



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



ISADORA VIEIRA DOS SANTOS

**ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE TALUDES ROCHOSOS
FRATURADAS UTILIZANDO
ELEMENTOS FINITOS DE ALTA RAZÃO DE ASPECTO**

Uberlândia, 2025

ISADORA VIEIRA DOS SANTOS

**ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE TALUDES ROCHOSOS
FRATURADAS UTILIZANDO
ELEMENTOS FINITOS DE ALTA RAZÃO DE ASPECTO**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Construção Civil,
Estruturas e Geotecnia

Orientador: Prof. Dr. Michael Andrade
Maedo

Uberlândia, 2025

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

S237	Santos, Isadora Vieira dos, 1996-
2025	Análise da estabilidade de taludes rochosos fraturadas utilizando elementos finitos de alta razão de aspecto [recurso eletrônico] / Isadora Vieira dos Santos. 2025. Orientador: Michael Andrade Maedo. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Engenharia Civil. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.di.2025.67 Inclui bibliografia. 1. Engenharia civil. I. Maedo, Michael Andrade, 1987-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Pósgraduação em Engenharia Civil. III. Título. CDU: 624

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091
Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Civil				
Defesa de:	Dissertação de Mestrado Acadêmico, 313, PPGEC				
Data:	03 de fevereiro de 2025	Hora de início:	14:03hs	Hora de encerramento:	16:00
Matrícula do Discente:	12222ECV008				
Nome do Discente:	Isadora Vieira dos Santos				
Título do Trabalho:	Análise da estabilidade de taludes rochosos fraturadas utilizando elementos finitos de alta razão de aspecto				
Área de concentração:	Construção Civil, Estruturas e Geotecnia				
Linha de pesquisa:	Geotecnia				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Modelagem do comportamento de meios rochosos com a utilização da técnica de fragmentação da malha e elementos de acoplamento				

Reuniu-se, em sessão pública por webconferência, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, assim composta pelos Professores Doutores: Leonardo José do Nascimento Guimarães - UFPE, Jean Rodrigo Garcia - UFU e Michael Andrade Maedo, orientador da candidata.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Michael Andrade Maedo, apresentou a Comissão Examinadora e a candidata, agradeceu a presença do público, e concedeu à discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação da Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Michael Andrade Maedo**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 03/02/2025, às 15:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jean Rodrigo Garcia, Professor(a) do Magistério Superior**, em 03/02/2025, às 16:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo José do Nascimento Guimarães, Usuário Externo**, em 03/02/2025, às 22:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **6024576** e o código CRC **AF6EA307**.

Referência: Processo nº 23117.002520/2025-10

SEI nº 6024576

“Somos feitos de poeira de estrelas.”

Carl Sagan

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, Maria Marta e Rubinaldo pela dedicação total à educação dos seus filhos, mesmo em meio à tantas dificuldades financeiras. Eles são o meu grande exemplo de pessoas de sucesso. Sem todo o apoio e incentivo que tive eu não estaria aqui.

Aos meus irmãos, Caio, Geovana e Jordana por serem minha motivação para conquistar todos os meus sonhos e servir de exemplo a eles, mostrando que realmente somos capazes. Meus irmãos são o combustível da minha força.

Agradeço ao meu noivo Leandro pelo companheirismo e incentivo ao longo da minha vida acadêmica. O seu acalento nos dias difíceis e a felicidade compartilhada nas vitórias me motiva a persistir em meio a todas as dificuldades.

Agradeço também ao meu professor e orientador Professor Dr. Michael Maedo que nunca mediu esforços para me auxiliar e ensinar, sempre muito atencioso, dedicado, respeitoso e paciente. Guardarei seus ensinamentos pelo resto da vida.

Por fim, agradeço à FAPEMIG pelo apoio financeiro concedido por meio do Processo APQ-00990-22, que foi essencial para a realização deste trabalho e para o avanço das pesquisas desenvolvidas.

RESUMO

O comportamento dos taludes rochosos é bastante complexo, posto que a presença das descontinuidades também afeta diretamente a estabilidade dos mesmos e sua análise precisa pode prevenir acidentes e reduzir custos operacionais. Neste contexto, propõe-se o desenvolvimento e validação de um modelo numérico baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF) para simular o comportamento mecânico desses taludes, incorporando Elementos Finitos de Alta Razão de Aspecto (EF-ERA) para representar as fraturas. Tais elementos são capazes de reproduzir o comportamento de descontinuidades (i.e., fissuras e fraturas) por meio de modelos constitutivos de dano contínuo, de modo que tais elementos são introduzidos na malha original na posição da fratura. Dessa forma, o processo de ruptura leva em consideração a influência da fratura existente. Tal técnica vem sendo amplamente utilizada para tratar de fraturas em estruturas de concreto, engenharia de petróleo e ressecamento de solos, contudo, o seu potencial ainda não foi explorado ou estendido para investigar taludes constituídos de rochas. O modelo foi implementado no software CODE_BRIGHT e comparado às simulações realizadas no software comercial RS2, que utiliza elementos de espessura nula para modelar descontinuidades. A metodologia adotada inclui a técnica de Redução da Resistência ao Cisalhamento (RRC) para determinar o fator de segurança de taludes, além da aplicação do modelo constitutivo de Mohr-Coulomb para os materiais do maciço e modelo de dano friccional de Mohr Coulomb para as fraturas. Os resultados obtidos foram validados a partir de estudos de referência da literatura, demonstrando boa concordância entre as abordagens utilizadas. Os resultados indicam que a abordagem com EF-ERA permite uma representação detalhada do comportamento das fraturas, contribuindo para uma análise mais realista da estabilidade de taludes rochosos.

Palavras-chave : estabilidade de taludes, elementos finitos, fraturas, fator de segurança, redução da resistência ao cisalhamento.

ABSTRACT

The behavior of rock slopes is highly complex, as the presence of discontinuities directly affects their stability, and accurate analysis can prevent accidents and reduce operational costs. In this context, the development and validation of a numerical model based on the Finite Element Method (FEM) is proposed to simulate the mechanical behavior of these slopes, incorporating High Aspect Ratio Finite Elements (HAR-FE) to represent fractures. These elements can reproduce the behavior of discontinuities (i.e., fissures and fractures) through continuous damage constitutive models, allowing their introduction into the original mesh at the fracture location. Consequently, the failure process accounts for the influence of existing fractures. This technique has been widely used to model fractures in concrete structures, petroleum engineering, and soil desiccation. However, its potential has not yet been explored or extended to investigate slopes composed of rock masses. The model was implemented in the CODE_BRIGHT software and compared to simulations performed in the commercial software RS2, which uses zero-thickness elements to model discontinuities. The adopted methodology includes the Shear Strength Reduction (SSR) technique to determine the slope safety factor, along with the application of the Mohr-Coulomb constitutive model for the rock mass and the Mohr-Coulomb frictional damage model for fractures. The results were validated using reference studies from the literature, demonstrating good agreement between the approaches used. The findings indicate that the HAR-FE approach allows for a detailed representation of fracture behavior, contributing to a more realistic analysis of rock slope stability.

Keywords: slope stability, finite elements, fractures, safety factor, shear strength reduction.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Corpo arbitrário / elemento infinitesimal	23
FIGURA 2 - Círculo de Mohr	26
FIGURA 3 - Elemento finito triangular de três nós	28
FIGURA 4 - Processo de análise com o programa CB	34
FIGURA 5 - Propriedades geométricas – validação do modelo MC	36
FIGURA 6 - Resultados das Pressões de solo ao longo da altura – validação do modelo MC	37
FIGURA 7 - Geometria - Análise axissimétrica de fundação rasa.....	38
FIGURA 8 - Resultados - Análise axissimétrica de fundação rasa.....	38
FIGURA 9 - Resultados das análises para fundação rasa - validação do modelo MC.....	39
FIGURA 10 - Geometria do talude - validação do modelo MC	40
FIGURA 11 - Resultados - Validação Análise de Estabilidade de Taludes.....	40
FIGURA 12 – Resultados das análises do talude – validação modelo MC	41
FIGURA 13 - Geometria e condições de contorno para o teste de dois blocos usado na validação do modelo de Mohr-Coulomb.	42
FIGURA 14 - Resultados das análises para variação da coesão dos blocos sujeitos a cisalhamento	42
FIGURA 15 - Resultados das análises para variação do ângulo de atrito dos blocos sujeitos a cisalhamento	43
FIGURA 16 - Geometria do talude e as diferentes inclinações da fratura	44
FIGURA 17 - Resultados de RRC para Taludes com 1 fratura	45
FIGURA 18 - Erro máximo entre as técnicas.....	46
FIGURA 19 - Deslocamentos resultantes (xy) para o talude rochoso com fratura única	47
FIGURA 20 - Geometria do talude rochoso com as duas distribuições de fraturas consideradas	49
FIGURA 21 – Campos de deslocamentos totais obtidos com o programa RS2 – $FS_{RRC} = 1,58$	50
FIGURA 22 – Campos de deslocamentos totais obtidos com elementos de alta razão de aspecto CB – $FS_{RRC} = 1,60$	51

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Esquema de integração IMPL-EX para o modelo de Mohr-Coulomb	29
TABELA 2 - Propriedades físicas da massa de solo – validação do modelo MC	36
TABELA 3 - Propriedades físicas da massa de solo – validação do modelo MC	38
TABELA 4 – Deslocamentos adimensionais obtidos – validação do modelo MC.....	41
TABELA 5 - Propriedades utilizadas para estudar a influência do ângulo da fratura no fator de segurança do talude rochoso homogêneo.	45
TABELA 6 - Propriedades do maciço rochoso com múltiplas fraturas.	50
TABELA 7 - Porcentagem de erro entre análises utilizando o CB e o RS2.	50

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MEF – Método dos Elementos Finitos

MEL – Método de Equilíbrio Limite

MED – Método dos Elementos Discretos

EF - Elementos Finitos

FS – Fator de Segurança

RRC – Redução da Resistência ao Cisalhamento

EF-ERA – Elementos Finitos de Alta Razão de Aspecto

MC - Modelo constitutivo de Mohr-Coulomb

SSR – Shear Strength Reduction (Redução da Resistência ao Cisalhamento)

SPT – Standard Penetration Test (Ensaio de Penetração Padrão)

CB – CODE_BRIGHT (Software utilizado no estudo)

RS2 – Software comercial utilizado para simulações

UPC – Universidade Politécnica da Catalunha

FRAG – Programa utilizado para inserir elementos finitos de alta razão de aspecto

GiD – Software utilizado para modelagem geométrica e análise de dados

FS_{RRC} – Fator de Segurança pela Redução da Resistência ao Cisalhamento

ABAQUS – Software comercial de análise numérica

ANSYS – Software comercial de simulação e análise de engenharia

NASTRAN – Software comercial de análise estrutural

COMSOL – Software de simulação multifísica

IMPL-EX – Esquema de integração implícito-explícito

J2 – Modelo Elastoplástico de von-Mises

RFD – Rede de Fratura Discreta

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	12
1.1	MOTIVAÇÃO	12
1.2	OBJETIVOS.....	14
1.2.1	<i>Objetivo Geral.....</i>	<i>14</i>
1.2.2	<i>Objetivos específicos</i>	<i>14</i>
1.3	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	15
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
3.	EQUAÇÕES GOVERNANTES	23
3.1	EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO	23
3.2	MODELOS CONSTITUTIVOS	25
3.2.1	<i>Modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb.....</i>	<i>25</i>
3.2.2	<i>Modelo de dano friccional de Mohr-Coulomb.....</i>	<i>27</i>
4.	MATERIAIS E MÉTODOS.....	30
4.1	MATERIAIS	30
4.2	MÉTODOS.....	31
4.2.1	<i>Fator de redução da Resistência ao Cisalhamento (FS_{RRC})</i>	<i>32</i>
4.2.2	<i>Simulação por meio do programa RS2</i>	<i>33</i>
4.2.3	<i>Simulação por meio do programa CODE_BRIGHT</i>	<i>33</i>
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
5.1	VALIDAÇÃO DO MODELO DE MOHR-COULOMB.....	36
5.1.1	<i>Massa de solo submetida ao empuxo ativo</i>	<i>36</i>
5.1.2	<i>Análise axissimétrica de prova de carga em fundação rasa.....</i>	<i>37</i>
5.1.3	<i>Estabilidade de talude.....</i>	<i>39</i>
5.2	VALIDAÇÃO DO MODELO FRICCIONAL DA FRATURA.....	41
5.3	TALUDES ROCHOSOS FRATURADOS.....	43
5.3.1	<i>Talude rochoso homogêneo contendo fratura única</i>	<i>43</i>
5.3.2	<i>Talude rochoso homogêneo contendo múltiplas fraturas</i>	<i>48</i>
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
6.1	CONCLUSÃO	52
6.2	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	53
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	54

1. INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A estabilidade de um talude depende de vários fatores, dentre eles, as características físicas e químicas do material que o compõe, sua geometria, as sobrecargas atuantes sobre ele, além das descontinuidades (i.e., fissuras, fraturas, planos de falha) que podem estar presentes em sua formação. Tais fatores podem induzir a instabilidade do maciço que pode romper de diversas formas.

Como exemplo de falha de taludes rochosos, pode-se citar a tragédia ocorrida devido à queda de um maciço rochoso sobre lancha de passeio que circulava com turistas em um lago, dia 08 de janeiro de 2022, no parque Mirante dos Canyons, local turístico do Lago de Furnas em Capitólio – MG, que deixou dez pessoas mortas ([G1, 2022](#)). Outro caso aconteceu na Avenida Niemeyer, no Rio de Janeiro, em setembro de 2023. Parte de um maciço rochoso se desprendeu e bloqueou completamente a via. O incidente não deixou vítimas, mas gerou caos no trânsito e na logística local ([G1, 2023](#)).

Fora do Brasil, um acidente ocorreu em março de 2024, em uma Estrada no distrito de San Mateo - Peru, onde parte de um maciço rochoso se desprendeu e atingiu dois caminhões. Os motoristas foram resgatados sem ferimentos graves, mas os veículos ficaram destruídos destacando a magnitude dos danos materiais que esse tipo de acidente proporciona ([UOL, 2024](#)).

A avaliação precoce dos riscos associados à queda e deslizamento de maciços é de extrema importância, visto que acidentes como este trazem incontáveis prejuízos à humanidade, tais como perdas de vida, prejuízos econômicos e logísticos. Dessa forma, ao longo dos anos várias técnicas de análise de estabilidade de taludes vêm sendo desenvolvidas para serem utilizadas como meio de prevenir o rompimento de taludes terrosos e rochosos.

Atualmente, para analisar a estabilidade de taludes e encostas, existe um amplo acervo de métodos semi-empíricos baseados em métodos de equilíbrio limite (MEL) que podem ser resolvidos de forma manual ou computacional, agregando agilidade à análise. Existem também os métodos numéricos, como o método dos elementos finitos (MEF) ou método dos elementos

discretos (MED), que apesar de necessitarem de um maior esforço computacional, agregam efeitos que geralmente são desprezados em análises tradicionais.

Os MEL partem do princípio de que o material geológico se comporta como material rígido-plástico, rompendo-se bruscamente sem sofrer deformações. Além disso, consideram que as equações de equilíbrio estático são válidas até a iminência da ruptura, e que o coeficiente de segurança permanece constante ao longo da superfície de ruptura, ignorando eventuais fenômenos de ruptura progressiva (MASSAD 2010). Na análise de estabilidade de taludes pelos MEL o Fator de Segurança (FS) é definido como a relação entre a resistência ao cisalhamento e a tensão cisalhante atuante ou resistência mobilizada ao longo de uma superfície potencial de ruptura. Dentre os métodos baseados na teoria de MEL pode-se citar Fellenius (1936), Bishop (1955), Janbu (1973) e Morgenstern-Price (1965).

Já o MEF é amplamente utilizado para análise tensão-deformação de sólidos pela sua versatilidade em modelar geometrias complexas. Além disso, o MEF também pode ser utilizado para reproduzir processos de transporte de massa e transferência de calor em meios porosos deformáveis e, desse modo, é capaz de simular o comportamento de materiais geológicos, tais como solos e rochas, incorporando efeitos adicionais. Neste contexto, o método também permite realizar análises de estabilidade de taludes e determinação do Fator de Segurança por meio da Redução da Resistência ao Cisalhamento (RRC) considerando a deformação do meio, de modo que a superfície de ruptura emerge naturalmente em virtude do estado de tensões atuantes.

No caso dos maciços rochosos há a presença de fraturas que, segundo Maedo *et al.* (2014), são superfícies presentes em sólidos que constituem planos de fraqueza. Contudo, apesar de muitos programas comerciais baseados em MEL ou MEF oferecerem suporte para determinação do FS, muitos não são capazes de modelar casos mais realísticos incorporando a presença de fraturas.

Sabe-se que taludes rochosos de formação natural, como é o caso das formações no parque Mirante dos Canyons, são suscetíveis a presença de fraturas que podem agravar suas condições de instabilidade. Assim, nota-se que a presença de fraturas deve ser levada em consideração na análise de sua estabilidade, o que a transforma em uma tarefa mais complexa.

Uma das técnicas numéricas promissoras para uma reprodução mais precisa de problemas de descontinuidades em taludes rochosos envolve utilizar Elementos de Alta Razão de Aspecto

(EF-ERA) para mimetizar o comportamento da fratura. Essas técnicas vêm sendo amplamente utilizadas em estruturas de concreto (MANZOLI, 2016; RODRIGUES *et al.*, 2016; GIMENES *et al.*, 2020; RODRIGUES *et al.*, 2020), engenharia de petróleo (MANZOLI, 2021; FABBRI *et al.*, 2021; MAEDO *et al.*, 2021; CAMARGO *et al.*, 2022; CLETO *et al.*, 2023) e problemas envolvendo fissuras de ressecamento (SÁNCHEZ *et al.*, 2014; MAEDO *et al.*, 2020) em solos, contudo, o seu potencial ainda não foi explorado ou estendido para investigar sistemas constituídos de rochas.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 *Objetivo Geral*

Este trabalho tem como objetivo contribuir com novas ferramentas numéricas para a simulação eficaz do comportamento mecânico de taludes rochosos naturalmente fraturados. Assim, os principais fenômenos inerentes ao meio e as tendências de rupturas serão abordadas de forma mais realísticas, reproduzindo de forma mais fidedigna o processo de falha e reduzindo os riscos e custos envolvidos, além de auxiliar o técnico responsável a tomar medidas cabíveis, como monitoramento e inserção de suporte quando necessário.

1.2.2 *Objetivos específicos*

- Implementar no programa CODE_BRIGHT um modelo constitutivo de dano friccional baseado no critério de Mohr-Coulomb para representar o comportamento mecânico das fraturas por meio de elementos finitos de alta razão de aspecto.
- Validar o modelo numérico desenvolvido comparando seus resultados com estudos de referência da literatura.
- Comparar os resultados obtidos utilizando o software CODE_BRIGHT e elementos finitos de alta razão de aspecto com aqueles obtidos no software RS2, que utiliza elementos de espessura nula para modelar descontinuidades.
- Aplicar a técnica de Redução da Resistência ao Cisalhamento (RRC) para determinar o fator de segurança dos taludes analisados.
- Investigar o potencial da abordagem com EF-ERA para aprimorar a modelagem numérica de taludes rochosos e contribuir com novas ferramentas para a análise de estabilidade geotécnica.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho foi organizado da seguinte forma. A primeira seção abordou a motivação para o desenvolvimento do tema estudado, isto é, estabilidade de talude rochoso fraturado. Posteriormente, a seção descreveu os objetivos do trabalho e relata como o texto está organizado.

A segunda seção apresenta uma revisão bibliográfica para contextualização e fundamentação teórica, identificando e discutindo os estudos, teorias e abordagens anteriores propostas para tratar da estabilidade de taludes rochosos fraturados.

A terceira seção deste trabalho traz as equações governantes para análise pelo MEF e a RRC. Além disso detalha algoritmo implementado para integração do modelo constitutivo proposto para reproduzir o comportamento das fraturas. A quarta seção trata dos materiais e métodos utilizados na abordagem dos problemas.

A quinta seção apresenta a validação do modelo numérico desenvolvido, comparando seus resultados com casos de referência da literatura e simulações de taludes rochosos fraturados com os softwares CB e RS2 utilizando diferentes abordagens para modelar fraturas.

Finalmente, a sexta seção descreve as conclusões e as principais observações obtidas com o desenvolvimento do presente trabalho. Esa seção também propõe alguns temas para trabalhos futuros, visando dar continuidade ao estudo numérico de estabilidade de taludes rochosos fraturados.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise da estabilidade de um talude consiste, como o próprio nome indica, em verificar se um talude composto de solo ou rocha está em condição estável quando ele se encontra submetido a diferentes solicitações (*i.e.*, peso próprio, nível d'água, sobrecarga, etc.).

Tradicionalmente, a análise é realizada por meio do MEL, os quais calculam o fator de segurança do maciço utilizando as equações da estática. Neste caso, o talude é dividido em diferentes fatias verticais, denominadas lamelas, com bases circulares ou planas e para cada fatia são calculados os esforços resistentes e solicitantes. Utilizando-se do quociente entre essas forças encontra-se o Fator de Segurança (FS) do maciço. Se o FS for maior que um, admite-se que a seção é estável; menor que um, considera-se que o talude não é capaz de resistir aos esforços solicitantes e sofrerá ruptura; se o FS for igual a um significa que o maciço está na iminência da ruptura.

Métodos baseados no MEL ainda consideram que as deformações internas não variam ao longo da superfície de ruptura, isto é, o maciço se rompe como um corpo rígido e o FS é o mesmo para toda a superfície de ruptura.

Vários autores desenvolveram metodologias de cálculo baseados nessa teoria, que se divergem principalmente na consideração dos esforços atuantes entre as lamelas ou na consideração da geometria da superfície de ruptura, que varia entre circular, planar ou mista. Dentre eles destacam-se os métodos de Fellenius (1936), Bishop (1955), Morgenstern e Price (1965), Spencer (1967) e Janbu (1973). Atualmente, muitos programas de computador ainda se baseiam nesses métodos e o uso é justificado pela confiança fornecida pelos fatores de segurança e o baixo esforço computacional.

Dentre os métodos supracitados, os que assumem superfície de deslizamento circular são os métodos propostos por Fellenius (1936) e Bishop (1955). Pelo método Fellenius (1936) determina-se o fator de segurança utilizando-se de uma equação de equilíbrio de momentos, desprezando a resultante entre a força de atrito e a força cortante crítica entre as lamelas. Já o método desenvolvido por Bishop (1955) considera os esforços encontrados na face das fatias na direção horizontal, descartando o atrito entre lamelas.

Os métodos desenvolvidos por Janbu (1973), Morgenstern e Price (1965) e Spencer (1967) permitem a utilização de superfície de ruptura de qualquer forma. Para o método de Janbu

(1973) utiliza-se equações de equilíbrio de forças horizontais considerando as inclinações dos esforços atuantes entre as fatias. Tanto no método de Morgenstern e Price (1965) quanto no método de Spencer (1967) o fator de segurança é calculado utilizando as equações de equilíbrio de força e de momentos, porém Morgenstern e Price (1965) considera que a força normal entre as lamelas é proporcional ao ângulo de atrito interno crítico e o método Spencer (1967) considera que as forças entre essas lamelas são paralelas.

Duncan e Wright (1980) fizeram uma análise comparativa de alguns métodos de MEL para a análise de estabilidade de taludes e concluíram que todos eles envolvem suposições, pois há menos equações de equilíbrio do que incógnitas no caso de uma superfície de ruptura circular ou não circular dividida em fatias. Além disso, alguns dos métodos frequentemente utilizados para fins não satisfazem todas as condições de equilíbrio podendo ser altamente imprecisos.

O advento computacional levou ao surgimento de diversos métodos computacionais para a análise de problemas de mecânica dos solos em engenharia (POTTS *et al.*, 1999, POTTS *et al.*, 2001, CHAN, 2022). Neste contexto, vários autores estudaram técnicas utilizando o MEF que resolve equações de equilíbrio de forma rigorosa, com base na mecânica do meio contínuo, o que permite, por exemplo, a simulação de ruptura progressiva.

Naylor (1982) apresentou estudos sobre o método do equilíbrio limite melhorado que se baseia nas análises de MEF e análises de MELs combinadas ao longo de uma superfície ruptura. As tensões ao longo dessa superfície são determinadas por meio da análise de elementos finitos.

Matsui e San (1988), Matsui e San (1989) e Matsui e San (1992), desenvolveram e verificaram uma técnica de RRC para análise de estabilidade de taludes por MEF. Eles explicaram o significado físico da razão crítica do FS associado à RRC em relação à deformação total por cisalhamento e ao incremento de deformação por cisalhamento para taludes de aterro e de escavação, mostrando como a resistência do solo e suas deformações interagem sob condições de carga, especialmente em taludes de aterro e escavação. Além disso os autores aplicaram a técnica em um ensaio de campo em um corte de talude reforçado e os resultados demonstraram concordância satisfatória entre esta técnica e o método modificado de Fellenius, também apresentou semelhança na previsão da superfície de ruptura do talude com os dados do ensaio de campo.

Duncan (1996) realizou estudos instrumentais em taludes e demonstrou que o FS_{RRC} calculado pelo MEF são mais aproximados dos valores medidos em campo do que o FS obtido por MEL.

Assim o autor relatou os avanços significativos na análise de estabilidade e deformação de taludes ao longo do tempo, destacando a importância da disponibilidade de microcomputadores e dos avanços tecnológicos para a realização de análises mais detalhadas e próximas da realidade observada em campo. Eles também explicaram a necessidade contínua de conhecimento em mecânica dos solos e resistência do solo, e a relevância da representação adequada do comportamento tensão-deformação dos solos para as análises.

Griffiths *et al.* (1999) propuseram um método para análise de estabilidade de taludes por meio do método de elementos finitos (MEF) levando em consideração as deformações do solo e a interação solo-estrutura e compararam os resultados com aqueles obtidos pelo MEL. Os autores afirmam que em todos os casos estudados, o MEF apresentou resultados consistentes, posto que o método permite a análise do comportamento não linear do maciço.

Majid e Tamagnini (2000) estudaram como a dilatação do solo afeta a estabilidade de taludes em análises geotécnica e concluíram que modelos que levam em conta a dilatação podem fornecer resultados mais realistas e seguros em comparação com abordagens tradicionais que consideram apenas o ângulo de atrito do solo.

Griffiths e Fenton (2004) investigaram as características de estabilidade probabilística de um talude coesivo, utilizando o método *Random Finite-Element* (RFEM) que é uma abordagem avançada de análise probabilística que combina a metodologia de MEF com a teoria dos campos aleatórios, permitindo que o mecanismo de falha se desenvolva naturalmente, buscando o caminho mais crítico através do solo, sem a necessidade de supor previamente a forma ou localização da superfície crítica.

Yang e Yin (2004) exploraram a análise de estabilidade de taludes utilizando um critério de falha não linear utilizando um método aprimorado que emprega a técnica Tangencial Generalizada, substituindo o critério de falha não linear real por uma linha tangencial para formular o trabalho e a dissipação de energia. Ao avaliar os fatores de estabilidade com essa abordagem não é necessário utilizar os fatores de estabilidade linear previamente calculados. Os autores destacam a eficácia do método proposto, demonstrando que as soluções obtidas com o critério de falha não linear são consistentes com estudos anteriores que utilizaram critérios de falha lineares, e discutem a importância de utilizar para os materiais, parâmetros que reproduzem o comportamento dos solos, como ângulo do talude, coeficiente de resistência ao cisalhamento, tensão de cisalhamento e coesão inicial na estabilidade do talude.

Alkasawneh *et al.* (2007) estudou o efeito de diferentes técnicas de busca de superfícies de ruptura utilizando métodos de MEL e compararam os resultados com MEF, método de grade linear, método de grade retangular e técnicas de busca Monte Carlo usando diferentes programas comercialmente disponíveis e concluíram a eficiência dos métodos de MEL quando combinados com uma técnica robusta de busca, como o método Monte Carlo. Confirmaram também que a técnica de busca de superfície de deslizamento influenciou significativamente a localização das superfícies críticas de deslizamento, bem como o valor dos fatores de segurança calculados.

Griffiths *et al.* (2007) realizaram análises tridimensionais de estabilidade de taludes pelo MEF admitindo modelos elastoplásticos para replicar o comportamento do solo. Os resultados foram validados comparando os FS com aqueles obtidos via análises convencionais pelo MEF 2D. A análise tridimensional por ser capaz de levar em consideração as características geométricas de uma terceira dimensão leva não apenas a uma maior precisão, mas também a uma melhor compreensão da natureza dos mecanismos de ruptura de taludes (Griffiths e Marquez, 2007).

Wang *et al.* (2010) apresentaram uma abordagem inovadora para a análise probabilística da estabilidade de taludes propondo o uso do Subset Simulation, testes de hipóteses e análise Bayesiana para avaliar de forma mais detalhada as contribuições relativas de diversas incertezas para a probabilidade de falha do talude. Concluíram que a utilização do Subset Simulation melhora a eficiência na geração de amostras de falha e destacam a importância de priorizar os efeitos das incertezas por meio de testes de hipóteses e de quantificar esses efeitos com a análise Bayesiana, validando a abordagem proposta como uma ferramenta robusta e abrangente para análises de estabilidade de taludes.

Neste contexto Sloan (2013) compararam diferentes métodos de análise de estabilidade de diversas condições geotécnicas por método dos MEF e técnicas tradicionais de MEL. Para análise de estabilidade de talude o autor estudou dois casos: um sem fluxo hidráulico e outro com fluxo não confinado, ambos com uma camada de solo fraca induzindo o desenvolvimento de uma superfície de ruptura não circular. Os resultados numéricos obtidos das previsões de erosão e falha induzidas por infiltração demonstram uma redução dos FS ao considerar as poropressões causadas pelo fluido. Por isso, concluíram que a utilização de tais técnicas é eficiente para resolver problemas desafiadores envolvendo deformação de fluxo acoplado, erosões internas induzidas por infiltração e grandes falhas de deformação de meios porosos não saturados/saturados.

O MEF por si só é capaz de analisar a estabilidade de taludes obtendo valores de FS próximos aos que foram observados em campo em outros métodos para análise de estabilidade de taludes, porém quando nesse maciço há a presença de falhas e fraturas muitos programas computacionais baseados em MEF não são capazes de incorporar o efeito das fraturas para determinação do FS.

Neste contexto, Manzoli *et al.* (2014) investigou a eficácia de MEF com alta razão de aspecto na modelagem de trincas em materiais quase frágeis. Para isso, os autores desenvolveram um modelo numérico e o implementaram em um código de elementos finitos e validaram a abordagem comparando os resultados com dados experimentais e soluções analíticas sob diversas condições. A análise comparativa demonstrou que o método proposto oferece alta precisão na captura da propagação de trincas, reduz a necessidade de refinamento da malha sendo assim, aplicável em materiais quase frágeis.

Zheng *et al.* (2014) propôs um algoritmo de busca baseado na tensão atuante para obter diretamente a superfície de ruptura e o fator de segurança, unificando os problemas de análise contínua e descontínua, podendo ser utilizado em taludes fraturados. Com base nos resultados de tensão obtidos, a teoria dos grafos é usada para converter a solução da superfície de ruptura em um problema de caminho mínimo, que pode ser resolvido diretamente pelo algoritmo de Bellman-Ford. Os autores destacam a precisão do método proposto em comparação com exemplos de referência, validando sua eficácia na análise de estabilidade de taludes em rocha ou solo.

Para Li *et al.* (2019) o MEF permite que a rocha e o corpo do solo satisfaçam simultaneamente as condições de equilíbrio estático, as condições de compatibilidade de deformações e as relações constitutivas, porém este método de forma isolada não pode tratar com confiabilidade taludes rochosos com falhas ou fraturas. Por isso propuseram um método numérico para realizar a análise de confiabilidade da inclinação da rocha combinando a teoria da análise de limite plástico, discretização de elementos finitos rígidos, teoria da programação matemática e método de Monte Carlo.

Neste contexto Manzoli *et al.* (2021) desenvolveram um modelo numérico para modelar o transporte de fluidos em meios porosos naturalmente fraturados utilizando elementos finitos acoplados. Os autores combinaram elementos de interface com o MEF implementando em software específico e validando com dados experimentais e simulações. Os resultados

demonstraram que a abordagem proposta pode capturar detalhadamente o fluxo de fluidos e a interação com as fraturas.

Além disso, Maedo *et al.* (2021) desenvolveram uma técnica numérica capaz de modelar a evolução de fraturas em rochas devido a processos termo-hidro-mecânicos acoplados. Os autores formularam um modelo que integra os efeitos térmicos, hidráulicos e mecânicos e o validou por meio de comparações com dados experimentais, demonstrando sua capacidade de captura de maneira precisa e detalhada da dinâmica das fraturas em resposta às variações térmicas, de pressão de fluidos e variações mecânicas.

Su e Shao (2021) propuseram um método de análise de estabilidade de taludes tridimensional que se baseia no cálculo de tensões pelo MEF e avaliaram dentre outras coisas a importância da escolha adequada da malha de elementos finitos. Concluindo que a escala da malha da superfície de deslizamento afeta o fator de segurança ao afirmar que à medida que o tamanho da malha diminui, o fator de segurança diminui e gradualmente converge. O que confirma que os resultados da análise de estabilidade de taludes dependem do tamanho das células utilizadas para discretizar a superfície de deslizamento no modelo computacional.

Li *et al.* (2022) afirma que a investigação numérica da estabilidade do talude rochoso com fraturas densamente distribuídas ainda é um desafio e desenvolveram um eficiente esquema de modelagem baseado em rede de fratura discreta (RFD). Eles confirmaram a eficácia da abordagem proposta por comparação com várias soluções numéricas e analíticas e um estudo de caso. Eles constataram que a distribuição das fraturas e as características geométricas do talude são fatores influentes proeminentes para o fator de segurança global do maciço.

Neste contexto a utilização de elementos finitos de alta razão de aspecto para reproduzir o comportamento das fraturas ao invés de incorporar elementos de espessura nula, os quais são muito suscetíveis a instabilidade numérica dependendo do módulo de rigidez inicial é bastante promissora.

Dentre as principais vantagens dos EF-ERA está que eles não requerem um algoritmo de reconstrução progressiva da malha, nem necessitam de um algoritmo para definir a trajetória das fraturas, como ocorre em outros métodos de fraturamento. Além disso, uma característica fundamental dessa abordagem é que ela não exige o desenvolvimento de um novo elemento finito. Ou seja, é possível utilizar os elementos tradicionais disponíveis em qualquer programa convencional de elementos finitos sem a necessidade de criar novas formulações matemáticas

ou modificar significativamente o código do programa. Isso torna a implementação mais acessível e eficiente para diversas aplicações.

Neste caso, tais elementos devem ser munidos de modelos constitutivos apropriados para capturar as principais tendências e fenômenos associados às fraturas. Tais elementos também podem ser empregados para reproduzir interfaces entre materiais distintos, permitindo investigar a interação entre camadas de solo com diferentes materiais, presença de elementos de infraestrutura nas proximidades do talude, como fundações, elemento de drenagem, estruturas de contenção, entre outros.

3. EQUAÇÕES GOVERNANTES

As equações listadas abaixo são aquelas da mecânica dos meios contínuos que descrevem o comportamento mecânico de um corpo sólido deformável. Tais equações são agrupadas em duas categorias. A primeira categoria é constituída das equações de balanço que descrevem a conservação da massa e quantidade de movimento. Já na segunda categoria estão os modelos constitutivos que são capazes de descrever a relação tensão-deformação dos materiais.

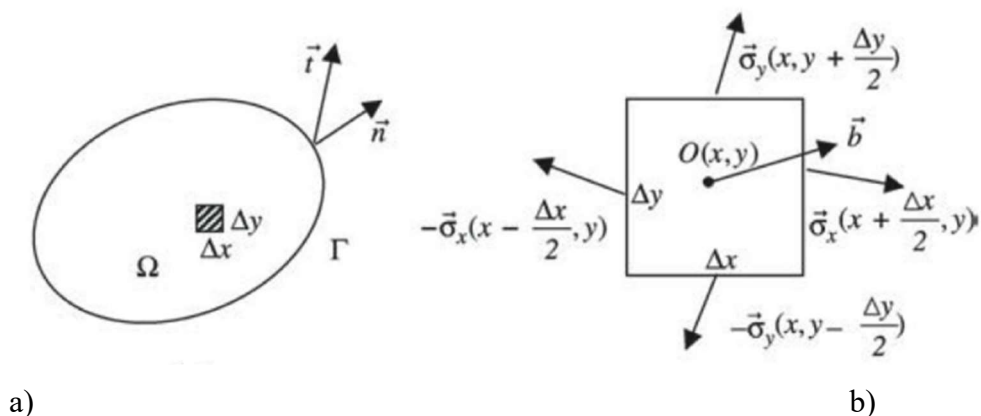
O desenvolvimento matemático das equações que aproximam a solução por meio de elementos finitos não será apresentado no presente trabalho, pois são aquelas comumente encontradas em programas de elementos finitos, como RS2, CODE_BRIGHT, COMSOL, ABAQUS, ANSYS e NASTRAN.

3.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

São as equações que descrevem o equilíbrio de um corpo sólido deformável estático submetido a um sistema de forças.

Fish e Belytschko (2007) explicam que essas equações são obtidas considerando um corpo de formato arbitrário, de espessura unitária, com força de corpo $\mathbf{b}$ e força superficial agindo no plano xy , conforme Figura 1.

FIGURA 1 - Corpo arbitrário / elemento infinitesimal



Fonte: Fish e Belytschko (2007).

Pode-se notar que as forças que agem sobre o corpo arbitrário são o vetor de tensão $\mathbf{t}$ ao longo do contorno Γ e a força de corpo $\mathbf{b}$ (que pode ser gravidade, forças eletromagnéticas ou

térmicas) por unidade de volume. A força de corpo e os vetores de tensão são escritos conforme as Equações (3.1) e (3.2).

$$\mathbf{b} = b_x \hat{\mathbf{e}}_x + b_y \hat{\mathbf{e}}_y \quad (3.1)$$

$$\mathbf{t} = t_x \hat{\mathbf{e}}_x + t_y \hat{\mathbf{e}}_y \quad (3.2)$$

Considerando o equilíbrio do elemento infinitesimal de espessura unitária retratado na Figura 1b, para um problema em que os efeitos inerciais são desprezados, a equação de equilíbrio é dada por:

$$\begin{aligned} & - \left[\vec{\sigma}_x \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y \right) - \vec{\sigma}_x \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y \right) \right] \Delta y \\ & - \left[\vec{\sigma}_y \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y \right) - \vec{\sigma}_y \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y \right) \right] \Delta x + \vec{b}(x, y) \Delta x \Delta y = 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Dividindo a Equação (3.3) por $\Delta x \Delta y$ e considerando a situação limite onde $\Delta x \rightarrow 0$ e $\Delta y \rightarrow 0$, obtém-se:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\vec{\sigma}_x \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y \right) - \vec{\sigma}_x \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y \right)}{\Delta x} = \frac{\partial \vec{\sigma}_x}{\partial x} \quad (3.4)$$

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\vec{\sigma}_y \left(x, y + \frac{\Delta y}{2} \right) - \vec{\sigma}_y \left(x, y - \frac{\Delta y}{2} \right)}{\Delta y} = \frac{\partial \vec{\sigma}_y}{\partial y} \quad (3.5)$$

Substituindo as Equações (3.4) e (3.5) na Equação (3.3), obtém-se a equação de equilíbrio:

$$\frac{\partial \vec{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{\sigma}_y}{\partial y} + \vec{b} = 0 \quad (3.6)$$

Multiplicando a Equação (3.6) pelos vetores unitários $\hat{\mathbf{e}}_x$ e $\hat{\mathbf{e}}_y$, obtém-se as seguintes equações de equilíbrio:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + b_x = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + b_y = 0 \quad (3.8)$$

sendo σ_{xx} a tensão normal paralela ao eixo x , σ_{yy} a tensão normal paralela ao eixo y ; τ_{xy} é a tensão cisalhante.

As equações de equilíbrio também podem ser escritas na seguinte forma tensorial:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (3.9)$$

onde $\nabla \cdot (*)$ é o divergente de $(*)$ e $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor de tensões de Cauchy.

No método dos elementos finitos, a geometria do problema é dividida em vários elementos menores com geometria simples conhecida, como triângulos ou quadriláteros, para que sejam calculados os esforços de cada elemento. Com a combinação dos resultados individuais obtém-se uma visão completa do comportamento do maciço de solo ou rocha.

3.2 MODELOS CONSTITUTIVOS

3.2.1 *Modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb*

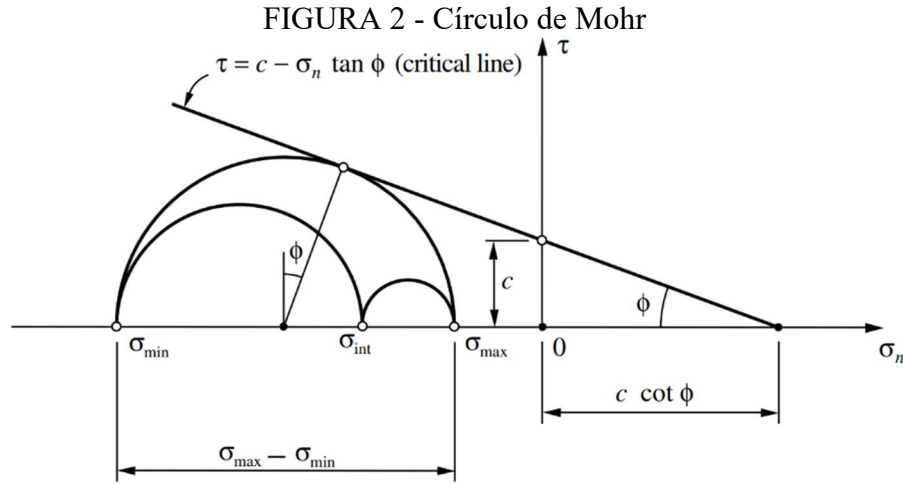
Nos modelos elastoplástico de von-Mises (J2), o comportamento plástico do material ocorre quando as solicitações superam um determinado valor fixo, denominado tensão de escoamento. No modelo constitutivo de Mohr-Coulomb (MC), o critério de escoamento depende da pressão hidrostática. Este comportamento é observado em materiais como solos, rochas e concreto. Pelo modelo MC, o escoamento plástico é decorrente do deslizamento friccional entre as partículas do material e o critério é dado por:

$$\tau = c' + \sigma'_n \tan \phi \quad (3.10)$$

sendo σ'_n é a tensão normal, c a coesão do solo, ϕ o ângulo do atrito e τ é a tensão cisalhante (Figura 2).

Como descreve Souza Neto *et al.* (2008), analisando o círculo de Mohr mostrado na Figura 2, é possível descrever o critério de escoamento em função dos valores máximos e mínimos das tensões principais.

$$f = (\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}) + (\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{mín}}) \sen \phi - (2c) \cos \phi \quad (3.11)$$



Fonte: Souza Neto *et al.* (2008).

Quando o material está no regime linear elástico (isto é, quando $F < 0$) a relação tensão-deformação pode ser expressa por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.12)$$

sendo $\mathbb{C} = 2G\mathbb{I} + \left(K - \frac{2}{3}G\right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1}$ o tensor elástico de quarta ordem, K é o módulo de volumétrico, G é o módulo cisalhante, $\mathbf{1}$ é o tensor identidade de segunda ordem, $\mathbb{I}$ é o tensor simétrico unitário de quarta ordem e $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o tensor de deformações dado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (3.13)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ e $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ são os tensores de que contém as componentes das deformações elásticas e plásticas, respectivamente. O incremento de deformações plásticas é obtido pela seguinte lei de fluxo plástico:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \mathbf{r}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \quad (3.14)$$

sendo $\dot{\lambda}$ o multiplicador plástico e $\mathbf{r}$ é a direção do fluxo plástico (Belystchko *et al.*, 2014). Além disso, a evolução das variáveis históricas, $\mathbf{q}$, pode ser escrita na forma:

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\lambda} \mathbf{h}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \quad (3.15)$$

com $\mathbf{h}$ sendo o módulo de endurecimento generalizado (SOUZA NETO *et al.*, 2008) e $\dot{\mathbf{q}}$ é o **incremento das variáveis históricas**. Finalmente, o modelo constitutivo fica completo com as condições de carregamento/descarregamento dadas por:

$$f \leq 0 \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad \dot{\lambda} f = 0 \quad (3.16)$$

O modelo MC foi implementado no programa CODE_BRIGTH utilizando o método implícito com algoritmo de mapa de retorno (*Return mapping algorithm*), conforme as instruções apresentadas no livro do Souza Neto *et al.* (2008). Mais detalhes sobre a implementação e o algoritmo podem ser encontrados na literatura (SOUZA NETO *et al.*, 2008).

Através do denominado Redução da Resistência ao Cisalhamento (FS_{RRC}), o modelo pode avaliar fatores de segurança equivalentes àqueles calculados com base na abordagem de MEL e, em alguns casos, fornecer melhor previsão dos modos de ruptura e dos fatores de segurança (GRIFFITHS & LANE, 1999; DAWSON *et al.*, 1999).

Ao utilizar dos parâmetros de resistência à tração e cisalhamento o modelo de Mohr-Coulomb modela as características elásticas e plásticas de cada material. Dessa forma, para modelagem de materiais plásticos é necessária atenção com relação aos valores de pico e valores residuais para o ângulo de atrito e coesão, posto que, em um material plástico após o escoamento inicial, a resistência do material cai instantaneamente do seu estado máximo para um estado residual inferior. No presente trabalho admitiu-se valores residuais iguais aos valores de pico e, conseqüentemente, a rocha foi considerada como um material elastoplástico-perfeito.

3.2.2 Modelo de dano friccional de Mohr-Coulomb

O modelo de dano friccional de Mohr-Coulomb descreve o comportamento de materiais deformáveis que sofrem dano por cisalhamento e é baseado no critério de Mohr-Coulomb. Este modelo degrada as componentes do tensor de tensão do EF-ERA (Figura 3) associadas à parte desviadora. Logo, a relação constitutiva tensão-deformação do modelo de dano proposto é:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d)\bar{\boldsymbol{\sigma}}_d + \bar{\boldsymbol{\sigma}}_v \quad (3.17)$$

onde $d \in [0,1]$ é a variável de dano escalar e

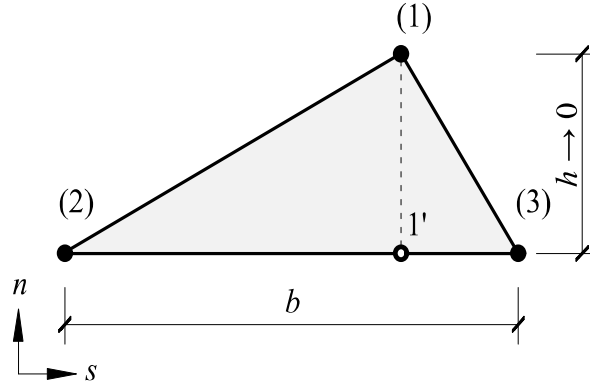
$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_d = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_d = 2G\boldsymbol{\varepsilon}_d = 2G \left[\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1} \right] \quad (3.18)$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_v = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_v = 3K\boldsymbol{\varepsilon}_v = K \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1} \quad (3.19)$$

são as partes desviadora e volumétrica do tensor de tensões elásticas dado por:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.20)$$

FIGURA 3 - Elemento finito triangular de três nós



Fonte: Maedo (2015).

O critério de dano é expresso pela componente de cisalhamento σ_{ns} , obtida rotacionando o tensor de tensões de modo que ele fique orientado segundo o sistema de coordenadas locais (n, s) (Figura 3), onde $\mathbf{n}$ e $\mathbf{s}$ são vetores unitários normal e tangencial, respectivamente, a base do EF-ERA. Assim, tem-se:

$$\bar{F}_s = \|\bar{\sigma}_{ns}\| - \bar{\sigma}_{nn} \tan \phi - r_s \leq 0 \quad (3.21)$$

A variável r_s é dada pelo valor máximo da tensão de cisalhamento $\|\bar{\sigma}_{ns}\|$ atingido durante todo o processo de carregamento, partindo do valor inicial r_0 , conforme Equação (3.22).

$$r_s = \max_{k \in [0, t]} [\|\bar{\sigma}_{ns}(k)\| - \bar{\sigma}_{nn} \tan \phi, r_0] \quad (3.22)$$

onde $r_0 = c$, c é o intercepto de coesão e ϕ é o ângulo de atrito que controla a influência da tensão normal de compressão $\bar{\sigma}_{nn} \geq 0$.

Como a variável interna depende das propriedades elásticas, é possível calculá-la diretamente usando as componentes do tensor de deformação durante cada etapa. Posteriormente, a evolução da variável dano é:

$$d_s(r_s) = 1 - \frac{q_s(r_s) + \tan \phi \sigma_{nn}}{r_s + \mathcal{H}_2 \tan \phi \sigma_{nn}} \quad (3.23)$$

e a variável do tipo tensão aparente, q_s , é expressa pela seguinte lei exponencial:

$$q_s(r_s) = r_0 \exp \left[h \mathcal{H} \left(1 - \frac{r_s}{r_0} \right) \right] \quad (3.24)$$

sendo $\mathcal{H}$ o parâmetro de abrandamento, o qual é regularizado pela espessura h do elemento de alta razão de aspecto.

Finalmente, o modelo de dano de Mohr-Coulomb é integrado por meio do esquema de integração implícito-explicito IMPL-EX. Os detalhes para implementação do IMPL-EX para o modelo de dano friccional de dano estão na Tabela 1.

TABELA 1 - Esquema de integração IMPL-EX para o modelo de Mohr-Coulomb

ENTRADA: $\boldsymbol{\varepsilon}_{(n+1)}, \bar{\sigma}_{nn(n)}, r_{s(n)}, \Delta r_{s(n)}$	
(i) Calcule o tensor de tensões elásticas:	
	$\boldsymbol{\sigma}_{(n+1)} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_{(n+1)}$
(ii) Rotacione o tensor de tensões, de modo que suas componentes fiquem orientadas segundo o sistema de coordenadas locais (n,s)	
(iii) Verifique as condições de carga-descarga	
SE $(\ \bar{\sigma}_{ns}\ - \bar{\sigma}_{nn(n)} \tan \phi - r_{s(n)} \leq 0)$, ENTÃO	
Mantenha o valor da variável interna: $r_{s(n+1)} := r_{s(n)}$	
SENÃO	
Atualize a variável interna: $r_{s(n+1)} := \ \bar{\sigma}_{ns}\ - \bar{\sigma}_{nn(n+1)} \tan \phi$	
FIM SE	
(iv) Calcule o incremento da variável interna	
	$\Delta r_{s(n+1)} := r_{s(n+1)} - r_{s(n)}$
(v) Calcule a extrapolação linear da variável interna	
	$\tilde{r}_{s(n+1)} := r_{s(n)} + \frac{\Delta t_{(n+1)}}{\Delta t_{(n)}} \Delta r_{s(n)}$
(vi) Atualize a variável de dano	
	$\tilde{d}_{(n+1)} := 1 - \frac{q_s(\tilde{r}_{s(n+1)}) + \tan \phi \bar{\sigma}_{nn(n)}}{\tilde{r}_{s(n+1)} + \mathcal{H}_2 \tan \phi \bar{\sigma}_{nn(n)}}$
(vii) Calcule o tensor de tensões conforme Equação (3.14)	
	$\boldsymbol{\sigma}_{(n+1)} := \left[1 - \tilde{d}_{s(n+1)}\right] \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{d(n+1)} + \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{v(n+1)}$
SAÍDA: $\boldsymbol{\sigma}_{(n+1)}, \bar{\sigma}_{nn(n+1)}, r_{s(n+1)}, \Delta r_{s(n+1)}$	

Fonte: A autora (2024).

4. MATERIAIS E MÉTODOS

As análises foram realizadas utilizando os programas de elementos finitos, RS2 e CODE_BRIGHT. O RS2 (Rocscience, 2024) foi desenvolvido pela empresa Rocscience e é um software comercial de análise numérica baseado no MEF que permite a modelagem de taludes, cortes e aterros de qualquer forma geométrica, com diferentes tipos de solos e materiais de reforço sob diferentes condições de carregamento, incluindo o efeito da água e do vento. Além disso o programa oferece suporte para a visualização dos dados de entrada e resultados obtidos pelas análises.

O programa CODE_BRIGHT (OLIVELLA *et al.*, 1994, 1996) é um programa de elementos finitos desenvolvido e administrado pela Universidade Politécnica da Catalunha (UPC). O programa é baseado em um conjunto de equações governantes acopladas (resolvidas simultaneamente) que descrevem o comportamento dos fluidos e do meio geológico.

Para que o programa CB realize o processamento computacional das análises foram utilizados dois programas adicionais. O programa GiD Simulation é um software comercial de pré e pós-processamento para simulações numéricas e o programa FRAG que é um programa utilizado para inserir elementos de alta razão de aspecto (EF-ERA) na posição das fraturas.

As técnicas foram validadas comparando os resultados obtidos entre os dois programas e com aqueles encontrados na literatura.

Ressalta-se que, embora o presente trabalho vise a comparação dos resultados numéricos obtidos por ambos os programas com diferentes técnicas para validação da metodologia proposta, não se pretende realizar um estudo detalhado do desempenho computacional dos programas ou métodos adotados. Assim, apenas por conveniência, as simulações com o RS2 foram conduzidas com o auxílio de um determinado computador e outra máquina foi empregada para realizar as análises pelo CODE_BRIGHT.

4.1 MATERIAIS

Para as simulações utilizando o RS2 e elementos de espessura nula foram utilizados:

- Sistema operacional Windows 10 Home (64 bits)
- Programa comercial de MEF bidimensional RS2
- Computador de mesa com a seguinte configuração

- Modelo Dell G3 3579
- Processador 8ª geração do Intel Core i5/i7
- Placa mãe (Intel(R)) UHD Graphics 630
- Placa NVIDIA GeForce GTX 1050 Ti
- Memória Intel Optane com dois slots SODIMM, Dual-channel, DDR4, 2666MHz .
- (SSD) M.2 2280 PCIe 3x4 NVMe 512 GB

Para as simulações utilizando o CODE_BRIGHT e EF-ERA foram utilizados:

- Sistema operacional Linux OpenSUSE Leap 15.5
- Compilador Intel© oneAPI Base Toolkit e HPC Toolkit
- GiD Simulation, versão 16.0.6
- Programa de EF CODE_BRIGHT, versão in-house
- Programa FRAG para inserir elementos de alta razão de aspecto
- Computador de mesa com a seguinte configuração
- Processador Intel Core i9-12900 K 3.2 GHz 30 MB LGA1700
- Placa mãe (Intel) Gigabyte H610M H DDR4 LGA1700
- Memórias Kingston Fury Beast DDR4 32GB 3200MHz
- SSD M.2 2280 WD Green 480GB SATA 3 – WDS480G3G0B
- HD Sata3 4TB Seagate ST4000DM004
- Fonte de alimentação C3Tech 500W 80 Plus Bronze OS-G500B
- Gabinete Gamer K-MEX Kratos 3 CG-50TP Preto
- GPU NV GTX1660 6GB Super Ghost G6 Gainward NE6166S018J9-1160X

4.2 MÉTODOS

Primeiramente o modelo de dano implementado no programa CODE_BRIGHT foi validado por meio de comparação de resultados de casos descritos na literatura disponível. Com a validação do modelo de cálculo, utilizou-se o programa RS2 para simulações de taludes fraturados utilizando elementos de espessura nula e em seguida análises por meio do programa CODE_BRIGHT com o modelo implementado utilizando elementos de alta razão de aspecto. Os resultados das análises foram comparados entre si para a avaliação do desempenho dos modelos de Mohr Coulomb e de dano friccional de Mohr Coulomb implementados no programa CB.

4.2.1 Fator de redução da Resistência ao Cisalhamento (FS_{RRC})

O Método de Redução da Resistência ao Cisalhamento (*Shear Strenght Reduction*) envolve a redução gradual da resistência ao cisalhamento do solo até a situação de ruptura do talude e foi utilizado em ambas as técnicas aplicadas neste trabalho. Por este método os parâmetros de resistência ao cisalhamento do solo são alterados aplicando um Fator de Redução de Resistência (FS_{RRC}), de modo que:

$$\begin{aligned}\tan \bar{\phi} &= \frac{\tan \phi}{FS_{RRC}} \\ \bar{c} &= \frac{c}{FS_{RRC}}\end{aligned}\tag{4.1}$$

sendo $\bar{c}$ e $\bar{\phi}$ os parâmetros de resistência que devem ser admitidos em cada análise até que o talude falhe e um FS_{RRC} crítico seja encontrado.

A análise de estabilidade de taludes por meio da redução da resistência ao cisalhamento é tradicionalmente definida como a relação entre a resistência ao cisalhamento real do solo e a resistência mínima ao cisalhamento necessária para evitar a falha. Duncan (1996) afirma que essa relação é o fator pelo qual a resistência ao cisalhamento do solo deve ser dividida para levar o talude à beira da falha.

Dawson *et al.* (1999) abordaram a análise de estabilidade de taludes por meio da técnica de redução de resistência ao cisalhamento realizando uma análise comparativa dos fatores de segurança obtidos com essa técnica com soluções de análise limite para um aterro homogêneo. As conclusões revelam que os fatores de segurança obtidos com a técnica de redução de resistência foram consistentes com a solução de análise de limite, desde que a malha numérica fosse suficientemente refinada, demonstrando uma concordância próxima entre as duas abordagens.

Vardon *et al.* (2017) afirma que o FS_{RRC} pode ser aplicado em uma análise de elementos finitos e o FS_{RRC} crítico pode ser definido quando a solução do problema não converge ou ocorre deslocamentos excessivos, indicando o início da falha.

4.2.2 *Simulação por meio do programa RS2*

Para as análises utilizando o programa RS2 primeiramente inseriu-se no programa os dados de geometria dos problemas e propriedades dos materiais dos maciços. Em seguida foram geradas as malhas de elementos finitos com quantidades de elementos e nós suficientes para garantir que as geometrias dos problemas sejam representativas, permitindo assim uma solução precisa. Isto foi feito porque conforme observado por Su e Shao (2021), o tamanho da malha de EF afeta o fator de segurança calculado, com valores geralmente diminuindo e convergindo à medida que os elementos se tornam menores, destacando a importância de considerar a discretização do modelo ao interpretar os resultados da análise.

O programa RS2 utiliza a técnica de Redução da Resistência ao Cisalhamento (RRC) que permite a execução automática de uma análise de estabilidade de talude em MEF, calculando o fator de redução de resistência crítica para o modelo (Rocscience, 2024). Tal fator de redução de resistência é chamado de FS_{RRC} .

Essa metodologia aplicada pelo programa consiste na redução dos parâmetros de resistência do solo pelo FS_{RRC} e realização das análises de tensões por elementos finitos. Este processo é repetido para diferentes valores de FS_{RRC} , até que os resultados da análise não convirjam. O valor de FS_{RRC} aplicado no limite da convergência é o FS_{RRC} crítico do modelo.

4.2.3 *Simulação por meio do programa CODE_BRIGHT*

Os modelos foram processados em um computador de mesa com processador Intel Core i9 com 3.2 GHz, 30 MB de Cache, 32GB de memória RAM, 480 GB de SSD, 4TB de HD e sistema operacional Linux OpenSuse. O modelo friccional de Mohr-Coulomb foi implementado no programa de elementos finitos CODE_BRIGHT, de modo que ele foi compilado com o auxílio das ferramentas Intel oneAPI Base Toolkit e HPC Toolkit.

Para as simulações com o CODE_BRIGHT, a definição dos parâmetros de controle, a geometria do problema, a atribuição das propriedades materiais, a inserção das condições de contorno e a geração da malha foram conduzidas utilizando o programa GiD (GiD Simulation, 2023), o qual é capaz de realizar: o pré e pós-processamento, a modelagem geométrica, a definição eficaz de análise de dados, transformação de malha de dados para software de análise e a visualização de resultados numéricos.

Na fase de pré-processamento foram geradas as malhas pelo GiD e após a criação da malha inicial, elementos de alta razão de aspecto foram inseridos na posição das fraturas pelo programa FRAG, permitindo a simulação de rochas fraturadas. O programa FRAG pode ser encontrado no repositório desenvolvido por Maedo (2023).

O processamento numérico foi realizado com o auxílio do programa CODE_BRIGHT (COupled DEformation, BRIne, Gas and Heat Transport), o qual é capaz de modelar os processos de transporte de massa, transferência de calor e análise de tensões em meios porosos deformáveis por meio de uma abordagem totalmente acoplada.

Após a conclusão dos cálculos, o programa GiD foi utilizado novamente para a interpretação dos resultados, geração de gráficos e diagramas que demonstram de forma clara e detalhada as respostas do talude às condições de tensões e presença de fraturas. Esta etapa é denominada pós-processamento.

A Figura 4 ilustra o fluxo de trabalho para as análises utilizando EF-ERA e o programa CB.

FIGURA 4 - Processo de análise com o programa CB



Fonte: A autora (2024).

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para a validação dos resultados do presente trabalho utilizou-se alguns casos da literatura de referência. Com os casos relatados por Schweiger (1994), Griffiths *et al.* (1999) foi possível a validação do modelo elastoplástico de Mohr Coulomb no programa CB.

Para a validação do modelo de dano friccional proposto e implementado no programa, analisou-se um caso simples de uma geometria 2D com dois blocos, onde os resultados esperados podem ser facilmente calculados manualmente.

Além disso, para as análises envolvendo o modelo de Mohr-Coulomb em conjunto com o modelo de dano friccional implementado neste trabalho, utilizou-se como modelo de geometria e parâmetros de resistência dos materiais os casos de taludes rochosos com única fratura descritos por Zhang *et al.* (2015) e Li *et al.* (2022).

Por fim, para testar a capacidade da metodologia implementada para taludes com múltiplas fraturas, utilizou-se como modelo de geometria e parâmetros de resistência dos materiais um caso de Li *et al.* (2022).

Li *et al.* (2022) desenvolveram análises de estabilidade de taludes rochosos utilizando uma técnica de rede de fratura discreta e os modelos de análise de Drucker Prager. No primeiro caso, os autores utilizaram uma matriz rochosa em que a fratura única foi representada por uma região com material de preenchimento de menor resistência. Posteriormente, os autores analisaram o efeito de múltiplas fraturas e seu padrão no FS_{RRC} .

Pela diferença de critérios, modelos de cálculo e técnicas utilizadas neste estudo e no estudo de Li *et al.* (2022), não é apresentada uma análise comparativa entre os resultados obtidos em ambos. Ao invés disso, serão apresentadas análises comparativas entre os resultados obtidos no programa RS2 e CB, posto que em ambos foi possível utilizar técnicas de RRC e o modelo constitutivo elastoplástico de Mohr-Coulomb, ficando a diferença apenas na abordagem da simulação das fraturas e na malha de elementos finitos utilizada.

O programa RS2 utiliza o conceito de elementos de espessura nula com a opção "joint" para simular fraturas. O programa permite a inserção das propriedades de resistência e rigidez específicas desses elementos de interface. Por outro lado, no programa CB, as fraturas são simuladas pela inserção de elementos com alta razão de aspecto. Nesse contexto, as fraturas são

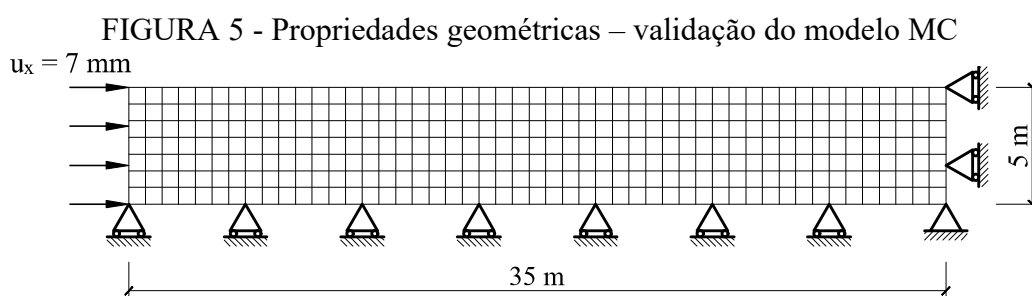
representadas pela implementação do modelo de dano friccional baseado nos critérios de Mohr-Coulomb.

5.1 VALIDAÇÃO DO MODELO DE MOHR-COULOMB

5.1.1 Massa de solo submetida ao empuxo ativo

Para validar o modelo de cálculo implementado no programa CB foi realizada uma análise básica de uma massa de solo submetida à empuxo ativo com características físicas e geométricas similares à realizada por Schweiger (1994).

Nesta análise as pressões ativas do solo foram simuladas aplicando um deslocamento horizontal prescrito de 7 mm a uma parede rígida, posicionada em frente à massa de solo. A geometria do problema está representada na Figura 5.



Fonte: Adaptado de Schweiger (1994).

A análise foi realizada utilizando uma malha de elementos finitos composta por elementos quadriláteros de quatro nós e os parâmetros do solo foram extraídos de Schweiger (1994) e estão representados na Tabela 2.

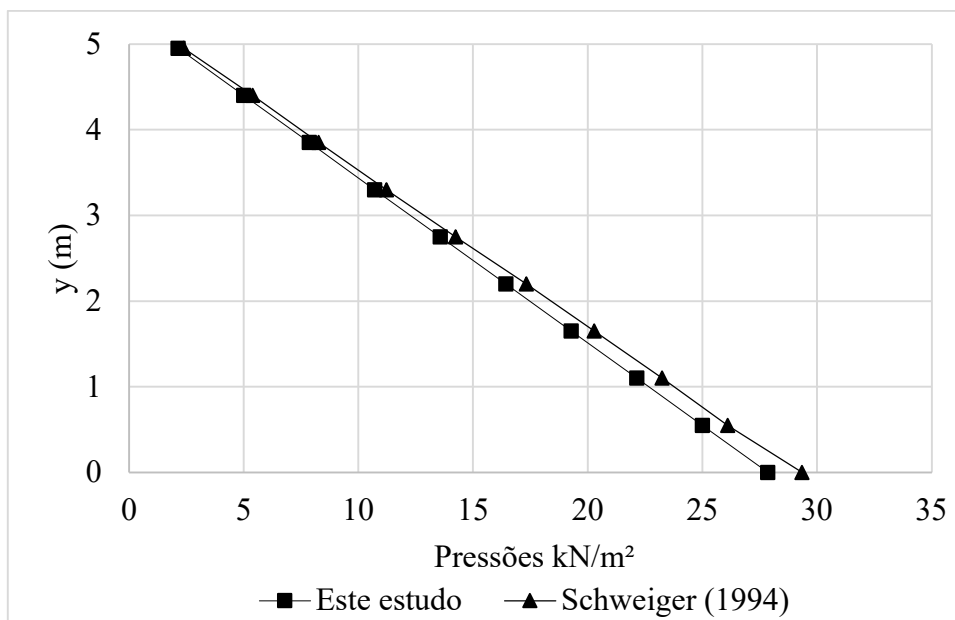
TABELA 2 - Propriedades físicas da massa de solo – validação do modelo MC

Propriedade	Símbolo	Unidade de medida	Valor
Módulo de Young	E	MPa	75
Coefficiente de Poisson	ν	-	0,3
Peso específico	γ	kN/m ³	18
Ângulo de atrito	ϕ	Grau (°)	30

Fonte: Schweiger (1994).

A Figura 6 mostra como os resultados obtidos no CB são muito próximos àqueles obtidos por Schweiger (1994), mostrando assim que o modelo implementado no CB pode ser utilizado neste tipo de análise.

FIGURA 6 - Resultados das Pressões de solo ao longo da altura – validação do modelo MC



Fonte: A Autora (2024).

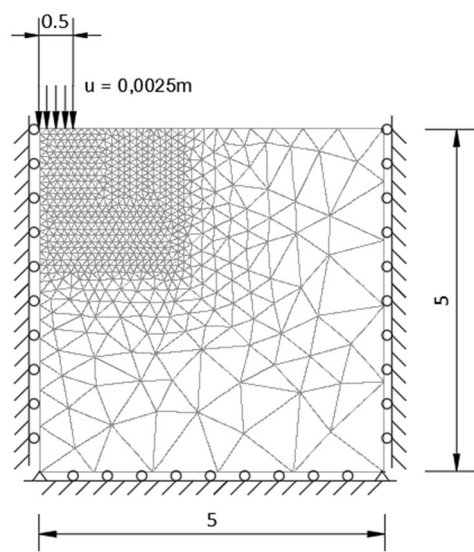
5.1.2 Análise axissimétrica de prova de carga em fundação rasa

Para este caso, foi realizado o cálculo da capacidade de carga de uma sapata utilizando o método dos elementos finitos pelo programa CB, com o objetivo validar a capacidade do programa em obter tensões admissíveis de sapatas.

Para fins de comparação, foram reproduzidas as condições descritas no estudo de Souza Neto *et al.* (2008), em que se trata de uma sapata com 1 metro de largura em condição axissimétrica, sendo assim, apenas metade da seção transversal foi discretizada. Além disso, o carregamento imposto pela sapata foi simulado inserindo um deslocamento prescrito de 0,0025 metros na posição de sua base.

As diferenças nas modelagens desse estudo e daquele realizado por Souza Neto *et al.* (2008) ficam restritas às diferentes malhas de elementos finitos adotadas. A modelagem numérica realizada por Souza Neto *et al.* (2008) possui uma malha de elementos finitos composta por elementos quadrilaterais de oito nós e neste estudo foram utilizados elementos finitos triangulares de três nós. As características geométricas e propriedades do solo foram mantidas idênticas ao estudo de referência e podem ser observados na Figura 7.

FIGURA 7 - Geometria - Análise axissimétrica de fundação rasa



Fonte : A autora (2024).

O solo é modelado como um material perfeitamente plástico com os seguintes parâmetros:

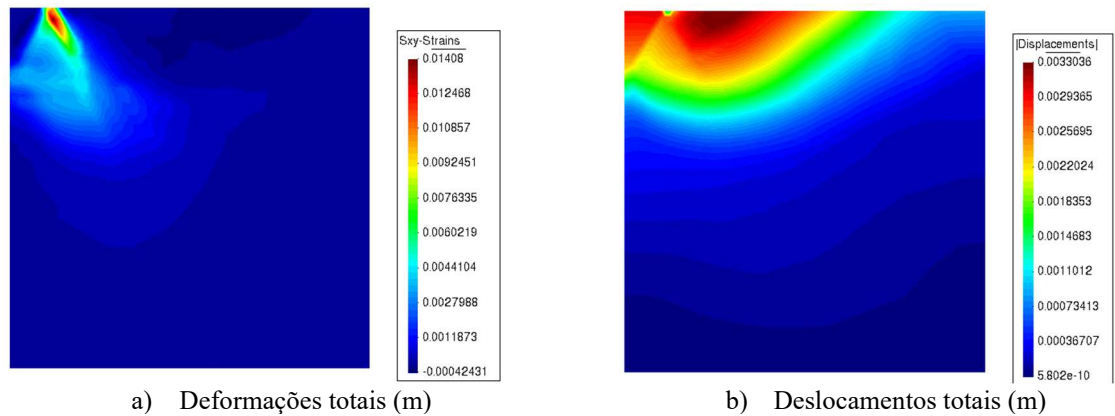
TABELA 3 - Propriedades físicas da massa de solo – validação do modelo MC

Propriedade	Símbolo	Unidade de medida	Valor
Módulo de Young	E	MPa	10.000,00
Coefficiente de Poisson	ν	-	0,48
Coesão	c	kPa	490
Ângulo de atrito	ϕ	(°)	20
Ângulo de dilatância	ψ	(°)	20

Fonte: Souza Neto *et al.* (2008)

As Figuras 8(a) e 8(b) ilustram respectivamente as tensões máximas e deslocamentos máximos obtidos com as análises.

FIGURA 8 - Resultados - Análise axissimétrica de fundação rasa



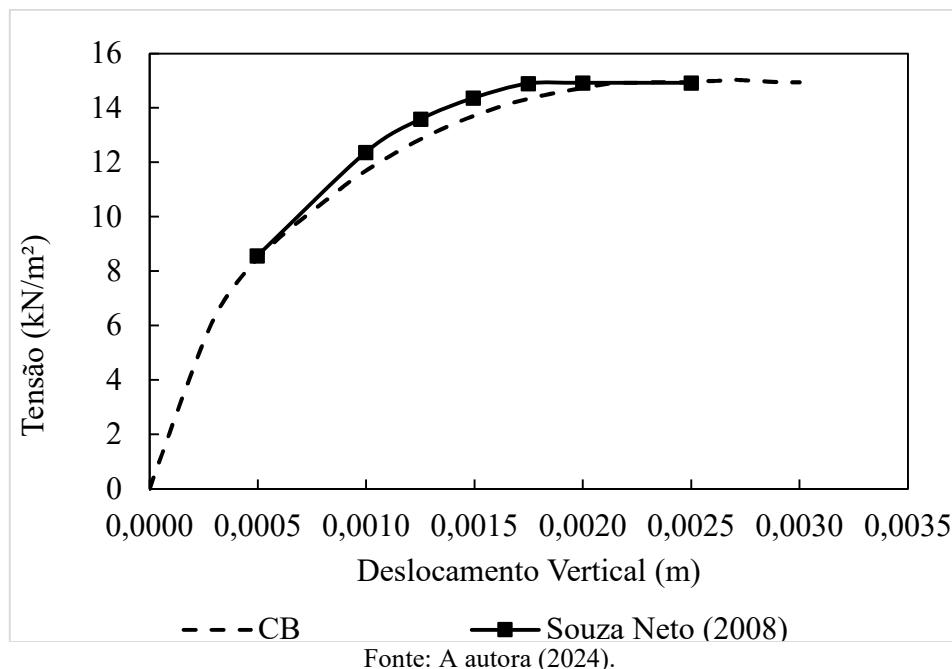
a) Deformações totais (m)

b) Deslocamentos totais (m)

Fonte : A autora (2024).

A Figura 9 apresenta os resultados das análises de Souza Neto (2008) sendo comparadas com aqueles obtidos neste estudo.

FIGURA 9 - Resultados das análises para fundação rasa - validação do modelo MC

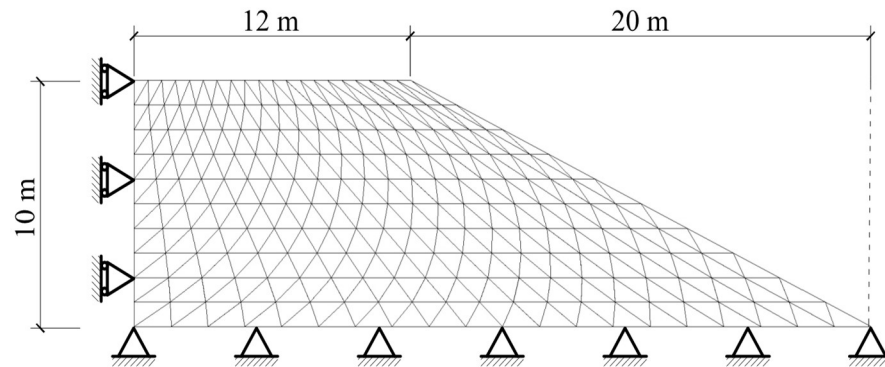


A boa concordância observada entre as curvas de pressão versus posição confirma a eficácia do programa CB em prever o comportamento do solo sob fundações rasas e a tensão de ruptura. A validação obtida sugere que o programa CB pode ser utilizado para outros estudos oferecendo resultados confiáveis para a previsão de carga de ruptura em diferentes condições de solo.

5.1.3 Estabilidade de talude

Para validar o modelo utilizado pelo CB utilizou-se como referência o estudo de Griffiths *et al.* (1999) que se trata de um talude homogêneo com inclinação de 26,578° (2:1) em relação à horizontal. Como condições de contorno o estudo indica impedimento de deslocamento horizontal na face esquerda e restrição de ambos os deslocamentos na base. A Figura 10 indica a geometria utilizada no estudo de Griffiths *et al.* (1999) e replicada neste estudo.

FIGURA 10 - Geometria do talude - validação do modelo MC



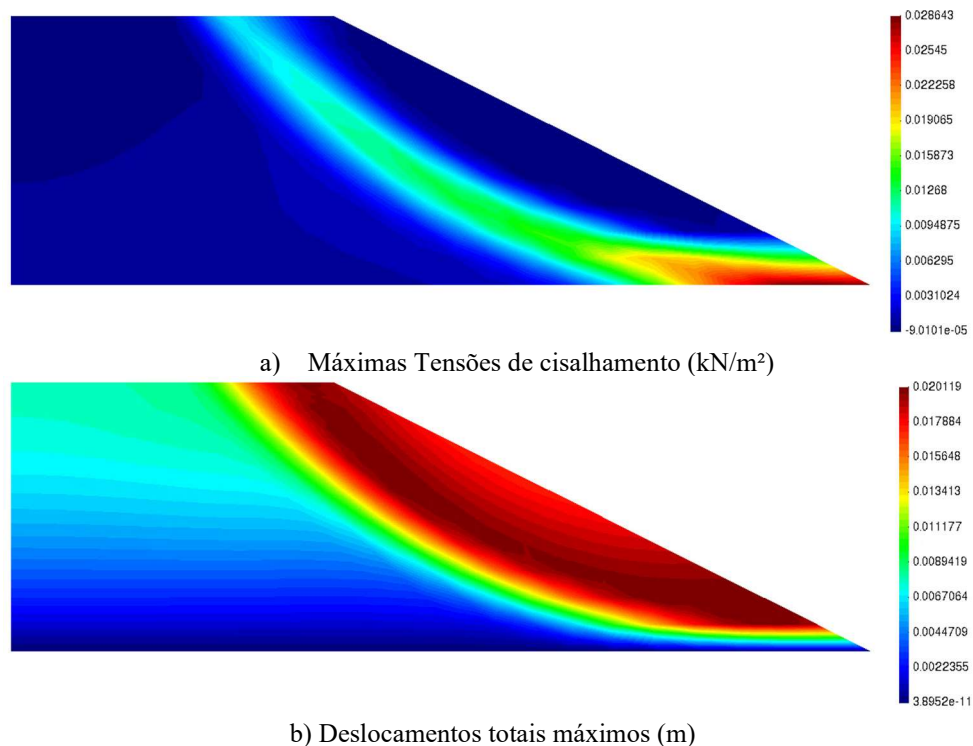
Fonte: Adaptado de Griffiths *et al.* (1999)

Cada fator de segurança representou uma análise independente e em cada uma o FS_{RRC} foi sendo alterado reduzindo os parâmetros de resistência até que a convergência não fosse atingida dentro do limite de iterações. Nestas análises aplicou-se apenas as cargas gravitacionais. Para o estudo com $FS_{RRC}=1$, o ângulo interno (ϕ) foi fixada em 20° , enquanto as demais propriedades do solo foram calculadas conforme a Equação 5.1.

$$c'/\gamma H = 0,05 \quad (5.1)$$

As Figuras 11(a) e 11(b) mostram as tensões de cisalhamento máximas e deslocamentos resultantes máximos (direções x e y) obtidos pela análise com o programa CB.

FIGURA 11 - Resultados - Validação Análise de Estabilidade de Taludes



Fonte: A Autora (2024).

Pela Tabela 4 observa-se um aumento abrupto no deslocamento adimensional $\frac{Eu_y}{\gamma H^2}$ quando o FS é igual a 1,4 para o estudo de Griffiths *et al.* (1999) e de 1,45 para este estudo.

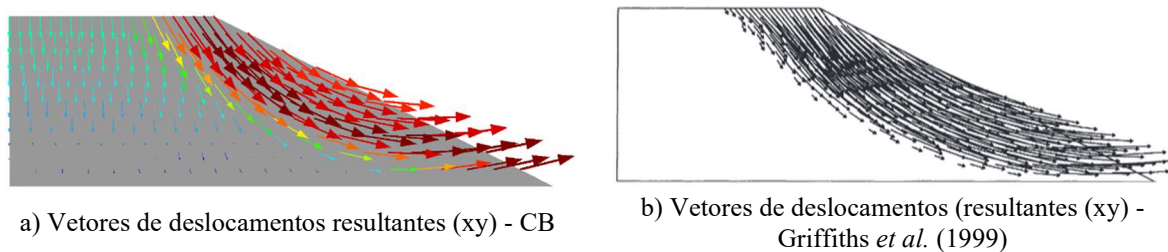
TABELA 4 – Deslocamentos adimensionais obtidos – validação do modelo MC.

FS _{RRC}	$E \cdot u_y / (g \cdot H^2)$ Griffiths (1999)	$E \cdot u_y / (g \cdot H^2)$ Este Estudo
0,80	0,379	0,381
1,00	0,381	0,381
1,20	0,422	0,398
1,30	0,453	0,414
1,35	0,544	0,426
1,40	1,476	0,466
1,45	-	1,006

Fonte: A Autora (2024).

As Figuras 12(a) e 12(b) mostram os vetores de deslocamento nodal correspondente à situação do limite de convergência de ambos os casos. Por estas imagens é possível notar boa concordância entre os estudos analisados.

FIGURA 12 – Resultados das análises do talude – validação modelo MC



Fonte: Griffiths *et al.* (1999)

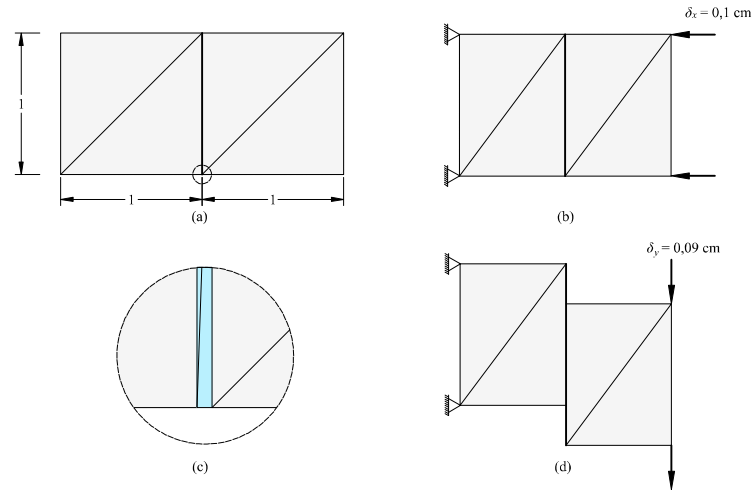
Portanto, os resultados obtidos neste trabalho têm boa concordância com os resultados de Griffiths *et al.* (1999), validando assim, a metodologia utilizada pelo programa CB para a análise de estabilidade de taludes, podendo ser utilizada com confiabilidade para outras análises.

5.2 VALIDAÇÃO DO MODELO FRICCIONAL DA FRATURA

Para validar a implementação do modelo constitutivo de dano de Mohr-Coulomb proposto, foi desenvolvido um modelo geométrico em 2D, composto por dois blocos, com elementos finitos de alta razão de aspecto posicionados entre eles, como mostra a Figura 13. Essa configuração

permite analisar a resposta do modelo sob diferentes condições de resistência, verificando a adequação do comportamento simulado ao esperado.

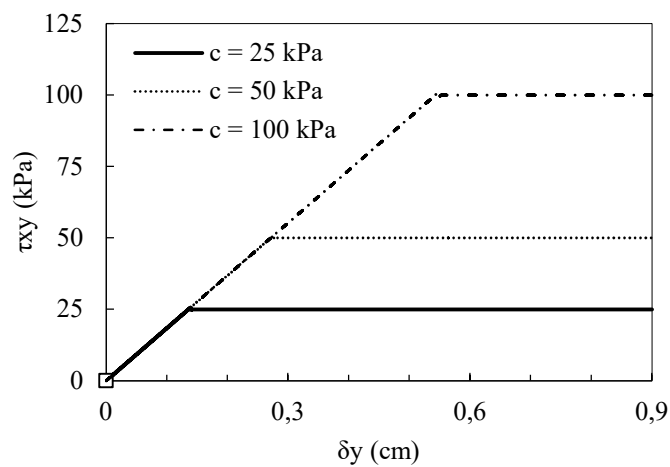
FIGURA 13 - Geometria e condições de contorno para o teste de dois blocos usado na validação do modelo de Mohr-Coulomb.



Fonte: A autora (2024).

Neste primeiro cenário, foram consideradas simulações com um ângulo de atrito de 0 e valores de coesão de 25, 50 e 100 kPa. Conforme previsto pela teoria de Mohr-Coulomb, o valor máximo de tensão de cisalhamento deve ser igual ao valor de coesão, pois a resistência ao cisalhamento depende exclusivamente deste parâmetro na ausência de atrito. A Figura 14 mostra a tensão de cisalhamento sobre o deslocamento na direção y. Os resultados mostram excelente concordância entre os valores esperados e simulados.

FIGURA 14 - Resultados das análises para variação da coesão dos blocos sujeitos a cisalhamento

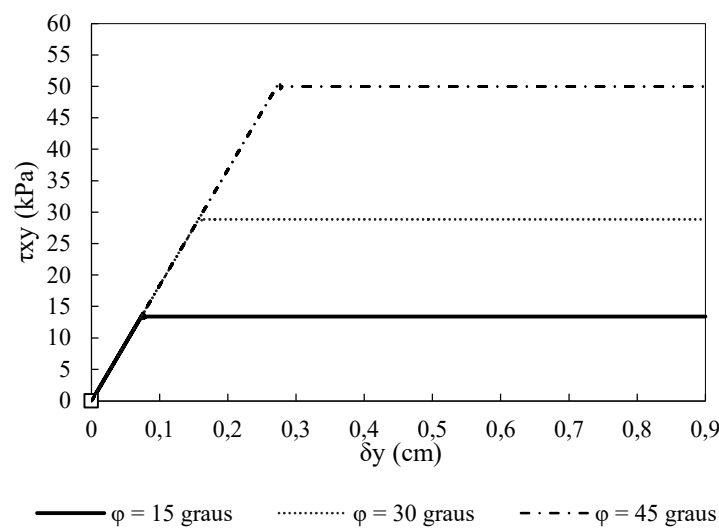


Fonte: A autora (2024).

Outra condição também foi simulada onde a coesão é 0, e ângulos de atrito de 15°, 30° e 45° foram utilizados. Nestes casos, o valor esperado é calculado de acordo com a Equação 5.2. A Figura 15 apresenta a tensão de cisalhamento sobre o deslocamento na direção y, e os resultados também mostram boa correspondência entre os valores esperados e simulados, validando o modelo constitutivo para condições dependentes de atrito.

$$\tau_{xy} = 50 \cdot \tan(\varphi) \quad (5.2)$$

FIGURA 15 - Resultados das análises para variação do ângulo de atrito dos blocos sujeitos a cisalhamento



Fonte: A autora (2024).

Esse processo é bastante simples e nos permite ter controle total sobre as expectativas. O comportamento observado está de acordo com o esperado, dessa forma entende-se que a implementação é capaz de reproduzir adequadamente o comportamento do deslizamento de fraturas.

5.3 TALUDES ROCHOSOS FRATURADOS

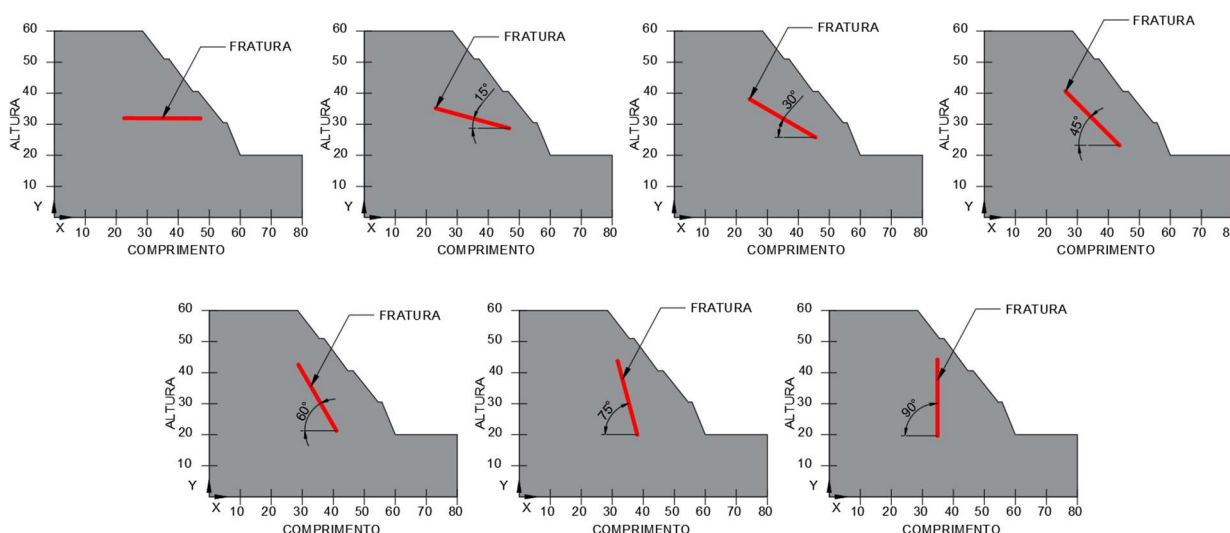
5.3.1 Talude rochoso homogêneo contendo fratura única

Neste caso, para entender como a inclinação das fraturas em um talude rochoso afeta sua estabilidade, analisou-se de forma bidimensional um caso com a mesma geometria estudada por Zhang *et al.* (2015) e Li *et al.* (2022). O talude em questão consiste em um maciço rochoso com 60 metros de altura e 80 metros de base, cujo talude possui 40 metros de altura assentado

em uma fundação rochosa de 20 metros de profundidade. A análise varia o ângulo de inclinação das fraturas de 0° a 90° com incrementos de 15° , conforme Figura 16.

O talude foi analisado por meio dos programas CB e RS2, e em ambas as análises foram aplicadas condições de contorno semelhantes, considerando restrição horizontal na face direita do terreno e na fundação rochosa. Na base do maciço foram consideradas restrições verticais e horizontais.

FIGURA 16 - Geometria do talude e as diferentes inclinações da fratura



Fonte: Adaptado de Li *et al.* (2022)

Os parâmetros mecânicos da rocha e da fratura também foram obtidos em Zhang *et al.* (2015) e estão listados na Tabela 5.

No programa RS2 as fraturas foram simuladas como elementos de espessura nula utilizando o comando “joint” existente. Para os materiais foi aplicado o modelo elastoplástico de Mohr Coulomb para a rocha, o preenchimento da fratura e os elementos de espessura nula. Por este modelo, os elementos de interface, além de ângulo de atrito, coesão e dilatância, são necessários também os valores de rigidez normal k_n e tangencial k_s também obtidos em Zhang *et al.* (2015).

Já para as simulações no CB para o maciço rochoso e material de preenchimento utilizou-se o modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb e para os elementos de interface foi utilizado EF-ERA aplicando-se o modelo de dano de Mohr-Coulomb proposto neste trabalho. Este modelo implementado não utiliza as propriedades dilatância, rigidez normal e rigidez tangencial.

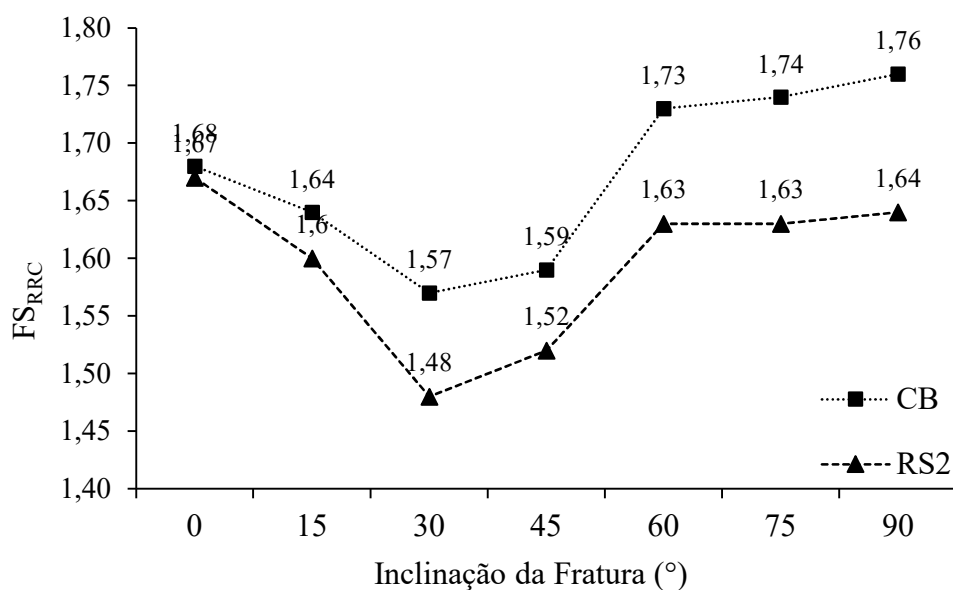
TABELA 5 - Propriedades utilizadas para estudar a influência do ângulo da fratura no fator de segurança do talude rochoso homogêneo.

Propriedade	Símbolo	Unidade de medida	Valor
Módulo de Young (rocha)	E	MPa	590
Coeficiente de Poisson (rocha)	ν	-	0,29
Peso específico (rocha)	γ	kN/m ³	26,8
Coesão (rocha)	c	kPa	100
Ângulo de atrito (rocha)	ϕ	°	34,8
Ângulo de dilatância (rocha)	ϕ	°	34,8
Rigidez normal (elemento de interface)	k_n	kPa/m	$1,5 \cdot 10^7$
Rigidez tangencial (elemento de interface)	k_s	kPa/m	$1,5 \cdot 10^7$
Coesão (material de preenchimento)	c	kPa	10
Ângulo de atrito (material de preenchimento)	ϕ	°	28

Fonte: Adaptado de Zhang *et al.* (2015)

A Figura 17 apresenta os resultados obtidos nas simulações deste trabalho sendo comparadas.

FIGURA 17 - Resultados de RRC para Taludes com 1 fratura



Fonte: A autora (2024).

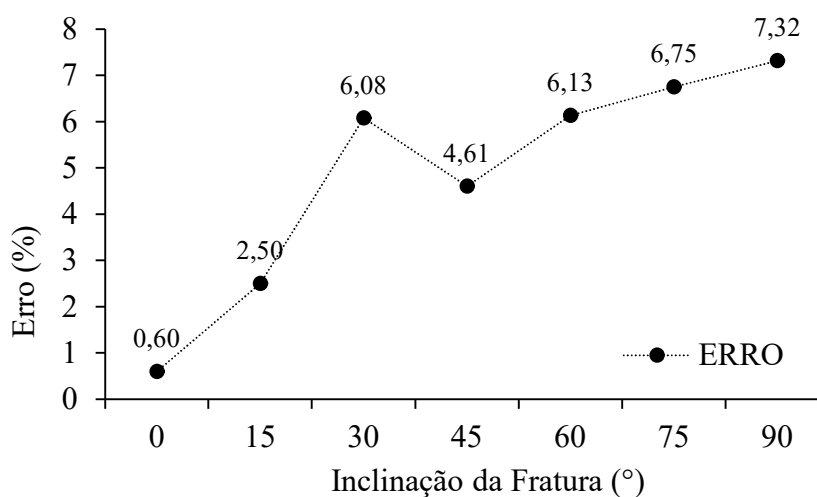
Observa-se que o FS_{RRC} inicialmente diminui e, em seguida, aumenta novamente, apresentando um valor mínimo na inclinação na fratura de 30°. Isso evidencia que o FS_{RRC} é uma função do ângulo de inclinação da fratura. Os FS_{RRC} nas inclinações de fratura de 30° e 45° são mais baixos com relação aos demais indicando que essas configurações de fratura são críticas.

As diferenças observadas nos fatores de segurança em diferentes ângulos de inclinação podem ser atribuídas aos diferentes critérios de resistência adotados. Em ambos os estudos, para avaliar o comportamento elastoplástico do maciço foi utilizado o modelo elastoplástico de Mohr

Coulomb. Já para avaliar o comportamento de contato friccional das fraturas, foi utilizado no programa RS2 o modelo elastoplástico de Mohr Coulomb, que considera para os elementos de espessura nula o efeito da dilatância. No programa CB foi utilizado o modelo de dano friccional de Mohr Coulomb implementado que não considera o efeito da dilatância nos EF-ERA. Além disso, as malhas também não são exatamente as mesmas em ambos os estudos.

A Figura 18 ilustra a diferença obtida nos resultados de RRC entre as duas técnicas apresentando o erro máximo para cada ângulo de inclinação.

FIGURA 18 - Erro máximo entre as técnicas



Fonte: a autora (2024).

É possível notar que as diferenças obtidas nos casos não ultrapassam 7,5%.

Neste caso, como as fraturas estão confinadas, uma das possíveis causas dos resultados diferentes para FS_{RRC} é o efeito da dilatância considerado nas análises com o programa RS2. A geometria de maciços com fraturas confinadas, impede que a dilatância ocorra de forma natural.

A Figura 19 apresenta os padrões de deslocamentos obtidos para cada ângulo de inclinação.

Os padrões de ruptura podem ser agrupados em duas categorias:

1. Fraturas com inclinação de 0°, 15°, 30°, 45° e 60° em que as superfícies de ruptura interceptam a fratura.
2. Fraturas com inclinação de 75° e 90° em que as superfícies de ruptura cortam a fratura, apresentando uma superfície de falha circular, como tipicamente observado em taludes sem fraturas, evidenciando que estas inclinações exercem pouca ou nenhuma influência na ruptura do maciço.

FIGURA 19 - Deslocamentos resultantes (xy) para o talude rochoso com fratura única

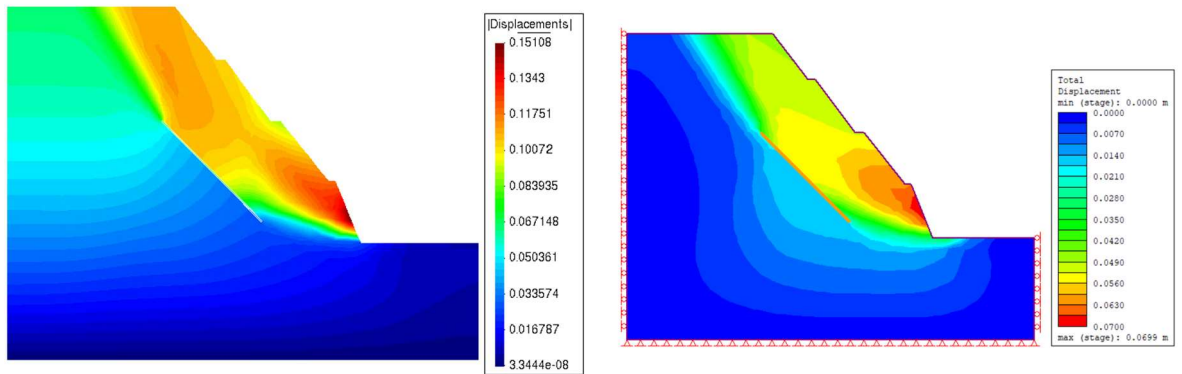
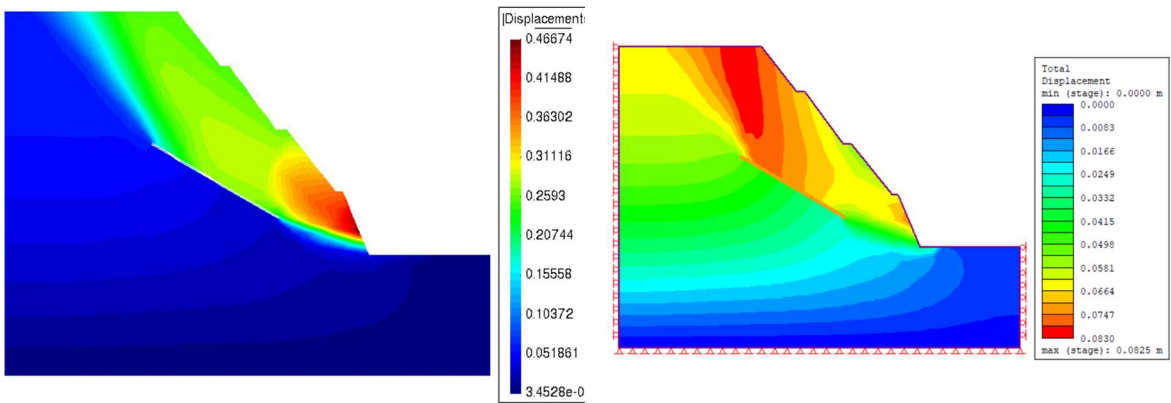
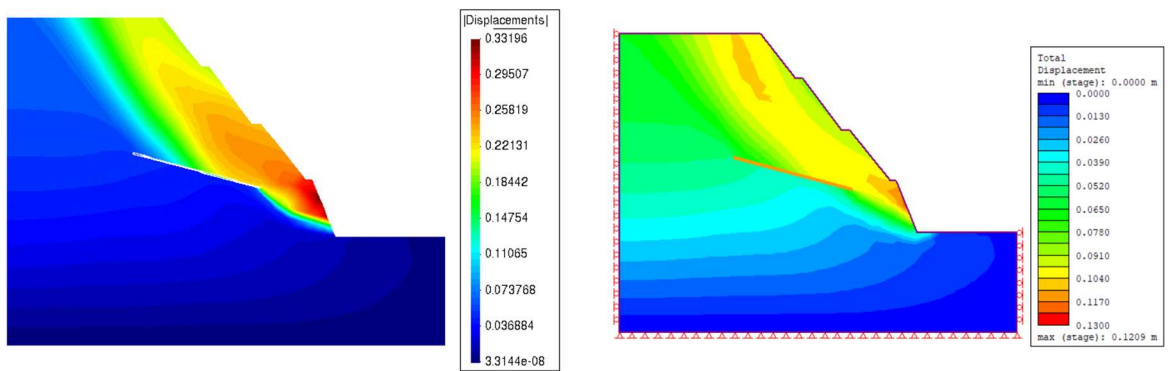
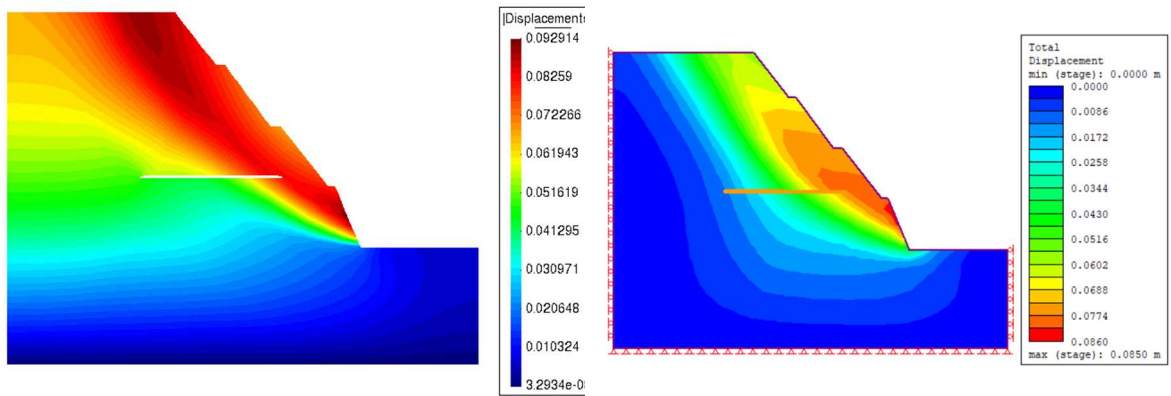
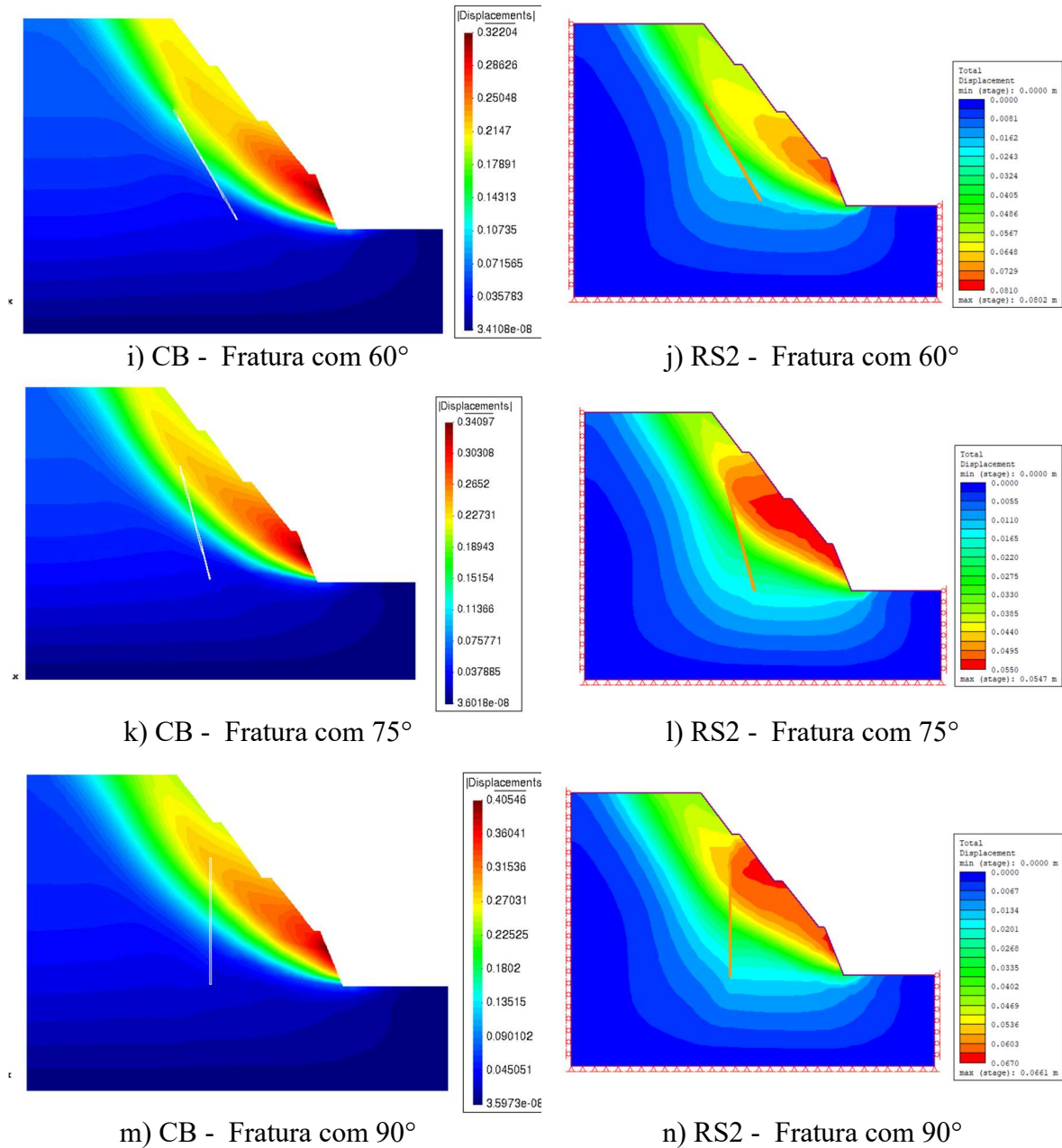


FIGURA 19 - Deslocamentos resultantes (xy) para o talude rochoso com fratura única

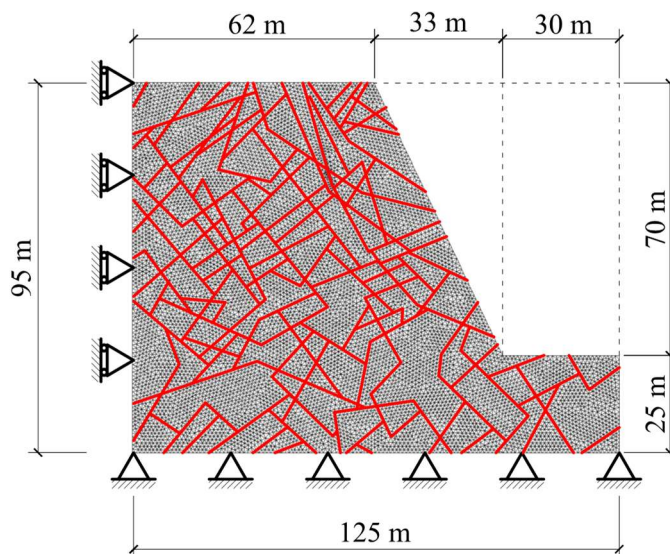


Fonte: a autora (2024).

5.3.2 Talude rochoso homogêneo contendo múltiplas fraturas

Para investigar o efeito de múltiplas fraturas no FS_{RRC}, realizou-se análises numéricas RS2 e no CB. Os resultados serão comparados para validação da técnica implementada neste trabalho. Para isso, foi avaliado um talude rochoso com geometria apresentados no estudo de Li *et al.* (2022) indicado na Figura 20.

FIGURA 20 - Geometria do talude rochoso com as duas distribuições de fraturas consideradas



Fonte: Adaptado de Li *et al.* (2022)

O talude foi analisado utilizando os programas CB e RS2, aplicando condições de contorno semelhantes em ambas as análises. Foi considerada uma restrição horizontal na face direita do terreno e na face esquerda da fundação rochosa, enquanto na base do maciço aplicou-se restrição de movimento tanto verticais quanto horizontais.

Para o RS2 foi utilizado o modelo elastoplástico de Mohr Coulomb e elementos de interface de espessura nula para modelar as fraturas, os quais utilizam dentre outras propriedades, dilatância, rigidez normal e rigidez tangencial. Para o CB utilizou-se elementos de alta razão de aspecto munidos com o critério de dano implementado para modelar as fraturas, sem a utilização das propriedades dilatância, rigidez normal e rigidez tangencial e o comportamento do material rochoso é mimetizado pelo modelo elastoplástico de Mohr Coulomb.

Os parâmetros de materiais foram obtidos no estudo de Zheng *et al.* (2014). A Tabela 6 apresenta os valores dos parâmetros do maciço rochoso e dos elementos de espessura nula.

A Tabela 7 compara os resultados obtidos nas análises dos dois programas. A Figura 21 apresenta os valores dos deslocamentos e tensões cisalhantes máximas calculados com o programa RS2 para o talude com múltiplas fraturas utilizando elementos de espessura nula. Já a Figura 22 apresenta os resultados dos deslocamentos e tensões cisalhantes máximas utilizando o programa CB e EF-ERA.

TABELA 6 - Propriedades do maciço rochoso com múltiplas fraturas.

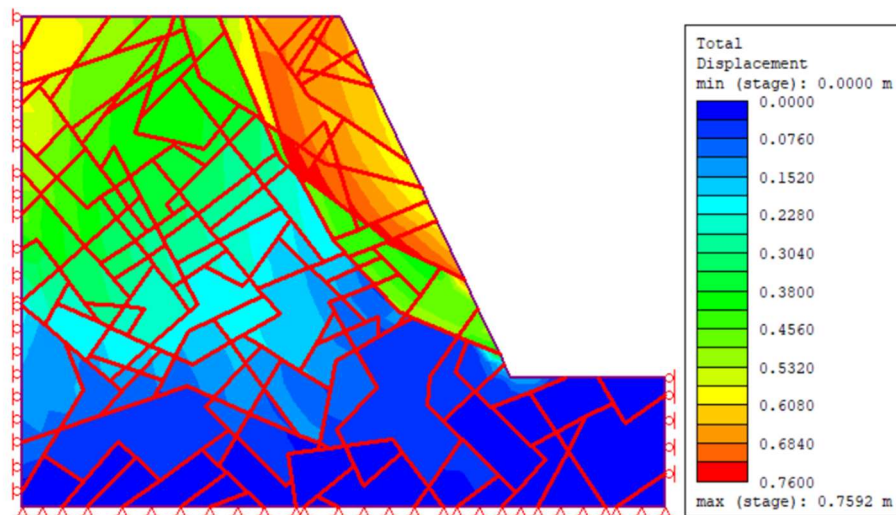
Propriedade	Símbolo	Unidade de medida	Valor
Módulo de Young	E	MPa	10.000
Coefficiente de Poisson	ν	-	0,20
Peso específico	γ	kN/m ³	25
Coesão (rocha)	c	kPa	1.000
Ângulo de atrito (rocha)	ϕ	(°)	38
Rigidez normal (fratura)	k_n	kPa/m	10.000
Rigidez tangencial (fratura)	k_s	kPa/m	3.846
Coesão (fratura)	c	kPa	120
Ângulo de atrito (fratura)	ϕ	(°)	24

Fonte: Adaptado de Zheng *et al.* (2014)

TABELA 7 - Porcentagem de erro entre análises utilizando o CB e o RS2.

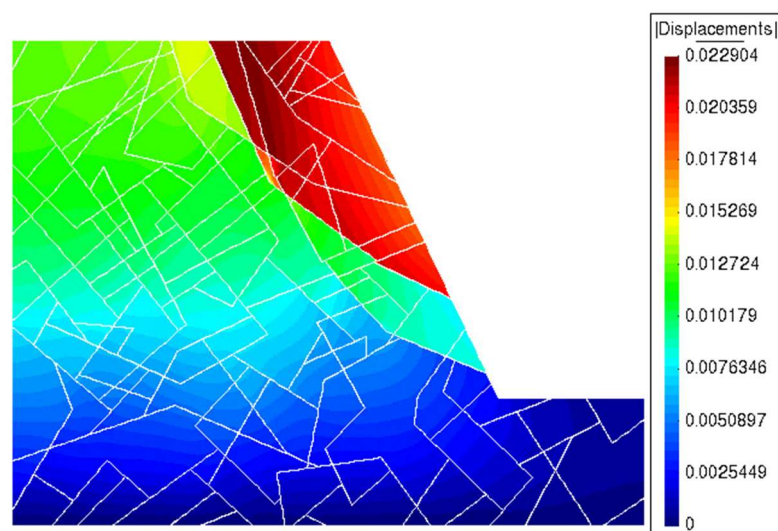
FS _{RRC} - RS2	FS _{RRC} - CB	Porcentagem de Erro
1,58	1,60	1,26%

Fonte: A autora

FIGURA 21 – Campos de deslocamentos totais obtidos com o programa RS2 – FS_{RRC} = 1,58

Fonte: A autora (2024)

FIGURA 22 – Campos de deslocamentos totais obtidos com elementos de alta razão de aspecto CB – $FS_{RRC} = 1,60$



Fonte: A autora (2024)

Os resultados das análises mostram que o FS_{RRC} encontrado no programa CB utilizando EF-ERA para simular as fraturas apresentou resultados semelhantes aos encontrados com o programa RS2 que utiliza elementos de espessura nula para simular o efeito das fraturas. Além disso os campos de deslocamento obtidos nas Figuras 21 e 22 são semelhantes.

Neste caso, como as fraturas não estão confinadas elas emergem para fora da geometria permitindo que o fenômeno da dilatação ocorra de forma natural, trazendo boa concordância entre os resultados das análises.

As diferenças mais notadas estão no valor dos deslocamentos totais máximos (direções x e y), onde utilizando o programa RS2 se obtém o valor de aproximadamente 0,76 m e com a técnica implementada neste trabalho obtém-se o valor de 0,22 m. Essa diferença pode ser justificada pelas diferentes malhas de elementos finitos utilizadas em cada programa e pelo modelo constitutivo adotado.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 CONCLUSÃO

Os estudos referentes a massa de solo aplicada ao empuxo ativo, análise axissimétrica de fundação rasa e talude homogêneo serviram para validar o modelo de Mohr-Coulomb implementado no programa CB. Ambas as análises apresentaram resultados coerentes com àqueles anteriormente relatados em outros trabalhos.

Para o modelo geométrico em 2D, composto por dois blocos, com elementos finitos de alta razão de aspecto foi possível analisar a resposta do modelo de dano friccional de Mohr-Coulomb implementado no programa sob diferentes condições de resistência, verificando a adequação do comportamento simulado ao esperado. Os resultados obtidos nesta análise demonstram boa correspondência com os valores teóricos previstos, indicando que os modelos podem reproduzir o comportamento de deslizamento de fraturas.

Por fim, foi verificado que os EF-ERA podem ser utilizados para simular fraturas em taludes rochosos por meio de experimentos numéricos utilizando o programa RS2 com elementos de espessura nula e comparando os resultados das análises realizadas utilizando o programa CB com o modelo constitutivo implementado. Os resultados mostraram boa concordância entre as técnicas aplicadas.

Os resultados das simulações para taludes com uma única fratura mostraram que a inclinação das fraturas tem um impacto significativo nos fatores de segurança encontradas na análise de estabilidade dos taludes rochosos, posto que, foi identificado que fratura única com inclinação de 30° e 45°, representam condições mais críticas de estabilidade ao talude rochoso devido à formação de superfícies de ruptura que interagem diretamente com as fraturas.

Os resultados obtidos nas análises numéricas realizadas com os programas RS2 e CB para taludes com múltiplas fraturas confirmam a eficiência da técnica de fragmentação da malha com elementos de alta razão de aspecto implementado neste trabalho. Comparando os valores de FS_{RRC} , percebe-se uma excelente concordância entre os dois programas, com um erro médio de apenas 1,26 %.

Observa-se também que a influência da dilatação nas análises de estabilidade está diretamente relacionada ao confinamento das fraturas. Quando as fraturas estão confinadas, o efeito da

dilatância é limitado pela geometria do maciço, podendo gerar discrepâncias nos fatores de segurança obtidos. Por outro lado, quando as fraturas não estão confinadas, elas podem se propagar livremente, permitindo que a dilatância ocorra de maneira natural e garantindo maior concordância entre os resultados das simulações.

Dessa forma, conclui-se que a inserção de EF-ERA na posição das fraturas naturais em conjunto com o método de elementos finitos de alta razão de aspecto é capaz de simular com precisão o efeito das fraturas em taludes rochosos, contribuindo assim, para uma melhor compreensão dos principais fenômenos inerentes ao meio e das tendências de rupturas, reduzindo os riscos e custos envolvidos.

6.2 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

- Análises bidimensionais utilizando a técnica de fragmentação da malha em taludes rochosos fraturados considerando o efeito da água e o acoplamento hidromecânico.
- Análises bidimensionais utilizando a técnica de fragmentação da malha e elementos de alta razão de aspecto em taludes rochosos fraturados, onde nos elementos de alta razão de aspecto sejam utilizados o modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb ao invés do critério de dano implementado.
- Análises tridimensionais utilizando elementos de alta razão de aspecto para simular o efeito das fraturas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALKASAWNEH, Wael et al. A comparative study of various commercially available programs in slope stability analysis. **Elsevier Ltd.**, 2007.
- BELYTSCHKO, Ted; LIU, Wing Kam; MORAN, Brian; ELKHODARY, Khalil I. Nonlinear finite elements for continua and structures. 2. ed. Chichester: **John Wiley & Sons**, 2014. ISBN 978-1-118-63270-3.
- BISHOP, A. W. 1955. The Use of the Slip Circle in Stability Analyses. **Geotechnique**, cap. 5, p. 7-17. <https://doi.org/10.1680/geot.1955.5.1.7>
- CAMARGO, Murilo et al. Modeling the hydrodynamic behavior of fractures and barriers in porous media using coupling finite elements. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 208, p. 109700, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109700>
- CHAN, Andrew HC et al. Computational geomechanics: theory and applications. **John Wiley & Sons**, 2022. <https://doi.org/10.1002/9781118535295>
- CLETO, Pedro R. et al. Three-dimensional high aspect ratio interface elements for simulating 3D hydraulic fracturing in deformable porous media. **Computers & Structures**, v. 283, p. 107057, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2023.107057>
- DAWSON, E. M.; ROTH, W. H.; DRESCHER, A. Slope stability analysis by strength reduction. **Geotechnique**, v. 49, n. 6, p. 835-841, 1999. <https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.6.835>
- DE SOUZA NETO, E. A., PERIĆ, D., AND OWEN, D. R. J. 2008 Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications. **John Wiley & Sons**. <https://doi.org/10.1002/9780470694626>
- DUNCAN, J. M. (1996) State of the art: Limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. **J Geotech Eng** 122(7):577–596. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1996\)122:7\(577\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:7(577))
- DUNCAN, JM; WRIGHT, SG A precisão dos métodos de equilíbrio da análise de estabilidade de taludes. Em: KOH, SL (Ed.). Mecânica de deslizamentos de terra e estabilidade de taludes . **Geologia de engenharia** , v. 16, p. 5–17, 1980.

FABBRI, Heber A. et al. Modeling the closure behavior of natural fractures in porous media using high aspect ratio interface elements. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 196, p. 107979, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2020.107979>

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. 2007. Um primeiro curso em elementos finitos. (1a ed.). Rio de Janeiro: LTC. ISBN 9788521617013.

G1. Tragedia em Capitólio: após um mês da queda de rocha que matou 10 pessoas, geólogos fazem estudo no lago de Furnas. **G1**, Belo Horizonte, 9 fev. 2022. Disponível em: <https://g1.globo.com/mg/centro-oeste/noticia/2022/02/09/tragedia-em-capitolio-apos-um-mes-da-queda-de-rocha-que-matou-10-pessoas-geologos-fazem-estudo-no-lago-de-furnas.ghtml>. Acesso em: 2 de novembro de 2023.

G1. A Avenida Niemeyer é interditada em dois sentidos após penetração de rocha. **G1** Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 09 set. 2023. Disponível em: <https://g1.globo.com/rj/rio-de-janeiro/noticia/2023/09/09/avenida-niemeyer-e-interditada-nos-dois-sentidos-apos-deslizacao-de-rocha.ghtml>. Acesso em: 17 jun. 2024.

GID SIMULATION. GID: The personal pre and post processor. Disponível em: <https://www.gidsimulation.com/>. Acesso em: 11 jan. 2023.

GIMENES, M., RODRIGUES, E.A., MAEDO, M.A. et al. Propagação de fissuras 2D em concreto de alta resistência usando modelagem multiescala. **Multiscale Sci. Eng.** 2, 169–188 (2020). <https://doi.org/10.1007/s42493-020-00049-y>

GRIFFITHS, D. V. Computation of bearing capacity factors using finite elements. **Geotechnique**, v. 32, n. 3, p. 195-202, 1982. <https://doi.org/10.1680/geot.1982.32.3.195>

GRIFFITHS, D.V., LANE, P.A., 1999. Slope stability analysis by finite elements. **Géotechnique**, cap. 49, 387–403. <https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.3.387>

GRIFFITHS, D. V., & FENTON, G. A. (2004). Probabilistic slope stability analysis using finite elements. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 130(5), 507-518. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2004\)130:5\(507\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2004)130:5(507))

GRIFFITHS, D.V., MARQUEZ, R.M., 2007. Three-dimensional slope stability analysis by elasto-plastic finite elements. **Géotechnique**, cap. 57, 537–546. <https://doi.org/10.1680/geot.2007.57.6.537>

JANBU, N. 1973. A simplified method for slope design. **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, cap. 99, 991-1003.

JANBU, N. 1973. A simple method for slope stability calculations. **Engineering Geology**, cap. 6, p. 3-17.

JANBU, N. 1973. Slope stability computations. **Soil mechanics in engineering practice**, cap. 1, p. 255-295.

LI, Z., HU, Z., ZHANG, X., DU, S., GUO, Y., & WANG, J. 2019. Reliability analysis of a rock slope based on plastic limit analysis theory with multiple failure modes. **Computers and Geotechnics**, 110, 132–147. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.02.021>

LI, X., LIU, J., GONG, W., XU, Y., & BOWA, V. M. 2022. A discrete fracture network based modeling scheme for analyzing the stability of highly fractured rock slope. **Computers and Geotechnics**, 141. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2021.104558>.

MAEDO, M. A.; MANZOLI, O. 2014 Simulação computacional de fraturamento hidráulico pelo Método dos Elementos Finitos utilizando técnica de fragmentação da malha. Projeto de Pesquisa. <https://doi.org/10.1007/s00603-021-02387-1>

MAEDO, Michael et al. Analysis of soil drying incorporating a constitutive model for curling. **Acta Geotechnica**, v. 15, p. 2619-2635, 2020. <https://doi.org/10.1007/s11440-020-00920-0>

MAEDO, Michael A. et al. Coupled thermo-hydro-mechanical numerical modeling of evolving fractures in rocks. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 54, n. 7, p. 3569-3591, 2021.

MAEDO, Michael A. **FRAG: Análise de Fraturas em Geomecânica** <https://github.com/github/>.

MAEDO, Michael A. et al. Coupled thermo-hydro-mechanical numerical modeling of evolving fractures in rocks. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 54, n. 7, p. 3569-3591, 2021.

MAJID, A. A.; TAMAGNINI, C. (2000). Significance of Soil Dilatancy in Slope Stability Analysis. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 126(1), 75-80. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2000\)126:1\(75\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2000)126:1(75))

MANZOLI, O. L., MAEDO, M. A., BITENCOURT L.A.G., RODRIGUES E. A. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials, **Engineering Fracture Mechanics**, Volume 153,2016, Pages 151-170,ISSN 0013-7944, <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.12.026>

MANZOLI, Osvaldo L.; GUIMARÃES, Leonardo JN. Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. **Computers and Geotechnics**, v. 62, p. 27-39, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.06.009>

MANZOLI, Osvaldo L. et al. A new discrete fracture approach based on the use of coupling finite elements for modeling fluid transport in naturally fractured porous media. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 386, p. 114112, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2021.114112>

MASSAD, F. 2010. **Obras de Terra e Enrocamento**, Oficina de Textos, 170 páginas.

MATSUI, T.; SAN, K. C. (1988). Finite element stability analysis method for reinforced slope cutting.

MATSUI, T.; SAN, K. C. (1989). Verification of the analysis method for reinforced slopes.

MATSUI, T.; SAN, K. C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. **Soils and Foundations**, v. 32, n. 1, p. 59-70, Mar. 1992. Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering <https://doi.org/10.3208/sandf1972.32.59>

MORGENSTERN, N.R. E PRICE, V.E. 1965 .The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces. **Geotechnique**, cap. 15, p. 79-93. <https://doi.org/10.1680/geot.1965.15.1.79>

NAYLOR, D.J. (1982) Finite Elements and Slope Stability. In: Martins, J.B., Ed., Numerical Methods in Geomechanics, **Springer**, Dordrecht, 229-244. https://doi.org/10.1007/978-94-009-7895-9_10

OLIVELLA, S., GENS, A., CARRERA, J. AND ALONSO, E.E., A model for coupled deformation and nonisothermal multiphase flow through saline media. **First International Congress in Environmental Geotechnics**, Edmonton, 11-15 July 1994. <https://doi.org/10.1007/BF00613282>

OLIVELLA, SEBASTIA; GENS, ANTONIO; RAMÍREZ, JESÚS; ALONSO, EDUARDO. 1996. Numerical formulation for simulator (CODE_BRIGHT) for coupled analysis of saline media. **Engineering Computations**. <https://doi.org/10.1108/02644409610151575>

POTTS, David M. et al. Finite element analysis in geotechnical engineering: theory. London: Thomas Telford, 1999.

POTTS, David M. et al. Finite element analysis in geotechnical engineering: application. London: Thomas Telford, 2001. <https://doi.org/10.1680/feaigea.27831>

ROCSCIENCE. Sobre nossa empresa . 2024. Disponível em : <https://www.rocscience.com/about/company> . Acesso em: 26 nov. 2024.SÁNCHEZ, Marcelo;

RODRIGUES, Eduardo A.; MANZOLI, Osvaldo L.; BITENCOURT Jr., Luís A. G.; BITTENCOURT, Túlio N. Modelo 2D de mesoescala para concreto baseado no uso de elemento de interface com alta proporção. *Universidade de São Paulo*, São Paulo, 2016. Disponível online em: 12 maio 2016. Versão do registro em: 9 jun. 2016.

RODRIGUES, Eduardo A.; MANZOLI, Osvaldo L.; BITENCOURT Jr., Luís A. G. Modelo 3D simultâneo multiescala para propagação de fissuras em concreto. **Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 361, p. 112813, 1º abr. 2020. Disponível online em: 6 jan. 2020. Versão do registro em: 6 jan. 2020. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112813>

SARMA, A. K., ROUT, P. K., & PATRA, M. K. 2010. Finite element analysis of soil slopes. **International Journal of Geotechnical Engineering**, cap. 4, p. 125-134.

SÁNCHEZ, Marcelo; MANZOLI, Osvaldo L.; GUIMARÃES, Leonardo J.N. Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. **Computers and Geotechnics**, vol. 62, pp. 27-39, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.06.009>

SCHWEIGER H. F. (1994) On the use of Drucker-Prager failure criteria for earth pressure problems. **Comput Geotech** 16(4):223–246. [https://doi.org/10.1016/0266-352X\(94\)90003-5](https://doi.org/10.1016/0266-352X(94)90003-5)

SLOAN, S. W. (2013). Geotechnical stability analysis. **Geotechnique**, 63(7), 531-572. <https://doi.org/10.1680/geot.12.RL.001>

SPENCER, E. H. (1967). A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. **Geotechnique**, cap. 17, p. 11-26. <https://doi.org/10.1680/geot.1967.17.1.11>

SU, ZHENNING; SHAO, LONGTAN. A three-dimensional slope stability analysis method based on finite element method stress analysis. **Engineering Geology**, v. 280, p. 105910, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2020.105910>

UOL. Caminhão é esmagado por rocha gigante que se desprende na rodovia; veja. **UOL Notícias Internacional**, 04 mar. 2024. Disponível em: <https://noticias.uol.com.br/internacional/ultimas-noticias/2024/03/04/caminhao-e-esmagado-por-rocha-gigante-que-se-desprende-em-rodovia-veja.htm>. Acesso em: 17 jun. 2024

VARDON, P.J., WANG, B., & HICKS, M.A. 2017. Slope failure simulations with MPM. **Journal of Hydrodynamics**, 29(3), 445-451. [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(16\)60755-2](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(16)60755-2)

WANG, Yu; CAO, Zijun; AU, Siu-Kui. Efficient Monte Carlo Simulation of parameter sensitivity in probabilistic slope stability analysis. **Computers and Geotechnics**, v. 37, p. 1015-1022, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2010.08.010>

YANG, Xiao-Li; YIN, Jian-Hua. Slope Stability Analysis with Nonlinear Failure Criterion. **Journal of Engineering Mechanics**, ASCE, v. 130, n. 3, p. 267-273, 2004. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2004\)130:3\(267\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:3(267))

ZHANG, K., CAO, P., MENG, J., LI, K., FAN, W., 2015. Modeling the progressive failure of jointed rock slope using fracture mechanics and the strength reduction method. **Rock Mech. Rock Eng.** 48 (2), 771–785. <https://doi.org/10.1007/s00603-014-0605-x>

ZHENG, W., ZHUANG, X., TANNANT, D. D., CAI, Y., & NUNOO, S. (2014). Unified continuum/discontinuum modeling framework for slope stability assessment. **Engineering Geology**, 179, 90-101. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2014.06.014>