

RAFAEL ROMÃO DA SILVA MELO

**FORMULAÇÕES INTEGRAL E DIFERENCIAL
APLICADAS À ANÁLISE DE ESCOAMENTOS SOBRE
ROTORES EÓLICOS**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
2013**

RAFAEL ROMÃO DA SILVA MELO

**FORMULAÇÕES INTEGRAL E DIFERENCIAL
APLICADAS À ANÁLISE DE ESCOAMENTOS SOBRE
ROTORES EÓLICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

Co-orientador: Prof. Dr. João Marcelo Vedovoto

Uberlândia - MG

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU , MG, Brasil

M528f Melo, Rafael Romão da Silva, 1988-
2013 Formulações integral e diferencial aplicadas à análise de escoamentos
sobre rotores eólicos / Rafael Romão da Silva Melo. - 2013.
129 f. : il.

Orientador: Aristeu da Silveira Neto.
Coorientador: João Marcelo Vedovoto.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Turbinas a vento - Teses. 3. Dinâmica dos fluidos - Teses. 4. Simulação (Computadores) - Teses. I. Silveira Neto, Aristeu da, 1955- II. Vedovoto, João Marcelo. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

*"A nossa ciência é parcial, a nossa profecia é imperfeita.
Quando chegar o que é perfeito, o imperfeito desaparecerá.
Quando eu era criança, falava como criança, pensava como
criança, raciocinava como criança. Desde que me tornei ho-
mem, eliminei as coisas de criança.
Hoje vemos como por um espelho, confusamente; mas então
veremos face a face. Hoje conheço em parte; mas então co-
nhecerei totalmente, como eu sou conhecido.
Por ora subsistem a fé, a esperança e a caridade - as três.
Porém, a maior delas é a caridade."*

para Osmir, Orozina, Bruna e Ana Paula

AGRADECIMENTOS

À Deus e à Nossa Senhora pela iluminação e glória de finalizar esta etapa da minha vida com saúde e sucesso.

Aos meus pais Osmir e Orozina que tanto amo, exemplo de pessoas a serem seguidas, me educaram e me amaram, aconselharam e corrigiram, apoiando e mostrando sempre o caminho correto do bem.

À minha irmã Bruna que tanto amo, que vi crescer, desenvolver, e apesar da personalidade forte muito me admira a inteligência, alegria e a vontade de vencer.

Ao amor da minha vida Ana Paula, pessoa que tanto amo e me apaixono cada dia mais, pelo amor, amizade, cumplicidade e companheirismo em todos os momentos desde que nos conhecemos, que me manteve vivo até nos momentos mais difíceis.

Aos meus orientadores Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto e Prof. Dr. João Marcelo Vedovoto pela amizade e pelo grande ensinamento, apoio, orientação e paciência ao longo deste trabalho.

Aos meus Amigos, sem os quais seria difícil seguir em frente, estando ao meu lado ou mesmo distantes.

Aos meus Amigos e Colegas do MFLAB, graduandos, técnicos, mestrandos, doutorandos, pesquisadores e professores, que de uma forma ou de outra me auxiliaram e apoiaram.

À Universidade Federal de Uberlândia e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar este mestrado.

À Capes, FAPEMIG, CNPq e PETROBRAS pelo apoio financeiro para realização deste trabalho.

MELO, R. R. S., **Formulações integral de diferencial aplicadas à análise de escoamentos sobre rotores eólicos** 2013. 116 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

RESUMO

Este trabalho apresenta o acoplamento entre as duas formulações diferentes aplicadas à simulação do escoamento e análise de rotores eólicos, formulações integral e diferencial. Primeiramente para a formulação integral é definido um volume de controle onde as variáveis do problema são definidas, bem como as hipóteses simplificadoras necessárias, para então ser proposta uma modelagem matemática. Simulações do escoamento em aerofólios NACA, utilizando Dinâmica dos Fluidos Computacional, são realizadas a fim de determinar os coeficientes de arrasto e sustentação, os quais foram utilizados na formulação integral. As equações de Navier-Stokes são resolvidas em um código computacional e o modelo de turbulência de Smagorinsky com função de amortecimento de Van Driest é utilizado. O código computacional é implementado com uma malha cartesiana estruturada, e o aerofólio é modelado utilizando a Metodologia da Fronteira Imersa. Os resultados da simulação através de um aerofólio NACA0012 são mostrados para vários ângulos de ataque e $Re = 10000$. Os resultados de eficiência energética são apresentados para uma turbina eólica de eixo horizontal utilizando a formulação integral, onde os coeficientes são dados pelas formulações diferenciais.

Palavras Chave: Formulação integral, formulação diferencial, Metodologia da Fronteira Imersa, turbina eólica, perfil aerodinâmico.

MELO, R. R. S., **Differential and integral formulation applied in analysis of flow around wind rotors** 2013. 116 f. Master's thesis, Federal University of Uberlândia, Uberlândia.

ABSTRACT

This work presents the coupling between two different formulations applied to flow simulation and analysis of wind rotors, integral and differential formulations. First, for the integral formulation is defined a control volume where the variables problem are defined, as well as the necessities working hypothesis, then a proposed mathematical modeling is defined. Simulations through NACA airfoils, using Computational Dynamic Fluids, are performed in order to evaluate drag and lift coefficients, to be used in the integral formulation. The Navier-Stokes equations are solved in house and the Smagorinsky turbulence model with Van Driest damping function is retained. The computational code is implemented with structured cartesian mesh, where the airfoil is modeled using the Immersed Boundary Methodology. The results of simulation through a NACA0012 airfoil are shown for several attack angles and $Re = 10000$. Results of energetic efficiency are presented for a horizontal axis wind turbine using the integral formulation, where the coefficients are given by differential formulations.

Keywords: Integral formulation, differential formulation, Immersed Boundary Methodology, wind turbine, aerodynamic profile.

Lista de Figuras

1.1	(a) Turbina eólica de eixo horizontal, (b) Turbina eólica de eixo vertical.	3
2.1	(a) VAWT do tipo Savonius, (b) VAWT do tipo Darrieus, (c) VAWT do tipo Giromill. . .	8
2.2	Diferentes modelos do fluxo em tubos.	10
2.3	Malha não estruturada adaptada ao perfil NACA 0021.	12
2.4	Exemplo de malhas utilizadas na fronteira imersa, cartesiano para o fluido e dividida em pontos para o perfil NACA 0021.	13
2.5	Motivação primeira para o desenvolvimento da metodologia da fronteira imersa (OLIVEIRA, 2006)	13
2.6	Evolução temporal de uma partícula em queda livre utilizando o multi-direct-forcing (WANG <i>et al.</i> , 2008)	15
2.7	Um disco elástico circular em movimento através de um canal com um bocal em $Re = 10$: campos de velocidade e posições do disco (HUANG <i>et al.</i> , 2011)	16
3.1	Turbina eólica de eixo vertical em um plano horizontal	20
3.2	Volume de controle para análise do escoamento em torno da turbina (MELO; SILVEIRA-NETO, 2012).	21
3.3	Velocidade resultante (V) e ângulo de ataque (α) para uma posição genérica θ . . .	22
3.4	(a) Velocidade resultante na pá, (b) forças que agem na turbina, (c) força resultante na direção de rotação	22
3.5	Características geométricas de uma pá de uma HAWT e um plano genérico para análise utilizando a BEM.	29

3.6	Diagrama de velocidades e forças que agem em um elemento de pá genérico. . . .	29
3.7	Volume de controle em um anel anular	32
4.1	Malha lagrangiana sobre um protótipo de automóvel, um exemplo de malha adaptada a uma geometria complexa.	46
4.2	Função distribuição D_{ij} na direção r	47
4.3	Representação de uma malha bidimensional com variáveis genéricas.	48
4.4	Volume de controle elementar utilizada para a discretização das equações de transporte (VEDOVOTO, 2011).	51
4.5	Volume finito não-uniforme e representação das distâncias para interpolar um escalar qualquer.	52
5.1	Coeficiente experimentais em função do ângulo de ataque (α) para o perfil NACA 0012 para vários números de Reynolds (SHELDAHL; KLIMAS, 1981).	58
5.2	Velocidade na turbina (U') para vários valores de tsr em função de θ	58
5.3	Velocidade resultante e ângulo de ataque sobre a pá para vários valores de tsr em função de θ	59
5.4	Forças atuando sobre a pá para vários valores de tsr em função de θ	60
5.5	Torque gerado na turbina e Coeficiente de Potência para uma rotação completa em função de tsr	61
5.6	Velocidades resultantes e distribuição da pressão para vários valores de tsr	62
5.7	Força resultante média para vários valores de tsr	62
5.8	Coeficiente de arrasto sobre o rotor em função do Número de Reynolds.	62
5.9	Ângulos gerados devido a distorção do escoamento em torno da turbina para vários valores de tsr	63
5.10	Dados geométricos da pá da turbina OWW em função do raio r (LEITE; ARAÚJO, 2007).	64

5.11 Coeficiente experimentais em função do ângulo de ataque α para o perfil da turbina OWW para vários números de Reynolds (LEITE; ARAÚJO, 2007).	64
5.12 Fatores de interferência em função de r/R para vários valores de tsr	65
5.13 Velocidade resultante e ângulo de ataque em função de r/R para vários valores de tsr	66
5.14 Forças normal e tangencial que atuam na pá para diferentes valores de tsr	66
5.15 Erro em função de r/R para vários tsr	67
5.16 Coeficiente de potência C_p em função de tsr	68
5.17 Coeficiente de potência C_p em função de tsr para turbinas com diferentes números de pás.	69
5.18 Cavidade tridimensional com tampa deslizante.	70
5.19 Malha vista pelo plano xz em $y = 0,5 m$	70
5.20 Subdomínios divididos para processamento paralelo.	71
5.21 Campo de velocidade no plano médio em $y = 0,5 m$ com $Re = 1000$	71
5.22 Campo de pressão no plano médio em $y = 0,5 m$ com $Re = 1000$	72
5.23 Campo módulo da velocidade $ V $ nos planos médios e linhas de corrente com $Re = 1000$	72
5.24 Perfis de velocidade no plano médio $y = 0,5 m$ comparados com a literatura (DESH-PANDE; MILTON, 1998) com $Re = 1000$	73
5.25 Dinâmica do escoamento para $Re = 10000$	74
5.26 Perfis de velocidade no plano médio $y = 0,5 m$ comparados com a literatura (PRASAD; KOSEFF, 1989; DESHPANDE; MILTON, 1998) com $Re = 10000$	74
5.27 Perfis de Rms no plano médio $y = 0,5 m$ comparados com a literatura (PRASAD; KOSEFF, 1989) com $Re = 10000$	75
5.28 Malha euleriana utilizada para escoamento sobre uma esfera.	76
5.29 Representação dos volumes eulerianos e lagrangianos.	76

5.30 Malha lagrangiana imersa em domínio euleriano.	77
5.31 Velocidades em torno da esfera para $RE = 200$	78
5.32 Perfil de velocidade média no plano xy e linhas de correntes lançadas sobre a esfera para distintos números de Reynolds.	79
5.33 Vetores no plano xy e iso superfície $Q^* = 330$ coloridas com velocidade U sobre esfera para distintos números de Reynolds.	80
5.34 Evolução do coeficiente de arrasto em função do tempo adimensional para diversos valores de Reynolds.	81
5.35 Coeficiente de arrasto em função do Reynolds comparado com dados da literatura (FORNBERG, 1988; WHITE, 1999; SUBRAMANIAN, 2003; CAMPEGHER, 2005).	82
5.36 Coeficiente de arrasto em função do Reynolds comparado com dados da literatura (WHITE, 1999).	82
5.37 Norma L2 em função do número de Reynolds.	83
5.38 Malha euleriana utilizada para simulação sobre o perfil aerodinâmico.	84
5.39 Malha lagrangiana para perfil aerodinâmico.	84
5.40 Evolução temporal do escoamento em torno do perfil para $\alpha = 5^\circ$	85
5.41 Perfil de vorticidade em z para o escoamento com ângulo de ataque $\alpha = 5^\circ$	86
5.42 Evolução dos coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo para $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 1^\circ$	87
5.43 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do ângulo de ataque α	87
5.44 Campo de viscosidade efetiva μ sobre o perfil aerodinâmico para distintos ângulo de ataque.	89
5.45 Vorticidade em z e vetores para os dois casos, utilizando e não utilizando função indicadora para aumento da viscosidade.	89
5.46 Campo do módulo da velocidade V sobre o perfil aerodinâmico para distintos ângulo de ataque.	90
5.47 Campo de pressão P sobre o perfil aerodinâmico para distintos ângulo de ataque.	90

5.48 Evolução temporal do escoamento em torno do perfil para $\alpha = 5^\circ$ utilizando função indicadora.	91
5.49 Evolução espacial do escoamento em torno do perfil para vários ângulos de ataque.	91
5.50 Evolução temporal do escoamento em torno do perfil para $\alpha = 10^\circ$	92
5.51 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do ângulo de ataque α utilizando função indicadora.	93
5.52 Comparação do coeficiente de potência utilizando dados da simulação e dados experimentais (SHELDAHL; KLIMAS, 1981).	93

Lista de Tabelas

5.1	Valores das variáveis utilizadas na simulação	57
-----	---	----

Lista de Símbolos

SIGLAS

<i>UDS</i>	-	Discretização por upwind
<i>CDS</i>	-	Discretização por diferenças centradas
<i>CFL</i>	-	Critério de Courant-Friedrich-Lewy
<i>CFD</i>	-	Dinâmica dos fluidos computacionais
<i>LES</i>	-	Simulação das grandes escalas
<i>RANS</i>	-	Equações médias de Reynolds
<i>DNS</i>	-	Solução numérica direta

SÍMBOLOS GREGOS

α	-	Ângulo de ataque
β	-	Ângulo resultante devida a distorção do escoamento em torno de um VAWT
δx_e	-	Distância do centro do volume euleriano a face leste
δx_E	-	Distância do centro do volume euleriano ao centro do volume euleriano à leste
Δ	-	Escala de comprimento
Δt	-	Passo de tempo
Δt_{adv}	-	Passo de tempo para o tempo advectivo
Δt_{dif}	-	Passo de tempo para o tempo difusivo
ΔV	-	Volume lagrangiano
Δx	-	Comprimento da malha na direção x
Δy	-	Comprimento da malha na direção y
Δz	-	Comprimento da malha na direção z
ε	-	Contribuição advectiva para cálculo do passo de tempo, e Variável de erro
φ	-	Ângulo de fluxo
γ	-	Ângulo resultante devida a distorção do escoamento em torno de um VAWT
λ	-	Ângulo de torção da pá de uma HAWT
μ	-	Viscosidade dinâmica do fluido
ν	-	Viscosidade cinemática do fluido
ν_t	-	Viscosidade cinemática turbulenta
θ	-	Posição genérica de uma VAWT
ρ	-	Densidade do fluido
τ_{ij}	-	Tensor global de Germano e Tensor viscoso molecular
τ_w	-	Tensão de cisalhamento
ω	-	Velocidade angular da turbina
ζ	-	Contribuição difusiva para cálculo do passo de tempo

SÍMBOLOS LATINOS

a	- Fator de interferência axial
a'	- Fator de interferência tangencial
A	- Área de uma VAWT
$A^+ = 25$	- Constante utilizada na função de Amortecimento de Van Driest
B	- Número de pás de uma turbina eólica
c	- Comprimento da corda da pá
$c(\vec{x}, t)$	- Coeficiente dinâmico
C	- Critério CFL
C_d	- Coeficiente de arrasto
C_{Drotor}	- Força de arrasto em uma VAWT
C_l	- Coeficiente de sustentação
C_n	- Coeficiente da força na direção normal ao escoamento em uma HAWT
C_p	- Coeficiente de potência de uma turbina eólica
C_s	- Constante de Smagorinsky
C_t	- Coeficiente da força na direção tangencial ao escoamento em uma HAWT
$C_{x'}$	- Coeficiente na direção do escoamento sobre uma VAWT
d	- Distância do volume euleriano analisado até a parede mais próxima
d^+	- Distância relativa
dA	- Diferencial de área de uma HAWT
dF_n	- Diferencial de força na direção normal ao escoamento em uma HAWT
dF_t	- Diferencial de força na direção tangencial ao escoamento em uma HAWT
D_{ij}	- Função distribuição
$d\dot{m}$	- Fluxo de massa em um diferencial de área em uma HAWT
dr	- Diferencial de raio de uma HAWT
f	- Termo fonte de força
$f(\vec{x}, t)$	- Sinal genérico
$\langle f(\vec{x}, t) \rangle$	- Média de um sinal genérico
$f'(\vec{x}, t)$	- Parte flutuante de um sinal genérico
$\bar{f}(\vec{x}, t)$	- Parte filtrada de um sinal genérico
F	- Força no volume lagrangiano
F_θ	- Força na direção tangencial da pá de uma VAWT
F_d	- Força de arrasto
F_l	- Força de sustentação
F_n	- Força na direção normal da pá de uma VAWT
F_R	- Força resultante sobre uma VAWT
F_{Rmov}	- Força resultante na direção do escoamento em torno de uma VAWT
F_{Rperp}	- Força resultante na direção perpendicular ao escoamento em torno de uma VAWT
F_{Rx}	- Força resultante na direção x de uma VAWT
F_{Ry}	- Força resultante na direção y de uma VAWT
$F_{x'}$	- Força na direção do escoamento sobre uma VAWT

$g(r)$	- Função chapéu
G	- Função filtro e Termo fonte da função indicadora
I	- Função indicadora
L_{ij}	- Tensor de Leonard global
$\dot{m}$	- Fluxo de massa
N_{gl}	- Número de graus de liberdade
n_x	- Componente em x do vetor unitário normal ao volume lagrangiano
n_y	- Componente em y do vetor unitário normal ao volume lagrangiano
n_z	- Componente em z do vetor unitário normal ao volume lagrangiano
p	- Pressão
P	- Potência gerada por uma turbina eólica
P_3	- Pressão a montante de uma VAWT
P_4	- Pressão a jusante de uma VAWT
P_{atm}	- Pressão atmosférica
P_{max}	- Potência máxima disponível
r	- Raio em uma posição genérica de uma HAWT
R	- Raio da turbina
Re	- Número de Reynolds
t	- Tempo
T	- Torque atuante em uma turbina eólica
tsr	- Razão de velocidade
T_{ij}	- Tensor teste
u	- Componente de velocidade na direção x
$ u _{\max}$	- Máximo valor da norma da velocidade na direção x
u^*	- Vetor velocidade euleriana interpolada no ponto lagrangiano
u_τ	- Velocidade de cisalhamento
U_i^*	- Vetor velocidade no ponto lagrangiano
U'	- Velocidade do vento na pá
U_2	- Velocidade em um ponto distante da turbina
U_∞	- Velocidade da corrente livre
U_n	- Velocidade sobre um elemento de pá de uma HAWT na direção normal
U_t	- Velocidade sobre um elemento de pá de uma HAWT na direção tangencial
v	- Componente de velocidade na direção y
$ v _{\max}$	- Máximo valor da norma da velocidade na direção y
v_x	- Componente de velocidade em x no volume euleriano em que o centro do volume lagrangiano está imerso
v_{xPro}	- Componente de velocidade projetada na direção do plano da fronteira imersa na direção x
v_y	- Componente de velocidade em y no volume euleriano em que o centro do volume lagrangiano está imerso
v_{yPro}	- Componente de velocidade projetada na direção do plano da fronteira imersa na direção y

v_z	-	Componente de velocidade em z no volume euleriano em que o centro do volume lagrangiano está imerso
v_{zPro}	-	Componente de velocidade projetada na direção do plano da fronteira imersa na direção z
V	-	Velocidade resultante do vento na pá
V_r	-	Velocidade do vento na direção radial
V_θ	-	Velocidade do vento na direção tangencial
w	-	Componente de velocidade na direção z
$ w _{\max}$	-	Máximo valor da norma da velocidade na direção z
$\vec{x}$	-	Vetor posição
$\vec{x}_K$	-	Posição do volume lagrangiano

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos	4
1.2	Metodologia	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	Turbina eólica de eixo vertical	7
2.2	Turbina eólica de eixo horizontal	9
2.3	Metodologia da fronteira imersa	12
3	FORMULAÇÃO INTEGRAL	19
3.1	Formulação integral de uma VAWT	19
3.1.1	Modelo físico	19
3.1.2	Modelo matemático	22
3.2	Formulação integral de uma HAWT	28
3.2.1	Teoria do elemento de pá (BEM)	28
3.2.2	Balanco da quantidade de movimento	31
3.2.3	Acoplamento entre as duas teorias	33
4	FORMULAÇÃO DIFERENCIAL	37
4.1	Modelagem matemática	37

4.1.1	Formulação euleriana	37
4.1.2	Equações da turbulência	38
4.1.3	Equações médias de Reynolds	39
4.1.4	Equações de Navier-Stokes filtradas	41
4.1.5	Modelagem sub-malha da turbulência	42
4.1.5.1	Modelo sub-malha de Smagorinsky	43
4.1.5.2	Modelagem dinâmica sub-malha	45
4.1.6	Formulação lagrangiana	46
4.2	Modelagem numérica	47
4.2.1	Aproximações temporais e estabilidade numérica	48
4.2.2	Passo de tempo variável	49
4.2.3	Discretização espacial das equações de transporte	51
4.2.4	Acoplamento pressão-velocidade	53
4.2.5	Metodologia da multi forçagem direta	54
4.2.6	Função indicadora	55
5	RESULTADOS	57
5.1	Resultados modelo integral VAWT	57
5.2	Resultados modelo integral HAWT	63
5.3	Validação do código computacional FLUIDS3D	69
5.3.1	Cavidade com tampa deslizante	69
5.3.2	Escoamentos sobre uma esfera	75
5.4	Escoamento sobre o perfil aerodinâmico NACA 0012	83
5.5	Acoplamento entre formulações integral e diferencial	93
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	95

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A humanidade enfrenta um grande desafio que é suprir a demanda de energia evitando agressões ao meio ambiente. A energia eólica é parte da solução desse problema, a qual é renovável e minimiza possíveis danos causados ao meio ambiente, possibilitando a geração de "eletricidade limpa". Além desta vantagem, o custo da energia eólica comparado com o custo de outros sistemas convencionais é competitivo (IBENHOLT, 2002). A energia eólica não produz poluentes, como ocorre com uma termelétrica que produz aproximadamente 1 kg de dióxido de carbono para cada kWh produzido (ALVES *et al.*, 2001).

O crescimento na utilização de energia eólica é, a nível mundial, grande, com a capacidade mais que dobrando a cada três anos. A capacidade de energia eólica instalada no mundo cresceu 21% em 2011, passando de 197 para 238 GW equivalente a 17 vezes a potência instalada de Itaipu, igual a 14 GW, segundo estatísticas do Conselho Global de Energia Eólica. Em relação à última década, o crescimento da capacidade mundial foi de quase sete vezes. De acordo com a Associação Mundial de Energia Eólica, a capacidade global poderá alcançar 1900 GW por volta do ano de 2020.

De todo este crescimento mais de 40% do aumento total ocorreu na China, onde a capacidade instalada aumentou para 62 GW. O segundo maior crescimento na capacidade instalada foi verificado nos Estados Unidos, que chegou a 52 GW em 2011. A Índia apareceu em terceiro lugar, atingindo 16 GW. Na Europa, o aumento da capacidade instalada representou 25% do total mundial. Em termos da capacidade final disponível neste ano de 2011, o velho continente

ocupa o primeiro lugar no mundo, com 96 GW.

No Brasil, em 2011 existiam 51 parques eólicos em operação, os quais possuíam uma capacidade instalada total de 937 MW. Além destes, cerca de 18 projetos estavam em construção e entraram em operação naquele ano, refletindo em um crescimento de 62%, passando de 937 para 1509 MW. Segundo a Associação Brasileira de Energia Eólica, o país possui uma lista de novos projetos já contratados, cuja capacidade instalada atinge mais de 7 GW para serem entregues até 2016, representando um crescimento ainda mais expressivo nos próximos anos. A quantidade de energia disponível no vento varia com as estações do ano e da hora do dia, devido a variações na velocidade do vento. A topografia e a rugosidade do solo também tem grande influência na distribuição de velocidades do vento em um determinado lugar. Além disso, a quantidade de energia eólica extraível numa região depende das características de desempenho, o tempo de operação, altura de operação e espaçamento horizontal das turbinas eólicas.

Para extrair tal energia renovável, são utilizadas turbinas eólicas, que são máquinas que absorvem parte da potência cinética do vento através de um rotor aerodinâmico, ocasionando a rotação das pás em torno de seu eixo, convertendo em potência mecânica de eixo, a qual é convertida em potência elétrica através de um gerador elétrico.

A quantidade de eletricidade que pode ser gerada pelo vento depende de quatro fatores principais: a quantidade de vento que passa pela turbina, o diâmetro do rotor, o tipo de perfil da pá e o rendimento de todo o sistema.

As turbinas de pequeno porte têm especial importância no meio rural e em países em desenvolvimento, sendo estas utilizadas em sistemas de bombeamento de água para abastecimento e irrigação de cultivos, como também para o fornecimento de energia elétrica nas propriedades, postos de saúde e escolas.

A utilização de turbinas de grande porte emerge com a tecnologia moderna dos anos setenta, após a crise do petróleo, quando incentivos fiscais, principalmente na Califórnia (EUA), permitiram investimentos nestes sistemas, surgindo então grandes concentrações de turbinas denominadas fazendas eólicas. Após a retirada de tais incentivos, a expansão do mercado teve certo declínio, ressurgindo no final da década de noventa e principalmente neste novo milênio no qual a maior preocupação é a falta de energia devida à grande demanda e ao aumento do consumo tanto industrial como residencial.

A principal classificação para estas turbinas é feita segundo a posição do eixo do rotor

(ISLAM *et al.*, 2006). As denominadas Turbinas Eólicas de Eixo Horizontal (HAWT, do inglês *Horizontal Axis Wind Turbine*) possuem pás que giram num plano perpendicular à direção principal do vento. As Turbinas Eólicas de Eixo Vertical (VAWT, do inglês *Vertical Axis Wind Turbine*) possuem suas pás girando num plano paralelo à direção do vento (CAMPOREALE; MAGI, 1999).

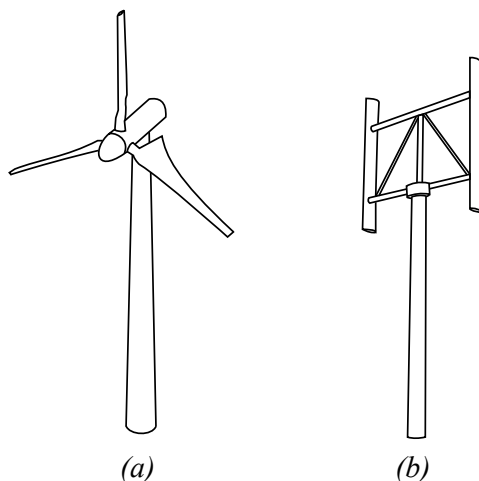


Figura 1.1 – (a) Turbina eólica de eixo horizontal, (b) Turbina eólica de eixo vertical.

Uma das etapas em busca da melhor eficiência energética da turbina é a análise do escoamento em torno de suas pás, onde a mínima variação na geometria das mesmas ocasiona uma mudança na potência gerada. Para resolver este problema de mecânica dos fluidos, um exemplo de interação fluído estrutura, pode-se decidir por dois caminhos, o modelo teórico e o modelo experimental.

A experimentação em laboratório tem a vantagem de tratar com a configuração aproximada do real ou um modelo idêntico ao real, porém, geralmente, um experimento possui altíssimo custo e apresenta grande dificuldade de reprodução das condições reais, como por exemplo, simulações a grandes altitudes e velocidades variadas. Este elevado custo existe pela necessidade de se investir em um laboratório adequado que atenda às necessidades mínimas para testes, e também a necessidade de se produzir um novo protótipo a cada modelo projetado. Na ausência de modelos matemáticos estabelecidos e em geometrias extremamente complexas, modelo experimental é, muitas vezes, a única alternativa disponível ao projetista (MALISKA, 1995).

Para análise teórica de tal problema pode-se escolher entre dois métodos: o método integral e o método diferencial. O método integral aborda o problema em um volume de controle no qual a turbina eólica está imersa, fazendo sobre este volume um balanço global da energia, calculando a potência gerada a partir de dados como a velocidade do vento, velocidade angular e

o perfil da pá do rotor (MELO; SILVEIRA-NETO, 2012). Como esta metodologia trabalha apenas com parâmetros globais, não é possível conhecer com detalhe em cada ponto espacial em torno do gerador, apenas dados restritos à entrada e à saída do volume de controle.

O método diferencial é uma ferramenta poderosa, a qual nos permite simular, visualizando de fato o que ocorre em torno de um corpo imerso em um meio fluido, neste caso uma turbina eólica em meio a uma corrente de ar. Para isto utiliza-se a dinâmica dos fluidos computacional, do inglês Computational Fluid Dynamics (CFD), a qual é a área da computação científica que estuda métodos computacionais para simulação de fenômenos que envolvem fluidos em movimento com ou sem troca de calor (FORTUNA, 2000). São discretizadas as equações diferenciais parciais as quais regem o movimento do fluido, bastando então resolver estas equações com o auxílio de ferramentas computacionais. Na atualidade estes recursos estão avançados comparados com alguns anos atrás, possibilitando resolver problemas mais complexos que demanda maior poder de processamento, assim como maior demanda de memória.

1.1 Objetivos

No presente trabalho tem-se como objetivo aplicar as duas formas de resolver um problema em mecânica dos fluidos, a formulação integral e a formulação diferencial aplicados em um sistema complexo, neste caso turbinas eólicas.

No que se refere a formulação integral, deve-se escolher a melhor forma de delimitar um volume de controle, partindo da modelagem física do problema, entendendo as variáveis, tais como velocidades, pressão, forças, buscando simplificações concisas com a física do problema, de tal forma a se ter um erro menor possível. Partindo de um volume de controle bem definido são calculadas analiticamente as variáveis de interesse a partir dos dados de entrada, fazendo-se então a interpretação dos resultados obtidos.

Na formulação diferencial a solução analítica ou até mesmo a solução aproximada é de difícil obtenção, por se tratar de um problema muito complexo. Então para este caso serão realizadas soluções numéricas, onde será utilizado o código computacional *FLUIDS3D* (VEDOVOTO, 2011), desenvolvido no laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab), na Universidade Federal de Uberlândia. Esta ferramenta de CFD resolve as equações de Navier-Stokes na sua forma tridimensional, onde é utilizada a técnica dos volumes finitos, malha cartesiana com variáveis de velocidade deslocadas, e no acoplamento pressão velocidade é utilizado um método de projeção

baseado no método dos passos fracionados. Para modelar a geometria, neste caso as pás de uma turbina eólica, é utilizada a Metodologia da Fronteira Imersa, onde é criada uma malha independente para o corpo imerso no fluido, sendo que a comunicação entre as duas malhas é feita através de um termo fonte de forçagem adicionada as equações de Navier-Stokes.

1.2 Metodologia

Na análise do problema na forma integral foi feito um estudo sobre os tipos de turbina eólicas, de modo a escolher o melhor volume de controle para atender a necessidade, ou seja, o volume de controle adequado para determinar as forças que agem na turbina para então se determinar a potência. Uma vez definido o volume de controle deve-se então construir uma formulação matemática, determinando as variáveis desconhecidas a partir de parâmetros geométricos e variáveis conhecidas. Com a modelagem matemática pronta deve-se então desenvolver um código computacional que resolva o modelo, para em seguida realizar a análise dos resultados obtidos.

No que se refere a formulação diferencial foi realizado um estudo sobre CFD, entendendo como essa poderosa ferramenta é útil para esse tipo de aplicação. Para isto foi utilizado o código computacional *FLUIDS3D*, abordando todas as potencialidades que a ferramenta oferece. Dentre as diversas funcionalidades que o código oferece, a principal estudada para o presente trabalho foi a simulação com a presença de corpos sólidos, o qual é modelado através da metodologia da fronteira imersa. Neste contexto perfis aerodinâmicos utilizados em pás de turbinas eólicas são modelados.

O código *FLUIDS3D* é dotado da capacidade de processamento paralelo, e este foi utilizado em um Cluster instalado no Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab). Tal cluster é um sistema SGI Altix XE 1300, o qual oferece um total de 30 nós computacionais, sendo que quatro deles são do modelo SGI/Altix XE 340, cada um deles contendo dois processadores Intel Xeon E5540, 2.53GHz 16-core e mais vinte e seis nós computacionais SGI/Altix XE 340 cada um deles contendo dois Intel Xeon E5650, 2.67GHz 24-core, resultando num total de 688 cores. Neste cluster há disponível 1.66 TB de memória principal, distribuídos da seguinte maneira: quatro nós computacionais com 24 GBs de memória RAM, vinte nós computacionais com 48 GBs de memória RAM e seis nós computacionais com 96 GBs de memória RAM. Todos os nós estão interconectados através de uma rede Infiniband QDR.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será apresentada uma revisão bibliográfica sobre turbinas eólicas de eixo vertical e horizontal, também abordando algumas possíveis formas de se analisar o escoamento através de uma formulação integral. Em seguida será apresentada a metodologia da fronteira imersa, utilizada para resolver o problema do escoamento em torno de pás de rotores eólicos na sua forma diferencial.

2.1 Turbina eólica de eixo vertical

Turbinas Eólicas de eixo vertical possuem o eixo de giro perpendicular ao escoamento de ar, possuindo a capacidade de capturar o vento de todas as direções, sem a necessidade de sistemas de direção para alinhar as lâminas com a direção do vento. Ao invés de uma torre, cabos de suporte são utilizados para proporcionar estabilidade estrutural, significando que a altura da turbina pode ser mais baixa, proporcionando uma turbina de menor tamanho e com um custo mais baixo para construção. Com as lâminas instaladas em um ponto mais baixo, o gerador pode ser colocado ao nível do solo, o que facilita a inspeção e a manutenção Blackwell (1974). Por outro lado, uma maior área de base é necessária para a instalação das turbinas. Esta exigência é uma grande desvantagem em áreas agrícolas.

As primeiras Turbinas Eólicas de Eixo Vertical eram atuantes por arrasto (ISLAM *et al.*, 2006), como o caso das Panêmonas, tem origem milenar, provavelmente na Pérsia, China ou Egito. Contudo, a origem das modernas VAWT com conceituação aerodinâmica é de autoria do

francês D. G. M. Darrieus, no ano de 1920 (ISLAM *et al.*, 2006; SANDIA, 1999). Existem várias formas geométricas de turbinas eólicas de eixo vertical, que podem ser divididas em três tipos básicos, as do tipo Savonius, do tipo Giromill e do tipo Darrieus.

A operação das turbinas do tipo Savonius ocorre por meio da força de arrasto sobre as suas lâminas, as quais são dois copos ou duas metades de um tambor fixos a um eixo central, em sentidos opostos. O vento atinge um dos tambores e o arrasto gerado neste provoca a rotação do eixo. Em seguida, o tambor seguinte chega à posição ocupada pelo primeiro, e a força de arrasto neste também faz o rotor girar em torno do eixo. Este processo continua todo o tempo em que há escoamento. A Fig. 2.1a mostra uma turbina do tipo Savonius.

A turbina do tipo Darrieus é movida por forças de sustentação, onde pás longas e flexíveis são fixadas nos seus extremos e deformadas. Estas adquirem uma configuração específica, denominada Troposkien, o que minimiza a tensão sobre as pás. A turbina do tipo Giromill funciona como uma turbina Darrieus, porém as pás são retas e constantes, facilitando a produção e o transporte deste tipo de turbina, reduzindo assim os custos. As Figs. 2.1b e 2.1c apresentam uma turbina Darrieus e um tipo de turbina Giromill, respectivamente.

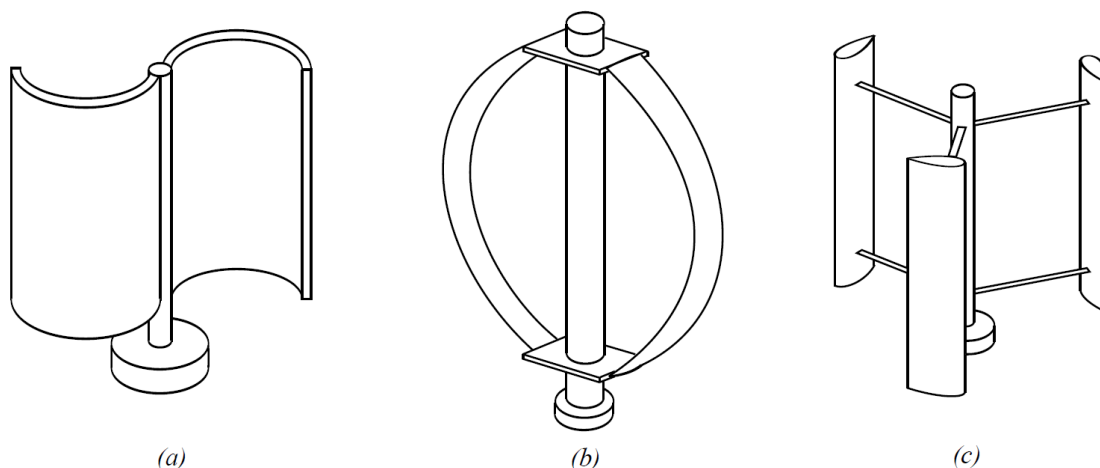


Figura 2.1 – (a) VAWT do tipo Savonius, (b) VAWT do tipo Darrieus, (c) VAWT do tipo Giromill.

Uma desvantagem das VAWT é o fato de que as suas lâminas, devido à sua rotação, mudam constantemente os seus ângulos de ataque em relação à direção do vento, o que resulta em alternância das forças que são dependentes do tempo. Esta característica não limita somente sua eficiência, mas provoca vibrações estruturais. Portanto, a escolha de geometria da lâmina é de grande importância quando se pretende melhorar o desempenho das turbinas.

Segundo a literatura, existem três metodologias diferentes para calcular a energia ge-

rada por uma turbina eólica de eixo vertical utilizando o método *stream-tube model* (modelo do fluxo em tubos): o *Single Stream-Tube Model*, o *Multiple Stream-Tube model*, e o *Double-Multiple Stream-Tube model*. Estes modelos baseiam-se igualando as forças sobre as pás do rotor com o balanço da quantidade de movimento do fluido na direção do fluxo através do mesmo. A diferença das três metodologias é apresentada a seguir.

O primeiro modelo da metodologia do fluxo em tubos é o *Single Stream-Tube Model*, proposto por Templin (1974). Este é o modelo mais simples por assumir uma velocidade constante durante todo o disco da turbina. Em outras palavras, a velocidade com que o fluido atinge a lâmina é constante, independentemente da posição angular desta, porque este modelo prevê um fluxo uniforme para toda a seção transversal. As forças sobre os aerofólios são então calculadas utilizando esta velocidade uniforme. Assim um determinado erro é gerado, devido ao fato de que a velocidade em uma turbina real não é constante em cada posição angular. A Fig. 2.2a apresenta um esquema do *Single Stream-Tube Model*.

Um novo modelo foi desenvolvido a fim de considerar a variação da velocidade na direção transversal do rotor, o *Multiple Stream-Tube model*, desenvolvida por Strickland (1975). Neste modelo uma série de tubos são criados, passando através do rotor. Os mesmos princípios básicos que foram aplicados no *Single Stream-Tube Model* também são utilizados a cada um dos tubos deste novo modelo. Ao aplicar a equação de movimento em cada tubo, observa-se a mudança na velocidade que atinge a lâmina em cada seção transversal, gerando uma distribuição mais realista das forças que agem nas pás, de modo que este modelo proporciona uma melhor representação do que ocorre em uma turbina eólica de eixo vertical. A Fig. 2.2b apresenta um esquema do *Multiple Stream-Tube model*.

Paraschivoiu (1981) propôs um modelo ainda mais sofisticado denominado *Double-Multiple Stream-Tube model*. Este modelo utiliza dois discos em conjunto em cada tubo, podendo assim também prever as diferenças entre as velocidades montante e a jusante do rotor, de modo que os resultados obtidos sejam ainda mais acurado. A Fig. 2.2c apresenta um esquema do *Double-Multiple Stream-Tube model*.

2.2 Turbina eólica de eixo horizontal

Morcos (1994) apresenta um estudo sobre os recursos de energia eólica no Egito e sobre o desempenho aerodinâmico de turbinas eólicas de eixo horizontal do tipo hélice multi-pás

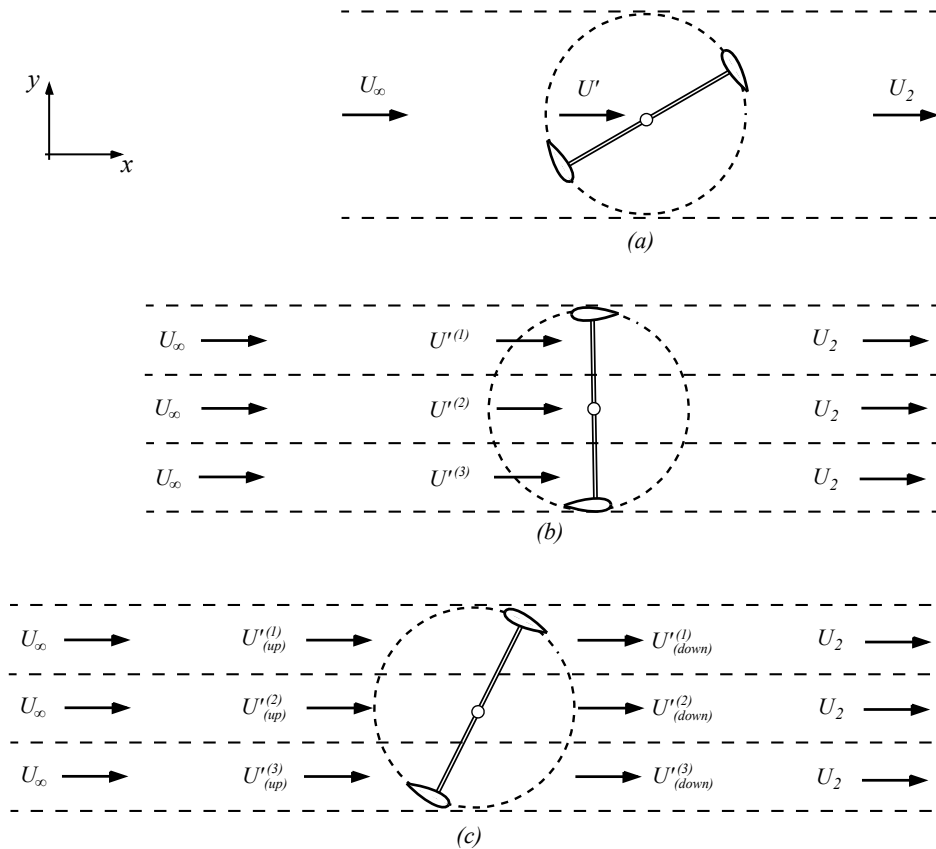


Figura 2.2 – Diferentes modelos do fluxo em tubos.

com três diferentes tipos de pás: placa plana, aerofólios simétricos e aerofólios com um arco circular. Coeficientes de potência, impulso e torque foram analisados em função de parâmetros de projeto de turbinas eólicas: ângulo de torção da pá, solidez do rotor, razão entre coeficiente de arrasto e sustentação, e seção das pás, e ainda as condições de operação, abrangendo diferentes razões de velocidade (razão da velocidade na ponta da pá pela velocidade da corrente livre). A desaceleração do vento pela presença da turbina e o coeficiente de arrasto foram considerados nos cálculos. A análise dos resultados mostra que turbinas de placa plana e de pás com aerofólios simétricos operam a uma maior gama de razões de velocidade do que turbinas com aerofólios com arco circular, assim o autor conclui que rotores com placa plana e perfis simétricos são recomendados para turbinas eólicas de pequeno porte, e com arco circular para turbinas de grande porte. O autor ainda aponta que as análises das medições de velocidade disponíveis locais indicam que o potencial futuro dos sistemas de conversão de energia eólica no Egito é promissor. Vários pontos ao longo das costas do Mar Mediterrâneo e Vermelho possuem velocidade do vento elevada com média anual e densidade de potência de $6,4 \text{ m/s}$ e 160 W/m^2 , respectivamente.

Kishinami *et al.* (2005) investiga teoricamente as características de desempenho ae-

rodinâmicas de uma turbina eólica de eixo horizontal através de uma análise envolvendo uma combinação do balanço da quantidade de movimento, juntamente com a teoria do elemento de pá por meio do método dos elementos em tira, e experimentalmente através da utilização de um modelo de turbina em escala reduzida. Experimentos em escala são realizados com três tipos de aerofólio envolvendo diferentes velocidades de corrente livre, $U_{\infty} = 0,8 \text{ m/s}$ até $U_{\infty} = 4,5 \text{ m/s}$. O túnel de vento possui uma área de saída para a turbina com diâmetro de $0,88 \text{ m}$. As características experimentais e teóricas da HAWT usando os três tipos diferentes de pás são discutidos através da comparação dos coeficientes de torque, impulso e potência. As características aerodinâmicas obtidas por meio das abordagens numéricas atuais, envolvendo a geração de energia em elevada eficiência são discutidos, abordando como obter parâmetros de configurações otimizadas para turbinas eólicas.

O desempenho de uma turbina eólica de eixo horizontal que opera continuamente com o seu coeficiente de potência máxima foi avaliada por Lanzafame e Messina (2010), através de um código de cálculo com base no balanço da quantidade de movimento e a teoria do elemento de pá. Em seguida, foi avaliado o desempenho e produção anual de energia de uma turbina para uma velocidade constante em operação normal, bem como a uma velocidade variável. O código computacional gerou uma curva de coeficiente de potência mostrando que, apesar da variação da velocidade do vento, haverá sempre uma velocidade de rotação da turbina a qual maximiza o seu coeficiente. Desta forma, portanto, é possível formular a equação que governa a variação da velocidade de rotação, de tal forma a fazer com que a turbina opere sempre no ponto de máxima eficiência. Este trabalho demonstra a metodologia para determinar a lei que regula a velocidade de rotação do rotor e destaca as vantagens de uma turbina eólica, a qual pode trabalhar sempre no ponto de eficiência máxima, independente da variação do vento.

Sedaghat e Mirhosseini (2012) apresenta o projeto de uma pá para turbina eólica de eixo horizontal de 300kW utilizando a teoria do elemento de pá. O aerofólio utilizado é o RISO-A1-18, produzido pelo RISO National Laboratory, na Dinamarca. Os parâmetros de projeto analisados neste trabalho são a razão de velocidades, velocidade do vento nominal e diâmetro do rotor. A velocidade do vento nominal foi obtida a partir da análise estatística de dados de velocidade de vento da Província de Semnan no Irã. A teoria do elemento de pá é usada para a obtenção da máxima razão entre sustentação e arrasto para cada elemento que constitui a pá. Os parâmetros de projeto são coeficiente de torque, coeficiente de potência, ângulo de ataque, ângulo de fluxo, coeficientes de arrasto e sustentação, fatores de indução axial e angular. Os

resultados são apresentados para cada elemento de pá em função do raio da turbina. O formato da pá pode ser modificado de tal forma a facilitar a fabricação, buscar melhor eficiência estrutural e redução de custos.

A seção a seguir irá apresentar a revisão sobre a metodologia da fronteira imersa, método este utilizado para modelar uma superfície em meio fluido.

2.3 Metodologia da fronteira imersa

Na solução numérica de problemas envolvendo interação fluido-estrutura duas metodologias são mais utilizadas: os métodos onde a condição de contorno do tipo não deslizamento é imposta nas paredes, e o chamado método da fronteira imersa, onde a condição de contorno não é imposta explicitamente. Nos primeiros é criada apenas uma malha, sendo que esta se adapta a geometria imersa, sendo possível com facilidade aplicar a condição de contorno na superfície. Porém estas metodologias apresentam a desvantagem no que se refere à difícil adaptação da malha em geometrias complexas, o que torna a malha também muito complexa, tornando a solução mais cara computacionalmente. A Fig. 2.3 apresenta um exemplo de malha não estruturada aplicada em um perfil aerodinâmico.

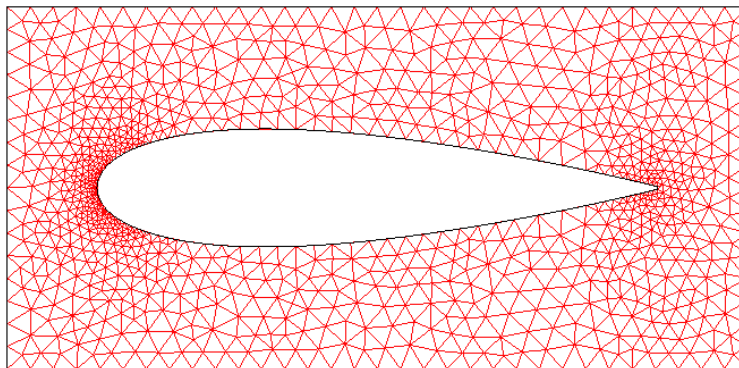


Figura 2.3 – Malha não estruturada adaptada ao perfil NACA 0021.

No método da fronteira imersa são criadas duas malhas independentes, uma malha lagrangiana a qual é utilizada para representar a fronteira e uma malha euleriana para as equações de transporte. O acoplamento da malha lagrangiana ao campo euleriano se dá através de um termo fonte de força interfacial, gerado sobre os pontos lagrangianos e distribuído para os volumes eulerianos próximos a fronteira (SILVA *et al.*, 2003). Um exemplo de malha lagrangiana é apresentada na Fig. 2.4.

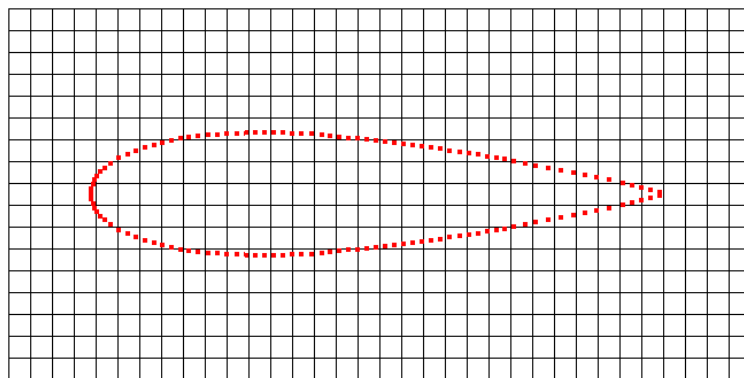


Figura 2.4 – Exemplo de malhas utilizadas na fronteira imersa, cartesiano para o fluido e dividida em pontos para o perfil NACA 0021.

Assim, uma das maiores vantagens desta metodologia é que ambas as malhas coexistem de forma independente da geometria do corpo imerso, logo é possível simular o escoamento sobre um corpo com qualquer geometria utilizando malha cartesiana retangular para representar o domínio euleriano. Para este método existem fortes expectativas com relação ao tempo computacional, ao uso de memória e a uma maior facilidade para se gerar malhas, quando comparados aos métodos tradicionais (SILVA *et al.*, 2003).

O primeiro trabalho envolvendo fronteira imersa foi desenvolvido por Peskin (1972), com o objetivo de resolver as equações de Navier-Stokes em escoamentos nos quais ocorre a interação entre o fluido e estruturas complexas deformáveis. A motivação para o desenvolvimento desta nova metodologia foi realizar o estudo do escoamento de sangue em válvulas cardíacas e coração humano, com a finalidade de desenvolver válvulas e corações artificiais. A malha lagrangiana adaptada a um coração humano é apresentada na figura 2.5.

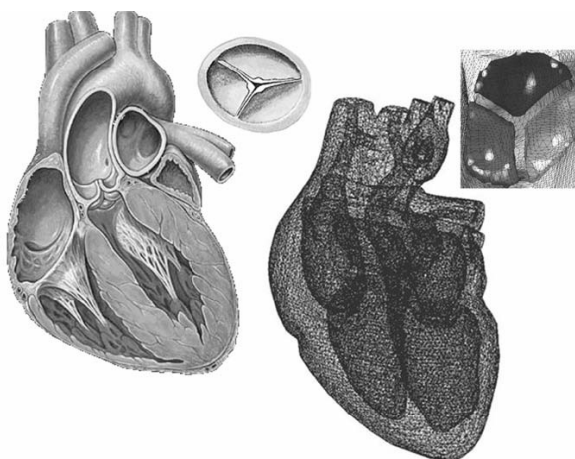


Figura 2.5 – Motivação primeira para o desenvolvimento da metodologia da fronteira imersa (OLIVEIRA, 2006)

Mohd-Yusof (1997) propôs um modelo em que para determinar a força em cada ponto da fronteira, de forma que o cálculo da força lagrangiana fosse realizado com base na equação da quantidade de movimento do fluido na interface, sem o emprego de constantes que necessitem de ajuste, como nos trabalhos anteriores. Este método foi chamado de método da forçagem direta. Porém, este método requer algoritmos complexos para localização da fronteira, onde as interpolações necessárias das propriedades nos pontos eulerianos utilizam funções B-splines, tornando a solução mais cara computacionalmente.

Silva *et al.* (2003) propuseram um novo modelo para cálculo do termo fonte-força, modelo este denominado Modelo Físico Virtual (MFV), o qual é baseado no balanço de quantidade de movimento sobre o fluido próximo a fronteira imersa, permitindo de forma virtual a modelagem da condição de não deslizamento sobre a fronteira. De forma mais específica aplica-se as equações de conservação da quantidade de movimento nos volumes centrados nos pontos lagrangianos, assim a velocidade na fronteira não é imposta diretamente, mas sim de forma indireta (virtual) a partir de dados do escoamento.

Campegher (2005) apresenta uma extensão para problemas tridimensionais para a metodologia de fronteira imersa desenvolvida por Silva *et al.* (2003). O sistema dinâmico escolhido para realizar testes foi composto de uma esfera imersa sustentada por molas. Através desta simulação foi possível representar a complexa relação mútua existente entre o processo de formação e emissão das estruturas turbilhonares do escoamento e o balanço de forças no sistema dinâmico, um grande avanço no que se refere à iteração fluido estrutura.

Shu *et al.* (2007) mostram um novo método de fronteira imersa com correção de velocidade por lattice-Boltzmann, o qual é apresentado e validado simulando o escoamento em torno de um cilindro circular bidimensional. Neste trabalho, um novo conceito de fronteira imersa corrige a velocidade na camada limite, com o intuito de aproximar o escoamento para a realidade física. A principal vantagem do novo método é a simplicidade do conceito e a fácil implementação, onde a convergência do cálculo numérico é mais rápida e mais estável do que nos métodos de fronteira imersa convencionais.

Wang *et al.* (2008) propõem a utilização da imposição direta das forças, como em Mohd-Yusof (1997) de maneira iterativa, denominando multi-direct-forcing. Nesta metodologia interpolam-se as propriedades do fluido nos pontos lagrangianos, calcula-se a força nestes pontos, e esta força é distribuída nos pontos eulerianos. Ao realizar este procedimento de maneira

iterativa a geometria é bem caracterizada em todos os passos de tempo, garantindo as características físicas do modelo numérico, se mostrando bastante eficiente ao tratar problemas transientes, como pode ser visto na Fig. 2.6 a evolução temporal de uma partícula em queda livre.

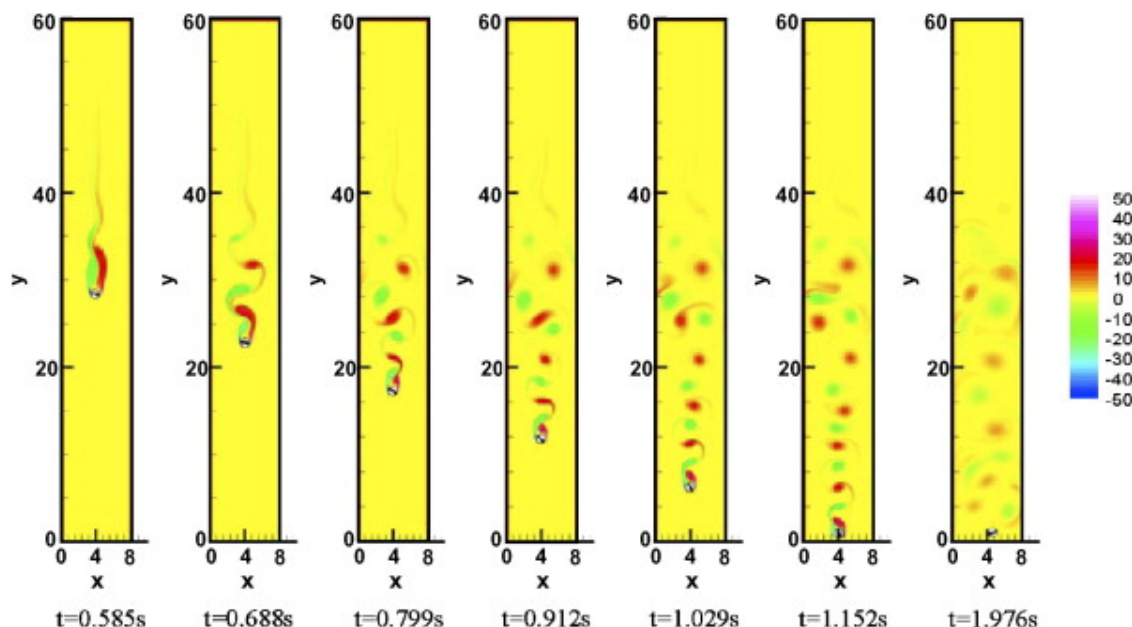


Figura 2.6 – Evolução temporal de uma partícula em queda livre utilizando o multi-direct-forcing (WANG *et al.*, 2008)

Lai *et al.* (2008) propõem um método de fronteira imersa para a simulação de interfaces bidimensionais de fluidos com surfactante insolúvel. As equações são escritas em uma formulação usual para a fronteira imersa, onde o contato do domínio euleriano com a interface lagangiana é modelado através de uma função delta de Dirac. A força da fronteira imersa surge da tensão superficial a qual é afetada pela distribuição do surfactante ao longo da interface. Uma equação de transporte simplificado para o surfactante é proposta. O método envolve a solução numérica das equações de Navier-Stokes onde as forças interfaciais da fronteira imersa são calculadas no início de cada intervalo de tempo. Uma vez que o valor da velocidade e as configurações interfaciais são obtidos, a concentração de surfactante é atualizada usando a equação de transporte. Neste trabalho, uma nova discretização simétrica para a equação de concentração do surfactante é proposta, com a finalidade de garantir a conservação da massa do mesmo numericamente. O efeito do surfactante na deformação de uma gota em um escoamento cisalhante é investigada com detalhe.

Wang *et al.* (2009) propõem um modelo no qual juntamente com a fronteira imersa as equações que modelam transferência de calor através de um esquema de fonte direta de calor. Neste, o campo de temperatura satisfaz a condição de contorno de temperatura imposta

através do multi-direct-heat, um esquema de imposição de calor direta explícita de forma iterativa. Foi simulado o escoamento através de um sistema de tubos com temperatura constante e os resultados obtidos foram satisfatórios.

Doricio (2009), desenvolveu um método de Fronteira Imersa para estudo de escoamentos compressíveis, sendo que o escoamento foi modelado pelas equações de Euler bidimensionais, cuja finalidade era o estudo de aeroelasticidade computacional em uma seção típica de aerofólio bidimensional com movimentos torsional e vertical prescrito. Para validação do método foram realizadas comparações qualitativa e quantitativamente com resultados computacionais e experimentais de escoamento ao redor de seções circulares e ao redor de uma seção de aerofólio NACA0012, onde o método representou bem a distribuição de pressão para números de Mach elevados, obtendo bons resultados no cálculo dos coeficientes aerodinâmicos.

Huang *et al.* (2011) propõem uma metodologia de fronteira imersa para problemas com interação fluido-estrutura flexível, sendo que o fluido também é modelado por um domínio euleriano e a estrutura flexível por variáveis lagrangianas, onde a fronteira é composta por duas partes: pontos de material maciço e pontos sem massa, formando um tipo de rede, onde os pontos materiais estão ligados por uma espécie de mola dura com amortecimento, sujeitos assim a forças elásticas. Foram realizadas simulações em três dimensões modelando uma membrana esférica, onde os resultados convergiram quando comparados com resultados teóricos expressos pela lei de Skalak e pela lei de neo-Hookean para membranas deformáveis. A Fig. 2.7 apresenta um disco elástico transportado ao longo de um bocal.

Ji *et al.* (2012) apresentam um novo método iterativo para o método de fronteira imersa, onde a força do corpo atualizada é incorporada nas iterações da pressão. Este método também introduz uma melhoria na função distribuição de força da fronteira, que transfere a força do corpo a partir dos pontos discretos para a malha cartesiana nas vizinhanças do corpo. Neste trabalho para reduzir as necessidades computacionais para resolver uma simulação numérica direta, um modelo de parede para a camada limite é apresentado. A precisão e a capacidade do método do presente trabalho é verificada em simulação com duas e três dimensões, onde tais simulações numéricas variam de um escoamento laminar em torno de um cilindro e uma esfera para o escoamento turbulento em torno de um cilindro. O presente ainda apresenta uma discussão sobre as estratégias de distribuição da força da fronteira imersa.

Ao lidar com paredes móveis, métodos de fronteira imersa que utilizam direct-forcing

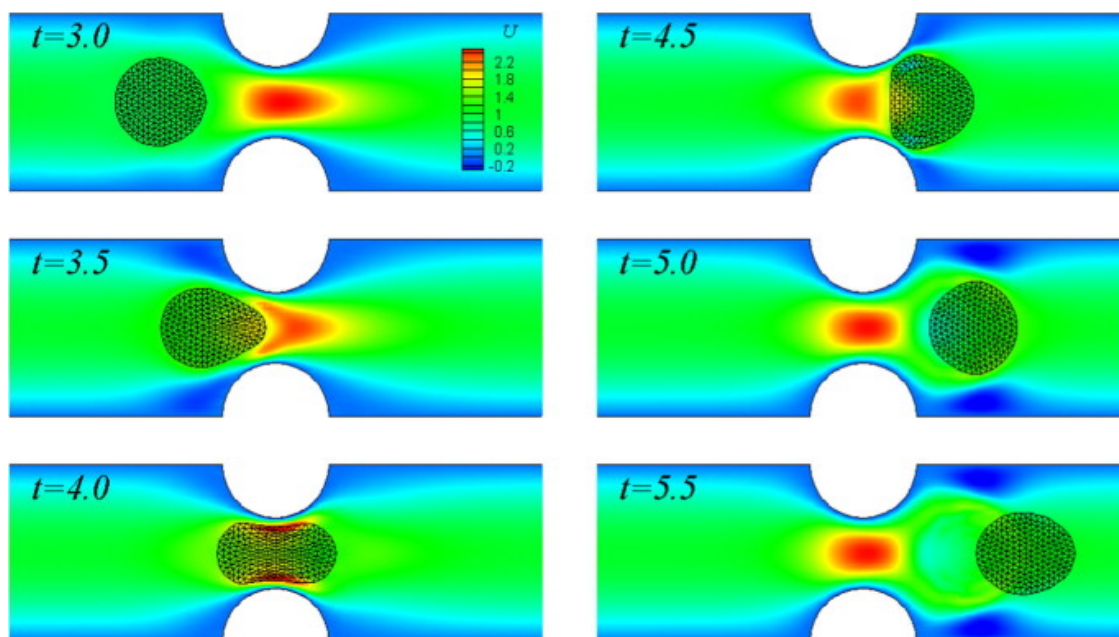


Figura 2.7 – Um disco elástico circular em movimento através de um canal com um bocal em $Re = 10$: campos de velocidade e posições do disco (HUANG *et al.*, 2011)

podem estar propensos a oscilações numéricas, porque o ponto nodal onde a força é aplicada pode mudar espacialmente ao longo do tempo. Ao notar que as oscilações são causadas por estas mudanças dos pontos onde são feitas as forças diretas, Luo *et al.* (2012) propõe uma nova formulação que permite uma suave transição na descrição numérica nestes pontos. Esta nova formulação preserva a precisão espacial da formulação da fronteira imersa original e pode suprimir efetivamente as oscilações no valor da força. É apresentado neste trabalho um exemplo específico de tal formulação em duas e três dimensões, e é validada a implementação de fronteiras fixas e móveis. Finalmente, uma simulação de corpo inteiro de voo flapping é demonstrada utilizando o método proposto.

O presente trabalho enfatiza a pesquisa, o estudo e a simulação de escoamentos em torno de pás de uma turbina utilizando a metodologia de fronteira imersa através do multi-direct-forcing proposto por Wang *et al.* (2008).

CAPÍTULO III

FORMULAÇÃO INTEGRAL

Neste capítulo serão apresentadas duas formulações distintas, uma formulação para turbinas eólicas de eixo vertical (VAWT), e outra formulação para turbinas eólicas de eixo horizontal (HAWT).

3.1 Formulação integral de uma VAWT

Nesta seção será apresentado um modelo físico do problema, definindo e entendendo variáveis envolvidas na formulação integral de uma VAWT. Em seguida, a análise matemática é apresentada.

3.1.1 Modelo físico

A Figura 3.1 apresenta um modelo simplificado de uma turbina eólica de eixo vertical projetado em um plano horizontal, onde uma análise bidimensional é realizada.

Ao se aproximar de uma turbina de eixo vertical, o escoamento é perturbado pela presença do rotor, reduzindo a velocidade do vento a partir da velocidade da corrente livre (U_{∞}) para uma velocidade menor U' (JANAIREH *et al.*, 2010; BETZ, 1928). Além disso, uma distorção no sentido do escoamento ocorre nas proximidades do rotor, principalmente devida à rotação e robustez deste tipo de turbina. Em outras palavras, uma linha de corrente que tende a fluir em uma direção, quando se aproxima do rotor tende a girar no mesmo plano da direção do escoamento,

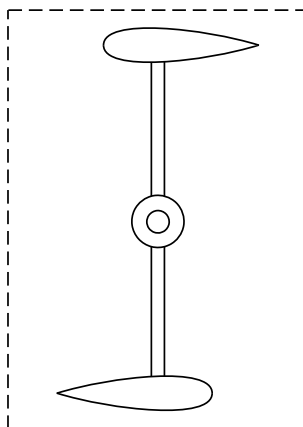


Figura 3.1 – Turbina eólica de eixo vertical em um plano horizontal

perpendicular ao eixo da turbina. Depois de passar pelo rotor, esta linha de corrente retoma a direção original. A Fig. 3.2 mostra uma representação simplificada do que ocorre perto da turbina. Esta figura representa um volume de controle definido pelos planos 1 e 2 e por duas linhas de corrente escolhidas. O rotor está imerso nesse primeiro volume de controle. Um segundo volume de controle é delimitado pelos planos 3 e 4 e pelas mesmas linhas de corrente. No plano 1 a velocidade do ar é U_∞ (velocidade da corrente livre), e a pressão P_{atm} é a pressão atmosférica local. O plano 2 é considerado distante o suficiente para se ter uma velocidade uniforme constante (U_2), onde a pressão também é igual a pressão atmosférica. Os planos 3 e 4 definem a entrada e a saída do escoamento em torno da turbina. Devido a redução da velocidade, é esperado que a pressão no plano 3 seja maior que a pressão atmosférica e a pressão no plano 4 seja menor que a pressão atmosférica devido a efeitos viscosos perto da turbina.

Um ponto genérico Q é escolhido para definir os volumes de controle usado na análise. A partir deste ponto são traçadas duas retas que tangenciam na entrada e na saída do rotor, definindo os planos 3 e 4. Para fechar este volume de controle menor considera-se que as linhas de corrente deslocam na forma de arco dentro do rotor, sendo que todos estes arcos tem seu centro no ponto Q , ou seja, o volume menor em torno do rotor é delimitado por dois arcos concêntricos tangentes ao rotor. O ângulo γ é formado pelos planos 1 e 3, e o ângulo β é formado pelos planos 3 e 4.

A Fig. 3.3 apresenta um diagrama mostrando a velocidade do ar perto do rotor (U'), a velocidade da pá (ωR) e a velocidade resultante (V). Esta figura mostra que a velocidade do ar resultante, para qualquer ângulo θ do rotor, é a soma vetorial da velocidade (U') que atinge a pá e a velocidade relativa entre o fluido e a pá girando (ωR), onde ω é a velocidade angular da turbina

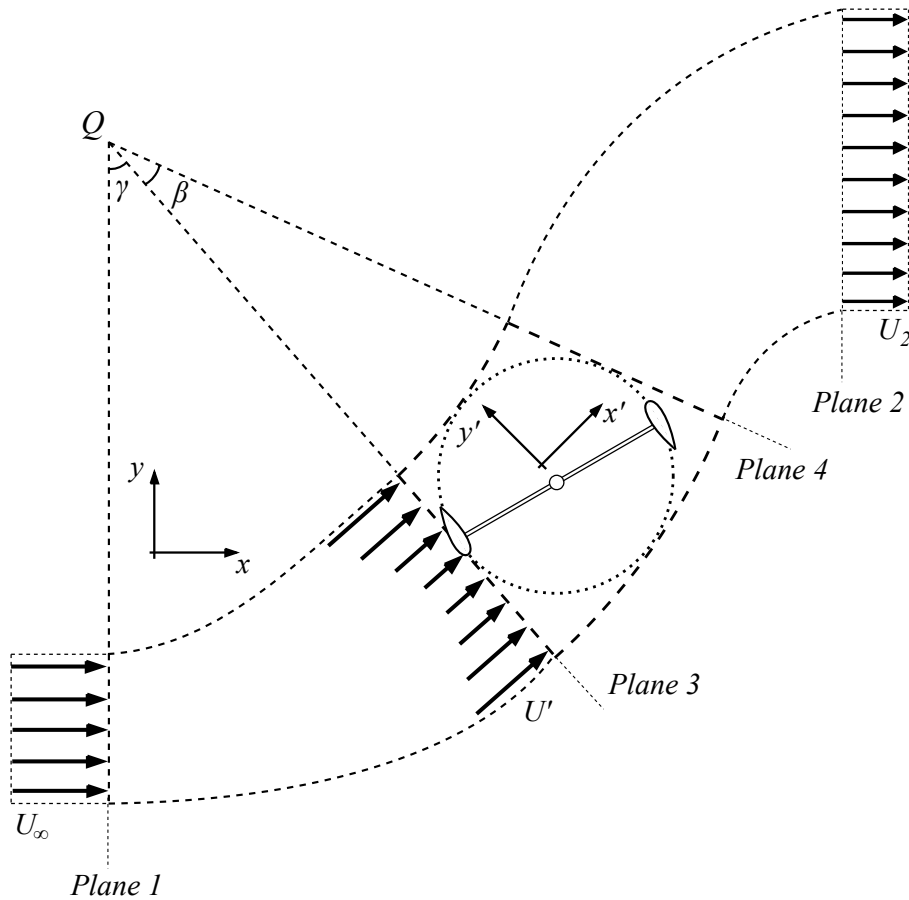


Figura 3.2 – Volume de controle para análise do escoamento em torno da turbina (MELO; SILVEIRA-NETO, 2012).

e R é o raio do rotor.

Conhecendo-se a velocidade resultante do fluido sobre a pá, o próximo passo é descobrir o ângulo de ataque (α), o qual é formado entre a velocidade resultante V e a linha de centro do perfil da pá, denominada corda da pá. A Fig. 3.3 mostra a velocidade resultante e o ângulo de ataque (α) para uma posição genérica θ .

Usando a velocidade resultante (Fig. 3.4.a) e o ângulo de ataque, as forças sobre a pá são determinadas, sendo elas de arrasto (F_d) e a força de sustentação (F_l) (Fig. 3.4.b). A partir da projeção destas forças na direção da corda da pá (Fig. 3.4.c), a força tangencial é determinada. Multiplicando a força tangencial pelo raio R da turbina, o torque gerado é calculado. E multiplicando este torque pela velocidade angular, a potência gerada é obtida.

Para finalizar a análise, as variáveis restantes do volume de controle devem ser determinadas, as quais são: a velocidade U_2 , a pressão nos planos 3 e 4 (P_3 e P_4 , respectivamente), e os ângulos λ e β .

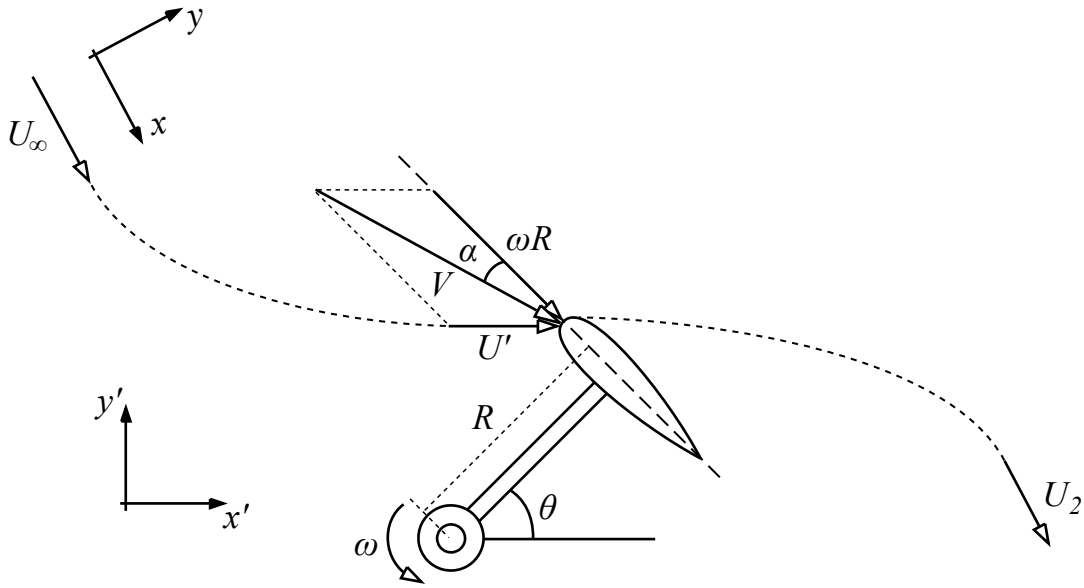


Figura 3.3 – Velocidade resultante (V) e ângulo de ataque (α) para uma posição genérica θ

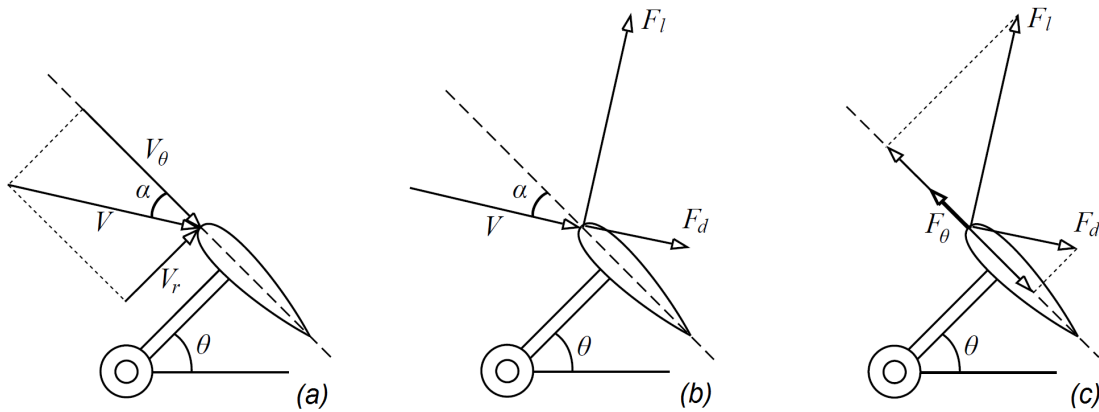


Figura 3.4 – (a) Velocidade resultante na pá, (b) forças que agem na turbina, (c) força resultante na direção de rotação

3.1.2 Modelo matemático

O modelo matemático, definido para uma posição genérica θ variando de 0 até 360° , para o problema descrito é apresentado nos seguintes passos:

1. Estimar o valor da velocidade do vento que atinge a turbina U' como sendo a própria velocidade do vento (U_∞):

$$U' = U_\infty. \quad (3.1)$$

2. Calcular a velocidade resultante de fluido sobre a pá, utilizando coordenadas cilíndricas. Pri-

meiro calcula-se a velocidade na direção teta (V_θ) e a velocidade na direção radial (V_r):

$$V_\theta = \omega R + U' \sin(\theta), \quad (3.2a)$$

$$V_r = U' \cos(\theta). \quad (3.2b)$$

Finalmente, a velocidade resultante é calculada:

$$V = \sqrt{(V_\theta)^2 + (V_r)^2}. \quad (3.3)$$

3. O ângulo de ataque α é calculado usando as velocidades nas direções radiais e tangenciais:

$$\alpha = \arctan \frac{V_r}{V_\theta}. \quad (3.4)$$

4. O número de Reynolds Re é calculado usando a Eq. ((ÇENGEL; CIMBALA, 2007)):

$$Re = \frac{\rho V c}{\mu}. \quad (3.5)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, μ é a viscosidade dinâmica do fluido e c é a corda da pá. Conhecendo o número de Reynolds e o ângulo de ataque, é possível determinar os coeficientes de arrasto (C_d) e sustentação (C_l) para a pá em qualquer posição (SHELDAHL; KLIMAS, 1981). Estes dados foram gerados da seguinte maneira: para diferentes valores do Número de Reynolds obtém-se, experimentalmente, C_l e C_d para ângulos de ataque variando de 0 até 180°. Então esses dados são interpolados de modo que para qualquer ângulo de ataque e qualquer velocidade tenha C_l e C_d correspondentes.

5. Usando os valores dos coeficientes C_l e C_d para a velocidade resultante e ângulo de ataque encontrados, o coeficiente na direção do eixo x' ($C_{x'}$) é calculado, onde x' é a direção do movimento do ar (Fig. 3.2). Este valor é obtido a partir da projeção de C_l e C_d em x' (R. N. Sharma and U. K. Madawala, 2011):

$$C_{x'} = (C_d \cos \alpha - C_l \sin \alpha) \sin \theta + (C_d \sin \alpha + C_l \cos \alpha) \cos \theta. \quad (3.6)$$

6. Usando $C_{x'}$, calculado na etapa anterior, a velocidade do fluido que atinge a turbina é estimada e comparada com a velocidade considerada na etapa 1, com a finalidade de verificar se

estas duas velocidades possuem o mesmo valor.

Analisando o volume de controle entre os planos 1 e 2 (Fig. 3.2), pode-se dizer que a velocidade do vento que atinge a pá (neste passo chamada de U''), é a média da velocidade de entrada (U_∞) e a velocidade de saída U_2 do volume de controle Betz (1928):

$$U'' = \frac{U_\infty + U_2}{2}. \quad (3.7)$$

A força resultante na direção x' é dado por

$$F_{x'} = \frac{C_{x'} \rho U''^2 A}{2}, \quad (3.8)$$

onde A é a área do rotor e $C_{x'}$ é o coeficiente da força na direção x' . A partir do balanço da quantidade de movimento (ÇENGEL; CIMBALA, 2007), a força na direção x' também é dado por

$$F_{x'} = \dot{m}(U_\infty - U_2). \quad (3.9)$$

Isolando U_2 a partir da Eq. (3.7) e igualando as Eqs. (3.8) e (3.9), tem-se

$$U'' = \frac{U_\infty}{1 + C_{x'}/4}. \quad (3.10)$$

7. O erro entre U' e U'' é dado por

$$\varepsilon = \left| \frac{U' - U''}{U''} \right|. \quad (3.11)$$

Se o erro é maior que um dado resíduo ε , deve-se retornar ao passo 2 assumindo $U' = U''$, tornando este processo iterativo (STRICKLAND, 1975).

Sendo o erro menor que o resíduo ε , segue-se para o próximo passo, o qual inicia o cálculo das forças que agem na pá.

8. Usando os coeficientes C_l e C_d para a velocidade resultante correta, são calculadas a força de sustentação F_l e a força de arrasto F_d (Fig. 3.4.b) (SHELDAHL *et al.*, 1980):

$$F_l = C_l \frac{1}{2} \rho A V^2, \quad (3.12a)$$

$$F_d = C_d \frac{1}{2} \rho A V^2. \quad (3.12b)$$

9. Com os valores corretos de F_l e F_d , as forças resultantes nas direções normal e tangencial

são obtidas:

$$F_n = F_d \sin \alpha + F_l \cos \alpha, \quad (3.13a)$$

$$F_\theta = F_d \cos \alpha + F_l \sin \alpha. \quad (3.13b)$$

10. O próximo passo é calcular o torque gerado:

$$T = \sum_{i=1}^N \frac{F_{\theta i} R}{2\pi} \Delta\theta, \quad (3.14)$$

onde $\Delta\theta = 2\pi/N$, e N é o número de posições discretas da pá.

11. A potência gerada é dada por

$$P = T\omega. \quad (3.15)$$

12. Usando a potência gerada, o coeficiente de potência (C_p) é calculado (CAMPOREALE; MAGI, 1999; SHELDAHL *et al.*, 1980; DEGRAIRE, 2010; KJELLIN *et al.*, 2010):

$$C_p = \frac{P}{P_{max}}, \quad (3.16)$$

onde P_{max} é a potência máxima a qual é obtida a partir da corrente livre de vento (JANAJREH *et al.*, 2010; R. N. Sharma and U. K. Madawala, 2011):

$$P_{max} = \frac{1}{2} \dot{m} U_\infty^2,$$

onde $\dot{m} = \rho U_\infty A$ (JANAJREH *et al.*, 2010). Portanto,

$$P_{max} = \frac{1}{2} \rho A U_\infty^3. \quad (3.17)$$

13. A força resultante em todo volume de controle menor (Fig. 3.2) é calculada a partir da média das forças que agem na turbina para cada rotação completa. São estas, a força na direção

do movimento, F_{Rmov} , e a força perpendicular à direção do movimento, F_{Rperp} :

$$F_{Rmov} = \sum_{i=1}^N \frac{F_{\theta_i} \sin \theta_i + F_{n_i} \cos \theta_i}{2\pi} \Delta\theta, \quad (3.18a)$$

$$F_{Rperp} = \sum_{i=1}^N \frac{F_{\theta_i} \cos \theta_i + F_{n_i} \sin \theta_i}{2\pi} \Delta\theta, \quad (3.18b)$$

e

$$F_R = \sqrt{(F_{Rmov})^2 + (F_{Rperp})^2}. \quad (3.19)$$

Projetando estas forças nas direções x e y , obtém-se:

$$F_{Rx} = F_{Rmov} \cos \left(\gamma + \frac{\beta}{2} \right) + F_{Rperp} \sin \left(\gamma + \frac{\beta}{2} \right), \quad (3.20a)$$

$$F_{Ry} = F_{Rmov} \sin \left(\gamma + \frac{\beta}{2} \right) + F_{Rperp} \cos \left(\gamma + \frac{\beta}{2} \right). \quad (3.20b)$$

14. Com esta força resultante na direção do vento, o coeficiente de arrasto sobre a turbina pode ser definido por

$$C_{Drotor} = \frac{F_{Rmov}}{\rho U_{\infty}^2 A/2}. \quad (3.21)$$

O número de Reynolds do rotor é definido como (ÇENGEL; CIMBALA, 2007)

$$Re_{rotor} = \frac{\rho U_{\infty}^2 D}{\mu}, \quad (3.22)$$

em que D é o diâmetro da turbina.

15. A velocidade do vento que atinge a turbina U' é a média entre a velocidade de entrada U_{∞} e a velocidade de saída U_2 do volume de controle global (BETZ, 1928). U_2 é dado por

$$U_2 = 2U' - U_{\infty}. \quad (3.23)$$

16. Aplicando a equação de Bernoulli (ÇENGEL; CIMBALA, 2007) entre os planos 1 e 3 (Fig. 3.2), a pressão P_3 é obtida:

$$P_3 = P_{atm} + \frac{\rho}{2} (U_{\infty}^2 - U'^2), \quad (3.24)$$

em que P_{atm} é a pressão atmosférica.

Da mesma maneira, usando a equação de Bernoulli entre os planos 4 e 2 (Fig. 3.2), a pressão P_4 também é obtida:

$$P_4 = P_{atm} + \frac{\rho}{2} (U_2^2 - U'^2). \quad (3.25)$$

- 17.** A partir do balanço de movimento linear aplicado no volume de controle menor (entre os planos 3 e 4) e projetando as forças nas direções x e y , obtém-se duas equações envolvendo duas variáveis desconhecidas, β e γ .

$$\vec{F}_R + P_3 \vec{A}_3 + P_4 \vec{A}_4 = 0. \quad (3.26)$$

Projetando as forças na direção x e y , nós obtemos

$$F_{Rx} = P_4 \sin(90^\circ - \gamma - \beta) A - P_3 \cos(\gamma) A, \quad (3.27a)$$

$$F_{Ry} = P_4 \cos(90^\circ - \gamma - \beta) A - P_3 \sin(\gamma) A. \quad (3.27b)$$

- 18.** As variáveis β e γ podem ser obtidas a partir das Eqs. (3.27a) e (3.27b), uma vez que todas as outras variáveis foram determinadas. Quando igualam-se as Eqs. (3.20a) a (3.27a), e (3.20b) a (3.27b), obtém-se um sistema de equações não linear. Para resolver este sistema pode-se usar um método iterativo. Primeiro estima-se um valor inicial β' para β . Em seguida calcula-se β em função de β'

$$\beta = 2 \arccos \left(\frac{F_R^2 + (P_4 A)^2 + (P_3 A)^2}{2 P_3 A \left(F_R - \frac{P_4 A \cos(\beta')}{\cos(\beta'/2)} \right) + 2 P_4 A F_R} \right). \quad (3.28)$$

A Eq. (3.28) é resolvida até o ângulo β convergir assumindo $\beta' = \beta$ da última iteração.

- 19.** Depois de calcular β , calcula-se γ diretamente:

$$\gamma = \arctan \left(\frac{-F_R \cos(\beta/2) + P_4 A \cos(\beta/2) - P_3 A}{P_4 A \sin(\beta) - F_R (\beta/2)} \right). \quad (3.29)$$

- 20.** Certas variáveis, as quais são o torque resultante (T), o coeficiente de potência (C_p), a velocidade média na turbina (U'), a velocidade na saída do volume de controle (U_2), a pressão a montante (P_3) e a jusante (P_4) na turbina, e os ângulos γ e β devidos a distorção do volume de controle global, podem ser analisadas em função da razão de velocidade t_{sr} (do inglês

tip speed ratio), uma variável adimensional a qual é a razão da velocidade de rotação da pá com a velocidade da corrente livre (DEGRAIRE, 2010; KJELLIN *et al.*, 2010):

$$tsr = \frac{\omega R}{U_{\infty}}. \quad (3.30)$$

Com esta variável, pode-se calcular as forças, torque e potência para várias velocidades de rotação da turbina e velocidade do vento, com o objetivo de determinar o ponto de eficiência máxima, uma vez que a potência é função das velocidades que agem na turbina.

É importante salientar que os efeitos viscosos são levados em consideração nesta formulação integral, uma vez que tais efeitos ocorrem fisicamente durante o experimento, interferindo diretamente nos valores dos coeficientes de arrasto e sustentação.

3.2 Formulação integral de uma HAWT

Nesta seção será apresentada uma formulação integral para uma HAWT. Para determinar a potência gerada pelo rotor é necessário determinar as forças que agem nas pás. Nesta formulação são utilizadas duas metodologias, a Teoria do Elemento de Pá (Blade Element Theory, ou BEM (MORCOS, 1994; KISHINAMI *et al.*, 2005; LANZAFAME; MESSINA, 2010; SEDAGHAT; MIRHOSSEINI, 2012)) e o Balanço da Quantidade de Movimento. Para cada uma destas formulações é apresentado o modelo físico e o modelo matemático, e em seguida o acoplamento entre as duas teorias, fechando a formulação.

3.2.1 Teoria do elemento de pá (BEM)

Como visto anteriormente na formulação de uma turbina eólica de eixo vertical, para a determinação da potência gerada por uma turbina de eixo horizontal é necessário determinar as forças que agem sobre as pás da mesma. A teoria do elemento de pá é uma forma de determinar estas forças, sendo elas a força de sustentação F_l e de arrasto F_d . Para isto a pá é dividida em um número discreto de elementos, ou planos, nos quais as forças são determinadas. Nessa teoria admite-se que o escoamento seja bidimensional sobre cada elemento, ou seja, existe apenas as componentes de velocidade normal (direção do escoamento) e tangencial (direção de rotação da turbina), sendo a componente de velocidade na direção radial nula.

A Fig. 3.5 apresenta a pá de uma HAWT de raio R , cujo elemento de pá genérico possui raio r . Como no caso de uma VAWT, ao se aproximar deste elemento de pá a velocidade do vento livre U_∞ reduz a uma velocidade menor, denominada U_n . Ao passar pela pá a velocidade da corrente passa a ser U_2 . Este elemento ainda é atingido por uma parcela de velocidade tangencial U_t devida a rotação da turbina, que gira com velocidade angular ω . Esta figura ainda mostra que cada elemento de pá possui um comprimento de corda c e um ângulo de torção λ diferentes, sendo ângulo de torção o ângulo formado pela corda do elemento e a direção tangencial.

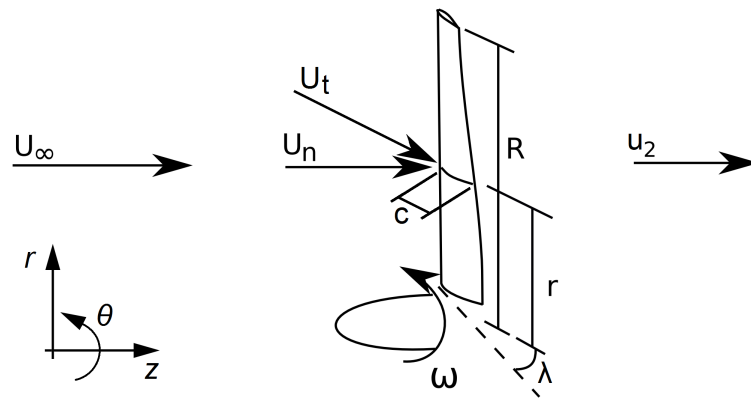


Figura 3.5 – Características geométricas de uma pá de uma HAWT e um plano genérico para análise utilizando a BEM.

A Fig. 3.6 apresenta um diagrama representativo de um plano de um elemento de pá. Esta figura mostra que este elemento de comprimento de corda c e um ângulo de torção λ é atingido por duas parcelas de velocidade, normal U_n e tangencial U_t . A velocidade resultante V sobre o elemento é a soma vetorial das duas velocidades. O ângulo de ataque α é formado entre o vetor da velocidade resultante V e a linha da corda c . Outra variável importante apresentada neste diagrama é o ângulo de fluxo φ , formado entre o vetor velocidade resultante V e a direção tangencial. Por fim esta figura mostra a força de arrasto F_d na direção da velocidade V , e de sustentação F_l perpendicular à força de arrasto.

Desconsiderando a presença da geometria pode-se considerar que a velocidade normal U_n é igual a velocidade de corrente livre U_∞ , e a velocidade tangencial U_t é igual a velocidade ωr proveniente da rotação da turbina. Porém a presença da turbina interfere nas velocidades, onde U_n diminui devido a desaceleração da corrente livre, e U_t aumenta devida a transferência de momento angular da turbina para o fluido. Define-se então dois fatores de interferência: fator de interferência axial a , proporcional a U_∞ ; e fator de interferência tangencial a' , proporcional a ωr . Quanto maior for a , menor será U_n , e quanto maior a' maior será U_t . Conhecendo as velocidades corretas, U_n e U_t , calcula-se então as forças F_l e F_d exatas.

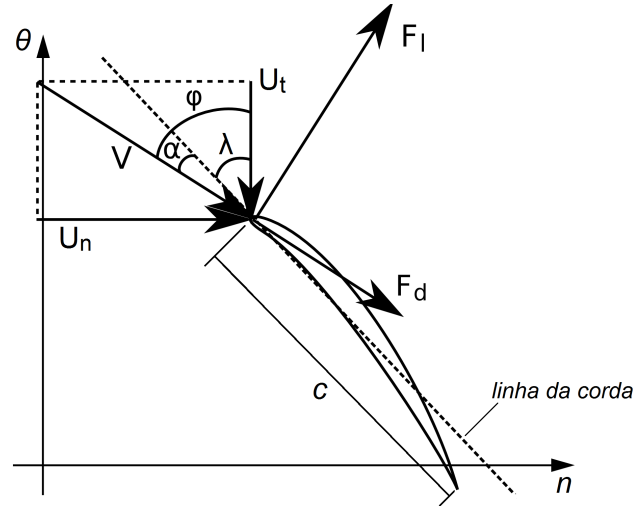


Figura 3.6 – Diagrama de velocidades e forças que agem em um elemento de pá genérico.

O modelo matemático completo aplicado em cada elemento de pá é apresentado a seguir:

1. Estimar fatores de interferências. Como estes fatores não são previamente conhecidos, estipula-se um valor inicial para os mesmos, conquanto que o fator axial a esteja entre 0 e 1, e o fator tangencial a' seja maior que 0.

$$a = 0, 1, \quad (3.31a)$$

$$a' = 0, 01. \quad (3.31b)$$

- 2: Calcula-se as velocidades normal e tangencial. Quanto maior for o fator de interferência axial menor será a velocidade normal, e quanto maior for o fator de interferência tangencial maior será a velocidade tangencial.

$$U_n = U_\infty - aU_\infty = U_\infty (1 - a), \quad (3.32a)$$

$$U_t = \omega R + a'\omega R = \omega R (1 + a'). \quad (3.32b)$$

- 3: Calcula-se a velocidade resultante, a qual é a soma vetorial das velocidades normal U_n e tangencial U_t .

$$V = \sqrt{U_n^2 + U_t^2}. \quad (3.33)$$

4: Calcula-se o ângulo de fluxo utilizando as velocidades normal U_n e tangencial U_t .

$$\varphi = \arctan \left(\frac{U_n}{U_t} \right). \quad (3.34)$$

5: Calcula-se o ângulo de ataque (Fig. 3.6).

$$\alpha = \varphi - \lambda. \quad (3.35)$$

6: Tendo a velocidade resultante V e o ângulo de ataque α , a partir de dados experimentais como visto no item 4 da formulação para VAWT, obtém-se os coeficientes de sustentação C_l e de arrasto C_d deste elemento de pá.

7: Conhecendo os coeficientes de sustentação C_l e arrasto C_d , calcula-se os coeficientes na direção normal C_n e tangencial C_t .

$$C_n = C_l \cos(\varphi) + C_d \sin(\varphi), \quad (3.36a)$$

$$C_t = C_l \sin(\varphi) - C_d \cos(\varphi). \quad (3.36b)$$

8: Calcula-se o diferencial de força normal dF_n e tangencial dF_t deste elemento da pá.

$$dF_n = BC_n \frac{1}{2} \rho V^2 c dr, \quad (3.37a)$$

$$dF_t = BC_t \frac{1}{2} \rho V^2 c dr, \quad (3.37b)$$

sendo ρ a densidade do fluido, B o número de pás da turbina, c e dr o comprimento de corda e o comprimento da profundidade deste elemento de pá, respectivamente.

Com a teoria do elemento de pá conseguimos calcular as forças em todos os elementos de pá, ou seja, todas as forças que agem na turbina. Porém os fatores de interferência não são conhecidos, então se faz necessário buscar uma nova alternativa, a qual será apresentada na próxima subseção.

3.2.2 Balanço da quantidade de movimento

Uma outra forma de calcular as forças normal e tangencial em cada ponto das pás, é através da teoria do balanço de quantidade de movimento em um volume de controle determi-

nado. A Fig. 3.7 apresenta um volume de controle no formato de um anel, onde o raio do rotor é dividido em um número finito de elementos de comprimento dr . Este comprimento percorre uma seção circular, como visto na Fig. 3.7.a, englobando os elementos de pá da teoria BEM de todas as pás no raio genérico r , onde o diferencial de força normal dF_n e tangencial dF_t que atua nesse volume de controle possui o mesmo valor dos diferenciais de força da teoria anterior (BEM). Este volume de controle na direção normal não é cilíndrico, mas segue uma curva delimitada por duas superfícies de corrente, fechando este volume de controle, como visto na Fig. 3.7.b. A entrada de fluido neste volume de controle se inicia no plano 1, onde a velocidade do escoamento é a velocidade da corrente livre U_∞ , e a pressão é a pressão atmosférica. No plano 2 a velocidade do escoamento é uniforme e igual a u_2 , e a pressão também é igual a pressão atmosférica. Como a pressão na entrada e na saída são iguais, não existe uma força de pressão resultante sobre este volume. Para determinar os diferenciais de força normal dF_n e tangencial dF_t , aplica-se o

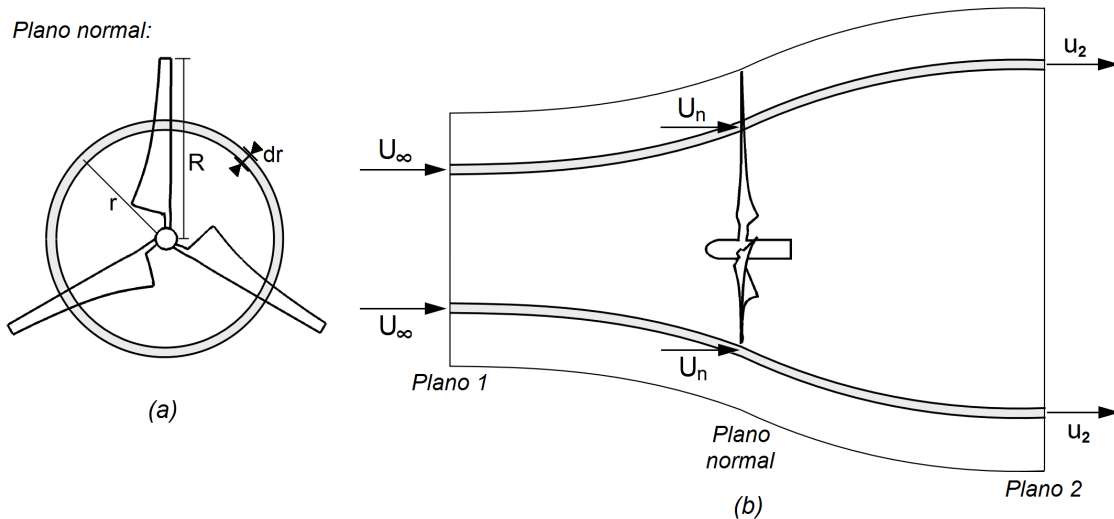


Figura 3.7 – Volume de controle em um anel anular

balanço da quantidade de movimento nas duas direções:

1. Direção normal:

Pode-se dizer que o diferencial de força que age na direção normal sobre a turbina é a força provinda da energia cinética na entrada menos a parcela de força dissipada na saída do volume de controle:

$$dF_n = (U_\infty - u_2) d\dot{m}. \quad (3.38)$$

Pela lei de Betz (BETZ, 1928) a velocidade normal sobre o rotor é a média das velocidades

da entrada U_∞ e saída u_2 :

$$U_n = \frac{U_\infty + u_2}{2}. \quad (3.39)$$

O fluxo de massa na direção normal é definido por:

$$d\dot{m} = \rho U_n dA, \quad (3.40)$$

em que ρ é a densidade do fluido, U_n é a velocidade na direção normal e dA é o diferencial de área, igual a $2\pi r dr$.

Substituindo a velocidade normal sobre o rotor (Eq. (3.32a)) e o diferencial de área na Eq. (3.40), tem-se:

$$d\dot{m} = \rho U_\infty (1 - a) 2\pi r dr. \quad (3.41)$$

Substituindo o fluxo de massa (Eq. (3.41)) e isolando u_2 da Eq. 3.39, obtém-se uma equação para o diferencial de força na direção normal, também em função do fator de interferência axial a :

$$dF_n = \rho U_\infty^2 a (1 - a) 4\pi r dr. \quad (3.42)$$

2. Direção tangencial:

O diferencial da força na direção tangencial é igual a velocidade média do fluido $\bar{\omega}r$ vezes o fluxo de massa $d\dot{m}$, força esta proveniente da quantidade de movimento cedida da turbina para o fluido.

$$dF_t = \bar{\omega}r d\dot{m}. \quad (3.43)$$

Define-se que o fator de interferência tangencial a' (FREITAS, 2008):

$$a' = \bar{\omega}/2\omega. \quad (3.44)$$

Isolando $\bar{\omega}$ da Eq. (3.44) e substituindo esta e o fluxo de massa (Eq. (3.41)) na Eq. (3.43) obtém-se uma equação para o diferencial de força na direção tangencial em função dos fatores de interferência a e a' .

$$dF_t = \omega r \rho U_\infty a' (1 - a) 4\pi r dr. \quad (3.45)$$

3.2.3 Acoplamento entre as duas teorias

Uma vez que são determinadas duas equações para o diferencial de força na direção normal dF_n (Eqs. (3.37a) e (3.42)) e tangencial dF_t (Eqs. (3.37b) e (5.1)) podemos igualá-las a fim de encontrar os fatores de interferências a e a' .

Igualando as Eqs. (3.37a) e (3.42), e as Eqs. (3.37b) e (5.1), obtém-se duas expressões para os dois fatores de interferência:

$$a = \sigma_r C_n \frac{V^2}{U_\infty^2} \frac{1}{4(1-a)}, \quad (3.46a)$$

$$a' = \sigma_r C_t \frac{V^2}{\omega r U_\infty} \frac{1}{4(1-a)}, \quad (3.46b)$$

onde a solidez $\sigma_r = \frac{Bc}{2\pi r}$ representa a razão da área da corda de todas as pás sobre a área do disco circular.

Como os fatores de interferência estão em função de variáveis calculadas com valores estimados para tais fatores, é preciso fazer um processo iterativo para convergir para o resultado correto:

1. Estimativa dos fatores de interferência: Eqs. (3.31a) e (3.31b);
2. Velocidades normal, tangencial e resultante: Eqs. (3.32a), (3.32b) e (3.33);
3. Ângulo de fluxo e ataque: Eqs. (3.34) e (3.35);
4. Coeficientes e diferencial de força na direção normal e tangencial: Eqs. (3.36a), (3.36b), (3.37a) e (3.37b);
5. Verificação dos fatores de interferência: Eqs. (3.46a) e (3.46b);
6. Realiza-se um processo iterativo, calculando as variáveis do item 2 utilizando os fatores de interferências obtidos no item 5 até o erro ser menor que um dado resíduo ε .

Por fim, como visto no modelo integral de uma VAWT projetando as forças na direção tangencial calcula-se o torque aplicado no rotor (Eq. (3.14)), a potência gerada (Eq. (3.15)) e o coeficiente de potência (Eq. (3.16)).

Finalizada a modelagem integral, o próximo capítulo irá apresentar a modelagem diferencial de escoamentos, envolvendo a metodologia da fronteira imersa.

CAPÍTULO IV

FORMULAÇÃO DIFERENCIAL

4.1 Modelagem matemática

Nessa seção apresentar-se-á as duas formulações matemáticas utilizadas na formulação diferencial: a formulação euleriana, a qual modela as equações para o domínio contínuo de fluido, abordando as equações do movimento e da turbulência, e a formulação lagrangiana, a qual modela as equações referentes ao método da fronteira imersa, utilizada para representar os corpos em meio fluido.

4.1.1 Formulação euleriana

Na formulação euleriana modela-se todo o domínio de cálculo como se este fosse ocupado por um só fluido, formulação esta codificada no código FLUIDS3D. A equação para o balanço da quantidade de movimento é apresentada abaixo:

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i. \quad (4.1)$$

em que p é a pressão, ρ é a densidade do fluido, u_i é a componente i do vetor velocidade, τ_{ij} representa o tensor viscoso molecular e f_i é a componente i do termo fonte, onde no método da fronteira imersa é o vetor campo de forças euleriano através do qual uma geometria complexa pode ser representada.

Para os fluidos newtonianos, sendo ν a viscosidade cinemática do fluido, o tensor é modelado com o modelo de Stokes das tensões viscosas

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij}. \quad (4.2)$$

Assim a Eq. (4.1) é escrita como abaixo:

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_i. \quad (4.3)$$

E ainda o modelo deve obedecer ao balanço de massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0. \quad (4.4)$$

Como a maioria das aplicações práticas ocorrem em elevados números de Reynolds, é preciso utilizar uma malha muito refinada para captar todas e inclusive as menores estruturas turbilhonares do escoamento, podendo fazer com que a solução se torne inviável dependendo da quantidade de volumes requeridos para a solução. Faz necessário então o uso de modelos de turbulência, os quais serão apresentados nas seções a seguir.

4.1.2 Equações da turbulência

Uma das características mais importantes de um escoamento turbulento é a multiplicidade de escalas que o caracteriza (SILVEIRA-NETO, 2002). Esta multiplicidade representa o número de graus de liberdade de um escoamento turbulento, o qual pode ser estimado a partir do número de Reynolds, por meio da Eq. (4.5):

$$N_{gl} = \text{Re}^{9/4}. \quad (4.5)$$

Percebe-se com esta equação que quanto maior o número de Reynolds maior será o número de graus de liberdade do escoamento.

A chamada Simulação Numérica Direta, do inglês *Direct Numerical Simulation*, ou *DNS*, seria aquela que permitiria resolver todos os graus de liberdade ou todo o espectro de energia

associado ao escoamento. Para a maioria das aplicações não é possível utilizar a DNS, ou seja, resolver diretamente todos os graus de liberdade que caracterizam os escoamentos turbulentos. Com base nisto surgiu a idéia de separação ou decomposição das escalas da turbulência.

O processo de decomposição das escalas deu origem a dois grupos de equações para a turbulência (SILVEIRA-NETO, 2002):

- Equações médias de Reynolds (1884), para as quais as escalas da turbulência são separadas nas escalas relativas ao comportamento médio e nas escalas relativas às flutuações em relação a esta média;
- Equações de Navier-Stokes filtradas (SMAGORINSKY, 1963), para as quais as escalas da turbulência são separadas em dois grupos, ou seja, o grupo das grandes escalas e o grupo das pequenas escalas ou escalas sub-malha.

O autor irá utilizar do código computacional FLUIDS3D em uma situação incompressível. Desta forma nas seções a seguir serão assumidas simplificações nas equações de Navier-Stokes para o desenvolvimento matemático. As equações para um modelo incompressível estão apresentadas nas Eqs. 4.6 e 4.7.

$$\frac{\partial (u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_i. \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (4.7)$$

4.1.3 Equações médias de Reynolds

Nas equações médias de Reynolds separa-se um sinal genérico $f(\vec{x}, t)$ na sua parte média $\langle f(\vec{x}, t) \rangle$, se a média for de conjunto, e na sua parte flutuante $f'(\vec{x}, t)$:

$$f(\vec{x}, t) = \langle f(\vec{x}, t) \rangle + f'(\vec{x}, t). \quad (4.8)$$

Partindo da equação da conservação da massa (Eq. (4.7)), aplicando o operador média sobre esta equação e utilizando a propriedade comutativa entre este operador e o operador derivada parcial, tem-se a conservação da massa para as médias das componentes da velocidade:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (4.9)$$

Subtraindo-se a Eq. (4.7) da Eq. (4.9), obtém-se uma equação conservação da massa para as flutuações das componentes da velocidade:

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0. \quad (4.10)$$

Da mesma forma, partindo da equação da quantidade de movimento (Eq. (4.6)) e aplicando-se o operador média sobre esta equação e utilizando-se de propriedades matemáticas, tem-se a Eq. (4.11).

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (4.11)$$

Observa-se que esta equação não pode ser resolvida como está, uma vez que no termo não linear aparece a média do produto de duas variáveis desconhecidas. É feita então a decomposição de escalas, usando a Eq. (4.8), onde a função $f(\vec{x}, t)$ é a velocidade $u_i(\vec{x}, t)$:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i. \quad (4.12)$$

Substituindo a Eq. (4.12) em na Eq. (4.11) tem-se

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (4.13)$$

Uma consequência desse processo de decomposição de escalas, e da transformação das equações originais em equações médias, é o aparecimento de um tensor adicional $\bar{\tau}_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$, o tensor de Reynolds.

Transpondo o tensor de Reynolds para o segundo membro da equação e agrupando-o com o tensor viscoso:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \bar{u'_i u'_j} \right]. \quad (4.14)$$

Com estas novas incógnitas, faz-se necessário modelar este tensor. Porém neste trabalho não serão utilizadas as equações médias de Reynolds, e elas foram aqui citadas apenas para expor um caminho para solução de escoamentos turbulentos. Para modelar a turbulência será utilizada a simulação das grandes escalas, apresentada na próxima subseção.

4.1.4 Equações de Navier-Stokes filtradas

Nas equações de Navier-Stokes filtradas separa-se um sinal genérico $f(\vec{x}, t)$ na sua parte filtrada $\bar{f}(\vec{x}, t)$ e na sua parte flutuante $f'(\vec{x}, t)$:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}, t) + f'(\vec{x}, t). \quad (4.15)$$

A parte filtrada $\bar{f}(\vec{x}, t)$ é dada por

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \int_D f(\vec{x}', t) G(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}'. \quad (4.16)$$

sendo a função filtro definida de diversas maneiras, onde a mais comum é a função filtro por volume:

$$G(\vec{x} - \vec{x}') = \begin{cases} 1/\Delta & |\vec{x}| \geq \Delta/2 \\ 0 & |\vec{x}| < \Delta/2 \end{cases}. \quad (4.17)$$

em que Δ é o tamanho característico do filtro, o qual caracteriza a frequência de corte da filtragem.

Partindo da equação da conservação da massa (Eq. (4.7)), aplicando o operador filtro sobre esta equação e utilizando a propriedade comutativa entre este operador e o operador derivada parcial, tem-se o balanço da massa para as componentes da velocidade filtradas:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (4.18)$$

Subtraindo-se a Eq. (4.7) da Eq. (4.18), obtém-se uma equação conservação da massa para as flutuações das componentes da velocidade:

$$\frac{\partial u'}{\partial x_i} = 0. \quad (4.19)$$

Da mesma forma, partindo da equação da quantidade de movimento (Eq. (4.6)) e aplicando-se o operador filtro sobre esta equação e utilizando-se de propriedades matemáticas, tem-se a Eq. 4.20

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (4.20)$$

De forma análoga a Eq. (4.11), observa-se que esta equação não pode ser resolvida como está, uma vez que no termo não linear aparece o produto filtrado e não o produto das variáveis filtradas como deveria ser. Define-se então o tensor global sub-malha da turbulência:

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j. \quad (4.21)$$

Substituindo-se a Eq. (4.21) na Eq. (4.20), tem-se

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right]. \quad (4.22)$$

O tensor τ_{ij} é modelado com a hipótese de Boussinesq para a viscosidade turbulenta, o que será apresentado na próxima subseção.

4.1.5 Modelagem sub-malha da turbulência

Boussinesq (1877) propôs o conceito de viscosidade turbulenta para o tensor de Reynolds sub-malha, estabelecendo uma analogia com o modelo de Stokes para as tensões viscosas moleculares. Ele também propôs expressar o tensor de Reynolds sub-malha em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidade filtrado e da energia cinética turbulenta:

$$\tau_{ij} = -\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad (4.23)$$

em que a viscosidade cinemática turbulenta ν_t é modelada. São diversas as formas para se modelar esta viscosidade. Neste trabalho serão utilizadas duas modelagens bastante difundidas:

o clássico Modelo sub-malha de Smagorinsky, e o modelo sub-malha dinâmico de Germano.

4.1.5.1 Modelo sub-malha de Smagorinsky

A modelagem de Smagorinsky é baseada na hipótese de equilíbrio local para as pequenas escalas (produção de energia cinética turbulenta é igual a sua dissipação). A viscosidade turbulenta pode ser expressa em função do tensor taxa de deformação S_{ij} , da escala de comprimento Δ e de uma constante C_s , conhecida como constante de Smagorinsky:

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}. \quad (4.24)$$

O tensor taxa de deformação S_{ij} é dado por:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad (4.25)$$

e a escala de comprimento Δ é geralmente calculado em função da malha de discretização:

$$\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}. \quad (4.26)$$

Para escoamentos com turbulência homogênea e isotrópica, a constante de Smagorinsky foi determinada analiticamente por Lilly (1992), e o valor encontrado foi $C_s = 0,18$. Porém na prática esta constante pode ser calibrada para valores entre 0,05 e 0,30, uma vez que dependendo do comportamento do escoamento turbulento esta constante varia. Um tratamento especial deve ser dado em posições próximas a parede, regiões onde a dissipação da turbulência é maior, e a turbulência se torna menos homogênea e isotrópica. Como consequência a constante de smagorinsky deve ser menor. Uma forma de resolver este problema é a utilização de uma função que amortiza o valor da viscosidade em regiões de parede.

VanDriest (1956) apresenta uma função de amortecimento, a qual pode ser aplicada a constante de Smagorinsky. Esta função é dada por

$$C_s = C_{so} \left(1 - e^{-d^*/A^2} \right)^2, \quad (4.27)$$

onde $d^+ = du_\tau/\nu$ representa a distância relativa, d é a distância do volume euleriano analisado

até a parede mais próxima, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ é a velocidade de cisalhamento, τ_w é a tensão de cisalhamento, $A^+ = 25$ é uma constante determinada por Ferziger e Peric (2002) e C_{so} é a constante de Smagorinsky, geralmente limitada em $0,05 \leq C_{so} \leq 0,3$.

O código computacional utilizado neste trabalho possui a opção de usar esta função de amortecimento nas paredes do domínio computacional. O autor do presente trabalho implementou esta função de amortecimento, de tal forma a também amortecer a viscosidade próximas as paredes da fronteira imersa. As variáveis são calculadas da seguinte forma: d é a distância do centro do volume euleriano ao centro do volume lagrangiano mais próximo, e a tensão τ_w é calculada a partir do vetor velocidades (v_x, v_y, v_z) do volume euleriano onde o centro do volume lagrangiano esta contido, sendo esse volume lagrangiano o mais próximo do volume euleriano analisado.

Para o cálculo de τ_w e necessário projetar o vetor velocidade (v_x, v_y, v_z) na direção normal da fronteira imersa. Pela algebra linear pode-se dizer que o vetor projetado $(v_{xPro}, v_{yPro}, v_{zPro})$ é dado por:

$$\begin{bmatrix} v_{xPro} \\ v_{yPro} \\ v_{zPro} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}, \quad (4.28)$$

onde (n_x, n_y, n_z) é a componente vetorial unitário normal ao volume lagrangiano nas três direções.

E finalmente τ_w é calculado pela Eq. 4.29.

$$\tau_w = \mu \frac{\sqrt{v_{xPro}^2 + v_{yPro}^2 + v_{zPro}^2}}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}, \quad (4.29)$$

sendo $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ as dimensões do volume euleriano onde o centro do volume lagrangiano está contido.

Um novo modelo foi proposto, onde a constante de Smagorinsky automaticamente, dependendo da posição e característica do escoamento, o modelo sub-malha dinâmica (GERMANO *et al.*, 1991).

4.1.5.2 Modelagem dinâmica sub-malha

Germano *et al.* (1991) propuseram um novo modelo sub-malha baseado na idéia de Smagorinsky, onde a equação do momento é filtrada duas vezes, permitindo que a constante do modelo se ajuste automaticamente.

O primeiro filtro utiliza as dimensões da malha para calcular o seu comprimento característico, como no modelo de Smagorinsky. O segundo filtro utiliza múltiplos das dimensões da malha para determinar o comprimento característico desse último filtro.

Partindo da equação filtrada com base no comprimento Δ da malha (Eq. (4.20)), utiliza-se o tensor global de Germano ($\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$), obtém-se a Eq. (4.22).

Continuando com a formulação aplica-se uma segunda filtragem na Eq. (4.22), com comprimento característico $\hat{\Delta} > \Delta$, sendo este novo comprimento múltiplo de Δ , geralmente $\hat{\Delta} = 2\Delta$. Definindo um tensor para teste $T_{ij} = \overline{\hat{u}_i \hat{u}_j} - \hat{\bar{u}}_i \hat{\bar{u}}_j$, obtém-se:

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial (\hat{u}_i \hat{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) + T_{ij} \right]. \quad (4.30)$$

Subtraindo a Eq. (4.31) da Eq. (4.20) filtrada com o comprimento característico $\hat{\Delta}$, chega-se a um tensor de Leonard global, ou a identidade de Germano:

$$L_{ij} = T_{ij} - \hat{\tau}_{ij}. \quad (4.31)$$

Conhecido o tensor de Leonard global, a função para determinar o coeficiente dinâmico possui a seguinte forma:

$$c(\vec{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}}, \quad (4.32)$$

sendo o tensor M_{ij} é definido por:

$$M_{ij} = \hat{\Delta}^2 \left| \hat{S} \right| \hat{S}_{ij} - \widehat{\bar{\Delta}^2 \left| \bar{S} \right| \bar{S}_{ij}}. \quad (4.33)$$

O cálculo do coeficiente dinâmico depende de grandezas já calculadas e de um duplo

processo de filtragem.

Uma vez definidas as equações do meio fluido contínuo, incluindo a modelagem da turbulência, deve-se agora formular o último termo das equações de Navier-Stokes o termo fonte, neste caso particular a força da fronteira imersa.

4.1.6 Formulação lagrangiana

Na metodologia da fronteira imersa utiliza-se uma malha independente para definir o corpo em meio fluido. Uma das principais vantagens é poder simular escoamentos sobre geometrias complexas, como apresentado na Fig. 4.1, utilizando malha cartesiana para o domínio do fluido.

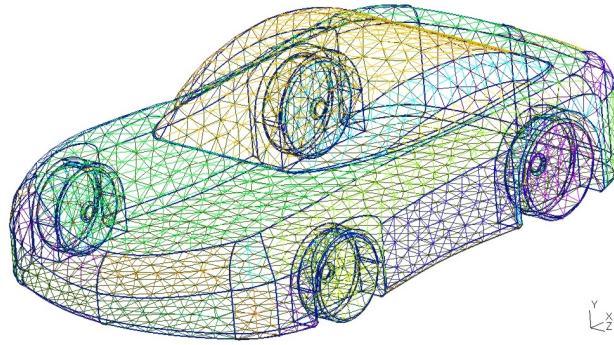


Figura 4.1 – Malha lagrangiana sobre um protótipo de automóvel, um exemplo de malha adaptada a uma geometria complexa.

O termo força f_i da equação da quantidade de movimento é o responsável por definir a interface imersa. Para calcular esta força utilizamos uma função distribuição:

$$f_i(\vec{x}) = \sum_K \vec{F}(\vec{x}_K) D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_K) \Delta V(\vec{x}_K), \quad (4.34)$$

sendo $\Delta V(\vec{x}_K)$ é o volume do elemento lagrangiano e D_{ij} representa uma função de interpolação/distribuição. Neste trabalho foi adotada a função chapéu, a qual possui a seguinte forma:

$$D_{ij}(\vec{x}_K) = g(x_K - x_i) g(y_K - y_j) g(z_K - z_k). \quad (4.35)$$

$$g(r) = \begin{cases} \frac{1-\|r\|/\Delta}{\Delta} & , \|r\| \leq \Delta \\ 0 & , \|r\| > \Delta \end{cases}. \quad (4.36)$$

sendo Δ o tamanho característico da malha euleriana.

A Fig. 4.2 apresenta a curva formada por esta função em uma direção genérica r .

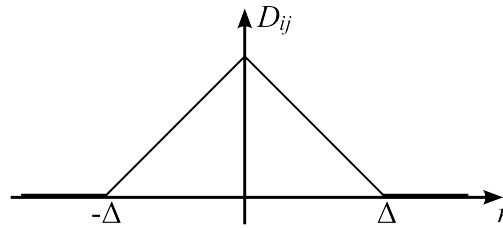


Figura 4.2 – Função distribuição D_{ij} na direção r .

Esta função mostra que quanto mais distante estão os volumes eulerianos do ponto lagrangiano menor será o valor da força distribuída naqueles pontos. Uma propriedade importante desta função é que ao integrá-la em todo domínio se obtém o valor unitário, o que representa que a força foi distribuída em sua totalidade.

Por fim $\vec{F}(\vec{x}_K)$ representa a força no ponto lagrangiano, a qual será distribuída no campo euleriano, delimitando assim a fronteira. O que diferencia as diferentes metodologias de fronteira imersa é o cálculo desta força. Neste trabalho foi utilizado o método da multi forçagem direta, o qual será detalhado na modelagem numérica.

4.2 Modelagem numérica

Neste trabalho foi utilizado o código FLUIDS3D, desenvolvido por Vedovoto (2011). Este código resolve o escoamento na sua forma tridimensional, utilizando a equação de transporte na forma conservativa. Para a discretização é utilizada a técnica dos volumes finitos, adotando uma malha com variáveis escalares co-localizadas e variáveis vetoriais deslocadas. O esquema com variáveis vetoriais deslocadas dispensa interpolações adicionais, uma vez que a variável já está na face do volume, aumentando a estabilidade numérica no acoplamento pressão-velocidade. A Fig. 4.3 apresenta um diagrama mostrando o tipo de malha utilizada, onde e representa um escalar genérico, u e v representam vetores genéricos em uma malha bidimensional.

O esquema de diferenças centradas (EDC) é aplicado para discretizar as contribuições difusivas e advectivas da equação de transporte. Uma aproximação totalmente implícita é adotada. Os sistemas lineares resultantes são resolvidos utilizando o solver de sistemas lineares MSIP - Modified Strongly Implicit Procedure (SCHNEIDER; ZEDAN, 1981) para as componentes de velocidade.

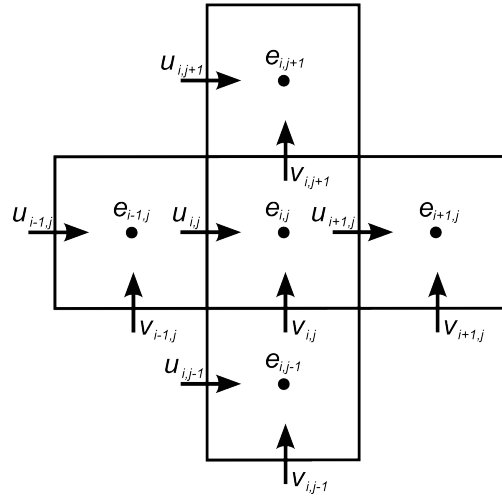


Figura 4.3 – Representação de uma malha bidimensional com variáveis genéricas.

O presente código computacional adota uma aproximação baseada na pressão, sendo necessário um algoritmo para o acoplamento pressão-velocidade. Foi escolhido um método de projeção baseado na técnica do passo fracionado, resultando em uma equação de Poisson, a qual possui coeficientes variáveis e é resolvida com o solver BICGSTAB - Bi-Conjugate Gradient Stabilized (VORST, 1981).

Em escoamentos transientes, as equações de transporte devem ser integradas no tempo. Buscando a estabilidade da solução numérica, é necessário fazer a escolha de um procedimento adequado para o avanço temporal, o que será discutido na próxima subseção.

4.2.1 Aproximações temporais e estabilidade numérica

Nas simulações das grandes escalas, o tamanho do passo de tempo pode ser muito pequeno quando é necessário capturar as pequenas escalas resolvidas do escoamento. Deste modo, a forma de integração temporal deve ser escolhida com cautela. Esquemas explícitos apresentam problemas de estabilidade numérica quando utiliza-se CFL (Courant Friedrich Lewy) maiores do que a unidade. Visando restringir o tamanho do passo de tempo necessário para manter a estabilidade numérica, o seguinte critério de estabilidade pode ser definido:

$$\Delta t = C \left(\frac{1}{\Delta t_{adv}} + \frac{1}{\Delta t_{dif}} \right)^{-1}, \quad (4.37)$$

onde C é o CFL, que pode ser assumindo entre 0 e 1, e Δt_{adv} e Δt_{dif} são, respectivamente, o tamanho máximo permitido do passo de tempo advectivo e difusivo, definidos por:

$$\Delta t_{adv} = \left(\frac{\Delta x}{|u|_{\max}} + \frac{\Delta y}{|v|_{\max}} + \frac{\Delta z}{|w|_{\max}} \right), \quad (4.38)$$

$$\Delta t_{dif} = \left(\frac{\Delta x^2}{\nu} + \frac{\Delta y^2}{\nu} + \frac{\Delta z^2}{\nu} \right), \quad (4.39)$$

onde Δx , Δy e Δz denotam, respectivamente, o comprimento da malha de discretização nas direções x , y e z , $|u|_{\max}$, $|v|_{\max}$ e $|w|_{\max}$ são o máximo valor da norma da velocidade nas três direções coordenadas, e $\nu = \mu/\rho$ representa a viscosidade cinemática.

A utilização de um esquema explícito para os termos advectivos e difusivos, resulta em um tamanho de passo de tempo da ordem $O(\Delta x^2)$, principalmente pelo termo difusivo (FERZIGER; PERIC, 1996). Esta limitação numérica não ocorre quando se utiliza discretização implícita ou semi-implícita. Apesar de possuir uma implementação mais complicada, estas duas metodologias apresentam uma estabilidade mais elevada. Com o tratamento implícito do termo difusivo, a restrição temporal de ordem $O(\Delta x^2)$ se torna $O(\Delta x)$ (VILLAR, 2007).

O código computacional empregado no presente trabalho utiliza de esquemas de integração temporal implícitos. A escolha de tamanhos de passo de tempo variáveis ou constantes pode ter uma forte influência na estabilidade da solução numérica, o que será apresentado na próxima subseção.

4.2.2 Passo de tempo variável

Na solução de equações diferenciais parciais com diferentes escalas de tempo, a utilização de esquemas de passo de tempo variável é essencial para obter eficiência computacional e resultados acurados. Nas simulações realizadas neste trabalho foi utilizado passo de tempo variável, e as equações serão apresentadas a seguir.

Wang (2005) apresenta uma formulação geral para o passo de tempo variável para equações diferenciais parciais dependentes do tempo. No seu trabalho um arranjo é proposto, de tal maneira que toda equação diferencial possa ser temporalmente integrada no tempo utilizando esquemas semi-implícitos de segunda ordem:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} \sum_{j=0}^2 \alpha_{j,n+1} U^{n+j} = \sum_{j=0}^1 \beta_{j,n+1} \zeta(U^{n+j}) + \sum_{j=0}^2 \theta_{j,n+1} \varepsilon(U^{n+j}). \quad (4.40)$$

onde $\zeta(U^{n+j})$ e $\varepsilon(U^{n+j})$ representam as contribuições difusivas e advectivas, respectivamente, sendo $n+1$ o tempo atual. Os valores de $\alpha_{j,n+1}$, $\beta_{j,n+1}$ e $\theta_{j,n+1}$ são definidos por:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{0,n+1} &= \frac{(2\gamma-1)\omega_{n+1}^2}{1+\omega_{n+1}}, \\
 \alpha_{1,n+1} &= (1-2\gamma)\omega_{n+1} - 1, \\
 \alpha_{2,n+1} &= \frac{1+2\gamma\omega_{n+1}}{1+\omega_{n+1}}, \\
 \beta_{0,n+1} &= -\gamma\omega_{n+1}, \\
 \beta_{1,n+1} &= 1 + \gamma\omega_{n+1}, \\
 \theta_{0,n+1} &= \frac{c}{2}, \\
 \theta_{1,n+1} &= 1 - \gamma - \left(1 + \frac{1}{\omega_{n+1}}\right) \frac{c}{2}, \\
 \theta_{2,n+1} &= \gamma + \frac{c}{2\omega_{n+1}},
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

sendo $\omega_{n+1} = \Delta t_{n+1}/\Delta t_n$ a razão entre dois passos de tempo consecutivo. Por exemplo, se o passo de tempo for mantido constante, a Eq. (4.40) se reduz a:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\gamma + \frac{1}{2}\right) u^{n+2} - 2\gamma u^{n+1} + \left(\gamma - \frac{1}{2}\right) u^n \right] &= (\gamma - 1) \zeta(u^n) - \gamma \zeta(u^{n-1}) + \\
 \left[\left(\gamma + \frac{c}{2}\right) \varepsilon(u^{n+2}) + (1 - \gamma - c) \varepsilon(u^{n+1}) + \frac{c}{2} \varepsilon(u^n) \right].
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

O que difere das formas de integrar no tempo são os valores para as constantes γ e c . Alguns exemplos clássicos: Crank-Nicolson Adams-Bashfort ($\gamma = 0,5$ e $c = 0,0$), Adams-Bashfort Modificado ($\gamma = 0,5$ e $c = 0,125$), Crank-Nicolson Leap Frog ($\gamma = 0,0$ e $c = 1,0$) e SBDF ($\gamma = 1,0$ e $c = 0,0$).

Em Vedovoto (2011) o modelo acima é modificado para um esquema totalmente implícito. Então a Eq. (4.40) pode ser adaptada, como:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} \sum_{j=0}^2 \alpha_{j,n+1} U^{n+j} = \sum_{j=0}^2 \theta_{j,n+1} (\zeta(U^{n+j}) + \varepsilon(U^{n+j})). \tag{4.43}$$

Aplicando a equação obtida (Eq. (4.43)) na equação do balanço da quantidade de movimento (Eq. (4.3)), obtém-se:

$$\frac{\alpha_2(\rho u_i)^{n+1} + \alpha_1(\rho u_i)^n + \alpha_0(\rho u_i)^{n-1}}{\Delta t} = -\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + \sum_{j=0}^2 (\theta_{j,n+1}) m_j, \tag{4.44}$$

onde $\theta_{j,n+1}$, com $j = 0, 1, 2$, é definido pela Eq. (4.41), e

$$m_{k+1} = \left(\frac{\partial \tau_{i,j}^{n+k}}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i^{n+k} u_j^{n+k}}{\partial x_j} \right), \quad k = -1, 0, 1. \quad (4.45)$$

Feita a formulação para integração no tempo, a metodologia utilizada para a discretização espacial das equações de transporte será apresentada na próxima subseção.

4.2.3 Discretização espacial das equações de transporte

Como apresentado no início deste capítulo, os termos difusivos e advectivos das equações de transporte são calculados através do esquema de diferenças centradas. Para ilustrar a discretização de uma derivada usando este esquema abordado, é considerado um volume de controle com comprimentos $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$, mostrado na Fig. 4.4. As letras em maiúsculo (P , E , W , N , S , T e B) representam, respectivamente, o centro dos volumes de controle analisado, leste, oeste, norte, sul, topo e fundo, e as letras em minúsculo (e , w , n , s , t e b) representam, respectivamente, as faces leste, oeste, norte, sul, topo e fundo relativas ao ponto de referência P .

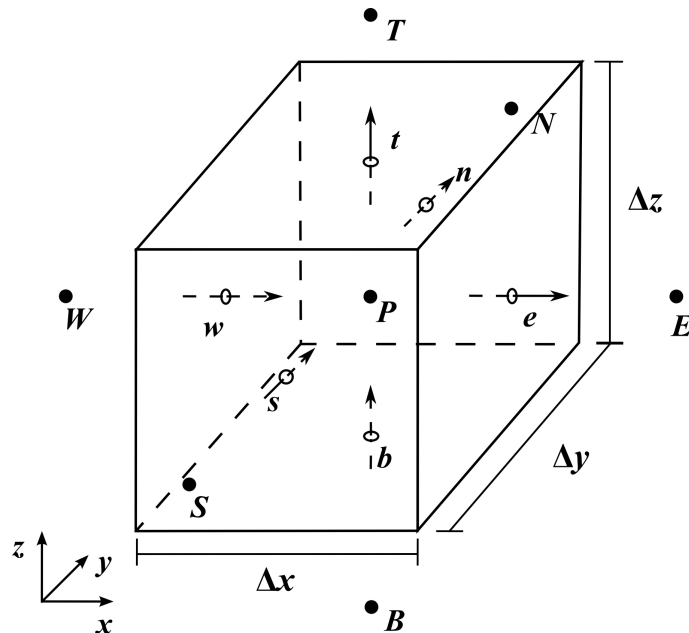


Figura 4.4 – Volume de controle elementar utilizada para a discretização das equações de transporte (VEDOVOTO, 2011).

O termo advectivo da Eq. (4.44) no tempo $k+1$, direção x e para $i = 1$ e $j = 1$, pode ser aproximado, usando o método dos volumes finitos:

$$\frac{\partial \rho u u^{k+1}}{\partial x} = [(\rho u u)_e - (\rho u u)_w] \Delta x \Delta y. \quad (4.46)$$

A estrutura adotada no presente código computacional pode ser escolhida entre uniforme e não-uniforme. Então é necessário realizar interpolações ponderadas para discretizar qualquer derivada espacial. Para determinar o valor de qualquer propriedade escalar θ em uma face e , a seguinte equação é usada para interpolação:

$$\theta_e = \theta_E \Lambda_e + \theta_P (1 - \Lambda_e), \quad (4.47)$$

onde, $\Lambda_e = \delta x_e / \delta x_E$, sendo δx_e a distância entre o ponto central P e a face e , e δx_E a distância entre o ponto central P e o ponto de centro do volume leste E , como pode ser visto na Fig. 4.5.

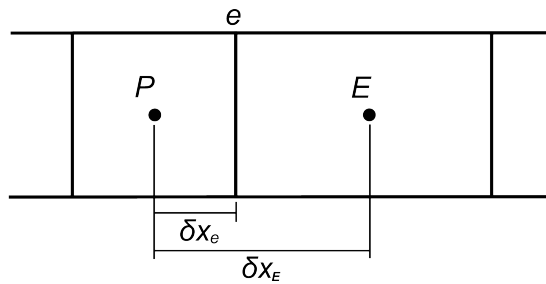


Figura 4.5 – Volume finito não-uniforme e representação das distâncias para interpolar um escalar qualquer.

A discretização do termo advectivo da equação de transporte muito influencia na acurácia e estabilidade do esquema numérico. Uma forma de contornar este problema é calcular o termo advectivo da seguinte forma:

$$(\rho u u)_e^{k+1} = (\rho u u)_{e,UDS}^{k+1} + \left[(\rho u u)_{e,CDS} - (\rho u u)_{UDS} \right]^k, \quad (4.48)$$

onde o termo com o índice UDS indica que o mesmo foi discretizado utilizando um esquema upwind (FERZIGER; PERIC, 1996), e CDS indica que o termo foi discretizado utilizando diferenças centradas. A variável em $k + 1$ indica o tempo atual e k indica o tempo antecedente. No presente trabalho foi utilizado somente o esquema CDS .

Por fim, deve-se definir as condições de contorno para resolver as equações de transporte. No código utilizado neste trabalho, é possível escolher entre periodicidade, condições de contorno do tipo Dirichlet, Neumann ou advectivas (ORLANSKY, 1976).

A subseção seguinte apresentará a discretização do acoplamento pressão-velocidade.

4.2.4 Acoplamento pressão-velocidade

Uma vez que o código usado no presente trabalho utiliza a metodologia do passo fracionado totalmente implícita, é necessário resolver uma equação de Poisson para a correção da pressão, a qual serve para corrigir os campos de velocidade e de pressão. Para obter esta equação, a Eq. (4.44) é reescrita, com a derivada da pressão no tempo n :

$$\frac{\alpha_2(\rho u_i^*)^{n+1} + \alpha_1(\rho u_i)^n + \alpha_0(\rho u_i)^{n-1}}{\Delta t} = -\frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \sum_{j=0}^2 (\theta_{j,n+1}) m_j, \quad (4.49)$$

onde u_i^{*n+1} representa o campo de velocidade estimada. Subtraindo a Eq. (4.49) da Eq. (4.44), e definindo a flutuação da pressão entre dois passos de tempo como sendo $Q = p^{n+1} - p^n$, e rearranjando os termos obtém-se a Eq. (4.50):

$$\frac{\rho^{n+1} \alpha_2 (u_i^{*n+1} - u_i^{n+1})}{\Delta t} = \frac{\partial Q}{\partial x_i}. \quad (4.50)$$

Aplicando o divergente na Eq. (4.50), obtém-se:

$$\frac{\alpha_2}{\Delta t} \left(\frac{\partial u_i^{*n+1}}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial Q}{\partial x_i} \right). \quad (4.51)$$

Resolvendo o sistema linear gerado pela Eq. (4.51), deve-se por fim corrigir os campos de pressão e velocidade, através das Eqs. (4.52) e (4.53), respectivamente:

$$p^{n+1} = Q + p^n, \quad (4.52)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^{*n+1} - \left(\frac{\Delta t}{\alpha_2 \rho^{n+1}} \right) \frac{\partial Q}{\partial x_i}. \quad (4.53)$$

Apresentada a discretização das equações de transporte no tempo e espaço, a próxima subseção será apresentada a discretização das equações do domínio lagrangiano, onde será detalhada a metodologia da multi forçagem direta.

4.2.5 Metodologia da multi forçagem direta

Assim como em todo o domínio de cálculo a equação da quantidade de movimento é válida em cada ponto lagrangiano, respeitando assim a hipótese do contínuo, uma vez que estes pontos estão imersos no campo euleriano. Assim reescrevendo a Eq. (4.3) para cada ponto lagrangiano, considerando fluido incompressível e isolando a força obtemos:

$$F_i(\vec{X}, t) = \rho \frac{\partial(U_i)}{\partial t} + \rho \frac{\partial(U_i U_j)}{\partial X_j} + \frac{\partial P}{\partial X_i} - \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right), \quad (4.54)$$

sendo que as variáveis maiúsculas representam o domínio lagrangiano.

Partindo desta equação e discretizando o termo temporal em um esquema de segunda ordem obtém-se:

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{\alpha_2 U_i^{t+\Delta t} - \alpha_1 U_i^t + \alpha_0 U_i^{t-\Delta t}}{\Delta t} + RHS_i^t, \quad (4.55)$$

onde $RHS_i^t = \frac{\partial(U_i U_j)}{\partial X_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right)$.

Para realizar este método escolhido soma-se e subtrai-se um parâmetro auxiliar U^* no termo temporal:

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{\alpha_2 U_i^{t+\Delta t} - \alpha_1 U_i^t + \alpha_0 U_i^{t-\Delta t} - U_i^* + U_i^*}{\Delta t} + RHS_i^t. \quad (4.56)$$

O passo seguinte é utilizar o princípio da superposição e resolver a equação anterior em duas partes:

$$\frac{U_i^* - \alpha_1 U_i^t + \alpha_0 U_i^{t-\Delta t}}{2\Delta t} + RHS_i^t = 0, \quad (4.57)$$

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{\alpha_2 U_i^{t+\Delta t} - U_i^*}{\Delta t}, \quad (4.58)$$

onde $U_i^{t+\Delta t}$ representa a velocidade desejada para a fronteira. Se for uma fronteira estacionaria o seu valor é nulo. Se for uma fronteira em movimento o seu valor é igual a velocidade da fronteira. Para o cálculo de U_i^* utilizamos a Eq. (4.59):

$$U_i^* = \sum_{\Omega} u_i^* D_h(x_i - x_K) h^3, \quad (4.59)$$

onde D_h é representada por uma função interpolação/distribuição com propriedades de uma função gaussiana, u^* é a velocidade no ponto euleriano e h é a distância entre dois pontos lagrangianos.

Resumindo, na multi forçagem direta calcula-se a velocidade no ponto lagrangiano, posteriormente calcula-se a força no ponto lagrangiano, e por fim esta força é distribuída no domínio euleriano. Este procedimento é realizado de maneira iterativa até a força convergir para um valor com resíduo mínimo desejado para todos os passos de tempo.

No método da multi forçagem direta, bem como em qualquer outra metodologia de fronteira imersa, é gerado um campo de velocidade complementar no interior da fronteira, sendo que em alguns casos esse campo pode influenciar no escoamento externo. O autor do presente trabalho implementa uma função indicadora proposta por Unverdi e Tryggvason (1992), de tal forma a aumentar a viscosidade nos pontos eulerianos no interior da fronteira imersa, buscando amortecer este escoamento interno. Esta formulação será apresentado na próxima subseção.

4.2.6 Função indicadora

Unverdi e Tryggvason (1992) propõe uma função indicadora, sendo esta com base em uma função $\vec{G}(\vec{x}, t)$ definida por

$$\vec{\nabla} I(\vec{x}, t) = \vec{G}(\vec{x}, t), \quad (4.60)$$

sendo $\vec{G}(\vec{x}, t)$ dada por:

$$\vec{G}(\vec{x}, t) = \sum_K D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_K) \vec{n}(\vec{x}_K) \Delta V(\vec{x}_K), \quad (4.61)$$

onde $D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_K)$ é uma função distribuição (Eq. (4.35)), $\vec{n}(\vec{x}_K)$ é o vetor normal a fronteira imersa em cada volume lagrangiano e $\Delta V(\vec{x}_K)$ representa este volume lagrangiano.

Aplicando o operador divergente na Eq. (4.60), obtém-se

$$\nabla^2 I(\vec{x}, t) = \vec{\nabla} \vec{G}(\vec{x}, t). \quad (4.62)$$

A Eq. (4.62) é então resolvida usando as técnicas de discretização apresentadas neste capítulo

Este capítulo apresentou a modelagem matemática e numérica utilizada no modelo diferencial. O próximo capítulo apresentará os resultados obtidos utilizando esta modelagem, bem como os resultados obtidos através do modelo integral, apresentado no capítulo anterior.

CAPÍTULO V

RESULTADOS

Neste capítulo apresentar-se-á os resultados obtidos utilizando a formulação integral para turbinas eólicas de eixo vertical e horizontal, a validação do código computacional utilizado na formulação diferencial, englobando a fluidodinâmica, equações da turbulência e metodologia da fronteira imersa. Serão apresentados resultados da simulação de escoamentos em torno de perfis aerodinâmicos, e por fim resultados do acoplamento das duas formulações.

5.1 Resultados modelo integral VAWT

Objetivando aplicar a formulação integral de turbina de eixo vertical apresentada no Cap. III, os dados a seguir foram adotados com o objetivo de realizar as simulações e obter os resultados apresentados abaixo. Estes valores foram escolhidos tendo em vista ilustrar a metodologia matemática apresentada.

Tabela 5.1 – Valores das variáveis utilizadas na simulação

Variável	Valor
Velocidade do vento livre	$U_{\infty} = 10 \text{ m/s}$
Raio da turbina	$R = 0,64 \text{ m}$
Comprimento da corda (Perfil NACA 0012)	$c = 3,2 \text{ cm}$
Razão de velocidade (tsr)	De 4 até 18
Posição da pá	De 0 até 360°
Densidade	$\rho = 1,19 \text{ Kg/m}^3$
Viscosidade	$\mu = 1,84E^{-5} \text{ Kg/(m.s)}$
Pressão atmosférica	$P_{atm} = 1,01325E^5 \text{ Pa}$

As Figuras 5.1.a e 5.1.b mostram os coeficientes de sustentação e arrasto, respectivamente, em função do ângulo de ataque para o perfil escolhido, NACA 0012. Estes coeficientes foram obtidos experimentalmente (SHELDAHL; KLIMAS, 1981). Nota-se que para cada valor do número de Reynolds, para um dado ângulo de ataque específico, o valor da sustentação cai bruscamente e o valor do arrasto sobe também bruscamente, para um dado indicando que ocorre o *stol* sobre o aerofólio.

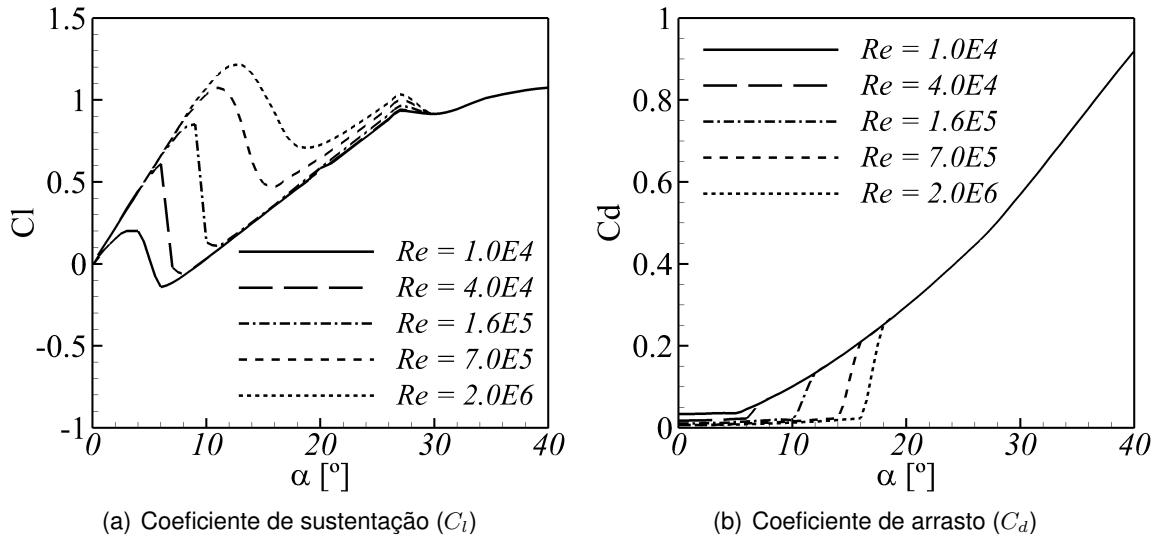


Figura 5.1 – Coeficiente experimentais em função do ângulo de ataque (α) para o perfil NACA 0012 para vários números de Reynolds (SHELDAHL; KLIMAS, 1981).

As figuras a seguir apresentam a solução das variáveis do problema usando o modelo matemático integral apresentado. A Fig. 5.2 mostra a velocidade U' do vento ao atingir a turbina. Esta velocidade foi obtida aplicando o método iterativo apresentado na formulação integral de uma VAWT no Cap. III.

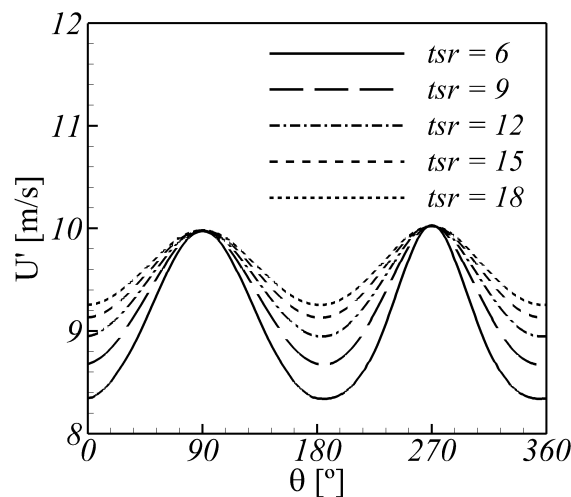


Figura 5.2 – Velocidade na turbina (U') para vários valores de tsr em função de θ .

A Fig. 5.2 mostra que a velocidade U' segue uma função periódica. Quando a corda da pá está na direção do escoamento do ar (90° e 270°), a velocidade se aproxima da velocidade da corrente livre (10 m/s). Quando a corda da pá está perpendicular a corrente livre (0° e 180°), a velocidade do vento na turbina é mínima. Este resultado indica que à medida que a corda da pá se aproxima desta posição, a velocidade do vento na pá diminui. Esta figura mostra também que o máximo valor da velocidade do ar é o mesmo para todos os valores de tsr , e conforme se aumenta a tsr (aumentando assim a velocidade angular), o valor mínimo de U' também aumenta, ou seja, a desaceleração do fluido pela presença da turbina diminui com o aumento da rotação.

A velocidade resultante sobre a pá e o ângulo de ataque são calculados e apresentados nas Figs. 5.3.a e 5.3.b. Esta velocidade resultante possui seu valor máximo em $\theta = 90^\circ$ e valor mínimo em $\theta = 270^\circ$, quando o vento e a pá se movem no mesmo sentido e em sentido contrário, respectivamente. Aumentando a tsr , consequentemente a velocidade de rotação, a velocidade resultante sobre a turbina também aumenta de maneira semelhante para todas as posições θ , evidenciado pela translação das curvas.

Na Fig. 5.3.b nota-se que à medida que a rotação do rotor aumenta, o ângulo de ataque diminui (DEGRAIRE, 2010). Isto ocorre porque a velocidade do fluido na direção tangencial também aumenta. Nota-se também que o ângulo de ataque é nulo quando a pá está alinhada com a direção do vento, como esperado.

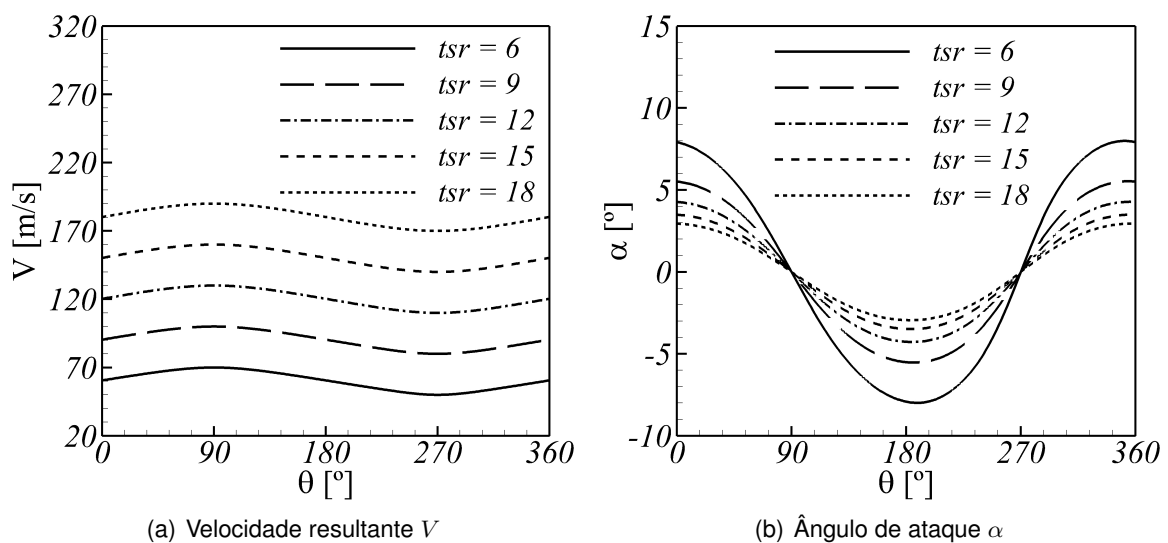


Figura 5.3 – Velocidade resultante e ângulo de ataque sobre a pá para vários valores de tsr em função de θ .

A Fig. 5.4.a apresenta a força resultante na direção tangencial. Nota-se que esta força é máxima quando a direção da corda está próxima à direção perpendicular ao escoamento (apro-

ximado de $\theta = 0$ e $\theta = 180^\circ$). Portanto, nestas posições, o torque também é máximo. Quando a corda da pá está próxima à direção normal ao vento ($\theta = 90^\circ$ e $\theta = 270^\circ$), a força tangencial é mínima, e chega a ser negativa em algumas posições. Contudo, é observado que durante cada ciclo, a força tangencial é geralmente positiva, e o torque total, portanto, também é positivo.

A Fig. 5.4.b mostra a força normal resultante. O valor da força normal absoluta é maior quando a direção da corda da pá está próxima da direção perpendicular do vento (próximo a $\theta = 0$ e $\theta = 180^\circ$), e menor quando a direção da corda está próxima da direção paralela a direção do vento ($\theta = 90^\circ$ e $\theta = 270^\circ$). À medida que a velocidade angular aumenta, a força normal também aumenta. Esta força normal não influencia no torque resultante, mas é importante para determinar os esforços mecânicos sobre o rotor.

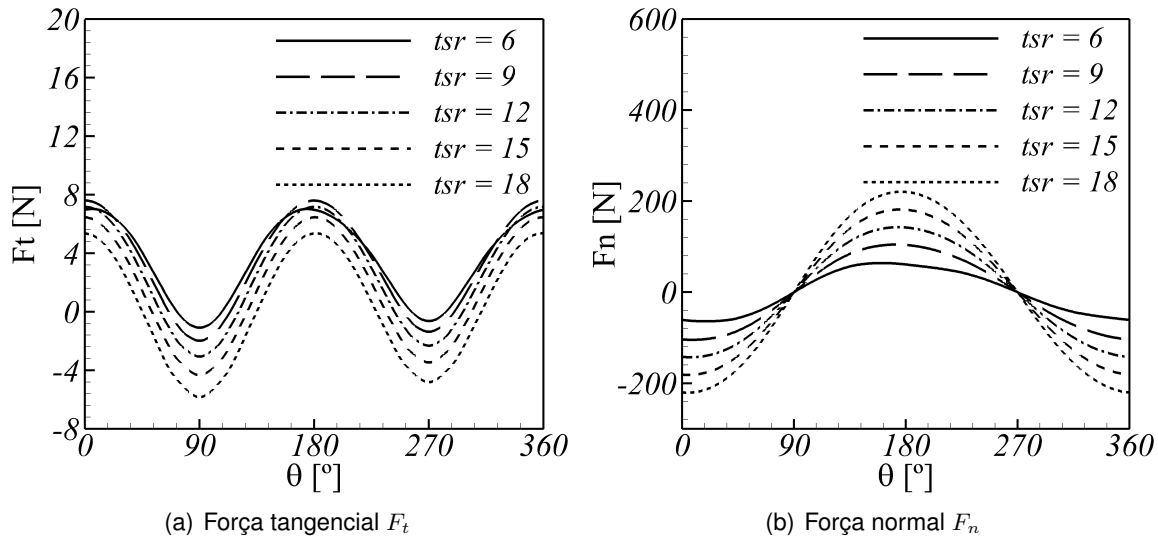


Figura 5.4 – Forças atuando sobre a pá para vários valores de tsr em função de θ .

A Fig. 5.5.a apresenta o torque (T) gerado pela turbina, o qual é obtido usando a média da força tangencial agindo na mesma (Eq. (3.14)). O torque é maior para os menores valores de tsr , devido ao fato que a força na direção tangencial é maior para estes valores de tsr . Pode-se então determinar a potência gerada (Eq. (3.15)) e o coeficiente de potência C_p (Eq. (3.16)), o qual é mostrado na Fig. 5.5.b.

A curva C_p obtida obedece as características desse tipo de turbina. A medida que tsr aumenta, C_p também aumenta, atingindo um valor máximo, e depois ocorre o decaimento deste coeficiente. Nesta simulação, o valor máximo de C_p está próximo a 0,35, em tsr próximo de 11. Nota-se que o coeficiente de potência não atinge o limite de Betz, potência máxima ideal absorvida para um rotor eólico, o qual é 0,59 (BETZ, 1928), como esperado.

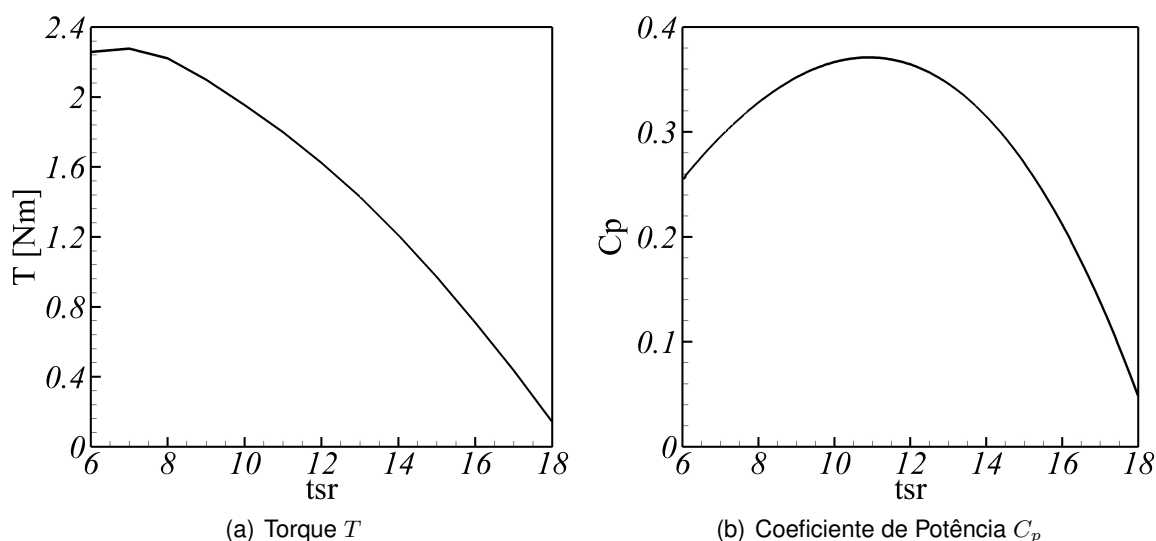


Figura 5.5 – Torque gerado na turbina e Coeficiente de Potência para uma rotação completa em função de tsr .

A Fig. 5.6.a mostra a comparação entre as três velocidades: a corrente livre do vento (U_∞), a velocidade média sobre a turbina (U') e a velocidade no plano 2 (Fig. 3.2) do volume de controle maior (U_2). A velocidade do vento que atinge a turbina aumenta à medida que a rotação também aumenta, e analisando o gráfico nota-se que quando a velocidade angular tende ao infinito, esta velocidade média que atinge o rotor tende a velocidade do vento livre. A velocidade U_2 é menor que U' e é diretamente proporcional à velocidade sobre a turbina.

A Fig. 5.6.b apresenta a pressão agindo antes (P_3) e depois (P_4) da turbina, e a pressão atmosférica. Observa-se que a pressão P_3 é maior que a pressão atmosférica, enquanto a pressão P_4 é menor que a atmosférica. Isto evidencia a presença do arrasto sobre a turbina. Nota-se também que a pressão diminui antes da turbina e aumenta depois da turbina conforme tsr aumenta. Quando esta razão de velocidade tende ao infinito, a pressão antes e depois do rotor aproxima-se da pressão atmosférica.

A Fig. 5.7 apresenta a média das forças agindo sobre a turbina durante uma rotação completa. Após aplicar esta média durante uma rotação completa, observa-se que as forças na direção perpendicular do escoamento é nula, existindo então apenas força na direção do movimento do ar. Esta força média aumenta linearmente com a velocidade angular.

A Fig. 5.8 mostra o coeficiente de arrasto sobre o rotor em função do número de Reynolds. O coeficiente de arrasto decai não linearmente, como esperado. Isto ocorre porque este coeficiente de arrasto sobre o rotor é proporcional a força de arrasto, a qual aumenta linearmente, e inversamente proporcional ao quadrado da velocidade do vento.

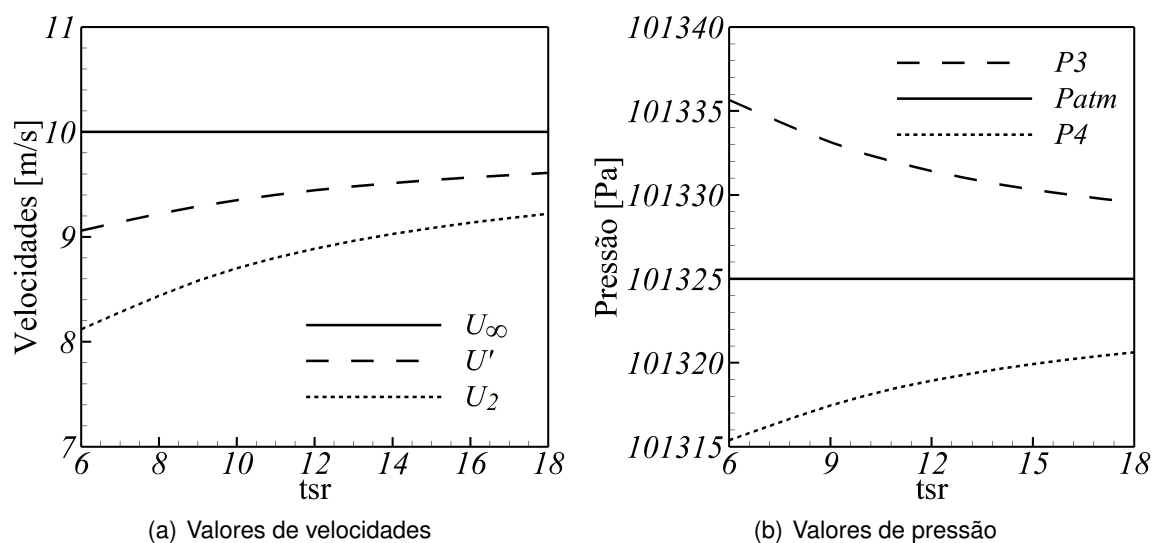


Figura 5.6 – Velocidades resultantes e distribuição da pressão para vários valores de tsr .

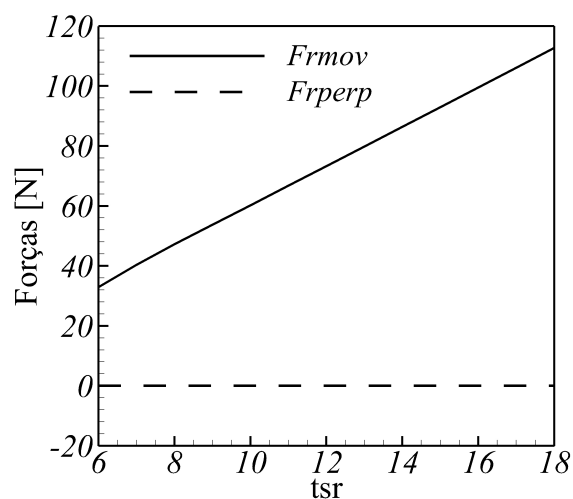


Figura 5.7 – Força resultante média para vários valores de tsr .

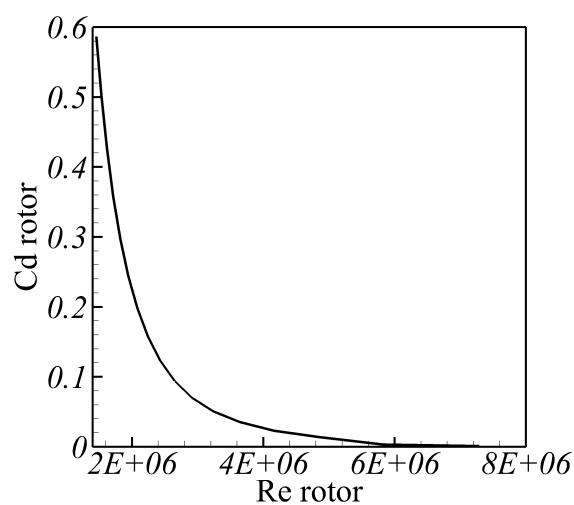


Figura 5.8 – Coeficiente de arrasto sobre o rotor em função do Número de Reynolds.

As Figs. 5.9.a e 5.9.b apresentam os ângulos γ e β devidos à distorção das linhas de corrente ao redor do rotor. É esperado que à medida que a velocidade angular diminui, as linhas de corrente sofrem menos distorção, e quando a rotação angular é nula, ambos os ângulos atinjam zero. Por outro lado, quanto maior a velocidade angular, maior será a distorção das linhas de corrente em torno do rotor.

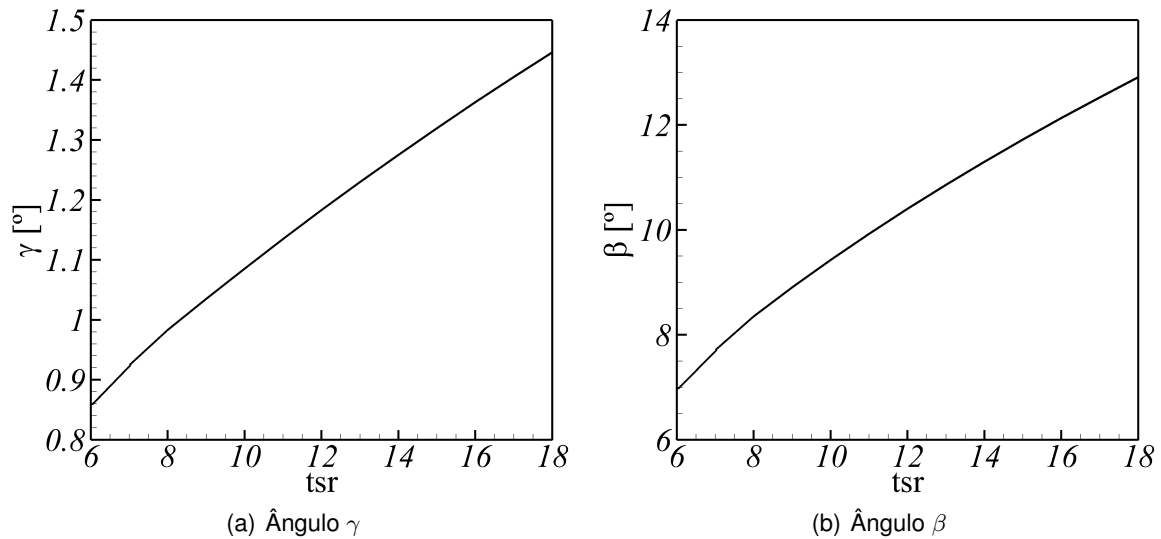


Figura 5.9 – Ângulos gerados devido a distorção do escoamento em torno da turbina para vários valores de tsr .

Feita a análise dos resultados para uma turbina eólica de eixo vertical, a seção a seguir apresentará resultados à análise integral de turbinas eólicas de eixo horizontal.

5.2 Resultados modelo integral HAWT

Para aplicar a modelagem integral serão utilizados dados geométricos e experimentais da turbina eólica OWW, 250 kW de potência nominal, instalada na área de testes do Centro Brasileiro de Energia Eólica em Olinda (LEITE; ARAÚJO, 2007). Esta turbina possui 30 metros de altura e 29 metros de diâmetro. A Fig. 5.10 apresenta o comprimento da corda c e o ângulo de torção λ em função do raio r .

A Fig. 5.11 apresenta as curvas dos coeficientes de sustentação C_l e de arrasto C_d em função do ângulo de ataque para o perfil utilizado na turbina OWW (LEITE; ARAÚJO, 2007), coeficientes estes que serão utilizadas no modelo integral.

Foram simuladas diversas condições do escoamento, onde a razão de velocidade tsr , que é razão entre a velocidade wR na ponta da pá e a velocidade da corrente livre U_∞ , varia

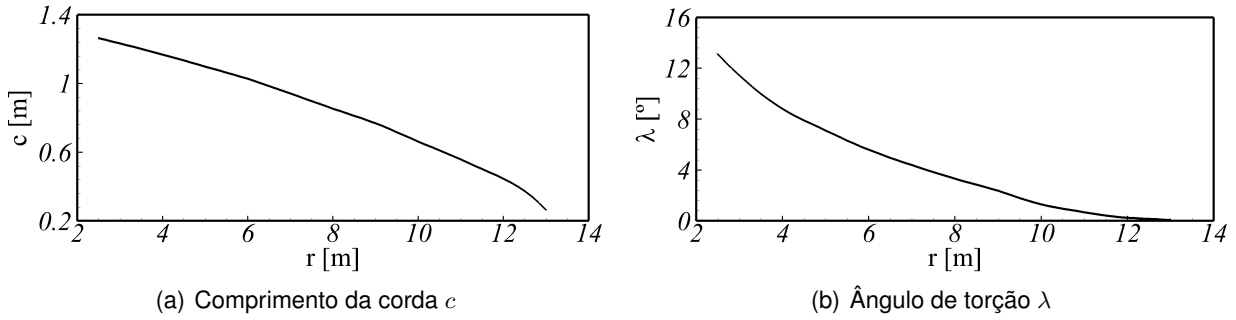


Figura 5.10 – Dados geométricos da pá da turbina OWW em função do raio r (LEITE; ARAÚJO, 2007).

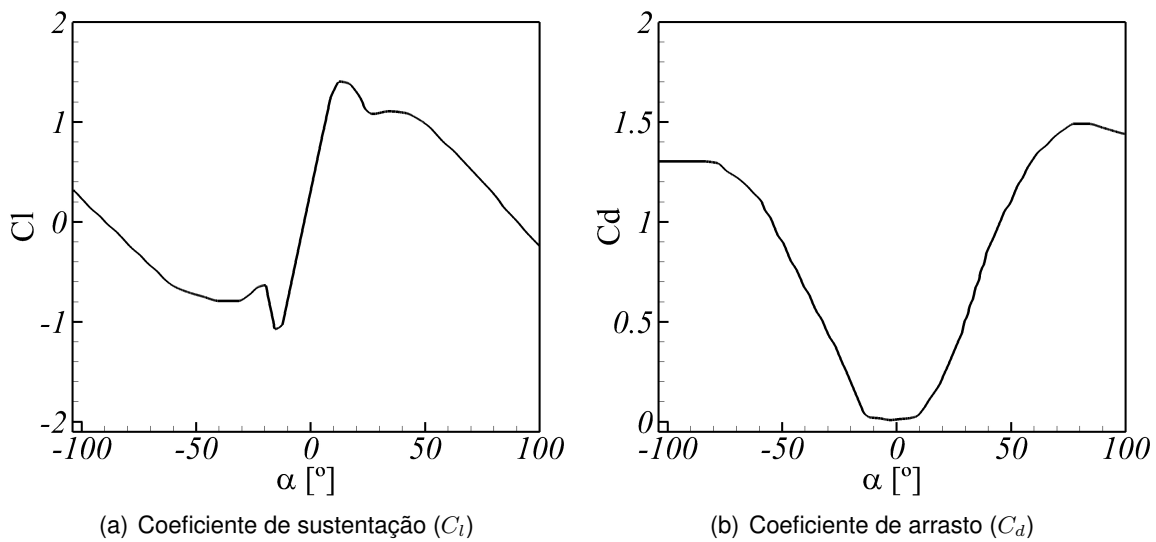


Figura 5.11 – Coeficiente experimentais em função do ângulo de ataque α para o perfil da turbina OWW para vários números de Reynolds (LEITE; ARAÚJO, 2007).

entre 1 e 11. Essa faixa é, geralmente, a faixa de operação de uma turbina de eixo horizontal. Foi considerado um rotor de 3 pás, muito comum em fazendas eólicas. Para variar a razão de velocidade tsr foi fixada a velocidade do vento $U_\infty = 7,0 \text{ m/s}$ e variou-se a velocidade de rotação ω da turbina. E por fim considerou-se a densidade do ar, com $\rho = 1,225 \text{ Kg/m}^3$.

A seguir serão apresentados os resultados obtidos com o método iterativo proposto na formulação integral de uma turbina de eixo horizontal no Cap. III. Para entender o que acontece com as variáveis do problema serão apresentados resultados para quatro diferentes tsr , entre $tsr = 1$ e $tsr = 4$, variando de 1 em 1. E no final será apresentada a curva do coeficiente de potência para todas as tsr simuladas no presente trabalho.

A Fig. 5.12 apresenta os fatores de interferência a e a' em função do raio da pá adimensional r/R , onde r é a distância do início da pá até o ponto de análise e R é o raio total da pá. Nota-se que o fator de interferência axial a segue a tendência de diminuir conforme o raio

aumenta, exceto para o caso onde $tsr = 4$, em que a curva decresce e depois cresce novamente até um pico máximo e novamente diminui. Pode-se dizer então que o fator de interferência axial a , ou seja, a desaceleração da corrente livre U_∞ é maior na base da pá, provavelmente devida à robustez desta parte, região onde os perfis apresentam o maior comprimento de corda. Esta desaceleração tende a aumentar ao longo do raio conforme a rotação da turbina aumenta. Pode-se ainda observar que o fator a é menor na ponta da pá, região onde o comprimento da corda é menor. Com relação ao fator de interferência tangencial a' mostra que o aumento da velocidade na direção tangencial devida a rotação da turbina é maior no começo da pá e tende a diminuir com uma característica exponencial ao longo do raio. Isso ocorre porque na base da pá a corda é maior e o ângulo de torção também é maior, o que acarreta em uma maior injeção de momento angular da turbina para o fluido próximo ao eixo do rotor também devido a robustez desta parte da pá.

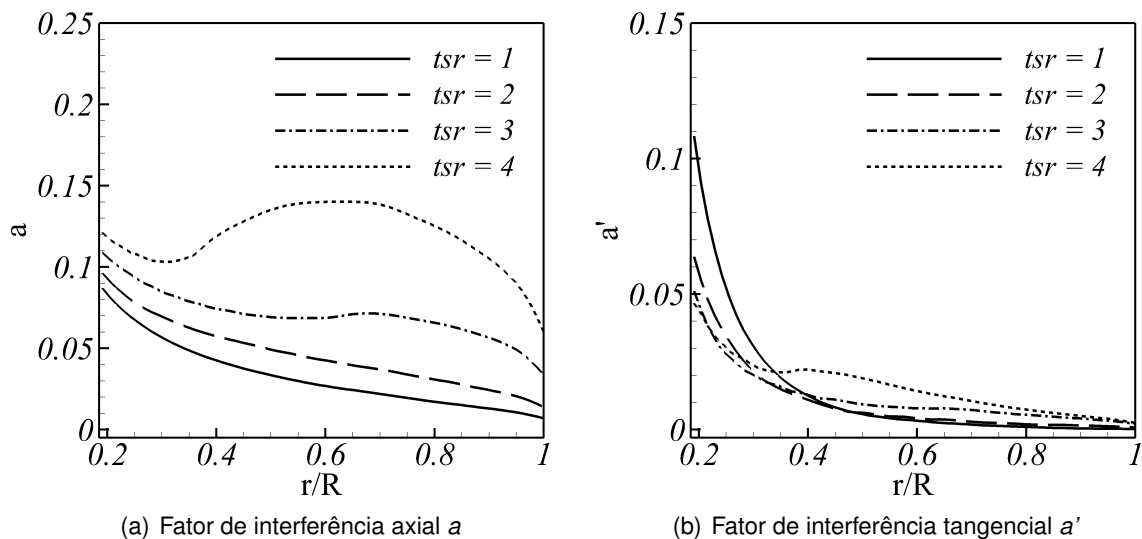


Figura 5.12 – Fatores de interferência em função de r/R para vários valores de tsr .

A Fig. 5.13.a apresenta a velocidade resultante V sobre a pá em função de r/R para os diferentes valores de tsr . Esta velocidade resultante aumenta conforme o raio cresce pelo fato da velocidade tangencial wr aumentar. Também é evidente que quanto maior a tsr , maior é esta resultante V , uma vez que a velocidade angular é maior. Já a Fig. 5.13.b apresenta o ângulo de ataque α sobre a pá em função de r/R para os diferentes valores de tsr . Como o ângulo de ataque α é inversamente proporcional ao arco-tangente da velocidade tangencial, o qual aumenta conforme raio aumenta, então este ângulo diminui quanto maior for o raio, e ainda, conforme a rotação do rotor aumenta o ângulo de ataque também diminui. Generalizando, quanto maior a velocidade na direção tangencial a corda da pá, menor será o ângulo de ataque, como esperado.