

CAPÍTULO VI

Simulações Numéricas

No capítulo II foi apresentada a técnica de síntese modal (SMFR) e discutido sobre as eventuais dificuldades de se aplicar a metodologia utilizando dados puramente experimentais, principalmente, sem a interferência do usuário na escolha das bases modais adequadas para as subestruturas do sistema.

Nos capítulos III, IV e V foram abordadas as dificuldades de utilização de uma técnica puramente experimental que são a escolha das bases modais e o processo de normalização. Apresentou também a metodologia tradicionalmente utilizada para análises modais experimentais que é o método de normalização via resíduos modais. A partir de exemplos de simulação numérica observou-se que a normalização via resíduos modais pode não ser adequado para ser usada em um processo de síntese modal. Para contornar este problema foi proposto um procedimento convencional de normalização via massa modal unitária utilizando uma matriz de massa identificada a partir de Funções de Resposta em Frequência usando métodos alternativos. Tais processos de identificação foram avaliados por meio de modelos de simulação numérica e um modelo experimental.

Neste capítulo serão utilizados três modelos de simulação numérica, uma viga bi-engastada modelada por elementos finitos e dois modelos discretos, com o objetivo de fazer uma avaliação geral do problema aplicando o método de síntese modal. Portanto, será avaliado o método de síntese modal SMFR integrado com o procedimento de normalização via massa modal unitária identificada. Nesta análise será utilizado um nível de ruído de 5%. Paralelamente, será avaliado também o método de síntese modal MMD.

6.1 Modelo de elementos finitos de uma viga bi-engastada

Este modelo é constituído de uma viga de alumínio engastada nas duas extremidades, como mostra a Fig. 6.01. Para efetuar a síntese modal a estrutura foi modelada utilizando o método de elementos finitos com a discretização mostrada na Fig.

6.01b. A estrutura completa foi dividida em duas subestruturas, como pode ser visto na Fig. 6.01c.

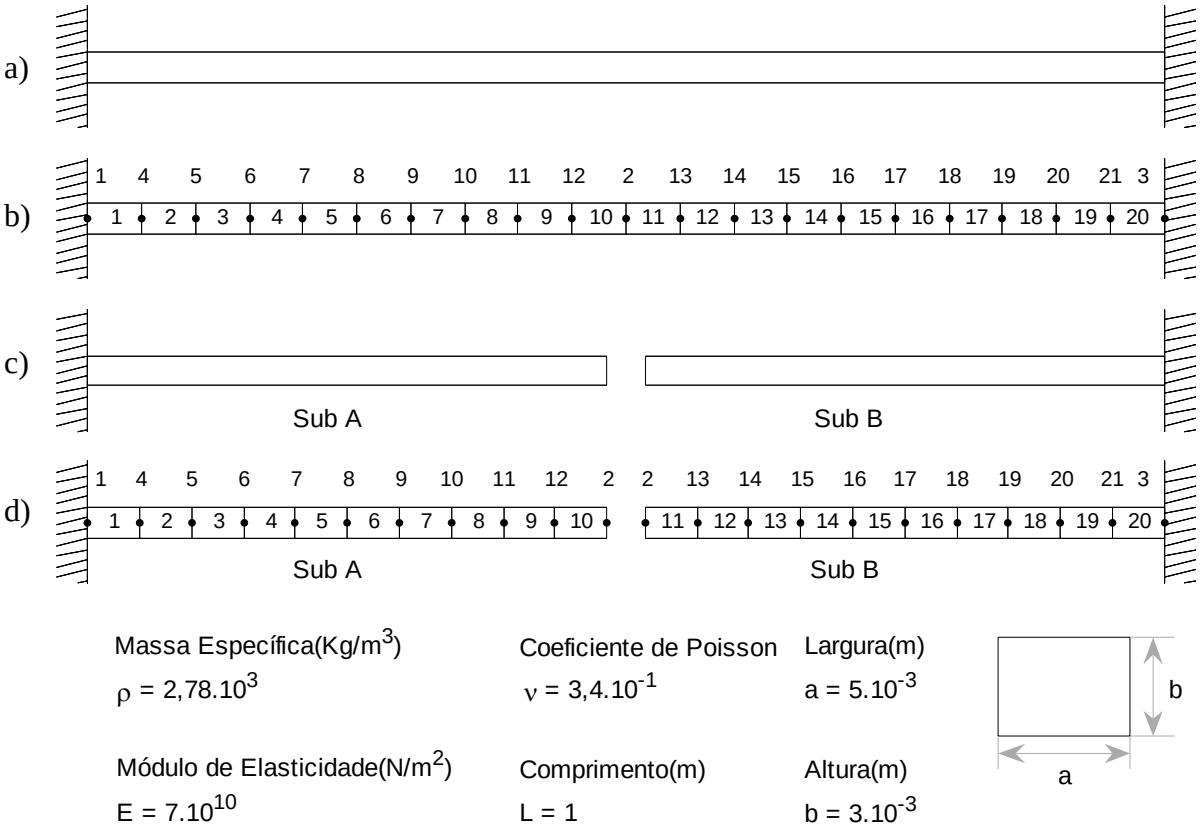


Figura 6.01 – Viga bi-engastada de alumínio modelada por elementos finitos.

Cada uma das subestruturas foi dividida em 10 elementos de viga resultando em um total de 11 nós. Utilizou-se a opção de elemento de viga de Euler-Bernoulli sendo considerado apenas o deslocamento transversal definindo um grau de liberdade por nó. Conforme os resultados desta modelagem foram geradas as FRFs a partir das quais foram identificadas as matrizes físicas usando o método ACS. Estas matrizes foram utilizadas pelo programa de síntese modal SMFR implementado em ambiente MATLAB[®].

A estrutura completa original também foi modelada por elementos finitos com para de obter as bases modais originais para serem comparadas com os resultados da estrutura completa sintetizada. A estrutura completa foi dividida em 20 elementos de viga com 21 nós, Fig. 6.01b. Nas modelagens por elementos finitos utilizou-se o programa ANSYS[®].

O erro relativo(%), entre as freqüências sintetizadas e originais, e o índice MAC foram calculados e apresentados nas tabelas. A Tab. 6.01 mostra as freqüências das duas subestruturas, das estruturas original e sintetizada, o erro relativo e o índice MAC. As

freqüências das subestruturas são referentes às matrizes físicas identificadas cujas bases modais são usadas para sintetizar a base modal da estrutura completa. As freqüências da estrutura completa original são obtidas por elementos finitos. O erro nos modos ímpares é devido à imprecisão do cálculo das matrizes físicas nos extremos livres das vigas. Nos modos pares este erro não ocorre porque não há deslocamento desses graus de liberdade de interface na estrutura completa. A Fig. 6.02 mostra os três primeiros modos de cada subestrutura e a Fig. 6.03 mostra três modos originais e sintetizados da estrutura completa.

Tabela 6.01 – Relação entre as freqüências(Hz) e modos da estrutura sintetizada e original.

Modo	Sub 1 e 2	Completa	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	2, 5027	3,8685	-----	-----	-----
2	15,7069	10,6640	10,6637	0,0033	1,0000
3	44,0602	20,9060	15,7069	24,8688	0,9297
4	86,6021	34,5640	34,5634	0,0018	1,0000
5	143,9804	51,6450	44,0602	14,6865	0,9043
6	217,5231	72,1670	72,1665	0,0006	1,0000
7	310,2357	96,1600	86,6021	9,9396	0,8998
8	426,7079	123,6900	123,6831	0,0056	1,0000
9	562,6845	154,8500	143,9804	7,0195	0,9023
10	670,2822	189,8099	189,8161	0,0033	1,0000
11		228,8600	217,5231	4,9536	0,9072
12		272,4001	272,3991	0,0003	1,0000
13		320,9700	310,2357	3,3443	0,9091
14		375,1799	375,1792	0,0002	1,0000
15		435,3400	426,7079	1,9829	0,9014
16		500,6300	500,6290	0,0002	1,0000
17		567,5500	562,6845	0,8573	0,8854
18		628,2899	628,2849	0,0008	1,0000
19		671,5700	670,2822	0,1918	0,8781

Como as subestruturas são simétricas elas têm dez graus de liberdade, pois dos onze nós um é fixo. Então cada uma das subestruturas possui dez modos. A estrutura completa possui dezenove modos, que é a soma dos modos das subestruturas menos o número de graus de liberdade de interface. Neste caso, há apenas um grau de liberdade de interface. Então, conforme o método, tem-se apenas um modo de flexibilidade residual que vai compor o superconjunto modal de flexibilidade residual com os modos flexíveis de cada subestrutura. Na melhor condição têm-se nove modos mantidos para cada uma das subestruturas, resultando em dezoito modos sintetizados para a estrutura completa, um a menos em relação à estrutura original.

A Tab. 6.01 mostra os resultados da síntese modal nas melhores condições onde é mantido o número máximo de modos. Foram mantidos os nove últimos modos e descartados os primeiros de cada subestrutura. A escolha dos modos foi realizada pelo método CSMF, um dos métodos de escolha automática apresentados no capítulo III que, como foi visto, apresentou os melhores resultados na escolha dos modos.

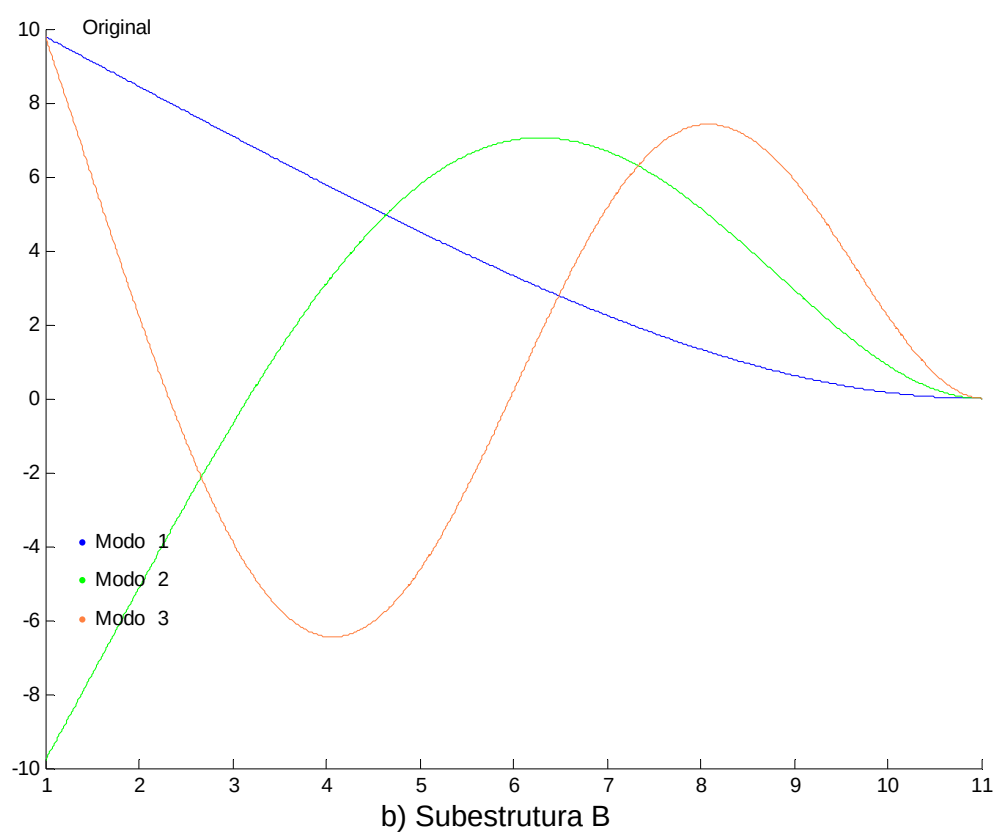
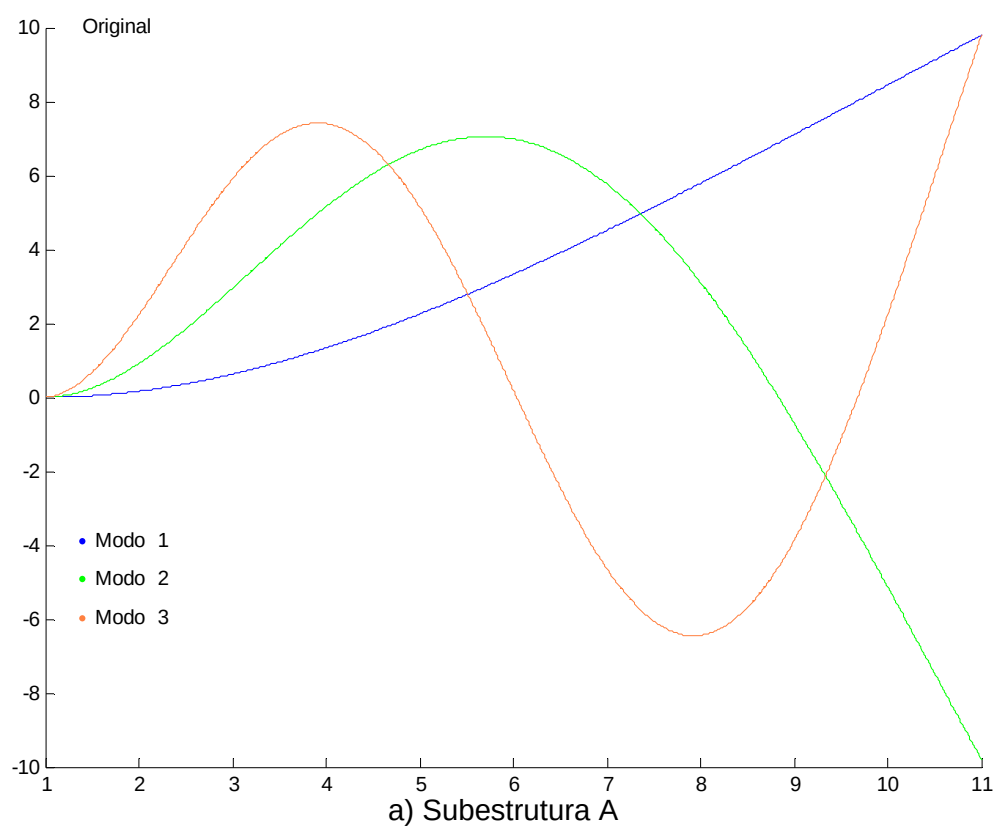


Figura 6.02 – Os três primeiros modos originais das subestruturas da Fig. 6.01.

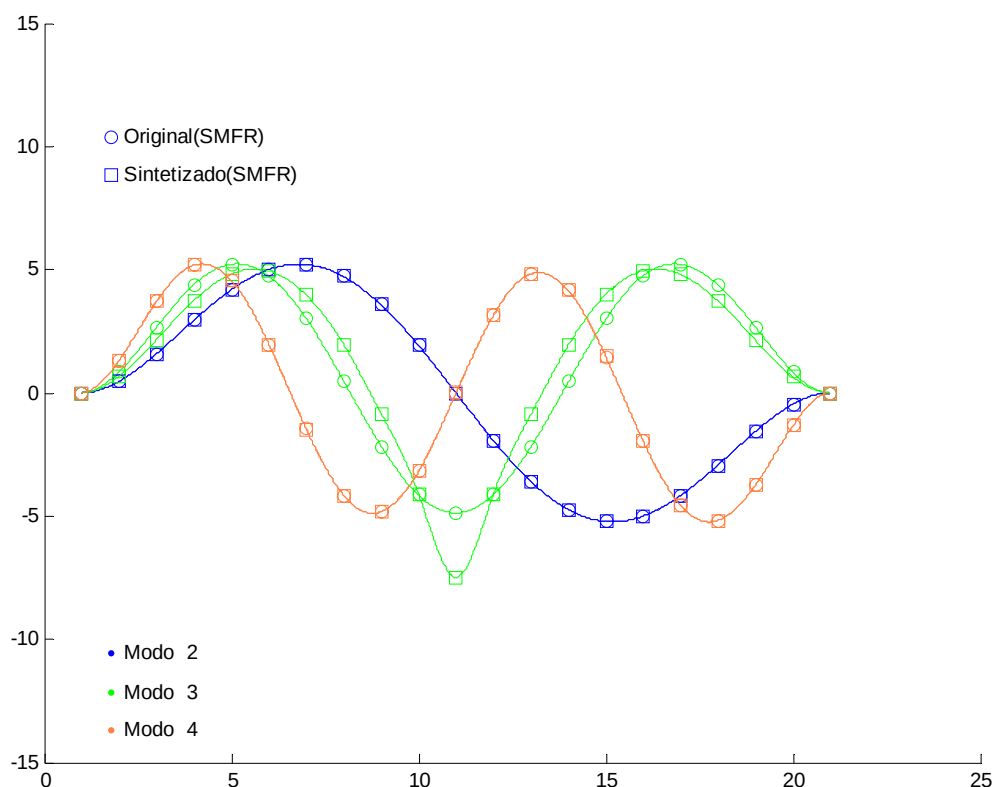


Figura 6.03 – Três modos originais e sintetizados do modelo da Fig. 6.01.

Para conhecer a relação entre os modos de vibrar da estrutura sintetizada e do modelo analítico, calculou-se o índice MAC entre os autovetores sintetizados e originais. Para cada modo sintetizado foram calculados dezenove valores de índice MAC, correspondentes aos modos obtidos analiticamente pelo modelo de elementos finitos da estrutura completa. Calculou-se, também, o erro relativo entre as frequências. Os gráficos do índice MAC e do erro relativo, mostrados na Fig. 6.04, relaciona os modos da estrutura sintetizada com os modos da estrutura modelada via elementos finitos e podem ser comparados com os valores da Tab. 6.01. Todos os valores dos índices MAC estão próximos da unidade com exceção do último que ficou em 0,74. Quanto aos erros relativos das frequências apenas dois estão acima de 10%, valor considerado satisfatório, (ARAÚJO, 1998). Os demais estão abaixo de 10%.

Para facilitar a análise das tabelas as frequências referentes aos modos descartados estão marcados em negrito. No caso de valores do erro relativo acima de 10% e do índice MAC abaixo de 0,7 também há a marca em negrito.

Os resultados mostram que o CSMF foi uma importante contribuição para o processo de automatização da escolha dos modos.

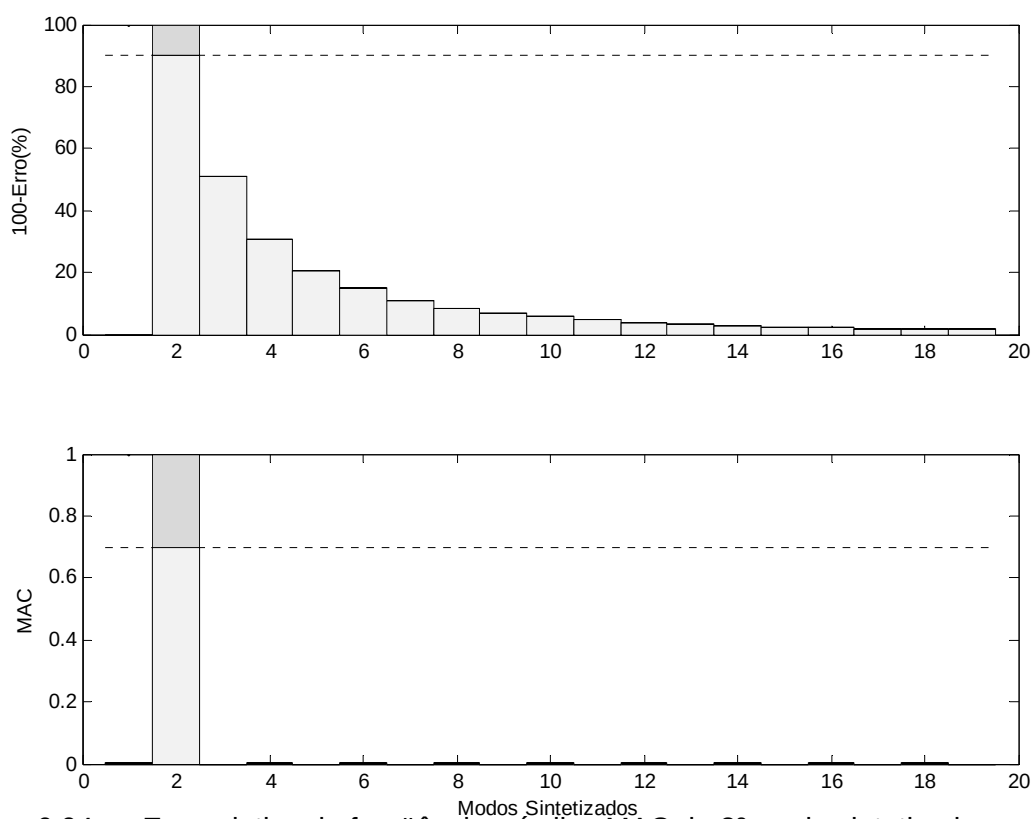


Figura 6.04a – Erro relativo da frequência e índice MAC do 2º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

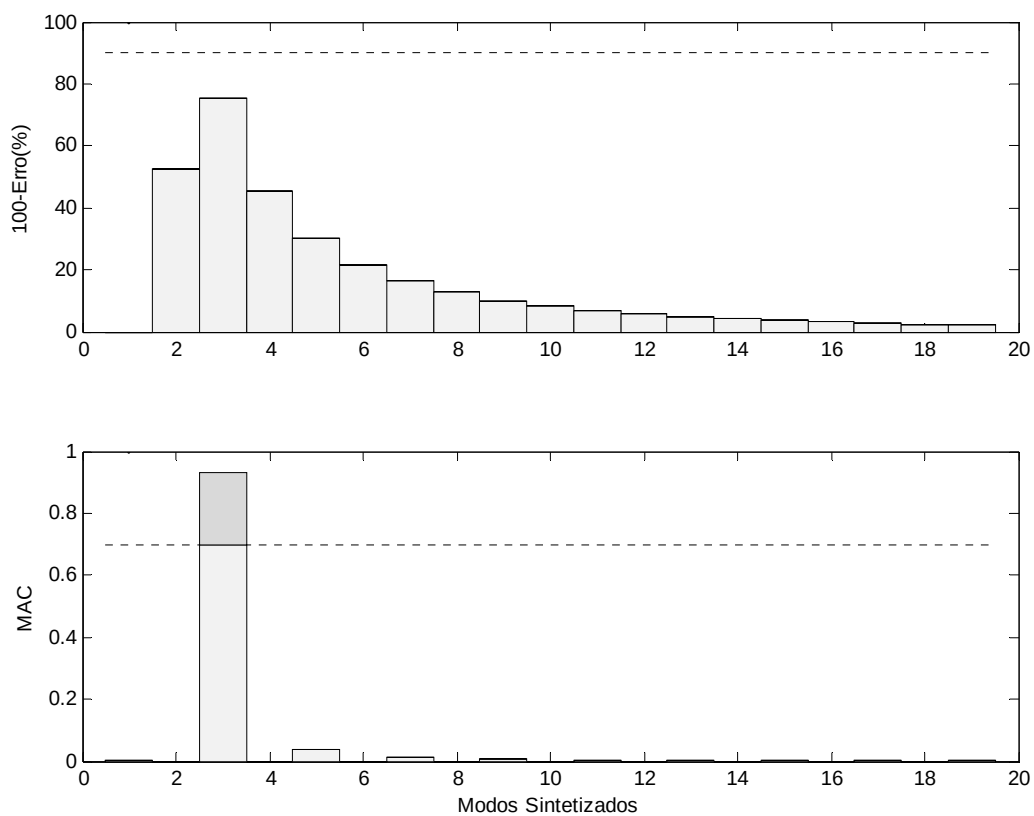


Figura 6.04b – Erro relativo da frequência e índice MAC do 3º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

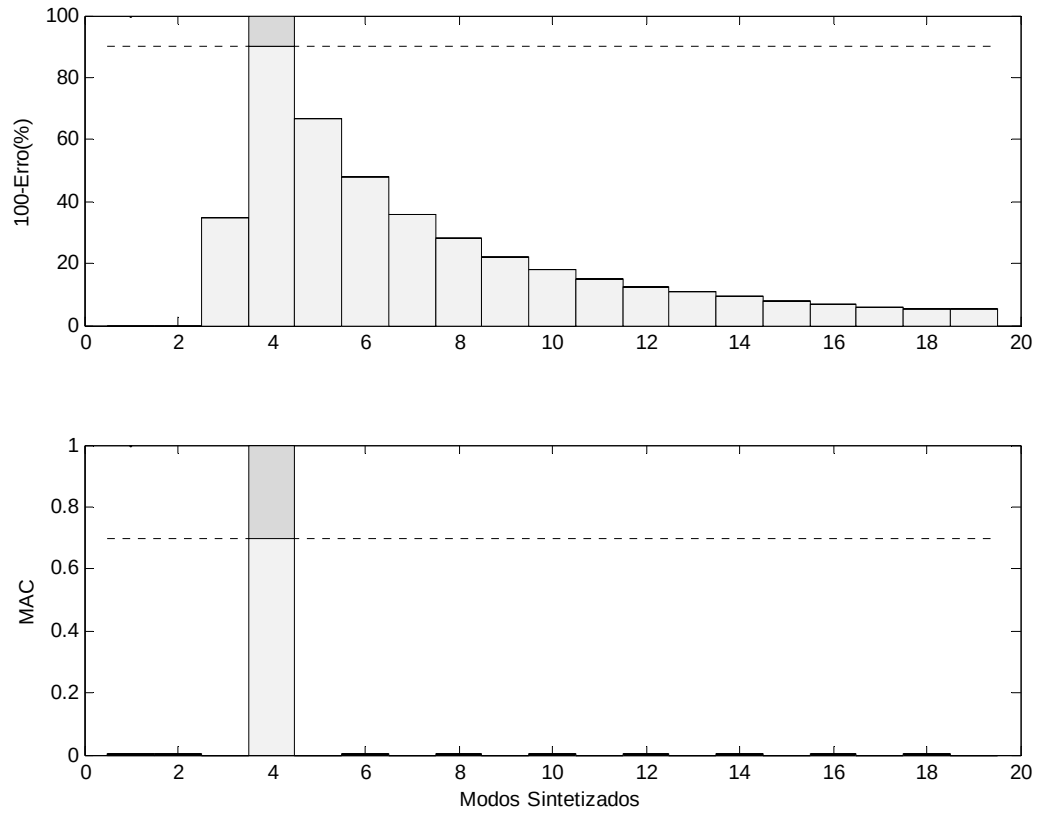


Figura 6.04c – Erro relativo da frequência e índice MAC do 4º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

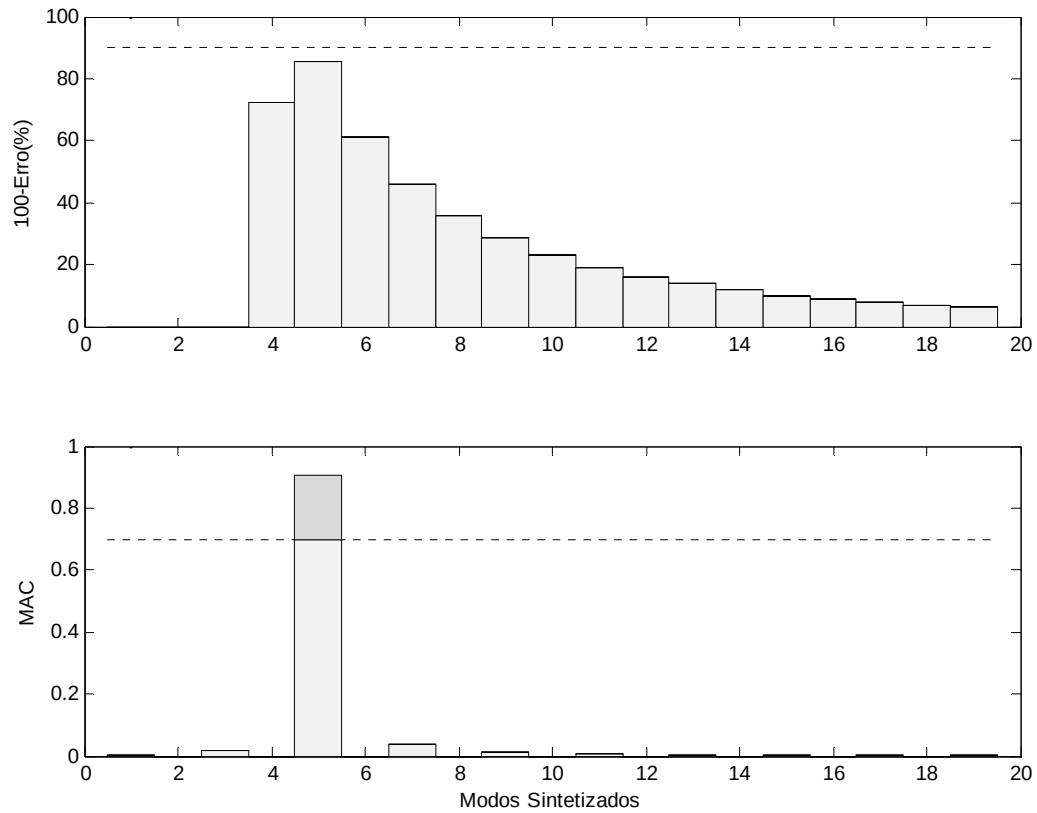


Figura 6.04d – Erro relativo da frequência e índice MAC do 5º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

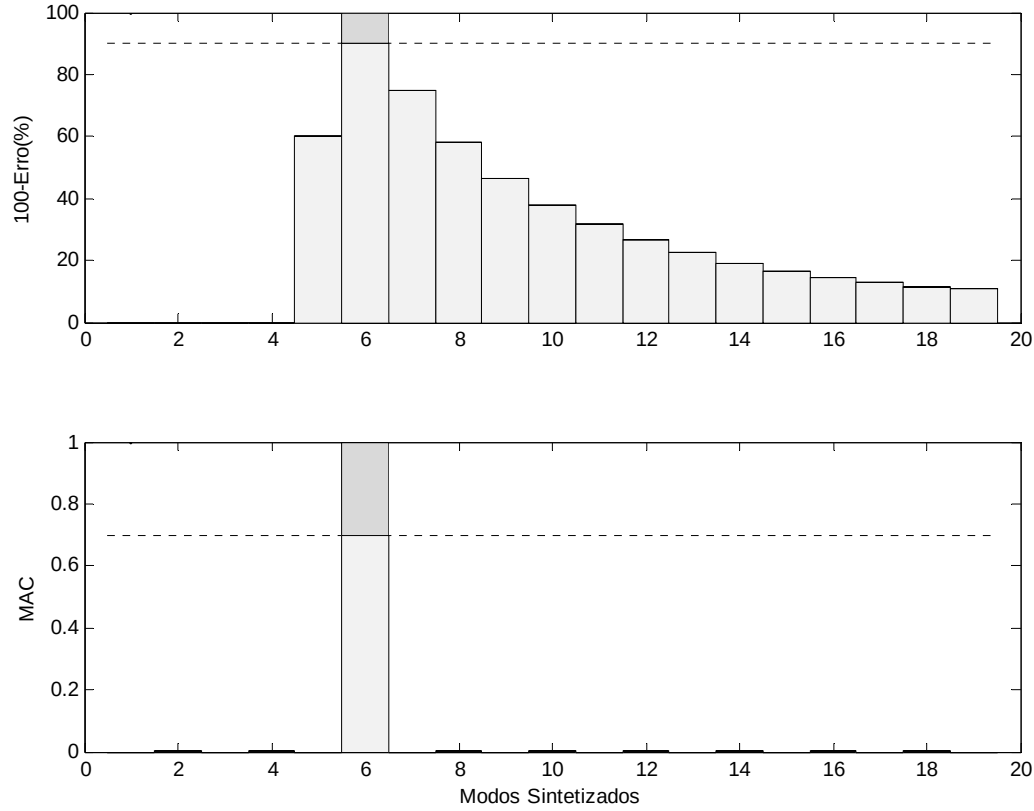


Figura 6.04e – Erro relativo da frequência e índice MAC do 6º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

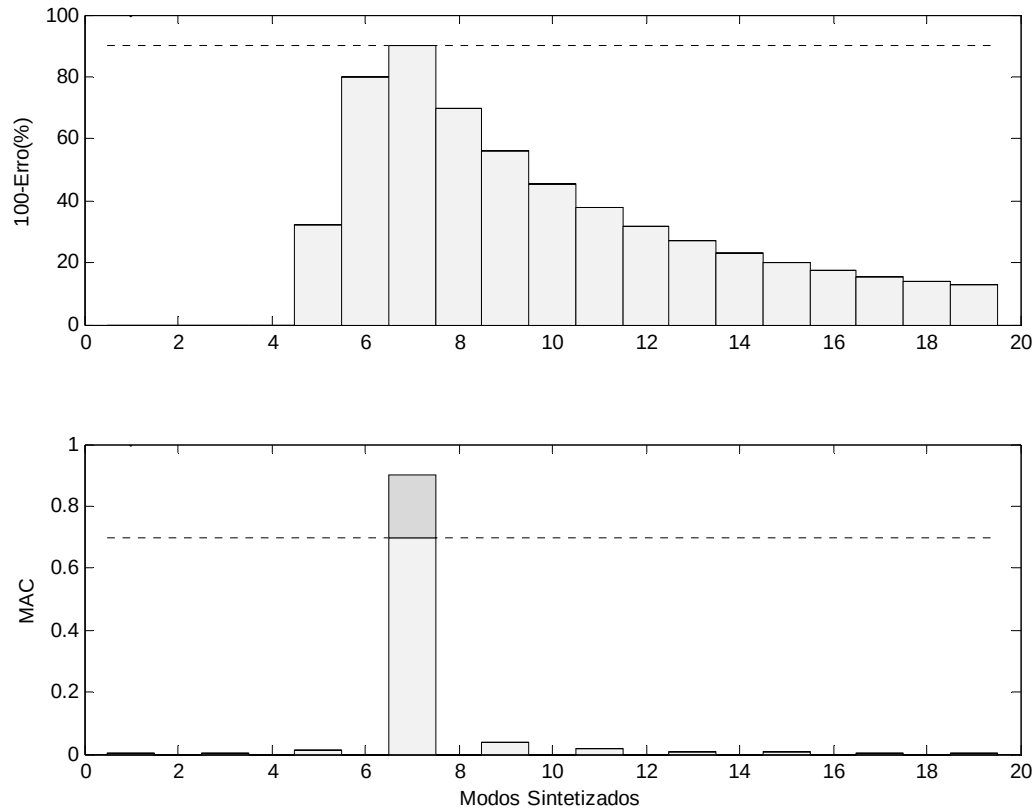


Figura 6.04f – Erro relativo da frequência e índice MAC do 7º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

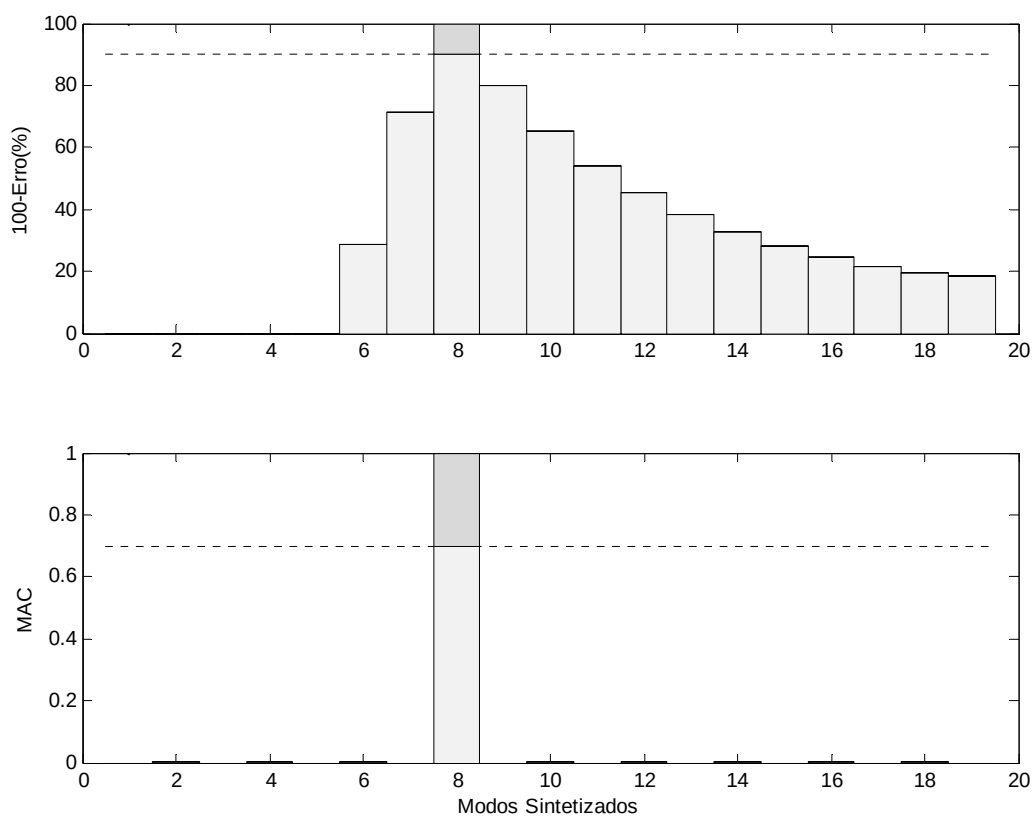


Figura 6.04g – Erro relativo da frequência e índice MAC do 8º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

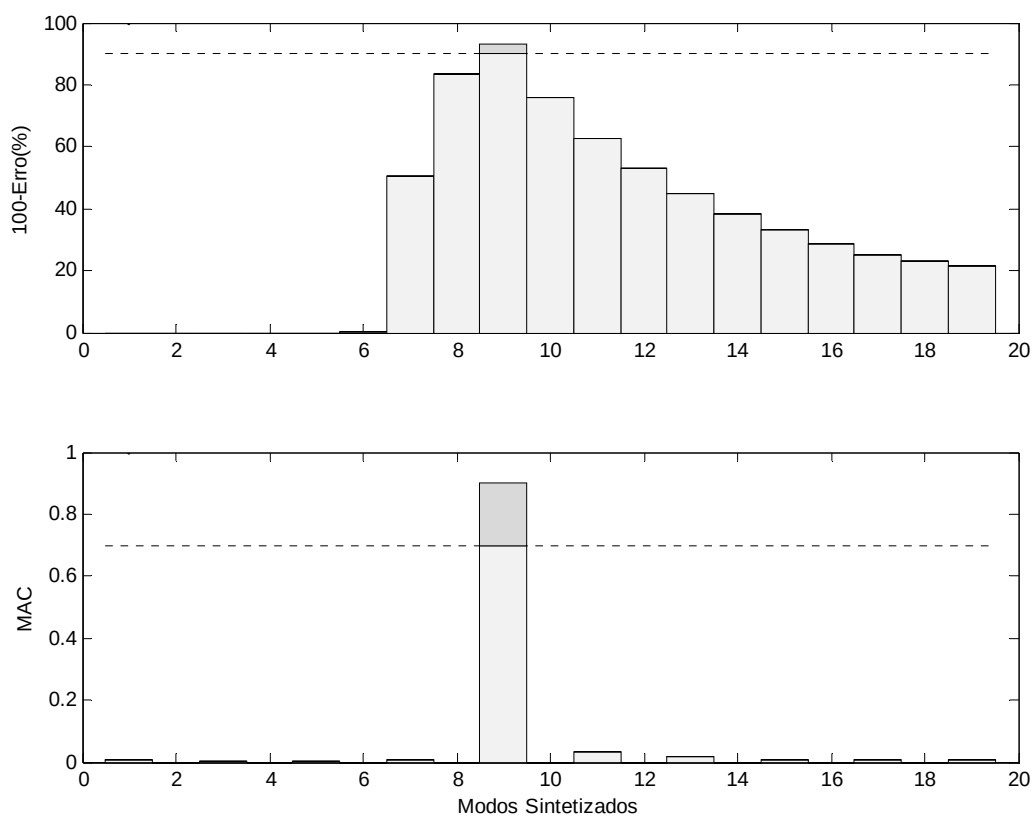


Figura 6.04h – Erro relativo da frequência e índice MAC do 9º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

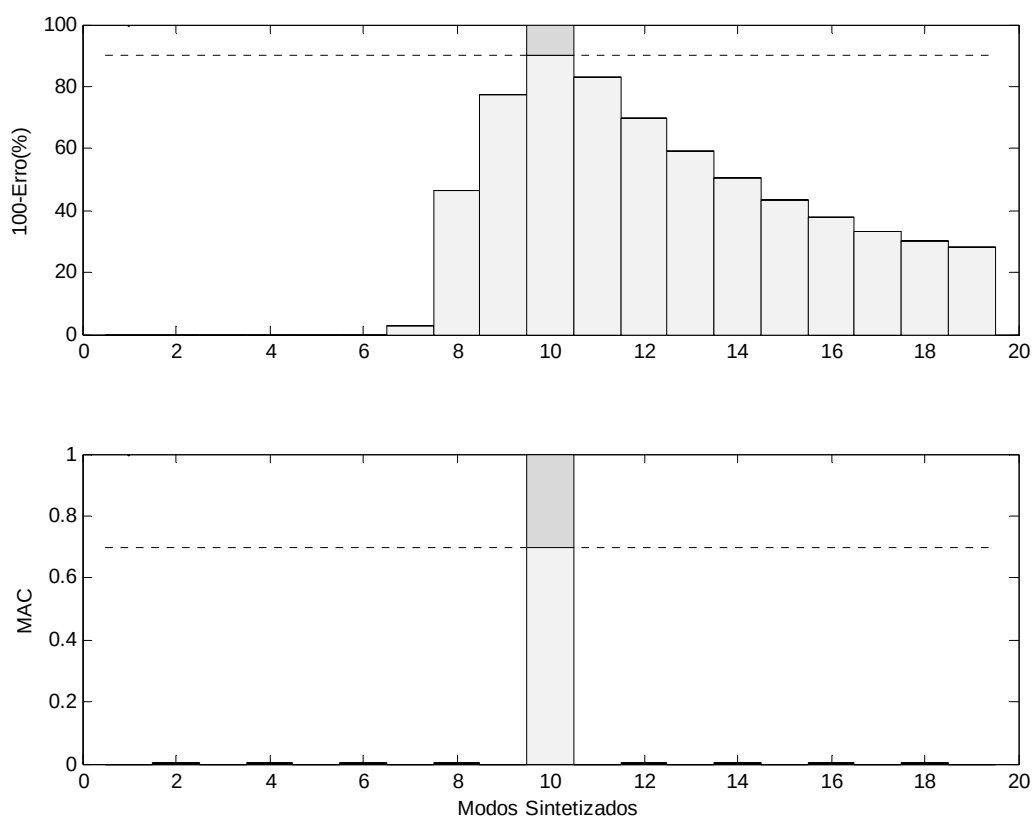


Figura 6.04i – Erro relativo da frequência e índice MAC do 10º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

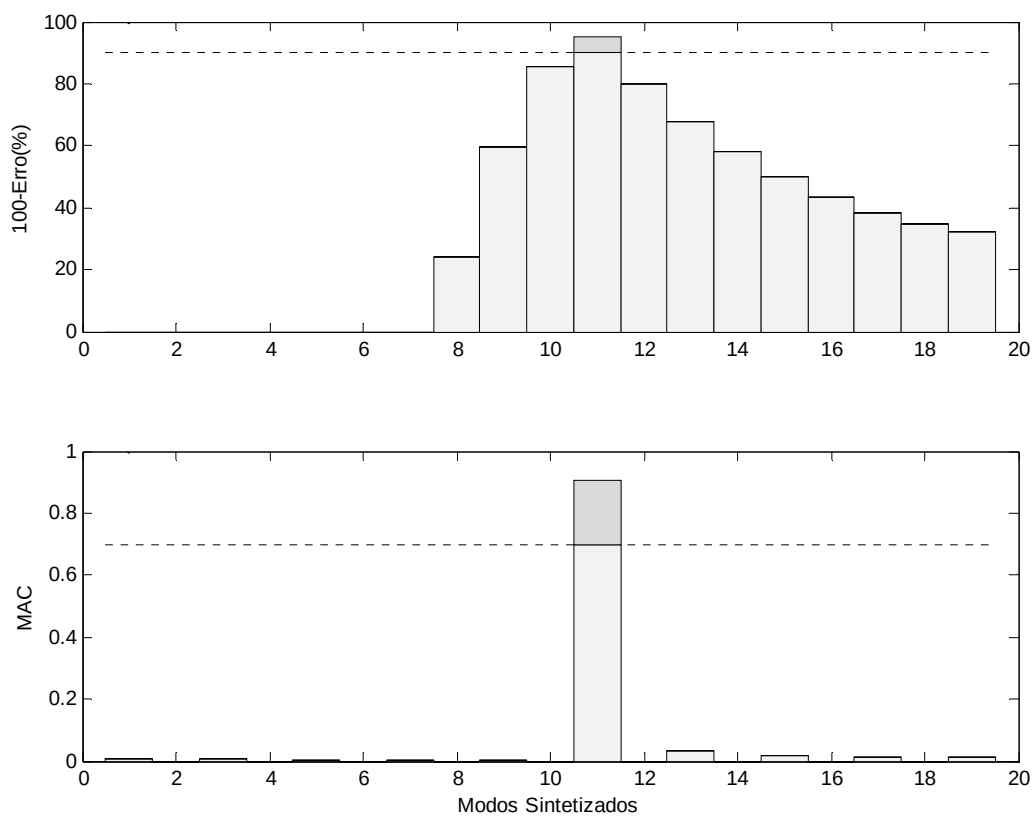


Figura 6.04j – Erro relativo da frequência e índice MAC do 11º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

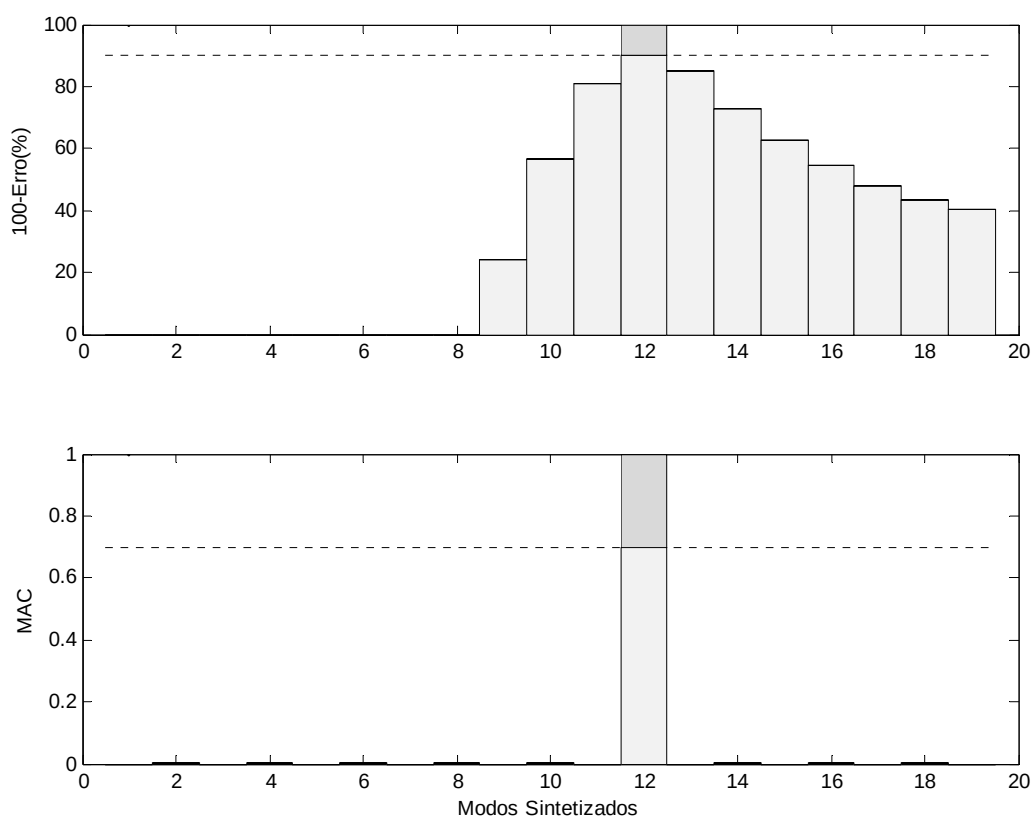


Figura 6.04k – Erro relativo da frequência e índice MAC do 12º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

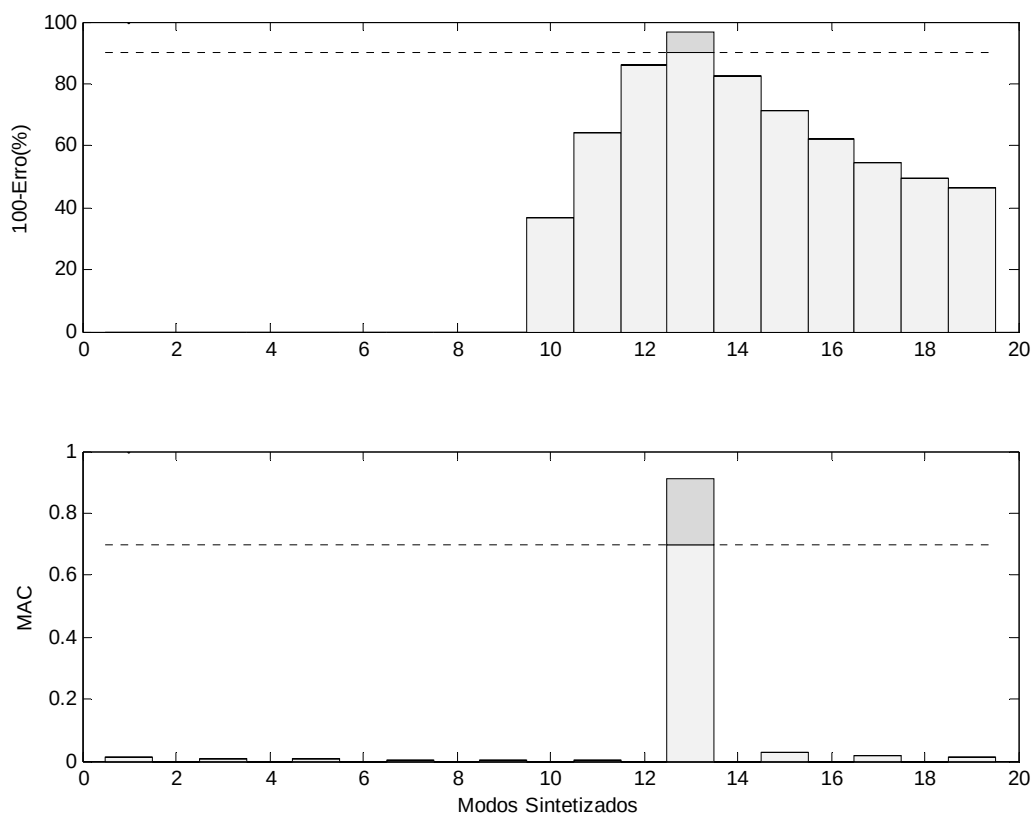


Figura 6.04l – Erro relativo da frequência e índice MAC do 13º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

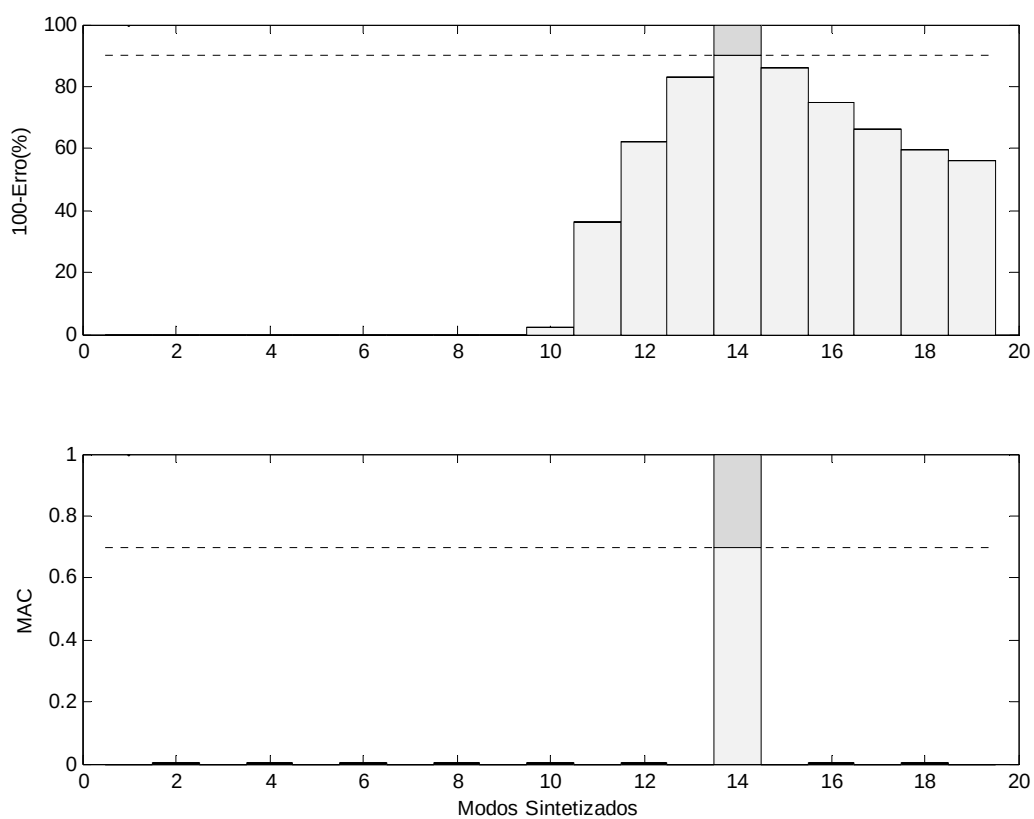


Figura 6.04m – Erro relativo da frequência e índice MAC do 14º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

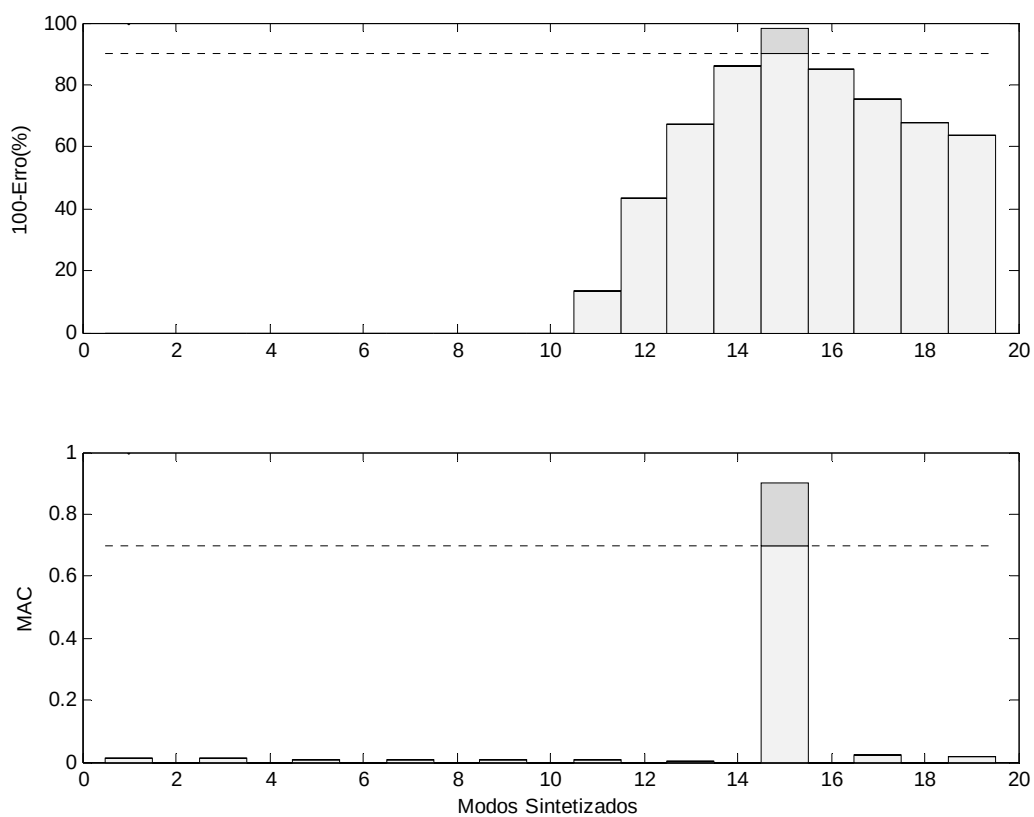


Figura 6.04n – Erro relativo da frequência e índice MAC do 15º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

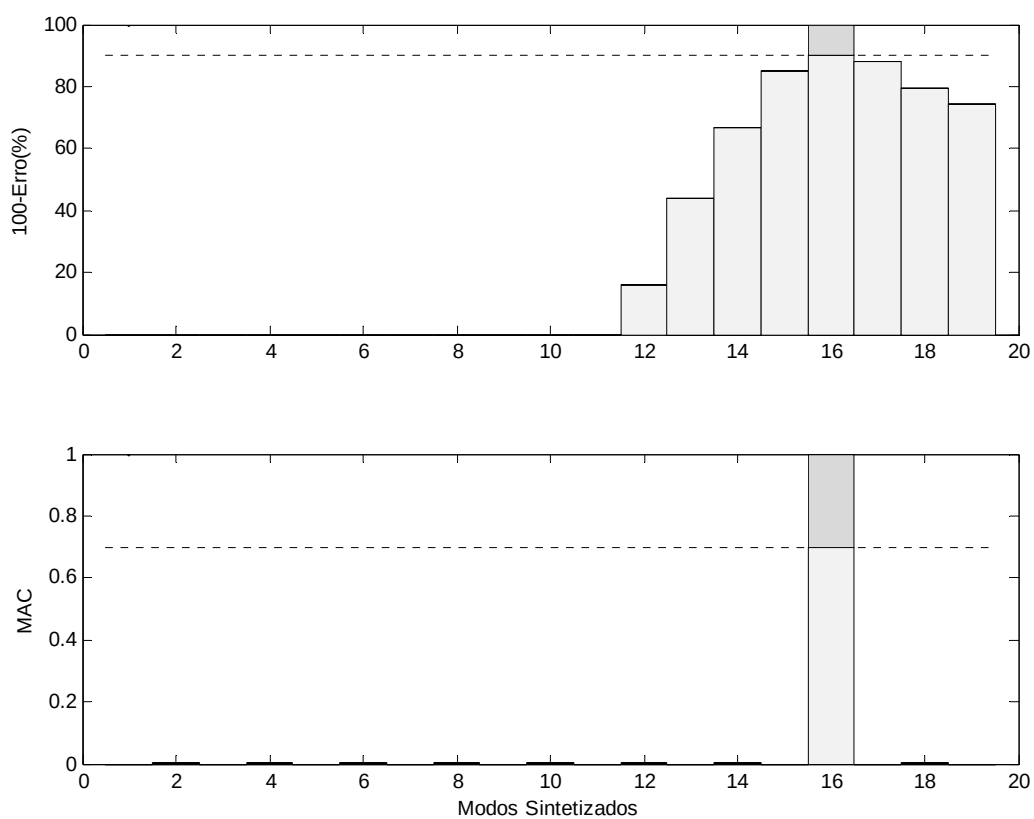


Figura 6.04o – Erro relativo da frequência e índice MAC do 16º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

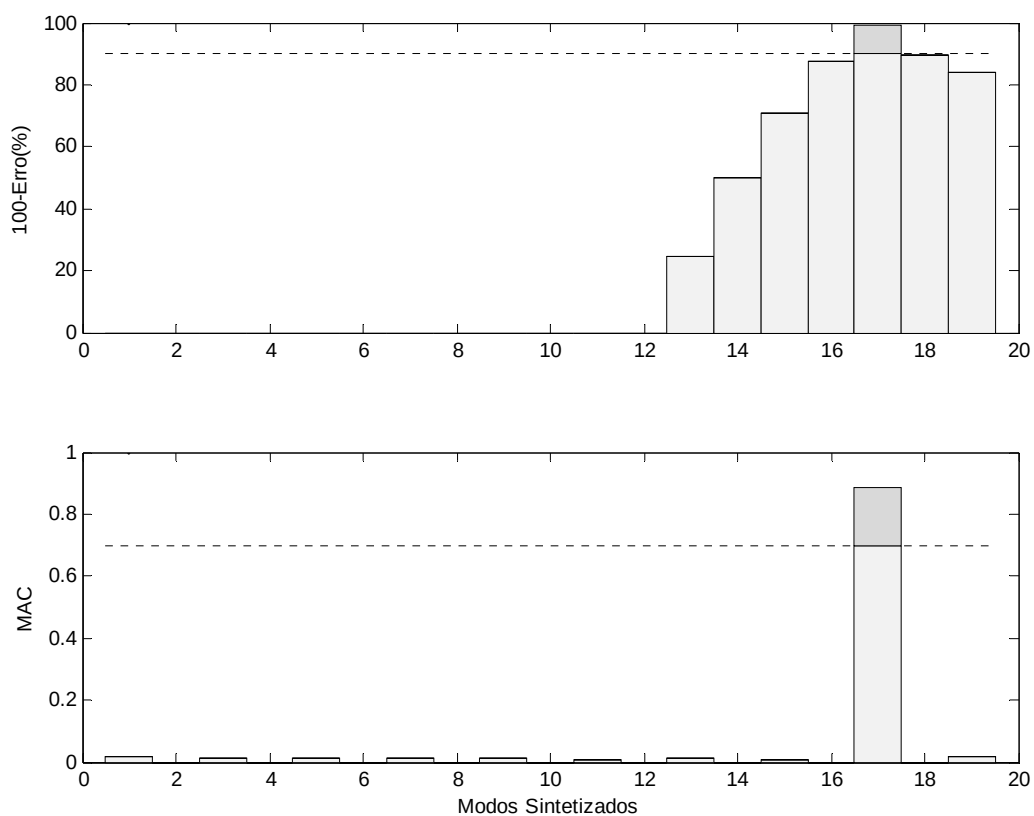


Figura 6.04p – Erro relativo da frequência e índice MAC do 17º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

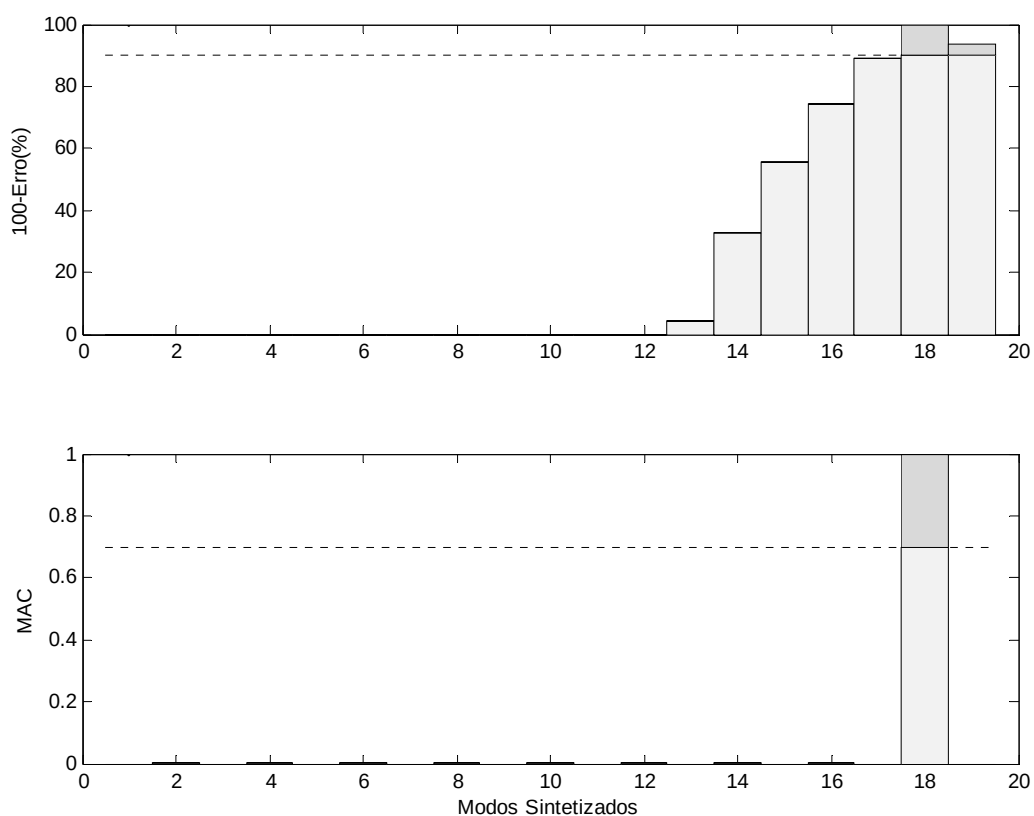


Figura 6.04q – Erro relativo da frequência e índice MAC do 18º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

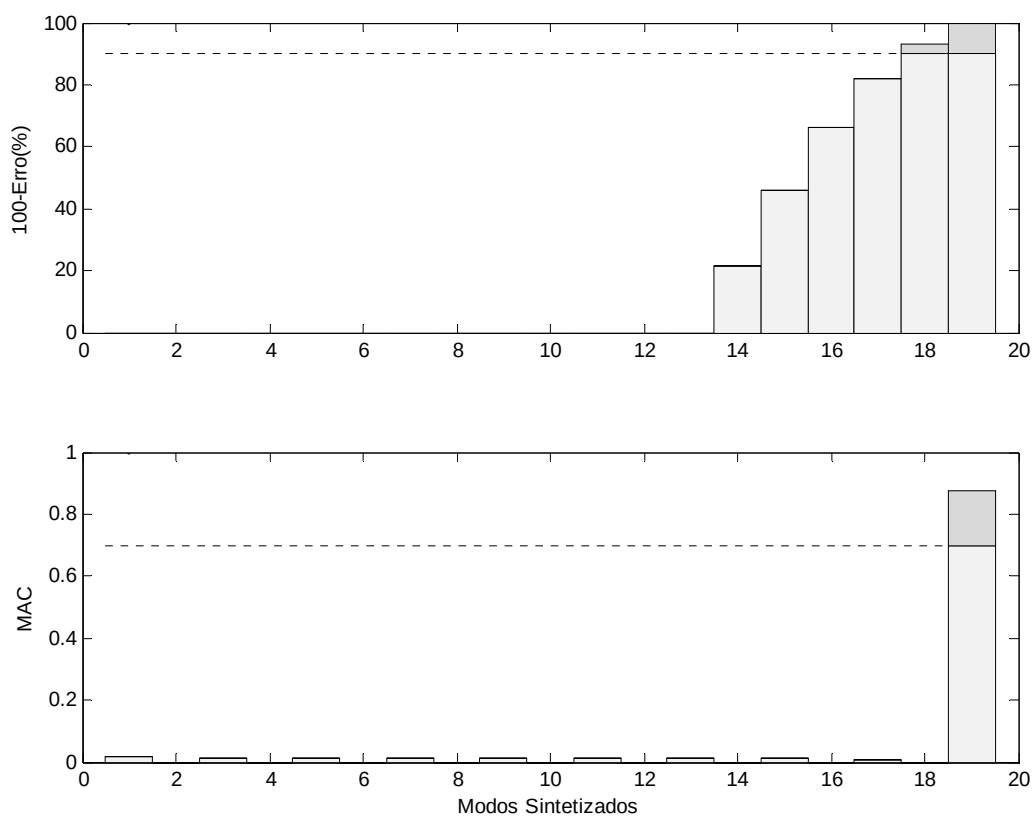


Figura 6.04r – Erro relativo da frequência e índice MAC do 19º modo sintetizado para o modelo de viga com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

6.2 Modelo discreto massa-mola-amortecedor (oito GDL)

É um modelo discreto com massas concentradas nos oito graus de liberdade, Fig. 6.05. Para efetuar a síntese modal a estrutura foi dividida em três subestruturas com quatro graus de liberdade cada uma. Como pode ser visto na Fig. 6.05 as subestruturas são conectadas entre si por mais de um grau de liberdade. Os graus de liberdade de interface estão localizados nos pontos de massa concentrada onde foram desenhadas com cor azul e as subestruturas estão delimitadas por linhas tracejadas de cores diferentes.

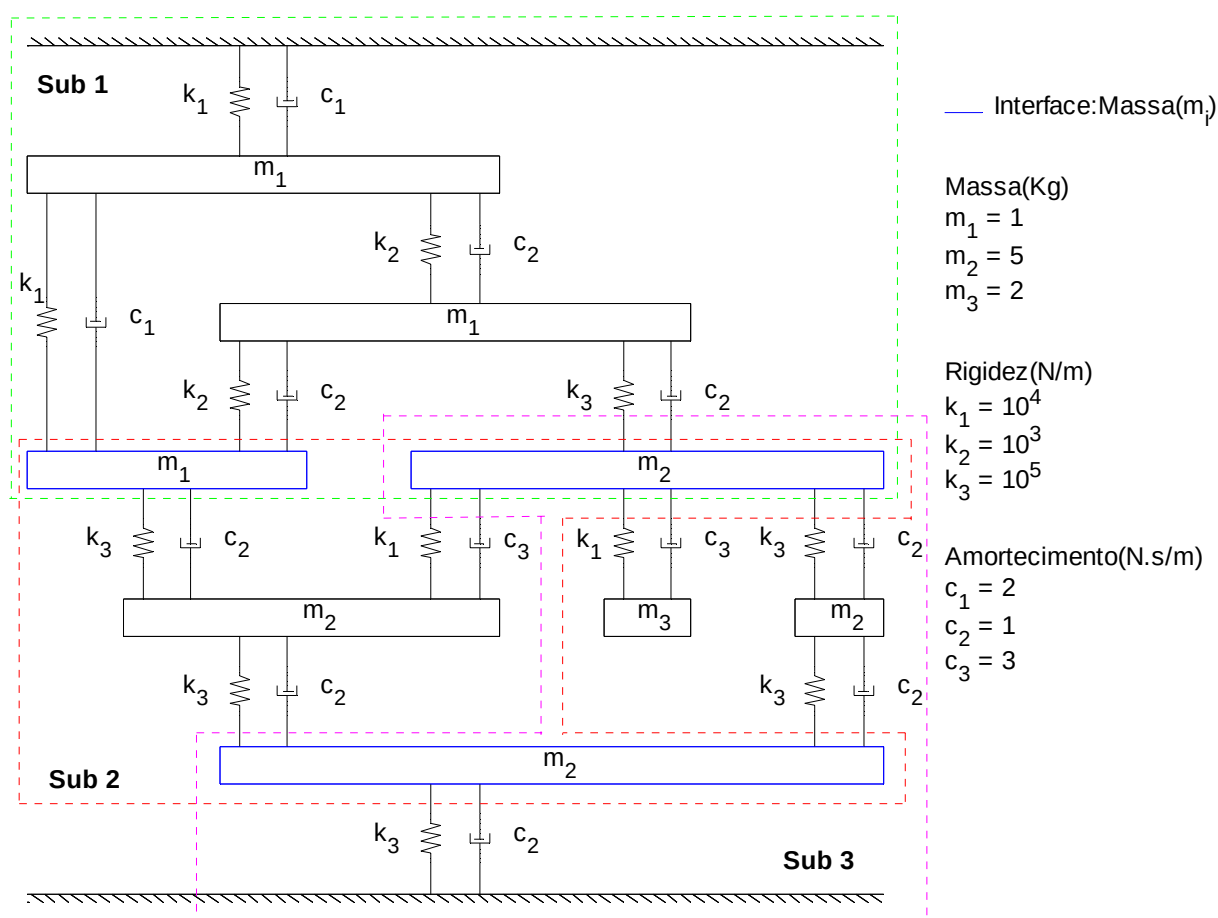


Figura 6.05 – Sistema discreto massa-mola-amortecedor com oito GDL.

Para cada uma das subestruturas foram geradas as FRFs a partir das quais foram identificadas as matrizes físicas usando o método ACS. Estas matrizes identificadas foram utilizadas no processo de síntese modal. As bases modais da estrutura original também foram extraídas para comparação com a estrutura completa sintetizada.

Foram realizadas simulações sem ruído e com nível de ruído de 5%. As simulações com ruído foram realizadas com uma e com dez contagens. Com uma contagem significa que as FRFs usadas na identificação das matrizes físicas foram simuladas de uma única

vez e com dez contagens significa que cada FRF foi obtida com uma média de dez FRFs simuladas com ruído de 5%. Em todos esses casos a síntese modal foi realizada pelo método SMFR e MMD. No caso do SMFR a escolha dos modos foi realizada pelo CSMF com o número máximo de modos mantidos para a maioria das simulações. O número de graus de liberdade de interface é suficiente para sintetizar todos os modos da estrutura completa. Assim a base modal sintetizada pelo SMFR tem o mesmo número de modos da base modal sintetizada pelo MMD que sempre sintetiza todos os modos da estrutura completa.

Além dessas, foram realizadas duas outras simulações pelo SMFR usando o número mínimo de modos, neste caso dois em cada subestrutura. Foram usados os pares de modos localizados nos extremos da banda de frequência, ou seja, em uma simulação foram usados os dois modos de cada subestrutura com as mais baixas frequências e na outra foram usados os dois modos com as mais altas frequências.

Pelo método SMFR a síntese modal pode ser realizada conforme a banda de frequência de interesse com qualquer número de modos, desde que obedeça algumas restrições. O mínimo são dois modos usados com um modo mantido em cada subestrutura. Outra restrição leva em conta o número total de modos mantidos nas duas subestruturas que não pode ultrapassar o número de modos suficientes para a síntese de todos os modos da estrutura completa, que é número de graus de liberdade da estrutura completa mais o número de graus de liberdade de interface.

A Tab. 6.02 mostra as frequências originais das três subestruturas e da estrutura completa. As frequências da estrutura completa original foram calculadas para comparação com os resultados sintetizados.

Com o número de graus de liberdade de interface entre as subestruturas deste modelo, é possível manter o número total de modos menos um, nas duas subestruturas de cada etapa, que é suficiente para sintetizar todos os modos da estrutura completa. Na primeira etapa da síntese cada uma das subestruturas possui quatro graus de liberdade sendo dois de interface resultando num total de seis graus de liberdade na nova subestrutura sintetizada. Na segunda e última etapa a nova subestrutura está conectada com a terceira, que também tem quatro graus de liberdade sendo dois de interface. Assim a estrutura sintetizada completa terá oito modos, o mesmo número de graus de liberdades da estrutura original. Como há dois graus de liberdade de interface há também dois modos de flexibilidade residual em cada etapa da síntese.

As Tab. 6.03 a 6.08 mostram as frequências das subestruturas e os resultados da síntese pelo método SMFR, com diferentes condições de ruído, nas melhores condições na escolha dos modos que é o número máximo de modos mantidos.

As frequências das subestruturas são referentes às matrizes físicas identificadas, cujas bases modais são usadas para sintetizar a base modal da estrutura completa, ou referentes à síntese da etapa anterior. Na primeira etapa foram mantidos três modos e descartado um modo em cada subestrutura. A escolha dos modos foi realizada pelo método CSMF. As Tab. 6.03 e 6.04 apresentam os resultados da síntese sem ruído. As Tab. 6.05 e 6.06 apresentam os resultados adicionando ruído de 5% com uma única contagem. E nas Tab. 6.07 e 6.08 são mostrados os resultados a partir das FRFs obtidas de uma média de dez FRFs contaminadas com 5% de ruído.

As Tab. 6.09-6.11 mostram os resultados da síntese pelo MMD, com as mesmas condições de ruído usadas no método SMFR. A Tab. 6.09 apresenta os resultados da síntese sem nenhum ruído. A Tab. 6.10 apresenta os resultados adicionando ruído de 5% com uma única contagem e na Tab. 6.11 estão os resultados a partir das FRFs obtidas com uma média de dez FRFs contaminadas com 5% de ruído.

As Fig. 6.06–6.08 mostram os gráficos dos modos das estruturas original e sintetizada em cada uma das condições mencionadas acima.

Para conhecer a relação entre os modos da estrutura sintetizada e original, calculou-se o índice MAC entre os autovetores sintetizados e originais. Para cada modo sintetizado foram calculados oito valores de índice MAC, correspondentes aos modos obtidos analiticamente a partir da estrutura original. Calculou-se, também, o erro relativo entre as frequências. Os gráficos do índice MAC e do erro, mostrados na Fig. 6.09, relacionam os modos da estrutura sintetizada com os modos da estrutura discreta original e podem ser comparados com os valores apresentados nas Tab. 6.04 e 6.06. Foram mostrados apenas os índices MAC relativos aos modos sintetizados pelo SMFR sem ruído e com 5% de ruído com uma contagem.

Observou-se que foram obtidos bons resultados principalmente nas simulações sem ruído onde os erros relativos estão muito próximos de zero e os índices MAC aproxima-se da unidade, Tab 6.04 e 6.09. Os piores resultados, como esperado, são as simulações com 5% de ruído e uma contagem. Neste caso o SMFR obteve erro relativo acima de 10% para uma frequência, Tab. 6.06, e o MMD obteve uma das frequências com erro relativo acima de 10% como pode ser visto na Tab. 6.10. O índice MAC atingiu valores acima de 0,9 em todas as simulações realizadas com o modelo discreto de oito graus de liberdade usando o número máximo de modos mantidos pelo SMFR e também pelo MMD.

Os resultados das simulações com o número mínimo de modos, ou seja, com dois modos em cada subestrutura são mostrados nas Tab. 6.12 e 6.13 e Fig. 6.10. Todos os índices MAC ficaram acima de 0,7, com exceção de um dos valores na simulação com mais

alta frequência que ficou em 0,65, Tab. 6.13,. Todos os erros relativos entre frequências originais e sintetizadas ficaram abaixo de 10%.

Os resultados obtidos confirmam a eficácia do CSMF na automatização da escolha dos modos.

Tabela 6.02 – Frequências originais das subestruturas e estrutura completa do modelo discreto com oito GDL e três subestruturas.

Modo	Sub 1	Sub 2	Sub 3	Completa
1	2,5691	0,0000	8,2280	7,5852
2	11,1108	8,4866	13,4899	11,6807
3	26,2389	30,1793	28,4525	17,4740
4	55,5183	56,3147	40,6336	22,8324
5				27,6408
6				37,4751
7				43,3361
8				56,8192

Tabela 6.03 – Frequências e índice MAC referente à primeira etapa da síntese de três subestruturas(SMFR sem ruído).

Modo	Sub 1	Sub 2	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	4,1825	0,0000	3,2051	3,2046	0,0153	1,0000
2	13,8097	15,2163	11,0157	11,0151	0,0054	1,0000
3	30,0511	38,3833	22,7760	22,7745	0,0065	1,0000
4	67,7326	75,1062	37,7732	37,7737	0,0012	0,9999
5			58,5116	58,5095	0,0036	0,9970
6			60,1490	60,1509	0,0030	0,9988

Tabela 6.04 – Frequências e índice MAC referente à segunda e última etapa da síntese de três subestruturas(SMFR sem ruído).

Modo	Sub 1-2	Sub 3	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	3,2046	8,8941	8,0419	8,0412	0,0089	1,0000
2	11,0151	14,9997	12,4666	12,4667	0,0007	0,9999
3	22,7745	38,5389	19,2000	19,1978	0,0114	0,9993
4	37,7737	49,9138	23,5342	23,5341	0,0006	0,9998
5	58,5095		32,1776	32,1786	0,0030	0,9996
6	60,1509		44,0790	44,0788	0,0003	0,9999
7			56,7682	56,7661	0,0036	0,9995
8			58,4941	58,4962	0,0035	0,9989

Tabela 6.05 – Frequências e índice MAC referente à primeira etapa da síntese de três subestruturas(SMFR com ruído de 5%-uma contagem).

Modo	Sub 1	Sub 2	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	11,2226	0,8049	3,2051	5,1573	60,9085	0,9277
2	13,7794	14,8600	11,0157	13,1995	19,8247	0,9592
3	30,2537	37,7538	22,7760	23,0165	1,0559	0,9998
4	69,7125	75,2115	37,7732	37,2062	1,5011	0,9994
5			58,5116	59,0639	0,9439	0,9975
6			60,1490	61,2671	1,8588	0,9971

Tabela 6.06 – Frequências e índice MAC referente à segunda e última etapa da síntese de três subestruturas(SMFR com ruído de 5%-uma contagem) .

Modo	Sub 1-2	Sub 3	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	5,1573	9,8075	8,0419	9,6239	14,8185	0,9597
2	13,1995	15,9305	12,4666	13,2380	6,9258	0,9706
3	23,0165	38,7854	19,2000	19,7451	1,8960	0,9936
4	37,2062	51,9898	23,5342	23,8438	0,6833	0,9996
5	59,0639		32,1776	32,1009	1,1090	0,9975
6	61,2671		44,0790	44,7530	1,7484	0,9866
7			56,7682	57,5162	0,6280	0,9968
8			58,4941	59,1192	1,4148	0,9985

Tabela 6.07 – Frequências e índice MAC referente à primeira etapa da síntese de três subestruturas(SMFR com ruído de 5%-dez contagens).

Modo	Sub 1	Sub 2	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	4,3099	2,0927	3,2051	3,7269	16,2815	0,9984
2	13,8516	15,2432	11,0157	11,1678	1,3811	0,9999
3	30,1499	38,0811	22,7760	22,9113	0,5940	0,9999
4	64,3422	72,9579	37,7732	37,5604	0,5634	0,9994
5			58,5116	57,1301	2,3610	0,9783
6			60,1490	57,6750	4,1132	0,9418

Tabela 6.08 – Frequências e índice MAC referente à segunda e última etapa da síntese de três subestruturas(SMFR com ruído de 5%-dez contagens) .

Modo	Sub 1-2	Sub 3	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	3,7269	8,8653	8,0419	8,1316	1,1152	0,9990
2	11,1678	15,0649	12,4666	12,5374	0,5678	0,9989
3	22,9113	38,6867	19,2000	19,5295	1,7161	0,9979
4	37,5604	50,3853	23,5342	23,7500	0,9169	0,9991
5	57,1301		32,1776	32,3148	0,4263	0,9990
6	57,6750		44,0790	44,1320	0,1204	0,9949
7			56,7682	54,9022	3,2871	0,9825
8			58,4941	57,1359	2,3220	0,9827

Tabela 6.09 – Frequências e índice MAC referente à síntese de três subestruturas (MMD sem ruído).

Modo	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	8,0419	8,0412	0,0081	0,9999
2	12,4666	12,4667	0,0007	0,9999
3	19,2000	19,1994	0,0030	1,0000
4	23,5342	23,5336	0,0025	1,0000
5	32,1776	32,1778	0,0005	1,0000
6	44,0790	44,0789	0,0001	1,0000
7	56,7682	56,7676	0,0011	1,0000
8	58,4941	58,4936	0,0008	1,0000

Tabela 6.10 – Frequências e índice MAC referente à síntese de três subestruturas (MMD com ruído de 5%-uma contagem).

Modo	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	8,0419	8,1732	1,6335	0,9977
2	12,4666	12,7056	1,9167	0,9987
3	19,2000	19,2655	0,3413	0,9978
4	23,5342	23,6165	0,3495	0,9996
5	32,1776	32,0113	0,5169	0,9984
6	44,0790	44,6977	1,4037	0,9976
7	56,7682	66,9952	18,0153	0,9738
8	58,4941	58,8270	0,5690	0,9703

Tabela 6.11 – Frequências e índice MAC referente à síntese de três subestruturas (MMD com ruído de 5%-dez contagens).

Modo	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	8,0419	8,0053	0,4544	0,9999
2	12,4666	12,4395	0,2175	0,9998
3	19,2000	18,9684	1,2061	0,9988
4	23,5342	23,6242	0,3825	1,0000
5	32,1776	32,0455	0,4104	0,9996
6	44,0790	44,5266	1,0156	0,9965
7	56,7682	54,9395	3,2214	0,9899
8	58,4941	60,2531	3,0071	0,9874

Tabela 6.12 – Frequências e índice MAC referente à segunda e última etapa da síntese de três subestruturas usando os dois primeiros modos de cada subestrutura (SMFR sem ruído).

Modo	Sub 1-2	Sub 3	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	3,4431	8,8936	8,0419	8,1775	1,6868	0,9922
2	11,1142	15,0005	12,4666	12,8729	3,2587	0,9680
3			19,2000	-----	-----	-----
4			23,5342	-----	-----	-----
5			32,1776	-----	-----	-----
6			44,0790	-----	-----	-----
7			56,7682	-----	-----	-----
8			58,4941	-----	-----	-----

Tabela 6.13 – Frequências e índice MAC referente à segunda e última etapa da síntese de três subestruturas usando os dois últimos modos de cada subestrutura (SMFR sem ruído).

Modo	Sub 1-2	Sub 3	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	37,6259	38,5389	8,0419	-----	-----	-----
2	53,0506	49,9137	12,4666	-----	-----	-----
3			19,2000	-----	-----	-----
4			23,5342	-----	-----	-----
5			32,1776	-----	-----	-----
6			44,0790	42,5019	3,5777	0,6510
7			56,7682	-----	-----	-----
8			58,4941	52,7363	9,8435	0,7431

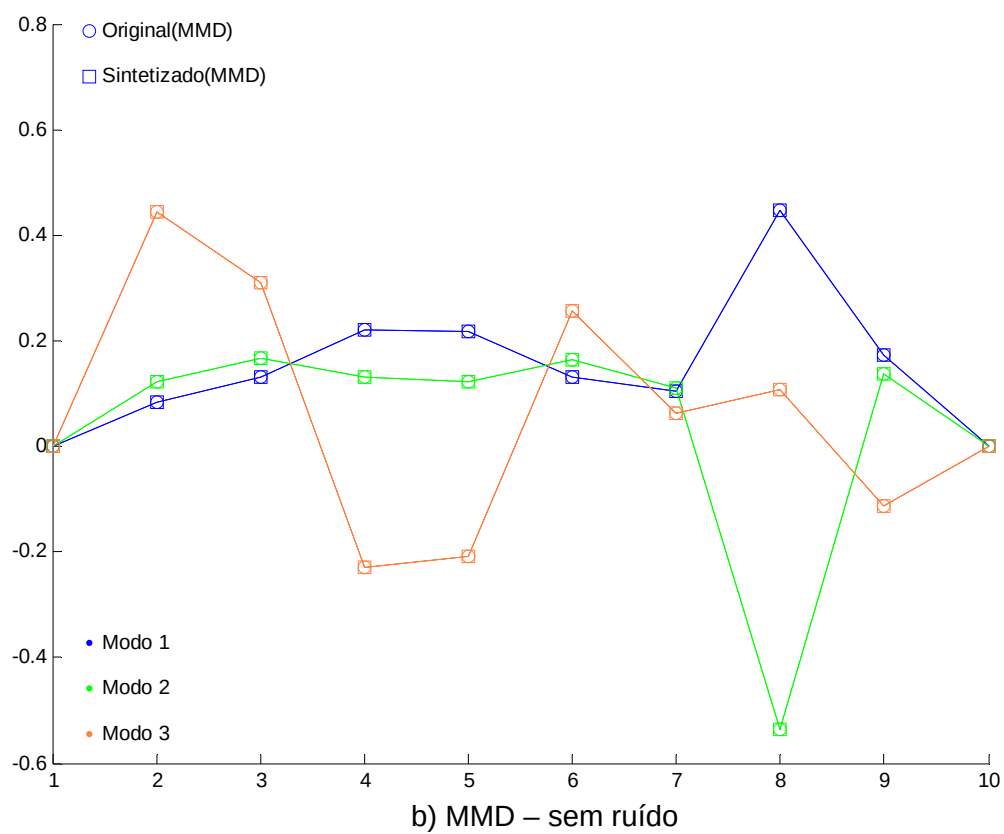
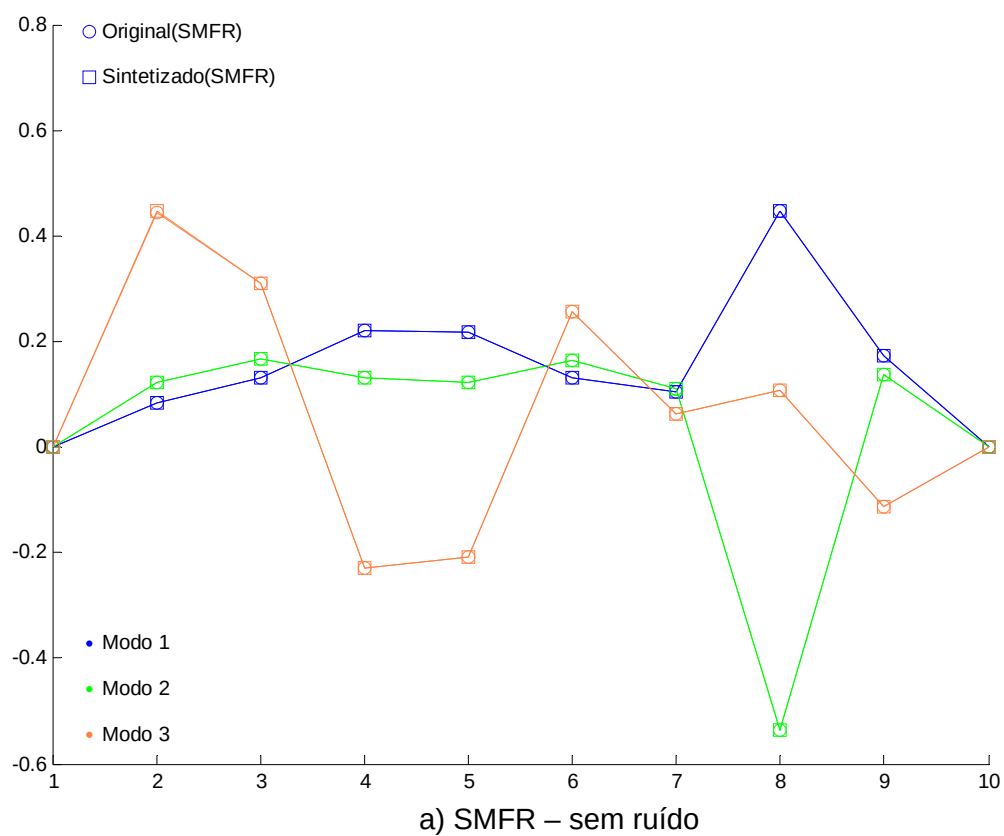


Figura 6.06 – Modos originais e sintetizados de um modelo discreto com oito GDL.

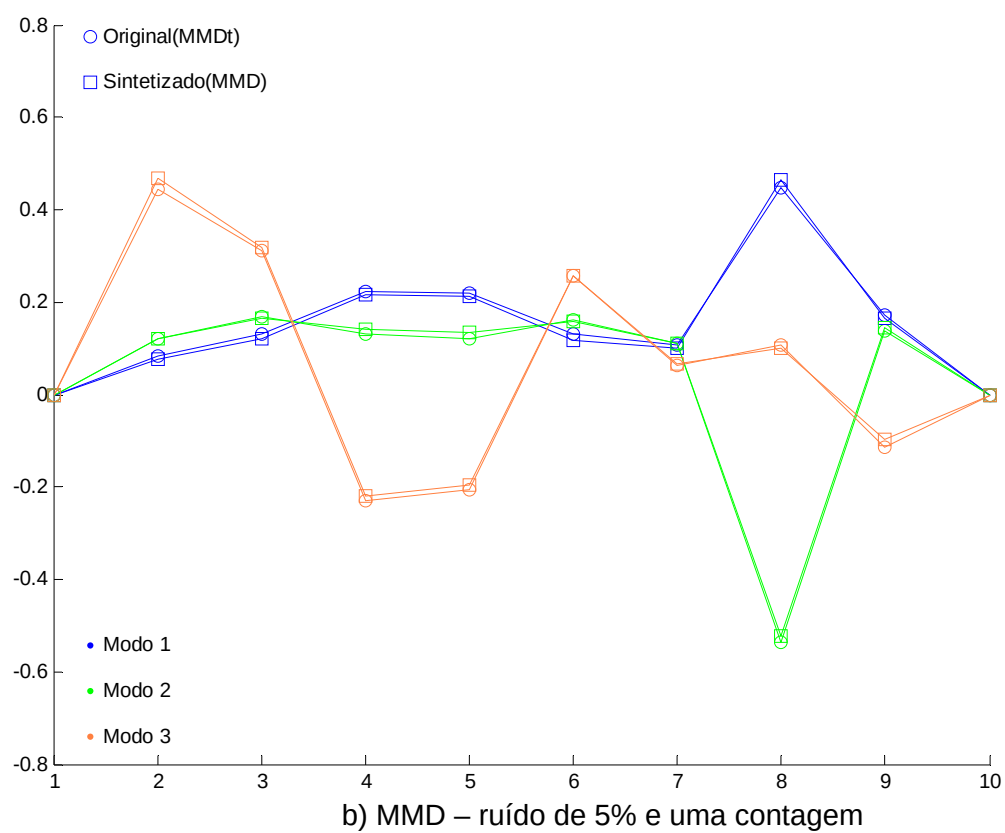
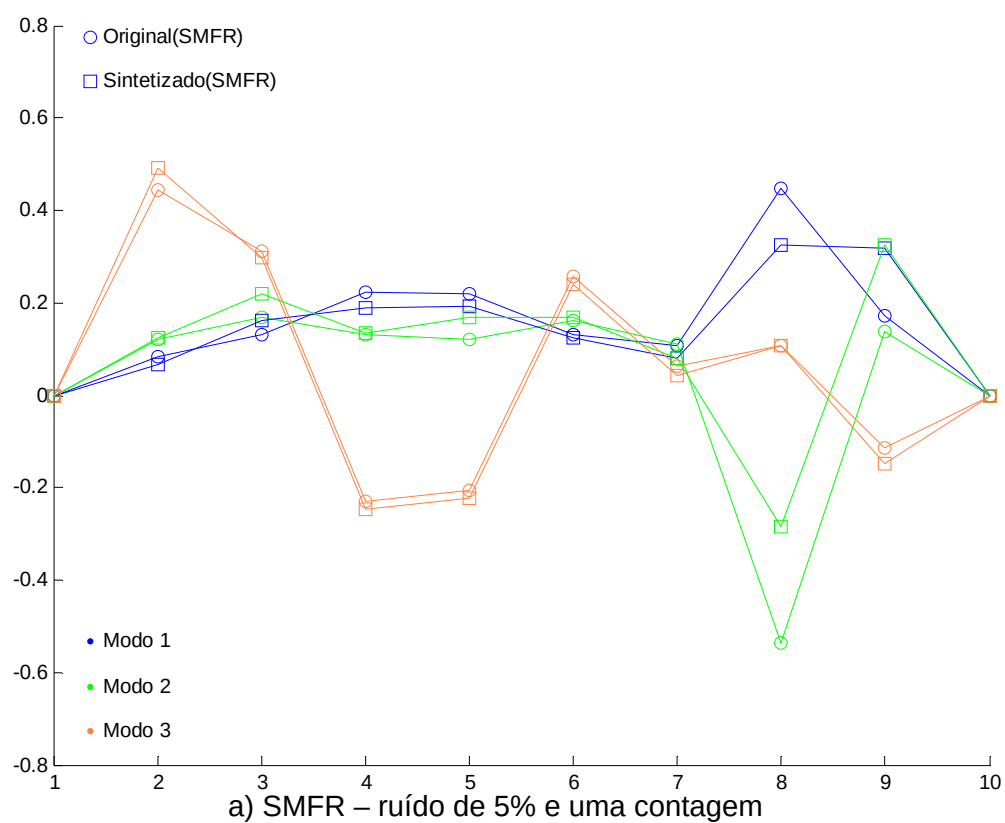


Figura 6.07 – Modos originais e sintetizados de um modelo discreto com oito GDL.

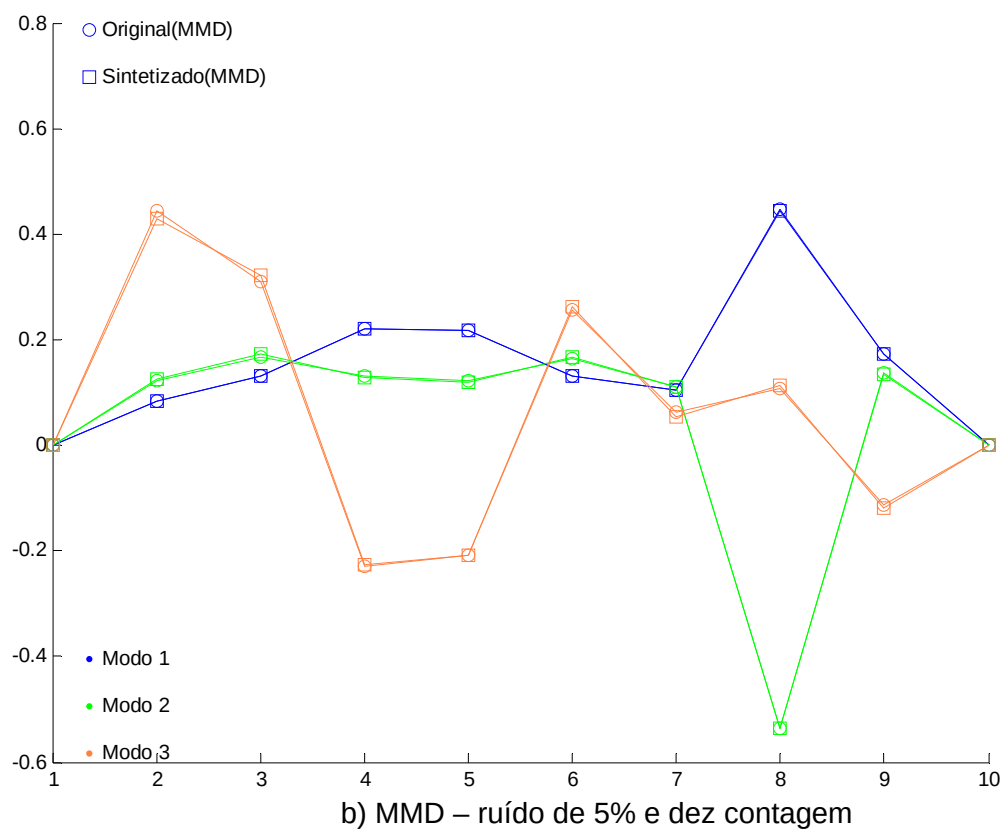
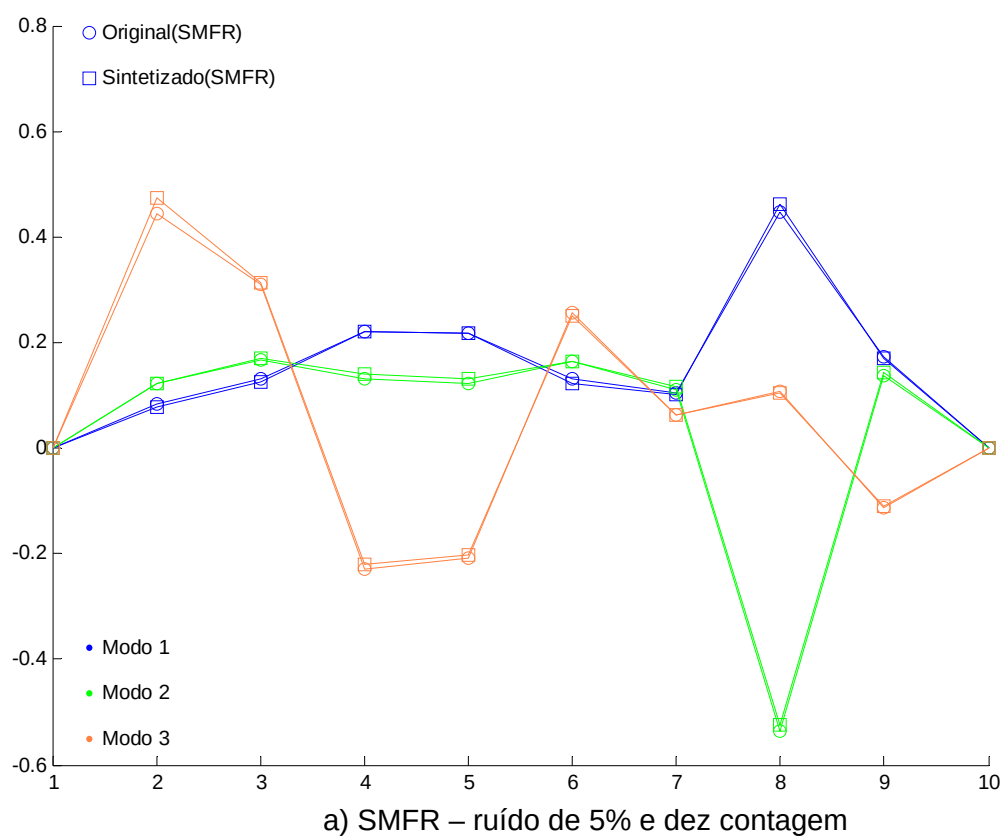


Figura 6.08 – Modos originais e sintetizados de um modelo discreto com oito GDL.

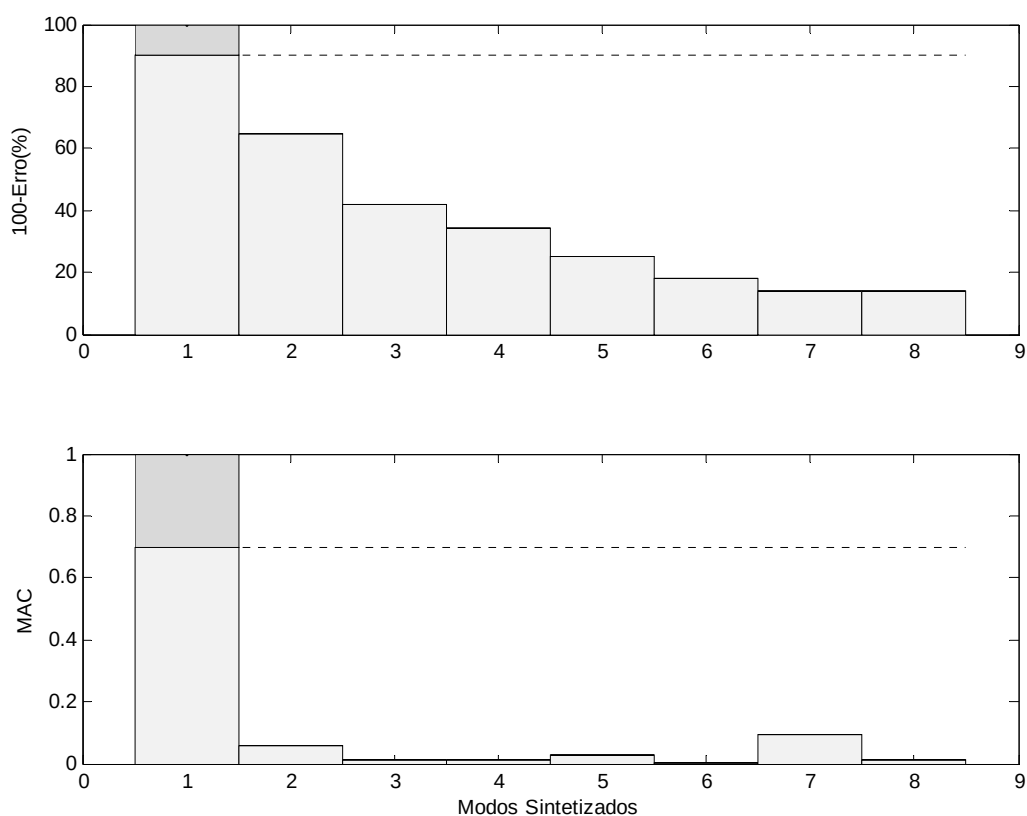


Figura 6.09a – Erro relativo da frequência e índice MAC do 1º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – sem ruído).

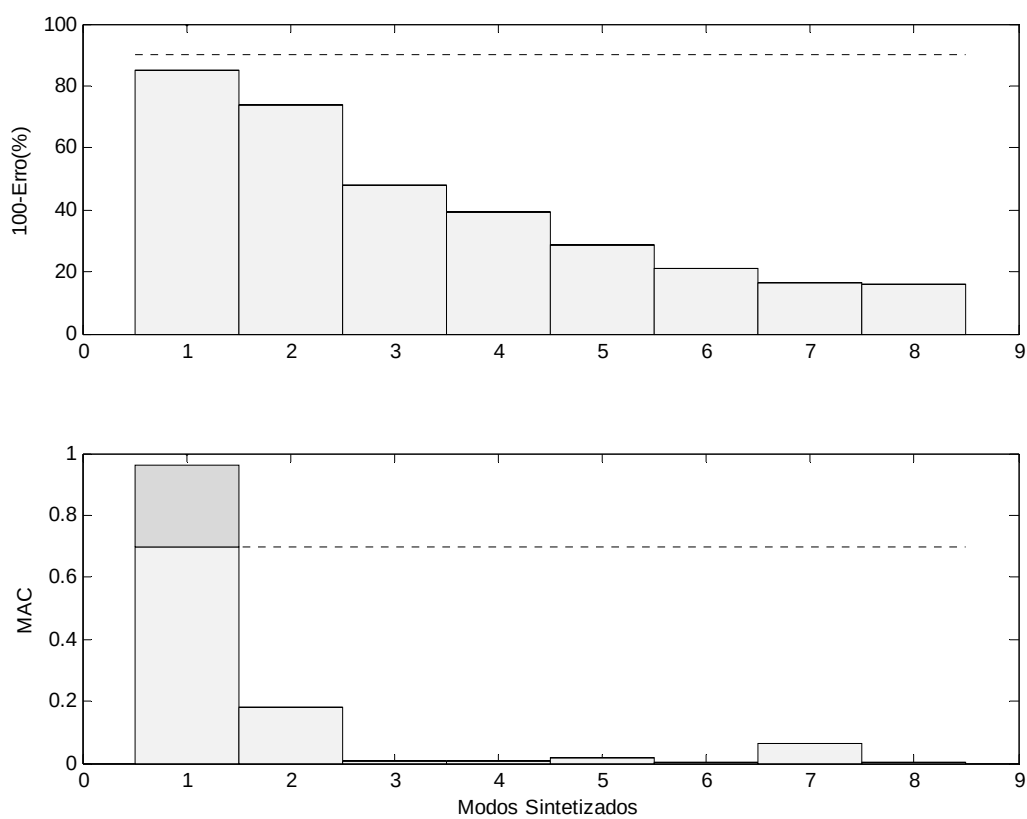


Figura 6.09A – Erro relativo da frequência e índice MAC do 1º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

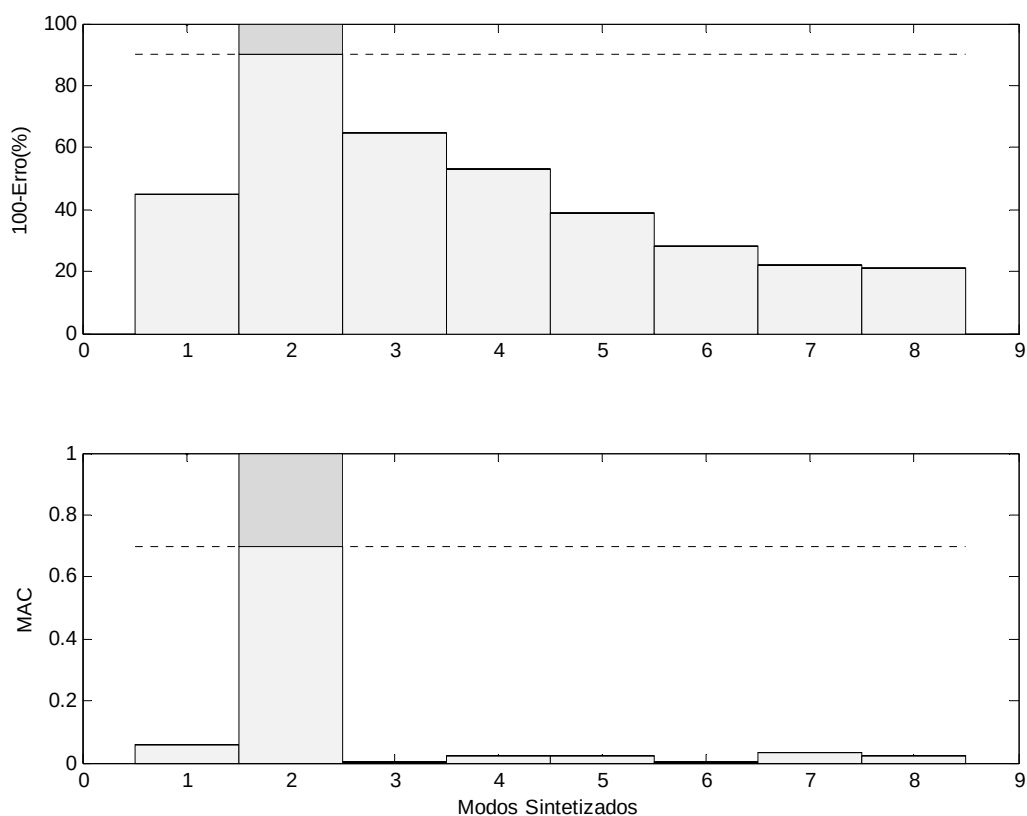


Figura 6.09b – Erro relativo da frequência e índice MAC do 2º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – sem ruído).

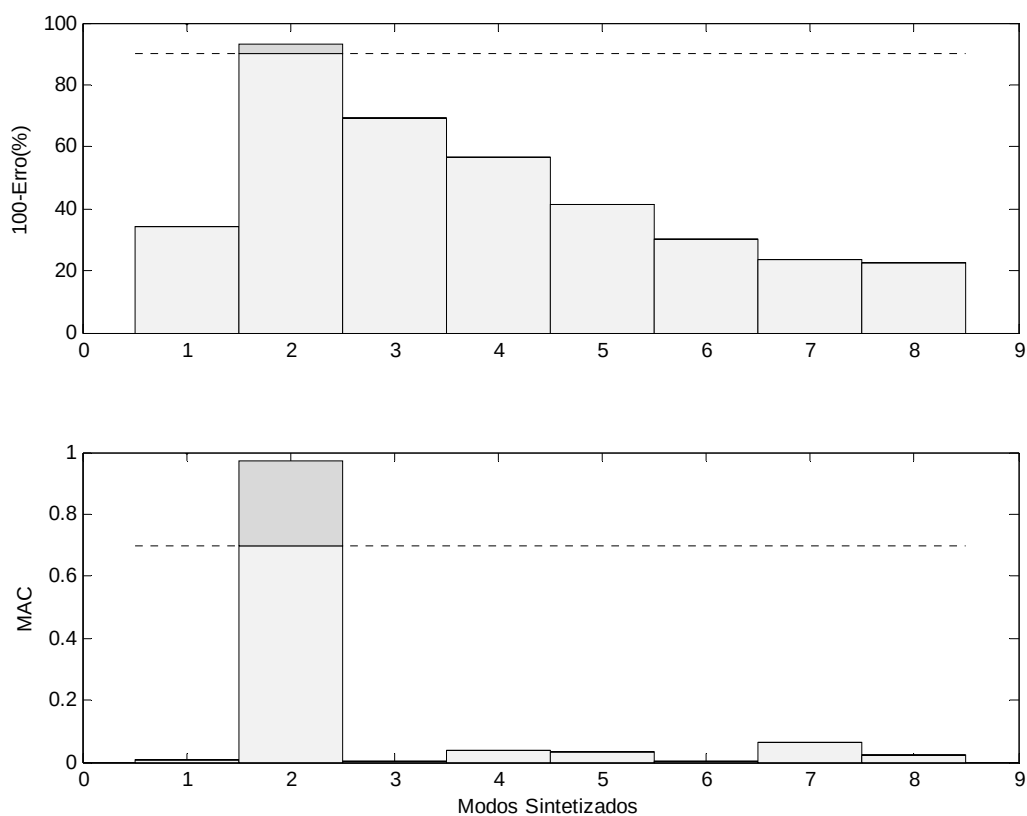


Figura 6.09B – Erro relativo da frequência e índice MAC do 2º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

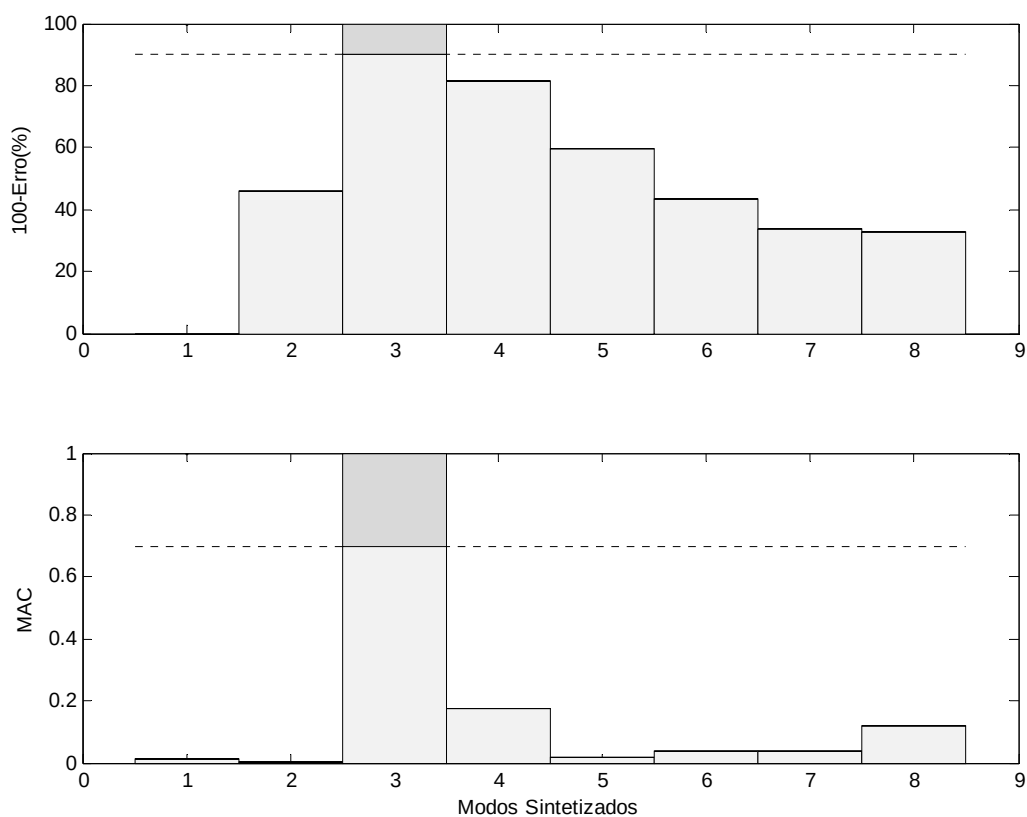


Figura 6.09c – Erro relativo da frequência e índice MAC do 3º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – sem ruído).

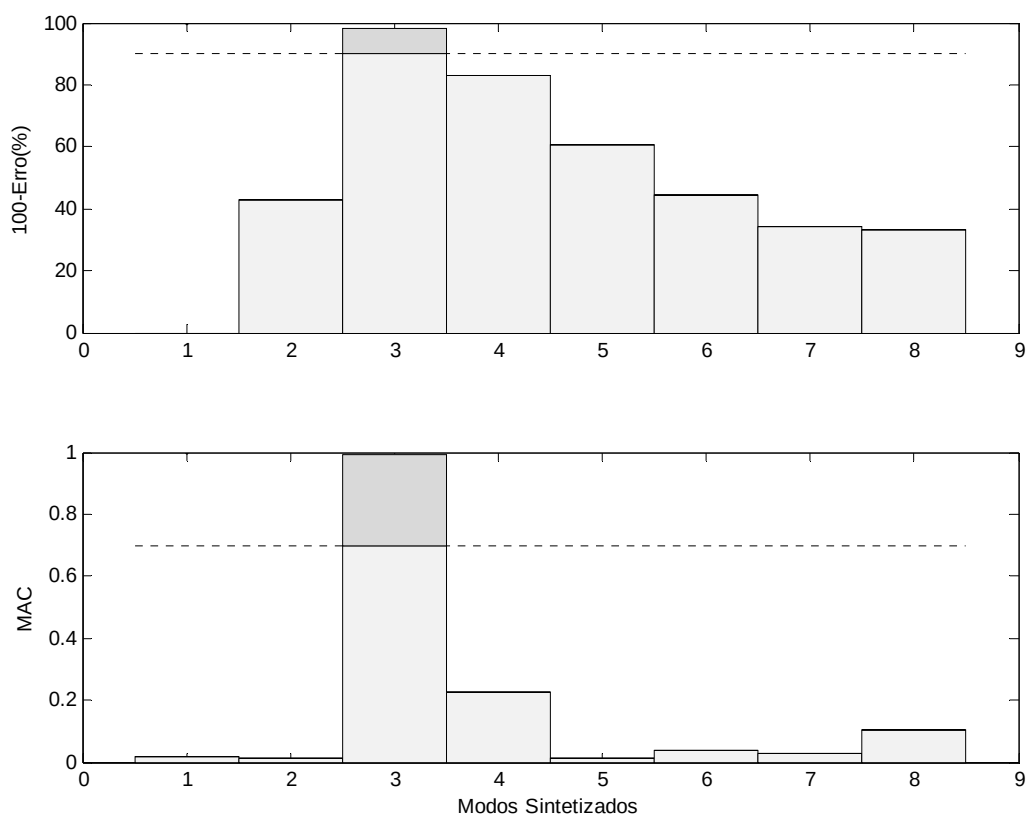


Figura 6.09C – Erro relativo da frequência e índice MAC do 3º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

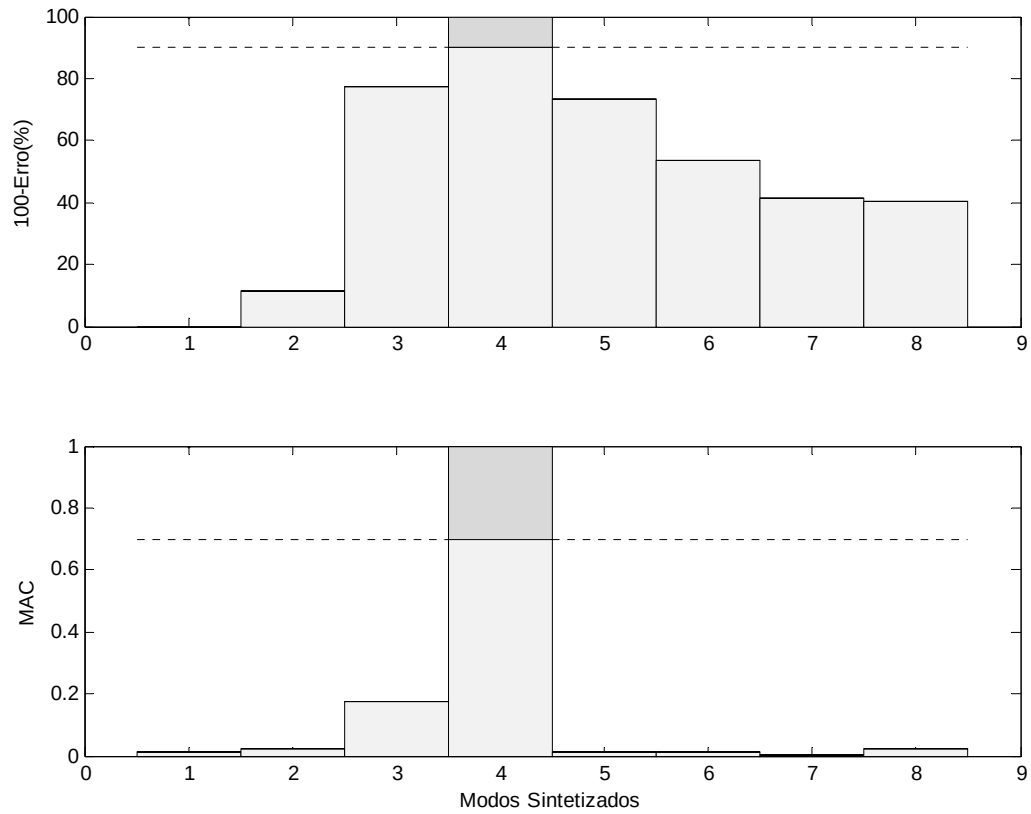


Figura 6.09d – Erro relativo da frequência e índice MAC do 4º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – sem ruído).

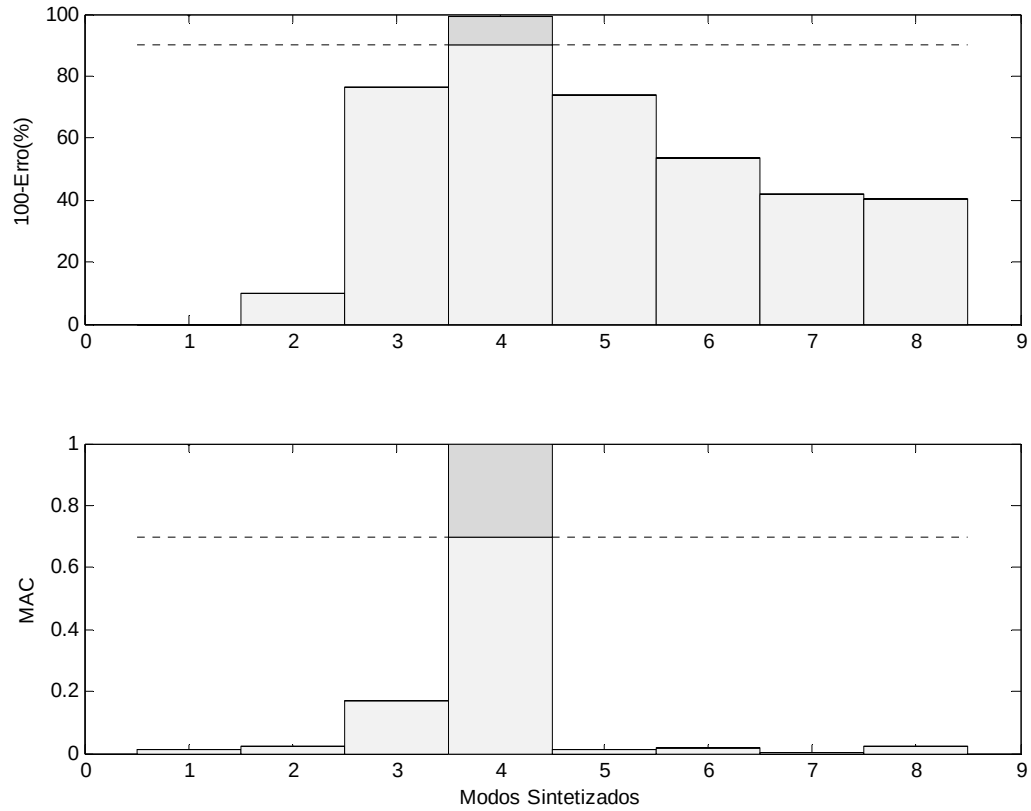


Figura 6.09D – Erro relativo da frequência e índice MAC do 4º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

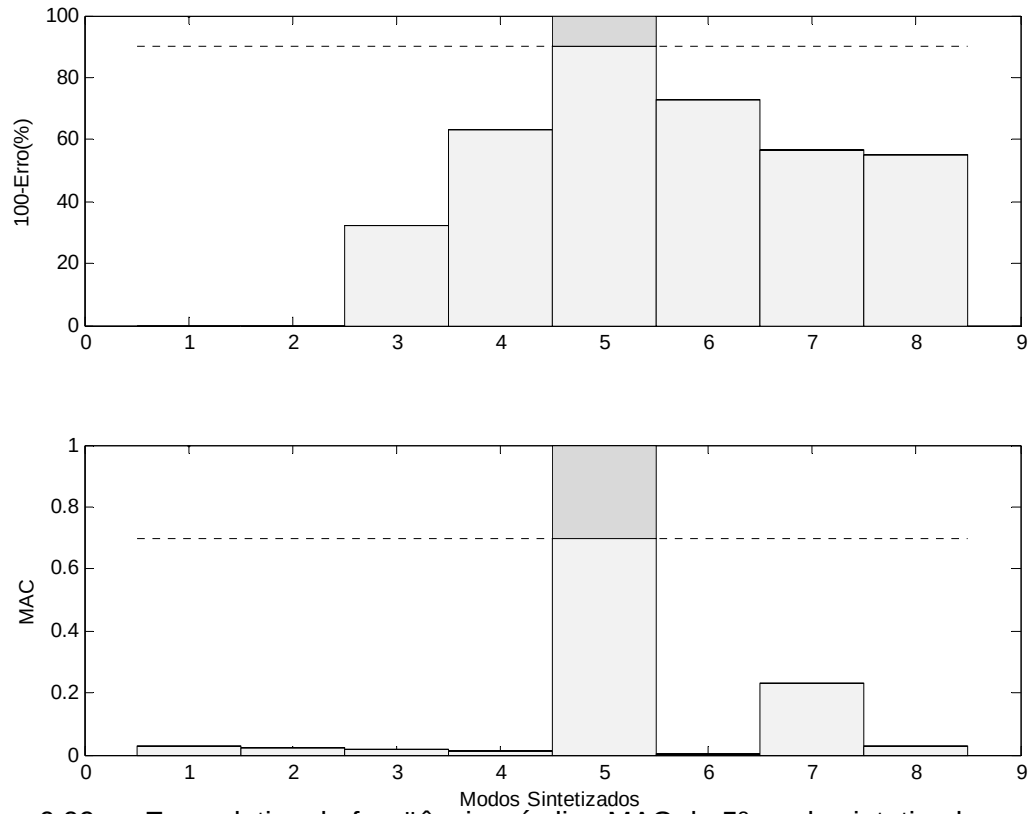


Figura 6.09e – Erro relativo da frequência e índice MAC do 5º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – sem ruído).

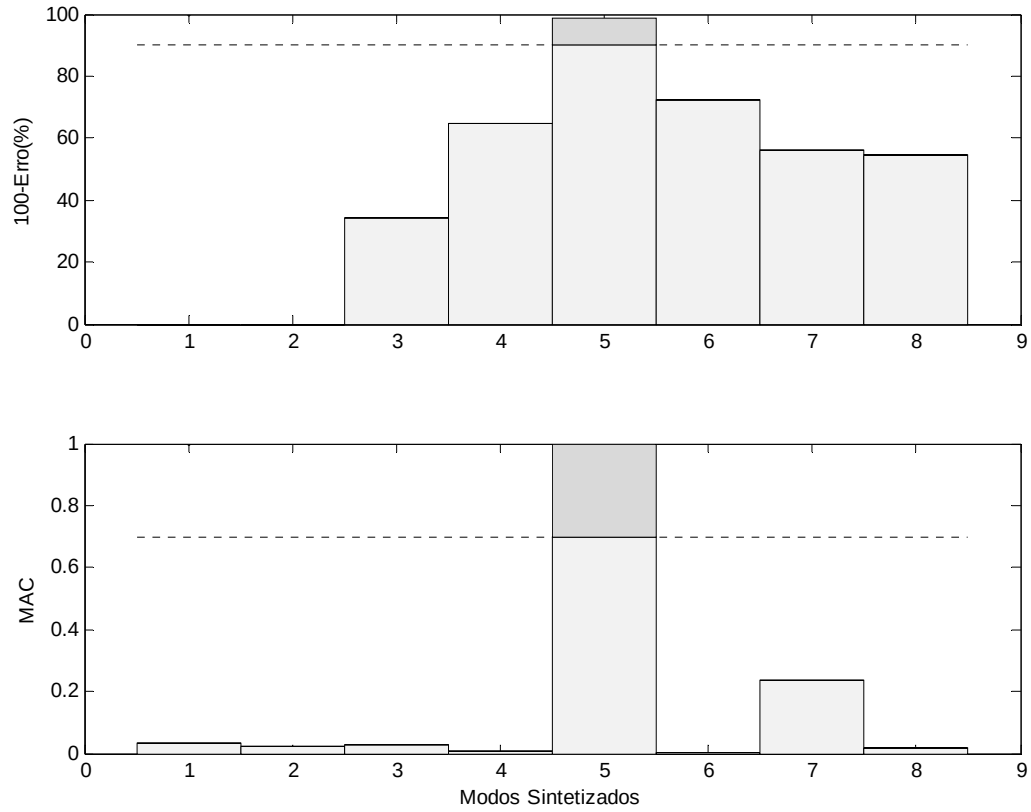


Figura 6.09E – Erro relativo da frequência e índice MAC do 5º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

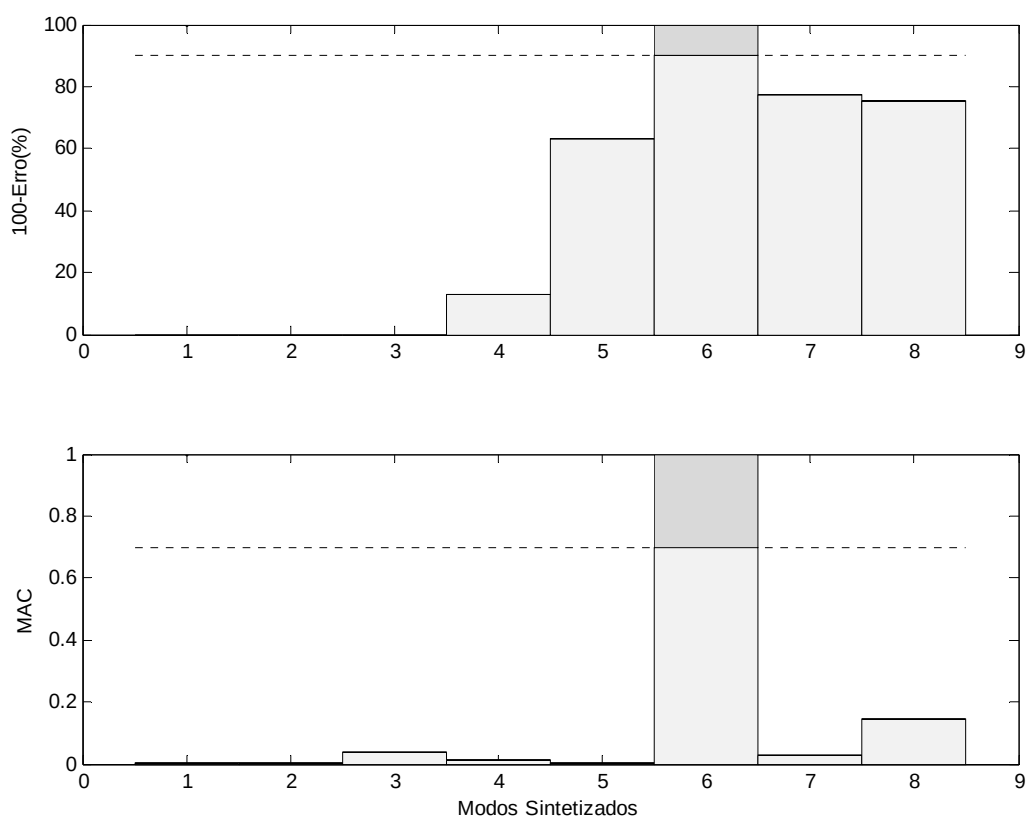


Figura 6.09f – Erro relativo da frequência e índice MAC do 6º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – sem ruído).

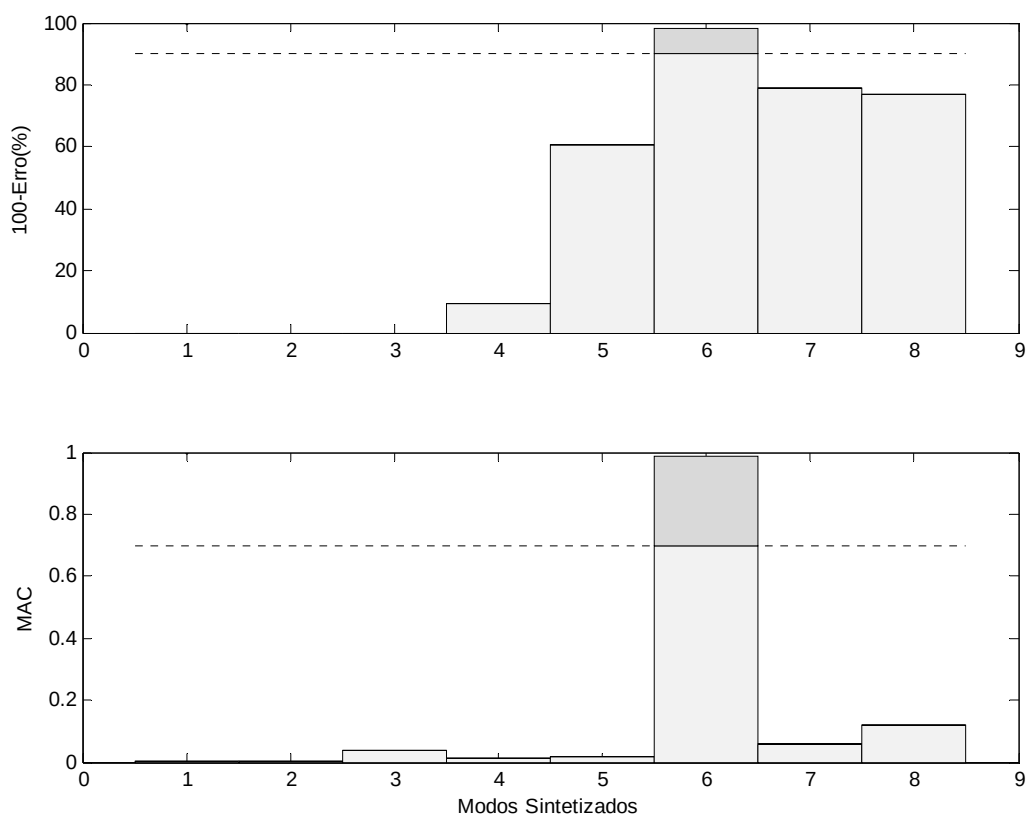


Figura 6.09F – Erro relativo da frequência e índice MAC do 6º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

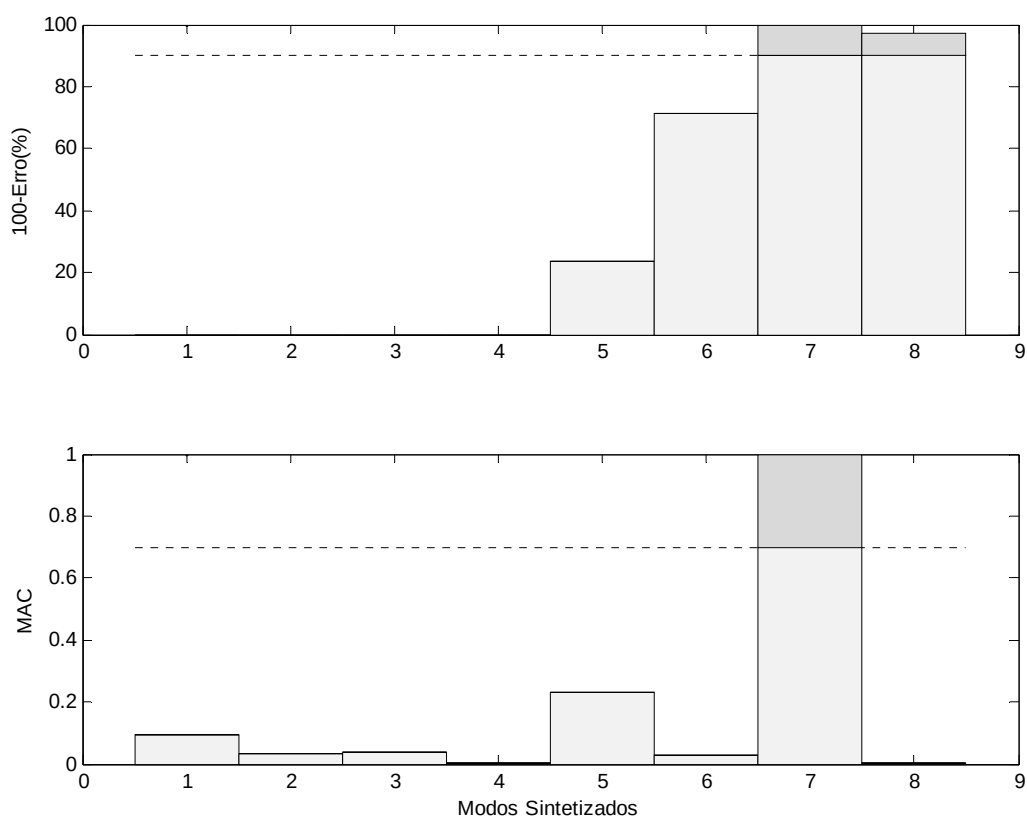


Figura 6.09g – Erro relativo da frequência e índice MAC do 7º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – sem ruído).

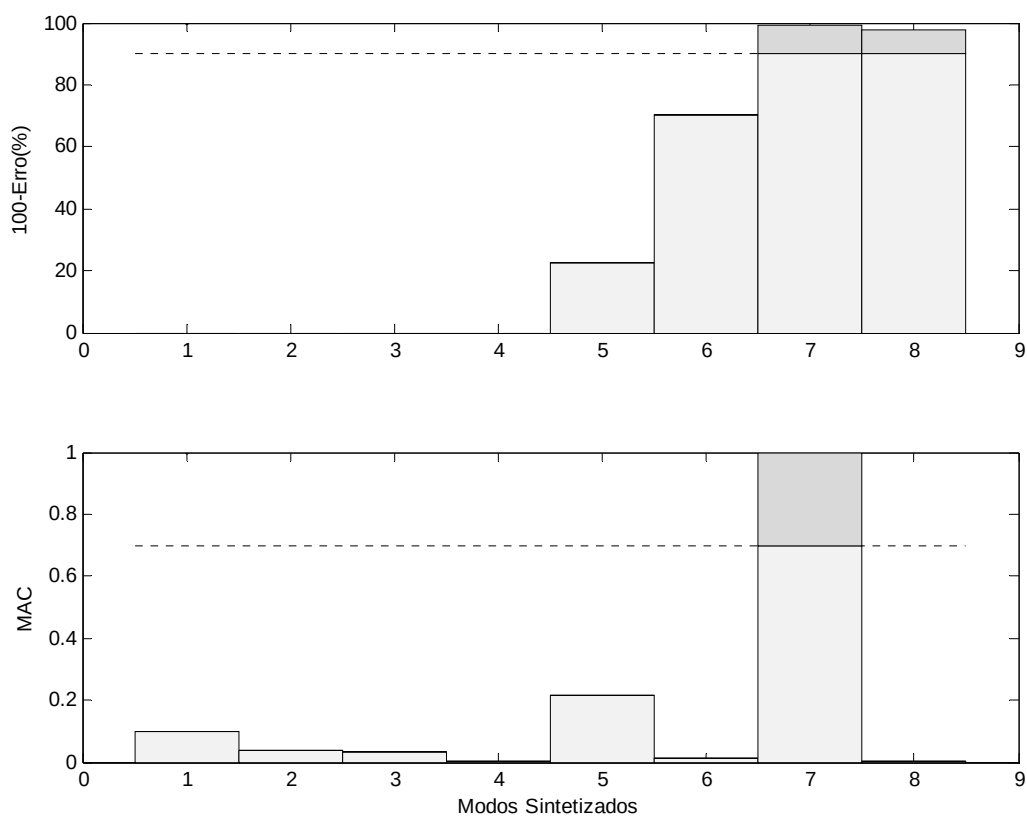


Figura 6.09G – Erro relativo da frequência e índice MAC do 7º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

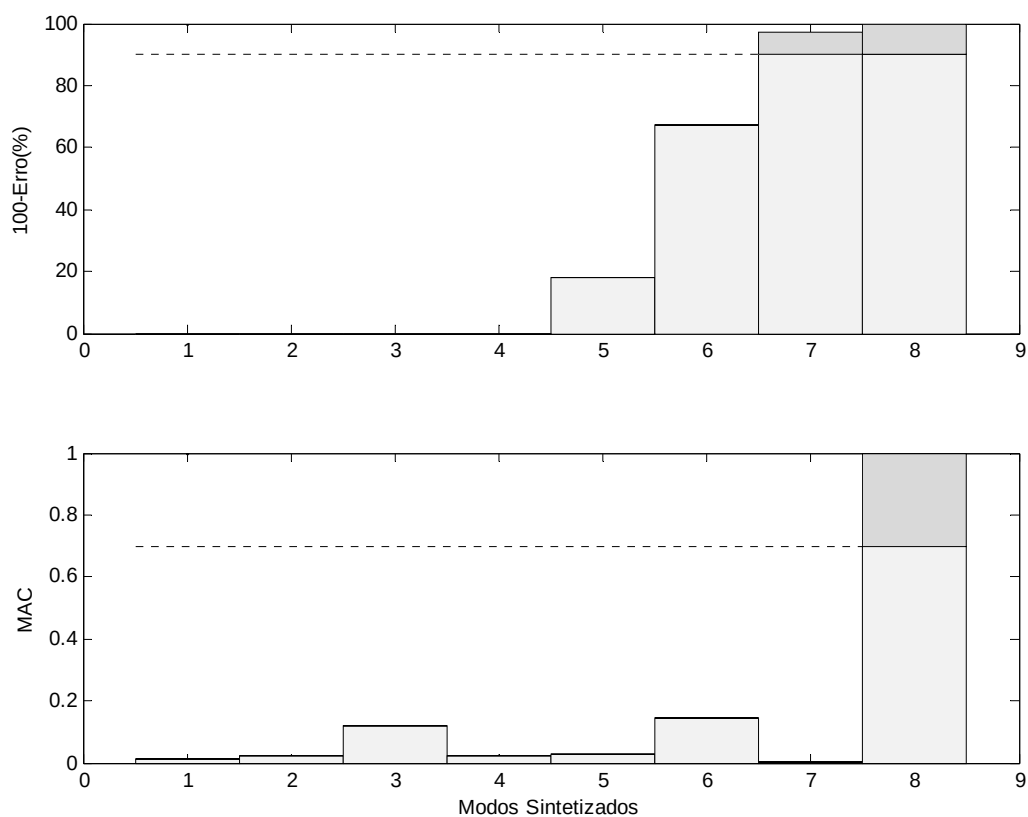


Figura 6.09h – Erro relativo da frequência e índice MAC do 8º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – sem ruído).

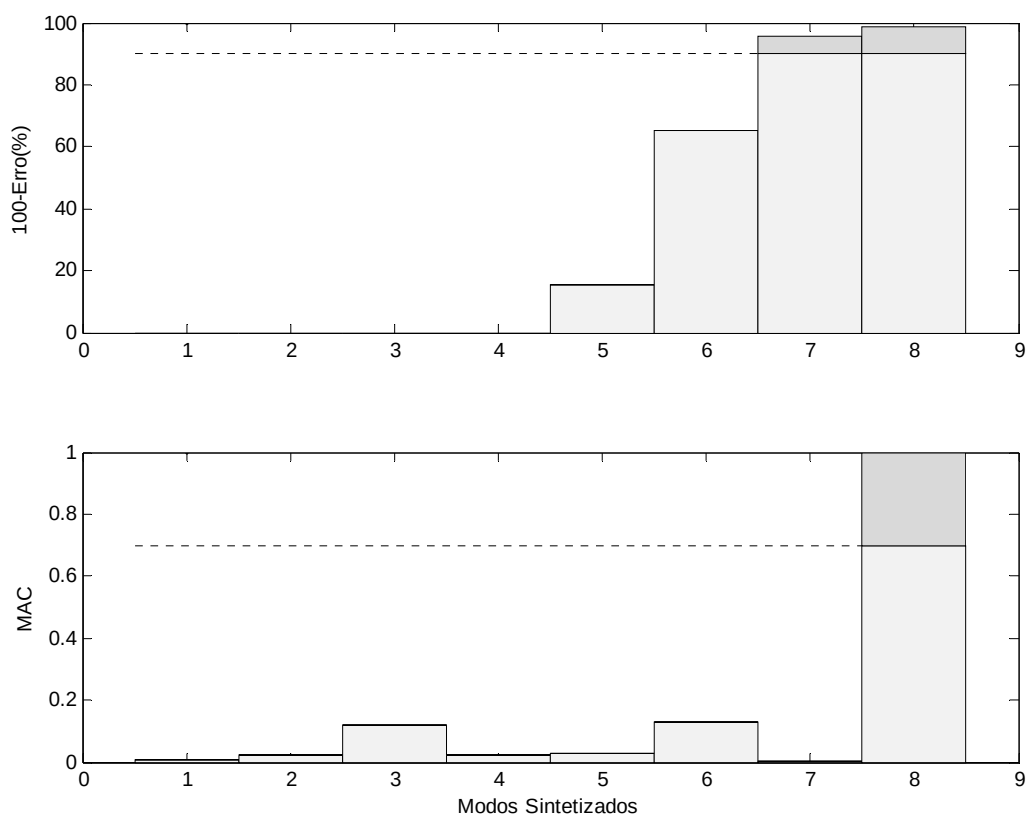
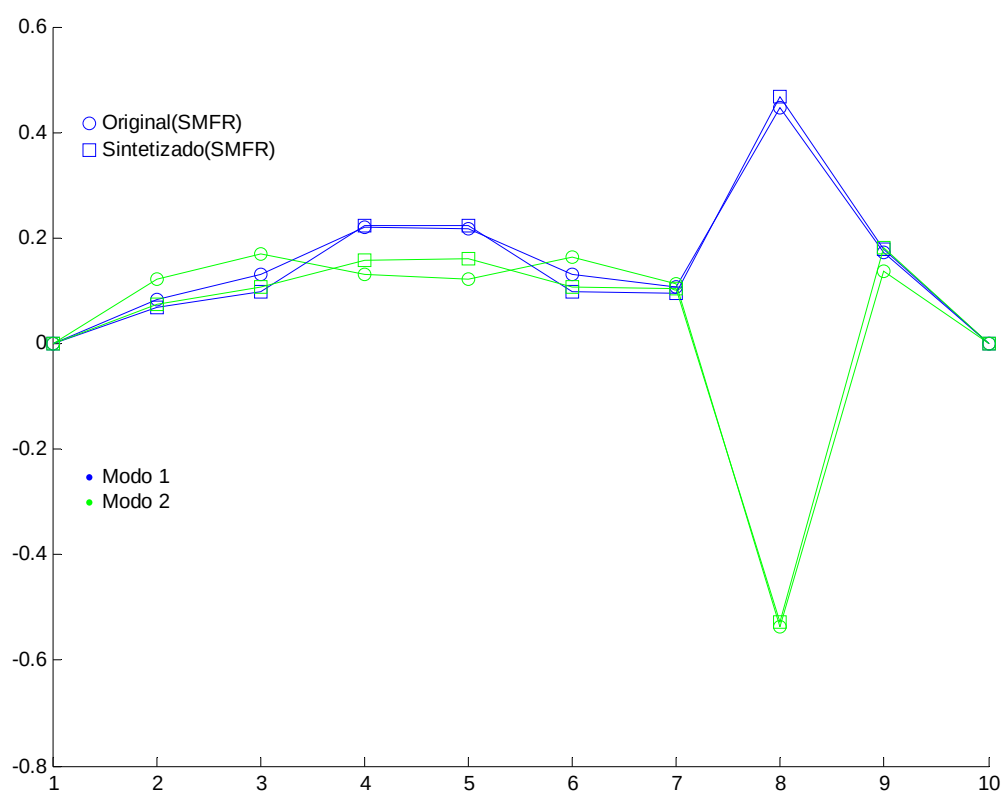
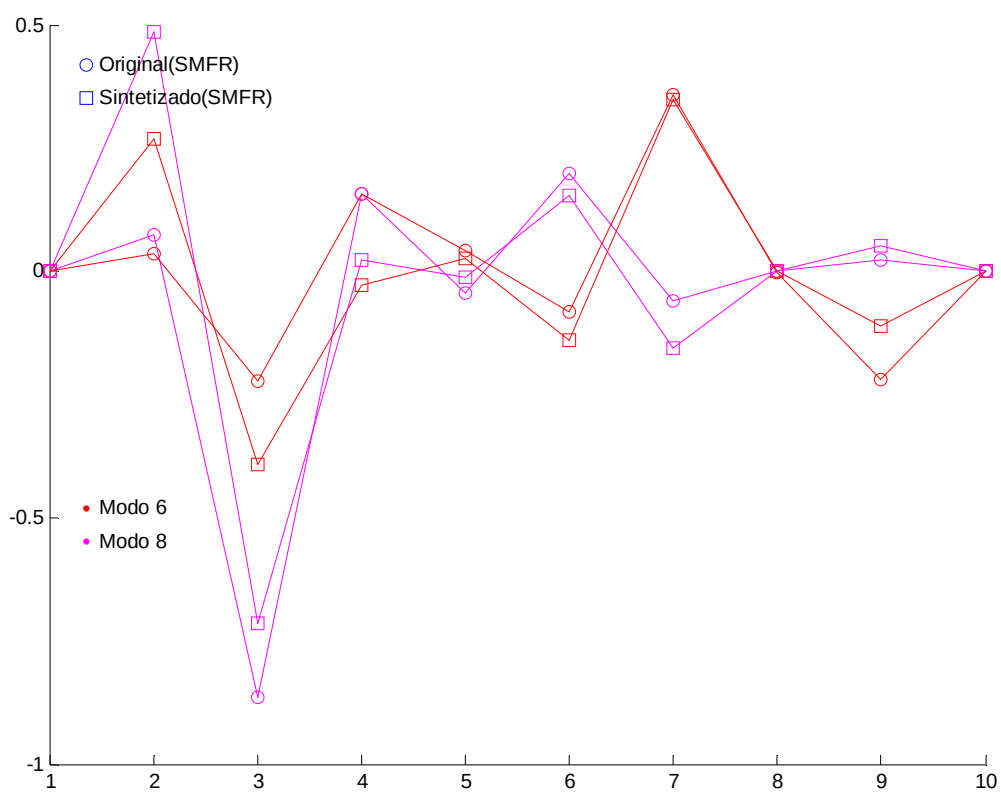


Figura 6.09H – Erro relativo da frequência e índice MAC do 8º modo sintetizado para o modelo discreto com oito GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).



a) SMFR – sem ruído (os dois primeiros modos originais e sintetizados)



b) SMFR – sem ruído (o último e o antepenúltimo modo originais e sintetizados)

Figura 6.10 – Modos originais e sintetizados de um modelo discreto com oito GDL usando dois modos em cada subestrutura: um mantido e outro não mantido.

6.3 Modelo numérico de vinte GDL com quatro subestruturas

Nesta secção foram realizadas simulações em um modelo discreto com massas concentradas totalizando vinte graus de liberdade, Fig. 6.11. A estrutura foi dividida em quatro subestruturas. A menor delas possui seis graus de liberdade, outras duas possuem sete cada uma e a maior possui nove graus de liberdade. Nesta estrutura, como na anterior, as subestruturas são conectadas entre si por mais de um grau de liberdade, como pode ser visto na Fig. 6.11. Os graus de liberdade de interface estão localizados nos pontos de massa concentrada desenhadas com cor azul e as subestruturas estão delimitadas por linhas tracejadas de cores diferentes.

Para cada uma das subestruturas foram geradas as FRFs a partir das quais foram identificadas as matrizes físicas usando o método ACS. Estas matrizes foram utilizadas no processo de síntese modal. As bases modais da estrutura original também foram extraídas para comparação com a estrutura completa sintetizada.

Foram realizadas simulações sem ruído e com ruído de 5% com uma única contagem. Em todos esses casos foram realizadas simulações pelo método SMFR e MMD. No caso do SMFR a escolha dos modos foi realizada pelo CSMF com o número máximo de modos mantidos em cada etapa. O número de graus de liberdade de interface nas duas primeiras etapas é suficiente para sintetizar todos os modos.

Na última etapa os graus de liberdade de interface são suficientes para sintetizar a estrutura completa, por isso deve-se utilizar um número de modos não mantidos superior a dois modos. Assim, mesmo não mantendo todos os modos possíveis, a base modal sintetizada pelo SMFR tem o mesmo número de modos da base modal original.

A Tab. 6.14 mostra as frequências originais das quatro subestruturas e da estrutura completa. As frequências da estrutura completa original foram calculadas para comparação com os resultados sintetizados. Com o número de graus de liberdade de interface entre as subestruturas nas três etapas da síntese, é possível manter uma quantidade de modos, nas duas subestruturas, suficiente para sintetizar todos os modos da estrutura completa. Em cada uma das duas primeiras etapas há dois graus de liberdade de interface, portanto dois modos de flexibilidade residual. A soma do número máximo de modos, das duas subestruturas, é suficiente para sintetizar todos os modos das respectivas etapas, Tab 6.15 e 6.16. Na última etapa o número total de modos das duas subestruturas é suficiente para sintetizar todos os modos da estrutura completa. Há cinco graus de liberdade de interface, portanto cinco modos de flexibilidade residual. Nesse caso não há como manter todos os modos possíveis, mas só a quantidade suficiente para sintetizar todos os modos da estrutura completa, Tab. 6.17 e 6.20.

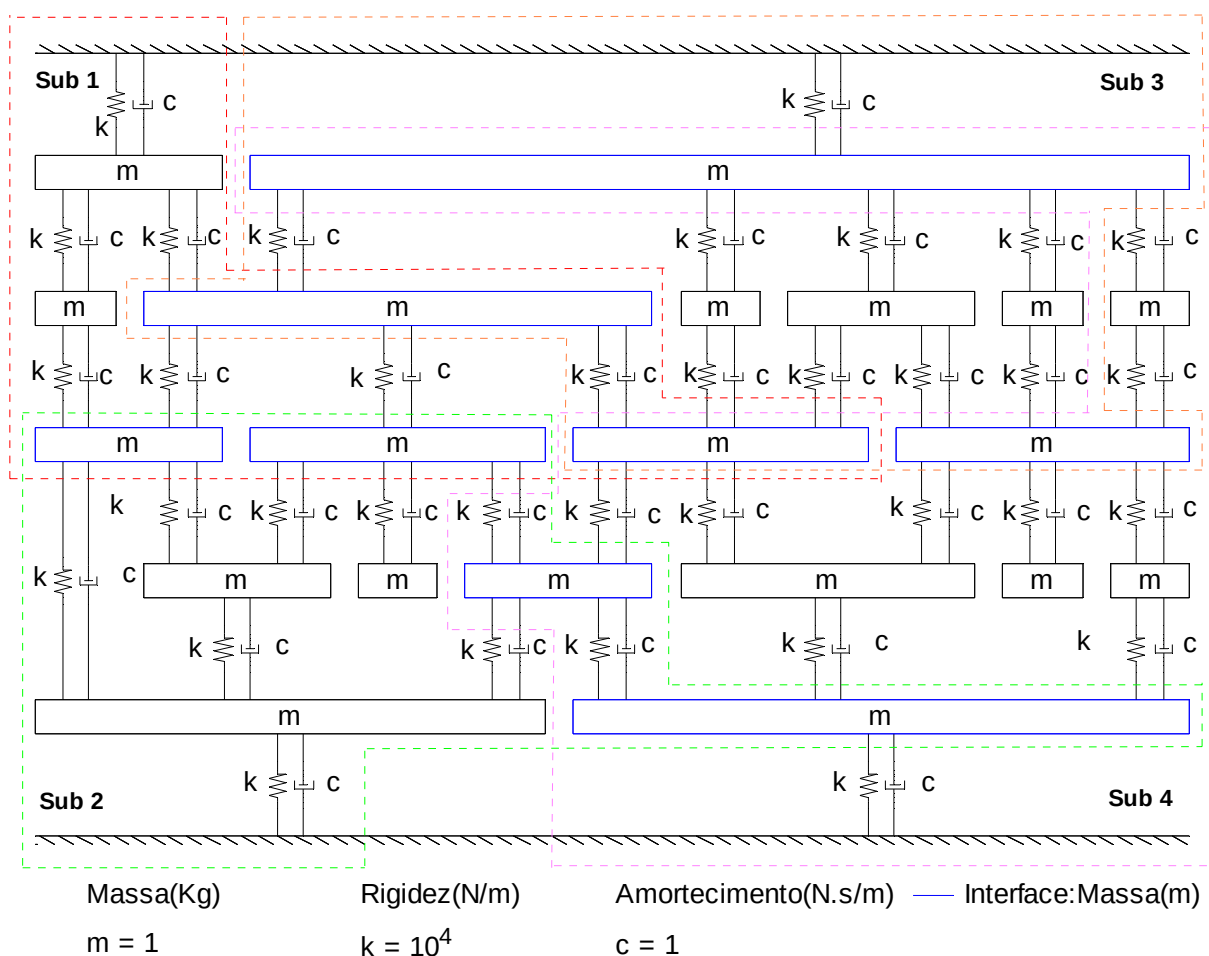


Figura 6.11 – Sistema discreto massa-mola-amortecedor com vinte GDL e quatro subestruturas.

Tabela 6.14 – Frequências originais das subestruturas e estrutura completa do modelo discreto com vinte GDL e quatro subestruturas representado pela Fig. 6.11

Modo	Sub 1	Sub 2	Sub 3	Sub 4	Completa
1	5,3336	5,1187	5,4429	4,0729	6,2024
2	14,5854	13,0445	14,7802	8,5274	10,7370
3	15,9153	14,7337	15,9153	12,3553	14,4192
4	24,8444	24,9335	23,6288	16,6751	15,8374
5	28,6476	29,2652	27,5654	22,5073	18,1416
6	36,8814	32,1812	30,3740	24,5385	19,6282
7		37,1286	39,5423	28,1865	20,6633
8				31,3917	22,5073
9				37,4656	24,1596
10					26,2914
11					27,3869
12					28,9516
13					31,6102
14					32,3653
15					34,5525
16					37,0321
17					38,5669
18					40,7022
19					42,2216
20					45,3174

As Tab. 6.15 a 6.20 mostram as frequências das subestruturas e os resultados da síntese pelo SMFR, com diferentes condições de ruído, nas melhores condições de escolha dos modos. As frequências das subestruturas são referentes às matrizes físicas identificadas, cujas bases modais são usadas para sintetizar a base modal da estrutura completa, ou referentes à síntese da etapa anterior.

A escolha dos modos foi realizada pelo CSMF. As Tab. 6.15-6.17 apresentam os resultados da síntese sem nenhum ruído. As Tab. 6.18 a 6.20 apresentam os resultados com ruído de 5% com uma única contagem.

As Tab. 6.21 e 6.22 mostram os resultados da síntese pelo MMD, com as mesmas condições de ruído usadas no SMFR. A Tab. 6.21 apresenta os resultados da síntese sem nenhum ruído e a Tab. 6.22 apresenta os resultados adicionando ruído de 5% com uma única contagem. A Fig. 6.12 mostra os gráficos dos modos das estruturas original e sintetizada em cada uma das condições mencionadas pelo o método SMFR e a Fig. 6.13 pelo método MMD.

Para conhecer a relação entre os modos originais e sintetizados, calculou-se o índice MAC entre os autovetores sintetizados e originais. Para cada modo sintetizado foram calculados vinte valores de índice MAC, correspondentes aos modos obtidos analiticamente a partir da estrutura original. Calculou-se, também, o erro relativo entre as frequências. Os gráficos de índice MAC e do erro, mostrados na Fig. 6.14, relacionam os modos da estrutura sintetizada com os modos da estrutura discreta original e podem ser comparados com os valores apresentados nas Tab. 6.17 e 6.20. Foram traçados apenas os índices MAC relativos aos modos sintetizados pelo SMFR sem ruído e com 5% de ruído com uma contagem.

Observe-se que foram obtidos bons resultados principalmente nas simulações sem ruído onde os erros relativos estão muito próximos de zero e os índices MAC aproximam-se da unidade, Tab 6.15 e 6.19. Os piores resultados, novamente, são as simulações com 5% de ruído e uma contagem. Neste caso o SMFR obteve erro relativo máximo de 6% em uma das frequências, Tab. 6.20, e o MMD obteve uma das frequências com erro relativo de 2,5% como pode ser visto na Tab. 6.22. O índice MAC atingiu valores acima de 0,9 na maioria dos resultados pelo SMFR e também pelo MMD. No caso sem ruído os valores do MAC foram unitários.

Tabela 6.15 – Frequências e índice MAC referente à primeira etapa da síntese de quatro subestruturas(SMFR sem ruído).

Modo	Sub 1	Sub 2	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	7,1241	6,0840	6,4818	6,4818	0,0004	1,0000
2	18,4798	15,0142	14,2232	14,2227	0,0034	1,0000

continua

continuação

Modo	Sub 1	Sub 2	Original	Sintetizada	Erro	Relativo(%)	MAC
3	27,2812	18,3927	16,3016	16,3012		0,0029	1,0000
4	28,8390	32,1380	21,1853	21,1840		0,0061	1,0000
5	34,2560	34,3024	24,1489	24,1477		0,0050	1,0000
6	51,790	39,0276	29,8148	29,8127		0,0070	1,0000
7		47,4370	31,5993	31,5965		0,0088	1,0000
8			33,1610	33,1580		0,0091	1,0000
9			35,6016	35,5986		0,0084	1,0000
10			44,5469	44,5413		0,0125	1,0000
11			51,0178	51,0112		0,0128	1,0000

Tabela 6.16 – Frequências e índice MAC referente à segunda etapa da síntese de quatro subestruturas (SMFR sem ruído).

Modo	Sub 1-2	Sub 3	Original	Sintetizada	Erro	Relativo(%)	MAC
1	6,4818	6,5731	6,5214	6,5213		0,0004	1,0000
2	14,2227	18,3501	10,3747	10,3742		0,0051	1,0000
3	16,3012	20,6778	14,5948	14,5944		0,0028	1,0000
4	21,1840	24,7186	16,4379	16,4374		0,0029	1,0000
5	24,1477	36,0397	18,8019	18,8013		0,0034	1,0000
6	29,8127	47,6170	21,1933	21,1920		0,0062	1,0000
7	31,5965	53,5215	24,7034	24,7020		0,0059	1,0000
8	33,1580		27,5288	27,5264		0,0086	1,0000
9	35,5986		31,5988	31,5960		0,0089	1,0000
10	44,5413		32,0975	32,0941		0,0105	1,0000
11	51,0112		33,2553	33,2525		0,0086	1,0000
12			35,9648	35,9619		0,0080	1,0000
13			39,0389	39,0345		0,0113	1,0000
14			42,9950	42,9902		0,0112	1,0000
15			44,7839	44,7782		0,0127	1,0000
16			53,2789	53,2708		0,0151	1,0000

Tabela 6.17 – Frequências e índice MAC referente à terceira e última etapa da síntese de quatro subestruturas(SMFR sem ruído).

Modo	Sub 1-3	Sub 4	Original	Sintetizada	Erro	Relativo(%)	MAC
1	6,5213	4,7905	6,2024	6,2024		0,0009	1,0000
2	10,3742	11,2209	10,7370	10,7366		0,0040	1,0000
3	14,5944	14,0999	14,4192	14,4187		0,0031	1,0000
4	16,4374	17,9843	15,8374	15,8367		0,0045	1,0000
5	18,8013	25,0778	18,1416	18,1404		0,0068	1,0000
6	21,1920	28,8321	19,6282	19,6270		0,0058	1,0000
7	24,7020	37,5079	20,6633	20,6618		0,0071	1,0000
8	27,5264	41,3258	22,5073	22,5051		0,0100	1,0000
9	31,5960	48,4831	24,1596	24,1578		0,0074	1,0000
10	32,0941		26,2914	26,2890		0,0091	1,0000
11	33,2525		27,3869	27,3846		0,0082	1,0000
12	35,9619		28,9516	28,9490		0,0090	1,0000
13	39,0345		31,6102	31,6073		0,0090	1,0000
14	42,9902		32,3653	32,3618		0,0108	1,0000
15	44,7782		34,5525	34,5492		0,0097	1,0000
16	53,2708		37,0321	37,0277		0,0118	1,0000
17			38,5669	38,5619		0,0130	1,0000
18			40,7022	40,6968		0,0133	1,0000
19			42,2216	42,2161		0,0129	1,0000
20			45,3174	45,3105		0,0153	1,0000

Tabela 6.18 – Frequências e índice MAC referente à primeira etapa da síntese de quatro subestruturas(SMFR com ruído de 5%-uma contagem).

Modo	Sub 1	Sub 2	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	6,7477	6,2631	6,4818	6,4490	0,5058	0,9989
2	18,6721	14,8096	14,2232	14,1541	0,4856	0,9935
3	27,3181	18,3649	16,3016	15,9554	2,1238	0,9949
4	28,4779	32,0716	21,1853	20,9746	0,9945	0,9873
5	34,4648	33,5576	24,1489	24,0149	0,5549	0,9940
6	50,8319	39,3937	29,8148	29,5024	1,0477	0,9863
7		53,2357	31,5993	31,4667	0,4198	0,9274
8			33,1610	32,7749	1,1643	0,9708
9			35,6016	35,5663	0,0991	0,9565
10			44,5469	45,9442	3,1366	0,9426
11			51,0178	50,7085	0,6062	0,9360

Tabela 6.19 – Frequências e índice MAC referente à segunda etapa da síntese de quatro subestruturas(SMFR com ruído de 5%-uma contagem).

Modo	Sub 1-2	Sub 3	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	6,4490	5,4754	6,5214	6,1191	6,1687	0,9941
2	14,1541	18,6595	10,3747	10,0733	2,9051	0,9915
3	15,9554	20,4070	14,5948	14,4896	0,7212	0,9945
4	20,9746	24,7809	16,4379	16,1173	1,9500	0,9946
5	24,0149	35,9814	18,8019	19,0623	1,3847	0,9910
6	29,5024	47,6544	21,1933	20,9874	0,9717	0,9913
7	31,4667	57,2401	24,7034	24,7667	0,2561	0,9943
8	32,7749		27,5288	27,1043	1,5419	0,9853
9	35,5663		31,5988	31,2677	1,0479	0,6173
10	45,9442		32,0975	31,9398	0,4911	0,6646
11	50,7085		33,2553	32,7977	1,3761	0,9519
12			35,9648	35,8934	0,1984	0,9788
13			39,0389	39,2658	0,5811	0,9767
14			42,9950	42,9267	0,1588	0,9934
15			44,7839	46,7621	4,4172	0,9507
16			53,2789	56,8998	6,7961	0,9742

Tabela 6.20 – Frequências e índice MAC referente à terceira e última etapa da síntese de quatro subestruturas(SMFR com ruído de 5%-uma contagem).

Modo	Sub 1-3	Sub 4	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	6,1191	5,9873	6,2024	6,2538	0,8290	0,9976
2	10,0733	11,7577	10,7370	10,9035	1,5505	0,9948
3	14,4896	14,8676	14,4192	14,3821	0,2572	0,9872
4	16,1173	16,9591	15,8374	15,9366	0,6261	0,8753
5	19,0623	23,9662	18,1416	17,5774	3,1100	0,7740
6	20,9874	29,1309	19,6282	19,2425	1,9647	0,7689
7	24,7667	38,5727	20,6633	20,7065	0,2090	0,8637
8	27,1043	41,3954	22,5073	22,0142	2,1909	0,8630
9	31,2677	50,0279	24,1596	22,7094	6,0027	0,7819
10	31,9398		26,2914	26,1580	0,5074	0,9068
11	32,7977		27,3869	26,9168	1,7164	0,9531
12	35,8934		28,9516	28,6772	0,9478	0,9746
13	39,2658		31,6102	31,3378	0,8617	0,7614
14	42,9267		32,3653	32,2562	0,3372	0,8198
15	46,7621		34,5525	34,4862	0,1920	0,9761
16	56,8998		37,0321	37,5070	1,2824	0,9343

continua

continuação

Modo	Sub 1-3	Sub 4	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
17			38,5669	38,6846	0,3051	0,9950
18			40,7022	41,1828	1,1807	0,9764
19			42,2216	43,0552	1,9745	0,8275
20			45,3174	46,4571	2,5148	0,9669

Tabela 6.21 – Frequências e índice MAC referente à síntese de quatro subestruturas (MMD sem ruído).

Modo	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	6,2024	6,2024	0,0006	1,0000
2	10,7370	10,7368	0,0024	1,0000
3	14,4192	14,4188	0,0025	1,0000
4	15,8374	15,8369	0,0034	1,0000
5	18,1416	18,1408	0,0047	1,0000
6	19,6282	19,6273	0,0047	1,0000
7	20,6633	20,6622	0,0055	1,0000
8	22,5073	22,5057	0,0075	1,0000
9	24,1596	24,1581	0,0062	1,0000
10	26,2914	26,2894	0,0077	1,0000
11	27,3869	27,3850	0,0070	1,0000
12	28,9516	28,9494	0,0077	1,0000
13	31,6102	31,6075	0,0084	1,0000
14	32,3653	32,3624	0,0089	1,0000
15	34,5525	34,5497	0,0082	1,0000
16	37,0321	37,0284	0,0099	1,0000
17	38,5669	38,5626	0,0110	1,0000
18	40,7022	40,6976	0,0113	1,0000
19	42,2216	42,2168	0,0114	1,0000
20	45,3174	45,3114	0,0134	1,0000

Tabela 6.22 – Frequências e índice MAC referente à síntese de quatro subestruturas (MMD com ruído de 5%-uma contagem).

Modo	Original	Sintetizada	Erro Relativo(%)	MAC
1	6,2024	6,1476	0,8831	0,9991
2	10,7370	10,7648	0,2586	0,9969
3	14,4192	14,4212	0,0141	0,9984
4	15,8374	15,7120	0,7918	0,9992
5	18,1416	17,9566	1,0201	0,9881
6	19,6282	19,4505	0,9052	0,9774
7	20,6633	20,5639	0,4812	0,9728
8	22,5073	21,9446	2,5002	0,9754
9	24,1596	24,0002	0,6599	0,9927
10	26,2914	26,0823	0,7955	0,9948
11	27,3869	27,4440	0,2085	0,9961
12	28,9516	28,8385	0,3905	0,9954
13	31,6102	31,5536	0,1788	0,8691
14	32,3653	32,2777	0,2706	0,8859
15	34,5525	34,4707	0,2369	0,9961
16	37,0321	36,8021	0,6209	0,9952
17	38,5669	38,4329	0,3474	0,9937
18	40,7022	40,5829	0,2930	0,9785
19	42,2216	42,1764	0,1069	0,9630
20	45,3174	45,7405	0,9335	0,9697

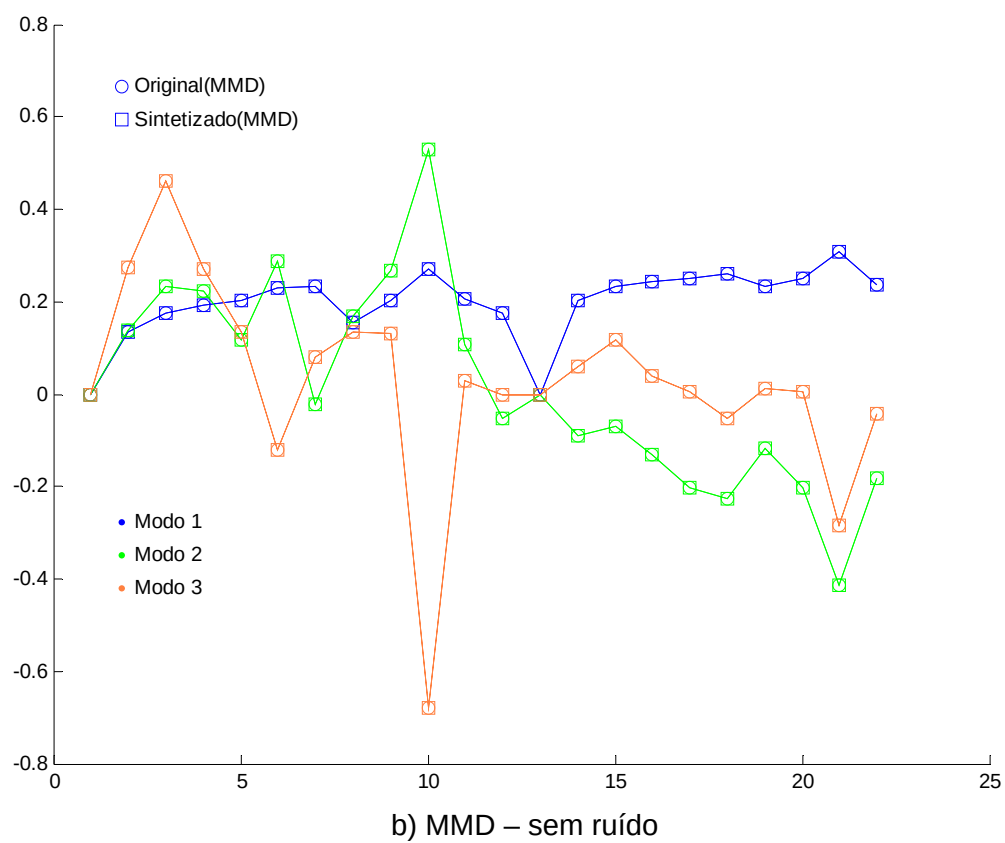
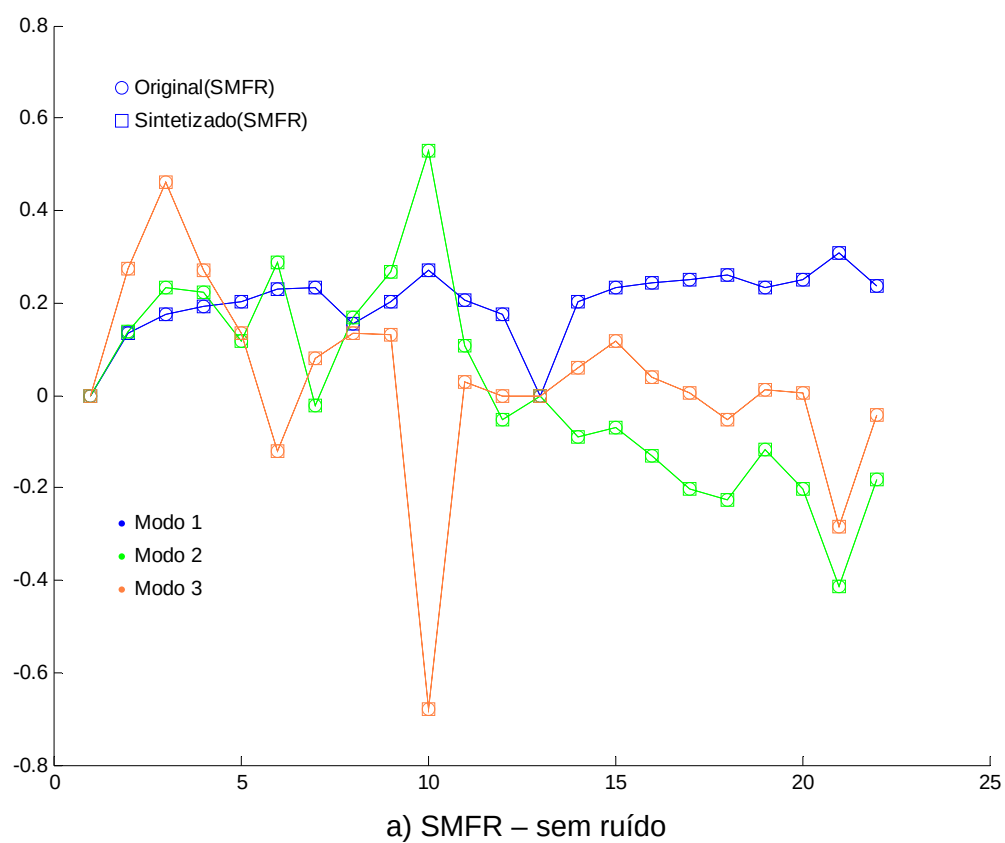
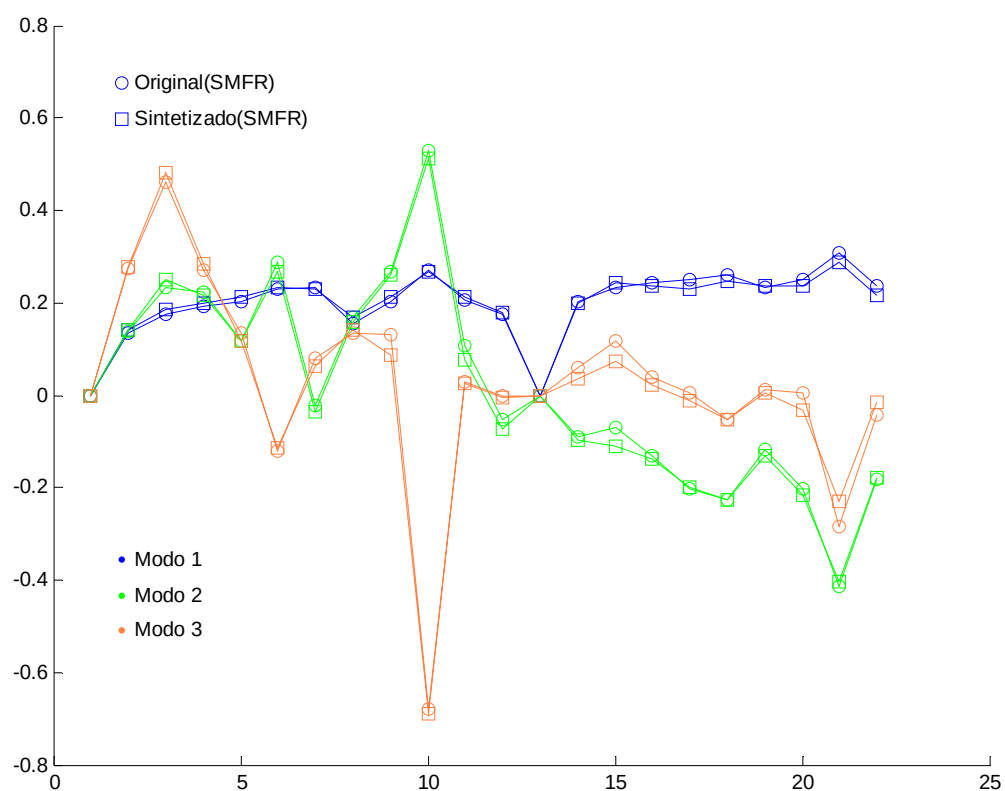
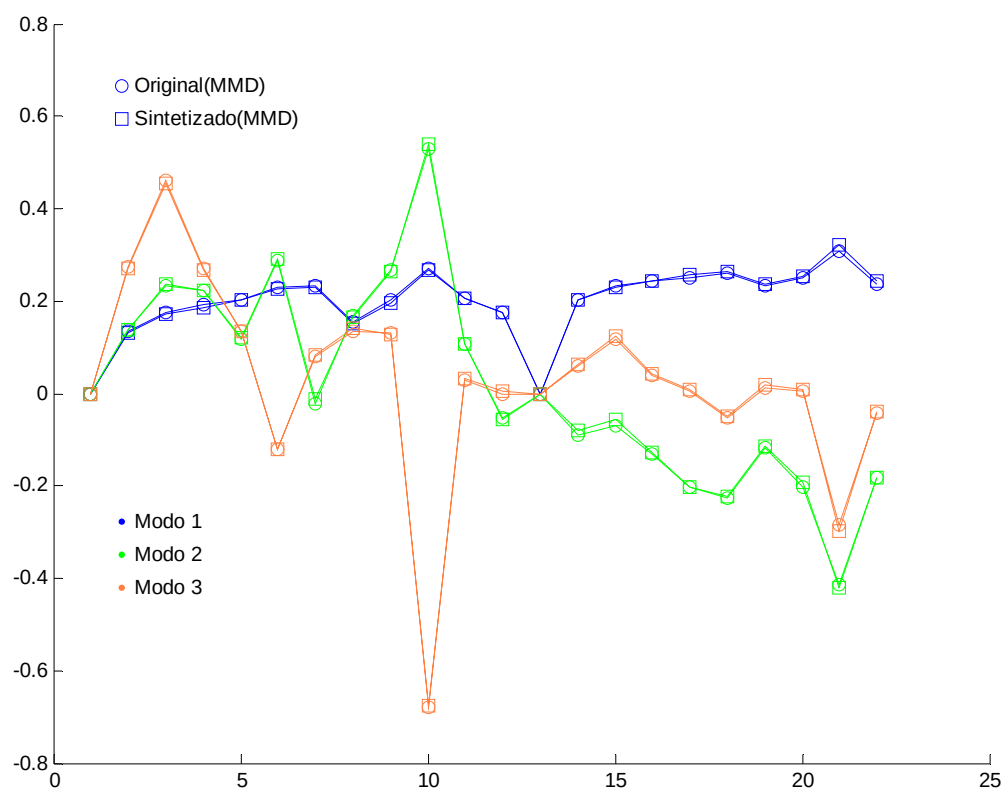


Figura 6.12 – Modos originais e sintetizados de um modelo discreto com vinte GDL.



a) SMFR – ruído de 5% e uma contagem



b) MMD – ruído de 5% e uma contagem

Figura 6.13 – Modos originais e sintetizados de um modelo discreto com vinte GDL.

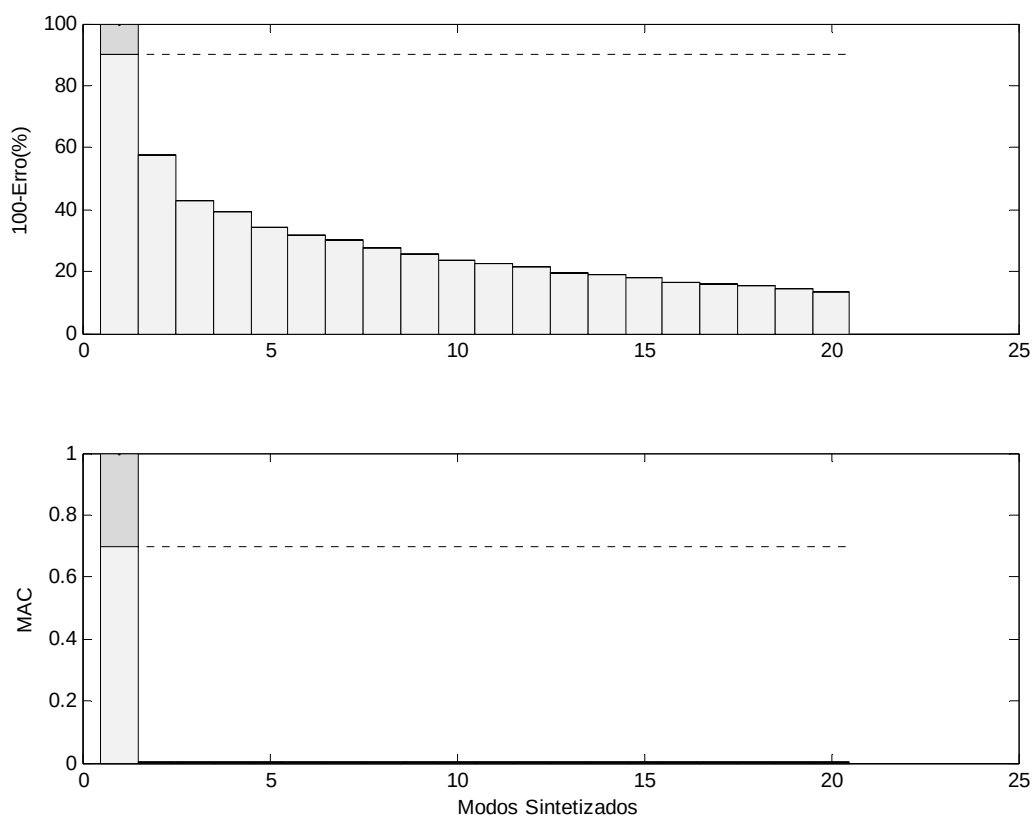


Figura 6.14a – Erro relativo da frequência e índice MAC do 1º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

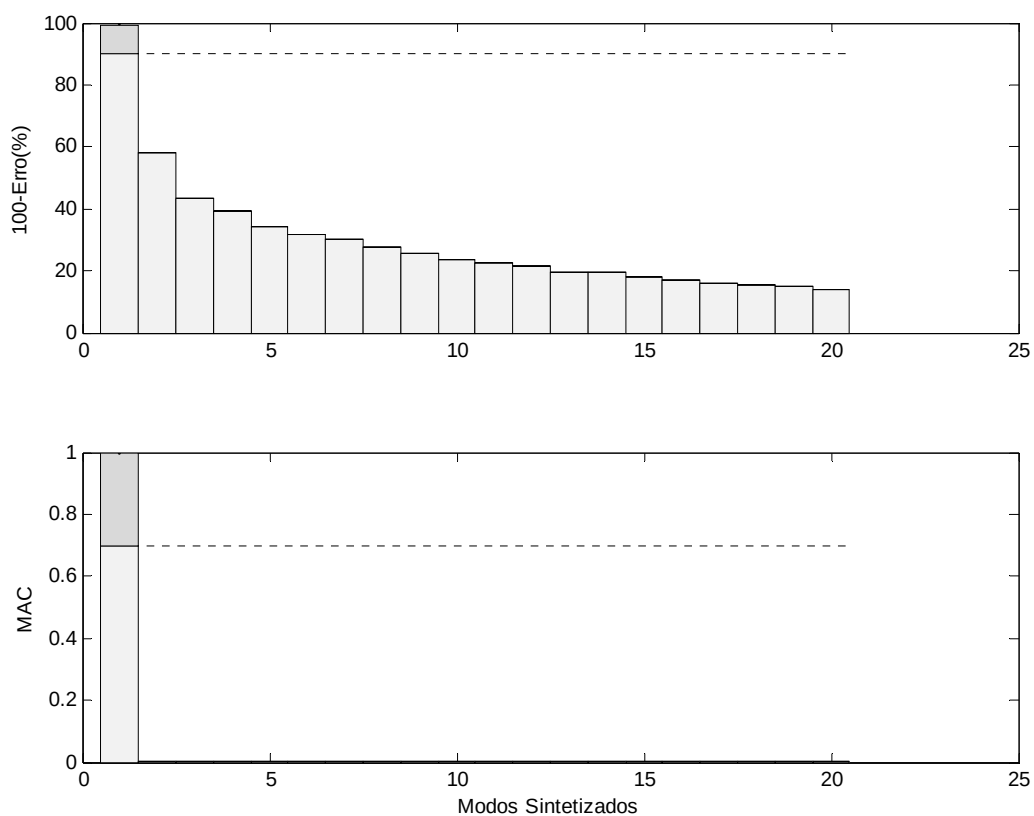


Figura 6.14A – Erro relativo da frequência e índice MAC do 1º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

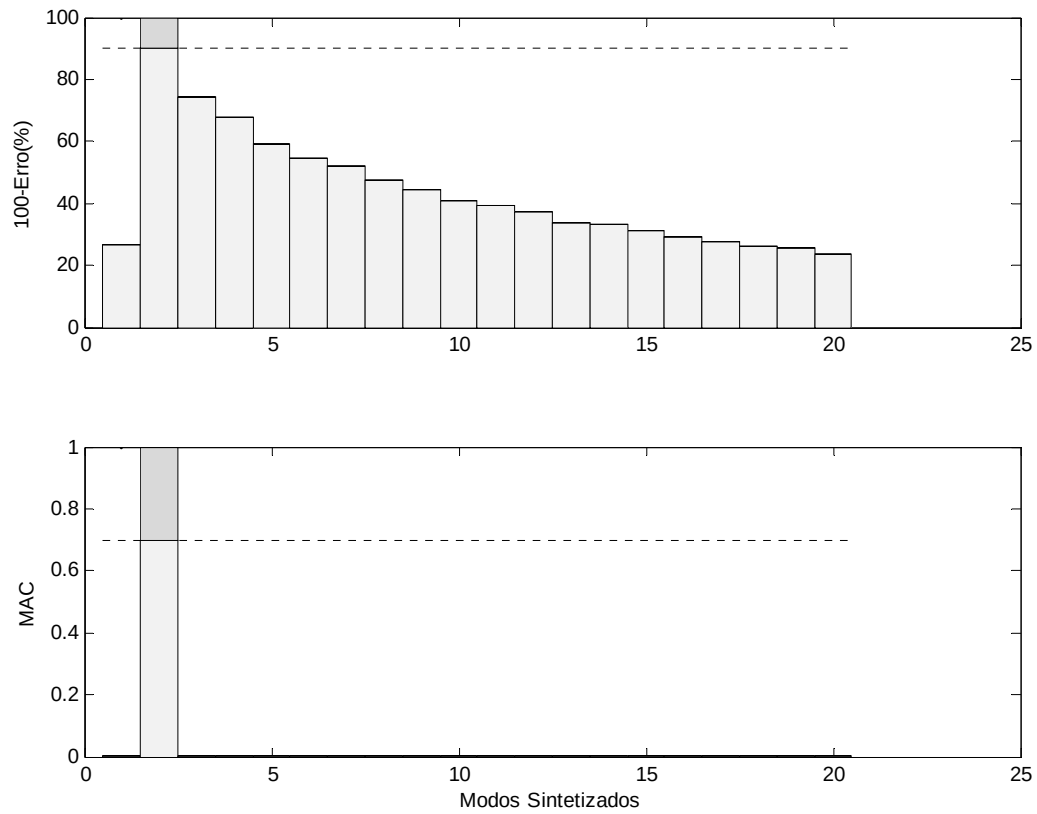


Figura 6.14b – Erro relativo da frequência e índice MAC do 2º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

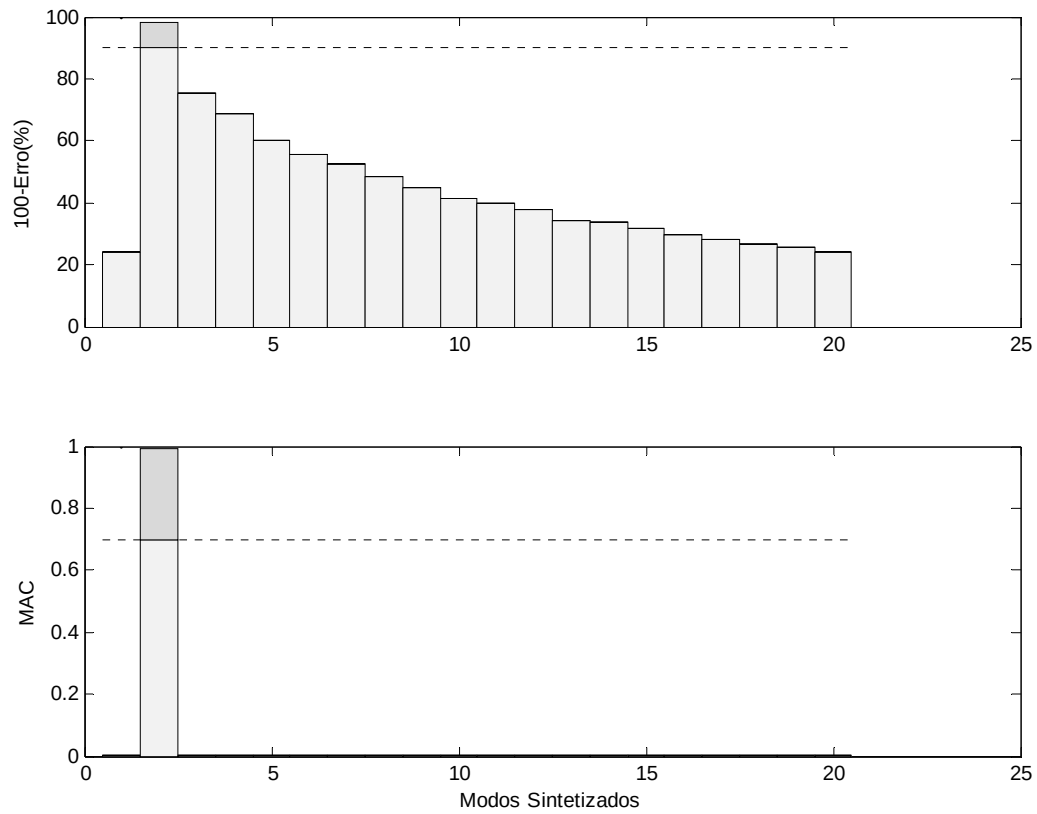


Figura 6.14B – Erro relativo da frequência e índice MAC do 2º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

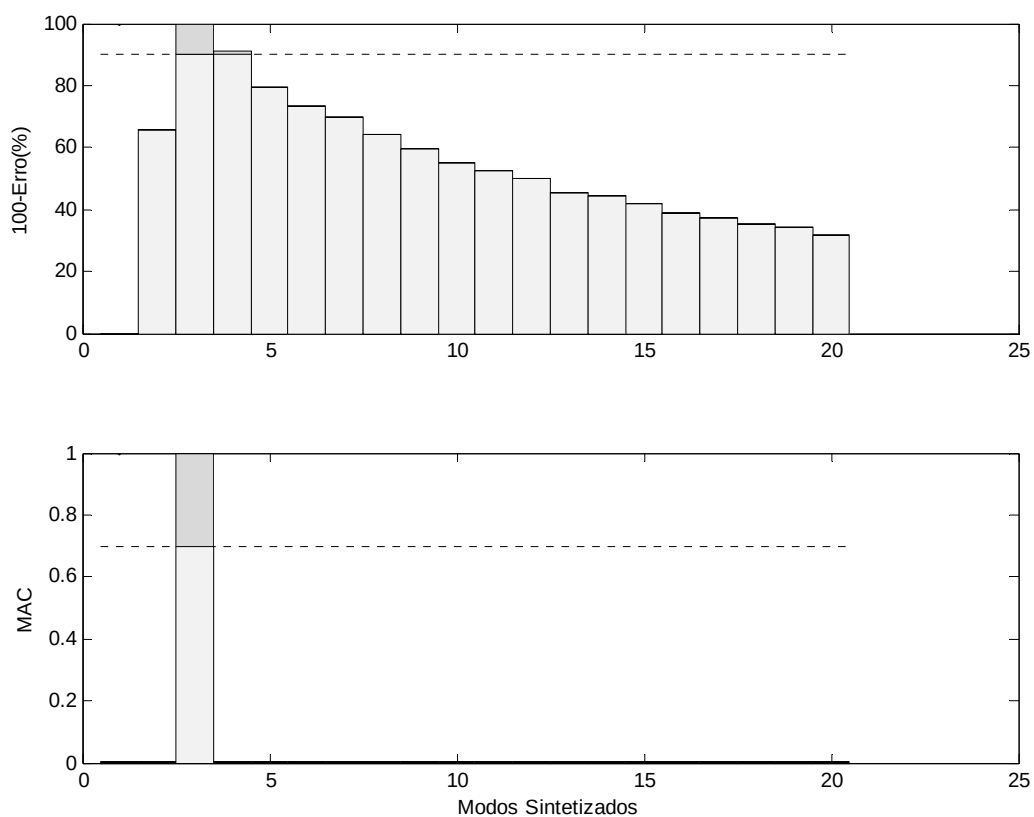


Figura 6.14c – Erro relativo da frequência e índice MAC do 3º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

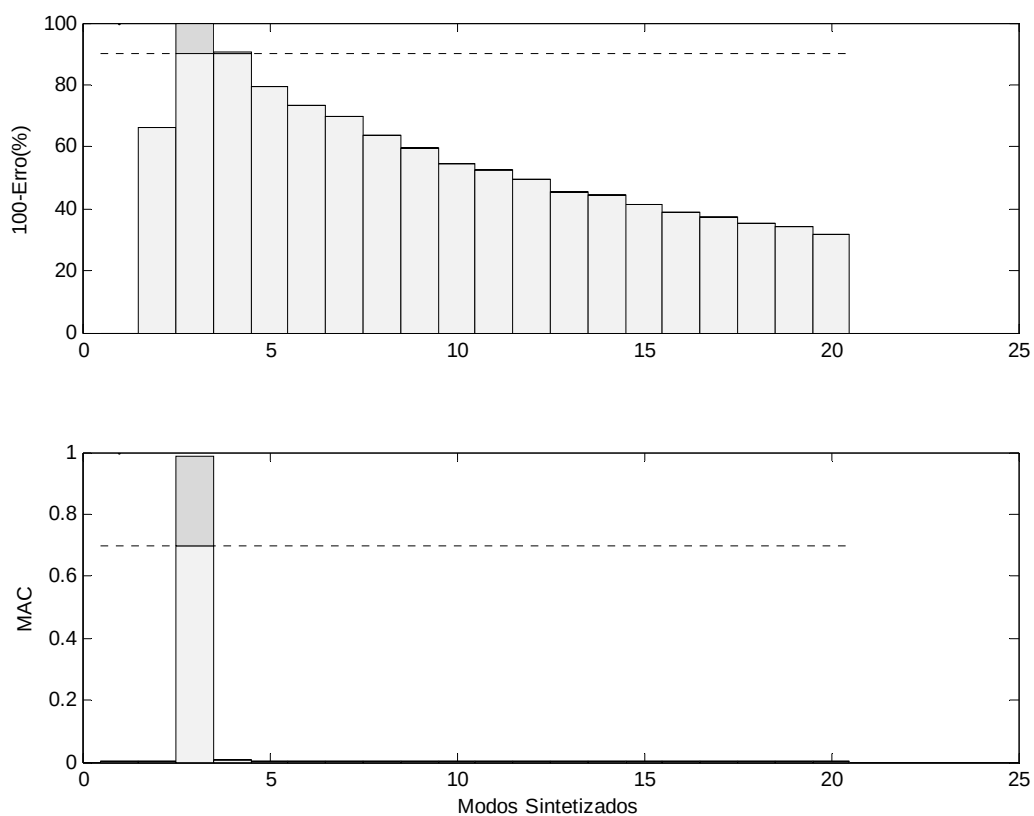


Figura 6.14C – Erro relativo da frequência e índice MAC do 3º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

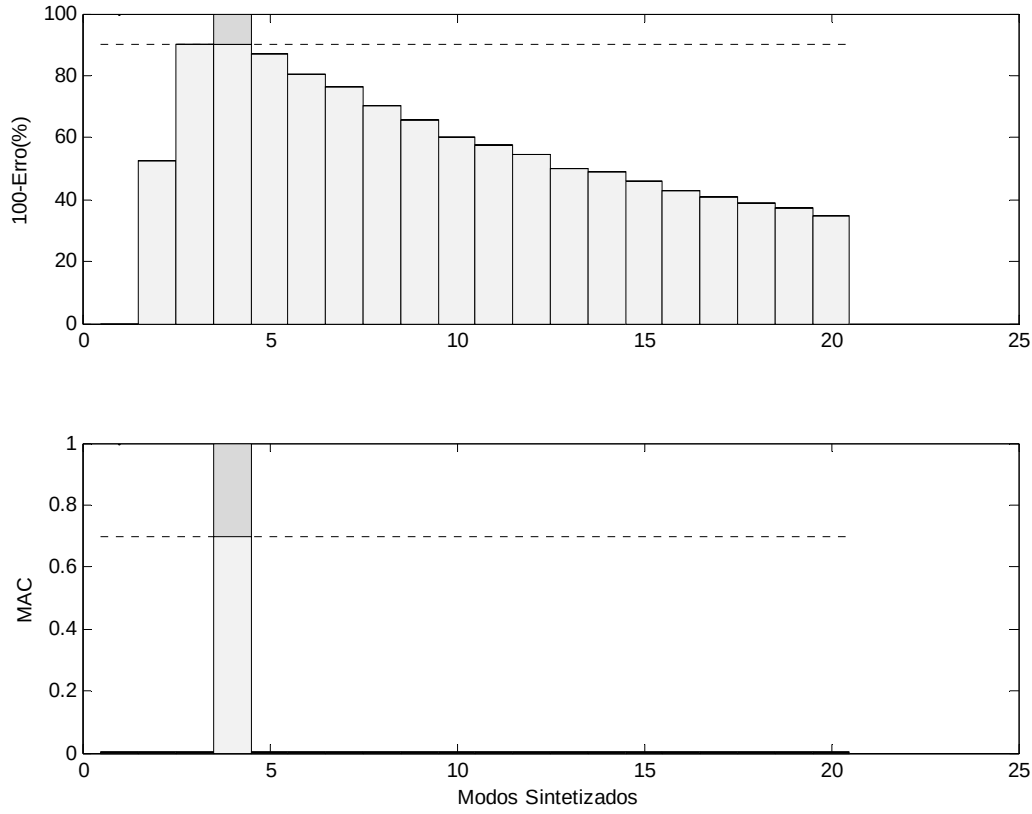


Figura 6.14d – Erro relativo da frequência e índice MAC do 4º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

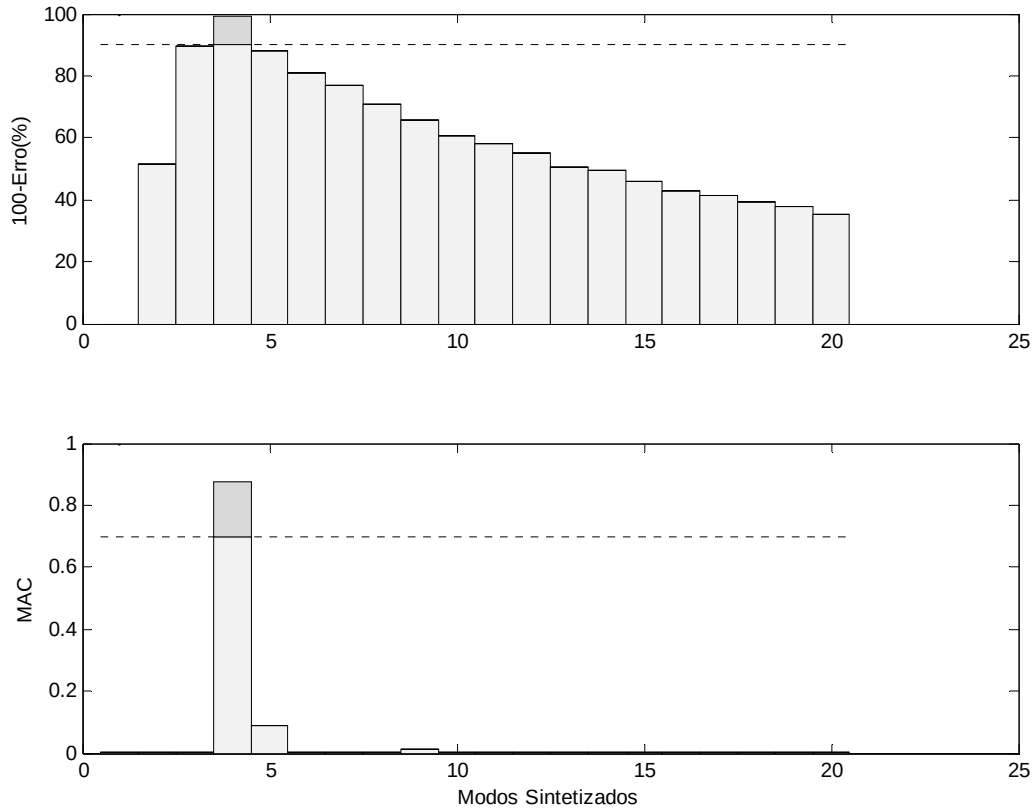


Figura 6.14D – Erro relativo da frequência e índice MAC do 4º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

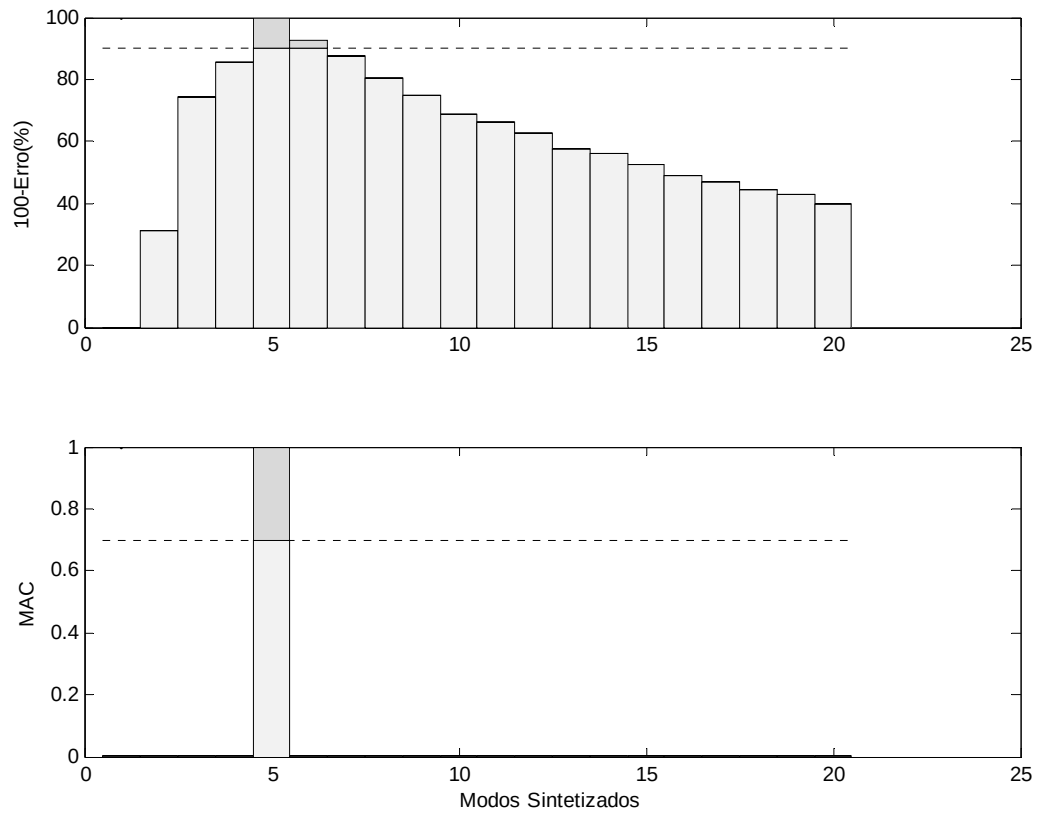


Figura 6.14e – Erro relativo da frequência e índice MAC do 5º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

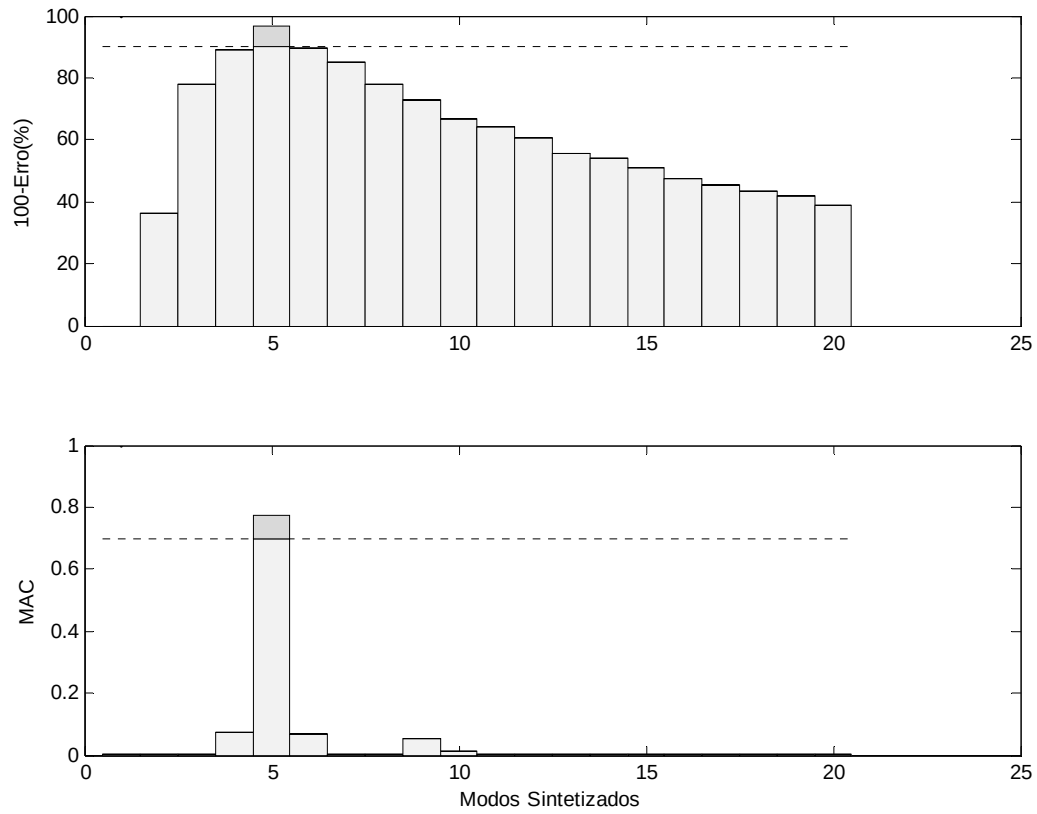


Figura 6.14E – Erro relativo da frequência e índice MAC do 5º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

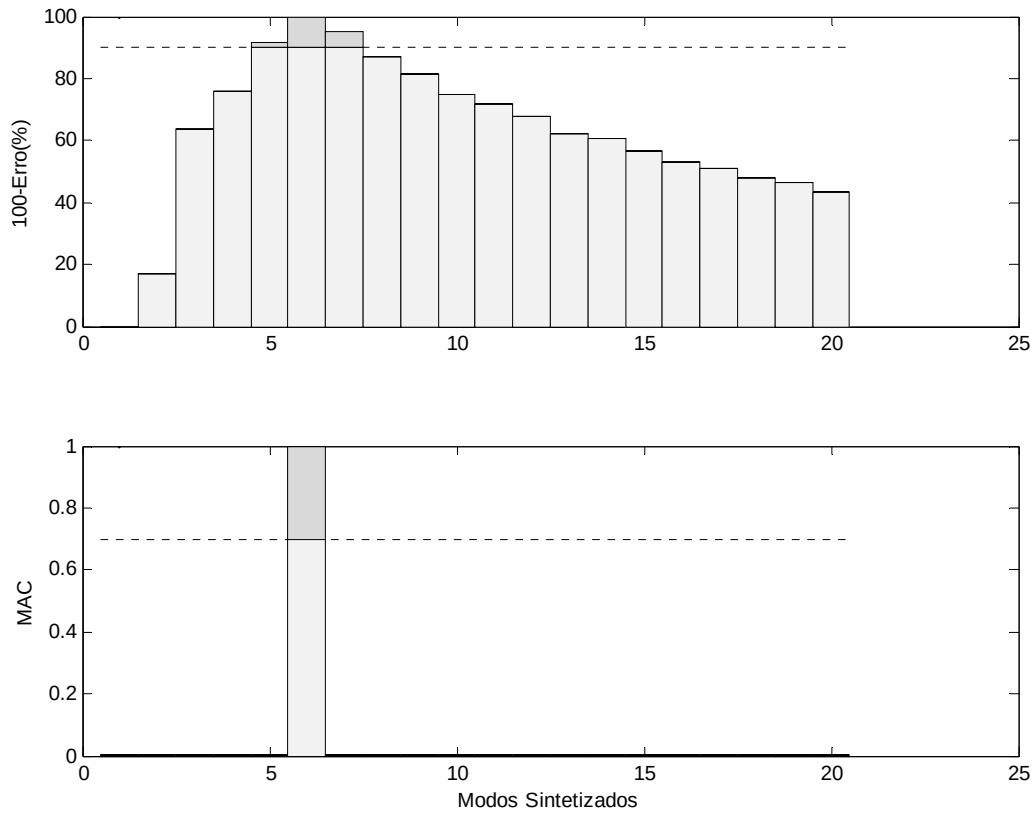


Figura 6.14f – Erro relativo da frequência e índice MAC do 6º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

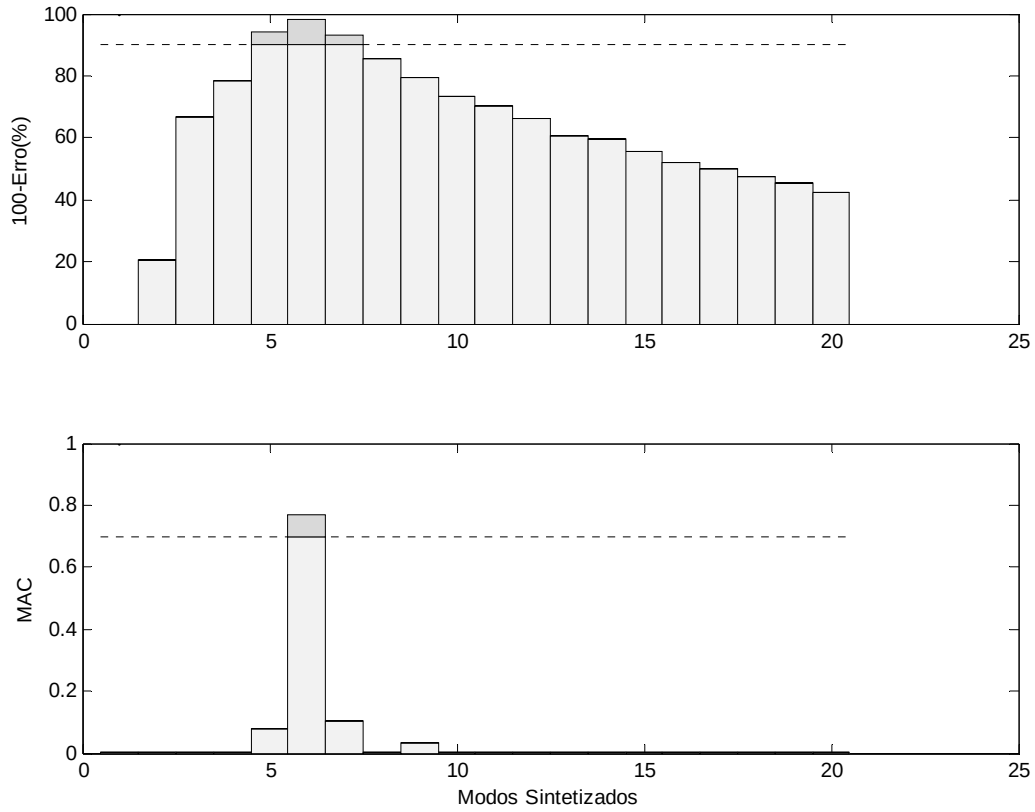


Figura 6.14F – Erro relativo da frequência e índice MAC do 6º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

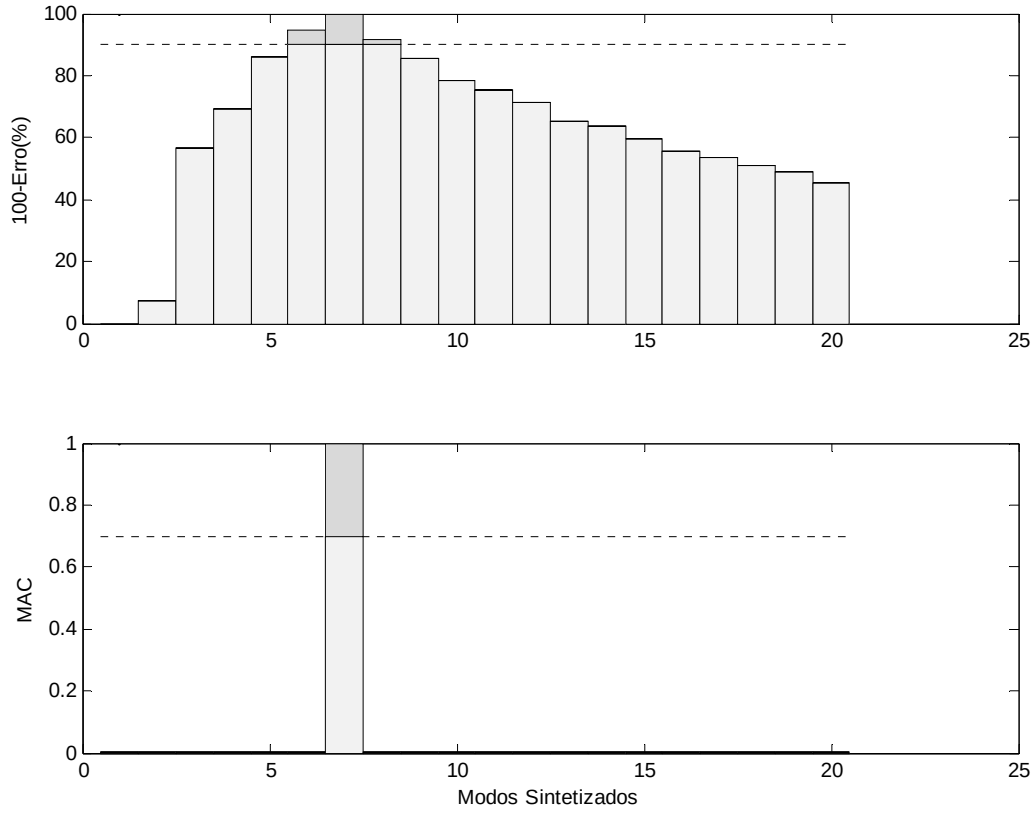


Figura 6.14g – Erro relativo da frequência e índice MAC do 7º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

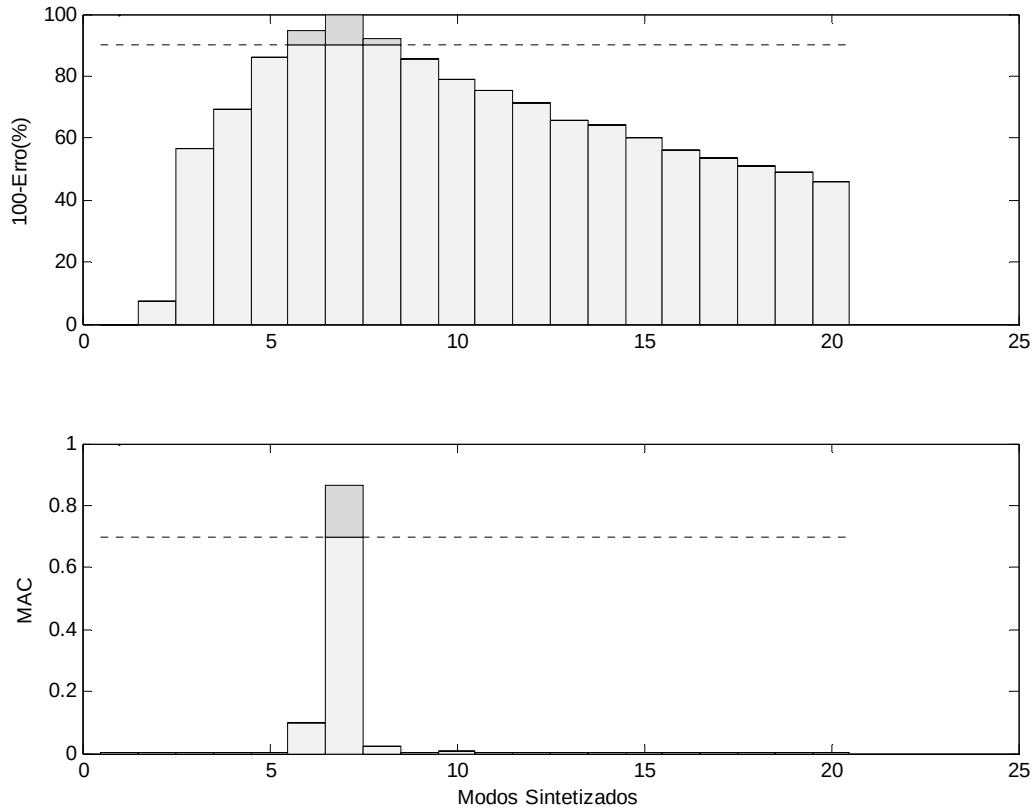


Figura 6.14G – Erro relativo da frequência e índice MAC do 7º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

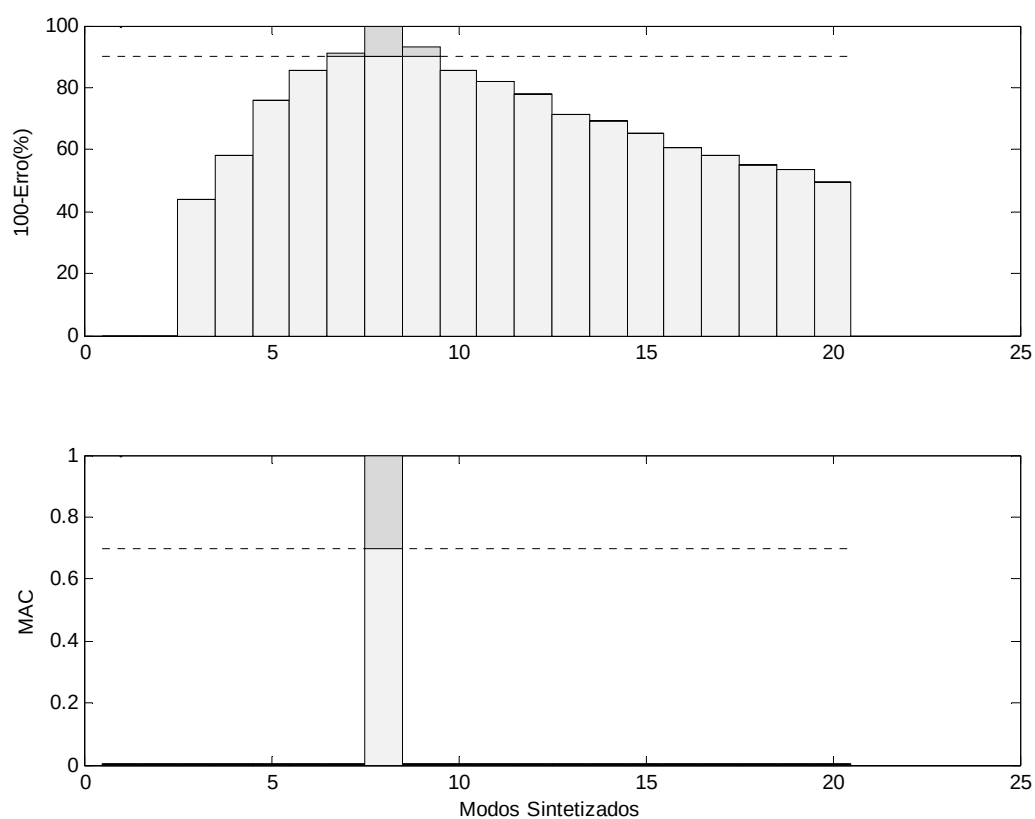


Figura 6.14h – Erro relativo da frequência e índice MAC do 8º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

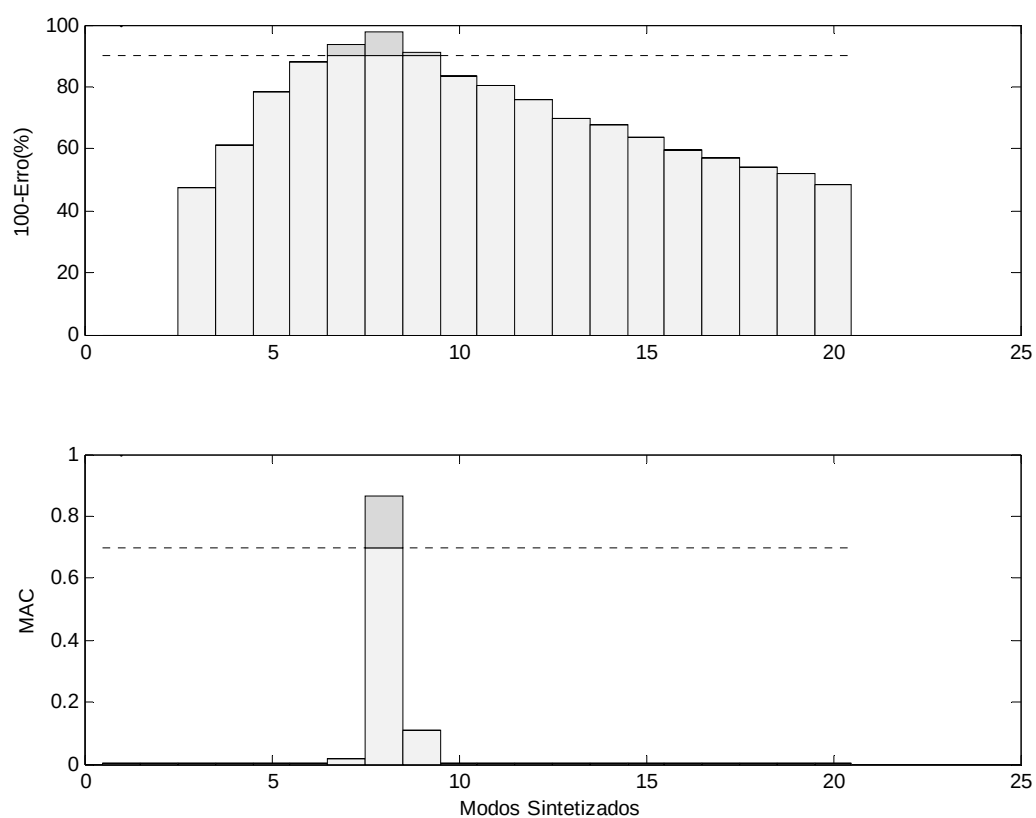


Figura 6.14H – Erro relativo da frequência e índice MAC do 8º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

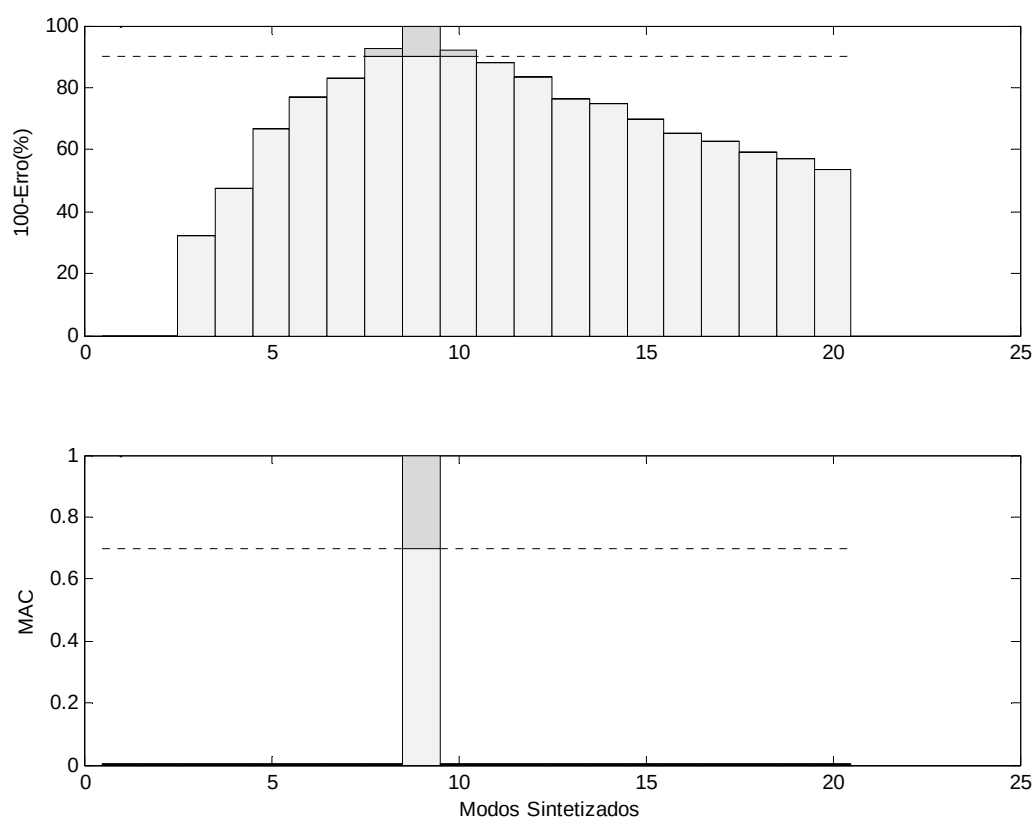


Figura 6.14i – Erro relativo da frequência e índice MAC do 9º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

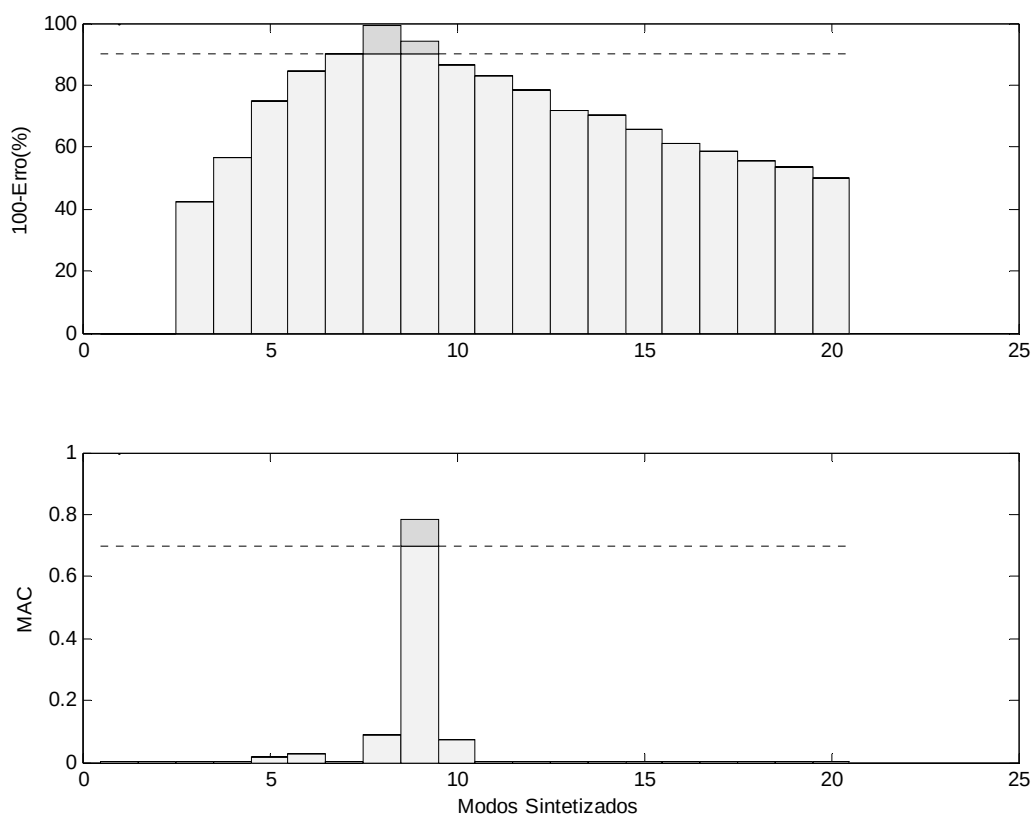


Figura 6.14l – Erro relativo da frequência e índice MAC do 9º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

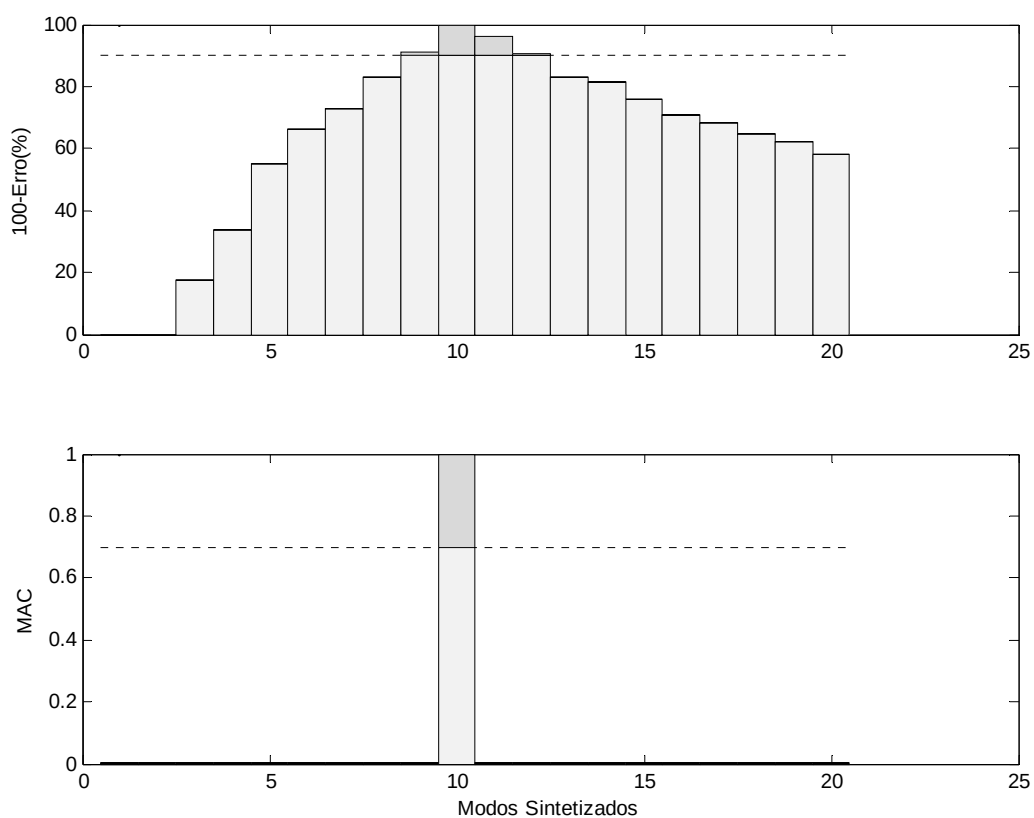


Figura 6.14j – Erro relativo da frequência e índice MAC do 10º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

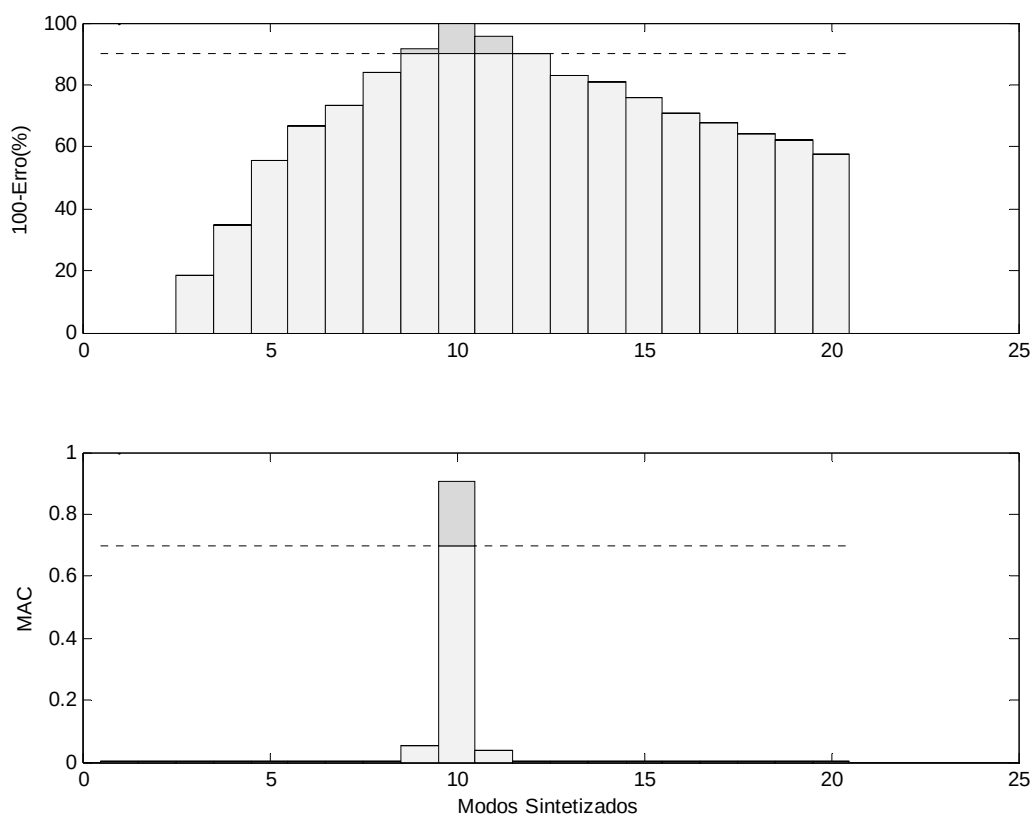


Figura 6.14J – Erro relativo da frequência e índice MAC do 10º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

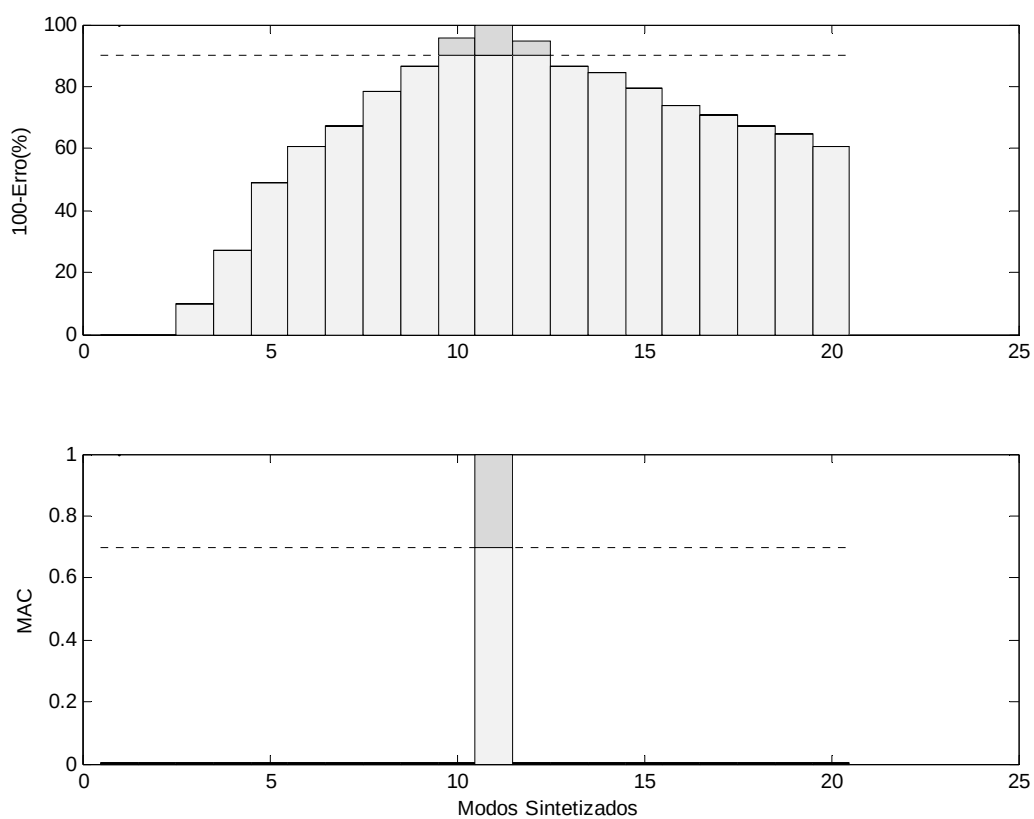


Figura 6.14k – Erro relativo da frequência e índice MAC do 11º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

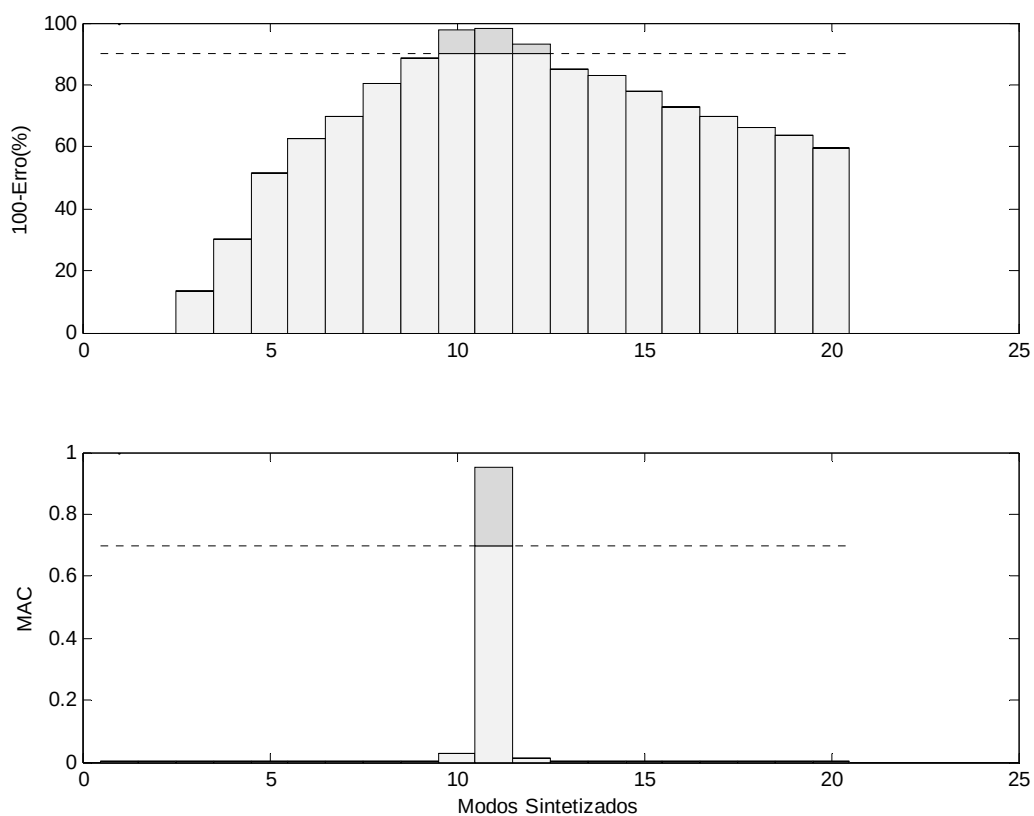


Figura 6.14K – Erro relativo da frequência e índice MAC do 11º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

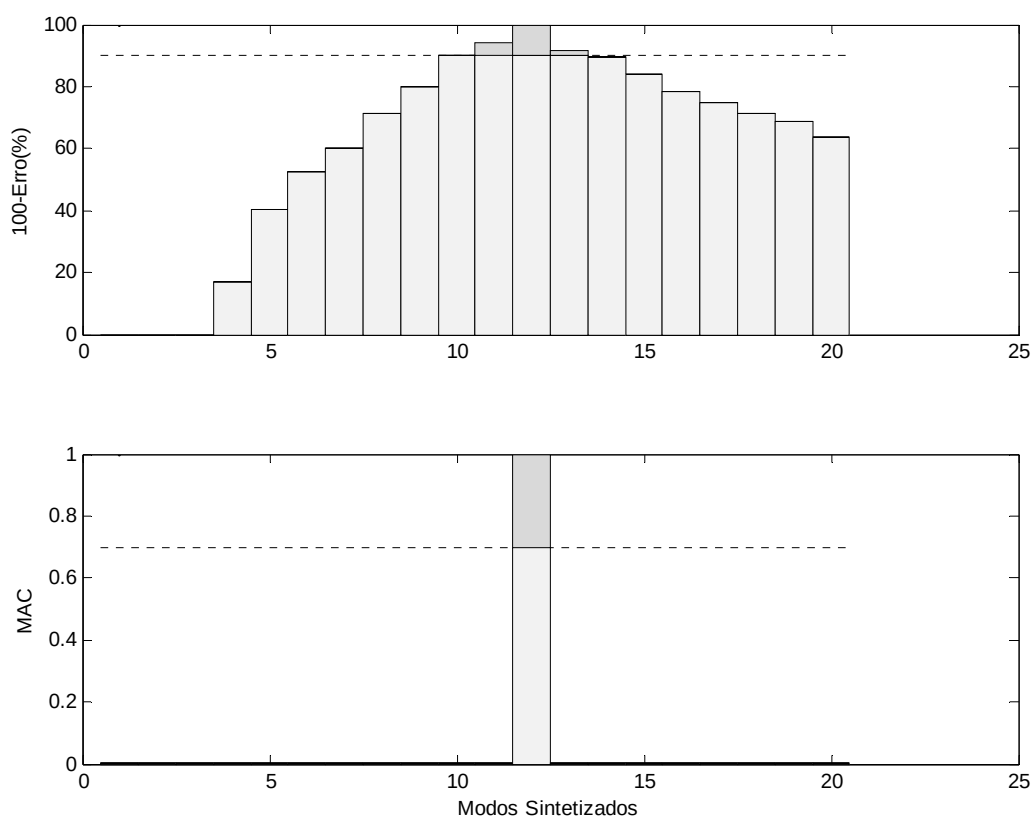


Figura 6.14I – Erro relativo da frequência e índice MAC do 12º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

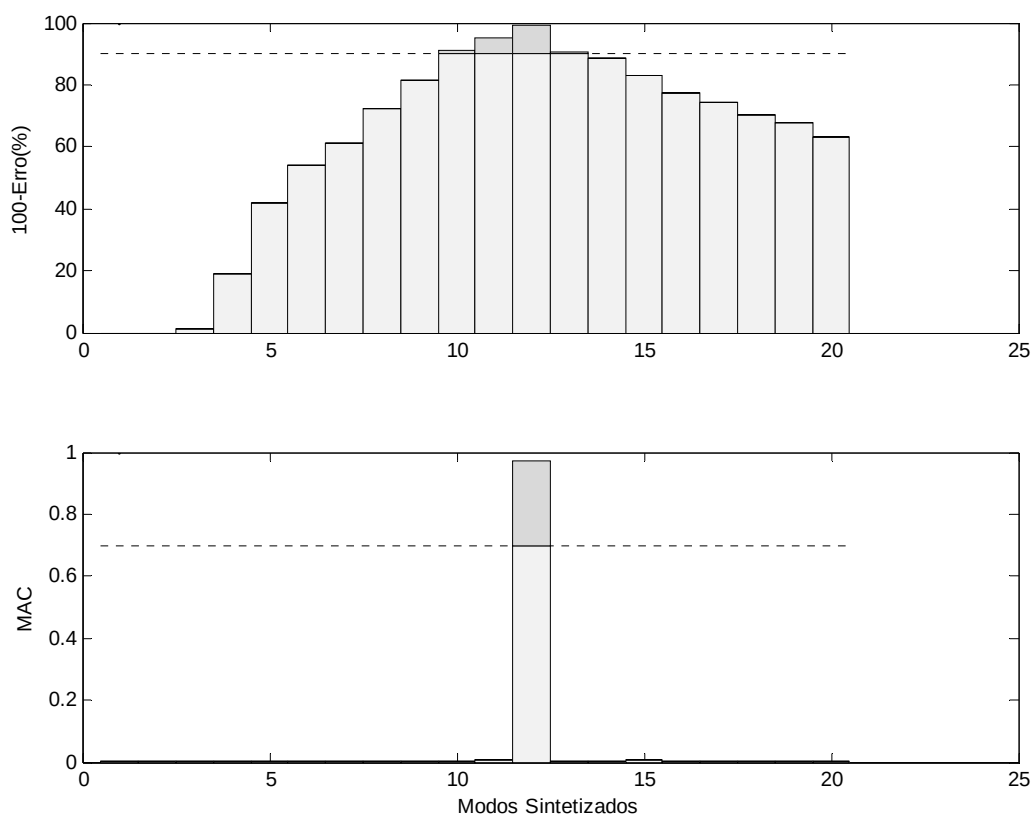


Figura 6.14L – Erro relativo da frequência e índice MAC do 12º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

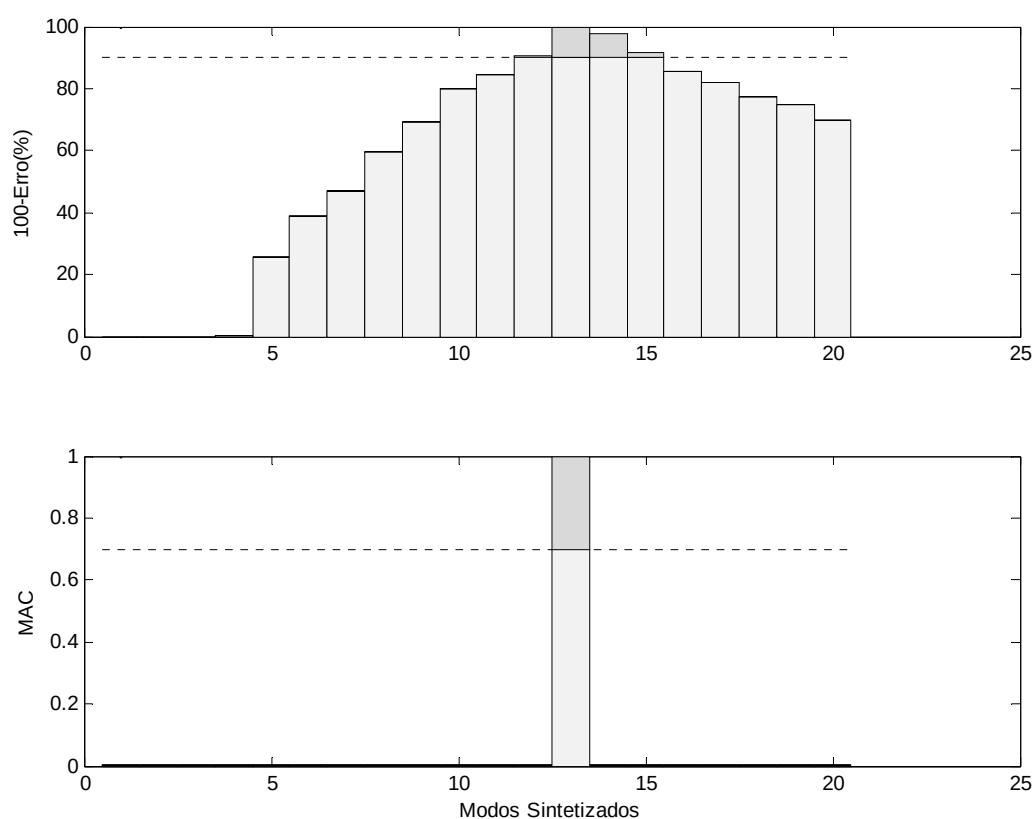


Figura 6.14m – Erro relativo da frequência e índice MAC do 13º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

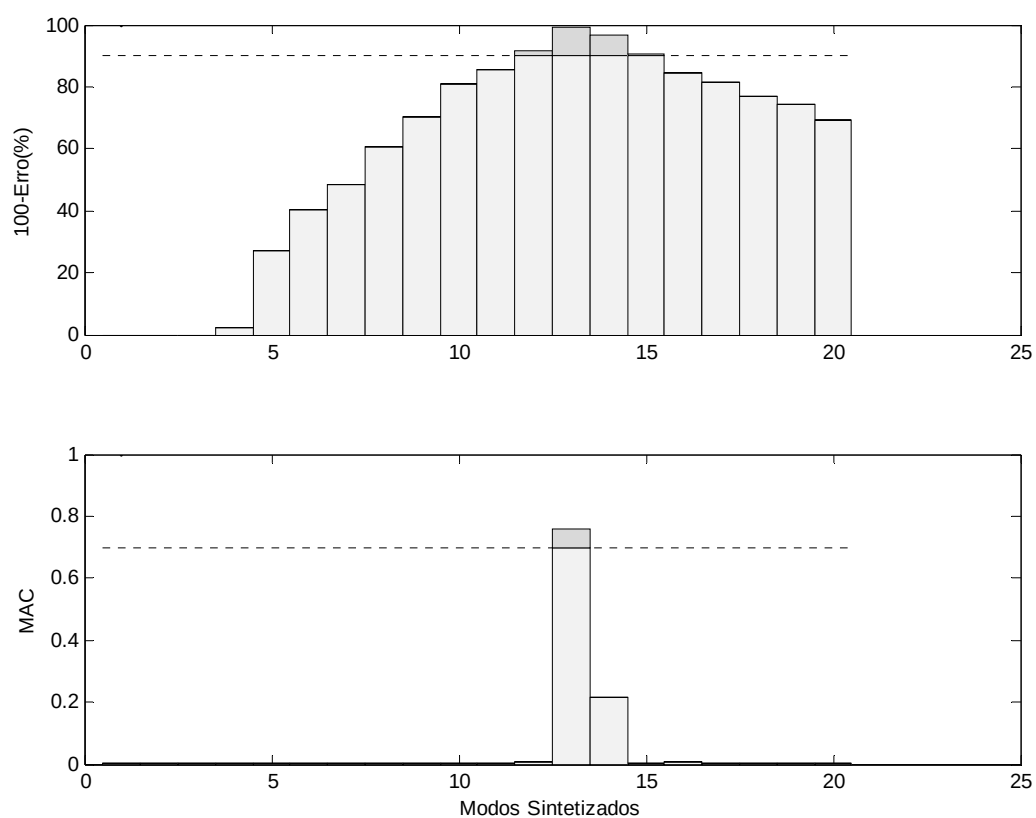


Figura 6.14M – Erro relativo da frequência e índice MAC do 13º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

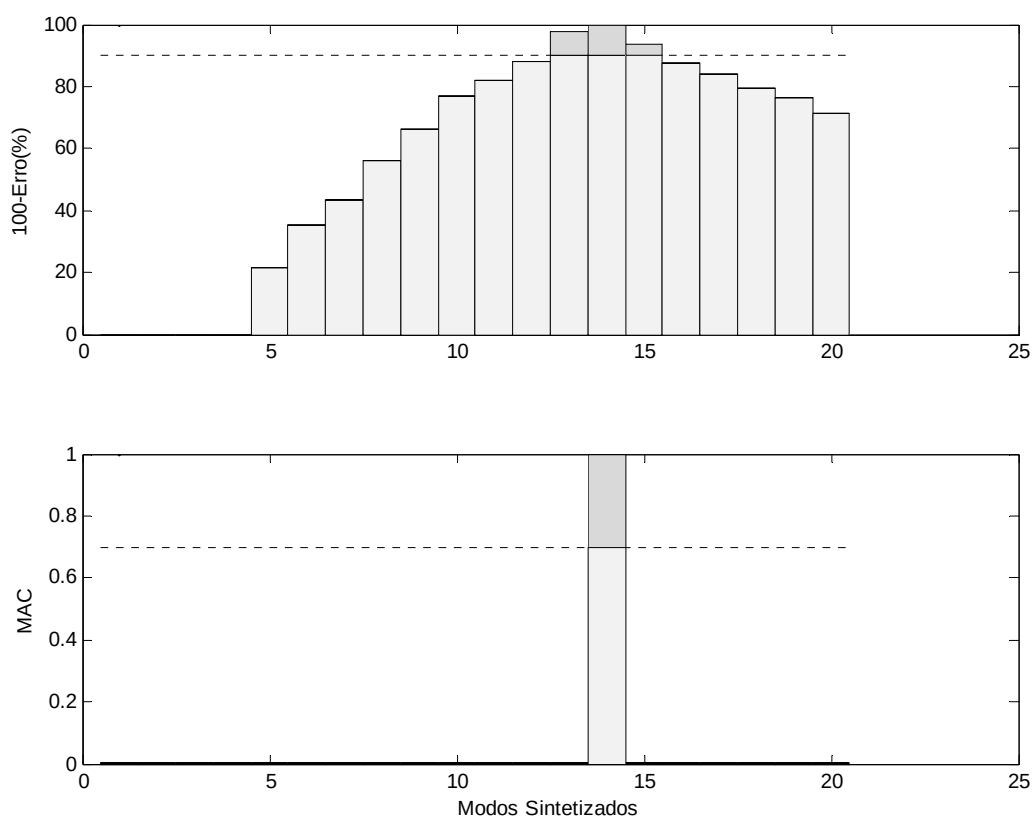


Figura 6.14n – Erro relativo da frequência e índice MAC do 14º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

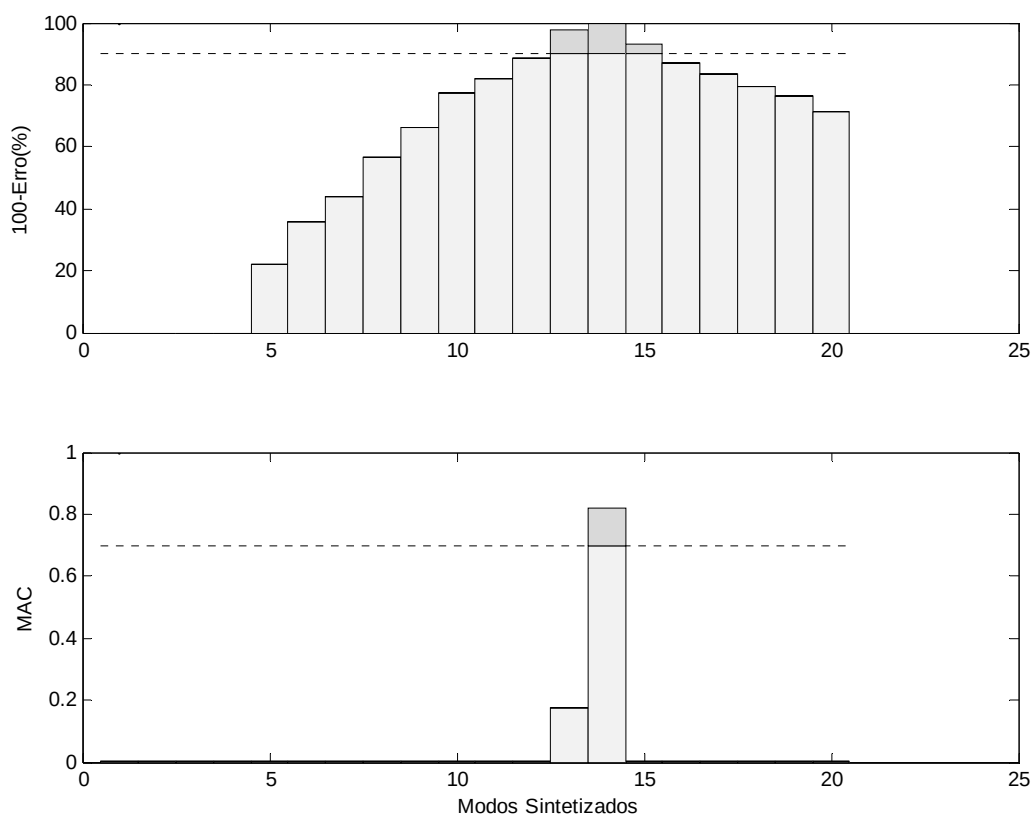


Figura 6.14N – Erro relativo da frequência e índice MAC do 14º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

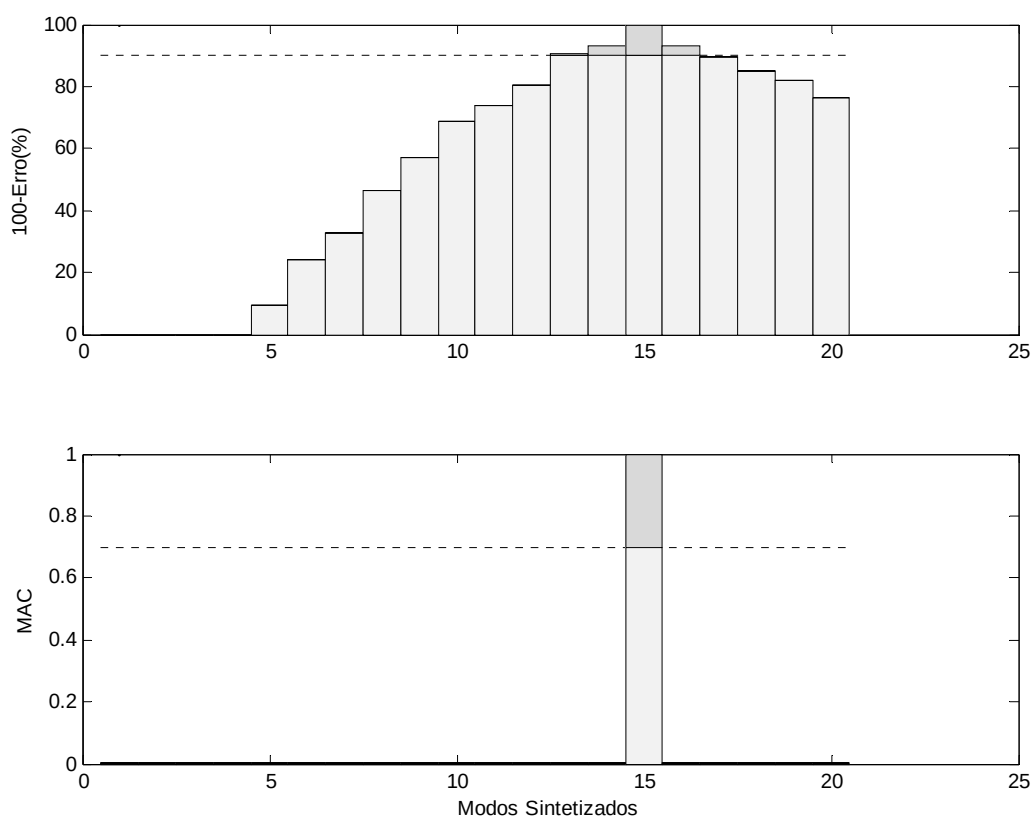


Figura 6.14o – Erro relativo da frequência e índice MAC do 15º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

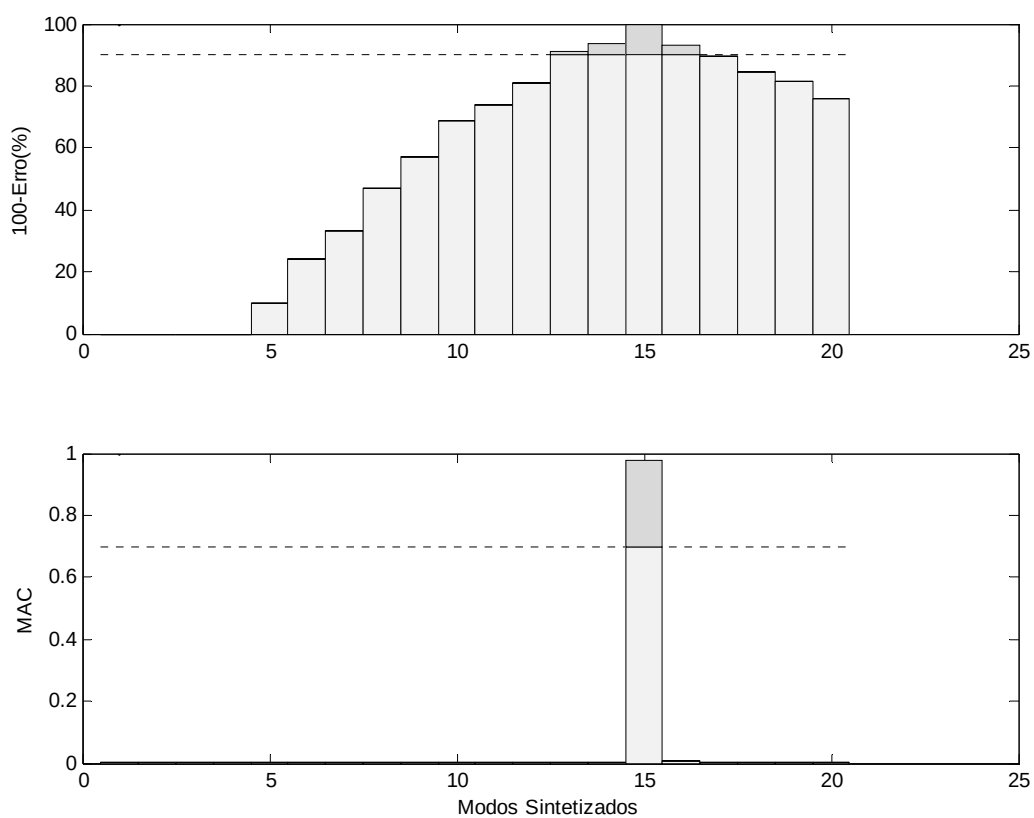


Figura 6.14O – Erro relativo da frequência e índice MAC do 15º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

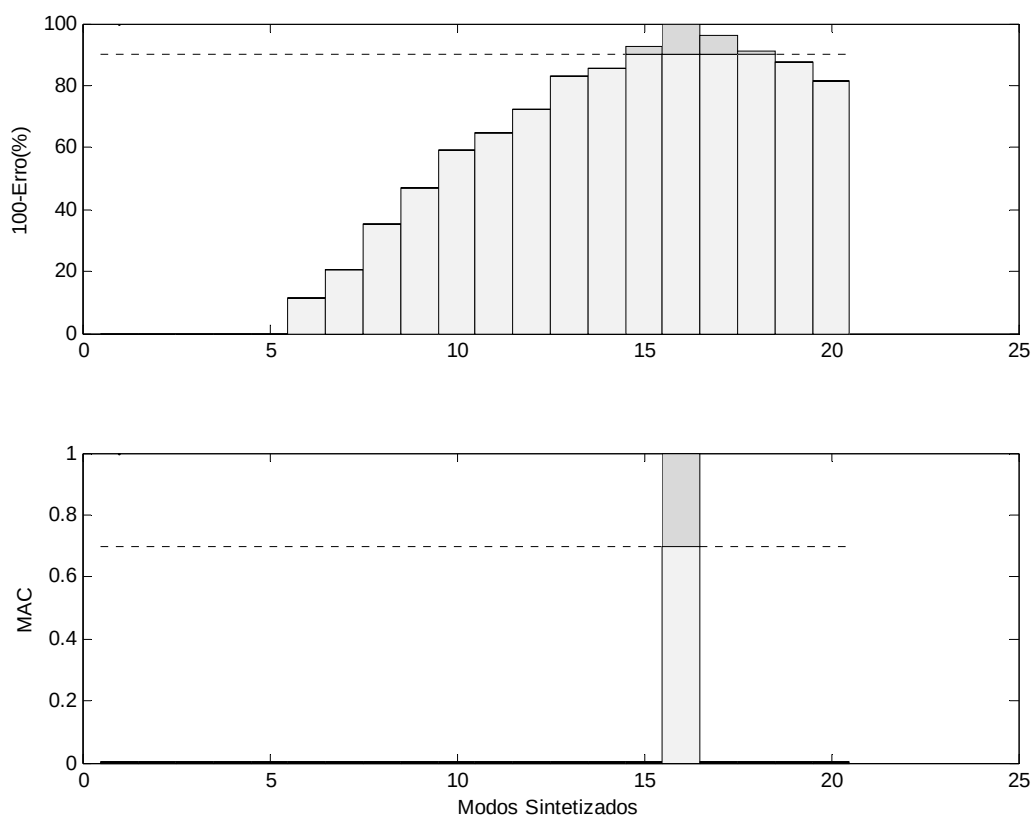


Figura 6.14p – Erro relativo da frequência e índice MAC do 16º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

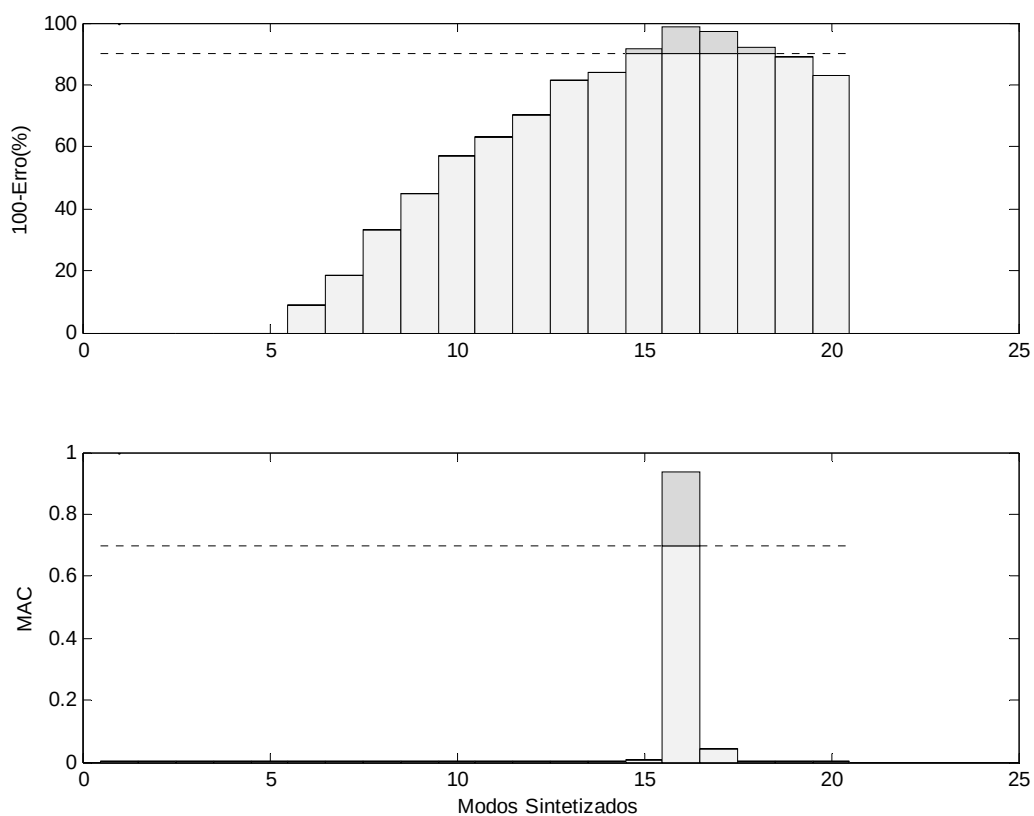


Figura 6.14P – Erro relativo da frequência e índice MAC do 16º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

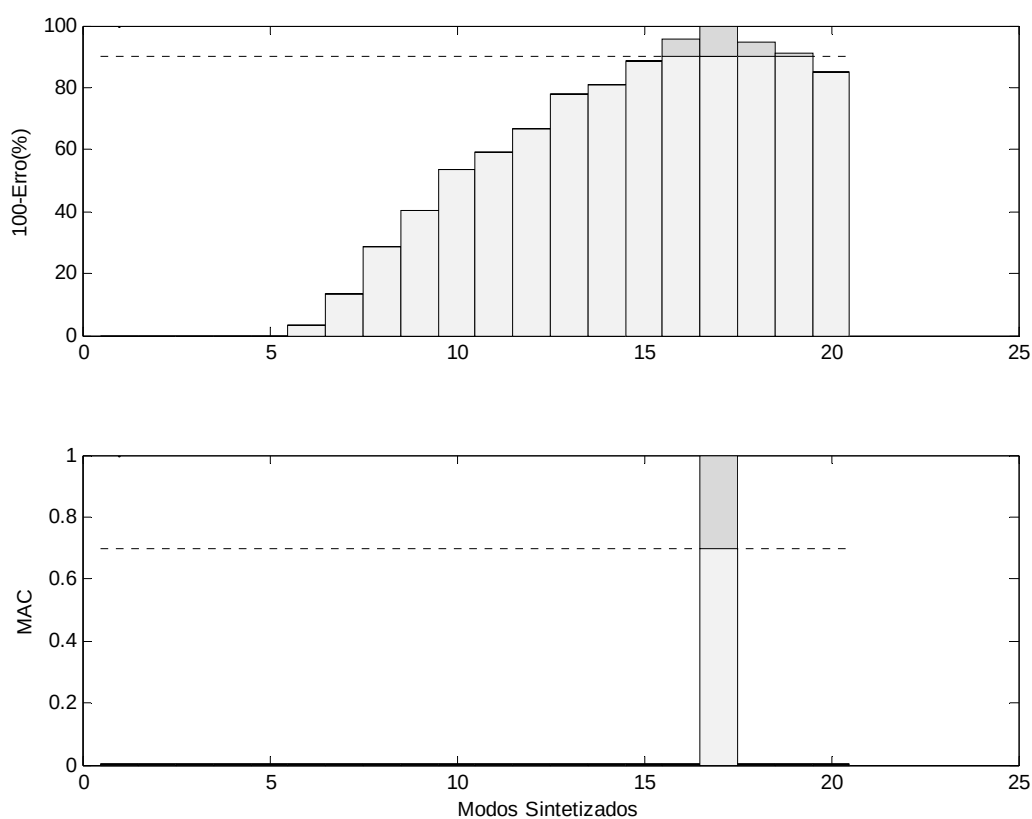


Figura 6.14q – Erro relativo da frequência e índice MAC do 17º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

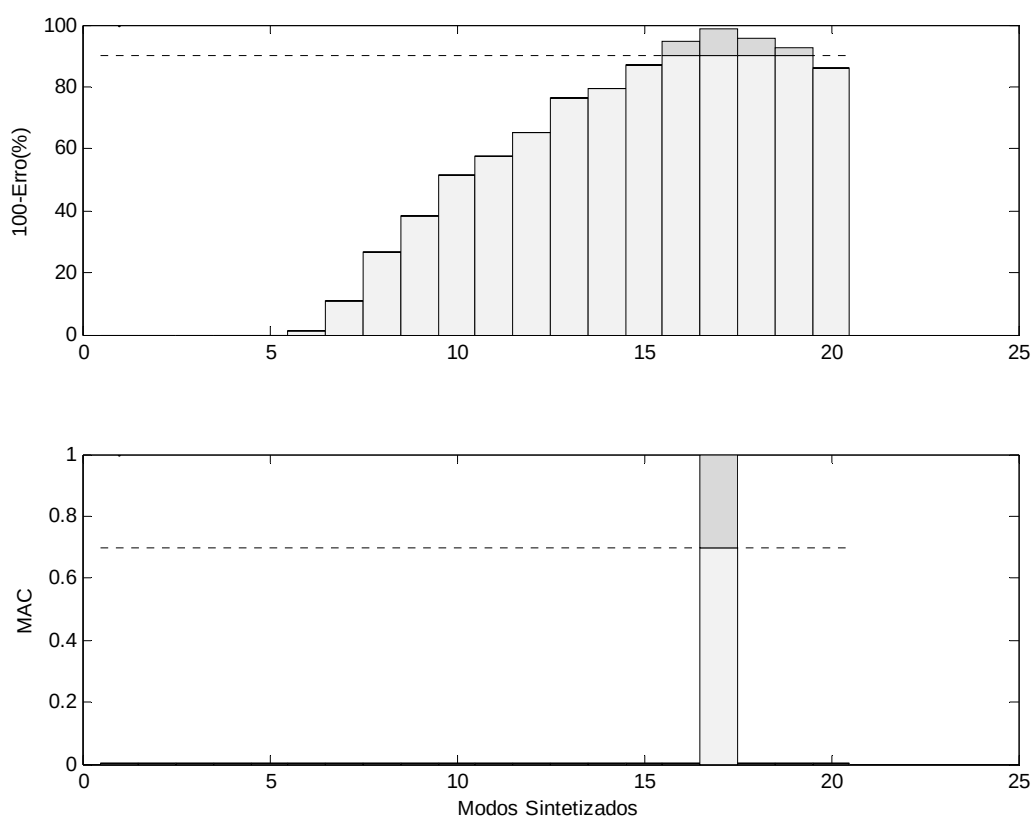


Figura 6.14Q – Erro relativo da frequência e índice MAC do 17º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

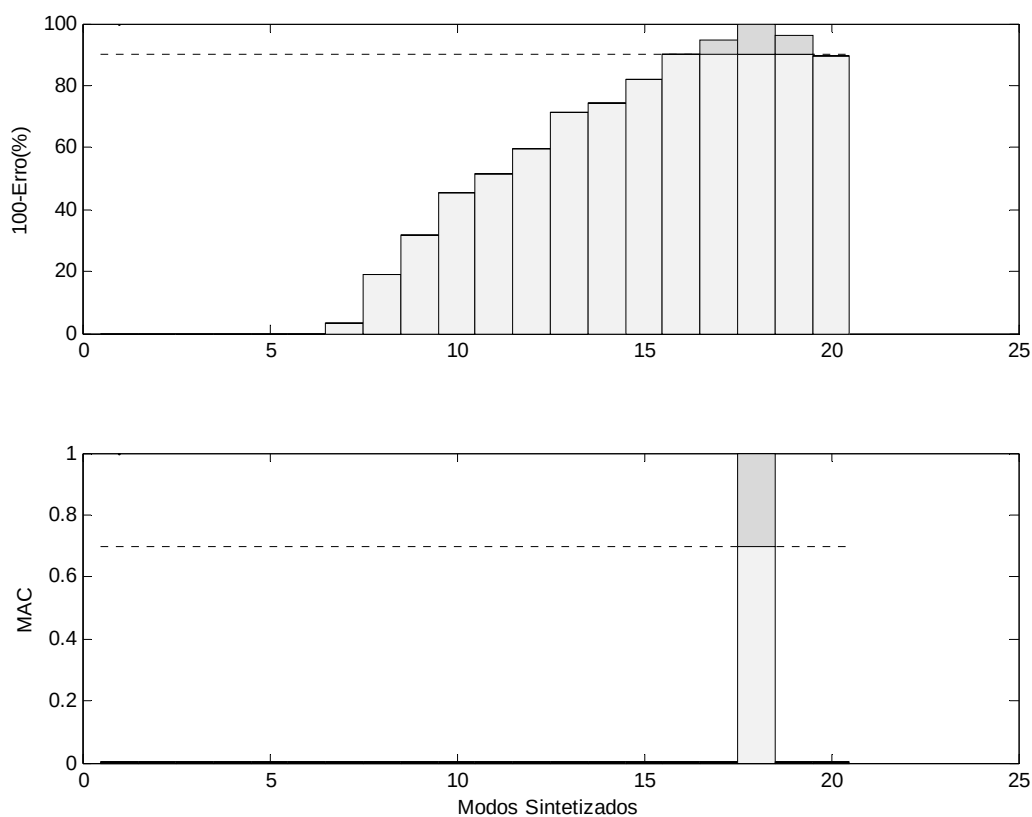


Figura 6.14r – Erro relativo da frequência e índice MAC do 18º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

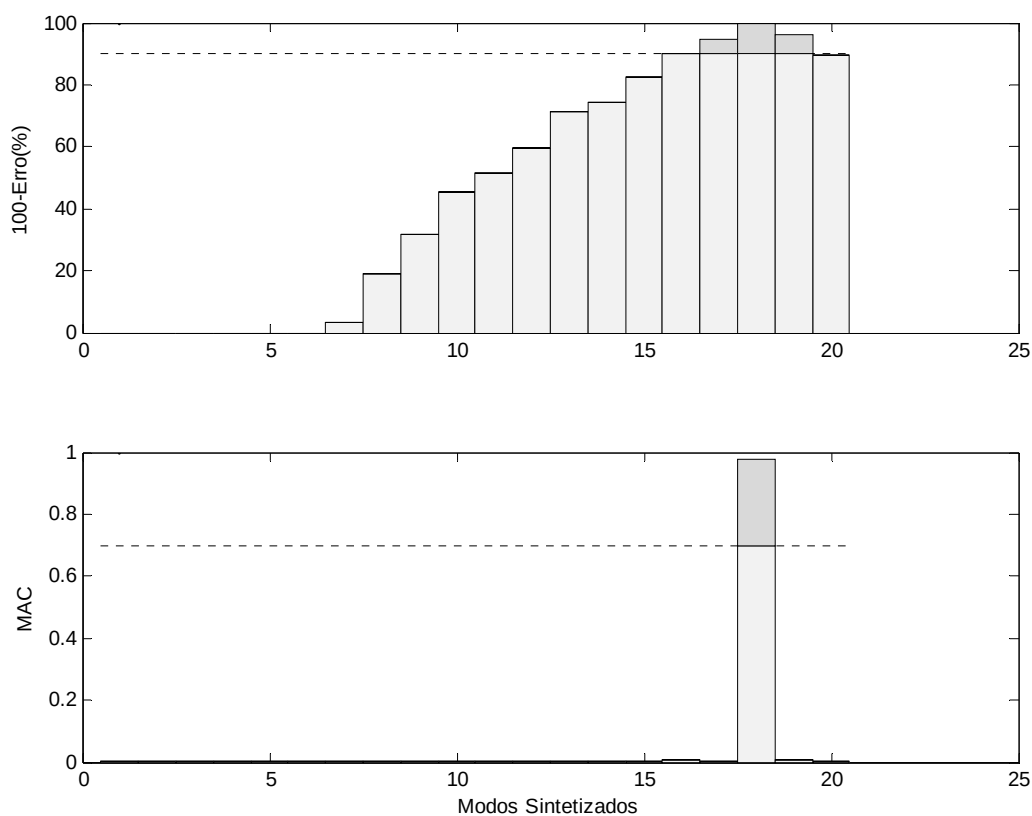


Figura 6.14R – Erro relativo da frequência e índice MAC do 18º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

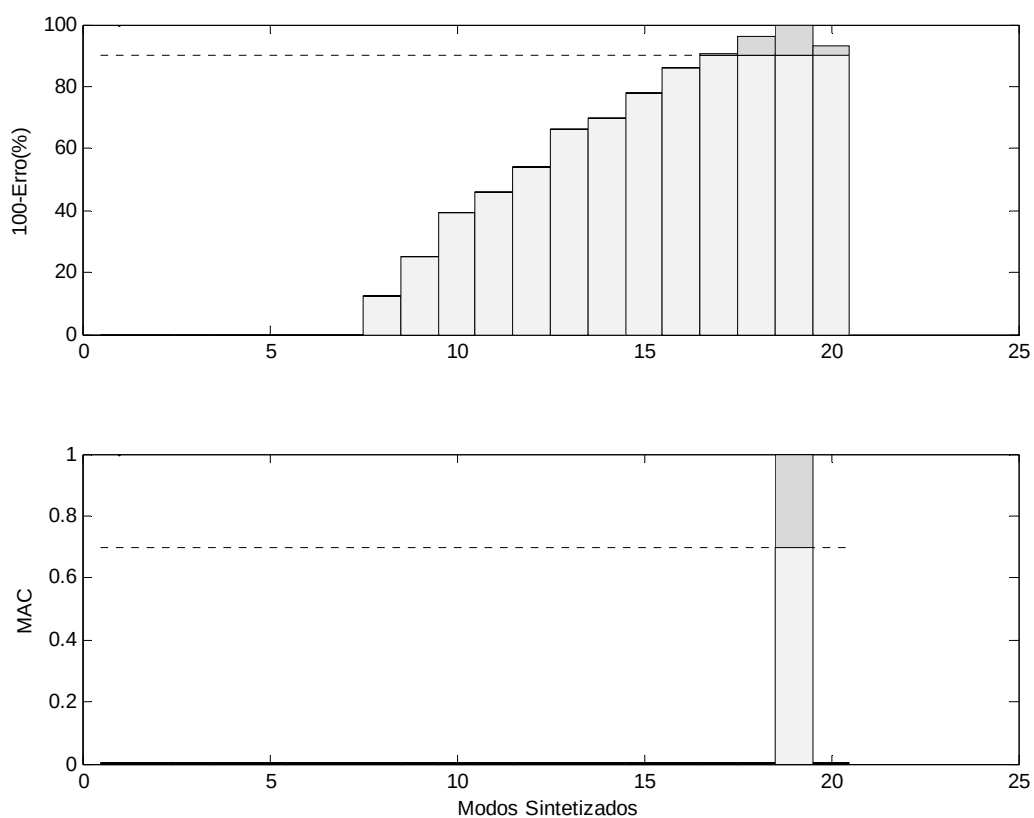


Figura 6.14s – Erro relativo da frequência e índice MAC do 19º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

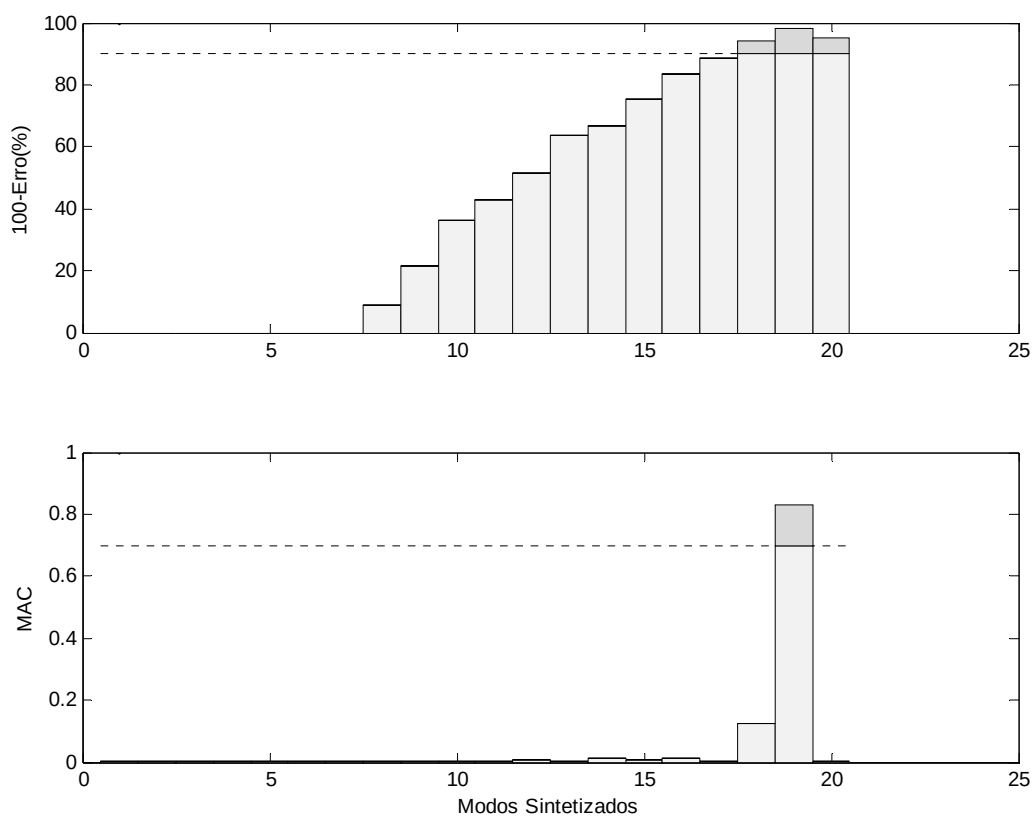


Figura 6.14S – Erro relativo da frequência e índice MAC do 19º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

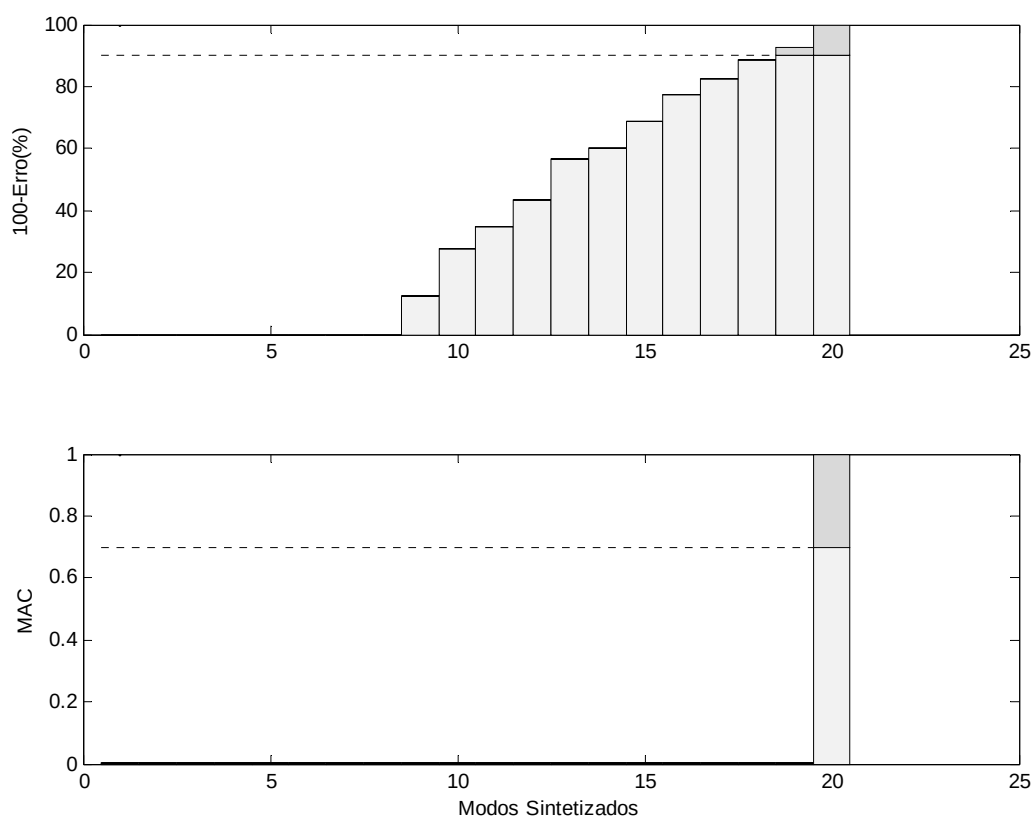


Figura 6.14t – Erro relativo da frequência e índice MAC do 20º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – sem ruído).

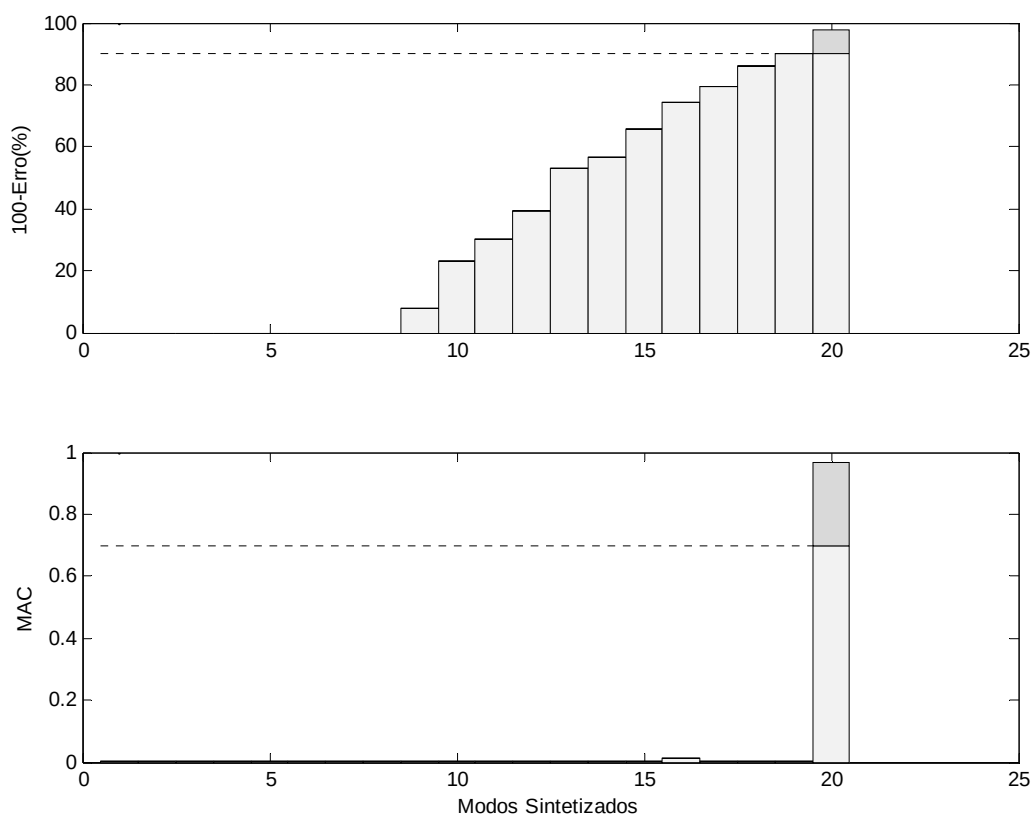


Figura 6.14T – Erro relativo da frequência e índice MAC do 20º modo sintetizado para o modelo discreto com vinte GDL (SMFR – ruído de 5% e uma contagem).

CAPÍTULO VII

Modelagem Experimental

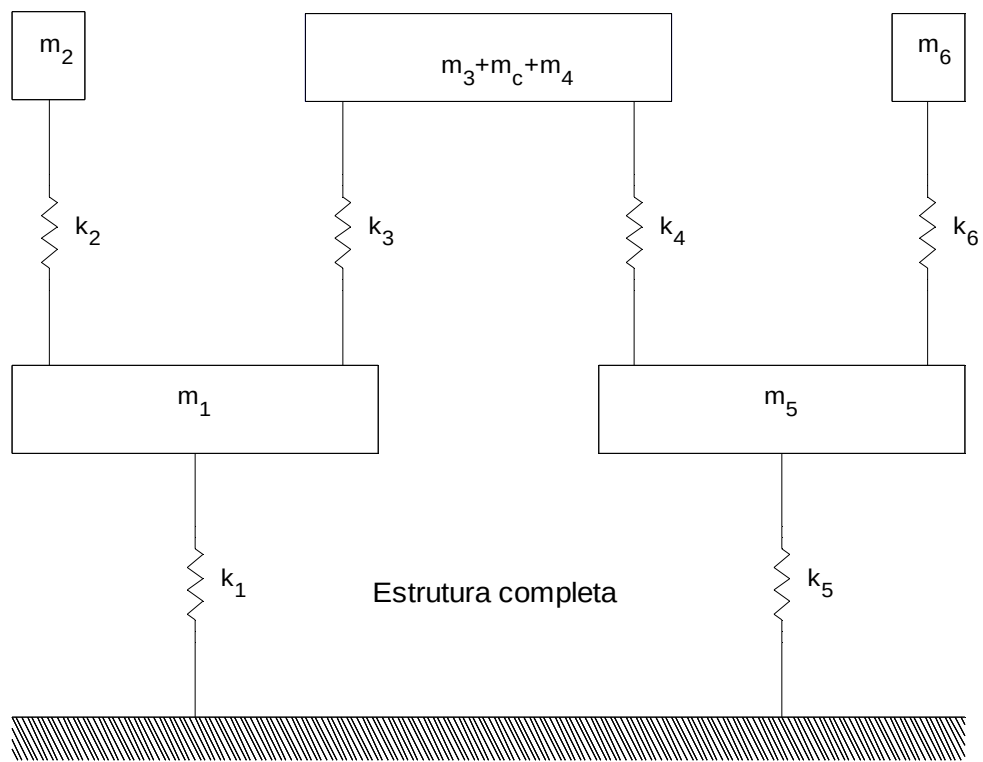
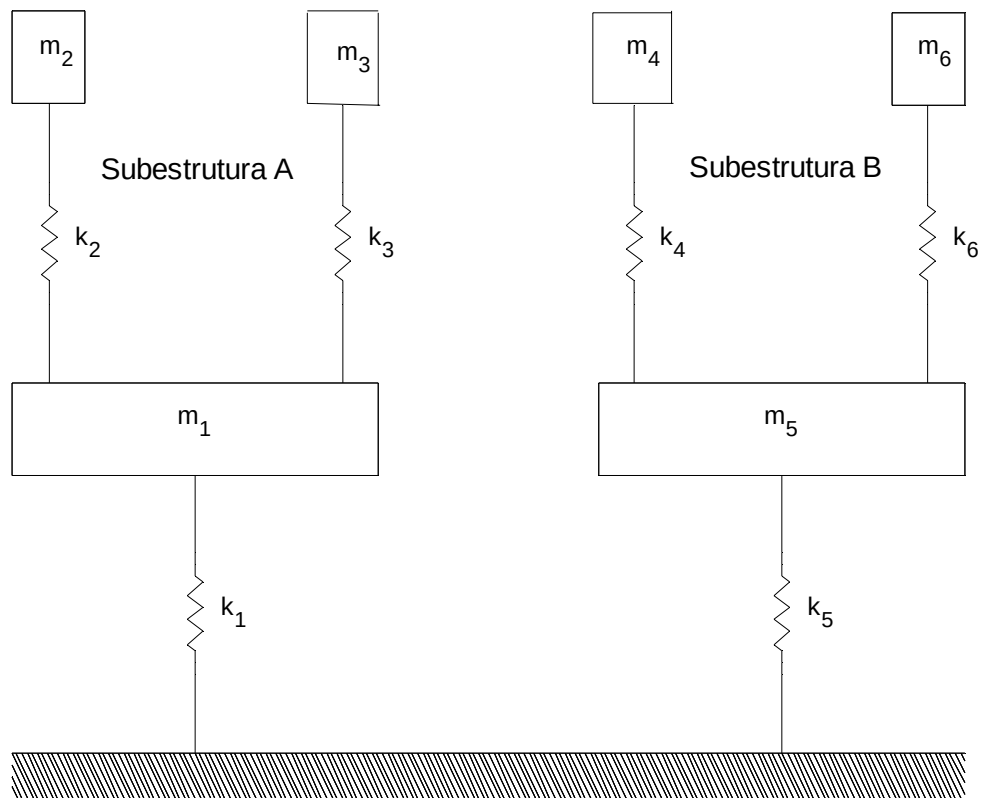
Neste capítulo é apresentado o modelo experimental utilizado para avaliar o método de síntese modal SMFR integrado com o procedimento de normalização via massa modal unitária identificada. Foram aplicadas as técnicas propostas e utilizadas nas simulações numéricas. As matrizes físicas foram estimadas através dos métodos de Chen e ACS a partir das FRFs experimentais obtidas das subestruturas do modelo. A partir dessas matrizes obtiveram-se as bases modais ortonormalizadas das subestruturas usadas no processo de síntese modal experimental. Os modos utilizados na síntese da base modal da estrutura completa foram escolhidos pelos métodos CSME e CSMF.

7.1 Modelo experimental

A estrutura pode ser aproximada a um modelo discreto massa-mola com massas concentradas e foi dividida em duas subestruturas como mostrado nas Fig. 7.01 – 7.03. As dimensões da estrutura podem ser vistas no Anexo III onde são mostrados os desenhos das peças que compõem o modelo experimental.

Cada subestrutura é constituída por três placas de aço paralelas. Duas dessas placas, em um nível superior e independentes entre si, são conectadas à uma terceira placa (inferior) formando uma única subestrutura. As duas subestruturas são conectadas a uma base fixa, Fig. A.01, de forma independente, através da placa inferior. Essas conexões são feitas por lâminas de aço inoxidável, Fig. A.02. Cada conexão é feita por um conjunto de quatro lâminas que são fixadas, por parafusos, às placas através de suportes.

Cada subestrutura possui três graus de liberdade sendo um de interface. A estrutura completa é formada pela união das duas subestruturas independentes definindo um total de cinco graus de liberdade, conforme mostrado na Fig. 7.01. A união é feita através da peça de conexão mostrada na Fig. A.05, como indicado na Fig. 7.04. A estrutura completa é fixada a um sistema inercial por parafusos através da base fixa, como mostrado na Fig. 7.05.



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 3,352 \quad m_2 = 1,516 \quad m_3 = 1,524 \quad m_4 = 1,490 \quad m_5 = 3,232 \quad m_6 = 1,494 \quad m_c = 0,072 \text{ (Kg)} \\
 k_1 &= 79570,07 \quad k_2 = 113326,55 \quad k_3 = 56070,00 \quad k_4 = 59730,00 \quad k_5 = 80800,53 \quad k_6 = 99667,66 \text{ (N/m)} \\
 l_1 &= 0,040 \quad l_2 = 0,035 \quad l_3 = 0,050 \quad l_4 = 0,050 \quad l_5 = 0,040 \quad l_6 = 0,040 \text{ (m)}
 \end{aligned}$$

Figura 7.01 – Esquema do modelo experimental analisado.

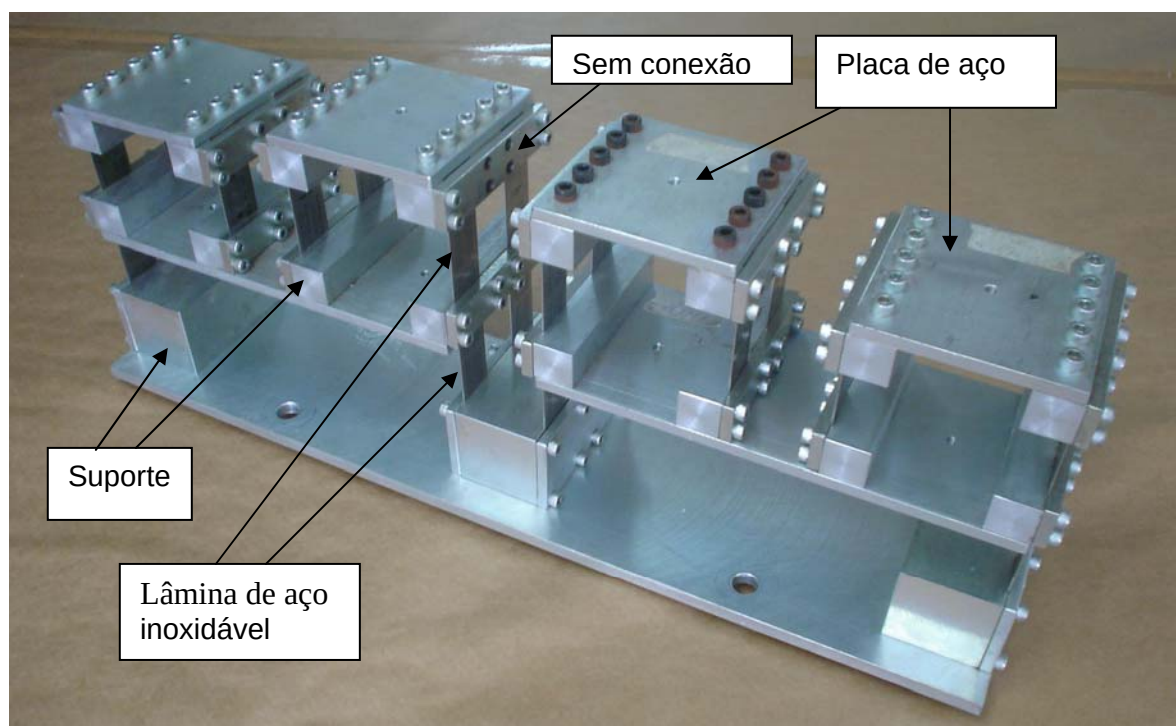


Figura 7.02 – As duas subestruturas, desconectadas, do modelo experimental.

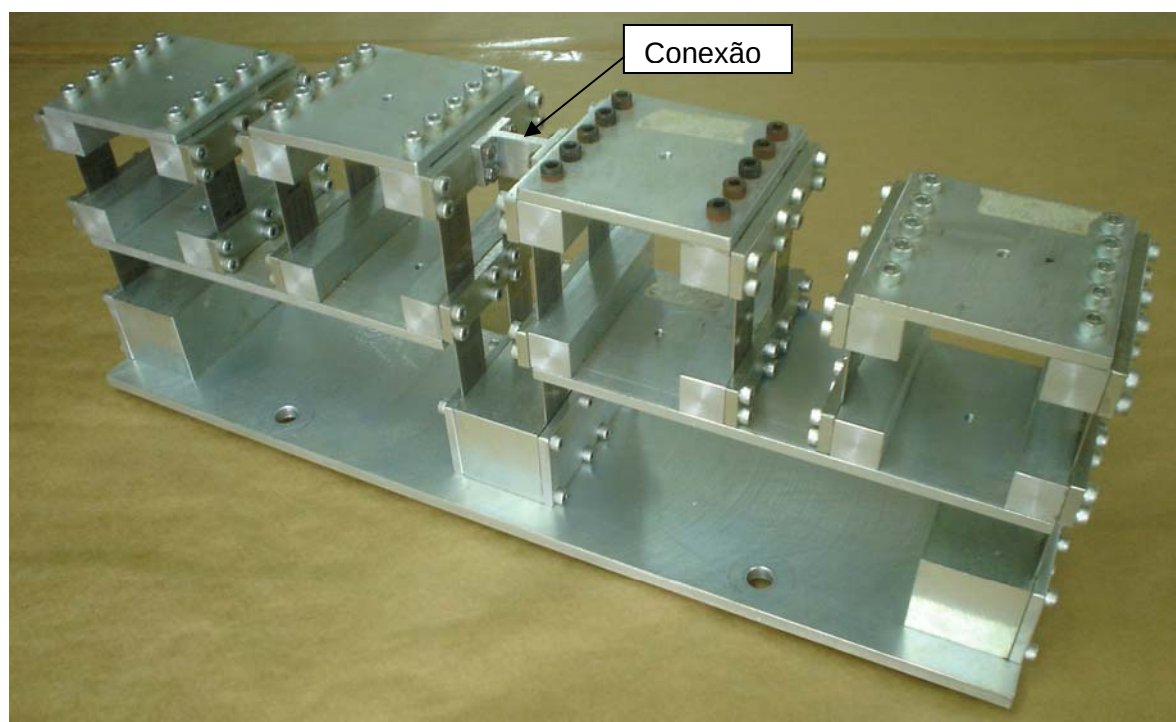


Figura 7.03 – As duas subestruturas, conectadas, do modelo experimental.

As massas das placas da subestrutura A, somadas as respectivas massas de todos os suportes e placas de fixação das lâminas, podem ser aproximadas pelas massas concentradas m_1 , m_2 e m_3 . Os coeficientes de rigidez k_1 , k_2 e k_3 , são constituídos pela combinação da rigidez das 4 lâminas que fazem as respectivas conexões. Essas lâminas

são ajustáveis de tal forma que permite alterar o comprimento das lâminas e conseqüentemente a rigidez da estrutura. Para a subestrutura B as massas concentradas são m_4 , m_5 e m_6 , e os coeficientes de rigidez são k_4 , k_5 e k_6 como pode ser visto na Fig. 7.04.

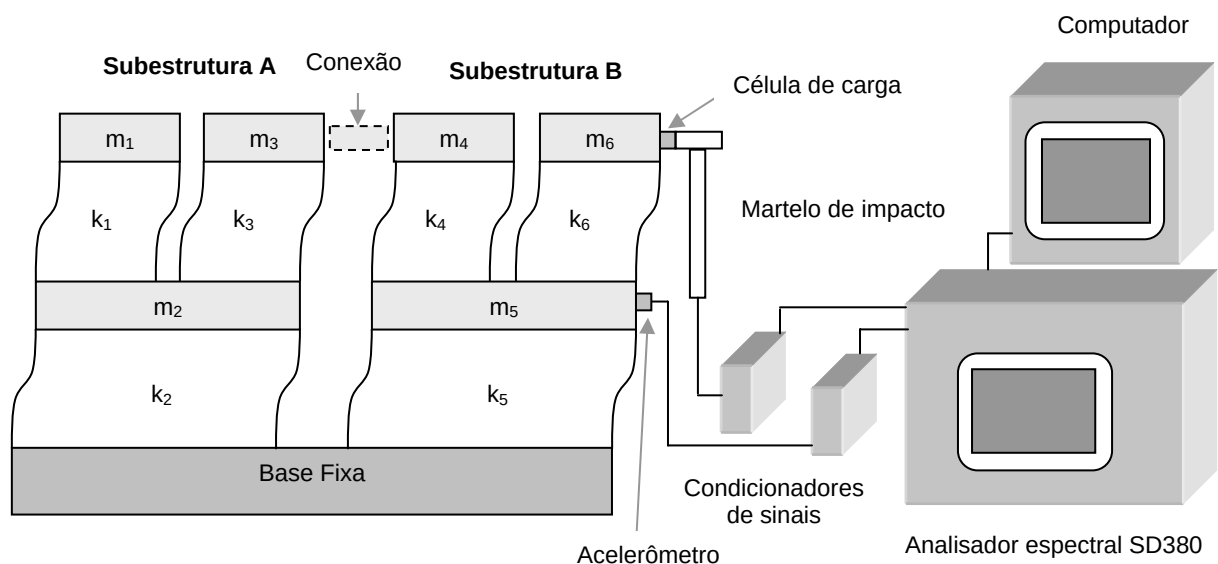


Figura 7.04 – Esquema do aparato experimental utilizado nas medidas das FRFs.



Figura 7.05 – Instrumentação e estrutura fixada à mesa inercial.

A conexão entre os graus de liberdade de interface fixa a placa correspondente a massa m_3 à placa correspondente à massa m_4 . Assim a massa do grau de liberdade de interface da estrutura completa é composta pela soma das massas de m_3 e m_4 com a massa da peça de conexão m_c .

Considerando as lâminas paralelas entre si, e estas perpendiculares às placas, a rigidez de cada lamina é dada por Ebh^3/l^3 onde E é o módulo de elasticidade, b é a largura, h é a espessura e l é o comprimento das lâminas. Essa rigidez altera conforme ajuste na montagem da estrutura. No caso do modelo analisado o valor obtido foi maior que a rigidez teórica.

Na Fig. 7.01 são mostrados os valores das massas, rigidez e o comprimento das lâminas. A largura das lâminas pode ser vista na Fig. A.02. As massas foram pesadas em balança eletrônica e a rigidez foi calculada pela formula acima e ajustada conforme os resultados experimentais. Os comprimentos das lâminas foram medidos com paquímetro.

Neste sistema cada placa foi excitada independentemente por uma força tipo impulso utilizando um martelo de impacto com uma célula de carga e as respostas foram captadas através de um acelerômetro acoplado às placas (SISO). Os sinais foram condicionados e enviados a um analisador de sinais SD380. No SD380 os sinais são convertidos em FRFs que são transferidas para um computador. Cada FRF transferida é resultante da média de dez FRFs obtidas por excitação em um mesmo grau de liberdade. Este procedimento se repete para todas as subestruturas e para a estrutura completa.

Para os métodos de Chen e ACS são necessárias $n(n+1)/2$ FRFs onde n é o número de graus de liberdade da estrutura analisada. Neste caso as medidas são realizadas com o acelerômetro posicionado em todos os graus de liberdade, do primeiro ao n -ésimo. Para cada posição i do acelerômetro são coletadas as FRFs correspondentes às excitações em todos os graus de liberdades que variam de i a n . As FRFs extraídas compõem uma matriz triangular que pode ser completada por simetria.

O método iterativo necessita de uma única linha desta matriz. Para obtê-la posiciona-se o acelerômetro no primeiro grau de liberdade e extrai as FRFs correspondentes às excitações em todos os graus de liberdade, inclusive no primeiro.

As Fig. 7.04 e 7.05 apresentam o esquema do aparato experimental e a instrumentação utilizada na análise dinâmica, respectivamente.

Foram realizados três grupos distintos de medidas. Dois eles são as FRFs experimentais obtidos em cada uma das duas subestruturas independentes. O outro grupo de medidas são as FRF experimentais extraídas da estrutura completa, ou seja, do conjunto

das duas subestruturas conectadas.

7.2 Resultados

A partir dos dados experimentais medidos são estimadas as matrizes físicas das duas subestruturas e da estrutura completa, de onde se obtém as respectivas bases modais, conforme a metodologia proposta.

A estimativa das matrizes físicas foram realizadas em duas etapas. Primeiro foram obtidas as bases modais a partir das FRFs experimentais pelo método iterativo, apresentado no capítulo V, seção 5.5. Depois, dessas bases modais, obtiveram-se as FRFs a partir das quais foram estimadas as matrizes de massa, rigidez e de amortecimento mostradas nas tabelas 7.01 – 7.03 juntamente com as matrizes simuladas. As matrizes simuladas são obtidas do modelo simulado mostrado na Fig. 7.01

Com essas matrizes determinaram-se as bases modais ortogonais das duas subestruturas e da estrutura completa. As bases modais das subestruturas são utilizadas no processo de síntese modal enquanto que as bases modais estimadas da estrutura completa, obtidas de forma direta, servem para avaliar os resultados obtidos pela síntese, ou seja, as bases modais sintetizadas. As bases modais obtidas de forma direta tem origem nas FRFs experimentais medidas da estrutura completa enquanto que as bases modais sintetizadas tem origem nas FRFs experimentais medidas das subestruturas.

Uma maneira de avaliar os resultados da síntese modal é através da comparação numérica. Neste caso as bases modais sintetizadas são comparadas com as bases modais da estrutura completa obtidas de forma direta. São comparadas as frequências e a forma dos modos. Em relação às frequências são calculados os erros relativos. Os modos são avaliados conforme o índice MAC. Segundo ARAÚJO (1998), o resultado é aceitável para valores de índice MAC maior do que 0,7 e erro relativo das frequências da ordem de 10%.

Outra maneira de avaliar os resultados é a comparação com as FRFs experimentais da estrutura completa através da inspeção visual. Para isso são calculadas as FRFs da estrutura sintetizada e aquelas obtidas através dos dados experimentais.

Inicialmente são apresentadas as FRFs experimentais em comparação com as FRFs estimadas das duas subestruturas e da estrutura completa nas Fig. 7.06 – 7.08. Juntamente, são apresentadas as FRFs teóricas referentes ao modelo simulado.

As FRFs estimadas são aquelas provenientes das bases modais ortogonais obtidas das matrizes físicas simétricas estimadas através das FRFs experimentais; as FRFs simuladas são obtidas das matrizes físicas simuladas mostradas nas Tab. 7.01 – 7.03.

Tabela 7.01 – Matrizes físicas da subestrutura A.

Matrizes simuladas			Matrizes identificadas		
Massa			Massa		
3,3520	0	0	1,3419	-0,0360	0,0200
0	1,5160	0	-0,0360	0,7352	-0,0627
0	0	1,5240	0,0200	-0,0627	1,1350
Rigidez			Rigidez		
248967	-113327	-56070	103491	-49750	-32394
-113327	113327	0	-49750	53466	-928
-56070	0	56070	-32394	-928	42909
Amortecimento			Amortecimento		
0	0	0	1,9981	-0,7521	-0,6679
0	0	0	-0,7521	1,1732	-0,2656
0	0	0	-0,6679	-0,2656	1,2689

Tabela 7.02 – Matrizes físicas da subestrutura B.

Matrizes simuladas			Matrizes identificadas		
Massa			Massa		
1,4900	0	0	0,9524	-0,0264	-0,0250
0	3,2320	0	-0,0264	1,0140	0,0048
0	0	1,4940	-0,0250	0,0048	1,0404
Rigidez			Rigidez		
59430	-59430	0	38896	26180	-1516
-59430	239898	-99668	26180	77564	45536
0	-99668	99668	-1516	45536	64627
Amortecimento			Amortecimento		
0	0	0	1,3579	0,2833	-0,0628
0	0	0	0,2833	1,8361	0,5243
0	0	0	-0,0628	0,5243	1,7288

Tabela 7.03 – Matrizes físicas da estrutura completa.

Matrizes simuladas					Matrizes identificadas				
Massa					Massa				
3,3520	0	0	0	0	1,0908	0,0057	-0,0219	0,0001	-0,0911
0	1,5160	0	0	0	0,0057	0,6020	-0,0099	0,1587	-0,0097
0	0	3,0860	0	0	-0,0219	-0,0099	1,6400	-0,2584	-0,0979
0	0	0	3,2320	0	0,0001	0,1587	-0,2584	1,2522	0,2539
0	0	0	0	1,4940	-0,0911	-0,0097	-0,0979	0,2539	1,2647
Rigidez					Rigidez				
248967	-113327	-56070	0	0	81264	-39086	-26573	-3897	-6239
-113327	113327	0	0	0	-39086	42484	3070	12211	7449
-56070	0	115500	-59430	0	-26573	3071	59187	9651	-8827
0	0	-59430	239898	-99668	-3897	12211	9652	102166	75142
0	0	0	-99668	99668	-6239	7449	-8827	75142	99049
Amortecimento					Amortecimento				
0	0	0	0	0	1,8641	-0,7308	-0,3863	0,7365	0,5655
0	0	0	0	0	-0,7308	0,9203	0,0913	-0,2207	-0,3855
0	0	0	0	0	-0,3863	0,0913	1,2295	-0,0832	-0,1749
0	0	0	0	0	0,7365	-0,2207	-0,0832	3,0951	2,2799
0	0	0	0	0	0,5655	-0,3855	-0,1749	2,2799	2,9011

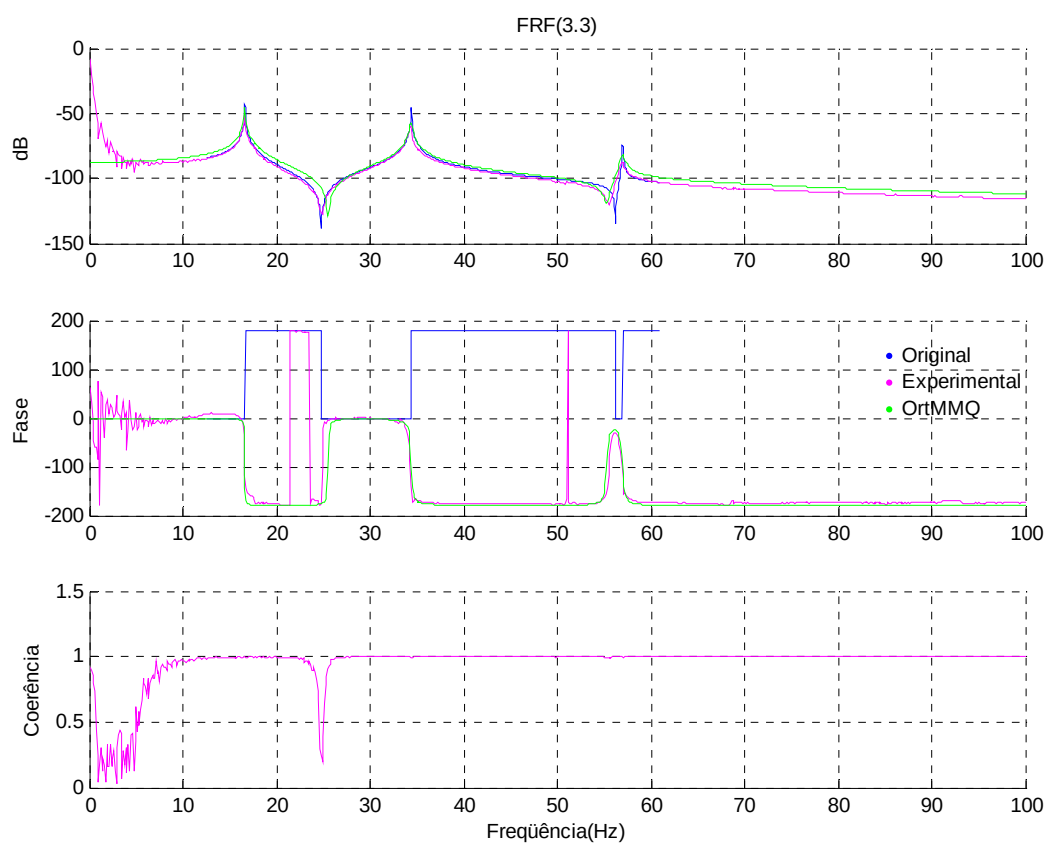


Figura 7.06 – FRF experimental e dos modos ortogonalizados da subestrutura A.

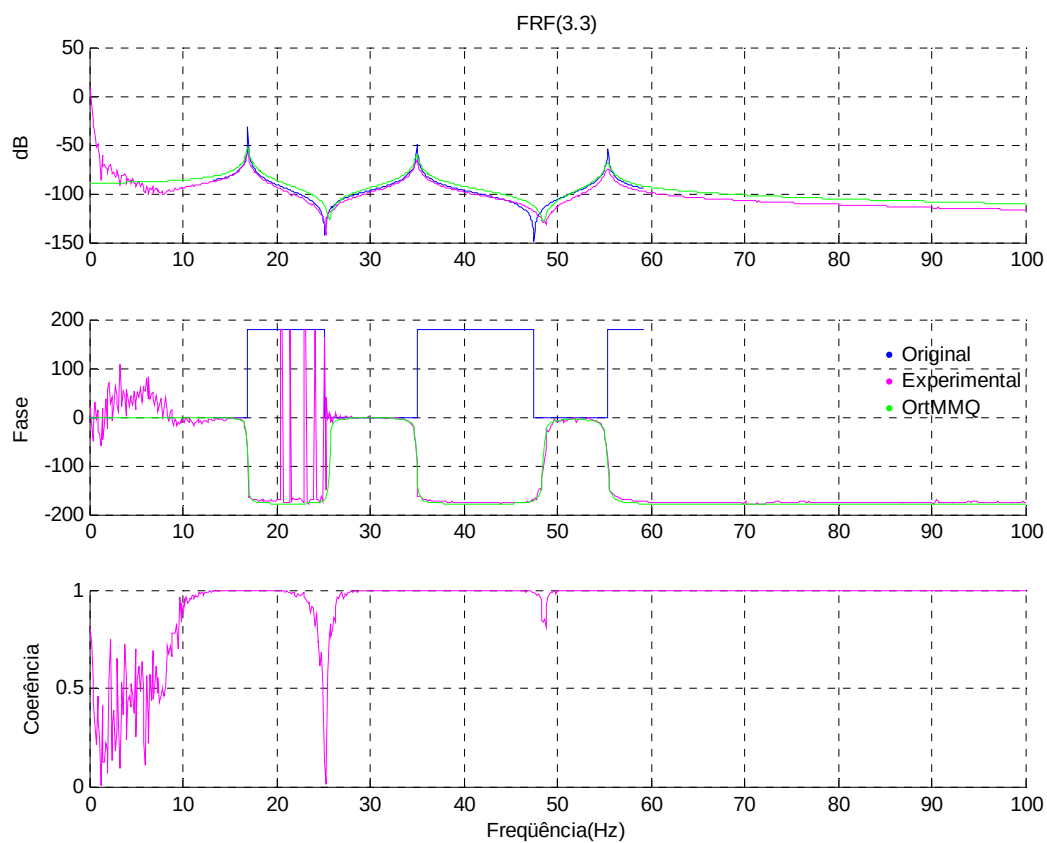


Figura 7.07 – FRF experimental e dos modos ortogonalizados da subestrutura B.

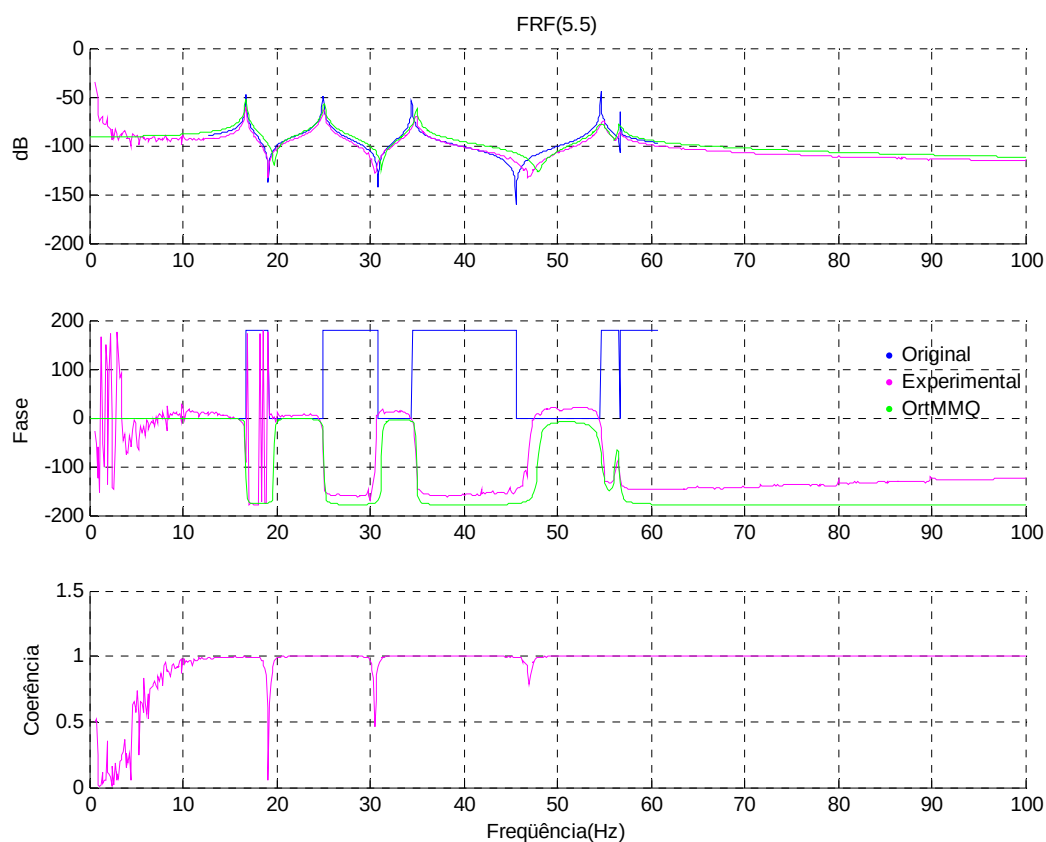


Figura 7.08 – FRF experimental e dos modos ortogonalizados da estrutura completa.

A seguir foram avaliados os métodos de síntese modal MMD e SMFR. Os resultados são apresentados em forma de tabelas e gráficos. As tabelas dão informações sobre a precisão dos parâmetros identificados através do erro relativo das frequências e o índice MAC. Apresentam, também, as frequências das subestruturas e da estrutura completa assim como as frequências sintetizadas. Os gráficos são referentes a escolha automática dos modos, às FRFs, aos modos e ao erro relativo e índice MAC.

Quanto a escolha automática dos modos os gráficos mostram a classificação e a representação gráfica do erro relativo e do índice MAC associados. Os gráficos das FRFs experimentais e sintetizadas, bem como dos modos estimados e sintetizados permitem uma avaliação qualitativa dos resultados. E os gráficos do erro relativo e do índice MAC mostra a comparação de cada um dos modos sintetizados com cada modo estimado. Através destes gráficos determinam-se quais modos estimados que estão associados àqueles sintetizados. As tabelas mostram os valores numéricos do erro relativo e do índice MAC correspondentes aos modos associados.

7.2.1 Método MMD

Por este método são sintetizados todos os modos da estrutura completa e são utilizados todos os modos das duas subestruturas.

A Tab. 7.04 mostra as frequências sintetizadas juntamente com seus erros relativos e o índice MAC. Esses valores indicam boa precisão na identificação dos parâmetros dinâmicos. O erro relativo máximo foi inferior a 2% no terceiro modo. Quanto ao índice MAC o valor mínimo foi de 0,86 no quarto modo. As frequências estimadas das subestruturas e da estrutura completa também são mostradas na Tab. 7.04. No caso da estrutura completa servem para comparar com as frequências sintetizadas. Já no caso das frequências das subestruturas são para indicar quais foram utilizadas

A Fig. 7.09 apresenta uma visualização gráfica da relação entre as FRFs experimentais e sintetizadas e a Fig. 7.10 mostra os modos estimados e sintetizados. A Fig. 7.11 mostra uma representação gráfica do erro relativo e do índice MAC. Em todos os casos os resultados sintetizados mostram conformidade com os valores originais. A Fig. 7.09 indica que tanto nos gráficos das FRFs como nos gráficos das fases os resultados sintetizados estão em conformidade com os valores experimentais. Nos gráficos dos modos, Fig. 7.10, observa-se que apenas o quarto modo sintetizado sofreu um leve desvio do respectivo modo estimado. Nota-se que nos três primeiros graus de liberdade a amplitude do modo sintetizado é menor que no modo estimado enquanto que nos dois últimos graus de liberdade nota-se o contrário, ou seja, a amplitude do modo sintetizado é maior que no modo estimado. Essa leve distorção pode ser notada, quantitativamente, no valor do índice MAC do quarto modo na Tab. 7.04 e qualitativamente no gráfico do índice MAC na Fig. 7.11d. Similarmente, os erros relativos do terceiro e quarto modos podem ser notados e tanto na Tab. 7.04 como nas Fig. 7.11c e 7.11d.

Tabela 7.04 – Erro relativo das frequências e índice MAC referente à síntese do modelo experimental (MMD).

Modo	Sub A (Hz)	Sub B (Hz)	Estimada (Hz)	Sintetizada (Hz)	Erro Relativo(%)	MAC
1	16,3818	16,9166	16,7218	16,6596	0,3722	0,9888
2	33,7929	34,9703	25,0740	25,0795	0,0223	0,9915
3	56,8111	55,3718	34,9648	34,3135	1,8627	0,9940
4			54,7294	54,1329	1,0899	0,8617
5			56,6432	56,4479	0,3448	0,9976

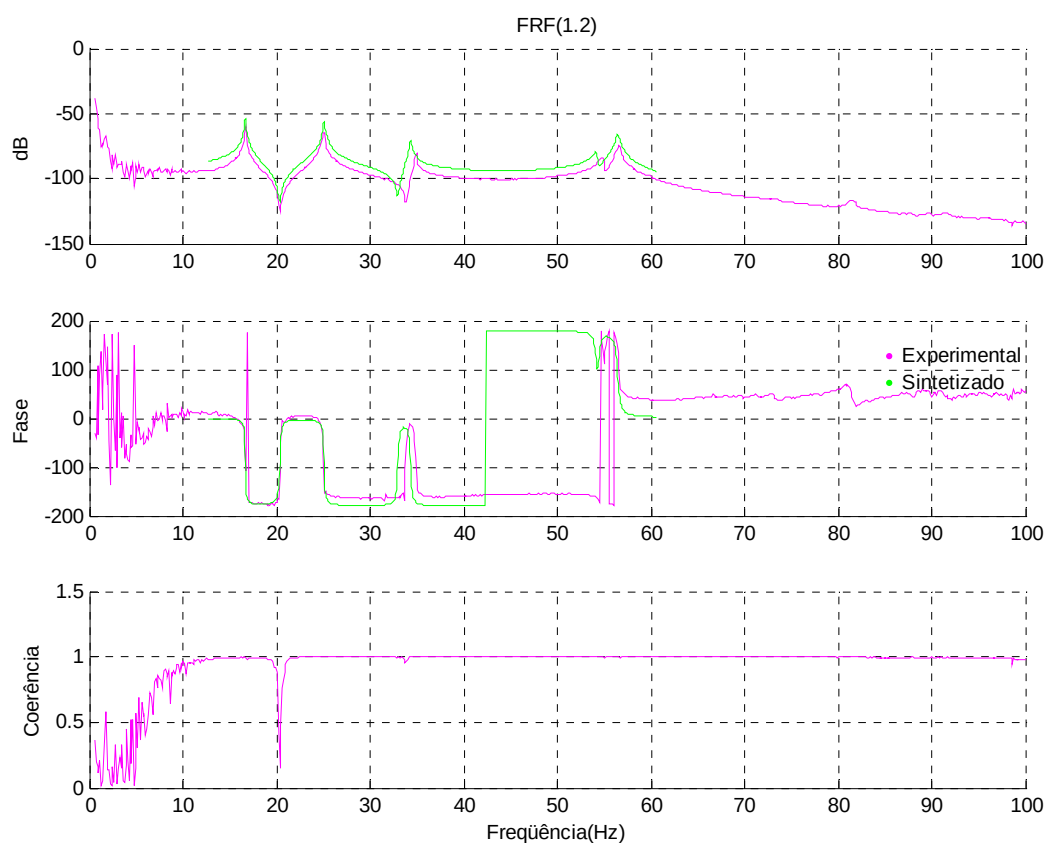


Figura 7.09 – FRFs do modelo experimental e sintetizado – MMD.

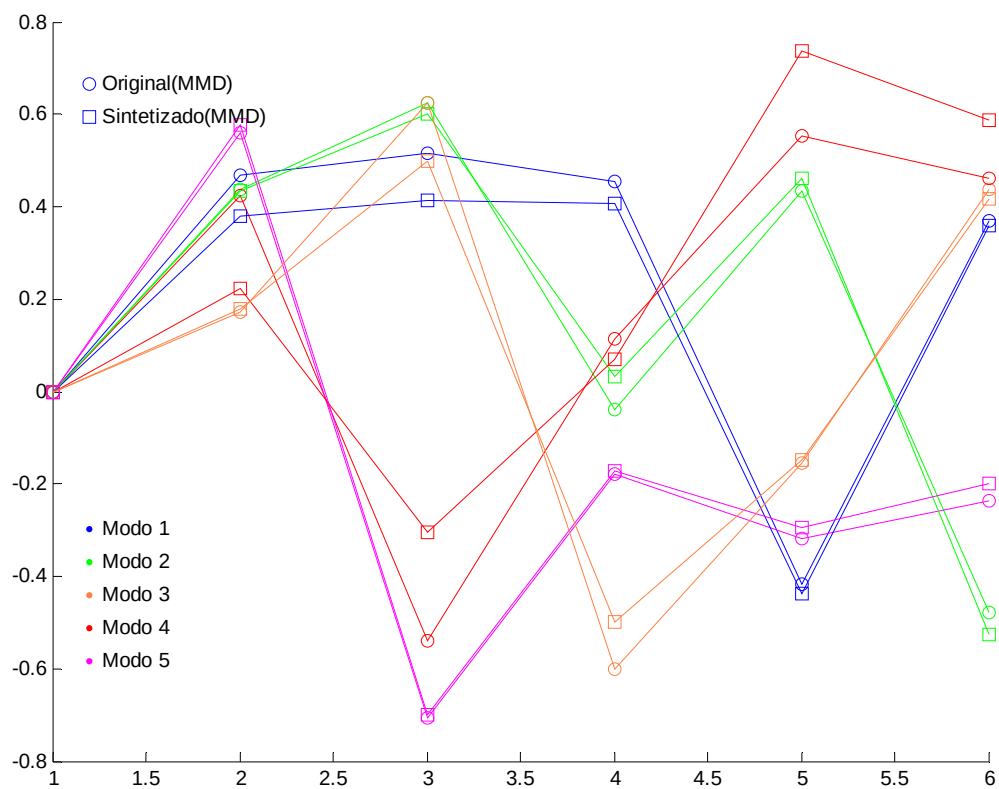


Figura 7.10 – Modos do modelo experimental e sintetizado – MMD.

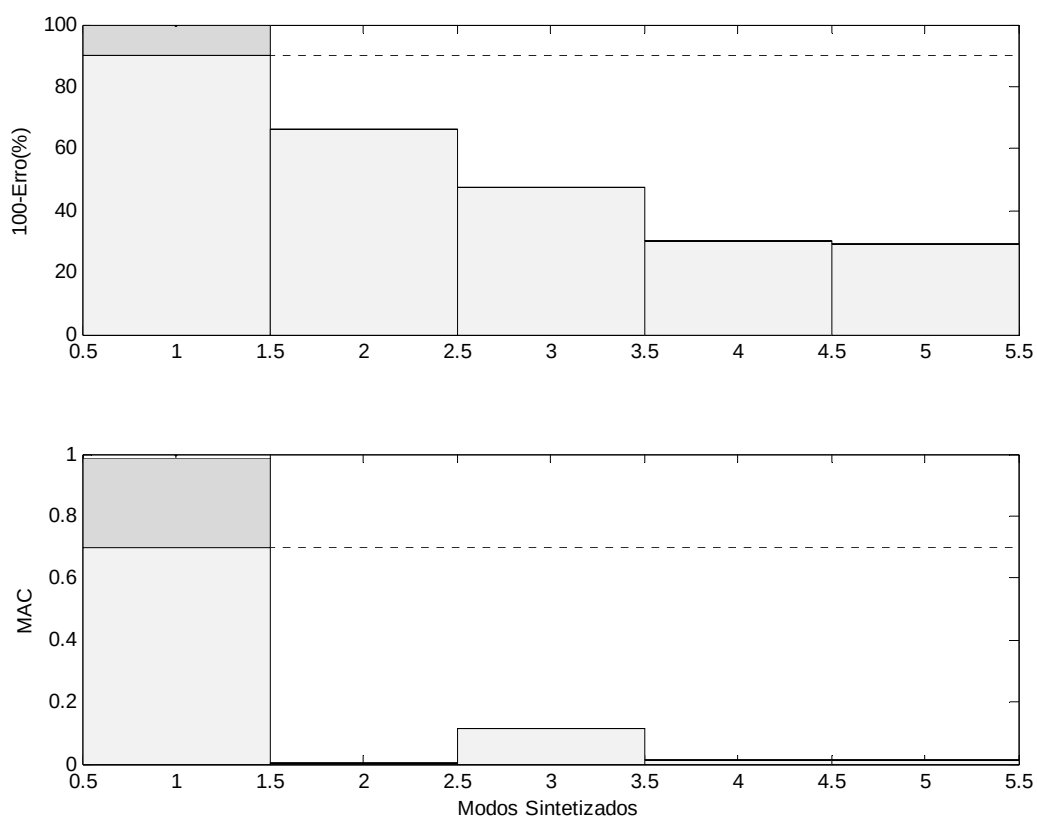


Figura 7.11a – Erro relativo da frequência e índice MAC do primeiro modo sintetizado – MMD.

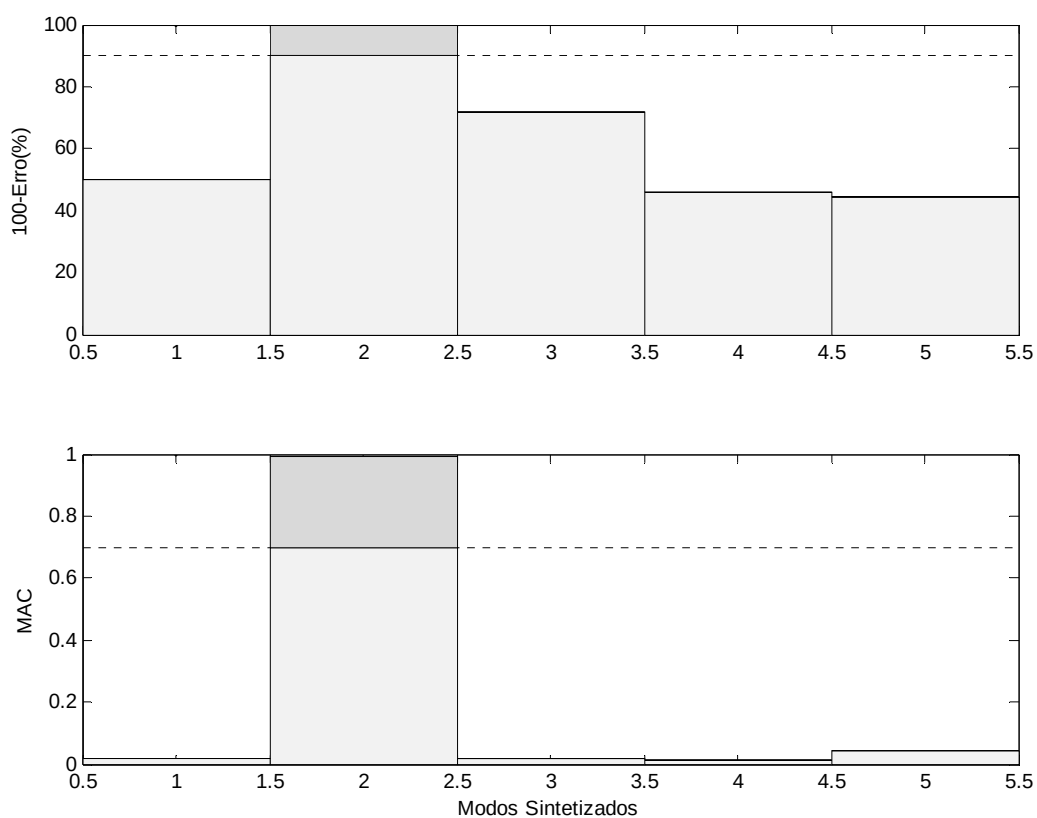


Figura 7.11b – Erro relativo da frequência e índice MAC do segundo modo sintetizado – MMD.

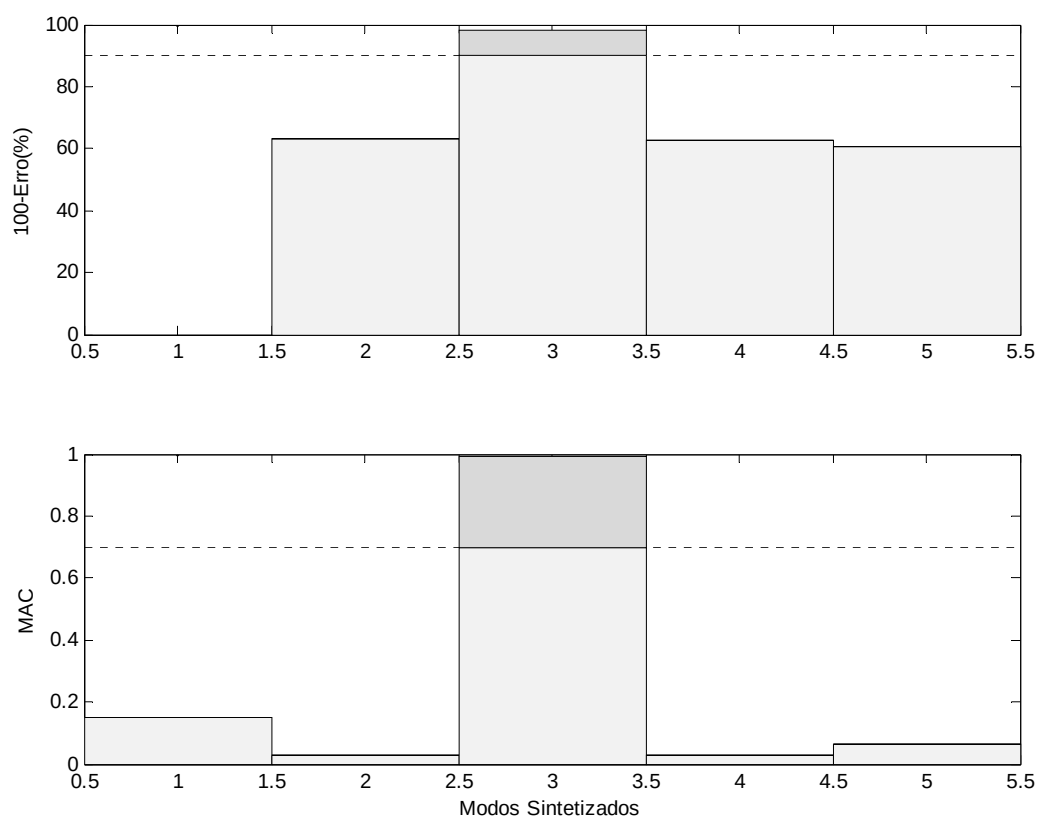


Figura 7.11c – Erro relativo da frequência e índice MAC do terceiro modo sintetizado – MMD.

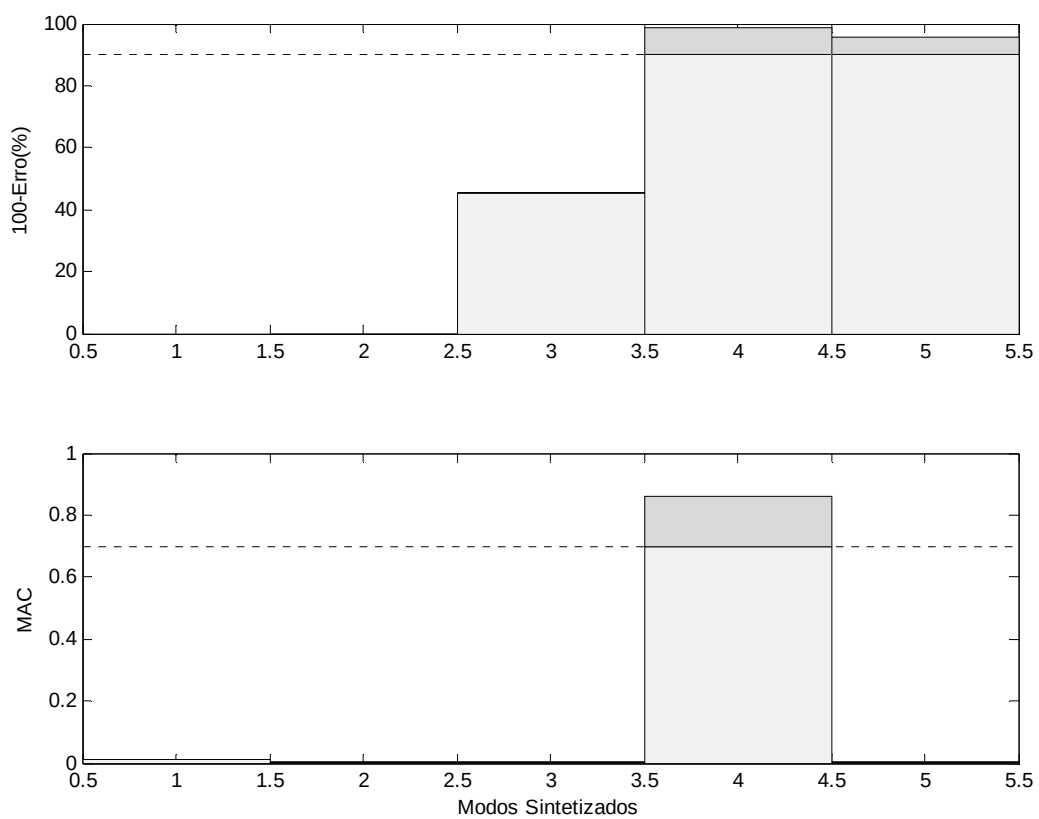


Figura 7.11d – Erro relativo da frequência e índice MAC do quarto modo sintetizado – MMD.

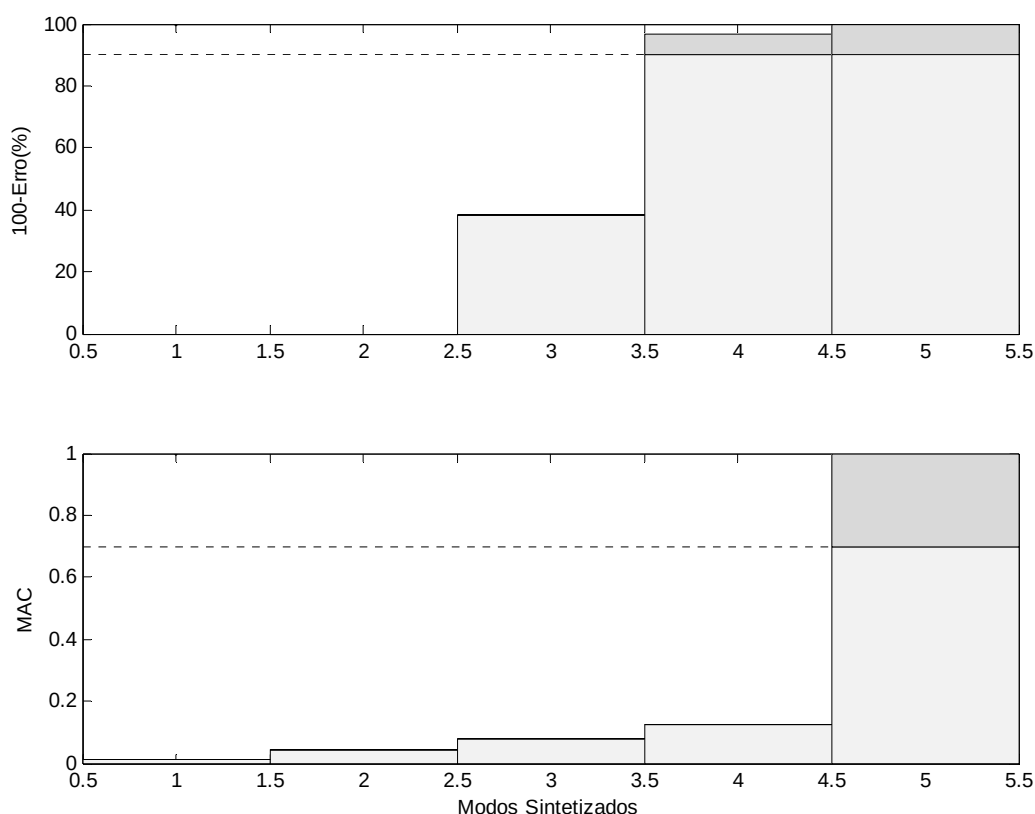


Figura 7.11e – Erro relativo da frequência e índice MAC do quinto modo sintetizado – MMD.

7.2.2 Método SMFR

As bases modais normalizadas de cada subestrutura foram obtidas utilizando as matrizes físicas M , C e K estimadas considerando três modos para cada subestrutura e cinco modos para a estrutura completa. O modelo possui uma coordenada de interface entre as duas subestruturas. Logo, tem-se um modo de flexibilidade residual para compor o superconjunto modal de flexibilidade residual e dois modos flexíveis para cada subestrutura.

Foram realizados testes com todas as variações possíveis do número de modos mantidos. O número máximo são dois modos mantidos para cada subestrutura com um total de quatro modos sintetizados na estrutura completa. O número mínimo é um modo mantido em cada subestrutura com um total de dois modos sintetizados. Foi realizado, ainda, um teste com dois modos mantidos em uma subestrutura e um modo na outra subestrutura somando três modos sintetizados na estrutura completa.

a) Quatro modos mantidos

Foram utilizados dois modos mantidos e um não mantido para cada subestrutura, resultando em quatro modos sintetizados para a estrutura completa.

No método SMFR a qualidade dos resultados depende dos modos mantidos utilizados. Essa escolha foi determinada pelo método CSMF avaliado no capítulo III. Neste caso o conjunto de modos mantidos foi classificado de acordo com o maior índice MAC e

um dos menores erros relativos na frequência, como mostrado na Fig. 7.12. Os modos de cada subestrutura escolhidos são aqueles cujas frequências não estão marcadas em negrito, na Tab. 7.05. Neste caso foram escolhidos os dois primeiros modos em cada uma das subestruturas.

A Tab. 7.05 mostra, também, as frequências sintetizadas e os respectivos erros relativos e índice MAC. Os erros relativos ficaram abaixo de 1% exceto um que atingiu 1,8% e todos os índices MAC ficaram próximo da unidade.

A Fig. 7.13 compara as FRFs experimentais e sintetizadas e a Fig. 7.14 mostra os modos estimados e sintetizados. A Fig. 7.15 é a representação gráfica do erro relativo e do índice MAC da Tab. 7.05. Os índices de qualidade contidos na Tab. 7.05 e os gráficos das Fig. 7.13 – 7.15 indicam boa precisão nos resultados da síntese.

Tabela 7.05 – Erro relativo das frequências e índice MAC referente à síntese do modelo experimental pelo método SMFR com dois modos mantidos em cada subestrutura.

Modo	Sub A (Hz)	Sub B (Hz)	Estimada (Hz)	Sintetizada (Hz)	Erro Relativo(%)	MAC
1	16,3818	16,9166	16,7218	16,6597	0,3705	0,9895
2	33,7929	34,9703	25,0740	25,0736	0,0015	0,9917
3	56,8111	55,3718	34,9648	34,3131	1,8626	0,9945
4			54,7294	54,3311	0,7341	0,9828
5			56,6432	-----	-----	-----

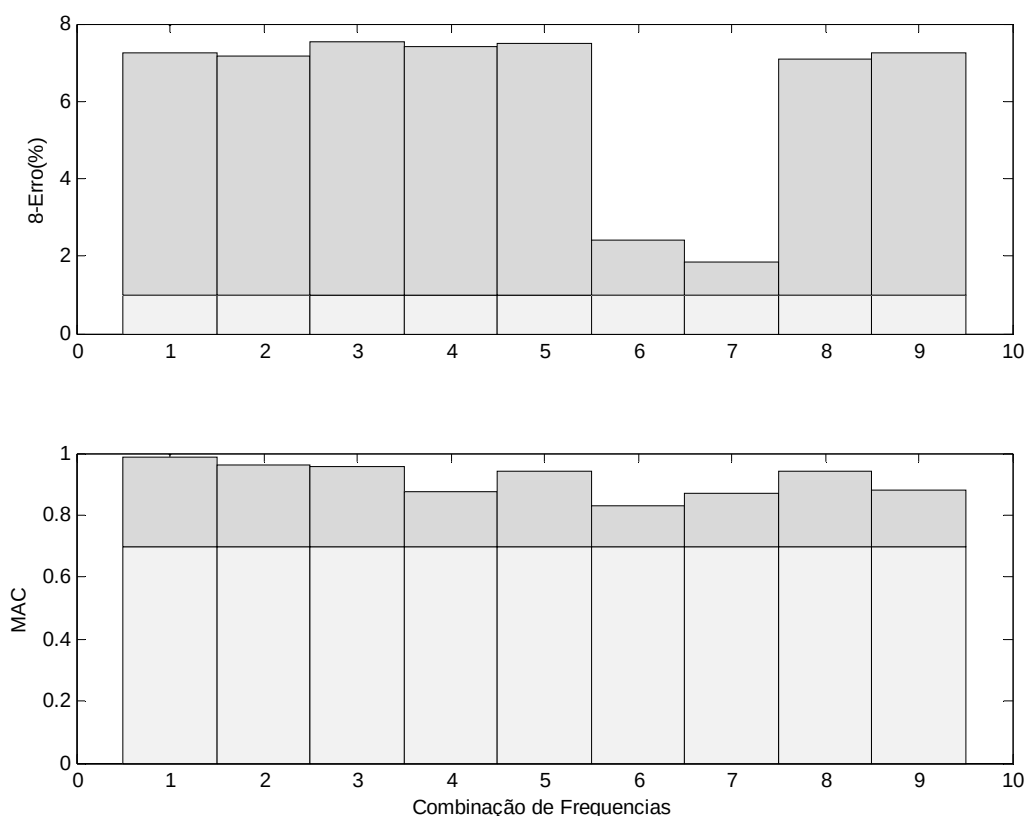


Figura 7.12 – Escolha automática dos modos (CSMF – total de quatro modos mantidos).

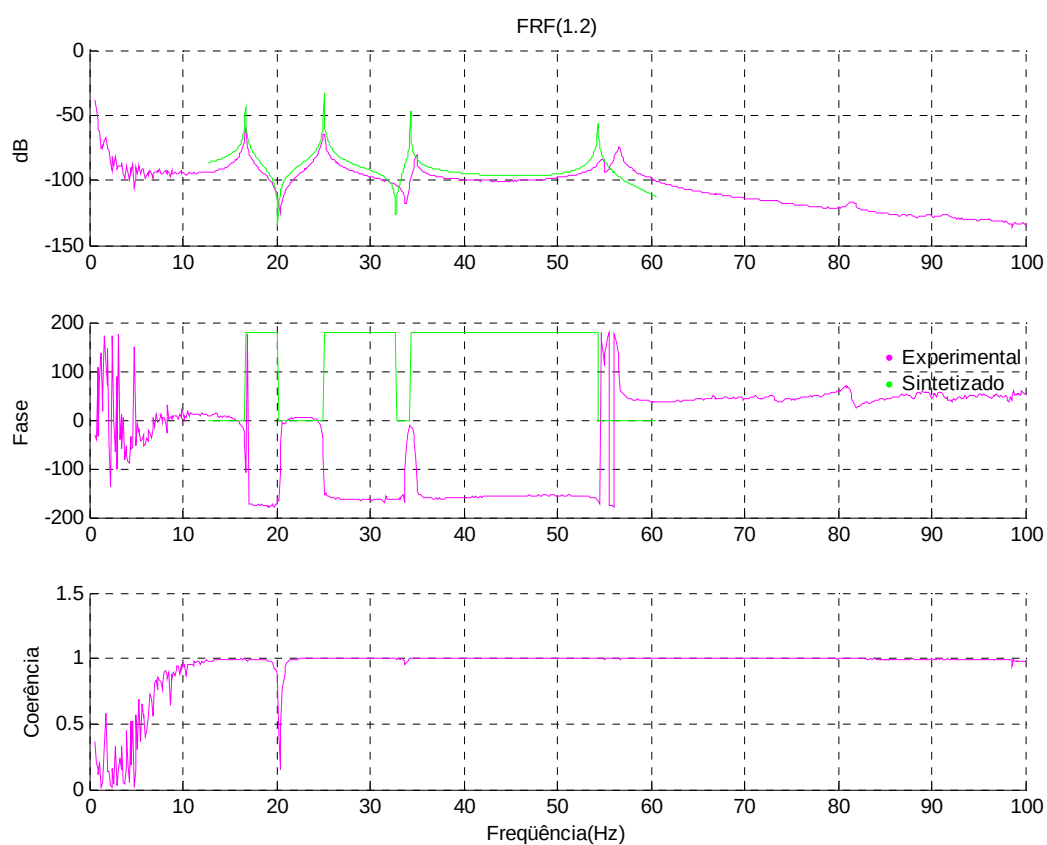


Figura 7.13 – FRFs do modelo experimental e sintetizado (SMFR-quatro modos sintetizados).

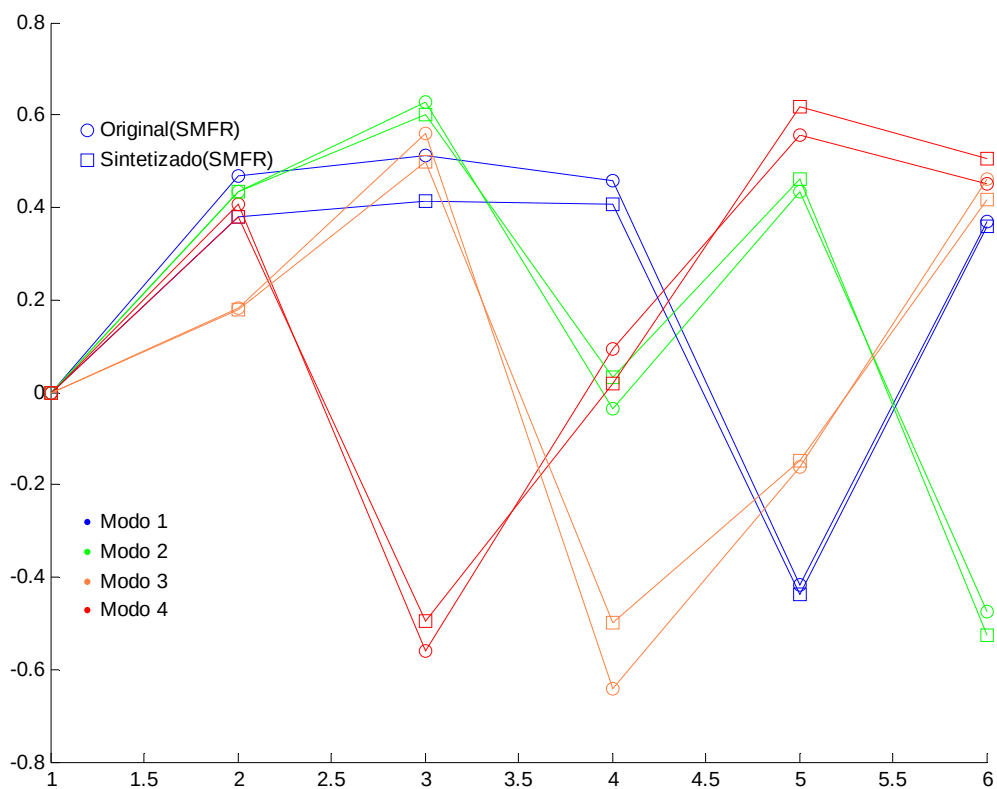


Figura 7.14 – Modos do modelo experimental e sintetizado (SMFR-quatro modos sintetizados).

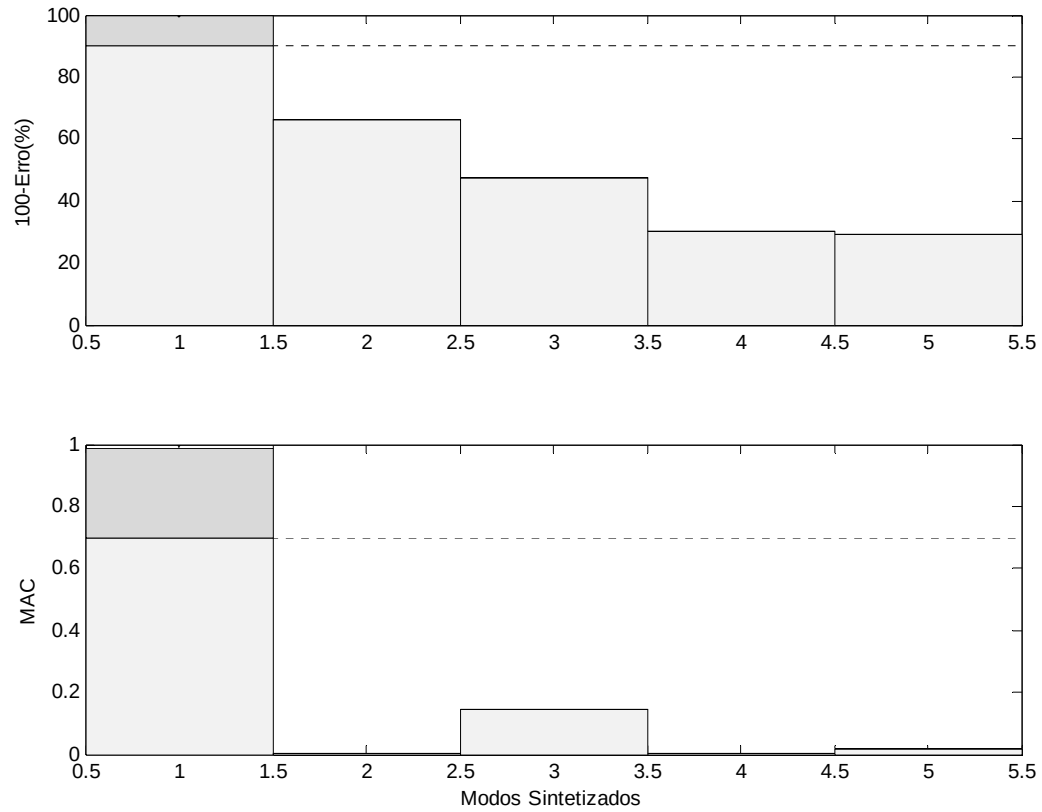


Figura 7.15a – Erro relativo da frequência e índice MAC do primeiro modo sintetizado – SMFR.

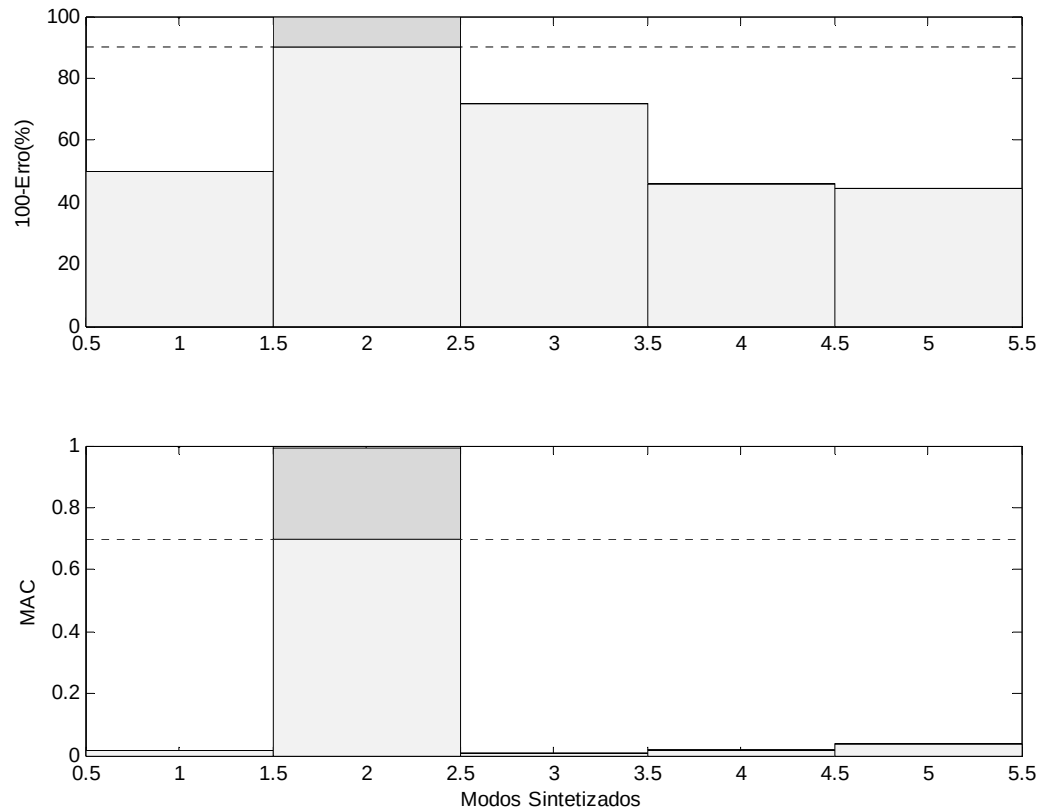


Figura 7.15b – Erro relativo da frequência e índice MAC do segundo modo sintetizado – SMFR.

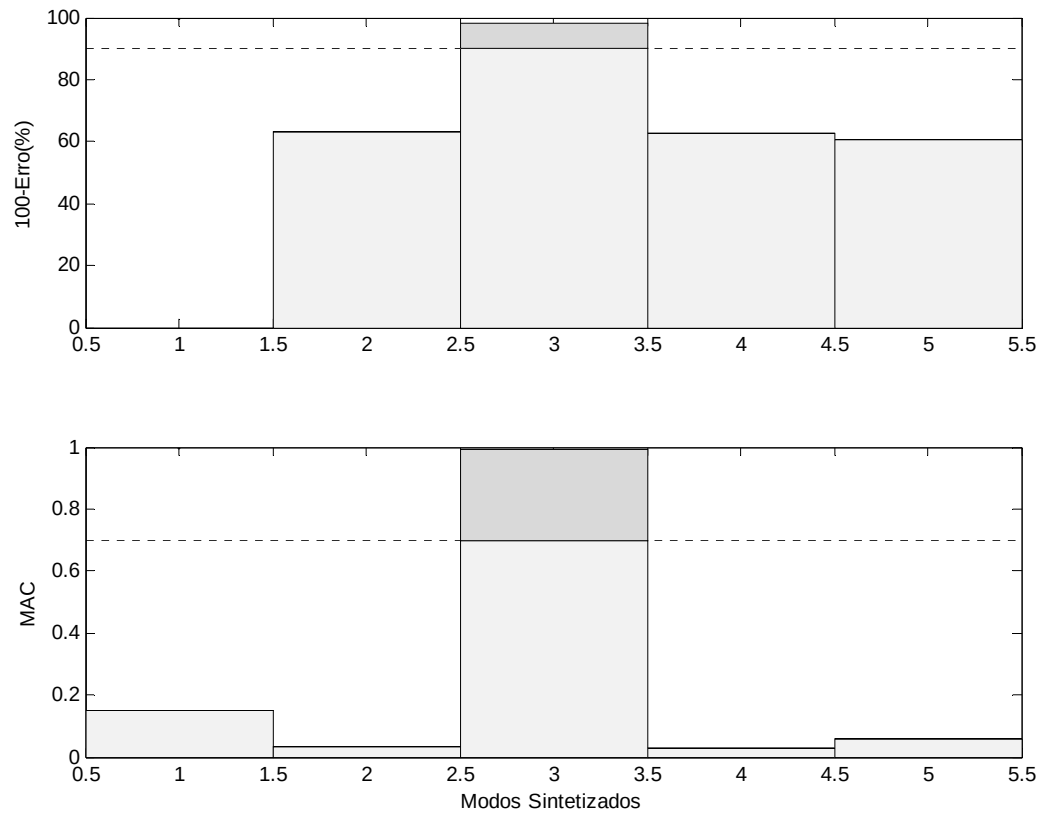


Figura 7.15c – Erro relativo da frequência e índice MAC do terceiro modo sintetizado – SMFR.

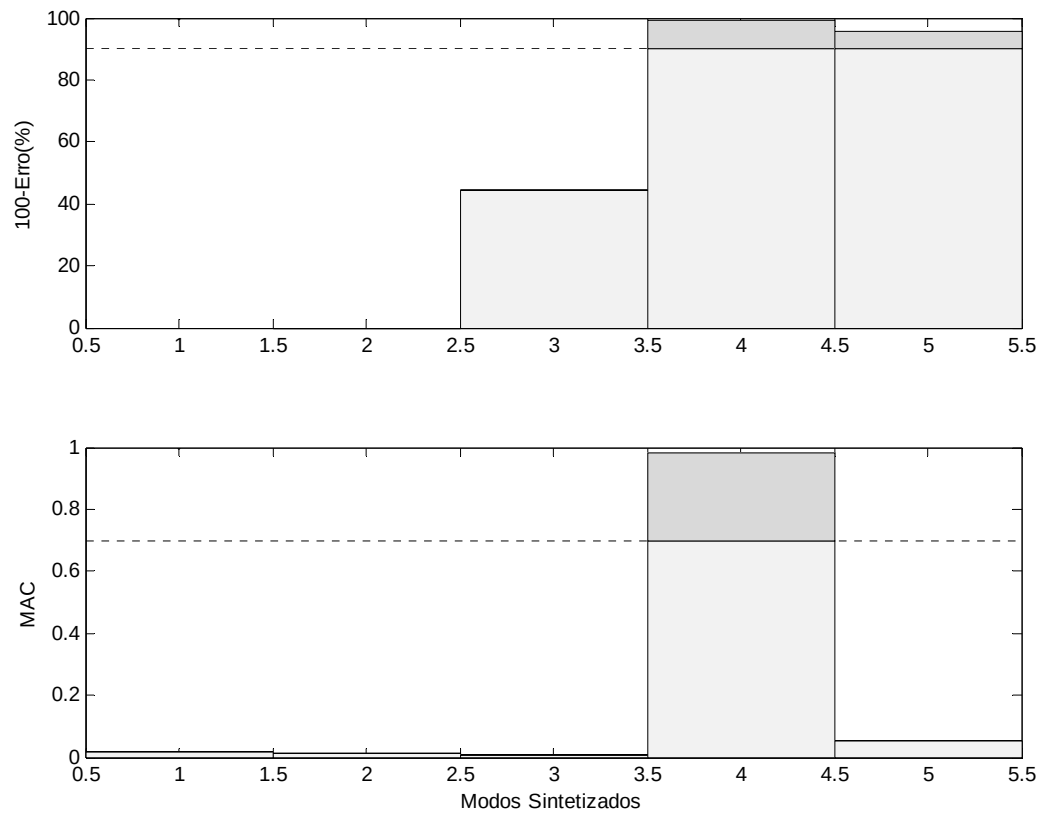


Figura 7.15d – Erro relativo da frequência e índice MAC do quarto modo sintetizado – SMFR.

b) Três modos mantidos

Foram utilizados dois modos mantidos em uma subestrutura e um na outra. Aqui também o CSMF classificou o melhor conjunto de modos mantidos. Entre os três conjuntos com maior valor de índice MAC foi escolhido o menor erro relativo, Fig. 7.16. Os modos escolhidos foram os dois primeiros da subestrutura A e o primeiro da B, Tab. 7.06.

A Tab. 7.06 mostra, também, as frequências sintetizadas e os respectivos erros relativos e índice MAC, cujos valores estão indicando boa qualidade dos resultados. Todos os erros relativos ficaram abaixo de 0,75% e todos os índices MAC ficaram próximo de um.

A Fig. 7.17 compara as FRFs experimentais e sintetizadas e a Fig. 7.18 mostra os modos estimados e sintetizados. A Fig. 7.19 é a representação gráfica do erro relativo e do índice MAC da Tab. 7.06. Os índices de qualidade contidos na Tab. 7.06 e os gráficos das Fig. 7.17 – 7.19 indicam uma excelente qualidade dos resultados.

Tabela 7.06–Erro relativo das frequências e índice MAC referente à síntese do modelo experimental pelo método SMFR com dois modos mantidos em uma subestrutura e um na outra.

Modo	Sub A (Hz)	Sub B (Hz)	Estimada (Hz)	Sintetizada (Hz)	Erro Relativo(%)	MAC
1	16,3818	16,9166	16,7218	16,6603	0,3686	0,9891
2	33,7929	34,9703	25,0740	25,1112	0,1480	0,9929
3	56,8111	55,3718	34,9648	34,7018	0,7430	0,9852
4			54,7294	-----	-----	-----
5			56,6432	-----	-----	-----

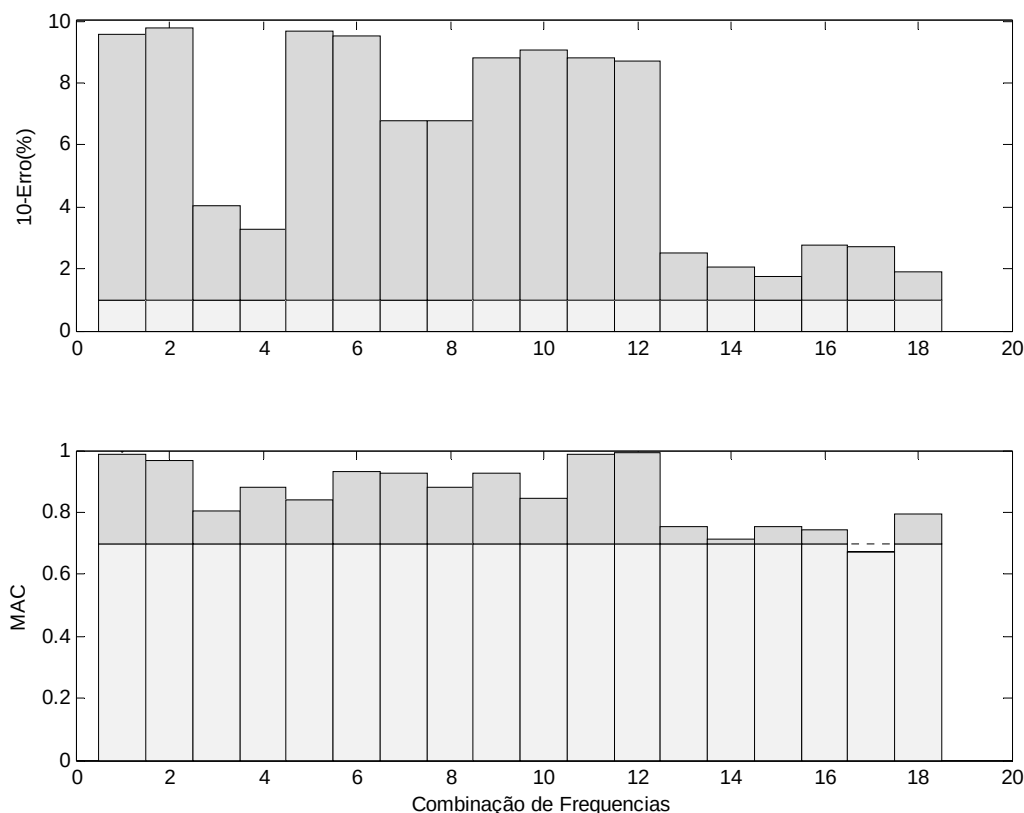


Figura 7.16 – Escolha automática dos modos (CSMF – total de três modos mantidos).

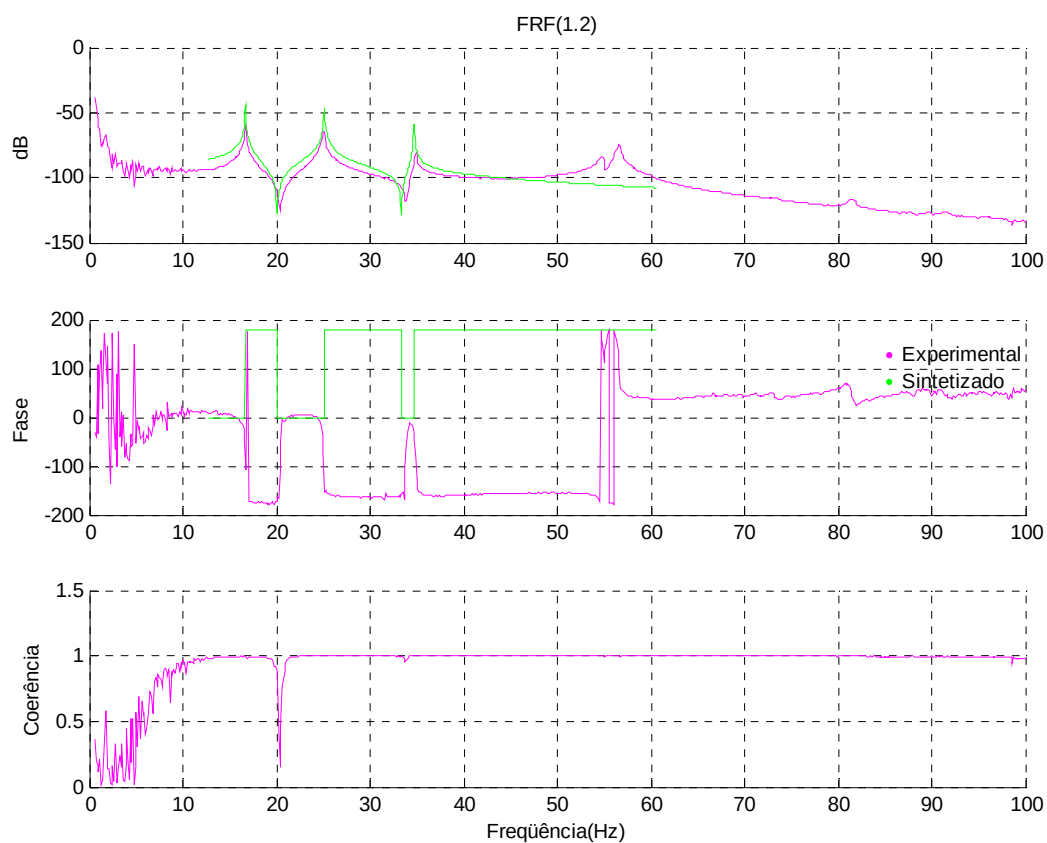


Figura 7.17 – FRFs do modelo experimental e sintetizado (SMFR-três modos sintetizados).

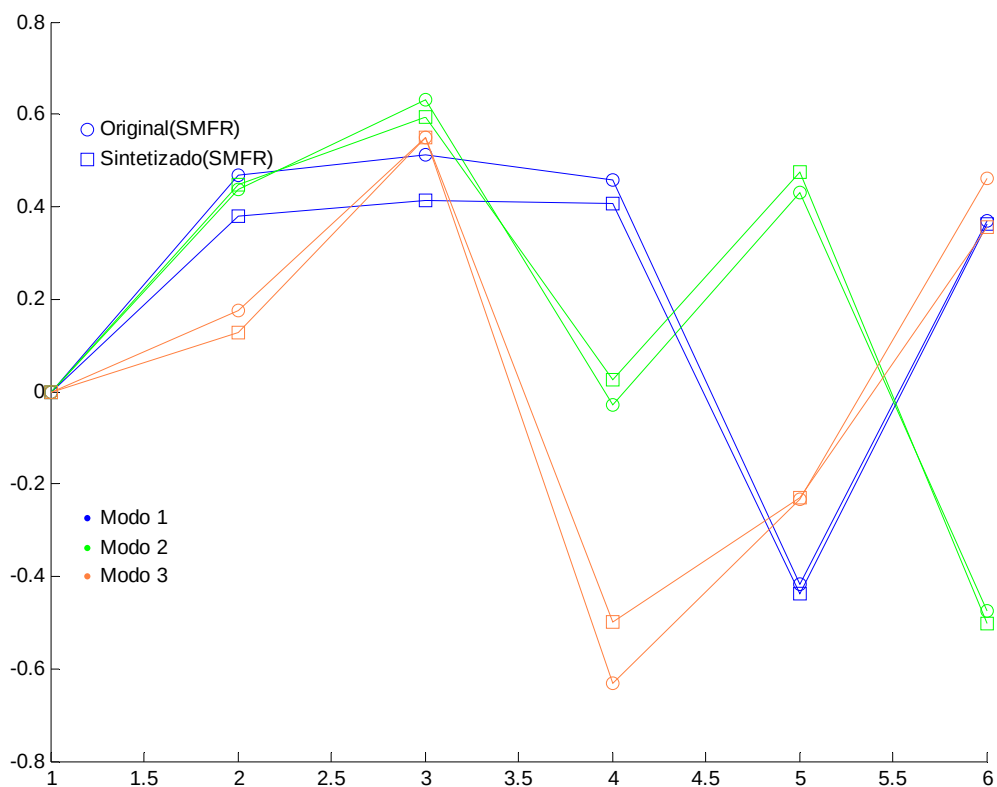


Figura 7.18 – Modos do modelo experimental e sintetizado (SMFR-três modos sintetizados).

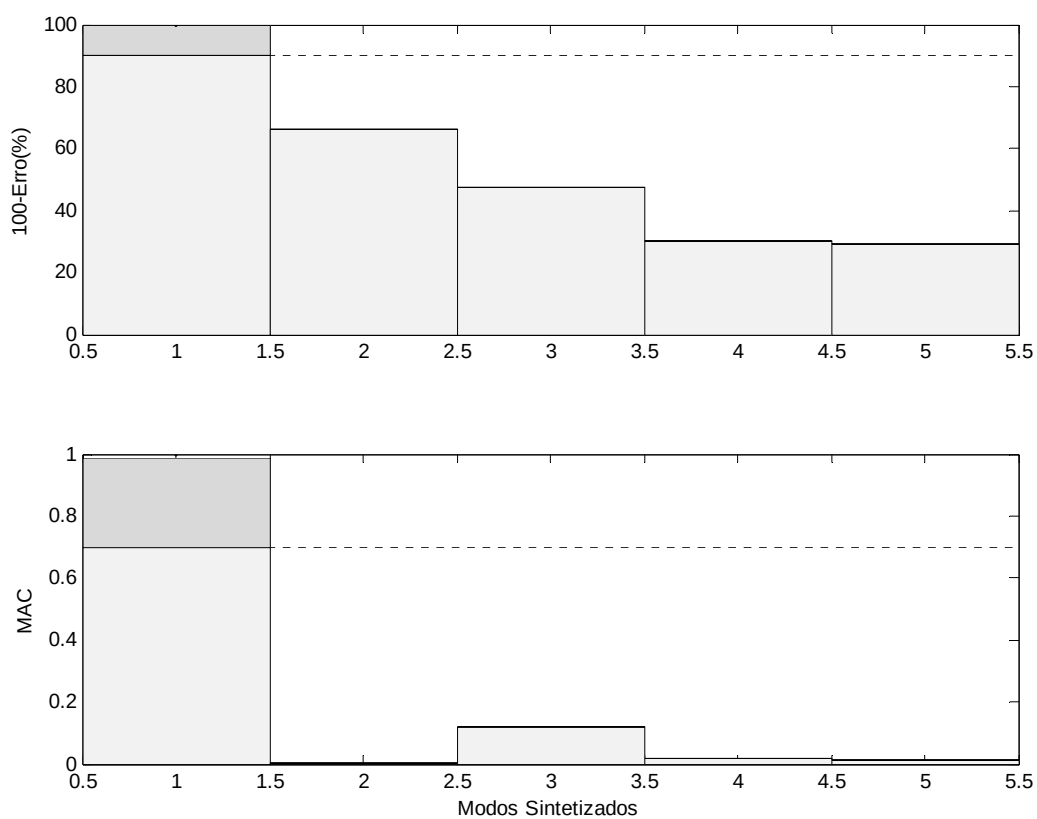


Figura 7.19a – Erro relativo na frequência e índice MAC do primeiro modo sintetizado – SMFR.

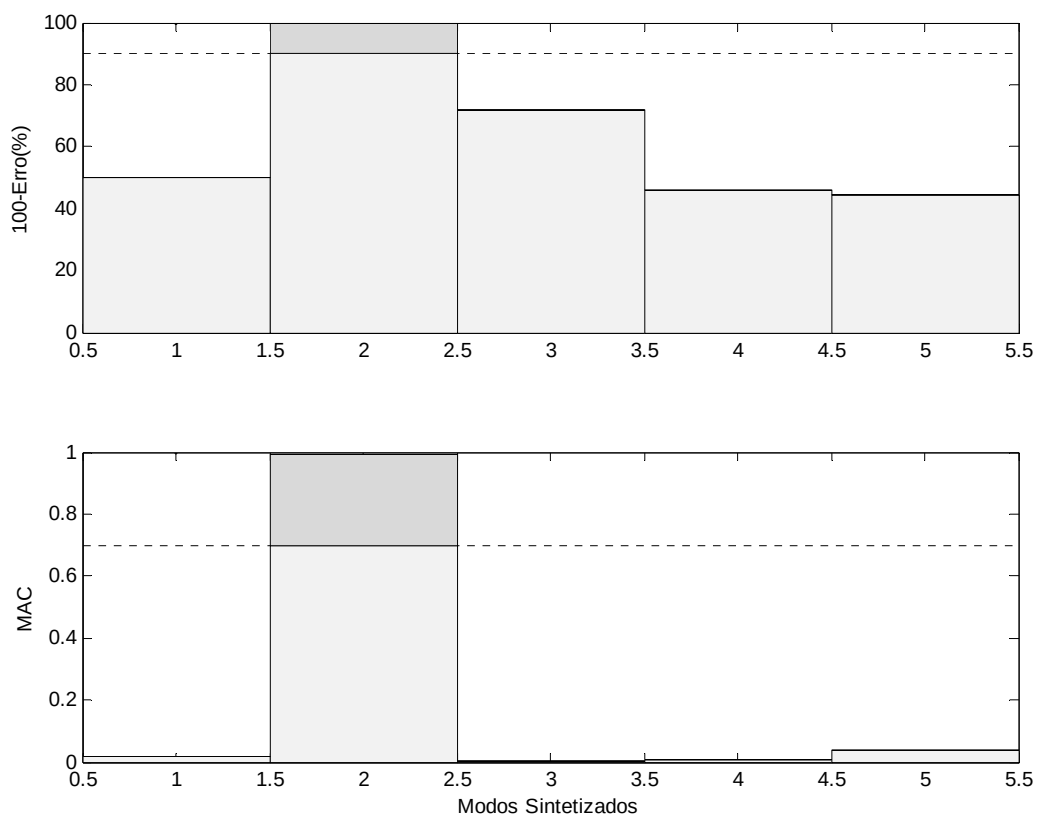


Figura 7.19b – Erro relativo na frequência e índice MAC do segundo modo sintetizado – SMFR.

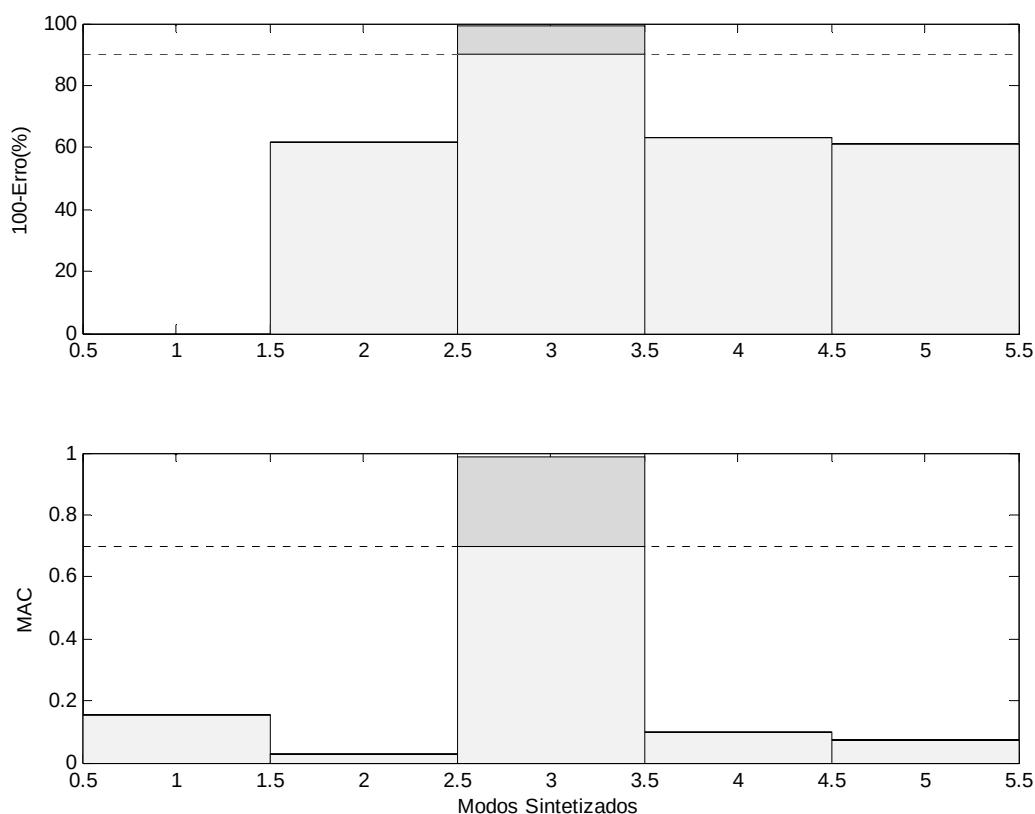


Figura 7.19c – Erro relativo na frequência e índice MAC do terceiro modo sintetizado – SMFR.

c) Dois modos mantidos

Neste teste foi utilizado o número mínimo de modos mantidos, um em cada subestrutura. Aqui o CSMF, novamente, classificou como primeiro o conjunto de modos mantidos que obteve o melhor resultado no índice MAC e o segundo melhor resultado de acordo com o erro relativo. Com o conjunto de modos mantidos que obteve o segundo melhor resultado ocorreu o contrário, ou seja, obteve o segundo melhor resultado no índice MAC e o melhor resultado no erro relativo, Fig. 7.20.

Os índices MAC ficaram próximo da unidade. Os erros relativos referente ao conjunto melhor classificado ficaram entre 1,3% e 1,85% enquanto os erros relativos do segundo melhor classificado ficaram abaixo de 0,36%, Tab. 7.07a e 7.07b.

Para o conjunto melhor classificado foram escolhidos os segundos modos nas duas subestruturas como pode ser visto na Tab. 7.07a e para o segundo melhor classificado foram escolhidos os primeiros modos de cada subestrutura, Tab. 7.07b. Porém a diferença entre os índices MAC dos dois primeiros classificados é muito pequena enquanto que o erro relativo do segundo é bem menor que o erro relativo do primeiro. Nota-se que a classificação entre os dois primeiros foi invertida. Essa inversão pode ser considerada como uma falha que não compromete a eficiência do método CSMF pois os dois resultados estão em bandas de frequência diferentes. Em uma mesma banda o método ainda não falhou.

A Fig. 7.21 compara as FRFs experimentais e sintetizadas e a Fig. 7.22 mostra os modos estimados e sintetizados. As Fig. 7.21a e 7.22a e a Tab. 7.07a se referem ao conjunto de modos classificados como o melhor e as Fig. 7.21b e 7.22b e a Tab. 7.07b o segundo melhor classificado. A Fig. 7.23 é a representação gráfica do erro relativo e do índice MAC da Tab. 7.07a.

Tabela 7.07a – Erro relativo das frequências e índice MAC referente à síntese do modelo experimental pelo método SMFR com um modo mantido em cada subestrutura (CSMF-[1^o]).

Modo	Sub A (Hz)	Sub B (Hz)	Estimada (Hz)	Sintetizada (Hz)	Erro Relativo(%)	MAC
1	16,3818	16,9166	16,7218	-----	-----	-----
2	33,7929	34,9703	25,0740	25,4055	1,3217	0,9849
3	56,8111	55,3718	34,9648	34,3161	1,8461	0,9944
4			54,7294	-----	-----	-----
5			56,6432	-----	-----	-----

Tabela 7.07b – Erro relativo das frequências e índice MAC referente à síntese do modelo experimental pelo método SMFR com um modo mantido em cada subestrutura (CSMF-[2^o]).

Modo	Sub A (Hz)	Sub B (Hz)	Estimada (Hz)	Sintetizada (Hz)	Erro Relativo(%)	MAC
1	16,3818	16,9166	16,7218	16,6611	0,3637	0,9895
2	33,7929	34,9703	25,0740	25,1342	0,2396	0,9845
3	56,8111	55,3718	34,9648	-----	-----	-----
4			54,7294	-----	-----	-----
5			56,6432	-----	-----	-----

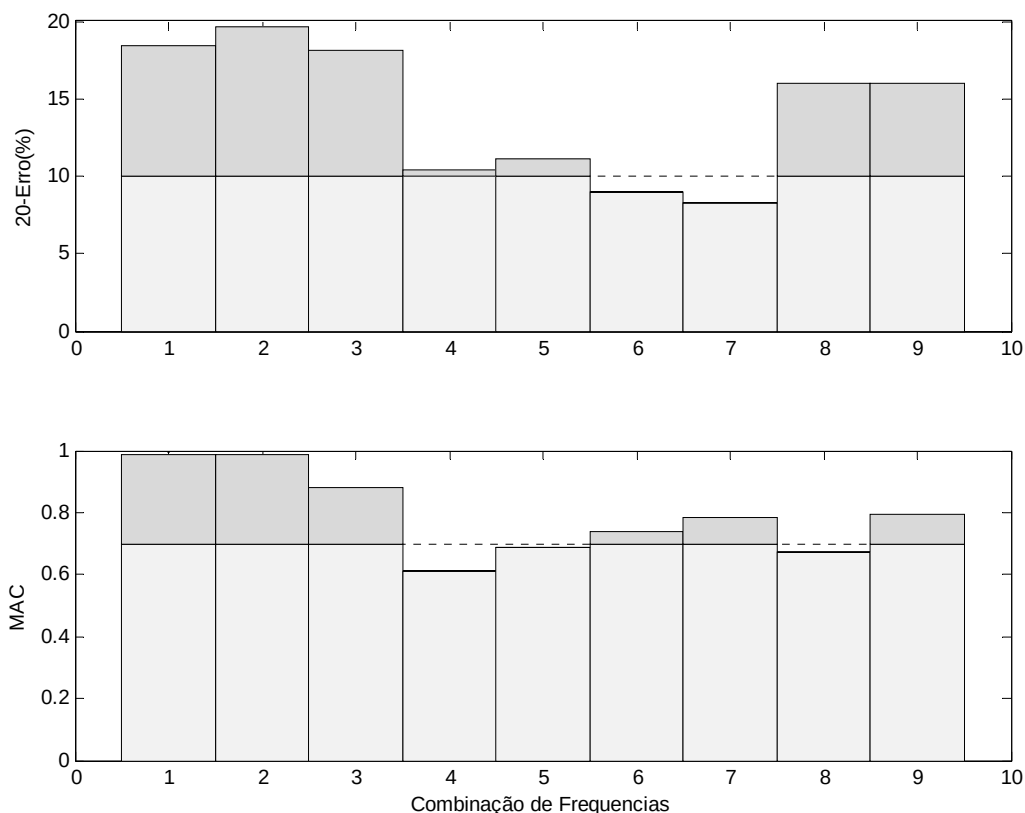


Figura 7.20 – Escolha automática dos modos (CSMF – total de dois modos mantidos).

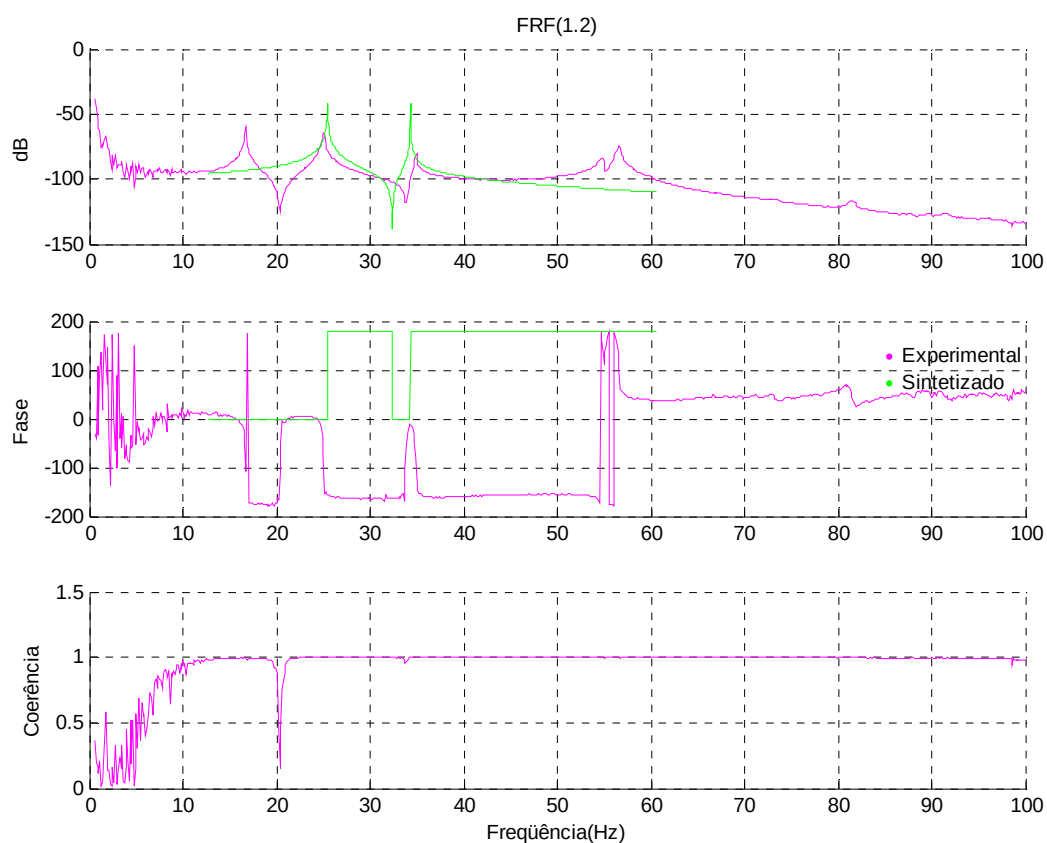


Figura 7.21a – FRFs do modelo experimental e sintetizado (SMFR-dois modos sintetizados[1^o]).

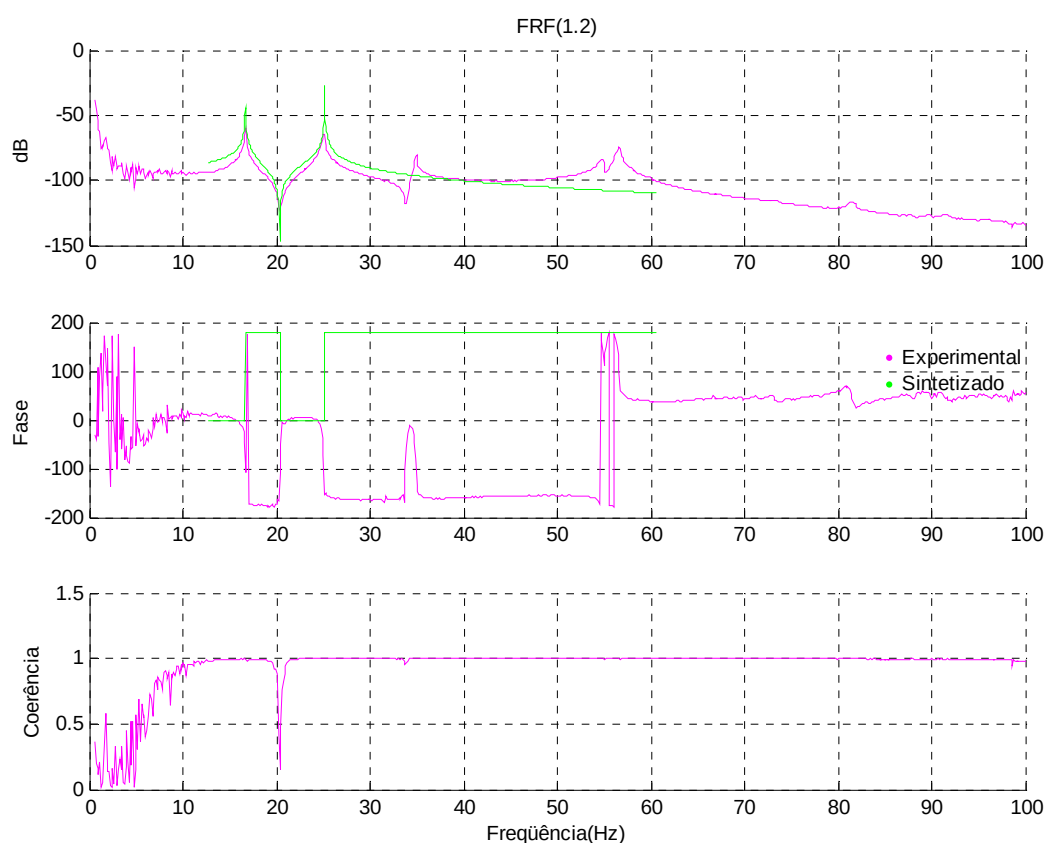


Figura 7.21b – FRFs do modelo experimental e sintetizado (SMFR-dois modos sintetizados[2^o]).

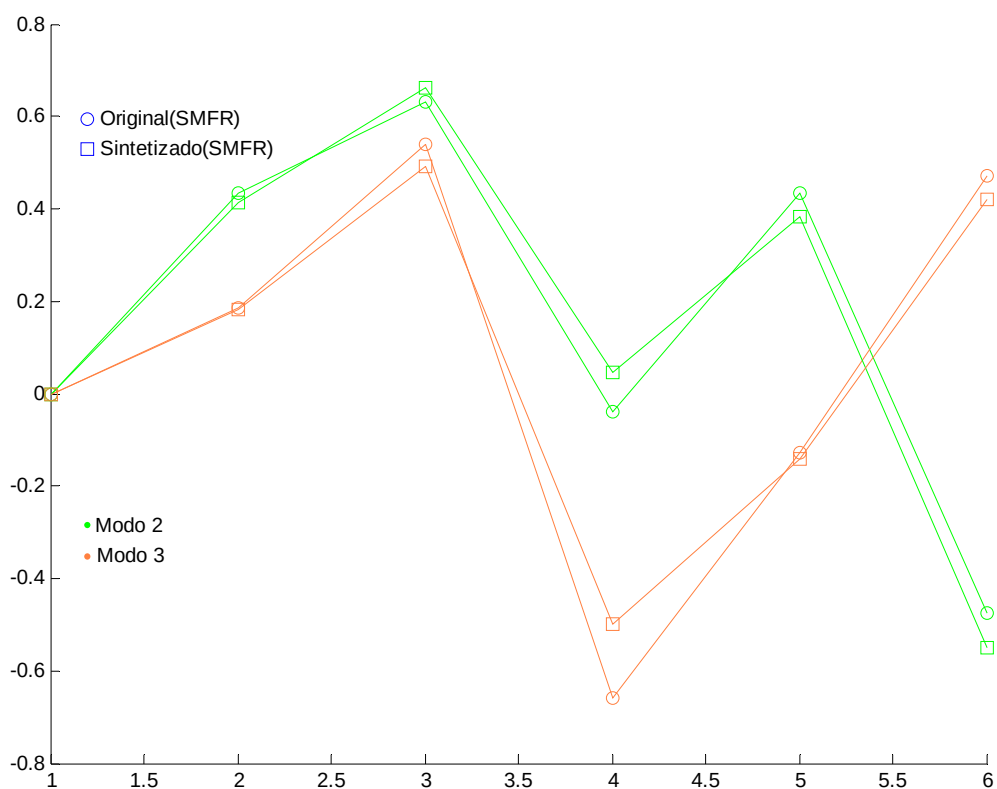


Figura 7.22a – Modos do modelo experimental e sintetizado (SMFR-dois modos sintetizados[1^o]).

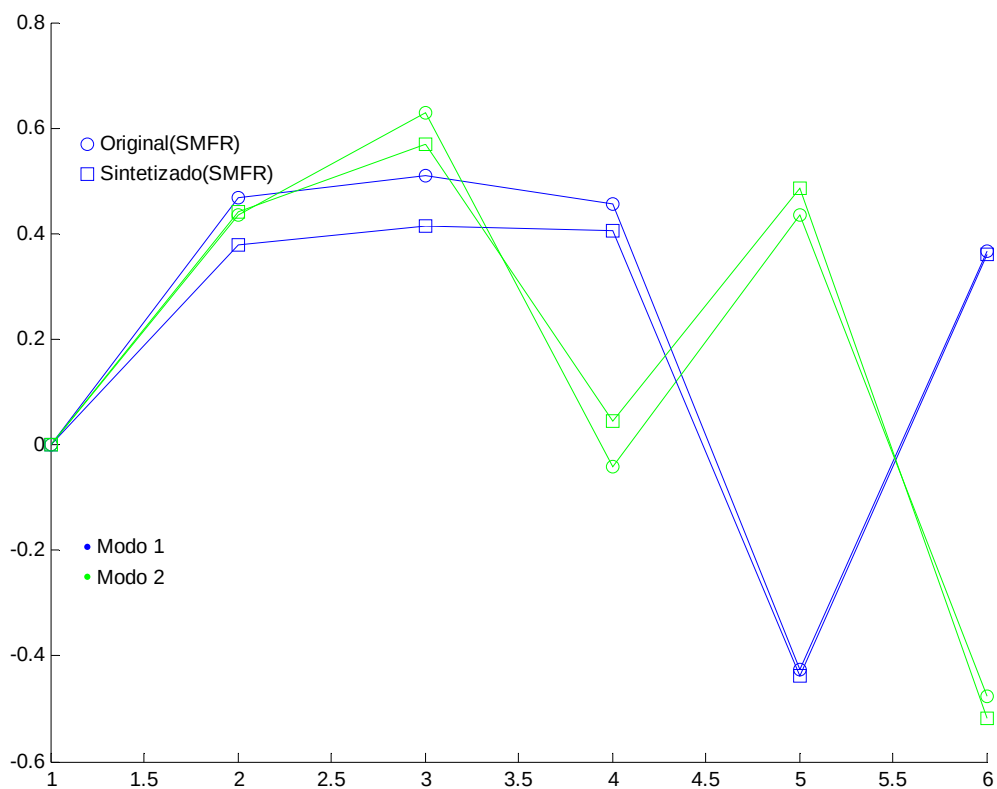


Figura 7.22b – Modos do modelo experimental e sintetizado (SMFR-dois modos sintetizados[2^o]).

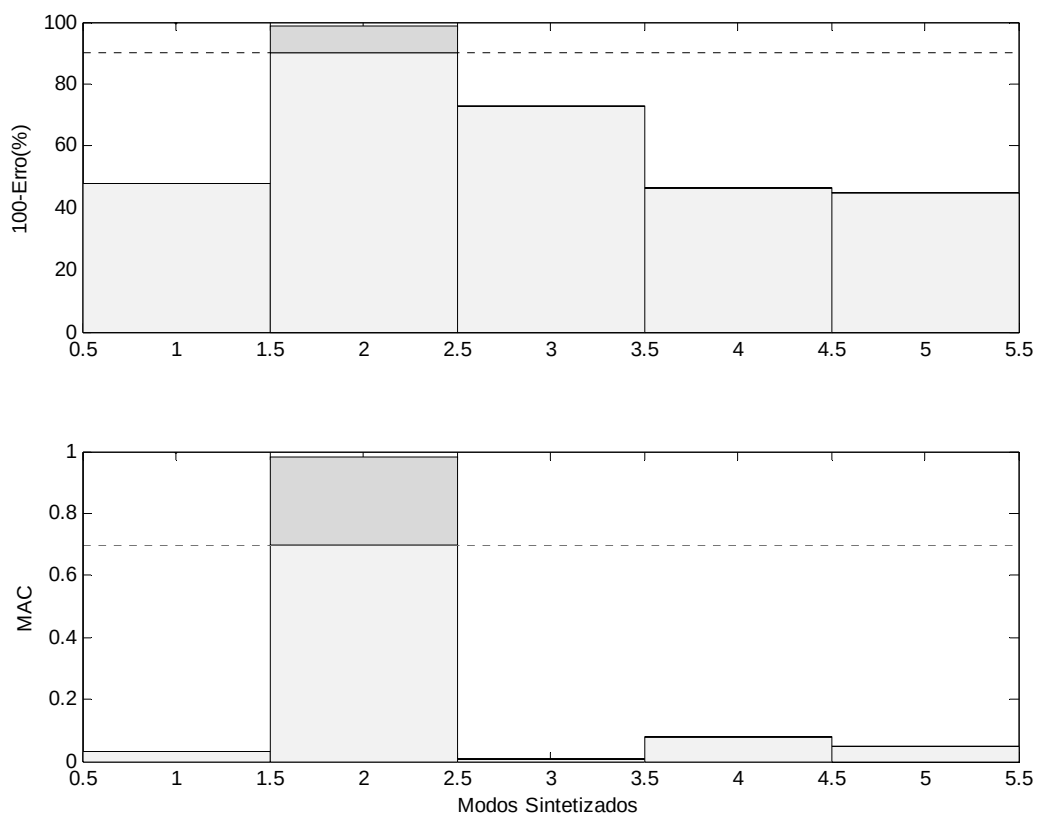


Figura 7.23a – Erro relativo na frequência e índice MAC do segundo modo sintetizado – SMFR.

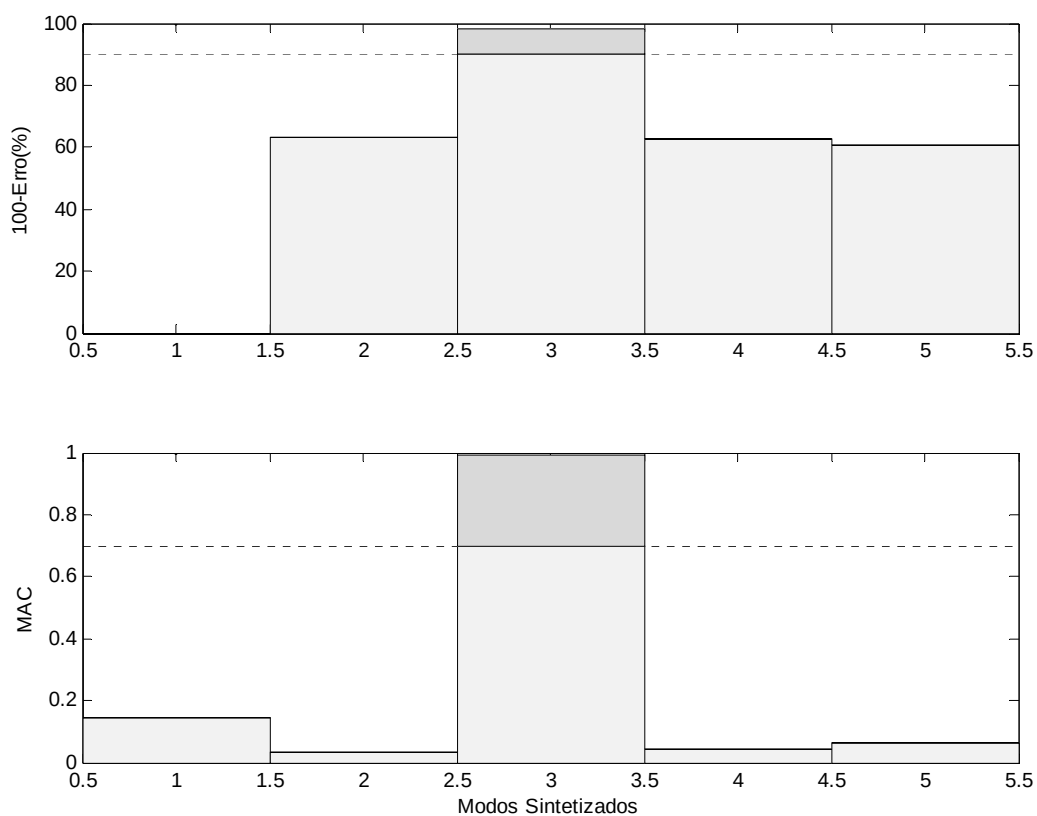


Figura 7.23b – Erro relativo na frequência e índice MAC do terceiro modo sintetizado – SMFR.

CAPÍTULO VIII

Discussão dos Resultados

Neste trabalho foi utilizado um método de síntese modal similar ao usado por Araújo (1998). Porém foram propostas novas abordagens para a escolha automática dos modos, apresentados no capítulo III. Outra proposta do trabalho é a utilização de modos obtidos a partir das matrizes físicas identificadas. Estas matrizes foram identificadas por dois métodos baseados em uma formulação por Mínimos Quadrados apresentados no capítulo V. As matrizes identificadas por estes métodos são simétricas e os autovetores obtidos são ortogonais, uma condição necessária em síntese modal para se obter boa precisão nos resultados.

Além do método SMFR, foi apresentado um método denominado MMD (Montagem das Matrizes Dinâmicas). No MMD as matrizes dinâmicas das subestruturas são agrupadas adequadamente para formar as matrizes dinâmicas da estrutura completa de onde são extraídas suas bases modais através da solução do autoproblema. O MMD é similar ao método usado por Morgan; Pierre; Hulbert (1998a, 1998b). A diferença é que as matrizes físicas das subestruturas usadas na montagem da estrutura completa são identificadas pelos métodos de Chen e ACS apresentados no capítulo V.

8.1 Estimativa das matrizes físicas e normalização

O processo de normalização pelo método dos resíduos não apresentou bons resultados mesmo sendo usadas FRF simuladas sem ruído como mostrado na Fig. 4.02. Assim ao adicionar ruído às FRF simuladas ou usar FRF experimentais a precisão dos resultados obtidos podem ser muito piores. Nas mesmas condições, a partir das FRF sem ruído, tanto o método de Chen quanto o método ACS identificaram as matrizes físicas exatas. Quanto ao método iterativo, os resultados também foram satisfatórios mas o erro na identificação das matrizes físicas foi um pouco maior.

Nas simulações realizadas com o modelo de quatro graus de liberdade o erro relativo na identificação da massa aproximou-se dos 11% utilizando o método de Chen. Mesmo

assim os erros relativos nas frequências foram menores que 1% e o índice MAC ficou muito próximo da unidade. Quanto ao método ACS o maior erro relativo na identificação da massa foi menor do que 3%, um valor bem menor do que os 11% obtidos pelo método de Chen. Os erros relativos nas frequências foram próximos de 1% enquanto o índice MAC ficou muito próximo da unidade. Pelo método de Chen, a boa precisão obtida no cálculo da frequência e do índice MAC, comparado com o maior erro no cálculo da massa, indica que o método identifica as matrizes físicas equivalentes.

Nas simulações realizadas com o modelo de oito graus de liberdade o erro relativo na identificação da massa aproximou-se dos 21% pelo método de Chen. Os erros relativos nas frequências aproximaram-se de 3% e o índice MAC ficou muito próximo de um. Para o método ACS o erro relativo na identificação da massa foi menor que 3%, como no modelo anterior, que é bem menor do que os 21% obtidos pelo método de Chen. Os erros relativos nas frequências estão um pouco acima de 1% enquanto o índice MAC ficou muito próximo de um.

Para o caso sem ruído, considerando cada um dos métodos aplicados a cada um dos modelos, as matrizes físicas identificadas são similares às matrizes físicas exatas do sistema e muito próximas para o caso onde usa FRF com quinze contagens. E quanto maior o número de contagens nas médias das FRF, mais precisos serão os resultados. Com um número infinito de contagens as matrizes físicas identificadas serão exatas pois, nesse caso, as FRF seriam iguais as originais como pode ser visto no capítulo V. Esse índice de precisão foi observado nos resultados obtidos pelos dois métodos, como pode ser visto nas Fig. 5.06 e 5.17 para o modelo com quatro graus de liberdade e nas Fig. 5.10 e 5.20 para o modelo com oito graus de liberdade. Os modos obtidos das matrizes estimadas estão muito próximos dos modos originais nos casos de simulações sem ruído ou adicionando ruído de 5% com quinze contagens. O mesmo ocorre com as FRFs. As estimadas estão muito próximas das originais.

Na simulação realizada com método iterativo foi usado um modelo de seis graus de liberdade e as FRFs foram simuladas com 5% de ruído com uma única contagem. O erro relativo máximo na identificação da massa ficou em torno de 28%. Porém os erros relativos nas frequências ficaram bem próximos de zero. O índice MAC ficou muito próximo da unidade como nos métodos de Chen e ACS. Considerando as mesmas condições de ruído nas FRFs simuladas o erro relativo da massa foi o maior enquanto que o erro relativo das frequências foi o menor entre todos os métodos. Os modos e uma das FRFs identificados são mostrados na Fig 5.23.

Os resultados experimentais, obtidos nos testes realizados com modelo da Fig. 5.14, seguiram a mesma tendência dos resultados obtidos nas simulações numéricas. Pelo

método de Chen o erro relativo máximo observado na matriz de massa foi da ordem de 5% enquanto que pelo método ACS o erro relativo observado na matriz de massa identificada ficou em torno de 2%. Pelo método iterativo o erro relativo na identificação da massa ficou em torno de 62%. Como nas simulações, foi o pior erro relativo na identificação da massa entre todos os métodos. Porém, analisando os gráficos da Fig. 5.27, nota-se que os picos das FRF experimentais coincidem com os picos das FRF identificados. Então as matrizes físicas identificadas são equivalentes às matrizes físicas reais.

8.2 Síntese modal

8.2.1 Escolha automática de modos

Na simulação numérica, com a utilização do CSME nem sempre foi possível escolher os melhores modos, principalmente nas estruturas de vigas modeladas por elementos finitos. Nos modelos discretos, com massa concentrada, os modos melhores classificados estão entre os que apresentam melhores resultados.

Utilizando o CSMF foram classificados os melhores modos nos quatro modelos analisados, inclusive nos modelos de elementos finitos onde havia um número menor de conjuntos de modos com bons resultados identificados pela síntese modal. Além disso a classificação foi bem definida, ou seja, a classificação foi feita em ordem de precisão.

Todos os testes, simulados e experimentais, onde foi utilizado o método SMFR, foram realizados com os modos mantidos e não mantidos determinados pelo CSMF. A representação gráfica da classificação dos modos mantidos foi apresentada em todos os testes experimentais. A síntese com um modo mantido em cada subestrutura foi o único resultado onde não foi possível a escolha do melhor conjunto de modos mantidos. Mesmo assim não houve perda significativa da qualidade, pois foi escolhido o segundo melhor conjunto cujo erro relativo é um pouco pior que o primeiro. Além disso o índice MAC é levemente melhor nos resultados obtidos pelos modos escolhidos. Considerando uma determinada banda de frequência, os primeiros classificados apresentaram os melhores resultados sempre.

8.2.2 Resultados simulados

No modelo de viga modelado por elementos finitos todos os valores dos índices MAC estão próximos da unidade, com exceção do último, que também está acima de 0,7. Os erros relativos nas frequências estão abaixo de 10% exceto dois que estão um pouco acima deste valor, Tab. 6.01. Segundo ARAÚJO, (1998), dependendo do sistema, os valores do

índice MAC acima de 0,7 e dos erros relativos abaixo de 10% são considerados satisfatórios. Observando a Fig. 6.03, onde são apresentados os gráficos dos três primeiros modos, nota-se que os modos da estrutura sintetizada estão associados aos modos da estrutura original. O primeiro e o segundo modos estão superpostos o que confirma a precisão indicada pelos valores dos respectivos índices MAC que são iguais a um. Nota-se que os segundos modos, simulado e identificado, estão levemente deslocados nos picos, Fig. 6.03, e seu valor de índice MAC é levemente menor do que um, ou seja, 0,93. Veja Tab 6.01.

No modelo de massa concentrada com três subestruturas foram obtidos bons resultados. Nas simulações sem ruído os erros relativos ficaram muito próximos de zero e os índices MAC aproximam-se de um. Estes resultados foram obtidos tanto pelo SMFR como pelo MMD, como podem ser vistos nas Tab. 6.04 e 6.09. Os piores resultados, como esperado, são as simulações com 5% de ruído e uma contagem. Neste caso o SMFR obteve erro relativo acima de 10% para duas frequências, Tab. 6.06, e o MMD obteve uma das frequências com erro relativo acima de 10% como pode ser visto na Tab. 6.10. O índice MAC atingiu valores acima de 0,9 em todas as simulações realizadas com o modelo discreto de oito graus de liberdade usando o número máximo de modos mantidos pelo SMFR e também pelo MMD. Os gráficos mostrados na Fig. 6.04 indicam a precisão dos modos sintetizados obtidos pelos dois métodos de síntese modal nos três níveis de ruído.

Os resultados das simulações com a utilização de dois modos, o mínimo possível, de cada subestrutura não foram tão precisos, principalmente, na banda de mais alta frequência. Usando os dois modos de mais baixa frequência os resultados foram melhores, como pode ser visto nas Tab. 6.12 e 6.13 e nos gráficos da Fig 6.05. Na banda de mais baixa frequência todos os valores de erro relativo e de índice MAC ficaram dentro das faixas consideradas satisfatórias. No outro extremo o valor do índice MAC de um dos modos ficou um pouco abaixo de 0,7.

No modelo de massa concentrada com quatro subestruturas os resultados foram ainda mais precisos do que aqueles obtidos no modelo com três subestruturas. Nas simulações sem ruído os erros relativos ficaram muito próximos de zero e os índices MAC foram praticamente unitário. Estes resultados foram obtidos tanto pelo SMFR como pelo MMD, como pode ser visto nas Tab. 6.15 e 6.19. Os piores resultados, como esperado, foram as simulações com 5% de ruído e uma contagem. Neste caso o SMFR obteve erro relativo até 6% em uma das frequências, Tab. 6.18, e o MMD obteve uma das frequências com erro relativo de 2,5% e outra com erro igual a 1%. Os demais erros ficaram abaixo de 1 %, como pode ser visto na Tab. 6.20. No caso sem ruído, todos os índices MAC atingiram valores iguais a um e com ruído de 5% todos os índices MAC atingiram valores próximos de

0,9 tanto pelo SMFR como pelo MMD. Os gráficos das Fig. 6.07 e 6.08 mostram a precisão dos modos sintetizados obtidos pelos dois métodos de síntese modal nos dois níveis de ruído.

8.2.3 Resultados experimentais

No caso dos testes simulados a avaliação dos resultados foi feita através dos erros relativos e dos índices MAC que avalia a precisão das frequências e dos modos sintetizados em relação às frequências e os modos originais simulados. Há ainda a inspeção visual dos modos e FRFs sintetizadas e originais.

No caso dos testes experimentais, a princípio, não há valores das frequências nem dos modos originais. Só existem as FRFs experimentais. Por isso os erros relativos e os índices MAC avaliam a precisão das frequências e dos modos sintetizados em relação às frequências e modos identificados da estrutura completa. Estes são obtidos diretamente das FRFs experimentais da estrutura completa. Estas FRFs experimentais servem também para avaliar a precisão das FRFs estimadas e sintetizadas através da inspeção visual, como pode ser visto nos gráficos das figuras das FRFs mostradas no capítulo anterior.

Em todos os testes realizados foram sintetizados 100% dos modos com índice MAC próximo da unidade. A maioria dos erros relativos ficaram abaixo de 1%, alguns dos quais próximos de zero. O maior erro relativo encontrado ficou abaixo de 2%.

CAPÍTULO IX

Conclusões

Este trabalho procurou avaliar os principais inconvenientes que, em alguns casos, tornam os dados experimentais inadequados para serem utilizados na técnica de síntese modal e propôs alternativas para contornar ou minimizar os problemas, visando efetivar a utilização da técnica de síntese modal puramente experimental.

Na maioria dos métodos de síntese modal existe a necessidade de se normalizar as bases modais. No caso de bases modais identificadas de dados experimentais um dos inconvenientes é a necessidade de um processo de normalização via matriz de massa. A princípio, não é possível obter a matriz de massa do modelo experimental. Assim o processo mais utilizado é o de normalização das bases modais, via matriz de massa modal unitária sendo simulado através de resíduos modais identificados. Neste trabalho mostrou-se que o processo de normalização das bases modais das subestruturas pelo método dos resíduos modais pode comprometer a precisão dos resultados oriundos da síntese modal, uma vez que, sua unicidade não foi observada nos modelos discretos de simulação numérica analisados.

Para contornar este problema realizou-se um procedimento convencional de normalização via matriz de massa modal unitária. As bases modais das subestruturas foram normalizadas pelas matrizes de massa identificadas pelos métodos de Chen e ACS. Nesse processo de identificação da matriz de massa obtiveram-se, também, a rigidez e amortecimento, todas simétricas. A partir dessas três matrizes físicas identificadas foram extraídas as bases modais ortogonais e normalizadas pela massa. Esta metodologia mostrou-se adequada tanto nos exemplos de simulação numérica quanto na avaliação do modelo experimental.

Neste caso as medidas experimentais foram acompanhadas de um alto nível de ruído. Por isso tornou-se necessário que bases modais fossem identificadas pelo “método iterativo” antes de sua ortonormalização. Embora diferentes as matrizes físicas identificadas são equivalentes às verdadeiras uma vez que proporcionaram a mesma solução, com bases modais equivalentes. Quando foram tratados dados com ruído igual a zero, como nos

exemplos de simulação numérica, foi dispensada a etapa do “método iterativo” e obtiveram-se as matrizes exatas.

A técnica de síntese modal (SMFR) analisada mostrou ser adequada para ser utilizada em modelos experimentais, principalmente, para a utilização de procedimentos automatizados de escolha das bases modais. O CSMF proposto indicou quais os modos das subestruturas que deveriam ser selecionados, através da análise das frequências das subestruturas. A indicação destes modos foi um fator decisivo para a obtenção de bons resultados. Este método é indicado para obter as melhores bases modais que poderiam ser empregadas no processo, não descartando, porém, a possibilidade da existência de outras bases modais que também poderiam levar a resultados satisfatórios. Isso foi constatado através da análise do modelo experimental.

Algumas conclusões foram obtidas através das formulações propostas, juntamente com a avaliação dos exemplos de simulação e do modelo experimental. Podem-se resumir estas conclusões como:

- a) A técnica de síntese modal SMFR mostrou-se adequada para ser utilizada em dados experimentais.
- b) O método CSME não determinou, na maioria dos casos, a melhor configuração de escolha de modos das subestruturas.
- c) A través do método CSMF foi possível melhorar significativamente o processo de escolha dos modos. Esta metodologia mostrou ser uma importante “ferramenta” que indica os modos das subestruturas mais apropriados para serem selecionados ou não selecionados das bases modais. Com isso, pode-se formular a técnica de síntese modal através de um procedimento automático, minimizando a interferência do usuário, e eliminando uma das dificuldades comuns a tais técnicas.
- d) O processo de normalização via resíduos modais não é indicado para ser utilizado na técnica de síntese modal experimental.
- e) O processo de normalização proposto neste trabalho pode ser utilizado em abordagens experimentais.
- f) Apesar dos exemplos simulados e do modelo experimental utilizado não ser de ordem elevada a metodologia está adaptada e preparada para a análise de sistemas complexos ou de grande porte.
- g) Os métodos mais adequados para a identificação das matrizes físicas são o método ACS para dados simulados e o método iterativo para dados experimentais com alto nível de ruído.

9.1 Sugestões

Embora tenham sido obtidos os resultados esperados este trabalho deve ser continuado. Contribuindo neste sentido serão dadas algumas sugestões como:

- a) Realizar testes experimentais com estruturas de grande porte com aplicação prática utilizando todas as técnicas aqui desenvolvidas.
- b) Desenvolver um processo automático para definir qual método de identificação a ser utilizado em função do nível de ruído.
- c) Desenvolver métodos experimentais que incluindo graus de liberdade de rotação.

9.2 Trabalhos publicados

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho foram publicados os seguintes artigos associados aos métodos desenvolvidos:

- a) Cobem 2003 – 17th International Congress of Mechanical Engineering
Evaluation of an Experimental Modal Synthesis Method Using Mass-Normalized Modes
- b) Cobem 2005 – 18th International Congress of Mechanical Engineering
NEW CRITERIA OF AUTOMATIC CHOICE OF MODES USED IN MODAL SYNTHESIS METHOD
- c) Conem 2006 – IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica
PROCESSO AUTOMATIZADO PARA ESCOLHA DAS BASES MODAIS UTILIZADAS NO MÉTODO DE SÍNTESE MODAL

CAPÍTULO X

Referências Bibliográficas

ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L.; SONI, M. L. Experimental modal analysis and dynamic component synthesis. **Tech. Report AFWAL-TR-87-3069**, v. IV, Dec. 1987.

ARAUJO, C.A. **Modelagem de Sistemas Dinâmicos Através da Síntese Modal de Componentes**. 1998. 158 f. Tese de Doutorado – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

ARAÚJO, C. A.; JACOMINE, L.; CONSENTINO R. J. Avaliação da técnica de normalização por massa modal unitária utilizada na síntese modal experimental", Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, XVI COBEM, Novembro de 2001, Uberlândia, MG.

BALMÈS, E. Use of Generalized Interface Degrees of Freedom in Component Mode Synthesis. **Proceedings of IMAC**, Fevereiro de 1996.

BENFIELD, W. A.; HRUDA, R. F. Vibrational analysis of structures by component mode substitution. **AIAA J.**, v. 9, n. 7, p. 1255-1261, 1971.

BUCHER, Ch. U. A. A modal synthesis method employing physical coordinates, free components modes, and residual flexibilities. **Comput Struct.** v. 22, n. 4, p. 559-564, 1986.

CHEN, S.Y; JU, M. S.; TSUEI, Y. G. Estimation of mass, stiffness and damping matrices from frequency response functions. **Journal of Vibration and Acoustics**. v. 118, jan 1996.

CRAIG Jr., R. R.; BAMBTON, M. C. C. Coupling of substructures for dynamic analysis. **AIAA J.** v. 6, n. 7, p. 1313-1319, July 1968.

CRAIG Jr., R. R. **Structural dynamics - An introduction to computer methods**. New York: John Wiley & Sons Inc., 1981, 527 p.

CRAIG Jr., R. R.; CHUNG, Y-T. Generalized substructure coupling procedure for damped systems. **AIAA J.**, v. 20, n. 3, p. 442-444, April 1981.

CRAIG Jr., R. R. A review of time-domain and frequency-domain component mode synthesis methods. **Journal of modal analysis.** p. 59-72, April 1987.

CRAIG Jr., R. R.; KURDILA, A. J.; KIM H. M. State-Space Formulation of Multi-Shaker Modal Analysis. **Proceedings of 5th International Modal Analysis Conference.** pp. 1069-1077, 1987

CRAIG, R. R. Substructure methods in vibration. **Journal of Mechanical Design.** 117B, p. 207-213, 1995.

CURNIER, A. On three modal synthesis variants. **J. Sound Vibration**, v. 90, n. 4, p. 527-540, 1983.

DUARTE, M. A. V. **Ajuste de modelos dinâmicos de estruturas com não linearidades concentradas**, 1994. 190 f. Tese de Doutorado – Universidade de Campinas, Campinas.

DUARTE, M. L. M.; EWINS, D. J. Improved experimental component mode synthesis (IECMS) with residual compensation based purely on experimental results. **Proc. IMAC**, p. 641-647, 1996.

EWINS, D. J. **Modal testing: Theory and Practice.** New York: John Wiley & Sons Inc, 1985, 269 p.

FRITZEN, C. P. Identification of Mass, Damping, and Stffness Matrices of Mecanical Systems. **ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design.** v. 108, p 9-16, 1986.

GAUL, L. Analytical and experimental study of the dynamics of structures with joints and attached substructures. **ASME 85-DET-164**, Sept. 1985.

GLASGOW, D. A.; NELSON, H. D. Stability analysis of rotor-bearing systems using component mode synthesis. **Journal of Mechanical Design**, v. 102, p. 352-359, 1980.

GOLDMAN, R. L. Vibration analysis by dynamic partitioning. **AIAA J.**, v. 7, p. 1152-1154, June 1969.

HALE, A. L.; BERGMAN, L. A. The dynamic synthesis of general non-conservative structures from separately identified substructure models. **J. Sound of Vibration**, v. 98, n. 3, p. 431-446, 1985.

HASSELMAN, T. K.; KAPLAN, A. Dynamic analysis of large systems by complex mode synthesis. **Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control**, p. 307-333, Sept. 1974.

HINTZ, R. M. Analytical methods in component modal synthesis. **AIAA J.**, v. 13, n. 8, p. 1007-1016, 1975.

HURTY, W. C. Vibrations of structural systems by component mode synthesis. **J Engng Mech Div, Proc Am Soc Civil Engrs.** v. 86, n. 4, p. 51-59, 1960.

HURTY, W. C. Dynamic Analysis of structural systems using component modes. **AIAA J.** v. 3, n. 4, p. 678-685, april 1965.

IBRAHIM, S. R. Dinamic Modeling of Structures from Measured Complex Modes. **AIAA Journal.** V. 21, m. 6, p. 898-901, 1983.

INMAN, D.J. **Engineering Vibration.** New Jersey: Prentice-Hal, Inc., 1996, 560 p.

JEZEQUEL, L. A method of damped systems from substructure tests. **ASME Design Eng. Tech. conf.**, paper 79-det-11, St. Louis, Sept. 1979.

KAMMER, D.C; TRILLER, M.J. Selection of component modes for Craig-Bampton substructure representations. **Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME.** v. 118, n. 2, p. 264-270, abril 1996.

KANA, D. D.; UNRUH, J. F. Substructure energy methods for prediction of space shuttle modal damping. **Journal of Spacecraft**, v. 12, p. 294-301, 1975.

KREYSZIG, E. **Advanced Engineering Mathematics**. New York: John Wiley & Sons Inc, 1993, 1271 p.

LI, L.; STÜHLER, A. Modal synthesis for non-proportional damped systems. **Institute Für Mechanik**, F. R. Germany, p. 1521-1529, 1989.

LIKINS, P. W. Dynamics and control of flexible space vehicles. Technical report 32-329, **Jet Propulsion Lab., Pasadena**, CA, Feb. 1969.

LIPS, K. W.; VIGNERON, F. R. Damping synthesis for a spacecraft using substructure and component data. **AIAA J.**-84-1053, May 1984.

MACNEAL, R. H. A hybrid method of component mode synthesis. **Computers & structures**, v. 1, p. 581-601, Dec. 1971.

MARTIM, K. F.; GHLAIM, K. M. System prediction using damped component modes. **Proc. Instn. Mech. Engrs.**, V. 198C, n. 16, p. 261-268, March 1984.

MINAS, C; INMAN, D. J. Identification of a Nonproportional Damping Matrix from Incomplete Modal Information. **ASME Journal of Vibration and Acoustics**, v. 113, p 219-224, 1991.

MORGAN, J. A.; PIERRE, C.; HULBERT, G. M. Calculation of component mode synthesis matrices from measured frequency response functions, part 1: theory. **Journal of Vibration and Acoustics**. v. 120, p. 503-508, 1998.

MORGAN, J. A.; PIERRE, C.; HULBERT, G. M. Calculation of component mode synthesis matrices from measured frequency response functions, part 2: application. **Journal of Vibration and Acoustics**. v. 120, p. 509-516, 1998.

QIU, J.B.; YING, Z.G; L.H. YANG. New modal synthesis techniques using mixed modes. **American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal** 35. p. 1869-1875, 1997.

RICHARDSON, M. H. Derivation of Mass, Stiffness, And Damping Parameters from Experimental Modal Data", **Hewlett Packard Company, Santa Clara Div.**, pp. 1-6, 1977

RICHARDSON, M.H. Modal mass, stiffness and damping. **Vibrant Technology, Inc:** Jamestown, CA. p.1-5., 2000.

RIXEN, D.J. A dual Craig-Bampton method for dynamic substructuring. **Journal of Computational and Applied Mathematics** n. 168, p. 383-391, 2004.

ROEMER, M. J.; MOOK, D. J. Mass, Stiffness, and Damping Matrix Identification: An Integrated Approach, **ASME Journal of Vibration and Acoustics**, Vol. 14, pp 358-363, 1992

RUBIN S. Improved component mode representation for structural dynamic analysis. **AIAA J.**, v. 13, n. 8, p. 995-1006, Aug 1975.

SANTOS, J. M. C. **Ajuste de modelos de estruturas acopladas por juntas mecânicas usando funções de resposta em frequência e síntese modal de componentes**, 1993. 99 f. Tese de Doutorado – Universidade de Campinas, Campinas.

SONI, M. L. Prediction of damping for flexible spacecraft appendages. **Proc. of the 2nd. International Modal Analysis Conference**, 1984.

WANG, J. H. Mechanical Parameter Identification, with Special Consideration of Noise Effects, **Journal of Sounds and Vibrations**, v. 125, n. 1, p. 151-167, 1988.

WANG, J. H.; LIOU, C. M. Experimental substructure synthesis with special consideration of joints effects. **The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis**. v. 5, n. 1, p. 13-24, Jan 1989.

WU, L.; GREIF, R. Substructuring and Modal Synthesis for Damped Systems. **Journal of Sound and Vibration**. v. 90, n. 3, p. 407-422, 1983.

ANEXO I

Programa em Matlab para o método SMFR

Variáveis:

gle - graus de liberdade internos
gli - graus de liberdade de interface
ngli - número de gdl na interface
nglie- número de gdl da subestrutura(ngle+ngli)
nm - número de modos
nmm - número de modos mantidos
mdm - lista dos modos mantidos
wn - autovalores
un - autovetores
glaib-graus de liberdade das duas subestruturas(glea+gli+gleb)

f - matriz (nglie x ngli) definido abaixo
Mm - modos mantidos
Mn - modos não mantidos
Mim - modos interface/mantidos
Min - modos interface/não mantidos
AVm - auto valores mantidos
AVn - auto valores não mantidos
Mfr - Modos de flexibilidade residual
Kmm - rigidez mantida(AVm)
Knn - rigidez não mantida
Mlmm - massa mantida(lmm)
Mlnn - massa não mantida
Bm - base modal-Superconjunto modal de flexibilidade residual
S - matriz compatibilidade

```
function [wn,un,nm]=sintese2(gli,glea,gleb,mdma,mdmb,wna,wnb,una,unb);
```

```
glaib=[glea gli gleb];
```

```
nma=length(wna);nmb=length(wnb);nmma=length(mdma);nmmb=length(mdmb);
```

```
ngli=length(gli);ngliea=length(glea)+ngli;nglieb=length(gleb)+ngli;
```

Matrizes físicas do sistema formado pelas duas subestruturas

```
[Mma,Mna,Mima,AVma,Mfra,MInna,Knna]=syn(gli,ngliea,nma,mdma,wna,una);
```

```
[Mmb,Mnb,Mimb,AVmb,Mfrb,MInnb,Knnb]=syn(gli,nglieb,nmb,mdmb,wnb,unb);
```

```
Kab=inv(Knna+Knnb);
```

```
Mab=Kab*(MInna+MInnb)*Kab;
```

```
KMab=-Mima'*Mab*Mimb;
```

Massa

```
M=[[eye(nmma)+Mima'*Mab*Mima KMab];[KMab' eye(nmmb)+Mimb'*Mab*Mimb]];
```

```
KMab=-Mima'*Kab*Mimb;
```

Rigidez

```
K=[[AVma+Mima'*Kab*Mima KMab];[KMab' AVmb+Mimb'*Kab*Mimb]];
```

Autovalores e autovetores do sistema

```
[ux,wn]=eig(K,M);wn=diag(abs(wn));
```

Normalização do modos

```
ux=ux*inv(sqrtm(abs(ux'*M*ux)));
```

Conectividade

```
KMa=Kab*Mima;KMb=Kab*Mimb;
```

```
S=[-KMa,KMb;KMa,-KMb;eye(nmma+nmmb)];
```

Superconjunto modal de flexibilidade residual

```
Bm=[Mfra,zeros(ngliea,ngli),Mma,zeros(ngliea,nmmb);...
```

```
zeros(nglieb,ngli),Mfrb,zeros(nglieb,nmma),Mmb];
```

Coordenadas modais do sistema

```
ux=S*ux;
```

Retorno às coordenadas físicas do sistema

```
ux=Bm*ux;
```

Remoção dos graus de liberdades de interface repetidos

```
un=[];un(gls,:)=ux([glaib],:);nm=nmma+nmmmb;
```

```
function [Mm,Mn,Mim,AVm,Mfr,MInn,Knn]=syn(ngli,gli,nglie,nm,mdm,wn,un)
```

```
ngli=length(gli);f=zeros(nglie,ngli);f(gli,:)=eye(ngli);
```

```
Mm=[];Mn=[];AVm=[];AVn=[];
```

```
for k=1:nm,
```

```
    if isempty(find(mdm==k)) Mn=[Mn un(:,k)];AVn=[AVn wn(k)];
```

```
    else Mm=[Mm un(:,k)];AVm=[AVm wn(k)];end
```

```
end
```

```
AVn=diag(AVn);AVm=diag(AVm);
```

```
Mim=f'*Mm;Min=f'*Mn;
```

```
AVni=inv(AVn);
```

```
Mfr=Mn*AVni*Min';
```

```
Knn=Min*AVni*Min';
```

```
MInn=Min*AVni*AVni*Min';
```

ANEXO II

Programa em Matlab para a identificação das matrizes físicas pelo método de Chen

Variáveis:

- "M", "C" e "K" são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez
- "v" é a matriz dos coeficientes e "q" é o vetor das constantes gerados para calcular "C"(cl) em forma de vetor
- "a" e "b" são as matrizes dos coeficientes e "e" é o vetor das constantes geradas para calcular "M"(ml) e "K"(kl) em forma de vetor
- "ih"-é a linha da FRF selecionada
- "lj" e "li" são as ij-ésimas posições em "M", "C" e "K"
- "iv" e "jv" são as ij-ésimas posições em "v", "a" e "b"

Leitura dos dados

```
load([dir '\wc'],'wc');
```

```
load([dir '\dc'],'dc');
```

```
load([dir '\Hj'],'Hj');
```

```
nj=size(Hj,2);
```

```
n=(-1+sqrt(1+4*nj*(nj+1)))/2;
```

```
ih2=1:n;
```

```
ee=eye(n);H=[];q=[];e=[];v=[];a=v;b=v;M=0;C=0;K=0;iv=0;mc=0;
```

Geração das matrizes dos coeficientes "a", "b" e "v" e dos vetores "q" e "e"

```
dwr=dw*2*pi;
```

```
for fc=1:size(wc,1),
```

```
    mc1=round(wc(fc,1)/dw)+1;
```

```
    mc2=round(wc(fc,2)/dw)+1;
```

```
    wr=(mc1-2)*dw*2*pi;
```

```
    for m=mc1:mc2,
```

```
        mc=mc+1;wr=wr+dwr;ww=-wr*wr;k=0;
```

```
        for li=1:n, k=k+1;H(li,li)=Hj(m,k);
```

```

    for lj=li+1:n,
        k=k+1;
        H(li,lj)=Hj(m,k);
        H(lj,li)=Hj(m,k);
    end
end
Hr=real(H);Hi=imag(H);
G=-Hi(ih2,:)/Hr;
Hn=Hr(ih2,:)-G*Hi;
for ih1=1:length(ih2),
    ih=ih2(ih1);

```

Geração de "v", "a" e "b"

```

for lj=1:n,
    iv=iv+1;
    jv=(lj*lj-lj)/2;
    for li=1:lj,
        jv=jv+1;
        v(iv,jv)=wr*Hn(ih,li);
        a(iv,jv)=ww*Hn(ih,li);
        b(iv,jv)=Hn(ih,li);
    end
    k=lj-1;
    for li=lj+1:n,
        k=k+1;
        jv=jv+k;
        v(iv,jv)=wr*Hn(ih,li);
        a(iv,jv)=ww*Hn(ih,li);
        b(iv,jv)=Hn(ih,li);
    end
end

```

Geração de "v", "a" e "b"

```

q(iv,1)=G(ih,lj);
e(iv,1)=ee(ih,lj);
end
end

```

```

    end
end

```

Cálculo de "M"(ml) "C"(cl) e "K"(kl) em forma de vetor

```

cl=pinv(v)*q;
mkl=pinv([a b])*e;
ml=mkl(1:nj);
kl=mkl(nj+1:2*nj);

```

Rearranjo de "M" "C" e "K" na forma matricial

```

jv=0;
for lif=1:n,
    for ljf=1:lif-1,
        jv=jv+1;
        C(lif,ljf)=cl(jv);
        C(ljf,lif)=cl(jv);
        M(lif,ljf)=ml(jv);
        M(ljf,lif)=ml(jv);
        K(lif,ljf)=kl(jv);
        K(ljf,lif)=kl(jv);
    end
    jv=jv+1;
    C(lif,lif)=cl(jv);
    M(lif,lif)=ml(jv);
    K(lif,lif)=kl(jv);
end

```

ANEXO III

Desenhos das Peças Utilizadas na Modelagem Experimental

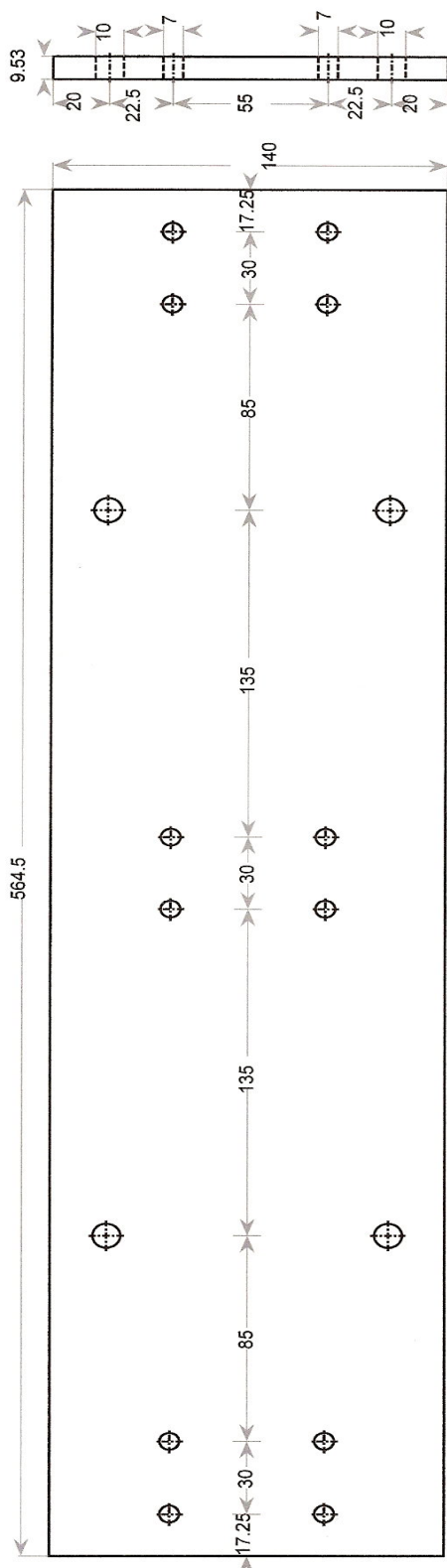


Figura A.01 – Base de fixação (mm).

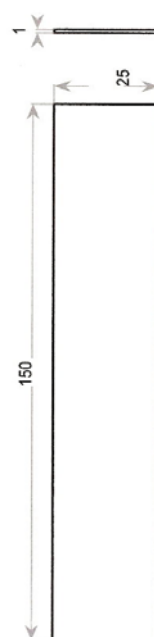


Figura A.02 – Lâmina de aço inoxidável (mm).

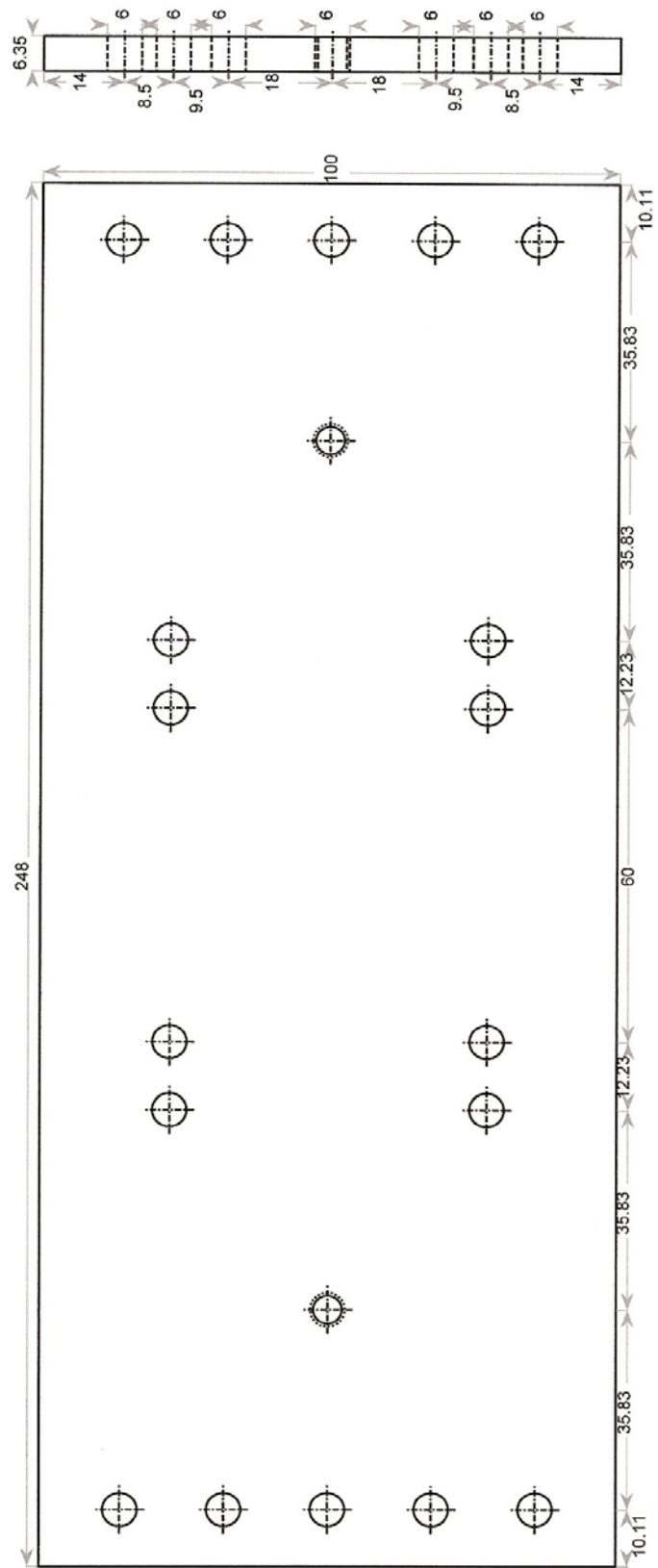


Figura A.03 – Placas inferiores (mm) da estrutura (massas m_1 e m_5).

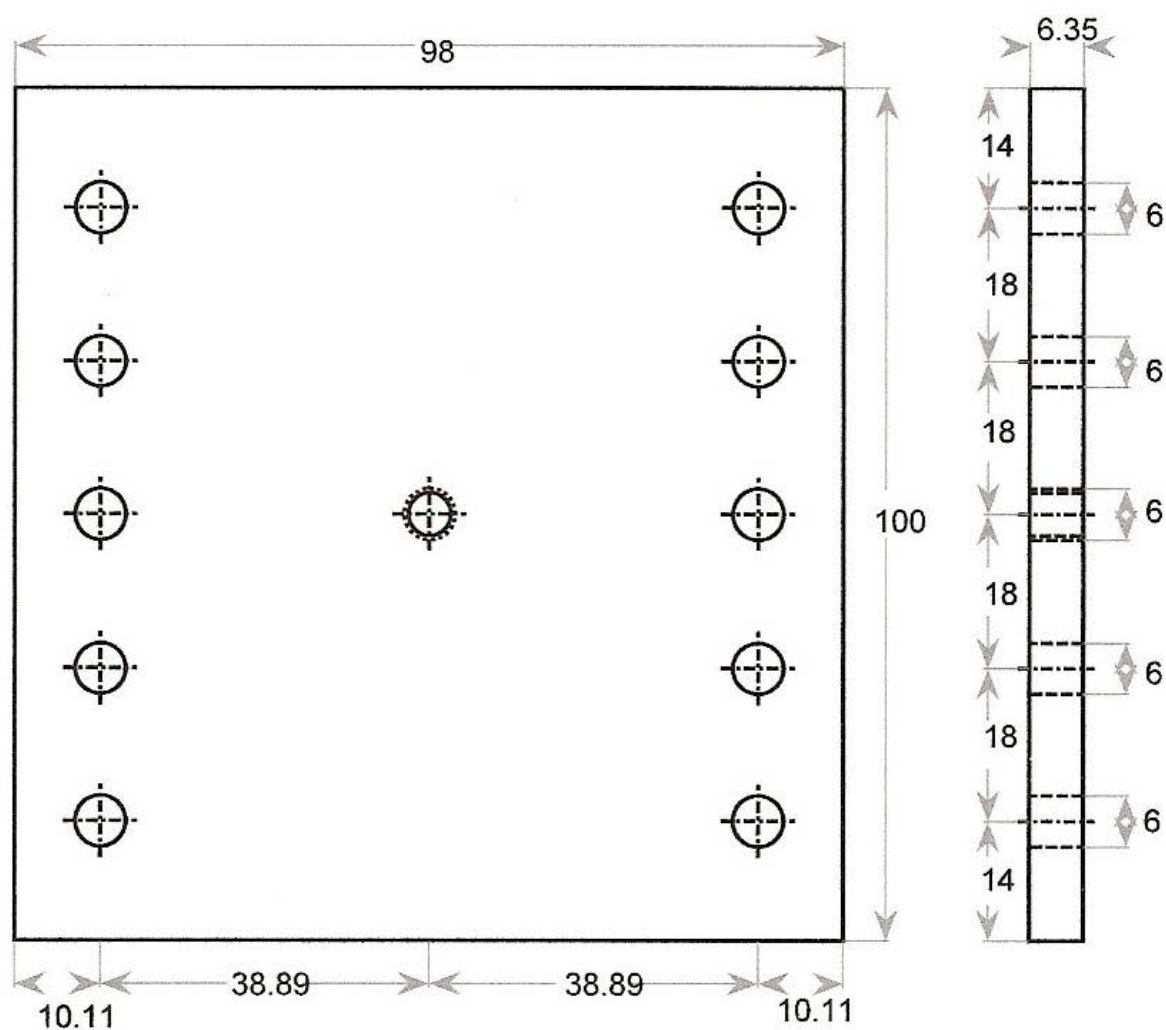


Figura A.04 – Placas superiores (mm) da estrutura (massas m_2 , m_3 , m_4 , e m_6).

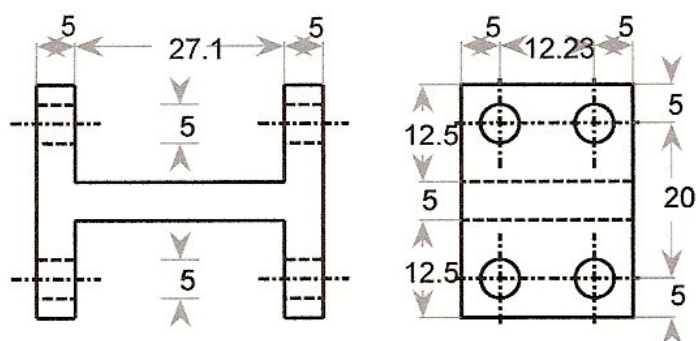
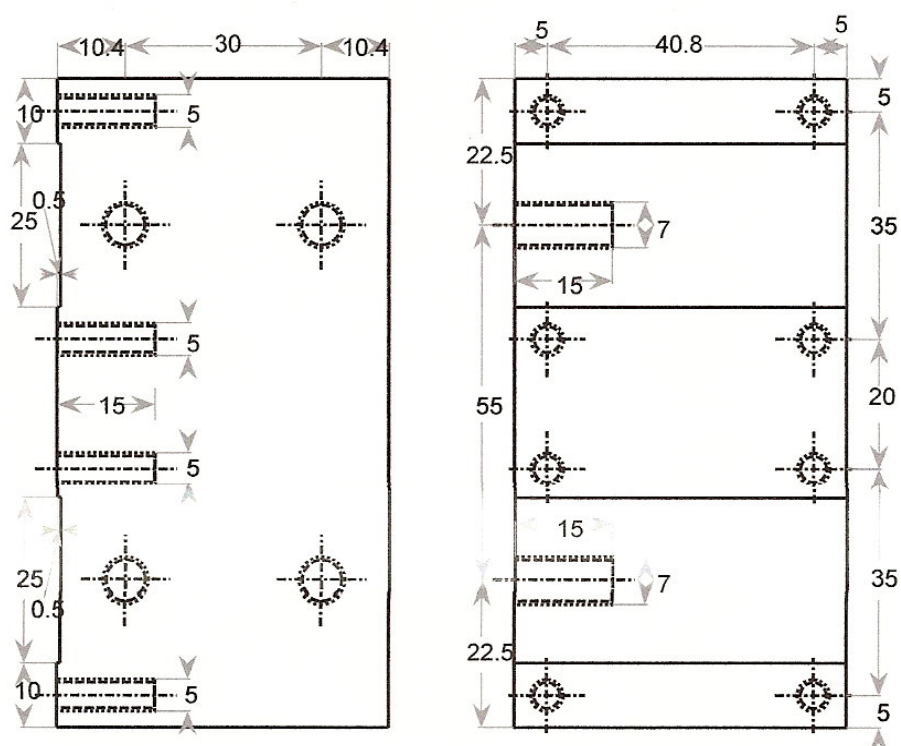
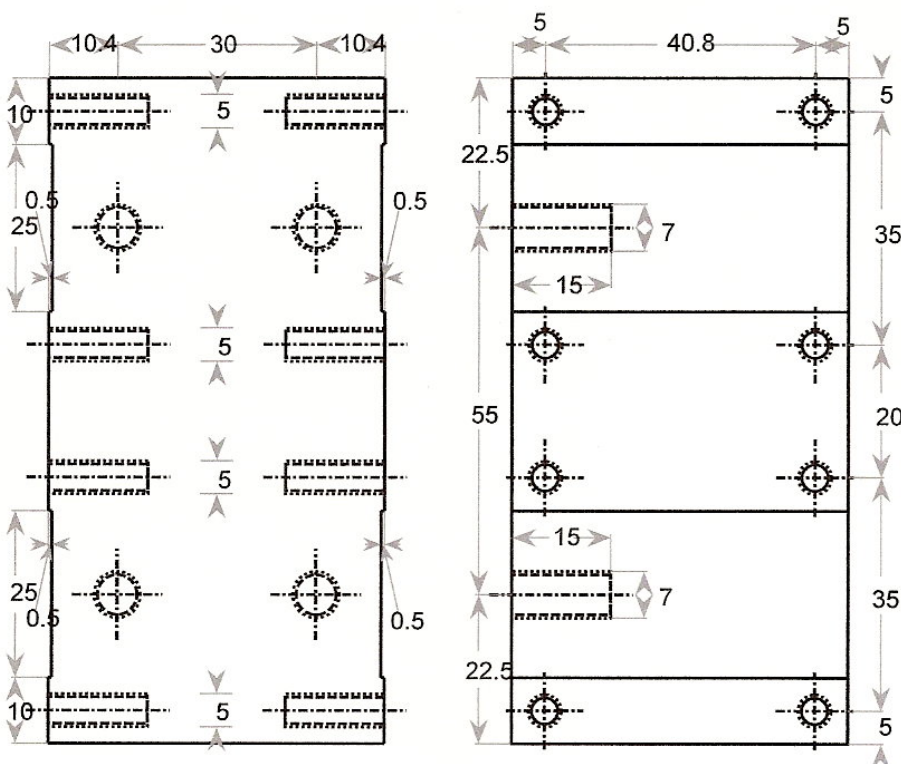


Figura A.05 – Conexão (mm) entre as duas subestruturas através de m_3 e m_4 .



a) Suporte lateral das placas inferiores (m_1 e m_5).



b) Suporte central das placas inferiores (m_1 e m_5).

Figura A.06 – Suportes das placas inferiores das duas subestruturas (mm).

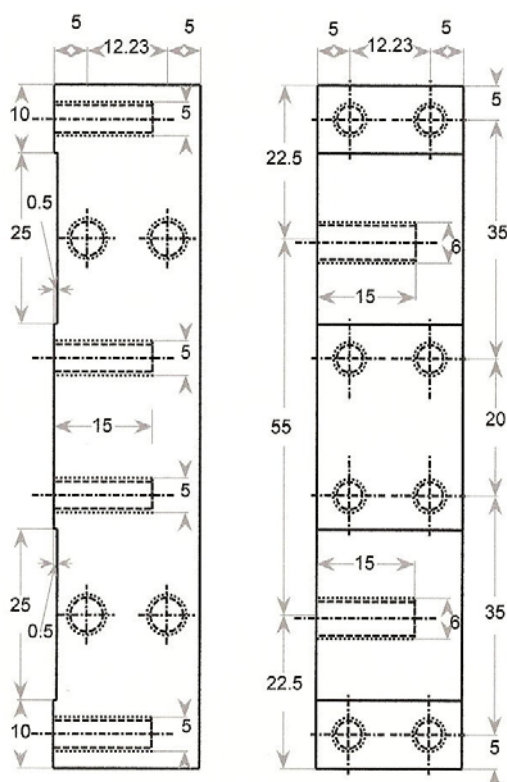


Figura A.07 – Suporte das placas superiores (mm).

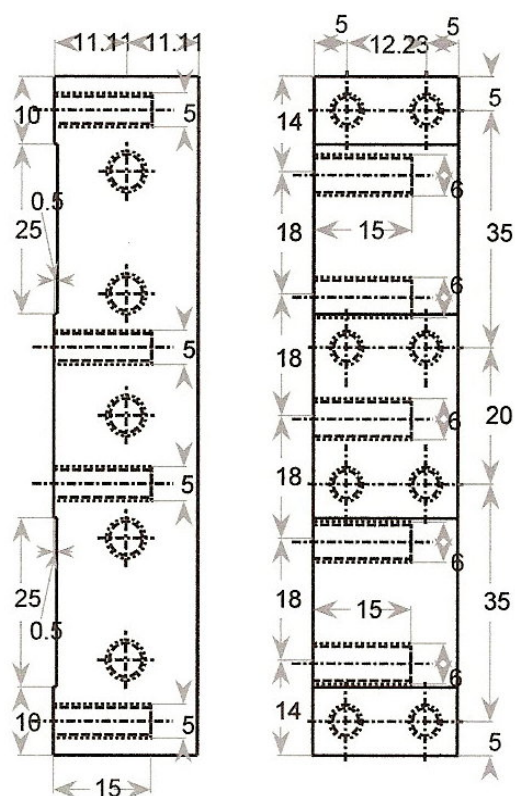


Figura A.08 – Suporte de fixação das lâminas às placas (mm).

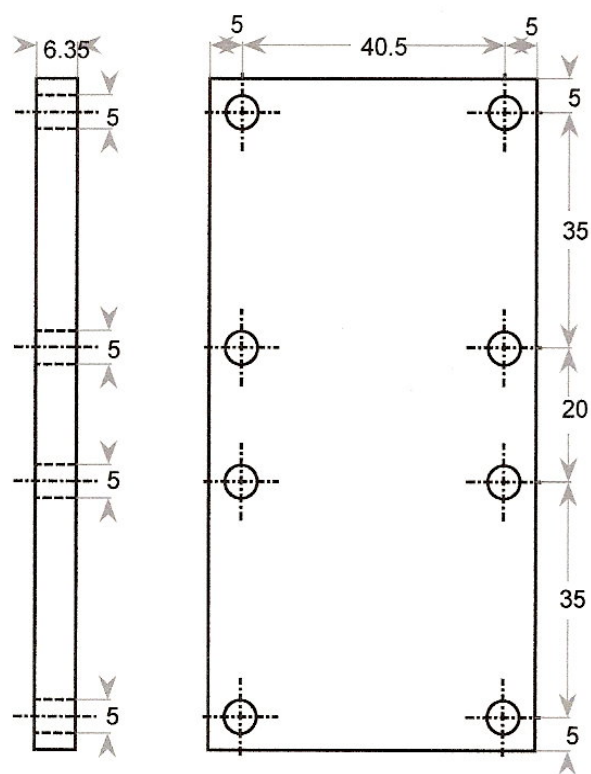


Figura A.09 – Placa de fixação das lâminas aos suportes da Fig. A.06 (mm).

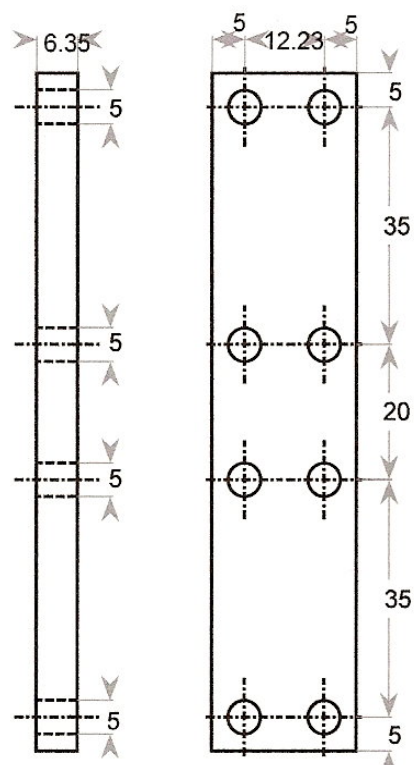


Figura A.10 – Placa de fixação das lâminas aos suportes das Fig. A.07-A.08 (mm).