

MURILO BORGES BARROS

**PROPOSIÇÃO, AVALIAÇÃO NUMÉRICA E
EXPERIMENTAL DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO
DE VIBRAÇÕES MULTIMODAL**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2009

MURILO BORGES BARROS

**PROPOSIÇÃO, AVALIAÇÃO NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE UM
ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES MULTIMODAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Mecânica dos sólidos e vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Domingos Alves Rade.

UBERLÂNDIA – MG

2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

- B277p Barros, Murilo Borges, 1985-
 Proposição, avaliação numérica e experimental de um absorvedor dinâmico de vibrações multimodal / Murilo Borges Barros. - 2009.
 63 f. : il.
- Orientador: Domingos Alves Rade.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
- Inclui bibliografia.
 1. Vibração - Teses. I. Rade, Domingos Alves. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 621:534

Aos meus pais Rogério e Magda e minha irmã Priscila pelo amor, carinho e incentivo essenciais para o desenvolvimento deste trabalho, e acima de tudo, Deus que sempre me acompanhou e me iluminou em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Domingos Alves Rade, por todo o auxílio e companheirismo durante o desenvolvimento deste trabalho.

A toda minha família pelo apoio e incentivo.

Aos meus grandes amigos, Marcelo, Mário e Ênio, que mesmo à distância, sempre me apoiaram e me incentivaram.

A Emmanuel Pillet e Ricardo Gonçalves de Salles, pelo auxílio e contribuições durante a pesquisa.

À CAPES pelo apoio financeiro durante o desenvolvimento deste trabalho.

À Empresa Brasileira de Compressores – EMBRACO S.A. pelo apoio financeiro durante a pesquisa.

À Faculdade de Engenharia Mecânica e à Coordenação do Curso de Pós-Graduação, por me dar condições de realizar o trabalho.

Aos amigos do LMEst pelo companheirismo e momentos de descontração.

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
Figura 2.1 – Modelo de uma estrutura primária com absorvedor dinâmico não amortecido. Cunha Jr. (1999).	6
Figura 2.2 – FRF pontual na massa primária m_1 , para $m_2/m_1 = 0,20$. Cunha Jr. (1999).	8
Figura 2.3 – Variação das frequências naturais do sistema acoplado em função de μ , conforme a Eq. (2.11). Cunha Jr. (1999).	10
Figura 2.4 – Sistema primário munido de um ADV com amortecimento viscoso. Cunha Jr. (1999).	11
Figura 2.5 – FRFs relativas à massa m_1 , para diferentes valores do amortecimento do ADV. Cunha Jr. (1999).	13
Figura 2.6 – Duas subestruturas conectadas por uma única coordenada.	14
Figura 2.7 – Sistema em cadeia de cinco graus de liberdade.	17
Figura 2.8 – Amplitudes da FRF pontual associada à massa m_3 do sistema de 5 graus de liberdade.	18
Figura 2.9 – Fluxograma esquemático da técnica de acoplamento de subestruturas baseada em FRFs.	19
Figura 2.10 – Acoplamento de subestruturas. Cunha Jr. (1999).	20
Figura 2.11 – Absorvedor dinâmico de vibração considerado como subestrutura. Cunha Jr. (1999).	22
Figura 2.12 – Dez amostras obtidas com o método de Monte Carlo clássico e com o Hipercubo Latino para dois parâmetros com distribuições uniformes.	27
Figura 3.1 – Ilustração da geometria do ADVM multimodal proposto.	29
Figura 3.2 – Variáveis de projeto das vigas do ADVM.	29
Figura 3.3 – Modelo baseado na teoria de vigas de Euler-Bernoulli.	30
Figura 3.4 – Modelos de elementos finitos do ADVM. (a) modelo baseado em elementos de viga <i>BEAM4</i> e de massa concentrada <i>MASS21</i> ; (b) modelo baseado em elementos de casca <i>SHELL63</i> .	31
Figura 3.5 – Modelo de placa retangular plana.	33
Figura 3.6 – Detalhe do acoplamento ADVM-PLACA.	34
Figura 3.7 – Comparação das FRFs da placa com e sem o ADVM acoplado.	35
Figura 3.8 – FRF do conjunto placa + ADVM com e sem amortecimento modal de 2%.	36
Figura 3.9 – Comparação entre FRF exata e a obtida pelo acoplamento.	37

Figura 3.10 – Envelope de FRF do sistema acoplado depois da propagação de incertezas.	38
Figura 3.11 – Evolução da convergência da média das quatro primeiras frequências do sistema.	39
Figura 4.1. Ilustração da bancada experimental utilizada para ensaio da placa com ADVM.	41
Figura 4.2 – Detalhe da instrumentação do experimento com a placa.	42
Figura 4.3 – Função de Resposta em Frequência e Função de Coerência experimentais da placa isolada.	43
Figura 4.4 – Comparação entre a FRF experimental e a FRF obtida numericamente através do programa <i>Ansys</i> [®] .	43
Figura 4.5 – Ilustração dos modos naturais de vibração correspondentes às frequências-alvo.	44
Figura 4.6 – Comparação entre as FRFs da placa antes e depois do acoplamento do ADVM.	45
Figura 4.7 – Placa ensaiada com ADVM fixado ao seu centro.	46
Figura 4.8 – Comparação entre a FRF da placa antes de depois do acoplamento do ADVM.	47
Figura 4.9 – Ilustração de ensaios realizados com o ADVM isolado.	47
Figura 4.10 – Ilustração do ADVM contendo uma camada viscoelástica.	48
Figura 4.11 – Comparação entre as FRF obtidas experimentalmente.	49
Figura 4.12 – Propagação de incertezas no modelo placa+ADVM utilizando o modelo completo da estrutura acoplada.	50
Figura 4.13 – Propagação de incertezas no modelo placa+ADVM utilizando a técnica de acoplamento de sub-estruturas baseada em FRFs.	51
Figura 4.14 – Carcaça do compressor suspensa por fios de nylon.	51
Figura 4.15 – Diagramas de amplitude, fase e função coerência de uma FRF da carcaça de compressor.	52
Figura 4.16 – FRF da carcaça isolada (experimental) e do ADVM isolado (<i>Ansys</i> [®]).	54
Figura 4.17 – Comparação das FRFs da carcaça sozinha e da carcaça acoplada ao ADVM.	54
Figura 4.18 – Envelopes da FRF do sistema compressor+ADVM no ponto de conexão do ADVM.	55
Figura 4.19 – Ampliações em torno das três primeiras frequências-alvo.	56
Figura 4.20 – Ampliação em torno da quarta frequência-alvo.	56

LISTA DE TABELAS

Tabela	Página
Tabela 2.1 – Valores dos parâmetros estruturais do sistema de cinco graus de liberdade.	17
Tabela 3.1 – Características físicas e geométricas do sistema simulado.	31
Tabela 3.2 – Frequências naturais do ADVN obtidas para os dois tipos de modelos.	32
Tabela 3.3 – Propriedades da placa-base.	34
Tabela 3.4 – Propriedades do ADVN.	35
Tabela 4.1 – Características físicas da placa ensaiada.	40
Tabela 4.2 – Dimensões ótimas do ADVN.	45
Tabela 4.3 – Dimensões ótimas do ADVN.	53

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Letras Latinas

ADV	: Absorvedor Dinâmico de Vibração
ADVM	: Absorvedor Dinâmico de Vibração Multimodal
APDL	: ANSYS Parametric Design Language
A_1, B_1	: Funções reais
c_c	: Amortecimento crítico
c_2	: Amortecimento da estrutura secundária
$D_p(\Omega), D_s(\Omega)$	: Polinômios característicos
E	: Módulo de elasticidade
EF	: Elementos Finitos
EI	: Módulo de rigidez à flexão da viga
FDP	: Função densidade de probabilidade
FRF	: Função de Resposta em Frequência
F	: Razão de frequências naturais
F_{obj}	: Função objetivo
F_{placa}	: Frequência natural da placa
F_{ADV}	: Frequência natural do ADV
$F(t)$	: Força de excitação harmônica
F_0	: Amplitude da força de excitação
$\{F_p\}$	: Vetor das forças de excitação da estrutura primária
$\{F_s\}$	: Vetor das forças de excitação da estrutura secundária
$\{F_a\}$	: Vetor das forças de excitação da estrutura acoplada
G	: Razão de frequências forçadas
H_v	: Largura da viga no modelo <i>SHELL</i>
$[H_{ii}^A(\omega)]$	: Função de receptância da estrutura primária considerada isoladamente
$[H_{ii}^B(\omega)]$	: Função de receptância da estrutura secundária considerada isoladamente

$[H_{ii}(\omega)]$	: Função de receptância da estrutura acoplada
$[H_p(\Omega)]$	: Matriz de FRFs (matriz de flexibilidade dinâmica) da estrutura primária
$[H_s(\Omega)]$	: Matriz de FRFs (matriz de flexibilidade dinâmica) da estrutura secundária
$[H_a(\Omega)]$	: Matriz de FRFs (matriz de flexibilidade dinâmica) da estrutura acoplada
I, j	: $\sqrt{-1}$ = unidade imaginária
I	: Momento de inércia da seção transversal da viga
$[K^A]$	: Matriz de rigidez da subestrutura A.
$[K^B]$	: Matriz de rigidez da subestrutura B
$[K^{A \cup B}]$	: Matriz de rigidez da estrutura acoplada
L	: Comprimento da viga
L_v	: Comprimento da viga no modelo <i>SHELL</i>
$[M^A]$	: Matriz de massa da subestrutura A
$[M^B]$	: Matriz de massa da subestrutura B
$[M^{A \cup B}]$	: Matriz de massa da estrutura acoplada
$p^{(0)}$	: Valor nominal de um dado parâmetro genérico do ADVIM
R	: Raio da circunferência na extremidade da viga no modelo <i>SHELL</i>
t	: Tempo; Espessura da viga no modelo <i>SHELL</i>
X_{est}	: Deflexão estática do sistema primário
$x_1(t)$	: Deslocamento da estrutura primária
$x_2(t)$	: Deslocamento da estrutura secundária
$\dot{x}_1(t)$	: Velocidade da estrutura primária
$\dot{x}_2(t)$	: Velocidade da estrutura secundária
$\ddot{x}_1(t)$	: Aceleração da estrutura primária
$\ddot{x}_2(t)$	: Aceleração da estrutura secundária
X_1	: Amplitude da resposta da estrutura primária
X_2	: Amplitude da resposta da estrutura secundária
$\{X^A\}$	: Autovetores referentes à subestrutura A
$\{X^B\}$	: Autovetores referentes à subestrutura B

$\{X^{A \cup B}\}$	: Autovetores referentes à estrutura acoplada
$\{X_{ij}^{A \cup B}\}$	: Autovetores da função de receptância $H_{ij}(\omega)$ da estrutura acoplada
$\{X_p(\Omega)\}$	: Vetor das amplitudes da resposta harmônica da estrutura primária
$\{X_s(\Omega)\}$	: Vetor das amplitudes da resposta harmônica da estrutura secundária
$\{X_a(\Omega)\}$	: Vetor das amplitudes da resposta harmônica da estrutura acoplada
$\{X_p^l\}$	: Coordenadas livres da estrutura primária
$\{X_s^l\}$	: Coordenadas livres da estrutura secundária
$\{X_p^c\}$	: Coordenadas acopladas da estrutura primária
$\{X_s^c\}$	: Coordenadas acopladas da estrutura secundária
$\{X_a^p\}$	: Coordenadas livres da estrutura acoplada
$\{X_a^s\}$	: Coordenadas livres da estrutura acoplada
$\{X_a^c\}$	: Coordenadas da conexão da estrutura acoplada

Letras Gregas

$\Lambda^{\bar{A}}$	: Auto valores associados ao problema de autovalor da Eq. 2.23.a
$\Lambda^{\bar{B}}$	: Auto valores associados ao problema de autovalor da Eq. 2.23.b
λ^A	: Autovalores referentes à subestrutura A
λ^B	: Autovalores referentes à subestrutura B
$\lambda^{A \cup B}$	: Autovalores referentes à estrutura acoplada
$\lambda_{ij}^{A \cup B}$	: Valores das frequências de antirressonância da função de receptância $H_{ij}(\omega)$ da estrutura acoplada
μ	: Razão entre as massas do absorvedor e da estrutura primária
η	: Fator de amortecimento
π	: $\pi = 3,14$
Ω	: Frequência da força de excitação harmônica
ω_n	: Frequência natural do sistema primário, considerado isoladamente
ω_a	: Frequência natural do sistema absorvedor, considerado isoladamente
ρ	: Densidade do material

BARROS, M. B. “**Proposição, Avaliação Numérica e Experimental de um Absorvedor Dinâmico de Vibrações Multimodal**”. 2009. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG.

Resumo

Absorvedores Dinâmicos de Vibração (ADV) são amplamente utilizados para o controle passivo de vibrações estruturais. Em sua configuração mais simples, estes dispositivos têm sua capacidade de atenuação restrita a bandas de frequências estreitas, ocasionando uma grande limitação em suas aplicações práticas. No presente trabalho é proposta uma metodologia para o projeto ótimo de um absorvedor dinâmico de vibrações multimodal destinado a atenuar os níveis de vibração nas vizinhanças de vários picos de ressonância simultaneamente. É sugerida uma configuração de ADV que consiste de uma associação de lâminas dispondo de discos circulares em suas extremidades. A otimização é realizada levando em consideração restrições de projeto. Além disso, a variabilidade inerente à construção da estrutura base e também do próprio ADV é considerada objetivando, em estudos futuros, a obtenção de projetos mais robustos. Para avaliar a resposta dinâmica das estruturas consideradas, uma técnica de acoplamento de subestruturas baseada em funções de resposta em frequência (FRFs) é utilizada. Tal técnica permite realizar a avaliação do comportamento dinâmico da estrutura acoplada (estrutura base + ADV) a partir das FRFs de cada subestrutura, obtidas separadamente. O uso desta metodologia permite que o projeto e a avaliação do desempenho do ADV sejam feitos com base em FRFs experimentais da estrutura-base, o que dispensa o uso de modelos numéricos para representação desta última. Para avaliar a influência das incertezas nos parâmetros de projeto sobre a eficácia do ADV multimodal, realizam-se simulações de Monte Carlo. Os procedimentos desenvolvidos são avaliados por meio de simulações numéricas e ensaios experimentais realizados em uma placa retangular e uma carcaça de compressor hermético, de interesse industrial.

Palavras-chave: absorvedores dinâmicos de vibração, projeto robusto, propagação de incertezas, controle passivo de vibrações.

BARROS, M. B. “**Proposal, Numerical and Experimental Evaluation of a Multimodal Vibration Dynamic Absorber**”. 2009. M. Sc. Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia – MG.

Abstract

Dynamic Vibration Absorbers (DVA) have been widely used for passive control of structural vibrations. In their simplest configurations, those devices have their mitigation capacity confined to narrow frequency bands, which limits, to a large extent, their practical effectiveness. In this work, it is proposed a methodology for the optimal design of a multimodal dynamic vibration absorber, intended to attenuate the amplitude levels around various resonance peaks simultaneously. The particular configuration considered is formed by blades containing circular disks in their tips. The optimization is performed taking into account design constraints. Moreover, the variability inherent to the construction of the base structure and of the DVA itself is considered aiming at obtaining robust designs in future studies. A technique for substructure coupling based on frequency response functions (FRFs) is used to evaluate the dynamic behavior of the coupled structure (base structure + DVA), given the FRFs of each substructure separately. The use of this technique enables the design of the DVA and the evaluation of its performance based solely on the use of experimental FRFs of the base structure, which makes numerical models unnecessary. Monte Carlo simulation is used to evaluate the influence of the uncertainties on the effectiveness of the multimodal DVA. The procedure is illustrated by numerical and experimental results obtained for a rectangular plate and hermetic compressor housing.

Keywords: dynamic vibration absorbers; robust design; uncertainty propagation, passive vibration control.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	5
2.1 Teoria dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações	5
2.1.1 Absorvedores dinâmicos sem amortecimento aplicados a sistemas de um grau de liberdade	6
2.1.2 Absorvedores dinâmicos com amortecimento viscoso aplicados a sistemas de um grau de liberdade.....	11
2.1.3 Absorvedores dinâmicos de vibrações compostos por sistemas de vários graus de liberdade	14
2.2 Técnica de acoplamento de subestruturas baseada em FRFs	19
2.3 Propagação de Incertezas.....	24
CAPÍTULO III - PROJETO DO ADV MULTIMODAL E VALIDAÇÃO ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	28
3.1 Geometria proposta para o ADVM	28
3.2 Modelagem do ADVM	30
3.3 Projeto otimizado do ADVM.....	32
3.4 Acoplamento do ADVM empregando a técnica baseada em FRFs.....	36
3.5 Propagação de Incertezas.....	37

CAPÍTULO IV - ENSAIOS EXPERIMENTAIS COM O ADV MULTIMODAL	40
4.1 Ensaios experimentais com uma placa retangular	40
4.2 Projeto Otimizado do ADVM	44
4.3 Ensaios experimentais complementares com a placa retangular e ADVM com amortecimento viscoelástico.....	48
4.4 Propagação de incertezas.....	49
4.5 Aplicação do ADVM a uma carcaça de compressor	51
4.6 Propagação de incertezas.....	55
CAPÍTULO V - CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS	57
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Na Engenharia moderna existem muitas aplicações nas quais o problema de vibrações deve ser considerado, podendo-se citar, como exemplos:

- Estruturas de construção civil que estão sujeitas a excitações provocadas pelo vento, pela passagem de veículos ou por abalos sísmicos;
- Equipamentos industriais (compressores, turbinas, torres de refrigeração), que produzem vibrações provocadas por desbalanceamento ou escoamento de fluidos;
- Veículos terrestres e aéreos que, em movimento, são excitados por irregularidades do pavimento ou por rajadas e turbulências atmosféricas.

Para a atenuação destas vibrações indesejáveis, utilizam-se, basicamente, duas categorias de métodos: métodos ativos e métodos passivos. Os métodos ativos, geralmente mais complexos e onerosos, utilizam atuadores que aplicam forças de controle sobre a estrutura vibratória, comandados por computadores digitais. Nesta categoria de métodos, destaca-se o uso de atuadores piezelétricos, que podem ser integrados às estruturas com pouca intrusividade, ou seja, com pequenas alterações na massa e na rigidez (RAJU, 1997; PARK et al., 2003; LEO, 2007). Por outro lado, as técnicas de controle passivo são baseadas na remoção e dissipação de energia vibratória, e incluem as seguintes estratégias:

- uso de materiais viscoelásticos, geralmente poliméricos, os quais, quando sujeitos a ciclos de carregamento, dissipam energia sob a forma de calor (LIMA, 2003).
- uso de transdutores piezelétricos associados com circuitos elétricos, conhecidos na literatura como circuitos *shunt* (HAGOOD; VON FLOTOW, 1991; VIANA; STEFFEN JR., 2006).
- uso de absorvedores dinâmicos de vibrações, que podem se apresentar sob diversas configurações (CUNHA JR, 1999; CUNHA JR, 2004; MARQUES, 2000) e constituem o objeto de estudo desta Dissertação. Estes dispositivos são discutidos a seguir.

Em sua forma mais simples, os Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADVs), são essencialmente dispositivos de parâmetros concentrados de massa, rigidez e amortecimento que, uma vez acoplados a uma estrutura vibratória, dita estrutura primária, são capazes de absorver a energia vibratória, reduzindo as amplitudes do movimento no ponto de conexão (CUNHA JR., 1999; CUNHA JR., 2004).

Desde sua invenção por Frahm no começo do Século XX (FRAHM, 1911), os absorvedores dinâmicos têm sido extensivamente utilizados para a atenuação de vibrações em diversos tipos de máquinas e estruturas, em diferentes ramos da atividade industrial. Além do ADV de Frahm, constituído de um sistema de um grau de liberdade com amortecimento viscoso, também têm sido utilizados, como dispositivos absorvedores, sistemas estruturais discretos de vários graus de liberdade (RAM; ELHAY, 1996) e sistemas contínuos (SNOWDON; NOBILE, 1980).

Classicamente, os parâmetros de um ADV (inércia, rigidez e amortecimento) são escolhidos – diz-se então que os ADVs são sintonizados – para minimizar vibrações geradas por uma excitação harmônica com uma frequência fixa. Assim, o absorvedor tende a perder eficiência caso a frequência de excitação, ou um os parâmetros construtivos do ADV, mudem, mesmo que ligeiramente. Para contornar esse problema, duas estratégias principais têm sido exploradas: a primeira consiste em determinar um conjunto de parâmetros que garanta amplitudes mínimas de vibração em uma banda de frequência mais larga possível. Este procedimento é conhecido como de otimização do ADV. Diversos métodos de otimização foram propostos, a partir do trabalho pioneiro de Brock (1946) e de Den Hartog (1956), baseados tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência (RADE; STEFFEN JR., 2000; STEFFEN JR; RADE, 2001).

A segunda estratégia para o aumento da eficiência consiste em conceber absorvedores adaptativos, cujos parâmetros podem ser contínua e automaticamente alterados para manter a sintonização. Na construção de ADVs adaptativos, os chamados materiais inteligentes têm sido utilizados com sucesso, incluindo materiais piezelétricos, materiais com memória de forma, fluidos eletroreológicos e magnetoreológicos. Levantamentos sobre o emprego de ADVs adaptativos são feitos por Sun et al. (1995) e por Cunha Jr. (2004). Uma configuração controlada hidraulicamente é avaliada por Hrovat et al. (1983).

O presente trabalho tem por objetivo a proposição de uma metodologia para o projeto ótimo de absorvedores dinâmicos de vibrações multimodais (ADVM) com uma configuração geométrica formada por associações de vigas com discos circulares em suas extremidades, e sua validação através de simulações numéricas e ensaios experimentais. Estes ensaios são realizados com a aplicação do ADVM a uma placa retangular e a uma carcaça de compressor hermético fabricado pela Empresa Brasileira de Compressores – Embraco S.A., que financiou parcialmente o trabalho de pesquisa.

Considerando as inevitáveis variabilidades presentes nas aplicações práticas, o trabalho inclui um estudo de propagação de incertezas presentes nos parâmetros geométricos do ADVM sobre o comportamento dinâmico do sistema acoplado.

É importante observar que o trabalho de pesquisa aqui reportado segue a linha de pesquisa que vêm sendo desenvolvida há vários anos no Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis, da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU, da qual resultaram as dissertações de mestrado de Cunha Jr. (1999), Marques (2000) e Kotinda (2005) e as teses de doutorado de Cunha Jr. (2004) e de Borges (2008), além de diversas publicações dedicadas ao tema, como Cunha Jr. e Rade (2002), Rade e Steffen (2000) e Marques et al. (2001), Steffen Jr. e Rade (2001), Viana et al. (2008) e Borges et al. (2009).

O trabalho está dividido em cinco capítulos, organizados da seguinte forma:

Neste primeiro capítulo são apresentados os comentários introdutórios e os objetivos do trabalho.

O Capítulo II é dedicado aos fundamentos teóricos dos ADVs, sendo apresentada a formulação básica relativa aos absorvedores dinâmicos simples com e sem amortecimento. Neste capítulo, são apresentadas, ainda, as teorias acerca do método de acoplamento de sub-estruturas baseado em FRFs e da metodologia utilizada para a modelagem e propagação de incertezas.

No Capítulo III são apresentadas as simulações numéricas realizadas.

O Capítulo IV descreve os ensaios experimentais realizados com uma estrutura do tipo placa e também com a carcaça do compressor, visando à verificação das simulações numéricas e avaliação das características operacionais do ADVm em situações não ideais.

Por fim, o Capítulo V traz as conclusões gerais e as propostas de continuidade do trabalho realizado.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo é dedicado aos fundamentos teóricos dos ADVs, sendo apresentada a formulação básica relativa aos absorvedores dinâmicos simples, com e sem amortecimento, e aos absorvedores dinâmicos constituídos por sistemas de vários graus de liberdade. São também apresentadas as teorias acerca do método de acoplamento de subestruturas baseado em FRFs e da metodologia utilizada para a modelagem das incertezas consideradas no projeto de ADVs.

2.1 Teoria dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações

Nesta seção, será detalhada a teoria utilizada para a compreensão do funcionamento dos ADVs, sendo essa teoria imprescindível para a implementação de procedimentos de otimização dos parâmetros construtivos destes dispositivos.

Os fundamentos teóricos são apresentados na seguinte ordem:

- a) estrutura primária e ADV modelados como sistemas de um grau de liberdade, sem amortecimento;
- b) estrutura primária e ADV modelados como sistemas de um grau de liberdade, com inclusão de amortecimento viscoso no ADV;
- c) estrutura primária e ADV modelados como sistemas de vários graus de liberdade, sem inclusão de amortecimento;
- d) formulação baseada numa técnica de acoplamento de sub-estruturas explorando as Funções de Resposta em Freqüência (FRFs) da estrutura primária e do sistema absorvedor.

- e) Fundamentação teórica sobre o método utilizado para a propagação de incertezas.

2.1.1 Absorvedores dinâmicos sem amortecimento aplicados a sistemas de um grau de liberdade

Os desenvolvimentos analíticos apresentados a seguir, são baseados nos trabalhos de Den Hartog (1956), Dimaragonas (1996) e Cunha Jr. (1999).

A Figura 2.1 ilustra um sistema vibratório de dois graus de liberdade, sem amortecimento. Deseja-se atenuar as vibrações do subsistema primário (m_1, k_1) acoplando a este sistema o absorvedor dinâmico de vibrações, que é o subsistema (m_2, k_2).

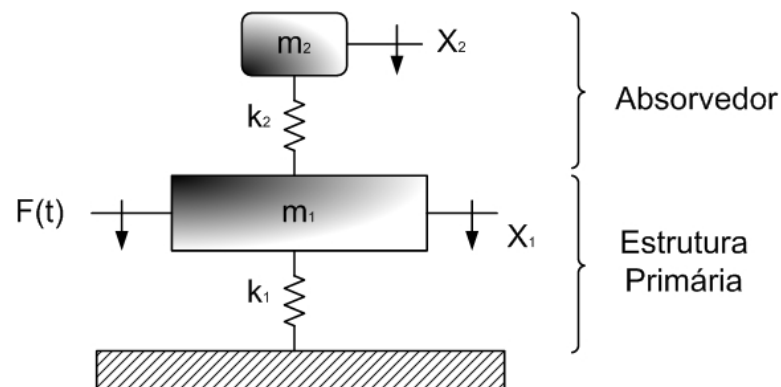


Figura 2.1 – Modelo de uma estrutura primária com absorvedor dinâmico não amortecido. Cunha Jr. (1999).

Introduz-se uma excitação harmônica de amplitude F_0 e frequência fixa Ω , aplicada à massa m_1 , representada pela seguinte expressão:

$$F(t) = F_0 e^{i\Omega t} \quad (2.1)$$

As equações do movimento do sistema acoplado, representado na Fig. 2.1, são:

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + (k_1 + k_2) x_1(t) - k_2 x_2(t) = F(t) \quad (2.2.a)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + k_2 [x_2(t) - x_1(t)] = 0 \quad (2.2.b)$$

Em regime permanente, as respostas harmônicas são expressas segundo:

$$x_1(t) = X_1 e^{i\Omega t} \quad (2.3.a)$$

$$x_2(t) = X_2 e^{i\Omega t} \quad (2.3.b)$$

Fazendo as devidas diferenciações e substituindo as Eq. (2.3) nas Eq. (2.2), obtêm-se as seguintes equações algébricas:

$$X_1(-m_1\Omega^2 + k_1 + k_2) - k_2 X_2 = F_0 \quad (2.4.a)$$

$$-k_2 X_1 + X_2(-m_2\Omega^2 + k_2) = 0 \quad (2.4.b)$$

Neste ponto, introduz-se a seguinte notação:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} : \text{freqüência natural do sistema primário isolado;} \quad (2.5.a)$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} : \text{freqüência natural do sistema absorvedor isolado.} \quad (2.5.b)$$

Manipulando as Eqs. (2.4) e (2.5) obtém-se a expressão para a amplitude X_1 , do sistema primário sob a forma:

$$\frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_a}\right)^2\right]}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_a}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (2.6)$$

Na Equação (2.6), quando o numerador $\left[1 - (\Omega/\omega_a)^2\right]$ é zero, a amplitude da resposta X_1 do sistema primário anula-se. Para isso, deve-se ter a condição $\Omega = \omega_a$. Isto explica o princípio básico do funcionamento do ADV, que consiste no fato que, escolhendo os valores dos parâmetros (m_2, k_2) de modo que $\Omega = \sqrt{k_2/m_2}$, a resposta da massa primária m_1 , terá amplitude nula para esta freqüência de excitação.

A Figura 2.2 mostra graficamente um exemplo da função representada na Eq. (2.6). Nota-se a função resposta em frequência típica de um sistema de dois graus de liberdade, com dois picos de ressonância referentes às suas duas frequências naturais. Ao introduzir-se o ADV, aparece uma antirressonância na FRF pontual da massa m_1 , à frequência $\Omega = \omega_a$.

A amplitude de vibração da massa m_2 é obtida introduzindo $X_1 = 0$ na Eq. (2.4.a), considerando $\Omega = \omega_a$:

$$X_2 = -\frac{F_0}{k_2} \quad (2.7)$$

A força exercida pelo sistema secundário sobre o sistema primário é, então, dada por:

$$F_0 = -k_2 X_2 \quad (2.8)$$

Assim, nota-se que o sistema absorvedor exerce sobre o sistema primário uma força igual, porém oposta à força de excitação, equilibrando, então, este último sistema.

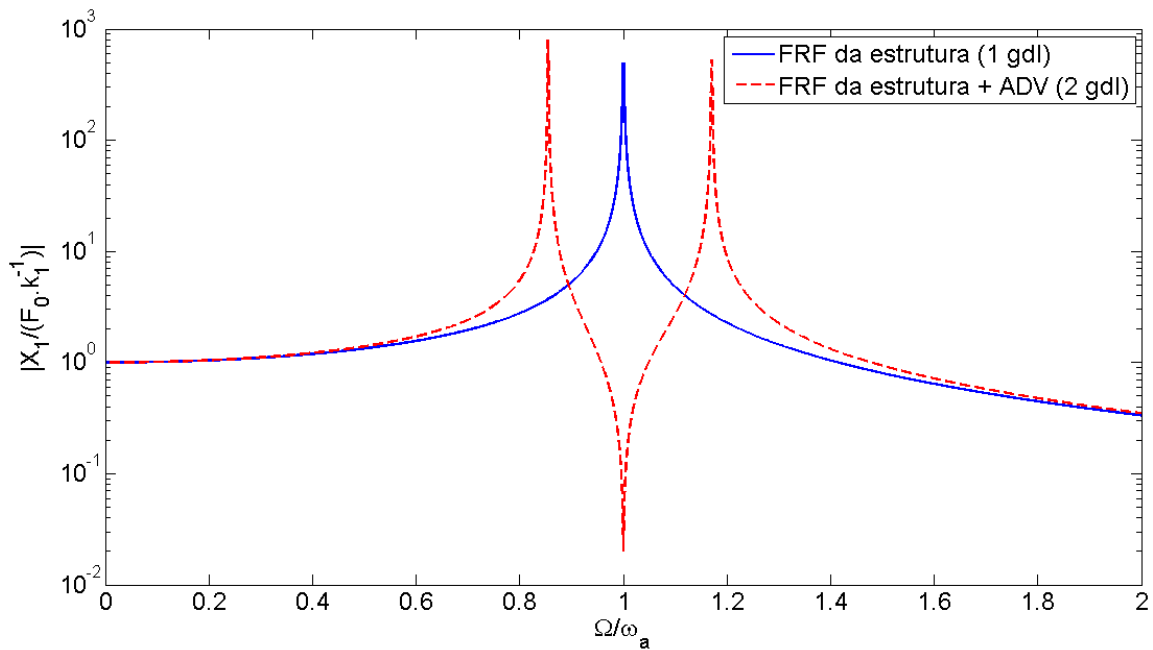


Figura 2.2 – FRF pontual na massa primária m_1 , para $m_2/m_1 = 0,20$ (Cunha Jr., 1999).

As relações acima descritas são válidas para todos os valores da relação Ω/ω_a . Porém, os ADVs são mais freqüentemente utilizados para atuar de forma a reduzir os níveis de vibrações do sistema primário quando este encontra-se operando com freqüência de excitação igual ou muito próxima à sua freqüência natural. Sendo assim, a freqüência natural do sistema absorvedor deve coincidir com a freqüência natural do sistema primário, de modo a satisfazer:

$$\frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1} \Rightarrow \omega_n = \omega_a \quad (2.9)$$

Partindo das Equações (2.4.a) e (2.4.b), e reescrevendo-as em termos de parâmetros adimensionais, as FRFs do sistema primário e do ADV, tem-se:

$$\frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{(1-g^2)}{(1-g^2)(1-g^2+\mu)-\mu} \quad (2.10.a)$$

$$\frac{X_2}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{1}{(1-g^2)(1-g^2+\mu)-\mu} \quad (2.10.b)$$

onde: $g = \frac{\Omega}{\omega_n}$, $\mu = \frac{m_2}{m_1}$ e $\omega_n^2 = \frac{k_1}{m_1} = \frac{k_2}{m_2}$

Igualando o denominador a zero, este se torna uma equação quadrática em (g^2) com duas raízes distintas. Existem, então, dois valores de Ω que anulam o denominador das Eqs. (2.10), fazendo com que as amplitudes X_1 e X_2 tendam ao infinito. Esses dois valores de Ω representam as duas freqüências naturais do sistema acoplado, dadas pela relação:

$$g^2 = 1 + \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\left(\mu + \frac{\mu^2}{4}\right)} \quad (2.11)$$

Este cálculo permite prever as freqüências naturais do sistema de dois graus de liberdade resultante.

A Figura 2.3 mostra um gráfico da função expressa pela Eq. (2.11) para diversos valores da razão de massas μ . Nota-se, para $\mu=0,1$, o aparecimento de duas freqüências naturais do sistema acoplado em 0,85 e 1,17 vezes a freqüência natural do sistema

primário, considerado isoladamente. Observa-se também que o afastamento entre as duas freqüências naturais aumenta com o aumento da razão de massas.

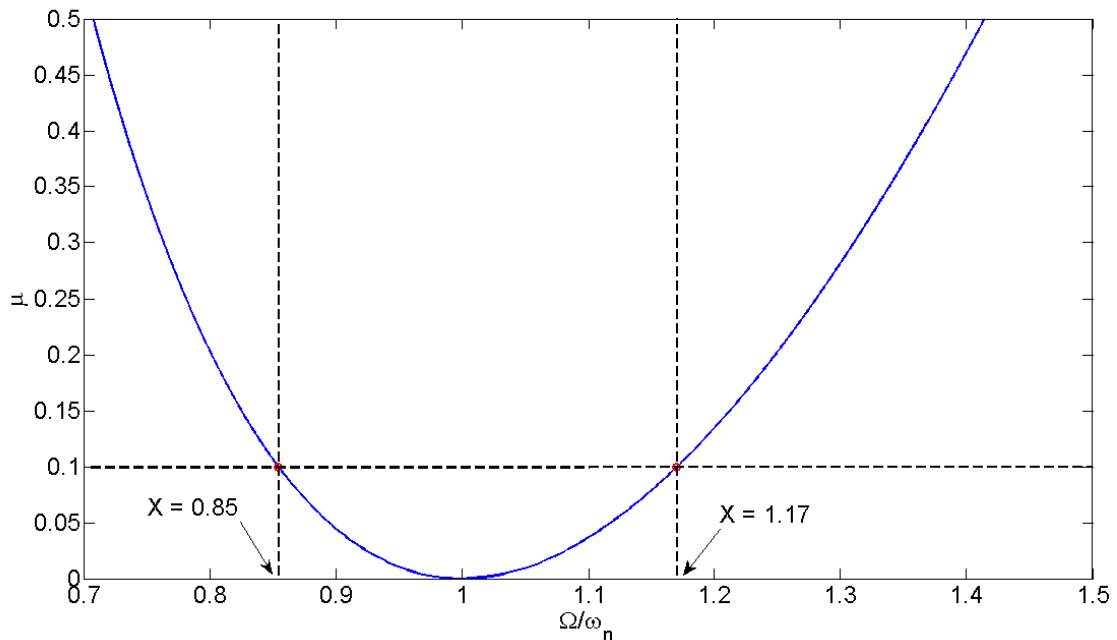


Figura 2.3 – Variação das freqüências naturais do sistema acoplado em função de μ , conforme a Eq. (2.11). Cunha Jr. (1999).

A banda de freqüências na qual o ADV não amortecido é eficiente é geralmente muito estreita. De fato, conforme pode ser observado na Fig. 2.2, pequenas variações na freqüência de excitação em torno de $g = 1$ podem conduzir a reduções significativas da capacidade de absorção do ADV. Além disso, duas ressonâncias adjacentes a $\Omega = \omega_n$, apresentando amplitudes de vibração elevadas, continuam a existir. Assim, o projeto ótimo de absorvedores dinâmicos de vibração deve objetivar, principalmente, a máxima absorção em uma dada banda de freqüências a mais ampla possível em torno de uma freqüência nominal. Isso pode ser conseguido com a introdução, no absorvedor, de mecanismos para dissipação de energia. O amortecimento desempenha ainda a importante função de limitar as amplitudes de vibração do próprio absorvedor, o que permite atender a restrições de projeto e limitar as tensões de fadiga (DIMARAGONAS, 1996).

É apresentada a seguir a teoria dos ADVs de um grau de liberdade com amortecimento viscoso, acoplados a sistemas primários não amortecidos (DEN HARTOG, 1956).

2.1.2 Absorvedores dinâmicos com amortecimento viscoso aplicados a sistemas de um grau de liberdade

Considere-se o ADV com amortecimento viscoso (m_2 , c_2 , k_2) acoplado ao sistema primário não amortecido (m_1 , k_1), mostrado na Fig. 2.4, para o qual as equações do movimento se escrevem:

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + k_1 x_1(t) + k_2 [x_1(t) - x_2(t)] + c_2 [\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)] = F_0 e^{i\Omega t} \quad (2.12.a)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + k_2 [x_2(t) - x_1(t)] + c_2 [\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)] = 0 \quad (2.12.b)$$

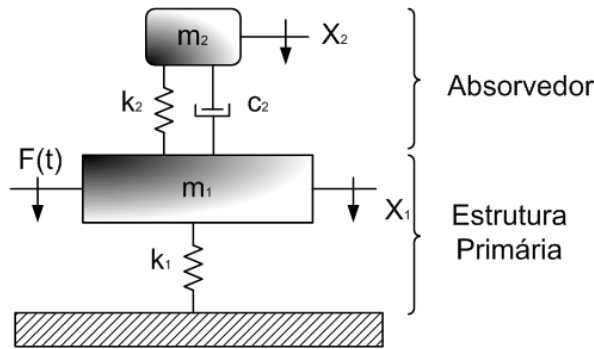


Figura 2.4 – Sistema primário munido de um ADV com amortecimento viscoso. Cunha Jr. (1999).

Expressando as equações em notação complexa em regime harmônico permanente tem-se:

$$-m_1 \Omega^2 X_1 + k_1 X_1 + k_2 (X_1 - X_2) + j\Omega c_2 (X_1 - X_2) = F_0 \quad (2.13.a)$$

$$-m_2 \Omega^2 X_2 + k_2 (X_2 - X_1) + j\Omega c_2 (X_2 - X_1) = 0 \quad (2.13.b)$$

Resolvendo estas equações para X_1 e X_2 , obtém-se, para o sistema primário, a seguinte expressão:

$$X_1 = F_0 \frac{(k_1 - m_2 \Omega^2) + j\Omega c_2}{\left[(-m_1 \Omega^2 + k_1)(-m_2 \Omega^2 + k_2) - m_2 \Omega^2 k_1 \right] + j\Omega c_2 (-m_1 \Omega^2 + k_1 - m_2 \Omega^2)} \quad (2.14)$$

onde X_1 e X_2 são quantidades complexas, as demais quantidades são reais e $j = \sqrt{-1}$ é a unidade imaginária. Pode-se reduzir a Eq. (2.14) à seguinte forma:

$$X_1 = F_0 (A_1 + jB_1) \quad (2.15)$$

sendo A_1 e B_1 funções reais. O significado associado à Eq. (2.15) é o de que, na representação vetorial, o deslocamento X_1 consiste de duas componentes, uma em fase com a força F_0 e a outra com uma diferença de fase $\pi/2$ no plano complexo. Adicionando geometricamente esses vetores, a magnitude de X_1 pode ser expressa por:

$$|X_1| = F_0 \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \quad (2.16)$$

São definidos os seguintes termos adimensionais:

$$\mu = m_2/m_1 \quad : \text{razão de massas;} \quad (2.17.a)$$

$$\omega_a = \sqrt{(k_2/m_2)} \quad : \text{freqüência natural não amortecida do ADV isolado;} \quad (2.17.b)$$

$$\omega_n = \sqrt{(k_1/m_1)} \quad : \text{freqüência natural da estrutura primária isolada;} \quad (2.17.c)$$

$$f = \omega_a/\omega_n \quad : \text{razão de freqüências naturais;} \quad (2.17.d)$$

$$g = \Omega/\omega_n \quad : \text{razão de freqüências forçadas;} \quad (2.17.e)$$

$$c_c = 2m_2\omega_n \quad : \text{amortecimento crítico;} \quad (2.17.f)$$

$$\eta = c/c_c \quad : \text{fator de amortecimento;} \quad (2.17.g)$$

$$X_{est} = F_0/k_1 \quad : \text{deflexão estática do sistema primário.} \quad (2.17.h)$$

Assim, da Eq. (2.14) obtém-se a seguinte expressão em termos dos parâmetros adimensionais:

$$\frac{|X_1|}{X_{est}} = \sqrt{\frac{(2\eta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\eta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2}} \quad (2.18)$$

A Eq. (2.18) representa a função resposta em frequência pontual relativa ao sistema primário. Ela está mostrada graficamente na Fig. 2.5 para uma razão de massas $\mu=1/20$ e razão de frequências unitária, fazendo-se variar o fator de amortecimento η .

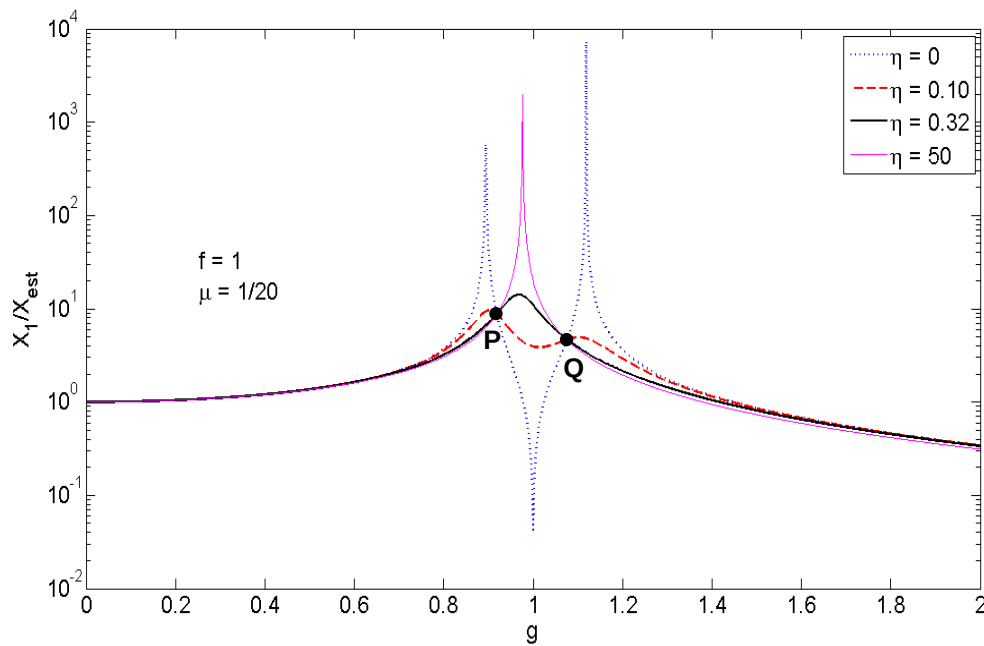


Figura 2.5 – FRFs relativas à massa m_1 , para diferentes valores do amortecimento do ADV. Cunha Jr. (1999).

Pode-se observar que para $\eta=0$, tem-se o caso sem amortecimento mostrado anteriormente, para o qual as amplitudes de deslocamento nas ressonâncias tornam-se infinitas. Por outro lado, quando se utiliza um amortecimento alto ($\eta=50$), as duas massas ficam virtualmente ligadas entre si, tendo-se essencialmente um sistema de um grau de liberdade com uma massa de $m_1 + m_2$, com uma amplitude de deslocamento também infinita na sua ressonância. Valores intermediários de η produzem FRFs que se assemelham ora àquelas de um sistema de um grau de liberdade amortecido, ora àquelas de um sistema de dois graus de liberdade amortecido, cujas amplitudes máximas são definidas pelo valor do amortecimento.

Pode-se verificar na Fig. 2.5, que a introdução do amortecimento no sistema absorvedor proporciona uma diminuição nas amplitudes numa banda de frequências mais larga em torno de $\Omega/\omega_n = 1$, em comparação com os ADVs sem amortecimento.

É importante destacar a presença dos pontos invariantes P e Q mostrados na Fig. 2.5, pelos quais sempre passa a FRF, independente do fator de amortecimento η . Den Hartog (1956) propôs um procedimento de otimização que consiste na determinação de um conjunto ótimo de parâmetros f e η que conduz os dois pontos invariantes a uma mesma amplitude, com a curva de resposta possuindo inclinação nula em ambos os pontos.

2.1.3 Absorvedores dinâmicos de vibrações compostos por sistemas de vários graus de liberdade.

Como extensão da fundamentação teórica apresentada nas seções anteriores, nesta seção será evidenciado o princípio de funcionamento de ADVs formados por sistemas de vários graus de liberdade - e, por extensão, sistemas contínuos-, conectados a sistemas primários também contendo vários graus de liberdade, através de apenas uma coordenada. Deve ser observado que esta é a situação de interesse neste trabalho de pesquisa.

O objetivo do desenvolvimento analítico que segue é demonstrar que, no caso de ADVs de vários graus de liberdade, haverá anulação das vibrações harmônicas no ponto de conexão para todos os valores de frequências correspondendo às frequências naturais do ADV com a coordenada de conexão bloqueada. Este fato está na base da metodologia de projeto de ADVs multimodais, destinados à atenuação simultânea de vários modos de vibração da estrutura primária.

Considere-se, na Fig. 2.6, duas subestruturas A e B conectadas entre si através da coordenada indicada por i :

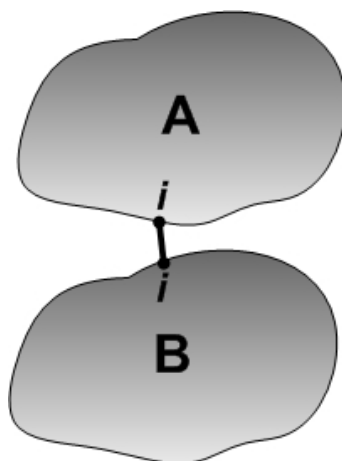


Figura 2.6 – Duas subestruturas conectadas por uma única coordenada.

Os problemas de autovalor, expressos em termos das respectivas matrizes estruturais para as duas subestruturas, e para a estrutura acoplada são expressas, respectivamente, nas seguintes formas:

$$\left([K^A] - \lambda^A [M^A] \right) \{X^A\} = \{0\} \quad (2.19.a)$$

$$\left([K^B] - \lambda^B [M^B] \right) \{X^B\} = \{0\} \quad (2.19.b)$$

$$\left([K^{A \cup B}] - \lambda^{A \cup B} [M^{A \cup B}] \right) \{X^{A \cup B}\} = \{0\} \quad (2.19.c)$$

Admitindo uma ordenação conveniente para os graus de liberdade das duas subestruturas, as Eq. (2.19) podem ser escritas sob as formas:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} \boxed{[\bar{K}^A]} & \boxed{[\bar{K}_{1j}^A]} & -\lambda^A & \boxed{[\bar{M}^A]} & \boxed{[\bar{M}_{1j}^A]} \\ \boxed{[\bar{K}_{j1}^A]} & \boxed{K_{jj}^A} & & \boxed{[\bar{M}_{j1}^A]} & \boxed{M_{jj}^A} \end{array} \right) \{X^A\} = \{0\} \quad (2.20.a)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} \boxed{K_{jj}^B} & \boxed{[\bar{K}_{j1}^B]} & -\lambda^B & \boxed{M_{jj}^B} & \boxed{[\bar{M}_{j1}^B]} \\ \boxed{[\bar{K}_{1j}^B]} & \boxed{[\bar{K}^B]} & & \boxed{[\bar{M}_{1j}^B]} & \boxed{[\bar{M}^B]} \end{array} \right) \{X^B\} = \{0\} \quad (2.20.b)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} \boxed{[\bar{K}^A]} & \boxed{[\bar{K}_{1j}^A]} & \boxed{[0]} & -\lambda^{A \cup B} & \boxed{[\bar{M}^A]} & \boxed{[\bar{M}_{1j}^A]} & \boxed{[0]} \\ \boxed{[\bar{K}_{j1}^A]} & \boxed{K_{jj}^A + K_{jj}^B} & \boxed{[\bar{K}_{j1}^B]} & & \boxed{[\bar{M}_{j1}^A]} & \boxed{M_{jj}^A + M_{jj}^B} & \boxed{[\bar{M}_{j1}^B]} \\ \boxed{[0]} & \boxed{[\bar{K}_{1j}^B]} & \boxed{[\bar{K}^B]} & & \boxed{[0]} & \boxed{[\bar{M}_{1j}^B]} & \boxed{[\bar{M}^B]} \end{array} \right) \{X^{A \cup B}\} = \{0\} \quad (2.20.c)$$

Conforme demonstrado por Rade (1994), as frequências de antirressonância de uma FRF pontual $H_{ii}(\omega)$ correspondem às frequências naturais da estrutura com a coordenada i bloqueada. Notando-se que a prescrição da coordenada i é feito eliminando as linhas e a colunas correspondentes das matrizes de rigidez e de massa, o problema de autovalor para o sistema acoplado, expresso por (2.20.c) resulta em:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} \boxed{\begin{matrix} [\bar{K}^A] & [0] \\ [0] & [\bar{K}^B] \end{matrix}} & -\lambda_{ii}^{A \cup B} & \boxed{\begin{matrix} [\bar{M}^A] & [0] \\ [0] & [\bar{M}^B] \end{matrix}} & \left\{ \mathbf{X}_{ii}^{A \cup B} \right\} = \{0\} \end{array} \right) \quad (2.21)$$

onde $\lambda_{ii}^{A \cup B} = (\omega_{ii}^{A \cup B})^2$ são os valores das frequências de antirressonância da função de receptância $H_{ii}(\omega)$ da estrutura acoplada.

Pode-se observar que, sendo as matrizes estruturais da estrutura acoplada diagonais por blocos, o conjunto de autovalores do problema é dado pela união dos conjuntos dos autovalores das duas subestruturas com a coordenada de conexão bloqueada. Simbolicamente:

$$\Lambda_{ii}^{A \cup B} = \Lambda^{\bar{A}} \cup \Lambda^{\bar{B}} \quad (2.22)$$

onde $\Lambda^{\bar{A}}$ e $\Lambda^{\bar{B}}$ são, respectivamente, as matrizes modais associadas aos seguintes problemas de autovalor:

$$\left([\bar{K}^A] - \lambda^{\bar{A}} [\bar{M}^A] \right) \{ \mathbf{X}^{\bar{A}} \} = \{0\} \quad (2.23.a)$$

$$\left([\bar{K}^B] - \lambda^{\bar{B}} [\bar{M}^B] \right) \{ \mathbf{X}^{\bar{B}} \} = \{0\} \quad (2.23.b)$$

Deve também ser observado que os problemas de autovalor (Eq. 2.23) fornecem as frequências naturais das subestruturas A e B isoladas, com a coordenada i bloqueada.

Com relação a projeto de ADVs, os resultados acima mostram que, considerando a subestrutura A como a estrutura primária e a subestrutura B como o ADV, na FRF do

sistema acoplado, haverá anulação das amplitudes harmônicas no ponto de conexão para frequências cujos valores correspondem:

- a) às frequências de antirressonância da função de receptância $H_{ii}^A(\omega)$ da estrutura primária considerada isoladamente (soluções da Eq. 2.23.a), e,
- b) às frequências de antirressonância da função de receptância $H_{ii}^B(\omega)$ da estrutura secundária considerada isoladamente, (soluções da Eq. 2.23.b).

Desta forma, o ADV deve ser projetado para que suas frequências naturais, com o ponto de conexão bloqueado, sejam iguais às frequências-alvo estabelecidas para a estrutura primária. Este procedimento é utilizado nos capítulos subseqüentes.

Os resultados acima são ilustrados com auxílio de um exemplo numérico, no qual é considerado um sistema em cadeia de cinco graus de liberdade, ilustrado na Fig. 2.7, e cujos valores de parâmetros estruturais são fornecidos na Tabela 2.1.

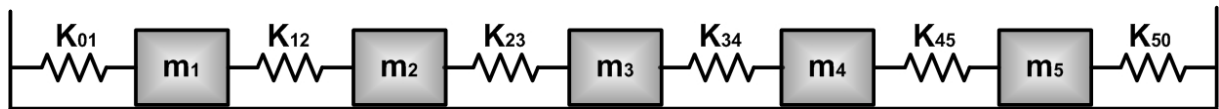


Figura 2.7 – Sistema em cadeia de cinco graus de liberdade.

Tabela 2.1 – Valores dos parâmetros estruturais do sistema de cinco graus de liberdade.

Parâmetros de massa (kg)	Parâmetros de rigidez (N/m ²)
$m_1 = 1,0 \text{ kg}$	$K_{10} = 1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
$m_2 = 0,5 \text{ kg}$	$K_{12} = 2,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
$m_3 = 2,0 \text{ kg}$	$K_{23} = 3,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
$m_4 = 1,0 \text{ kg}$	$K_{34} = 1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
$m_5 = 1,0 \text{ kg}$	$K_{45} = 1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
	$K_{50} = 1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

Para este sistema, as matrizes de massa e de rigidez são, respectivamente:

$$M = \begin{bmatrix} 1,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 300000 & -200000 & 0 & 0 & 0 \\ -200000 & 500000 & -300000 & 0 & 0 \\ 0 & -300000 & 400000 & -100000 & 0 \\ 0 & 0 & -100000 & 200000 & -100000 \\ 0 & 0 & 0 & -100000 & 200000 \end{bmatrix}$$

Para exemplificação da teoria desenvolvida acima, considere-se o sistema de 5 graus de liberdade como sendo constituído por um subsistema primário, composto pelos parâmetros $(m_1, m_2, m_3, K_{10}, K_{12}, K_{23})$ e um subsistema absorvedor formado pelos parâmetros $(m_4, m_5, K_{34}, K_{45}, K_{50})$. Neste caso, a coordenada de conexão é aquela correspondente à massa m_3 , cuja FRF pontual é mostrada na Fig. 2.8.

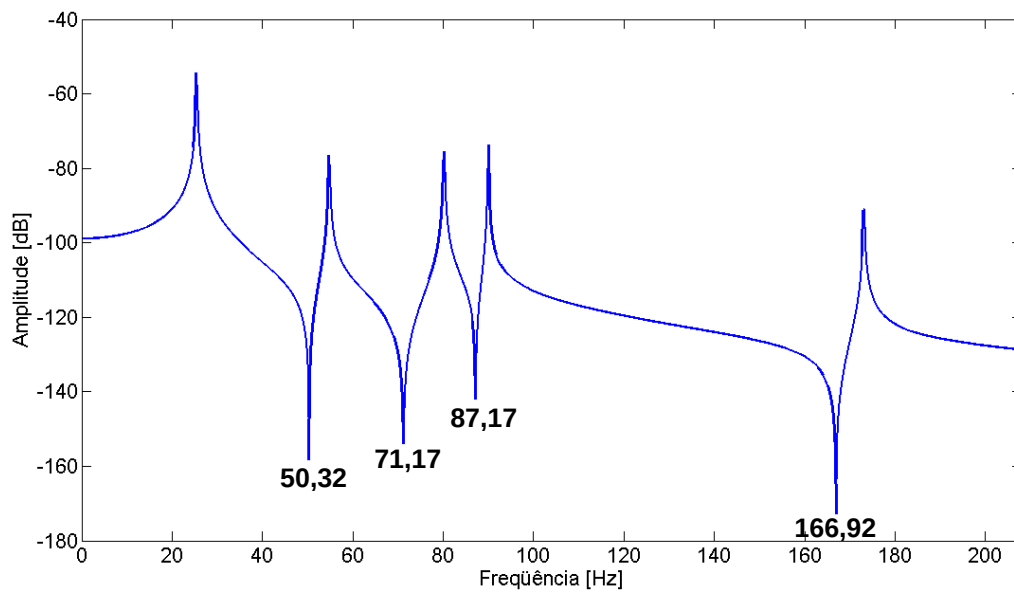


Figura 2.8 – Amplitudes da FRF pontual associada à massa m_3 do sistema de 5 graus de liberdade.

Os autovalores dos problemas (2.23) fornecem os seguintes valores das frequências naturais das subestruturas com a coordenada 3 bloqueada:

Subestrutura primária:

$$f_1 = 71,17 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 16,92 \text{ Hz}$$

Subestrutura absorvedora:

$$f_1 = 50,32 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 87,17 \text{ Hz}$$

Observa-se que, de fato, os valores das frequências naturais das duas subestruturas, com a coordenada de conexão bloqueada, correspondem às frequências de antirressonância da FRF pontual associada a esta coordenada, conforme previsto no desenvolvimento analítico desenvolvido.

2.2 Técnica de acoplamento de subestruturas baseada em FRFs

Esta formulação, originalmente proposta por Crawley et al. (1984) e Otte et al. (1991), foi aplicada por Rade e Steffen (1999) ao problema de otimização de parâmetros de absorvedores dinâmicos de vibração.

O principal objetivo é determinar as FRFs de um sistema acoplado (neste caso, sistema primário + ADV), a partir das FRFs do sistema primário e secundário separadamente. O fluxograma da Fig. 2.9 ilustra esquematicamente o procedimento utilizado por tal técnica.

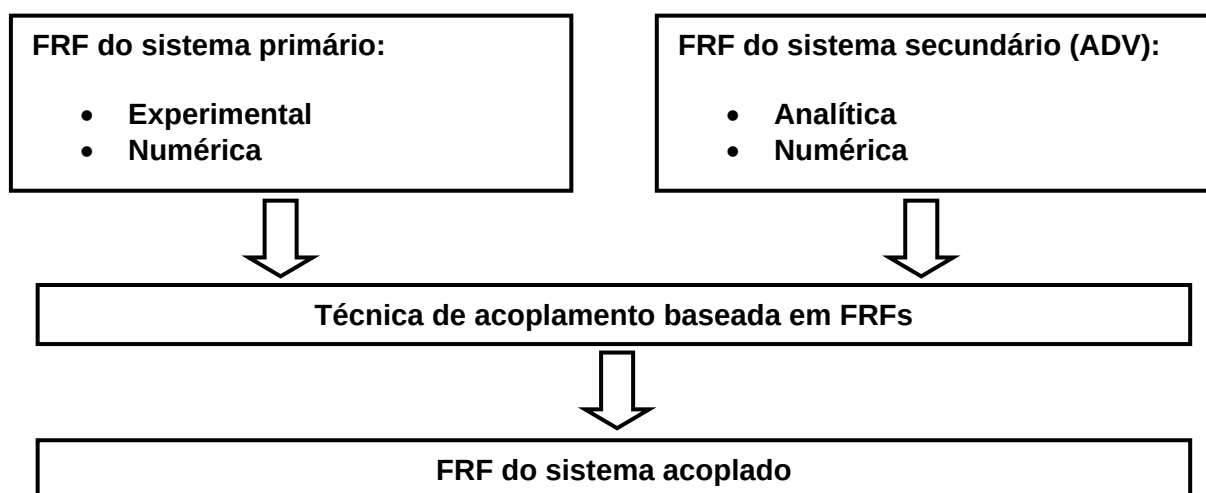


Figura 2.9 – Fluxograma esquemático da técnica de acoplamento de subestruturas baseada em FRFs.

Considerando a Fig. 2.10, formula-se o problema, na sua forma mais geral, como segue: dadas as FRFs das subestruturas separadamente, deseja-se obter as FRFs da estrutura acoplada, resultante da conexão das duas sub-estruturas através das coordenadas do ponto de conexão. Os índices p , s e a referem-se, à estrutura primária, secundária e acoplada, respectivamente.

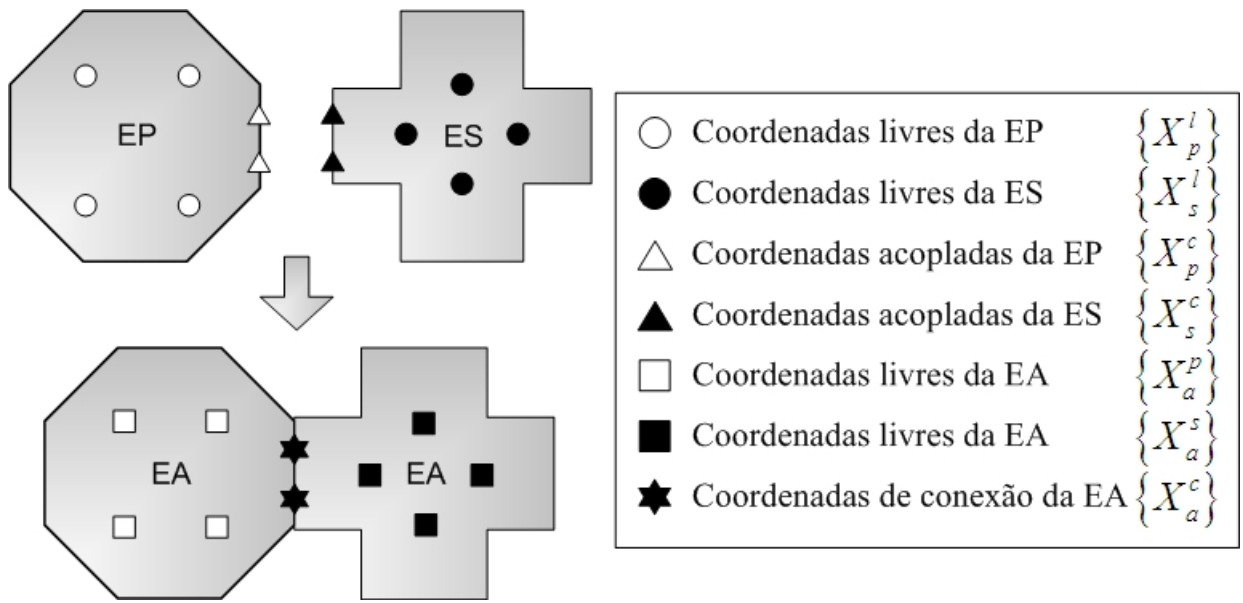


Figura 2.10 – Acoplamento de subestruturas. Cunha Jr. (1999).

Assim, em regime harmônico permanente, as equações do movimento se escrevem:

$$\{X_p(\Omega)\} = [H_p(\Omega)]\{F_p\} \quad (2.24.a)$$

$$\{X_s(\Omega)\} = [H_s(\Omega)]\{F_s\} \quad (2.24.b)$$

$$\{X_a(\Omega)\} = [H_a(\Omega)]\{F_a\} \quad (2.24.c)$$

onde, $\{X_p\}$, $\{X_s\}$ e $\{X_a\}$ representam os vetores das amplitudes das respostas harmônicas, $\{F_p\}$, $\{F_s\}$ e $\{F_a\}$ são os vetores das forças de excitação e $[H_p(\Omega)]$, $[H_s(\Omega)]$ e $[H_a(\Omega)]$ representam as matrizes de FRFs (matrizes de flexibilidade dinâmica), da estrutura primária, secundária e acoplada, respectivamente.

A partir da Fig. 2.10 e utilizando o particionamento de coordenadas, as Eq. (2.24.a) a (2.24.c) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \{X_p^l(\Omega)\} \\ \{X_p^c(\Omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [H_p^{ll}(\Omega)] & [H_p^{lc}(\Omega)] \\ [H_p^{cl}(\Omega)] & [H_p^{cc}(\Omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{F_p^l\} \\ \{F_p^c\} \end{Bmatrix} \quad (2.25.a)$$

$$\begin{Bmatrix} \{X_s^c(\Omega)\} \\ \{X_s^l(\Omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [H_s^{cc}(\Omega)] & [H_s^{cl}(\Omega)] \\ [H_s^{lc}(\Omega)] & [H_s^{ll}(\Omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{F_s^c\} \\ \{F_s^l\} \end{Bmatrix} \quad (2.25.b)$$

$$\begin{Bmatrix} \{X_a^p(\Omega)\} \\ \{X_a^c(\Omega)\} \\ \{X_a^s(\Omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [H_a^{pp}(\Omega)] & [H_a^{pc}(\Omega)] & [H_a^{ps}(\Omega)] \\ [H_a^{cp}(\Omega)] & [H_a^{cc}(\Omega)] & [H_a^{cs}(\Omega)] \\ [H_a^{sp}(\Omega)] & [H_a^{sc}(\Omega)] & [H_a^{ss}(\Omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{F_a^p\} \\ \{F_a^c\} \\ \{F_a^s\} \end{Bmatrix} \quad (2.25.c)$$

Impondo a compatibilidade dos deslocamentos e o equilíbrio de forças nas coordenadas de acoplamento, garante-se o acoplamento das subestruturas. Desta forma:

$$\{X_p^c(\Omega)\} = \{X_s^c(\Omega)\} = \{X_a^c(\Omega)\} \quad (2.26.a)$$

$$\{F_p^c\} + \{F_s^c\} = \{F_a^c\} \quad (2.26.b)$$

Introduzindo as Eq. (2.26.a) e (2.26.b) nas equações (2.25.a) a (2.25.c), após desenvolvimento algébrico, são obtidas as seguintes expressões para as submatrizes de receptâncias (para simplificação, a dependência da frequência de excitação (Ω) é omitida):

$$[H_a^{pp}] = [H_p^{ll}] - [H_p^{lc}]([H_p^{cc}] + [H_s^{cc}])^{-1}[H_p^{cl}] \quad (2.27.a)$$

$$[H_a^{pc}] = [H_a^{cp}]^T = [H_p^{lc}]([H_p^{cc}] + [H_s^{cc}])^{-1}[H_s^{cc}] \quad (2.27.b)$$

$$[H_a^{ps}] = [H_a^{sp}]^T = [H_p^{lc}]([H_p^{cc}] + [H_s^{cc}])^{-1}[H_s^{cl}] \quad (2.27.c)$$

$$[H_s^{cc}] = [H_p^{cc}]([H_p^{cc}] + [H_s^{cc}])^{-1}[H_s^{cc}] \quad (2.27.d)$$

$$[H_a^{cs}] = [H_a^{sc}]^T = [H_p^{cc}]([H_p^{cc}] + [H_s^{cc}])^{-1}[H_s^{cl}] \quad (2.27.e)$$

$$[H_a^{ss}] = [H_s^{ll}] - [H_s^{lc}]([H_p^{cc}] + [H_s^{cc}])^{-1}[H_s^{cl}] \quad (2.27.f)$$

A Figura. 2.11 ilustra um sistema particularizado para o caso de conexão de um ADV (estrutura secundária) à estrutura primária.

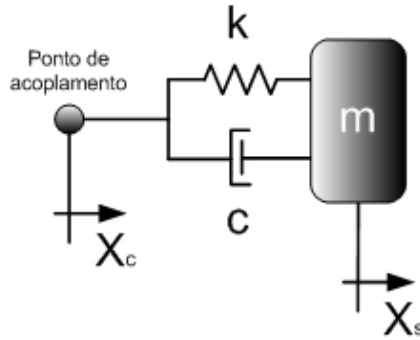


Figura 2.11 – Absorvedor dinâmico de vibração considerado como subestrutura. Cunha Jr. (1999).

Neste caso, a matriz de FRFs do ADV é dada por (RADE; STEFFEN, 1999):

$$[H_s(\Omega)] = \frac{-1}{m\Omega^2(k + i\Omega c)} \begin{bmatrix} k + i\Omega c - m\Omega^2 & k + i\Omega c \\ k + i\Omega c & k + i\Omega c \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

onde as primeiras linha e coluna dizem respeito à coordenada de conexão e as segundas linha e coluna referem-se à coordenada pertinente à massa do ADV.

Com base em (2.28), tem-se:

$$[H_s^{cc}(\Omega)] = -\frac{k + i\Omega c - m\Omega^2}{m\Omega^2(k + i\Omega c)} \quad (2.29.a)$$

$$[H_s^{cl}(\Omega)] = [H_s^{lc}(\Omega)] = -\frac{1}{m\Omega^2} \quad (2.29.b)$$

$$[H_s^{ll}(\Omega)] = -\frac{1}{m\Omega^2} \quad (2.29.c)$$

Introduzindo as Eq. (2.29.a) a (2.29.c) em (2.27.a) a (2.27.f), obtêm-se as FRFs da estrutura acoplada em termos dos parâmetros construtivos do absorvedor (m , c e k).

Pode-se verificar através deste equacionamento o efeito do ADV na redução das vibrações do sistema acoplado. Tomando, por exemplo, a Eq. (2.27.b) particularizada na forma escalar, cada uma das FRFs que figuram nesta equação são expressas como uma relação entre dois polinômios em Ω :

$$\left[H_p^{lc}(\Omega) \right] = \frac{N_p^{lc}(\Omega)}{D_p(\Omega)} \quad (2.30.a)$$

$$\left[H_p^{cc}(\Omega) \right] = \frac{N_p^{cc}(\Omega)}{D_p(\Omega)} \quad (2.30.b)$$

$$\left[H_s^{cc}(\Omega) \right] = \frac{N_s^{cc}(\Omega)}{D_s(\Omega)} \quad (2.30.c)$$

Negligenciando o amortecimento, o numerador e denominador da Eq. (2.29.a) ficam:

$$N_s^{cl}(\Omega) = k - m\Omega^2 \quad (2.31.a)$$

$$D_s(\Omega) = km\Omega^2 \quad (2.31.b)$$

Introduzindo as Eqs. (2.30.a) e (2.30.b) em (2.27.b), obtém-se a seguinte expressão:

$$H_a^{pc}(\Omega) = \frac{N_p^{lc}(\Omega)N_s^{cc}(\Omega)}{D_s(\Omega)N_p^{cc}(\Omega) + D_p(\Omega)N_s^{cc}(\Omega)} = \frac{N_p^{lc}(\Omega)(k - m\Omega^2)}{(km\Omega^2)N_p^{cc}(\Omega) + (k - m\Omega^2)D_p(\Omega)} \quad (2.32)$$

Pode-se então observar, na Eq. (2.32), que a FRF $\left[H_a^{pc}(\Omega) \right]$ terá necessariamente um zero para:

$$\Omega = \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

que corresponde à frequência natural do ADV com o ponto de conexão com a estrutura primária bloqueado. Pode-se chegar a esta mesma conclusão, partindo do desenvolvimento da Eq. (2.27.d).

Pode-se estender a teoria para o caso de acoplamento de um número n de absorvedores, em diversas coordenadas da estrutura primária simultaneamente. Neste caso, a matriz de FRFs dos absorvedores é expressa da seguinte forma (RADE; STEFFEN, 1999):

$$[H_s(\Omega)] = \begin{bmatrix} [H_s(\Omega)]_1 & \dots & [0] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [0] & \dots & [H_s(\Omega)]_n \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

onde:

$$[H_s(\Omega)]_j = \frac{-1}{m_j \Omega^2 (k_j + i\Omega c_j)} \begin{bmatrix} k_j + i\Omega c_j - m_j \Omega^2 & k_j + i\Omega c_j \\ k_j + i\Omega c_j & k_j + i\Omega c_j \end{bmatrix}, \quad j = 1 \text{ a } n \quad (2.34)$$

A teoria desenvolvida acima é geral, sendo aplicável a diferentes ADVs, incluindo subsistemas de parâmetros distribuídos.

Uma característica da formulação apresentada é que ela requer apenas um conjunto de FRFs da estrutura primária. Estas podem ser geradas a partir de modelos analíticos, como modelos de elementos finitos, ou podem ser adquiridas por procedimentos experimentais. Neste segundo caso, evitam-se erros ocasionados pelas incertezas de modelagem, embora se deva esperar a ocorrência de efeitos indesejáveis gerados pela existência de ruídos nas FRFs experimentais.

2.3 Propagação de Incertezas

As técnicas modernas de projeto de sistemas mecânicos devem considerar as inevitáveis incertezas que interferem nas diferentes etapas do projeto. Há muito tempo ignoradas pelos projetistas, as incertezas podem, hoje em dia, ser estudadas de maneira mais objetiva graças ao desenvolvimento de métodos chamados não determinísticos ou estocásticos. Os trabalhos de Schüeller (1997, 2001) e Matthies et al. (1997) trazem amplas revisões sobre os diferentes aspectos de modelagem e projeto de estruturas sujeitas a incertezas. Esses tratamentos específicos permitem a obtenção de sistemas robustos, ou seja, pouco sensíveis a incertezas.

As incertezas são geralmente classificadas em duas categorias (OBERKAMPF et al., 2002):

- **Incertezas redutíveis ou epistêmicas**, decorrentes da falta de conhecimento acerca dos processos físicos envolvidos. Essas incertezas podem ser diminuídas por um aumento da quantidade de informação. Um exemplo disso é o desconhecimento das leis de comportamento dos materiais ou dos fenômenos localizados nas junções entre subestruturas;
- **Incertezas não redutíveis, aleatórias ou estocásticas**, decorrentes da variabilidade intrínseca dos parâmetros utilizados na geração de modelos matemáticos e nos dados obtidos experimentalmente para identificá-los. Como exemplo, podem-se citar as variações nas propriedades físicas dos materiais, a variação de parâmetros geométricos a partir da mudança de temperatura, a variabilidade na montagem de componentes, etc.

Uma etapa importante na concepção de um sistema robusto é a propagação das incertezas através de um modelo numérico, que tem por finalidade avaliar a influência das incertezas na resposta do sistema. Essa propagação faz parte de um processo de análise de incertezas que Sudret (2007) decompõe em três etapas:

- Na primeira etapa define-se o modelo e os critérios de decisão (variabilidade, limite de falha, etc) o que permite a avaliação do sistema físico considerado. Os parâmetros (entradas) e respostas (saídas) do sistema devem ser claramente identificados. Essa etapa é uma análise determinística;
- Na segunda etapa deve-se quantificar as fontes e tipos de incertezas. Identificam-se os parâmetros sujeitos às incertezas, aos quais um modelo de incerteza é associado. Em mecânica, as abordagens mais comuns utilizam representações probabilísticas (SCHÜELLER, 1997), álgebra de intervalos (DESSOMBZ et al., 2001) ou ainda a teoria dos conjuntos nebulosos (MASSA et al., 2008). Neste trabalho, uma abordagem probabilística será usada;
- A terceira etapa é a propagação das entradas incertas através do modelo. As saídas são, então, estudadas segundo os critérios definidos na primeira etapa, a partir de métodos específicos. No tratamento probabilístico, encontram-se os

métodos da segunda ordem, lidando com a média e a variância, e os métodos de confiabilidade, lidando com as probabilidades de falha.

No presente trabalho, a propagação de incertezas tem por objetivo a avaliação da sensibilidade das respostas em relação à variabilidade dos parâmetros de entrada do modelo. As variáveis de projeto são modeladas como variáveis aleatórias, sendo-lhes atribuídas funções densidade de probabilidade (FDPs). A partir das FDPs escolhidas, uma amostragem é realizada para obter os valores dos parâmetros que serão propagados através do modelo.

O método mais tradicional de amostragem é o método de Monte Carlo (SOBOL, 1983) clássico que consiste em amostrar diretamente a partir das FDPs sem tratamentos preliminares. Vários métodos foram desenvolvidos a fim de garantir uma velocidade de convergência mais rápida (SALIBY; MOREIRA, 2007). Dentre eles destaca-se o método Hipercubo Latino (HELTON; DAVIS, 2003) que foi utilizado neste trabalho.

A amostragem por Hipercubo Latino é um método de amostragem dita estratificada, que consiste em subdividir o espaço amostral em N subconjuntos equiprováveis disjuntos (SALIBY; MOREIRA, 2007). Para cada subconjunto e cada variável, um valor é escolhido aleatoriamente e os N valores obtidos para cada variável são associados aleatoriamente com as outras variáveis. A Figura 2.12 mostra um exemplo de amostragem de FDPs uniformes com o método de Monte Carlo clássico (cruzes vermelhas) e o Hipercubo Latino (círculos pretos). Observa-se que com o Hipercubo Latino o espaço de variação dos dois parâmetros é mais amplamente coberto, o que não ocorre com o método de Monte Carlo clássico.

Para que se tenha certeza de que as respostas foram bem amostradas, uma verificação de convergência é necessária. O método mais comum consiste na observação da evolução da média e da variância de respostas de interesse.

No presente trabalho a variabilidade de FRFs será estudada. Como cada FRF é composta de vários valores definidos em uma banda de frequências, uma representação gráfica das evoluções não é possível. Então, para julgar o nível de convergência, serão observadas as evoluções da média e da variância das primeiras respostas do sistema.

Note-se que quando a análise busca especificamente a avaliação da média e variância das respostas são necessários os cálculos dos intervalos de confiança dos estimadores média e variância.

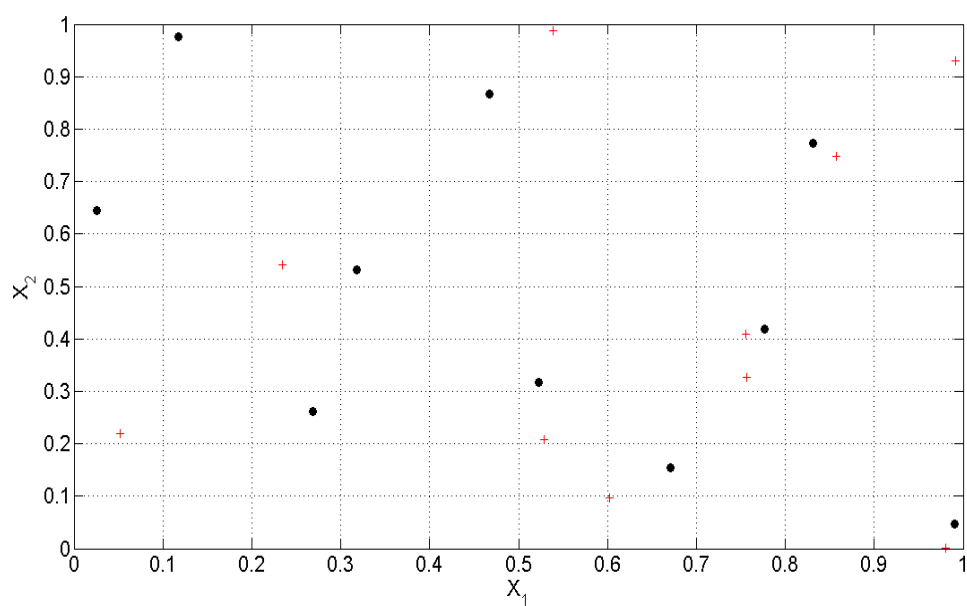


Figura 2.12 – Dez amostras obtidas com o método de Monte Carlo clássico e com o Hipercubo Latino para dois parâmetros com distribuições uniformes.

CAPÍTULO III

PROJETO DO ADV MULTIMODAL E VALIDAÇÃO ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Este capítulo dedica-se à metodologia utilizada para a concepção do Absorvedor Dinâmico de Vibrações Multimodal (ADVM) e às simulações numéricas realizadas para efeito de avaliação de seu desempenho.

3.1 Geometria proposta para o ADVM

O principal objetivo estabelecido para o projeto do ADVM é a capacidade de atenuação das amplitudes de vibração nas vizinhanças de várias frequências de ressonância da estrutura primária, simultaneamente, propriedade esta que caracteriza o ADV como multimodal e que justifica a sua utilização em aplicações industriais em que as excitações ocorrem em bandas de frequência relativamente amplas.

Em face deste objetivo, estudaram-se configurações de ADVMs formados por componentes estruturais contínuos (em oposição a ADVMs de parâmetros concentrados), uma vez que oferecem maior flexibilidade de projeto e facilidade de construção. Dentre as diferentes configurações consideradas, optou-se por aquela ilustrada na Fig. 3.1, que consiste de uma associação de lâminas planas contendo discos circulares em suas extremidades, sendo as lâminas conectadas a um núcleo rígido, dispostas simetricamente em pares. A fixação do ADVM à estrutura primária é feita através do núcleo rígido, através de uma haste, também rígida, de forma que as lâminas vibrem em flexão, na direção perpendicular ao plano do ADVM.

Com base na teoria apresentada no Capítulo 2, o projeto do ADVM consiste na determinação das dimensões das lâminas e discos que compõem cada par, de modo que uma de suas frequências naturais, na condição engastada-livre, coincida com o valor da

freqüência natural de um modo-alvo da estrutura primária. Desta forma, o projeto se inicia pela definição do número de modos-alvo, que corresponde ao número de pares de lâminas do ADVm, e dos valores correspondentes das freqüências de ressonância. Em seguida, é efetuado, sucessivamente, o projeto de cada par de vigas do ADVm para uma das freqüências-alvo, considerando, como variáveis de projeto, as dimensões indicadas na Fig. 3.2 e admitindo conhecido o módulo de elasticidade e a densidade do material que compõe o ADVm. Entretanto, como a dependência dos valores das freqüências naturais das vigas em relação às variáveis de projeto é complexa, o projeto deve ser efetuado de forma semi-automática, por meio do uso de procedimentos numéricos de otimização, conforme será detalhado mais adiante.

É importante destacar que o núcleo (círculo central) mostrado na Fig. 3.1 é construído de modo a ser muito mais rígido em flexão que as vigas do ADVm, de modo que não haja interação dinâmica entre as lâminas, fato que permite que seus projetos sejam feitos de forma independente um do outro.

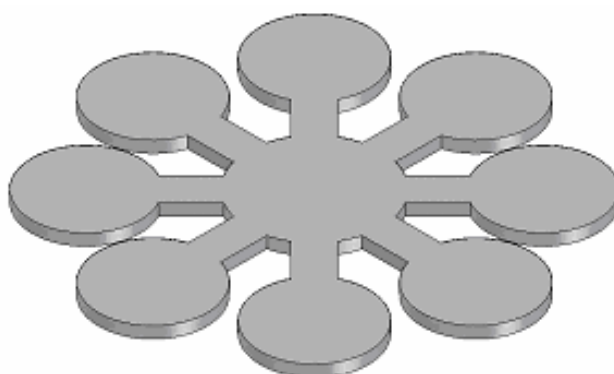


Figura 3.1 – Ilustração da geometria do ADVm multimodal proposto.

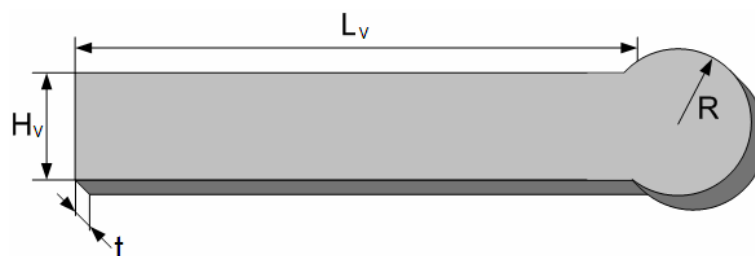


Figura 3.2 – Variáveis de projeto das vigas do ADVm.

3.2 Modelagem do ADVM

O projeto do ADVM deve ser feito com o emprego de modelos numéricos que permitam estabelecer as relações entre os valores das variáveis de projeto e os valores das frequências naturais das vigas que formam o absorvedor. Assim, alguns tipos de modelos foram desenvolvidos, sendo o primeiro deles um modelo analítico simples de viga bidimensional, modelada de acordo com a teoria de Euler-Bernoulli, engastada-livre, com massa concentrada em sua extremidade, conforme ilustrado na Fig. 3.3.

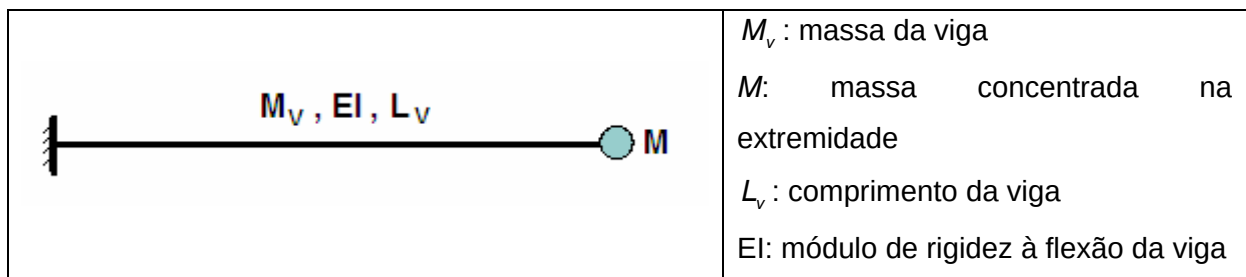


Figura 3.3 – Modelo baseado na teoria de vigas de Euler-Bernoulli.

De acordo com Blevins (2001), a primeira frequência natural da viga-engastada livre com massa concentrada na extremidade é dada por:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{L_v^3 (M + 0,24M_v)}} \quad (3.1)$$

Os parâmetros geométricos figurando na Eq. (3.1) se relacionam com as dimensões indicadas na Figura 3.2 através das relações:

$$M_v = H_v \cdot t \cdot L_v \cdot \rho$$

$$M = \pi \cdot R^2 \cdot t \cdot \rho \quad (3.2)$$

$$I = \frac{H_v \cdot t^3}{12} \quad (\text{momento de inércia da seção transversal da viga})$$

Outros tipos de modelo utilizados foram baseados em elementos finitos, utilizando programa computacional *Ansys*®, com duas variantes:

1º. Modelo simplificado de vigas tridimensionais e massas concentradas, utilizando os elementos *BEAM4* e *MASS21*, respectivamente;

2º. Modelo detalhado, representando fielmente a geometria do ADVN, utilizando elementos *SHELL63*. A Figura 3.4 ilustra os dois modelos utilizados.

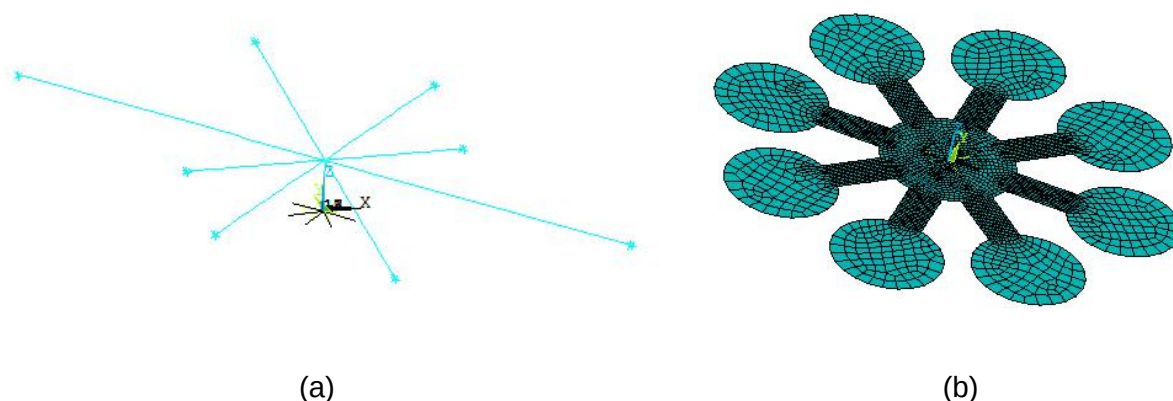


Figura 3.4 – Modelos de elementos finitos do ADVN. (a) modelo baseado em elementos de viga *BEAM4* e de massa concentrada *MASS21*; (b) modelo baseado em elementos de casca *SHELL63*.

Inicialmente foram feitos alguns testes numéricos objetivando comparar os valores das frequências naturais obtidos através de cada modelo, considerando uma viga com as características físicas e geométricas dadas na Tab. 3.1. A comparação dos valores obtidos para as frequências naturais são apresentados na Tab. 3.2.

Tabela 3.1 – Características físicas e geométricas do sistema simulado

Características físicas	Características geométricas
Material: aço	Comprimento L_v : 0,0391 m
Módulo de Elasticidade: $2,06 \cdot 10^{11}$ N/m ²	Largura H_v : 0,0172 m
Densidade: 7850 kg/m ³	Raio R : 0,0115 m
	Espessura t : 0,001 m

Verifica-se que o modelo de viga fornece valores de frequências naturais muito próximos aos obtidos com o modelo de casca, com desvio percentual médio pouco maior que 1%. Isso nos permite concluir que o modelo simplificado representa adequadamente o

comportamento dinâmico do ADVIM, no contexto da metodologia de projeto considerada, fato que justifica sua utilização nos procedimentos de otimização que serão descritos a seguir, com vistas à redução do esforço computacional.

Tabela 3.2 – Frequências naturais do ADVIM obtidas para os dois tipos de modelos.

PLACA	VIGA	Desvio (%)
301,68	286,18	5,14
1901,1	1847,8	2,80
5348,8	5271,7	1,44
10532	10473	0,56
17494	17482	0,07
26262	26301	0,15
36869	36925	0,15
49355	49347	0,02
63773	63558	0,34
80183	79553	0,79
Desvio Médio		1,10

3.3 Projeto otimizado do ADVIM

Conforme anunciado anteriormente, a escolha do conjunto de parâmetros geométricos de cada lâmina do ADVIM, considerando restrições de projeto, pode não ser possível de ser obtido de forma analítica. Desta forma, foi desenvolvido um procedimento de projeto baseado no uso de técnicas de otimização numérica, que permite o projeto em situações mais gerais, envolvendo um conjunto arbitrário de variáveis de projeto. Este procedimento é ilustrado mediante aplicação a uma placa retangular, tendo sido implementado de acordo com as seguintes etapas:

1) Modelagem da placa no software *Ansys*[®] e realização de uma análise modal para obter os valores de suas quatro primeiras frequências naturais, que foram consideradas como frequências-alvo. O modelo de elementos finitos da placa, contendo 2500 elementos *SHELL63* e 15000 graus de liberdade (6 por elemento), é mostrado na Fig. 3.5.

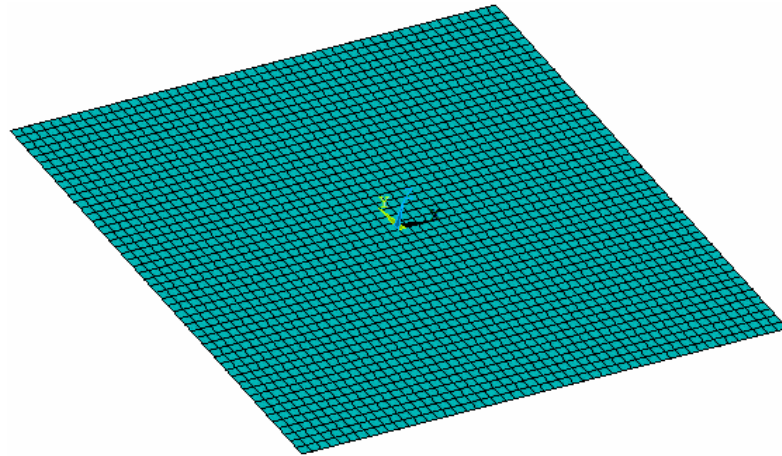


Figura 3.5 – Modelo de placa retangular plana.

2) Realização de uma análise harmônica da placa isolada, para levantar a FRF pontual referente ao seu ponto central, dentro da banda de freqüências incluindo as freqüências-alvo.

3) Determinação dos parâmetros do ADVm a partir de uma rotina de otimização escrita em *Matlab*®. Aplicada a cada lâmina sucessivamente, este procedimento de otimização adota, como função objetivo, a diferença absoluta entre uma das freqüências-alvo, e a primeira freqüência natural da lâmina, com condição de contorno engastada-livre. A rotina de otimização foi implementada utilizando a função *fmincon* do *Matlab*®. As variáveis de projeto utilizadas foram L_v , H_v e R (ver Fig. 3.2). A função objetivo e as equações de restrição estão mostradas nas Eq. (3.3) e (3.4), respectivamente.

$$f_{obj} = \min(|f_{placa} - f_{ADV}|) \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} 0,015m &\leq L_v \leq 0,060m \\ 0,005m &\leq H_v \leq 0,015m \\ 0,6H_v &\leq R \leq 2H_v \end{aligned} \quad (3.4)$$

4) Acoplamento do ADVm otimizado ao centro da placa e realização de uma nova análise harmônica para obtenção da FRF do sistema placa+ADVm.

A Figura 3.6 mostra a placa com o ADVM acoplado ao seu centro através de uma haste rígida.

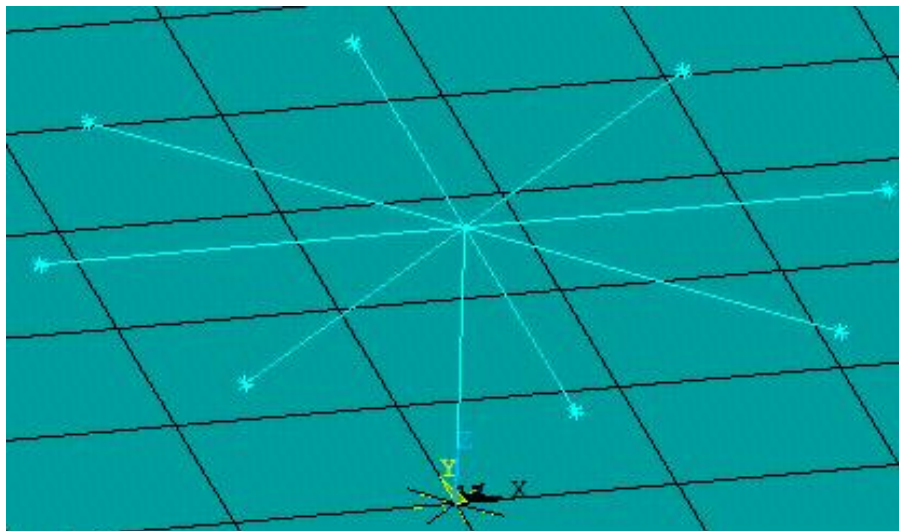


Figura 3.6 – Detalhe do acoplamento ADVM-PLACA.

A Tabelas 3.3 e 3.4 apresentam os valores das propriedades físicas e geométricas da placa-base, os valores das quatro primeiras frequências naturais da placa, que são adotadas como frequências-alvo e os valores ótimos das variáveis de projeto do ADVM, associadas a cada frequência-alvo.

O material utilizado, tanto para a placa-base quanto para o ADVM foi o aço e a espessura da chapa utilizada no ADVM é de 1mm.

É importante destacar que a massa total do ADVM é de aproximadamente 28,2g, correspondendo a 2% da massa da placa.

Tabela 3.3 – Propriedades da placa-base.

Características físicas	Características geométricas
Material: aço	Comprimento: 0,3 m
Módulo de Elasticidade: $2,06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$	Largura: 0,3 m
Densidade: 7850 kg/m^3	Espessura: 0,002 m

Tabela 3.4 – Propriedades do ADVm.

Frequência [Hz]	L_v [m]	H_v [m]	R [m]	M [kg]
198	0,0299	0,0120	0,024	0,0142
724	0,0211	0,0054	0,007	0,0012
1204	0,0172	0,0042	0,005	0,0006
1694	0,0134	0,0097	0,008	0,0016

A Figura 3.7 permite comparar as FRFs pontuais no ponto central da placa, antes e após o acoplamento do ADVm. Pode-se verificar que, ao se conectar o ADVm à placa, a FRF do conjunto passa a apresentar antirressonâncias nos valores correspondentes às frequências naturais da placa. Porém, surgem também duas novas ressonâncias nas vizinhanças destas frequências, o que torna o ADVm eficiente em bandas de frequências muito limitadas em torno das frequências-alvo. Tal situação pode ser contornada com a inclusão de amortecimento no ADVm, fazendo com que as amplitudes destes dois picos sejam reduzidas. Para avaliar preliminarmente esta possibilidade, foi inserido um amortecimento modal de 2% no ADVm otimizado, obtendo-se a FRF mostrada na Fig. 3.8. Observa-se que, efetivamente, houve uma diminuição considerável nas amplitudes de vibração, o que confirma a necessidade de inclusão de amortecimento no ADVm. Reduções de amplitude ainda mais substanciais podem ser obtidas com o aumento do nível de amortecimento do ADVm, o que, em situações práticas, pode ser obtido de forma simples e cômoda empregando materiais viscoelásticos (ESPINDOLA, 1999). Tal possibilidade será examinada nos ensaios experimentais descritos no Capítulo IV.

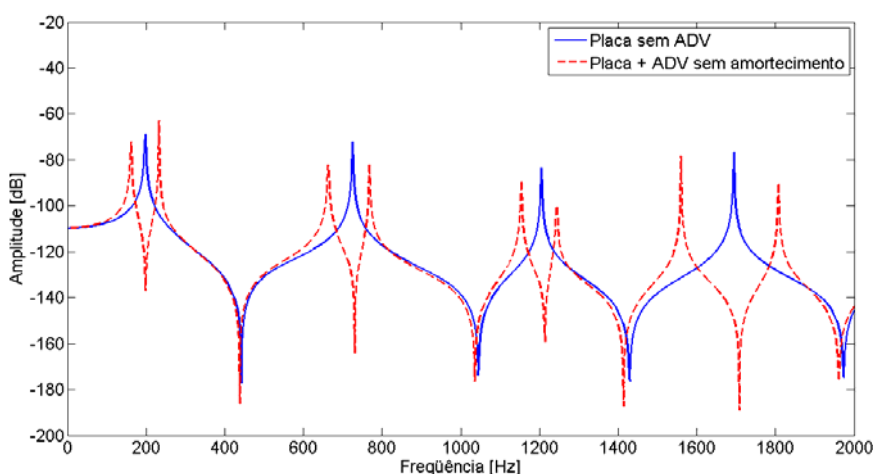


Figura 3.7 – Comparação das FRFs da placa com e sem o ADVm acoplado.

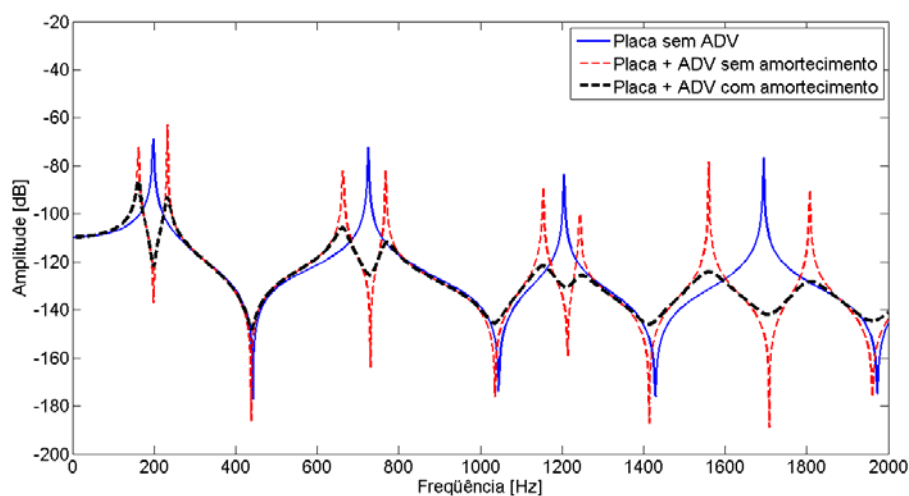


Figura 3.8 – FRF do conjunto placa + ADVM com e sem amortecimento modal de 2%.

3.4 Acoplamento do ADVM empregando a técnica baseada em FRFs

Considerando a mesma situação enfocada na Seção 3.2, foi feita a comparação da FRF do conjunto placa+ADVM obtida no *Ansys*[®] a partir das matrizes estruturais, e da FRF obtida pela técnica de acoplamento de subestruturas baseada em FRFs, descrita na Seção 2.2, a fim de validar tal técnica. Para isso realizaram-se três análises harmônicas utilizando o *Ansys*[®]: 1^a) da placa isolada para obtenção da FRF pontual no ponto de conexão do ADVM; 2^a) do ADVM isolado para obtenção da FRF pontual na extremidade da haste que vai conectada à placa; 3^a) do conjunto placa + ADVM, para obtenção da FRF pontual no ponto de conexão do ADVM na placa.

A partir das duas primeiras FRFs aplicou-se a técnica de acoplamento de subestruturas. A comparação da FRF obtida com a FRF calculada utilizando o *Ansys*[®] está mostrada na Fig. 3.9. Verifica-se que as FRFs são praticamente idênticas, o que permite concluir que a técnica de acoplamento pode ser utilizada, com as vantagens destacadas na Seção 2.2, para a obtenção de FRFs de estruturas acopladas a partir das FRFs de cada estrutura separadamente.

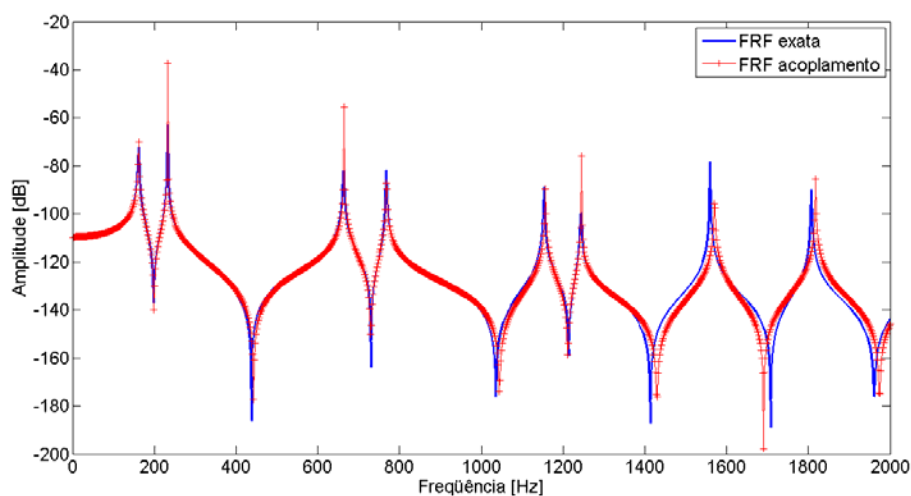


Figura 3.9 – Comparação entre FRF exata e a obtida pelo acoplamento.

3.5 Propagação de Incertezas

Os resultados apresentados nas seções anteriores foram obtidos admitindo que os valores dos parâmetros físicos e geométricos, tanto da estrutura-base, quanto do ADVM, são conhecidos e constantes. Entretanto, em situações práticas, o projeto ótimo do absorvedor nunca poderá ser realizado precisamente, em virtude da inevitável ocorrência de variabilidades não controladas dos valores dos parâmetros físicos e geométricos, ocasionadas por tolerâncias de fabricação e montagem imperfeita. Em consequência, espera-se que o desempenho do ADVM otimizado possa ser degradado por estas variabilidades, havendo o interesse de, em uma primeira etapa, avaliar os níveis de degradação do desempenho e, em uma segunda fase, utilizar técnicas de projeto robusto, objetivando a concepção de configurações cujo desempenho seja pouco sensível às variabilidades presentes (AIT BRIK, 2005). A primeira etapa é considerada nesta seção.

Considerando que, para cada lâmina que compõe o ADVM, as variáveis de projeto são o comprimento L_v , a largura H_v e o raio R , tomando por base a configuração ótima, considerada como nominal, foram feitas simulações de Monte Carlo objetivando avaliar a influência das incertezas que afetam os valores destes parâmetros sobre a FRF pontual do conjunto estrutura-base+ADVM, na banda de frequência de interesse. Para isso, a incerteza foi descrita para cada parâmetro com uma Função Densidade de Probabilidade (FDP) uniforme. Sendo $p^{(0)}$ o valor nominal de um dado parâmetro genérico do ADVM, os limites inferior e superior da FDP uniforme são adotados, respectivamente, $0,95p^{(0)}$ e $1,05p^{(0)}$. Os

parâmetros da estrutura-base são admitidos conhecidos e constantes, isentos de variabilidade.

Considerando a mesma situação abordada nas seções anteriores, uma amostragem por Hipercubo Latino foi feita a fim de obter 10.000 amostras. As amostras foram propagadas através do modelo numérico amortecido (com um amortecimento modal de 2%) e as FRFs foram calculadas no ponto de conexão. Visando diminuir o esforço computacional, o modelo do ADVM baseado em elementos viga, descrito na Seção 3.1, foi utilizado.

Na Figura 3.10 são representadas as amplitudes das FRFs para a placa sem ADVM, para a placa como ADVM nominal e os envelopes das FRFs amostradas delimitando a área de incerteza colorida em cinza. A fim de mostrar que as respostas foram bem amostradas, as convergências das médias das quatro primeiras frequências do sistema são mostradas na Fig. 3.11. Verifica-se que a convergência foi atingida e que o número de amostras até poderia ter sido menor.

Observa-se ainda que a região de incerteza não recobre o primeiro e o quarto picos da FRF nominal, mas recobre o segundo e o terceiro. Esse recobrimento indica que a segunda e a terceira ressonância podem não ser atenuadas satisfatoriamente se os parâmetros considerados são sujeitos a incertezas. Apesar destas considerações serem qualitativas, elas levam à conclusão de que o sistema acoplado é mais robusto às incertezas dos parâmetros para o primeiro e o quarto modos do que para o segundo e o terceiro. Como o ADVM pode falhar na atenuação de vibrações de maneira robusta para algumas frequências alvo, uma otimização robusta se torna necessária (AIT BRIK, 2005).

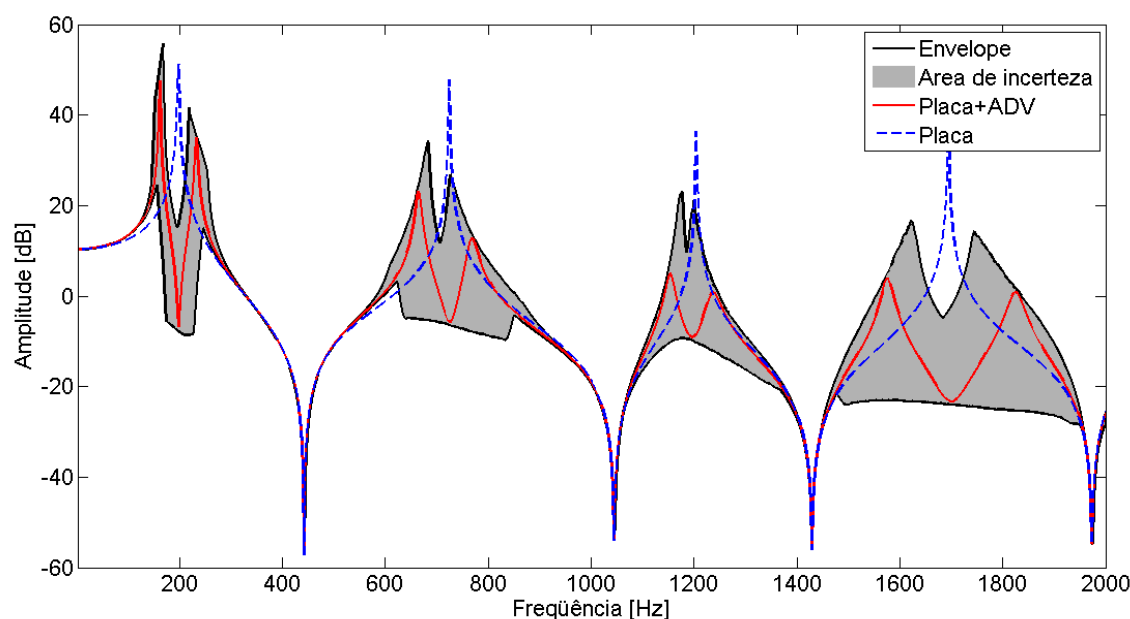


Figura 3.10 – Envelope de FRF do sistema acoplado depois da propagação de incertezas.

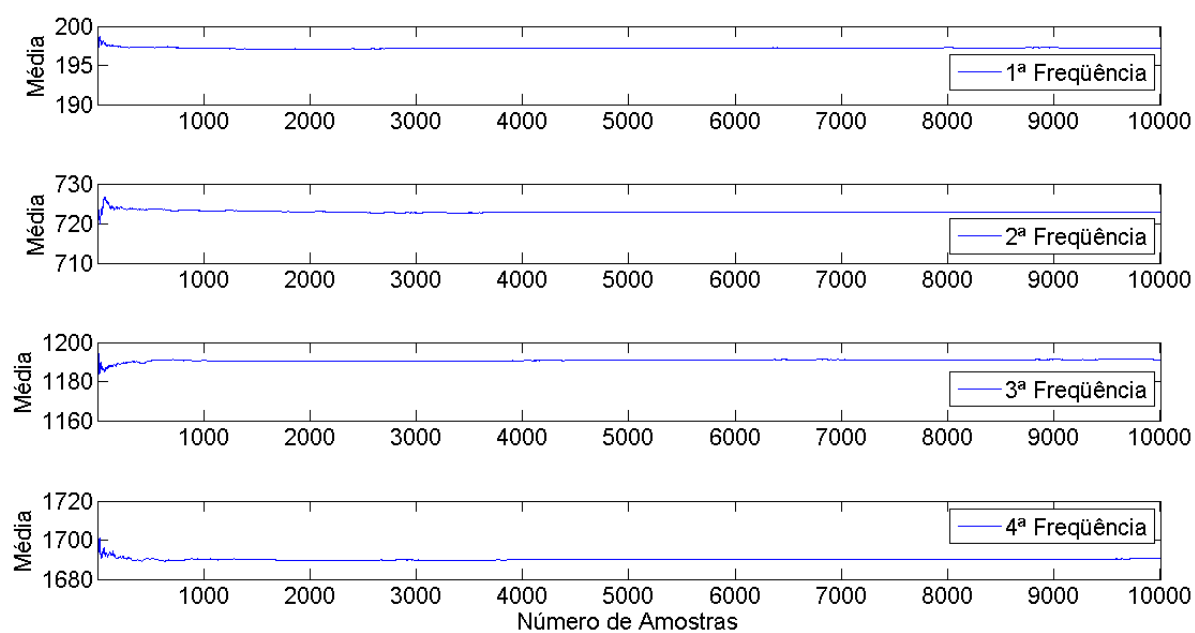


Figura 3.11 – Evolução da convergência da média das quatro primeiras frequências do sistema.

CAPÍTULO IV

ENSAIOS EXPERIMENTAIS COM O ADV MULTIMODAL

Neste capítulo, são descritos os ensaios realizados com o intuito de fazer a validação experimental dos resultados obtidos através das simulações numéricas e avaliar as particularidades existentes na aplicação prática do ADV, especialmente no tocante a não idealidades (desvios geométricos, incertezas de medição, etc.). Inicialmente, os ensaios foram realizados para a estrutura primária consistindo de uma placa retangular; em seguida, foi ensaiada uma carcaça do compressor fornecida pela EMBRACO.

4.1 Ensaios experimentais com uma placa retangular

Nestes ensaios foi ensaiada uma placa retangular, cujas características são fornecidas na Tab. 4.1.

Tabela 4.1 – Características físicas da placa ensaiada.

Dimensões [m]			Material
Largura	Comprimento	Espessura	Alumínio
0,4	0,3	0,003	

Na bancada utilizada para a obtenção das FRFs experimentais do conjunto Placa + ADV, foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Analisador de sinais *Agilent* modelo 35670A;
- Martelo de impacto com célula de carga *PCB* modelo 086C01 com sensibilidade nominal 11,2 mV/N;

- Acelerômetro *PCB* modelo 352C22 com sensibilidade nominal $0,91 \text{ mV/ms}^{-2}$;
- Mesa inercial;
- Suporte para suspensão da carcaça;
- Cabos e conectores.

É importante ressaltar que a condição de contorno utilizada no experimento foi do tipo livre-livre. Isso foi possível com a utilização de um suporte metálico preso à mesa inercial, ao qual a estrutura foi suspensa por meio de fios de nylon. A Figura 4.1 ilustra os componentes da montagem experimental.

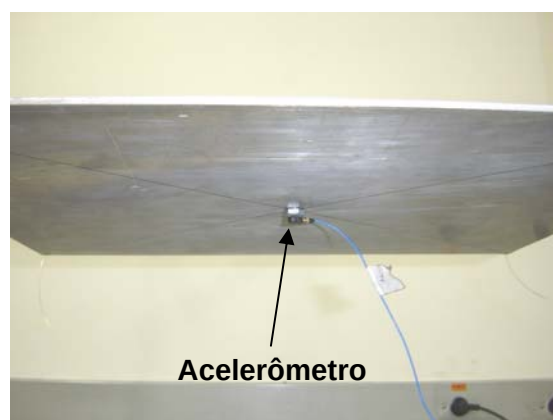
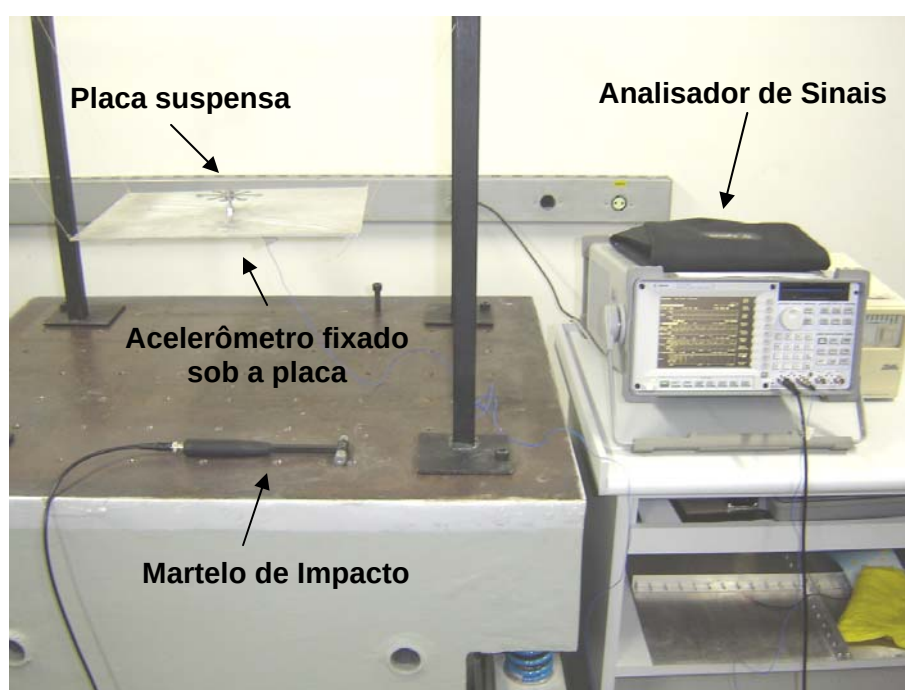


Figura 4.1. Ilustração da bancada experimental utilizada para ensaio da placa com ADVM.

A excitação da estrutura foi feita através da impactação com o martelo de impacto que está ligado ao canal 1 do analisador de sinais. Essa impactação é realizada no ponto central da placa. A resposta é adquirida pelo acelerômetro, também posicionado no ponto central da placa, porém do lado oposto ao da excitação, conforme ilustrado na Fig. 4.2. O acelerômetro está ligado ao canal 2 do analisador de sinais. Pode-se assim, extrair a FRF pontual da estrutura, computando a razão entre os espectro das resposta e força de excitação. Por se tratar de uma grandeza complexa, esta FRF é mostrada no monitor do analisador sob a forma de diagrama de Bode (amplitude $\times$ frequência e fase $\times$ frequência). Obtém-se também a função de coerência entre os dois sinais, que quantifica o quanto da resposta ocorreu devido à excitação. Quanto mais próximo da unidade for a função coerência, mais representativa é a FRF da estrutura. Foi utilizado no experimento um janelamento de sinais do tipo exponencial.

Vale ressaltar, que nos procedimentos experimentais realizados nesse capítulo, as FRFs são obtidas computando a média de dez impactações, com o objetivo de reduzir a influência de erros aleatórios que contaminam as respostas e as excitações medidas.

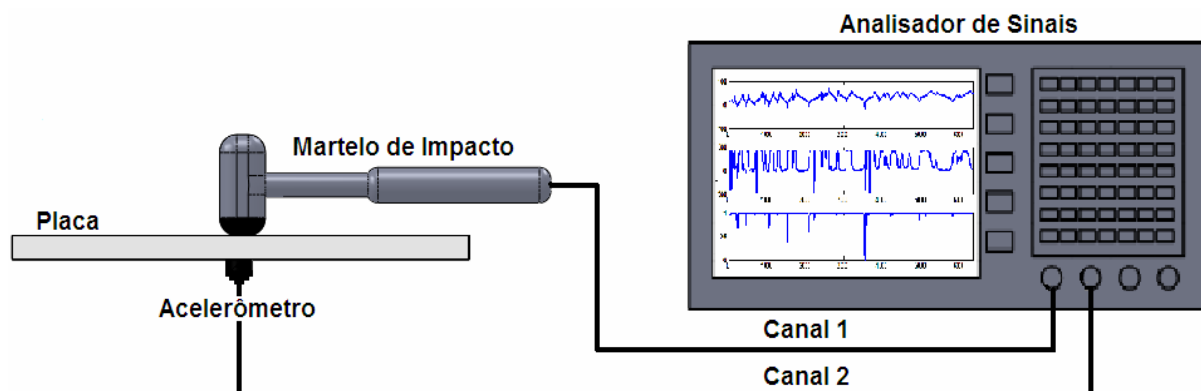


Figura 4.2 – Detalhe da instrumentação do experimento com a placa.

Tem-se, nos gráficos da Fig. 4.3, a amplitude, a fase e a função de coerência da FRF pontual da placa isolada, em uma banda de frequências definida entre 0 e 6400 Hz com uma resolução em frequência de 4 Hz.

A fim de se validar os procedimentos de modelagem, fez-se uma simulação numérica no *Ansys*[®] da placa ensaiada, sendo computada a FRF equivalente à FRF obtida experimentalmente. Para isso, foi utilizado o modelo ilustrado na Fig. 3.4(b) contendo 2500 elementos *SHELL63* e 15000 graus de liberdade.

A Figura 4.4 mostra uma comparação entre as FRFs experimental e numérica, na banda de frequências [0-2000Hz], que contém os modos de interesse para o projeto do

ADVM. Pode-se verificar que as FRFs apresentam valores de amplitude e fase muito próximos entre si, o que permite validar o procedimento de modelagem e também despistar erros grosseiros no experimento. Obviamente, subsistem algumas diferenças que podem ser atribuídas a imprecisões intrínsecas do modelo de elementos finitos (EF) e incertezas experimentais (ruídos de medição, erros de orientação das impactações, por exemplo).

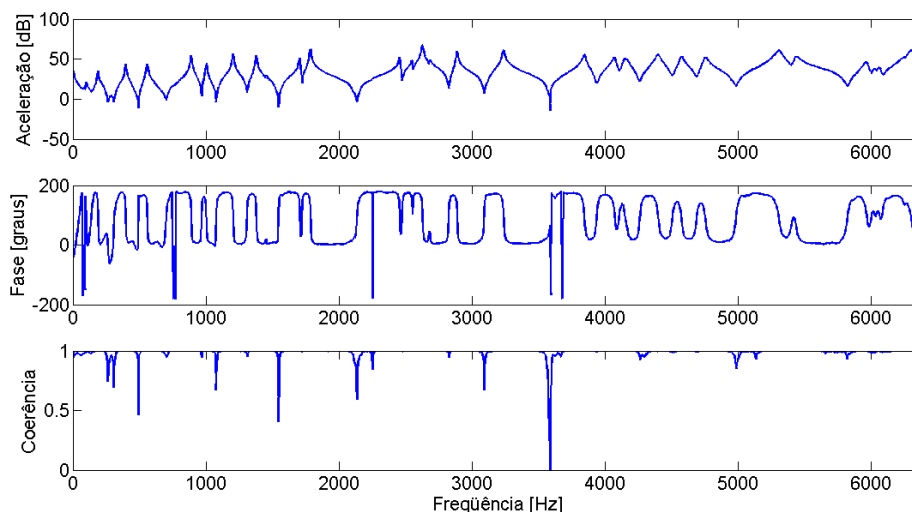


Figura 4.3 – Função de Resposta em Frequência e Função de Coerência experimentais da placa isolada.

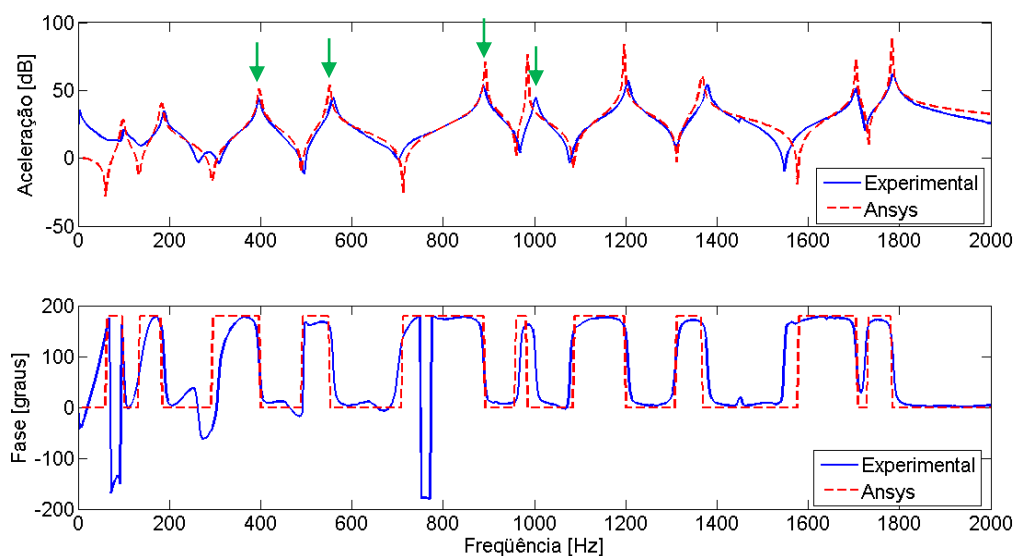


Figura 4.4 – Comparação entre a FRF experimental e a FRF obtida numericamente através do programa *Ansys*®.

4.2 Projeto Otimizado do ADVm

Na fase subsequente realizou-se a otimização do ADVm, de acordo com o procedimento descrito na Seção 3.2. Para este efeito, foram escolhidas arbitrariamente, como frequências-alvo, aquelas correspondentes aos valores 396 Hz, 552 Hz, 892 Hz e 984 Hz, que são indicadas por flechas na Fig. 4.4. A Figura 4.5 ilustra as formas modais correspondentes a estas frequências naturais.

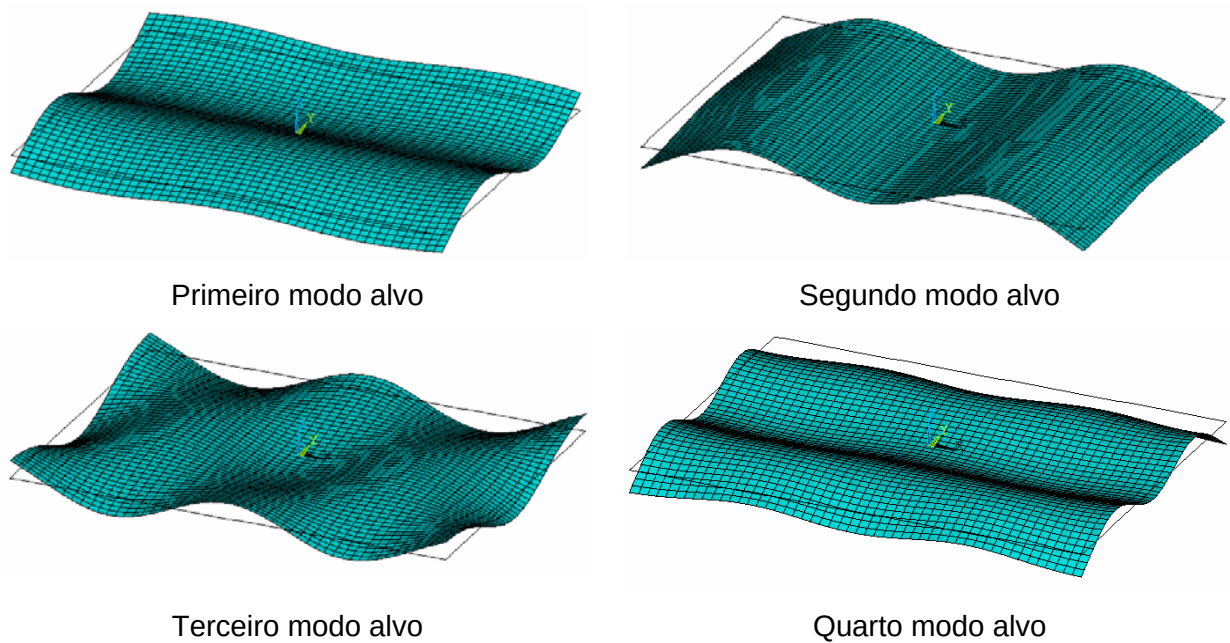


Figura 4.5 – Ilustração dos modos de vibração correspondentes às frequências-alvo.

Verificou-se na Fig 4.5, que nenhum dos modos-alvo apresenta uma linha nodal passando pelo ponto central da placa. Como o ADVm será fixado nesse ponto, é importante que não exista esta linha nodal do modo que é uma linha de deslocamento nulo, pois assim, o ADVm não teria nenhuma eficiência.

Utilizando o algoritmo de otimização escrito em linguagem *Matlab*[®], obtiveram-se as dimensões mostradas na Tab. 4.2 para as quatro lâminas que compõem o ADVm. Foi fixado, para a espessura da chapa, o valor 0,001m e o material considerado foi o aço. As restrições impostas na otimização foram:

$$0,010m \leq L_v \leq 0,040m$$

$$0,005m \leq H_v \leq 0,020m$$

$$0,6H_v \leq R \leq 1,8H_v$$

$$M = \rho \times \pi \times t \times R^2$$

Tabela 4.2 – Dimensões ótimas do ADVm.

Frequência [Hz]	Comprimento L_v [m]	Largura H_v [m]	Raio da circunferência R [m]	Massa concentrada equivalente M [kg]
396	0,0295	0,00538	0,00762	0,0014
552	0,0259	0,00867	0,00832	0,0017
892	0,0198	0,00983	0,00829	0,0017
984	0,0188	0,00848	0,00759	0,0014

Deve-se ressaltar que, para o projeto do ADVm, foi utilizado o modelo de EF simplificado, composto por elementos de viga de Euler-Bernoulli tridimensionais *BEAM4*, conforme descrito anteriormente no Capítulo 3. A massa total do ADVm otimizado é de aproximadamente 24 g.

Fez-se, então, uma simulação do ADVm otimizado conectado à placa-base, a fim de se obter a FRF do conjunto e verificar o desempenho do ADVm projetado. O ADVm otimizado foi acoplado à placa no seu ponto central e realizou-se uma análise harmônica do conjunto no *Ansys*®. A Figura 4.6 mostra uma comparação entre as FRFs da placa com e sem o ADVm. Pode-se verificar, que o ADVm atua exatamente nas frequências de interesse, criando antirressonâncias e atenuando fortemente as amplitudes de vibração nessas frequências, embora sejam criados dois picos de ressonância nas vizinhanças de cada frequência-alvo que, conforme discutido na Seção 3.2, podem ser atenuadas com a inclusão de amortecimento no ADVm.

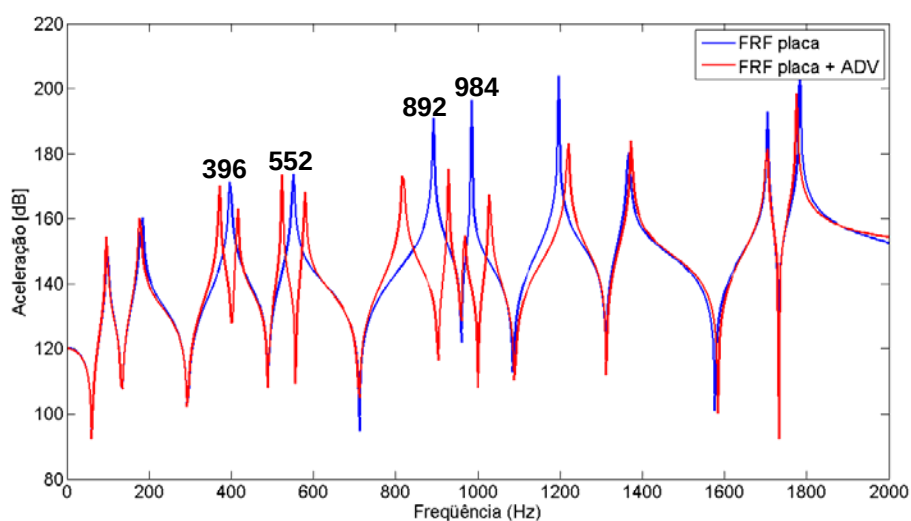


Figura 4.6 – Comparação entre as FRFs da placa antes e depois do acoplamento do ADVm.

Uma vez que o ADVIM simulado apresentou bons resultados, partiu-se para a confecção de protótipos para a realização de experimentos. Estes protótipos foram confeccionados pela *EMBRACO* pelo processo de corte por laser, com tolerância dimensional da ordem de 0,05 mm, com as dimensões nominais fornecidas na Tab. 4.2. O ADVIM foi fixado na placa por meio de um parafuso e de conjuntos de porcas e contra-porcas. A Figura 4.7 mostra, em detalhe, a placa com o ADVIM fixado ao seu centro.

Seguiu-se o mesmo procedimento experimental empregado no ensaio da placa isolada, obtendo-se a FRF do conjunto placa+ADVIM, a qual está comparada com a FRF da placa isolada na Fig. 4.8. Pode-se observar que o ADVIM real não atenuou as amplitudes nas vizinhanças das frequências-alvo como desejado. A única influência visível do ADVIM na FRF da estrutura foram pequenas perturbações em algumas frequências cujos valores, apesar de não corresponderem às frequências-alvo, são as frequências naturais de cada par de lâminas do ADVIM, fato este confirmado por ensaios complementares realizados para identificação das frequências naturais das lâminas do ADVIM isolado, com sua base engastada, conforme ilustrado na Fig. 4.9. Note-se que, para evitar o acréscimo de massa ocasionado pela fixação de acelerômetros, os ensaios do ADVIM isolado foram feitos utilizando um vibrômetro laser *OMETRON* modelo *VQ-500-D*.

Os resultados obtidos permitem concluir que não foi possível reproduzir, no protótipo do ADVIM, as frequências naturais previstas no projeto otimizado, fato atribuído à associação dos seguintes fatores: a) desvios geométricos devidos à tolerância dimensional inerente ao processo de fabricação; b) imprecisão na orientação do ADVIM em relação à placa a qual, idealmente, deve ser perpendicular; c) influência do sistema de fixação (porcas e parafuso), que não foi incluído no modelo de EF utilizado para o projeto ótimo.

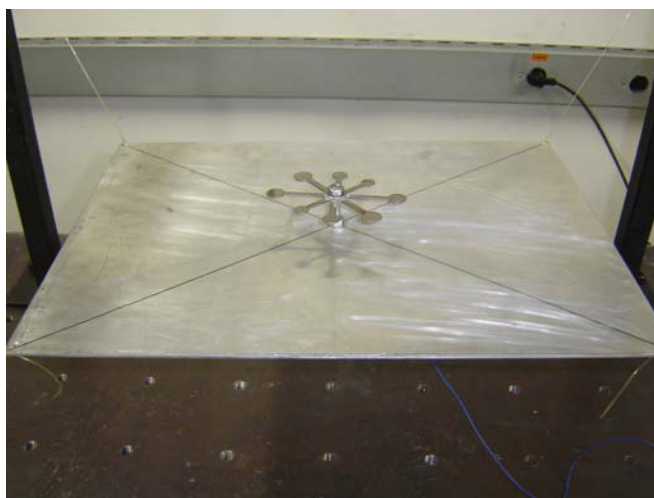


Figura 4.7 – Placa ensaiada com ADVIM fixado ao seu centro.

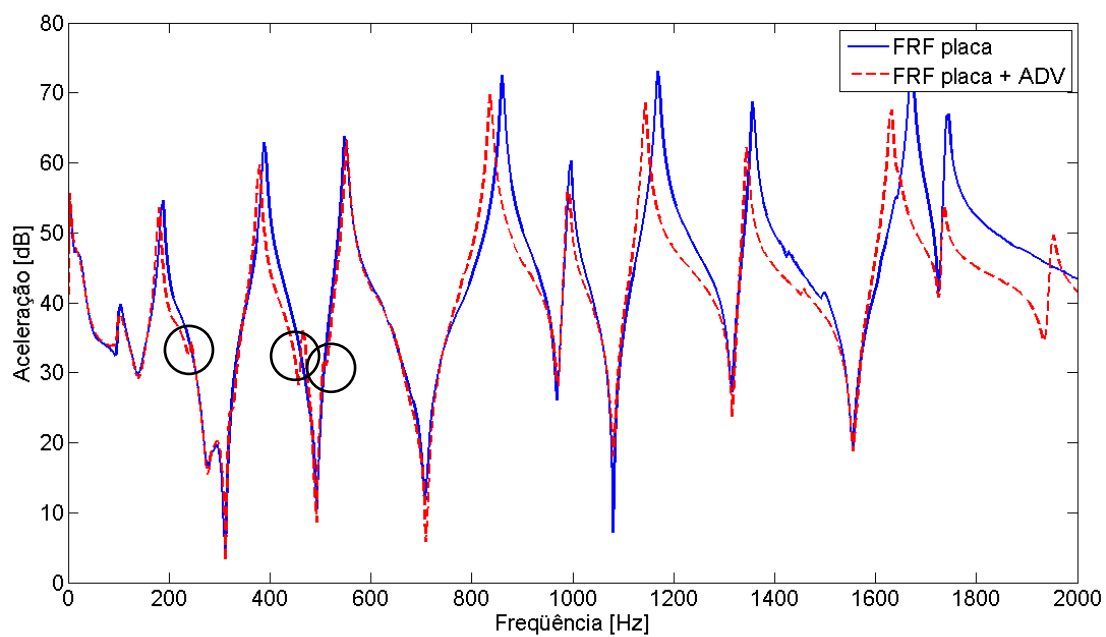


Figura 4.8 – Comparação entre a FRF da placa antes de depois do acoplamento do ADV.

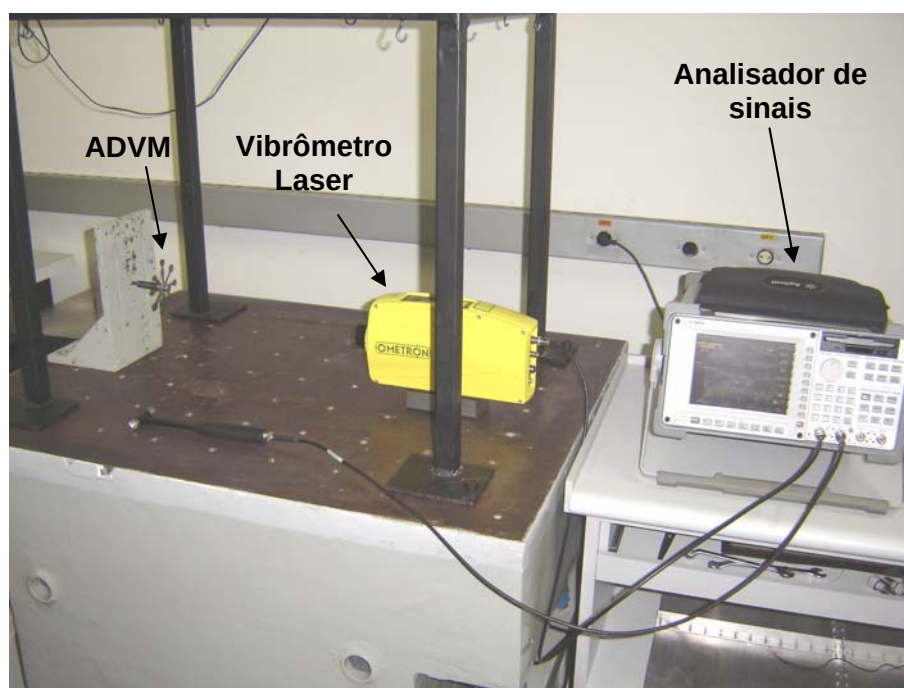


Figura 4.9 – Ilustração de ensaios realizados com o ADV isolado.

4.3 Ensaios experimentais complementares com a placa retangular e ADVM com amortecimento viscoelástico.

Visando testar uma forma viável para a inclusão de amortecimento no ADVM projetado, foi realizado um teste adicional, com a utilização de uma camada de polímero viscoelástico (uma fita adesiva dupla face de alta resistência tipo 4011 com 1mm de espessura e 24 mm de largura) produzido pela 3M®, inserida entre dois protótipos nominalmente idênticos do ADVM utilizado na Seção 4.1, configurando-se, assim, uma construção em “sanduíche”, que está ilustrada na Fig. 4.10. Tal teste teve o intuito principal de aumentar a massa do ADVM e também de introduzir amortecimento à estrutura.

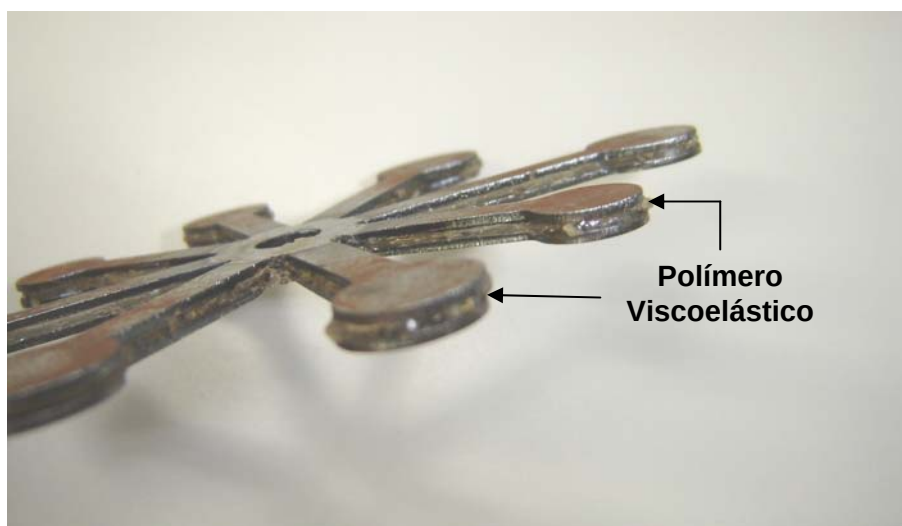


Figura 4.10 – Ilustração do ADVM contendo uma camada viscoelástica.

Por procedimento análogo ao descrito na Seção anterior, obteve-se a FRF da placa com o ADVM amortecido a ela conectado. A comparação da FRF obtida as correspondentes obtidas anteriormente está mostrada na Fig. 4.11. Observa-se, que o ADVM amortecido obteve-se uma significativa atenuação das amplitudes de vibração nas vizinhanças das duas primeiras frequências-alvo, evidenciando a utilidade da inclusão de amortecimento no ADVM. A melhoria do resultado pode ainda ser explicada pelo aumento da razão de massas (massa do ADVM/massa da placa), o que se traduz por uma maior capacidade de remoção de energia vibratória da estrutura-base, conforme evidenciado no estudo de Cunha Jr. (1999). Entretanto, notas-se que atenuações não são percebidas para a terceira e quarta frequências-alvo.

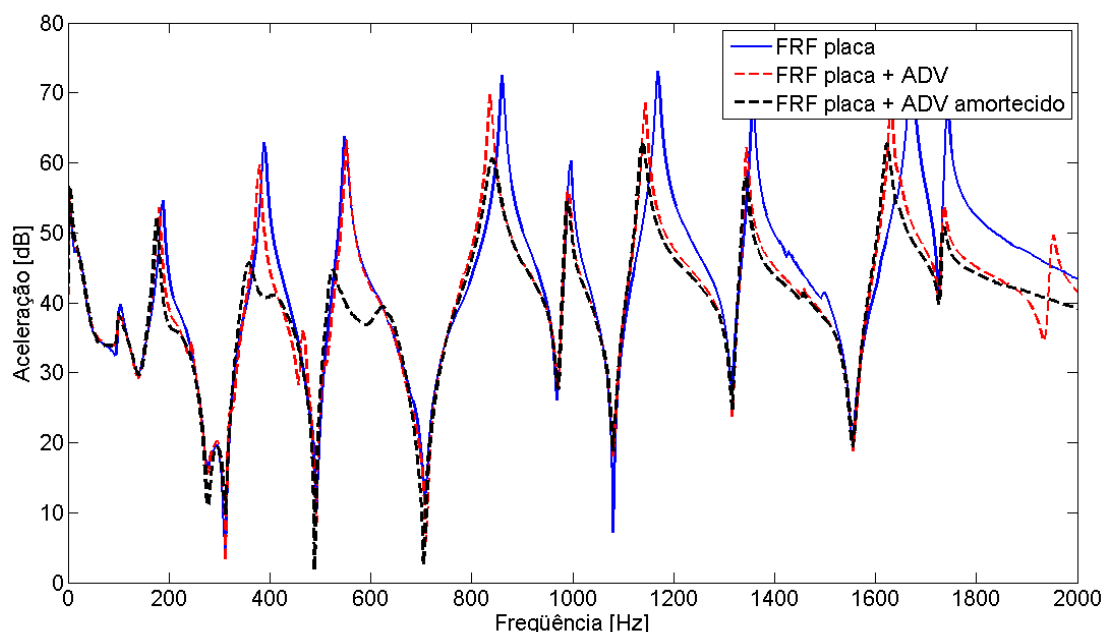


Figura 4.11 – Comparação entre as FRF obtidas experimentalmente.

4.4 Propagação de incertezas

Conforme mencionado na Seção 3.5, há o interesse em fazer uma análise de robustez do modelo do ADVm otimizado para a placa ensaiada nos experimentos, utilizando a propagação das incertezas nos seus parâmetros dimensionais (H_v , L_v e R), esperando-se que os resultados possam explicar o fato de não se ter podido sintonizar o ADVm para algumas frequências-alvo.

Tal propagação é aqui realizada de duas formas distintas: a primeira consiste em uma simulação de Monte Carlo da estrutura acoplada (placa+ADVm) realizada no software *Ansys*[®], sendo que as incertezas são inseridas apenas no ADVm e os parâmetros físicos e geométricos da placa são considerados determinísticos. A segunda, realizada no *Matlab*[®], consiste da propagação de incertezas apenas no ADVm considerado isolado, para o qual foram obtidas as amostras de FRFs pela técnica de Monte Carlo. Em seguida, via técnica de acoplamento de subestruturas, descrita na Seção 2.2, obtiveram-se as amostras das FRFs do sistema placa+ADVm. Tal comparação foi realizada com o intuito de verificar uma eventual amplificação de incertezas ocasionada pelo uso da técnica de acoplamento. Esta ocorrência foi examinada por Voormeeren et al. (2010).

Para geração das amostras de Monte Carlo utilizou-se, para cada parâmetro incerto, uma FDP uniforme com limites inferior e superior $0,98p^{(0)}$ e $1,02p^{(0)}$, respectivamente, onde $p^{(0)}$ indica os valores nominais. Objetivando a redução do esforço computacional, realizou-se uma amostragem por Hipercubo Latino, obtendo-se 1000 amostras.

Tem-se, nas Fig. 4.12 e 4.13 as amplitudes das FRFs para a placa sem ADV, para a placa com o ADV nominal e os envelopes das FRFs amostradas delimitando a zona de incerteza colorida em cinza, para os dois casos estudados. Verifica-se que ambos os métodos utilizados mostraram resultados bastante próximos, não se verificando, amplificação de ruído no método que utiliza o acoplamento de subestruturas. Como o a propagação de incertezas efetuada com base nos modelos completos de EF utilizando o *Ansys*® mostrou-se muito mais onerosa, tendo demandado, aproximadamente cinco dias de cálculo computacional, conclui-se que a técnica de acoplamento de subestruturas baseadas em FRFs consiste em uma alternativa mais econômica e satisfatoriamente precisa para realização de propagação de incertezas. Observa-se também que as frequências de sintonia do ADV se mostram bastante sensíveis a variabilidades nos parâmetros geométricos, o que confirma a possibilidade de que a ausência de sintonia pode estar associada a imprecisões geométricas ocorridas no processo de fabricação e de montagem do ADV.

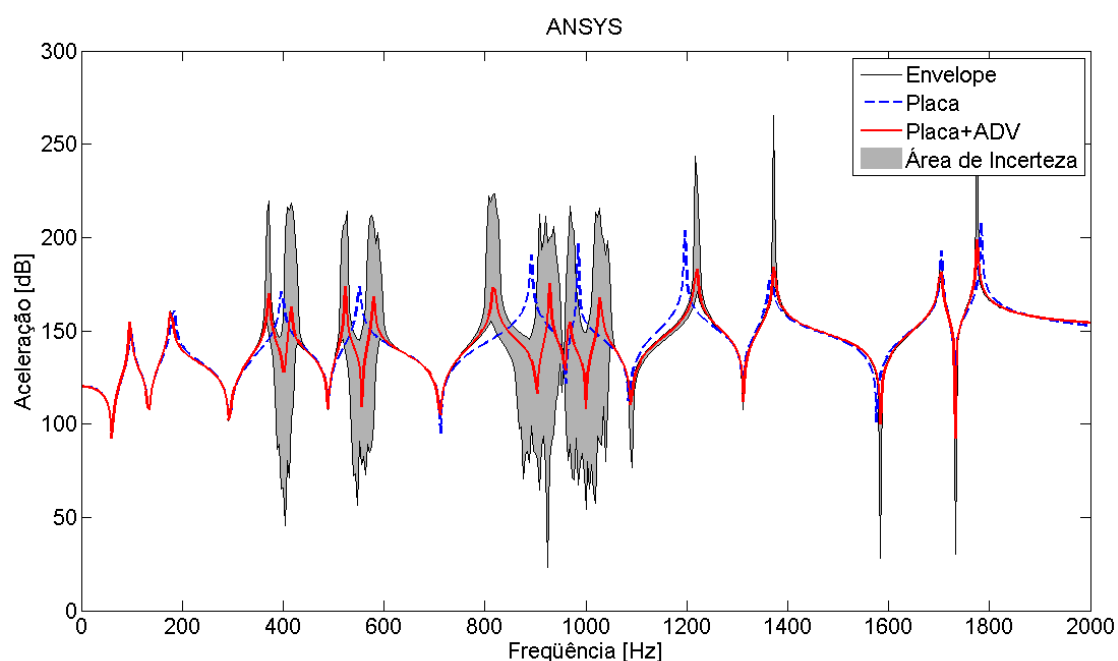


Figura 4.12 – Propagação de incertezas no modelo placa+ADV utilizando o modelo completo da estrutura acoplada.

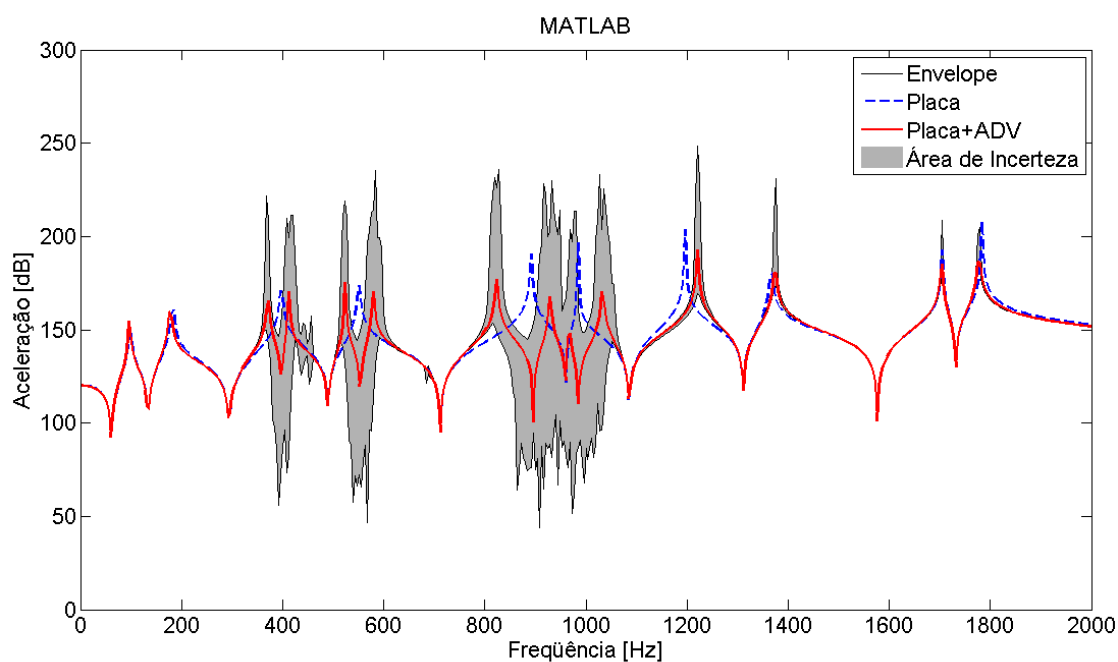


Figura 4.13 – Propagação de incertezas no modelo placa+ADVM utilizando a técnica de acoplamento de sub-estruturas baseada em FRFs.

4.5 Aplicação do ADVM a uma carcaça de compressor

Nesta seção descreve-se a aplicação do ADVM à atenuação de vibrações de uma carcaça de compressor fabricada pela EMBRACO, mostrada suspensa sobre a mesa inercial na Fig. 4.14(a). Os procedimentos experimentais foram realizados da mesma forma descrita nas seções anteriores deste capítulo.



(a)



(b)

Figura 4.14 – Carcaça do compressor suspensa por fios de nylon.

Foram demarcados 22 pontos ao longo dos planos de simetria da carcaça. Os ensaios foram realizados fixando o acelerômetro em um dos pontos e impactando-se nos demais, obtendo-se assim, um conjunto de FRFs (amplitude e fase) e também as funções de coerência. A Figura 4.14(b) mostra, em detalhe, a carcaça, com alguns pontos mostrados.

A título de exemplificação, tem-se, nos gráficos da Fig. 4.15, a amplitude, a fase e a função de coerência obtidas no ponto 1, com impactação realizada no 7, em uma banda de frequências normalizada.

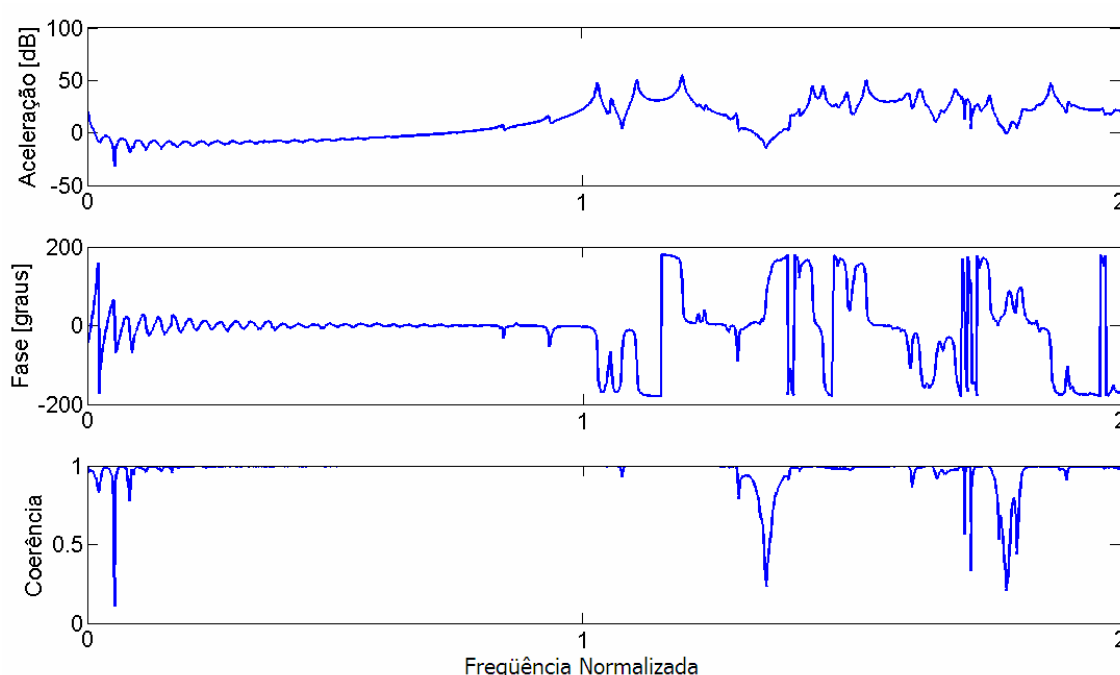


Figura 4.15 – Diagramas de amplitude, fase e função coerência de uma FRF da carcaça de compressor.

Verifica-se que na banda analisada, existem várias ressonâncias, principalmente a partir de 1. Um ADVm foi projetado para atenuar quatro destas ressonâncias, escolhidas arbitrariamente, empregando o procedimento de otimização descrito anteriormente, fazendo-se, em seguida, o acoplamento do ADVm otimizado à carcaça por meio da técnica de acoplamento de subestruturas baseada em FRFs. Para este caso específico, as frequências-alvo correspondem aos valores de 0,987; 1,064; 1,151 e 1,507 Hz. O ADVm foi projetado para ser fixado no ponto 1, indicado na Figura 4.14(b), na direção perpendicular à carcaça.

Como resultado da otimização foram encontradas as dimensões mostradas na Tab. 4.3. Foi fixada como espessura da chapa, 0,001m e o material considerado foi o aço. As restrições impostas na otimização foram:

$$0,005m \leq L_v \leq 0,030m$$

$$0,001m \leq H_v \leq 0,012m$$

$$0,6H_v \leq R \leq 2H_v$$

$$M = \pi.R^2.t.\rho$$

Tabela 4.3 – Dimensões ótimas do ADVm.

Frequência-alvo [Hz]	Comprimento L_v [m]	Largura H_v [m]	Raio da circunferência R [m]	Massa concentrada equivalente M [kg]
0,987	0,0071	0,0096	0,0117	0,0034
1,064	0,0077	0,0100	0,0097	0,0023
1,151	0,0061	0,0109	0,0134	0,0044
1,507	0,0054	0,0106	0,0121	0,0036

Com as dimensões encontradas, simulou-se o ADVm no *Ansys*[®] com o programa escrito em linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*), o qual realiza uma análise harmônica pelo método da superposição modal, fornecendo a FRF do ADVm na banda desejada.

A Figura 4.16 mostra as FRFs pontuais do compressor e a do ADVm obtidas no *Ansys*[®], com indicação dos quatro modos a serem atenuados. Nota-se que as FRFs foram exibidas a partir da frequência de 0,6, pois abaixo dessa frequência, a estrutura não apresenta nenhuma ressonância.

Utilizando o procedimento descrito na Seção 2.2, computou-se a FRF do conjunto acoplado a partir das FRF dos componentes isolados. Foi feito o acoplamento para dois casos diferentes: ADVm sem amortecimento e ADVm com amortecimento modal de 2%. A Figura 4.17 mostra a comparação das FRFs da carcaça isolada com as FRFs do conjunto carcaça + ADVm.

Assim como no caso da placa, pode-se verificar que o ADVm atua exatamente nas frequências de interesse, criando antirressonâncias e atenuando fortemente as amplitudes de

vibração nessas frequências, sendo esta atenuação mais pronunciada com a adição do amortecimento no ADV.

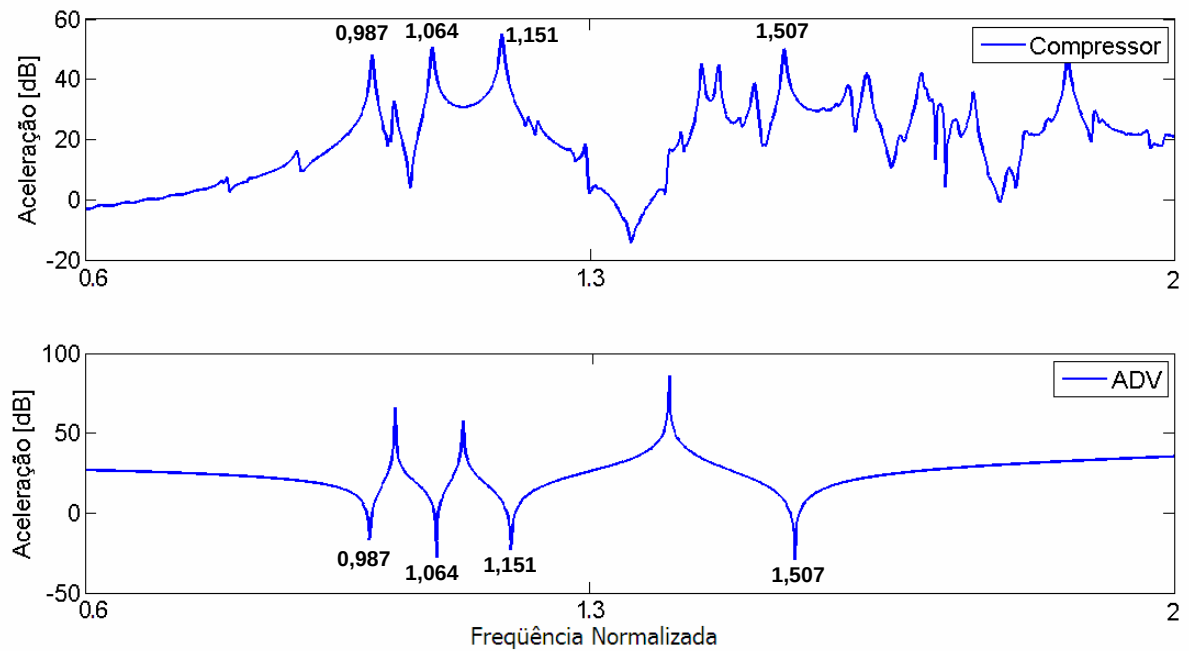


Figura 4.16 – FRF da carcaça isolada (experimental) e do ADVM isolado (Ansys®).

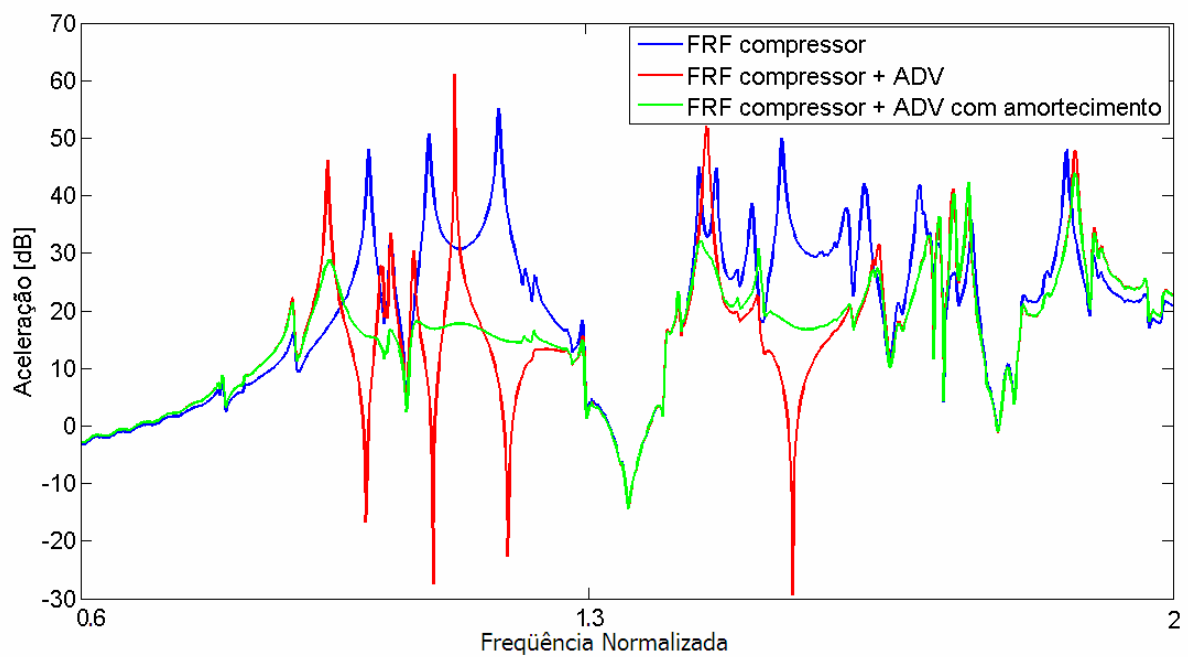


Figura 4.17 – Comparação das FRFs da carcaça sozinha e da carcaça acoplada ao ADV.

4.6 Propagação de incertezas

Para o caso do compressor, devido à dificuldade de obtenção de um modelo numérico dessa estrutura, o estudo da influência de incertezas nos parâmetros do ADVm sobre a resposta dinâmica do sistema acoplado foi feita utilizando a técnica de acoplamento de subestruturas detalhada na Seção 2.2. Este procedimento foi validado na Seção 4.2.

Os limites inferior e superior das FDPs uniformes foram adotados, respectivamente, $0,98p^{(0)}$ e $1,02p^{(0)}$. A FRF nominal e os envelopes são representados na Fig. 4.18 e nas ampliações das Fig. 4.19 e 4.20.

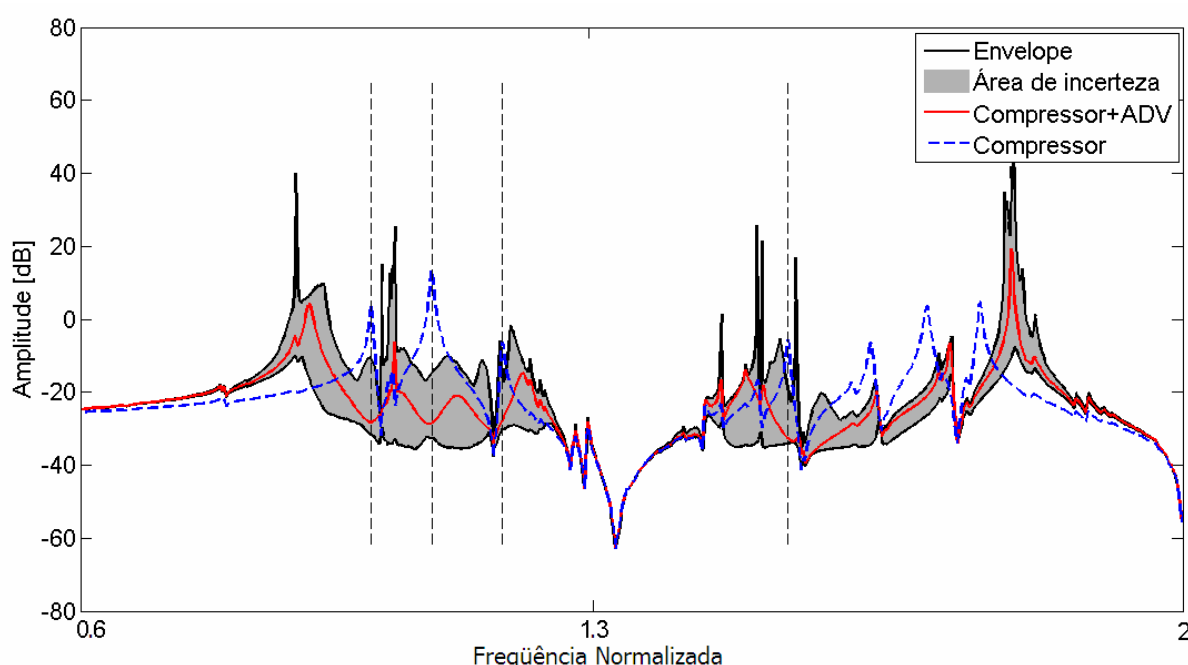


Figura 4.18 – Envelopes da FRF do sistema compressor+ADV no ponto de conexão do ADV.

Observando a zona de incerteza, constata-se que o sistema é mais robusto às incertezas para as duas primeiras frequências-alvo (0,987 e 1,064). As ressonâncias das duas últimas frequências (1,151 e 1,507) não são completamente recobertas pela área de incerteza mas, para cada uma, a zona de incerteza possui dois picos de grandes amplitudes de cada um dos lados das ressonâncias.

As frequências naturais 1,151 e 1,507 são atenuadas de maneira robusta, mas ressonâncias vizinhas são criadas. Esse efeito pode ser diminuído aumentando-se o amortecimento do ADVm. Porém, estes níveis de amortecimento são, em geral, limitados por restrições práticas.

Estes resultados mostram a necessidade de se desenvolver um método de otimização robusta considerando não somente as frequências-alvo, mas também as ressonâncias criadas em suas vizinhanças.

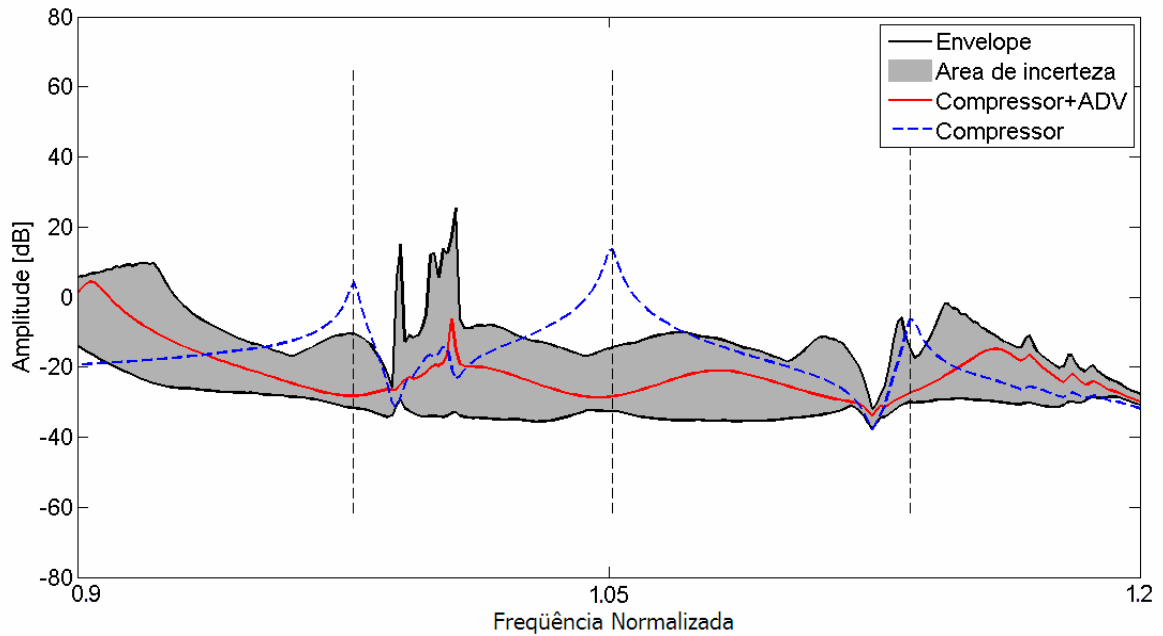


Figura 4.19 – Ampliações em torno das três primeiras frequências-alvo.

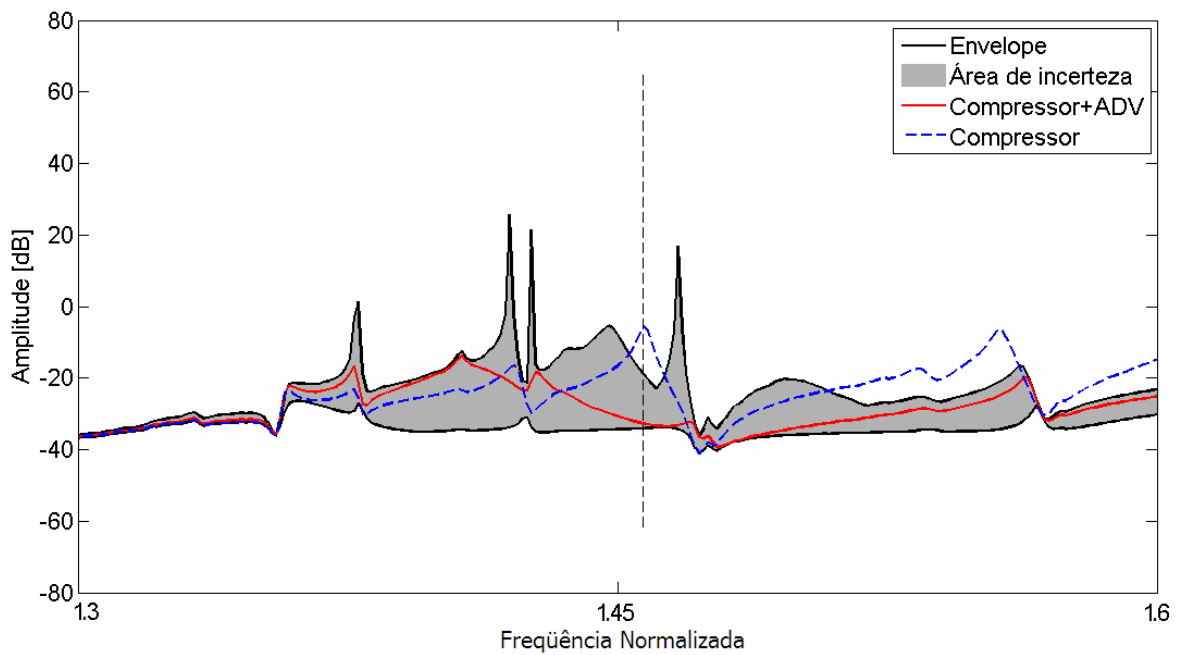


Figura 4.20 – Ampliação em torno da quarta frequência-alvo.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS

O estudo apresentado nesta Dissertação consistiu da proposição de uma configuração específica de absorvedor dinâmico de vibrações multimodal (ADVM), destinado a atenuar as amplitudes de vibração nas vizinhanças de diversas frequências naturais da estrutura primária, simultaneamente. Dentro deste contexto mais geral, o estudo consistiu das seguintes etapas:

- a) concepção de uma configuração geométrica favorecendo a flexibilidade de projeto, notadamente no tocante ao número de frequências-alvo. Neste sentido, optou-se por uma configuração formada por pares de lâminas uniformes de seção transversal retangular dispondo de discos circulares em suas extremidades, sendo o número de pares igual ao número de frequências-alvo. Estando estas lâminas conectadas a um núcleo suficientemente rígido, o projeto de cada par pode ser realizado de forma independente do projeto das demais;
- b) proposição de uma estratégia de projeto otimizado objetivando a determinação automática de conjuntos de parâmetros geométricos do ADVM que garantam a atenuação nas vizinhanças das frequências-alvo e, ao mesmo tempo, o atendimento a um conjunto de restrições de projeto;
- c) utilização de uma técnica de acoplamento de subestruturas baseada no uso de FRFs experimentais ou geradas a partir de modelos de elementos finitos, associada ao projeto e avaliação do desempenho dos absorvedores estudados;

- d) realização de diversas simulações numéricas e ensaios experimentais visando ao evidenciamento das características operacionais do ADVM proposto quando aplicado a uma estrutura simples (placa retangular plana) e a uma estrutura mais complexa, de interesse industrial (carcaça de compressor hermético);
- e) execução de procedimentos numéricos destinados a avaliar as influências de incertezas afetando as características geométricas do ADVM sobre sua eficiência de atenuação.

De forma geral, evidenciou-se a eficiência do ADVM proposto e obtiveram-se as seguintes conclusões específicas:

- a) a substituição do modelo completo do ADVM baseado em elementos finitos de placa pelo modelo simplificado baseado em elementos de viga tridimensional forneceu previsões de frequências naturais satisfatoriamente precisas e, ao mesmo tempo, um número muito menor de graus de liberdade e, por consequência, com esforço computacional significativamente menor.
- b) o procedimento numérico de projeto otimizado associado ao uso do modelo simplificado do ADVM e da técnica de acoplamento de subestruturas mostrou-se satisfatório, tanto em termos de sua capacidade de fornecer projetos eficientes no tocante à atenuação de amplitudes vibratórias, quanto em termos do custo computacional envolvido.
- c) a inclusão de amortecimento no ADVM é indispensável para que a atenuação seja obtida em faixas de frequência mais amplas, que incluem os picos de ressonância adicionais introduzidos pelo ADVM. Neste sentido, a inclusão do amortecimento viscoelástico mostrou-se viável e eficiente.
- d) a análise de propagação de incertezas é uma etapa indispensável no projeto do ADVM, principalmente em situações em que os dispositivos atenuadores devem ser construídos em lotes. Esta análise mostrou que o desempenho do ADVM pode ser fortemente influenciado pelas incertezas presentes, sendo o grau de influência dependente da frequência-alvo específica considerada.
- e) os resultados dos ensaios experimentais realizados com emprego de protótipos do ADVM tiveram índices de sucesso inferiores àqueles obtidos nas simulações

numéricas. As falhas ocorridas podem ser atribuídas à associação de diversos fatores tais como imprecisões geométricas e discrepâncias introduzidas na montagem do ADVm à estrutura primária.

Com base nas observações realizadas, são feitas as seguintes propostas de continuidade do trabalho realizado:

- a) inclusão do amortecimento viscoelástico no modelo numérico do ADVm, com possível inclusão de variáveis de projeto associadas à camada viscoelástica.
- b) aprofundamento do estudo da influência do sistema de fixação do ADVm à estrutura-base sobre a eficiência do projeto otimizado e possível melhoria do sistema de fixação.
- c) aplicação de procedimentos de otimização robusta em associação com o projeto do ADVm, visando à reduzir a influência de incertezas geométricas sobre o seu desempenho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adhikari, S., Friswell, M. I., Lonkar, K., Sarkar, A., 2009, "Experimental case studies for uncertainty quantification in structural dynamics", Probabilistic Engineering Mechanics, vol. 24, n°4, pp. 473-492.

Ait Brik, B., 2005, "Méthodologies de conception robuste et d'optimisation dans un contexte de conception d'architectures mécaniques nouvelles en avant projet". Thèse, Université de Franche-Comté, Besançon.

Blevins, R. D., 2001, "Formulas For Natural Frequency And Mode Shape", 4th Edition. Krieger Publishing Company.

Borges, R. A., 2008, "Contribuição ao Estudo dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Não-Lineares", Tese de Doutorado, UFU, Uberlândia, MG.

Borges, R. A., Lima, A. M. G, Steffen Jr. V., 2009, "Robust Optimal Design of a Nonlinear Dynamic Vibration Absorber Combining Sensitivity Analysis", Icedyn, Portugal.

Brock, J. E., 1946, "A Note on the Damped Vibration Absorber", Trans. A.S.M.E., A284.

Crowley, J. R., Rochlin, G. T., Klosterman, A. L., Vold, H., 1984, "Direct Structural Modifications Using Frequency Response Functions", 2nd International Modal Analysis Conference, pp. 58-65.

Cunha Jr., S. S., 1999, "Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações", Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia, MG.

Cunha Jr., S. S., Rade, D. A., 2002, Numerical and Experimental Evaluation of an Active Dynamic Vibration Absorber. International Conference on Noise and Vibration Engineering - ISMA2002, Leuven, Bélgica.

Cunha Jr. S. S., 2004, "Avaliação Numérica e Experimental de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos", Tese de Doutorado, UFU, Uberlândia, MG.

Den Hartog, J. P., 1956, "Mechanical Vibrations", 4th edition. McGraw-Hill, New York.

Dessombz, O., Thouverez, F., Laîné, J. P., Jézéquel, L., 2001, "Analysis of mechanical systems using interval computations applied to finite element methods", Journal of Sound and Vibration, vol. 239, n°5, pp. 949-968.

Dimaragonas, A., 1996, "Vibration for Engineers", 2nd edition, Prentice Hall.

Espindola, J. J., 1999, "Passive control of structures with viscoelastic devices", Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, vol. 01, pp. CD-R.

Jones, R. T., Pretlove, A. J., Eyre, R., 1981, "Two Cases Studies in the Use of Tuned Vibration Absorbers on Footbridges", The Structural Engineering, vol. 59B, n°2, pp. 27-32.

Frahm, H., 1911, "Device for Damping Vibrations of Bodies", US Patent 989, 958.

Hagood, N. W., von Flotow, A., 1991, "Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks", Journal of Sound and Vibration, vol. 146, n°2, pp. 243-268.

Helton, J. C., Davis, F. J., 2003, "Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems", Reliability Engineering and System Safety, vol. 81, n°5, pp. 23-69.

Hrovat, D., Barak, P., Rabins, M., 1983, "Semi-Active versus Passive or Active Tuned Mass Dampers for Structural Control", Journal of Engineering Mechanics, vol. 109, n° 3, pp. 691-705.

Kotinda, G. Y., 2005, "Absorvedor Dinâmico de Vibração Tipo Lâmina Vibrante", Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia, MG

Leo, D. J., 2007, "Engineering analysis of smart material systems", Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, USA, pp. 467-510.

Lima, A. M.G., 2003, "Modelagem Numérica e Avaliação Experimental de Materiais iscoelásticos Aplicados ao Controle Passivo de Vibrações Mecânicas". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais, 122 p.

Luft, R. W., 1979, "Optimal Tuned Mass Dampers for Buildings", Journal of the Structural Division, Proceedings of the ASCE, vol. 105, nº ST12, pp. 2766-2722.

Marques, R. F. A., 2000, "Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos", Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia, MG.

Marques, R.F.A., Cunha Jr., S.S., Rade, D. A., 2001, Assessment of an Active Dynamic Vibration Absorber. Anais de IMAC XIX: Conference & Exposition on Structural Dynamics (em CD-ROM).

Massa, F., Ruffin, K., Tison, T., Lallemand, B., 2008, "A complete method for efficient fuzzy modal analysis", Journal of Sound and Vibration, vol. 39, nº1-2, pp. 63-85.

Matthies, P. H., Brenner, C. E., Bucher, C. G. and Soares C. G., 1997, "Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids-stochastic finite elements", Structural Safety, vol. 19, nº 3, pp. 283–336.

Nessler, G. I., Brown, D. L., Stouffer, D. C., Maddox, K. C., 1977, "Design of a Viscoelastic Dynamic Absorber for Machine Tool Applications", Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, paper nº 76-WA, pp. 620-623.

Oberkampff, W. L. and Deland, S. M. and Rutherford, B. M. and Diegert, K. V. and Alvin, K. F., 2002, "Error and uncertainty in modeling and simulation", Reliability Engineering and System Safety, vol. 75, nº3, pp. 333-357.

Otte, D., Grangier, H., Leuridan, J. and Aquilina, R., 1991, "Prediction of the Dynamics of Structural Assemblies Using Measured FRF-Data: Some Improved Data Enhancement Techniques", Proceedings of the International Modal Analysis Conference, USA, pp. 909-917.

Park, G., Sohn, H., Farrar, C. R. and Inman, D. J, 2003, "Overview of Piezoelectric Impedance-Based Health Monitoring and Path-Forward", Shock and Vibration Digest, Vol. 35, pp. 451-463.

Rade, D. A., 1994, "Correction Paramétrique de Modèles Éléments Finis: Élargissement de l'Espace de Connaissance", Tese de Doutorado, Université de Franche-Comté, Besançon, França.

Rade, D. A., Cunha Jr., S.S., 2000, "Projeto Ótimo de Absorvedores Dinâmicos do Tipo Viga para Atenuação de Vibrações Multidirecionais". Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Natal, RN. Anais do CONEM 2000.

Rade, D. A., Steffen Jr., V., 1999, "Optimization of Dynamic Vibration Absorbers Over a Frequency Band", Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, FL, pp. 188-193.

Rade, D. A., Steffen Jr., V., 2000, "Optimization of Dynamic Vibration Absorbers over a Frequency Band", Mechanical Systems and Signal Processing, vol.14, nº 5, p. 679-690.

Raju, V., 1997, "Implementing impedance-based health monitoring". Master Thesis. Virginia Polytechnic Institute - State University. Blacksburg, USA.

Ram, Y.M., Elhay, S., 1996, "The theory of a Multi-Degree-of-Freedom Dynamic Absorber", Journal of Sound and Vibration, vol. 195, nº4, pp. 607-615.

Saliby, E., Moreira, F. F. P., 2007, "Estudo comparativo dos métodos de Quasi-Monte Carlo, Amostragem Descritiva, Hipercubo Latino e Monte Carlo clássico na análise de risco", Pesquisa Operacional, vol. 27, nº 1.

Schüeller, G. I., 1997, "A state-of-the-art report on computational stochastic mechanics", Probabilistic Engineering Mechanics, vol. 12, nº4, pp. 197-321.

Schüeller, G. I., 2001, "Computational stochasticmechanics - recent advances", Computers & Structures, vol. 79, nº 22-25, pp. 2225-2234.

Snowdon, J. C., Nobile, M. A., 1980, "Beamlike Dynamic Vibration Absorbers", *Acoustic*, vol. 44, pp. 98-108.

Sobol, I., 1983, "O Método de Monte Carlo", Editora Mir Moscou.

Steffen Jr., V., Rade, D. A., 2001, "Absorbers, Vibration". *Encyclopedia of Vibration*. London: Academic Press, v. 01, pp. 9-26.

Sudret, B., 2007, "Uncertainty propagation and sensitivity analysis in mechanical models -- Contributions to structural reliability and stochastic spectral methods", *Habilitation à diriger des recherches*, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France.

Sun, J. Q., Jolly, M. R., Norris, M. A., 1995, "Passive, Adaptive and Active Tuned Vibration Absorbers – A Survey", *Transactions of the ASME*, vol. 117, pp. 234-242.

Teodoro, E. B., 1994, "Dynamics of a Power Line When Supported by a Compliant Energy Absorbers", Ph. D. Thesis, ISU.

Viana, F. A. C., Steffen Jr., V., 2006, "Multimodal Vibration Damping through Piezoelectric Patches and Optimal Resonant Shunt Circuits", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering*, vol. XXVIII, pp. 293-310.

Viana, F. A. C., Kotinda, G. Y., Rade, D. A., Steffen Jr., V., 2008, "Tuning Dynamic Vibration Absorbers by Using Ant Colony Optimization", *Computers and Structures*, vol. 86, pp. 1539-1549.

Voormeeren, S.N., de Klerl, D., Rixen, D.J., 2010, "Uncertainty quantification in experimental frequency based substructuring", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 24, pp. 106-118.

Worden, K., Manson, G., Lord, T. M., Friswell, M. I., 2005, "Some observations on uncertainty propagation through a simple nonlinear system", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 288, n°3, pp. 601-621.