python, cujo código é apresentado no Apêndice B. Os resultados mostraram que a expressão de Bessel (108) exigiu 53.85 ms para calcular o Efeito Pelicular para todos os condutores para a faixa de frequência mencionada anteriormente, em oposição a 41,88 ms de tempo de simulação para as expressões da Figura 17. Portanto, a redução no tempo de simulação é de aproximadamente 20% usando o método proposto.

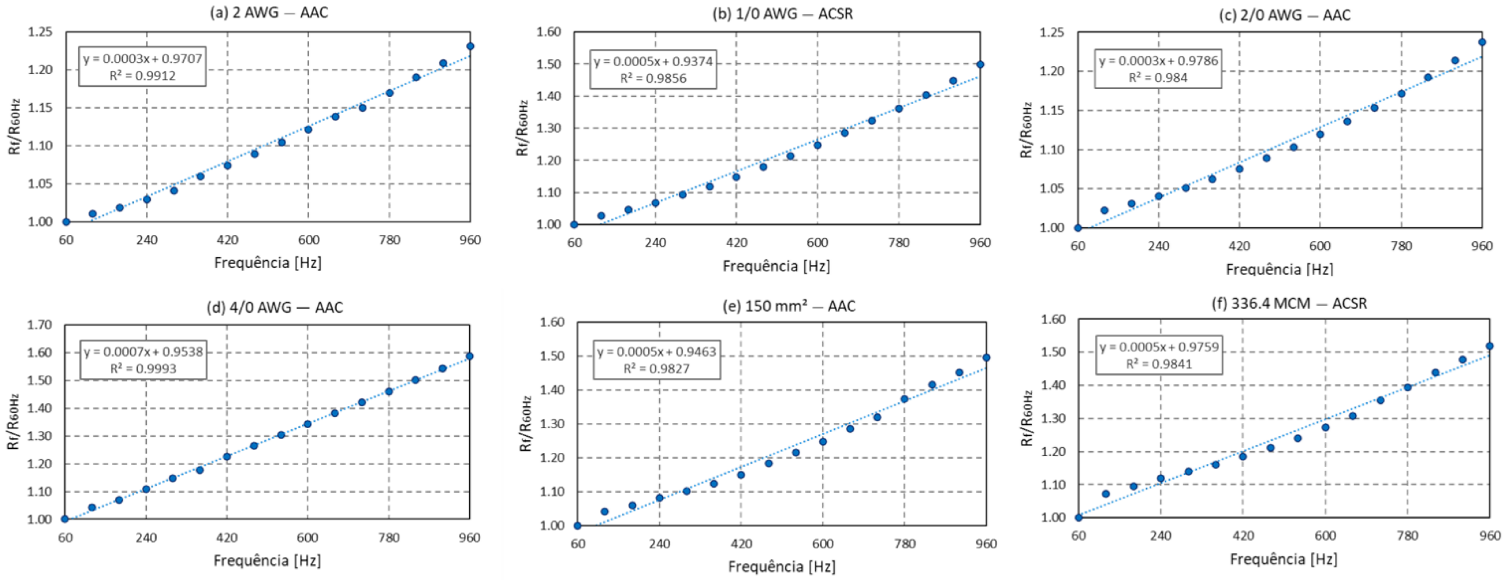


Figura 17. Dados amostrados após aplicar (115), com regressão linear e valores de R².

Nesse sentido, com as facilidades que as equações apresentadas junto aos gráficos na Figura 17, o cenário para cálculo de perdas de energia considerando o Efeito Pelicular torna-se mais simples. Dessa forma, a seguir é almejado realizar o cálculo de perdas de energia elétrica, por meio do OpenDSS, respeitando as premissas estabelecidas pelo Módulo 7 dos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica [1], porém adicionando as condições não-lineares de tensão e corrente à discussão. É importante destacar que o OpenDSS é um *software* de código aberto e utilizado, atualmente, para cálculo de perdas de energia elétrica, conforme legislação atual vigente. Sendo assim, o objetivo maior das simulações e casos a serem pormenorizados a seguir é de avaliar as vantagens que a modelagem proposta possui, mas também de verificar como os princípios de cálculo estabelecidos no Módulo 7 – PRODIST representam a realidade das perdas nos sistemas de distribuição de energia elétrica.

Para fins de avaliação objetiva do estudo, o alimentador IEEE 8500 [60], conhecido por toda a comunidade científica, foi utilizado para calcular as perdas de potência em condições distorcidas. O alimentador estudado é mostrado na Figura 18, na qual a espessura da linha para os segmentos corresponde às regiões onde as perdas de energia são mais expressivas. É importante ressaltar que informações com maior detalhamento sobre esse alimentador estão disponíveis em [60].



Figura 18. Alimentador IEEE 8500 nós —espessura das linhas corresponde à intensidade das perdas de energia por trecho.

As simulações foram realizadas utilizando OpenDSS e Interface COM com Python (PyCharm). Para atender ao objetivo deste estudo, foi crucial definir o espectro de emissividade harmônica das cargas não-lineares deste alimentador. Para tanto, estabeleceu-se a utilização de dados de entrada de [61] para a faixa de frequência de 60 Hz a 960 Hz. Outro aspecto digno de nota é que condutores adicionais além dos medidos estão presentes no alimentador de nós IEEE 8500. Para resolver isso, partiu-se do pressuposto de considerar o comportamento do condutor mais próximo para esses condutores não testados.

A fim de estimar corretamente a redução de tempo para o estudo do fluxo de potência harmônica, foram realizadas as duas seguintes condições separadas:

Caso 1: equação de Bessel (22), adaptada à resistência de 60 Hz como referência, como fator de correção para o Efeito Pelicular $\left(\frac{R_f}{R_{60Hz}}\right)$ aplicado aos parâmetros de resistência da linha, de acordo com os cabos utilizados na linha de transmissão, conforme expresso em (116).

Caso 2: equações apresentadas na Figura 17 como fator de correção do efeito pele aplicado $\left(\frac{R_f}{R_{60Hz}}\right)$ aos parâmetros de resistência da linha, de acordo com os cabos utilizados na linha de transmissão, conforme expresso em (116).

$$R_{conductor_f} = \frac{R_f}{R_{60Hz}} R_{conductor}[\Omega] \tag{116}$$

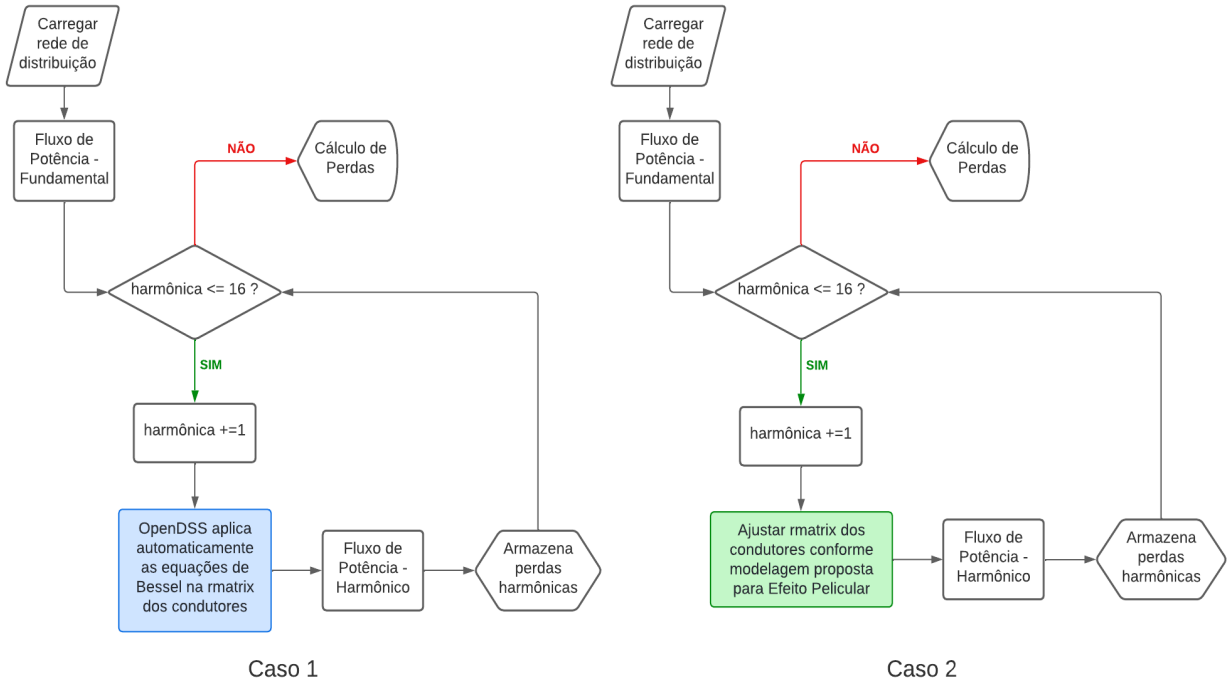


Figura 19. Fluxograma de cálculo de perdas considerando Casos 1 e 2.

Os tempos de simulação das duas condições mencionadas anteriormente são mostrados na Tabela 4.

Tabela 4. Tempo de simulação para fluxo de potência harmônico.

Caso 1	Caso 2	Tempo Reduzido	Percentual de Redução
279.64 s	231.25 s	48.39 s	17.30%

Outro aspecto que merece destaque é a confiabilidade dos resultados fornecidos pelo método proposto em relação às expressões de Bessel. Além disso, do ponto de vista dos sistemas de potência, as perdas de energia são segregadas em vários componentes, como ilustrado na Figura 20. As perdas por Efeito Pelicular são responsáveis por 4.00% das perdas adicionais no alimentador de teste IEEE 8500 nós.

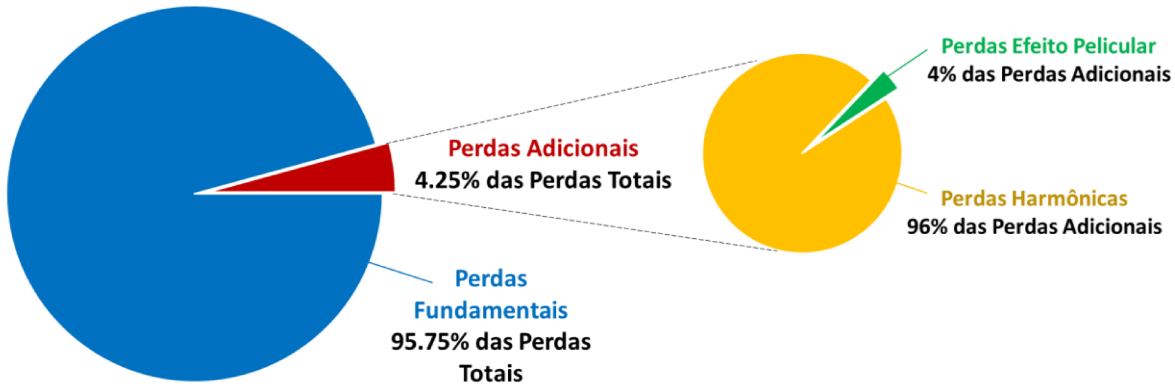


Figura 20. Perdas de energia calculada no IEEE 8500 nós, considerando condições distorcidas e Efeito Pelicular.

5. Conclusões

Os resultados da pesquisa realizada nesse estudo oferecem uma numa perspectiva do impacto que o Efeito Pelicular tem nos condutores de distribuição de energia elétrica, particularmente com relação às perdas por Efeito Joule associadas ao fenômeno previamente mencionado. O estudo almeja prover um entendimento matemático acerca da distribuição de corrente não uniforme na seção transversal do condutor, consequentemente explicando sua origem física. Um aspecto notável da pesquisa conduzida nesse trabalho é a metodologia de medição minuciosamente explicitada, a qual foi utilizada para avaliar quantitativamente o Efeito Pelicular em seis condutores comumente utilizados em sistemas de distribuição de energia elétrica. Destaca-se que a metodologia de medição foi criteriosamente analisada ao se comparar a resistência elétrica medida dos condutores, quando submetidos à corrente contínua, confrontando esses resultados com os apresentados pelo catálogo dos fabricantes. Nesse sentido, um erro inferior à 2,5% foi constatado, e portanto, corrobora-se que a metodologia de medição proposta nesse trabalho faz-se suficiente para o avaliar quantitativamente o Efeito Pelicular nos condutores em questão.

Adicionalmente, o estudo averiguou o comportamento da resistência elétrica do condutor sob componentes harmônicas de corrente da segunda (2ª) até a décima sexta (16ª) ordem harmônica, a fim de avaliar a significância do Efeito Pelicular nos condutores. Em suma, foi observado que não apenas o Efeito Pelicular implicava em incremento da resistência elétrica, mas também o aquecimento dos condutores proveniente do Efeito Joule. Sendo assim, quantificou-se a elevação de temperatura ao longo de todo o processo de medição. Dessa forma, observou-se que a resistividade elétrica teve incremento de 1,9%, devido ao aquecimento do condutor ao longo do procedimento de medição. Por outro lado, o aquecimento advindo exclusivamente do Efeito Pelicular foi de menor que 0.2%, o que é considerado irrelevante no que tange à medição de resistência elétrica,

Após medir a resistência elétrica dos condutores sob diferentes magnitudes de corrente elétrica (20A–40A) e frequência (60Hz–960Hz), os dados obtidos das medições foram aplicados aos condutores do alimentador IEEE 8500 nós para realizar estudo de fluxo de potência harmônico. A esse respeito, é constatado que as expressões matemáticas propostas nesse trabalho, que modelam o Efeito Pelicular para os condutores avaliados, apresentaram uma redução de 17% no tempo de simulação, considerando resultados do fluxo de potência

harmônico plenamente aderente aos métodos convencionais de simulação. Ainda, verificou-se que o Efeito Pelicular em um sistema de distribuição de energia é responsável por 4,0% das perdas adicionais – as quais correspondem à soma das perdas harmônicas às perdas por Efeito Pelicular nos condutores – conforme apresentado pela expressão (111).

Portanto, os estudos conduzidos nesse trabalho de pesquisa almejam fornecer uma perspectiva prática de um fenômeno comumente conhecido na comunidade científica, sendo a maior contribuição desse trabalho as expressões que modelam o Efeito Pelicular para condutores utilizados nos sistemas de distribuição de energia elétrica, as quais permitem uma redução no tempo de simulação para estudos de fluxo de potência harmônico.

5.1 Trabalhos Futuros

Ainda que o trabalho tenha contribuído para preencher uma lacuna no conhecimento científico acerca do tema, surgiram novas questões a serem exploradas, onde tais esclarecimentos possibilite melhores resultados, aos já apresentados nessa tese, assim como melhora no processo de implementação da metodologia. Nesse sentido tem-se:

- Elaborar ao invés de uma equação para cada condutor, investigar métodos matemáticos para desenvolver uma única equação, em função da bitola dos condutores, sobre o comportamento da resistência elétrica sob Efeito Pelicular.
- Realizar o mesmo procedimento para demais condutores comumente utilizados nos sistemas de distribuição de energia elétrica.

6. Referências Bibliográficas

[1] "PRODIST. Módulo 7 – Cálculo de Perdas na Distribuição," Agência Nacional de Energia Elétrica, 31 Dezembro 2008. [Online]. Available: https://www.aneel.gov.br/documents/656827/14866914/M%C3%B3dulo7_Revisao_5+-+Retificado/669bf2b6-7fb4-07e8-f5fd-0bea4d83ad34. [Acesso em 28 Janeiro 2021].

[2] F. A. L. a. P. H. P. A. E. Kennelly, "Experimental research on skin effect in conductors," Panama-Pacific Convention, AIEE, pp. 1953-2021, September 16, 1915. https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1915.4765283

[3] "On Some Effects of Alternating-Current Flow in Circuits having Capacity and self-induction," Journal of Institution of Electrical Engineers, vol. XX, p. 471, 1891. https://doi.org/10.1049/JIEE-1.1891.0019

[4] E. J. H. a. A. E. Kennelly., "The harmonics of alternating currents," The Electrical World, pp. 735-738, Junho 2, 1894.

[5] H. B. Dwight, J. E. Clem e L. P. Ferris, "Experimental Researches on Skin Effect in Conductors," Discussion at San Francisco, vol. I, nº 1, pp. 609 - 611, 1915. https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1915.4765283

[6] E. W. Davis, A. S. Dana e H. B. Dwight, "Skin Effect and Proximity Effect in Tubular Conductors," Discussion at MidWinter Convention, vol. I, nº 1, pp. 671 - 674, 1922. https://doi.org/10.1109/JoAIEE.1922.6593185

[7] X. Z. a. J. W. Dong Dai, "Calculation of AC Resistance for Stranded Single-Core Power Cable Conductors," IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, vol. 50, nº 11, 2014. https://doi.org/10.1109/TMAG.2014.2326040

[8] "The alternating-current resistance of parallel conductors of circular cross-section," Journal of the Institution of Electrical Engineers, vol. 1, pp. 49-58, 1935. https://doi.org/10.1049/jiee-1.1935.0121

[9] H. B. Dwight, "Reactance and Skin Effect of Concentric Tubular Conductors," IEEE Electrical Engineering Transactions, vol. 61, nº 1, pp. 513 - 518, 1942. https://doi.org/10.1109/EE.1942.6436424

[10] H. H. Race e C. V. Larrick, "High-Frequency Coaxial-Line Calculations," IEEE Electrical Engineering Transactions, vol. 61, nº 1, pp. 526 - 530, 1942. https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1942.5058554

[11] R. L. Wigington e N. S. Nahman, "Transient Analysis of Coaxial Cables Considering Skin Effect," Proceedings of Ire, vol. 44, nº 1, pp. 166 - 174, 1957. https://doi.org/10.1109/JRPROC.1957.278385

[12] A. H. Frei e M. J. O. Strutt, "Skin Effect in Semiconductors," Proceedings of the Ire, vol. 64, nº 1, pp. 1272 - 1277, 1960. https://doi.org/10.1109/JRPROC.1960.287649

[13] H. M. Schlicke, "Theory of Simulated Skin Effect Filters a Thin Film Approach to EMI," IEEE Transactions on Electromagnetic Compability, pp. 47 - 54, 1964. https://doi.org/10.1109/TEMC.1964.4307329

[14] C.-S. Yen, Z. Fazarinc e R. Wheeler, "Time-domain skin-effect model for transient analysis of lossy transmission lines," Proceedings of the IEEE, vol. 70, nº 7, pp. 750-757, 1982. https://doi.org/10.1109/PROC.1982.12381

[15] P. Rolicz, "Skin effect in a bifilar lead consisting of cylindrical conductors," Electric Power Systems Research, vol. 6, nº 3, pp. 167-176, 1983. https://doi.org/10.1016/0378-7796(83)90018-4

[16] J. Weiss e Z. J. Csendes, "A One-Step Finite Element Method for Multiconductors Skin Effect Problems," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vols.

%1 de %2PAS - 101, nº 10, pp. 3796 - 3803, 1982. https://doi.org/10.1109/TPAS.1982.317065

[17] R. Bargallo, “Finite Elements for Electrical Engineering,” 2006. [Online]. Available: http://www.aedie.org/eeej/webrevista/articulos/librosONLINE/EFRBP2006FULL.pdf. [Acesso em 26 Janeiro 2021].

[18] J. R. Brauer, "Finite Element Calculation of Eddy Currents and Skin Effects," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 18, nº 2, pp. 504-509, 1982. https://doi.org/10.1109/TMAG.1982.1061857

[19] J. D. L. Shao Keran, "A Skin Depth-Independent Finite Element Method for Eddy Current Problems," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 22, nº 5, pp. 1248-1251, 1986. https://doi.org/10.1109/TMAG.1986.1064630

[20] S. L. M. Berleze e R. Robert, "Skin and Proximity Effects in Nonmagnetic Conductors," IEEE Transactions on Education, vol. 46, nº 3, pp. 368 - 372, 2003. https://doi.org/10.1109/TE.2003.814591

[21] A. I. Brito, V. M. Machado, M. E. Almeida e M. G. d. Neves, "Skin and proximity effects in the series-impedance of three-phase underground cables," Electric Power Systems Research, vol. 130, nº 1, pp. 132-138, 2016. https://doi.org/10.1016/j.epsr.2015.08.027

[22] Y. W. a. J.-J. F. Nadir Idir, "Skin Effect and Dielectric Loss Models of Power Cables," IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, vol. 16, nº 1, pp. 147 - 153, 2009. https://doi.org/10.1109/TDEI.2009.4784562

[23] S. Nagai, T. Hayashi e A. Sanada, "Measurements of Anomalous Skin Effect in 1 THz Band," em 2013 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (MTT), Seattle, WA, 2013. https://doi.org/10.1109/MWSYM.2013.6697785

[24] E. S. Mawuli, Y. W, K. Kang e F. Sekyere, "A New GSG Pad Compact Model for Skin and Proximity Effect," em 2019 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference (APMC), Singapura, 2019. https://doi.org/10.1109/APMC46564.2019.9038205

[25] P. Meyer e Y. Perriard, "Skin and Proximity Effects for Coreless Transformers," em 2011 International Conference on Electrical Machines and Systems, Beijing, China, 2011. https://doi.org/10.1109/ICEMS.2011.6073351

[26] J. A. Ferreira, Electromagnetic Modelling of Power Electronic Converters, Madison: Springer Science, 1989. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2014-3

[27] J. Kiang, "Integral equation solution to the skin effect problem in conductor strips of finite thickness," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 39, nº 3, pp. 452-460, 1991. https://doi.org/10.1109/22.75287

[28] V. Morgan e R. Findlay, "The Effect of Frequency on the Resistance and Internal Inductance of Bare ACSR Conductors," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 6, nº 3, pp. 1319-1326, 1991. https://doi.org/10.1109/61.85881

[29] A. Loth e F. Lee, "Two-dimensional skin effect in power foils for high-frequency applications," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 31, nº 2, pp. 1003-1006, 1995. https://doi.org/10.1109/20.364775

[30] L. Heinemann, "Simulation and design of high frequency magnetics including the skin effect, nonlinear core properties and thermal effects," em Proceedings of Applied Power Electronics Conference., San Jose, California - USA, 2002. https://doi.org/10.1109/APEC.1996.500482

[31] M. A. Aziz, E. A. Elzahab, A. Ibrahim e A. Zobaa, "Skin effect on optimal power factor," em LESCOPE'02. 2002 Large Engineering Systems Conference on Power Engineering. Conference Proceedings, Halifax, NS, Canada, 2002. https://doi.org/10.1109/LESCPE.2002.1020669

[32] C. H. Chien e R. W. G. Bucknall, "Harmonic Calculations of Proximity Effect on Impedance Characteristics in Subsea Power Transmission Cables," IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY, vol. 24, nº 4, pp. 2150 - 2158, 2009. https://doi.org/10.1109/TPWRD.2009.2016800

[33] S. Mei e Y. Ismail, "Modeling skin effect with reduced decoupled R-L circuits," em Proceedings of the 2003 International Symposium on Circuits and Systems, 2003. ISCAS '03., Bangkok, Thailand, 2003. https://doi.org/10.1109/ISCAS.2003.1206150

[34] P. Bohm e G. Wachutka, "Numerical analysis tool for transient skin effect problems," em 2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551), Aachen, Germany, 2004. https://doi.org/10.1109/PESC.2004.1355534

[35] B. E. Fridman, "Skin-Effect in Massive Conductors and Transients in Electrical Circuits of Pulsed Power Facilities," em 2006 IEEE International Magnetics Conference (INTERMAG), San Diego, CA, USA, 2007. https://doi.org/10.1109/INTMAG.2006.375565

[36] F. J. Arcega e A. Pardina, "Study of Harmonics Thermal Effect in Conductors Produced by Skin Effect," *IEEE LATIN AMERICA TRANSACTIONS,* vol. 12, nº 8, pp. 1488 - 1495, 2014. https://doi.org/10.1109/TLA.2014.7014518

[37] M. A. Prša, K. K. Kasaš-Lažetić e N. D. Mučalica, "Skin effect and proximity effect in a real, high voltage, double three-phase system," em *2011 IEEE EUROCON - International Conference on Computer as a Tool*, Liboa, Portugal, 2011. https://doi.org/10.1109/EUROCON.2011.5929245

[38] A. Ducluzaux, "Schneider Electric Cahier Techniques," 1983. [Online]. Available: https://www.studiecd.dk/cahiers_techniques/Extra_losses_caused_in_high_current_conductors.pdf. [Acesso em 27 Janeiro 2021].

[39] G. S. Smith, "A simple derivation for the skin effect in a round wire," *European Journal of Physics,* vol. 35, nº 1, pp. 1-13, 2014. https://doi.org/10.1088/0143-0807/35/2/025002

[40] M. Stanculescu, M. Maricaru, V. Stefan-Minculete, S. Marinescu e I. F. Hantila, "Analytical Solution for Eddy Current Problem Using Space Eigenfunctions Expansion," *Revue Roumaine des Sciences Techniques—Serie Électrotechnique et Énergétique,* vol. 58, nº 2, pp. 123-134, 2013.

[41] J. H. A. Monteiro, E. C. M. Costa, A. J. G. Pinto, S. Kurokawa, O. M. O. Gatous e J. Pissolato, "Simplified skin-effect formulation for power transmission lines," *IET Science, Measurement and Technology,* vol. 8, nº 2, pp. 47 - 53, 2014. https://doi.org/10.1049/iet-smt.2013.0072

[42] J. M. Lopera, M. J. Prieto, J. Díaz e Jorge García, "A Mathematical Expression to Determine Copper Losses in Switching-Mode Power Supplies Transformers Including Geometry and Frequency Effects," *IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS,* vol. 30, nº 4, pp. 2219 - 2230, 2015. https://doi.org/10.1109/TPEL.2014.2324977

[43] J. He, L. Yu, X. Wang e X. Song, "Simulation of Transient Skin Effect of DC Railway System Based on MATLAB/Simulink," *IEEE Transactions on Power Delivery,* vol. 28, nº 1, pp. 145-152, 2012. https://doi.org/10.1109/TPWRD.2012.2220787

[44] J. Li, Q. Yang, Y. Li, C. Zhang e a. B. Qu, "Measurement and Modeling of 3-D Rotating Anomalous Loss Considering Harmonics and Skin Effect of Soft Magnetic Materials," *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS,* vol. 53, nº 6, 2017. https://doi.org/10.1109/TMAG.2017.2665491

[45] J. R. González-Teodoro, V. Kindl, E. Romero-Cadaval e R. Asensi, "Analysis of Skin Effect in Single Wire Resistance by Finite Element Methods," *2020 IEEE 14th International Conference on Compatibility, Power Electronics and Power*

Engineering (CPE-POWERENG), 8 - 10 Julho 2020. https://doi.org/10.1109/CPE-POWERENG48600.2020.9161540

[46] X. B. Haitao Shi, L. Wang e B. Han, "A New Method for Calculating the Line Loss of Distribution Network upon the Skin Effect," *2011 International Conference on Electrical and Control Engineering,* pp. 1411 - 1414, 16 - 18 Setembro 2011. https://doi.org/10.1109/ICECENG.2011.6057297

[47] R. Radetić, M. Pavlov-Kagadejev, D. Brodić e N. Milivojević, "An Approach to the Low-Resistance Measurement," *SERBIAN JOURNAL OF ELECTRICAL ENGINEERING,* vol. 10, nº 2, pp. 293 - 307, 2013. https://doi.org/10.2298/SJEE130411005R

[48] L. Callegaro, Electrical Impedance: Principles, Measurement and Applications, Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.

[49] D. A. Bell, Electronic Instrumentation and Measurements, New Delhi: Prentice-Hall of India, 2003.

[50] "A measuring system of conductor AC and DC resistance," *8th International Conference on Insulated Power Cables,* 19-23 Junho 2011.

[51] K. L. Kishore, Electronic Measurements and Instrumentation, New Delhi: Pearson, 2010.

[52] R. Suchantke, *Alternating Current Loss Measurement of Power Cable Conductors with Large Cross Sections Using Electrical Methods,* Berlim: Universidade de Berlim, 2018. http://dx.doi.org/10.14279/depositonce-7345

[53] W. H. Jr. e J. A. Buck, Eletromagnetismo, McGrawHill, 2013.

[54] J. C. A. Barata, "Notas para um Curso de Física-Matemática," 04 Dezembro 2020. [Online]. Available: http://denebola.if.usp.br/~jbarata/Notas_de_aula/capitulos.html. [Acesso em 16 Fevereiro 2021].

[55] M. K. Kazimierczuk, High-Frequency Magnetic Components, Dayton, Ohio, USA: Wiley, 2014. https://doi.org/10.1002/9781118717806 PMCid:PMC3743166

[56] J. V. Jr e E. C. d. Oliveira, Métodos Matemáticos, Campinas: Editora da Unicamp, 2016.

[57] G. Arfken, H. Weber e F. Harris, Física Matemática: métodos matemáticos para engenharia e física, GEN LTC, 2017.

[58] W. D. J. Callister e D. G. Rethwisch, Ciência e Engenharia de Materiais - Uma Introdução, Rio de Janeiro: LTC, 2020.

[59] "Catalog and electrical characteristics for conductors," Nexans, [Online]. Available: https://www.nexans.com.br/en/products/Transmission.and.Distribution/OHL.AWG/AWG/Aluminium.528.html. [Acesso em Dezembro 2022].

[60] R. F. D. R. C. Arritt, "The IEEE 8500-node test feeder," em *IEEE PES T&D 2010*, New Orleans, LA, USA, 2010. https://doi.org/10.1109/TDC.2010.5484381

[61] V. R. Neves Junior, *Determinação da tipologia de curvas de carga em frequências harmônicas para consumidores residenciais de baixa tensão,* Uberlandia - MG: Repositório UFU, 2022. http://doi.org/10.14393/ufu.di.2022.556

[62] D. Meeker, "Finite Element Method Magnetics - User's Manual," 2020.

[63] "Nexans Brasil - Electrify the Future," Nexans, [Online]. Available: https://www.nexans.com.br/eservice/Brazil-pt_BR/navigate_-42/Especialista_global_em_cabos_e_sistemas_de_cabeamento.html. [Acesso em 03 06 2021].

[64] L. d. L. Braz, "Quantificação das Perdas Técnicas da Distribuição em Condições Distorcidas," Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Uberlândia-MG, 2019. http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2019.2069

APÊNDICE A

Código Pyhton: Processamento dos dados de medição

TRANSFORMADA DE FOURIER

```
import math
import cmath
import pandas as pd
import numpy as np
from scipy.fft import fft, fftfreq
import matplotlib.pyplot as plt
import tkinter as tk
from tkinter import *
from tkinter import ttk
from tkinter import filedialog
import os
import winsound

def clique_abrir():
    global caminho
    caminho = filedialog.askdirectory()

    if caminho != '':

        abrir["state"] = "disabled"
        status["text"] = "Status: Processando os dados. Por favor, aguarde.
"
        progress_bar.place(x=10, y=75)
        progresso = 0.0
        percentual.config(text=str(round(progresso / 170 * 100, 1)) + " %")
#AJUSTAR PARA QUANTIDADE MAXIMA DE ARQUIVOS (170 NESSE CASO)
        progress_bar['value'] = progresso / 170 * 100 #AJUSTAR PARA QUANTIDADE
MAXIMA DE ARQUIVOS (170 NESSE CASO)
        root.update()

    todos_arquivos = os.listdir(fr"{caminho}")
    k = len(todos_arquivos)
    a = 0

    frequencia = ['CC', '60Hz', '120Hz', '180Hz', '240Hz', '300Hz', '360Hz',
'420Hz', '480Hz', '540Hz', '600Hz',
                  '660Hz', '720Hz', '780Hz', '840Hz', '900Hz', '960Hz']
    corrente_teste = ['2A', '4A', '6A', '8A', '10A', '12A', '14A', '16A', '18A',
'20A']

    freq = ['0', '60', '120', '180', '240', '300', '360', '420', '480', '540',
'600',
                  '660', '720', '780', '840', '900', '960']

    np.random.seed(101)

    data = np.random.randn(17, 10)

    tabela_resistencia = pd.DataFrame(data, frequencia, corrente_teste)

    while a < k:
        dados = pd.read_csv(fr"{caminho}\{todos_arquivos[a]}")

        f_amostral = 1/(dados.TIME[1] - dados.TIME[0])
        tensao = dados[str(dados.columns[1])]
        corrente = dados[str(dados.columns[2])]


        T_amostral = 1/f_amostral
        N = tensao.size
        # xf = fftfreq(N, T_amostral)[:N//2]

        fourier_tensao = fft(tensao.values)
        fourier_corrente = fft(corrente.values)
        fourier_tensao_angulo = np.empty(shape=len(fourier_tensao))
```

```
        fourier_corrente_angulo = np.empty(shape=len(fourier_corrente))
        impedancia_modulo = np.empty(shape=len(fourier_tensao))
        impedancia_angulo = np.empty(shape=len(fourier_corrente))
        resistencia = np.empty(shape=len(fourier_tensao))
        reatancia = np.empty(shape=len(fourier_tensao))

        for n in range(len(fourier_tensao)):

            fourier_tensao_angulo[n] = (180/math.pi) *
cmath.phase(fourier_tensao[n])
            fourier_corrente_angulo[n] = (180/math.pi) *
cmath.phase(fourier_corrente[n])

        tabela = dict()

        tabela["Frequencia"] = range(0, 2500000, 20)
        tabela["Tensao - Magnitude"] = 2.0/(math.sqrt(2) * N) *
np.abs(fourier_tensao[0:N//2])
        tabela["Tensao - Angulo"] = fourier_tensao_angulo[0:N//2]
        tabela["Corrente - Magnitude"] = 2.0/(math.sqrt(2) * N) *
np.abs(fourier_corrente[0:N//2])
        tabela["Corrente - Angulo"] = fourier_corrente_angulo[0:N//2]

        for n in range(len(fourier_tensao)):
            impedancia_modulo[n] =
np.abs(fourier_tensao[n])/np.abs(fourier_corrente[n])
            impedancia_angulo[n] = fourier_tensao_angulo[n]-
fourier_corrente_angulo[n]
            resistencia[n] = impedancia_modulo[n] *
math.cos((math.pi/180)*impedancia_angulo[n])
            reatancia[n] = impedancia_modulo[n] *
math.sin((math.pi/180)*impedancia_angulo[n])

        tabela["Impedancia - Modulo"] = impedancia_modulo[0:N//2]
        tabela["Impedancia - Angulo"] = impedancia_angulo[0:N//2]
        tabela["Resistencia"] = resistencia[0:N//2]
        tabela["Reatancia"] = reatancia[0:N//2]
        resultado = pd.DataFrame().from_dict(tabela)

        for n in range(len(corrente_teste)):
            if corrente_teste[n] in todos_arquivos[a]:
                for m in range(len(freq)):
                    tabela_resistencia[f'{frequencia[m]}', f'{corrente_teste[n]}']
= resultado.loc[f'{freq[m]}', 'Resistencia']


        progresso += 1
        percentual.config(text=str(round(progresso / 170 * 100, 1)) + " %")
#AJUSTAR PARA QUANTIDADE MAXIMA DE ARQUIVOS (170 NESSE CASO)
        progress_bar['value'] = progresso / 170 * 100 #AJUSTAR PARA QUANTIDADE
MAXIMA DE ARQUIVOS (170 NESSE CASO)
        root.update()
        a += 1
        # plt.plot(xf, 2.0/N * np.abs(fourier_tensao[0:N//2]))
        # plt.grid()
        # plt.show()
    winsound.MessageBeep()
    status["text"] = "Status: Fim!! Arquivo salvo na pasta selecionada.
"
    root.update()

# Criação da Interface Gráfica

caminho = ''
root = tk.Tk()
root.title("Cálculo de Fourier do Osciloscopio")
```

```
root.geometry("350x135")
root.resizable(False, False)
texto = Label(root, text="Selecione a pasta em que se encontram os arquivos.")
texto.place(x=35, y=5)
abrir = tk.Button(root, text="Selecionar", padx=10, pady=2, command=clique_abrir)
abrir.place(x=135, y=35)
progress_bar = ttk.Progressbar(root, orient=HORIZONTAL, length=280,
mode='determinate')
percentual = Label(root, text="")
percentual.place(x=295, y=75)
status = Label(root, text="Status: Aguardando a seleção da pasta.
",
               borderwidth=2, relief='groove')
status.place(x=10, y=108)
root.mainloop()
```

CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS DOS CONDUTORES

```
import math
import cmath
import pandas as pd
import numpy as np
from scipy.fft import fft, fftfreq
import matplotlib.pyplot as plt
import tkinter as tk
from tkinter import *
from tkinter import ttk
from tkinter import filedialog
import os
import winsound

def clique_abrir():
    global caminho
    caminho = filedialog.askdirectory()

    if caminho != '':

        abrir["state"] = "disabled"
        status["text"] = "Status: Processando os dados. Por favor, aguarde.
"
        progress_bar.place(x=10, y=75)
        progresso = 0.0
        percentual.config(text=str(round(progresso / 170 * 100, 1)) + " %")
#AJUSTAR PARA QUANTIDADE MAXIMA DE ARQUIVOS (170 NESSE CASO)
        progress_bar['value'] = progresso / 170 * 100 #AJUSTAR PARA QUANTIDADE
MAXIMA DE ARQUIVOS (170 NESSE CASO)
        root.update()

    todos_arquivos = os.listdir(fr"{caminho}")
    k = len(todos_arquivos)
    a = 0

    frequencia = ['CC', '60Hz', '120Hz', '180Hz', '240Hz', '300Hz', '360Hz',
'420Hz', '480Hz', '540Hz', '600Hz',
                  '660Hz', '720Hz', '780Hz', '840Hz', '900Hz', '960Hz']
    corrente_teste = ['-2A', '4A', '6A', '8A', '10A', '12A', '14A', '16A', '18A',
'20A']

    freq = [0, 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, 600, 660, 720, 780, 840,
900, 960]

    np.random.seed(101)

    data = np.random.randn(17, 10)
```

```
    tabela_resistencia = pd.DataFrame(data, frequencia, corrente_teste)
    tabela_reatancia = pd.DataFrame(data, frequencia, corrente_teste)


    while a < k:
        dados = pd.read_csv(fr"{caminho}\{todos_arquivos[a]}")

        f_amostral = 1/(dados.TIME[1] - dados.TIME[0])
        tensao = dados[str(dados.columns[1])]
        corrente = dados[str(dados.columns[2])]


        T_amostral = 1/f_amostral
        N = tensao.size
        # xf = fftfreq(N, T_amostral)[:N//2]

        fourier_tensao = fft(tensao.values)
        fourier_corrente = fft(corrente.values)
        fourier_tensao_angulo = np.empty(shape=len(fourier_tensao))
        fourier_corrente_angulo = np.empty(shape=len(fourier_corrente))
        impedancia_modulo = np.empty(shape=len(fourier_tensao))
        impedancia_angulo = np.empty(shape=len(fourier_corrente))
        resistencia = np.empty(shape=len(fourier_tensao))
        reatancia = np.empty(shape=len(fourier_tensao))

        for n in range(len(fourier_tensao)):

            fourier_tensao_angulo[n] = (180/math.pi) *
cmath.phase(fourier_tensao[n])
            fourier_corrente_angulo[n] = (180/math.pi) *
cmath.phase(fourier_corrente[n])

        tabela = dict()

        tabela["Tensao - Magnitude"] = 2.0/(math.sqrt(2) * N) *
np.abs(fourier_tensao[0:N//2])
        tabela["Tensao - Angulo"] = fourier_tensao_angulo[0:N//2]
        tabela["Corrente - Magnitude"] = 2.0/(math.sqrt(2) * N) *
np.abs(fourier_corrente[0:N//2])
        tabela["Corrente - Angulo"] = fourier_corrente_angulo[0:N//2]

        for n in range(len(fourier_tensao)):
            impedancia_modulo[n] =
np.abs(fourier_tensao[n])/np.abs(fourier_corrente[n])
            impedancia_angulo[n] = fourier_tensao_angulo[n]-
fourier_corrente_angulo[n]
            resistencia[n] = impedancia_modulo[n] *
math.cos((math.pi/180)*impedancia_angulo[n])
            reatancia[n] = impedancia_modulo[n] *
math.sin((math.pi/180)*impedancia_angulo[n])

        tabela["Impedancia - Modulo"] = impedancia_modulo[0:N//2]
        tabela["Impedancia - Angulo"] = impedancia_angulo[0:N//2]
        tabela["Resistencia"] = resistencia[0:N//2]
        tabela["Reatancia"] = reatancia[0:N//2]
        resultado = pd.DataFrame().from_dict(tabela)

        index_resultado = range(0, 2500000, 20)
        resultado.index = index_resultado
        # index_frequencia = range(0, 1020, 60)
        # for n in range(len(index_resultado)):
        #     for m in range(len(index_frequencia)):
        #         if index_resultado[n] != index_frequencia[m]:
        #             resultado.drop(index_resultado[n], axis=0)

        for n in range(len(corrente_teste)):
```

```
            if corrente_teste[n] in todos_arquivos[a]:
                for m in range(len(freq)):
                    if frequencia[m] in todos_arquivos[a]:
                        valor_antigo_resistencia =
tabela_resistencia[f'{corrente_teste[n]}'][f'{frequencia[m]}']
                        valor_novo_resistencia = resultado.loc[freq[m],
'Resistencia']
                        tabela_resistencia =
tabela_resistencia.replace(valor_antigo_resistencia, valor_novo_resistencia)
                        valor_antigo_reatancia =
tabela_reatancia[f'{corrente_teste[n]}'][f'{frequencia[m]}']
                        valor_novo_reatancia = resultado.loc[freq[m], 'Reatancia']
                        tabela_reatancia =
tabela_reatancia.replace(valor_antigo_reatancia, valor_novo_reatancia)

        progresso += 1
        percentual.config(text=str(round(progresso / 170 * 100, 1)) + " %")
#AJUSTAR PARA QUANTIDADE MAXIMA DE ARQUIVOS (170 NESSE CASO)
        progress_bar['value'] = progresso / 170 * 100 #AJUSTAR PARA QUANTIDADE
MAXIMA DE ARQUIVOS (170 NESSE CASO)
        root.update()
        a += 1

    tabela_resistencia.to_csv(fr"{caminho}\TabelaResistencia_2-0AWG.csv",
index=False)
    tabela_reatancia.to_csv(fr"{caminho}\TabelaReatancia_2-0AWG.csv", index=False)


    winsound.MessageBeep()
    status["text"] = "Status: Fim!! Arquivo salvo na pasta selecionada.
"
    root.update()

# Criação da Interface Gráfica

caminho = ''
root = tk.Tk()
root.title("Cálculo de Fourier do Osciloscopio")

root.geometry("350x135")
root.resizable(False, False)
texto = Label(root, text="Selecione a pasta em que se encontram os arquivos.")
texto.place(x=35, y=5)
abrir = tk.Button(root, text="Selecionar", padx=10, pady=2, command=clique_abrir)
abrir.place(x=135, y=35)
progress_bar = ttk.Progressbar(root, orient=HORIZONTAL, length=280,
mode='determinate')
percentual = Label(root, text="")
percentual.place(x=295, y=75)
status = Label(root, text="Status: Aguardando a seleção da pasta.
",
               borderwidth=2, relief='groove')
status.place(x=10, y=108)
root.mainloop()
```

APÊNDICE B

Código Pyhton: Cálculo de Perdas

```
import time

import py_dss_interface
import os

import scipy
import winsound
import tkinter as tk
from tkinter import *
from tkinter import filedialog
from tkinter import ttk
import numpy as np

def clique_abrir():
    global caminho
    caminho = filedialog.askdirectory()
    if caminho != '':

        abrir["state"] = "disabled"
        status["text"] = "Status: Processando os dados. Por favor, aguarde.
"
        progress_bar.place(x=10, y=100)
        progresso = 0.0
        percentual.config(text=str(0.0) + " %")
        progress_bar['value'] = 0.0
        root.update()

        dss = py_dss_interface.DSSDLL()
        dss.dss_write_allow_forms(0)

        todos_arquivos = os.listdir(fr"{caminho}")
        arquivos = [k for k in todos_arquivos if 'Master' in k]

        for arquivo in arquivos:

            nome_arquivo.config(text=arquivo)
            root.update()

            dss_file = fr"{caminho}\{arquivo}"
            dss.text(f"Compile [{dss_file}]")

            dss.text('Redirect ESPECTROS.dss')

            # dss.text('BatchEdit Load.. spectrum=spectrum8500buses')
            dss.text("set NeglectLoadY=Yes")

            perdas_dia_harm = 0
            pot_dia = 0
            perdas_dia = 0
            lines = list()
            linecodes_relation = list()
            line_codes = list()
            r1_line_codes = list()

            inicio = time.time()

            dss.lines_first()
            for _ in range(dss.lines_count()):
                if 'cmt' not in dss.lines_read_name():
                    lines.append(dss.lines_read_name())
                    linecodes_relation.append(dss.lines_read_linecode())
                dss.lines_next()

            dss.linecodes_first()
            for _ in range(dss.linecodes_count()):
                line_codes.append(dss.linecodes_read_name())
```

```
                r1_line_codes.append(dss.linecodes_read_r1())
                dss.linecodes_next()

            frequencias = [60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, 600, 660,
720, 780, 840, 900, 960]
            skin_depth = list()
            mi = 4 * np.pi * 1e-7
            sigma = 1 / 2.82e-8
            for n in range(len(frequencias)):
                skin_depth.append(1000 / (np.sqrt(np.pi * frequencias[n] * mi *
sigma)))
            for hora in range(24):
                m = 0
                for m in range(dss.linecodes_count()):
                    dss.text(f'edit Linecode.{line_codes[m]} r1 =
{r1_line_codes[m]}')
                    m += 1

                p = 0
                for p in range(len(lines)):
                    dss.text(f'edit Line.{lines[p]}
linecode={linecodes_relation[p]}')
                    p += 1

                dss.loads_first()
                for load in range(dss.loads_count()):
                    dss.loads_write_spectrum(dss.loads_read_daily() + f'_H{hora}')
                    dss.loads_next()

                dss.text(f"set mode=daily")
                dss.text(f"set hour={hora} number=1")
                dss.solution_solve()
                pot_dia += dss.circuit_total_power()[0] * -1
                perdas_dia += dss.circuit_losses()[0] / 1000

                for harmonic in range(2, 17, 1):

                    m = 0
                    for m in range(dss.linecodes_count()):
                        dss.text(f'edit Linecode.{line_codes[m]} r1 =
{r1_line_codes[m]}')
                        m += 1

                    p = 0
                    for p in range(len(lines)):
                        dss.text(f'edit Line.{lines[p]}
linecode={linecodes_relation[p]}')
                        p += 1


                        m = 0
                        for m in range(len(line_codes)):
                            if '48mt' in line_codes[m] or '1mt' in line_codes[m] or
'261bt' in line_codes[m] or '32mt' in line_codes[m] or '1000bt' in line_codes[m]:
                                valor_novo = 0.0003*harmonic*60 + 0.9707
                                dss.text(f'edit Linecode.{line_codes[m]} r1 =
{r1_line_codes[m] * valor_novo}')
                            elif '295bt' in line_codes[m]:
                                valor_novo = 0.0005*harmonic*60 + 0.9374
                                dss.text(f'edit Linecode.{line_codes[m]} r1 =
{r1_line_codes[m] * valor_novo}')
                            elif '40mt' in line_codes[m] or '89mt' in
line_codes[m]:
                                valor_novo = 0.0003*harmonic*60 + 0.9786
                                dss.text(f'edit Linecode.{line_codes[m]} r1 =
{r1_line_codes[m] * valor_novo}')
```

```
                            elif '4503bt' in line_codes[m] or '47mt' in
line_codes[m]:
                                valor_novo = 0.0007*harmonic*60 + 0.9538
                                dss.text(f'edit Linecode.{line_codes[m]} r1 =
{r1_line_codes[m] * valor_novo}')
                            elif '295mt' in line_codes[m]:
                                valor_novo = 0.0005*harmonic*60 + 0.9463
                                dss.text(f'edit Linecode.{line_codes[m]} r1 =
{r1_line_codes[m] * valor_novo}')
                            elif '29mt' in line_codes[m] or '39mt' in line_codes[m]
or '68bt' in line_codes[m] or '10bt' in line_codes[m]:
                                valor_novo = 0.0005*harmonic*60 + 0.9759
                                dss.text(f'edit Linecode.{line_codes[m]} r1 =
{r1_line_codes[m] * valor_novo}')
                            m += 1

                    p = 0
                    for p in range(len(lines)):
                        dss.text(f'edit Line.{lines[p]}
linecode={linecodes_relation[p]}')
                        p += 1

                    dss.text("set mode=harmonic")
                    dss.text(f"set harmonic={harmonic}")
                    dss.solution_solve()
                    perdas_dia_harm += dss.circuit_losses()[0] / 1000

            perdas_fund = perdas_dia / pot_dia * 100
            perdas_harm = (perdas_dia_harm + perdas_dia)/pot_dia*100
            aumento = (perdas_harm/perdas_fund-1)*100
            fim = time.time()
            print(fim-inicio)
        progresso += 1

        root.update()

        winsound.MessageBeep()
        status["text"] = "Status: Fim!! Arquivo salvo na pasta selecionada.
"
        root.update()


# Criação da Interface Gráfica

caminho = ''
root = tk.Tk()
root.title("Perdas Equatorial - Caso 04 A")
root.geometry("360x160")
root.resizable(False, False)
texto = Label(root, text="Selecione a pasta em que se encontram todos os
alimentadores.")
texto.place(x=8, y=5)
abrir = tk.Button(root, text="Selecionar", padx=10, pady=2, command=clique_abrir)
abrir.place(x=135, y=40)
nome_arquivo = Label(root, text="")
nome_arquivo.place(x=110, y=75)
progress_bar = ttk.Progressbar(root, orient=HORIZONTAL, length=300,
mode='determinate')
percentual = Label(root, text="")
percentual.place(x=315, y=100)
status = Label(root, text="Status: Aguardando a seleção da pasta.
",
               borderwidth=2, relief='groove')
status.place(x=10, y=130)
root.mainloop()
```