



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
ENGENHARIA ELETRÔNICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

FERNANDA DE OLIVEIRA LIMA

**DESENVOLVIMENTO DE FILTROS DE SINAIS DE
MICRO-ONDAS UTILIZANDO LINHAS DE MICROFITA
NA BANDA L**

PATOS DE MINAS
2017

FERNANDA DE OLIVEIRA LIMA

**DESENVOLVIMENTO DE FILTROS DE SINAIS DE
MICRO-ONDAS UTILIZANDO LINHAS DE MICROFITA
NA BANDA L**

Trabalho apresentado como requisito
para aprovação na disciplina de Trabalho de
Conclusão de Curso II do curso de Engenharia
Eletrônica e de Telecomunicações da
Universidade Federal de Uberlândia – Campus
Patos de Minas.

Orientador: Prof. Dr. André Luiz Aguiar da Costa

PATOS DE MINAS
2017

FERNANDA DE OLIVEIRA LIMA

DESENVOLVIMENTO DE FILTROS DE SINAIS DE MICRO-ONDAS UTILIZANDO LINHAS DE MICROFITA NA BANDA L

Trabalho apresentado como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso II do curso de Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações da Universidade Federal de Uberlândia – Campus Patos de Minas.

Patos de Minas, 15 de dezembro de 2017.

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. André Luiz Aguiar da Costa
Universidade Federal de Uberlândia
Orientador

Prof. Dr. Alexandre Coutinho Mateus
Universidade Federal de Uberlândia
Examinador

Prof. Dr. Pedro Luiz Lima Bertarini
Universidade Federal de Uberlândia
Examinador

Agradecimentos

Agradeço a todos aqueles que me acompanharam ao longo desse percurso e que de alguma forma contribuíram para a sua concretização.

Agradeço primeiramente a minha família, em especial aos meus pais Fernando e Edla e minha irmã Luísa pelo apoio incondicional e compreensão nos momentos de ausência. A minha madrinha Fabrícia pelo carinho e amizade.

Ao Antonildes pela paciência e companheirismo durante esses anos.

Ao meu orientador Prof. Dr. André Luiz pelos conselhos de amigo e por todo conhecimento compartilhado ao longo dessa caminhada.

Aos meus amigos de graduação, que compartilharam comigo todas as dificuldades e tornaram esse caminho mais leve.

A toda comunidade da Universidade Federal de Uberlândia - *Campus* Patos de Minas que contribuiu para o meu desenvolvimento profissional e pessoal, o meu MUITO OBRIGADA!

Resumo

Os filtros são dispositivos largamente utilizados em qualquer tipo de sistema aplicado às telecomunicações. Por isto este trabalho propõe a construção de filtros de sinais de micro-ondas utilizando linhas de microfita e linhas de microfita acopladas, na banda L. Nele são abordados todas as etapas da construção de um filtro iniciando pelas funções de transferência e funções de amplitude quadrática dos filtros de Butterworth e Chebyshev, em seguida são discutidos o projeto de filtros passivos de cada um dos tipos de filtros abordados e, por fim, os projetos de filtros passa baixa e passa faixa utilizando dispositivos de micro-ondas. Neste trabalho também são discutidas as etapas dos métodos utilizado na construção dos filtros, sendo eles o *Stepped-Impedance* para filtros passa baixa e linhas de microfita acopladas para filtros passa faixa. Além de dissertar sobre as *microstrips*, guia de onda utilizado neste trabalho.

Palavras chave: Filtros de micro-ondas, filtros passa baixa, filtros passa faixa, microfita, linhas de microfita acopladas.

Abstract

Filters are devices widely used in any type of system applied to telecommunications. Based on that, this work studies the construction of microwave signal filters using microstrip and coupled lines in the L-band. All construction stages of a filter presented hereafter, beginning from the transference functions and the amplitude-squared of Butterworth e Chebyshev filters, followed by the discussion of passive filter design of each one of the filters taken into the study and finally low and band pass filter designs using microwave devices. This work also discusses the filter constructing methodology phases used to construct filters, being: Stepped-Impedance for low pass filters and microstrip and coupled line for band pass filters, and describes the microstrips, waveguide used hereinto.

Key-words: Microwave filters, low pass filters, band pass filters, microstrips, coupled line microstrips.

Lista de Figuras

Figura 1- Resumo da história dos sistemas de comunicação.	12
Figura 2 - Resposta ideal para cada tipo de filtro.....	14
Figura 3 - Resumo das transformação dos filtros.....	19
Figura 4 - Geometria de uma linha de microfita..	22
Figura 5 - Filtro passa-baixa a <i>microstrip stepped-impedance</i>	24
Figura 6 - Circuitos T equivalentes para uma seção de linhas de transmissão.	24
Figura 7 - Geometria de uma <i>microstrip</i> com linhas acopladas.....	26
Figura 8 - Circuito equivalente de seções de linhas acopladas	27
Figura 9 - Circuitos equivalentes para as equações de um filtro passa faixa de linhas acopladas.	30
Figura 10 - Esquemático do filtro passa baixa passivo Butterworth.....	40
Figura 11 – Resposta em frequência dos filtros passa baixa passivo Butterworth.	41
Figura 12 - Filtro Butterworth a <i>microstrip</i>	42
Figura 13 - Resposta em frequência dos filtros de Buterworth a <i>microstrip</i>	42
Figura 14 - Esquemático do filtro passa baixa passivo Chebyshev com 0,2 dB de <i>ripple</i>	43
Figura 15 - Resposta em frequência dos filtros passa baixa passivo Chebyshev com 0,2 dB de <i>ripple</i>	44
Figura 16 - Filtro Chebyshev com 0,2 dB de <i>ripple</i> a <i>microstrip</i>	44
Figura 17 - Resposta em frequência dos filtros de Chebyshev 0,2 dB <i>ripple</i> a <i>microstrip</i>	45
Figura 18 - Esquemático do filtro passa faixa passivo Butterworth.	46
Figura 19 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa passivo Butterworth.....	47
Figura 20 - Esquemático do filtro passa faixa passivo Chebyshev.	47
Figura 21 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa passivo Chebyshev.	48
Figura 22 - Parâmetros do <i>Ansoft Designer SV2</i>	49
Figura 23 - Circuito com linhas acopladas para o filtro passa faixa Butterworth com o substrato FR4 - Tipo I.	50
Figura 24 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Butterworth.com substrato FR4 – Tipo I.....	50

Figura 25 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Chebyshev.0,2 dB de <i>ripple</i> e substrato FR4 – Tipo I	51
Figura 26 - Polos do sistema.	62
Figura 27 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Butterworth substrato Alumina.	68
Figura 29 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Chebyshev.0,2 dB de <i>ripple</i> e substrato Alumina	69
Figura 30 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Butterworth e substrato Duroid 6010.	70
Figura 31 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Chebyshev.0,2 dB de <i>ripple</i> e substrato Duroid 6010.....	71
Figura 32 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Butterworth e substrato FR4 – Tipo II.	72
Figura 33 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Chebyshev.0,2 dB de <i>ripple</i> e substrato FR4 – Tipo II.	73

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Faixas de frequência de micro-ondas.	13
Tabela 2 - Valores dos coeficientes do filtro de Butterworth.	16
Tabela 3 - Coeficientes do filtro Chebyshev para <i>ripple</i> de 0,2 dB.....	17
Tabela 4 - Valores L e C normalizados para frequência.....	40
Tabela 5 - Valores de C e L desnormalizados para impedância.	40
Tabela 6 - Valores de W e ℓ das microstrips para filtros Butterworth	42
Tabela 7 - Valores de W e ℓ das microstrips dos filtros Chebyshev	45
Tabela 8 - Propriedades dos sustratos utilizados nas simulações.	48
Tabela 9 - Valores calculados para o filtro com linhas acopladas Butterworth de ordem 3.	49
Tabela 10 – Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Butterworth com substrato FR4 – Tipo I	51
Tabela 11 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Chebyshev 0,2dB de ripple com substrato FR4 – Tipo I.....	52
Tabela 12 - Denominadores de filtros passa baixa Butterworth na sua forma fatorada.	63
Tabela 13 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Butterworth com substrato Alumina.	68
Tabela 14 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Chebyshev 0,2dB de <i>ripple</i> com substrato Alumina.....	69
Tabela 15 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Butterworth com substrato Duroid 6010.....	70
Tabela 16 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Chebyshev 0,2dB de <i>ripple</i> com substrato Duroid 6010.	71
Tabela 17 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Butterworth com substrato FR4 – Tipo II.....	72
Tabela 18 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Chebyshev 0,2dB de <i>ripple</i> com substrato FR4 – Tipo II.	73

Lista de abreviaturas e siglas

BPF	Band Pass Filter	Filtro passa banda
GHz	Giga Hertz	
HF	High Frequency	Alta Frequência
HTS	High-Temperature Superconductor	Supercondutores de alta temperatura
Hz	Hertz	
LPF	Low Pass Filter	Filtro passa baixa
LTCC	Low Temperature Cofired Ceramics	Cerâmicas curadas em baixa temperatura
MEMS	Microelectromechanical System	Sistemas microeletromecânicos
MHz	Mega Hertz	
MMIC	Monolithic Microwave Integrated Circuit	Circuitos integrados de micro-ondas
RF	Radio frequency	Rádio Frequência
TE	Transverse Electric	Transversal Elétrico
TEM	Transverse Electromagnetic	Transversal Elétrico Magnético
TM	Transverse Magnetic	Transversal Magnético
UHF	Ultra High Frequency	
VHF	Very High Frequency	

Sumário

Agradecimentos.....	iv
Resumo.....	v
Abstract	vi
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas.....	x
Lista de abreviaturas e siglas.....	xi
Sumário	xii
Capítulo 1	9
Introdução.....	9
1.1 Breve histórico da evolução das telecomunicações	11
1.2 Proposta de estudo e organização do trabalho	12
Capítulo 2	14
Teoria dos filtros analógicos	14
2.1 Filtros passa baixa	15
2.1.1 Filtros Butterworth.....	16
2.1.2 Filtros Chebyshev	17
2.2 Filtros passa faixa.....	18
Capítulo 3	21
Guias de ondas.....	21
3.1 Linhas de microfita (<i>microstrips</i>).....	21
3.2 Método <i>Stepped-Impedance</i> para filtros passa baixa	24
3.3 Linhas de microfitas acopladas para filtros passa faixa	26
Capítulo 4	39
Resultados e Simulações	39
4.1 Filtros passa baixa utilizando <i>microstrips</i>	39
4.2 Filtros passa faixa utilizando linhas acopladas	46
Capítulo 5	53
Conclusões.....	53
Referências	54
ANEXO A - Parâmetros ABCD de alguns circuitos úteis de duas portas	56
ANEXO B - Conversões entre parâmetros de duas portas.....	57
APÊNDICE A – Função de amplitude quadrática	58
APÊNDICE B – Cálculo dos polinômios para o filtro Butterworth	61
APÊNDICE C - Cálculo dos polinômios para o filtro Chebyshev	65
APÊNDICE D - Resultados dos filtros passa faixa.....	68

Capítulo 1

Introdução

Os filtros têm desempenhado um importante papel nos circuitos eletrônicos aplicados aos sistemas de telecomunicações, desde os circuitos mais básicos até os mais avançados, existentes nos sistemas atuais [1]. A partir de 1910 com a disseminação dos sistemas de telefonia, uma nova tecnologia capaz de demultiplexar e detectar sinais presentes em uma determinada faixa de frequência, modificou drasticamente o cenário das telecomunicações e contribuiu de forma decisiva para desenvolvimento e para as pesquisas dos filtros [1]. Em 1915 o pesquisador alemão Wagner, introduziu um novo método utilizado no projeto de filtros. Tais filtros tornaram-se conhecidos como filtros de Wagner [2]. Simultaneamente aos estudos de Wagner, nos Estados Unidos da América, Cabell desenvolveu um outro método, conhecido como método de parâmetros de Imagem [1].

Após os avanços de Wagner e Cabell muitos outros pesquisadores notáveis, tais como: Zobel, Foster, Cauer e Norton desenvolveram um estudo sistemático sobre o projeto de filtros, utilizando circuitos aglomerados compostos por capacitores e indutores. Subsequentemente, um método preciso para o projeto de filtros foi proposto pelos pesquisadores, e tal método apresentava dois passos [1]. O primeiro passo consistia em determinar a função de transferência do filtro (atendendo as especificações do projeto), e o segundo passo consistia em sintetizar o circuito elétrico a partir da resposta em frequência da função de transferência encontrada no primeiro passo. Tal método mostrou-se eficiente e superior aos demais métodos, de tal forma que até hoje este método é utilizado nos projetos de filtros aplicados a sistemas de telecomunicações mais recentes [1]. Rapidamente os projetos de filtros se expandiram dos circuitos ressonadores aglomerados para circuitos de elementos distribuídos, tais como: elementos coaxiais, guias de ondas e linhas de microfita (*microstrips*) [1].

Ainda em 1939, Richtmeyer reportou que uma das principais vantagens apresentadas pelos ressonadores (construídos a partir de elementos distribuídos) era o tamanho relativamente pequeno e elevado fator de qualidade. Entretanto, os materiais disponíveis perdiam a estabilidade devido a temperatura, tornando tais filtros inviáveis

para aplicações práticas. Já em 1970 o desenvolvimento de materiais cerâmicos com boa estabilidade térmica tornou os filtros projetados a partir de materiais dielétricos aplicáveis na prática[1].

O surgimento de novos materiais, de novos processos de fabricação, e da necessidade de miniaturização dos circuitos, incluindo os circuitos integrados de micro-ondas (MMIC, *monolithic microwave integrated circuit*), sistemas *microeletromecânicos* (MEMS, *microelectromechanical system*), supercondutores de alta temperatura (HTS, *high-temperature superconductor*) e cerâmicas curadas em baixa temperatura (LTCC, *low-temperature cofired ceramics*) estimularam o desenvolvimento de estruturas "planares" capazes de operar como linhas de transmissão, conhecidas como linhas de microfita ou *microstrips*[3].

As *microstrips* são ditas planares, pois são constituídas por uma fita condutora colocada na superfície de um material dielétrico que se encontra sobre um plano terra. Ou seja, a largura de uma *microstrips* aplicada a um substrato pode ser utilizada para controlar ou até mesmo obter uma determinada impedância. Além disso, as *microstrips* são aplicadas em diferentes sistemas de telecomunicações, como por exemplo radares, projeto de circuitos eletrônicos integrados, instrumentos e dispositivos eletrônicos na faixa das micro-ondas, sistemas de comunicações via satélite, entre outros [3].

Outra importante aplicação das *microstrips* é o projeto de filtros utilizados nos sistemas de telecomunicações na faixa das micro-ondas (300MHz até 300GHz), as quais, apresentam comprimentos de ondas entre 1 m e 1 mm, incluindo as ondas eletromagnéticas milimétricas (30 GHz até 300GHz) que apresentam comprimentos de ondas entre 1 mm a 10 mm.

Recentes estudos [4] mostram que as ondas milimétricas apresentam grande potencial para substituir as atuais e saturadas frequências (700MHz até 2.6GHz) dos sistemas de comunicações sem fio. Uma vez que, a simples migração dos serviços comunicações sem fio para faixa das ondas milimétricas permitirá maiores alocações de banda passante, o que se traduz diretamente em elevadas taxas de transmissão de dados em comparação com as atuais. Entretanto, independentemente da faixa de frequência de operação, ou da geração da tecnologia sem fio utilizada, o emprego das *microstrips* para o projeto de filtros ainda será necessário e de grande importância [4].

1.1 Breve histórico da evolução das telecomunicações

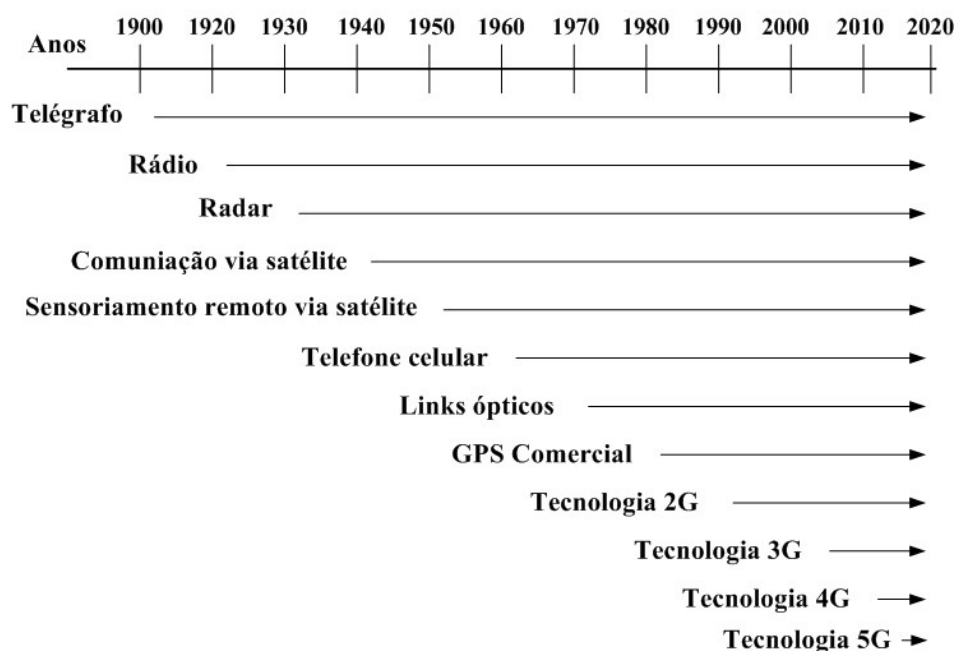
Cientistas e matemáticos, no século XIX, fundamentaram a base das telecomunicações e da tecnologia sem fio, o qual atingiu todos os aspectos da sociedade moderna [5]. No século XIX, o físico e matemático escocês James Clerk Maxwell postulou, apenas por considerações matemáticas, a propagação das ondas eletromagnéticas e o conceito de que a luz era um fenômeno eletromagnético, apresentando as chamadas equações de Maxwell, que se unificou com os estudos de Lorentz, Fadaray, Ampere e Gauss [5] [6]. Entretanto, apenas alguns anos depois, um professor de física alemão, chamado Heinrich Hertz entendeu a teoria publicada por Maxwell e realizou um conjunto de experimentos práticos que demonstravam a geração, propagação e recepção de radiofrequência em laboratório, os quais validaram todo o trabalho teórico de Maxwell. Por este feito, Hertz ficou conhecido como o pai do rádio e a unidade de frequência é representada por Hz, em homenagem ao seu trabalho [6]. Após alguns anos, um jovem italiano, Guglielmo Marconi, desenvolveu um método comercial de transmissão e recepção de informações, que permitia a transferência de informações de um continente a outro sem a presença de conexões físicas [5].

Contudo foi com a chegada da Segunda Guerra Mundial que a teoria e os estudos acerca das tecnologias de radiofrequência receberam atenção especial devido à grande necessidade de comunicação. Nos Estados Unidos, o Laboratório de Radiação foi estabelecido no Instituto de Tecnologia de Massachusetts para fomentar estudos práticos e teóricos dos radares. Neste trabalho surgem também experimentos de componentes de redes de micro-ondas, tais como guias de onda, antenas de micro-ondas e teorias de acoplamento [7]. Estes estudos foram de grande importância no âmbito das telecomunicações, e ainda hoje possuem aplicações em sistemas de micro-ondas.

Os sistemas de micro-ondas ainda são, até os dias atuais, muito utilizados nas telecomunicações, já que suas aplicações são diversas e trouxeram grande impacto na sociedade moderna. Entre tais aplicações podemos citar desde transmissão via satélite a radares civis e militares [8].

A evolução dos sistemas de telecomunicações é ainda um processo constante e a Figura 1 ilustra a evolução dos sistemas de comunicação a cada década, ao longo do século XX.

Figura 1- Resumo da história dos sistemas de comunicação.



FONTE:[6], 2002 (Modificado)

Todos os sistemas de comunicação apresentados na Figura 1 compartilham o espectro eletromagnético, de forma que cada tecnologia está alocada em uma determinada faixa de frequência. No entanto, não há como imaginar qualquer sistema de telecomunicações com moderada complexidade que não utilize um filtro em sua configuração, visto que o espectro eletromagnético é limitado e ainda assim precisa ser compartilhado. Na engenharia elétrica há diversos tipos de filtros e pode-se citar a utilização desses dispositivos desde a área de telecomunicações a sistemas de energia [3] [9].

1.2 Proposta de estudo e organização do trabalho

Levando em consideração a importância dos filtros em qualquer sistema de comunicação, e diante da grande utilização dos sistemas de micro-ondas nas telecomunicações, este trabalho tem por objetivo o estudo do projeto de filtros passa baixa (LPF, *low pass filter*) e filtros passa banda (BPF, *band pass filter*) utilizando *microstrips*, na banda L. A banda L localiza-se na faixa de frequências das micro-ondas, de acordo com a Tabela 1.

Será abordado neste trabalho de conclusão de curso a teoria sobre filtros analógicos, suas funções de amplitude quadráticas e de transferências, o estudo das *microstrips* e linhas acopladas, o método de fabricação de filtros conhecidos como

Stepped Impedance, além de simulações de projetos desses filtros do tipo Butterworth e Chebyshev

Tabela 1 - Faixas de frequência de micro-ondas.

Designação	Faixa de frequência (GHz)
HF	0,003 – 0,03
VHF	0,03 – 0,3
UHF	0,3 – 1,0
Banda L	1,0 – 2,0
Banda S	2,0 - 4,0
Banda C	4,0 – 8,0
Banda X	8,0 – 12,0
Banda Ku	12,0 – 18,0
Banda K	18,0 – 27,0
Banda Ka	27,0 – 40,0
Milimétrica	40,0 – 300,0
Sub-milimétrica	> 300,0

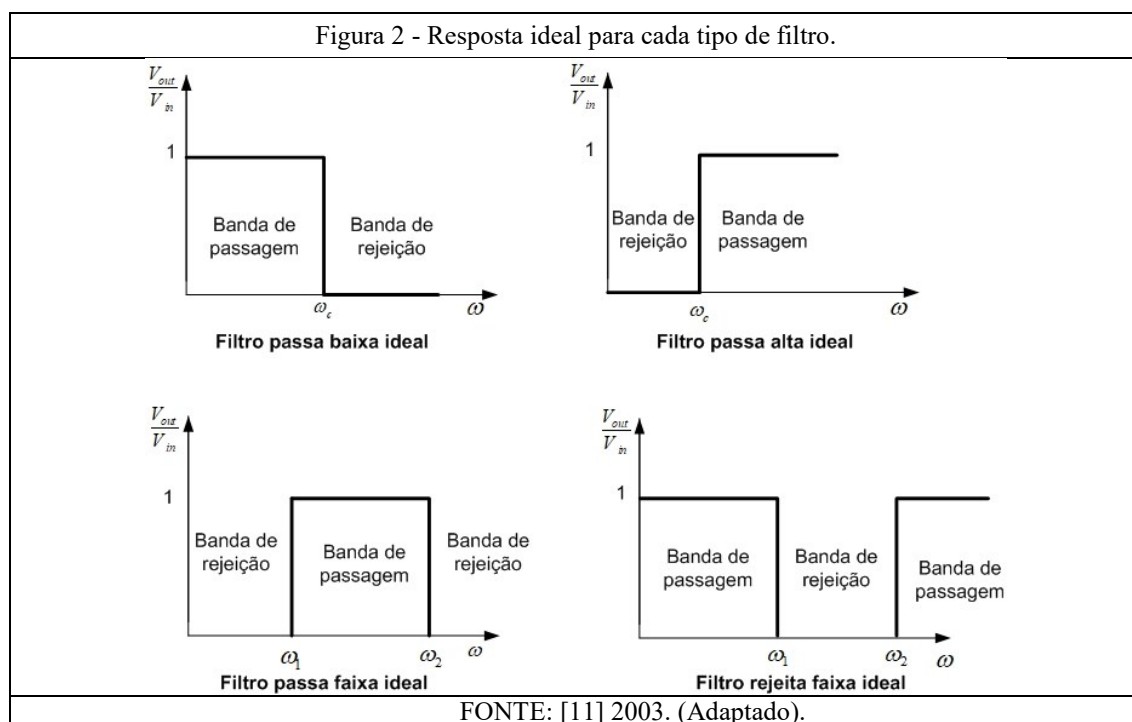
Este trabalho está organizado da seguinte maneira: o Capítulo 2 aborda a teoria relacionada aos filtros passivos, apresentando sua função de transferência bem como os polinômios necessários para a sua construção e a transformação necessária para os filtros passa faixa. O Capítulo 3 trata sobre guias de onda, apresentando os aspectos gerais das linhas de microfita e as linhas de microfita acopladas, dispositivos essenciais utilizados para o desenvolvimento deste trabalho. O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos nas simulações dos filtros, tanto em componentes passivos, quanto em *microstrip* e linhas de microfita acopladas além de apresentar os passos utilizados para o projeto de cada um dos filtros propostos. O Capítulo 5 discute as considerações finais e estudos futuros deste trabalho. O Apêndice A trata do cálculo da forma geral para a função de amplitude quadrática. O Apêndice B mostra a função de transferência e de amplitude quadrática dos filtros Butterworth, assim como o Apêndice C discute a função de transferência de um filtro Chebyshev. O Apêndice D traz alguns resultados obtidos com as simulações dos filtros estudados. E os Anexos A e B tratam de transformações necessárias para o melhor entendimento das *microstrips*

Capítulo 2

Teoria dos filtros analógicos

Os filtros podem ser usados para modificar ou manipular o espectro de frequência de um sinal elétrico, de acordo com requerimentos pré-determinados. Geralmente, os filtros elétricos recebem um sinal de entrada e geram um sinal de saída a partir da função correspondente a este filtro. De acordo com o sinal de entrada, sinal de saída ou mesmo das operações internas realizadas pelos circuitos, os filtros podem se classificar também em filtros analógicos e digitais [10].

Os filtros analógicos podem ser separados em filtros passa-baixa, passa-alta, passa-banda e rejeita faixa. Todos eles fazem uso de elementos passivos para executar determinadas tarefas em sinais analógicos, definidos ao longo de um intervalo contínuo de frequências. Entretanto cada um desses filtros citados anteriormente, tem suas respectivas características de amplitude ideais. Tais características, representadas na Figura 2, não podem ser realizadas na prática e, por isso, na construção de um filtro real, estes sistemas podem ser construídos de forma que mais se aproximem dessas características ideais [11] [12].



Além da classificação dos filtros já discutida anteriormente, os filtros analógicos também podem ser classificados em ativos ou passivos. Os filtros ativos, em geral, são formados por amplificadores operacionais com resistências e capacitores, já os filtros passivos são compostos pela combinação de dispositivos passivos tais como: resistores, indutores e capacitores [1] [11]. É possível caracterizar um filtro de acordo com sua resposta em frequência que pode ser obtida, inicialmente, com sua função de transferência e sua função de amplitude quadrática que serão especificadas nas próximas seções. [11].

Como este trabalho é embasado na construção de filtros passivos, este capítulo abordará os primeiros passos necessários para o projeto de um filtro. A princípio será usado o filtro analógico passa-baixa, abordado na Seção 2.1, que pode ser usado como base para que os outros tipos de filtros possam ser construídos. Posteriormente, na Seção 2.2 será abordado os filtros passa faixa e as transformações necessárias de um filtro passa baixa para passa faixa. Além disso, nesse capítulo serão discutidos os filtros de Butterworth e Chebyshev, nas seções (2.1) e (2.2), respectivamente.

2.1 Filtros passa baixa

Os filtros passa baixa permitem que apenas sinais abaixo de uma frequência determinada (frequência de corte) passem para a saída, rejeitando todos os sinais com frequências superiores, conforme abordado na Figura 2.

A primeira etapa para o projeto de um filtro analógico passa-baixa é encontrar a função de amplitude quadrática adequada, dada por $A^2(\omega)$.

$$A^2(\omega) = \frac{b_0}{a_k \omega^{2k} + a_{k-1} \omega^{2k-1} + \dots + a_0} \quad (2.1)$$

Em que b_0 é o ganho DC do filtro, a_k representa os coeficientes dos filtros e k é o inteiro positivo que denota a ordem do filtro [11].

A função de amplitude quadrática representa o módulo da função de transferência, e para que a encontremos é preciso manipular a função de transferência $G(s)$, de maneira que:

$$A^2(\omega) = G(s) \cdot G(-s) \big|_{s=j\omega} \quad (2.2)$$

Dado que o quadrado da magnitude de um número complexo pode ser escrito como o número e o seu próprio conjugado complexo (2.2), pode-se então representar a magnitude A como:

$$(j\omega)^* = -(j\omega) \quad (2.3)$$

$$A^2(\omega) = |G(j\omega)|^2 = G(j\omega) \cdot G^*(j\omega) = G(j\omega) \cdot G(-j\omega) \quad (2.4)$$

Entretanto, nem todas as funções de amplitude quadrática podem ser decompostas em funções racionais de $G(s)$ e $G(-s)$ pois somente funções de ω , positivas para todo ω e outras funções apropriadas podem satisfazer a Equação (2.2) [11].

Os cálculos baseados em exemplos para a forma geral da função de amplitude quadrática dos filtros passa baixa estão dispostos no APÊNDICE A – Função de amplitude quadrática [11].

2.1.1 Filtros Butterworth

O filtro Butterworth foi proposto em 1930 pelo engenheiro britânico S. Butterworth. Este tipo de filtro se caracteriza por sua resposta plana, sem ondulações na banda de passagem, e por esta razão, este filtro também é chamado de filtro máximo. É um filtro bastante utilizado devido à sua simplicidade, isto é, quando o requisito de filtragem não for muito exigente [13].

Para a construção de um filtro de Butterworth, devemos considerar, inicialmente, seus coeficientes dados pela Tabela 2.

Tabela 2 - Valores dos coeficientes do filtro de Butterworth.

Ordem	R_{fonte}	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
1	1,0	2,0000						
2	1,0	1,4142	1,4142					
3	1,0	1,0000	2,0000	1,0000				
4	1,0	0,7654	1,8478	1,8478	0,7654			
5	1,0	0,6180	1,6180	2,0000	1,6180	0,6180		
6	1,0	0,5176	1,4142	1,9319	1,9319	1,4142	0,5176	
7	1,0	0,4450	1,2470	1,8019	2,0000	1,8019	1,2470	0,4450

Os coeficientes da Tabela anterior são calculados a partir da função de amplitude quadrática de um filtro. A função de amplitude quadrática de um filtro passa-baixa de Butterworth é dada por [11]:

$$A^2(\omega) = \frac{1}{(\omega/\omega_c)^{2k} + 1} \quad (2.5)$$

Em que ω_c é a frequência de corte e k a ordem do filtro, que é dada por um inteiro positivo. É válido ressaltar que se ω é igual a zero o ganho do $A^2(0)$ é unitário, ao passo que se $\omega = \omega_c$, o ganho será $1/\sqrt{2}$ ou -3 dB [14].

Os polos de um filtro Butterworth encontram-se igualmente espaçados e dispostos em um círculo de raio ω_c , que são divididos em partes de $2\pi/2k$ rad. Assim, se k for ímpar, os polos começam em 0 rad e se k for par começam em $2\pi/2k$ rad. Porém, independentemente do valor de k os polos são distribuídos simetricamente respeitando o eixo $j\omega$ [11].

Os cálculos relativos a função de transferência do filtro de Butterworth, encontram-se dispostos no APÊNDICE B – Cálculo dos polinômios para o filtro Butterworth.

2.1.2 Filtros Chebyshev

O filtro de Chebyshev recebe este nome em consequência de suas características matemáticas serem oriundas dos polinômios de Chebyshev. Se comparado a um filtro de Butterworth de mesma ordem, um filtro Chebyshev tem uma menor região de transição, isto ocorre devido às ondulações existentes na sua banda de passagem, estas ondulações são proporcionais à ordem do filtro [13].

Assim como o filtro de Butterworth, o filtro Chebyshev possui coeficientes a serem adotados durante o seu projeto. Entretanto estes coeficientes variam de acordo com o *ripple* adotado pelo projetista. Neste caso, o *ripple* adotado para o projeto dos filtros de Chebyshev foi de 0,2 dB. Dessa maneira, os coeficientes deste filtro são apresentados a seguir na Tabela 3.

Tabela 3 - Coeficientes do filtro Chebyshev para *ripple* de 0,2 dB.

Ordem	R_{fonte}	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
1	1,0	0,4342						
2	1,0	1,0378	0,6746					
3	1,0	1,2275	1,1525	1,2275				
4	1,0	1,3028	1,2844	1,9762	0,8468			
5	1,0	1,3394	1,3370	2,1661	1,3370	1,3394		
6	1,0	1,3598	1,3632	2,2395	1,4556	2,0974	0,8838	
7	1,0	1,3723	1,3782	2,2757	1,5002	2,2757	1,3757	1,3723

A função de amplitude quadrática de um filtro Chebyshev é dada por:

$$A^2(\omega) = \frac{\alpha}{1 + \varepsilon^2 + C_k^2(\omega/\omega_c)} \quad (2.6)$$

Em que: ω_c é a frequência de corte e ε^2 o *ripple*.

Os cálculos pertinentes a função de transferência do filtro Chebyshev estão dispostos no APÊNDICE C - Cálculo dos polinômios para o filtro Chebyshev

2.2 Filtros passa faixa

Os filtros passa faixa são dispositivos que permitem a passagem de frequências em uma certa faixa e atenua as frequências fora dessa faixa pré-definida, como mostrado na Figura 2. Estes filtros possuem uma frequência de corte inferior (ω_1) e superior (ω_2) e uma frequência central (ω_0) e pode ser concebido a partir dos coeficientes, dados na Tabela 1 e Tabela 2, e de algumas transformações de filtros passa baixa.

No entanto, os valores dos coeficientes nas tabelas citadas dos filtros passa baixa são determinados para uma resistência de fonte (R_s) e de carga (R_L) igual a um, além da frequência de corte $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$. Para que sejam calculados os valores dos elementos dos filtros passa faixa, é necessário que se faça um escalonamento de impedância e frequência, dessa maneira os componentes dos filtros podem ser obtidos por [7]:

$$L' = R_0 L \quad (2.7)$$

$$C' = \frac{C}{R_0} \quad (2.8)$$

$$R'_s = R_0 \quad (2.9)$$

$$R'_L = R_0 R_L \quad (2.10)$$

Consideremos ω_1 e ω_2 como faixas de frequência da banda passante de um filtro passa faixa, logo uma resposta de banda passante pode ser obtida por meio da seguinte transformação de frequência [7]:

$$\omega \leftarrow \frac{\omega_0}{\omega_1 - \omega_2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (2.11)$$

Onde

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad (2.12)$$

A Equação ((2.12) refere-se a largura de banda fracionada para um filtro passa faixa, ω_0 é a frequência central e pode ser calculada como a média aritmética entre ω_1 e ω_2 . Entretanto, as equações se tornam mais simples se usarmos a média geométrica, dada por

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} \quad (2.13)$$

Quando possuímos um indutor no filtro passa baixa, para um filtro passa faixa ele é transformado em um circuito LC série e seus elementos podem ser calculados com as equações as seguir

$$L'_k = \frac{L_k}{\Delta\omega_0} \quad (2.14)$$

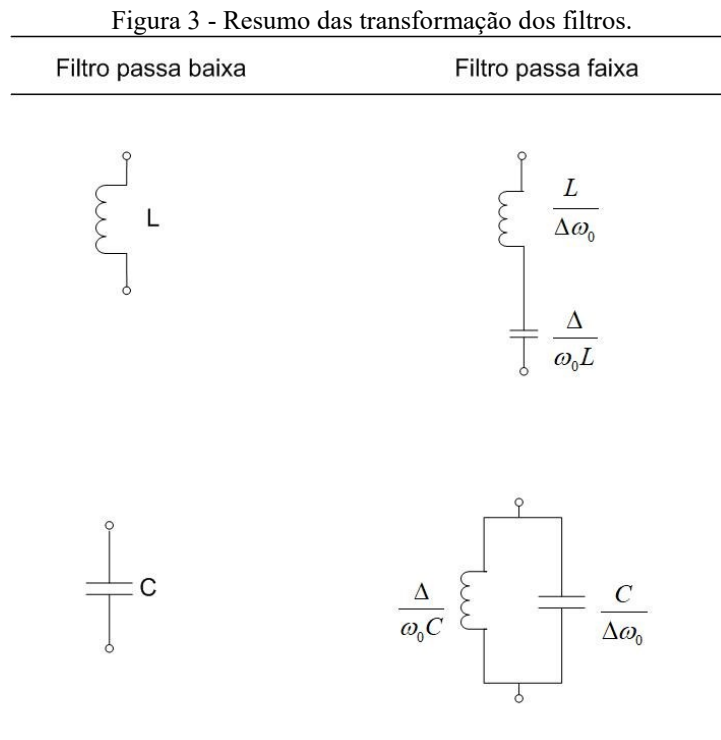
$$C'_k = \frac{\Delta}{\omega_0 L_k} \quad (2.15)$$

Já quando temos um capacitor no filtro, este é transformado em um circuito LC paralelo, e as equações passam a ter os seguintes elementos

$$L'_k = \frac{\Delta}{\omega_0 C_k} \quad (2.16)$$

$$C'_k = \frac{C_k}{\Delta\omega_0} \quad (2.17)$$

De maneira simplificada, a transformação de filtros passa baixa para filtros passa faixa ocorre como exposto na Figura 3.



FONTE:[7] 2012. (Adaptado)

Contudo, é importante ressaltar que os valores das transformações descritos na Figura 3 não levam em consideração o escalonamento de impedância mostrado nas Equações (2.7), (2.8), (2.9) e (2.10).

Assim, os componentes passivos de um filtro passa faixa feito a partir da transformação de uma filtro passa baixa podem ser escritos para dois casos:

Transformação de um indutor para um circuito LC série:

$$L'_k = \frac{L_k R_0}{\Delta \omega_0} \quad (2.18)$$

$$C'_k = \frac{\Delta}{\omega_0 L_k R_0} \quad (2.19)$$

Transformação de um capacitor para um circuito LC paralelo

$$L'_k = \frac{\Delta R_0}{\omega_0 C_k} \quad (2.20)$$

$$C'_k = \frac{C_k}{\Delta \omega_0 R_0} \quad (2.21)$$

Capítulo 3

Guias de ondas

O desenvolvimento dos guias de ondas e outras linhas de transmissão para a transmissão de baixa perda de potência foi um grande avanço para a engenharia de micro-ondas [7]. De modo geral, um guia de onda pode ser definido como uma estrutura capaz de direcionar a propagação da onda eletromagnética [15]. Estas estruturas podem ter diferentes formatos, com diferentes geometrias (retangulares, cilíndricas, etc.) e diferentes meios de propagação (dielétrico, vácuo, etc.) dependendo da sua aplicação e da sua faixa de frequência de operação [16].

Os sinais com frequências altas são usualmente transmitidos em meio confinado, para que as perdas possam ser amenizadas. De forma geral, os guias de ondas são em forma de tubos metálicos contendo ar em seu interior, um dielétrico ou até mesmo o vácuo [16]. Entretanto, também podemos citar como guias de ondas as fibras ópticas, os cabos coaxiais, as *striplines*, *microstrips*, guias de onda coplanares e vários outros tipos de guias com diferentes geometrias relacionadas [7].

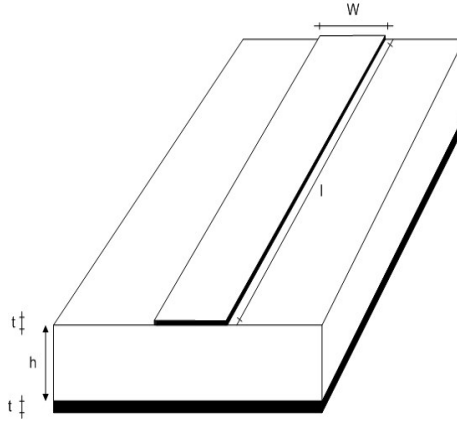
Neste capítulo será apresentado a *microstrip e coupled line*, guias de ondas utilizados no desenvolvimento dos filtros de micro-ondas neste trabalho, além da apresentação do método *Stepped-Impedance Low-Pass filters e coupled line filters*

3.1 Linhas de microfita (*microstrips*)

As *microstrips* são uma das classes de estruturas de linhas de transmissão planares mais populares que podem ser fabricadas em placas de circuito impresso. Estas estruturas são de fácil miniaturização e podem se integrar muito bem com outros dispositivos de micro-ondas [7].

Este tipo de guia de onda é composto por uma linha condutora com largura W e altura t impressa em um substrato dielétrico fino e aterrado de espessura h e uma permissividade relativa do material ϵ_r [3]. A Figura 4 ilustra a geometria de uma *microstrip*.

Figura 4 - Geometria de uma linha de microfita..



FONTE: A autora.

Para o projeto de uma *microstrip* é necessário determinar o comprimento ℓ da *microstrip* e a sua largura W , uma vez que a permissividade elétrica ϵ_r e sua altura h do dielétrico já são definidas pelo fabricante do substrato a ser utilizado [17].

Para a análise da propagação dos campos eletromagnéticos em uma *microstrip* dois meios devem ser considerados, uma vez que há presença do ar na parte superior e inferior do dielétrico [3]. Por esta razão os campos em uma *microstrip* constituem uma onda TE-TM híbrida [7]. Levando em consideração que o campo entre a linha condutora e o plano aterrado não estão completamente compreendidos no substrato, o modo de propagação ao longo da faixa não será então puramente TEM, será considerado um campo *quas*-TEM [18].

Assumindo o modo de propagação quase-TEM, a velocidade de fase em uma *microstrip* será dada por:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (3.1)$$

Em que ϵ_{eff} é a constante dielétrica efetiva e c a velocidade da luz.

Sendo assim, dadas as dimensões da linha *microstrip*, a impedância característica pode ser calculada considerando dois casos distintos. O primeiro caso deve ser considerado se a razão entre a largura e a altura da *microstrip* for menor ou igual a 1, já o segundo caso é considerado se esta razão for maior ou igual a 1.

Caso $W/h \leq 1$

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \ln \left(\frac{8d}{W} + \frac{W}{4d} \right) \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \cdot \left[\left(1 + 12 \cdot \frac{h}{W} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,04 \left(1 - \frac{W}{h} \right)^2 \right] \quad (3.3)$$

Caso $W/h \geq 1$

$$Z_0 = \frac{120 \cdot \pi}{\sqrt{\varepsilon_{ff}} [W/d + 1,393 + 0,667 \cdot \ln(W/d + 1,44)]} \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_{ff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 12 d/W}} \quad (3.5)$$

Dada a impedância característica Z_0 e a constante dielétrica ε_r , a relação entre a largura da *microstrip* e altura do dielétrico, W/h , é dado pelas relações a seguir:

Caso 1: $W/h < 2$

$$\frac{W}{h} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} \quad (3.6)$$

Em que A é dado por

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\varepsilon_r + 1}{2}} + \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \left(0,23 - \frac{0,11}{\varepsilon_r} \right) \quad (3.7)$$

Caso 2: $W/h > 2$

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} \left[B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\varepsilon_r}{2\varepsilon_r} \left\{ \ln(B - 1) + 0,39 - \frac{0,61}{\varepsilon_r} \right\} \right] \quad (3.8)$$

Em que B é dado por:

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (3.9)$$

Contudo, é importante ressaltar que as fórmulas abordadas anteriormente são válidas apenas quando a espessura do condutor for quase desprezível, ou seja, quando essa espessura for $t/h \leq 0,005$.

Quando a espessura do condutor não for considerada desprezível, é necessário corrigir a largura da *microstrip* utilizando um fator de correção dado como W_{eff} , desde que: $t < h$ e $t < W/2$. A razão entre a largura da microfita e a altura de dielétrico utilizando o fator W_{eff} é feita sobre duas condições mostradas a seguir:

Caso 1: $W/h \geq 1/2\pi$

$$\frac{W_{eff}}{h} = \frac{W}{h} + \frac{t}{\pi h} \left(1 + \ln \frac{2h}{t} \right) \quad (3.10)$$

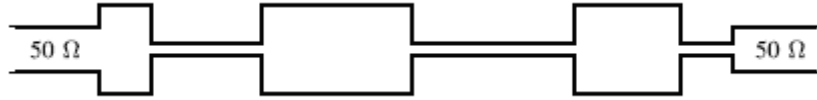
Caso 2: $W/h \leq 1/2\pi$

$$\frac{W_{eff}}{h} = \frac{W}{h} + \frac{t}{\pi h} \left(1 + \ln \frac{4\pi W}{t} \right) \quad (3.11)$$

3.2 Método *Stepped-Impedance* para filtros passa baixa

O *Stepped-Impedance* é um método relativamente simples que auxilia no projeto de filtros passa-baixa em *microstrip* ou em *stripline* [7]. Estes filtros são populares por sua facilidade de implementação, baixo custo e por ocuparem pouco espaço [19]. Para a construção de filtros a *microstrip* é necessário a utilização de seções de linhas de impedância característica alternadas entre alta impedância e baixa impedância [7], como apresentado na Figura 5.

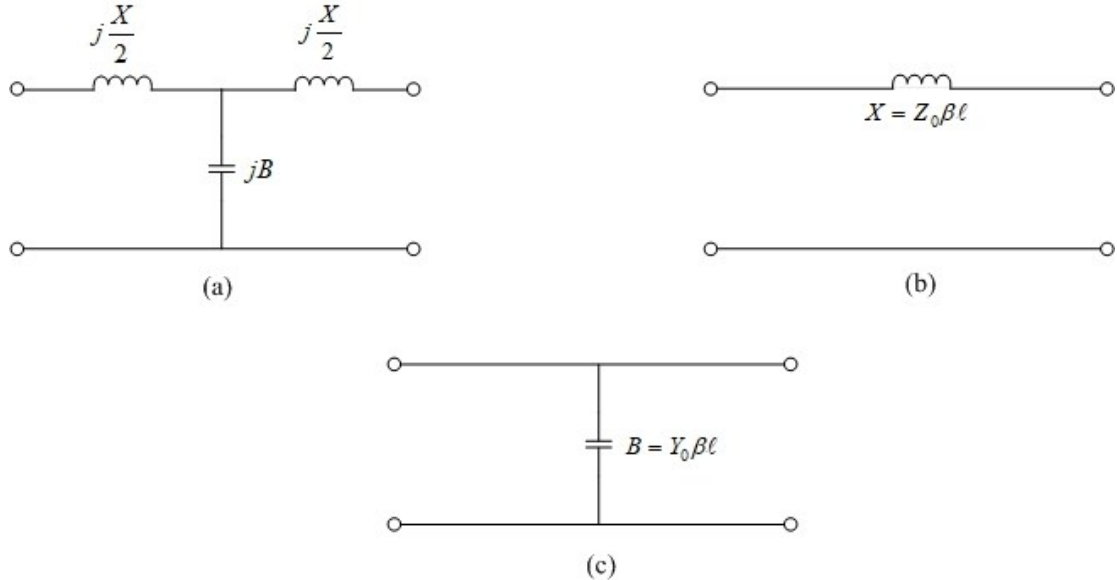
Figura 5 - Filtro passa-baixa a *microstrip stepped-impedance*.



FONTE:[19] 2016. (Adaptado)

Para encontrar os circuitos equivalentes aproximados para cada seção de linha de transmissão com baixa e alta impedância, é utilizado o circuito equivalente T, dado na Figura 6 [19].

Figura 6 - Circuitos T equivalentes para uma seção de linhas de transmissão.



Circuito T equivalente para cada seção b) e c) Aproximações de linha curtas para cada seção

FONTE:[7] 2012. (Adaptado)

Os parâmetros ABCD de um comprimento ℓ da linha com uma certa impedância característica Z_0 são apresentados no ANEXO A. Para encontrar parâmetros de impedância, o ANEXO B deverá ser consultado [7]. Desse modo, tem-se que:

$$A = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}$$

$$C = \frac{1}{Z_{21}}$$

$$Z_{11} = A \cdot Z_{11} \Rightarrow A \cdot \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{A}{C}$$

$$Z_{11} = Z_{22} = \frac{A}{C} = -jZ_0 \cot(\beta\ell)$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{C} = -jZ_0 \csc(\beta\ell)$$

Os elementos série do circuito T equivalente são:

$$Z_{11} - Z_{12} = -jZ_0 \left(\frac{\cos\beta\ell - 1}{\sin\beta\ell} \right) = -jZ_0 \tan(\beta\ell) \quad (3.12)$$

Se $\beta\ell < \pi/2$ teremos uma reatância positiva, que caracteriza o indutor. Ao passo que se o elemento tiver reatância negativa ele será caracterizado como um capacitor [7]. Assim teremos o circuito equivalente mostrado na Figura 6.a, em que:

$$\frac{X}{2} = Z_0 \tan\left(\frac{\beta\ell}{2}\right) \quad (3.13)$$

$$B = \frac{1}{Z_0} \sin\left(\frac{\beta\ell}{2}\right) \quad (3.14)$$

Se for assumido um comprimento de linha curto, por exemplo $\beta\ell < \pi/4$, e uma impedância característica alta, é possível reduzir as Equações **Erro! Fonte de referência não encontrada.**(**Erro! Fonte de referência não encontrada.**) para:

$$X \cong Z_0 \beta\ell \quad (3.15)$$

$$B \cong 0 \quad (3.16)$$

Desta maneira, em um filtro passa-baixa, os indutores em série podem ser substituídos por uma impedância alta [19].

Em contrapartida, para um curto comprimento de linha e uma pequena impedância característica, as Equações **Erro! Fonte de referência não encontrada.** podem ser reduzida para:

$$X \cong 0 \quad (3.17)$$

$$B \cong Y_0 \beta \ell \quad (3.18)$$

Estas equações representam os capacitores, que podem ser substituídos por uma baixa impedância.

Como mencionado anteriormente, para o projeto de filtros passa-baixa os indutores e capacitores podem ser substituídos por linhas de alta e baixa impedância, de forma que os indutores podem ser seções de linha de alta impedância ($Z_0 = Z_h$) e os capacitores de baixa impedância ($Z_0 = Z_\ell$) [7].

Assim, o arranjo das Equações (3.15) e (3.16) possibilita que os comprimentos do indutor e do capacitor sejam calculados respectivamente como:

$$\beta \ell = \frac{LZ_0}{Z_h} \quad (3.19)$$

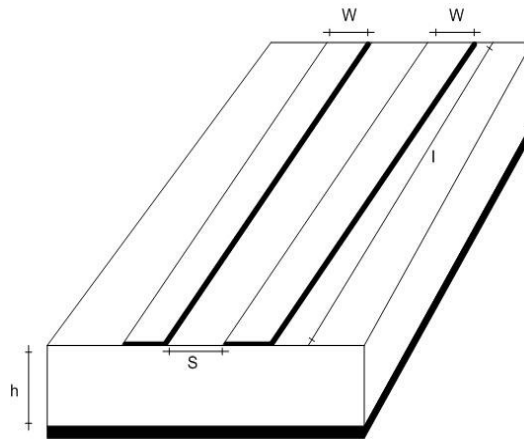
$$\beta \ell = \frac{CZ_\ell}{Z_0} \quad (3.20)$$

Em que Z_0 representa a impedância do filtro, L e C são os polinômios normalizados tratados no Capítulo 2.

3.3 Linhas de microfitas acopladas para filtros passa faixa

Nos circuitos de micro-ondas, as linhas de transmissão são utilizadas basicamente de duas formas: para carregar informações de um ponto a outro e/ou para representar elementos de circuitos passivos, tais como transformadores de impedância, linhas de atraso, acopladores e filtros [20]. Há diferentes tipos de configurações para as seções de linhas de transmissão e guias de ondas. Estas configurações possibilitam o uso de linhas de transmissão acopladas para a aplicação da devida funcionalidade e desempenho dos circuitos de elementos passivos em micro-ondas [21]. A configuração de linhas acopladas consiste em duas linhas de transmissão localizadas próximas e paralelas uma da outra, como mostrado na Figura 7.

Figura 7 - Geometria de uma *microstrip* com linhas acopladas.

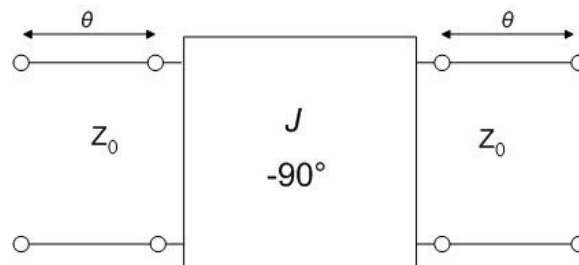


FONTE: [20] 2007. (Adaptado)

Quando linhas de transmissão não blindadas estão próximas, a energia pode ser acoplada de uma linha à outra em virtude da interação dos campos eletromagnéticos. Essas linhas podem ser chamadas de linhas acopladas e normalmente consiste em dois ou mais condutores próximos entre si [7]. Devido ao acoplamento dos campos magnéticos, as linhas acopladas podem suportar dois modos de propagação diferentes e essa característica pode ser utilizada para implementar vários acopladores direcionais e híbridos e filtros de micro-ondas [21].

Os filtros passa faixa podem ser construídos com seções de linhas acopladas, como citado anteriormente. A Figura 8 mostra o circuito equivalente para uma única seção de linha acoplada e, para encontrar as equações de projeto desse método, é necessário calcular a impedância de imagem e a constante de propagação do circuito equivalente, mostrando que são aproximadamente iguais aos da seção de linha acoplada para $\theta = \pi / 2$, o que corresponderá à frequência central da resposta de passagem de banda [7].

Figura 8 - Circuito equivalente de seções de linhas acopladas



FONTE:[7] 2012. (Adaptado)

Os parâmetros da matriz ABCD do circuito da Figura 8 podem ser calculados utilizando as matrizes de transmissão ABDC dispostas no ANEXO A - Parâmetros ABCD de alguns circuitos úteis de duas portas.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\theta & jZ_0 \sin\theta \\ \frac{j \sin\theta}{Z_0} & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -j/J \\ -jJ & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & jZ_0 \sin\theta \\ \frac{j \sin\theta}{Z_0} & \cos\theta \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \right) \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta & j \cdot \left(JZ_0^2 \sin^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{J} \right) \\ j \cdot \left(\frac{1}{JZ_0^2} \sin^2\theta - J \cos^2\theta \right) & \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \right) \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Os parâmetros ABCD da admitância inversa são obtidos ao considerarmos $1/4$ do comprimento de onda da impedância característica $1/J$. A impedância do circuito equivalente será dada por:

$$Z_i = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{JZ_0^2 \sin^2\theta - \left(\frac{\cos^2\theta}{J} \right)}{\frac{1}{JZ_0^2} \sin^2\theta - J \cos^2\theta}} \tag{3.22}$$

A expressão acima pode ser reduzida utilizando $\theta = \frac{\pi}{2}$, desse modo temos:

$$\sqrt{\frac{JZ_0^2}{1}} \Rightarrow Z_i = JZ_0^2 \tag{3.23}$$

A impedância também pode ser encontrada pelo cálculo da impedância de imagem (em que as portas 1 e 3 são simétricas) [7], temos que Z_i pode ser dado por:

$$Z_i = \frac{1}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) \tag{3.24}$$

A constante de propagação também pode ser escrita de duas formas, como descrito a seguir:

$$\cos\beta = A = \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \right) \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \tag{3.25}$$

$$\cos\beta = \sqrt{\frac{Z_{11}Z_{33}}{Z_{13}^2}} = \frac{Z_{11}}{Z_{13}} = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \cdot \cos\theta \tag{3.26}$$

Igualando as impedâncias de imagem dadas nas Equações (3.23) e (3.24) e as constantes de propagação dadas nas Equações (3.25) e (3.26) temos:

$$\frac{1}{2}(Z_{0e} - Z_{0o}) = JZ_0^2 \tag{3.27}$$

$$\frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{Z_{0e} - Z_{0o}} = JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \quad (3.28)$$

Em que assumimos que $\sin \theta \cong 1$ para θ próximo de $\frac{\pi}{2}$.

As igualdades das Equações (3.27) e (3.28) podem ser resolvidas para as impedâncias de linhas em modo par (Z_{0e}) e ímpar (Z_{0o})

$$Z_{0e} = 2Z_0^2 + Z_{0o} \quad (3.29)$$

$$Z_{0o} = Z_{0e} - 2JZ_0^2 \quad (3.30)$$

Substituindo (3.27) em (3.28) temos:

$$\begin{aligned} \frac{2JZ_0^2 + Z_{0o} + Z_{0o}}{2JZ_0^2 + Z_{0o} - Z_{0o}} &= JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \\ \frac{2JZ_0^2 + 2Z_{0o}}{2JZ_0^2} &= JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \Rightarrow \frac{2(JZ_0^2 + Z_{0o})}{2(JZ_0^2)} = JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \\ JZ_0^2 + Z_{0o} &= \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \right) \cdot (JZ_0^2) \\ JZ_0^2 + Z_{0o} &= J^2Z_0^3 + \frac{JZ_0^2}{JZ_0} \Rightarrow JZ_0^2 + Z_{0o} = J^2Z_0^3 + Z_0 \\ Z_{0o} &= J^2Z_0^3 + Z_0 - JZ_0^2 \\ Z_{0o} &= Z_0 \cdot [1 - JZ_0 + (JZ_0)^2] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Substituindo (3.30) em (3.28) temos:

$$\begin{aligned} \frac{Z_{0e} + Z_{0e} - 2JZ_0^2}{Z_{0e} - (Z_{0e} - 2JZ_0^2)} &= JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \\ \frac{2Z_{0e} - 2JZ_0^2}{2JZ_0^2} &= JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \\ Z_{0e} - 2JZ_0^2 &= \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \right) \cdot JZ_0^2 \Rightarrow Z_{0e} = J^2Z_0^3 + \frac{JZ_0^2}{JZ_0} + JZ_0^2 \\ Z_{0e} &= Z_0 \cdot [1 + JZ_0 + (JZ_0)^2] \end{aligned} \quad (3.32)$$

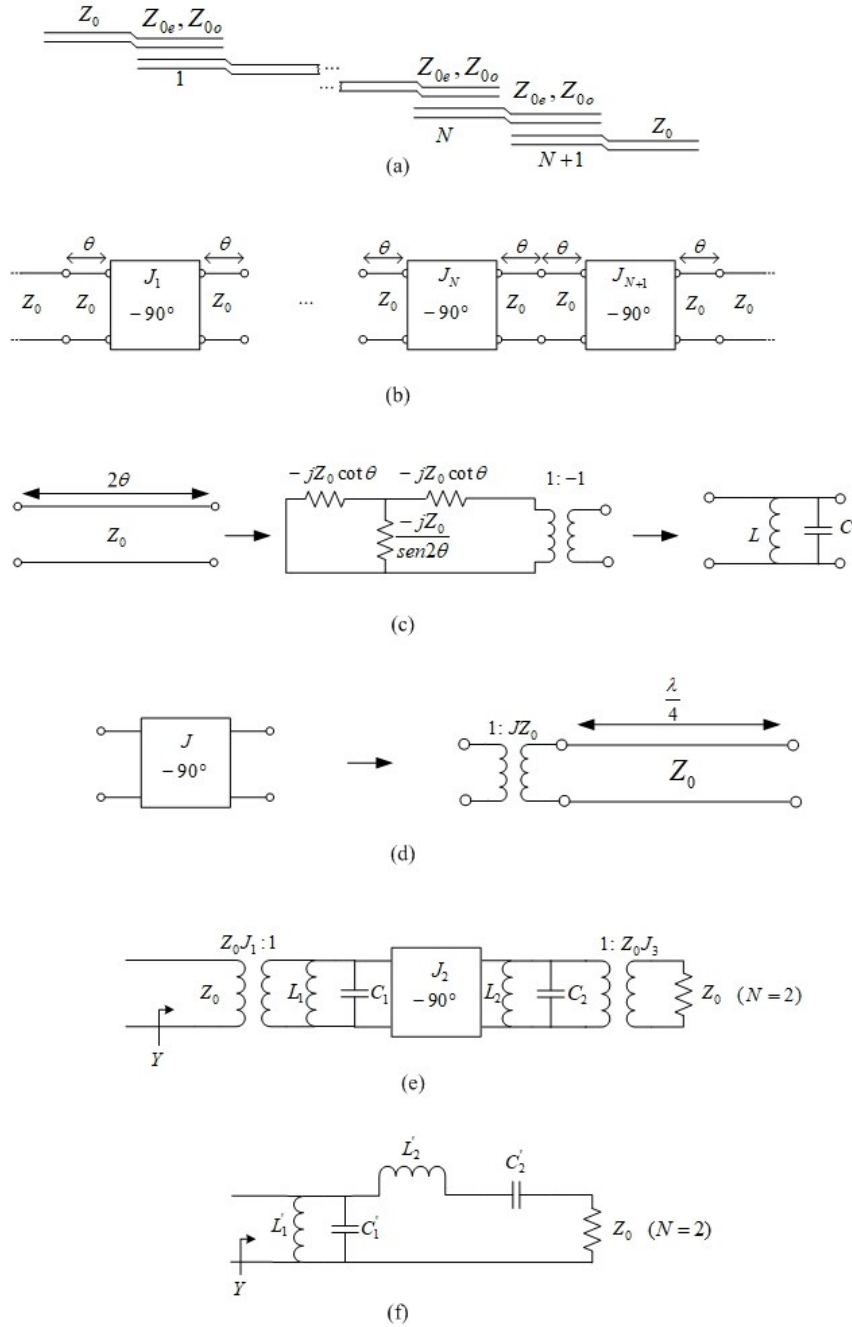
Desse modo, as equações foram resolvidas para as impedâncias de linha de modo par e ímpar, dadas pelas Equações (3.31) e (3.32).

Consideremos agora um filtro passa faixa composto de N+1 seções de linhas de acoplamento, mostrado na Figura 9.a. em que as seções de linhas da seguir estão

enumeradas da esquerda para a direita, sendo que a carga se localiza a direita. Contudo o filtro também pode ser montado em ordem inversa, sem prejuízo ao resultado final da sua resposta [7].

Dado que cada seção de linha acoplada possui um circuito equivalente, como o circuito da Figura 8, o circuito equivalente da cascata é mostrado na Figura 9 b. No meio de dois inversores consecutivos, há uma seção de linha de transmissão que dispõe de 2θ de comprimento. Esta linha é de aproximadamente $\lambda/2$ nas proximidades da região de banda de passagem do filtro passa faixa e possui um circuito equivalente aproximado que constitui-se de um circuito ressonador LC paralelo, como exposto na Figura 9c [7].

Figura 9 - Circuitos equivalentes para as equações de um filtro passa faixa de linhas acopladas.



(a) Layout de um filtro passa faixa de linhas acopladas. (b) Circuito equivalente da Figura 8 para cada secção de linha acoplada. (c) Circuitos equivalentes para os inversores de admitância. (d) Usando os resultados de (c) e (d) para o caso $N=2$. (e) Circuito de um filtro passa faixa com indutores e capacitores ($N=2$).

FONTE:[7] 2012. (Adaptado)

Para encontrar a matriz de transmissão desse circuito mostrado em (c), o primeiro passo é encontrar os parâmetros para o circuito T equivalente ideal e o transformador que, por sua vez, causa a inversão de fase como mostrado na Figura 9 .c.

Os parâmetros de impedância desses circuitos podem ser escritos numa matriz de parâmetros ABCD. O circuito equivalente T pode ter como referência uma rede de duas portas que podem ser definidas por meio das Equações (3.33) e (3.34) [7].

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \dots \\ \dots & & & \dots \\ Z_{N1} & \dots & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_N \end{bmatrix} \Rightarrow [V] = [Z] \cdot [I] \quad (3.33)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$V_1 = I_1 Z_{11} - I_2 Z_{12} \quad (3.35)$$

$$V_2 = I_1 Z_{21} - I_2 Z_{22} \quad (3.36)$$

Para que A, B, C e D sejam encontrados serão utilizadas as Equações (3.35) e (3.36)

$$\begin{aligned} A &= \frac{V_1}{V_2} \text{ para } I_2 = 0 \Rightarrow \frac{Z_{11}}{Z_{21}} \\ B &= \frac{V_1}{I_2} \text{ para } V_2 = 0 \Rightarrow \frac{Z_{11}^2 - Z_{12}^2}{Z_{21}} \\ C &= \frac{I_1}{V_2} \text{ para } I_2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{Z_{21}} \\ D &= \frac{I_1}{I_2} \text{ para } V_2 = 0 \Rightarrow \frac{\frac{I_2 Z_{22}}{Z_{21}}}{I_2} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \text{ ou } \frac{Z_{11}}{Z_{21}} \end{aligned}$$

Já o circuito equivalente para o transformador pode ser visto no ANEXO A - Parâmetros ABCD de alguns circuitos úteis de duas portas. Dessa forma a matriz ABCD correspondente do circuito da Figura 9.c pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{12}} & \frac{Z_{11}^2 - Z_{12}^2}{Z_{12}} \\ \frac{1}{Z_{12}} & \frac{Z_{11}}{Z_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{Z_{11}}{Z_{12}} & \frac{Z_{12}^2 - Z_{11}^2}{Z_{12}} \\ -\frac{1}{Z_{12}} & -\frac{Z_{11}}{Z_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Igualando o resultado dos parâmetros da matriz ABCD com a linha de transmissão de comprimento 2θ e impedância característica Z_0 , temos os parâmetros do circuito equivalente como

$$Z_{12} = -\frac{1}{C} = \frac{jZ_0}{\sen 2\theta} \quad (3.38)$$

$$Z_{11} = Z_{22} = -Z_{12}A = -jZ_0 \cot 2\theta \quad (3.39)$$

Então a impedância em série do braço do circuito T equivalente é dada por:

$$Z_{11} - Z_{12} = -jZ_0 \frac{\cos 2\theta + 1}{\sin 2\theta} = -jZ_0 \cot 2\theta \quad (3.40)$$

O transformador de 1:-1 da Figura 9.c fornece um desvio de fase de 180° que não seria obtido somente com o circuito T, porém já que isso não afeta a resposta em amplitude do filtro, ele pode ser descartado. Para $\theta = \pi/2$ as impedâncias em série do braço do circuito são próximas de zero e podem também ser ignoradas [7]. Entretanto, a impedância Z_{12} parece ser a impedância de um circuito ressonante paralelo para $\theta = \pi/2$. Se considerarmos $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ em que $\theta = \pi/2$ na frequência central ω_0 , então tem-se que $2\theta = \beta\ell = \frac{\omega\ell}{v_p} = \frac{(\omega_0 + \Delta\omega)\pi}{\omega_0} = \pi \cdot \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)$, então a Equação (3.40) pode ser escrita para pequenos valores de $\Delta\omega$ como:

$$\begin{aligned} Z_{12} &= \frac{jZ_0}{\sin \pi \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = \frac{jZ_0}{\sin \pi \left(\frac{\omega_0 + \Delta\omega}{\omega_0}\right)} \\ \pi \left(\frac{\omega_0 + \Delta\omega}{\omega_0}\right) &= \frac{\pi \cdot \omega_0 \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)}{\omega_0} = 2\theta = \pi \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \\ Z_{12} &= -\frac{1}{C} = \frac{jZ_0}{\sin 2\theta} = \frac{jZ_0}{\sin \pi \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = \frac{-jZ_0\omega_0}{\sin \pi(\omega_0 + \Delta\omega)} \cong \frac{-jZ_0\omega_0}{\pi(\omega_0 + \Delta\omega)} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Considerando que $\omega_0 + \Delta\omega = \Delta\omega$ na frequência de ressonância:

$$\frac{-jZ_0\omega_0}{\sin \pi(\omega_0 + \Delta\omega)} = \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \frac{-jZ_0\omega_0}{\pi(\omega - \omega_0)} = \infty \quad (3.42)$$

Para calcularmos a impedância de um circuito LRC paralelo na frequência de ressonância, e considerando $\omega = \omega_0 + \Delta\omega = \Delta\omega$ temos:

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \left(\frac{1}{j\omega L} + j\omega C + \frac{1}{R} \right)^{-1} \\ Z_{in} &= \left(\frac{1}{jL(\omega_0 + \Delta\omega)} + jC(\omega_0 + \Delta\omega) + \frac{1}{R} \right)^{-1} \\ Z_{in} &= \left(\frac{1}{jL\omega_0 \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} + jC\Delta\omega + \frac{1}{R} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Para um circuito perto da ressonância, a equação acima por ser simplificada

usando uma série de expansão $\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1-(-x)} \cong 1 + (-x) + (-x)^2 \dots$

$$Z_{in} = \left(\frac{1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}{jL\omega_0} + jC\Delta\omega + \frac{1}{R} \right)^{-1}$$

$$Z_{in} = \left(\frac{\frac{\omega_0 - \Delta\omega}{\omega_0}}{jL\omega_0} + jC\Delta\omega + \frac{1}{R} \right)^{-1} \quad (3.44)$$

Manipulando o termo $\frac{\omega_0 - \Delta\omega}{jL\omega_0}$ da equação acima:

$$\frac{1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}{j\omega_0 L} \cdot \frac{(-j)}{(-j)} = \frac{-j \cdot \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)}{\omega_0 L}$$

$$\frac{-j + j \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}{\omega_0 L} = \frac{\frac{-j\omega_0 + j\Delta\omega}{\omega_0}}{\omega_0 L} = \frac{-j\omega_0 + j\Delta\omega}{\omega_0} \cdot \frac{1}{\omega_0 L}$$

$$\frac{j\Delta\omega}{\omega_0^2 L} = \frac{j\Delta\omega}{\frac{1}{LC} L} = j\Delta\omega C$$

Voltando a Equação (3.44):

$$Z_{in} = \left(jC\Delta\omega + jC\Delta\omega + \frac{1}{R} \right)^{-1} = \frac{1}{2j\Delta\omega C + \frac{1}{R}} = \frac{R}{2j\Delta\omega RC + 1}$$

Consideremos o fator de qualidade Q do circuito como $Q_0 = \omega_0 RC$, assim a impedância será:

$$Z_{in} = \frac{R}{1 + 2jQ_0 \Delta\omega/\omega_0}$$

Se $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ e $R \rightarrow \infty$, então:

$$Z_{in} = \frac{1}{j2C(\omega - \omega_0)} = \frac{1}{j2\omega_0^2 L(\omega - \omega_0)} = \frac{1}{\frac{j2(\omega - \omega_0)}{\omega_0^2 L}} = \frac{\omega_0^2 L}{j2(\omega - \omega_0)} \quad (3.45)$$

Multiplicando a Equação (3.45) pelo conjugado temos:

$$Z_{in} = \frac{-j\omega_0^2 L}{2(\omega - \omega_0)} \quad (3.46)$$

Igualando as Equação (3.41) e (3.46), encontramos os valores equivalentes de L e C

$$\begin{aligned} Z_{in} = Z_{12} &\Rightarrow \frac{-jZ_0\omega_0}{\pi(\omega - \omega_0)} = \frac{-j\omega_0^2 L}{2(\omega - \omega_0)} \\ L &= \frac{2Z_0}{\pi\omega_0} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Utilizando a igualdade $C = \frac{1}{\omega_0^2 L}$, encontramos C:

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 \frac{2Z_0}{\pi\omega_0}} \Rightarrow C = \frac{\pi}{2Z_0\omega_0} \quad (3.48)$$

Na Figura 9.b, as linhas de comprimento θ em qualquer extremidade do filtro são correspondentes a Z_0 e, por isso, podem ser ignoradas. Já os inversores J_1 e J_{N+1} podem ser representados como um transformador seguido por uma linha de $\lambda/4$, como mostrado na Figura 9.d.

O transformador com uma relação de N rotações em cascata com uma linha de comprimento de onda um quarto, pode ser representado pela matriz ABCD a seguir

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -jZ_0 \\ \frac{-j}{Z_0} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-jN}{Z_0} \\ \frac{-jN}{Z_0} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Comparando a matriz acima (3.49) com a matriz ABCD de um inversor de admitância (3.21) é possível perceber que a razão de rotação é $N = JZ_0$.

Usando estes resultados para as seções localizadas nas extremidades e entre os inversores de admitância, é possível que o circuito da Figura 9.b seja transformado no circuito da Figura 9.e, que neste caso foi feito para um filtro de ordem 2.

Cada par de linhas acopladas representa um ressonador LC de derivação equivalente e entre cada par de ressonadores, ocorre um inversor de admitância. Os

inversores de admitância produzem o efeito de transformar um circuito LC de derivação em um circuito ressonante LC série, resultando no circuito da Figura 9.f, que também é mostrado para o caso de N=2 [7]. As constantes dos inversores de admitância, chamados de J_n , podem ser determinados partindo dos valores dos elementos dos filtros passa baixa.

Desse modo, as constantes de admitância serão encontradas para o caso N=2. Tomando como referência a Figura 9.e, a admitância apenas do lado direito do inversor J_2 é

$$j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L_2} + Z_0 J_3^2 = j\sqrt{\frac{C_2}{L_2}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + Z_0 J_3^2 \quad (3.50)$$

Uma vez que a transformador indicado na Figura 9.e escala a admitância de carga pelo quadrado da razão de voltagens, temos que a admitância vista da entrada do filtro é dada por:

$$Y = \frac{1}{J_1^2 Z_0^2} \left\{ j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} + \frac{J_2^2}{j\sqrt{\frac{C_2}{L_2}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + Z_0 J_3^2} \right\} \quad (3.51)$$

$$= \frac{1}{J_1^2 Z_0^2} \left\{ j\sqrt{\frac{C_1}{L_1}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{J_2^2}{j\sqrt{\frac{C_2}{L_2}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + Z_0 J_3^2} \right\} \quad (3.52)$$

Fazendo agora a admitância do circuito da Figura 9.f, temos:

$$Y' = j\omega C'_1 + \frac{1}{j\omega L'_1} + \frac{1}{j\omega L'_2 + \frac{1}{j\omega C'_2} + Z_0} \quad (3.53)$$

$$\sqrt{\frac{C'_1}{L'_1}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{1}{j\sqrt{\frac{C'_2}{L'_2}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + Z_0} \quad (3.54)$$

Observando as admitâncias dos dois circuitos analisados, vemos que elas possuem formas semelhantes. Assim os circuitos das Figura 9.e e Figura 9.f serão equivalentes se respeitarem as condições a seguir [7]:

$$\frac{1}{J_1^2 Z_0^2} \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} = \sqrt{\frac{C'_1}{L'_1}} \quad (3.55)$$

$$\frac{J_1^2 Z_0^2}{J_2} \sqrt{\frac{C_2}{L_2}} = \sqrt{\frac{L'_2}{C'_2}} \quad (3.56)$$

$$\frac{J_1^2 Z_0^2}{J_2} \sqrt{\frac{C_2}{L_2}} = \sqrt{\frac{L'_2}{C'_2}} \quad (3.57)$$

Os valores de L e C correspondentes para um circuito composto por inversores de admitância já foram calculados e dados pelas Equações (3.47) e (3.48). Contudo os valores de L'_n e C'_n são determinados a partir dos valores dos elementos de um filtro passa baixa, bem como do escalonamento de frequência e impedância desses elementos, como mostrado na Figura 3 e Equações (2.7), (2.8), (2.9), (2.10) e (2.11), respectivamente.

$$L'_1 = \frac{\Delta Z_0}{\omega_0 g_1} \quad (3.58)$$

$$C'_1 = \frac{g_1}{\Delta \omega_0 Z_0} \quad (3.59)$$

$$L'_2 = \frac{g_2 Z_0}{\Delta \omega_0} \quad (3.60)$$

$$C'_2 = \frac{\Delta}{\omega_0 g_2 Z_0} \quad (3.61)$$

Onde $\Delta = \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_0}$ é a largura de banda fracionada do filtro.

As Equações (3.55), (3.56) e (3.57) podem ser resolvidas para as constantes do inversor, como descrito a seguir:

$$J_1 Z_0 = \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} = \sqrt{\frac{C'_1}{L'_1}} = \frac{\sqrt{C_1} \cdot \sqrt{L'_1}}{\sqrt{L} \cdot \sqrt{C'_1}} = \sqrt[4]{\frac{C_1 L'_1}{L_1 C'_1}} \quad (3.62)$$

Substituindo os valores de L e C das Equações (3.47) e (3.48), para um filtro de ordem 2 (N=2), temos:

$$\sqrt[4]{\frac{\frac{\pi}{2Z_0 \omega_0} \cdot \frac{\Delta Z_0}{\omega_0 g_1}}{\frac{2Z_0}{\pi \omega_0} \cdot \frac{g_1}{\Delta \omega_0 Z_0}}} = \sqrt[4]{\frac{\Delta^2 \pi^2}{4g_1^2}} \quad (3.63)$$

$$J_1 Z_0 = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_1}}$$

Para a segunda constante do inversor:

$$J_2 Z_0 = J_1 Z_0^2 \left(\frac{C_2 C_2'}{L_2 L_2'} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.64)$$

$$J_2 Z_0 = \sqrt[4]{\frac{\pi}{2Z_0 \omega_0} \cdot \frac{\Delta Z_0}{\omega_0 g_1} \cdot J_1 Z_0^2} \cdot \sqrt[4]{\frac{2Z_0}{\pi \omega_0} \cdot \frac{g_1}{\Delta \omega_0 Z_0}} \cdot J_1 Z_0^2$$

$$J_2 Z_0 = \sqrt[4]{\frac{\Delta^2 \pi^2}{4g_2^2 Z_0^4}} \cdot J_1 Z_0^2 \quad (3.65)$$

Fazendo a substituição de $J_1 Z_0$, temos:

$$J_2 Z_0 = \sqrt{\frac{\Delta \pi}{2g_2 Z_0^2}} \cdot \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_1}} \cdot Z_0$$

$$J_2 Z_0 = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2\sqrt{g_1 g_2}}} = \quad (3.66)$$

Para a terceira constate do inversor:

$$J_3 Z_0 = \frac{J_2}{J_1} \quad (3.67)$$

$$J_3 Z_0 = \frac{\sqrt{\frac{\pi^2 \Delta^2}{4g_1 g_2}}}{\sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_1}}}$$

$$J_3 Z_0 = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_2}} = \quad (3.68)$$

Apesar dos resultados acima terem sido desenvolvidos para filtros de N=2 (ordem 2 e três seções de linhas acopladas), podem ser obtidos resultados genéricos para qualquer número de seções de linhas.

Dessa maneira, as equações para o projeto de um filtro passa faixa com seções de linhas acopladas N+1 são definidas por:

$$Z_0 J_1 = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_1}} \quad (3.69)$$

$$Z_0 J_n = \frac{\pi \Delta}{2\sqrt{g_{n-1} g_n}} \text{ para } n = 2, 3, \dots, N \quad (3.70)$$

$$Z_0 J_{N+1} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_N g_{N+1}}} \quad (3.71)$$

Após os valores das constantes dos inversores J_n serem encontrados, os valores das impedâncias característica em modos par e ímpar podem ser calculados por meio das Equações (3.31) e (3.32).

Os projetos de filtros passa faixa utilizando esta equações descritas serão desenvolvidos no Capítulo 4.

Capítulo 4

Resultados e Simulações

Neste capítulo serão apresentadas as simulações feitas com os filtros construídos com dispositivos passivos, bem como os filtros construídos com microfita e linhas acopladas. Além disso, também serão apresentados aqui os gráficos com as respostas em frequências dos respectivos filtros.

Este capítulo está organizado da seguinte maneira: a Seção 4.1 apresenta as etapas de projeto de um filtro passa baixa passivo, bem como os resultados das simulações para os filtros passa baixa utilizando microfita de Butterworth e Chebyshev de ordens 2 a 7. Já a Seção 4.2, apresenta as etapas de projeto para os filtros passa faixa passivos e posteriormente mostra a construção de filtros passa faixa de micro-ondas utilizando as linhas de microfita acopladas.

4.1 Filtros passa baixa utilizando *microstrips*

Os filtros passa baixa a *microstrip* deste trabalho foram desenvolvidos para operar com a frequência de corte $f_c = 1,9GHz$ e impedâncias de entrada e saída casadas em 50 ohms. Foram projetados dois tipos de filtros passa baixa, sendo eles o Butterworth e o Chebyshev com simulações de ordens 2 a 7.

Inicialmente foi projetado um filtro com elementos passivos e posteriormente este filtro foi transformado em um filtro de micro-ondas utilizando *microstrips*

A seguir será descrito passo a passo as etapas de projeto de um filtro passa baixa, utilizando como exemplo um filtro Butterworth de ordem 3, desde a sua concepção até sua forma final a *microstrip* utilizando o método *Stepped-Impedance Low-Pass filters*.

Após definida a frequência de operação para o filtros, que neste caso foi de $f_c = 1,9 GHz$, é necessário fazer uma normalização por um fator k_f :

$k_f = \frac{\text{frequência desejada}}{\text{frequência de referência}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1,9 \times 10^9}{1}$	(4.1)
--	-------

Em seguida, tomando como base os polinômios de um filtro de Butterworth disponíveis na Tabela 2, é necessário dividi-los pelo fator k_f , fazendo uma normalização

desses coeficientes para a frequência desejada. Essa normalização é necessária pelo fato de que os valores dos coeficientes tabelados são calculados apenas para uma frequência $\omega = 1 \text{ rad/s}$. Dessa maneira, os valores dos capacitores e indutores serão:

Tabela 4 - Valores L e C normalizados para frequência.

C_1	$8,3766 \cdot 10^{-11}$
L_2	$1,6753 \cdot 10^{-10}$
C_3	$8,3766 \cdot 10^{-11}$

Seguindo adiantes com o projeto do filtro, é preciso ainda fazer o chamado escalonamento de impedância, em que os valores normalizados para a frequência da Tabela 4, serão desnormalizados pelo fator k_i . Dado por:

$$k_i = \frac{\text{impedância desejada}}{\text{impedância de referência}} = \frac{50}{1} \quad (4.2)$$

Este fator k_i refere-se a impedância, uma vez que os valores dos coeficientes tabelados pra o filtro tem como referência as impedância de entrada e saída representadas pela unidade. Com a desnormalização feita pelo fator k_i finalmente encontramos os valores dos dispositivos passivos para o filtro de Butterwoth passa baixa de ordem 3.

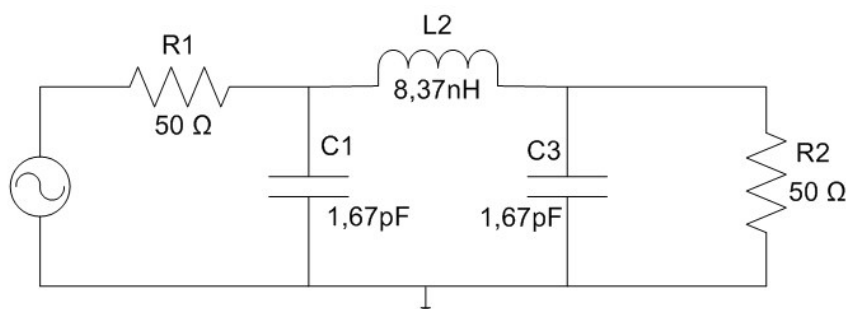
Assim os valores de L e C desse filtro são:

Tabela 5 - Valores de C e L desnormalizados para impedância.

C_1	$1,6753 \text{ pF}$
L_2	$8,3766 \text{ nH}$
C_3	$1,6753 \text{ pF}$

Com os valores dos capacitores e indutores, é possível simular o projeto do referido filtro com dispositivos passivos. As simulações foram elaboradas no software LTSpice. Na Figura 10 encontra-se o esquemático de filtro em questão.

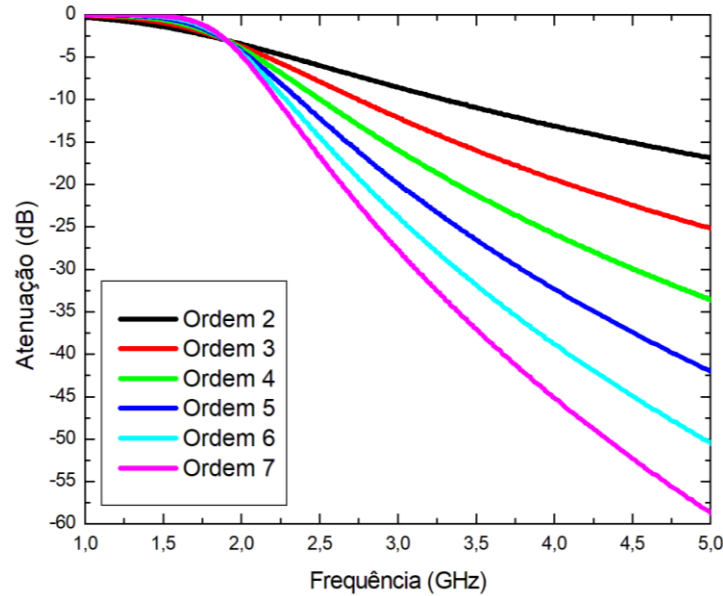
Figura 10 - Esquemático do filtro passa baixa passivo Butterworth



FONTE:A autora.

Foram simulados filtros de Butterworth das ordens 2 a 7, a Figura 11 mostra a resposta em frequência de todos esses filtros passivos, simulados no software LTSpice e foi feito com o auxílio do Origin 6.0.

Figura 11 – Resposta em frequência dos filtros passa baixa passivo Butterworth.



FONTE:A autora.

Para o projeto de um filtro a *microstrip*, é preciso inicialmente definir o substrato a ser utilizado. Neste trabalho, o FR4 –Tipo I foi o substrato escolhido, material de comum utilização para fins comerciais. Como já foi dito anteriormente, no método *Stepped-Impedance* para a construção de filtros passa baixa, é necessário a utilização de seções de linhas de impedância característica alternadas entre alta impedância e baixa impedância.

Os valores de alta impedância são dados entre $100 \, \Omega$ e $120 \, \Omega$, e os valores de baixa impedância são dados entre $5 \, \Omega$ e $10 \, \Omega$, desse modo as impedâncias consideradas para capacitor (baixa impedância) e indutor (alta impedância) foram, respectivamente:

$$Z_{\ell} = 7,5 \, \Omega$$

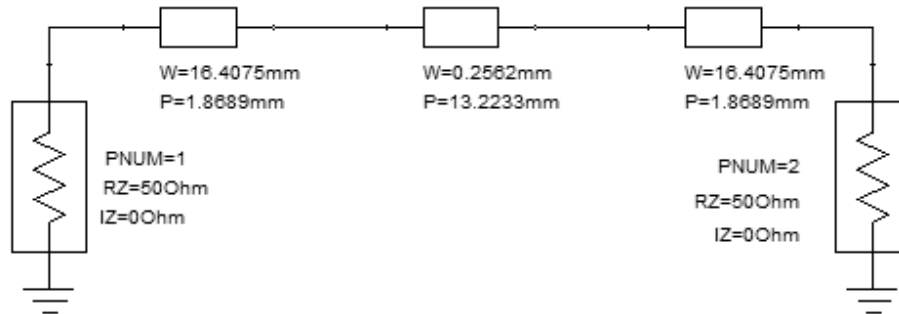
$$Z_h = 110 \, \Omega$$

O primeiro passo nesta etapa, é calcular a largura W das *microstrips*, utilizando as fórmulas (3.1.10) e (3.1.11), isto é, se a relação t/h for considerada. Entretanto neste trabalho, a relação acima foi considerada desprezível.

Com esta consideração, o cálculo segue pelas Equações (3.6) e (3.7) respeitando as condições de W/h . Todos esses cálculos foram realizados com o auxílio do software MATLAB® e as simulações foram desenvolvidas no *Ansoft Designer SV2*.

Para o filtro Butterworth de ordem 3, o layout do filtro a *microstrip* está representado na Figura 12.

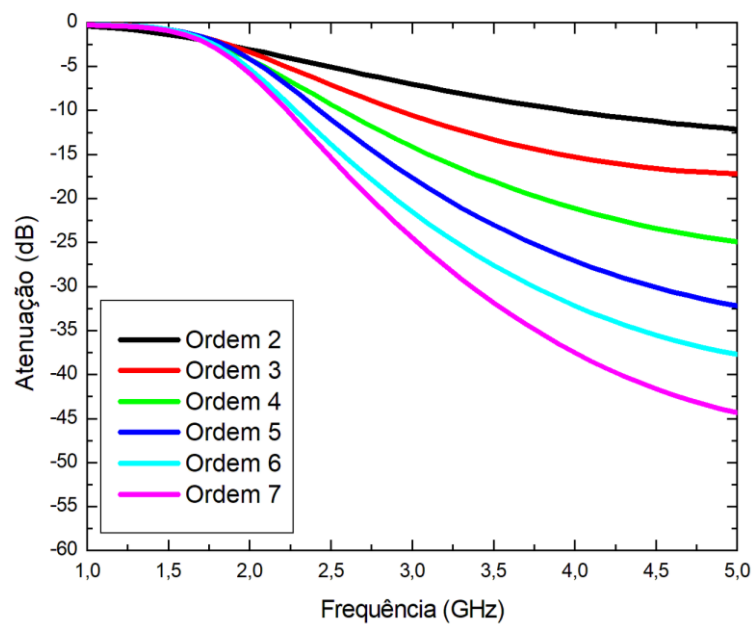
Figura 12 - Filtro Butterworth a *microstrip*.



FONTE:A autora.

Após as simulações de todos os filtros a *microstrip* passa baixa de Butterworth de ordem 3, foi possível gerar um gráfico comparativo das respostas em frequência dos filtros de ordens 2 a 7, mostrado na Figura 13.

Figura 13 - Resposta em frequência dos filtros de Buterworth a *microstrip*.



FONTE:A autora.

Além disso, a Tabela 6 mostra todos os valores em milímetros de W e ℓ utilizados nos projetos dos filtros. Facilitando assim a construção de filtros passa baixa de Butterworth para *microstrips*, utilizando o método *Stepped-Impedance*.

Tabela 6 - Valores de W e ℓ das microstrips para filtros Butterworth

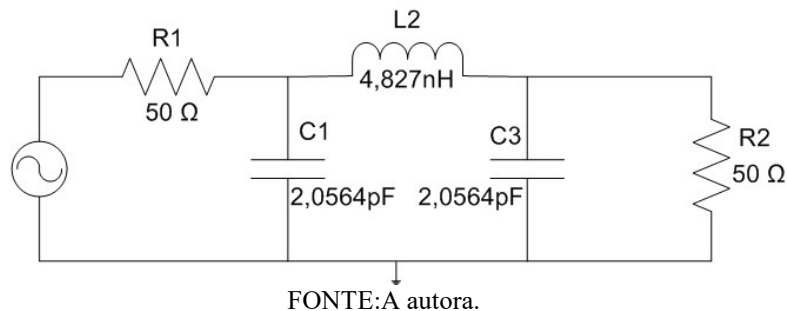
	(mm)	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
Ordem 2	W	16,4075	0,2562					
	ℓ	2,643	9,3502					

Ordem 3	W	16,4075	0,2562	16,4075				
	ℓ	1,8689	13,2233	1,8689				
Ordem 4	W	16,4075	16,4075	16,4075	16,4075			
	ℓ	1,4305	12,217	3,4534	5,0606			
Ordem 5	W	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	16,4075		
	ℓ	1,155	10,6976	3,7379	10,6976	1,155		
Ordem 6	W	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	
	ℓ	0,9674	9,3502	3,6106	12,773	2,643	3,4222	
Ordem 7	W	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	16,4075
	ℓ	0,8317	8,2447	3,3676	13,2233	3,3676	8,2447	0,8317

Os filtros passa baixa do tipo Chebyshev também foram desenvolvidos obedecendo os mesmos passos citados anteriormente. A tabela de coeficientes utilizada foi a Tabela 3 que define os valores de um filtro Chebyshev com *ripple* de 0,2 dB.

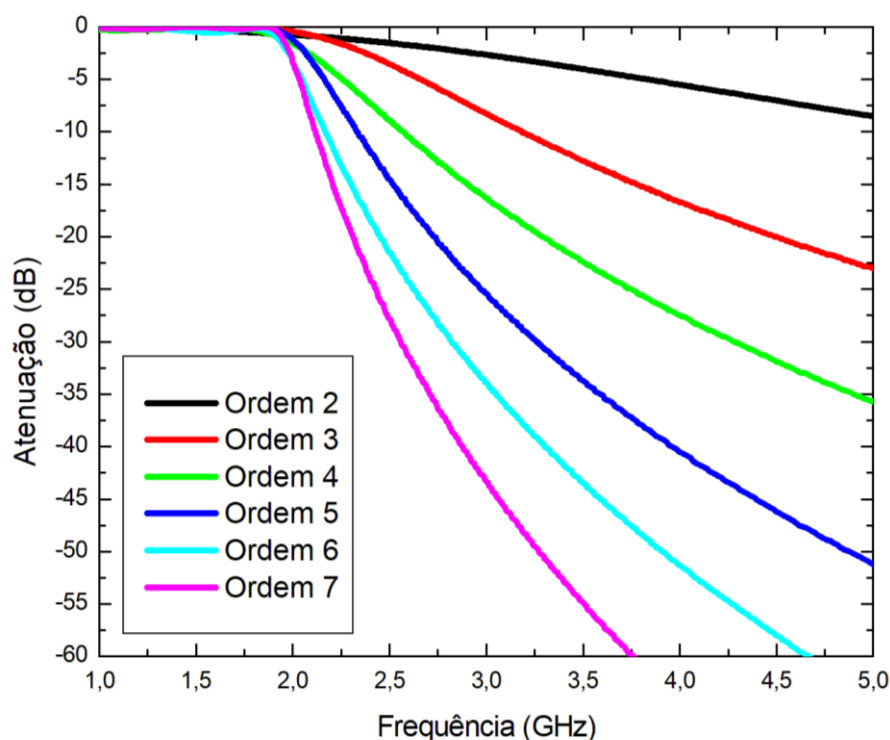
Após o cálculos dos elementos passivos, foi possível elaborar o esquemático do projeto de um filtro Chebyshev de ordem 3, como mostra a Figura 14.

Figura 14 - Esquemático do filtro passa baixa passivo Chebyshev com 0,2 dB de *ripple*



Em seguida, em um gráfico foram colocados todas as curvas de resposta em frequência para os filtros com elementos L e C, como dado na Figura 15

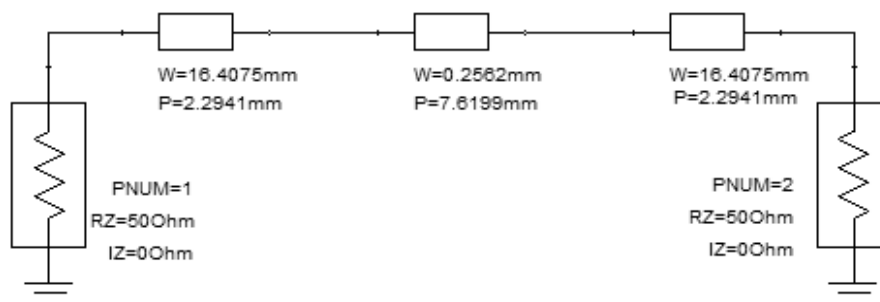
Figura 15 - Resposta em frequência dos filtros passa baixa passivo Chebyshev com 0,2 dB de *ripple*.



FONTE:A autora.

Posteriormente o filtro Chebyshev também foi projetado como um filtro a *microstrip*, utilizando o substrato FR4 – Tipo I e o método *Stepped-Impedance*. O circuito desse filtro de micro-ondas foi esquematizado no *Ansoft Designer SV2* e pode ser visualizado na Figura 16.

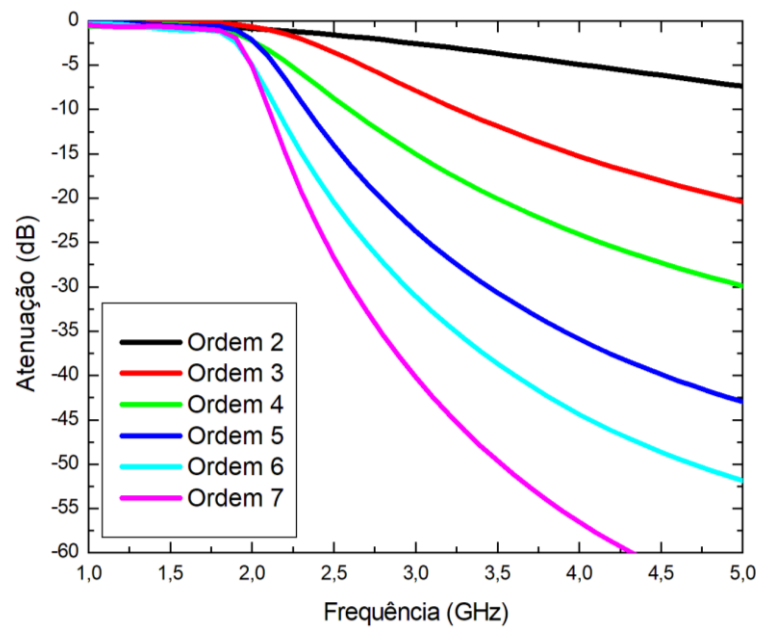
Figura 16 - Filtro Chebyshev com 0,2 dB de *ripple* a *microstrip*.



FONTE:A autora.

Todos os passos anteriores foram considerados para o desenvolvimento dos filtros de Chebyshev de ordens 2 a 7 desenvolvidos neste trabalho. A seguir, na Figura 17 encontra-se um gráfico comparativo com todas as respostas em frequência desses filtros

Figura 17 - Resposta em frequência dos filtros de Chebyshev 0,2 dB *ripple* a *microstrip*.



FONTE:A autora.

Após todos os cálculos para esse tipo de filtro, a Tabela 7 foi montada para mostrar todos os valores em milímetros de W e ℓ utilizados no projetos dos filtros Chebyshev com 0,2 dB de *ripple*.

Tabela 7 - Valores de W e ℓ das microstrips dos filtros Chebyshev

	(mm)	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
Ordem 2	W	16,4075	0,2562					
	ℓ	1,9396	4,4602					
Ordem 3	W	16,4075	0,2562	16,4075				
	ℓ	2,2941	7,6199	2,2941				
Ordem 4	W	16,4075	16,4075	16,4075	16,4075			
	ℓ	2,4348	8,492	3,6934	5,5987			
Ordem 5	W	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	16,4075		
	ℓ	2,5033	8,8398	4,0483	8,8398	2,5033		
Ordem 6	W	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	
	ℓ	2,5414	9,013	4,1855	9,6239	3,9199	5,8434	
Ordem 7	W	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	16,4075	0,2562	16,4075
	ℓ	2,5647	9,1122	4,2531	9,9188	4,2531	9,1122	2,5647

Os gráficos ao longo dessa seção mostram que as respostas em frequência dos filtros passa baixa desenvolvidos neste trabalho são satisfatórios tanto para filtros passivos quanto para filtros de micro-ondas utilizando as linhas de micro fita, uma vez que os filtros atenuam em aproximadamente 3dB na frequência de corte definida no projeto.

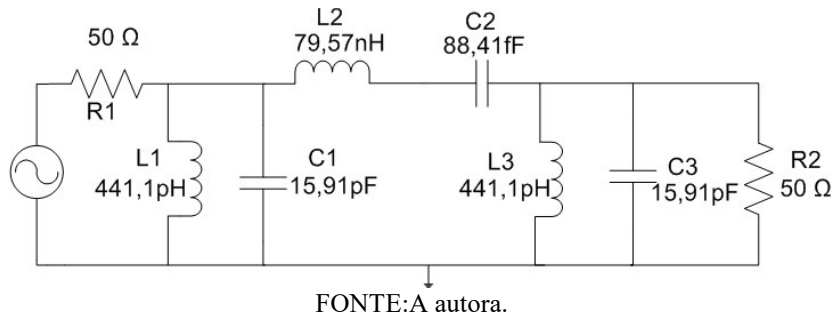
4.2 Filtros passa faixa utilizando linhas acopladas

Os filtros passa faixa com seções de linhas acopladas deste trabalho foram desenvolvidos para uma frequência de corte inferior $\omega_1 = 1,8 \text{ GHz}$ e uma frequência de corte superior $\omega_2 = 2 \text{ GHz}$, tendo como frequência central $\omega_0 = 1,9 \text{ GHz}$. As impedâncias de entrada e saída são casadas em 50 ohms.

A princípio foram projetados filtros passa faixa passivos dos tipos Butterworth e Chebyshev, por meio das transformações de filtros baixa, com simulações de ordens 2 a 7. Em seguida os filtros de micro-ondas passa baixa foram esboçados utilizando seções de linhas acopladas. A seguir será mostrado os passos realizados para os projetos desses filtros citados.

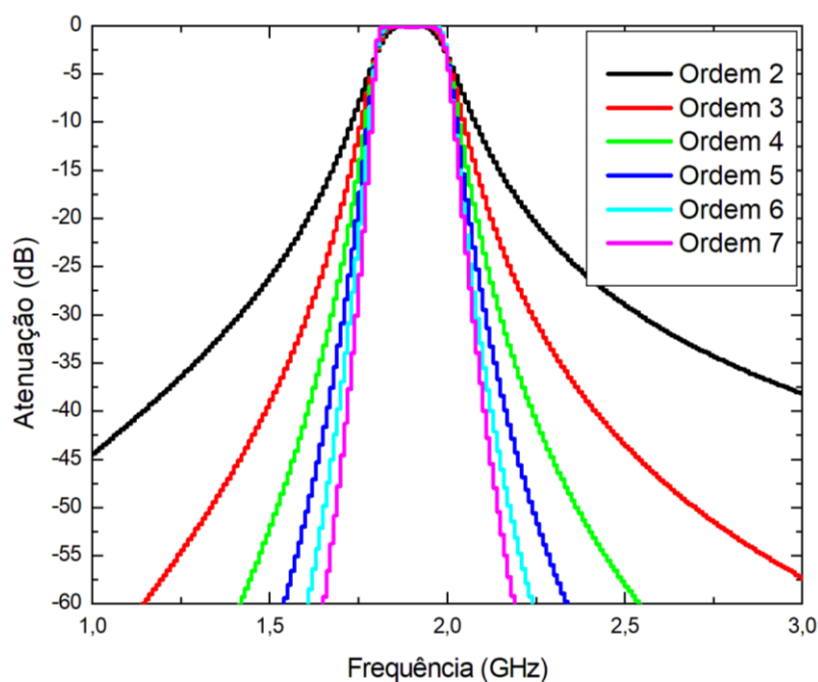
Para iniciar o projeto dos filtros passa faixa, primeiramente foram construídos filtros passivos, a partir da transformação de filtros já descrita na Seção 2.2 deste trabalho. Tomando como base o filtro passa baixa passivo de Butterworth mostrado na Figura 10, observa-se que este possui três elementos L e C, no entanto, para um filtro passa faixa o circuito possuirá seis elementos, já que cada indutor se transforma em um circuito LC em série e cada capacitor se transforma em um circuito paralelo LC. Para o cálculo das indutâncias e capacitâncias são utilizadas as Equações (2.18), (2.19), (2.20) e (2.21).

Figura 18 - Esquemático do filtro passa faixa passivo Butterworth.



Após os projetos dos filtros Butterworth de ordens 2 a 7 foi possível fazer um gráfico em que estão disponíveis todas as respostas em frequência geradas pelos filtros passivos.

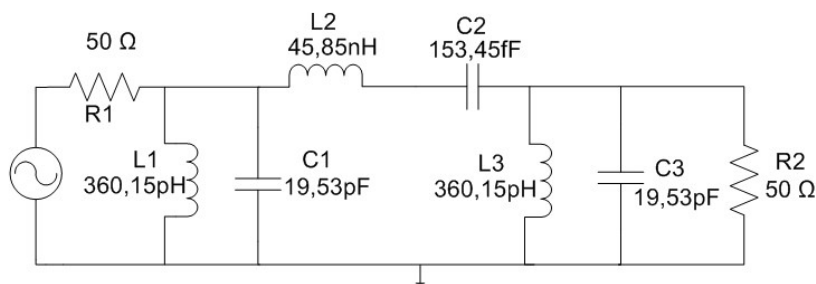
Figura 19 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa passivo Butterworth.



FONTE:A autora.

Para o projetar os filtros Chebyshev os mesmos cálculos e procedimentos foram realizados. Assim, o esquemático de um filtro passivo Chebyshev de ordem 3 é mostrado a seguir, na Figura 20.

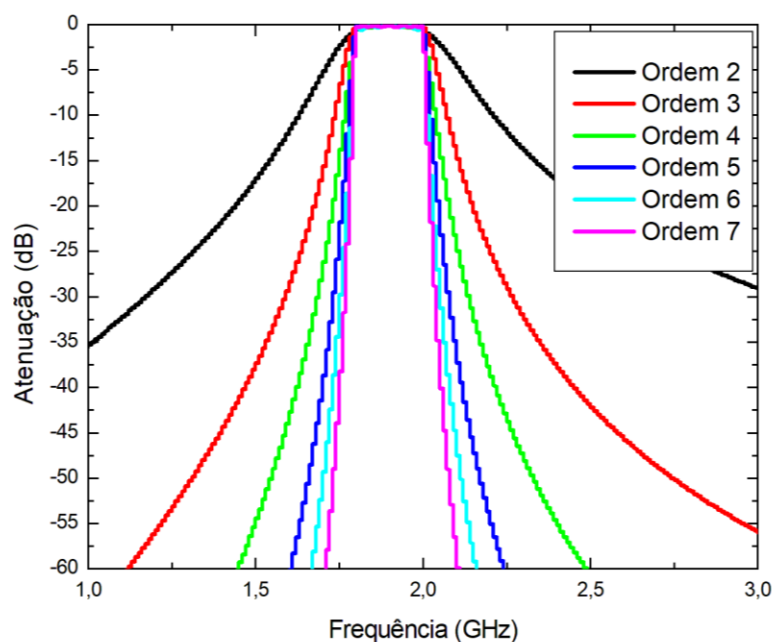
Figura 20 - Esquemático do filtro passa faixa passivo Chebyshev.



FONTE:A autora.

Bem como os gráficos das respostas em frequência dos filtros Chebyshev de ordens 2 a 7 encontram-se na Figura 21

Figura 21 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa passivo Chebyshev.



FONTE:A autora.

Para o projeto de filtros de micro-ondas passa faixa, foram utilizadas as seções de linhas acopladas, para este tipo de projeto é necessário o dimensionamento da largura (W), espaçamento (S) e comprimento (ℓ) para cada seção de linha acoplada, todos os cálculos pertinentes a esse dimensionamento estão dispostos na Seção 4.2.

Neste trabalho foram feitos dois tipos de filtros, sendo eles Butterworth e Chebyshev com 0,2 dB de *ripple*, também de ordens 2 a 7, com quatro substratos diferentes, sendo eles: Alumina, Duroid 6010, FR4 – Tipo I e FR4 – Tipo II. As propriedades desses substratos estão disponível na Tabela 8.

Tabela 8 - Propriedades dos sustratos utilizados nas simulações.

Material	ϵ_r	h (mm)
Alumina	9,8	0,254
Duroid 6010	10,2	0,254
FR4 – Tipo I	4,4	0,762
FR4 – Tipo II	4,4	1,524

Como demonstração do projeto de um filtro passa baixa a seguir será implementado um filtro com seções de linhas acopladas a seguir.

Inicialmente define-se a ordem do filtro a ser projetado, neste caso será esboçado o projeto de um filtro de ordem 3, do tipo Butterworth. O primeiro passo é utilizar os coeficientes dados pela Tabela 2 para realizar os cálculos de $Z_0 J_n$, definido pelas Equações (3.69), (3.70) e (3.71), para que, posteriormente, sejam encontrados os valores das impedâncias características em modos par e ímpar, de acordo com as Equações (3.31)

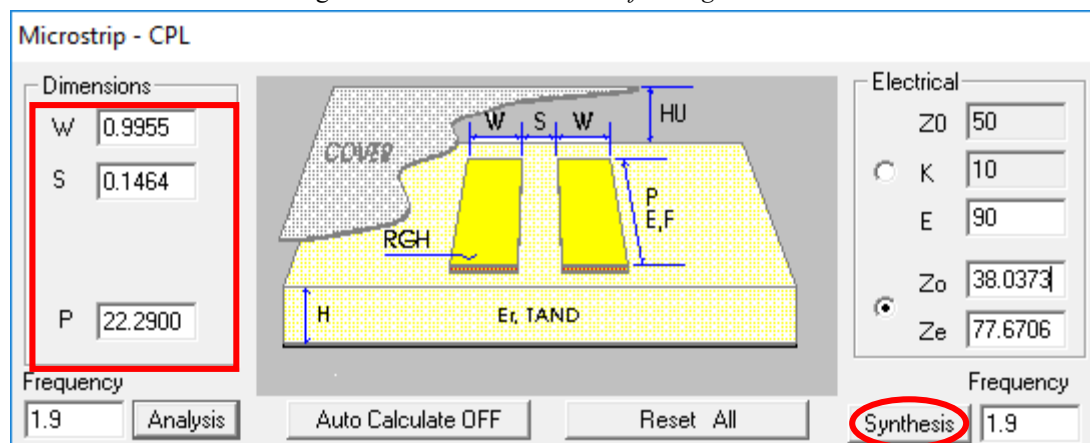
e (3.32). De posse desses valores a tabela a seguir foi elaborada, de modo que n representa a quantidade de linhas acopladas e g_n os coeficientes tabelados dos filtros.

Tabela 9 - Valores calculados para o filtro com linhas acopladas Butterworth de ordem 3.

n	g_n	$Z_0 J_n$	Z_{0o}	Z_{0e}
1	1,000	0,3963	38,0373	77,6706
2	2,000	0,1111	45,0632	56,1705
3	1,000	0,1111	45,0632	56,1705
4	1,000	0,3963	38,0373	77,6706

Para as encontrar as respostas em frequências dos filtros foi utilizado o *Ansoft Designer SV2*. Nele escolhemos qual o substrato será utilizado e em seguida são inseridos os valores das impedâncias características calculadas (Z_{0o} e Z_{0e}) e a frequência central ω_0 . Por meio da função “*Synthesis*” é possível encontrar os parâmetros de cada microfita acoplada necessária para a construção dos filtros, como visto na Figura 24.

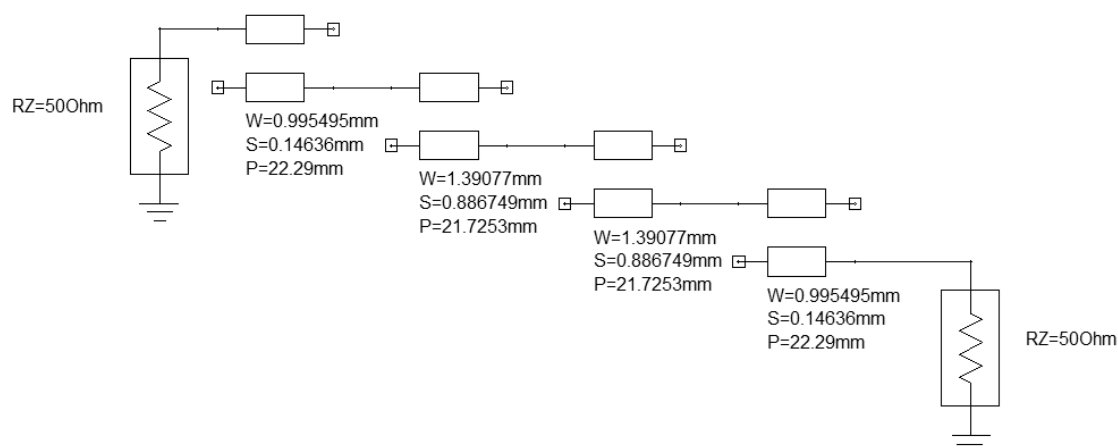
Figura 22 - Parâmetros do *Ansoft Designer SV2*.



FONTE: A autora.

Fazendo este procedimento para cada par de linha acoplada, o circuito produzido para o filtro Butterworth de ordem 3 no *Ansoft Designer SV2* é mostrado a seguir, na Figura 23.

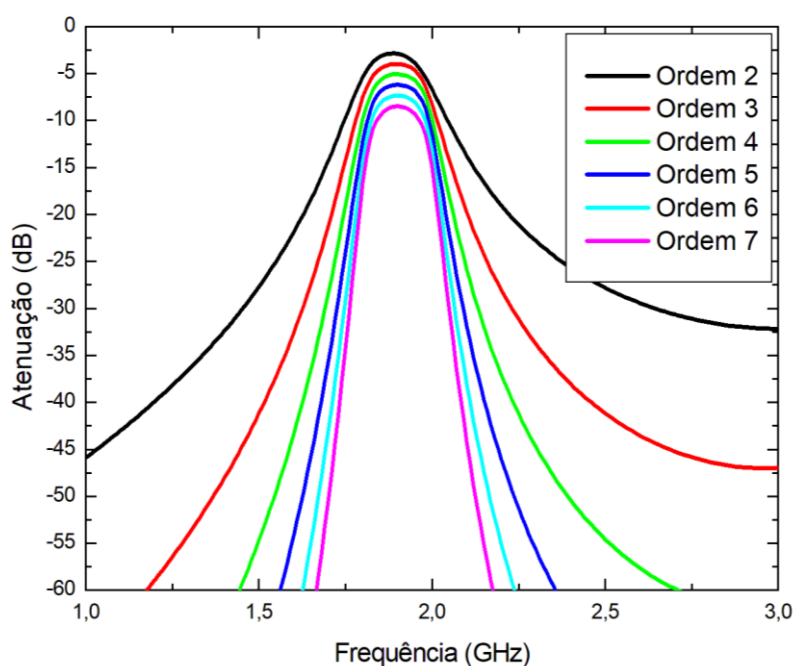
Figura 23 - Circuito com linhas acopladas para o filtro passa faixa Butterworth com o substrato FR4 - Tipo I.



FONTE:A autora.

Após a construção dos filtros Butterworth de ordens 2 a 7 utilizando o substrato FR4 – Tipo I, as respostas em frequência desses dispositivos foram colocadas em um gráfico, mostrado na Figura 24.

Figura 24 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Butterworth.com substrato FR4 – Tipo I



FONTE:A autora.

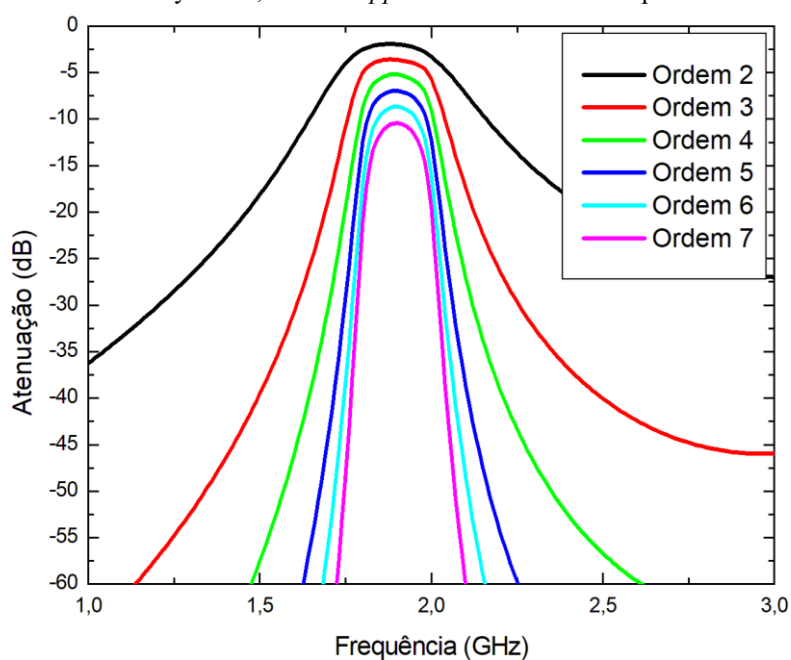
Além disso, todos os valores dos parâmetros necessários para a as linhas acopladas, estão dispostos na Tabela 10.

Tabela 10 – Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Butterworth com substrato FR4
– Tipo I

	(mm)	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
Ordem 2	W	1,09685	1,39077	1,09685					
	S	0,196198	0,886749	0,196196					
	ℓ	22,1733	21,7253	22,1733					
Ordem 3	W	0,995495	1,39077	1,39077	0,995495				
	S	0,14636	0,886749	0,886749	1,14636				
	ℓ	22,29	21,7253	21,7253	21,7253				
Ordem 4	W	0,905652	1,37318	1,40774	1,37317	0,905652			
	S	0,118165	0,73769	1,14288	0,737663	0,118164			
	ℓ	22,3882	21,7633	21,6845	21,7634	22,3882			
Ordem 5	W	0,827199	1,3481	1,40646	1,40646	1,3481	0,827199		
	S	0,101443	0,602416	1,11579	1,11579	0,602416	0,101443		
	ℓ	22,4723	21,8125	21,6878	21,6878	21,8125	22,4723		
Ordem 6	W	0,75842	1,31732	1,40186	1,40971	1,40136	1,31732	0,75842	
	S	0,0911353	0,493305	1,03235	1,1885	1,03235	0,493305	0,0911353	
	ℓ	22,5459	21,8671	21,6992	21,6794	21,6992	21,8671	22,5459	
Ordem 7	W	0,697605	1,28198	1,39538	1,40896	1,40898	1,39536	1,28198	0,697605
	S	0,0846764	0,406931	0,939859	1,17046	1,17046	0,938959	0,406931	0,0846764
	ℓ	22,6118	21,9245	21,7147	21,6814	21,6814	21,7147	21,9245	22,6118

O mesmo procedimento foi feito para os filtros Chebyshev com *ripple* 0,2dB, sendo possível a visualização das respostas em frequência na Figura 25.

Figura 25 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Chebyshev.0,2 dB de *ripple* e substrato FR4 – Tipo I



FONTE:A autora.

Do mesmo modo, a seguir encontra-se uma tabela com todos os valores dimensionados para cada seção de linha acoplada.

Tabela 11 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Chebyshev 0,2dB de ripple com substrato FR4 – Tipo I

	(mm)	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
Ordem 2	W	1,00718	1,31218	0,859989					
	S	0,150958	0,478732	0,107701					
	ℓ	22,2769	21,8758	22,4372					
Ordem 3	W	1,05757	1,37319	1,37319	1,05757				
	S	0,173946	0,737781	0,737781	0,173946				
	ℓ	22,2195	21,7633	21,7633	22,2195				
Ordem 4	W	1,07445	1,38251	1,39958	1,38252	0,940749			
	S	0,182978	0,808331	0,997047	0,80836	0,127828			
	ℓ	22,1998	21,7436	21,7047	21,7436	22,3502			
Ordem 5	W	1,08212	1,38584	1,40355	1,40355	1,38584	1,08212		
	S	0,187341	0,837748	1,0674	1,06074	0,837748	1,187341		
	ℓ	22,1908	21,7363	21,6951	21,6951	21,7363	22,1908		
Ordem 6	W	1,08626	1,38744	1,40497	1,40664	1,40497	1,38744	0,955193	
	S	0,189766	0,852908	1,08673	1,11947	1,08674	0,852908	0,132276	
	ℓ	22,1859	21,7328	21,6915	21,6873	21,6915	21,7325	22,3345	
Ordem 7	W	1,08875	1,38835	1,40567	1,40774	1,40774	1,40567	1,38835	1,08875
	S	1,191247	0,861794	1,10014	1,14283	1,14283	1,10014	0,861794	0,191247
	ℓ	22,1829	21,7308	21,6897	21,6845	21,6845	21,6897	21,7308	22,1829

Foram realizadas ainda os cálculos e simulações para os substratos Alumina, Duroid 6010 e FR4 – Tipo II. Os resultados desses filtros estão dispostos no APÊNDICE D - Resultados dos filtros passa faixa

Capítulo 5

Conclusões

O desenvolvimento deste trabalho proporcionou um amplo estudo a respeito da construção de filtros. A princípio foram estudadas as funções de transferências que regem o comportamento dos filtros no domínio da frequência, assim como as funções de amplitude quadrática dos filtros de Butterworth e Chebyshev, de modo que foi possível verificar a origem dos polinômios de cada um dos filtros além de construir inicialmente, filtros passivos, relacionando os coeficientes de cada filtro à sua respectiva função de transferência.

Posteriormente um estudo sobre guias de onda, mais especificamente as *microstrips*, permitiu maior conhecimento desses dispositivos para que então o método *Stepped-Impedance Low-Pass filters* pudesse ser utilizado no projeto dos filtros passa baixa e subsequentemente o desenvolvimento dos filtros passa faixa com a utilização das linhas de microfita acopladas.

As simulações para filtros passivos utilizando o LTSpice se comportaram como o esperado para filtros passa baixa e passa faixa, mostrando que as transformações de filtros utilizando como base as tabelas de coeficientes dos filtros passa baixa são eficientes para filtros construídos com elementos discretos. Além disso as simulações realizadas com filtros de micro-ondas utilizando *microstrips* e linhas de microfita acopladas utilizando o *software AnsoftDesigner SV2*, permitiram a visualização da resposta em frequência de cada filtro de micro-ondas, mostrando que tanto o método *Stepped-Impedance Low-Pass filters* os filtros com linhas acopladas possuem o comportamento próximo aos filtros ideais, já que os filtros passa baixa se comportaram como o desejado, atenuados as altas frequências e permitindo a passagem de frequências mais baixas, bem como os filtros passa faixa apenas deixam passar frequências definida pela banda de passagem.

No entanto, pode-se observar nas respostas em frequência dos filtros passa faixa, que cada substrato se comporta de uma forma, variando as atenuações de cada filtro, já que as propriedades dos substratos também variam de acordo com o material escolhido.

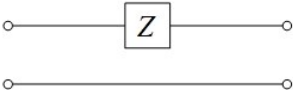
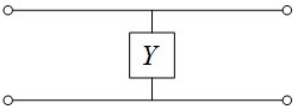
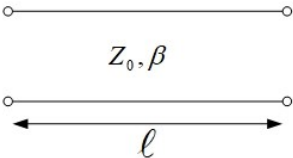
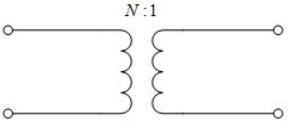
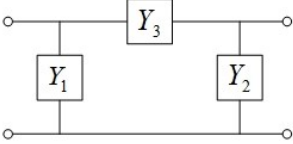
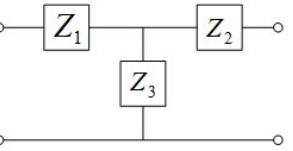
Referências

- [1] MAKIMOTO, Mitsuo; YAMASHITA, Sadahiko. **Microwave resonators and filters for wireless communication: Theory, Design and Application**. 1 ed. Tokyo: Springer, 2001.
- [2] KURZROK, Richard. **Low cost lowpass filter design using image parameters**. Applied microwave & wireless. May 1999.
- [3] HONG, Jia-Sheng; LANCASTER, M. J. **Microstrip filters for RF/Microwave applications**. 1 ed. John Wiley & Sons, 2001.
- [4] RAPPAPORT, T. S. et al. **Millimeter wave mobile communications for 5g cellular: it will work!**. IEEE Access: Practical Innovations, Open Solutions, New York, v. 1, p. 335-349, mai. 2013
- [5] MISRA, Devendra K. **Radio-frequency and microwave communication circuits: Analysis and design**. 1 ed. [S.L.]: Jonh Wiley & Sons, 2001.
- [6] CHANG, Kai. **RF and microwave wireless systems**. 1 ed. Texas: Texas A&M University, 2000.
- [7] POZAR, David M. **Microwave engineering**. 4 ed. University of Massachusetts at Amherst: Jonh Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [8] HUNTER, Ian. **Theory and design of microwave filters**. 2 ed. Londres: The Institution of Engineering and Technology, 2006.
- [9] MOREIRA, Renato de Pádua. **Síntese de filtros de micro-ondas utilizando o método TLM (*Transmission Line Modeling*)**. 2002. Monografia - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, 2002.
- [10] CHEN, Wai-Kai. **Passive, Active and Digital Filters**. 3 ed. Chicago, USA: CRC Press, 2009.
- [11] KARRIS, Steven T. **Signals and systems with Matlab® applications**. 2 ed.

Fremont, California: Orchard Publications., 2003.

- [12] SU, Kendall. **Analog filters**: Second edition. 2 ed. United States of America: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [13] ZUMBAHLEN, Hank. **Basic linear design**. Analog Devices, Inc., 2007.
- [14] LATHI, Bhagawandas P.; GREEN, Roger. **Essentials of Digital Signal Processing**. 1 ed. USA: Cambridge University Press.
- [15] COLLIN, Robert E. **Foundations for microwave engineering**. 2 ed. New York: John Wiley & Sons, 2001. 71-72 p
- [16] RIBEIRO, José Antônio Justino. **Engenharia de micro-ondas**. 1 ed. São Paulo: Érica, 2012.
- [17] MAITY, Budhadeb. **Stepped impedance low pass filter using microstrip line for C-band wireless communication**. International Conference on Computer Communication and Informatics (ICCCI-2016), Índia, jan. 2016.
- [18] BAHL, I. J.; TRIVEDI, D. K., “A Designer’s Guide to Microstrip Line,” *Microwaves*, May 1977, p. 174–182.
- [19] YANG, Chien-Hao; LI, Eric S. **Miniaturization of stepped-impedance low-pass filters using periodical structures**. IEEE International Workshop on Electromagnetics: Applications and Student Innovation Competition (iWEM), Taiwan, mai. 2016.
- [20] MONGIA, R. K. et al. **RF and Microwave Coupled-line Circuits**. 2 ed.
- [21] GUPTA, K. et al. **Microtrip lines and slotlines**. 2 ed. Londres, 1996.

ANEXO A - Parâmetros ABCD de alguns circuitos úteis de duas portas

Circuito	Parâmetros ABCD	
	$A=1$	$B=Z$
	$C=0$	$D=1$
	$A=1$	$B=0$
	$C=Y$	$D=1$
	$A = \cos \beta \ell$	$B = jZ_0 \sin \beta \ell$
	$C = jY_0 \sin \beta \ell$	$D = \cos \beta \ell$
	$A=N$	$B=0$
	$C=0$	$D = \frac{1}{N}$
	$A = 1 + \frac{Y_2}{Y_3}$	$B = \frac{1}{Y_3}$
	$C = Y_1 + Y_2 + \frac{Y_1 Y_2}{Y_3}$	$D = 1 + \frac{Y_1}{Y_3}$
	$A = 1 + \frac{Z_1}{Z_3}$	$B = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3}$
	$C = \frac{1}{Z_3}$	$D = \frac{Z_2}{Z_3}$

ANEXO B - Conversões entre parâmetros de duas portas

	S	Z	Y	$ABCD$
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{\Delta Z}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{\Delta Y}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{\Delta Z}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{\Delta Y}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{\Delta Z}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{\Delta Y}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{\Delta Z}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{\Delta Y}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{ Y }$	$\frac{A}{C}$
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{ Y }$	$\frac{AD - BC}{C}$
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{ Y }$	$\frac{1}{C}$
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{ Y }$	$\frac{D}{C}$
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{ Z }$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{ Z }$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{ Z }$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{ Z }$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{ Z }{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{- Y }{Y_{21}}$	C
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D

$$|Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}; \quad |Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}; \quad \Delta Y = (Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}; \quad \Delta Z = (Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}; \quad Y_0 = 1/Z_0.$$

APÊNDICE A – Função de amplitude quadrática

Este apêndice mostra em detalhes o cálculo da forma geral para a função de amplitude quadrática.

Dado o exemplo da função de transferência seguir, iremos encontrar sua respectiva função de amplitude quadrática:

$$G(s) = \frac{3s^2 + 5s + 7}{s^2 + 4s + 6} \quad (\text{A.1})$$

Como dito anteriormente, deve-se calcular primeiramente $G(s) \cdot G(-s)$, sendo que:

$$G(-s) = \frac{3s^2 - 5s + 7}{s^2 - 4s + 6} \quad (\text{A.2})$$

Assim temos:

$$G(s) \cdot G(-s) = \frac{s^4 + 15s^3 + 21s^2 - 15s^3 - 25s^2 - 35s + 21s^2 + 35s + 49}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 - 4s^3 - 16s^2 - 24s + 6s^2 + 24s + 36} \quad (\text{A.3})$$

Simplificando os termos anteriores, encontramos:

$$G(s) \cdot G(-s) = \frac{9s^4 + 17s^2 + 49}{s^4 - 4s^2 + 36} \quad (\text{A.4})$$

Encontrando $A^2(\omega)$ de acordo com (2.2), temos:

$$|G(j\omega)| = \frac{9j\omega^4 + 17j\omega^2 + 49}{j\omega^4 - 4j\omega^2 + 36} \quad (\text{A.5})$$

Portanto,

$$A^2(\omega) = \frac{9\omega^4 + 17\omega^2 + 49}{\omega^4 - 4\omega^2 + 36} \quad (\text{A.6})$$

Assim a forma geral da função de amplitude quadrática é dada por:

$$A^2(\omega) = \frac{C(b_k \omega^{2k} + b_{k-1} \omega^{2k-1} + \dots + b_0)}{a_k \omega^{2k} + a_{k-1} \omega^{2k-1} + \dots + a_0} \quad (\text{A.7})$$

Em que C é o ganho DC do filtro e a e b são coeficientes constantes, ω é a frequência de operação do filtro e K é um inteiro positivo que representa a ordem do filtro. Se a função de amplitude quadrática $A^2(\omega)$ é conhecida, podemos encontrar a função de transferência $G(s)$ a partir de A.7, substituindo:

$$(j\omega)^2 = -\omega^2 = s^2$$

$$\omega^2 = -s^2$$

$$G(s) \cdot G(-s) = A^2(\omega) \big|_{\omega^2 = -s^2} \quad (\text{A.8})$$

Em filtros passa-baixa mais simples, o ganho DC de $A^2(\omega)$ é unitário. Neste caso, é possível escrever a função de amplitude quadrática de forma reduzida, como já mostrada no Capítulo 2.

$$A^2(\omega) = \frac{b_0}{a_k \omega^{2k} + a_{k-1} \omega^{2k-1} + \dots + a_0} \quad (\text{A.9})$$

Como mostrado na equação A.8, é possível também encontrar a função $G(s)$ partindo de uma função de amplitude quadrática já conhecida.

Dado o exemplo da função de amplitude quadrática a seguir, encontraremos a função de transferência $G(s)$ adequada.

$$A^2(\omega) = \frac{16(-\omega^2 + 1)}{(\omega^2 + 4) \cdot (\omega^2 + 9)} \quad (\text{A.11})$$

$$G(s) \cdot G(-s) = A^2(\omega) \big|_{\omega^2 = -s^2} = \frac{16(s^2 + 1)}{(-s^2 + 4) \cdot (-s^2 + 9)} \quad (\text{A.12})$$

A função acima possui zeros em $s = \pm j1$ e polos em $s = \pm 2$ e $s = \pm 3$. Sabe-se não há restrições quanto aos zeros da função de transferência para estabilidade de um sistema, contudo para que o sistema seja estável, deve-se analisar somente os polos do semi-plano esquerdo do diagrama das raízes.

Além disso para o desenvolvimento dos cálculos deve-se também selecionar a constante de ganho, tal que

$$G(0) = A(0) \quad (\text{A.13})$$

Considerando os polos e os zeros da equação A.12 e a relacionando com a equação A.13, temos:

$$G(s) = \frac{K(s^2 + 1)}{(s + 2)(s + 3)} \quad (\text{A.14})$$

Para encontrar o ganho dado por K, consideremos a equação A.13 e A.14. Assim:

$$A^2(0) = \frac{16}{4 \cdot 9} = \frac{4}{9} \quad (\text{A.15})$$

$$A(0) = \frac{2}{3} \quad (\text{A.16})$$

$$G(0) = \frac{K}{6} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{K}{6} = \frac{2}{3} \rightarrow K = 4 \quad (\text{A.18})$$

Portanto, substituindo a partir da equação A.14, tem-se que a função de transferência será:

$$G(s) = \frac{4(s^2 + 1)}{(s + 2)(s + 3)} \quad (\text{A.19})$$

APÊNDICE B – Cálculo dos polinômios para o filtro Butterworth

Para encontrar o número de raízes de um número complexo, foi utilizado o Teorema de DeMoivre, dado pela equação a seguir.

$$\sqrt[n]{re^{j\omega}} = \sqrt[n]{re^{j\frac{\theta+2k\pi}{n}}} \quad (B.1)$$

Dada uma função de transferência $G(s)$ de um filtro de Butterworth e frequência de corte normalizada $\omega_c=1 \text{ rad/s}$, encontraremos a função de transferência deste filtro, para a ordem 3, utilizando a função de amplitude quadrática.

$$A^2(\omega) = \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^{2.3} + 1} = \frac{1}{\omega^6 + 1} \quad (B.2)$$

Considerando $\omega^2 = -s^2$, temos que

$$G(s) \cdot G(-s) = \frac{1}{-s^6 + 1} \quad (B.3)$$

Encontrando o polo dessa função:

$$s^6 = 1 \rightarrow s = \sqrt[6]{1} \angle 0^\circ$$

Aplicando o Teorema de DeMoivre para encontrar as raízes:

$$\sqrt[6]{1e^{j0}} = \sqrt[6]{1e^{j\frac{\theta+2k\pi}{n}}} \quad (B.4)$$

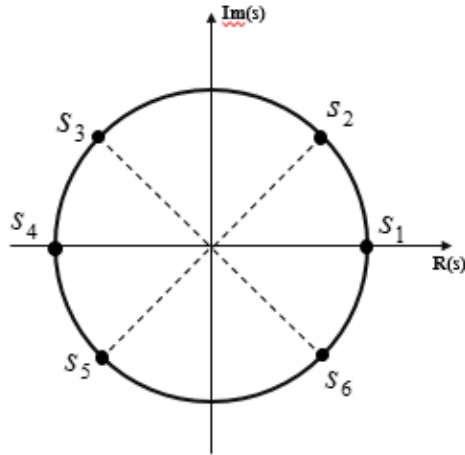
Dessa maneira, encontraremos todos os polos para a função de transferência dada anteriormente:

$$\begin{aligned} s_1 = k = 0 &\rightarrow \cos\frac{0}{6} + i \cdot \text{sen}\frac{0}{6} = 1 \\ s_2 = k = 1 &\rightarrow \cos\frac{2\pi}{6} + i \cdot \text{sen}\frac{2\pi}{6} = \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ s_3 = k = 2 &\rightarrow \cos\frac{4\pi}{6} + i \cdot \text{sen}\frac{4\pi}{6} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ s_4 = k = 3 &\rightarrow \cos\frac{6\pi}{6} + i \cdot \text{sen}\frac{6\pi}{6} = -1 \\ s_5 = k = 4 &\rightarrow \cos\frac{8\pi}{6} + i \cdot \text{sen}\frac{8\pi}{6} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$s_6 = k = 5 \rightarrow \cos \frac{10\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{10\pi}{6} = \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Para que o sistema seja estável é necessário escolher os polos localizados no semi-plano esquerdo

Figura 26 - Polos do sistema.



FONTE: A autora.

Dessa forma foram selecionados os polos: s_3, s_4 e s_5 , assim como mostrado na Figura 26.

Desse modo, a função de transferência do filtro passa a ser:

$$G(s) = \frac{K}{\left(s + \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (s+1) \cdot \left(s + \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \quad (\text{B.5})$$

Em que o ganho K assume a unidade. Sendo assim a função de transferência deste filtro é dada por:

$$G(s) = \frac{1}{\left(s + \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (s+1) \cdot \left(s + \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \quad (\text{B.6})$$

Multiplicando os termos do denominador e reagrupando os termos, a função de transferência passar a ser:

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} \quad (\text{B.7})$$

De modo que os coeficientes do denominador dessa função de transferência corresponde ao denominador de um filtro Butterworth de ordem 3, na sua forma polinomial, como mostrado na Tabela 12.

Tabela 12 - Denominadores de filtros passa baixa Butterworth na sua forma fatorada.

k	Denominador do filtro de Butterworth, de acordo com a Equação (2.1.1)
1	$s + 1$
2	$s^2 + 1,4142s + 1$
3	$(s + 1) \cdot (s^2 + s + 1)$
4	$(s^2 + 0,7654s + 1) \cdot (s^2 + 1,8478s + 1)$

Consideremos agora um filtro de Butterworth de ordem 2. Dada uma função de transferência $G(s)$ de um filtro de Butterworth e frequência de corte normalizada $\omega_c = 1$ rad/s, encontraremos a função de transferência deste filtro, utilizando a função de amplitude quadrática.

$$A^2(\omega) = \frac{1}{\left(\frac{\omega}{1}\right)^{2 \cdot 2} + 1} = \frac{1}{\omega^4 + 1} \quad (\text{B.8})$$

Substituindo $j\omega$ por s , temos:

$$\begin{aligned} s^2 &= (j\omega)^2 \\ s^2 &= j^2 \omega^2 \\ s^2 &= -\omega^2 \\ (s^2)^2 &= (-\omega^2)^2 \\ s^4 &= \omega^2 \end{aligned}$$

Assim, encontraremos os polos da função de transferência:

$$\begin{aligned} G(s) \cdot G(-s) &= \frac{1}{s^4 + 1} \\ s^4 &= 1 \\ s &= \sqrt[4]{-1} = \sqrt[4]{j^2} = \sqrt{j} \\ s &= 1 \angle 45^\circ \\ |s| &= \sqrt{0,707^2 + 0,707^2} = 1 \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Pelo Teorema de DeMoivre's tem-se

$$\begin{aligned} z &= p \cdot \cos \theta + i \cdot \sin \theta \\ z^n &= \omega \end{aligned}$$

Logo,

$$\omega = r \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi) \quad (\text{B.10})$$

$$z^n = [p \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta)]^n \quad (\text{B.11})$$

$$p^n (\cos n\theta + i \cdot \sin n\theta) = r \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi) \quad (\text{B.12})$$

Logo,

$$p^n = r \quad (\text{B.13})$$

$$n\theta = \varphi \quad (\text{B.14})$$

Sabendo que todas as soluções possíveis das equações são múltiplas de 2π , então

$$\theta = \frac{\varphi}{n} + 2\pi \quad (\text{B.15})$$

$$\theta = \frac{0,707}{0,707} = \tan^{-1}(1) = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

Então,

$$\theta = \frac{\pi}{4} = \frac{\varphi}{n} \quad (\text{B.16})$$

Pela igualdade das equações, temos que $n=4$, logo:

$$\varphi = \frac{4\pi}{4} = \pi \quad (\text{B.17})$$

Agora encontraremos as os polos da função de transferência dada, de acordo com a equação (B.1).

$$\theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{4} = \frac{\pi + 2\pi k}{4} \quad (\text{B.18.a})$$

$$\cos\left(\frac{\pi + 2\pi k}{4}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi + 2\pi k}{4}\right) \quad (\text{B.18.b})$$

$$s_1 = k = 0 \rightarrow \cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{B.18.c})$$

$$s_2 = k = 1 \rightarrow \cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{B.18.d})$$

$$s_3 = k = 2 \rightarrow \cos\frac{5\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{B.18.e})$$

Novamente, para manter a estabilidade do sistema, somente os polos do semi-plano esquerdo serão utilizados. Assim temos:

$$G(s) = \frac{1}{\left(s - \frac{\sqrt{2}}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(s - \frac{\sqrt{2}}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} \quad (\text{B.19})$$

Simplificando o denominador, teremos:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \quad (\text{B.20})$$

Os coeficientes do denominador de (B.20) representam os coeficientes do denominador de um filtro Butterworth passa baixa, na sua forma polinomial, de acordo com a Tabela 12.

APÊNDICE C - Cálculo dos polinômios para o filtro Chebyshev

Como dito anteriormente, os filtros de Chebyshev são oriundos dos polinômios de Chebyshev $C_k(x)$ os quais são funções ortogonais. Dessa maneira, temos:

$$C_k(x) = \cos(k \cdot \cos^{-1} \cdot x) \quad |x| \leq 1 \quad (C.1)$$

$$C_k(x) = \cos^{-1}(k \cdot \cosh^{-1} x) \quad |x| > 1 \quad (C.2)$$

Utilizando a equação (B.1), temos que:

Para K=0

$$C_0(x) = \cos(0 \cdot \cos^{-1} \cdot x) = 1 \quad (C.3)$$

Para K=1:

$$C_1(x) = \cos(1 \cdot \cos^{-1} \cdot x) \quad (C.4)$$

Utilizando a relação trigonométrica abaixo, temos que:

$$\cos(1 \cdot \cos^{-1} \cdot x) = x \quad (C.5)$$

Logo,

$$C_1(x) = x \quad (C.6)$$

Para K=2

$$C_2(x) = \cos(2 \cdot \cos^{-1} \cdot x) \quad (C.7)$$

Utilizando novamente as seguintes relações trigonométricas,

$$\cos 2x = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x \quad (C.8)$$

$$\operatorname{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x \quad (C.9)$$

Fazendo $\cos^{-1} x = \alpha$:

$$C_2(x) = \cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (C.10)$$

$$\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) \quad (C.11)$$

$$\cos^2 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha \quad (C.12)$$

$$2 \cdot \cos^2 \alpha - 1 \quad (C.13)$$

$$2 \cdot \cos^2 (\cos^{-1} x) - 1 \quad (C.14)$$

$$2[\cos(\cos^{-1} x) \cdot \cos(\cos^{-1} x)] \quad (C.15)$$

Considerando $\cos^{-1} x = x$, temos que:

$$C_2(x) = 2x^2 - 1 \quad (C.16)$$

Para K=3

$$C_3(x) = \cos(3 \cdot \cos^{-1} x) \quad (C.17)$$

Considerando $\cos^{-1} x = \alpha$

$$\cos 3\alpha = \cos(\alpha + 2\alpha) \quad (C.18)$$

Utilizando novamente a relação (B.8):

$$\cos 3\alpha = \cos \alpha \cdot \cos 2\alpha - \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha \quad (C.19)$$

$$\cos 3\alpha = \cos \alpha \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - \sin \alpha \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \alpha) \quad (C.20)$$

$$\cos 3\alpha = \cos \alpha \cdot [\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)] - 2\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha \quad (C.21)$$

$$\cos 3\alpha = \cos \alpha \cdot (2\cos^2 \alpha - 1) - 2(1 - \cos^2 \alpha) \cdot \cos \alpha \quad (C.22)$$

$$\cos 3\alpha = 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2\cos \alpha + 2\cos^3 \alpha \quad (C.23)$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 2\cos \alpha \quad (C.24)$$

Fazendo $\cos \alpha = x$, temos:

$$C_3(x) = 4x^3 - 3x \quad (C.25)$$

A função de amplitude quadrática de um filtro Chebyshev é dada por:

$$A^2(\omega) = \frac{\alpha}{1 + \varepsilon^2 + C_k^2(\omega/\omega_c)} \quad (C.26)$$

Em que: ω_c é a frequência de corte e ε^2 o *ripple*.

O valor de $A_{\max}^2$ acontece quando $\varepsilon^2 + C_k^2(\omega/\omega_c) = 0$, então $A_{\max}^2 = \alpha$.

Para encontrar $A_{\min}^2$ é preciso que $\varepsilon^2 + C_k^2(\omega/\omega_c) \leq 1$, para que isto seja verdade, utiliza-

se a equação (C.1). Reescrevendo a equação (C.1), temos:

$$|C_k(x)| \leq 1 \quad -1 < x < 1 \quad (C.27)$$

$$C_k^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)_{\max} = 1 \quad (C.28)$$

Assim,

$$A_{\min}^2 = \frac{\alpha}{1 + \varepsilon^2 \cdot 1} = \frac{\alpha}{1 + \varepsilon^2} \quad (C.29)$$

Substituindo $A_{\max}^2 = \alpha$ e $A_{\min}^2 = \frac{\alpha}{1 + \varepsilon^2}$ em:

$$r_{dB} = 10 \cdot \log_{10} \frac{A_{\max}^2}{A_{\min}^2} = 20 \cdot \log_{10} \frac{A_{\max}}{A_{\min}} \quad (C.30)$$

$$r_{dB} = 10 \cdot \log_{10} \frac{\alpha}{\frac{\alpha}{1 + \varepsilon^2}} = 10 \cdot \log_{10} (1 + \varepsilon^2) \quad (C.31)$$

$$\log_{10}(1 + \varepsilon^2) = \frac{r_{dB}}{10}$$

Desse modo, o *ripple* de um filtro Chebyshev é dado por:

$$\varepsilon^2 = 10^{\frac{r_{dB}}{10}} - 1 \quad (C.32)$$

Para que a função de transferência de um filtro Chebyshev seja encontrada, consideremos agora como exemplo um filtro de ordem 2, com ganho DC unitário, *ripple* de 1 dB e frequência de corte normalizada em $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$. Para isto será utilizada a função de amplitude quadrática, dada pela equação (B.26).

Para K=2, temos que:

$$C_2(x) = 2x^2 - 1 \quad (C.33)$$

Então:

$$C_k^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = C_k^2(\omega) = (2\omega^2 - 1)^2 = 4\omega^4 + 4\omega^2 + 1 \quad (C.34)$$

Da equação (B.32):

$$\varepsilon^2 = 10^{\frac{r_{dB}}{10}} - 1 = 0,259$$

Para um ganho DC unitário e K sendo par temos:

$$\alpha = 1 + \varepsilon^2 \quad (C.35)$$

Logo,

$$A^2(\omega) = \frac{1,259}{1 + 0,259 \cdot (4\omega^4 + 4\omega^2 + 1)} \quad (C.36)$$

Fazendo, $\omega^2 = -s^2$

$$G(s) \cdot G(-s) = \frac{k}{s^2 + 1,0977s + 1,1024} \quad (C.37)$$

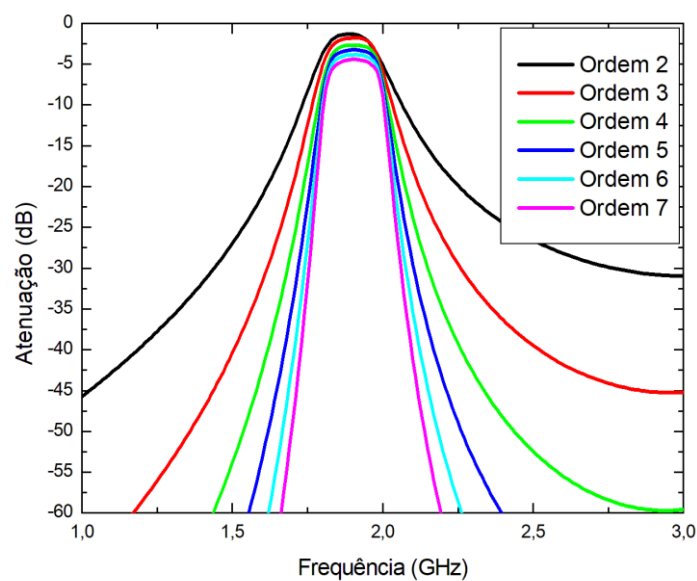
Para estabilidade do sistema, utiliza-se somente os polos no semi-plano esquerdo. Dessa maneira, a função de transferência do filtro Chebyshev de ordem 2 é dada por:

$$G(s) = \frac{k}{s^2 + 1,0977s + 1,1024} \quad (C.38)$$

APÊNDICE D - Resultados dos filtros passa faixa

Neste apêndice encontra-se os resultados, simulações e os valores dimensionados para cada tipo de filtro utilizando os substratos Alumina, Duroid 6010 e FR4 - Tipo II.

Figura 27 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Butterworth substrato Alumina.



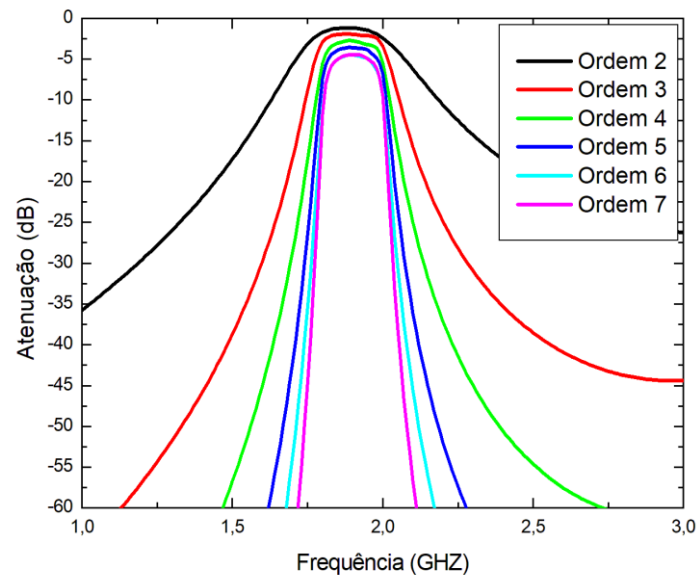
FONTE:A autora.

Tabela 13 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Butterworth com substrato Alumina.

	(mm)	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
Ordem 2	W	0,165094	0,219062	0,165094					
	S	0,0981078	0,32236	0,0981078					
	ℓ	16,0017	15,6735	16,0017					
Ordem 3	W	0,145918	0,219062	0,219062	0,145918				
	S	0,0776732	0,32236	0,32236	0,0776732				
	ℓ	16,1019	15,6735	15,6735	16,1019				
Ordem 4	W	0,128694	0,215813	0,222276	0,215813	0,128694			
	S	0,0650439	0,277573	0,397578	0,277573	0,0650439			
	ℓ	16,192	15,699	15,6462	15,699	16,192			
Ordem 5	W	0,113545	0,211246	0,222657	0,222657	0,211246	0,113545		
	S	0,056835	0,235972	0,410808	0,410808	0,235972	0,056835		
	ℓ	16,2737	15,7322	15,6427	15,6427	15,7322	16,2737		
Ordem 6	W	0,100238	0,205669	0,221151	0,222657	0,221151	0,205669	0,100238	
	S	0,0512046	0,20144	0,365335	0,410808	0,365335	0,20144	0,0512046	

	ℓ	16,3487	15,7698	15,656	15,6427	15,656	15,7698	16,3487	
Ordem 7	W	0,088496	0,199261	0,219922	0,222511	0,222511	0,219922	0,199261	0,088496
	S	0,0471701	0,173217	0,33811	0,405579	0,405579	0,33811	0,173217	0,0471701
	ℓ	16,4187	15,8104	15,6664	15,644	15,644	15,6664	15,8104	16,4187

Figura 28 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Chebyshev.0,2 dB de *ripple* e substrato Alumina

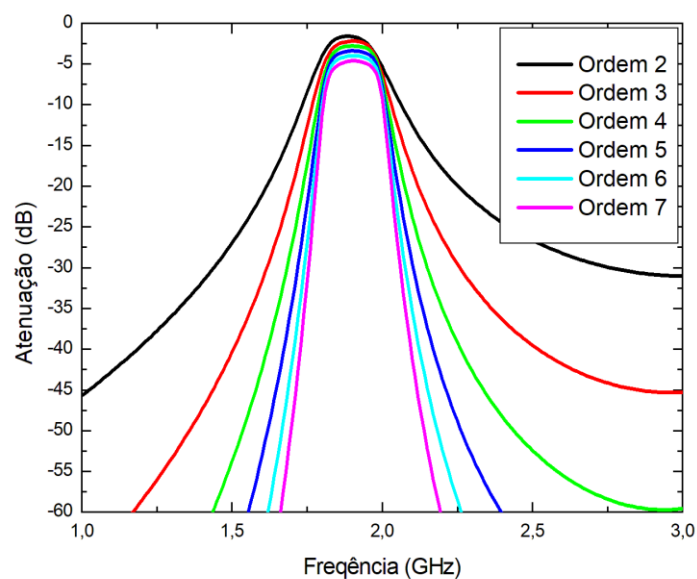


FONTE:A autora.

Tabela 14 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Chebyshev 0,2dB de *ripple* com substrato Alumina.

	(mm)	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
Ordem 2	W	0,148144	0,204738	0,119855					
	S	0,0796413	0,196742	0,060027					
	ℓ	16,0903	15,7756	16,2391					
Ordem 3	W	0,157699	0,215816	0,215816	0,157699				
	S	0,0892054	0,277608	0,277608	0,0892054				
	ℓ	16,0405	15,6989	15,8689	16,0405				
Ordem 4	W	0,160883	0,217531	0,220717	0,217531	0,135444			
	S	0,03928563	0,298918	0,354971	0,298918	0,0695002			
	ℓ	16,0238	15,6857	15,6597	15,6857	16,1565			
Ordem 5	W	0,162327	0,218146	0,221472	0,221472	0,218146	0,162327		
	S	0,0946011	0,30774	0,373643	0,373643	0,30774	0,0946011		
	ℓ	16,0163	15,6809	15,6532	15,6532	15,6809	16,0163		
Ordem 6	W	0,163106	0,218444	0,221744	0,222064	0,221744	0,218444	0,138214	
	S	0,0955658	0,312272	0,381234	0,390773	0,381234	0,312272	0,0715016	
	ℓ	16,0122	15,6785	15,6509	15,648	15,6509	15,6785	16,142	
Ordem 7	W	0,163574	0,218812	0,221879	0,222276	0,222276	0,221879	0,218612	0,163574
	S	0,091533	0,314925	0,385143	0,397564	0,397564	0,385143	0,314925	0,0961533
	ℓ	16,0097	15,6771	15,5497	15,6462	15,6482	15,6497	15,67771	16,0097

Figura 29 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Butterworth e substrato Duroid 6010.

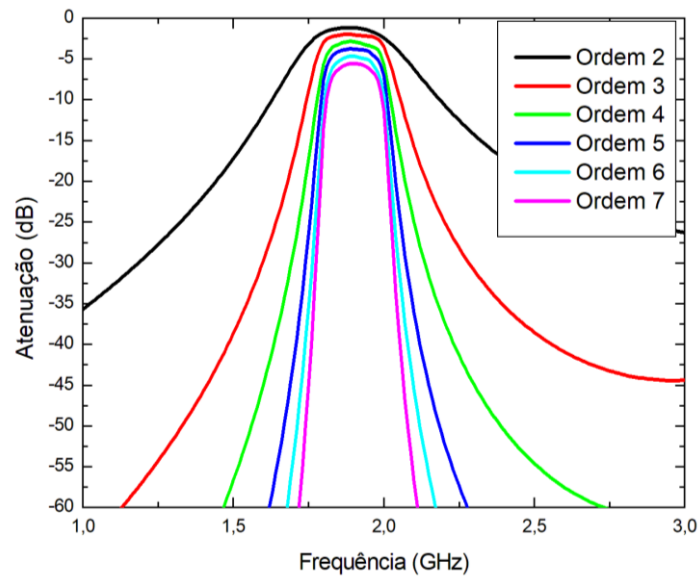


FONTE:A autora.

Tabela 15 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Butterworth com substrato Duroid 6010.

	(mm)	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
Ordem 2	W	0,157657	0,209889	0,157657					
	S	0,099295	0,323169	0,099295					
	ℓ	15,7332	15,4121	15,7332					
Ordem 3	W	0,13909	0,209889	0,209889	0,13909				
	S	0,078702	0,323169	0,323169	0,078702				
	ℓ	15,832	15,4121	15,4121	15,832				
Ordem 4	W	0,122408	0,206739	0,212973	0,206739	0,122408			
	S	0,065919	0,278589	0,398298	0,278589	0,0659197			
	ℓ	15,9213	15,4386	15,3856	15,4368	15,9213			
Ordem 5	W	0,107733	0,202316	0,212771	0,212771	0,202316	0,107733		
	S	0,0575736	0,237147	0,390149	0,390149	0,2371147	0,0575736		
	ℓ	16,0022	15,4691	15,3877	15,3877	15,4691	16,0022		
Ordem 6	W	0,098499	0,196918	0,211917	0,213381	0,211917	0,196918	0,0948489	
	S	0,0518154	0,202711	0,365921	0,411136	0,365921	0,202711	0,0518154	
	ℓ	16,0769	15,5059	15,3951	15,3823	15,3951	15,5059	16,0769	
Ordem 7	W	0,0834884	0,190718	0,21724	0,21324	0,21324	0,21324	0,210724	0,190718
	S	0,0475584	0,174535	0,33884	0,405938	0,405938	0,405938	0,33884	0,174535
	ℓ	16,1467	15,5454	15,4052	15,3835	15,3835	15,3835	15,4052	15,5454

Figura 30 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Chebyshev, 0,2 dB de *ripple* e substrato Duroid 6010.

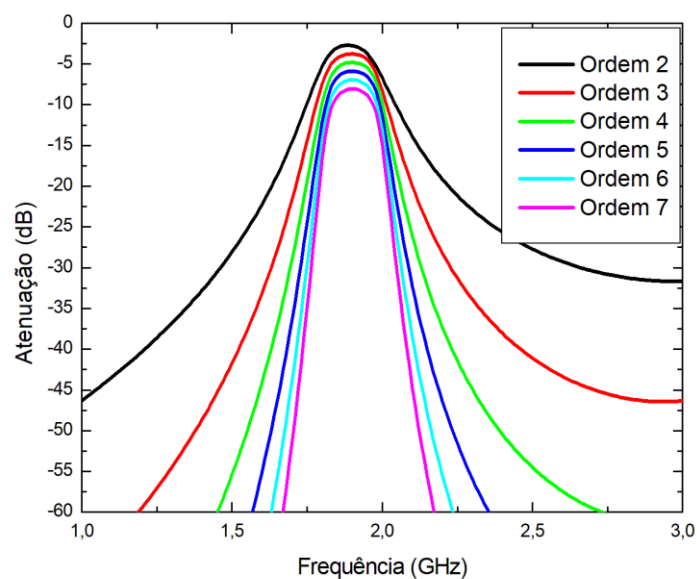


FONTE:A autora.

Tabela 16 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Chebyshev 0,2dB de *ripple* com substrato Duroid 6010.

	(mm)	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
Ordem 2	W	0,141246	0,196017	0,113874					
	S	0,0806895	0,198023	0,0607992					
	ℓ	15,8205	15,5118	15,968					
Ordem 3	W	0,150798	0,206742	0,206742	0,150498				
	S	0,0903342	0,278625	0,278625	0,0903342				
	ℓ	15,7714	15,4368	15,4368	15,7714				
Ordem 4	W	0,15358	0,208404	0,211496	0,208404	0,128945			
	S	0,940108	0,29984	0,355613	0,299849	0,0704365			
	ℓ	15,755	15,424	15,3987	15,424	15,8861			
Ordem 5	W	0,154979	0,209	0,212229	0,212229	0,209	0,154979		
	S	0,095787	0,30862	0,374183	0,374183	0,30862	0,095767		
	ℓ	15,7475	15,4192	15,3924	15,3924	15,4192	15,7475		
Ordem 6	W	0,155732	0,209289	0,212494	0,212805	0,212494	0,209289	0,131628	
	S	0,0967378	0,313131	0,371732	0,391217	0,381735	0,313131	0,0724626	
	ℓ	15,7435	15,4169	15,3901	15,3874	15,3901	15,4169	15,8717	
Ordem 7	W	0,156185	0,209452	0,212624	0,213011	0,213011	0,212624	0,209452	0,156185
	S	0,0973289	0,315771	0,385619	0,397969	0,397969	0,385619	0,315771	0,0973289
	ℓ	15,741	15,4156	15,389	15,3856	15,3856	15,389	15,4156	15,741

Figura 31 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Butterworth e substrato FR4 – Tipo II.

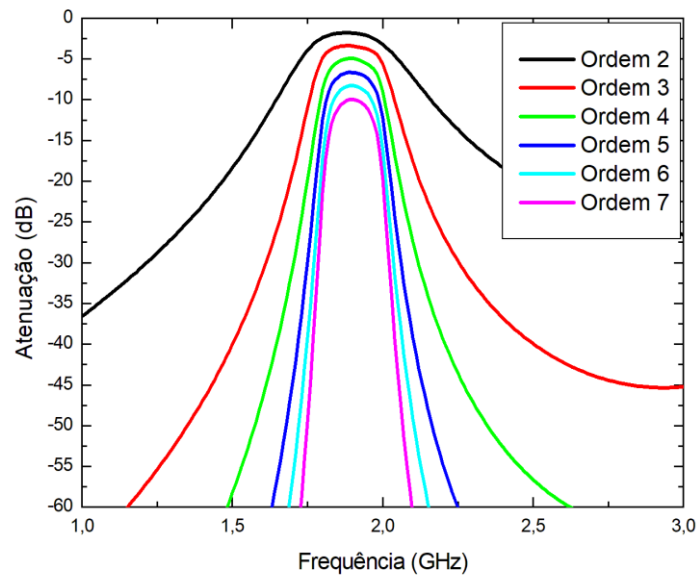


FONTE:A autora.

Tabela 17 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Butterworth com substrato FR4 – Tipo II.

	(mm)	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
Ordem 2	W	2,21466	2,79846	2,21466					
	S	0,387373	1,78254	0,387373					
	ℓ	22,0835	21,6328	22,0835					
Ordem 3	W	2,01323	2,79846	2,79846	2,01323				
	S	0,286065	1,78254	1,18254	0,286065				
	ℓ	22,202	21,6328	21,6328	22,202				
Ordem 4	W	1,83439	2,76291	2,8334	2,76291	1,73439			
	S	0,228806	1,48342	2,29468	1,48342	0,228806			
	ℓ	22,3013	21,6699	21,5935	21,6699	22,3013			
Ordem 5	W	1,67806	2,71274	2,83072	2,83072	2,71274	1,67806		
	S	0,194896	1,21124	2,24059	2,24059	1,21124	0,194898		
	ℓ	22,3859	21,7185	21,5966	21,5966	21,7185	22,3859		
Ordem 6	W	1,54092	2,65159	2,82119	2,83753	2,82119	2,65159	1,54092	
	S	0,174038	0,990639	2,07392	2,38571	2,07392	0,990639	0,174038	
	ℓ	22,4595	21,7731	21,6076	21,5856	21,6076	21,7731	22,4595	
Ordem 7	W	1,41961	2,58158	2,80783	2,83595	2,83595	2,80783	2,58158	1,41961
	S	0,161003	0,815598	1,8889	2,3497	2,3497	1,8889	0,815598	0,161003
	ℓ	22,5249	21,8309	21,6225	21,5905	21,5905	21,6225	21,8309	22,5249

Figura 32 - Resposta em frequência dos filtros passa faixa com seções de linhas acopladas Chebyshev.0,2 dB de *ripple* e substrato FR4 – Tipo II.



FONTE:A autora.

Tabela 18 - Parâmetros dimensionados para filtros passa faixa Chebyshev 0,2dB de *ripple* com substrato FR4 – Tipo II.

	(mm)	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
Ordem 2	W	2,03648	2,64141	1,74341					
	S	0,295408	0,961131	0,207582					
	ℓ	22,1887	21,7818	22,3507					
Ordem 3	W	2,13665	2,76294	2,76294	2,13665				
	S	0,342127	1,48365	1,48365	0,342127				
	ℓ	22,1305	21,6699	21,6699	22,1305				
Ordem 4	W	2,17018	2,78174	2,81648	2,87174	1,90428			
	S	0,36049	1,6253	2,00333	1,62536	0,248423			
	ℓ	22,1105	21,6506	21,6129	21,6506	22,263			
Ordem 5	W	2,18542	2,78846	2,82467	2,82467	2,788846	2,18542		
	S	0,369362	1,68431	2,13064	2,13064	1,68431	0,369362		
	ℓ	22,1013	21,6435	21,6036	21,6036	21,6435	22,1013		
Ordem 6	W	2,19365	2,79171	2,82763	2,8311	2,82763	2,73171	1,93303	
	S	0,374293	1,71471	2,18257	2,24795	2,18259	1,71471	0,257455	
	ℓ	22,0963	21,64	21,6002	21,5962	21,6002	21,64	22,247	
Ordem 7	W	2,19859	2,79355	2,82909	2,8334	2,8334	2,82909	2,79355	2,19859
	S	0,377305	1,73252	2,20935	2,29458	2,29458	2,20935	1,73252	0,377305
	ℓ	22,0933	21,6381	21,5985	21,5935	21,5935	21,5985	21,6381	22,0933