

LEONARDO CAMPANINE SICCHIERI

**COMPARAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS
PARA MANCAIS HIDRODINÂMICOS
SEGMENTADOS**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2017

LEONARDO CAMPANINE SICCHIERI

**COMPARAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA MANCAIS
HIDRODINÂMICOS SEGMENTADOS**

Projeto de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de graduação em
Engenharia Aeronáutica da Universidade
Federal de Uberlândia, como parte dos
requisitos para a obtenção do título de
BACHAREL em **ENGENHARIA
AERONÁUTICA.**

Orientador: Prof. Dr. Aldemir Aparecido
Cavalini Jr.

UBERLÂNDIA – MG

2017

LEONARDO CAMPANINE SICCHIERI

**COMPARAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA MANCAIS
HIDRODINÂMICOS SEGMENTADOS**

Projeto de conclusão de curso
APROVADO pelo Colegiado do Curso de
Graduação em Engenharia Aeronáutica da
Faculdade de Engenharia Mecânica da
Universidade Federal de Uberlândia.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Jr
Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Dr. João Marcelo Vedovoto
Universidade Federal de Uberlândia

Engenheiro. Jefferson Silva Barbosa
Universidade Federal de Uberlândia

UBERLÂNDIA – MG

2017

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por todas oportunidades e bênçãos promovidas em minha vida.

A meus pais Fatima e Wagner por toda a confiança e a apoio depositado a mim. A meus irmãos Heitor e Pedro Henrique pelo carinho e incentivo. Aos meus avós, tios, primos e familiares.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Jr. Pela sua dedicação e orientação. Além de muitos ensinamentos científicos e pessoais, também foi um exemplo de profissional e ser humano.

Aos meus professores que contribuíram muito para o meu crescimento técnico, profissional e pessoal.

Aos meus amigos que sempre estiveram ao meu lado e de certa forma contribuíram para o desenvolvimento desse trabalho.

À Universidade Federal de Uberlândia e à faculdade de engenharia Mecânica.

SICCHIERI, L.C.. **Comparação de Modelos Matemáticos para Mancais Hidrodinâmicos Segmentados**. 2017. 49p. Projeto de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG, Brasil.

RESUMO

Esse trabalho tem como objetivo comparar os modelos hidrodinâmicos linear e não linear para mancais segmentados. O modelo hidrodinâmico linear utiliza o método das diferenças finitas para a discretização da equação de Reynolds e, dessa forma, determinar a distribuição de pressão no filme lubrificante. As forças hidrodinâmicas de sustentação exercidas no eixo são determinadas a partir da integração da pressão sobre a área projetada do mancal. O modelo hidrodinâmico não linear parte da consideração de mancal curto, no qual o gradiente circunferencial de pressão pode ser desprezado. Assim, a equação de Reynolds é simplificada possibilitando a solução analítica do campo de pressão e, conseqüentemente, das forças de sustentação do mancal.

Palavras Chave: *Mancal hidrodinâmico segmentado, Modelos linear e não-linear, Equação de Reynolds.*

SICCHIERI, L.C.. **Comparison Between Mathematical Models Linear and Nonlinear for Tilting-Pad Journal Bearings.** 2017. 49p. Graduation Project, Federal University of Uberlandia, Uberlândia-MG, Brazil.

ABSTRACT

This work aims to compare the linear and nonlinear hydrodynamic models for tilting-pad bearings. The linear hydrodynamic model uses the finite difference method for the discretization of the Reynolds equation and to determine the pressure distribution in the lubricant film. The hydrodynamic supporting forces applied on the shaft are determined by integrating the pressure on the projected area of the bearing. The nonlinear hydrodynamic model is based on the short bearing consideration, in which the circumferential pressure gradient can be neglected. Thus, the Reynolds equation is simplified allowing the analytical solution of the pressure field and, consequently, of the bearing forces of the bearing.

Keywords: *Tilting-pad bearings, Linear and Nonlinear Models, Reynolds Equation.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Representação esquemática dos mancais radial (a), de escora (b) e combinado (c) (Fonte: www.essel.com.br).....	2
Figura 1.2 - Mancal de rolamento (Fonte: www.dgbrolamentos.com.br).....	2
Figura 1.3 - Mancal hidrodinâmico segmentado (Fonte: www.waukbearing.com).....	3
Figura 1.4 - Mancal magnético (Fonte: www.directindustry.com).....	3
Figura 1.5 - Representação esquemática de um mancal hidrodinâmico cilíndrico (Fonte: RUSSO, 1999).....	4
Figura 1.6 - Representação de mancais hidrodinâmicos lobulares (Fonte: RUSSO, 1999).....	4
Figura 1.7 - Mancais hidrodinâmicos segmentados (Fonte: RUSSO, 1999).....	5
Figura 3.1 - Sistemas de referência (RUSSO, 1999) (a) Inercial, (b) auxiliar, (c) móvel, (d) móvel curvilíneo.....	12
Figura 3.2 - Malha com incrementos $\Delta y''$ e $\Delta z''$	13
Figura 4.1 - Fluxograma do código desenvolvido em MATLAB®.....	26
Figura 4.2 - Distribuição de pressão ao longo das sapatas obtidas por Russo (1999).....	28
Figura 4.3 - Distribuição de pressão ao longo das sapatas obtidas neste trabalho.....	29

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Dados de geométrico e de operação utilizados na validação do modelo linear. ..	27
Tabela 4.2 - Comparação das posições de equilíbrio.	29
Tabela 4.3 - Comparação das forças exercidas pelas sapatas.....	30
Tabela 4.4 - Comparação das posições de equilíbrio e das forças exercidas pelas sapatas para diferentes velocidades de rotação do rotor.	31

LISTA DE SÍMBOLOS

I	Referencial inercial
B_j	Referencial auxiliar
B'_j	Referencial móvel
B''_j	Referencial móvel curvilíneo
X, Y, Z	Coordenadas cartesianas do sistema inercial I
x_j, y_j, z_j	Coordenadas cartesianas do sistema auxiliar B_j
x'_j, y'_j, z'_j	Coordenadas cartesianas do sistema móvel B'_j
x''_j, y''_j, z''_j	Coordenadas cartesianas do sistema móvel curvilíneo B''_j
h	Espessura do filme do óleo lubrificante
$\bar{h}$	Espessura adimensional do filme lubrificante
h_s	Espessura do segmento
C_r	Folga radial do mancal
R	Raio do eixo do rotor
R_s	Raio da sapata
L	Comprimento do mancal
X_R, Y_R	Coordenadas de centro do eixo em relação ao referencial inercial
x_R, y_R	Coordenadas de centro do eixo em relação ao referencial auxiliar

$\bar{x}, \bar{y}$	Coordenadas adimensionais do centro do eixo em relação ao referencial inercial
$\dot{\bar{x}}, \dot{\bar{y}}$	Velocidades adimensionais do centro do eixo
X_0, Y_0	Posição do pivô em relação ao referencial inercial I
$\bar{x}_0, \bar{y}_0$	Posição adimensional do pivô
$\bar{z}$	Coordenada adimensionais em relação ao referencial inercial na direção Z
p	Pressão ao longo da sapata
$F_{X_{ex}}$	Força externa ao mancal atuante na direção X
$F_{Y_{ex}}$	Força externa ao mancal atuante na direção Y
F_X	Força hidrodinâmica resultante atuante na direção X
F_Y	Força hidrodinâmica resultante atuante na direção Y
F_{X_j}	Força hidrodinâmica exercida pela sapata na direção X
F_{Y_j}	Força hidrodinâmica exercida pela sapata na direção Y
$F_{x'_j}$	Força hidrodinâmica na direção x' (sistema de referencial móvel) no segmento j
$F_{y'_j}$	Força hidrodinâmica na direção y' (sistema de referencial móvel) no segmento j
M_j	Momento atuante na j -esima sapata
N	Numero total de segmentos
ω	Velocidade de rotação do rotor
μ	Viscosidade dinâmica do óleo lubrificante
β	Posição angular na sapata

β_0	Ângulo de abrangência do segmento
β_1, β_2	Posição angular do ponto inicial e final do segmento
φ_j	Ângulo de posicionamento do pivô
α	Ângulo de deflexão da sapata
$\dot{\alpha}$	Velocidade adimensional de rotação da sapata

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE SÍMBOLOS	ix
CAPÍTULO I.....	1
1.1 Descrição do trabalho	5
CAPÍTULO II.....	7
CAPÍTULO III	10
3.1 Modelo Linear	11
3.2 Modelo Não Linear.....	17
CAPÍTULO IV	25
4.1 Validação do Modelo Linear	27
4.2 Comparação do Modelo Linear e Não linear.....	30
CAPÍTULO V	33
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A partir da revolução industrial, o homem desenvolveu inúmeras invenções, dentre elas se destacam as máquinas rotativas. Estes equipamentos são constituídos basicamente de um componente principal, o rotor, o qual é composto por um eixo e elementos de acionamento, e também por estruturas estacionárias de suporte, os mancais.

As máquinas rotativas possuem grande aplicação na indústria, e como exemplos podem ser mencionadas: as usinas hidroelétricas, nucleares, as indústrias aeroespaciais, petroquímica, de turbinas a gás, entre outras.

A cada dia exige-se mais das máquinas rotativas, tendo em vista a necessidade de aumento de seu desempenho. Por esse motivo, estes equipamentos são submetidos a elevadas rotações, altas temperaturas e grandes esforços. Ressalta-se que o mancal é um elemento mecânico estático responsável por suportar os componentes rotativos. Desta forma, o estudo de tal elemento é importante para a caracterização dinâmica de uma máquina rotativa e para possibilitar um aumento no desempenho, na vida útil e na confiabilidade.

Os mancais podem ser classificados de duas formas distintas, de acordo com o tipo de carga que suportam ou conforme o tipo de interação existente entre a parte fixa e móvel. De acordo com o tipo de carga por ele suportada, os mancais são classificados como (Fig. 1.1):

- **Mancais radiais:** suportam cargas radiais visando reduzir os deslocamentos transversais do eixo;
- **Mancais de escora:** suportam cargas axiais e visando impedir os deslocamentos axiais do eixo;

- **Mancais combinados:** suportam carga nos dois sentidos visando impedir tanto os deslocamentos transversais como os axiais do eixo.

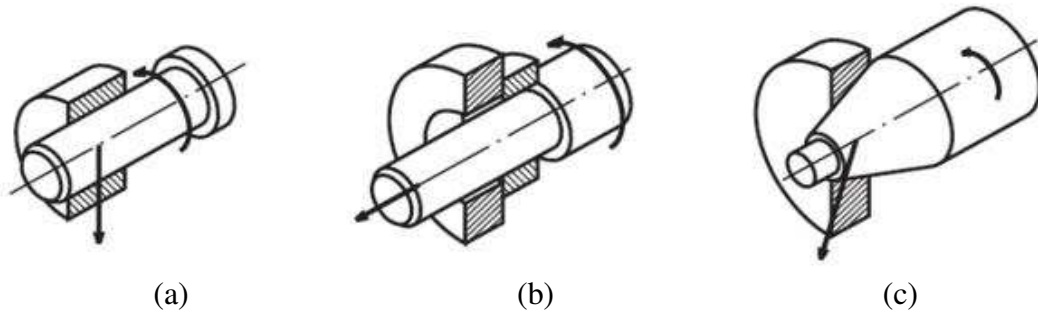


Figura 1.1 - Representação esquemática dos mancais radial (a), de escora (b) e combinado (c) (Fonte: www.essel.com.br).

De acordo com o tipo de interação, os mancais podem ser classificados basicamente de outras três formas:

- **Mancais de rolamento:** a interação é dada através de elementos sólidos, que na maioria dos casos são esferas ou rolos. A Fig. 1.2 apresenta um exemplo de mancal de rolamento;



Figura 1.2 - Mancal de rolamento (Fonte: www.dgbrolamentos.com.br).

- **Mancais de escorregamento ou hidrodinâmicos:** a interação entre as partes fixa e móvel ocorre através de um fluido lubrificante. Estes mancais são capazes de suportar maiores carregamentos, além de resultar em uma perda de energia menor devido à diminuição do atrito entre os componentes. A Fig. 1.3 exemplifica um mancal hidrodinâmico segmentado.



Figura 1.3 - Mancal hidrodinâmico segmentado (Fonte: www.waukbearing.com).

- **Mancais magnéticos:** utilizam campos magnéticos para suportar o rotor. Desta forma, o atrito entre a parte fixa e móvel é praticamente nulo, promovendo uma vida útil do conjunto próxima ao infinito. Destaca-se, no entanto, que esses mancais possuem os custos mais elevados. A Fig. 1.4 representa um mancal magnético.



Figura 1.4 - Mancal magnético (Fonte: www.directindustry.com).

Neste contexto, este trabalho de conclusão de curso tem como objetivo o estudo de modelos de mancais hidrodinâmicos segmentados radiais.

É importante destacar que o primeiro mancal hidrodinâmico desenvolvido foi o cilíndrico, o qual é composto apenas pelo anel externo e pelo fluido lubrificante, que tem como função suportar o rotor, impedindo assim o contato entre a parte girante e a fixa. Um desenho esquemático desse mancal é apresentado na Fig. 1.5.

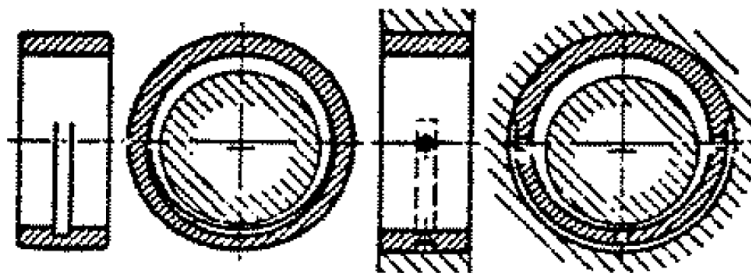


Figura 1.5 - Representação esquemática de um mancal hidrodinâmico cilíndrico (Fonte: RUSSO, 1999).

Os mancais hidrodinâmicos cilíndricos possuem uma limitação associada a velocidade de rotação do sistema. Um fenômeno de instabilidade fluído-induzida, conhecido como *oil whip* ocorre quando a velocidade de rotação da máquina é superior à 2 vezes a sua primeira velocidade crítica.

Com o objetivo de evitar a instabilidade acima mencionada, novos mancais foram desenvolvidos. A primeira modificação realizada foi alterar a forma do anel externo do mancal, passando de cilíndrico para elíptico. Assim, o hidrodinâmico lobular foi desenvolvido (Fig. 1.6).

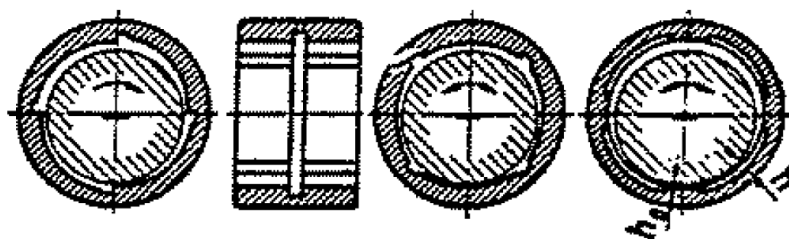


Figura 1.6 - Representação de mancais hidrodinâmicos lobulares (Fonte: RUSSO, 1999).

Os mancais lobulares não conseguem eliminar o fenômeno do *oil whip*. Contudo, faz com que ele ocorra em velocidades mais altas, possibilitando uma elevação na rotação da máquina. Com a finalidade de eliminar a instabilidade fluído-induzida e aumentar ainda mais a velocidade de rotação, desenvolveu-se o mancal hidrodinâmico segmentado ou *tilting-pad* (Fig. 1.7).

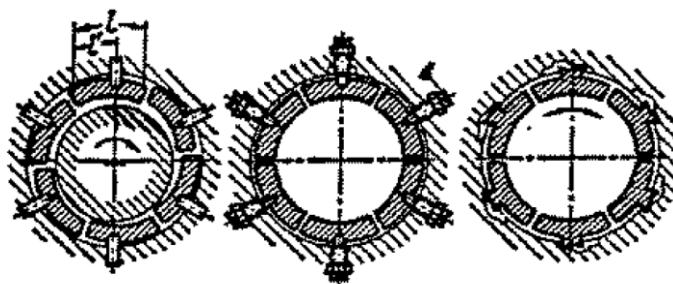


Figura 1.7 - Mancais hidrodinâmicos segmentados (Fonte: RUSSO, 1999).

Nesses mancais o anel externo é dividido em sapatas, as quais se apoiam em pivôs que possibilitam sua rotação. A capacidade de rotação das sapatas faz com que se ajustem para diferentes posições de carregamentos, produzindo um desacoplamento, ou independência, entre as direções ortogonais. Essa característica faz com que os mancais hidrodinâmicos segmentados sejam aplicados atualmente na maioria das máquinas que operam em altas velocidades de rotação como, por exemplo, turbos geradores, compressores, turbinas Francis e turbinas a gás.

O objetivo deste trabalho de conclusão de curso é realizar uma análise detalhada dos mancais hidrodinâmicos segmentados. Para isso serão avaliados dois modelos distintos, os quais são capazes de determinar as distribuições de pressão no mancal e calcular as forças hidrodinâmicas de sustentação atuantes no sistema.

Ressalta-se que o primeiro modelo utilizado é um modelo linear, no qual, através do método das diferenças finitas, a equação de Reynolds é resolvida. O segundo modelo é não linear que utiliza o princípio de mancais curtos, desprezando o gradiente de pressão ao longo da direção circunferencial do mancal possibilitando uma simplificação na equação de Reynolds e permitindo uma solução analítica.

1.1 Descrição do trabalho

Esse trabalho está dividido em cinco capítulos. Após a introdução, será realizada no segundo capítulo uma revisão bibliográfica buscando apresentar alguns estudos que já foram desenvolvidos sobre os mancais hidrodinâmicos.

Já no terceiro capítulo, os dois modelos mencionados do mancal hidrodinâmico serão descritos.

O quarto capítulo apresenta uma comparação entre o modelo linear e não linear para diferentes condições de operação do mancal, comparando as forças hidrodinâmicas e as posições de equilíbrio.

No quinto capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho desenvolvido e as sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com o desenvolvimento dos mancais hidrodinâmicos, um dos desafios e objetivos dos pesquisadores era compreender e modelar os efeitos que ocorriam no seu interior. Foi com esse interesse que os ingleses Tower (1883; 1885), Reynolds (1886) e Petroff (1883) obtiveram sucesso. Embora tenham trabalhado de maneira independente, eles solucionaram os problemas da hidrodinâmica e conseguiram equacionar o comportamento do filme lubrificante, surgindo assim uma nova linha de pesquisa da engenharia, a Tribologia.

Entre 1883 e 1885, Tower analisou a influência do comportamento dinâmico dos mancais em máquinas rotativas, chegando a conclusão de que um rotor é sustentado pelo filme lubrificante quando submetido ao movimento de rotação. No ano de 1886, a partir de algumas simplificações da equação de Navier-Stokes, Reynolds determinou a equação diferencial que representa o perfil de pressões entre duas superfícies em movimento.

Petroff e Tower, que trabalharam com enfoque no campo experimental, tiveram seus trabalhos confirmados teoricamente a partir da publicação de Reynolds. As equações diferenciais desenvolvidas por este foi um grande marco no estudo dos mancais hidrodinâmicos, contribuindo significativamente para as ampliações no campo de estudo.

Sommerfeld (1904) propôs uma solução analítica para a Equação de Reynolds, na qual considerava os mancais como sendo longos. Assim, os termos relacionados ao gradiente de pressão na direção axial foram negligenciados. Essa solução foi feita integrando a equação de Reynolds e assim tornou possível a determinação do perfil de pressão.

A aplicação para mancais longos apresentavam algumas limitações, então Ocvirk (1952) propôs uma solução para a equação de Reynolds considerando mancais curtos, desprezando os gradientes de pressão ao longo da direção circunferencial.

Um trabalho que ganhou destaque na área de mancais segmentados foi o desenvolvido por Lund (1964), o qual percebeu que os mancais apresentam características físicas que podem ser descritas por forças proporcionais ao deslocamento e velocidade do eixo na posição do mancal. Destaca-se que o pesquisador publicou um método para o cálculo de coeficientes de amortecimento e rigidez linearizados a serem usados nas equações de movimento para representação dos mancais hidrodinâmicos, fornecendo curvas características para estes coeficientes.

Posteriormente Allaire (1981) propôs um novo método para a determinação de coeficientes dinâmicos em mancais segmentados. Esse método difere do método indicado por Lund (1964). A principal diferença proposta por Allaire refere-se a não reduzir os coeficientes dinâmicos para o armazenamento das características dinâmicas do segmento. Allaire propôs determinar estes coeficientes em sua forma completa para uma ampla faixa de excentricidades do eixo e então armazenar as características dinâmicas desse segmento.

Durante muito tempo acreditava-se que mancais hidrodinâmicos segmentados não eram susceptíveis a instabilidades. No entanto, Flack (1988) mostrou que em certas condições de operação, devido a deformações, excitações ou mesmo por variações da viscosidade no filme de lubrificante é possível a ocorrência de instabilidades nesses mancais.

Lima (1996) e Meggiolaro (1996) desenvolveram trabalhos semelhantes nos quais apresentaram modelos não lineares para a determinação das forças e dos coeficientes dinâmicos de mancais curtos cilíndricos e segmentados. Esses modelos foram implementados na análise dinâmica dos rotores e dessa forma foi possível obter as órbitas do seu eixo.

Russo (1999) determinou numericamente e identificou experimentalmente os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento em mancais hidrodinâmicos sem e com injeção de óleo no segmento (mancais híbridos). Os resultados obtidos nesse trabalho mostraram que a injeção de óleo na direção radial do segmento altera as distribuições de pressão e, conseqüentemente, as características dinâmicas do mancal.

Um dos grandes desafios da atualidade é implementar os efeitos térmicos nos modelos de mancais hidrodinâmicos, pensando nisso Daniel (2012) desenvolveu um modelo termo-hidrodinâmico para mancais segmentados, buscando verificar a influência da temperatura nas características dinâmicas desses sistemas. Um estudo comparativo foi realizado posteriormente, demonstrando a importância de considerar os efeitos térmicos no filme de óleo dos mancais.

CAPÍTULO III

MODELOS MATEMÁTICOS

Como mencionado, os mancais hidrodinâmicos segmentados são os mais utilizados em máquinas rotativas de alta velocidade. Isso se deve as suas interessantes características de estabilidade que devido as deflexões das sapatas realiza o desacoplamento do movimento do rotor nas suas direções ortogonais.

Salienta-se que quando o rotor está em movimento, o atrito viscoso do filme de óleo e o movimento relativo entre as partes internas do eixo e do mancal produzem uma distribuição de pressão. A pressão atuando sobre a superfície do rotor gera uma força de sustentação hidrodinâmica, dependente da posição do eixo em relação ao mancal, das posições das sapatas, da velocidade de rotação e das condições do fluido. O conhecimento dessas forças é de fundamental importância na análise do comportamento dinâmico do rotor. Destaca-se que neste trabalho serão analisados dois modelos para a determinação das forças hidrodinâmicas.

Os modelos matemáticos de mancais hidrodinâmicos segmentados têm como ponto de partida a equação de Reynolds. Esta é definida a partir da equação de Navier-Stokes e da continuidade.

O primeiro método consiste em um modelo linear que através do método das diferenças finitas possibilita discretizar a equação de Reynolds, determinando a distribuição de pressão sobre as sapatas do mancal. Integrando os campos de pressão, as forças hidrodinâmicas de sustentação do mancal são determinadas.

O segundo modelo é não linear. Simplificações são feitas na equação de Reynolds devido a consideração de mancal curto, que possibilita uma solução analítica da distribuição de pressão sobre o mancal.

Para o desenvolvimento dos dois modelos, foram elaboradas as seguintes hipóteses:

- Considera-se nula a ação de forças de campo sobre o filme de óleo, ou seja, despreza-se as forças devido ao campo gravitacional da terra sobre o lubrificante;
- A pressão no filme de óleo é considerada constante ao longo da direção radial, o que é válido para folgas radiais da ordem de μm ;
- O fluido que está em contato com alguma das superfícies, seja do rotor ou da sapata, possui a mesma velocidade que esta, estabelecendo a condição de não escorregamento;
- O fluido é considerado newtoniano, ou seja, a tensão de cisalhamento do fluido é proporcional à sua taxa de deformação;
- A temperatura e a viscosidade do lubrificante são consideradas constantes ao longo do tempo;
- O escoamento do fluido é considerado laminar;
- A inércia do fluido é desprezada.

3.1 Modelo Linear

O modelo linear utilizado neste trabalho foi baseado na formulação desenvolvida por Russo (1999). Para o desenvolvimento da equação de Reynolds utilizou-se 4 sistemas de referência (Fig. 3.1). O primeiro deles é posicionado no centro do mancal, sendo denominado sistema inercial $I(X, Y, Z)$, como mostra a Fig. 3.1a. O segundo indica o posicionamento da j -ésima sapata no mancal, denominado sistema auxiliar $B_j(x_j, y_j, z_j)$, representado na Fig. 3.1 b. O terceiro é um sistema auxiliar localizado em cada sapata, denominado sistema móvel $B'_j(x'_j, y'_j, z'_j)$, e está indicado na Fig. 3.1c. O quarto sistema acompanha a superfície interna da sapata, chamado de referencial móvel curvilíneo $B''_j(x''_j, y''_j, z''_j)$ indicado na Fig. 3.1d.

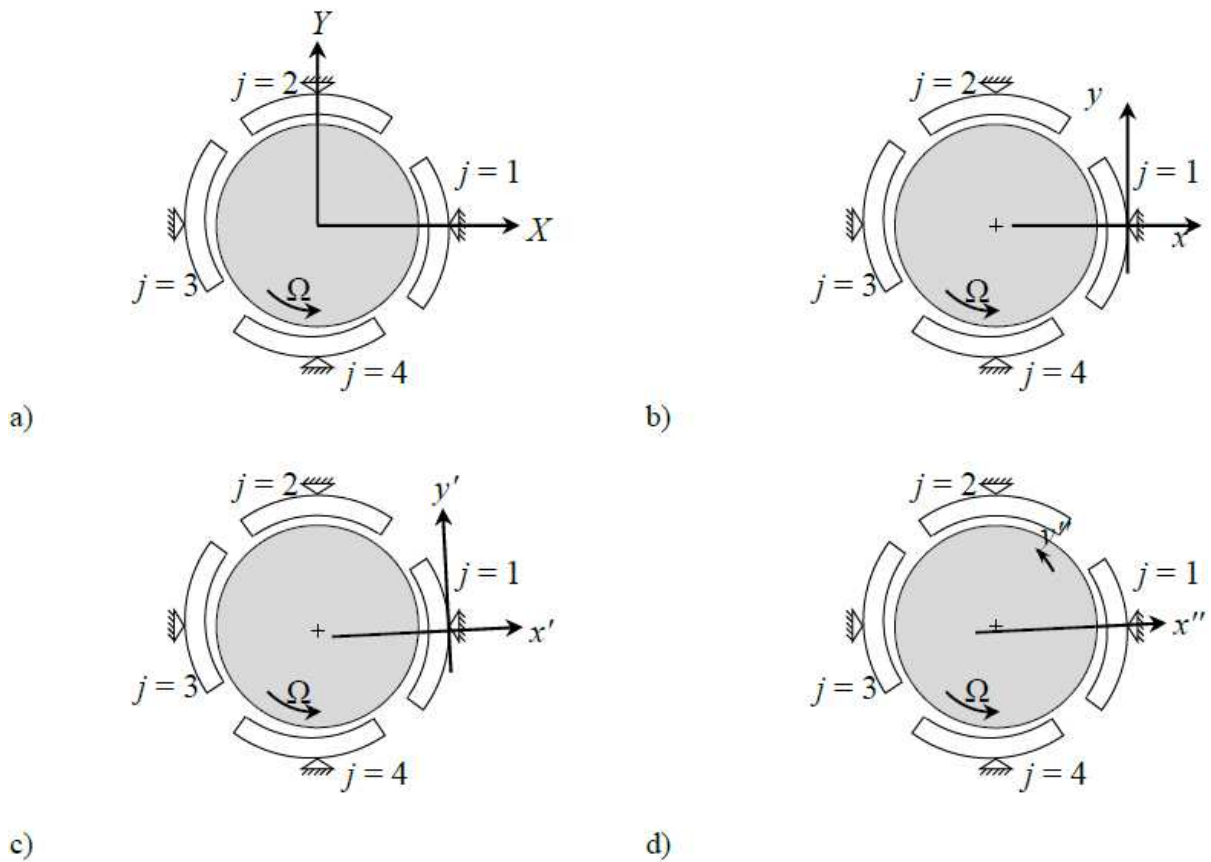


Figura 3.1 - Sistemas de referência (RUSSO, 1999) (a) Inercial, (b) auxiliar, (c) móvel, (d) móvel curvilíneo.

A equação de Reynolds para os referencias adotado é dada pela Eq. (3.1)

$$\frac{\partial}{\partial y''} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y''} \right) + \frac{\partial}{\partial z''} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z''} \right) = 6\omega R \frac{\partial h}{\partial y''} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.1)$$

Sendo ω a velocidade de rotação do rotor, p a pressão ao longo da sapata, R o raio do eixo, μ a viscosidade dinâmica do fluido lubrificante e h a espessura do filme lubrificante.

A espessura de filme de lubrificante para cada segmento do mancal pode ser obtida através dos parâmetros geométricos, da excentricidade do eixo e do deslocamento angular do segmento (RUSSO, 1999) e é apresentada na Eq. (3.2):

$$h(\beta) = R_s - R - \{ \sin(\beta)[y_R + \alpha_j \cdot (R_s + h_s)] + \cos(\beta)[x_R + R_s - R - C_r] \} \quad (3.2)$$

onde β é a posição angular no segmento, R_s é o raio do segmento, h_s é a espessura do segmento, C_r é a folga radial do mancal, α é a rotação angular do segmento, x_R e y_R são as posições do eixo do rotor em relação ao sistema de coordenada auxiliar B_j .

A equação de Reynolds é uma equação diferencial parcial não homogênea. Por esse motivo, serão utilizados métodos numéricos para a sua solução. Salienta-se que neste trabalho utilizou-se o método das diferenças finitas.

O método de diferenças finitas transforma um sistema de equações diferenciais em um sistema de equações algébricas, onde o número de equações depende do refinamento utilizado na malha. Através do método de diferenças finitas o gradiente de uma variável qualquer E em uma superfície sincretizada pelos incrementos $\Delta y''$ e $\Delta z''$ (Fig. 3.2), pode ser aproximado pela Eq. (3.3):

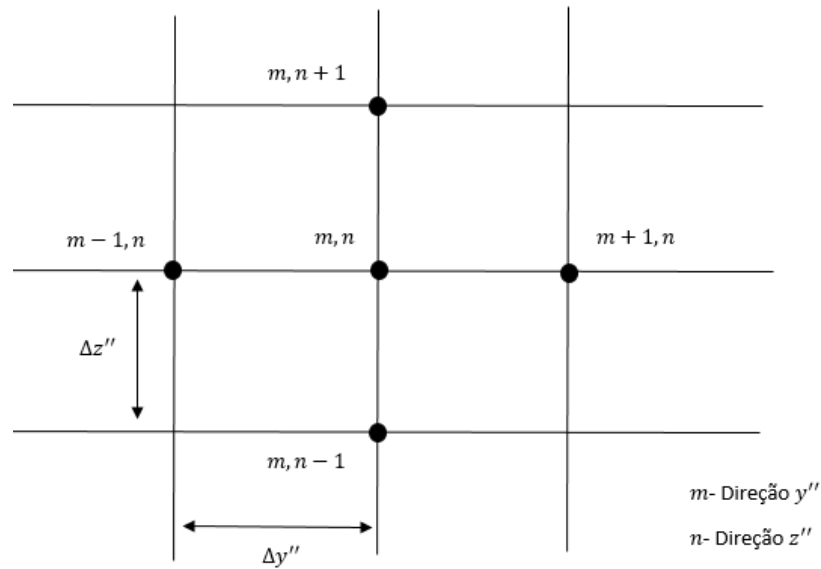


Figura 3.2 - Malha com incrementos $\Delta y''$ e $\Delta z''$.

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial E}{\partial y''} \right|_{m+\frac{1}{2},n} &\equiv \frac{E_{m+1,n} - E_{m,n}}{\Delta y''} \\
\left. \frac{\partial E}{\partial y''} \right|_{m-\frac{1}{2},n} &\equiv \frac{E_{m,n} - E_{m-1,n}}{\Delta y''} \\
\left. \frac{\partial^2 E}{\partial y''^2} \right|_{m+\frac{1}{2},n} &\equiv \frac{E_{m+1,n} + E_{m-1,n} - 2E_{m,n}}{\Delta y''^2}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Utilizando esse método para resolver a equação de Reynolds tem-se:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial y''} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y''} \right)}_{\text{termo 1}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z''} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z''} \right)}_{\text{termo 2}} = 6\omega R \frac{\partial h}{\partial y''} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \tag{3.4}$$

Separando a equação de Reynolds em termos e desenvolvendo cada um separadamente, obtêm-se as expressões abaixo:

- Termo 1

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial y''} \left(h_{m,n}^3 \frac{\partial p}{\partial y''} \right) \\
&= \frac{3h_{m,n}^2}{\mu} \frac{\partial h}{\partial y''} \bigg|_{m,n} \left(\frac{p_{m+1,n} - p_{m-1,n}}{2\Delta y''} \right) \\
&+ \frac{h_{m,n}^3}{\mu} \left(\frac{p_{m+1,n} + p_{m-1,n} - 2p_{m,n}}{\Delta y''^2} \right)
\end{aligned} \tag{3.5}$$

- Termo 2

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z''} \left(h_{m,n}^3 \frac{\partial p}{\partial y''} \right) \\
&= \frac{3h_{m,n}^2}{\mu} \frac{\partial h}{\partial z''} \Big|_{m,n} \left(\frac{p_{m,n+1} - p_{m,n-1}}{2\Delta z''} \right) \\
&+ \frac{h_{m,n}^3}{\mu} \left(\frac{p_{m,n+1} + p_{m,n-1} - 2p_{m,n}}{\Delta z''^2} \right)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Dessa forma a pressão discretizada em diferenças finitas para qualquer ponto nodal da malha é dada pela Eq. (3.7).

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{3h_{m,n}^2}{\mu} \frac{\partial h}{\partial y''} \Big|_{m,n} \left(\frac{1}{2\Delta y''} \right) + \frac{h_{m,n}^3}{\mu \Delta y''^2} \right] p_{m+1,n} \\
&+ \left[-\frac{3h_{m,n}^2}{\mu} \frac{\partial h}{\partial y''} \Big|_{m,n} \left(\frac{1}{2\Delta y''} \right) + \frac{h_{m,n}^3}{\mu \Delta y''^2} \right] p_{m-1,n} \\
&+ \left[\frac{3h_{m,n}^2}{\mu} \frac{\partial h}{\partial z''} \Big|_{m,n} \left(\frac{1}{2\Delta z''} \right) + \frac{h_{m,n}^3}{\mu \Delta z''^2} \right] p_{m,n+1} \\
&+ \left[-\frac{3h_{m,n}^2}{\mu} \frac{\partial h}{\partial z''} \Big|_{m,n} \left(\frac{1}{2\Delta z''} \right) + \frac{h_{m,n}^3}{\mu \Delta z''^2} \right] p_{m,n-1} \\
&- \left[\frac{2h_{m,n}^3}{\mu \Delta y''^2} + \frac{2h_{m,n}^3}{\mu \Delta z''^2} \right] p_{m,n} = 6\omega R \frac{\partial h}{\partial y''} \Big|_{m,n} + 12 \frac{\partial h}{\partial t}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

A derivada da espessura do filme de óleo com relação ao tempo é nula, pois considera-se que o rotor está na posição de equilíbrio, no qual a posição do centro do eixo e os ângulos de deflexão das sapatas não variam com o tempo.

Com a utilização do método da relaxação sucessiva para a obtenção da solução da Eq. (3.7) em todos os pontos da malha determina-se a distribuição de pressão hidrodinâmica. Dessa

forma é possível obter as forças atuantes em cada seguimento, onde os seus componentes em consideração ao sistema de coordenadas móvel B'_j são calculadas através da Eq. (3.8).

$$F_{x'_j} = \int_0^L \int_0^{y''} p_j \cdot \cos(\beta_j) \cdot dy'' \cdot dz'' = \sum \sum p_j \cdot \cos(\beta_j) \cdot \Delta y'' \cdot \Delta z''$$

$$F_{y'_j} = \int_0^L \int_0^{y''} p_j \cdot \text{sen}(\beta_j) \cdot dy'' \cdot dz'' = \sum \sum p_j \cdot \text{sen}(\beta_j) \cdot \Delta y'' \cdot \Delta z''$$
(3.8)

onde $F_{x'_j}$ é a força hidrodinâmica na direção x' (sistema de referencial móvel) no segmento j , $F_{y'_j}$ é a força hidrodinâmica na direção y' (sistema de referencial móvel) no segmento j , o sub-índice j refere-se ao número do segmento e j vai de 1 até N ($j = 1, 2, \dots, N$), visto que N representa o número máximo de segmentos.

Realizando a decomposição das forças $F_{x'_j}$ e $F_{y'_j}$ na direção do referencial inercial I , obtêm-se as forças hidrodinâmicas resultantes atuantes no mancal (Eq. 3.9).

$$F_X = \sum_{j=1}^N F_{x'_j} \cdot \cos(\varphi_j + \alpha_j)$$

$$F_Y = \sum_{j=1}^N F_{x'_j} \cdot \text{sen}(\varphi_j + \alpha_j)$$
(3.9)

onde φ_j é o ângulo de posicionamento do pivô e α é o ângulo de deflexão da sapata.

A determinação do ponto de operação do sistema rotor-mancal está diretamente relacionado com o ponto de equilíbrio do sistema, que é determinado em função das forças

existentes entre a sapata e o rotor e do momento resultante em torno dos apoios de cada um dos segmentos.

Aplicando a terceira lei de Newton sobre o rotor, a Eq. (3.10) representa o equilíbrio estático do eixo no mancal.

$$\begin{aligned}
 F_{X_{ex}} - F_X &= 0 \\
 F_{Y_{ex}} - F_Y &= 0 \\
 M_j = F_{y_j'}(R_s + h_s) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

sendo $F_{X_{ex}}$ e $F_{Y_{ex}}$ as forças externas nas direções X e Y do referencial inercial respectivamente, F_X e F_Y são as forças hidrodinâmicas nas direções X e Y e M_j é o momento atuante na j -ésima sapata.

Para fazer a convergência do modelo tendo como finalidade encontrar o ponto de equilíbrio do mancal, ou seja, as posições X_R e Y_R do centro do eixo e os ângulos de deflexão das sapatas α_j que satisfazem a Eq (3.10), utilizou-se o método de otimização SQP (VANDERPLAATS, 1984).

3.2 Modelo Não Linear

O modelo não linear utilizado nesse trabalho foi baseado na formulação apresentada por Meggiolaro (1996). Para o desenvolvimento da equação de Reynolds utilizou-se somente os 2 primeiros sistemas de referência da Fig. 3.1. O primeiro deles é posicionado no centro do mancal, sendo denominado sistema inercial $I(X, Y, Z)$, como mostrado na Fig. 3.1a. O segundo indica o posicionamento da j -ésima sapata no mancal, denominado sistema auxiliar $B_j(x_j, y_j, z_j)$, representado na Fig. 3.1b.

A equação de Reynolds com relação ao referencial inercial I é representada pela Eq. (3.11).

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial p}{\partial \beta} \right) + R^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial p}{\partial Z} \right) = 12\mu \left(\frac{R}{C_r} \right)^2 \left(\frac{\omega}{2} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \beta} + \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \right) \quad (3.11)$$

Onde β é a posição angular ao longo do segmento, ω é a velocidade de rotação do rotor, p é pressão ao longo da sapata, R é o raio do eixo, $\bar{h}$ é a espessura adimensional do filme lubrificante $\left(\frac{h}{C_r} \right)$, C_r é a folga radial e μ é a viscosidade dinâmica do filme lubrificante.

Além das hipóteses mencionadas, para o desenvolvimento do modelo não linear utilizou-se o pressuposto do mancal curto, que de acordo com Childs (1993) essa hipótese é válido quando a relação entre o comprimento do mancal e seu diâmetro é inferior a 0,5 . Nesse caso é plausível dizer que o gradiente de pressão da direção axial Z é muito superior ao da direção circunferencial. Por consequência, despreza-se o gradiente de pressão na direção circunferencial na equação de Reynolds, fazendo com que ela fique na forma da Eq. (3.12).

$$C_r^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial p}{\partial Z} \right) = 12\mu \left(\frac{\omega}{2} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \beta} + \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \right) \quad (3.12)$$

Para o sistema de coordenadas inercial I Meggiolaro (1996) desenvolveu uma nova expressão para a espessura do filme de óleo que é dada pela Eq. (3.13).

$$h(\beta) = C_r - X_R \cos(\beta) - Y_R \sin(\beta) - \alpha \sqrt{X_0^2 + Y_0^2} \sin(\beta - \varphi) \quad (3.13)$$

sendo X_R e Y_R o centro do eixo em relação ao referencial inercial I , X_0 e Y_0 a posição do pivô em relação ao referencial inercial I , φ o ângulo de posicionamento do pivô e α o ângulo de deflexão da sapata.

Algumas variáveis adimensionais devem ser definidas, como apresenta a Eq. (3.14).

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= \frac{X_R}{C_r} \\
 \bar{y} &= \frac{Y_R}{C_r} \\
 \bar{z} &= \frac{Z}{C_r} \\
 \dot{\bar{x}} &= \frac{\partial X_R}{\partial t} / \omega C_r \\
 \dot{\bar{y}} &= \frac{\partial Y_R}{\partial t} / \omega C_r \\
 \bar{x}_0 &= \frac{X_0}{C_r} \\
 \bar{y}_0 &= \frac{Y_0}{C_r} \\
 a &= \bar{x} - \alpha \cdot \bar{y}_0 \\
 \dot{a} &= \dot{\bar{x}} - \dot{\alpha} \cdot \bar{y}_0 \\
 b &= \bar{y} + \alpha \cdot \bar{x}_0 \\
 \dot{b} &= \dot{\bar{y}} + \dot{\alpha} \cdot \bar{x}_0 \\
 u &= b + 2\dot{a} \\
 v &= a - 2\dot{b} \\
 m &= 1 - a^2 - b^2
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

considera-se a notação $(\dot{}) \equiv \frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial t}$.

Através das variáveis adimensionalizadas a Eq. (3.15) representam a expressão para a espessura do filme de óleo adimensional.

$$\bar{h}(\beta) = \frac{h(\beta)}{C_r} = 1 - a \cdot \cos(\beta) - b \cdot \sin(\beta) \quad (3.15)$$

Dessa forma integrando analiticamente a Eq (3.12) com relação a $\bar{z}$, a distribuição de pressão fica expressa pela Eq. (3.16).

$$p(\bar{z}, \beta) = \frac{3}{4} \mu \omega \frac{L^2}{C_r^2} \frac{(a - 2\dot{b}) \sin(\beta) - (b + 2\dot{a}) \cos(\beta)}{\bar{h}^3} (4\bar{z}^2 - 1) \quad (3.16)$$

As componentes de força hidrodinâmicas que um segmento exerce sobre o rotor podem ser calculados através da integração do campo de pressão ao longo da superfície (Eq. (3.17)).

$$\vec{F}_j = \begin{Bmatrix} F_{X_j} \\ F_{Y_j} \end{Bmatrix} = - \left[\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\beta_1}^{\beta_2} p(\bar{z}, \beta) \begin{Bmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{Bmatrix} (R \cdot d\beta) (L \cdot d\bar{z}) \right] \quad (3.17)$$

onde β_1 e β_2 são a posição angular do ponto inicial e final do segmento respectivamente. Substituindo a Eq. (3.16) na Eq. (3.17) obtém-se a Eq. (3.18) .

$$\vec{F}_j = \begin{Bmatrix} F_{X_j} \\ F_{Y_j} \end{Bmatrix} = 2k \begin{bmatrix} v \cdot \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\text{sen}(\beta) \cos(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta - u \cdot \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\cos^2(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta \\ v \cdot \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\text{sen}^2(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta - u \cdot \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\text{sen}(\beta) \cos(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta \end{bmatrix} = k \begin{Bmatrix} vI_2 - uI_1 \\ vI_3 - uI_2 \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

onde k é uma constante e I_1 , I_2 e I_3 são integrais sobre os seguimentos dadas pela Eq. (3.19).

$$k = \mu\omega \frac{RL^3}{4C_r^2}$$

$$I_1 = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{2\cos^2(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta$$

$$I_2 = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{2\text{sen}(\beta) \cos(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta$$

$$I_3 = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{2\text{sen}^2(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta$$

(3.19)

Para a solução das integrais I_1 , I_2 e I_3 será utilizada uma função auxiliar G dada pela Eq. (3.20).

$$G = \int \frac{d\beta}{\bar{h}} = \int \frac{d\beta}{1 - a \cdot \cos(\beta) - b \cdot \text{sen}(\beta)} = \frac{2}{\sqrt{m}} \left(\text{arctg} \left(\frac{P}{\sqrt{m}} \right) + \text{int} \left(\frac{\beta + \pi}{2\pi} \right) \right) \quad (3.20)$$

onde que $\text{int}(x)$ é a função parte inteira de x , utilizada para corrigir a função arco-tangente, e P é definida pela Eq. (3.21).

$$P = (1 + a) \cdot tg\left(\frac{\beta}{2}\right) - b \quad (3.21)$$

A partir da definição da função auxiliar G , as integrais I_1 , I_2 e I_3 podem ser solucionadas observando a Eq. (3.22).

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial \bar{x}} &= \int \frac{\cos(\beta)}{\bar{h}^2} d\beta \rightarrow \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{x}^2} = \int \frac{2\cos^2(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta = I_1 \\ \frac{\partial G}{\partial \bar{x}} &= \int \frac{\cos(\beta)}{\bar{h}^2} d\beta \rightarrow \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{2\text{sen}(\beta) \cos(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta = I_2 \\ \frac{\partial G}{\partial \bar{y}} &= \int \frac{\text{sen}(\beta)}{\bar{h}^2} d\beta \rightarrow \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{y}^2} = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{2\text{sen}^2(\beta)}{\bar{h}^3} d\beta = I_3 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Realizando-se a derivada primeira da função G em relação à $\bar{x}$ e $\bar{y}$, obtém-se a Eq. (3.23).

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial \bar{x}} &= \frac{a \cdot G}{m} + \frac{2}{m} \frac{m \cdot tg\left(\frac{\beta}{2}\right) + a \cdot P}{q} \\ \frac{\partial G}{\partial \bar{y}} &= \frac{b \cdot G}{m} + \frac{2}{m} \frac{-m + b \cdot P}{q} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Realizando-se a derivada da Eq. (3.23) em relação à $\bar{x}$ e $\bar{y}$, obtém-se as integrais I_1 , I_2 e I_3 representada na Eq. (3.24).

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{G}{m} + \frac{3a}{m} \frac{\partial G}{\partial \bar{x}} + \frac{2}{m} \frac{tg\left(\frac{\beta}{2}\right) - b}{q} + 2 \left(\frac{a \cdot G}{m} - \frac{\partial G}{\partial \bar{x}} \right) \frac{P \cdot tg\left(\frac{\beta}{2}\right) - a}{q} \\
I_2 &= \frac{a}{m} \frac{\partial G}{\partial \bar{y}} + \frac{2b}{m} \frac{\partial G}{\partial \bar{x}} - \frac{2}{m} \frac{2b \cdot tg\left(\frac{\beta}{2}\right) + a}{q} - 2 \left(\frac{a \cdot G}{m} - \frac{\partial G}{\partial \bar{x}} \right) \frac{P + b}{q} \\
I_3 &= \frac{G}{m} + \frac{3b}{m} \frac{\partial G}{\partial \bar{y}} + \frac{2}{m} \frac{P + b}{q} - 2 \left(\frac{b \cdot G}{m} - \frac{\partial G}{\partial \bar{y}} \right) \frac{P + b}{q}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

A força hidrodinâmica total é obtida realizando a soma das forças exercidas por cada um dos segmentos. Portanto, a Eq. (3.25) apresenta a expressão da força hidrodinâmica total.

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^N \vec{F}_j = k \cdot \sum_{j=1}^N \begin{Bmatrix} vI_2 - uI_1 \\ vI_3 - uI_2 \end{Bmatrix} \bigg|_{\beta_1^j}^{\beta_2^j} \tag{3.25}$$

O momento aplicado sobre cada uma das sapatas pode ser calculado através da Eq. (3.26).

$$M_j = \int_{\beta_1}^{\beta_2} p(\beta) \cdot (R \cdot \sin(\beta - \varphi)) \cdot (R \cdot d\beta) \tag{3.26}$$

Sendo φ ângulo de posicionamento do pivô. Desenvolvendo-se a expressão do momento, chega-se na Eq. (3.27).

$$M_j = R \cdot \left(\int_{\beta_1}^{\beta_2} p(\beta) \cdot R \cdot \sin(\beta) \cos(\varphi) \cdot d\beta - \int_{\beta_1}^{\beta_2} p(\beta) \cdot R \cdot \cos(\beta) \sin(\varphi) \cdot d\beta \right) \quad (3.27)$$

$$M_j = R \cdot (-F_{Y_j} \cos(\varphi) + F_{X_j} \sin(\varphi))$$

A determinação do ponto de equilíbrio do sistema rotor-mancal para o modelo não linear é semelhante ao utilizado no modelo linear. De modo que aplicando a terceira Lei de Newton sobre o rotor, o equilíbrio estático é representado pela Eq. (3.28).

$$F_{X_{ex}} - F_X = 0$$

$$F_{Y_{ex}} - F_Y = 0 \quad (3.28)$$

$$M_j = R \cdot (-F_{Y_j} \cos(\varphi) + F_{X_j} \sin(\varphi)) = 0$$

sendo $F_{X_{ex}}$ e $F_{Y_{ex}}$ as forças externa nas direções X e Y do referencial inercial respectivamente, F_X e F_Y são as forças hidrodinâmicas nas direções X e Y e M_j o momento atuante na j -ésima sapata.

Para fazer a convergência buscando-se encontrar o ponto de equilíbrio do mancal, ou seja, as posições X_R e Y_R do centro do eixo e os ângulos de deflexão das sapatas α_j que satisfazem a Eq (3.28), utilizou-se, também, o método SQP.

CAPÍTULO IV

ANÁLISES E COMPARAÇÕES

Para a realização das análises, bem como para a determinação das forças hidrodinâmicas e obtenção da posição de equilíbrio do mancal segundo os modelos linear e não-linear, desenvolveu-se um código computacional em MATLAB[®]. O fluxograma da Fig. 4.1 apresenta o princípio de funcionamento do código implementado.

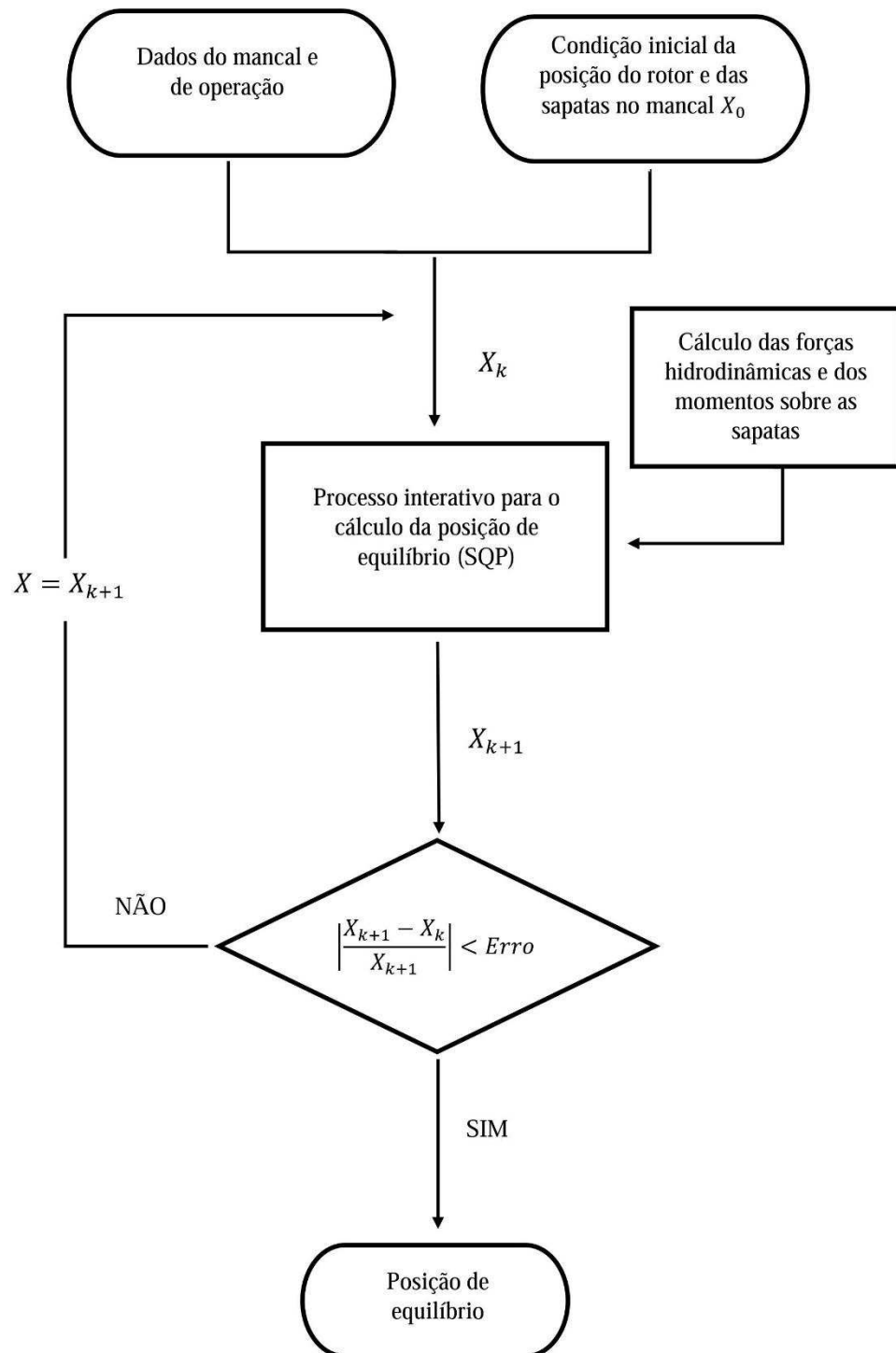


Figura 4.1 - Fluxograma do código desenvolvido em MATLAB®.

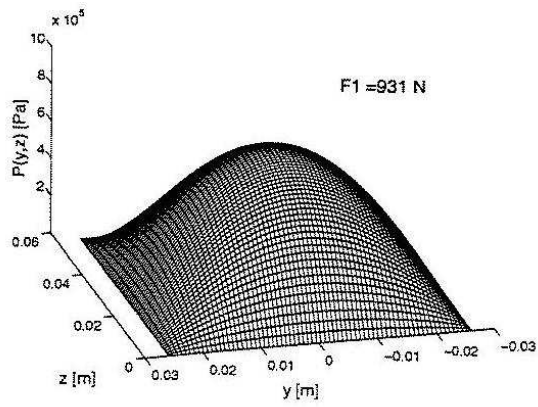
4.1 Validação do Modelo Linear

Com o objetivo de verificar o modelo linear implementado, comparou-se os resultados da posição de equilíbrio do rotor e da distribuição de pressão ao longo das sapatas, com os resultados obtidos no trabalho de Russo (1999). A Tab. 4.1 apresenta as condições de operação e os dados geométricos considerados.

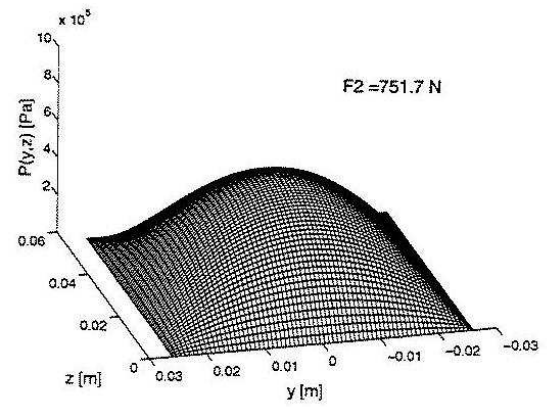
Tabela 4.1 - Dados de geométrico e de operação utilizados na validação do modelo linear.

Raio do rotor (R)	0,04937 <i>m</i>
Raio de curvatura do segmento (R_s)	0,04953 <i>m</i>
Velocidade de rotação do rotor (ω)	50 <i>Hz</i>
Viscosidade dinâmica do óleo (μ)	0,070 <i>N s/m²</i>
Densidade do óleo (ρ)	900 <i>kg/m³</i>
Número de segmentos (N)	4
Comprimento do segmento (L)	0,056 <i>m</i>
Ângulo de abrangência dos segmentos (β_0)	60°
Espessura dos segmentos (h_s)	0,0175 <i>m</i>
Posição dos pivôs (φ_j)	0°, 90°, 180°, 270°
Folga radial do mancal (C_r)	110 μ <i>m</i>
Número de pontos na malha na direção y''	64 <i>pontos</i>
Número de pontos na malha na direção z''	64 <i>pontos</i>
Força externa na direção X ($F_{X_{ex}}$)	0 <i>N</i>
Força externa na direção Y ($F_{Y_{ex}}$)	-400 <i>N</i>

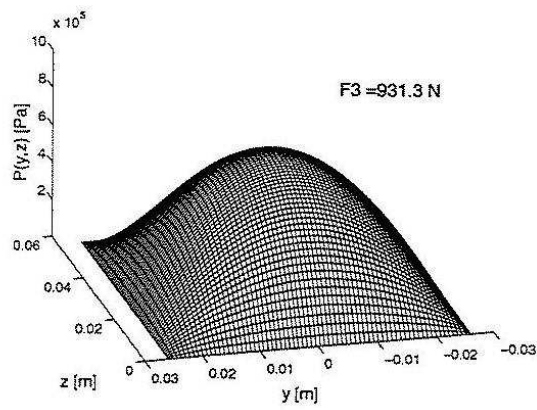
Para as condições de operação apresentadas na Tab. 4.1 a distribuição de pressão encontrada por Russo (1999) é apresentada na Fig. 4.2. A distribuição de pressão em cada uma das sapatas determinada pelo código implementado neste trabalho é mostrada na Fig. 4.3.



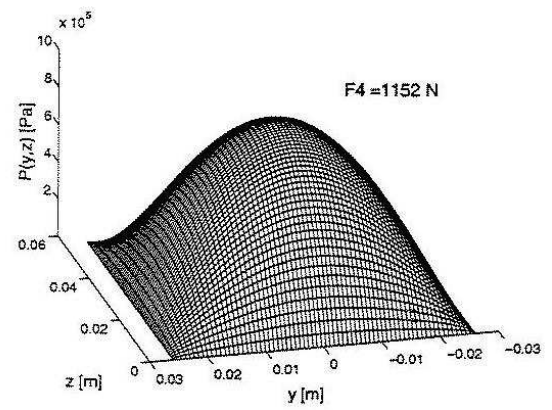
(a) sapata 1



(b) sapata 2



(c) sapata 3



(d) sapata 4

Figura 4.2 - Distribuição de pressão ao longo das sapatas obtidas por Russo (1999).

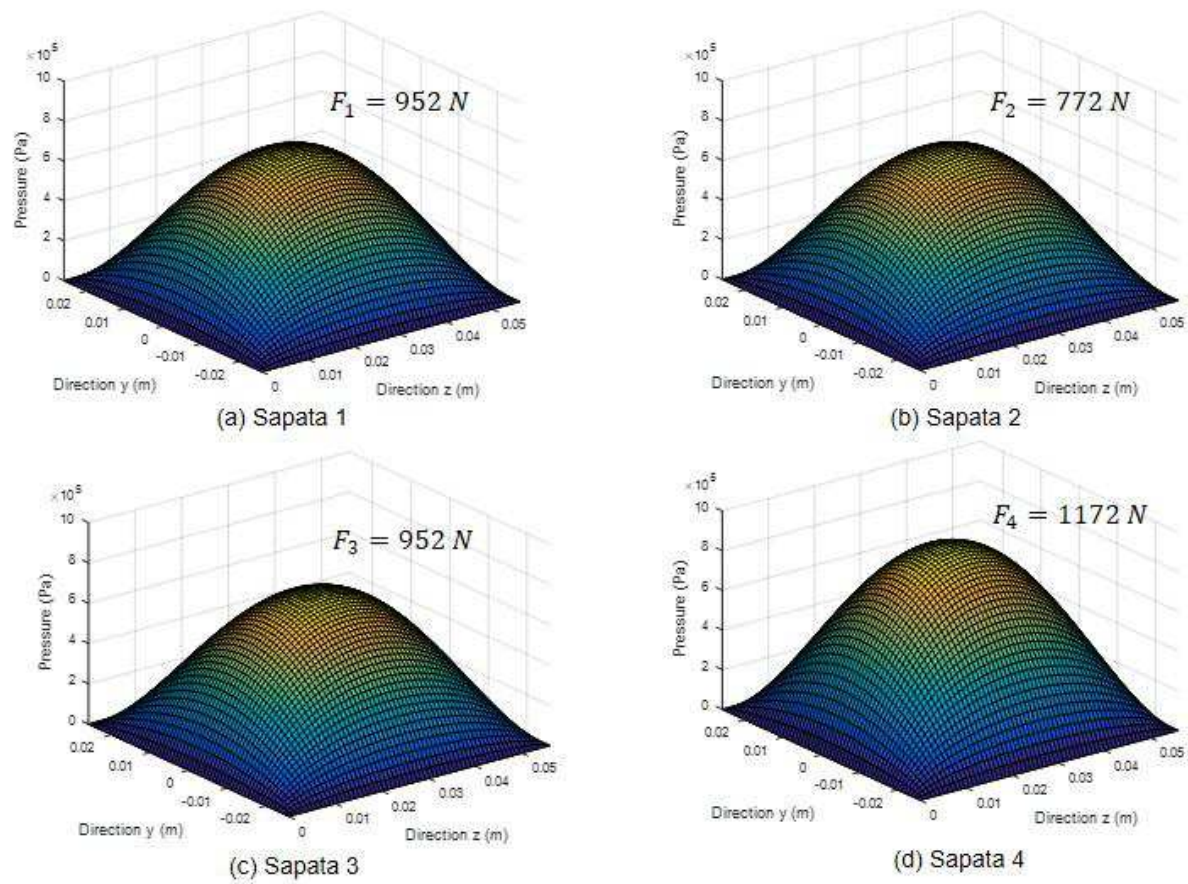


Figura 4.3 - Distribuição de pressão ao longo das sapatas obtidas neste trabalho.

A comparação das posições de equilíbrio do sistema rotor-mancal e as forças hidrodinâmicas exercidas por cada uma das sapatas são apresentadas nas Tabs. 4.2 e 4.3.

Tabela 4.2 - Comparação das posições de equilíbrio.

Russo (1999)	Presente trabalho
$X_R = 0,0 \mu m$	$X_R = 0,0 \mu m$
$Y_R = -6,91 \mu m$	$Y_R = -6,78 \mu m$
$\alpha_1 = 0,000663 rad$	$\alpha_1 = 0,000661 rad$
$\alpha_2 = 0,000532 rad$	$\alpha_2 = 0,000533 rad$
$\alpha_3 = 0,000457 rad$	$\alpha_3 = 0,000459 rad$
$\alpha_4 = 0,000583 rad$	$\alpha_4 = 0,000583 rad$

Tabela 4.3 - Comparação das forças exercidas pelas sapatas.

Russo (1999)	Presente trabalho
$F_{x_1} = -931 \text{ N}$	$F_{x_1} = -952 \text{ N}$
$F_{y_1} = 0 \text{ N}$	$F_{y_1} = 0 \text{ N}$
$F_{x_2} = 0 \text{ N}$	$F_{x_2} = 0 \text{ N}$
$F_{y_2} = -752 \text{ N}$	$F_{y_2} = -772 \text{ N}$
$F_{x_3} = 931 \text{ N}$	$F_{x_3} = 952 \text{ N}$
$F_{y_3} = 0 \text{ N}$	$F_{y_3} = 0 \text{ N}$
$F_{x_4} = 0 \text{ N}$	$F_{x_4} = 0 \text{ N}$
$F_{y_4} = 1152 \text{ N}$	$F_{y_4} = 1172 \text{ N}$
$F_X = 0 \text{ N}$	$F_X = 0 \text{ N}$
$F_Y = 400 \text{ N}$	$F_Y = 400 \text{ N}$

Como pode ser verificado, os resultados encontrados por Russo (1999) e pelo presente trabalho utilizando o modelo linear são similares, tanto no que diz respeito a posição de equilíbrio quanto as forças exercidas pelas sapatas.

4.2 Comparação do Modelo Linear e Não linear

Neste caso, as comparações entre o modelo linear e não linear serão feitas através da posição de equilíbrio encontrada e as forças hidrodinâmicas atuantes em cada sapata. Para a realização da comparação, são utilizadas as informações geométricas e de operação apresentadas na Tab. 4.1. No entanto, o comprimento do mancal é alterado de 0,056 m para 0,04 m de forma que $L/D = 0,405$, valor inferior a 0,5 satisfazendo a hipótese de mancal curto e permitindo a aplicação do modelo não linear. Além da velocidade de rotação de 50 Hz, também será feita a comparação para velocidades de 25 Hz e 100 Hz.

A posição de equilíbrio do sistema e as forças hidrodinâmicas exercidas pelas sapatas calculadas pelos dois modelos para as velocidades de rotação do rotor de 25 Hz, 50 Hz e 100 Hz podem ser observadas na Tab. 4.4.

Tabela 4.4 - Comparação das posições de equilíbrio e das forças exercidas pelas sapatas para diferentes velocidades de rotação do rotor.

ω [Hz]	25		50		100	
<i>Modelo</i>	Linear	Não-Linear	Linear	Não-Linear	Linear	Não-Linear
X_R [μm]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,0
Y_R [μm]	-23,01	-9,10	-6,78	-0,21	-6,39	-0,05
α_1 [10^{-3}rad]	0,934	0,052	0,661	0,059	0,686	0,037
α_2 [10^{-3}rad]	0,467	-0,301	0,533	-0,118	0,563	-0,060
α_3 [10^{-3}rad]	0,246	-0,021	0,459	-0,048	0,495	-0,029
α_4 [10^{-3}rad]	0,653	0,118	0,583	0,121	0,612	0,059
F_{x_1} [N]	-250	-159	-952	-94	-1002	-126
F_{y_1} [N]	0	-5	0	-1	0	0
F_{x_2} [N]	0	3	0	4	0	2
F_{y_2} [N]	-118	-323	-772	-196	-821	-202
F_{x_3} [N]	250	165	952	94	1002	126
F_{y_3} [N]	0	0	0	0	0	0
F_{x_4} [N]	0	-10	0	-4	0	-2
F_{y_4} [N]	518	727	1172	597	1221	602
F_X [N]	0	0	0	0	0	0
F_Y [N]	400	400	400	400	400	400

Comparando-se os resultados do modelo linear com o não linear é possível ver que para a mesma velocidade de rotação as forças hidrodinâmicas resultantes na direção X e Y são iguais, no entanto as posições de equilíbrio e as forças aplicadas em cada uma das sapatas são distintas.

Um comportamento semelhante a ser observado é que para ambos os modelos o aumento da velocidade de rotação implica em um deslocamento menor na direção Y da posição de equilíbrio.

Analisando isoladamente o modelo linear, verifica-se que os níveis de forças nas sapatas aumentam com a elevação da velocidade de rotação do rotor.

Comparando a velocidade de convergência do modelo linear e não linear, o modelo não linear é mais rápido. Destaca-se que essa rapidez ocorre principalmente pelo fato de que para a solução do modelo linear é necessário resolver as equações para cada um dos nós da malha (diferenças finitas), em quanto que no modelo não linear as equações são resolvidas uma única vez (modelo algébrico).

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Através das comparações realizadas ficou claro que os modelos analisados foram capazes de satisfazer a condição de equilíbrio estático em um mancal hidrodinâmico segmentado, no qual o somatório das forças deve ser nulo e o momento em cada segmento também deve ser nulo. Os modelos determinaram posições de equilíbrio distintas.

Alguns motivos podem ter originado essas diferenças. O primeiro motivo a ser destacado é que para o modelo não linear despreza-se o gradiente de pressão na direção circunferência na equação de Reynolds, enquanto no modelo linear esse gradiente de pressão não é desprezado.

O segundo motivo é que na formulação da expressão da espessura no filme de óleo para o modelo não linear, considera-se que os centros de cada sapata são localizados no centro do mancal e que o raio da sapata (R_s) é igual ao raio do eixo (R) somado a folga radial (C_r). Entretanto, nos mancais hidrodinâmicos segmentados cada sapata possui um centro próprio que é diferente do centro do mancal e seu raio normalmente é distinto da soma do raio do eixo com a folga radial. A expressão da espessura do filme de óleo utilizada para o modelo linear leva esse fato em consideração.

Em trabalhos futuros, a formulação do modelo não linear será atualizada com a equação da espessura do filme de óleo que é aplicada no modelo linear, a qual leva em consideração que cada sapata possui seu próprio centro. Além disso, pretende-se incluir os efeitos do campo térmico no filme de óleo, desenvolvendo assim os modelos termo-hidrodinâmicos

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLAIRE, P. E., PARSELL, J. A., BARRET, L. E., **A pad perturbation method for the dynamic coefficients of tilting pad journal bearing**. Wear, v. 72, 1981, p.29-44.

CHILDS, D., **Turbomachinery Rrotordynamics: Phenomena, Modeling & Analysis**. John Wiley & Sons, INC, 1993.

DANIEL, G. B., **Desenvolvimento de um Modelo Termohidrodinâmico para Análise em Mancais Segmentados**, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2012. 218 p. Tese (Doutorado).

FLACK, R. D., ZUCK, C. J. **Experiments on the stability of two flexible rotor in tilting pad journal bearing**. Tribology International, vol. 31, n. 2, 1988, pp. 251-257.

LIMA, Everton Nogueira, **Modelo Não-Linear para as Forças de Sustentação de Mancais Hidrodinâmicos em Rotores Verticais**. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1996. 174p. Tese (Mestrado).

LUND, J. W., **Spring and Damping Coefficients for the Tilting Pad Journal Bearing**, ASLE Trans., Vol. 7, 1964, pp. 342-352.

MEGGIOLARO, M. A., **Modelagem de Mancais Hidrodinâmicos na Simulação de Sistemas Rotativos**, Dissertação de Mestrado na PUC-RJ, 1996.

OCVIRK, E W., **Short bearing approximation for full journal bearings**, National Advisory Committee for. Aeronautics, Technical Note 2808, Cornell University, 1952.

PETROFF, N. P., **Friction in Machines and the Effect of Lubricant**, Inzenernii Zhurnal, St. Petersburg, 1883, Vol. 1, pp. 71-140, Vol. 2, pp. 228-279, Vol. 3, pp. 377-436, Vol. 4, pp. 535-564. (em Russo).

REYNOLDS, O., **On the Theory of Lubrication and its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil**. *Philosophical Transactions of Royal Society of London*, Series A, 1886, Vol. 177, Part 1, pp.157-234.

RUSSO, F. H., **Identificação das Propriedades Dinâmicas de Mancais Segmentados Híbridos – Teoria e Experimento**, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999.

SOMMERFELD, A, **Zur Hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung**, Zs. Math. and Phys., Vol. 50, No.1, 1904, pp.97-155.

TOWER, B., **First report on friction experiments**, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1883, pp. 632-659.

TOWER, B., **Second report on friction experiments**, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1885, pp. 58-70.

VANDERPLAATS, G.N., **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, with applications**, McGraw-Hill Book Company, 1984.