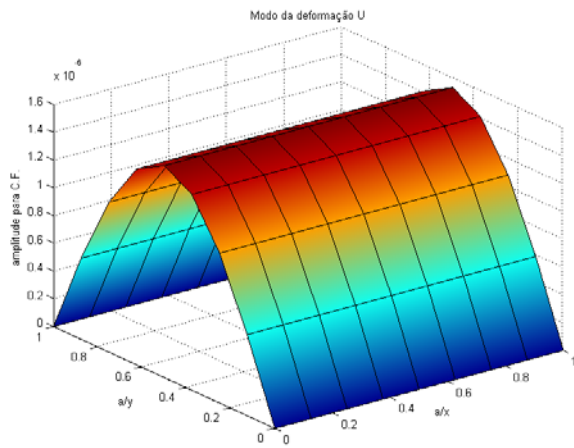
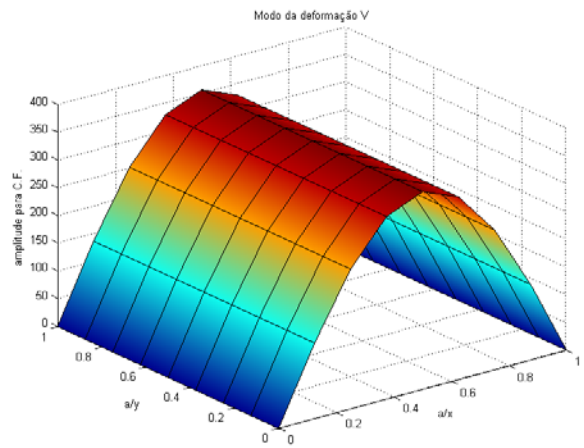
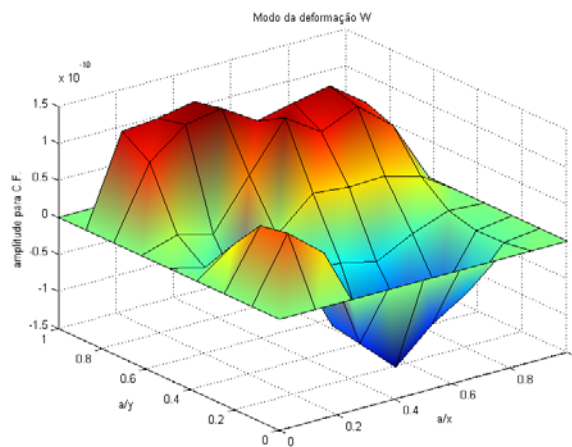




(a)

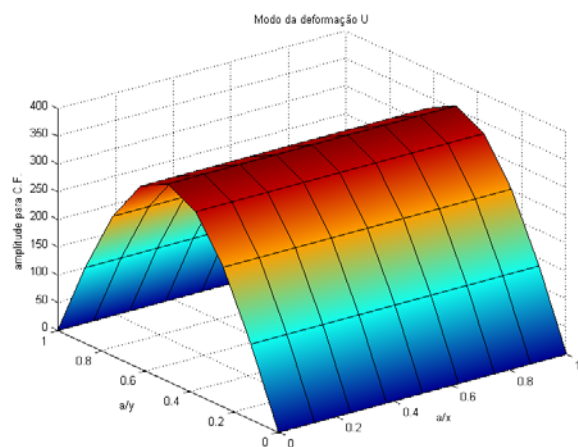


(b)

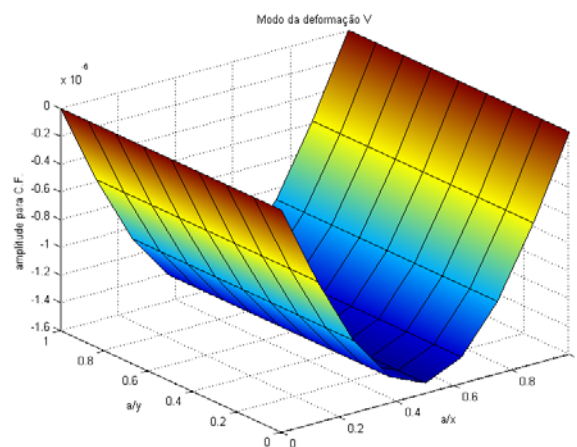


(c)

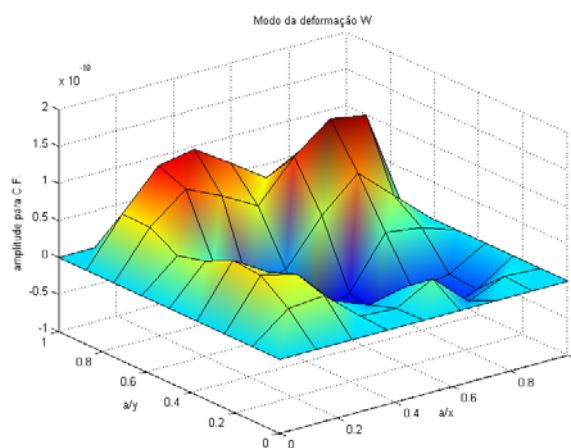
Figura 7.17 - Ilustração do 2º modo de vibração $(f_{norm})_2 = 205,839$ em C.F. (a) deslocamentos u ; (b) deslocamentos v ; (c) deslocamentos w .



(a)

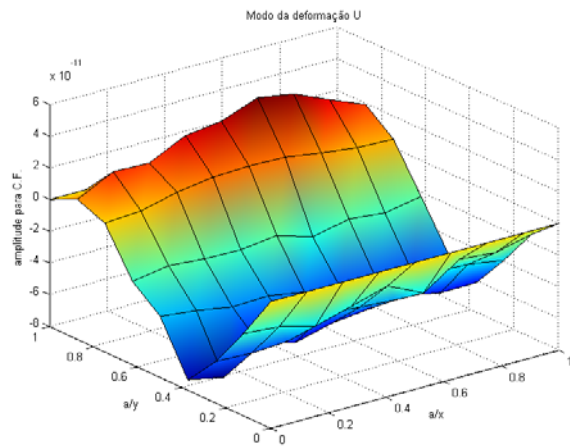


(b)

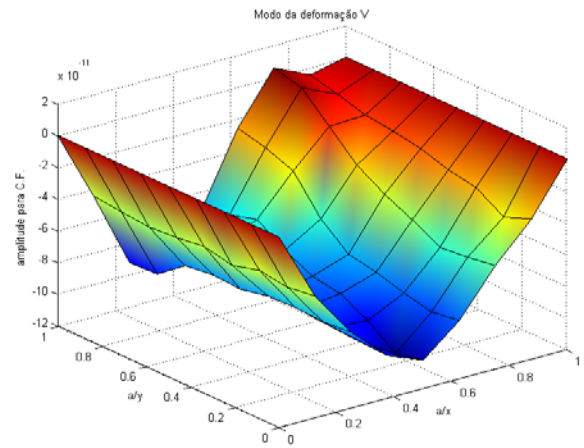


(c)

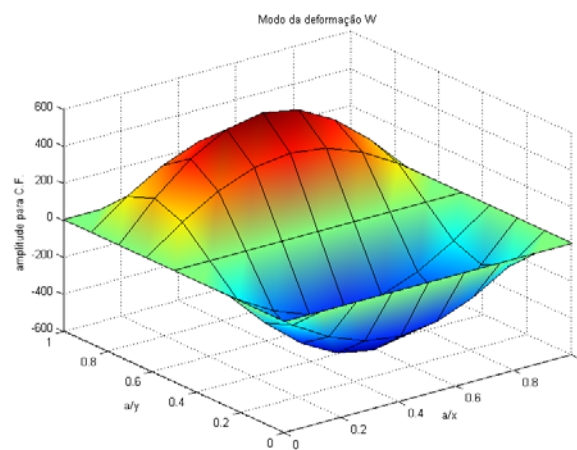
Figura 7.18 - Ilustração do 3º modo de vibração $(f_{norm})_3 = 205,867$ em C.F. (a) deslocamentos u ; (b) deslocamentos v ; (c) deslocamentos w .



(a)

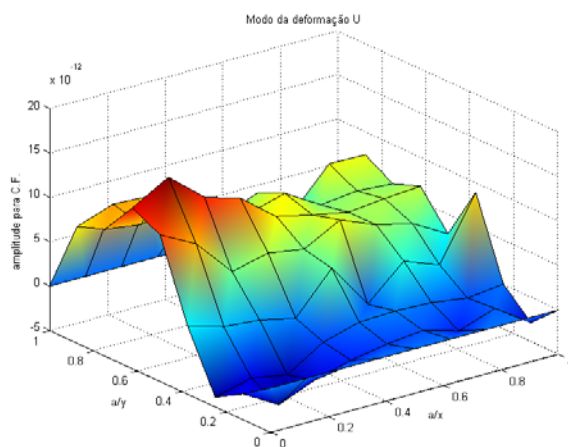


(b)

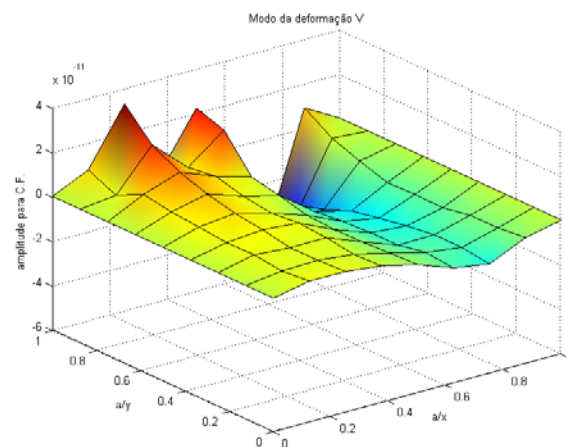


(c)

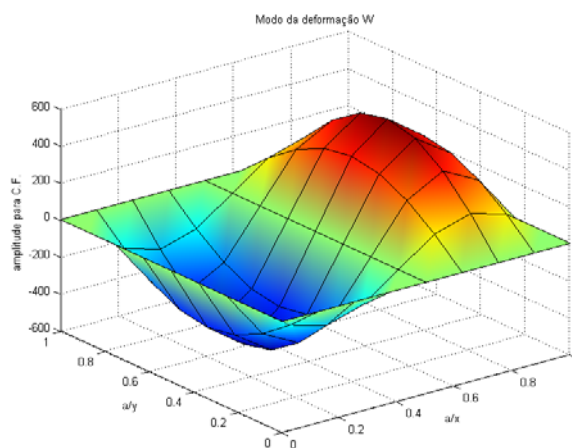
Figura 7.19 - Ilustração do 4º modo de vibração $(f_{norm})_4 = 263,141$ em C.F. (a) deslocamentos u ; (b) deslocamentos v ; (c) deslocamentos w .



(a)



(b)



(c)

Figura 7.20 - Ilustração do 5º modo de vibração $(f_{norm})_5 = 267,474$ em C.F. (a) deslocamentos u ; (b) deslocamentos v ; (c) deslocamentos w .

7.6 Viga em balanço com atuadores de PVDF

O próximo teste numérico é baseado no experimento conduzido por Tzou e Tseng (1990) e reportado também por vários outros autores, tais como Hwang e Park (1993), Veley e Rao (1994), Detwiler et al. (1995), Tzou e Ye (1996), Correia et al. (2000), Lee et al. (2004) e Chee (2000). A estrutura é constituída de uma viga em balanço isotrópica, com duas

camadas de *PVDF*, coladas e polarizadas em sentidos opostos e cujas dimensões são indicadas na Fig. 7.21. Conforme ilustrado nesta figura, a espessura total da viga é 0,001m, o comprimento é 0,1m e a largura é 0,005m. A viga é fixada em $x = 0$ e é aplicado um potencial elétrico de tal forma que, o topo e a base da viga estejam sujeitos a uma diferença de potencial de 1V. Para isso, os nós da camada do topo da viga foram submetidos a um potencial elétrico de + 0,5V e os da base a -0,5V. Os dados materiais relevantes para a modelagem da estrutura encontram-se no **Anexo IV, identificados por PVDF**. O coeficiente de Poisson é admitido nulo para simular a condição de estado plano de tensão (CEN et al., 2002).

A viga é modelada usando um total de 5 elementos iguais constituídos de 2 camadas discretas.

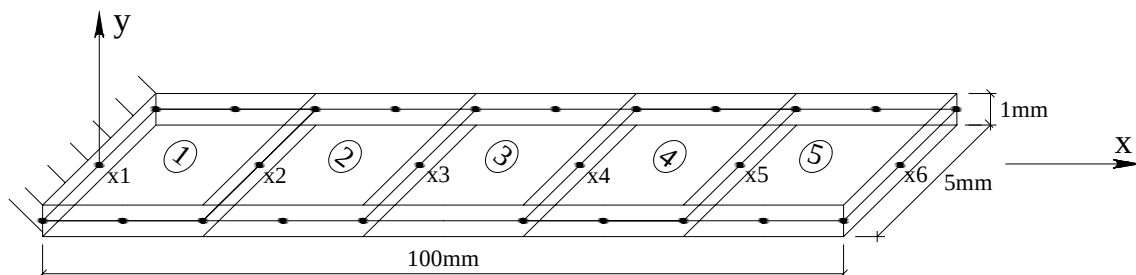


Figura 7.21 - Viga em balanço piezoelétrica.

A solução para este tipo de problema em situação estática é obtida através da solução numérica da equação expressada em (6.75).

Os resultados numéricos obtidos neste teste são comparados, na Tab. 7.5 e Fig. 7.22, com os obtidos por outros autores. Lee et al (2004) formularam um elemento sólido de dezoito nós para aliviar o travamento mecânico e consideraram além das três translações (u , v e w) um g.d.l elétrico. Veley e Rao (1994) usaram um elemento plano modificado com pseudo-nós para incluir o grau de liberdade elétrico. Tzou e Ye (1996) usaram um elemento triangular de casca *FSDT* com ambos os gdl (mecânicos e elétricos) e mostraram que este modelo produz resultados mais coerentes do que os obtidos com elementos lineares de sólidos finos usados por Tzou. Correia et al. (2000) através de seu modelo *HSDT* de elementos Lagrangeanos C^0 de nove nós, obtém resultados bastante coerentes com os dos outros autores e com os de Detwiler (1995), que usa um modelo *FSDT* para elementos quadrilaterais isoparamétricos. Um modelo misto *HSDT*, formado por elementos Hermitianos de viga e que incorpora o potencial elétrico via formulação layerwise foi proposto por Chee (2000) e fornece uma boa correlação com a solução teórica de Tzou e Ye (1996) e com os resultados de Veley e Rao (1994). Observando os resultados obtidos, nota-se que existe

uma boa aproximação entre o modelo em estudo e os obtidos por de Veley e Rao, Lee, Chee, Correia et al. e o analítico de Tyo.

Tabela 7.5 - Deflexão produzida por uma voltagem unitária.

Teoria	Deflexão x 10 ⁻⁷ m					
	nó	x2	x3	x4	x5	x6
HSDT presente		0,14	0,55	1,24	2,21	3,45
HSDT Chee		0,14	0,55	1,24	2,21	3,45
HSDT de Correia		0,14	0,55	1,24	2,21	3,45
Analítica de Tyo		0,14	0,55	1,24	2,21	3,45
FEM Sólido de Tzou		0,12	0,51	1,16	2,10	3,30
FEM Sólido de Lee		0,14	0,55	1,24	2,21	3,45
FEM Shell de Tzou/Ye		0,13	0,53	1,19	2,11	3,30
FEM de Veley		0,14	0,55	1,24	2,21	3,45

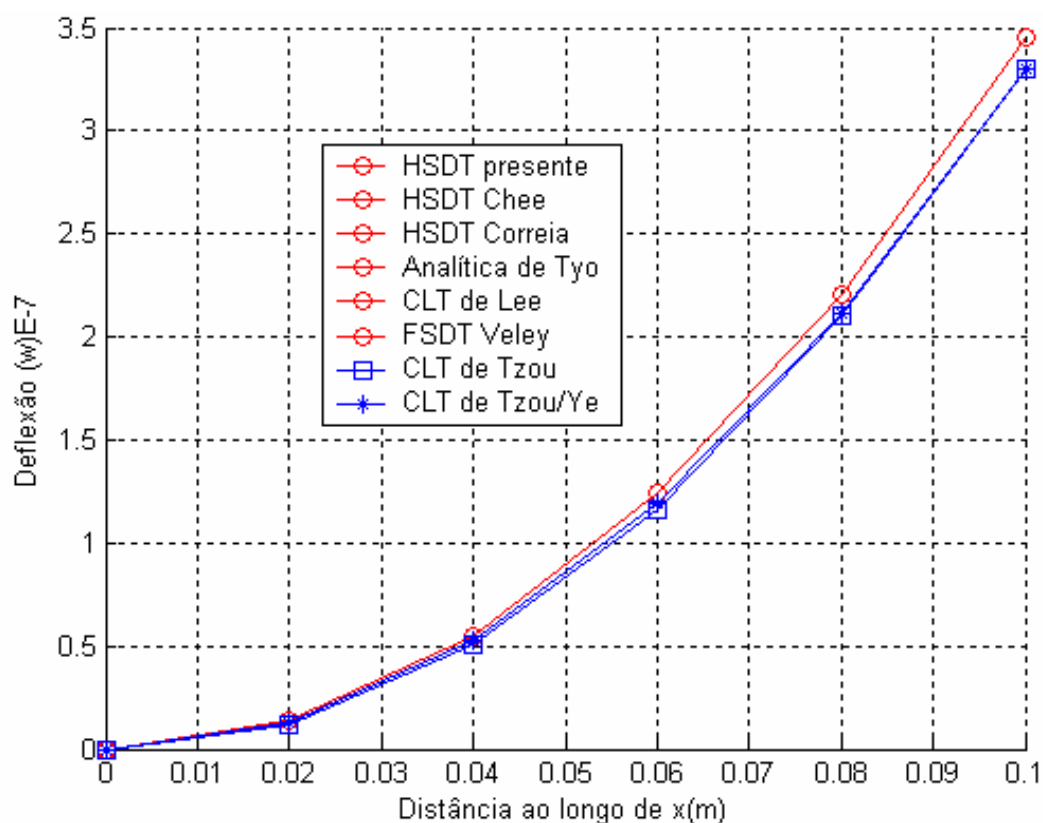


Figura 7.22 - Deflexão de uma viga em balanço piezoelétrica.

7.7 Viga em balanço com sensores de PVDF.

Neste próximo teste, a mesma viga do teste anterior, ilustrada na Fig. 7.21 é utilizada, com a diferença que os elementos piezoelétricos de *PVDF* funcionam como sensores de voltagem. A viga é modelada utilizando as mesmas propriedades geométricas e materiais da viga estudada anteriormente, com exceção das condições de contorno mecânicas e elétricas.

A extremidade livre da viga foi submetida a uma deflexão de 10mm, aplicada ao nó 6, e as voltagens nos sensores são obtidas calculando as diferenças de voltagem entre as camadas do topo e da base da viga.

A solução para este tipo de problema estático é obtida através da solução numérica da equação expressada em (6.74-b), adotando que os potenciais elétricos impostos são nulos, por tratar-se de um sistema desprovido de atuadores piezoelétricos, e calculando-se os potenciais elétricos livres.

A Figura 7.23 ilustra a diferença de voltagem (potencial elétrico) ao longo dos 5 elementos nos quais foi discretizada a viga.

Diversos modelos foram utilizados para efeito de comparação com os resultados obtidos pela teoria *HSDT* em estudo: o modelo *CLT* de placa de Hwang e Park (1993) possui 5 peças de eletrodos separados, distribuídos ao longo do comprimento da viga, sendo que cada peça possui uma superfície equipotencial de voltagem constante representada por 1 g.d.l elétrico por elemento. Na realidade, devido à condutividade, se dois ou mais elementos piezoelétricos são adjacentes, suas voltagens correspondem aos seus valores médios (DETWILER et al., 1995). A distribuição de potencial elétrico fornecida pelas formulações *HSDT* presente e de Correia et al. (2000), bem como a do modelo sólido *CLT* de Tzou et al. (1993) e de viga *HSDT* de Chee (2002) não apresentam as descontinuidades verificadas no modelo de Hwang e Park e permitem gradientes de voltagem na direção *x* da viga em balanço. No presente modelo, a distribuição do potencial elétrico é contínua devido à continuidade do potencial elétrico nos nós compartilhados por elementos adjacentes.

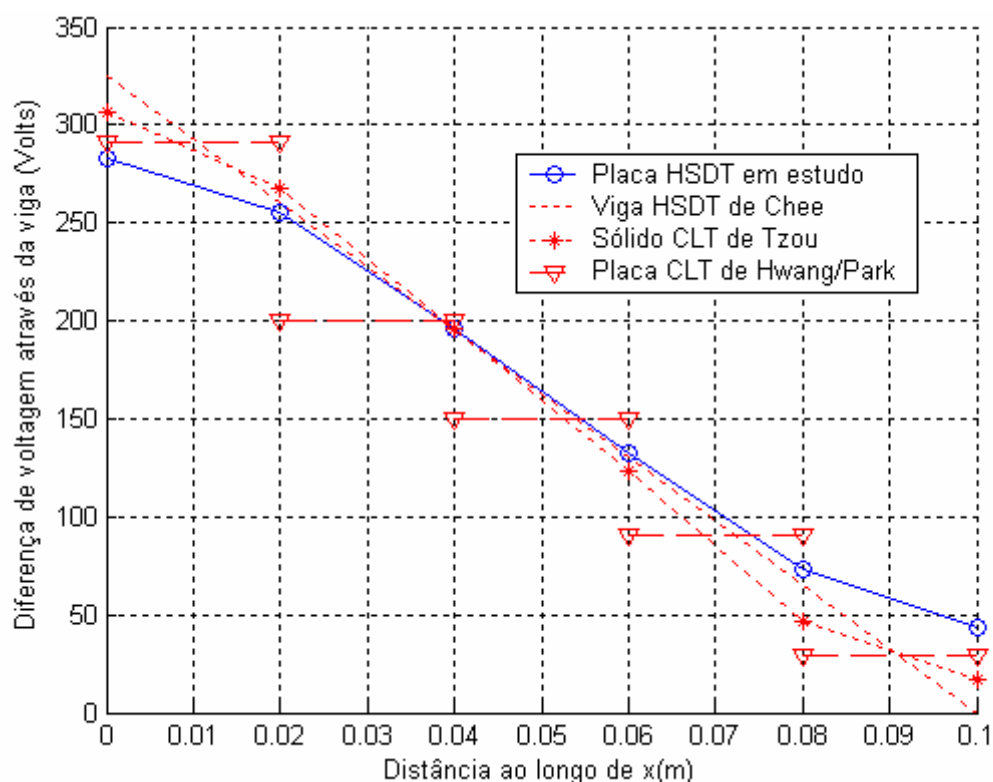


Figura 7.23 - Diferença de voltagem ao longo do comprimento da viga em balanço piezoelétrica atuando como sensor de voltagem.

Nota-se que é pequena a discrepância encontrada na deflexão mecânica da viga dotada de atuadores piezoelétricos estudada na Seção 7.6, ao passo que, para a viga com sensores piezoelétricos, a distribuição do potencial comparada com as obtidas pelos outros autores e ilustrada pela Fig. 7.23, mostra uma discrepância maior nas duas extremidades da viga. Esta discrepância foi observada também nos modelos estudados por Ganapathi et al. (2004) que atribuíram estas discrepâncias à existência de um estado tridimensional de tensões nas regiões próximas dessas localizações, enquanto que o presente modelo é baseado em aproximações bidimensionais. Para certos casos, a mudança de tendência de variação do potencial e tensões ao longo do comprimento é observada nas proximidades das extremidades livres e apoiadas e pode ser possível devido aos efeitos de contorno (GANAPATHI et al., 2004).

Para uma melhor aproximação do potencial elétrico nas extremidades livre e engastada do modelo anterior, a viga é novamente discretizada com uma malha uniforme mais refinada. Através de dois novos modelos de viga, idêntico ao anterior, exceto por um melhor refinamento da malha em 20x1 e 40x1 elementos, foram obtidos os resultados tabelados na Tab. 7.6.

As diferenças de voltagens encontradas nas extremidades livre e engastada dos modelos de Hwang e Park, Tzou et al. e Chee obtidas graficamente através da Fig. 7.23 também são sumarizadas na Tab. 7.6. Além desses autores, são também tabelados os potenciais elétricos nas extremidades obtidos por Carvalho Neto (2000), Correia et al. (2000), Rocha (2002) e Lima Jr. (2002) e que utilizaram modelos diferentes em suas aplicações.

Tabela 7.6 Diferença de voltagem elétrica induzida devido a deformação mecânica.

Teoria	Extremidade engastada (Volt)	Extremidade Livre (Volt)
HSDT Placa presente (6x1)	283	44
HSDT Placa presente (20x1)	318	5
HSDT Placa presente (40x1)	323	0
HSDT Placa de Correia et al. (5x1)	276	30
HSDT Placa de Correia et al. (20x1)	325	0
HSDT Viga de Chee (5x1)	325	0
CLT Sólido de Tzou e Tseng (5x1)	306	17
CLT Placa de Hwang e Park (5x1)	287	29
Placa CLT de Carvalho Neto (5x1)	289	33
Viga CLT de Rocha (5x1)	299	30

Exceto nos modelos de Tzou et al. e Rocha, o potencial elétrico ao longo do comprimento da viga nos demais modelos apresenta descontinuidades semelhantes às observadas no trabalho de Hwang e Park.

Correia et al. (2000), ao propor uma melhor discretização da viga em 20x1 elementos observa em seu modelo *HSDT* um comportamento de tendência de variação linear do potencial elétrico ao longo do comprimento da viga. Este comportamento também é constatado no trabalho de Chee (2000). Ambos utilizam a teoria *HSDT* para a modelagem da viga engastada, mas somente o primeiro autor utiliza um elemento de placa *HSDT* que apresenta descontinuidades na variação do potencial elétrico ao longo do comprimento da viga, enquanto Chee usa um elemento de viga *HSDT* sem descontinuidades.

Esta tendência de variação linear do potencial elétrico observada por Correia et al. (2000) e Chee (2000) ao longo do comprimento da viga também foi constatada no presente trabalho e é ilustrada através da Fig. 7.24.

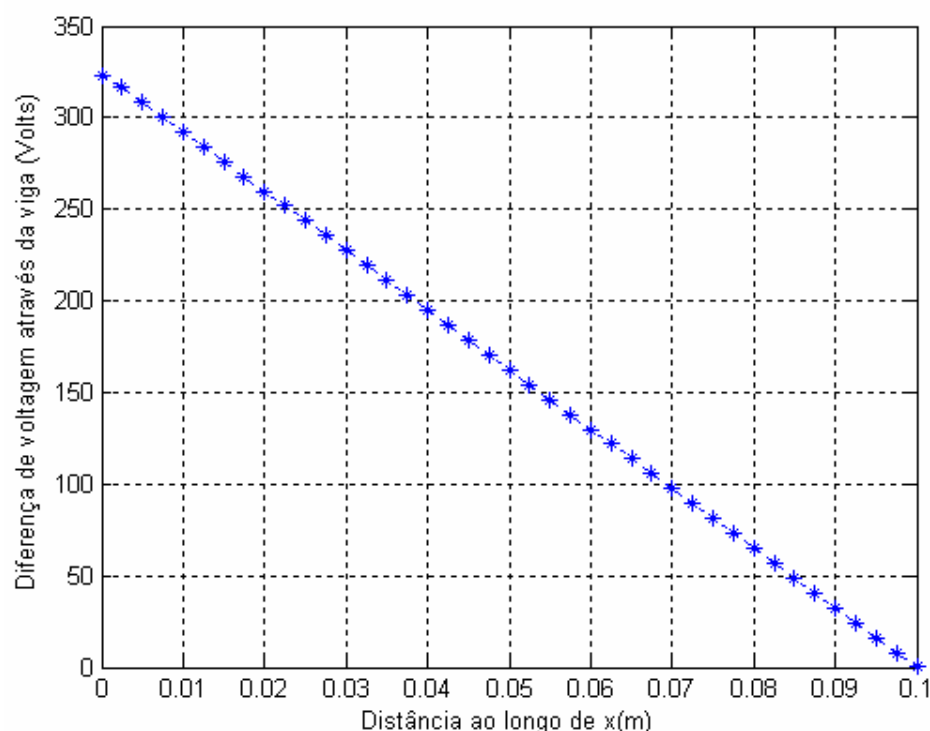


Figura 7.24 - Diferença de voltagem ao longo do comprimento da viga em balanço PVDF modelada com 40 elementos.

Através dos dados fornecidos pela Tab. 7.6 e Fig. 7.24, constata-se que as diferenças de voltagens obtidas para os presentes modelos mais discretizados tendem a uma variação linear ao longo do comprimento da viga.

Assim, de acordo com a Tab. 7.6. e a Fig. 7.24, uma diferença de voltagem de 323V é captada na extremidade engastada da viga para uma deflexão imposta de 10mm na extremidade livre e cujo valor está bem próximo aos obtidos por Chee e Correia et al. que também utilizam uma teoria *HSDT* para a discretização da viga.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES

8.1 Considerações finais.

O estudo das diferentes teorias existentes para a modelagem de estruturas compostas laminadas inteligentes e a simulação numérica dessas estruturas foram os principais objetivos deste trabalho. Foi apresentada a *Teoria Mista* incorporada na formulação de elementos finitos utilizada na modelagem de estruturas compostas laminadas inteligentes e que incorpora as teorias *FSDT* ou *HSDT* na aproximação do campo de deslocamentos mecânicos. Já o comportamento elétrico foi aproximado pela utilização da *Teoria das Camadas Equivalentes Discretizadas* e que permitiu a incorporação de elementos piezoelétricos em diferentes posições ao longo da espessura da estrutura.

A partir do princípio variacional, as equações do movimento dos sistemas eletromecanicamente acoplados foram apresentadas, o que possibilitou a correta representação do comportamento dos elementos piezoelétricos inseridos na estrutura composta laminada. Assim, estruturas compostas laminadas inteligentes puderam ser modeladas e seu comportamento avaliado e comparado com diversas fontes de pesquisa.

Modelos *HSDT* de estruturas compostas laminadas sob condições de contorno simplesmente apoiadas e engastadas e sob condições de carregamentos variados, foram apresentados. Os resultados demonstraram a capacidade apresentada pelo modelo na modelagem de placas compostas laminadas espessas e finas, livres de travamento por enrijecimento transversal.

Modelos de elementos finitos utilizando a formulação *FSDT* foram obtidos pela redução da formulação *HSDT* utilizados na modelagem de placas compostas laminadas, mostrando-se mais econômicos computacionalmente em comparação com a formulação *HSDT*. Foi verificada a limitação de fontes literárias para a correta determinação dos fatores de correção do cisalhamento transversal em estruturas compostas inteligentes. A maioria

das publicações limita-se à estimativa desses fatores aplicados à modelagem de estruturas compostas laminadas homogêneas, não apresentando o efeito do acoplamento eletromecânico presente em estruturas compostas laminadas inteligentes. Assim, a dificuldade apresentada na obtenção desses fatores de correção, conjuntamente com os atuais avanços da microinformática e a melhor aproximação verificada dos modelos que utilizam a formulação *HSDT* em relação aos modelos que utilizam a formulação *FSDT*, sugerem a preferência pela utilização da formulação mista incorporando a *HSDT*.

Modelos de elementos finitos utilizando a *Teoria Mista* incorporando a teoria *HSDT* na aproximação das variáveis mecânicas foram formulados para compostos laminados inteligentes finos e espessos mostrando sua grande capacidade. Foi verificada a grande capacidade destes modelos em análises estáticas de placas e vigas compostas laminadas inteligentes e de placas compostas laminadas dotadas de piezocerâmicas discretizadas.

Comparando com as soluções numéricas e analíticas de diversos outros autores foi demonstrada a capacidade apresentada pelo modelo para a modelagem de placas compostas laminadas inteligentes finas e espessas em análises simplesmente estáticas e sob vibração livre na condição de circuito aberto e fechado.

Sob condição de vibração livre, o modelo apresentou grande capacidade na obtenção dos modos de vibração e frequências naturais de baixa e alta ordem.

8.2 Sugestões para Trabalhos Futuros.

O presente trabalho abre novas perspectivas de trabalhos e a incorporação de alguns dos temas já abordados pelos pesquisadores da FEMEC aplicados até então somente à estruturas isotrópicas, tais como:

- Modelagem de cascas compostas laminadas inteligentes, finas e espessas;
- Estudos para a efetiva estimativa dos fatores de correção do cisalhamento transversal em estruturas compostas inteligentes;
- Elaboração de um programa computacional utilizando o *Modelo Misto* e que permita a escolha entre as diferentes teorias utilizadas na aproximação do campo de deformações mecânicos para o estudo de estruturas compostas laminadas inteligentes;
- Incorporação dos efeitos piroelétrico e magnetoelétrico ao modelo;
- Estudos locais de tensão, deformação e variação do potencial elétrico;
- Estudos de flambagem da seção transversal de cascas compostas laminadas inteligentes;

- Comparação da performance de modelos aplicando as teorias HSDT e FSDT aplicadas na modelagem em MEF para cascas compostas laminadas inteligentes;
- Utilização de técnicas de otimização para o posicionamento ótimo de sensores e atuadores piezoelétricos ao longo da superfície e ao longo das camadas da estrutura do estratificado;
- Modelagem de estruturas sanduíche;
- Monitoramento em tempo real do processo evolutivo do dano em estruturas compostas laminadas inteligentes;
- Introdução de lâminas viscoelásticas ao *Modelo Misto* presente para o amortecimento passivo de vibrações;
- Controle ativo de forma e de vibrações promovido pela incorporação ao *Modelo Misto* de *resistores shunt* inseridos em diferentes posições do estratificado;
- Análises de cascas, placas e vigas compostas laminadas inteligentes no domínio do tempo e da frequência;
- Verificação da influência das camadas adesivas entre as camadas piezoelétricas e a estrutura;
- Modelagem de estruturas inteligentes sujeitas a grandes deformações;
- Estudos sobre o efeito de enrijecimento por tensão induzida no plano das placas compostas laminadas inteligentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, G. L. C. M. **Projeto Robusto H^∞ Aplicado no Controle de Vibrações em Estruturas Flexíveis com Materiais Piezelétricos Incorporados**. 2003. 273f. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

ABREU, G. L. C. M.; RIBEIRO, J. F. A Self-Organizing Fuzzy Logic Controller for the Active Control of Flexible Structures using Piezoelectric Actuators. **Applied Soft Computing Journal**, v.1, n.4, p. 271-283, 2002.

ACOSTA, L. O. **Estudo de um Mecanismo de Retenção/Liberação Utilizando Liga com Efeito de Memória de Forma**. 2000. 79f. Dissertação de Mestrado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.

ALBUQUERQUE, E. B. **Concepção, Modelagem e Avaliação Experimental de um Transportador Vibratório com Acionamento Piezoelétrico**. 2004. 90f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

ALHAZZA, K. A.; ALHAZZA, A. A. A Review of the Vibrations of Plates and Shells. **The Shock and Vibration Digest**. v. 36, n. 5, p. 377-395, 2004.

ARRUDA, J. R. F.; MOREIRA, F. L.; PEREIRA, A. K. A. Comparing Feedback Vibration Control and Feedforward Power-Flow Based Control Strategies using a Simple Plate Example. In: ACTIVE97, aug. 1997, Budapest, Hungary. **Proceeding of the 1997 International Symposium on Active Control of Sound and Vibration**, p. 75-92.

ASSAN, A. E. **Método dos Elementos Finitos: Primeiros Passos**. 2. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2003.

ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M. **Projeto de Sistema de Controle Via LMI's Usando o MATLAB**. APLICON, Escola Brasileira de Aplicações em Dinâmica e Controle. USP, São Carlos, SP, 2001.

BAILEY, T.; HUBBARD E. JR. Distributed Piezoelectric-polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 8, n.5, p. 605-611, 1985.

BENJEDDOU, A. Advances in Piezoelectric Finite Element Modelling of Adaptive Structural Elements: A Survey. **Computers and Structures**. v. 76, p. 347-363, 2000.

BERTHELOT, J. M. **Matériaux Composites: Comportement Mécanique et Analyse des Structures**. Paris: Masson, 1992.

BEVAN, J. S.. Analysis and Testing of Plates with Piezoelectric Sensors and Actuators. **National Aeronautics and Space Administration (NASA), Aerospace Institute**. Cleveland, Hampton, Virginia, CR-1998-207667, p. 1-132, 1998.

BHASKAR, K.; VARADAN, T. K. Refinement of Higher-order Laminated Plate Theories. **AIAA Journal**. v. 27, p. 1830-1831, 1989.

BISEGNA, P.; CARUSO, G., A Layer-wise Reissner-Mindlin_type Model for the Vibration Analysis and Suppression of Piezoelectric Plates. **Computers and Structures**. v. 79, p. 2309-2319, 2001.

BISEGNA, P.; CARUSO, G., Mindlin_Type Finite Elements for Piezoelectric Sandwich Plates. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 11, p. 14-25, 2000.

CARVALHO NETO, A. L. **Formulation of a Rectangular Finite Element for a Laminated Composite Plate with Piezoelectric Layers**. 2000. 120f. Dissertação de Mestrado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.

CEN, S., SOH, A., LONG, Y.; YAO, Z. A New 4-node Quadrilateral FE Model with Variable Electrical Degrees of Freedom for the Analysis of Piezoelectric Laminated Composite Plates. **Composite Structures**. v. 58, n.4, p. 583-599, 2002.

CHALAYE, H. Les Matériaux Composites: Dynamisme et Innovation. **Le 4 Pages: des statistiques industrielles, DiGIPTIP: Ministère de l'Economie, des Finances et de l'Industrie**. n.158, fev. 2002.

CHANDRASHEKHARA, K.; VARADARAJA, S.; AGARWAL, S. Adaptive Shape Control of Laminated Composite Plates using Piezoelectric Materials. **Adaptive Structures Forum**, AIAA/ASME/AHS, CP-963, AIAA-96-1288-CP, p.197-206, 1996.

CHEE, C. Y. K. **Static Shape Control of Laminated Composite Plate Smart Structure using Piezoelectric Actuators**. 2000. Tese de Pós-Doutorado.- University of Sydney: Department of Aeronautical Engineering, Sydney, Austrália.

CHEE, C.; TONG, L.; STEVEN, G. P. Static Shape Control of Composite Plates Using a Curvature-displacement Based Algorithm. **International Journal of Solid and Structures**, v. 38, p. 6381-6403, 2001.

CHO, M.; PARMETER, R. R. Efficient Higher Order Composite Plate Theory for General Lamination Configurations. **AIAA Journal**. v. 31, n. 7, p. 1299-1306, 1993.

CHOU, T.-W. **Microstructural Design of Fiber Composites**. 1.ed. New York: Cambridge University Press, 1992.

CHUGAL, Y. M.; SHIMPI, R. P. A Review of Refined Shear Deformation Theories of Isotropic and Anisotropic Laminated Plates. **Journal of Reinforced Plastics and Composites**. v. 21, n. 9, 2002.

CORREIA, V. M. F, GOMES; M. A. A., SULEMAN, A.; SOARES, C. M. M.; SOARES, C. A. M. Modelling and Design of Adaptive Composite Structures. **Comput. Methods Appl. Mech. Eng**. v. 185, p. 325-346, 2000.

CRAWLEY, E. F.; ANDERSON, E. H. Detailed Models of Piezoelectric Actuation of Beams. **Journal of Intelligent Material System and Structures**. v.1, p. 4-25, 1990.

CRAWLEY, E. F.; DE LUIS, J. Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures. **AIAA Journal**. v. 25, n.10, p. 1373-1385, 1987.

CRAWLEY, E. F; LAZARUS, K. B. Induced Strain Actuation of Isotropic and Anisotropic Plates. **AIAA Journal**. v. 29, n.6, p. 944-951, 1991.

CRAWLEY, E. F. Intelligent Structures for Aerospace: A Technology Overview and Assessment. **AIAA Journal**. v. 32, n.8, p. 1689-1699, 1994.

DA ROCHA, W. F. **Determinação da Instabilidade Aerolástica de Asas Retangulares Constituídas de Material Compósito em Regime de Vão Subsônico**. 1999. 68f. Dissertação de Mestrado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.

DAVIS, C. L.; LESIEUTRE, G. A. A Modal Strain-energy Approach to the Prediction of Resistively Shunted Piezoceramic Damping. **Journal of Sound and Vibration**. v. 197, p. 129-139, 1995.

DETWILER, D. T.; SHEN, M.-H. H.; VENKAYYA, V. B. Finite Element Analysis of Laminated Composite Structures Containing Distributed Piezoelectric Actuators and Sensors. **Finite Elements in Analysis and Designer**. v. 20, p. 87-100, 1995.

DI, S. Multilayered Anisotropic Plate Models with Continuous Interlaminar Stresses. **Journal of Composite Structures**. v. 22, n. 3, p. 149-167, 1992.

DI, S.; BENDING, M. Vibration, and Buckling of Simply Supported Thick Multilayered Orthotropic Plates: An Evaluating of a New Displacement Model. **Journal of Sound and Vibration**. v. 105, p. 425-442, 1986.

DI, S.; ROTHERT, H. A Solution of Laminated Cylindrical Shells Using an Unconstrained Third-order Theory. **Journal of Composite Structures**. v. 32, p. 667-680, 1995.

DONADON, M. V. **Vibração de Placas Laminadas na Presença de Tensões Induzidas Piezoeletricamente**. 2000. 109f. Dissertação de Mestrado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.

FANSON, J. L.; CAUGHEY, T. K. Positive Position Feedback Control for Large Sparce Structures. **AIAA Journal**. v.28, n. 4, p. 717-724, 1990.

FITESA - **Materiais compósitos e fibras de polipropileno**. Gravataí, RS, 2002. 4p. Relatório.

FORTES, L. C. **Análise e Ensaio de Painéis Laminados de Grafita/Epóxi em Pós Flambagem**. 2000. 63f. Dissertação de Mestrado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.

GANAPATHI, M.; PATEL, B. P.; TOURATIER, M. A. C1 Finite Element for Flexural and Torsional Analysis of Rectangular Piezoelectric Laminated/Sandwich Composite Beams. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**. v. 61, p. 584-610, 2004.

GARCIA, O. A. **Elementos Finitos Generalizados na Análise Estática de Placas e Cascas**. 2003. 176f. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.

GIBBS, G. P.; FULLER, C. R. Experiments on Active Control of Vibration Power Flow using Piezoceramic Actuator/Sensors. **AIAA Journal**. v. 30, n. 2, p. 457-463, 1992.

GONÇALVES, P. J. P.; LOPES Jr., V.; ASSUNÇÃO, E. **Controle Ativo de Vibração Estrutural Utilizando Materiais Inteligentes via LMIs**. In: CONEM, II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2002, João Pessoa, PB.

HA, S.K.; KEILERS C.; CHANG F.K. Finite Element Analysis of Composite Structures Containing Distributed Piezoelectric Sensors and Actuators. **AIAA Journal**. v. 30, n.3, p. 772-780, 1992.

HAGOOD, N. W.; FLOTOW, A. H. V. Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks. **Journal of Sound and Vibration**. v. 146, p. 243-268, 1991.

HEYLIGER, P. R.; SARAVALOS, D. A. Exact Free-vibration Analysis of Laminated Plates with Embedded Piezoelectric Layers. **Journal of the Acoustical Society of America**. v. 98, n. 3, p. 1547-1557, set. 1995.

HOLLKAMP, J. J. Multimodal Passive Vibration Suppression with Piezoelectric Materials and Resonant Shunts. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 5, n. 1, p. 49-57, 1994.

HWANG, W. S.; PARK, H. C. Finite Element Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuators. **AIAA Journal**. v. 31, p. 930-937, 1993.

HWANG, W.; HWANG, W.; PARK, H. C. Vibration Control of a Laminated Plate with Piezoelectric Sensor/Actuator: Finite Element Formulation and Modal Analysis. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 4, n. 4, p. 317-329, 1994.

KHARE, R. K.; KANT, T.; GARG, A. K. Closed-Form Thermo-Mechanical Solutions of Higher-Order Theories of Cross-Ply Laminated Shallow Shells. **Journal of Composite Structures**. v. 59, n. 3, p. 313-340, 2003.

KOCONIS, D. B.; KOLLAR, L. P.; SPRINGER, G. S. Shape Control of Composite Plates and Shells with Embedded Actuators. I. Voltages Specified. **Journal of Composite Materials**. v. 28, n. 5, p. 415-458, 1994.

KOSHIGOE, S.; MURDOCK, J.W. A Unified Analysis of Both Active and Passive Damping of a Plate with Piezoelectric Transducer. **Journal of the Acoustical Society of American**. v. 93, p. 346-355, 1993.

KULKARNI, S. A.; BAJORIA, K. M. Finite Element Modeling of Smart Plates/Shells Using Higher Order Shear Deformation Theory. **Journal of Composite Structures**. v. 62, p. 41-50, 2003.

LEE, C. K. Theory of Laminated Piezoelectric Plates for the Design of Distributed Sensor/Actuator. Part I: Governing Equations and Reciprocal Relationships. **Journal of the Acoustical Society of America**. v. 87, n. 3, p. 1144-1158, 1990.

LEE, C.-Y.; LIU, D. Interlaminar Stresses Continuity Theory for Laminated Composite Analysis. **AIAA Journal**. v. 29, n. 11, p. 2010-2012, 1991.

LEE, H.-J. Finite Element Analysis of Active and Sensory Thermopiezoelectric Composite Materials. **National Aeronautics and Space Administration (NASA), Aerospace Institute.** Cleveland, Ohio, CR-2001-210892, p. 1-125, 2001.

LEE, S. J.; REDDY, J. N.; ROSTAM-ABADI, F. Transient Analysis of Laminated Composite Plates with Embedded Smart-material Layers. **Finite Elements in Analysis and Design.** v. 40, p. 463-483, 2004.

LIANG, X. **Dynamic Response of Linear/Nonlinear Laminated Structures Containing Piezoelectric Laminas.** 1997. 140f. Tese de Pós-Doutorado - Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, USA.

LIMA Jr., J. J. **Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos Com Aplicações em Controle Ativo de Estruturas.** 1999. 209f. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

LO, K. H; CHRISTENSEN, R. M.; WU, E. M. A High Order Theory of Plate Deformation - Part 1: Homogeneous Plates. **Journal of Applied Mechanics.** v. 44, p. 663-668, 1977.

MACHADO, M. A. M. **Soluções Analíticas para Placas Laminadas Piezelétricas Retangulares.** 2004. 173f. Dissertação de Mestrado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.

MEIROVITCH, L. **Principles and Techniques of Vibrations.** New Jersey: Prentice-Hall, 2000.

MENDONÇA, P. T. R. **Materiais Compostos & Estruturas - Sanduíche: Projeto e Análise** 1.ed. Manole, 2005.

MITCHELL, J. A.; REDDY J.N. A Refined Hybrid Plate Theory for Composite Laminates with Piezoelectric Laminas. **Journal of Solids Structures.** v. 32, n. 16, p. 2345-2367, 1995.

MOITA, J. M. S.; CORREIA, I. F. P.; MOTA SORAES, C. M.; MOTA SOARES, C. A. M. Active Control of Adaptive Laminated Structures with Bonded Piezoelectric Sensors and Actuators. **Journal of Composite Structures.** v. 82, p. 1349-1358, 2004.

MOREIRA, F. J. O. **Um Controlador H^∞ de Banda Limitada para Controle Ativo de Vibração Estrutural**. 1998. 199f. Tese de Doutorado - Depto. de Mecânica Computacional, UNICAMP, Campinas, SP.

NYE, J. F. **Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices**. 4.ed. London: Oxford University Press, 1969.

OH, J.; CHO, M. A Finite Element Based on Cubic Zig-zag Plate Theory for the Prediction of Thermo-electric-mechanical Behaviors. **Journal of Solids and Structures**. v. 41, p. 1357-1375, 2003.

PENG, X. Q.; LAM, K. Y.; LIU, G. R. Active Vibration Control of Composite Beams With Piezoelectrics: A Finite Element Model With Third Order Theory. **Journal of Sound and Vibration**. v. 198, n. 4, p. 635-650, 1998.

PEREIRA Jr., I. P. **Caracterização Numérica e Experimental da Evolução do Dano em Materiais**. 2004. 164f. Dissertação de mestrado - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, MG.

PIEFORT, V. **Finite Element Modelling of Piezoelectric Active Structures**. 2001. 126f. Tese de Doutorado - Université Libre de Bruxelles, Bruxelas, Bélgica.

PIRATELLI FILHO, A.; LEVY NETO, F. **Desenvolvimento de Compósitos Particulados para Base de Máquinas de Precisão**. 2003. Apresentação em Slides. Disponível em: <<http://www.unb.br/ft/enm/metro/composito>>. Acesso em: 23 març. 2006.

PLAGIANAKOS, T. S.; SARAVANOS, D. A. Hybrid Multidamped Composite Plates with viscoelastic Composite Plies and Shunted Piezoelectric Layers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 14, p. 57-66, 2003.

RADE, D. A. **Apostila do Curso: Métodos dos Elementos**. Faculdade de Eng. Mecânica, UFU, 2002.

RADE, D. A.; STEFFEN Jr., V. Letter to the Editor: Authors Reply to Discussion of Optimization of Dynamic Vibration Absorbers over a Frequency. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 20, p. 249-254, 2006.

RAO, S. S.; SUNAR, M. Piezoelectricity and Its Use in Disturbance Sensing and Control of Flexible Structures: A Survey. **Applied Mechanics Reviews**. v. 47, n.4, p. 113-123, 1994.

REDDY, J. N. A generalization of Two-dimensional Theories of Laminated Composite Plates. **Communications in Appl. Num. Meth.** v. 3, p. 173-180, 1987.

REDDY, J. N. **Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis**. 2.ed. Florida: CRC Press, 1997.

RESENDE, M. C. **Influência do Condicionamento Ambiental na Resistência à Delaminação de Borda Livre em Compósitos Avançados**. 2001. 200f. Tese de Doutorado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.

ROCHA, T. L. **Modelagem de Estruturas Inteligentes**. 2004. 124f. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP.

ROGERS, C. A. **Intelligent Material Systems: The Dawns of a New Materials Age**. 1992. 13f. Classes Material - Virginia Tech, Virginia.

SADEK, E. A. Some Serendipity Finite Elements for the Analysis of Laminated Plates. **Journal of Computers and Structures**. v. 69, p. 37-51, 1998.

SALIBA Jr., C. C. **Avaliação das Propriedades Mecânicas de Poliuretano tendo como Agente de Reforço uma Nova Fibra Inorgânica Natural**. 2003. 89f. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG.

SANTANA, D. C. **Controle Ativo de Ruído Empregando Placas Retangulares com Atuadores Piezoelétricos Distribuídos**. 2002. 196f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, MG.

SANTANA, D. C.; DUARTE, M. A. V; RADE, D. A.. Active Control of Noise Radiated Through Rectangular Plates Using Piezoelectric Patches. In: X DINAME, International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, 2003, Ubatuba. **Proceedings of the X DINAME, International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics**. v. 1. p. 223-228.

SANTANA, D. C.; RADE, D. A.; STEFFEN Jr., V. Controle de Vibrações Mecânicas Empregando Cerâmicas Piezelétricas Combinadas com Circuitos Elétricos Passivos. In: III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM, 2004, Belém. **Anais do III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**. v. 1.

SARAVANOS, D. A. Damped Vibration of Composite Plates with Passive Piezoelectric-Resistor Elements, **Journal of Sound and Vibration**. v. 221, n. 5, p. 867-885, 1999a.

SARAVANOS, D. A. Passively Damped Laminated Piezoelectric Shell Structures with Integrated Electric Networks. **National Aeronautics and Space Administration (NASA), Aerospace Institute**. Cleveland, Ohio, CR-1999-208871, p. 1-25, 1999b.

SARAVANOS, D. A. Mixed Laminated Theory and Finite Element for Smart Piezoelectric Composite Shell Structures. **AIAA Journal**. v. 35, n. 8, p. 1327-1333, 1997.

SARAVANOS, D. A.; HEYLIGER, P. R. Coupled Layerwise Analysis of Composite Beams with Embedded Sensors and Actuators. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 6, n. 3, p. 350-363, 1995.

SARAVANOS, D. A.; HEYLIGER, P. R.; HOPKINS, D. A. Layerwise Mechanics and Finite Element For the Dynamic Analysis of Piezoelectric Composite Plates. **International Journal of Solid Structures**. v. 34, n. 3, p. 359-378, 1997.

SHETA, E. F.; MOSES, R. W.; HUTTSELL, L. J.; HARRAND, V. J. Active Control of F/A-18 Vertical Tail Buffeting using Piezoelectric Actuators. In: 44th. AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC, 2003, Norfolk, VA. **Structures, Structural Dynamics & Materials Conference**. p. 1-11.

SOUZA, C. E. **Otimização em Dois Níveis da Orientação e da Topologia de Cascas Laminadas**. 2003. 117f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

SULEMAN, A.; VENKAYYA, V. B. A Simple Finite Element Formulation for a Laminated Composite Plate with Piezoelectric Layers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 6, p. 776-782, 1995.

TEIXEIRA, R. L. **Controladores Híbridos Inteligentes Aplicados ao Controle de Vibrações Mecânicas**. 2001.116f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

THOMSON, W. T. **Teoria da Vibração com Aplicações**. 1.ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978.

TITA, V. **Análise Dinâmica Teórica e Experimental de Vigas Fabricadas a Partir de Materiais Compósitos Poliméricos Reforçados**. 1999. 134f. Dissertação de Mestrado - Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.

TZOU, H. S. *Piezoelectric Shells Distributed Sensing and Control of Continua*, KAP, Norwell, MA, 1993.

TZOU, H. S.; TSENG, C. I. Distributed Piezoelectric Sensor/Actuator Designer for Dynamic Measurement/Control of Distributed Parameter Systems: a Piezoelectric Finite Element Approach. **Journal of Sound and Vibration**. v. 138, n. 1, p. 17-34, 1990.

TZOU, H. S.; YE, R. Analysis of Piezoelectric Structures with Laminated Piezoelectric Triangle Shell Elements. **AIAA Journal**. v. 34, p. 110-115, 1996.

VAUGHAN, M. E. **The Design, Fabrication, and Modeling of a Piezoelectric Linear Motor**. 2001. 78f. Dissertação de Mestrado - Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, USA.

VELEY, D.; RAO, S. S. Two-dimensional Finite Element Modeling of Composites with Embedded Piezoelectric. **Collection of Technical Papers Proceeding of the AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference**. v. 5, p. 2629-2633, 1994.

VIANA, F. A. C. **Amortecimento de Vibrações usando Pastilhas Piezelétricas e Circuitos Shunt Ressonantes**. 2005. 111f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

VIPPERMAN, J. S.; CLARK, R. L. Complex Adaptive Compensation of Non-Linear Piezoelectric Sensor/Actuators. Inc: AIAA/ASME/AHS, CP-963, AIAA-96-1266-CP, 1996. **Adaptive Structures Forum.** p. 1-11.

ANEXO I

COMPARAÇÃO ENTRE AS PRINCIPAIS TEORIAS DE CÁLCULO DE ESTRATIFICADOS

Tabela I.1 Comparação entre as principais teorias de cálculo de estratificados

Teoria	Aspectos físicos importantes					Características de cálculo e de implementação			
	Consideração do efeito do cisalhamento transversal	Forma de distribuição de γ_{xz} e γ_{yz} ao longo da espessura	Garantia de continuidade das tensões transversais nas interfaces das camadas	Consideração de σ_{xz} e σ_{yz} nas interfaces das camadas	Consideração de σ_{zz} nos cálculos	Nº de variáveis do campo de deslocamentos	Complexidade da análise e do desenvolvimento da formulação	Precisão dos resultados para estratificados espessos	Custo computacional
CLT	Não	-	-	-	Não	3	Baixa	Ruim	Baixo
FSDT	Sim	Constante	Não	Não	Não	5	Baixa	Razóavel	Baixo
HSDT genérica	Sim	Parabólica	Não	Não	Possível	Maior ou igual a 8	Elevada	Boa	Médio
HSDT modificada	Sim	Parabólica	Possível	Não	Possível	Maior ou igual a 5	Razoável	Boa	Médio
Teorias discretas	Sim	Linear ou parabólica	Sim	Sim	Possível	Proporcional ao nº de camadas	Elevada	Ótima	Alto
Teorias zig-zag	Sim	Linear ou parabólica	Sim	Sim	Possível	Função da ordem do polinômio em z	Razoável	Ótima	Alto

ANEXO II

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS EM TERMOS DAS COORDENADAS PRINCIPAIS E GLOBAIS

Os materiais não piezoelétricos e piezoelétricos considerados nesta dissertação têm suas propriedades dos materiais dependentes da direção e podem ser orientados na estrutura. É sempre útil adotar um sistema global de coordenadas para toda estrutura. Então as matrizes das propriedades dos materiais definidas em coordenadas locais são transformadas para o sistema global por rotação θ sobre o eixo z usando as matrizes de transformação definidas nas Eq.(4.21) e Eq.(4.22). A seguir são apresentadas as propriedades dos materiais em coordenadas principais de ortotropia do material e nas coordenadas globais para os materiais piezoelétricos e não piezoelétricos.

Matriz de rigidez mecânica:

$$[c_I] = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{13} & C'_{23} & C'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \quad (II.1-a)$$

O sistema global obtido é obtido por uma rotação do sistema principal em torno do eixo transversal z. Portanto:

$$[C_g] = \begin{bmatrix} C_{11}^g & C_{12}^g & C_{13}^g & 0 & 0 & C_{16}^g \\ C_{12}^g & C_{22}^g & C_{23}^g & 0 & 0 & C_{26}^g \\ C_{13}^g & C_{23}^g & C_{33}^g & 0 & 0 & C_{36}^g \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^g & C_{45}^g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45}^g & C_{55}^g & 0 \\ C_{16}^g & C_{26}^g & C_{36}^g & 0 & 0 & C_{66}^g \end{bmatrix} \quad (\text{II.1-b})$$

onde: os sobrescritos l e g das matrizes indicam, respectivamente, coordenadas materiais locais e globais e os subscritos indicam as direções.

Os coeficientes de elasticidade C_{ij} materiais são relacionados com as constantes de engenharia E_i , ν_{ij} e G_{ij} conhecidos respectivamente como Módulo de Young, coeficiente de Poisson e Módulo de Cisalhamento, definidos nas direções $i, j = 1, 2, 3$. Segundo Reddy (1997) essas relações são expressas sob a forma:

$$\begin{aligned} C_{11}^l &= E_1 \left(\frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\Delta} \right) \\ C_{12}^l &= E_1 \left(\frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{\Delta} \right) = E_2 \left(\frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{\Delta} \right) \\ C_{13}^l &= E_1 \frac{(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})}{\Delta} = E_3 \frac{(\nu_{13} + \nu_{21}\nu_{23})}{\Delta} \\ C_{22}^l &= E_2 \left(\frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\Delta} \right) \\ C_{23}^l &= E_2 \left(\frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{\Delta} \right) = E_3 \left(\frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{\Delta} \right) \\ C_{33}^l &= E_3 \left(\frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{\Delta} \right) \\ C_{44}^l &= G_{23}^l \\ C_{55}^l &= G_{13}^l \\ C_{66}^l &= G_{12}^l \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

$$\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} \quad (\text{II.3})$$

Existe ainda, segundo Reddy, a seguinte relação recíproca entre os coeficientes de Poisson ν_{ij} e o módulo de elasticidade E_i .

$$\frac{v_{ij}}{E_i} = \frac{v_{ji}}{E_j}; \quad (II.4)$$

onde: $i, j = 1, 2, 3$.

Já os coeficientes materiais em coordenadas globais dos materiais anisotrópicos são expressos segundo Reddy (1997) como segue:

$$\begin{aligned} C_{11}^g &= C_{11}'c^4 - 4C_{16}'c^3s + 2(C_{12}' + 2C_{66}')c^2s^2 - 4C_{26}'cs^3 + C_{22}'s^4 \\ C_{12}^g &= C_{12}'c^4 + 2(C_{16}' - C_{26}')c^3s + (C_{11}' + C_{22}' - 4C_{66}')c^2s^2 + 2(C_{26}' - C_{16}')cs^3 + C_{12}'s^4 \\ C_{13}^g &= C_{13}'c^2 - 2C_{36}'cs + C_{23}'s^2 \\ C_{16}^g &= C_{16}'c^4 + (C_{11}' - C_{12}' - 2C_{66}')c^3s + 3(C_{26}' - C_{16}')c^2s^2 + (2C_{66}' + C_{12}' - C_{22}')cs^3 - C_{26}'s^4 \\ C_{22}^g &= C_{22}'c^4 + 4C_{26}'c^3s + 2(C_{12}' - 2C_{66}')c^2s^2 + 4C_{16}'cs^3 + C_{11}'s^4 \\ C_{23}^g &= C_{23}'c^2 + 2C_{36}'cs + C_{13}'s^2 \\ C_{16}^g &= C_{26}'c^4 + (C_{12}' - C_{22}' + 2C_{66}')c^3s + 3(C_{16}' - C_{26}')c^2s^2 + (C_{11}' - C_{12}' - 2C_{66}')cs^3 - C_{16}'s^4 \\ C_{66}^{g'} &= C_{33}' \quad (II.5) \\ C_{36}^g &= (C_{13}' - C_{23}')cs + C_{26}'(c^2 - s^2) \\ C_{66}^g &= 2(C_{16}' - C_{26}')c^3s + (C_{11}' + C_{22}' - 2C_{12}' - 2C_{66}')c^2s^2 + 2(C_{26}' - C_{16}')cs^3 + C_{66}'(c^4 + s^4) \\ C_{44}^g &= C_{44}'c^2 + C_{55}'s^2 + 2C_{45}'cs \\ C_{45}^g &= C_{45}'(c^2 - s^2) + (C_{55}' - C_{44}')cs \\ C_{55}^g &= C_{55}'c^2 + C_{44}'s^2 - 2C_{45}'cs \\ C_{14}^g &= C_{14}'c^3 + (C_{15}' - 2C_{46}')c^2s + (C_{24}' - 2C_{56}')cs^2 + C_{25}'s^3 \\ C_{15}^g &= C_{15}'c^3 - (C_{14}' + 2C_{56}')c^2s + (C_{25}' - 2C_{46}')cs^2 + C_{24}'s^3 \\ C_{24}^g &= C_{24}'c^3 + (C_{25}' + 2C_{46}')c^2s + (C_{14}' - 2C_{56}')cs^2 + C_{15}'s^3 \\ C_{25}^g &= C_{25}'c^3 + (2C_{56}' - C_{24}')c^2s + (C_{15}' - 2C_{46}')cs^2 + C_{14}'s^3 \\ C_{34}^g &= C_{34}'c + C_{35}'s \\ C_{35}^g &= C_{35}'c - C_{34}'s \\ C_{46}^g &= C_{46}'c^3 + (C_{56}' + C_{14}' - C_{24}')c^2s + (C_{15}' - C_{25}' - C_{46}')cs^2 - C_{56}'s^3 \\ C_{56}^g &= C_{56}'c^3 + (C_{15}' - C_{25}' - C_{46}')c^2s + (C_{24}' - C_{14}' - C_{56}')cs^2 + C_{46}'s^3 \end{aligned}$$

onde: $c = \cos(\theta)$, $s = \sin(\theta)$.

Matriz das constantes piezoelétricas de tensão:

$$[e_i] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e'_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e'_{24} & 0 & 0 \\ e'_{31} & e'_{32} & e'_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.6-a})$$

$$[e_{2g}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e^g_{13} \\ 0 & 0 & e^g_{23} \\ 0 & 0 & e^g_{33} \\ e^g_{42} & e^g_{42} & 0 \\ e^g_{51} & e^g_{52} & 0 \\ 0 & 0 & e^g_{63} \end{bmatrix} \quad (\text{II.6-b})$$

$$[e_{1g}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e^g_{14} & e^g_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^g_{24} & e^g_{25} & 0 \\ e^g_{31} & e^g_{32} & e^g_{33} & 0 & 0 & e^g_{36} \end{bmatrix} \quad (\text{II.6-c})$$

Como pode ser observado nas Eq.(II.6-b) e Eq.(II.6-c), $e_{1g} = e_{2g}^T$. Também existe a relação recíproca $e_{ij} = e_{ji}$.

As constantes de tensão piezoelétricas globais expressadas na Eq.(II.6b) estão relacionadas com as tensões constantes de tensão piezoelétricas em coordenadas locais como se segue:

$$\begin{aligned} e^g_{14} &= (e'_{15} - e'_{24})sc \\ e^g_{15} &= e'_{15}c^2 + e'_{24}s^2 \\ e^g_{24} &= e'_{24}c^2 + e'_{15}s^2 \\ e^g_{25} &= (e'_{15} - e'_{24})sc \\ e^g_{31} &= e'_{31}c^2 + e'_{32}s^2 \\ e^g_{32} &= e'_{31}s^2 + e'_{32}c^2 \\ e^g_{33} &= e'_{33} \\ e^g_{36} &= (e'_{31} - e'_{32})sc \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

onde: $c = \cos(\theta)$, $s = \sin(\theta)$.

Matriz das constantes piezoelétricas de deformação:

Existem certos softwares ou formulações que utilizam a matriz d_I expressa na Eq.(II.8), enquanto que outras utilizam a matriz e_I . Indiferentemente da escolha adotada, a expressão apresentada pela Eq.(II.8) fornece a relação existente entre ambas equações.

$$[d_I] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d'_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d'_{24} & 0 & 0 \\ d'_{31} & d'_{32} & d'_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

$$[e_I] = [d_I][c_I] \quad (\text{II.9})$$

As matrizes e_I e d_I estão relacionadas entre si através da matriz expressada pela Eq.(II.1-a).

Matriz da permissividade elétrica:

$$[\chi_I] = \begin{bmatrix} \chi'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \chi'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \chi'_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.10-a})$$

$$[\chi_g] = \begin{bmatrix} \chi^g_{11} & \chi^g_{12} & 0 \\ \chi^g_{12} & \chi^g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \chi^g_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.10-b})$$

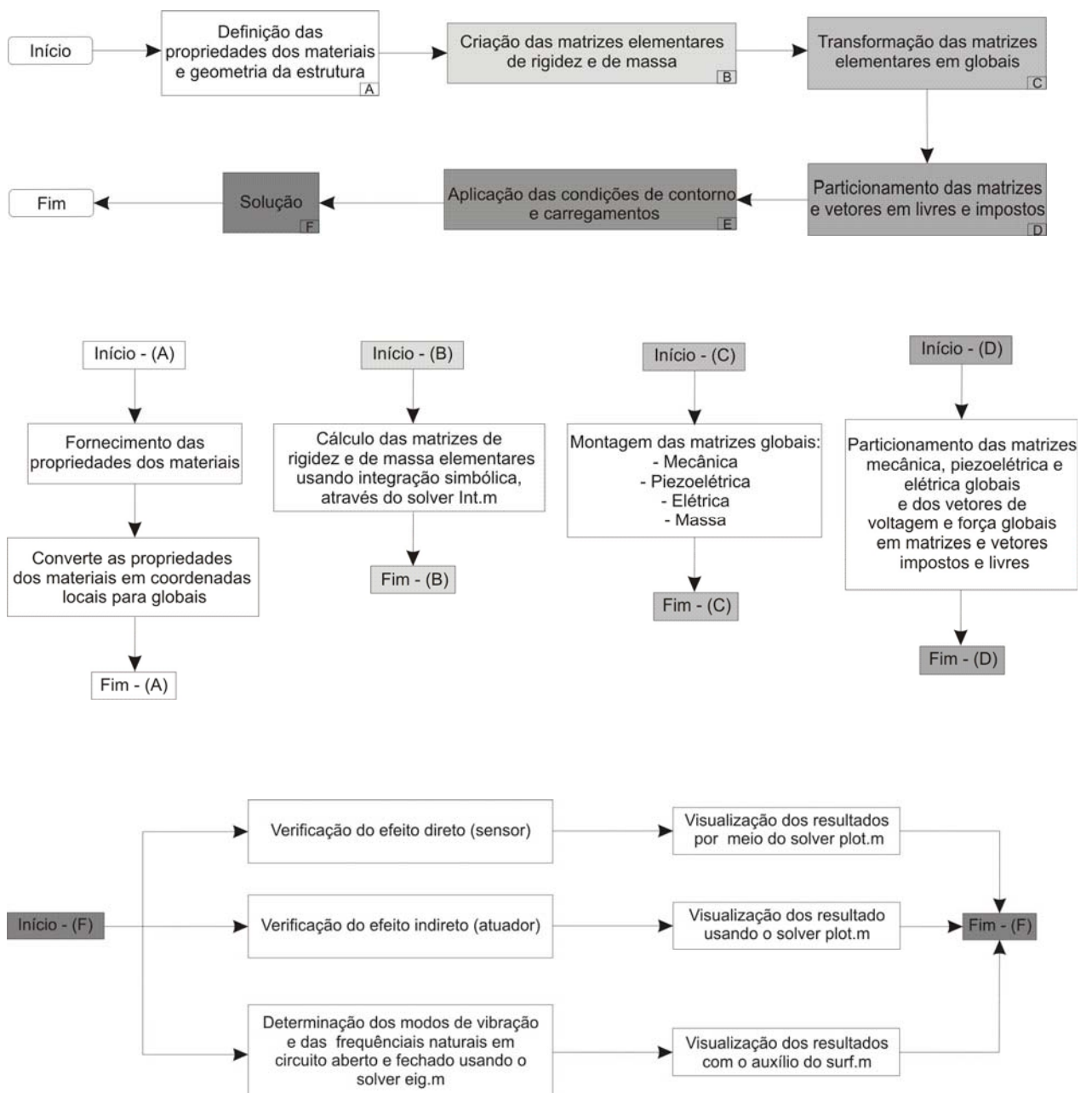
Segundo Reddy, as constantes dielétricas em coordenadas globais apresentadas na Eq.(II.10-a), estão relacionadas com as constantes em coordenadas locais da Eq.(II.10-b) como expresso na seqüência:

$$\begin{aligned}
\chi_{11}^g &= \chi_{11}^i c^2 + \chi_{22}^i s^2 \\
\chi_{12}^g &= \chi_{21}^g = (\chi_{22}^i - \chi_{11}^i) sc \\
\chi_{22}^g &= \chi_{11}^i s^2 + \chi_{22}^i c^2 \\
\chi_{33}^g &= \chi_{33}^i
\end{aligned} \tag{II.11}$$

onde: $c = \cos(\theta)$, $s = \sin(\theta)$.

ANEXO III

FLUXOGRAMA DO PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS



ANEXO IV

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Tabela IV.1 Constantes de rigidez elástica.

Material	C_{11}	C_{22}	C_{33}	C_{12}	C_{13}	C_{23}	C_{44}	C_{55}	C_{66}
	(GPa)								
Fibcom#1	173,6	7,61197	7,61197	2,48	2,48	2,3084	1,3789	3,447	3,447
Fibcom#2	173,52	7,38514	7,38514	2,31364	2,31364	1,8694	1,3789	3,447	3,447
Fibcom#3	134,8550	14,3516	14,3516	5,1563	5,1563	7,1329	3,6060	5,6537	5,6537
PZT-4	139,0214	139,0214	115,4487	77,8476	74,3276	74,3276	25,6000	25,6000	25,6000
PVDF	2	2	2	2	2	2	2	0,775	0,775
AS4/3501	145,9	11,38	11,38	4,703	4,703	4,295	4	6	6
PZT G1195	84,8	84,8	84,8	36,35	36,35	36,35	24,2	24,2	24,2

Tabela IV.2 Constantes piezoelétricas de deformação e permissividade elétrica.

Material	d_{31}	d_{32}	d_{33}	d_{15}	d_{24}	χ_{11}	χ_{22}	χ_{33}
			(pm/V)				(F/m)	
PZT-4	-122	-122	-285	495	495	1,31E-08	1,31E-08	1,15E-08
Piezo G1195	-264,16	-264,16	374	584	584	1,53E-08	1,53E-08	1,50E-08

Tabela IV.3 Constantes piezoelétricas de tensão e permissividade elétrica.

Material	e_{31}	e_{32}	e_{33}	e_{15}	e_{24}	χ_{11}	χ_{22}	χ_{33}
			(C/m ²)				(F/m)	
PVDF	-0,046	-0,046	-	-	-	1,06E-10	1,06E-10	1,06E-10