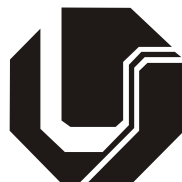


GUALTER AURÉLIO ALVES DE SOUZA

**UMA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DO
PARAFUSO PILAR EM IMPLANTES DENTÁRIOS
USANDO FOTOELASTICIDADE AUTOMATIZADA**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2007

GUALTER AURÉLIO ALVES DE SOUZA

**UMA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DO PARAFUSO PILAR EM
IMPLANTES DENTÁRIOS USANDO FOTOELASTICIDADE
AUTOMATIZADA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA.**

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientador: Prof. Dr. Cleudmar Araújo Amaral

Co-orientador: Prof. Dr. Flávio Domingues das Neves

UBERLÂNDIA – MG

2007

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S729m Souza, Gualter Aurélio Alves de, 1960-
 Uma metodologia para avaliação do parafuso pilar em implantes dentários
 usando fotoelasticidade automatizada / Gualter Aurélio Alves de Souza. - 2007.
 156 f. : il.

 Orientador: Cleudmar Araújo Amaral.
 Co-orientador: Flávio Domingues das Neves.

 Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Mecânica.

 Inclui bibliografia.

 1. Materiais - Teses. 2. Fotoelasticidade - Teses. 3. Implantações dentárias. I.
Amaral, Cleudmar Araújo. II. Neves, Flávio Domingues das. III. Universidade Federal
de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 620.17

GUALTER AURÉLIO ALVES DE SOUZA

**UMA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DO PARAFUSO PILAR
EM IMPLANTES DENTÁRIOS USANDO FOTOELASTICIDADE
AUTOMATIZADA**

Programa de Pós-graduação em Engenharia
Mecânica da Universidade Federal de
Uberlândia.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e
Vibrações

Banca examinadora:

Prof. Dr. Cleudmar Araújo Amaral – FEMEC/UFU – Orientador

Prof. Dr. Flávio Domingues das Neves – FOUFU – Co-orientador

Prof. Dr^a. Sonia Aparecida Goulart de Oliveira - FEMEC/UFU

Prof. Dr. Luiz Cláudio Oliveira – CEFET/MG

Uberlândia, 16 de fevereiro de 2007.

DEDICATÓRIA

À meus queridos pais, Carlos e Zaida.

À minha querida esposa Valda.

AGRADECIMENTOS

Ao Deus Criador, que nos possibilita a experiência da vida.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade e contínuo estímulo de se realizar este trabalho.

A minha querida esposa Valda, por seu amor, apoio e estímulo por todo o tempo em comum que vivemos juntos.

A meus queridos pais, por seu sacrifício e esforço em nos oferecer o melhor.

Ao professor Cleudmar Amaral de Araújo, meu orientador e amigo, cujo saber acadêmico e exemplo humano foram um elemento impulsionador desse trabalho.

Ao professor Flávio Domingues das Neves, co-orientador, que nos introduziu no mundo odontológico e contribuiu com diversos conhecimentos úteis para a compreensão dos problemas dos implantes sob o ponto de vista odontológico.

À todos os professores da FEMEC, e em especial aos da pós-graduação, que contribuíram com seus conhecimentos para que esse trabalho fosse possível.

À todos os técnicos da FEMEC, que direta ou indiretamente contribuíram para esse trabalho, em especial o técnico Marquinhos, do LPM, e os técnicos Lazinho e Eurípedes, que contribuíram com trabalhos específicos, e ao colega e amigo, Eng. Luiz Antonio dos Santos, que se desdobrou para cobrir minhas ausências, quando foi necessário.

Aos colegas do LPM, e em especial aos colegas Lidiane, Fernando e Manoel, que nos apoiaram e contribuíram nas diversas etapas do desenvolvimento deste trabalho.

À empresa Conexão Sistemas de Prótese Ltda., que forneceu materiais odontológicos que possibilitaram a realização deste trabalho.

x

SOUZA, G. A. A., **Uma Metodologia Para Avaliação do Parafuso Pilar em Implantes Dentários Usando Fotoelasticidade Automatizada**, 2007. 156 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

O parafuso pilar é um importante elemento constituinte de implantes dentários convencionais. Ele é utilizado para fixar o pilar ou intermediário ao implante. Em implantes dentários convencionais, o nível de torque aplicado é da ordem de 20 Ncm, porém sabe-se que o parafuso pilar resiste a maiores níveis de torque, e que uma maior pré-carga aplicada poderia melhorar sua fixação. Muitos problemas relacionados às fraturas e desapertos do parafuso são relacionados na literatura. A melhoria das condições de osseointegração e do projeto dos implantes dentários poderia proporcionar a aplicação de maiores torques aos parafusos pilar, minimizando os problemas de desaperto. Para isso, é importante o conhecimento do comportamento físico destes elementos quanto ao campo de tensão e deformação, quando um certo nível de torque e pré-carga são aplicados. Neste trabalho, o gradiente de tensões no parafuso de pilar foi estudado com um nível de pré-carga aplicado. Foi utilizada a técnica da fotoelasticidade de transmissão plana em um modelo fotoelástico de um implante dentário convencional da empresa Conexão Sistemas de Prótese Ltda. Um programa em ambiente Matlab foi desenvolvido para adquirir e processar as imagens das franjas, para a obtenção dos parâmetros fotoelásticos. Foi utilizada uma barra prismática fotoelástica submetida à flexão em quatro pontos, instalada em um polariscópio de transmissão, ajustado para luz polarizada elíptica para a obtenção das ordens de franja. As direções das tensões principais foram obtidas através da solução de uma equação não linear. Para melhorar a precisão dos valores das direções das tensões principais foi utilizado um disco sob compressão axial para calibrar os valores RGB das imagens adquiridas. Para o torque padrão de 20 Ncm, a pré-carga estimada foi de 111 N (GARCIA, 2006). Estima-se que valores de torque na ordem de 40 a 50 Ncm poderiam ser aplicados no parafuso de pilar, se o nível de osseointegração aliado ao projeto do implante dentário suportar tais níveis de torque. Um número maior de experimentos devem ser realizados para que se possa concluir sobre os máximos valores de torque da pré-carga. O programa computacional “Fringes”, mostrou-se eficiente na determinação dos parâmetros óticos em modelos solicitados até a 4ª ordem de franja.

Palavras-chave: *Fotoelasticidade de transmissão plana, tensão, deformação, parafuso pilar, implante dentário, parâmetros fotoelásticos.*

SOUZA, G. A. A., **A Metodology for Evaluation of a Pilar Screw of a Dental Implant Using The Automatized Plane Photoelasticity Technique**. 2007. 156 p. Ms. Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia.

Abstract

The pillar screw is an important element of conventional dental implants. It is used to fix the pillar or intermediary to the implant set. In conventional dental implants, the torque level applied is near of 20 Ncm, however it knows that the pillar screw resists to bigger torque levels, and that a high pre-load could improve its setting. Many problems related to the breakings and reliefs of the screw are related in literature. The improvement of osseointegration conditions and the dental implantations project could provide to the application of high torque to the pillar screws, minimizing the relief problems. For this, the knowledge of the physical behavior of these elements about their stress and strain fields is important, when a certain torque level and pre-load level is applied. In this work, the stress gradient in the pillar screw was evaluated with an applied pre-load level. The technique of the bidimensional photoelasticity in a photoelastic model of a conventional dental implant of the Conexão Sistemas de Prótese Ltda company was used. For the attainment of the photoelastic parameters, a Matlab program was developed to acquire and to process the fringe images. A photoelastic prismatic bar submitted to a four points bending effort was used, installed in a transmission polariscope, adjusted for elliptical polarized light. The principal stresses directions had been obtained through a non linear equation solution. To improve the precision of the principal stresses directions values a disc under axial compression was used to calibrate values RGB of the acquired images. For the torque standard of 20 Ncm, the pre-load was of 111 N. It is possible estimate that torque values in the order of 40 to 50 Ncm could be applied in the pillar screw, if the osseointegration level allied to the project of the dental implant to support such torque levels. A bigger number of experiments must be carried through so that if it can conclude on the maximum values of torque of the daily pay-load. The program "Fringes" revealed efficient in the determination of the models optics parameters until 4^a fringe order.

Keywords: *bidimensional photoelasticity, stress, strain, screw pillar, dental implant, photoelastic parameters.*

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
A	Amplitude da onda da luz
A_x	Metade do comprimento do retângulo da elipse de luz – direção x (Fig. 4.3)
A_y	Metade do comprimento do retângulo da elipse de luz – direção y (Fig. 4.3)
A_{pr}	Área de prova medida no diâmetro médio do parafuso
a	Comprimento do maior semi-eixo da elipse da luz
B	Padrão da luz referente ao azul
$Baux$	Fator de correção da não-convergência do padrão azul
b	Comprimento do menor semi-eixo da elipse da luz
b_m	Espessura do modelo
b_p	Espessura do protótipo (parafuso nas medidas originais)
c	Velocidade de propagação ($C_{luz} = 3 \times 10^8$ m/s no vácuo) da luz
C_b	Vetor do campo magnético de uma onda eletromagnética
C_e	Vetor do campo elétrico de uma onda eletromagnética
c_m	Comprimento do modelo
c_p	Comprimento do protótipo (parafuso nas medidas originais)
CV	Coeficiente de variação (%)
D	Diâmetro do disco fotoelástico
d	Distância (braço do momento)
d_m	Diâmetro efetivo da seção transversal do parafuso
E	Módulo de elasticidade do material;
E_a	Amplitude do vetor luz ou um de seus componentes
E'_j	Função erro, redefinida após a normalização dos padrões de cinza (cap.6)
f	Frequência: número de oscilações de amplitude por período T
f_σ	Constante ótica do material
F	Carga aplicada
F_{cal}	Valor de ajuste das raízes dos (9) pontos dos diâmetros do disco fotoelástico, utilizados para calibração dos valores da direção das tensões principais.
F_p	Força aplicada ao parafuso do pilar
F_{pr}	Força de pré-carga
F_x	Carga axial externa de compressão
G	Padrão da luz referente ao verde

G_{aux}	Fator de correção da não-convergência do padrão verde
G_{calt}	Fator de calibração das raízes dos pontos dos diâmetros (método proposto)
I	Intensidade de luz
i	Vetor unitário ao longo do eixo x
J_r	Integral de ajuste da correção da Eq. 5.7, para o padrão vermelho
J_g	Integral de ajuste da correção da Eq. 5.7, para o padrão verde
J_b	Integral de ajuste da correção da Eq. 5.7, para o padrão azul
L	Comprimento da barra de calibração
l_p	Avanço ou passo do parafuso ($=p$)
M	Momento fletor
$Med(N)$	Média de N
N	Ordem de franja
n_x	Índice de refração absoluto em relação ao eixo x
n_y	Índice de refração absoluto em relação ao eixo y
P	Força aplicada
P_m	Carga aplicada no modelo
P_p	Carga aplicada no protótipo (parafuso nas medidas originais)
R	Padrão da luz referente ao vermelho
R_d	Raio do disco
R_{aux}	Fator de correção da não-convergência do padrão vermelho
R_T	Intensidade de luz do padrão R, obtida na tabela de calibração
$\overline{R_T}$	Intensidade de luz do padrão R, obtida na tabela de calibração, ajustada e aplicada na correção do cálculo da direção das tensões principais
G_T	Intensidade de luz do padrão G, obtida na tabela de calibração
$\overline{G_T}$	Intensidade de luz do padrão G, obtida na tabela de calibração, ajustada e aplicada na correção do cálculo da direção das tensões principais
B_T	Intensidade de luz do padrão B, obtida na tabela de calibração
$\overline{B_T}$	Intensidade de luz do padrão B, obtida na tabela de calibração, ajustada e aplicada na correção do cálculo da direção das tensões principais
r_1 e r_2	Lados de um triângulo retângulo cuja hipotenusa é o diâmetro do disco de calibração. Representam direções nas quais se pretende calcular as tensões.
S	Matriz de Stokes
S_y	Limite de escoamento do material
t	Tempo de propagação da luz ou tempo a um dado instante
T	Período: tempo requerido para a passagem de dois picos sucessivos sobre algum valor fixo de propagação da luz

T_q	Torque aplicado
v_x	Velocidade da luz na direção do eixo x
v_y	Velocidade da luz na direção do eixo y
ω	Frequência angular, sendo $\omega = 2\pi/T$
x	Eixo x, direção positiva do eixo x ou valor da abscissa
y	Eixo y, direção positiva do eixo y ou valor da ordenada
z	Eixo de propagação da luz ou posição ao longo do eixo de propagação da luz
α	Ângulo de fase entre os vetores luz nas direções das tensões principais
α_{tr}	Ângulo de correção do ângulo da direção das tensões principais relativo ao parâmetro R
α_{tg}	Ângulo de correção do ângulo da direção das tensões principais relativo ao parâmetro R
α_{tb}	Ângulo de correção do ângulo da direção das tensões principais relativo ao parâmetro R
β	Curva senoidal que representa uma onda plana monocromática polarizada linearmente ao longo do eixo z. = vetor de luz polarizado circular, formado pelas componentes β_x e β_y , é representado na elipse como um ângulo (Fig. 4.3).
β_x, β_y	Coordenadas de um ponto B, nas direções x e y (ou componentes de um vetor de luz nestas direções)
Δ	Fase (defasagem) linear Fase, retardação ou atraso angular entre 2 componentes (vetores) do feixe de luz. Pode ser relativa a um determinado eixo. P.ex: $\delta_x = \text{fase relativa ao eixo } x$. Também chamado de Parâmetro das Isocromáticas.
ε	Erro na diferença de fase decorrente do uso de placas retardadoras de $\frac{1}{4}$ de onda Azimute da elipse de luz = ângulo da inclinação do maior eixo da elipse da luz = direção das tensões principais. Também chamado de Parâmetro das Isoclínicas
λ	Comprimento de onda de uma determinada frequência de luz
ν	Razão de Poisson do material
σ_1	Tensão principal na direção do eixo x
σ_2	Tensão principal na direção do eixo y
τ_s	Tensão cisalhante
τ_p	Tensão cisalhante do protótipo

τ_m	Tensão cisalhante do modelo
ϕ	Elípticidade = razão dos semi-eixos da elipse de luz (expressa como um ângulo)
θ	Ângulo de polarização (entre a direção de polarização e as direções óticas principais)
μ	Coefficiente de atrito
ρ	Ângulo da rosca do parafuso

LISTA DE ABREVIATURAS

CCD	Câmera CCD: comumente, é uma câmera digital. O CCD é uma microplaqueta sensível à luz encontrada em diversos tipos modernos de câmeras. A microplaqueta capta e dispõe os pixels (elementos de retrato) em uma matriz RGB que pode ser lida por um computador.
F.E.A	Análise por elementos finitos
FEMEC	Faculdade de Engenharia Mecânica (UFU)
LPM	Laboratório de Projetos Mecânicos (FEMEC)
PST	Phase Stepping Photoelasticity
RGB	Padrão RGB (Red + Green + Blue) - as cores primárias componentes da luz branca
SCA	Análise do conteúdo espectral
UFU	Universidade Federal de Uberlândia

SUMÁRIO

Capítulo I – INTRODUÇÃO	1
Capítulo II - IMPLANTES DENTÁRIOS – PARAFUSO DE PILAR	7
2.1 – Breve Histórico da Implantodontia	8
2.2 – Biocompatibilidade	9
2.3 – Configuração de Um Implante Dentário Convencional	12
2.4 – Etapas da Instalação de Implantes Dentários	12
2.5 – Problemas Comuns em Implantes Dentários	13
Capítulo III – FOTOELASTICIDADE DE TRANSMISSÃO PLANA	19
3.1 – Relações Óticas na Fotoelasticidade	20
3.2 – Parâmetros Fotoelásticos	22
3.3 – Medida Automatizada dos Parâmetros Fotoelásticos	25
Capítulo IV – DETERMINAÇÃO AUTOMATIZADA DOS PARÂMETROS FOTOELÁSTICOS	37
4.1 – Teoria Eletromagnética da Luz	38
4.2 – Formas de Luz Polarizada	39
4.3 – Vetor de Stokes	48
4.4 – Método de Mueller	50
4.5 – Polarizador Linear	51
4.6 – Retardador Linear	55
4.7 – Equações da Intensidade da Luz Emergente	57
Capítulo V – PROGRAMA COMPUTACIONAL “FRINGES”	65
5.1 – Determinação da ordem de franja e a direção principal da dupla refração	65
5.1.1 – Determinação da Ordem de Franja	65
5.1.2 – Determinação da Direção das Tensões Principais	67
5.2 – Requerimentos de Utilização do Programa Computacional	72
5.3 – Procedimento Operacional	73
5.3.1 – Passos para a utilização do programa “Fringes”	74

Capítulo VI – MODELAGEM EXPERIMENTAL	97
6.1 – Avaliação do Programa Computacional “Fringes”	97
6.1.1 – Comentários Gerais	97
6.1.2 – Confecção dos Modelos Fotoelásticos	98
6.1.3 – Calibração dos Modelos Fotoelásticos	101
6.1.4 – Modelo do Disco sob compressão e o programa “Fringes” desenvolvido	108
6.2 – Modelo Fotoelástico do Parafuso do Pilar	110
6.2.1 – Leitura Automatizada dos Parâmetros Fotoelásticos nos Modelos do Pilar e Parafuso do Pilar	114
Capítulo VII – RESULTADOS	117
7.1 – Validação do Programa Fringes	117
7.1.1 – Determinação das ordens de franja	117
7.1.2 – Determinação da Direção das Tensões Principais	126
7.2 – Parafuso do Pilar	129
7.2.1 – Modelo fotoelástico do parafuso de pilar	134
7.2.2 – Escalonamento do modelo	138
7.2.3 – Obtenção dos parâmetros fotoelásticos do parafuso de pilar pelo programa Fringes	141
Capítulo VIII – CONCLUSÕES	145
8.1 – Sugestões de Trabalhos Futuros	148
Capítulo IX – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	151

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O conceito atual de projeto de sistemas mecânicos envolve duas etapas básicas de desenvolvimento: Análise teórica e análise experimental. Com a eficiência obtida pelas técnicas computacionais, a etapa da análise teórica tem um peso preponderante na engenharia de concepção e de desenvolvimento, uma vez que o custo envolvido na análise experimental é elevado. A análise experimental se justifica para a caracterização de componentes de um sistema complexo, podendo a sua aplicação ser orientada pelas técnicas de modelagem analítico-computacional. Este tipo de abordagem é comum, quando as soluções de problemas específicos e complexos, apresentam solução teórica pouco confiável devido ao grau de simplificação adotado.

Técnicas experimentais de análise de tensão como a extensometria, a fotoelasticidade, a interferometria são aplicadas na determinação de pontos críticos, medidas de fator de concentração de tensões, definição de geometria de componentes, estudo de estruturas não convencionais como na biomecânica, entre outras. A associação destas técnicas no monitoramento de solução numérica tem grande importância na análise de estruturas.

Com o aumento da complexidade dos projetos e o desenvolvimento de novos materiais mais avançados, a demanda por técnicas experimentais persiste e muitas vezes é a única que pode fornecer resultados confiáveis. É uma técnica experimental de análise de tensões/deformações de campo completo, que vem sendo usada com o objetivo de solucionar problemas complexos de engenharia quando a solução analítica e/ou numérica é de difícil aplicação. A fotoelasticidade também é usada na validação ou verificação experimental de soluções numéricas, no estudo de distribuição de tensões em problemas de geometria e carregamentos complexos, bem como na otimização de formas.

Entretanto, existe uma grande dificuldade para a obtenção dos parâmetros fotoelásticos de modelos bi-dimensionais. Como será visto nos próximos capítulos, o

emprego de fórmulas específicas para cada ponto analisado dificulta o processo. Soma-se a essa dificuldade a complexidade do domínio da técnica de leitura dos parâmetros. A capacitação para a leitura dos parâmetros requer um período de aprendizagem considerável, além do que implica na aquisição de um conhecimento teórico mínimo para a compreensão do processo de leitura, além de exigir alguma experiência na utilização do polariscópio. A automatização da leitura poderia ser de grande praticidade para usuários nas mais diversas situações. Grande parte dos esforços de pesquisa em fotoelasticidade é direcionada para alcançar a automatização do processo de leitura dos parâmetros. Busca-se com isso, eliminar a lacuna que separa os profissionais da área biomédica, e em especial a implantodontia, do método fotoelástico e sua aplicação nos problemas desta área. Com isso será possível tornar mais acessível o método fotoelástico em uma área onde sua aplicação encontra um forte apelo, pois permitirá aos profissionais da aplicação, não só obterem a visualização do estado de tensões, como também obterem os parâmetros sem a necessidade de grande aprofundamento na técnica.

Nos últimos anos, a implantodontia tem se firmado como uma técnica reabilitadora que vem conquistando um espaço cada vez maior no contexto geral da odontologia. Isto se deve à possibilidade de repor dentes perdidos por: cárie, periodontopatias e traumas, através de implantes, com técnica de alta previsibilidade. Branemark et al. (1977), Adell et al. (1981); Albrektsson (1988); Jemt et al. (1989); Jemt et al. (1991) e Naert et al. (1992) foram alguns dos pesquisadores que estudaram o tema. A busca de uma prótese que substituísse não só as coroas clínicas, mas também suas raízes, dando ao paciente maior estabilidade e conforto, sempre foi motivo de pesquisas. Nesta linha, Bodine (1996) cita os implantes justa-ósseos ou sub-periosteos introduzidos na década de 50 por Goldberg e Gershkoff. Segundo Albrektsson et al. (1986), os trabalhos de longevidade na época, feitos com implantes, mostravam um tratamento cujo sucesso era pouco previsível, sendo freqüentes os insucessos, seguidos de perda óssea.

A partir do início dos anos 80, Branemark et al. (1987) divulgou os protocolos de colocação de implantes osseointegrados. Atualmente, no tratamento por implantes osseointegrados se faz um planejamento criterioso de qual a melhor área óssea para instalação dos mesmos, em seguida são colocados os implantes no osso através de um protocolo cirúrgico (NEVES & FERNANDES, 1999). Os implantes colocados, podem receber carga imediata ou permanecer submucosos por um período de cicatrização de 4 a 6 meses, necessários para que ocorra a osseointegração. A seguir, é feita a uma segunda cirurgia, a qual irá expor a parte coronária do implante, possibilitando a conexão de um componente, dito intermediário, pilar ou transmucoso ao implante endósseo. Este intermediário possui várias formas (NEVES et al., 2000) dependendo da empresa ou

sistema fabricante e das necessidades de estética ou apenas funcionais. Sobre este intermediário, será finalmente conectado, através de parafusos ou de cimentos, a prótese do dente. Na implantodontia ainda existem muitas dúvidas quanto aos princípios biomecânicos que regem o funcionamento do conjunto.

Componentes mecânicos parafusados entre si, quando submetidos a tensões cíclicas podem sofrer um processo de fadiga que pode comprometer a longevidade da prótese. A resistência dos parafusos de pilares passa a ser fundamental. Danos mecânicos como fratura e/ou desaperto de parafusos tem sido relatados (RANGERT, 1989). Trabalhos mostram que, embora de pequena incidência, os problemas com próteses sobre implantes geralmente causam perda de função, levando a um comprometimento progressivo dos componentes biológicos e/ou mecânicos (GOODACRE, 1999), (KALLUS & BESSING, 1994).

O parafuso de pilar é um dos principais elementos do sistema que podem provocar a falha ou perda dos implantes. Corte-Real e Aparício (2002) estudaram, num período de 5 a 7 anos, uma amostra de 77 implantes tipo Branemark, e constataram que: *“A complicação mais comum do presente estudo, é o desaperto do parafuso de ouro, (27,5%) enquanto que a segunda complicação referida é o desapertamento do parafuso do pilar (11,6%)”*.

No Brasil, vários sistemas, são rotineiramente apresentados para o comércio, tornando-se necessário a elaboração de projetos com dupla finalidade: testar estes novos sistemas em relação aos tradicionais e elaborar linhas de pesquisas, padronizando determinados testes, bem como requisitos de projeto, no que se refere às propriedades dos materiais, resistência dos implantes, característica de superfície, tolerâncias, precisão de fabricação e adaptação de componentes. Estas avaliações visam, principalmente, classificar para os usuários aqueles sistemas confiáveis e ainda possibilitar às empresas uma análise mais criteriosa em seus produtos visando uma melhoria na qualidade final com redução de custos.

Neste importante sistema biomecânico, o parafuso de pilar tem papel significativo ao sustentar o dispositivo que possibilitará a conexão do dente. Suas propriedades mecânicas estão intimamente relacionadas com a longevidade do sistema e possíveis falhas por fadiga ou sobrecargas representam com certeza, um desconforto e insegurança ao paciente, além de também poder ocasionar a perda da prótese e até do implante. Poucos trabalhos e sistemas de implantes nacionais referem-se à qualidade mecânica dos componentes protéticos. Considerando-se esses dois aspectos, torna-se de grande importância determinar qual o nível de segurança que, por exemplo, os parafusos de pilar oferecem aos pacientes e cirurgiões dentistas envolvidos na área.

Neste sentido, muitos são os componentes a serem estudados e várias as investigações a serem efetuadas em cima do projeto de tais sistemas. Alguns problemas ocorridos são de maior relevância que outros e podem gerar maiores transtornos, dependendo de sua localização na parte biológica do sistema. Uma das mais importantes entre as várias partes é justamente o parafuso de pilar. Este parafuso prende o pilar propriamente dito ao implante intra-ósseo e recebe sobre si a prótese, exposta ao meio bucal e à fortes cargas mastigatórias. Seu desempenho quanto a esses agentes está intimamente relacionado com a longevidade do implante.

O objetivo deste trabalho é a avaliação de um implante dentário, quanto ao campo de tensão/deformação em um parafuso de pilar nacional, de forma a avaliar seu comportamento biomecânico quanto ao nível de tensões gerado quando ele for submetido à uma carga externa. A análise do campo de tensões foi feita utilizando a técnica de fotoelasticidade de transmissão plana. Paralelamente, foi desenvolvido um programa computacional para a obtenção automatizada dos parâmetros fotoelásticos de modelos bi-dimensionais via imagens adquiridas com uma câmera CCD. Os objetivos específicos do trabalho podem ser delineados como avaliar o modelo fotoelástico do parafuso de pilar e responder algumas questões como:

1. Avaliação da pré-carga máxima dos parafusos.
2. Estimar o torque máximo de aperto.
3. Avaliar as condições críticas que levariam ao desaperto do parafuso e também a sua ruptura.
4. Desenvolver uma metodologia automatizada de leitura de parâmetros fotoelásticos.
5. Implementar um programa computacional em ambiente Matlab utilizando um método de leitura automatizada dos parâmetros fotoelásticos, com recursos para tratamento das imagens e estrutura amigável.

Todas estas metodologias e análises foram avaliadas utilizando-se um modelo de implante padrão da Empresa Conexão Sistemas de Implantes Ltda. Este trabalho foi estruturado da seguinte forma:

- No capítulo 1 são feitos comentários sobre o tema estudado e sua importância e os objetivos a serem atingidos.
- No capítulo 2 são apresentados os conceitos principais sobre os implantes dentários. Aspectos históricos da evolução tecnológica da implantodontia são

também abordados, em particular os que envolvem a osseointegração e a biocompatibilidade de materiais com o organismo humano.

- No capítulo 3 são estudados os aspectos teóricos da fotoelasticidade de transmissão plana, em especial as leis óticas e a formulação envolvendo a aplicação dessa técnica experimental.
- No capítulo 4 é apresentada a formulação proposta para a determinação automatizada do processo de leitura dos parâmetros fotoelásticos.
- No capítulo 5 é apresentado o programa computacional desenvolvido, sua interface, requerimentos de equipamentos, ambiente de trabalho e detalhes de sua utilização.
- No capítulo 6 é mostrada a modelagem experimental, utilizada para o estudo do estado de tensões de um parafuso de pilar de implante odontológico e a calibração do programa computacional desenvolvido, sendo indicados os materiais, equipamentos e procedimentos utilizados tanto para a fabricação dos modelos, quanto para a aplicação do método de automatização.
- No capítulo 7 são apresentados e discutidos os resultados obtidos na análise experimental e no capítulo 8 são apresentadas as conclusões finais do trabalho.
- No capítulo 9 são relacionadas as referências bibliográficas utilizadas.

CAPÍTULO II

IMPLANTES DENTÁRIOS – PARAFUSO DE PILAR

Os implantes dentários são estruturas biomecânicas que tem o papel de ancorar o(s) elemento(s) final(is) de substituição de um ou mais dentes. Esta ancoragem faz uso de elementos mecânicos na forma de parafusos ou cilindros de titânio, que são instalados dentro do osso do maxilar, por meio de intervenções cirúrgicas, servindo ao final, como o elemento estrutural dos dentes artificiais. Quando possível, no caso de extrações recentes, procura-se usar o próprio alvéolo das raízes como lugar ideal para colocação dos implantes. Na ausência destes alvéolos, os orifícios para colocação dos implantes são abertos aproximadamente na região onde estavam as raízes.

Os implantes tanto podem servir para substituir um dente, quanto podem ser usados para a substituição de um conjunto maior. Isso é possível devido à propriedade da osseointegração, que faz com que o implante se comporte como uma extensão do osso, fornecendo características mecânicas interessantes à estabilidade e à não rejeição dos dentes substitutos.

Os implantes são mantidos imóveis para permitir a osseointegração à superfície do titânio. O resultado final é fortemente dependente das condições do ambiente bucal do indivíduo: gengivas saudáveis e ossos adequados para sustentá-lo são requisitos mínimos, mas não suficientes para isso. Sabendo-se que existem outros fatores mais complexos, ambos, isolada ou conjuntamente podem provocar mobilidade excessiva da prótese, podendo resultar em desaperto do parafuso, perda de algum elemento por fadiga e outros problemas (TAVAREZ, 2003). A Odontologia moderna possui recursos para recuperação da perda óssea na região do implante, assim como técnicas para garantir a saúde e recuperação de gengivas doentes.

Neste capítulo são apresentados a história evolutiva e os principais conceitos relativos aos implantes dentários.

2.1 Breve Histórico da Implantodontia

Segundo Ceschin (1984), Salvatore Formiggini parece ter sido o que primeiro apresentou a idéia de um implante ser envolvido por tecido conjuntivo fibroso. Formiggini, por volta de 1940, extraiu um canino superior infectado, curetou seu alvéolo e o protegeu com gaze iodoformada. Alguns meses após a extração, Formiggini constatou que a gaze havia se envolvido quase completamente com o tecido cicatricial, dificultando grandemente a remoção cirúrgica. Essa ocorrência lhe sugeriu a idéia de criar um dispositivo, feito com algum material biocompatível, a ser instalado em um alvéolo fresco depois da cicatrização. Imaginou e criou um pilar intra-bucal que pudesse servir de suporte para uma prótese fixa, denominado de Implante Espiral de Formiggini.

A partir desse primeiro trabalho, diversos outros surgiram, até se chegar no que hoje é a Implantologia, área das ciências biomecânicas relacionada a implantes dentários.

Esta implantodontia se fundamenta na descoberta da osseointegração, ocorrida no início dos anos cinquenta, por Per-Ingvar Branemark, que buscava uma forma de se realizar um contato direto entre osso e implante sem a interposição de nenhum outro tipo de tecido. Os estudos iniciais de Branemark (1987) sobre microcirculação na medula óssea, utilizavam um perônio de coelho. Câmaras de titânio foram implantadas nesse osso, em uma cirurgia extremamente controlada. O experimento tinha por objetivo observar "in vivo" e "in situ" o osso e a medula óssea, sem a presença de tensão, utilizando-se transiluminação através de microscopia ótica. Foi observado, por acaso e fora do objetivo principal da pesquisa, a possibilidade de se obter uma íntima conexão entre o tecido ósseo e o titânio. Em continuidade a esses estudos, apoiando-se nesse novo conceito revelado fortuitamente, e estudando a reparação e estabilidade mecânica de elementos protéticos ancorados ao osso, foi verificado que um implante de titânio quando inserido no espaço medular, sob determinadas condições, e mantido imóvel sem receber nenhuma carga durante o período de reparação, acabava rodeado por osso compacto sem a interposição de outro tecido.

Após haver descoberto esse fenômeno, Branemark passou a estudar diversos tipos de implantes que se utilizavam desse princípio, que passaram a se chamar Implantes Osseointegrados. Os implantes osseointegrados se caracterizam basicamente pelo formato cilíndrico, por possuírem dois corpos, instalados em tempos cirúrgicos distintos e por entrarem em função somente após a regeneração do osso.

Após essa descoberta e sua divulgação no meio odontológico, houve um estímulo à utilização da osseointegração nos meios científicos.

Até os anos 70, de acordo com Albrektsson et al. (1990), os cortes histológicos eram observados em espécimes dos quais os implantes haviam sido removidos. Essa condição impossibilitava a avaliação da interface metal-osso, sem incorrer no risco de se atribuir ao

artifício da técnica um resultado duvidoso. A partir do início da década de 80, foi que se tornou tecnicamente viável a avaliação integral da superfície de contato metal-osso. Com isso, muitas autoridades científicas, foram convencidas da possibilidade desse contato direto, por não se tratar de um artifício. Atualmente, diversos autores têm observado ancoragem óssea direta em implantes considerados, até então, possuidores de, exclusivamente, tecido conjuntivo fibroso denso perimplantar.

Tecnicamente sabe-se que um implante será envolvido por tecido conjuntivo fibroso, quando o somatório das agressões sobre o osso exceder seu limiar regenerativo e ou remodelador. Branemark (1987) declara que *“não é difícil estabelecer uma interface de tecido fibroso ao redor do implante. A arte é como evitá-lo e como manter uma ancoragem óssea direta durante décadas de função clínica”*.

2.2 Biocompatibilidade

A Biocompatibilidade pode ser definida como a propriedade de certos elementos ou ligas de não provocar reações nos tecidos ou fluidos dos organismos vivos, não induzindo a ação de mecanismos de rejeição, intoxicação e outros semelhantes. Quando um corpo artificial é introduzido num organismo vivo, e este material não possui a propriedade da biocompatibilidade, o sistema de defesa do organismo inicia um processo em cadeia visando sua eliminação. Nos casos de intoxicação alimentar ou inalação acidental de algum pó ou elemento irritante, o processo disparado é sua simples e orgânica expulsão. Quando o material é introduzido não por vias aéreas ou alimentares, o organismo dispara outros processos, que vão do nível microscópico, pela fagocitose (que significa “digestão de alimentos”), até complexos processos macroscópicos de rejeição de órgãos ou elementos implantados.

O tipo de reação orgânica que ocorrerá poderá depender do indivíduo, mas também da propriedade do material em provocar uma resposta dos tecidos com os quais entre em contato, permanente ou não.

No caso de implantes, os materiais são classificados em 3 classes essenciais: materiais inertes, materiais bioreabsorvíveis e materiais bioativos (SILVA, 2004).

Da correta seleção e utilização dos materiais e geometria do implante depende a não ocorrência da geração de tecido fibroso na região em contato com o implante. Esse tipo de tecido na região de fixação do implante é provocadora da falha do implante a curto prazo. A Figura 2.1 mostra as regiões de contato entre implante, gengiva e osso, já instalado.



Figura 2.1 – Regiões de contato implante: gengival e endóssea, retirado de Garcia (2006)

O titânio comercialmente puro sofre uma oxidação semelhante ao que ocorre com o alumínio, quando exposto ao meio ambiente. O titânio se oxida em contato com o ar, sendo inclusive utilizado em combinação com o alumínio e o vanádio, de forma a melhorar sua resistência mecânica e à resistência à corrosão.

Branemark (1987) definiu diversos fatores e requisitos necessários para garantir que um implante de origem metálica, colocado por meio cirúrgico, representasse pouca rejeição. Esse autor cita a necessidade de um planejamento sério, ao indicar que o máximo conhecimento sobre o estado e comportamento dos tecidos envolvidos, para a preparação cirúrgica e o momento da instalação da prótese possa garantir condições para que todos os cuidados possíveis fossem previstos e tomados, e para uma boa adaptação dos tecidos, frente a esse novo elemento inserido. Dentro do processo de planejamento das ações e recursos envolvidos, alguns dependem da condição geral do paciente, outros de se providenciar oportunamente o material de reposição sanguínea adequado e a higienização, de modo a evitar o processo de infecção cirúrgica, bem como outros ocorrentes durante a cirurgia.

A colonização bacteriana dentro do implante e a penetração de bactérias e seus subprodutos via micro aberturas, constituem um risco para a inflamação do tecido mole e para a perda do osso de suporte (ERICSSON et alli, 1995).

As principais variáveis a serem consideradas no planejamento e seleção dos materiais para uso em implantes são os seguintes:

- Biocompatibilidade.
- Resistência à compressão, flexão e cisalhamento.
- Resistência à tração.
- Resistência à fadiga.

- Resistência à fratura.
- Resistência à corrosão.
- Resistência ao desgaste.
- Densidade.

O Titânio foi descoberto em 1791, por William Gregor. Este elemento não é encontrado livre na natureza, sendo mais comum ser encontrado na forma de compostos, principalmente na forma de rutilo (TiO_2) e ilmenita (FeTiO_3). O titânio é um metal de transição leve, de cor branca metálica, sólido na temperatura ambiente e com boa resistência a corrosão. Por essas características, é aplicado na fabricação de ligas leves e de alta resistência, que são empregadas em reatores, motores de foguetes, aviões e automóveis. Seus compostos são empregados como pigmento branco para tintas, papel, borracha, além de ser utilizado na produção de cosméticos e descontaminação radioativa da pele. O TiO_2 (rutilo) é utilizado como pigmento branco em tintas. Por apresentar densidade 40 vezes menor do que o aço inoxidável, este elemento confere vantagens relativas ao conforto, no caso de próteses dos membros ou partes destes, mesmo quando utilizado em liga com outros elementos (GARCIA, 2006).

Para aplicação em implantes dentários, o titânio é mais freqüentemente utilizado na forma comercialmente pura e na liga Ti-6Al-4V. É um material de difícil usinabilidade, o que dificulta sua utilização em próteses de membros humanos ou animais, sendo o fator econômico o limitante de sua utilização em maior escala. Sabe-se que o titânio, quando em ambiente corrosivo, tende a perder sua camada oxida isolante, o que pode resultar em falha por ruptura a médio prazo. Sua utilização com o alumínio e o vanádio lhe confere uma maior resistência à fadiga. Essa resistência é altamente afetada quando o implante apresenta zonas de concentração de tensão, falhas de acabamento (rugosidade), imperfeições nos filetes da rosca, existência de entalhes no corpo de prova, fatores estes que comprometem sua resistência aos esforços cíclicos comuns ao ato mastigatório.

O titânio tem uma característica que o torna ideal entre todos os materiais já testados: não induz a formação de tecido fibroso quando colocado em contato com o órgão sadio, como ocorre com o aço inoxidável, induzindo o crescimento de material ósseo sobre a superfície do implante (VAN NOORT, 1987) e (GARCIA, 2006).

2.3 Configuração de um implante dentário convencional

Tratando-se de implantes dentários rosqueados, estes são formados pelos seguintes elementos:

- um *parafuso* com geometria específica para rosqueamento e fixação no osso, sendo mais comum o que apresenta uma geometria hexagonal na cabeça;
- um elemento intermediário, denominado de *pilar* que serve como base de adaptação da coroa permitindo adequar a estética à parte funcional do implante;
- um *parafuso de pilar*, cuja função é unir o pilar ao implante.
- A prótese da coroa propriamente dita, presa ao pilar por um último parafuso, ou por meio de cimentos odontológicos.

A Figura 2.1, extraída de Garcia (2006), apresenta um implante dentário padrão e seus elementos básicos.

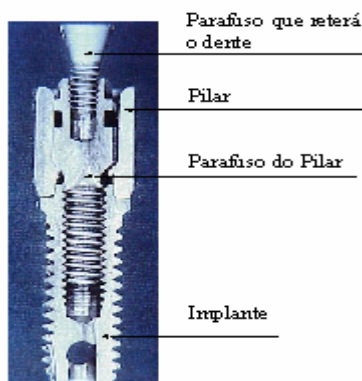


Figura 2.1 – Implante dentário padrão.

2.4 Etapas da Instalação de Implantes Dentários

A instalação dos implantes dentários convencionais passa por 2 etapas básicas: a etapa cirúrgica e a etapa protética.

A etapa cirúrgica (Fig. 2.3) consiste na instalação dos implantes nos ossos. Após sua realização, os implantes devem permanecer imóveis até sua osseointegração, e se necessário será cumprido um período de espera (de 4 a 6 meses), necessário à etapa da osseointegração, quando os implantes permanecem dentro do osso, protegidos de cargas e movimentações.

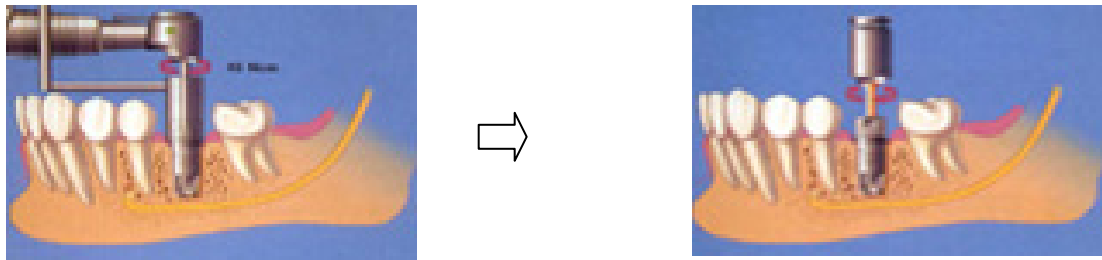


Figura 2.3 – Etapa cirúrgica – instalação da base dos implantes.

A etapa protética (Fig. 2.4) consiste na elaboração da prótese sobre os implantes. A fixação desta prótese a implantes é feita por meio de parafusos ou cimentos odontológicos sobre pilares presos por parafusos, permitindo assim sua eventual retirada para manutenção. Este parafuso fica no interior do dente instalado e é recoberto por resina da cor do dente.

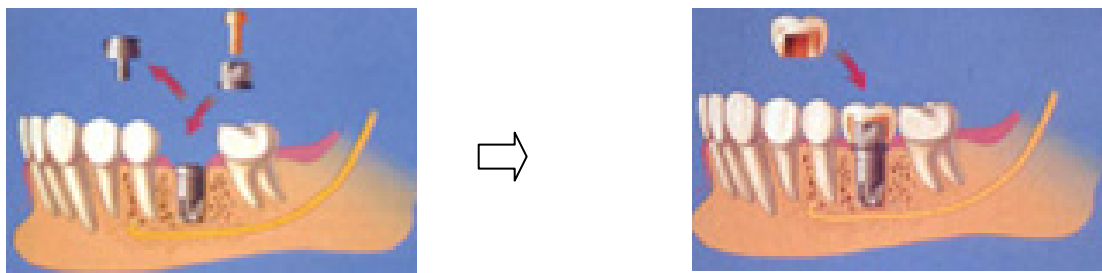


Figura 2.4 – Etapa protética – instalação da prótese sobre os implantes.

Atualmente, existem no mercado implantes dentários denominados de “*implantes de carga imediata*”. Neste sistema, a etapa cirúrgica e a etapa protética são realizadas em uma única sessão. Neste caso, o sistema fica sujeito a cargas externas logo após a cirurgia, devendo permanecer mesmo assim, imóvel, para que ocorra a osseointegração.

2.5 Problemas Comuns em Implantes Dentários

De forma geral, os implantes dentários atingem um grande percentual de sucesso em sua vida útil. O sucesso de um implante, segundo a literatura, oscila atualmente entre 91 e 100% dos casos envolvendo a técnica da osseointegração. Tavarez (2003) relata esse percentual em casos que foram objeto de avaliação em períodos de tempo que variam de 6 meses a 10 anos de instalação do implante.

Quanto aos parafusos de fixação, o mais importante é a definição do torque adequado para o tipo de parafuso utilizado, de modo a evitar o seu desaperto, assim como falhas devidas à fadiga destes. Segundo Tavarez (2003):

“A adaptação passiva do pilar ao implante ou do cilindro protético ao pilar, pode influenciar também na estabilidade do parafuso. Quando superfícies usinadas não se adaptam passivamente e o parafuso é apertado na tentativa de aumento do assentamento, isto provoca danos nas roscas internas, afrouxamento do parafuso, possível fratura e potencial perda do implante”.

Sabe-se pela literatura, que a mobilidade da prótese relacionada ao afrouxamento ou fratura dos parafusos, fratura da cerâmica ou material de cobertura, dissolução do cimento em próteses cimentadas, exposição da margem das restaurações e fístulas associadas ao afrouxamento dos parafusos são reportadas nas avaliações clínicas longitudinais como complicações das restaurações unitárias.

Tavarez (2003) relata que a complicação protética mais freqüente nesse tipo de restauração deve-se ao afrouxamento do parafuso. Portanto, a definição do torque ideal de aperto do(s) parafusos é um ponto que pode originar sobrecarga, fadiga e outras situações que podem levar ao afrouxamento ou falha mecânica destes.

Durante a colocação dos parafusos do pilar, é aplicada uma carga inicial, denominada de *pré-carga*, cujo objetivo principal é manter as partes do pilar e do implante conectadas mediante uma força de aperto suficiente para prevenir o afrouxamento quando as próteses estão em trabalho. Segundo Burguete (1994), o contato estreito entre as superfícies dos filetes gera uma força de atrito que faz com que o parafuso e o implante mantenham-se em equilíbrio estático. Esta força também garante um contato permanente entre o pilar e o implante e um mínimo de movimento relativo do conjunto.

Diversos fatores podem provocar a perda da pré-carga. Um dos fatores de maior importância é a existência de cargas funcionais pressionando a cabeça do parafuso contra a base do pilar. Na maior parte das situações, essas cargas não são suficientes para vencer o atrito da pré-carga, mas quando essas cargas ultrapassam o limite de projeto, elas reduzem o contato entre os filetes das roscas, fazendo com que a força de atrito diminua, vulnerabilizando o sistema parafuso-pilar e provocando o gradual afrouxamento do parafuso do pilar e a conseqüente falha do implante.

Existem características de projeto que podem ser favoráveis para a garantia da manutenção da pré-carga. Por exemplo: utilizar parafusos mais longos e/ou de maior raio pode garantir que a área de contato dos filetes seja maior, dificultando assim a perda da pré-carga. É claro que não se pode aumentar indefinidamente essas dimensões sem que haja um prejuízo do próprio dente, daí o porque de se buscar projetar parafusos que suportem

torques mais elevados, sem comprometimento estrutural ou redução da vida útil destes. Outra forma de se alterar positivamente o valor da pré-carga é buscar a utilização de outros materiais biocompatíveis que permitam a utilização de torques mais altos, sem redução da vida útil. Tem-se tornado comum a utilização de parafusos de ouro, material que além de biocompatível, permite a utilização de torques de 32 N.cm, contra os 20 N.cm do titânio, o que garante uma pré-carga mais estável.

Falhas por fadiga dos componentes parafusados em sistemas de próteses fixas de implantes foram estudados por Patterson e Jhons (1992). Estes autores relatam que a ausência de adaptação passiva faz com que as superfícies dos componentes não entrem em contato quando a pré-carga é aplicada. Estes autores apontam que existem 2 áreas principais onde ocorre a falha por fadiga do parafuso:

- A área entre a haste e a cabeça do parafuso e;
- A área que envolve a primeira rosca do parafuso, sendo que esta última é consequência da geometria da rosca, que faz com que se produza uma concentração de tensões nessa área.

Estes autores ainda afirmam que a resistência à fadiga de implantes é bastante reduzida quando as condições de tensão e carga não são satisfeitas.

Em 1994, Ekfeld, Carlsson e Borjesson (1994) realizaram uma avaliação clínica de restaurações unitárias suportadas por implantes Branemark. O período de levantamento das informações envolveu implantes com 14 a 55 meses de existência. Os autores constataram que a complicação protética mais comum foi o afrouxamento do parafuso do pilar, o que ocorreu em 43% das restaurações, ocorrendo um afrouxamento em 28 casos e em 12 outros casos ocorreu o afrouxamento duplo e até mesmo triplo dentro do período observado. Na análise geral, concluíram que as restaurações unitárias sobre implantes são uma excelente alternativa e que o afrouxamento do parafuso do pilar representa o ponto mais delicado do sistema. O presente trabalho visa desenvolver uma metodologia que permita a aquisição dos parâmetros fotoelásticos, não buscando obter respostas sobre os porquês destes afrouxamentos.

Laney et al. (1994) ampliaram a avaliação clínica dos implantes, analisando próteses unitárias sobre implantes tipo Branemark, expandindo o tempo de leitura para 3 anos. O primeiro ano foi o único período onde se registraram perdas (no 2º e 3º anos, não foram registrados novos casos de perda de implante). O afrouxamento do parafuso do pilar foi a ocorrência mais freqüente. Foram registrados 10 casos em 117 possíveis (92 pacientes com 117 implantes unitários).

Para McGlumphy, Mendel e Holloway (1998), a resistência da união é mais afetada pela força de aperto do que pela resistência à tensão dos parafusos. Os autores definem os seguintes fatores como os determinantes da condição de pré-carga dos parafusos:

- Torque aplicado;
- Liga do parafuso;
- Geometria da cabeça do parafuso;
- Liga do pilar;
- Superfície do pilar;
- Lubrificante.

Binon (2000) realizou trabalho semelhante a respeito de uma conexão de hexágono externo. Este autor concluiu que as principais causas das falhas da interface pilar/implante são:

- Rugosidade da superfície de contato;
- Deformação plástica;
- Interação elástica;
- Fricção;
- Temperatura;
- Presença de Fluidos Corrosivos;
- Dobramento ou desalinhamento;
- Desadaptação;
- Rigidez;
- Erro na aplicação nas tolerâncias de usinagem;
- Presença de cargas cíclicas;
- Fadiga;
- Geometria do parafuso;
- Incompatibilidade do material.

Garcia (2006) aborda as questões relativas a presença de rugosidade e possíveis falhas nas tolerâncias de usinagem. A autora relata que na etapa de aplicação da pré-carga, a existência de imperfeição superficial das partes em contato, pode induzir a um esforço adicional além do torque indicado para fixação do parafuso do pilar. O torque de fixação é definido pelo fabricante e corresponde ao aperto necessário para manter as partes em contato após a aplicação da carga. Quando esse limite é ultrapassado, normalmente leva ao colapso do parafuso de fixação. Este é um problema tipicamente de adaptação dos elementos que compõem a prótese, devido às dificuldades de precisão na fabricação de

peças mecânicas com tamanho reduzido. A avaliação da geometria, do “acabamento” e do ajuste entre as peças nos pode fornecer critérios para a avaliação dos limites da pré-carga, pois quanto melhor o ajuste entre elas, menor influência este critério terá sobre o limite da pré-carga, enquanto que se a imprecisão na fabricação for um fator relevante, menor será a liberdade na aplicação do valor máximo da pré-carga, em virtude de tensões de contato geradas durante o processo de instalação e ajuste dos elementos.

Evoluções diversas nas geometrias oferecidas comercialmente tem sido testadas ciclicamente por (SUTTER, WEBER, SORENSEN, 1993) e outros, e tem apresentado resultados interessantes. Diversos modelos de elementos com geometrias hexagonais internas e externas tem melhorado a resistência ao afrouxamento da pré-carga.

McGlumphy, Kerby e Elfers (1994) compararam os valores de pré-carga gerados em diferentes combinações de implante pilar e Miller, McGlumphy e Kerby (1994) compararam diferentes tipos de parafusos nos quais foram aplicados torques diferentes e avaliaram a geometria do pilar e a força da pré-carga. Ambos os trabalhos indicaram que a geometria do parafuso influencia na geração da pré-carga. Pode-se considerar que avaliar a pré-carga para uma certa geometria de parafuso é o mesmo que avaliar a eficiência da geometria para trabalhar com esse nível de pré-carga.

Sutter (1994) sugere que a utilização de parafusos cônicos (ângulo de 8°) trabalhando em conjunto com roscas de 2 mm, eliminariam a rotação do pilar em decorrência do surgimento de atrito mecânico. Segundo o autor, a conexão cônica impossibilita micromovimentos, afirmando que para essa conexão o torque de afrouxamento é 10 a 20% maior do que o torque de aperto. O autor realizou testes cíclicos, com carga dinâmica e concluiu que o torque de afrouxamento para esse tipo de parafuso aumentava com o aumento dos ciclos.

Cavazos e Bell (1996) apresentaram uma técnica para prevenir o afrouxamento do parafuso do pilar. A técnica consiste em criar artificialmente irregularidades e marcas acima da cabeça do parafuso na superfície interna do canal de acesso da coroa. Os autores injetaram um material a base de polivinilsiloxano, que se condensa nas marcas e irregularidades criadas, assim como no hexágono ou fenda dos parafusos. Acima do parafuso, uma resina composta é fotopolimerizada para assegurar que o material se mantenha na posição onde ocorreu a condensação. Essa técnica foi testada por Binon (1998), através de ensaio cíclico publicado anteriormente. Binon concluiu que esta técnica não consegue por si só impedir a movimentação lateral do conjunto pilar-implante e/ou diminuir sua vibração, porém apresenta uma característica interessante de vedação da região do parafuso, impedindo a penetração de bactérias nessa interface, uma das dificuldades desse tipo de implante.

Gratton, Aquilino e Stanford (2001) testaram o efeito da aplicação de diferentes quantidades de torque no parafuso do pilar, quando submetida a testes de fadiga dinâmica. Foram tomados 3 grupos de implantes diferentes, aos quais foram aplicados 3 níveis de torque: 16, 32 e 49 N.cm. Cargas axiais excêntricas, com forças variando de 20 a 130 N foram aplicadas com frequência de 6 Hz. Foram feitas paradas em ciclagem pré-determinadas (100, 500, 1.000, 5.000, 10.000, 50.000 e 100.000 ciclos). Em todos os 3 grupos de implantes testados constatou-se estabilidade, mas no grupo de 16 N.cm, constatou-se um micromovimento da interface maior.

O efeito do processo de mastigação no afrouxamento dos parafusos de pilar foi estudado por Lee et al. (2002), que realizou simulações desse esforço sobre esses componentes de implantes. O autor utilizou análise de vibração para documentar o mecanismo básico do afrouxamento do parafuso de ouro em um meio oral simulado. O efeito de um milhão de ciclos e várias forças de torques (2, 4, 6, 8, 10 e 12 N.cm) sobre o afrouxamento do parafuso do pilar foram avaliados pela análise de vibração. Estes ensaios demonstraram que o mecanismo de afrouxamento do parafuso do pilar não ocorreu no estágio da deformação elástica. Os autores concluíram que para esse tipo de parafusos, o torque deveria ser maior de que 10 N.cm, conforme recomendado pelos fabricantes desse parafuso.

Vários pesquisadores estudaram também os sistemas de aplicação de torque (TAN e NICHOLLS, 2001), efeitos de repetidos torques e contaminação de saliva (TZENAKIS et al., 2002), o efeito do grau de experiência no processo de instalação do parafuso (TAVAREZ e BONACHELA, 2002), entre outros.

Estes fatores fazem com que o estudo do parafuso do pilar e sua melhoria possam otimizar ainda mais as próteses implantadas, melhorando a qualidade de vida de seus usuários, já que é o que mais apresenta falhas. Estudar as diferentes geometrias, as pré-cargas fixadas pelos fabricantes, quanto à falha por desaperto do parafuso do pilar passa a ser uma área interessante de estudo, pois com isso será possível reduzir as perdas de implantes odontológicos convencionais.

CAPÍTULO III

FOTOELASTICIDADE DE TRANSMISSÃO PLANA

A técnica da fotoelasticidade de transmissão plana permite uma rápida análise qualitativa do estado de tensão, através da observação dos efeitos óticos em modelos, além de ser muito usada no monitoramento quantitativo de resultados obtidos por métodos numéricos, como por exemplo, o método dos elementos finitos e soluções teóricas aproximadas. Esta técnica pode ser aplicada com eficiência para localizar áreas com altos níveis de tensão em problemas de geometria plana e tridimensional, sendo uma técnica recomendada para estudos de problemas de contato entre corpos.

No método fotoelástico, um material plástico transparente que possui a propriedade de dupla refração temporária ou anisotropia ótica é submetido a um estado de tensão/deformação. A luz polarizada que o atravessa é obtida por um aparelho denominado Polariscópio, e permite a obtenção das tensões através da interpretação dos parâmetros óticos observados. Quando se utiliza luz comum, os efeitos óticos se manifestam como franjas coloridas e, ao se utilizar a luz monocromática, os efeitos se caracterizam por uma série alternada de franjas escuras e claras. Em ambos os casos, essas franjas tem um número de ordem em um determinado ponto, dependendo do material fotoelástico utilizado, da intensidade da carga e da retardação relativa, que é um múltiplo do comprimento de onda. Esse número de ordem é chamado de ordem de franja. A ordem de franja em um ponto está relacionada com o estado de tensões no modelo, através de uma lei denominada de "*Lei Ótica das Tensões*" (DALLY & RILLEY, 1978).

Para utilização da Técnica Fotoelástica, materiais especiais devem ser usados para a preparação dos modelos. Estes materiais devem possuir algumas características básicas, como serem transparentes e livres de tensões residuais, apresentarem uma boa resposta ótica, possuir resposta linear, serem homogêneos e isotrópicos, terem boa usinabilidade e apresentarem baixa absorção de umidade (ARAUJO, 2006).

Neste capítulo, serão abordados os aspectos teóricos relativos à técnica da fotoelasticidade de transmissão plana.

3.1 Relações Óticas na Fotoelasticidade

A teoria eletromagnética de Maxwell define a luz como uma perturbação eletromagnética que pode ser expressa como um vetor normal à direção de propagação da luz. Esta perturbação pode ser considerada como uma onda em movimento, possibilitando expressar a amplitude do vetor luz em termos da solução da equação de ondas unidimensional, ou seja:

$$A = f(z - ct) + g(z + ct) \quad (3.1)$$

onde,

A = amplitude do vetor luz ou um de seus componentes

z = posição ao longo do eixo de propagação

t = tempo de propagação

c = velocidade de propagação ($C_{\text{luz}} = 3 \times 10^8$ m/s no vácuo)

A maioria dos efeitos óticos de interesse na análise experimental de tensões, e mais especificamente na fotoelasticidade, pode ser descrita como uma onda senoidal que se propaga na direção positiva do eixo z. A Eq. (3.2) define a amplitude A, como sendo:

$$A = f(z - ct) = a \text{Sen} \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct) \quad (3.2)$$

O tempo requerido para a passagem de dois picos sucessivos sobre algum valor fixo de propagação é chamado período (T). A frequência é definida pelo número de oscilações de amplitude por período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda} \quad (3.3)$$

Sendo (λ), o comprimento de onda monocromática.

As cores são determinadas pelas freqüências dos componentes do vetor de luz. As cores do espectro visível vão do vermelho, com λ entre 630 e 700 nm, ao violeta, com λ entre 400 e 450 nm. A luz que apresenta diferentes comprimentos de onda é percebida pelo olho humano como uma luz branca, onde todas as faixas de freqüência se misturam (DALLY & RILLEY, 1978).

Uma fonte de luz emite ondas contendo vibrações transversais à direção de propagação. Com a introdução de um filtro polarizador no percurso das ondas de luz, somente uma componente dessas vibrações será transmitida (aquela paralela ao eixo de polarização do filtro). Este feixe orientado é chamado LUZ POLARIZADA. Se um outro filtro polarizador for colocado em sua trajetória, pode-se obter uma extinção completa do feixe se os eixos de polarização dos dois filtros estiverem perpendiculares entre si.

A relação entre a velocidade de propagação da luz no vácuo e a velocidade de propagação da luz em um material qualquer, é chamada de índice de refração (n). Em um corpo homogêneo e isotrópico, este índice é constante e independente da direção de propagação. Certos materiais, principalmente plásticos, comportam-se homogeneamente quando isentos de tensões, mas tornam-se heterogêneos quando são submetidos à tensão. A mudança no índice de refração é função da tensão aplicada. Quando um feixe de luz polarizada se propaga através de um modelo plástico transparente de espessura b_m , com um determinado nível de tensão, onde x e y são as direções das tensões principais no ponto considerado, o vetor de luz se divide em dois feixes polarizados, propagando-se nos planos x e y com velocidades diferentes, que dependem das tensões principais no ponto. Se as deformações específicas ao longo de x e y forem ε_x e ε_y , e as velocidades da luz segundo estas direções forem V_x e V_y , respectivamente, o tempo necessário para cada uma das componentes cruzar o material do modelo será b_m/V e o “atraso relativo” ou fase (δ) entre os dois feixes de luz será, segundo (DALLY & RILLEY, 1978):

$$\delta = C_{luz} \left(\frac{b_m}{V_x} - \frac{b_m}{V_y} \right) = b_m \left(\frac{C_{luz}}{V_x} - \frac{C_{luz}}{V_y} \right) = b_m (n_x - n_y) \quad (3.4)$$

onde, n_x e n_y são os índices de refração absolutos em relação aos eixos x e y respectivamente.

A lei de Brewster estabelece que a mudança relativa no índice de refração é proporcional à diferença entre as deformações principais, ou seja:

$$n_x - n_y = k(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \quad (3.5)$$

A constante k é denominada de constante ótica de tensão/deformação e caracteriza uma propriedade física do material. É uma constante adimensional estabelecida por calibração.

Ao serem combinadas as Eqs. (3.4) e (3.5), e considerando as direções das deformações principais como sendo os eixos x e y , obtém-se a relação básica para medida de deformações usando técnicas fotoelásticas, ou seja:

$$\varepsilon_x - \varepsilon_y = \frac{\delta}{b_m k} \quad (3.6)$$

Em termos das tensões principais, tem-se de (DALLY & RILLEY, 1978) que:

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{\delta E}{b_m k (1 + \nu)} \quad (3.7)$$

onde,

E - módulo de elasticidade do material;

ν - razão de Poisson do material;

b_m - espessura do modelo;

σ_x - tensão principal na direção do eixo x ;

σ_y - tensão principal na direção do eixo y ;

A Equação (3.7) é a relação básica para medida de tensões ao se utilizar a técnica da fotoelasticidade. Devido à existência de um atraso relativo (δ), provocado nos filtros retardadores, as duas ondas não são mais simultâneas quando emergem do modelo. Se o modelo em questão estiver entre dois polarizadores, o analisador transmitirá somente um componente de cada uma dessas ondas. Estes componentes interferirão entre si e a intensidade de luz resultante que emergirá do analisador será uma função da fase δ e do ângulo entre o eixo de polarização do analisador e a direção das tensões principais (ξ).

3.2 Parâmetros Fotoelásticos

O equipamento utilizado na análise fotoelástica plana e tridimensional é o polariscópio de transmissão, que consiste em uma fonte de luz, uma primeira placa polarizadora de luz (P), duas placas retardadoras de 1/4 de onda com dois eixos de polarização (Q_1 e Q_2), e

uma segunda placa polarizadora de luz, chamada de placa analisadora (A). Estas placas são arranjadas convenientemente, com escalas calibradas e movimentos sincronizados das placas. A Figura 3.1 mostra o esquema de um polariscópio de transmissão.

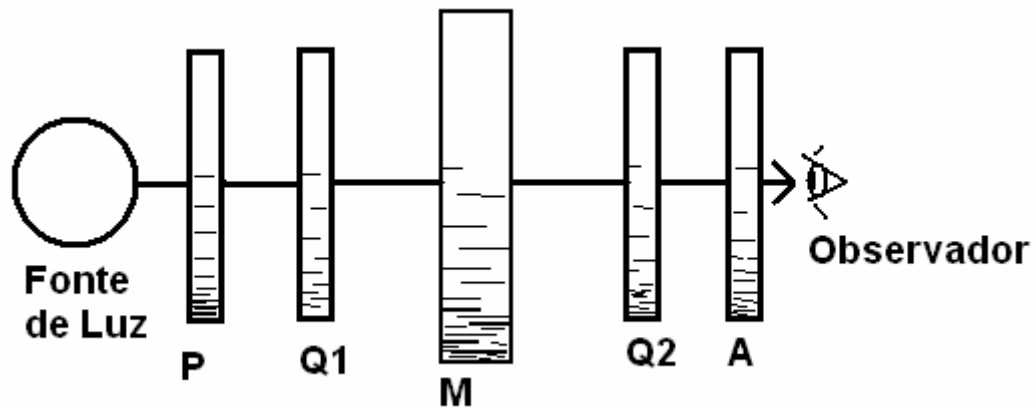


Figura 3.1 - Esquema do Polariscópio de Transmissão.

A interferência causada pela diferença de fase entre os feixes de luz, ao se propagarem nas direções das tensões principais dá origem a dois parâmetros fotoelásticos, o que depende do tipo de polarização de luz utilizada. A intensidade de luz observada (I) é dada por:

i) Para polarização plana:

$$I \approx \text{sen}^2 \xi \times \text{sen}^2 \delta/2 \quad (3.8)$$

ii) Para polarização circular:

$$I \approx \text{sen}^2 \delta/2 \quad (3.9)$$

sendo:

ξ = ângulo entre a direção de polarização e as direções das tensões principais, denominado de PARÂMETRO DAS ISOCLÍNICAS;

δ = ângulo de fase entre os vetores luz nas direções das tensões principais, denominado de PARÂMETRO DAS ISOCROMÁTICAS.

As isoclínicas são os lugares geométricos do modelo que possuem a mesma direção das tensões principais (DALLY & RILLEY, 1978). Estas coincidem com as direções de polarização do polariscópio. São curvas pretas que aparecem no analisador de um polariscópio plano e seu valor pode ser determinado, girando-se o conjunto polarizador/analisador em relação ao modelo.

As isocromáticas são os lugares geométricos do modelo que apresentam o mesmo valor para a diferença entre as tensões principais. Este parâmetro é mais facilmente identificado no polariscópio circular, que tem a propriedade de eliminar o parâmetro das isoclínicas. Se a fonte de luz utilizada for monocromática, haverá somente um comprimento de onda. Neste caso, as isocromáticas se apresentarão como faixas escuras separadas por faixas claras. Quando a fonte de luz é branca, as isocromáticas são formadas por faixas luminosas de diferentes colorações dependendo da ordem de franja (N), ou seja,

$$N = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{b_m}{\lambda} (n_x - n_y) \quad (3.10)$$

onde,

- N - ordem de franja;
- δ - fase ou atraso relativo entre 2 componentes (vetores) do feixe de luz;
- b_m - espessura do modelo;
- n_x - índice de refração nas direções principais;
- n_y - índice de refração nas direções principais;
- λ - comprimento de onda da luz emergente.

A principal característica dos materiais fotoelásticos é que estes materiais respondem às tensões/deformações através de uma mudança nos índices de refração nas direções das tensões principais. A diferença entre os índices de refração nos dois planos principais é proporcional à diferença das tensões principais, como mostrado na Eq. (3.7). Para facilitar a utilização da técnica, esta equação pode ser escrita, segundo (DALLY & RILLEY, 1978), da seguinte forma:

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{K_\sigma N}{b_m} \quad (3.11)$$

onde,

- σ_1 - tensões principais no ponto em estudo
- σ_2 - tensões principais no ponto em estudo
- f_σ - constante ótica relativa às tensões (depende do material fotoelástico utilizado e do comprimento de onda da luz utilizada)
- N - ordem de franja no ponto
- b_m - espessura do modelo

τ - tensão cisalhante máxima no plano

Através da Equação (3.11) é possível determinar a diferença das tensões principais nos pontos. Se o problema exigir que se conheça as tensões normais máximas, é necessário que se aplique um método de separação de tensões (DALLY & RILLEY, 1978).

As isoclínicas podem ser determinadas de duas formas: Obtenção das isoclínicas no campo completo do modelo, com polarização plana, traçando-se famílias de curvas correspondentes à sequência de parâmetros de 0° a 90° , mapeando-se assim o modelo com suas curvas isoclínicas ou obtenção da isoclínica individualmente nos pontos de interesse.

A ordem de franja em um ponto do modelo pode também ser determinada experimentalmente ou fotografando o modelo. No caso de luz branca, o espectro observado no analisador apresenta colorações típicas para as ordens de franja. Para se determinar a ordem de franja de um ponto fora das franjas de ordem inteira utiliza-se o método de compensação de Tardy (DALLY & RILLEY, 1978).

3.3 Medida Automatizada dos Parâmetros Fotoelásticos

Com o aparecimento de métodos cada vez mais sofisticados de processamento de imagens digitais, os parâmetros fotoelásticos podem ser obtidos através de operações simples de soma, subtração, multiplicação e divisão numérica das intensidades luminosas nas imagens coletadas. Existem vários trabalhos publicados (PLOUZENEC et al., 1999) e (VOLOSHIN & BURGER, 1983) neste campo, que podem servir de guia para uma completa automatização da leitura e interpretação dos parâmetros fotoelásticos.

A evolução dos processos de medida automatizada dos parâmetros fotoelásticos tem ocorrido de forma bastante rápida (CALVERT, LESNIAK e HOLNET, 2002). Principalmente pela disponibilização de equipamentos óticos e técnicas de tratamento de imagem mais acessíveis, diversas técnicas tem sido desenvolvidas, com especial ênfase e aproveitamento na área de implantes ósseos e/ou dentários (SOUZA e ARAUJO, 2005) e (FERNANDES et al., 2001), inspeção de tensões residuais na indústria vidreira (YONEYAMA, S.; MORIMOTO, Y., MATSUI, R., 2003A) e (AJOVALASIT, A.; BARONE, S.; PETRUCCI, G., 1995.), indústria automobilística e outros (PAPPALETTERE, C., LAMBERTI, L., 2005), inspeção de perfis de produtos, através de profilometria (YONEYAMA et. al., 2003) e até mesmo recuperação de superfícies antes da ocorrência de falhas (SKYDAN, LALOR e BURTON, 2005).

Estudiosos do tema (CALVERT, LESNIAK e HOLNET, 2002) e (PATTERSON, 2002) apontaram também para avanços futuros nos materiais fotoelásticos, tanto para fotoelasticidade de transmissão quanto de reflexão (FERNANDES et al., 2001), com avanços na química envolvida e na simplificação dos procedimentos necessários para sua utilização. Toda a indústria relacionada às áreas naval, aeroespacial e de construção pesada tem investido na busca de soluções tecnológicas mais acessíveis e eficazes para a resposta às questões de estruturas cada vez mais solicitadas. A fotoelasticidade, e especialmente sua automatização, tem encontrado oportunidades para apresentação de soluções interessantes para essas áreas tecnológicas.

Patterson (2002) analisa a história evolutiva da fotoelasticidade e aponta uma série de passos que foram ultrapassados, na medida que implementações foram acontecendo, em especial, quando nos anos 90 foi implementada a automatização da fotoelasticidade. Este autor relata que após a explosão da utilização da F.E.A (análise por elementos finitos) surgida em 1958, a fotoelasticidade teria perdido muito de sua atratividade, principalmente em decorrência de questões econômicas e pela exigência de conhecimento técnico aliado à experiência para a sua utilização. Patterson faz uma projeção de uma inversão dessa tendência a partir do surgimento de trabalhos que visam sua automação. O autor aponta que o surgimento de diversos processos de automação de leituras, somado à equipamentos de aquisição de imagens mais acessíveis, faz com que a perspectiva de aproveitamento da técnica seja uma realidade factível. Alguns dos problemas presentes na aplicação da técnica tridimensional são a definição do melhor ângulo, espessura adequada, etc... quando da geração do modelo fatiado. O autor ressalva porém, que sua aplicação tridimensional requer, ao menos até à época da publicação do seu trabalho (2002), que essa alternativa se mantivesse cada vez mais economicamente viável, de modo a permitir sua acessibilidade facilitada pela comunidade científica ou usuária.

A busca pela automatização da leitura dos parâmetros fotoelásticos se deve à dificuldade do domínio da aplicação da técnica da fotoelasticidade. A obtenção não automatizada dos parâmetros fotoelásticos pode se tornar uma tarefa difícil ou tediosa, podendo requerer experiência pouco comum em diversos meios nos quais essa ferramenta possa ser útil. Vários métodos de aquisição de imagens fotoelásticas foram implementados utilizando várias técnicas, como por exemplo, imagens obtidas de “scanners” coloridos, equipados com filtros monocromáticos, placas polarizadoras e analisadoras de $\frac{1}{4}$ de onda, que permitiriam trabalhar com corpos de prova de pequena espessura, cujas tensões tinham sido congeladas. Isso foi feito buscando se melhorar a resolução das imagens, o que posteriormente foi igualado pela evolução das câmeras digitais.

Em um dos trabalhos pioneiros nesta área, Ajovalasit, Barone e Petrucci (1995) desenvolveram um método para análise de franjas, que denominaram de fotoelasticidade RGB. Neste trabalho, os autores buscaram reduzir a desvantagem do processo tradicional de leitura das franjas das isocromáticas através de uma nova forma de leitura dos parâmetros. Utilizando-se de luz branca, os autores realizaram a separação dos padrões RGB da imagem, aplicando este método para franjas entre 0 e 3. Visualizavam como aplicações imediatas as atividades de inspeção de tensões residuais na indústria de vidros e plásticos. Até então, o arranjo básico para este tipo de trabalho fazia uso de um espectômetro, através do qual era feita a leitura da luz na saída do polariscópio. Através de um método que denominavam de SCA (análise do conteúdo espectral) era possível fazer a leitura dos padrões de franja, porém esse método apresentava como limitantes o fato de permitir a avaliação somente de valores altos de retardação e também o de não permitir leituras ponto a ponto. Naquela fase das pesquisas, a nível mundial, as inovações de leitura nos processos de campo completo como a fotoelasticidade haviam sido propostas recentemente, sendo citado um trabalho de Haake e Patterson (1993), que orientava no trabalho de utilização do espectrômetro para esse fim. Nessa nova sistemática de trabalho, as imagens foram adquiridas por meio de uma câmera, sendo decompostas em suas cores primárias e comparadas com uma tabela de calibração previamente armazenada no sistema. A calibração do sistema era dependente da montagem da tabela de calibração a partir de um modelo feito de mesmo material fotoelástico que o modelo em análise. Este modelo era submetido a um esforço uniaxial conhecido e seus valores de padrões calculados e armazenados no sistema. Assim, quando os valores de ordens de franja do modelo eram adquiridos, uma varredura na tabela de calibração permitia a obtenção dos valores de ordem de franja dos pontos de interesse. Assim, os autores atingiram o objetivo de se poder trabalhar com leituras pontuais e valores menores das ordens de franja. Nesse trabalho, os autores concluíram também que a influência dos retardadores no campo escuro era diferente do que a ocorrente dentro do campo de luz. Verificaram que um erro de retardação ε produzia uma atenuação de máxima intensidade no campo escuro e um aumento de mínima intensidade no campo claro.

Em outro trabalho, Ajovalasit, Barone e Petrucci (1995), estudaram a influência dos retardadores óticos sobre as isocromáticas obtidas pelo método SCA e pelo método de separação das cores primárias. Esse efeito é devido ao fato de que nesses métodos, utiliza-se essencialmente luz branca, e esta luz tem variados comprimentos de onda dentro do seu espectro. Como os filtros retardadores são desenvolvidos para um determinado comprimento de onda, ao serem utilizados com luz branca, apresentam erros inerentes que devem ser considerados quando do cálculo das ordens de franja e direção das tensões

principais. Neste trabalho, os autores evidenciaram o mesmo efeito reportado no parágrafo anterior, indicando as correções a serem aplicáveis para alguns tipos de polariscópios.

Em outro trabalho na área, Ramesh e Deshmukh (1996) desenvolveram uma técnica de automatização do processamento de imagens para utilização em fotoelasticidade, que fez uso do valor da diferença de valores RGB entre as imagens de campo claro e escuro, ao invés de utilizar unicamente as de campo escuro. Com essa variação da técnica, os autores afirmaram comprovar que o número de pontos com ruído era menor, o que lhes permitiu uma maior confiabilidade na leitura dos parâmetros.

Dentro dos estudos em automatização da obtenção da direção das tensões principais, Umezaki e Kawakawi (1997) realizaram uma pesquisa utilizando um conjunto de intensidades de imagens obtidas pela rotação dos filtros em polariscópios de campo escuro. Estas imagens foram obtidas ponto a ponto, em séries variáveis no tempo. A teoria diz que ao se rotacionar os eixos, um determinado ponto tem sua intensidade de luz variável, ao longo do tempo, segundo uma curva senoidal. Isso, em situações reais não ocorre perfeitamente, motivado pela presença de elementos de sujeira nos componentes óticos e por variações da fonte de intensidade de luz. Tais ruídos são atualmente compensados, por exemplo, através da utilização do método da transformada de Fourier, durante o processo de obtenção das isocromáticas e isoclínicas a partir das imagens obtidas pela rotação dos componentes óticos do polariscópio. Os autores avaliaram a precisão das medidas pela utilização de curvas da intensidade de luz com diferentes ruídos e quantidade de dados mediante simulação computacional, e concluíram que o erro na medição das tensões principais não era grandemente afetado pelo ruído presente nas imagens quando o número de dados avaliados ultrapassava a quantia de 50. Afirmam também que esse método é aplicável para discos circulares submetidos a uma carga concentrada, que pode ser axial.

Em outro trabalho envolvendo a aquisição automatizada dos parâmetros fotoelásticos, Kihara (1997) utiliza luz não polarizada para a análise do campo de tensão de um modelo fotoelástico tridimensional. O autor expressa a retardação de fase relativa e as direções das direções principais através dos parâmetros de Stokes medidos. Foi utilizada uma esfera de material fotoelástico sob compressão diametral imersa em um fluido com índice de refração próximo do índice de refração do material fotoelástico da esfera. As tensões do corpo de prova haviam sido previamente congeladas. O autor utilizou uma fonte laser ($\lambda = 514,5 \text{ nm}$) e um dispositivo de modulação eletro-ótico, que cumpre a função de modular o azimute da luz polarizada linearmente, numa frequência de 500 Hz. O feixe de luz resultante é considerado não polarizado para tempos de exposição (de uma câmera CCD colocada na saída do polariscópio) de 2 e 4 segundos.

Em um trabalho que utiliza luz branca para a obtenção das isoclínicas, Petrucci (1997) combinou o método de retardamento de fase com as técnicas de aquisição de imagens coloridas, buscando minimizar a interferência entre as franjas das isoclínicas e isocromáticas. Neste trabalho o autor buscou integrar as quatro principais técnicas de avaliação das retardações: método da franja central, método baseado na análise da intensidade da luz nos polariscópios plano e circular, método baseado na transformada de Fourier e o método de retardamento de fase, todos eles enfocados no campo das isocromáticas. Apoiando-se em Kihara (1995), o autor evita as diversas limitações dos 3 primeiros métodos e avalia as isoclínicas utilizando-se de um sistema digital de aquisição de imagem colorida, que obtém quatro imagens captadas em um polariscópio plano de campo escuro, sendo cada uma gerada após proceder uma rotação dos elementos óticos de $22,5^\circ$. Essa técnica obtém os mesmos resultados que os alcançados por gerar-se uma imagem com luz branca, sem que ocorram os problemas relacionados à sua amplitude espectral, em especial os decorrentes de se utilizar comprimentos de onda diferentes do comprimento para o qual as placas retardadoras de quarto de onda foram projetadas. Outros autores (YAO et. al., 2005) afirmam que este método fornece boa velocidade de execução.

Yoneyama e Takashi (1998) desenvolveram um método para a análise de franjas fotoelásticas pela utilização de uma imagem previamente adquirida com a utilização de luz branca polarizada elipticamente. Esse método utiliza-se desse ajuste, em virtude de possibilitar a aquisição dos parâmetros das isocromáticas e isoclínicas ao mesmo tempo. A partir da imagem adquirida, Yoneyama e Takashi (1998) montaram um banco de dados fonte, que correlaciona os padrões RGB de todos os pontos da imagem com os valores de ordem de franja, sendo estes obtidos mediante um algoritmo próprio para tal fim. Num passo seguinte, o modelo de interesse, confeccionado com o mesmo material do modelo utilizado inicialmente e a partir do qual o banco de dados foi gerado, é submetido à carga conhecida e tem sua imagem adquirida. A partir dessa imagem e em se selecionando um ponto de interesse, o algoritmo adquire os valores RGB desse ponto e calcula a ordem de franja e a direção das tensões principais. Esse método pode ser aplicável em fenômenos variáveis com o tempo, desde que ajustes de equipamentos e algoritmo sejam realizados. Seus resultados atingem valores aceitáveis para pontos com ordem de franja entre 0,5 e 3, assim como Ajovalasit, Barone e Petrucci (1995) já haviam apontado. Estes limites são devidos ao fato de que a tabela de calibração não apresenta variação significativa dos valores para $N < 0,5$, o que dificulta a aproximação do cálculo do valor real da ordem de franja. O limite superior máximo de $N = 3$ deve-se ao fato de que os valores RGB convergem para valores constantes, pois as intensidades de luz vão enfraquecendo na medida em que se aumenta a carga aplicada.

Neste mesmo ano, Chen e Lin (1998) apresentaram um trabalho que expandia os já apresentados por Hecker e Morche (1986) e Patterson e Wang (1991). A técnica adotada apresentava a limitação de não poder determinar o valor absoluto da ordem de franja, sendo necessário ser complementado pela técnica de separação das tensões de Dally e Riley (1991). O trabalho de Yoneyama e Takashi (1998) citado no parágrafo anterior, que modificou a técnica, permitiu a determinação da direção das tensões principais, possibilitando um alto grau de automação do processo.

Plouzenec, Dupré e Lagarde (1999) desenvolveram um método semelhante ao de Petrucci (1997), quando fazem uso de quatro imagens fotoelásticas adquiridas via uma câmera CCD e armazenadas em um computador para uso posterior. Neste trabalho, foi utilizado um polariscópio plano. Ajustes diferenciados dos filtros polarizadores foram realizados para a obtenção de cada uma das quatro imagens adquiridas. As isoclínicas e isocromáticas foram obtidas isoladamente pela manipulação numérica dos arquivos das imagens trabalhadas. Para obter a direção das tensões principais e as isocromáticas, chamadas de α e φ pelos autores, são tomadas as seguintes configurações de ângulos para a tomada das imagens: Polarizador a $\pi/4$ e Analisador a 0° , e para as outras: Polarizador a 0° e Analisador a $\pi/4$, 0 e $\pi/2$. Para realizar estas aquisições os autores fizeram uso de luz monocromática, com $\lambda = 514 \text{ nm}$.

Em novos estudos dentro da automatização da leitura dos parâmetros fotoelásticos, Ajovalasit et. al. (2002) fizeram um estudo amplo dos diversos métodos e ajustes utilizados. Com isso, buscavam discutir e levantar melhorias na redução do erro inerente ao trabalho com placas retardadoras de quarto de onda. Dentre outros, foram estudados os métodos de PST (phase stepping photoelasticity), os métodos que fazem uso de luz branca: SCA (spectral content analysis) e RGB (método que fraciona a luz branca em suas componentes básicas), e o método que faz uso da transformada de Fourier. O método de automatização da obtenção dos parâmetros fotoelásticos que utiliza luz branca polarizada elipticamente, de (YONEYAMA e TAKASHI, 1998), que faz parte dos métodos que os autores chamam de “*métodos baseados em luz branca*” foi também experimentado. Os autores concluíram por sua eficiência, apontando que o erro inerente à utilização das placas retardadoras era parcialmente compensado pela utilização dos fatores de correção do erro (ϵ). Esse erro, segundo os autores, pode ser minimizado pela execução da calibração (que gerará a tabela base de dados dos padrões RGB) com o ângulo das isoclínicas de $22,5^\circ$. Os autores apontam também que os maiores erros ocorreram quando foram utilizados os valores médios dos comprimentos de onda $\lambda_m = 550 \text{ nm}$, para $\lambda_b = 450 \text{ nm}$ e $\lambda_r = 650 \text{ nm}$. Como o método de (YONEYAMA e TAKASHI, 1998) faz uso de somente uma imagem, a sugestão genérica

dos autores para anular a influência das placas retardadoras de quarto de onda, que implica em 4 aquisições de imagem, não pôde a princípio ser utilizada.

D'acquisto, Petrucci e Zuccarello (2002) propuseram métodos para a minimização dos erros inerentes à utilização das placas retardadoras de $\frac{1}{4}$ de onda. Os autores tomaram a placa retardadora de $\frac{1}{4}$ de onda como um modelo a ser avaliado num polariscópio plano e adquiriram 3 imagens deste, via uma câmera CCD e computador acoplado. Deixando o ângulo da placa retardadora (modelo) à 45° do eixo de referência, os autores alteraram os ângulos do analisador (β) e polarizador (θ), para $(0^\circ, 90^\circ)$, $(90^\circ, 90^\circ)$ e $(-45^\circ, 45^\circ)$ para a obtenção das imagens. Através da aplicação de um algoritmo próprio, os autores trabalharam com as intensidades da luz, obtendo a retardação relativa δ da placa retardadora utilizada. Os autores relacionaram então a retardação relativa com o erro (ϵ) gerado pela placa retardadora, chegando ao erro (ϵ) relativo à placa retardadora, em função das 3 intensidades de luz trabalhadas e do comprimento de onda de projeto da placa retardadora de onda. Além disso, os autores buscaram trabalhar sobre vários elementos geradores da incerteza na medição dos parâmetros fotoelásticos, tais como: ruído eletrônico inserido durante a medição, distorção geométrica introduzida pelas lentes utilizadas, elementos óticos constituintes do polariscópio feitos com material com imperfeições quanto ao aspecto da homogeneidade, erros nas orientações das lentes no polariscópio, desalinhamentos entre os eixos de aquisição da imagem (no processo automatizado) e o eixo do polariscópio, inadequação do comprimento de onda da luz monocromática utilizada, etc. Para cada uma dessas fontes os autores apontaram medidas e ajustes de forma a minimizar os erros inseridos por elas. A utilização de filtros de ruído, sensores para ajuste geométrico das câmeras, alterações nos arranjos visando eliminar o erro gerado por desalinhamento, e outros, foram amplamente discutidos e propostos.

Barone, Burriesci e Petrucci (2002) processaram seis imagens de um corpo de prova fotoelástico captadas com a utilização de polariscópios com luz polarizada plana e circular. O objetivo foi reduzir a influência das placas retardadoras de quarto de onda que, por sua natureza construtiva, geram erros quando da utilização de luz branca ou de comprimento de onda diferente ao padrão da placa retardadora de quarto de onda. Os autores obtiveram as primeiras 4 imagens a partir de um polariscópio plano e as 2 imagens finais a partir de um polariscópio circular com somente uma placa retardadora de onda. Os autores afirmam que por seu método, os erros trazidos pela utilização de placas retardadoras de $\frac{1}{4}$ de onda são minimizados (pela eliminação de uma placa retardadora do conjunto), assim como não haveria dependência da homogeneidade do material ótico utilizado ou de se utilizar um polariscópio balanceado (com placas retardadoras iguais). No método apresentado, as

isoclínicas apresentam maior continuidade para valores inteiros ou de metade de ordem de franja.

No trabalho de Hobbs, Greene e Patterson (2003) foi sugerido um arranjo que fazia uso de um sistema de divisores do feixe da luz emergente do polariscópio, de modo a se utilizar somente uma câmera CCD para realizar o que Patterson e Wang (1998) haviam proposto para a aquisição da imagem emergente do polariscópio, sendo que o trabalho de Patterson e Wang (1998) fazia uso de 4 câmeras CCD. Este último arranjo dificultava muito sua aplicação no que tocava a custos do equipamento, e principalmente na dificuldade em se arranjar os equipamentos de filmagem sem que houvesse interferência entre eles. Hobbs, Greene e Patterson (2003) visavam sua aplicação em situações dinâmicas, chegando assim a uma condição de um conjunto mais reduzido de equipamentos para alcançar o mesmo objetivo de 1998. A esse arranjo de equipamentos os autores denominam de PSIOS (Phase-Stepped Images Obtained Simultaneously), pois permitia a aquisição das alterações de fase, em steps programados, gravando em uma única imagem, dividida em 4 quadrantes, as 4 imagens obtidas através dos divisores do feixe da luz.

Yoneyama, Morimoto e Matsui (2003) apresentaram um método de retardamento de fase para aquisição dos parâmetros das isocromáticas e isoclínicas para análise em tempo real. Isso foi alcançado mediante a rotação de uma placa analisadora em uma taxa determinada, rotacionando-se a placa de quarto de onda de um ângulo correspondente ao dobro do aplicado na placa analisadora. As imagens foram gravadas em uma câmera CCD continuamente, sendo as imagens sequencialmente adquiridas, com suas intensidades obtidas por meio de sensores. As isocromáticas (retardação) e isoclínicas (direção das tensões principais) eram obtidas mediante a aplicação de um algoritmo apropriado.

Neste mesmo ano, Yoneyama et al. (2003b) apresentaram um trabalho em continuação à esse método para análise dos parâmetros fotoelásticos em tempo real. Os autores verificaram nesse trabalho a dificuldade do fator tempo de resposta no que toca a se fazer as rotações das placas simultaneamente à aquisição das imagens. Eles apontam que isso implicaria em se aumentar o número de dispositivos óticos a serem necessários para o trabalho, além de ser requerido um desempenho de alta velocidade de aquisição. Como no trabalho inicial, os autores fizeram uso de uma câmera CCD NTSC, desta vez trabalhando a uma taxa de 1/30s, o que seria o pretendido de “tempo real” a ser aplicado. A placa analisadora e a de $\frac{1}{4}$ de onda foram rotacionadas sincronizadamente com a taxa de aquisição da câmera. As imagens sequencialmente adquiridas foram processadas via computador, sendo a distribuição de fase dos parâmetros fotoelásticos determinada na mesma taxa da aquisição das imagens. Essa distribuição foi possível pela aplicação do método de retardamento de fase. O artifício de sincronizar todos os elementos do processo

otimizou o procedimento de cálculo e a velocidade de processamento, e levou o tempo de resposta para um valor aceitável para a demanda requerida. Para que isso fosse possível, os autores desenvolveram um dispositivo de controle de alta velocidade de leitura do retardamento de fase. A principal aplicação para o método desenvolvido pelos autores aponta para inspeção de elementos óticos ou produtos de vidro. Os autores afirmam que sua aplicação para processos pouco variáveis com o tempo também é possível.

Ainda neste ano, Kihara (2003) apresentou uma técnica aplicada a automatização das leituras dos parâmetros fotoelásticos, através da aplicação do método de desdobramento de fase (phase unwrapping method), com uso da função arco tangente. O autor afirma que com essa técnica é possível evitar os erros gerados pela utilização das placas retardadoras de $\frac{1}{4}$ de onda e assim obter os valores das direções das tensões principais e a diferença das tensões principais. No método proposto, o autor utiliza luz polarizada linearmente, e determina a direção e a diferença das tensões principais para 3 comprimentos de onda diferentes. Na obtenção da retardação relativa, os autores usam 2 técnicas que eles denominam de método da continuidade e método das coincidências. A fonte de luz é um canhão laser e as imagens digitais na saída do analisador são armazenadas através de um computador em uma memória específica para imagens digitalizadas. Um outro computador controla o posicionamento angular das 2 placas retardadoras de $\frac{1}{4}$ de onda e do analisador. O canhão laser permite a seleção do comprimento de onda incidente no polariscópio. O autor utiliza a função arco tangente, para a obtenção dos valores das direções e diferença das tensões. O método das coincidências utilizado é um método de minimização do erro, semelhantemente ao utilizado por Yoneyama e Takashi (1998) e no método da continuidade, o autor soma um valor constante determinado ao retardamento relativo, naqueles pontos onde ocorre a descontinuidade, comparando esse resultado ao valor do retardamento imediatamente antes da ocorrência da descontinuidade. Assim, por ambos os métodos foram possíveis de serem alcançados os valores pretendidos da retardação relativa (que leva à obtenção da diferença das tensões principais) e o ângulo das tensões principais. Os autores afirmam que ao utilizar 3 comprimentos de onda diferentes, puderam produzir uma maior faixa de valores de leitura digital das imagens do modelo sob tensão. A análise do retardamento relativo e do ângulo das tensões principais foi feita por meio dos parâmetros de Stokes, obtidos para cada comprimento de onda utilizado.

Levando em conta os trabalhos de Patterson e Wang (1991 e 1998) e Ajovalasit, Barone e Petrucci (1995 e 1998), Yao et al. (2004) desenvolveram um método que combina os métodos PST (phase shifting technology) e OEUT (Optical enlarged unwrapping technology). Considerando que o primeiro tem alta acuracidade em zonas de baixa concentração de tensões, mas baixa nas regiões de alta concentração, os autores evitaram

tanto a ocorrência dos erros inerentes à baixa resolução das imagens na zona de alta concentração, quanto o uso de uma câmera CCD de alta resolução, ao fazer uso da tecnologia OEUT, que permite a obtenção de imagens de alta definição nas regiões de alta concentração de tensões. Este método realiza um mapeamento gráfico das regiões de alta concentração de tensões, criando numa segunda etapa de magnificação, imagens que passam por um processamento computacional, do qual são obtidos os mapas que relacionam valor do pixel com fase (em radianos), tanto na direção vertical quanto na horizontal. Isso permite, após processamento digital obter os valores das diferenças de fase e direções das tensões principais nas regiões de alta concentração de tensões, onde os métodos de Ajovalasit, Barone e Petrucci (1995) e Yoneyama e Takashi (1998) apresentam suas limitações.

Kihara (2004) trabalhou em fotoelasticidade tri-dimensional, pela aplicação da definição da teoria, que diz que um modelo tridimensional pode ser reduzido a um modelo ótico equivalente. O autor tomou 2 placas retiradas de um modelo tridimensional cujas tensões haviam sido congeladas. Utilizando luz não polarizada, o autor obteve os parâmetros de Stokes, a partir dos quais pode assim obter a direção da tensão principal e o retardamento relativo nas placas, sendo isso validado por comparação e leitura manual feita diretamente com discos de material fotoelásticos com tensão congelada.

Em outro trabalho que visava em princípio, apresentar uma estratégia para a análise automatizada das franjas fotoelásticas, Ferreira Jr. e Horikawa (2005) centraram seu estudo no refinamento da etapa da calibração do método já apresentado por Yoneyama e Takashi (1998). Os autores apresentaram o que chamaram de processos de filtragem dos dados de calibração, utilizando 2 métodos que os autores chamam de método da média e método dos harmônicos. Utilizando-se de um arranjo de equipamentos básico: um polariscópio, uma câmera CCD, um sistema de carga, uma barra de material fotoelástico e um disco de material fotoelástico sob compressão diametral, os autores realizaram a análise pretendida. A tabela de calibração obtida a partir da imagem da barra submetida à flexão a 4 pontos teve seus dados tratados pelo algoritmo desenvolvido pelos 2 sistemas de filtragem. O procedimento seguido obedeceu o procedimento e técnicas já definidos no trabalho de Yoneyama e Takashi (1998), sendo obtidas as ordens de franja e a direção das tensões principais. Os autores afirmaram chegar a bons resultados para ordens de franja entre 0,5 e 3, sendo o sistema da média considerado o que alcançou melhor resultado de minimização do erro.

Siegmann, Backman e Patterson (2005) apresentaram um método que busca solucionar situações nas quais tanto o método da fotoelasticidade automatizada quanto o método da transformada de Fourier apresentam dificuldades. Os autores revisaram as

técnicas desenvolvidas anteriormente, buscando solucionar o problema decorrente da ambigüidade dos dados das franjas para ângulo das isoclínicas igual a $\pi/2$ ou múltiplos. Para isso, buscaram obter uma mapa das isocromáticas que fosse independente do ângulo das isoclínicas e que não apresentasse as descontinuidades relativas aos períodos de $\pi/2$. Ao mesmo tempo, buscaram obter um mapa do ângulo das isoclínicas de uma direção principal identificada, de forma que este fosse independente da ordem de franja das isocromáticas. Trabalhando com o algoritmo desenvolvido por Patterson e Wang (1991) para obter os dados de fase, os autores trabalharam com o que eles chamam de mapas de qualidade, cuja função é medir o quanto um pixel apresenta homogeneidade em relação à seus vizinhos. Chegaram assim a mapas altamente precisos, na ordem de 10^{-6} de valor de franja (exceto na região onde a carga está aplicada).

Neste trabalho é utilizado um método fotoelástico que utiliza apenas uma imagem fotoelástica obtida através de luz polarizada elíptica (YONEYAMA S., TAKASHI M., 1998), apresentando a vantagem de ser feita a determinação direta da ordem de franja e da direção das tensões principais pela utilização de apenas uma imagem fotoelástica do modelo.

CAPÍTULO IV

DETERMINAÇÃO AUTOMATIZADA DOS PARÂMETROS FOTOELÁSTICOS

A Fotoelasticidade é uma técnica experimental para análise e determinação do campo de tensões/deformações em peças e/ou estruturas de engenharia. Ela é utilizada como uma importante metodologia, principalmente em modelos complexos, para análise do campo completo de tensões no estado plano ou tridimensional. Na fotoelasticidade de transmissão plana, é necessária a confecção de modelos transparentes que possuam propriedades de birrefringência ou anisotropia ótica quando submetidos a carregamentos. Para aplicação da técnica é necessário utilizar um aparelho ótico que possibilite a polarização da luz, denominado polariscópio. O polariscópio possibilita a visualização dos parâmetros fotoelásticos, em forma de franjas coloridas, quando utilizada a luz branca, e franjas pretas e brancas quando se utiliza luz monocromática. As ordens de franjas estão associadas com o estado de tensão no modelo.

Vários autores têm desenvolvido métodos para tratar o fenômeno ótico envolvendo propagação da luz através de uma série de elementos óticos, baseados no conceito de luz polarizada. Estes métodos são baseados na esfera de Poincaré, o método j-Circle e os vetores de Mueller. THEOCARIS E GDOUTOS (1979) fizeram um estudo dos cálculos matriciais que envolvem a obtenção dos parâmetros fotoelásticos.

As várias formas de luz polarizada são definidas pelos tipos de trajetória ou curva descritas pelo ponto final do vetor de luz quando da propagação da onda. Os tipos possíveis de polarização da luz são: polarização linear, circular e elíptica.

Stokes em 1852 provou que uma forma particular de luz polarizada pode ser descrita por quatro parâmetros. Estes parâmetros consistem em elementos de um vetor de quatro elementos chamado vetor de Stokes. Os parâmetros de Stokes têm dimensões de

intensidade que podem ser operacionalmente definidos como luz de intensidade emergente, e que são obtidas a partir de lâminas polarizadoras adequadas.

Neste capítulo será implementada uma técnica visando adquirir e tratar as imagens de modelos fotoelásticos, com o objetivo de obter as ordens de franjas e a determinação da direção das tensões principais. As imagens dos modelos fotoelásticos são captadas por uma câmera filmadora CCD acoplada diretamente ao polariscópio, sendo adquiridas e tratadas por software. A metodologia desenvolvida é similar a uma técnica que utiliza uma luz branca polarizada elíptica e processamento da imagem colorida (YONEYAMA & TAKASHI, 1998). Na determinação das ordens de franja é utilizada uma tabela de calibração, baseada na análise das cores primárias de um modelo de calibração. A distribuição das direções principais é calculada resolvendo equações não lineares desenvolvidas a partir do método implementado. Com isso, o objetivo principal é automatizar o processo da leitura, aquisição e tratamento dos parâmetros fotoelásticos, visando determinar os parâmetros das isoclínicas e isocromáticas, eliminando o processo normal de leitura.

4.1 Teoria eletromagnética da luz

A luz, de acordo com a teoria eletromagnética de onda de Maxwell, é descrita como oscilações de ondas eletromagnéticas transversais. O vetor de campo magnético é perpendicular ao campo elétrico e à direção de propagação da onda. Os vetores de intensidade luminosa movem-se irregularmente no espaço e não apresentam direção ou rotação preferencial. Quando é imposta ordem e direção ao movimento irregular do vetor luz, esta luz é denominada luz polarizada. Neste caso, o vetor de luz descreve uma curva simples bem definida de acordo com a propagação da onda.

A Figura 4.1 representa uma onda eletromagnética, onde os vetores do campo elétrico (C_E) e campo magnético (C_B) são perpendiculares entre si e indicam a direção de propagação da onda, sendo esta, por convenção, definida como sendo a direção do campo elétrico da onda (a direção y na Fig. 4.1). O plano determinado pelo vetor (C_E) e a direção de propagação da onda (o plano xy na Fig. 4.1) é chamado plano de polarização da onda. Logo, a luz polarizada pode ser descrita usando os conceitos de cálculo vetorial.

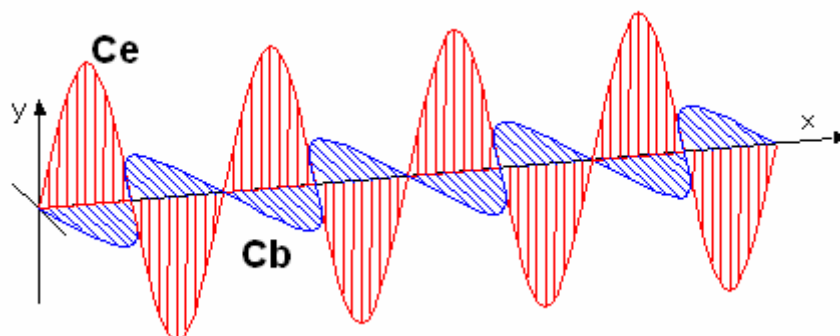


Figura 4.1 - Representação de uma onda eletromagnética da luz e os vetores C_e e C_b .

4.2 Formas de luz polarizada

4.2.1 Polarização linear

Uma onda plana monocromática polarizada linearmente ao longo de um eixo x , gerada por uma oscilação, é representada por uma curva senoidal, sendo representada pelo vetor β , como:

$$\beta = A \cos\left(\omega t + \frac{z}{\lambda}\right) i \quad (4.1)$$

onde,

A	-	amplitude da onda da luz;
T	-	período;
λ	-	comprimento de onda da luz monocromática;
ω	-	freqüência angular, sendo $\omega = 2\pi/T$;
i	-	vetor unitário ao longo do eixo x (direção da propagação);
z	-	posição do vetor luz ao longo do eixo z .

A Equação (4.1), para um dado instante $t = t_0$ do tempo, define a onda que é propagada ao longo do eixo x , como mostrado na Fig. 4.2.

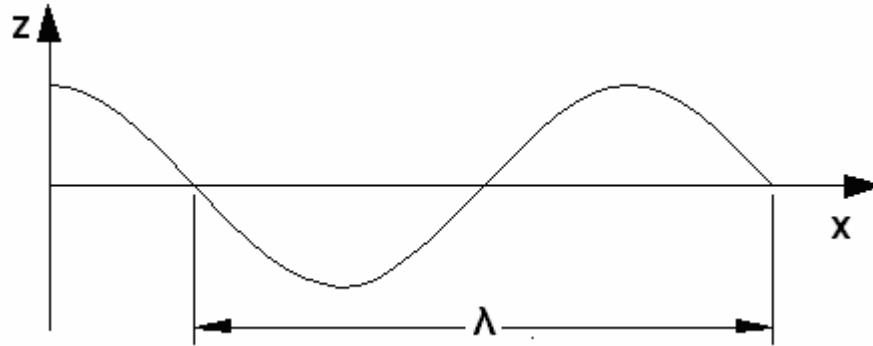


Figura 4.2 - Representação da luz polarizada linear por uma curva senoidal

A forma mais geral da Eq. (4.1), incluindo a fase δ_x , da definição de luz polarizada linearmente ao longo do eixo x, conforme descrito anteriormente pode ser representada na forma da Eq. (4.2):

$$\beta = A \cos\left(\omega t + \frac{2\pi z}{\lambda} + \delta_x\right) i \quad (4.2)$$

A Equação (4.2) pode também ser escrita por meio da notação de números complexos, conforme a Eq. (4.3):

$$\beta = A \operatorname{Re}[e^{(\omega t + 2\pi z/\lambda + \delta_x)j}] i \quad (4.3)$$

onde,

Re parte real da função correspondente A

$j = \sqrt{-1}$

4.2.2 Polarização circular

Um feixe de luz polarizada circular pode ser representado pelo vetor de luz β , sendo dado por:

$$\beta = \beta_x i + \beta_y j \quad (4.4)$$

com:

$$\beta_x = A \operatorname{Re}[e^{(wt + 2\pi z/\lambda + \delta_x)j}]j \quad (4.5)$$

$$\beta_y = A \operatorname{Re}[e^{(wt + 2\pi z/\lambda + \delta_y)j}]j$$

e sendo $\delta = \delta_y - \delta_x = \pm 90$ graus.

As Equações (4.4) e (4.5) representam a equação paramétrica circular. Quando $\delta = 90^\circ$, a luz é denominada como polarizada circular à direita. Quando $\delta = -90$ graus, a luz é denominada como luz polarizada circular à esquerda.

4.2.3 Polarização elíptica

No caso mais geral de polarização elíptica, o vetor β é dado por:

$$\beta = \beta_x i + \beta_y j \quad (4.6)$$

com:

$$\beta_x = A_x \operatorname{Re}[e^{(wt + 2\pi z/\lambda + \delta_x)j}]j \quad (4.7)$$

$$\beta_y = A_y \operatorname{Re}[e^{(wt + 2\pi z/\lambda + \delta_y)j}]j$$

As Equações (4.6) e (4.7) representam as equações paramétricas da elipse. Pela substituição de $\eta = (\omega t + 2\pi z/\lambda)$ na Eq.(4.7), esta pode ser escrita como:

$$\beta_x = A_x \eta = A_x \operatorname{Re}^{\rho(\eta + \delta_x)j} \quad (4.8)$$

$$\beta_y = A_y \eta = A_y \operatorname{Re}^{\rho(\eta + \delta_y)j}$$

Lembrando que a forma típica é $e^{zj} = \cos z + j \operatorname{sen} z$, a Eq. (4.8) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \beta_x &= A_x \operatorname{Re}[\cos(\eta + \delta_x) + j \operatorname{sen}(\eta + \delta_x)] \\ \beta_y &= A_y \operatorname{Re}[\cos(\eta + \delta_y) + j \operatorname{sen}(\eta + \delta_y)] \end{aligned} \quad (4.9)$$

Logo, tem-se que:

$$\frac{\beta_x}{A_x} = \cos(\eta)\cos(\delta_x) - \sin(\eta)\sin(\delta_x) \quad (4.10)$$

$$\frac{\beta_y}{A_y} = \cos(\eta)\cos(\delta_y) - \sin(\eta)\sin(\delta_y)$$

É necessário eliminar o fator de tempo da equação de $\eta = (\omega t + 2 \pi z/\lambda)$ na Eq. (4.10). Para isso, multiplica-se o primeiro termo por $\sin\delta_y$ e subtrai-se do segundo termo, multiplicado por $\sin\delta_x$.

$$\frac{\beta_x}{A_x} \sin\delta_y - \frac{\beta_y}{A_y} \sin\delta_x = \sin\delta_y (\cos\eta \cos\delta_x - \sin\eta \sin\delta_x) - \sin\delta_x (\cos\eta \cos\delta_y - \sin\eta \sin\delta_y)$$

$$\frac{\beta_x}{A_x} \sin\delta_y - \frac{\beta_y}{A_y} \sin\delta_x = \cos\eta (\sin\delta_y \cos\delta_x - \sin\delta_x \cos\delta_y)$$

Também multiplica-se o primeiro termo por $\cos\delta_y$ e subtrai-se do segundo termo multiplicado por $\cos\delta_x$, o que resulta em:

$$\frac{\beta_x}{A_x} \cos\delta_y - \frac{\beta_y}{A_y} \cos\delta_x = \cos\delta_y (\cos\eta \cos\delta_x - \sin\eta \sin\delta_x) - \cos\delta_x (\cos\eta \cos\delta_y - \sin\eta \sin\delta_y)$$

$$\frac{\beta_x}{A_x} \cos\delta_y - \frac{\beta_y}{A_y} \cos\delta_x = \sin\eta (\sin\delta_y \cos\delta_x - \sin\delta_x \cos\delta_y)$$

Assim, ao combinar ambos os termos resultantes, obtêm-se as seguintes relações:

$$\frac{\frac{\beta_x}{A_x} \sin\delta_y - \frac{\beta_y}{A_y} \sin\delta_x}{\cos\eta} = (\sin\delta_y \cos\delta_x - \sin\delta_x \cos\delta_y) \quad (4.11)$$

$$\frac{\frac{\beta_x}{A_x} \cos\delta_y - \frac{\beta_y}{A_y} \cos\delta_x}{\sin\eta} = (\sin\delta_y \cos\delta_x - \sin\delta_x \cos\delta_y)$$

Ao se igualar os primeiros termos da Eq. (4.11) e elevar as relações ao quadrado e considerando que $\delta = \delta_y - \delta_x$, obtêm-se:

$$f = \left(\frac{\beta_x}{A_x} \right)^2 + \left(\frac{\beta_y}{A_y} \right)^2 - 2 \frac{\beta_x \beta_y}{A_x A_y} \cos \delta - \sin^2 \delta = 0 \quad (4.12)$$

Assim, a Eq. (4.12) toma a seguinte forma:

$$\alpha_{11}x^2 + \alpha_{22}y^2 - 2\alpha_{12}xy + 2\alpha_{13}x + 2\alpha_{23}y + \alpha_{33} = 0 \quad (4.13)$$

A Equação (4.13) representa a forma geral de uma curva de segundo grau, que representa uma elipse, se a condição abaixo for obedecida:

$$\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2 > 0$$

Neste caso, a Eq. (4.12) pode ser reduzida à forma:

$$\left(\frac{\sin \delta}{A_x A_y} \right)^2 > 0 \quad (4.14)$$

A Equação 4.12, cuja forma paramétrica é dada pela Eq. (4.7), representa uma elipse. Para se obter os máximos e mínimos da coordenada β_x desta elipse, faz-se a derivada da Eq. (4.12) em relação à β_y , ou seja:

$$\frac{df}{d(\beta_x)} = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{df}{d(\beta_y)} = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{\beta_x}{A_x} = \frac{\beta_y}{A_y} (\cos \delta)^{-1} \quad (4.17)$$

$$\beta_y A_x = \beta_x A_y \cos \delta \quad (4.18)$$

Combinando as relações acima com a Eq. (4.11), obtém-se para as coordenadas da amplitude máxima e mínima de β_x , que:

$$\beta_x^A = \pm A_x \cos \delta \quad (4.19)$$

$$\beta_y^A = \pm A_y \cos \delta$$

Similarmente, as coordenadas para um ponto B (com a amplitude β_y), que representam o máximo e o mínimo, são dadas por:

$$\beta_y^B = \pm A_y \cos \delta$$

$$\beta_x^B = \pm A_x \cos \delta$$

A partir das Eqs. (4.13) e (4.14), é possível concluir que a elipse descrita pela Eq. (4.12) está incluída dentro de um retângulo com lados paralelos aos eixos coordenados. Este retângulo tem os seguintes comprimentos: $2A_x$ e $2A_y$ e a tangente da elipse nos pontos A ($\pm A_x, \pm A_y \cos \delta$) e B ($\pm A_x \cos \delta, \pm A_y$), conforme mostrado na Fig. 4.3.

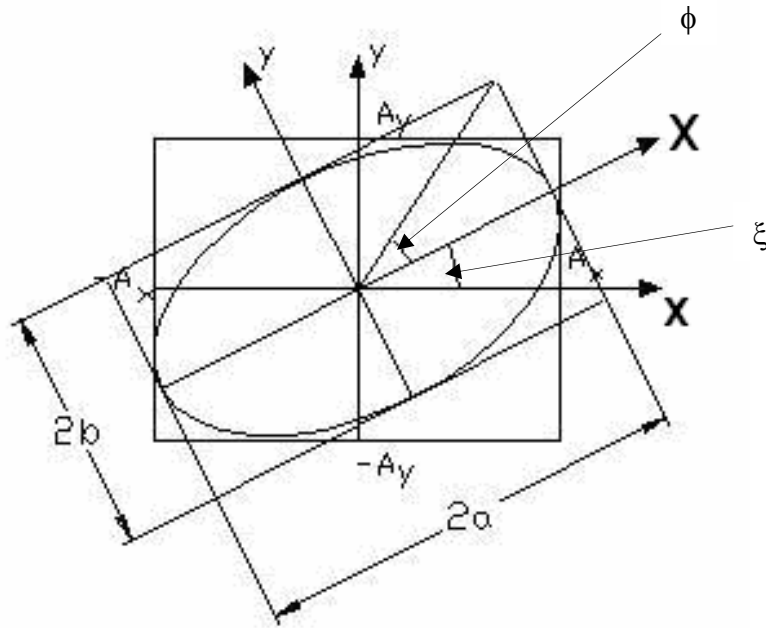


Figura 4.3 – Representação da seção da luz polarizada elíptica

É necessário determinar os comprimentos dos eixos principais da elipse e seus ângulos de inclinação. Se os eixos principais da elipse tem comprimentos $2a$ e $2b$ (sendo $a \geq b$) ao longo dos eixos coordenados OX e OY, respectivamente, as equações paramétricas da elipse relacionadas aos eixos principais, são dadas por:

$$\begin{aligned}\beta_x &= a \cdot \cos(\eta + \delta_0) \\ \beta_y &= \pm b \cdot \sin(\eta + \delta_0)\end{aligned}\tag{4.20}$$

Onde,

$\pm$ – representam 2 direções opostas

δ_0 – fase na posição 0 dos eixos

Se o ângulo entre os eixos Ox e OX é denotado por ξ , (com $0 \leq \xi \leq \pi$), denominado de *azimute da elipse da luz*, então as coordenadas β_x, β_y são relacionadas por:

$$\begin{aligned}\beta_x &= \beta_x \cos \xi + \beta_y \sin \xi \\ \beta_y &= -\beta_x \sin \xi + \beta_y \cos \xi\end{aligned}\tag{4.21}$$

Substituindo a Eq. (4.9) na Eq. (4.21), obtém-se:

$$\begin{aligned}\beta_x &= A_x (\cos \eta \cos \delta_x - \sin \eta \sin \delta_x) \cos \xi + A_y (\cos \eta \cos \delta_y - \sin \eta \sin \delta_y) \sin \xi \\ \beta_y &= -A_x [\cos \eta \cos \delta_x - \sin \eta \sin \delta_x] \sin \xi + A_y (\cos \eta \cos \delta_y - \sin \eta \sin \delta_y) \cos \xi\end{aligned}\tag{4.22}$$

A Equação (4.20) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}\beta_x &= a (\cos \eta \cos \delta_0 - \sin \eta \sin \delta_0) \\ \beta_y &= \pm b (\sin \eta \cos \delta_0 + \cos \eta \sin \delta_0)\end{aligned}\tag{4.23}$$

Igualando os coeficientes de $\cos \eta$ e $\sin \eta$ das Eq.(4.22) e (4.23), obtém-se:

$$\begin{aligned}a \cos \delta_0 &= A_x \cos \delta_x \cos \xi + A_y \cos \delta_y \sin \xi \\ a \sin \delta_0 &= A_x \sin \delta_x \cos \xi + A_y \sin \delta_y \sin \xi\end{aligned}\tag{4.24}$$

e

$$\begin{aligned}\pm b \cos \delta_0 &= A_x \sin \delta_x \sin \xi - A_y \sin \delta_y \cos \xi \\ \pm b \sin \delta_0 &= A_x \cos \delta_x \sin \xi + A_y \cos \delta_y \cos \xi\end{aligned}\tag{4.25}$$

Elevando ao quadrado e somando os pares das Eq. (4.24) e (4.25), obtém-se:

$$a^2 = A_x^2 \cos^2 \xi + A_y^2 \sin^2 \xi + A_x A_y \sin 2\xi \cos \delta \quad (4.26)$$

$$b^2 = A_x^2 \sin^2 \xi + A_y^2 \cos^2 \xi + A_x A_y \sin 2\xi \cos \delta$$

Adicionando-se os termos da Eq. (4.26), deduz-se que:

$$a^2 + b^2 = A_x^2 + A_y^2 \quad (4.27)$$

Multiplicando a primeira e a segunda equação das Eqs. (4.24) e (4.25), respectivamente, e adicionando-se ambas, obtém-se que:

$$\pm ab = A_x A_y \sin \delta \quad (4.28)$$

Dividindo as Eqs. (4.25) pelas Eqs. (4.24), obtém-se:

$$\begin{aligned} \pm \frac{b}{a} &= \frac{A_x \sin \delta_x \sin \xi - A_y \sin \delta_y \cos \xi}{A_x \cos \delta_x \cos \xi + A_y \cos \delta_y \sin \xi} = \dots\dots\dots (4.29) \\ \dots\dots\dots &- \frac{A_x \cos \delta_x \sin \xi + A_y \cos \delta_y \cos \xi}{A_x \sin \delta_x \cos \xi + A_y \sin \delta_y \sin \xi} \end{aligned}$$

A Equação (4.29) fornece:

$$\tan 2\xi = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2} \cos \delta \quad (4.30)$$

$$\tan \beta = \frac{A_y}{A_x} \quad (4.31)$$

A Equação (4.30) tem a seguinte forma:

$$\tan 2\xi = \tan 2\beta \cos \delta \quad (4.32)$$

A relação expressa pela Eq. (4.32) define o ângulo da inclinação ξ do maior eixo da elipse da luz. Inserindo o valor de ξ em (4.26) obtém-se os comprimentos a e b dos semi-eixos da elipse da luz:

$$a.b = \left\{ \frac{(A_x^2 + A_y^2) \left[1 \pm (\cos^2 2\beta + \sin^2 2\beta \cos^2 \delta)^{1/2} \right]}{2} \right\}^{1/2} \quad (4.33)$$

A partir das Eqs. (4.27) e (4.28), determina-se a seguinte relação:

$$\pm \frac{2ab}{a^2 + b^2} = 2 \frac{A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \sin \delta \quad (4.34)$$

E, substituindo o ângulo Φ (elipticidade), tem-se que:

$$\pm \frac{b}{a} = \tan \Phi \quad (-45^\circ \leq \Phi \leq 45^\circ) \quad (4.35)$$

A Equação (4.34) toma a seguinte forma:

$$\sin 2\Phi = \sin 2\beta \sin \delta \quad (4.36)$$

As relações dadas pelas Eqs. (4.27, 4.28, 4.31, 4.32, 4.35, 4.36) relacionam os semi-eixos a e b da elipse e o ângulo de inclinação ξ com as amplitudes A_x , A_y , e a diferença de fase $\delta = (\delta_y - \delta_x)$.

De acordo com as definições anteriores, uma polarização circular ou elíptica é chamada de “à direita” quando o observador está olhando através da fonte de luz e vê o vetor de luz circulando no sentido dos ponteiros do relógio. Isto pode ser facilmente mostrado a partir da Eq. (4.8), considerando dois instantes separados, por exemplo, um quarto de período, para polarização elíptica a direita, tal que $\sin \delta > 0$, então, $0^\circ < \delta < 180^\circ$.

Para quando δ vale 0° , 180° e 360° , a elipse transforma-se numa linha estreita e tem-se o caso da polarização linear, visto que quando $A_x = A_y$ e $\delta = \pm 90$ graus, tem-se luz polarizada circular.

Várias formas de polarização que correspondem à vários valores de ângulos de fase são ilustradas na Fig. 4.4.

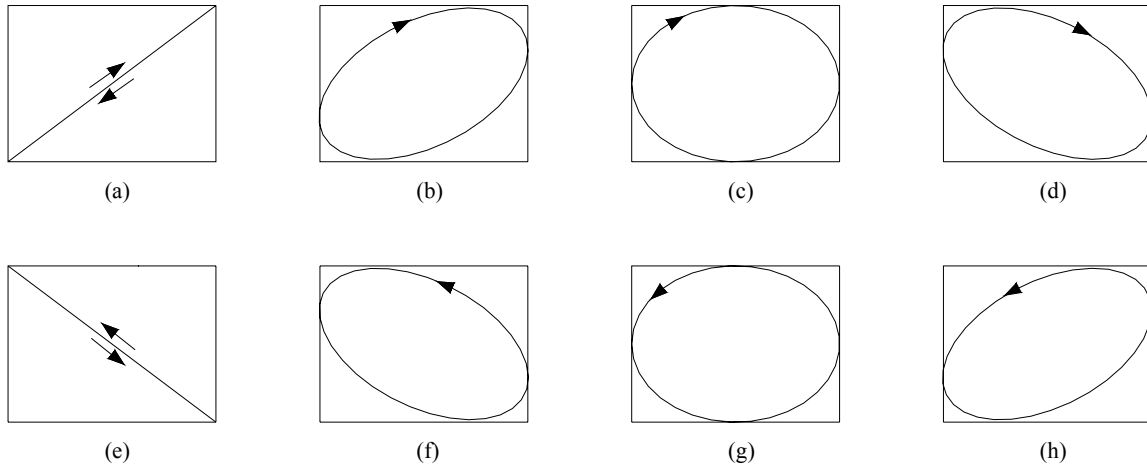


Figura 4.4 a-h) - Formas de Polarização elíptica que correspondem aos valores indicados da diferença de fase δ entre dois componentes do vetor de luz simultaneamente (a) $\delta = 0$; (b) $0 < \delta < 90^\circ$; (c) $\delta = 90^\circ$; (d) $90^\circ < \delta < 180^\circ$; (f) $180^\circ < \delta < 270^\circ$; (g) $\delta = 270^\circ$; (h) $270^\circ < \delta < 360^\circ$.

4.3 Vetor de Stokes

O vetor de Stokes é um vetor de quatro elementos, que em seu conjunto caracteriza completamente qualquer forma de polarização elíptica (THEOCARIS & GDOUTOS, 1979). Os quatro elementos s_0 , s_1 , s_2 e s_3 deste vetor são definidos em termos das amplitudes A_x , A_y e a diferença de fase δ , de β_x e β_y , componentes do vetor de luz β , e são dados por:

$$\begin{aligned} s_0 &= A_x^2 + A_y^2 \\ s_1 &= A_x^2 - A_y^2 \\ s_2 &= 2A_x A_y \cos \delta \\ s_3 &= 2A_x A_y \sin \delta \end{aligned} \tag{4.37}$$

O primeiro elemento s_0 do vetor de Stokes representa a intensidade da polarização da luz, e todos os três elementos s_1 , s_2 , s_3 são também dimensões de intensidade. Usualmente, os quatro elementos s_0 , s_1 , s_2 , s_3 são arranjados para formar um vetor coluna de quatro elementos, ou seja:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Os quatro parâmetros s_0, s_1, s_2, s_3 não são independentes, mas satisfazem a seguinte identidade (THEOCARIS & GDOUTOS, 1979):

$$s_0^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 \quad (4.39)$$

Usando as Eqs. (4.27, 4.28, 4.31, 4.32, 4.35, 4.37), os elementos do vetor de Stokes podem ser expressos em termos do azimute ξ e da elipticidade Φ , que definem a inclinação da elipse da luz e a razão dos semi-eixos, respectivamente por:

$$\begin{aligned} s_1 &= s_0 \cos 2\Phi \cos 2\xi \\ s_2 &= s_0 \cos 2\Phi \sin 2\xi \\ s_3 &= s_0 \sin 2\Phi \end{aligned} \quad (4.40)$$

Combinando as Eqs. (4.36) e (4.40), verifica-se que os elementos do vetor de Stokes correspondem a uma forma de polarização que pode ser facilmente determinada. Assim, para luz polarizada linear e horizontal ($A_x \neq 0, A_y = 0, \delta = 0$, ou $\xi = 0, \Phi = 0$), tem-se para os valores de s_0, s_1, s_2, s_3 :

$$s_0 = A_x^2, \quad s_1 = A_x^2, \quad s_2 = 0, \quad s_3 = 0 \quad (4.41)$$

Para luz polarizada circular à direita ($A_x = A_y = A, \delta = 90^\circ$, ou $\Phi = 45^\circ$),

$$s_0 = 2A^2, \quad s_1 = 0, \quad s_2 = 0, \quad s_3 = 2A^2 \quad (4.42)$$

Enquanto que, para luz polarizada circular à esquerda ($A_x = A_y = A, \delta = -90^\circ$, ou $\Phi = -45^\circ$), temos:

$$s_0 = 2A^2, \quad s_1 = 0, \quad s_2 = 0, \quad s_3 = -2A^2 \quad (4.43)$$

Como o interesse se restringe aos valores dos parâmetros de Stokes, é possível dividi-los pelo primeiro parâmetro s_0 . Os parâmetros normalizados assim obtidos,

correspondem à luz polarizada de intensidade unitária. Desse modo, os vetores normalizados para os casos anteriores (polarização plana, circular à direita, circular à esquerda, respectivamente) são, segundo THEOCARIS e GDOUTOS (1979):

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

O vetor de Stokes pode ser utilizado para descrever a luz parcialmente polarizada, tanto quanto para luz não polarizada. Para o caso da luz não polarizada, os quatros parâmetros de Stokes são:

$$s_0 = 2 A_x^2, \quad s_1 = s_2 = s_3 = 0 \quad (4.45)$$

Assim, o vetor normalizado de Stokes, que representa a luz polarizada é definido como:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

4.4 Método de Mueller

O Método de Mueller utiliza o vetor de Stokes para caracterizar a luz polarizada. Este vetor pode ser expresso por uma matriz de 4 linhas por 4 colunas. Como os feixes de luz incidentes e emergentes são descritos por matrizes de uma coluna com 4 elementos, os dispositivos óticos devem ser expressos por uma matriz 4 x 4. Esta matriz, que caracteriza completamente um dispositivo ótico é denominada de *matriz de Mueller*, e os cálculos baseados nas matrizes e nos vetores de Stokes são chamados de *cálculos de Mueller*.

A matriz de Mueller, para determinados elementos óticos, pode ser obtida usando os princípios de linearidade e as propriedades características dos elementos óticos considerados. Este princípio pode ser expresso na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} S_o' \\ S_1' \\ S_2' \\ S_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_o \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Onde a matriz coluna do lado esquerdo da Eq. (4.47) representa o vetor de Stokes para o feixe de luz emergente, e a matriz coluna à direita representa o vetor de Stokes do feixe de luz incidente e a matriz 4 x 4 é a matriz de Mueller para o arranjo dos elementos óticos. Esta relação pode ser descrita na seguinte forma:

$$S' = M S \quad (4.48)$$

A seguir, são determinadas as matrizes de Mueller para os componentes do polariscópio.

4.5 Polarizador linear

Segundo Theocaris & Gdoutos (1979), ao se considerar um polarizador linear no qual os eixos subentendem um ângulo θ com o eixo Ox , os coeficientes m_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) da matriz M podem ser obtidos mediante o uso das propriedades básicas do polarizador linear:

I) Uma luz não polarizada que atravessa um polarizador linear torna-se linearmente polarizada com um ângulo θ com o eixo Ox , ou seja:

$$S = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{então } S' = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

II) Uma luz polarizada linearmente com um ângulo de θ com o eixo Ox permanece sem alteração, se:

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ então } S' = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

III) Uma luz polarizada linearmente ao longo do eixo Ox, torna-se linearmente polarizada com um ângulo θ com o eixo Ox. Se a intensidade da luz incidente é unitária, então os parâmetros de Stokes para a luz emergente serão:

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ então } S' = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta \\ \cos^2 \theta \cos 2\theta \\ \cos^2 \theta \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

IV) Uma luz polarizada circular à direita de intensidade unitária, que atravessa um polarizador linear, torna-se linearmente polarizada com um ângulo θ com o eixo Ox, com intensidade igual a metade da intensidade da luz incidente

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ então } S' = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Aplicando a Eq.(4.47), com o vetor de Stokes S e S' dados pela Eq. (4.49), obtém-se:

$$m_{11} = \frac{1}{2}, \quad m_{21} = \frac{\cos 2\theta}{2}, \quad m_{31} = \frac{\sin 2\theta}{2}, \quad m_{41} = 0 \quad (4.53)$$

Do mesmo modo, a partir da Eqs.(4.47) e (4.50) tem-se que:

$$1 = m_{11} + m_{12} \cos 2\theta + m_{13} \sin 2\theta$$

$$\cos 2\theta = m_{21} + m_{22} \cos 2\theta + m_{23} \sin 2\theta$$

(4.54)

$$\sin 2\theta = m_{31} + m_{32} \cos 2\theta + m_{33} \sin 2\theta$$

$$0 = m_{41} + m_{42} \cos 2\theta + m_{43} \sin 2\theta$$

Das Eqs. (4.47) e (4.51), tem-se que:

$$\cos^2 \theta = m_{11} + m_{12}$$

$$\cos^2 \theta \cos 2\theta = m_{21} + m_{22}$$

(4.55)

$$\cos^2 \theta \sin 2\theta = m_{31} + m_{32}$$

$$0 = m_{41} + m_{42}$$

Desenvolvendo as Eqs. (4.47) e (4.52), tem-se que:

$$\frac{1}{2} = m_{11} + m_{14}$$

$$\frac{\cos 2\theta}{2} = m_{21} + m_{24}$$

(4.56)

$$\frac{\sin 2\theta}{2} = m_{31} + m_{34}$$

$$0 = m_{41} + m_{44}$$

Substituindo as Eqs. (4.54) nas Eqs. (4.56), tem-se:

$$m_{12} = \cos^2 \theta - \frac{1}{2}$$

$$m_{12} = \frac{1}{2} \cos 2\theta$$

$$m_{22} = \cos^2 \theta \cos 2\theta - \frac{\cos 2\theta}{2}$$

$$m_{22} = \frac{1}{2} \cos^2 2\theta$$

(4.57)

$$m_{32} = \cos^2 \theta \sin 2\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \quad m_{32} = \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta$$

$$m_{42} = 0 \quad m_{42} = 0$$

Substituindo as Eqs. (4.53) e (4.57) em (4.54), com os valores de m_{12} , m_{22} , m_{32} e m_{42} , obtém-se:

$$1 - \frac{1}{2} - \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) \cos 2\theta = m_{13} \sin 2\theta \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{\cos^2 \theta}{2} + m_{13} \sin 2\theta = 1$$

$$m_{13} = \frac{1}{2} \sin 2\theta,$$

$$m_{23} = \frac{\cos 2\theta - \cos 2\theta - \left[\left(\cos^2 \theta \cos 2\theta - \frac{\cos 2\theta}{2} \right) \cos 2\theta \right]}{\sin 2\theta}$$

$$m_{23} = \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta,$$

$$m_{33} = \frac{\sin 2\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} - \left(\cos^2 \theta \sin 2\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right) \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = 1 - \frac{1}{2} - \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) \cos 2\theta$$

$$m_{33} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta,$$

$$m_{43} = 0$$

Obtendo

$$m_{13} = \frac{1}{2} \sin 2\theta, \quad m_{23} = \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta, \quad m_{33} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta, \quad m_{43} = 0 \quad (4.58)$$

Finalmente, das Eqs. (4.53) e (4.56), tem-se que:

$$m_{14} = 0, \quad m_{24} = 0, \quad m_{34} = 0, \quad m_{44} = 0 \quad (4.59)$$

As relações dadas pelas Eqs. (4.53, 4.57 – 59) nos dão a matriz P_θ , do polarizador linear ideal, no qual os eixos principais subentendem um ângulo θ com o eixo Ox e $\delta = 0$, ou seja:

$$P_\theta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

4.6 Retardador linear

De forma análoga, os coeficientes da matriz de Mueller podem ser obtidos para um retardador linear com diferença de fase δ . Seu eixo faz um ângulo θ com relação ao eixo x .

$$Q_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \cos \delta \sin^2 2\theta & (1 - \cos \delta) \cos 2\theta \sin 2\theta & -\sin \delta \sin 2\theta \\ 0 & (1 - \cos \delta) \cos 2\theta \sin 2\theta & \cos \delta \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta & \cos 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin \delta \sin 2\theta & -\cos 2\theta \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Para uma luz polarizada elíptica, a expressão da placa retardadora será:

$$Q_\xi(\Delta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_1^2 - A_2^2 - A_3^2 + A_4^2 & 2(A_1 A_2 + A_3 A_4) & -2(A_1 A_3 + A_2 A_4) \\ 0 & 2(A_1 A_2 + A_3 A_4) & -A_1^2 + A_2^2 - A_3^2 + A_4^2 & 2(A_1 A_4 + A_2 A_3) \\ 0 & -2(A_1 A_3 + A_2 A_4) & -2(A_1 A_4 + A_2 A_3) & -A_1^2 - A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

Onde,

$$\begin{aligned} A_1 &= \cos 2\phi \cos 2\xi \sin(\delta/2) & A_2 &= \cos 2\phi \cos 2\xi \sin(\delta/2) \\ A_3 &= \sin 2\phi \sin(\delta/2) & A_4 &= \cos(\delta/2) \end{aligned} \quad (4.63)$$

Para luz polarizada circular à direita e à esquerda, basta substituir na Eq. (4.62) os valores de $\phi = 45^\circ$ e $\phi = -45^\circ$, respectivamente:

$$Q_{\pi/4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4.64)

$$Q_{\pi/4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O cálculo de Mueller é feito considerando luz monocromática. Uma vez que a placa retardadora de onda é modulada para um comprimento de onda específico, ao ser utilizada luz branca, é introduzido um erro na diferença de fase relativa aos diversos comprimentos de onda emergentes, que é expresso pela Eq. (4.65) (DALLY & RILEY, 1975):

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} - 1 \right) \quad (4.65)$$

Onde

λ = comprimento de onda da luz utilizada na leitura

λ_0 = comprimento de onda de projeto da placa retardadora de onda

Neste caso, as equações dos retardadores serão:

$$Q_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \cos(\delta + \varepsilon) \sin^2 2\theta & [1 - \cos(\delta + \varepsilon)] \cos 2\theta \sin 2\theta & -\sin(\delta + \varepsilon) \sin 2\theta \\ 0 & (1 - \cos(\delta + \varepsilon)) \cos 2\theta \sin 2\theta & \cos(\delta + \varepsilon) \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta & \cos 2\theta \sin(\delta + \varepsilon) \\ 0 & \sin(\delta + \varepsilon) \sin 2\theta & -\cos 2\theta \sin(\delta + \varepsilon) & \cos(\delta + \varepsilon) \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

$$Q_{\frac{\pi}{4}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \varepsilon & 0 & -\cos \varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & 0 & -\sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

$$Q_{-\frac{\pi}{4}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \varepsilon & 0 & \cos \varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\cos \varepsilon & 0 & -\sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

4.7 Equações da intensidade da luz emergente

A Figura 4.5 apresenta o esquema de um polariscópio típico formado por filtros polarizadores e placas retardadoras de um quarto de onda. Neste caso, os raios luminosos propagam-se ao na direção z. Conforme o arranjo entre as placas retardadoras e os filtros polarizados pode-se obter luz polarizada plana, circular, ou elíptica. Quando um modelo fotoelástico é tensionado, ocorre uma diferença de fase na direção das tensões principais entre os vetores de campo elétrico de luz emergentes do modelo decorrentes do efeito de birrefringência. As intensidades da luz emergentes na saída do polarizador são dadas por Dally e Riley (1978):

$$I = I_0 \sin^2 \frac{\delta\pi}{\lambda} \dots\dots\dots (\text{para polariscópio circular}), \quad (4.69)$$

$$I = I_0 \sin^2 \frac{\delta\pi}{\lambda} \sin^2 2(\xi - \theta) \dots\dots\dots (\text{para polariscópio plano}) \quad (4.70)$$

onde,

I_0	-	máximo valor para a intensidade da luz emergente
λ	-	comprimento de onda
ξ	-	direção principal da dupla refração
θ	-	ângulo de polarização
Δ	-	atraso da fase linear (retardação)

A retardação linear pode se escrita em termos da retardação angular (δ) da seguinte forma:

$$\Delta = \frac{\delta\lambda}{2\pi} = N\lambda \quad (4.71)$$

A lei ótica das tensões estabelece o princípio fundamental da fotoelasticidade, ou seja, a relação entre a diferença das tensões principais medidos no plano e os parâmetros óticos, conforme Eq. (4.72):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf_\sigma}{b_m} \quad (4.72)$$

A Equação (4.72) mostra que a diferença das tensões principais depende da ordem de franja medida (N), de uma constante ótica (f_o) que depende do material analisado e da espessura do modelo (b_m).

A equação da intensidade da luz emergente de um polariscópio com uma luz polarizada elíptica é derivada pela introdução dos cálculos de Mueller (THEOCARIS e GDOUTOS, 1979).

A matriz de Mueller para um polarizador linear P_θ cujos eixos óticos fazem um ângulo θ com os eixos de referência, e $\delta = 0$, é expressa pela Eq. (4.60).

A matriz de Mueller da placa retardadora de onda pode ser obtida substituindo $\Delta = \pi/2$ radianos na Eq. (4.60). Quando os cálculos de Mueller, envolvendo parâmetros desconhecidos de ângulos de eixos de elementos óticos, tornam-se complicados, a solução pode ser simplificada adotando-se determinados valores angulares. Yoneyama e Takashi (1998) indicam os seguintes ângulos para que se consiga fazer a automatização da leitura dos parâmetros fotoelásticos a partir de uma única leitura: os eixos do polarizador e do analisador devem fazer ângulos de $\pi/6$ e $-\pi/3$ radianos com relação ao eixo x e os eixos fixos das placas retardadoras de onda fazer ângulos de $\pi/4$ e $-\pi/4$ radianos com relação ao eixo x , respectivamente. A matriz de Mueller do polarizador $P_{\pi/6}$, analisador $P_{-\pi/3}$ e placas retardadoras de onda $Q_{\pi/4}$, $Q_{-\pi/4}$ são expressas a seguir:

$$P_{\pi/6} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2\sqrt{3} & 0 \\ 2 & 1 & \sqrt{3} & 0 \\ 2\sqrt{3} & \sqrt{3} & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

$$P_{-\pi/3} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2\sqrt{3} & 0 \\ -2 & 1 & \sqrt{3} & 0 \\ -2\sqrt{3} & \sqrt{3} & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

$$Q_{\pi/4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \varepsilon & 0 & -\cos \varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & 0 & -\sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

$$Q_{-\pi/4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \varepsilon & 0 & \cos \varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\cos \varepsilon & 0 & -\sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

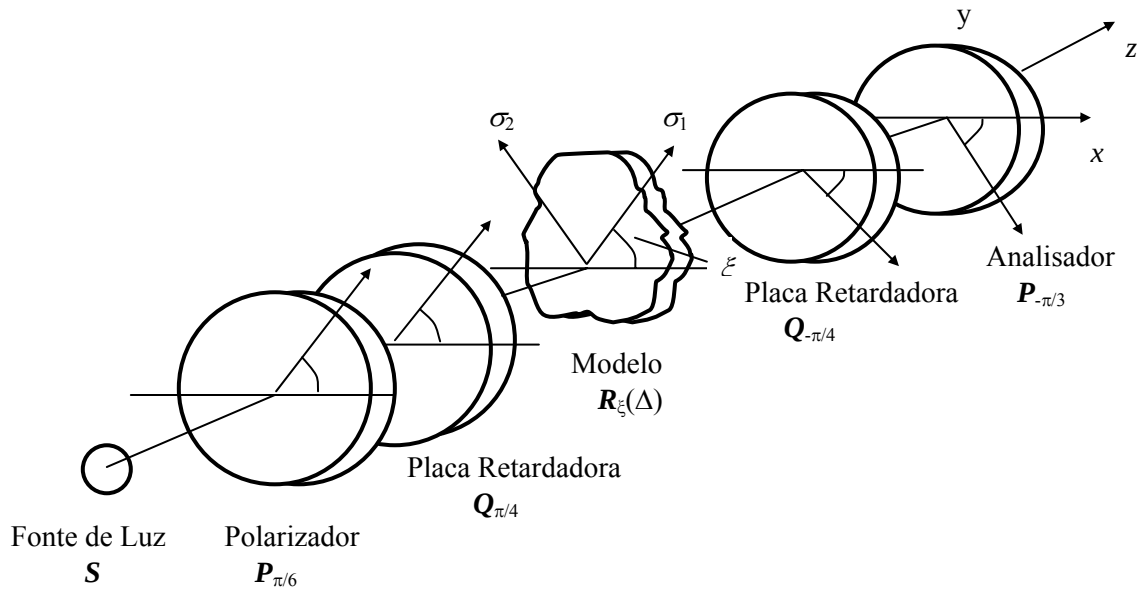


Figura 4.5 - Esquema de um polariscópio padrão.

O vetor de Stokes (S) normalizado da luz não polarizada emitida é expresso como:

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

De acordo com os cálculos de Mueller, o vetor de Stokes (S' da luz emergente do analisador) será resultado da combinação dos efeitos das placas:

$$S' = P_{-\pi/3} Q_{-\pi/4} R_{\xi}(\Delta) Q_{\pi/4} P_{\pi/6} S \quad (4.78)$$

$$Q_{\pi/4} \cdot P_{\pi/6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \varepsilon & 0 & -\cos \varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & 0 & -\sin \varepsilon \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2\sqrt{3} & 0 \\ 2 & 1 & \sqrt{3} & 0 \\ 2\sqrt{3} & \sqrt{3} & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$Q_{\pi/4} \cdot P_{\pi/6} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2\sqrt{3} & 0 \\ -2\text{sen}\varepsilon & -\text{sen}\varepsilon & -\sqrt{3}\text{sen}\varepsilon & 0 \\ 2\sqrt{3} & \sqrt{3} & 3 & 0 \\ 2\cos\varepsilon & \cos\varepsilon & \sqrt{3}\cos\varepsilon & 0 \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

$$P_{-\pi/3} Q_{-\pi/4} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2\sqrt{3} & 0 \\ -2 & 1 & \sqrt{3} & 0 \\ -2\sqrt{3} & \sqrt{3} & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\text{sen}\varepsilon & 0 & \cos\varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\cos\varepsilon & 0 & -\text{sen}\varepsilon \end{bmatrix}$$

$$P_{-\pi/3} Q_{-\pi/4} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2\text{sen}\varepsilon & -2\sqrt{3} & -2\cos\varepsilon \\ -2 & -\text{sen}\varepsilon & \sqrt{3} & \cos\varepsilon \\ -2\sqrt{3} & -\sqrt{3}\text{sen}\varepsilon & 3 & \sqrt{3}\cos\varepsilon \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

Ao se multiplicar a Eq. (4.80) pela Eq. (4.77), tem-se:

$$Q_{\pi/4} P_{\pi/6} S = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2\sqrt{3} & 0 \\ -2\text{sen}\varepsilon & -\text{sen}\varepsilon & -\sqrt{3}\text{sen}\varepsilon & 0 \\ 2\sqrt{3} & \sqrt{3} & 3 & 0 \\ 2\cos\varepsilon & \cos\varepsilon & \sqrt{3}\cos\varepsilon & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 \\ -2\text{sen}\varepsilon \\ 2\sqrt{3} \\ 2\cos\varepsilon \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

Em continuação, multiplica-se a Eq. (4.81) por $R_{\xi}(\Delta)$, tem-se:

$$R_{\xi}(\Delta) Q_{\pi/4} P_{\pi/6} S =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\xi + \cos \Delta \text{sen}^2 2\xi & (1 - \cos \Delta) \cos 2\xi \text{sen} 2\xi & -\text{sen} \Delta \text{sen} 2\xi \\ 0 & (1 - \cos \Delta) \cos 2\xi \text{sen} 2\xi & \cos \Delta \cos^2 2\xi + \text{sen}^2 2\xi & \cos 2\xi \text{sen} \Delta \\ 0 & \text{sen} \Delta \text{sen} 2\xi & -\cos 2\xi \text{sen} \Delta & \cos \Delta \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 \\ -2\text{sen}\varepsilon \\ 2\sqrt{3} \\ 2\cos\varepsilon \end{bmatrix} =$$

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 \\ -2\text{sen}\varepsilon[(\cos^2 2\xi + \cos \Delta \text{sen}^2 2\xi)] + 2\sqrt{3}[(1 - \cos \Delta) \cos 2\xi \text{sen} 2\xi] + 2\cos\varepsilon(-\text{sen} \Delta \text{sen} 2\xi) \\ [(1 - \cos \Delta) \cos 2\xi \text{sen} 2\xi](-2\text{sen}\varepsilon) + [\cos \Delta \cos^2 2\xi + \text{sen}^2 2\xi]2\sqrt{3} + (\cos 2\xi \text{sen} \Delta)2\cos\varepsilon \\ (\text{sen} \Delta \text{sen} 2\xi)(-2\text{sen}\varepsilon) + (-\cos 2\xi \text{sen} \Delta)2\sqrt{3} + 2\cos\varepsilon \cos \Delta \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

Portanto, S' será obtida multiplicando-se a Eq. (4.80) pela Eq. (4.82). Devido à extensão dos cálculos, será demonstrado apenas o desenvolvimento da primeira linha da matriz, as linhas restantes são desenvolvidas de maneira análoga.

$$\frac{1}{64} \times \begin{pmatrix} (16 + 2\operatorname{sen}\epsilon \{-2\operatorname{sen}\epsilon [\cos^2 2\xi + \cos \Delta \operatorname{sen}^2 2\xi] + 2\sqrt{3}[(1 - \cos \Delta)\cos 2\xi \operatorname{sen} 2\xi] + \\ + 2\cos \epsilon [-\operatorname{sen}\Delta \operatorname{sen} 2\xi] - 2\sqrt{3}\{(1 - \cos \Delta)\cos 2\xi \operatorname{sen} 2\xi\} - 2\operatorname{sen}\epsilon + \\ + [\cos \Delta \cos^2 2\xi + \operatorname{sen}^2 2\xi]2\sqrt{3} + [\cos 2\xi \operatorname{sen}\Delta]2\cos \epsilon\} - 2\cos \epsilon (\operatorname{sen}\Delta \operatorname{sen} 2\xi)(-2\operatorname{sen}\epsilon) + \\ + [-\cos 2\xi \operatorname{sen}\Delta]2\sqrt{3} + 2\cos \Delta \cos \epsilon\}) \\ \dots \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Segue-se somente com o primeiro termo:

$$\frac{1}{64} \times (16 + 2\operatorname{sen}\epsilon \{-2\operatorname{sen}\epsilon \cos^2 2\xi - 2\operatorname{sen}\epsilon \cos \Delta \operatorname{sen}^2 2\xi + 2\sqrt{3}[\cos 2\xi \operatorname{sen} 2\xi(1 - \cos \Delta)] - \\ - 2\cos \epsilon \operatorname{sen}\Delta \operatorname{sen} 2\xi\} - 2\sqrt{3}\{-2\operatorname{sen}\epsilon \cos 2\xi \operatorname{sen} 2\xi(1 - \cos \Delta) + \\ + 2\sqrt{3}\cos \Delta \cos^2 2\xi + 2\sqrt{3}\operatorname{sen}^2 2\xi + 2\cos \epsilon \cos 2\xi \operatorname{sen}\Delta\} - 2\cos \epsilon \{-2\operatorname{sen}\epsilon \operatorname{sen}\Delta \operatorname{sen} 2\xi - \\ - 2\sqrt{3}\cos 2\xi \operatorname{sen}\Delta + 2\cos \epsilon \cos \Delta\})$$

$$\frac{1}{64} \times (16 - 4\operatorname{sen}^2 \epsilon \cos^2 2\xi - 4\operatorname{sen}^2 \epsilon \cos \Delta \operatorname{sen}^2 2\xi + 4\sqrt{3}\operatorname{sen} \epsilon \cos 2\xi \operatorname{sen} 2\xi(1 - \cos \Delta) - \\ - 4\operatorname{sen} \epsilon \cos \epsilon \operatorname{sen}\Delta \operatorname{sen} 2\xi + 4\sqrt{3}\operatorname{sen} \epsilon \cos 2\xi \operatorname{sen} 2\xi(1 - \cos \Delta) - \\ - 12\cos \Delta \cos^2 2\xi - 12\operatorname{sen}^2 2\xi - 4\sqrt{3}\cos \epsilon \cos 2\xi \operatorname{sen}\Delta + 4\operatorname{sen} \epsilon \cos \epsilon \operatorname{sen}\Delta \operatorname{sen} 2\xi + \\ + 4\sqrt{3}\cos \epsilon \cos 2\xi \operatorname{sen}\Delta - 4\cos^2 \epsilon \cos \Delta)$$

$$S'_0 = \frac{1}{64} \times (16 - 4\operatorname{sen}^2 \epsilon \cos^2 2\xi - 4\operatorname{sen}^2 \epsilon \cos \Delta \operatorname{sen}^2 2\xi + 8\sqrt{3}\operatorname{sen}\epsilon \cos 2\xi \operatorname{sen} 2\xi(1 - \cos \Delta) - \dots \quad (4.83) \\ - 12\cos \Delta \cos^2 2\xi - 12\operatorname{sen}^2 2\xi - 4\cos^2 \epsilon \cos \Delta)$$

Ao utilizar as relações trigonométricas clássicas a seguir:

$$\operatorname{sen}^2 \Delta + \cos^2 \Delta = 1$$

$$\cos(2\Delta) = \cos^2 \Delta - \operatorname{sen}^2 \Delta$$

$$\cos(2\Delta) = 1 - 2\operatorname{sen}^2 \Delta$$

$$2\operatorname{sen}^2 \Delta = 1 - \cos(2\Delta)$$

$$\operatorname{sen}^2 \Delta = \frac{1 - \cos 2\Delta}{2}$$

$$\operatorname{sen}^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) = \frac{1 - \cos \Delta}{2}$$

$$\cos \Delta = 1 - 2\operatorname{sen}^2 \frac{\Delta}{2}$$

$$\operatorname{sen}(2\xi) = \operatorname{sen} \xi \cos \xi + \cos \xi \operatorname{sen} \xi = 2\operatorname{sen} \xi \cos \xi$$

$$\operatorname{sen}(4\xi) = 2\operatorname{sen} 2\xi \cos 2\xi$$

no primeiro termo de S', tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{64} \times & \left(8\operatorname{sen}^2 \varepsilon \operatorname{sen}^2 2\xi \operatorname{sen}^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) + 8\sqrt{3}\operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{sen} 4\xi \operatorname{sen}^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) + \right. \\ & \left. + 24 \cos^2 2\xi \operatorname{sen}^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) + 8 \cos^2 \varepsilon \operatorname{sen}^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (4.84)$$

Por relações trigonométricas, tem-se que:

$$\cos(2\varepsilon) = \cos^2 \varepsilon - \operatorname{sen}^2 \varepsilon$$

$$\cos(2\varepsilon) = 1 - 2\operatorname{sen}^2 \varepsilon$$

$$\operatorname{sen}^2 \varepsilon = \frac{1 - \cos 2\varepsilon}{2}$$

$$\cos(2\varepsilon) = 2\cos^2 \varepsilon - 1$$

$$\cos^2 \varepsilon = \frac{1 + \cos 2\varepsilon}{2}$$

$$\operatorname{sen}^2(2\xi) = \frac{1 - \cos 4\xi}{2}$$

$$\cos^2(2\xi) = \frac{1 + \cos 4\xi}{2}$$

Substituindo as relações anteriores na Eq. (4.84), tem-se finalmente para a primeira linha de S' que:

$$\frac{1}{64} \times (2(9 + \cos 2\varepsilon + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon \sin 4\xi) \sin^2 \left(\frac{\Delta}{2} \right)) \quad (4.85)$$

Assim, fazendo-se o mesmo cálculo para as demais linhas da matriz, obtém-se o vetor de Stokes (S'):

$$S' = \frac{1}{64} \begin{bmatrix} 2(9 + \cos 2\varepsilon + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon \sin 4\xi) \sin^2 (\Delta / 2) \\ (9 + \cos 2\varepsilon + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon \sin 4\xi) \sin^2 (\Delta / 2) \\ (9\sqrt{3} + \sqrt{3} \cos \varepsilon + 5\sqrt{3} \cos 4\xi + \sqrt{3} \cos 2\varepsilon \cos 4\xi + 12 \sin \varepsilon \sin 4\xi) \sin^2 (\Delta / 2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

A intensidade luminosa (I) do vetor Stokes S' é obtida ao se utilizar o primeiro elemento do vetor Stokes S' . Como resultado dos cálculos de Mueller, a intensidade da luz emergente (I) do polariscópio é expressa como:

$$I = \frac{I_0}{16} (9 + \cos 2\varepsilon + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon \sin 4\xi) \sin^2 \frac{\delta \pi}{\lambda} \quad (4.87)$$

Na Equação (4.87), I_0 é a amplitude da intensidade luminosa, δ é a retardação linear e λ é o comprimento de onda da luz. Esta equação mostra que a atenuação da intensidade da luz ocorre onde a direção principal de dupla refração (ξ) é nula ($\xi=0$), sendo a atenuação anulada para ξ igual a $\pi/4$ radianos. Neste caso, a Eq. (4.87) é escrita como:

$$I = I_0 \frac{7 + \cos 2\varepsilon}{8} \sin^2 \frac{\delta \pi}{\lambda}, \text{ para } \xi = 0 \quad (4.88)$$

$$I = \frac{I_0}{4} \sin^2 \frac{\delta \pi}{\lambda}, \text{ para } \xi = \pi/4 \quad (4.89)$$

As relações anteriores e a Eq. (4.88) indicam que os parâmetros das isocromáticas e isoclínicas ainda permanecem acima de todo o campo da amostra. Usando-se luz branca e considerando-se a dispersão da dupla refração, Pindera e Cloud (1966) mostram que a Eq. (4.89) pode ser reescrita como:

$$I = \frac{1}{16} \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_0 \sin^2 \left(\frac{\delta \pi C_\lambda}{\lambda C_0} \right) (9 + \cos 2\varepsilon + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon \sin 4\xi) d\lambda \quad (4.90)$$

onde I_0 ($=I_0(\lambda)$) expressa a distribuição espectral da luz usada, λ_1 e λ_2 são os limites máximos e mínimos do comprimento de onda, C_λ e C_0 são coeficientes óticos de tensão para comprimentos de onda arbitrários λ e para o comprimento de onda de referência λ_0 , respectivamente.

CAPÍTULO V

PROGRAMA COMPUTACIONAL FRINGES

Neste capítulo são apresentados os aspectos teóricos para a determinação das ordens de franja, bem como os procedimentos de utilização do programa computacional desenvolvido para a determinação automatizada dos parâmetros fotoelásticos. O programa computacional, denominado de “*FRINGES*”, foi implementado em ambiente Matlab[®], e utiliza recursos para tratamento das imagens e interface amigável. A versão utilizada para o desenvolvimento do programa computacional foi a MatLab[®] 7.0. Neste capítulo é apresentada uma nova metodologia, complementando a indicada por Yoneyama & Takashi (1998). Neste caso, foi introduzido um procedimento que permite corrigir imperfeições experimentais e ajustar as intensidades de luz de forma a obter-se a convergência das raízes da equação da direção das tensões principais. Essa nova metodologia consiste em se realizar uma etapa de calibração das direções das tensões principais, pelo uso de pontos em um modelo (Disco fotoelástico sob compressão diametral) onde as direções das tensões principais são conhecidas. Além do disco fotoelástico, foi utilizada uma barra de material fotoelástico para a calibração das ordens de franja, feito conforme descrito por Yoneyama & Takashi (1998), cujo método utiliza luz polarizada elíptica e ajustes definidos no polariscópio.

5.1 Determinação da ordem da franja e da direção das tensões principais

5.1.1 Determinação da ordem da franja

O arquivo da imagem colorida digitalizada do modelo analisado pode ser subdividido em três imagens monocromáticas, correspondendo às três cores primárias: vermelho, verde e azul (RGB). Cada imagem monocromática tem seu próprio nível de intensidade. Estas

intensidades de luz, ao emergir dos filtros na câmera, podem ser expressas (YONEYAMA & TAKASHI, 1998) pela Eq. (5.1), ou seja,

$$I = \frac{1}{16} \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_0 F_i \sin^2 \left(\frac{\delta \pi C_\lambda}{\lambda C_0} \right) (9 + \cos 2\varepsilon + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon \sin 4\xi) d\lambda \quad (5.1)$$

onde $i = r, g, b$, denotam as cores vermelho, verde e azul, λ_{11} e λ_{12} são limites mínimos e máximos do espectro dos filtros equipados na câmera e F_i são respostas espectrais dos filtros vermelho, verde e azul.

A Figura 5.1 apresenta o modelo de um disco sob compressão e os parâmetros RGB da imagem adquirida por uma câmera CCD.

Para se determinar a ordem de franja em um ponto do modelo é necessária a utilização de uma tabela de calibração contendo as ordens de franja de um modelo conhecido, em geral, uma viga sob flexão, feita do mesmo material do modelo a ser analisado.

A ordem da franja pode ser determinada ao se comparar os valores das intensidades de luz do modelo em análise com os valores de intensidades correspondentes na tabela de calibração.

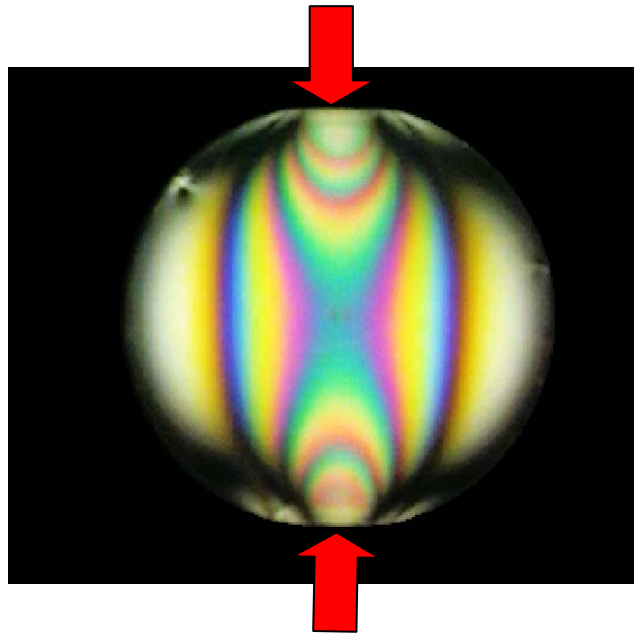


Figura 5.1 - Modelo de um disco fotoelástico sob compressão.

No método, a função erro é utilizada visando-se eliminar o efeito da direção principal da dupla refração ξ , tratando-se de normalizar os níveis de cinza antes de comparar

estes valores em ambos os modelos e na tabela de calibração. A análise da ordem da franja pode ser executada por meio da função erro E'_j definida na Eq. (5.2):

$$\begin{aligned}
 E'_j = & \left(\frac{R_j}{R_j + G_j + B_j} - \frac{R_m}{R_m + G_m + B_m} \right)^2 + \\
 & + \left(\frac{G_j}{R_j + G_j + B_j} - \frac{G_m}{R_m + G_m + B_m} \right)^2 + \\
 & + \left(\frac{B_j}{R_j + G_j + B_j} - \frac{B_m}{R_m + G_m + B_m} \right)^2
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Na Equação (5.2), R_m , G_m e B_m são valores das intensidades das luzes digitalizadas I_r , I_g e I_b são os níveis de cinza do arquivo da imagem em cada ponto e R_j , G_j e B_j são valores das intensidades obtidas na tabela de calibração, respectivamente. A ordem da franja em cada ponto pode ser determinada procurando-se o índice j no qual minimiza a função erro E'_j .

Se a variação da ordem da franja na tabela da calibração é linear e o primeiro pixel da tabela de calibração é zero na ordem da franja, a ordem da franja N_j correspondente ao pixel j será:

$$N_j = N_m \frac{j}{j_m} \tag{5.3}$$

Onde N_m é a ordem da franja máxima na tabela de calibração de j_m é número de valores arquivados na tabela de calibração.

5.1.2 Determinação da Direção das Tensões Principais

O erro relativo devido ao atraso da placa retardadora de onda (ε), dado pela Eq. (4.65), é função do comprimento de onda λ . Este erro (ε) pode ser colocado dentro da integral como indicado na Eq. (5.1). Entretanto, se o erro ε puder ser tratado como uma constante acima da banda de cada comprimento de onda representativo, a Eq. (4.91) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
 I = & (9 + \cos 2\varepsilon + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon \sin 4\xi) \\
 & \times \frac{1}{16} \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_0 F_i \sin^2 \left(\frac{\delta \pi C_\lambda}{\lambda C_0} \right) d\lambda
 \end{aligned} \quad (i = r, g, b) \tag{5.4}$$

Onde ε_i é o erro do atraso da placa retardadora de onda no valor central do espectro de comprimento de onda detectados por cada sensor da câmera colorida. É considerado que a relação (5.4) seja o produto da função do atraso e a função da direção das tensões principais. Assim, as direções principais podem ser obtidas depois de se determinar a ordem da franja, se a equação da intensidade da luz puder ser expressa como na Eq. (5.4). No trabalho de Yoneyama e Takashi (1998), o termo que envolve a integral da Eq. (5.4) pode ser determinado a partir dos valores da intensidade digitalizados na tabela de calibração, se o teste de calibração for executado com ângulo de polarização de 0 radianos. Neste caso, a intensidade luminosa é dada por:

$$I = \frac{7 + \cos 2\varepsilon_i}{8} \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_0 F_i \sin^2 \left(\frac{\delta \pi C_\lambda}{\lambda C_0} \right) d\lambda \quad (i = r, g, b) \quad (5.5)$$

Assim, ao se usar os valores da intensidade da luz na tabela de calibração, a seguinte equação pode ser obtida:

$$\begin{aligned} I &= R_m + G_m + B_m \\ &- (9 + \cos 2\varepsilon_r + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon_r \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon_r \sin 4\xi) \frac{8}{7 + \cos 2\varepsilon_r} R_t \\ &- (9 + \cos 2\varepsilon_g + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon_g \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon_g \sin 4\xi) \frac{8}{7 + \cos 2\varepsilon_g} G_t \\ &- (9 + \cos 2\varepsilon_b + 5 \cos 4\xi + \cos 2\varepsilon_b \cos 4\xi + 4\sqrt{3} \sin \varepsilon_b \sin 4\xi) \frac{8}{7 + \cos 2\varepsilon_b} B_t = 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

onde R_m , G_m e B_m são níveis de intensidade da imagem do modelo em cada ponto e R_t , G_t e B_t são valores correspondentes da tabela de calibração.

Na etapa de testes e desenvolvimento do programa computacional para cálculo da diferença das tensões e direção das tensões principais, foi detectado que a Eq. (5.6), dependente das intensidades dos parâmetros RGB obtidos a partir das imagens fotoelásticas produzidas dos modelos, não alcançava a convergência. Essa condição é necessária para que se possa determinar os valores dos ângulos para os quais a Eq. (5.6) encontra solução. As soluções possíveis dessa equação, dentro da faixa de 0 a $\pi/2$, são os valores dos ângulos das direções das tensões principais que se pretende determinar. Após a análise das possíveis causas, concluiu-se que ajustes mais precisos no sistema de carga

do polariscópio seriam necessários para se obter uma compressão pura no disco e na barra de calibração. Outro aspecto a merecer maior atenção seria a busca pela eliminação dos ruídos presentes nas imagens produzidas, bem como a utilização de imagens com maior resolução, já que as imagens utilizadas, foram obtidas através de um recurso da máquina fotográfica utilizada que permitiu obter-se a imagem pretendida a partir de sucessivos “zooms” da imagem fotografada da área de interesse. Esse recurso, apesar de útil, não produz imagens com boa resolução, resultando em uma maior granulação da imagem pretendida, assim como uma redução na definição da mesma.

A utilização da Eq. (5.6) depende de imagens fotoelásticas isentas de ruído e de boa qualidade, para que ocorra a convergência dos valores da direção das tensões principais. Além disso, erros de ajustes experimentais podem influenciar na qualidade das imagens fotoelásticas.

Neste trabalho, foi proposto um procedimento alternativo para melhorar o processo de identificação dos parâmetros das isoclínicas. Este procedimento faz uso de uma metodologia nova, que consiste em tomar pontos no disco fotoelástico cujos valores das direções principais são conhecidos. Sabe-se (TIMOSHENKO, 1957) que os pontos pertencentes à linha vertical que liga os pontos de aplicação da carga compressiva no disco e os posicionados ao longo do diâmetro perpendicular a esta linha apresentam os ângulos das direções das tensões principais iguais a 0 e 90 graus. Estes pontos serão utilizados para calibrar os valores da Eq. (5.6) segundo esta nova metodologia.

Assim, na nova metodologia proposta, o disco fotoelástico passaria a ser também um disco de calibração, utilizado na obtenção da direção das tensões principais do modelo analisado. Para implementação dessa metodologia, a integral mostrada na Eq. (5.5) foi re-escrita, ao se levar em consideração eventuais erros de polarização provocados por ajustes imprecisos no polariscópio. Tais ajustes podem “mascarar” uma eventual polarização a 0 (zero) radianos. Neste caso, optou-se por se considerar os erros médios (YONEYAMA & TAKASHI, 1998) de retardação na faixa de espectro do vermelho ($\varepsilon_r = -0,1568$), verde ($\varepsilon_g = 0,06236$) e azul ($\varepsilon_b = 0,42444$).

Assim, as respectivas integrais são simuladas pelas Eqs. (5.7).

Conforme foi visto no trabalho de Ajovalasit (2002), citado no item 3.3 Medida Automatizada dos Parâmetros Fotoelásticos, ao analisar o método de Yoneyama, os erros relativos à placa retardadora são maiores quando se utilizam os valores médios dos comprimentos de onda.

É de se esperar, então, que sua utilização na nova metodologia proposta implique ainda em algum nível de imprecisão em decorrência de serem maximizados os efeitos das

placas retardadoras de onda (ϵ_r, ϵ_g e ϵ_b) quando adotados esses valores de comprimento de onda.

$$\begin{aligned}
 J_r &= \frac{16R_T}{10 + 6 \cos 4\alpha t_r - 0,01896 \sin 4\alpha t_r} \\
 J_g &= \frac{16G_T}{10 + 6 \cos 4\alpha t_g - 0,00075406 \sin 4\alpha t_g} \\
 J_b &= \frac{16B_T}{10 + 6 \cos 4\alpha t_b - 0,05132 \sin 4\alpha t_b}
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Onde os ângulos $\alpha t_r, \alpha t_g, \alpha t_b$ são determinados pela utilização de um disco de calibração, com pontos medidos ao longo dos diâmetros horizontal e vertical. Neste caso, sabe-se que a direção das tensões principais nestes pontos é 0 radianos. Pela utilização das Eqs. (5.7) pode-se obter uma equação final em termos dos parâmetros R,G,B, que compõem a imagem que será utilizada para determinação da direção das tensões principais, ou seja,

$$\begin{aligned}
 R_M - \bar{R}_T J_r &= 0 \\
 G_M - \bar{G}_T J_g &= 0 \\
 B_M - \bar{B}_T J_b &= 0
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Estes erros médios foram obtidos utilizando-se os valores médios do comprimento de onda, o que Ajovalasit (2002), ao analisar o método de Yoneyama e Takashi (1998) diz que gera os erros de maior significância.

Na Equação (5.8), os ângulos das direções das tensões principais serão determinados numericamente, pela ponderação dos valores R, G, B do modelo e da tabela de calibração da direção das tensões principais.

As imagens utilizadas para análise da direção das tensões principais não apresentaram qualidade suficiente para uma melhor validação do método. A baixa qualidade das imagens utilizadas ocorreu devido à utilização de recursos digitais da máquina fotográfica utilizada. Esses recursos foram utilizados para encher todo o quadro com a imagem da área de interesse. Para se obter a imagem da região selecionada, foi feito um “zoom de zoom” na imagem armazenada na memória da máquina fotográfica, pois as lentes disponíveis não alcançavam fornecer isso somente com os recursos óticos. Assim, foi possível preencher o quadro com a imagem da área de interesse, porém esta imagem

apresentava demasiada granulação, contornos mal definidos e fraca intensidade de luz em diversas regiões. Em decorrência disso, as intensidades de luz adquiridas e utilizadas na Eq. (5.6), resultaram em que as raízes calculadas desta equação apresentaram-se deslocadas da solução real, ou seja, 0 radianos. Para solucionar essa questão, uma nova metodologia foi proposta e implementada, em complemento ao método definido por Yoneyama & Takashi (1998). Para contornar a não convergência das raízes, o disco fotoelástico, que até então havia sido utilizado como modelo de validação da metodologia, passou a ser utilizado para a calibração da direção das tensões principais. Assim, ao utilizá-lo como o modelo de calibração das direções principais, consegue-se ajustar os desníveis gerados nos parâmetros R, G, B do modelo e tabela de calibração.

Na Figura 5.2, se pode verificar um exemplo da defasagem das raízes dos 09 pontos posicionados nos diâmetros horizontal e vertical do disco. Estes pontos apresentariam raízes para polarização em 0 radianos, porém verifica-se uma defasagem que oscila de 10 a 15 graus da solução ideal.

Para ajustar estes desníveis, a nova metodologia propõe que a função deva ser calibrada pela utilização dos dados do disco de calibração, ou seja:

$$R_M - \overline{R_T} + G_M - \overline{G_T} + B_M - \overline{B_T} - F_{cal} = 0 \quad (5.9)$$

onde F_{cal} é o valor de ajuste da raiz dos pontos dos diâmetros.

No desenvolvimento do programa computacional, adotou-se o critério de realizar o cálculo da direção considerando-se uma faixa em torno das linhas dos diâmetros utilizados, tal como se pode ver na Fig. 5.20. Esse critério tem por objetivo ajustar as soluções à possíveis erros na montagem experimental, situação na qual é possível ocorrer um desalinhamento entre as forças aplicadas no disco, tal como pode ser observado na Fig. 7.6.

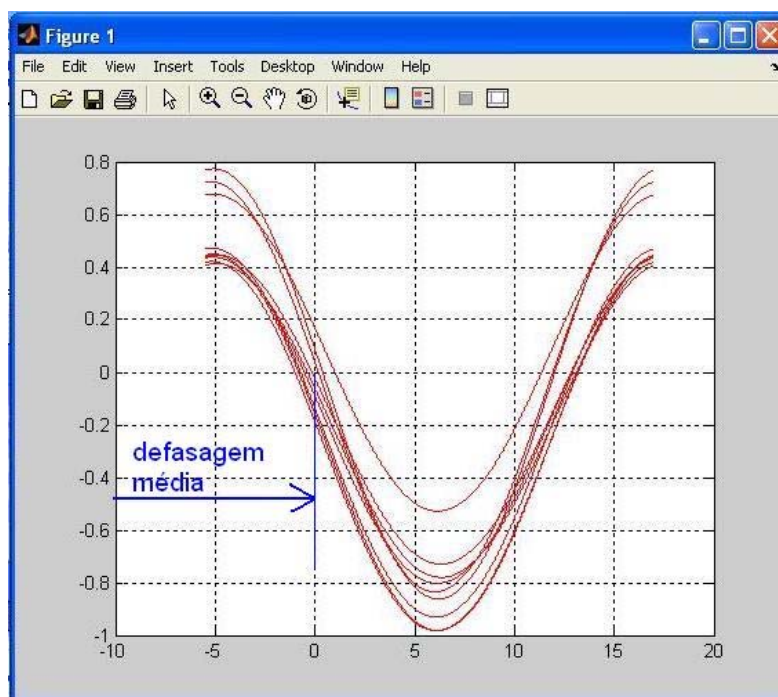


Figura 5.2 – Deslocamento das raízes dos pontos dos diâmetros horizontal e vertical do disco (parâmetro R).

Pela aplicação da Eq. (5.9), é possível a obtenção das soluções dos valores das raízes dos pontos do diâmetro horizontal e vertical, que gerarão a tabela de calibração das direções das tensões principais, utilizadas para a obtenção dos resultados no modelo.

5.2 Requerimentos de Utilização do Programa Computacional.

Para a utilização do programa computacional desenvolvido devem ser atendidos os requisitos de hardware e equipamento, tanto para o método, quanto para o ambiente MatLab® 7.0. Versões anteriores deste software não apresentam bibliotecas utilizadas no código desenvolvido e, se utilizadas, não deverão funcionar corretamente.

Os requerimentos de hardware para a utilização do método desenvolvido são os seguintes:

- Microcomputador que atenda os requisitos de instalação do MatLab® 7.0, com placa de aquisição de imagem instalada, resolução 1280x1024, 24 bits;
- Câmera CCD acoplada ao microcomputador ou máquina fotográfica de boa resolução, dotada de uma lente de boa luminosidade e zoom profissional;
- Polariscópio de Transmissão;
- Dispositivos de aplicação da carga;

- Células de carga;
- Indicador de carga;

Os requerimentos de software são os seguintes:

- Windows 2000 ou XP;
- MatLab® 7.0;
- Software da placa de aquisição de imagem;
- Software para tratamento de imagem.

A Figura 5.2 mostra um desenho esquemático do aparato experimental para a determinação dos parâmetros fotoelásticos.

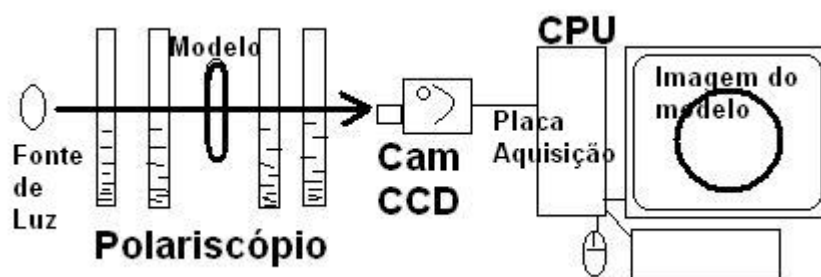


Figura 5.2 – Desenho esquemático do aparato experimental.

5.3 Procedimento Operacional.

A operação do programa implica no atendimento de etapas preliminares, utilizando-se os elementos e procedimentos descritos no capítulo 6. Estas etapas tratam do projeto, execução e montagem do sistema de cargas a ser aplicado nos modelos, da caracterização do material fotoelástico (caso isso ainda não tenha sido feito), quando é obtido o valor da constante fotoelástica (f_o) do material fotoelástico dos modelos e da produção dos modelos fotoelásticos (disco, barra e modelo a ser avaliado). Para a etapa do projeto do sistema de cargas, deve ser considerado que a configuração dos esforços a serem aplicados depende da natureza do problema em análise, sendo necessário produzir dispositivos que reproduzam essa configuração de esforços sobre o modelo, para que se possa obter a imagem do modelo fotoelástico a ser estudado, sob condições de carga próximas à situação real pretendida.

Após a conclusão das etapas preliminares, são adquiridas as imagens dos modelos fotoelásticos sob carga, no polariscópio de transmissão. Serão estas imagens que o programa “FRINGES” utilizará para a obtenção dos parâmetros fotoelásticos.

Uma vez cumpridas as etapas anteriores, segue-se através do programa FRINGES, com:

- Obtenção das tabelas de calibração a partir das imagens da barra e do disco de calibração;
- Análise do modelo a ser avaliado (análise da imagem fotoelástica através do programa “FRINGES”);
- Obtenção dos valores dos parâmetros, conforme opção de dados de entrada (pontos ou região de interesse) realizada pelo operador.

5.3.1 *Passos para utilização do Programa “FRINGES”*

A utilização do programa “FRINGES” envolve o desenvolvimento de algumas etapas, que são detalhadas a seguir:

a. Desenvolvimento do sistema de aplicação de carga nos modelos

Primeiramente, o usuário deverá projetar o dispositivo de aplicação de carga sobre os modelos. Este dispositivo tem como função simular a condição de carga a ser aplicada no modelo real e deverá ser adaptado a um polariscópio de transmissão para a obtenção das imagens da barra de calibração e do modelo estudado, ambos sob carga. Cada condição de carga pode requerer o desenvolvimento de um dispositivo diferente. Devem ser previstas no projeto, adaptações para a integração das células de carga para leitura dos valores de carga aplicados.

b. Preparação dos modelos fotoelásticos

O usuário necessitará preparar um modelo fotoelástico com mesma geometria do elemento a ser estudado. Tais modelos podem ser preparados da seguinte forma:

1. Confeccionar os moldes a serem utilizados para a geração dos modelos fotoelásticos em borracha de silicone azul (vide manual de manipulação do fabricante) ou em acrílico. Estes moldes podem ser obtidos a partir de caixas de papelão cortadas de forma a conter a matriz do modelo e a mistura do silicone. Deve-se cuidar para não ocorrer vazamentos e para que a parede final do molde não esteja delgada demais. No item 6.1.2 *Confecção dos Modelos Fotoelásticos* é detalhado como é feita a produção dos moldes e modelos. É importante frisar que a técnica fotoelástica empregada faz

uso de modelos 3D planos, e não tridimensionais como os mostrados na parte inferior da Fig. 5.3. Chamam-se de “modelos 3D planos” os modelos obtidos através do corte de fatias de modelos tridimensionais. Estes deverão ser fatiados para a análise de uma região plana. A fatia produzida deve apresentar espessura constante, e sua geometria deve apresentar condições estruturais suficientes para a aplicação de carga. A espessura da fatia deve ser a menor possível, sem prejuízo do seu desempenho frente à carga que será aplicada. A utilização de modelos com espessura constante é uma condição para a aplicação da técnica da fotoelasticidade plana;



Figura 5.3 – Exemplos de moldes em borracha de silicone azul e modelos fotoelásticos 3D produzidos.

2. Os modelos fotoelásticos podem ser obtidos a partir de uma mistura de resina a base de epóxi e agente catalisador (Vide manual de manipulação do fabricante). No caso presente foram utilizados os produtos exibidos na Fig. 5.4;



Figura 5.4 – Recipientes das Soluções A e B (Fabricante Polipox), um dos possíveis materiais para produção do material dos corpos de prova.

c. Aquisição das imagens da barra de calibração e do disco de calibração sob carga

O programa “Fringes” necessita, como uma das condições essenciais de uso, a montagem de uma tabela de calibração da ordem de franjas e outra tabela de calibração para as direções das tensões principais.

A tabela de calibração de ordem de franja é montada para que se possa relacionar os padrões RGB aos valores de ordem de franja. Quando isso é feito, ao se obter os valores de RGB do modelo, é possível calcular sua ordem de franja. A tabela de calibração da direção das tensões principais é gerada a partir da imagem do disco fotoelástico sob compressão, ao serem utilizados pontos cuja direção das tensões principais é conhecida. Assim, é possível alcançar a convergência da equação que fornece os valores das direções das tensões principais.

Estas tabelas são montadas internamente nas etapas iniciais da utilização do programa, a partir de imagens de uma barra e um disco feitos do mesmo material fotoelástico do modelo a ser avaliado.

Essas imagens devem ser obtidas a partir de um polariscópio, com a barra e o disco sob carga. A barra deverá estar instalada em um mecanismo de flexão a 4 pontos, conforme a Fig. 5.5, tomando-se o cuidado para que a carga aplicada gere franjas de ordem maior ou igual às que serão utilizadas no modelo. Caso essa informação não esteja disponível, sugere-se que se alcance no mínimo, a ordem 4.

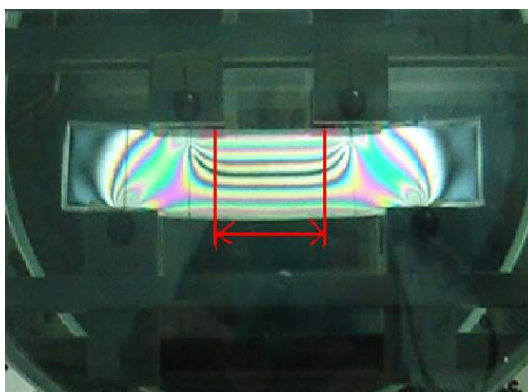


Figura 5.5 – Barra de calibração sob carga em flexão a 4 pontos – visão do polariscópio

O disco deverá ser instalado em um dispositivo de compressão ou tração no polariscópio de transmissão, conforme se pode verificar nas Figs. 5.6a e 5.6b. A partir da imagem do disco sob carga, com polarização elíptica ajustada conforme Yoneyama & Takashi (1998), o programa Fringes poderá gerar a calibração das direções principais.

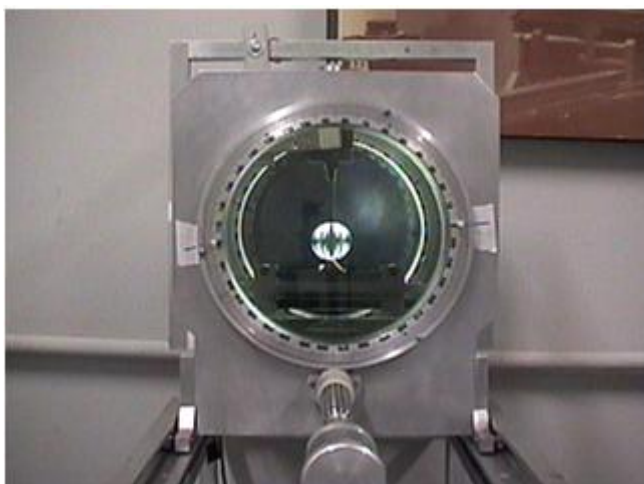


Figura 5.6a – Disco de calibração no polariscópio

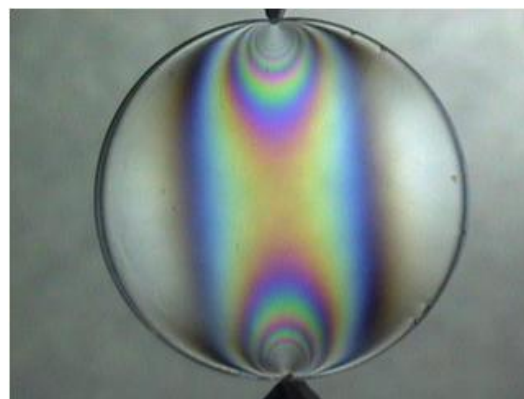


Figura 5.6b – Disco sob carga

d. Aquisição das imagens do modelo sob carga

Posteriormente, instala-se o dispositivo (com o modelo fotoelástico sob carga) no polariscópio de transmissão e aplica-se uma determinada carga projetada (controlada por uma célula de carga) para determinação das ordens de franja desejadas. Em seguida, adquirem-se as imagens. Os arquivos das imagens obtidas deverão ser salvos em algum diretório no computador onde o sistema será utilizado, para sua seleção durante a utilização do programa.

e. Modo de Operação do Fringes

Ao inicializar o Matlab® 7.0, selecionar como diretório corrente, o diretório onde o *programa Fringes* está gravado e, na linha de comando (Fig. 5.7), digitar “*fringes*” e finalizar (Enter). Sugere-se manter a janela de comandos maximizada durante a operação do programa, já que o mesmo fornecerá e solicitará informações a partir dessa janela.

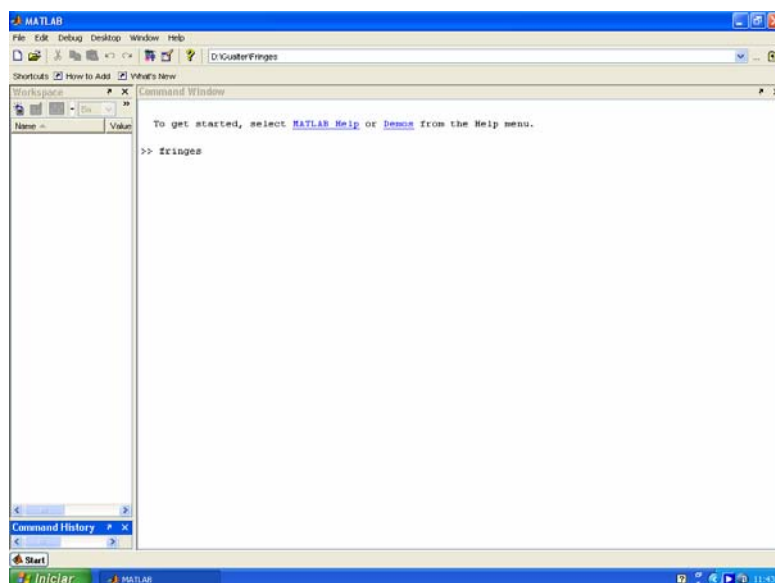


Figura 5.7 – Ambiente Matlab de início do programa Fringes.

Em seguida, será aberta uma janela (Fig. 5.8) para a seleção do modelo fotoelástico a ser utilizado na geração da tabela de calibração das ordens de franja. O usuário deverá então escolher o arquivo da imagem da barra fotoelástica de calibração.

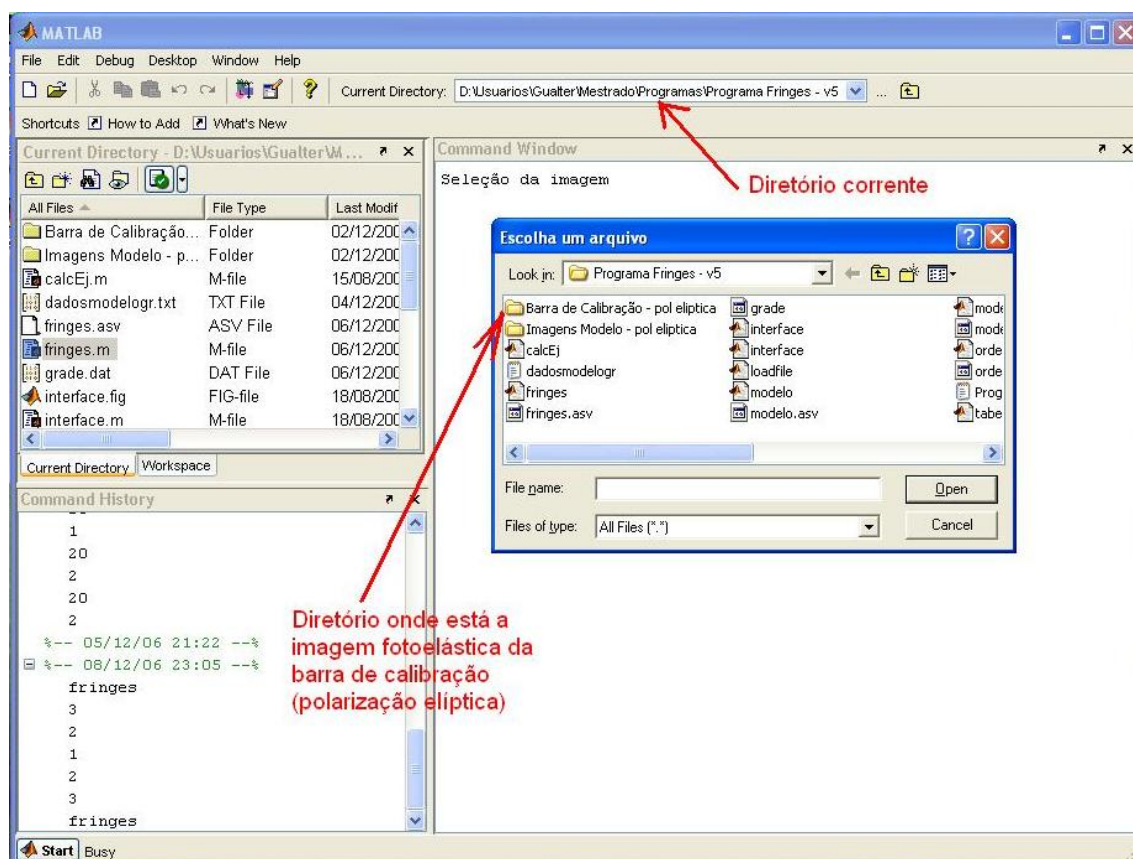


Figura 5.8 – Tela de seleção do arquivo para geração da tabela de calibração.

O arquivo da imagem da barra de calibração será aberto em uma tela separada. É importante que a imagem da barra de calibração apresente-se na vertical, como visto na Fig. 5.9. Caso a imagem da barra de calibração não esteja vertical, o programa “*Fringes*” não poderá ser executado, pois a tabela de calibração das ordens de franja não será corretamente gerada.

O usuário deverá selecionar na imagem, a região a ser utilizada para geração da tabela de calibração, clicando com o mouse em dois pontos dentro da faixa central da imagem, tal como é visto na Fig. 5.9. A região selecionada formará um retângulo (região central), que terá os 2 pontos selecionados como a origem das linhas verticais e horizontais que formam os lados do retângulo, mostrado com linhas azuis na Fig. 5.9. O usuário deverá selecionar os pontos de forma que, dentro da área do retângulo, existam franjas de ordem tal que permitam gerar uma tabela de calibração com valor máximo de ordem de franja igual ou maior aos valores a serem lidos no modelo a ser estudado.

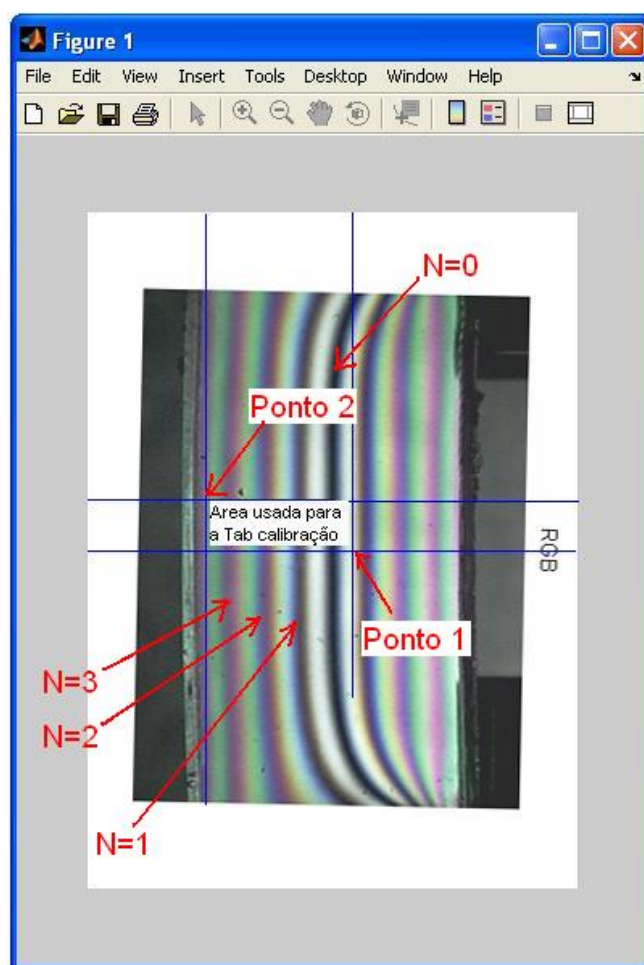


Figura 5.9 – Seleção da área da imagem da barra utilizada como dado de entrada para a montagem da tabela de calibração.

Na Figura 5.9 é possível verificar a franja zero na sua parte mais central e, a partir dela, para ambos os lados, as franjas 1, 2, 3, ... É possível montar uma tabela de calibração atingindo de 0 a 3 na ordem de franja a partir dos pontos mostrados na Fig. 5.9.

Seria possível gerar uma tabela de calibração que apresente valores acima da ordem de franja 3, porém o método implementado (YONEYAMA & TAKASHI, 1998) apresenta resultados menos precisos para ordens de franja 4 ou acima disso.

É indicado que a imagem da barra de calibração atinja no máximo ordem de franja 4 ou 5, para que se tenha mais resolução da parte utilizada da imagem. A área delimitada (pontos 1 e 2 na Figura 5.9) está à esquerda da franja 0, porém se poderia utilizar o lado direito da imagem de igual forma. Caberá ao usuário verificar visualmente qual parte da imagem apresenta menos imperfeições e ruídos, e optar pela faixa que possibilite obter melhores dados de entrada.

No passo seguinte, abre-se uma nova janela com a imagem da região selecionada. O programa “Fringes” trata internamente a imagem, suavizando ruídos que esta imagem possa apresentar. Isso é feito por meio de bibliotecas de tratamento de imagem do ambiente MatLab® 7.0.

O usuário deverá selecionar uma linha horizontal (linha 1) ao clicar com o mouse em um ponto da imagem (o programa Fringes arredondará o posicionamento da linha para o valor inteiro mais próximo).

Depois, o usuário definirá os limites horizontais finais da tabela de calibração (pontos 2 e 3) ao clicar com o mouse em qualquer ponto da imagem conforme se pode ver na Fig. 5.10. Estes limites devem compreender a franja zero (franja preta) e a máxima ordem de franja observada (terceira franja à esquerda, após a franja zero na Fig. 5.10).